**T.C.**

**BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ**

**EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI**

# PROBLEM ÇÖZME STRATEJİLERİNİN MATEMATİKSEL SÜREÇ BECERİLERİNE GÖRE SINIFLANDIRILMASI

**DOKTORA TEZİ**

**Hasan TEMEL**

**BURSA**

**2018**

T.C.

BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI

# PROBLEM ÇÖZME STRATEJİLERİNİN MATEMATİKSEL SÜREÇ BECERİLERİNE GÖRE SINIFLANDIRILMASI

**DOKTORA TEZİ**

**Hasan TEMEL**

**Danışman**

**Prof. Dr. Murat ALTUN**

**BURSA**

**2018**

## BİLİMSEL ETİĞE UYGUNLUK

Bu çalışmadaki tüm bilgilerin akademik ve etik kurallara uygun bir şekilde elde edildiğini beyan ederim.

Hasan TEMEL

10/08/2018

**YÖNERGEYE UYGUNLUK ONAYI**

"Problem Çözme Stratejilerinin Matematiksel Süreç Becerilerine Göre Sınıflandırılması" adlı Doktora Tezi, Uludağ Üniversitesi Lisansüstü Tez Önerisi ve Tez Yazma Yönergesi'ne uygun olarak hazırlanmıştır.

| | |
|---|---|
| Tezi Hazırlayan | Danışman |
| Hasan TEMEL | Prof. Dr. Murat ALTUN |

Temel Eğitim ABD Başkanı

Prof. Dr. Handan Asude BAŞAL

**EĞİTİM BİLİMLER ENSTİTÜSÜ**
**YÜKSEK LİSANS/DOKTORA İNTİHAL YAZILIM RAPORU**

**ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ**
**EĞİTİM BİLİMLER ENSTİTÜSÜ**
**İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI BAŞKANLIĞI'NA**

Tarih: 10/08/2018

Tez Başlığı / Konusu: Problem Çözme Stratejilerinin Matematiksel Süreç Becerilerine Göre Sınıflandırılması

Yukarıda başlığı gösterilen tez çalışmamın a) Kapak sayfası, b) Giriş, c) Ana bölümler ve d) Sonuç kısımlarından oluşan toplam 388 sayfalık kısmına ilişkin, 10/08/2018 tarihinde şahsım tarafından *Turnitin* adlı intihal tespit programından (Turnitin)* aşağıda belirtilen filtrelemeler uygulanarak alınmış olan özgünlük raporuna göre, tezimin benzerlik oranı %6 'dır.

Uygulanan filtrelemeler:
1- Kaynakça hariç
2- Alıntılar hariç/dahil
3- 5 kelimeden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç

Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Tez Çalışması Özgünlük Raporu Alınması ve Kullanılması Uygulama Esasları'nı inceledim ve bu Uygulama Esasları'nda belirtilen azami benzerlik oranlarına göre tez çalışmamın herhangi bir intihal içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

Gereğini saygılarımla arz ederim.

10/08/2018

Tarih ve İmza

| | |
|---|---|
| **Adı Soyadı:** | Hasan TEMEL |
| **Öğrenci No:** | 811230011 |
| **Anabilim Dalı:** | İlköğretim |
| **Programı:** | |
| **Statüsü:** | ☐ Y.Lisans ☒ Doktora |

**Danışman**
**(Adı, Soyad, Tarih)**
Prof. Dr. Murat ALTUN

10/08/2018

*** Turnitin programına Uludağ Üniversitesi Kütüphane web sayfasından ulaşılabilir.**

T.C.

ULUDAĞ ÜNİVESİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

İlköğretim Anabilim Dalı'nda 811230011 numara ile kayıtlı Hasan TEMEL'in hazırladığı "Problem Çözme Stratejilerinin Matematiksel Süreç Becerilerine Göre Sınıflandırılması" konulu Doktora çalışması ile ilgili tez savunma sınavı, 10/08/2018 günü 10:00-12:00 saatleri arasında yapılmış, sorulan sorulara alınan cevaplar sonunda adayın tezinin/çalışmasının (başarılı/~~başarısız~~) olduğuna (oybirliği/~~oy çokluğu~~) ile karar verilmiştir.

Üye (Tez Danışmanı ve Sınav Komisyon Başkanı)
Prof. Dr. Murat ALTUN
Uludağ Üniversitesi

Üye
Prof. Dr. Soner DURMUŞ
Abant İzzet Baysal Üniversitesi

Üye
Prof. Dr. Rıdvan EZENTAŞ
Uludağ Üniversitesi

Üye
Doç. Dr. Yeliz YAZGAN
Uludağ Üniversitesi

Üye
Dr. Öğr. Üyesi Furkan DEMİR
Dumlupınar Üniversitesi

## ÖNSÖZ

Problem çözme sadece matematik eğitiminde değil aynı zamanda bütün hayatımız boyunca karşılaştığımız ve karşılaşacağımız bir süreçtir. Bu önemli konuda gerçekleştirilen bu tezin ortaya çıkması ve sonuca ulaştırılmasına kadar ki her safhasında değerli yardımlarıyla yolumu aydınlatan ve her türlü desteği sağlayan tez danışmanım Prof. Dr. Murat ALTUN'a, tezin oluşturulmasındaki her aşamada görüş ve önerileriyle katkıda bulunan Prof. Dr. Rıdvan EZENTAŞ ve Doç. Dr. Yeliz YAZGAN'a, tez sürecinde gerçekleştirdiğim sunumlarda beni dinleyen, görüş ve önerilerde bulunan Uludağ Üniversitesi ve Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi İlköğretim Matematik Eğitimi Anabilimdalı'ndaki öğretim üyesi hocalarıma ve araştırma görevlisi arkadaşlarıma;

Bu zorlu süreçte bana her daim destek olan kıymetli eşime; gelişiyle bana sevinç, neşe ve ümit kaynağı olan kızıma; hayatımın her anında her zaman ve her koşulda benden desteklerini esirgemeyen aileme, annem, babam ve kardeşime sonsuz teşekkür ediyorum.

Hasan TEMEL

## Özet

Yazar : Hasan TEMEL

Üniversite : Uludağ Üniversitesi

Ana Bilim Dalı : İlköğretim Ana Bilim Dalı

Tezin Niteliği : Doktora Tezi

Sayfa Sayısı : xxv+433

Mezuniyet Tarihi : 10/08/2018

Tez : Problem Çözme Stratejilerinin Matematiksel Süreç Becerilerine Göre Sınıflandırılması

Danışman : Prof. Dr. Murat ALTUN

**PROBLEM ÇÖZME STRATEJİLERİNİN MATEMATİKSEL SÜREÇ BECERİLERİNE GÖRE SINIFLANDIRILMASI**

Problem çözme literatüründe son zamanlarda iki önemli kavram ön plana çıkmaktadır. Bunlardan biri problem çözme stratejileri, diğeri ise matematik okuryazarlığıdır. Problem çözme sürecinde anahtar rol oynayan problem çözme stratejilerinin bir sınıflandırmaya tabi tutulmadığı görülmektedir. Bu araştırma ile problem çözme stratejilerinin matematiksel süreç becerilerine göre sınıflandırılması amaçlanmıştır. Bu ana amaç doğrultusunda literatürde en çok yer alan problem çözme stratejilerinin matematiksel süreç becerileri esas alınarak sınıflandırılması gerçekleştirilmiş, problem çözme stratejileri eğitiminin etkisi ve problem çözme stratejileri ile matematik okuryazarlığı arasındaki ilişki ortaya konulmuştur.

Yarı deneysel desenin kullanıldığı araştırmanın çalışma grubu, 2015-2016 eğitim-öğretim yılında Çanakkale İl Merkezindeki bir ortaokulun sekizinci sınıfında öğrenim görmekte olan 42 öğrenciden oluşmaktadır. Öğrenciler, TEOG sınavı matematik başarı

puanlarına göre iyi, orta ve düşük düzeylere ayrılarak eşleştirilmiştir. Gerçekleştirilen eşleştirme sonucunda 21'er öğrenciden oluşan birbirine denk iki grup, deney ve kontrol gruplarına rastgele atanmıştır. Deney grubu ile 5 haftalık (10 ders saati) problem çözme stratejileri eğitimi gerçekleştirilmiştir. Kontrol grubu ise normal öğrenimine devam etmiştir. Araştırmanın nicel verileri "Problem Çözme Testi (PÇT)" ve "Matematik Okuryazarlık Testi (MOT)" ile toplanmıştır. Nitel veriler ise deney grununun PÇT son testinin çözümlerinden elde edilmiştir.

Araştırmanın sonucunda, "Bağıntı Bulma", "Değişken Kullanma" ve "Diyagram Çizme" stratejileri hem formüle etme hem de yürütme süreçlerini, "Sistematik Liste Yapma" ve "Tablo Yapma" stratejilerinin ise sadece yürütme sürecini, "Geriye Doğru Çalışma", "Tahmin ve Kontrol" ve "Muhakeme Etme" stratejilerinin ise hem yürütme hem de yorumlama, değerlendirme süreçlerini, "Basitleştirme" stratejisinin ise formüle etme, yürütme ve yorumlama, değerlendirme süreçlerini içerdiği tespit edilmiştir. Problem çözme stratejileri eğitiminin, öğrencilerin problem çözme stratejilerini kullanma ve matematik okuryazarlık düzeylerini arttırdığı sonucuna ulaşılmıştır. Problem çözme stratejileri ile matematik okuryazarlık başarı düzeyleri arasında ön testlere göre orta, son test ve kalıcılık testlerine göre ise yüksek düzeyde ilişki olduğu belirlenmiştir. Ayrıca problem çözme stratejilerinin matematik okuryazarlık başarı düzeyinin anlamlı bir yordayıcısı olduğu ortaya konulmuştur.

*Anahtar Kelimeler:* Matematik okuryazarlığı, matematiksel süreç becerileri, problem çözme, problem çözme stratejileri eğitimi.

## Abstract

| | |
|---|---|
| Author | : Hasan TEMEL |
| University | : Uludag University |
| Main Department | : Elementary Education Department |

| | |
|---|---|
| Kind of Thesis | : PhD |
| Number of Page | : xxv+433 |
| Graduate Date | : 10/08/2018 |
| Name of the thesis | : Classification of Problem Solving Strategies based on Mathematical Processing Skills |
| Thesis supervisor | : Prof. Dr. Murat ALTUN |

**CLASSIFICATION OF PROBLEM SOLVING STRATEGIES BASED ON MATHEMATICAL PROCESSING SKILLS**

Two important concepts have emerged in the problem solving literature recently. One is problem solving strategies and the other is mathematical literacy. It appears that problem-solving strategies that play a key role in the problem-solving process are not subjected to a classification. By this research, it is aimed to classify problem solving strategies based on mathematical processing skills. In line with this main objective, classification of problem solving strategies that take place most in the literature based on mathematical process skills has been realized, and also the impact of education in problem solving strategies and the relationship between problem solving strategies and mathematical literacy have been revealed.

The study group using the quasi-experimental design consists of 42 students who are studying in the eighth grade of a middle school in Çanakkale city center in the academic year

of 2015-2016. Students were matched according to the Transition from Basic Education to the Secondary Education **(**BESE-TEOG) exams mathematics achievement scores by good, medium and low levels. As a result of the matching, two equal groups consisting of 21 students were formed and these groups were randomly assigned as experiment and control groups. A 5-week (10 lessons) problem solving strategy education was conducted with the experimental group and the control group continued to study normally. Quantitative data of the study were collected from “Problem Solving Test (PST)” and “Mathematical Literacy Test (MLT)” and the qualitative data were obtained from the solutions of the problems included in PST.

As a result of the research, it has been found that the strategies of “Look for a Pattern”, “Use Variable” and “Draw a Diagram” both involve formulating and employing, “Make a Systemic List” and “Make a Table” strategies include only the employing process, “Working Backwards”, “Guess and Check” and “Logical Reasoning” strategies both involve employing and interpreting processes, and the “Simplify the Problem” strategy involves formulating, employing and interpreting processes. It was revealed that problem-solving strategies education increases students’ use of problem solving strategies and mathematics literacy levels. It was indicated that there was a moderate level of relationship between problem solving strategies and mathematical literacy compared to the pre-tests, and a high level of relationship compared to the post-test, and retention tests. It has also been shown that problem-solving strategies are a significant predictor of mathematical literacy.

*Keywords:* Mathematical literacy, mathematical processing skills, problem solving, problem solving strategies education.

İçindekiler

**Sayfa No**

## Tablolar Listesi

*Tablo* *Sayfa*

## Şekiller Listesi

*Şekil* *Sayfa*

## Grafikler Listesi

*Grafik* *Sayfa*

## Kısaltmalar Listesi

**EARGED** : Eğitim Araştırma ve Geliştirme Dairesi

**MEB** : Milli Eğitim Bakanlığı

**MOT** : Matematik Okuryazarlık Testi

**NCTM** : The National Council of Teachers of Mathematics

**OECD** : Organisation for Economic Co-operation and Development

**PÇT** : Problem Çözme Testi

**PISA** : Programme for International Student Assessment

**TIMSS** : Trends in International Mathematics and Science Study

# 1. Bölüm

# Giriş

Bu bölüm problem durumu, araştırmanın amacı ve önemi, problem cümlesi, alt problemler, sayıltılar, sınırlılıklar ve tanımları içermektedir.

## 1.1. Problem Durumu

Uluslararası rekabetin üst düzeyde olduğu şu dönemlerde, başarının sağlanmasında ve rekabete ayak uydurmada eğitimin en etkili ve önemli araçlardan biri olduğu gerçeği karşımıza çıkmaktadır. Değişen ve gelişen dünyadaki gelişmelere ayak uydurabilmek, çağın beklentilerine cevap verebilen bireyler yetiştirmek eğitimle mümkün olmaktadır (Anıl, Özkan & Demir, 2015). Ülkelerin bu rekabetçi ortama ayak uydurabilmeleri adına dünyanın gelişen ve değişen şartları ile uyumlu olarak eğitim sistemlerini geleceğe yön verecek şekilde gözden geçirerek yeniden düzenlemeleri ve geliştirmeleri gerekmektedir. Bu doğrultuda rekabetçi ortamın bir parçası olarak ülkeler, mevcut eğitim sistemlerinin durumunun uluslararası düzeyde gözden geçirilmesi, ihtiyaçlarına yönelik bir toplumun yetişip yetişmediğinin değerlendirilmesi, bireylerin eğitim düzeyinin yükseltilmesine yönelik standartların oluşturulması ve eğitim sistemlerini diğer ülkelerle karşılaştırma gibi amaçlarla uluslararası değerlendirme uygulamalarına katılmaktadır. Uluslararası düzeyde gerçekleştirilen Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması (Trends in International Mathematics and Science Study [TIMSS]) ve Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı (Programme for International Student Assessment [PISA]) gibi değerlendirme çalışmalarının ortak özelliklerinden biri, ülkelerin matematik başarılarını değerlendirmelerine olanak sağlamasıdır. Bu değerlendirme çalışmalarının katılımcı ülkelerin matematik başarılarına odaklandığı görülmektedir. Bu durum, uluslararası düzeyde ülkelerin matematik başarılarının ne derece önemli olduğunu göstermektedir.

Bireylerin karşılaştıkları problemleri hızlı bir şekilde analiz edip en kısa sürede sonuca ulaşmalarının başarıları için bir etken olduğu düşünüldüğünde, matematiğin anlaşılması ve kullanılması bu başarı için önemli bir araçtır (Gümüş, 2015). Değişen dünyada matematiği anlayanlar ve matematiği kullananlar, geleceğine yön vermede daha fazla seçeneğe sahip olmaktadır (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2009, s. 7). Yaşamın soyutlanmış biçimi olarak düşünülen matematik (De Corte, 2004), çevredeki olayların incelenmesi, anlaşılması, bu olaylardan bağıntılar çıkarılması, bu bağlantılardan hareketle mevcut durum ve gelecekle ilgili karar vermede bir kaynak olarak görülebilir (Arslan, 2007). Bu durumlar göz önüne alındığında matematiğin sadece bilimsel alanda değil aynı zamanda gerçek hayatta da sıklıkla kullanılan disiplinlerin başında geldiği görülmektedir. Dolayısıyla bireylerin gerçek yaşamdaki ihtiyaçlarının karşılanmasında ve öğrenme süreçlerinde matematik öğrenmelerinin ve matematik eğitiminin öneminin büyük olduğu söylenebilir.

Matematiği öğrenmek "temel kavram ve becerilerin kazanılmasının yanı sıra matematikle ilgili düşünmeyi, problem çözme stratejilerini kavramayı ve matematiğin gerçek yaşamda önemli bir araç olduğunu fark etmeyi de içerir" (MEB, 2013a, s. 1). Günümüzde matematik eğitimi, bireylere hesaplama becerileri kazandırmanın ötesine geçerek, düşünceler arasında bağlantı kurma, akıl yürütme, tahmin yapma, problem çözme gibi becerilerin kazandırılmasını gerektirmektedir (Umay, 2003). Bu durum matematik öğretim programında da vurgulanarak öğrencilerin kavramlar arası ilişkiler kurabilmeleri, bu ilişkileri günlük hayatta ve diğer disiplinlerde kurabilmeleri, problem çözme sürecinde kendi düşüncelerini kullanmaları ve akıl yürütmelerini, problem çözme stratejileri geliştirerek bu stratejileri günlük hayat problemlerinin çözümünde kullanabilmeleri amaçlanmaktadır (MEB, 2013a). Bir başka ifadeyle matematik eğitiminde sadece matematik bilen değil aynı zamanda bilgi birikimini kullanarak uygulama yapabilen, bu uygulamaları değerlendirip problem çözebilen bireylerin yetiştirilmesi hedeflenmektedir (Soylu & Soylu, 2006). Bu bilgiler doğrultusunda matematik eğitiminde, matematiğin önemli bir temeli olarak görülen problem çözme ve bireylerin matematiğin gerçek yaşamdaki rolünü fark etmelerini sağlayan (Organisation for Economic Co-operation and Development [OECD], 2013a) matematik okuryazarlığı olmak üzere iki temel kavramın ön plana çıktığı görülmektedir.

Matematik eğitimindeki temel kavramlardan biri olan problem çözme, insan neslinin varlığını sürdürebilmesi için en temel yetenektir (Altun, 2014, s. 74). Öğrencilerin gerçek yaşamda karşılaştıkları problemlerin üstesinden gelebilmeleri ve sahip oldukları bilgi ve becerilerin gelişiminde problem çözme önemli rol oynamaktadır. Altun'a (2014) göre problem çözmenin bir yolu ve yöntemi yoktur fakat sistematiği vardır. Bu sistematik yakalandığında yol ve yöntem bulmak kolaylaşır. Matematik Öğretmenleri Ulusal Konseyine (The National Council of Teachers of Mathematics [NTCM]) göre (2000) matematiğin temel taşı olan problem çözme, matematiksel düşünmeyi etkilemekte, matematiksel öğrenmeyi kolaylaştırmaktadır.

Öğrencilerin problem çözme becerilerinin geliştirilmesinde rutin olmayan problemlerin kullanımının etkisi bulunmaktadır (Mabilangan, Limjap, & Belecina, 2011; Stanic & Kilpatrick, 1988). Rutin olmayan problemlerin apaçık bir çözüm yönteminin bulunmaması problemlerin çözümünde yaratıcı düşünme becerisini gerektirmektedir (Elia, Van den Heuvel-Panhuizen, & Kovolou, 2009). Dolayısıyla rutin olmayan problemlerle ilgili çalışmalar, öğrencilerin yaratıcı düşünme, ilişki-örüntü arama ve ispat becerilerini geliştirir (Altun, 2014). Ayrıca rutin olmayan problemlerin çözümü muhakeme etme ve üst düzey düşünme becerilerini de gerektirmektedir (Kolovou, Van den Heuvel-Panhuizen & Bakker, 2009). Dolayısıyla matematik derslerinde öğrencilere rutin olmayan problemler yöneltilerek öğrencilerin problem çözme becerilerini geliştirmeleri için fırsatlar sunulmalıdır (MEB, 2013a). Yapılan çalışmalar göstermektedir ki; öğrencilere problem çözme stratejilerinin öğretimi rutin olmayan problem çözme becerilerinin gelişimine katkı sağlamaktadır (Altun &

Arslan 2006; Altun & Memnun, 2008; Artut & Tarım, 2006; Çelebioğlu & Yazgan 2009; Dönmez, 2002; Elia ve diğerleri, 2009; Yazgan & Bintaş, 2005; Yazgan, 2007).

Problem çözme ve rutin olmayan problemlerin çözümündeki başarı problem çözme stratejilerinin kullanımıyla paralellik göstermektedir (Cai, 2003). Problem çözme stratejilerinin üst bilişle ilgili olması (Ramnarain, 2014), öğrencilere bilişsel süreçleri açıklaması ve yansıtmasında yarar sağlaması (Ramnarain, 2014), öğrencilerin farklı fikir ve yaklaşımları görmelerine imkan tanıması (Woodward, Beckmann, Driscoll, Franke, Herzig, Jitendra, Koedinger… & Ogbuehi, 2012) ve problemlerin çözümünde anahtar rolünü üstlenmesi (Schoenfeld, 1999) matematik eğitimindeki önemini ortaya koymaktadır. Problem çözme stratejilerinin anlatıldığı çalışmalar incelendiğinde (Altun, 2014; Baykul, 2014; Krulik & Rudnick, 1989; Posamentier & Krulik, 2009) problem çözme stratejilerinin genel bir sınıflaması yapılarak bu stratejilere ilişkin örnek problemler sunulmuştur. Problem çözme stratejilerinin üst bilişle ilgili olması ve bilişsel süreçleri açıklaması (Ramnarain, 2014) ve matematiksel süreç becerilerini gerektirdiği düşünüldüğünde problem çözme stratejilerinin farklı açılardan sınıflandırılarak öğrencilere sunulması, problem çözme becerilerini içselleştirmelerinde, karşılaşacakları problemleri anlamlı bir şekilde çözüme kavuşturmalarında, gerçek yaşam durumundaki problemlerin çözümü için strateji belirlemede ve problem çözme stratejilerinin öğretiminde yarar sağlayacağı düşünülmektedir.

Problem çözme stratejileri aynı zamanda gerçek yaşam bağlamında verilen problemleri matematiksel dünyaya aktarma, matematiksel dünyada olan problemleri matematik kullanarak sonuç elde etme ve elde edilen sonuçları gerçek yaşam durumlarına yorumlama, değerlendirme ve uygulama süreçlerinde de kullanılmaktadır. Bir başka deyişle problem çözme stratejileri ile matematik eğitiminin bir diğer önemli konusu olan matematik okuryazarlığı arasında ilişki olduğu düşünülmektedir. Matematik okuryazarlığı;

Bireylerin çeşitli kapsam ve içeriklere yönelik olarak formülleştirebilme, matematiği işe koşabilme ve yorumlayabilme kapasiteleridir. Matematik okuryazarlığı, fenomenleri tanımlama, açıklama ve tahmin etmede, matematiksel akıl yürütmeyi ve matematiksel kavramları, işlem aşamalarını, doğrulanmış bilgileri ve araçları kullanabilmeyi içermektedir. Matematik okuryazarlığı, bireylerin matematiğin dünyadaki rolünü fark etmelerine ve yapıcı, duyarlı ve yansıtıcı vatandaşların ihtiyaç duyduğu sağlam dayanakları olan yargı ve kararların verilmesinde yardımcı olur

şeklinde tanımlanmaktadır (OECD, 2013b, s. 25). Tanımlar göz önüne alındığında öğrenci bir problemle karşılaştığında matematik kapasitesini ve algılarını harekete geçirip bu problemi çözüme kavuşturmada sahip olduğu matematiksel bilgi ve becerileri kullanıyor veya bu bilgi ve becerilerden yararlanıyor ise bu öğrenci matematik okuryazarı olarak görülebilir (Altun, 2014).

Matematik okuryazarlığı genel olarak bağlam içerisinde sunulmuş problemle ölçülmektedir (Stacey & Turner, 2015). Matematik okuryazarlığına sahip bir birey, günlük hayat bağlamında karşılaştığı bir problemi formüle ederek matematiksel ortama aktarabilir, matematiksel olarak ifade edilen problemi sahip olduğu bilgi ve becerileri kullanarak çözebilir ve matematiksel dünyada elde etiği sonuçları gerçek yaşam durumuna göre yorumlayabilir. Bu süreçle ilgili bilgi ve beceri kazanıldığında birikimini karşılaşabileceği başka problemlerde kullanabilir. Bu doğrultuda matematik eğitiminin temel amaçlarından biri öğrencilerin problem çözme becerilerinin geliştirilmesi olarak görülmüş (MEB, 2013a) ve öğrencilerin yeterli düzeyde bilgi ve becerilerle donatılarak matematiksel okuryazar olması gerektiği vurgulanmıştır (Akkaya & Memnun, 2012). Öğrencilerin matematik okuryazarlıkları formüle etme, işe koşma ve yorumlama süreçlerinin temelini oluşturduğu matematik yeterliliklerin etkinleştirilmesiyle geliştirilebilir (Dewantara, Zulkardi & Darmawijoyo, 2015). Bu süreçler öğrencilerin problemleri doğru ve mantıklı çözmelerine olanak sağlar. Bu bakımdan problem çözme stratejilerinin matematik okuryazarlığında belirtilen matematiksel süreç becerilerine göre sınıflandırılması, matematik eğitimi açısından, öğrencilere problem çözme stratejilerinin öğretimi açısından ve öğrencilerin problemlerin doğru ve mantıklı çözümlerini gerçekleştirmeleri açısından problem çözme literatürüne farklı bir boyut kazandırabilir. Süreçlerin her birinde etkin olan stratejilerin belirlenmesi, strateji öğretiminin daha nitelikli olarak planlanabilmesine olanak sağlar.

Matematik okuryazarlığının yanı sıra okuma becerileri ve fen okuryazarlığı için de bir bakış açısı sunan PISA uygulamaları, Ekonomik İşbirliği ve Kalkınma Teşkilatı (OECD) tarafından üç yılda bir yapılmaktadır. PISA zorunlu eğitimlerin sonlarında veya ortalarında olan 15 yaş grubu öğrencilerin, modern topluma katılım için gerekli olan bilgi ve becerileri ne derece kazandıklarını değerlendiren bir uygulamadır (OECD, 2016). PISA, öğrencilerin sadece ürettikleri bilgilerin değerlendirilmesi üzerinde değil aynı zamanda öğrendiklerini okul içinde ve dışında karşılaşabilecekleri yeni durumlara nasıl aktarabildikleri üzerinde durmaktadır. Bu yaklaşım "modern ekonomilerin bireyleri ne bildikleri ile değil bildikleriyle ne yapabildiklerine dair ödüllendirdiği" gerçeğini yansıtmaktadır (OECD, 2016, s. 25). Bu bağlamda PISA katılımcı ülkelerin eğitim politikaları ve uygulamalarını değerlendirmeleri için bir bakış açısı sunmaktadır. Bu çalışmalardan elde edilen bilgiler doğrultusunda ülkeler mevcut eğitim sistemlerinin güçlü ve zayıf yönlerini, eğitim politikalarını, öğretim programlarını ve öğretmen yeterliliklerini değerlendirme imkanı bulmaktadır (Çelen, Çelik & Seferoğlu, 2011). İlki 2000 yılında yapılan PISA uygulamalarına ülkemiz 2003 yılında katılmıştır. Türkiye katılmış olduğu PISA uygulamalarında her temel alan düzeyinde OECD ortalamasının altında puanlar almıştır. Son yapılan PISA 2015 sonuçlarına göre de ülkemiz tüm temel alanlarda OECD ortalamasının altında yer almıştır. Matematik okuryazarlığında 70 katılımcı ülke arasında 49. sırada yer aldığı görülmektedir (OECD, 2016). Bu sonuçlar göz önüne alındığında eğitim sistemimizde öğrencilerin matematik okuryazarlık düzeylerini arttırmaya yönelik yeniliklerin gerçekleştirilmesinin gerekli olduğu düşünülmektedir.

PISA 2015 sonuçlarına göre matematik okuryazarlığı alanında Singapur'un ilk sırada yer aldığı görülmektedir (OECD, 2016). Singapur'un diğer yıllardaki matematik okuryazarlığındaki başarılarını incelediğimizde PISA 2012 ve 2009 uygulamalarında ikinci sırada yer almıştır. 1992'de Singapur matematik programının temel amacı matematiksel problem çözme olmuş ve 2001 ve 2007 yıllarında iki defa revize edilen öğretim programında matematiksel problem çözme temel amaç olarak kalmıştır (Kaur & Yeap, 2009). Singapur ilköğretim matematik programı, problem çözme becerisi temele alınarak yapılandırılmış ve öğrencilerin problem çözme becerileri, süreç becerileri gibi temel becerileri geliştirmeyi hedeflemektedir (Ulu, 2011). PISA ve TIMSS uygulamalarında üst düzeyde yer alan Hong Kong ve Hollanda gibi ülkelerde de matematik öğretim programlarında problem çözmeye önemli ölçüde yer verildiği görülmektedir (Anderson, 2009). Matematik okuryazarlığında üst sıralarda yer alan ülkelerin matematik öğretim programlarının temelinde problem çözmenin yer aldığı göz önüne alındığında problem çözme ile matematik okuryazarlığı arasında bir ilişki olduğu düşünülmektedir. Bu bağlamda problem çözme strateji eğitiminin matematik okuryazarlığı üzerindeki etkisinin incelenmesi ve problem çözme stratejileri ile matematik okuryazarlık başarı düzeyleri arasındaki ilişkinin ortaya konulmasının gerekli olduğu düşünülmektedir.

Ortaokul matematik öğretim programında matematik eğitiminin genel amaçları arasında "öğrenci problem çözme stratejileri geliştirebilecek ve bunları günlük hayattaki problemlerin çözümünde kullanabilecektir" ifadesi yer almaktadır (MEB, 2013a, s. 2). Bu ifade, problem çözme stratejilerinin gerçek yaşamda karşılaşılan problemlerle ilişki olduğu ve okulda öğrenilen problem çözme stratejilerinin gerçek yaşamda karşılaşılan problem durumlarının çözümünde de kullanılması gerektiği şeklinde yorumlanabilir. Matematik okuryazarlığı ise özetle öğrenilen matematiksel bilginin gerçek yaşamda kullanılabilme düzeyi olarak görülmektedir. Bu tanımlamalardan hareketle de problem çözme stratejileri ile matematik okuryazarlığı arasında bir ilişki olduğu söylenebilir. Çünkü öğrenilen problem çözme stratejilerinin gerçek yaşamda karşılaşılan problemlerde kullanılması öğrencilerin matematik okuryazarlığının bir göstergesi olarak düşünülebilir. Temel'in (2016) çalışması bu durumu destekler niteliktedir. Öğrencilerin problem çözme stratejilerini kullanarak gerçek yaşamda karşılaştığı problemlerin üstesinden gelmesi aynı zamanda onun matematiksel okuryazar olduğunun bir göstergesidir. Problem çözme stratejileriyle matematik okuryazarlık başarı düzeyleri arasındaki ilişkiyi başka bir açıdan ele alacak olursak öğrencilerin problem çözme stratejilerini kullanma düzeyleri arttığında matematik okuryazarlık başarı düzeylerinin de artacağı düşünülmektedir.

### 1.2. Çalışmanın Amacı ve Önemi

Bu çalışmanın ana konusu problem çözme stratejilerini matematiksel süreç becerilerine göre bir sınıflamaya tabi tutmaktır. Bu ana konu doğrultusunda yapılan bu çalışmada literatürde en çok yer alan problem çözme stratejilerinin matematiksel süreçlere (1-Durumları, problemleri matematiksel olarak *formüle etm*e, 2-Matematiksel kavramları, gerçekleri, yöntemleri kullanma ve akıl *yürütme* 3- Matematiksel çıktıları *yorumlama, uygulama ve değerlendirme*) göre sınıflandırılması, problem çözme stratejileri eğitiminin etkisi ve problem çözme stratejileri ile matematik okuryazarlık başarı düzeyleri arasındaki ilişkinin ortaya konulması amaçlanmıştır.

Öğretim programı gerçek yaşamla ilişkili olmalıdır (Altun & Akkaya, 2014). Çünkü öğrenciler, okulda verilen eğitimi okul dışındaki yaşantılarında kullanıyorlarsa verilen eğitim başarıya ulaşmış olur (Jacobs, 1989). Öğretim programları incelendiğinde programların hedeflerinde öğrencilerin gerçek yaşam durumlarına hazırlıklı bireylerin yetiştirilmesinin hedeflendiği görülmektedir. Altun ve Akkaya (2014) çalışmasında öğretmenlerin öğretimin içeriklerinin gerçek hayattan kopuk olduğunu ifade ettiklerine değinmektedir. Benzer olarak Temel (2012) çalışmasında öğrencilerin okulda öğrendikleri bilgi ve becerilerin çok az bir kısmını gerçek yaşamda kullanabildiklerini ve bu bilgi ve becerileri, karşılaştıkları problemlere uygulamakta güçlük çektiklerini ifade etmektedir. Öğrencilerin öğrendiklerini nerede kullanacağını bilmemesi öğrenme güçlüğü yaşamalarına neden olmaktadır (Durmuş, 2004). Öğrenciler ders kitaplarında veya okulda karşılaştıkları bilgilerle okul dışındaki yaşamlarında karşılaştıkları arasında bir bağlantı kuramadıkları zaman bu bilgileri neden ve niçin öğrenmeye çalıştıklarını sorgulamaktadır.

Problem çözmenin sistematiğini kazanan bir öğrenci nerde, neyi ve niçin yaptığının farkında olur (Altun, 2014). Problem çözme stratejilerinin matematiksel süreç becerilerine göre sınıflandırılmasının öğrencilerin öğrendikleri bilgiler ile gerçek yaşam durumları arasında bağlantı kurmalarını kolaylaştıracağı, bu sınıflandırma ile problem çözme stratejilerinin içerdiği süreçler ortaya konularak daha nitelikli öğrenmelerin gerçekleştirileceği düşünülmektedir. Problem çözme stratejilerin süreç becerilerine göre sınıflandırılması, bu stratejilere ilişkin matematiksel bilgilerin etkili bir şekilde algılanmasını, içselleştirilmesini sağlayacağı söylenebilir. Ortaokul matematik öğretim programı incelendiğinde programda problem çözme stratejilerinin eğitimine ve öğretimine ilişkin ayrıntılı bilgilerin yer almadığı, sınıf düzeylerine göre problem çözme stratejilerinin sınıflandırılmadığı ve bir problemin çözümüne ilişkin problem çözme stratejilerinin detaylı olarak yer almadığı görülmektedir. Problem çözme stratejilerinin matematiksel süreç becerilerine göre sınıflandırılması stratejilerin içerdiği süreçlerin belirlenmesine imkan sağlayarak gerçekleştirilecek olan problem çözme strateji eğitimlerinin sistemli olarak öğretilmesine katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Bu eğitimlerin yapılan sınıflandırma doğrultusunda bir süreç becerisini içeren stratejiler, daha sonra birden fazla süreç becerisini içeren stratejiler şeklinde gerçekleştirilmesinin etkili ve kalıcı öğrenme sağlayacağı düşünülmektedir. Ayrıca böyle bir sınıflandırma ile öğrencilerin bilişsel gelişim düzeyleri dikkate alınarak bu doğrultuda problem çözme stratejilerinin öğretiminin de gerçekleştirilebileceği ve bu durumdan hareketle problem çözme stratejileri eğitimine yeni bir bakış açısı getireceği söylenebilir.

Problem çözme stratejilerinin anlatıldığı çalışmalar incelendiğinde (Altun, 2014; Baykul, 2014; Krulik & Rudnick, 1989; Posamentier & Krulik, 2009) problem çözme stratejilerinin genel olarak anlatıldığı ve ilgili stratejilere yönelik problemlere değinildiği görülmektedir. Problem çözme stratejilerinin matematiksel süreç becerilerine göre sınıflandırılması bu yönde gerçekleştirilen ilk çalışma olacağından problem çözme stratejilerine yönelik çalışmalara ve strateji eğitimine yeni bir bakış açısı getirecektir.

Ülkelerin matematik okuryazarlık düzeylerine ilişkin bilgilerin sunulduğu PISA uygulamalarına ilişkin veriler incelendiğinde ülkemizin istenilen başarıyı elde edemediği görülmektedir. Bu durum eğitimle ilgili birçok tartışmayı da beraberinde getirmekte ve öğrencilerin matematik okuryazarlık düzeyini yükseltecek yeniliklerin öğretim programında yer alması gerektiği düşünülmektedir. Bu doğrultuda matematik okuryazarlık düzeyini arttıracak argümanların belirlenmesi öğrencilere verilen matematik eğitiminin etkililiği açısından önemli olacaktır. Gerçekleştirilen problem çözme strateji eğitiminin matematik okuryazarlık başarı düzeyine etkisi de incelmiştir. Ayrıca problem çözme ve matematik okuryazarlığına ilişkin literatür incelendiğinde problem çözme stratejileri ile matematik okuryazarlığı arasındaki ilişkiyi inceleyen yeterince çalışma olmadığı görülmektedir. Bu doğrultuda yapılan bu çalışmada problem çözme stratejilerinin matematik okuryazarlığı açısından önemi ve iki kavram arasındaki ilişki de belirlenmiştir. Ayrıca çalışmada problem çözme stratejileri eğitiminin kalıcılığı açısından da incelemeler yapılması, sekizinci sınıf düzeyi açısından Altun ve Arslan (2006) ve Taşpınar'ın (2011), problem çözme stratejileri eğitimi açısından ise Dönmez (2002), Eisenmann, Novotná, Přibyl ve Břehovský (2015), Emre (2008), Hoon, Kee ve Singh (2013), Lee, Yeo ve Hong (2014), Ramnarain (2014), Sulak (2005) ve Yazgan ve Bintaş'ın (2005) çalışmalarıyla farklılık göstermektedir.

Genel olarak bu çalışmadan iki temel yarar beklenebilir. Bunlardan birincisi süreçlerin her birinde etkin olan strateji(-lerin) belirlenmesi ile problem çözme strateji öğretiminin daha nitelikli olarak planlanmasına fırsat sağlayarak problem çözme eğitimine yararı olabilir. İkincisi ise elde edilecek sonuçların matematik okuryazarlığı eğitimine katkısı olabilir. Süreç becerilerinde kullanılan stratejilerin işe koşulması ile daha nitelikli matematik okuryazarlığı eğitimleri hazırlanabilir.

### 1.3. Araştırma Problemleri

1. Matematiksel süreçlerin her birinde hangi problem çözme stratejileri yer almaktadır?
2. Problem çözme strateji eğitiminin öğrencilerin matematik okuryazarlık başarı düzeyine etkisi nedir?
3. Matematik okuryazarlığı başarısını yordamada problem çözme stratejilerini kullanma başarısının gücü nedir?

### 1.4. Araştırmanın Alt Problemleri

1.1. Problem çözme stratejilerinden hangisi(-leri) formüle etme sürecinde yer almaktadır?

1.2. Problem çözme stratejilerinden hangisi(-leri) yürütme sürecinde yer almaktadır?

1.3. Problem çözme stratejilerinden hangisi(-leri) yorumlama, değerlendirme sürecinde yer almaktadır?

2.1. Deney grubu ile kontrol grubunun problem çözme testi ön testleri arasında anlamlı farklılık var mıdır?

2.2. Deney grubu ile kontrol grubunun problem çözme testi son testleri arasında anlamlı farklılık var mıdır?

2.3. Deney grubu ile kontrol grubunun problem çözme testi kalıcılık testleri arasında anlamlı farklılık var mıdır?

2.4. Deney grubunun problem çözme testi, ön testleri, son testleri ve kalıcılık testleri arasında anlamlı farklılık var mıdır?

2.5. Kontrol grubunun problem çözme testi ön testleri, son testleri ve kalıcılık testleri arasında anlamlı farklılık var mıdır?

2.6. Deney grubu ile kontrol grubunun matematik okuryazarlık testi ön testleri arasında anlamlı farklılık var mıdır?

2.7. Deney grubu ile kontrol grubunun matematik okuryazarlık testi son testleri arasında anlamlı farklılık var mıdır?

2.8. Deney grubu ile kontrol grubunun matematik okuryazarlık testi kalıcılık testleri arasında anlamlı farklılık var mıdır?

2.9. Deney grubunun matematik okuryazarlık testi ön testleri, son testleri ve kalıcılık testleri arasında anlamlı farklılık var mıdır?

2.10. Kontrol grubunun matematik okuryazarlık testi ön testleri, son testleri ve kalıcılık testleri arasında anlamlı farklılık var mıdır?

3.1. Problem çözme stratejileri ile matematik okuryazarlığı arasında anlamlı bir ilişki var mıdır?

3.2. Problem çözme stratejileri matematik okuryazarlık başarısının ne ölçüde yordayıcısıdır?

**1.5. Sayıltılar**

Araştırmanın ölçeklerindeki problemlerle ilgili uzman görüşlerinin yerinde ve yeterli olduğu varsayılmıştır.

Problem çözme testinde bulunan problemlerin öğrencilerin problem çözme stratejilerini kullanma düzeylerini yansıttıkları kabul edilmektedir.

Problem çözme testinde bulunan problemlerin ilgili oldukları stratejinin kullanım düzeyini ortaya koyduğu kabul edilmektedir.

Matematik okuryazarlığı ölçeğinde bulunan problemlerin öğrencilerin matematik okuryazarlık başarı düzeylerini yansıttığı kabul edilmektedir. Matematik okuryazarlık testindeki problemlerin PISA uygulamalarından sonra açıklanan raporlarında belirtildiği üzere ilgili okuryazarlık düzeyinde oldukları kabul edilmiştir.

Deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin veri toplama araçlarını dikkatli bir şekilde, açık, tarafsız ve samimi olarak cevapladıkları kabul edilmektedir.

### 1.6. Sınırlılıklar

Yapılan bu çalışmada ilkokul ve ortaokul düzeyinde yapılan çalışmalarda en çok yer alan sistematik liste yapma, tahmin ve kontrol, diyagram çizme, bağıntı bulma, değişken kullanma, basitleştirme, geriye doğru çalışma, tablo yapma ve muhakeme etme stratejileri olmak üzere 9 problem çözme stratejisi matematik süreç becerilerine göre sınıflandırılmıştır.

Problem çözme testi, belirlenen 9 problem çözme stratejisinin her biriyle ile ilgili ikişer problem olmak üzere toplamda 18 problemle sınırlandırılmıştır.

Matematik okuryazarlık testi, her bir matematik okuryazarlık başarı düzeyinde 4 problem, her bir içerik alanı (Çokluk, Uzay ve Şekil, Değişim ve İlişkiler, Belirsizlik ve Veri) için ise 6 problem olmak üzere toplamda 24 matematik okuryazarlık problemiyle sınırlandırılmıştır. PISA uygulamalarında serbest bırakılan matematik okuryazarlığı problemlerinde nicelik içerik alanında 6. düzeyde, uzay ve şekil içerik alanında ise 4. düzeyde bir probleme rastlanılamamıştır. Bu düzeylerde serbest bırakılan problemlerin olmaması araştırmanın başka bir sınırlılığıdır.

Her bir strateji için problem çözme testinde ilgili olduğu düşünülen iki problem incelenerek sınıflandırma ortaya konulmuştur. Bu doğrultuda problem çözme stratejilerinin matematiksel süreç becerilerine göre sınıflandırılması, problem çözme testinde yer alan problemlerin çözümleri dikkate alınarak gerçekleştirilmiştir.

Araştırma 2015-2016 eğitim öğretim yılında Çanakkale ili kent merkezindeki bir devlet okulunda öğrenim gören 21 deney, 21 kontrol grubu olmak üzere toplam 42 sekizinci sınıf öğrencisiyle yürütülmüştür.

Problem çözme stratejileri eğitimi her bir stratejinin eğitimi için 1 ders saati olmak üzere 5 hafta (10 ders saati) ile sınırlandırılmıştır.

Problem çözme strateji eğitimlerindeki her bir ders saatinde ilgili problem çözme stratejisine ilişkin 4 problemin çözümü gerçekleştirilmiştir.

## 1.7. Tanımlar

**Matematik Okuryazarlığı:** "Bireylerin çeşitli kapsam ve içeriklere yönelik olarak formülleştirebilme, matematiği işe koşabilme ve yorumlayabilme kapasiteleridir" (OECD, 2013b, s. 25).

**Matematiksel Süreç Becerileri:** Bireylerin formüle etme, yürütme ve yorumlama, değerlendirme becerilerini içermektedir.

**Problem Çözme Stratejileri Eğitimi:** Bu araştırmada literatürde en çok yer alan 9 problem çözme stratejisine yönelik geliştirilen ders planları çerçevesinde deney grubu öğrencileriyle gerçekleştirilen eğitimlerdir.

# 2. Bölüm

# Kuramsal Çerçeve ve İlgili Literatür

Bu bölümde problem, problem çözme, problem çözme stratejileri, PISA, PISA değerlendirme çerçeveleri, matematik okuryazarlığı ve matematiksel süreçler ile ilgili kuramsal bilgiler verilmektedir. İlerleyen kısımlarda problem çözme ve PISA ile ilgili literatür taraması sunulmuştur.

## 2.1. Problem nedir?

Problem denilince genellikle matematik ders kitaplarında karşılaşılan dört işleme dayalı matematik problemleri akla gelmektedir (Altun, 2014). Problemin ne olduğuyla alakalı literatür incelendiğinde farklı tanımlarla karşılaşıldığı görülmektedir. Dewey problemi, “insan zihnini karıştıran ona meydan okuyan ve inancı belirsizleştiren her şey” olarak ifade etmektedir (Akt. Baykul, 2014, s. 53). Schoenfled (1985) ise problemi, cevaplanması zor veya içerisinde belirsizliği barından araştırma ve yaratıcı düşünmeyi gerektiren sorular şeklinde tanımlamaktadır. Bloom ve Niss (1991)  problemi, belirli açık sorular taşıyan, bireyin ilgisini çeken ve bireyin bu soruları cevaplayabilecek düzeyde algoritma ve yöntem bilgisinin bulunmadığı bir durum olarak ifade etmektedir. Başaran’ın (1993, s. 369) tanımına göre problem, “bireyi rahatsız eden ve çözüm bekleyen maddi ve manevi her şeydir”. Olkun ve Toluk (2004) problemi, kişide çözme arzusu uyandıran hali hazırda çözüm için bir prosedürü olamayan fakat kişinin bilgi ve deneyimlerini kullanarak çözebileceği durumlar olarak tanımlamaktadır. Matematik öğretim programında problem “Çözüm yolu önceden bilinmeyen ve çözümü aşikar olmayan sorular” olarak ifade edilmektedir.

Yapılan tanımlar incelendiğinde problemlerin üç temel özelliği karşımıza çıkmaktadır:

1. Problem, bireyi rahatsız eden bir güçlüktür.
2. Problem, bireyin karşılaştığı güçlüğü çözüm arama ihtiyacı hissettiği bir durumdur.

3. Bireyin, karşılaştığı bu problem durumunu hemen çözüme kavuşturacak bir hazırlığının olmamasıdır.

Bu temel özellikler incelendiğinde kişinin karşılaştığı bir sorun onu rahatsız etmekte ve kişi bu sorunu ortadan kaldırmak için çözüm arayışına girmektedir. Karşılaşılan bu sorun, çözüme kavuşturulduktan sonra problem olmaktan çıkar. Bir kişi için problem olan bir durum başka kişi için problem olmayabilir (Bodner & Domin, 2000; Kanadlı & Sağlam, 2013). Örneğin “Marketten aldığım 13 yumurtanın 4 tanesi yolda kırıldı, geriye kaç yumurta kaldı?” sorusu birinci sınıf öğrencileri için bir problem teşkil edebilir, bu soruda birinci sınıf öğrencileri sorunun çözümü için çeşitli şekil ve resimler çizebilir. Sekizinci sınıf öğrencisi ise bu soruyla daha önce karşılaştığı için basit bir çıkarma sorusu olarak algılar ve bu soru onun için bir güçlük içermez.

**2.2. Problem Türleri**

Literatür incelediğinde problemlerin çeşitli bakış açılarına göre sınıflandırıldığı görülmektedir. Bu sınıflamalar sunuş, içerik ve çözüm açısından yapılmaktadır (Özmen, Taşkın & Güven, 2012). Matematik eğitiminde genellikle problemler rutin (sıradan) ve rutin olmayan (sıra dışı) problemler olarak sınıflandırılmıştır (Altun, 2014; Artut & Tarım, 2009; Gök & Sılay, 2008; Mabilangan ve diğerleri, 2011; Mahlios, 1988; Orton & Wain, 1994; Polya,1985; Van De Walle, 2001). Bu doğrultuda matematik eğitiminde rutin ve rutin olmayan problemlerin öneminin büyük olduğu söylenebilir (Işık & Kar, 2011).

**2.2.1. Rutin (sıradan) problem.** Rutin problemler, bazı kural veya algoritmalar ile çözülebilen sade alıştırmalar olarak ifade edilmektedir (Polya, 1957). Rutin problemler yabancı literatürde sözel problem (verbal problem), kelime problemi (word problem) veya hikaye problemi (story problem) olarak bilinmektedir (Altun, 2014; Gök & Sılay, 2008; Kılıç, 2009; Ulu, 2011). Sınıfta öğrenilen formüllerle çözülebilen problemler olarak (Mabilangan ve diğerleri, 2011) görülen rutin problemler, gerçek hayatta sık karşılaşılan durumlardan oluşturulmuş problem durumları olarak da karşımıza çıkmaktadır (Altun, 2014). Daha önceden öğrenilmiş olan algoritmaların doğrudan uygulanmasıyla çözülebilen rutin problemler, genellikle ders kitaplarında bulunur ve sınıfta eğitim esnasında karşılaşılır (Ramnarain, 2014). Öğretimi yapılan bir kural, formül veya algoritmada öğrencilerin pratik kazanmaları ve bu durumlarda kendilerini geliştirmeleri için bu tarz problemler öğrencilere yöneltilmektedir. Dört işlem olarak bilinen, toplama, çıkartma, çarpma ve bölme işlemlerinin bir kısmı veya tümüyle çözülebilen çoğu problem rutin problemlere örnek olarak verilebilir (Altun, 2014). Rutin problemler sadece öğrencilerin çoğu zaman çözdüğü bir iki basamaklı problemler olmayıp aynı zamanda öğrencilerin alışık olduğu formül veya metotlar gerektiren bilişsel olarak ilgi çekici çok aşamalı problemler olarak karşımıza çıkmaktadır (Woodward ve diğerleri, 2012).

Polya (1981) rutin problemleri, önceden çözülen bir problemin benzeri veya öğrenilen bir formülün başka bir duruma uyarlanmasını gerektiren bir durum olarak ifade etmektedir. Günlük hayatta karşılaşılan, dört işlemle çözüme kavuşturulabilen rutin problemler; çocukların günlük yaşamdaki işlem becerilerinin gelişmesi, problemlerdeki bilgilerin matematiksel dile dönüştürülmesi ve bu bilgilerin matematiksel olarak ifade edilmesi bakımından önemli olarak görülmektedir (Yazgan, 2007). Rutin problemler, problem çözme sistematiğinin gelişmesinde önemli görülmektedir, fakat bu tür problemler zamanla sıradan hale dönüşerek formüler hale gelebilmektedir (Altun, 2014). Bu problemlerin öğretiminin amacı öğrencilerin günlük hayatta kullandıkları işlem becerilerinin geliştirilmesi, problemde sözel olarak geçen verilerin matematiksel dile aktarılmasının öğretilmesi ve problem çözme için gerekli olan temel becerilerin kazandırılmasıdır (Gök & Sılay, 2008). Rutin problemler, rutin olmayan problemlere göre daha az çaba gerektirmekte ve bu problemlerin çözüm yolları açık olarak görülebilmektedir. Polya (1957), öğrencilere rutin problem dışında başka bir problemin çözdürülmemesinin affedilemez bir hata olduğunu, öğrencilerin hayal gücünü olumsuz yönde etkileyebileceğini belirtmektedir. Bu bakımdan matematik eğitiminde rutin problemlerin yanı sıra rutin olmayan problemlerin de yer verilmesi öğrencilerin zihinsel bilgi ve becerilerin gelişmeleri açısından olumlu yönde etkiler sağlayacağı düşünülmektedir.

**2.2.2. Rutin olmayan (sıra dışı) problem.** Polya'nın dört aşamalı modeli ortaya atıldıktan sonra öğrencilerin biliş üstü becerilerini geliştirmek amacıyla rutin olmayan problemlere ilgi artmıştır (Santos-Trigo, 1998). Literatürde rutin olmayan problemlerin; bilinen bir yöntem veya formül ile çözülemeyen, çözümünde öğrencilerin verileri ayrıntılı olarak analiz etmesini ve çözümünde üretici bir girişimde bulunmayı gerektiren ve bir veya birden fazla strateji kullanılarak çözülebilen problemler (Artut & Tarım, 2009), rutin problemlere göre daha fazla düşünme gerektiren, çözümü açık bir şekilde görülmeyen problemler (Polya, 1957), bilinenin dışında yöntem ve stratejilerin kullanımını gerektiren, karşılaşıldığında bilişsel dengeyi bozan ve öğrencilerin zihinlerini zorlayan problemler (Inoue, 2005) gibi çeşitli tanımların yapıldığı görülmektedir.

Rutin olmayan problemlerin apaçık bir çözüm yöntemi yoktur, fakat problem durumunun anlaşılmasını, problemin çözümü için strateji kullanımını ve yaratıcı düşünmeyi gerektirir (Elia ve diğerleri, 2009). Bu tür problemler öğrencilerin yaratıcı düşünme, ilişki-örüntü arama ve ispat becerilerini geliştirir (Altun, 2014). Ayrıca öğretimde rutin olmayan problemlerin kullanılması, öğrencilerin problem çözme becerilerini geliştirmektedir (Mabilangan ve diğerleri, 2011; Stanic & Kilpatrick, 1988). Problem çözme yaklaşımında rutin olmayan problemler; çeşitli çözümler, stratejiler ve yaklaşımlar için geniş imkânlar sağlar. Öğrencilerin zihinsel gelişimleri açısından rutin olmayan problemler incelendiğinde bu tür problemler öğrencilerin uygulama, analiz, sentez ve üretme gibi üst düzey düşünme becerilerinin kullanımını gerektiren gerçekçi durumlarla karşılaşmalarını sağlar (Mabilangan ve diğerleri, 2011). Bir başka değişle rutin olmayan problemler, kavramsal bilginin ötesine geçip, muhakeme etme ve üst düzey düşünme becerileri gerektirmektedir (Kolovou ve diğerleri, 2009).

Rutin olmayan problemlerin çözümündeki amaç, problem çözmenin mantığını ve doğasını kavrama, karşılaşılan problemle ilgili uygun stratejiyi seçme, seçilen stratejiyi uygulama ve elde edilen sonuçları yorumlama yeteneklerinin geliştirilmesidir (Kılıç, 2009). Bir başka amaç ise, gerçek yaşamda karşılaştıkları problemlerin üstesinden gelebilecek nitelikte bireylerin yetiştirilmesine katkı yapması olarak da düşünülmektedir. Rutin olmayan problemlerin çözümünde izlenilen yollar ve yöntemler öğrencilerin gerçek yaşamda karşılaşabilecekleri farklı problemlerin çözümünde öğrencilere ipuçları sağlayarak öğrencileri yaşama hazırladığı söylenebilir. Bu düşünceler göz önüne alındığında matematik öğretim programında yer alan problem çözme becerileri rutin olmayan problemler kapsamında düşünülmektedir (MEB, 2013a).

Matematik derslerinde öğrencilere rutin olmayan problemlerle ilgili zaman tanınarak öğrencilerin problem çözme becerilerini geliştirmeleri için fırsatlar sunulmalıdır (MEB, 2013a). Bu tür problemlerin çözümünde öğrencilerin her bir strateji ile ilgili dinamikleri öğrenmeleri gerekmektedir (Posamentier, 2009). Yapılan çalışmalar göstermektedir ki; öğrencilere problem çözme stratejilerinin öğretimi rutin olmayan problem çözme becerilerinin gelişimine katkı sağlamaktadır (Altun & Arslan 2006; Altun & Memnun, 2008; Artut & Tarım, 2006; Çelebioğlu & Yazgan 2009; Dönmez, 2002; Elia ve diğerleri, 2009; Yazgan & Bintaş, 2005; Yazgan, 2007).

### 2.3. Problem Çözme

Problemler bazen açık veya örtülü olarak gerçek yaşam durumlarının modellemesi şeklinde karşımıza çıkmaktadır. Problemlerin doğası gereği her problem çözüme kavuşturulmayı beklemektedir. Problem çözme, gerçek yaşamda karşımıza çıkan bu problemlerin çözümünde önemli bir süreç olarak görülmektedir ve genel olarak zor matematiksel görevlerin çözümü olarak karşımıza çıkmaktadır (Karp & Wasserman, 2014). Problem çözme sadece doğru sonucu bulma olarak algılanmasının yanı sıra bilişsel süreç ve becerileri içeren bir durum olarak ifade edilmektedir (Altun, 2014). Literatürde problem çözme ile ilgili tanımlar incelendiğinde problem çözmenin, karşılaşılan problemlerin çözüme kavuşturulmasında, öğrencilerin çeşitli alanlarda bilgi, beceri ve yeteneklerinin gelişmesinde, matematik öğretiminde ve matematiksel becerilerin kazandırılmasında önemli katkıları olduğu söylenebilir.

Problem çözmeye ilişkin literatürde geçen bazı tanımlar incelendiğinde; Altun (2014, s. 74) problem çözmeyi "ne yapılacağının bilinmediği durumlarda yapılması gerekeni bilmektir" şeklinde tanımlamaktadır. NCTM (2000) ise problem çözmeyi önceden çözüm yönteminin bilinmediği bir iş içerisinde bulunma olarak ifade etmektedir. Yapılan bu tanımlardan hareketle problem çözme bir problem durumunun çözüme kavuşturulması için gerekli olan eylemler dizisi olarak karşımıza çıkmaktadır. Problem çözme, problemi sadece çözüme kavuşturma, doğru sonucu bulma olarak düşünülmekle beraber zihinsel beceri gerektiren bir süreçtir. Bu süreç karşılaşılan güçlükten kurtulmanın yanı sıra bilinçli ve sistemli bir şekilde hareket etmeyi gerektirmektedir.

Bilişsel ve bilimsel bir araştırma süreci (Gök & Sılay, 2008) olarak da tanımlanan problem çözme, öğrencilerin kavramları anlamalarına yardımcı olan bir araç (Laterell, 2013), onların düşünme süreçlerinin ve zihinsel becerilerinin gelişmesinde önemli bir etkendir (Ho, 2009). Problem çözme insan neslinin varlığını sürdürebilmesi için en temel yetenektir (Altun, 2014, s. 74). Öğrencilerin gerçek yaşamda karşılaştıkları problemlerin üstesinden gelebilmeleri ve sahip oldukları bilgi ve becerilerin gelişiminde problem çözmenin önemli rol oynadığı görülmektedir. Öğrenciler problem çözme sürecinde karşılaştıkları durumları sorgulayarak, zihinsel süreçleri kullanarak sonuca ulaşmaya çalışırlar. Sorgulama ve çözüm yolu arama sürecinde öğrenciler, yaşadıkları olayları ve çözüme ulaşmak için izlediği yolları içselleştirerek yeni becerilerin kazanılması, yaratıcılığın geliştirmesi ve kavramların anlamlandırılması açısından önemli birikimler elde eder.

Problem çözmenin karşılaşılan güçlüklerin giderilmesi, öğrencilerin bilgi, beceri ve zihinsel gelişimleri açısından önemli katkıda bulunmasının yanı sıra matematiğe de önemli katkılarının olduğu yapılan çalışmalarda ifade edilmektedir (Bal, 2015; Dündar, 2015; Ho, 2009; NCTM, 2000; MEB, 2013a). Bu doğrultuda problem çözme matematiğin en önemli parçalarından biri olarak görülmektedir (Williams, 2003). Problem çözmenin, matematiksel düşünmeyi etkilediği, matematik öğrenmeyi kolaylaştırdığı ve matematiğin temel taşı olduğu söylenebilir (NCTM, 2000). Bu bakış açısına göre problem çözme matematik öğretimi için bir araç değil aynı zamanda matematik öğretiminin temeli, ayrılmaz bir parçası olarak görülmektedir.

Öğrencilerin karmaşık problemlerin üstesinden gelebilmeleri için onlara fırsatlar sağlanmalıdır (NCTM, 2000). Problemleri çözme sürecinde düşüncelerini ortaya koymaları ve çözüm için strateji geliştirmeleri için desteklenmeli ve cesaretlendirilmelidir. Daha önce karşılaşmadıkları problem durumlarında öğrencilerin bu problemi çözme sürecinde yaşadıkları düşünme süreçleri, çözüm için geliştirdikleri stratejiler öğrencilerin gerçek yaşam durumlarında karşılaşabilecekleri problemlerin veya problem durumlarının üstesinden gelebilmeleri açısından önemlidir. Yaşanan problem çözme süreci öğrencilere, karşılaşabilecekleri farklı problem durumları için çeşitli ipuçları sağlayarak veya daha önceki problem durumlarında geliştirdikleri stratejileri kullanarak öğrencilerin alışık olmadıkları problem durumlarının çözümü için fırsat sunar. Bu bağlamda problem çözme, matematik öğretim programı içerisinde yer alan her konu için geliştirilmesi beklenen temel bir beceridir (MEB, 2013a). Problem çözme öğrencilerin beceri kazanmalarında, yaratıcılıklarının ve zihinsel becerilerinin gelişiminde ve matematikle ilgili olan temel kavramların öğretiminde önemli rol oynamaktadır (Bal, 2015).

## 2.4. Problem Çözme Süreci

Her problem rutin uygulamalarla çözülemez (Carpenter, Corbitt, Kepner, Lindquist & Reys, 1980). Problemlerin çözümü için uygulanabilecek belirli bir çözüm yolu veya yöntemi yok, problem çözmenin bir sistematiği vardır (Altun,2014; Baykul, 2014). Bütün problemlerin çözümü için belli bir yol veya yöntem olmadığı göz önüne alındığında problemlerin çözümünde izlenilecek olan süreç problemlerin çözümü açısından önem kazanmaktadır. Problem çözme süreci "net olarak tasarlanan fakat hemen ulaşılamayan bir hedefe varmak için kontrollü etkinliklerle araştırma yapma" şeklinde tanımlanmaktadır (Altun, 2014, s. 74). Tanım incelendiğinde problem çözmenin kendi içerisinde bir süreci barındırdığı yani problem çözmenin bir süreç olduğu söylenebilir (Kneeland, 2001; Williams, 2003).

Matematiğin eğitiminin temel amacı öğrencilerin problem çözme becerilerini geliştirmektir (MEB, 2013a). Bu düşünceden hareketle matematik öğretiminin en önemli amaçlarından bir tanesi iyi problem çözebilen bireyler yetiştirmektir (Billstein, Libeskind & Lott, 2007). Çünkü matematiksel bilginin algılanması, içselleştirilmesi ve oluşturulması matematiksel problem çözme sürecinde meydana gelir (Soytürk, 2011). Problem çözme süreci içerisinde öğrencilerin kullandıkları veya geliştirdikleri stratejiler problemlerin çözümü için önemlidir. Problem çözme konusunda literatürde bazı araştırmacılar problem çözme süreçlerini tanımlamışlardır. Literatürde problem çözme sürecinin üç (Charles, Lester & O' Daffe, 1994), dört (Polya, 1990), beş (Schoefeld, 1985; Stevens, 1998), altı (Kneeland, 2001; Forgan, 2003), yedi (Dewey, 1991; Akt. Ilgın & Arslan, 2012) ve sekiz (Bingham, 1998) adımda açıklandığı çalışmalar bulunmaktadır.

Charles, Lester ve O' Daffe (1994) problem çözme sürecini "1-Problemi anlama, 2-Problemi çözme ve 3-Soruna yanıt arama" olarak üç aşamada incelemiştir. Schoenfeld (1985) ise problem çözme sürecini; a) analiz (analysis), b) tasarım (design), c) araştırma (exploration), d) uygulama (implementation) ve e) doğrulama (verification) olarak aşamalandırmıştır. Stevens (1998) problem çözme sürecini, problemi fark edip tanımlama, analiz etme, olası çözümler geliştirme, çözümü değerlendirme ve en uygun çözümü işe koşma şeklinde açıklamıştır. Kneeland (2001, s. 14) ise çalışmasında problem çözme sürecinde altı adımlı modelden bahsetmektedir. Bu altı adım 1-Problemin anlaşılması, 2-Gerekli bilgilerin toplanması, 3-Problemin köküne inme, 4-Çözüm yollarını geliştirme, 5-En iyi çözüm yolunun seçimi ve 6-Problemi çözme basamaklarından oluşmaktadır. Forgan'ın (2003) tanımladığı aşamalar ise problemi tanımlama, problem çözümü için beyin fırtınası yapma, çözümlerin engellerini tanımlama, çözümlere tekrar bakıp birini seçme, çözümleri deneyerek geçerli kılma, uygulanan çözümü değerlendirmedir. Dewey (1991; Akt. Ilgın & Arslan, 2012, s.159) ise problem çözme aşamalarını; "1- Problemin sınırlarını saptamak, 2-Problemin nedenlerini araştırarak bilgi toplamak, 3-Hipotezler kurarak çeşitli çözüm yolları belirlemek, 4-Çözüm yollarının probleme uygunluğunu belirlemek, 5-Problemi çözmek, 6-Çözümü test etmek ve 7-Çözümü uygulamak" şeklinde tanımlamaktadır.

Bingham problem çözme sürecindeki işlem basamaklarını şu şekilde sıralamıştır (1998, s. 26):

1. Problemi tanımak ve onunla uğraşmak ihtiyacını duymak.
2. Problemi açıklamaya, niteliğini, alanını tanımaya ve onunla ilgili ikincil (tali) problemleri kavramaya çalışmak.
3. Problemle ilgili veri ve bilgileri toplamak.
4. Problemin özüne en uygun düşecek verileri seçmek ve düzenlemek.
5. Toplanmış verilerin ve problemle ilgili bilgilerin ışığı altında çeşitli muhtemel çözüm yollarını tespit etmek.
6. Çözüm şekillerini değerlendirmek ve duruma uygun olanlar arasından en iyisini seçmek.
7. Kararlaştırılan çözüm yolunu uygulamak.

8. Kullanılan problem çözme yöntemini değerlendirmek.

Problem çözme sürecinin açıklanmasıyla ilgili en fazla kabul gören sürecin George Polya'nın dört aşamalı süreci olduğu belirtilmektedir (Altun & Arslan, 2006; Muir, Beswick & Williamson, 2008; Olkun & Toluk-Uçar, 2006). Polya'nın tanımladığı dört aşama şu şekildedir:

1. Problemin anlaşılması
2. Problemin çözümü için bir strateji belirlenmesi
3. Stratejinin uygulanması
4. Değerlendirme

Bu aşamaların bilinmesi ve bu aşamalara göre çözümün planlanması, problemin çözümüne ulaşılmasını kolaylaştırır. Her bir aşama ile ilgili ayrıntılı bilgi aşağıda verilmektedir.

**2.4.1. Problemin anlaşılması.** Bu süreçte problemde verilenlerin neler olduğu, istenilen veya istenilenlerin neler olduğu, koşulların ne olduğu ve bilinmeyenin ne olduğu açıklanabilir. Problemin anlaşılması problem çözmenin en önemli basamaklarından biridir. Çünkü anlaşılamayan bir problemin çözümü için herhangi bir plan tasarlanamaz ve çözüm için strateji geliştirilemez. Problemlerde verilenlerin, istenilenlerin çözen kişi tarafından kısa bir özetinin yapılması, problemin açıklanması, semboller ve şekillerle problemin yeniden yazılması problem ile ilgili kritik davranışların ortaya konulmasını sağlar.

Polya (1990) problemin anlaşılması aşamasında aşağıdaki adımların izlenmesinden ve bazı sorulara cevap aranması gerektiğinden bahsetmektedir:

- Problemin öncelikle iyi anlaşılması gerekir.
- Problemde bilinmeyen nedir? Verilen nedir? Koşullar nelerdir?
- Verilen şartlar içerisinde problemin çözümüne ulaşmak mümkün müdür? Verilenler vasıtasıyla bilinmeyene ulaşılabilir mi?

- Bir şekil çizin ve uygun olan gösterim biçimlerini ortaya koyun
- Problem durumlarını çeşitli parçalara ayırarak ifade edin

Baykul (2014, s. 67) bu aşama ile ilgili kritik davranışları şöyle sıralamaktadır:

a) Problemde verilenlerin ve istenilenlerin neler olduğunun belirtilmesi
b) Problemi, öğrencinin kendi ifadesiyle söylemesi veya açıklaması
c) Probleme uygun (onu açıklayan) bir şekil veya şema çizilmesi
d) Problemin özet olarak yazılması

Altun (2014, s. 77) ise bu basamakta cevap aranacak iki temel sorudan bahsetmektedir. Bu sorular:

1) Veriler nelerdir, koşullar nelerdir?
2) Bilinmeyen nedir?

Öğrenciler bu iki soruya tam olarak cevap verebiliyorsa problemi anladığından söz edilebildiği eğer bu sorulara cevap verilebiliyorsa bu soruların devamında “Problemde eksik ya da fazla bilgi var mıdır? Varsa bunlar nelerdir” sorusunun yöneltilmesi gerektiği ifade edilmektedir.

Yapılan çalışmalarda öğrencilerin okuduğunu anlama becerisiyle problem çözme becerisi arasında anlamlı bir ilişki olduğunu ifade edilmektedir (Çavuşoğlu, 2010; Akın ve Çeçen, 2014). Memnun (2015) çalışmasında öğrencilerin problemi anlama konusunda yetersizliklerinin olduğunu belirtmektedir. Öğrencilerin iyi bir problem çözücü olabilmeleri için problem çözme süreçlerini ve aşamalarını etkili bir biçimde yönetmeleri ve bu aşamaları bilmeleri gerekmektedir. Öğrencilerin problemin anlaşılmasında yaşadığı sıkıntılar problemlerin çözümüne yansımakta anlaşılamayan problemin çözümü de zorlaşmaktadır. Bu bakımdan problemin anlaşılması hem diğer adımlara geçiş açısından hem de problemin çözüme kavuşturulması açısından önemlidir.

**2.4.2. Problemin çözümü için bir strateji belirlenmesi.** Bu basamak problemde verilenler ile bilinmeyen arasındaki ilişkilerin araştırıldığı, problemle ilgili olan bilgilerin seçildiği, bilinmeyeni bulmak için stratejilerin belirlenmeye çalışıldığı ve çözüm için nihai yolların belirlenmeye çalışıldığı aşamadır. Kısacası bu aşamada ne yapılacağının ve nasıl yapılacağının kararını verme sürecini de barındırdığı söylenebilir. Baykul'a (2014, s. 67) göre bu adım "çözüm için strateji tayin etme süreci" olarak ifade edilmektedir.

Polya (1990) ise bu adımda sorulacak soruları şu şekilde sıralamıştır:

- Probleme daha önce rastladınız mı? Veya aynı problemin daha farklı bir biçimini gördünüz mü?
- Önünüzdeki problemle ilgili başka bir problem biliyor musunuz? Problemi çözmeye yardımcı olabilecek bir teorem biliyor musunuz?
- Problemi tekrar ifade edebilir misiniz?
- Problemin bir kısmını çözebilir misiniz?
- Problemde verilen tüm koşulları kullandınız mı? Tüm verileri kullandınız mı? Problemin içerdiği temel kavramları göz önünde bulundurdunuz mu?
- Verilen ile bilinmeyen arasındaki bağlantıyı bulun.
- Çözüme ilişkin bir plan oluşturabilmelisiniz.

Altun (2014, s. 78) bu aşamada öğrencilerin kendilerine aşağıdaki soruları sorması gerektiğini belirtmiştir:

- Buna benzer daha önce başka bir problem çözdüm mü? Orada ne yaptım?
- Çözümde işe yarayacak bir bağıntı biliyor muyum?
- Bu problemi çözemiyorsam, buna benzer daha basit bir problem ifade edip çözebilir miyim?
- Tasarladığım çözümde bütün bilgileri kullanmış oluyor muyum?

- Bu problemin cevabını tahmin edebiliyor muyum? Cevap hangi değerler arasında olabilir?
- Problemi kısım, kısım çözebilir miyim? Her seferinde çözüme ne kadar yaklaşmaktayım?

Bu aşamanın en önemli aşaması problemin çözümüne uygun strateji veya stratejilerin belirlenmesi olduğu söylenebilir. Altun'un (2014) ifade ettiği sorular incelendiğinde bu soruların daha önceki benzer problemlerden yararlanılması, bağıntı aranması, benzer problemlerden yararlanılması, problem durumunun basitleştirilmesi, tahmin etme, problemi parçalara ayırarak çözüme ulaşma gibi çeşitli stratejilerin kullanımını sorgulayan sorular olduğu düşünülmektedir. Bu soruların öğrencilerin bir strateji belirlemeye, çözüm için yollar aramaya teşvik eden sorular olduğu söylenebilir. Dolayısıyla bu aşama, çözüm için uygun strateji veya birden fazla stratejinin belirlenmesi açısından önemlidir.

**2.4.3. Stratejinin uygulanması.** Problemlerin çözümü için verilenle istenilen arasındaki bağ kurulmasıyla problemlerin çözümü için uygun strateji belirlenip, uygun bir plan tasarlandıktan sonraki adım ise bu planın uygulanması aşamasıdır. Yapılan planlamada belirlenen stratejinin uygulanmasıyla problemler çözüme kavuşturulmaya çalışılır. Adım adım ilerlenen bu aşamada her adım kontrol edilerek sonuca ulaşılmaya çalışılır. Problemlerin çözümüne ulaşılmadığı takdirde, birinci veya ikinci adıma dönülerek çözüm kontrol edilir (Altun, 2014). Kullanılan stratejinin uygunluğu tekrar gözden geçirilerek belirlenen strateji uygun değil ise kullanılan strateji değiştirilerek çözüme ulaşmak için başka stratejiler gözden geçirilir.

Polya (1990) bu aşamada yapılması gerekleri ve cevap aranması gerek soruları şu şekilde sıralamıştır:

- Çözüm stratejinizi uygulayın
- Çözüm stratejinizi uygularken her adımı kontrol edin.

- Uyguladığınız adımların doğru olduğunu açıkça görebiliyor musunuz? Bu adımların doğruluğunu kanıtlayabilir misiniz?

Baykul'a (2014, s. 67) göre bu aşamanın kritik davranışları şu şekilde ifade edilmiştir:

a) Sonucun tahmin edilmesi
b) Problemin çözümünde kullanılacak planın gerçekleştirilmesi, dört işlem problemlerinde işlemlerin yapılması

**2.4.4. Değerlendirme.** Bu süreç, sonuçların doğruluğunun kontrol edilmesinin yanı sıra, sonucun mantıksal olup olmadığının, işlemlerin doğru yapılıp yapılmadığının kontrol edilmesi ve problemle karşılaşılmasıyla başlayıp sonuca ulaşıncaya kadar geçen sürecin irdelenip değerlendirilmesini içerir.

Geriye doğru bakma ve çözümü değerlendirme süreci, öğrencilerin ileride karşılaşabilecekleri problemlerin çözüm sürecinde öğrencilere bazı ipuçları sağlaması yönüyle önemli olduğu söylenebilir. Bu basamakta, karşılaşılan problemin içerik ve nitelik açısından irdelenmesine, probleme uygun strateji seçilip çözüm için bir planın tasarlanmasına ve bu planın uygulanmasına yönelik değerlendirmelerin gerçekleştirilmesi bir sonraki problemlerin çözümü için öğrencilere ipuçları verebilir. Bu bakımdan değerlendirme sürecinde verilenler, istenilenler, verilenle istenilenler arasında bağlantı kurma ve uygun strateji belirleme sürecinin ayrıntılı incelenmesi kişilerde problem çözme becerilerin gelişimi açısından önemli bir basamak olduğu ifade edilebilir.

Polya (1990)'ya göre bu aşamada şu adımlar izlenmeli ve sorulara cevap aranmalıdır:

- Elde edilen çözümü inceleyiniz.
- Çözümü kontrol ediniz.
- Farklı bir çözüm elde edebilir misiniz?
- Sonucu yada yöntemi başka bir problem için kullanabilir misiniz?

Altun (2014, s. 79) bu basamakta “Nerde ne yaptık?”, “Niçin yaptık?” soruların cevaplanmasının önemli olduğunu bu sürecin temel eylemlerinin; sonuçların doğruluğunun ve çözüm için yürütülen mantığın kontrol edilmesi, problemin varsa başka yoldan çözülmesi, problemin değişik şekillerle ifade edilmesi, bu durumda çözümün nasıl olacağının düşünülmesi ve bu sonucun veya yöntemin başka bir problemin çözümünde kullanılıp kullanılamayacağının cevaplanması aşaması şeklinde ifade etmektedir.

**2.5. Problem Çözmede Strateji Kullanımı**

Problem çözme, matematiğin kalbi olarak görülmektedir (Halmos, 1980; Aydoğdu & Ayaz, 2008). Matematik eğitiminde ise problem çözme önemli yer tutmaktadır. NCTM (1989) ise problem çözmenin matematik öğretim programının odak noktası olması gerektiğini vurgulamıştır. Problem çözme becerilerinin geliştirilmesinde rutin olmayan problemlerin katkısının büyük olduğu ifade edilmektedir (Kılıç, 2009; Mabilangan ve diğerleri, 2011; Stanic & Kilpatrick, 1988). Rutin olmayan problemlerin çözüm becerilerinin gelişiminde problem çözme stratejilerin kullanımı önemli rol oynamaktadır (Nancarrow, 2004). Bu düşüncelerden hareketle matematik öğretim programının odağı olan problem çözme ve problem çözmenin önemli bir argümanı olan rutin olmayan problemlerin merkezinde problem çözme stratejilerinin olduğu düşünülmektedir. Problem çözme sürecinde kurallardan çok problem durumuna ve içeriğine bağlı olarak farklı problem çözme stratejilerinin ve bu doğrultuda problem çözme sistematiğinin kazandırılması önemlidir (Bal, 2015).

Problem çözme stratejilerinin önemli görülmesinin sebebi,  stratejilerin öğrencilerin üst bilişleriyle ilgili olması (Ramnarain, 2014), problem çözmede öğrencilere bilişsel süreçleri açıklaması ve yansıtması açısından fayda sağlaması (Ramnarain,2014), problem çözme becerilerini arttırması (Yazgan, 2015), problem çözmede farklı fikir ve yaklaşımları görmesine olanak sağlamasıdır (Woodward ve diğerleri, 2012). Öğrencilerin problem çözmede başarılarının problem çözme stratejilerini kullanmalarıyla ilişkili olduğu ifade edilmektedir (Cai, 2003). Problem çözme de başarılı olmanın en önemli basamaklarından bir tanesinin probleme uygun strateji veya stratejilerin seçilmesi olduğu söylenebilir. Schoenfeld (1999) bu durumu birden fazla anahtarın bulunduğu bir durumda doğru anahtarın seçilerek kapının açılmasına benzetmektedir. Problemin çözümüne yönelik uygun strateji seçimi, problem çözmede ve bu doğrultuda verilen eğitimlerde kilit rol oynayan bir unsur olduğu söylenebilir. Öğrencilerin sadece stratejileri bilmesi değil aynı zamanda bu stratejileri kullanabilme becerilerine sahip olmalıdır (Ulu, 2011). Çünkü öğrencilerin başarılı olabilmeleri için gerekli matematiksel bilgi ve problem çözme stratejilerine sahip olmaları ve bu bilgi ve stratejileri nasıl ve nerde kullanacaklarını bilmeleri gerekmektedir (Okur, 2008).

Literatürde problem çözme ile ilgili birçok strateji bulunmaktadır. Bu doğrultuda ilerleyen bölümde literatür taraması sonucunda çalışmalarda yer alan problem çözme stratejilerine değinilmiştir.

### 2.6. Problem Çözme Stratejileri

Problem çözme stratejileri ile ilgili yapılan çalışmaların incelenmesi sonucunda literatürde problem çözme ile ilgili 36 stratejiye rastlanılmıştır. Bu stratejiler aşağıdaki gibi genel bir çerçeve içerisinde ele alınmıştır. Numaralı olarak verilen stratejiler, genel olarak araştırmacı tarafından isimlendirilen stratejiler olup yanlarında kategoriler halinde ifade edilenler ise bu stratejinin literatürde farklı olarak isimlendirilmiş halleridir. Ayrıca stratejilerin literatürde farklı isimlendirilmiş halleriyle beraber stratejilerin literatürde geçen İngilizce isimlendirmeleri de bulunmaktadır. Yapılan tarama sonucunda literatürde aşağıdaki problem çözme stratejilerine rastlanılmıştır:

Tablo 1

*Literatürdeki Problem Çözme Stratejileri*

| Strateji | Stratejinin Literatürde Farklı İsimlendirilmiş Biçimleri | Stratejinin Literatürde Geçen İngilizce İsimlendirmeleri |
|---|---|---|
| 1- Sistematik Liste Yapma | • Liste Yapma<br>• Organize Liste Yapma<br>• Olası Tüm Durumları Düşünme<br>• Bütün Olasılıkları Ayrıntılı Listeleme<br>• Sistematik Deneme Yapma | o Make a Systemic List<br>o Make a List<br>o Make a List, a Scheme or a Table<br>o Make an Organized List<br>o Accounting Systematically for All Possibilities<br>o Systematic Experimentation |
| 2- Tahmin ve Kontrol | • Deneme Yanılma<br>• Tahmin ve Doğrulama<br>• Test Etme Tahmin Etme | o Guess and Check<br>o Guess, Check, and Revise<br>o Intelligent Guessing and Testing<br>o Uses Estimation to Check Final Answer for Reasonableness<br>o Trial and Error |
| 3- Diyagram (Şekil) Çizme | • Şema Çizmek<br>• Çizim Yapmak | o Draw a Diagram<br>o Making a Drawing<br>o Visual Representation<br>o Draw a Picture<br>o Draw a Picture or Diagram |
| 4- Bağıntı (Örüntü) Bulma | • İlişki Arama<br>• Bağıntı Arama<br>• Örüntü Arama<br>• Yapılardan Yararlanma | o Look for a Pattern<br>o Finding a Pattern<br>o Use Pattern<br>o Patterns |
| 5- Değişken Kullanma | • Eşitlik veya Eşitsizlik Yazma<br>• Denklem Kurma<br>• Algoritma ve Kural Kullanma | o Use an Equation<br>o Algorithm and Rule Driven (Invert and multiply)<br>o Use Variable<br>o Write an Equation |
| 6- Tahmin Etme | • Tahminleme<br>• Varsayımda Bulunma | o Make Suppositions<br>o Intelligent Guessing<br>o Uses Estimation to Determine Reasonable Before Solving |
| 7- Basitleştirme | • Benzer Basit Problemlerin Çözümünden Yararlanma<br>• Benzer Bir Problemi Düşünmek<br>• Daha Basit Problemlerden Yararlanma<br>• Problemi Basitleştirme<br>• Sayıları Basitleştirme | o Simplify the Problem<br>o Solving a Simpler Analogous Problem<br>o Consider a Simpler Problem<br>o Simplify the Numbers<br>o Solve a Simpler Problem<br>o Consider a Simple Case<br>o Make it Simplify<br>o Think of a Related Problem |
| 8- Geriye Doğru Çalışma | • Sondan başlama | o Working backwards |
| 9- Eleme | | o Eliminate |
| 10- Tablo Yapma | • Tablo Çizme | o Make a Table<br>o Make a Chart<br>o Make a Table, Chart, or List |
| 11- Muhakeme Etme | • Mantıksal Sorgulama<br>• Mantıksal Akıl Yürütme<br>• Mukayese | o Logical Reasoning<br>o Reasoning<br>o Analogy |
| 12- Matematik Cümlesi Yazma | | |
| 13- Rol Yapma (Canlandırma) | • Problemin Dışında Hareket Etme<br>• Simulasyon | o Act It Out the Problem<br>o Similation |

| | | |
|---|---|---|
| | | ○ Act Out the Problem<br>○ Act It Out |
| 14- Başka Açıdan Yaklaşma | • Bakış Açısını Değiştirme<br>• Farklı Bir Bakış Açısına Odaklanma | ○ Change Your Point of View<br>○ Adopting a Different Point of View |
| 15- Verileri Organize Etme | • Problemi Kendine Göre Yapılandırma<br>• İlgili İlgisiz Verileri Ayırma<br>• Konu Dışı Verileri Eleme | ○ Organizing Data |
| 16- Problemi Parçalara Ayırma | • Problemin Bir Kısmını Çözmek<br>• Problemi Ayrıştırma | ○ Solve Part of the Problem |
| 17- Önceki ve Sonraki Kavramları Kullanma | • İlk ve Son Kavramları Kullanma<br>• Öncesi ve Sonrası Tekniğini Kullanma | ○ Use Before–after Concept |
| 18- Model Kullanma | • Model Oluşturma<br>• Model Olma | ○ Use a Model<br>○ Modelling<br>○ Make a Model |
| 19- Problemi Yeniden İfade Etmek | • Problemi Yeniden Yazmak | ○ Restate the Problem<br>○ Repeating Information |
| 20- Aşırı Uç Durumları Düşünme | • Uç Noktaları Düşünme<br>• Aşırı Uç Problemleri Düşünme | ○ Considering Extreme Cases<br>○ Calculating an Extreme |
| 21- Bilinen Bir Bilgiyi Kullanma | • Bilinen Bir Örüntüyü Kullanma<br>• Bilinenleri Eleştirici Bir Biçimde İnceleme | ○ Using Known Information |
| 22- Formül Kullanma | | ○ Use Formula |
| 23- Toplama Yoluyla Sayma | | |
| 24- Ek Çizim Yapma | | |
| 25- Teoremlerden Yararlanma | | |
| 26- Analitik Düzeleme Taşıma | | |
| 27- Venn Şeması | | |
| 28- Problemi Özetleme | | ○ Summarizing the Problem |
| 29- Beyin Fırtınası | | ○ Brainstorm |
| 30-Bilişsel Araştırma | | ○ Cognitive Research |
| 31- Strateji Üretmek | | ○ Generate Strategy |
| 32- Gerçek Yaşam Bilgilerini Kullanma | | ○ Use Your Real-world Knowledge |
| 33- Bölmek ve Yönetmek | • Sıra Dışı Bölme | |
| 34- Matris Mantığı | | |
| 35- Objeleri Kullanma | | ○ Use Objects |
| 36- Bir İşlem Seçme | | ○ Choose an Operation |

Aşağıdaki tablolarda ise bu stratejilerin geçtiği çalışmalar genel olarak ve ilkokul-ortaokul düzeyinde sunularak literatürde en çok yer alan problem çözme stratejileri belirlenmiştir:

Tablo 2

*Literatürdeki Problem Çözme Stratejileri ile İlgili Çalışmalar ve Bu Çalışmalarda Bahsedilen Stratejiler*

| **Stratejiler** | Krulik & Rudnick (1989) | Lester, Garofalo & Kroll (1989) | Meier (1992) | Charles, Lester & O'Daffer (1994) | Verschaffel Vd. (1999) | O'Connell (2000) | Arslan (2002) | Yazgan (2002) | Pugalee (2004) | Yazgan & Bintaş (2005) | Yavuz (2006) | Şahin (2007) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Sistematik Liste Yapma | x | x | | x | x | x | x | x | x | x | x | x |
| Tahmin ve Kontrol | | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x |
| Diyagram Çizme | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x |
| Bağıntı Bulma | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x |
| Değişken Kullanma | | x | x | x | | | | | | | x | x |
| Tahmin Etme | | | | | | | | | | | x | |
| Basitleştirme | x | x | | x | x | | x | x | | x | x | |
| Geriye Doğru Çalışma | x | x | x | x | | x | x | x | x | x | x | x |
| Eleme | | | | | | | | | | | x | x |
| Tablo Yapma | | x | x | x | | x | | | x | | x | x |
| Muhakeme Etme | x | x | | x | | x | | | x | | x | x |
| Matematik Cümlesi Yazma | | | | | | | | | | | | |
| Rol Yapma (Canlandırma) | | x | x | x | | | | | | | | x |
| Başka Açıdan Yaklaşma | | | | | | | | | | | | |
| Verileri Organize Etme | | x | | | x | | | | | | | x |
| Problemi Parçalara Ayırma | | | | | | | | | | | | x |
| Önceki ve Sonraki | | | | | | | | | | | | |
| Model Kullanma | | x | | | | | | | | | | x |
| Problemi Yeniden İfade | | | x | | | | | | | | | |
| Uç Noktaları Düşünme | x | | | | | | | | | | | |
| Bilinen Bir Örüntüden | | | | | | | | | | | | |
| Formül Kullanma | | | | | | | | | | | | |
| Toplama Yoluyla Sayma | | | | | | | | | | | | |
| Ek Çizim Yapma | | | | | | | | | | | | |
| Teoremlerden Yararlanma | | | | | | | | | | | | |
| Analitik Düzleme Taşıma | | | | | | | | | | | | |
| Venn Şeması | | | | | | | | | | | | |
| Problemi Özetleme | | | | | | | | | | | | x |
| Beyin Fırtınası | | | | | | | | | | | | |
| Bilişsel Araştırma | | | | | | | | | | | | |
| Strateji Üretmek | | | | | | | | | | | | |
| Gerçek Yaşam Bilgilerini | | | | | x | | | | | | | |
| Bölmek Ve Yönetmek | | | | | | | | | | | | |
| Matris Mantığı | | | | | | | | | | | | |
| Objeler Kullanma | | | | x | | | | | | | | |
| Bir İşlem Seçme | | | | x | | x | | | | | | |

| Stratejiler | Altun, Memnun & Yazgan (2007) | Fan & Zhu (2007) | Muir, Beswick & Williamson (2008) | Emre (2008) | Altun & Memnun (2008) | Ulu (2008) | Elia vd. (2009) | Posamentier & Krulik (2009) | Çelebioğlu (2009) | Kılıç (2009) | Sulak (2010) | Mabilangan, Limjap & Belecina (2011) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Sistematik Liste Yapma | x | x | x | x | x | x | x | | x | x | x | |
| Tahmin Ve Kontrol | x | x | x | x | x | x | x | x | | x | x | x |
| Diyagram Çizme | x | x | x | x | x | x | | x | x | x | x | |
| Bağıntı Bulma | x | x | x | x | x | x | | x | x | | x | x |
| Değişken Kullanma | x | x | x | | | x | | | | | | |
| Tahmin Etme | | x | | | | x | x | | | | | |
| Basitleştirme | x | x | x | x | x | x | | x | | | | x |
| Geriye Doğru Çalışma | x | x | x | x | x | x | | x | x | x | | |
| Eleme | | | | | | x | | | | | | x |
| Tablo Yapma | | x | x | | | x | | | | x | x | x |
| Muhakeme Etme | x | x | x | x | x | x | | x | | x | x | |
| Matematik Cümlesi Yazma | | | | | | x | | | | x | x | |
| Rol Yapma (Canlandırma) | | x | | | | x | | x | | | | |
| Başka Açıdan Yaklaşma | | x | | x | | x | | x | | | | |
| Verileri Organize Etme | | | | x | | x | | x | | | | |
| Problemi Parçalara Ayırma | | x | | | | x | x | | | | | |
| Önceki Ve Sonraki Kavramları Kullanma | | x | | | | x | | | | | | |
| Model Kullanma | | x | | | | x | | | | | | x |
| Problemi Yeniden İfade Etmek | | x | | | | | x | | | | | |
| Uç Noktaları Düşünme | | | | x | | | x | | | | | |
| Bilinen Bir Örüntüden Yararlanma | | | | | | | | | | | | |
| Formül Kullanma | | | | | | | | | | | | x |
| Toplama Yoluyla Sayma | | | | | | | | | | | | |
| Ek Çizim Yapma | | | | | | | | | | | | |
| Teoremlerden Yararlanma | | | | | | | | | | | | |
| Analitik Düzleme Taşıma | | | | | | | | | | | | |
| Venn Şeması | | | | | | | | | | | | |
| Problemi Özetleme | | | | | | | | | | | | |
| Beyin Fırtınası | | | | | | | | | | | | |
| Bilişsel Araştırma | | | | | | | | | | | | |
| Strateji Üretmek | | | | | | | | | | | | |
| Gerçek Yaşam Bilgilerini | | | | | | | | | | | | |
| Bölmek Ve Yönetmek | | | | | | | | | x | | | |
| Matris Mantığı | | | | | | | | | | | | |
| Objeler Kullanma | | | | | | | | | | | | |
| Bir İşlem Seçme | | | | | | | | | | | | |

| Stratejiler | Ulu (2011) | Taşpınar (2011) | Pehlivan (2011) | Erbas ve Okur (2012) | Yıldız vd. (2012) | Avcu (2012) | Yeşilova (2013) | Çınar (2013) | Hoon vd. (2013) | Tertemiz, Çelik & Doğan (2014) | Durmaz ve Altun (2014) | Baykul (2014) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Sistematik Liste Yapma | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x |
| Tahmin Ve Kontrol | x | x | | x | x | x | x | x | x | | x | x |
| Diyagram Çizme | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x |
| Bağıntı Bulma | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x |
| Değişken Kullanma | | | x | | | | x | | x | x | x | |
| Tahmin Etme | x | | | | | | | | x | x | x | |
| Basitleştirme | | | x | x | x | | | x | | | x | x |
| Geriye Doğru Çalışma | x | x | | x | x | x | x | x | x | x | x | x |
| Eleme | x | | | | | | | | | | x | |
| Tablo Yapma | | | x | | | | x | | | | x | x |
| Muhakeme Etme | | | x | x | | x | | | | | x | x |
| Matematik Cümlesi Yazma | x | | | | | | | | | x | | x |
| Rol Yapma (Canlandırma) | | | | | | | | | x | | x | x |
| Başka Açıdan Yaklaşma | | x | | x | x | x | | | | | | |
| Verileri Organize Etme | | x | | x | x | x | | | | | | |
| Problemi Parçalara Ayırma | | | | | | | | | | | | |
| Önceki Ve Sonraki Kavramları Kullanma | | | | | | | | | | | | |
| Model Kullanma | | | x | | | | | | | | x | x |
| Problemi Yeniden İfade | | | | | | | | | | | | |
| Uç Noktaları Düşünme | | | | x | x | x | | x | | | | |
| Bilinen Bir Örüntüden Yararlanma | | | x | | | | | | | | x | x |
| Formül Kullanma | | | x | | | | | | | x | | |
| Toplama Yoluyla Sayma | | | x | | | | | | | | | |
| Ek Çizim Yapma | | | x | | | | | | | | | |
| Teoremlerden Yararlanma | | | x | | | | | | | | | |
| Analitik Düzleme Taşıma | | | x | | | | | | | | | |
| Venn Şeması | | | | | | | | | | | x | |
| Problemi Özetleme | | | | | | | | | | | | |
| Beyin Fırtınası | | | | | | | | | | | | |
| Bilişsel Araştırma | | | | | | | | | | | | |
| Strateji Üretmek | | | | | | | | | | | | |
| Gerçek Yaşam Bilgilerini Kullanma | | | | | | | | | | | | |
| Bölmek Ve Yönetmek | | | | | | | | | | | x | |
| Matris Mantığı | | | | | | | | | | | x | |
| Objeler Kullanma | | | | | | | | | | | | |
| Bir İşlem Seçme | | | | | | | | | | | | |

| **Stratejiler** | Nahornick (2014) | Ramnarain (2014) | Aydoğdu (2014) | Altun (2014) | Polya (1945) (Akt. Damon, 2015) | Azak (2015) | Gür & Hangül (2015) | Yazgan (2015) | Baraké vd. (2015) | Toplam |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Sistematik Liste Yapma | | | x | x | x | x | x | x | | 39 |
| Tahmin Ve Kontrol | x | x | x | x | x | x | x | x | x | 41 |
| Diyagram Çizme | | x | x | x | x | x | x | x | x | 42 |
| Bağıntı Bulma | x | x | x | x | x | x | x | x | | 42 |
| Değişken Kullanma | | | x | x | x | x | x | | x | 20 |
| Tahmin Etme | | | x | x | | | | | | 10 |
| Basitleştirme | x | x | x | x | x | x | | x | | 29 |
| Geriye Doğru Çalışma | x | x | x | x | x | x | x | x | x | 40 |
| Eleme | | | | x | x | | | | | 8 |
| Tablo Yapma | | x | | x | x | | | | | 20 |
| Muhakeme Etme | | | x | x | x | | | | | 24 |
| Matematik Cümlesi Yazma | | | | | | | | | x | 7 |
| Rol Yapma (Canlandırma) | x | | x | | x | | | | | 13 |
| Başka Açıdan Yaklaşma | | | x | | | x | | | | 10 |
| Verileri Organize Etme | | | x | | | x | | | | 12 |
| Problemi Parçalara Ayırma | | x | | | | | | | | 5 |
| Önceki Ve Sonraki Kavramları Kullanma | | | | | | | | | | 2 |
| Model Kullanma | | x | x | | x | | | | | 11 |
| Problemi Yeniden İfade Etmek | | | | | | | | | | 3 |
| Uç Noktaları Düşünme | | | x | | | | | | | 8 |
| Bilinen Bir Örüntüden Yararlanma | | | x | | | x | | | | 5 |
| Formül Kullanma | | | | | | | | | | 3 |
| Toplama Yoluyla Sayma | | | | | | | | | | 1 |
| Ek Çizim Yapma | | | | | | | | | | 1 |
| Teoremlerden Yararlanma | | | | | | | | | | 1 |
| Analitik Düzleme Taşıma | | | | | | | | | | 1 |
| Venn Şeması | | | | | | | | | | 1 |
| Problemi Özetleme | | | x | | | | | | | 2 |
| Beyin Fırtınası | | | x | | | | | | | 1 |
| Bilişsel Araştırma | | | x | | | | | | | 1 |
| Strateji Üretmek | | | x | | | | | | | 1 |
| Gerçek Yaşam Bilgilerini Kullanma | | | | | | | | | | 1 |
| Bölmek Ve Yönetmek | | | | | | | x | | | 3 |
| Matris Mantığı | | | | | | | | | | 1 |
| Objeler Kullanma | | | | | | | | | | 1 |
| Bir İşlem Seçme | | | | | | | | | | 2 |

Tablo 3

*İlkokul veya Ortaokul Düzeyinde Problem Çözme Stratejileri ile İlgili Yapılan Çalışmalar ve Bu Çalışmalarda Bahsedilen Stratejiler*

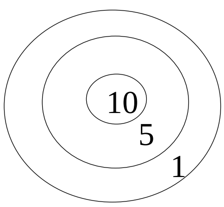
| **Stratejiler** | Krulik & Rudnick (1989) | Lester vd (1989) | Charles, Lester & O'Daffer (1994) | Verschaffel Vd. (1999) | Arslan (2002) | Yazgan (2002) | Yazgan & Bintaş (2005) | Şahin (2007) | Fan & Zhu (2007) | Elia vd. (2009) | Posamentier & Krulik (2009) | Çelebioğlu (2009) | Ulu (2008) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Sistematik Liste Yapma | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | | x | x |
| Tahmin Ve Kontrol | | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | | x |
| Diyagram Çizme | x | x | x | x | x | x | x | x | x | | x | x | x |
| Bağıntı Bulma | x | x | x | x | x | x | x | x | x | | x | x | x |
| Değişken Kullanma | | x | x | | | | | x | x | | | | x |
| Tahmin Etme | | | | | | | | | x | x | | | x |
| Basitleştirme | x | x | x | x | x | x | x | | x | | x | | x |
| Geriye Doğru Çalışma | x | x | x | | x | x | x | x | x | | x | x | x |
| Eleme | | | | | | | | x | | | | | x |
| Tablo Yapma | | x | x | | | | | x | x | | | | x |
| Muhakeme Etme | x | x | x | | | | | x | x | | x | | x |
| Matematik Cümlesi Yazma | | | | | | | | | | | | | x |
| Rol Yapma (Canlandırma) | | x | x | | | | | x | x | | x | | x |
| Başka Açıdan Yaklaşma | | | | | | | | | x | | x | | x |
| Verileri Organize Etme | | x | | x | | | | x | | | x | | x |
| Problemi Parçalara Ayırma | | | | | | | | x | x | x | | | x |
| Önceki Ve Sonraki Kavramları | | | | | | | | | x | | | | x |
| Model Kullanma | | x | | | | | | x | x | | | | x |
| Problemi Yeniden İfade Etmek | | | | | | | | | x | x | | | |
| Uç Noktaları Düşünme | x | | | | | | | | | x | | | |
| Bilinen Bir Örüntüden Yararlanma | | | | | | | | | | | | | |
| Formül Kullanma | | | | | | | | | | | | | |
| Toplama Yoluyla Sayma | | | | | | | | | | | | | |
| Ek Çizim Yapma | | | | | | | | | | | | | |
| Teoremlerden Yararlanma | | | | | | | | | | | | | |
| Analitik Düzleme Taşıma | | | | | | | | | | | | | |
| Venn Şeması | | | | | | | | | | | | | |
| Problemi Özetleme | | | | | | | | x | | | | | |
| Beyin Fırtınası | | | | | | | | | | | | | |
| Bilişsel Araştırma | | | | | | | | | | | | | |
| Strateji Üretmek | | | | | | | | | | | | | |
| Gerçek Yaşam Bilgilerini Kullanma | | | | x | | | | | | | | | |
| Bölmek Ve Yönetmek | | | | | | | | | | | | x | |
| Matris Mantığı | | | | | | | | | | | | | |
| Objeler Kullanma | | | x | | | | | | | | | | |
| Bir İşlem Seçme | | | x | | | | | | | | | | |

| **Stratejiler** | Kılıç (2009) | Sulak (2010) | Ulu (2011) | Taşpınar (2011) | Yıldız vd. (2012) | Yeşilova (2013) | Durmaz ve Altun (2014) | Baykul (2014) | Altun (2014) | Azak (2015) | Yazgan (2015) | Baraké vd. (2015) | Toplam |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Sistematik Liste Yapma | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | | 23 |
| Tahmin Ve Kontrol | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | 23 |
| Diyagram Çizme | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | 24 |
| Bağıntı Bulma | | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | | 22 |
| Değişken Kullanma | | | | | | x | x | | x | x | | x | 10 |
| Tahmin Etme | | | x | | | | x | | x | | | | 6 |
| Basitleştirme | | | | | x | | x | x | x | x | x | | 16 |
| Geriye Doğru Çalışma | x | | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | 22 |
| Eleme | | | x | | | | x | | x | | | | 5 |
| Tablo Yapma | x | x | | | | x | x | x | x | | | | 11 |
| Muhakeme Etme | x | x | | | | | x | x | x | | | | 12 |
| Matematik Cümlesi Yazma | x | x | x | | | | | x | | | | x | 6 |
| Rol Yapma (Canlandırma) | | | | | | | x | x | | | | | 8 |
| Başka Açıdan Yaklaşma | | | | x | x | | | | | x | | | 6 |
| Verileri Organize Etme | | | | x | x | | | | | x | | | 8 |
| Problemi Parçalara Ayırma | | | | | | | | | | | | | 4 |
| Önceki Ve Sonraki Kavramları Kullanma | | | | | | | | | | | | | 2 |
| Model Kullanma | | | | | | | x | x | | | | | 6 |
| Problemi Yeniden İfade Etmek | | | | | | | | | | | | | 2 |
| Uç Noktaları Düşünme | | | | | x | | | | | | | | 3 |
| Bilinen Bir Örüntüden Yararlanma | | | | | | | x | x | | x | | | 3 |
| Formül Kullanma | | | | | | | | | | | | | 0 |
| Toplama Yoluyla Sayma | | | | | | | | | | | | | 0 |
| Ek Çizim Yapma | | | | | | | | | | | | | 0 |
| Teoremlerden Yararlanma | | | | | | | | | | | | | 0 |
| Analitik Düzleme Taşıma | | | | | | | | | | | | | 0 |
| Venn Şeması | | | | | | | x | | | | | | 1 |
| Problemi Özetleme | | | | | | | | | | | | | 1 |
| Beyin Fırtınası | | | | | | | | | | | | | 0 |
| Bilişsel Araştırma | | | | | | | | | | | | | 0 |
| Strateji Üretmek | | | | | | | | | | | | | 0 |
| Gerçek Yaşam Bilgilerini Kullanma | | | | | | | | | | | | | 1 |
| Bölmek Ve Yönetmek | | | | | | | x | | | | | | 2 |
| Matris Mantığı | | | | | | | x | | | | | | 1 |
| Objeler Kullanma | | | | | | | | | | | | | 1 |
| Bir İşlem Seçme | | | | | | | | | | | | | 1 |

Tablo 2 incelendiğinde literatürde yer alan problem çözme ile ilgili çalışmalarda, en fazla değinilen stratejinin “Bağıntı Bulma” ve “Diyagram Çizme” stratejileri olduğu devamında ise “Tahmin ve Kontrol” stratejisi ve sonrasında “Geriye Doğru Çalışma” stratejisinin en çok değinildiği görülmektedir. Tablo 3’e göre ise ilkokul ve ortaokul düzeyinde yapılan problem çözme çalışmalarında en fazla bahsedilen stratejinin “Diyagram Çizme” sonrasında ise “Tahmin ve Kontrol” ve “Sistematik Liste Yapma” stratejileri olduğu belirlemiştir. Tablo 2’deki 45 ve Tablo 3’deki 25 çalışma incelendiğinde ise ilkokul, ortaokul düzeyi ve genel olarak yapılan problem çözme ile ilgili yapılan çalışmalarda en fazla değinilen stratejilerin “Sistematik Liste Yapma”, “Tahmin ve Kontrol”, “Diyagram Çizme”, “Bağıntı Bulma”, “Değişken Kullanma”, “Basitleştirme”, “Geriye Doğru Çalışma”, “Tablo Yapma” ve “Muhakeme Etme” stratejileri olduğu söylenebilir. Bu doğrultuda yapılan bu çalışmada ilkokul ve ortaokul düzeyinde en fazla yer alan problem çözme stratejilerine değinilerek bu stratejilerin eğitimi verildikten sonra matematik süreç becerilerine göre sınıflandırması yapılmıştır. Aşağıda problem çözme ile ilgili literatürde en fazla yer alan stratejiler tanıtılmaktadır.

**2.6.1. Sistematik liste yapma.** Bazı problemlerin çözümü olası bütün durumların listelenmesini gerektirebilir. Böyle bir durumda düzenli, dikkatli ve sistemli bir sıralama göz önüne alınarak listeleme yapmak problemin çözümü kolaylaştırabilir. Yapılan bu listeleme sayesinde mümkün olan cevapların hepsinin dikkate alınması sağlanmış olunur. Aşağıda sistematik liste yapma stratejisi ile ilgili literatürde en çok rastlanılan sorulardan bir tanesi örnek olarak verilmiştir. Örnek problemin çözümünde problem çözme süreciyle ilişkili olan basamaklar izlenmiştir.

**Problem 1**: Şekildeki atış kevhasına üç atış yapan bir kimse kaç değişik toplamdan birini almış olur (Altun, 2014; Arslan, 2002; Gökkurt & Soylu, 2013; Muyo, 2015; Şahin, 2007; Yavuz, 2006)?



**Problemin Anlaşılması**

Bu adımda verilenler ve istenilenler ifade edilmelidir. Verilen atış levhasındaki puanlar (1, 5, 10) bilinmektedir. Bir kişi arka arkaya üç atış yapacaktır. Örneğin 1, 1, 1 veya 10, 1, 5 gibi atışlar yapılarak bu atışlar sonucunda toplam olarak ifade edilen bir puan elde edecektir. Problem de yapılan üç atış sonrasında toplam kaç değişik puanın alınabileceği sorulmaktadır.

**Strateji Seçimi**

Üç atışta alınabilecek puanların sistematik olarak listelenmesi gerekmektedir. Bu atışlardan en düşük alınabilecek puan 3 (1, 1, 1) en fazla alınabilecek puan ise 30 (10, 10, 10) dur. Oluşturulacak olan liste en fazla alınabilecek puanla en az alınabilecek puan arasında yapılan atışların bulunması gerekmektedir. Diğer bir liste ise üç aynı atış (10, 10, 10 veya 1, 1, 1), iki aynı atış (1, 1, 10 veya 5, 5, 1) üçü de farklı olan atış (1, 5, 10) gibi sistematik bir liste yapılarak da sonuca ulaşılabilir.

**Stratejinin Uygulanması**

Çözüm 1:

| Atış | Atış | Atış | Toplam Puan |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 3 |
| 5 | 5 | 5 | 15 |
| 10 | 10 | 10 | 30 |
| 1 | 1 | 5 | 7 |
| 1 | 5 | 5 | 11 |
| 1 | 1 | 10 | 12 |
| 1 | 10 | 10 | 21 |
| 5 | 5 | 10 | 20 |
| 5 | 10 | 10 | 25 |
| 10 | 5 | 1 | 16 |

Çözüm 2:

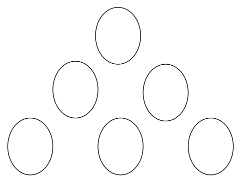
| 1 | 5 | 10 | Toplam Puan |
|---|---|---|---|
| 3 | 0 | 0 | 3 |
| 0 | 3 | 0 | 15 |
| 0 | 0 | 3 | 30 |
| 2 | 1 | 0 | 7 |
| 1 | 2 | 0 | 11 |
| 2 | 0 | 1 | 12 |
| 1 | 0 | 2 | 21 |
| 0 | 2 | 1 | 20 |
| 0 | 1 | 2 | 25 |
| 1 | 1 | 1 | 16 |

**Değerlendirme**

Bu problemle ilgili en önemli noktalardan bir tanesi liste oluşturulurken nereden başlanacağı belirlenerek yapılan listenin sistematik olarak devam ettirilmesidir. Çözüm değerlendirilirken olası durumlar tekrar kontrol edilebilir. Her bir sütundaki sayıların veya atışların eşit dağıldığı görülmektedir. Bu aşama sonunda öğrencilere bu stratejiyi başka bir problemde kullanabilmelerine olanak sağlamak veya bu strateji ile ilgili becerilerini geliştirmek için “bu soruda kişilerin boş atış yapabilecekleri de verilseydi sonuç nasıl değişirdi?”, “Eğer 3 atış yerine 4 atış olsaydı sonuç ne olurdu?” şeklinde sorular yöneltilebilir.

**2.6.2. Tahmin ve kontrol.** Bazı problemlerde verilenler göz önüne alınarak doğru cevaba tahmin yoluyla ulaşılması sağlanabilir. Bu durumda problemlerde verilenlerden hareketle cevapla ilgili tahminler yürütülerek yapılan tahminlerin doğru olup olmadığı kontrol edilir. Eğer yapılan tahmin problemde verilen şartları sağlıyorsa problem çözüme ulaştırılmış olur. Yapılan tahmin problemde verilen şartları sağlamıyor ise birinci tahmin göz önüne alınarak ikinci bir tahmin yapılır. Yapılan tahminler problemde verilen şartlar doğrultusunda test edilerek cevaba ulaşılmaya çalışılır. Bu strateji için en önemli hususlardan bir tanesi yapılacak olan ikinci, üçüncü veya daha sonraki tahminlerde önceki yapılan tahminler göz önüne alınarak, önceki tahmine göre cevabın az ya da fazla olduğu üzerinde mantıklı çıkarımlar yapılarak sonraki tahminin gerçekleştirilmesidir.  Aşağıda tahmin ve kontrol stratejisi ile ilgili literatürde en çok kullanılan problemlerden biri örnek olarak verilmiş ve bu problemin çözümünde problem çözme süreçleri göz önüne alınmıştır.

**Problem 2:** 1, 2, 3, 4, 5 ve 6 sayılarını şekilde görülen yuvarlakların içine öyle yerleştiriniz ki üçgenin kenarlarındaki sayıların toplamı 9 olsun (Altun, 2014; Altun, 2015; Baykul, 2014; Kılıç, 2009; Krulik & Rudnick, 1989; Muyo, 2015; Reys, Lindquist, Lambdin, Smith & Suydam, 2007; Yazgan, 2007).



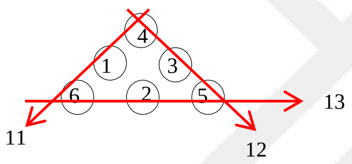
**Problemin Anlaşılması**

Elimizde 1’den 6’ya kadar sayılar bulunmaktadır. Bu sayılar şekilde verilen yuvarlakların içerisinde yerleştirilecektir. Verilen şekil incelendiğinde bir üçgene benzediği görülmektedir. Bu problem için verilen kural ise üçgene benzeyen şeklin kenarlarındaki sayıların toplamının 9 olmasıdır. Verilen sayılar bu kural doğrultusunda yerleştirilmelidir.

**Strateji Seçimi**

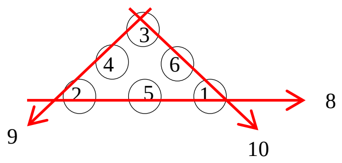
1'den 6'ya kadar olan sayılar verilen şeklin içerisine yerleştirilerek yapılan yerleştirmeler sonucunda şeklin kenarlarındaki sayıların toplamının 9 olup olmadığının değerlendirilmesi yapılmalıdır. Sayılar yerleştirilirken bir strateji belirlenebilir. Örneği büyük sayılar köşelere yerleştirilebilir veya büyük sayılar ortada olabilir. Yapılan yerleştirme doğrultusunda kurala göre kontrol yapılarak cevap kontrol edilir. Eğer sonuç verilen şartı sağlamıyorsa yapılan tahmin göz önünde bulundurularak yeni bir tahmin ortaya atılır.

**Stratejinin Uygulanması**

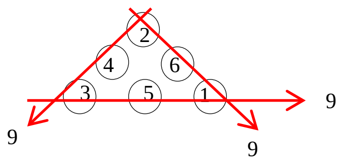



Büyük sayıları köşelere yerleştirirsek;

Yandaki yerleşime göre büyük sayılar köşelere yerleştirildiğinde kural sağlanmamıştır. Ayrıca köşelere büyük sayılar yerleştirildiğinde zaten köşelerdeki iki büyük sayının (örneğin 4 ile 6 toplamı=10, 6 ile 5 toplamı= 11) toplamının 9'dan büyük olduğu görülmektedir. O zaman büyük sayılar köşelerde olmamalıdır.




Yandaki şekildeki gibi sayıları yerleştirdiğimizde yine tüm kenarlardaki sayıların toplamının 9 olmadığı görülmektedir. Bu tahmin kontrol edildiğinde 3'ün yerinin değişmesi gerektiği görülmektedir. Yapılan değişiklik sonucunda;




3. deneme sonucunda doğru cevaba ulaşılmıştır. Verilen kural test edildiğinde köşelerdeki bütün sayıların toplamının dokuz olduğu görülmüştür.

**Değerlendirme**

Bu aşamada tahmin tekrar gözden geçirilerek sonucun doğruluğu kontrol edilir. Verilen problemin çözümündeki süreçler göz önüne alındığında yapılan bir tahmin sonucunda diğer tahminin oluşturulduğu veya sistematik olarak tahminin değiştirildiği görülmektedir. Bu tür soruların çözümünde yapılacak olan tahminin soruda verilenler göz önüne alınarak sistematik bir biçimde yapılması bu tür problemlerin çözümünü kolaylaştırabilir. Öğrencilerden bu problemin devamında 2, 4, 6, 8, 10, 12 sayıları verilerek kenarları 18 olacak şekilde sayıları verilen şekle yerleştirmeleri istenilebilir.

**2.6.3. Diyagram çizme.** Problemlerin çözümünde diyagram, şekil veya şema çizmek problemlerin anlaşılmasını kolaylaştırmasının yanında problemin çözümü için bir yol bulunmasına katkı sağlar. Diyagram, şekil veya şema kullanarak karmaşık olan veri grubunun özeti yapılarak problemin anlaşılması kolaylaştırılabilir ve bu durum, verilenle istenilenler arasında ilişkilerin daha belirgin olarak ortaya çıkmasını sağlayabilir. Bu strateji için öğrencilerin ayrıntılı resim çizmesine gerek olmadığı ifade edilmektedir (Reys ve diğerleri, 2007). Öğrencilerden problemle ilgili temel olan durumların veya nesnelerin resmedilmesi istenebilir. Ayrıca bu stratejinin kullanılması problemde verilenlerin anlaşılıp anlaşılmadığının ortaya konulması açısından da kullanılabilir. Aşağıda diyagram çizme stratejisi ile ilgili literatürde en çok rastlanılan problemlerden biri örnek olarak verilerek bu problemin çözümünde problem çözme süreçleri göz önüne alınmıştır.

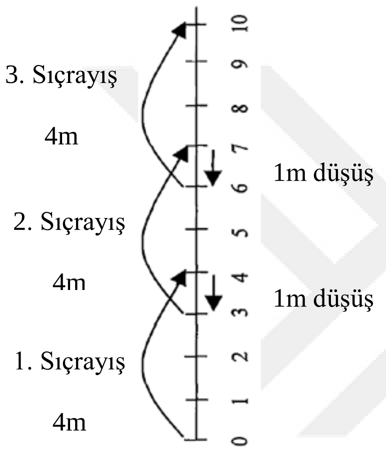
**Problem 3:** 10 metre derinliğindeki bir kuyunun dibinde bulunan bir kurbağa kuyuda çıkabilmek için çabalamaktadır. Her sıçrayışta 4 metre yükseliyor duvar kaygan olduğu için 1 metre geri kayıyor. Kaçıncı sıçrayışta kuyudan çıkar (Altun, 2014; Altun, 2015; Arslan, 2002; Çelebioğlu, 2009; Çınar, 2013; Posamentier & Krulik, 2009; Yavuz 2006; Yazgan, 2002; Yeşilova, 2013)?

**Problemin Anlaşılması**

Problemde bir kurbağanın 10 m derinliğindeki bir kuyunun dibinde olduğu verilmiştir. Bu kurbağa bir sıçrayışta 4 metre yüksekliğe çıkmaktadır. Duvar kaygan olduğu için 1 metre aşağı kaydığı ifade edilmiştir. Bu kurbağanın kaçıncı sıçrayışta kuyudan çıktığı istenilmektedir.

**Strateji seçilmesi**

Bu problemde 10 metre derinliğinde bir mesafe ortaya konularak, kurbağanın 4 metre yükseldiği sıçramalar ve sonrasında 1 metre geri kayması resmedilerek problem çözümlenebilir. Bu problemin çözüme kavuşturulmasında diyagram çizmeden yararlanılmalıdır.



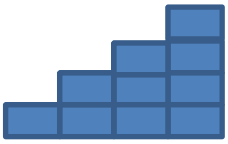

**Stratejinin Uygulanması**

**Değerlendirme**

Oluşturulan şeklin hem problemin anlaşılması aşamasında hem de problemin çözümü aşamasında yarar sağladığı görülmektedir. Verilenler ve kurallar doğrultusunda oluşturulan şekil çözüme ulaşmada etkilidir. Bu aşamada öğrencilere kuyunun boyu 12 m olsaydı cevap ne olurdu veya kuyunun boyu “n” metre olsaydı cevap ne olurdu şeklinde sorular yöneltilebilir.

**2.6.4. Bağıntı bulma.** “Matematik yapılardan oluşan bir sistemdir” (Baykul, 2014, s. 61). Bazı problemler de bu yapıları içerebilir veya bu yapılardaki ilişkilerin ortaya konulmasıyla problemler çözüme kavuşturulabilir. Bir başka ifadeyle bazı problemler sayı dizilerini içeren örüntülerden oluşturulabilir veya bu örüntüleri içerisinde barındırabilir. Dolayısıyla bu tür problemler içerisinde barındırdığı örüntünün veya dizinin terimlerinin hangi kurala göre devam ettiğinin keşfedilmesini gerektirebilir. Aşağıda bağıntı bulma stratejisi ile ilgili literatürde en çok rastlanılan problemlerden bir tanesi örnek olarak verilerek bu problemin çözümünde kullanılan problem çözme süreçleri göz önüne alınmıştır.

**Problem 4:** Aşağıdaki şekil gibi 15 basamaklı merdiven yapılmak isteniyor. Bu merdiven için toplam kaç tuğla gerekir (Altun, 2014; Altun, 2015; Arslan, 2002; Ulu, 2008; Yeşilova, 2013)?



**Problemin Anlaşılması**

Problemde 15 basamaklı bir merdiven yapılması gerektiği ifade edilmektedir. Bu merdivenin yapılabilmesi için ne kadar tuğlanın gerekli olduğu istenilmektedir. Problemde verilen şekil incelendiğinde şeklin 4 basamaklı olduğu görülmektedir. 4 basamaklı şekil 10 tuğla ile oluşturulmuştur.

**Stratejinin Belirlenmesi**

Soruda verilen şekil incelendiğinde, 1. sıradaki basamağı oluşturmak için 1 tuğla, 2. sıradaki basamağı oluşturmak için 2 tuğla, 3. sıradaki basamağı oluşturmak için 3 tuğla, 4. sıradaki basamağı oluşturmak için ise 4 tuğlanın gerekli olduğu görülmektedir. Bu merdivenin basamaklarının oluşturulması 1, 2, 3, 4, … şeklinde bir örüntüye göre devam etmektedir. Verilenler doğrultusunda 15 basamaklı merdiveni oluşturmak için bağıntı bulma stratejisini kullanalım.

**Stratejinin uygulanması**

15 Basamaklı merdivenin oluşturulmasında;

| | |
|---|---|
| 1. basamağı oluşturmak için = | 1 tuğla |
| 2. basamağı oluşturmak için = | 2 tuğla |
| 3. basamağı oluşturmak için = | 3 tuğla |
| 4. basamağı oluşturmak için = | 4 tuğla |
| ….. | … |
| 15. basamağı oluşturmak için = | 15 tuğla |

15 basamaklı merdivenin oluşturulması için gereken tuğla sayısı= 1+2+3+4+…..+15= 120 tuğla gerekir.

**Değerlendirme**

Problemin çözüm süreci incelendiğinde verilenler kullanılarak ayrıntılı bir analizin yapıldığı görülmektedir. Yapılan analizler sonucunda basamakların oluşturulması bir sayı dizisi olarak ilerlemekte ve cevapta bu diziye göre şekillenmektedir. Bu tür problemlerde sayı dizisinin veya örüntünün keşfedilmesi bu tür problemlerin çözümündeki önemli noktalarından bir tanesi olduğu söylenebilir. Öğrencilere bu problemin devamında "20 basamaklı merdiven olsaydı kaç tuğla gerekirdi, n basamaklı merdiven için kaç tuğla gerekir?" şeklinde sorular yöneltilebilir.

**2.6.5. Değişken kullanma.** Aritmetik ve cebirde karşılaşılan problemlerin birçoğunda bilinmeyenin bulunması istenilmektedir (Altun, 2014). Bu gibi bir durumla karşılaşıldığında bilinmeyen için herhangi bir işaret, şekil veya "x" gibi bir harfle gösterilip verilenler doğrultusunda matematiksel bir eşitlik yazmak problemin çözümünü kolaylaştırabilir. Yazılan bu eşitlik çözüme kavuşturulduğunda bilinmeyene ulaşılabilir. Bazen problemin çözümü bir genellemeye ulaşılmasını gerektirebilir. Bu durumda ise birden fazla örneklerin denenmesi veya kullanılması yeterli olmayabilir. Dolayısıyla genelleme gerektiren sorularda değişken kullanılması zorunlu hale gelebilir. Bu durumlarda değişken kullanılması veya eşitlik yazılması problemle uğraşanlar için bilinmeyenin bulunmasında veya genellemeye ulaşılmasında bir kolaylık sağlayabilir. Aşağıda değişken kullanma stratejisi ile ilgili literatürde en çok kullanılan problemlerden bir tanesi örnek olarak verilerek bu problemin çözümünde problem çözme süreçleri göz önüne alınmıştır.

**Problem 5:** Bir bisikletli, bir yolu 16 km hızla gidiyor ve aynı yolu 20 km hızla dönüyor. Dönüş süresi 4 saat olduğuna göre, bisikletli gidiş için kaç saat harcamıştır (Altun, 2014; Arslan, 2002; Şahin, 2007; Yeşilova, 2013)?

**Problemin Anlaşılması**

Problemde bir bisikletlinin aynı yolu giderken 16 km hızla dönerken ise 20 km hızla gittiği ifade edilmektedir. Dönüş süresi 4 saat olarak verilirken, gidiş süresi bilinmemektedir. Problemin bilinmeyeni olan gidiş süresi istenilmektedir.

**Strateji Seçilmesi**

Gidiş ve dönüş için aynı yolun kullanıldığı bilinmektedir. Dönüş süresi ve hızı bilindiğine göre denklem kurularak yolun bulunması mümkündür. Bilinmeyen değişken olan dönüş süresi de bu denklemde “t” değişkeni kullanılarak ifade edilebilir. Bu problemin çözümünde değişken kullanma ve eşitlik (denklem) yazma stratejisinden yararlanılabilir.

**Stratejinin Uygulanması**

Giderken alınan yol= 16 x t

Dönerken alınan yol= 20 x 4 =80 km

Giderken alınan yol= Dönerken alınan yol

80= 16x t ise, t= 5 saat

**Değerlendirme**

Verilen problemin çözümünde izlenilen süreçler incelendiğinde problemle ilgili bir eşitlik yazılması ve değişken kullanılması bilinmeyenin elde edilmesinde önemli rol oynadığı görülmektedir. Probleme ilişkin yazılacak denklemin verilenler doğrultusunda doğru bir şekilde oluşturulması çözüm için dikkat edilmesi gereken kriterlerden biridir. Bu aşamada çözümün sağlaması ve çözümün doğruluğu test edilebilir. Elde edilen sonucun “5 x 16 = 80 km” sağlaması yapılarak çözümün doğruluğu kontrol edilir. Bu aşamada öğrencilere “problemde gidiş süresi ve dönüş süresi verilmeyip gidiş ve dönüş için geçen toplam sürenin 9 saat olduğu verilseydi bu problemin çözümü nasıl olurdu?” sorusu yöneltilerek çözüm için tartışma ortamı oluşturulabilir.

**2.6.6. Basitleştirme.** Bazı problemlerin büyük sayıları içermesi veya karmaşık örüntülerden oluşması bu problemlerin çözümünü zorlaştırabilir. Dolayısıyla bu tür problemlerin çözümü açık bir şekilde görülmeyebilir. Bu durumda problemin basitleştirilmesi ya da orijinal probleme benzer olacak şekilde verilen sayılar veya değişkenler küçültülerek problemlerin çözülmesi karmaşık olarak görülen problemlerin nasıl çözülebileceği hakkında bir yol veya ipucu sağlayabilir. Aşağıda basitleştirme stratejisi ile ilgili literatürde kullanılan problemlerden bir tanesi örnek olarak verilerek bu problemin çözümünde problem çözme süreçleri göz önüne alınmıştır.

**Problem 6:** Ayşe oyuncaklarını kutulara koymak için bir oyuncakçı dükkânından kutular almıştır. Ayşe'nin aldığı büyük kutuların içerisinde iki orta boy kutu, orta boy kutuların her birinin içerisinde ise iki küçük boy kutu bulunmaktadır. Ayşe bu dükkândan 5 adet büyük boy kutu aldığına göre Ayşe'nin toplamda kaç kutusu olmuştur (Posamentier & Krulik, 2009)?

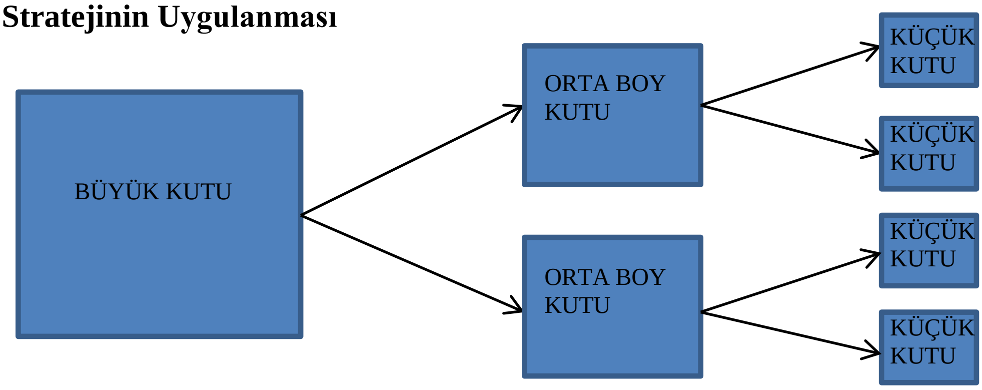
**Problemin Anlaşılması**

Oyuncakçı dükkanından 5 adet büyük boy kutu alınmıştır. Büyük, orta ve küçük boy kutular bulunmaktadır. Bir büyük kutunun içerisinde iki orta boy kutu, bir orta boy kutunun içerisinde ise iki küçük boy kutu bulunmaktadır. Toplamda kaç kutunun alındığı istenilmektedir.

**Strateji Seçimi**

Problemde 5 büyük kutunun alındığı ifade edilmektedir. 5 kutunun her birini ayrı ayrı incelemek yerine bir büyük kutunun içinde bulunan kutular bulunup daha sonra 5 kutuya göre yorumlanabilir. Dolayısıyla problemin çözümü için daha basit problemlerin çözümünden yararlanılabilir. Önce bir büyük kutu içerisinde toplam kaç kutu olduğu bulunarak büyük kutular ile birlikte bir büyük kutuda toplamda kaç kutu olduğu hesaplanarak alınan 5 büyük kutuyla birlikte toplamda kaç kutunun alındığı bulunabilir.

**Stratejinin Uygulanması**




1 büyük kutu içerisinde 2 orta boy kutu ve 4 küçük kutu bulunmaktadır. Dolayısıyla 1 büyük kutu alındığında toplamda 7 kutu alınmış olacaktır. 5 büyük boy kutu alındığı için toplamda 5x7= 35 kutu alınmış olacaktır.

**Değerlendirme**

Toplam kaç kutunun alındığının belirlenmesi sürecinde 5 büyük kutunun teker teker incelenmesi yerine 1 büyük kutunun içerisindeki kutular belirlenerek problem çözüme kavuşturulmuştur. Bu problemde orijinal problemin (5 büyük kutu) daha basit bir problem (1 büyük kutu) üzerinde çözümü yapılarak orijinal problemin çözümü için daha basit bir problemin çözümünden yararlanılarak ulaşılmıştır. Bu sürecin devamında öğrencilere "bu kutuların içerisinde kutuları saklayacak kaplarında bulunduğu büyük kutunun içerisinde orta boy kutuları saklayacak 1 kap orta boy kutuların içerisinde ise küçük boy kutuları saklayacak 1 er kabın bulunduğu verilmiştir. Toplamda kaç kap bulunmaktadır?" veya "n tane büyük boy kutu olsaydı kaç kutu alınmış olunurdu?" şeklinde sorular yöneltilebilir.

**2.6.7. Geriye doğru çalışma.** Bazı problemler bir olayın son durumuyla ilgili bilgiler verilerek oluşturulmakta ve bu olayın ilk hali ile ilgili bilgiler sorulmaktadır. Bu tür problemlerde son verilen bilgilerden ve gerçekleşen süreçlerden hareketle başlangıçtaki (girişteki) bilgilere ulaşılması istenebilir. Son olarak ulaşılan durum ve ilk durumdan son duruma kadar gerçekleşen süreç göz önüne alınarak son durumdan geriye doğru çalışma yapılarak ilk (istenilen) duruma ulaşılabilir. Son durumun verilip ilk veya başlangıçtaki durumun (bilginin) istendiği problemler geriye doğru çalışma stratejisi kullanılarak çözüme kavuşturulabilir. Bu tür problemlerde en önemli noktalar verilen problemlerin içerisinde geçen sürecin veya verilen kuralın detaylı olarak takip edilmesi ve bu süreçler doğrultusunda geriye doğru çalışılacak adımların doğru olarak belirlenmesidir. Aşağıda geriye doğru çalışma stratejisi ile ilgili literatürde en çok kullanılan problemlerden bir tanesi örnek olarak verilerek bu problemin çözümündeki problem çözme süreçleri göz önüne alınmıştır.

**Problem 7:** Bir lokantada yemek yiyen müşterilere, hesap ödeme sırasında, lokanta sahibi "kasaya bak ne kadar para varsa kendin de o kadar koy, 2 lira al ve çık" diyor. Dördüncü müşteri kasaya baktığında para olmadığını görüyor. Müşterilerden önce kasada kaç lira vardı (Altun, 2014; Gökkurt & Soylu, 2013; Yavuz, 2006)?

**Problemin anlaşılması**

Bir lokantada müşteriler hesap ödeyeceklerdir. Hesap öderken "kasada var olan para kadar para koyulup daha sonra toplam paradan 2 lira alınması" şeklinde bir kural izlenmektedir. Kasada ilk başta bir miktar para bulunduğu bilinmektedir. 3 kişi 2 lira alıp çıkınca kasada para kalmadığı ifade edilerek ilk başta ne kadar para olduğu istenilmektedir. Son durum olarak 3. kişinin 2 lira kasadan para almasıyla kasadaki para bitmiştir.

**Strateji Seçimi**

Problemde son müşterinin kasadan ne kadar para aldığı bilinmektedir. Verilen kural göz önüne alınarak kasadaki ilk durumun belirlenmesi gerekmektedir. Son müşteriden ilk müşteriye doğru bir yol izlenmesi gerekmektedir. Bu problem geriye doğru çalışma yapılarak çözüme kavuşturulabilir.

**Stratejinin Uygulanması**

3. müşterinin kasadan 2 lira aldığını düşündüğümüzde, alınan 2 lirayı kasaya koyarak geriye doğru adımları takip edebiliriz.

3. müşteri 2 lira kasaya koydu, 2 lirayı almadan önce kuralı göz önüne aldığımızda kasada var olan para kadar 3. müşteri kasaya koymuştur. Dolayısıyla 3. müşteri kasaya geldiğinde kasada (2:2=1) 1 Lira para bulunmaktadır. Bu durum aynı zamanda 2. müşterinin kasadan ayrıldığında kasada kalan paradır.

2. müşteri de kasadan 2 lira aldığına göre 2. müşterinin aldığı parayı da kasaya koyduğumuzda (1+2=3 lira) kasada 3 lira bulunmaktadır. Kuralı göz önüne aldığımızda 2. müşteri kasaya yöneldiğinde (3:2= 1,5 lira) kasada 1,5 lira bulunmaktadır. Bu durum aynı zamanda 1. müşterinin kasadan ayrıldığı zaman kasada kalan paradır.

1. müşterinin de kasadan aldığı 2 lira geri konulduğunda kasada (1,5+2= 3,5 lira) 3,5 lira bulunmaktadır. Bu durumda 1. müşteri kasaya geldiğinde kasada 3,5:2= 1,75 lira vardır.

**Değerlendirme**

Problemin çözüme kavuşturulması için izlenilen adımlar incelendiğinde problemde verilen kuralın dikkate alınarak izlenilen adımların bu kural doğrultusunda son durumdan ilk duruma doğru giden bir yol izlendiği görülmektedir. Son durumun verilip ilk durumun istenildiği bu tür problemlerde verilen kural veya son duruma ulaşılana kadar problemde izlenilen sürecin problemin çözümü için önemli bir ipucu olduğu söylenebilir. Verilen problemde ulaşılan sonuç kontrol edildiğinde;

Kasada ilk durumda 1,75 lira olduğu varsayıldığında, 1. müşteri kasaya geldiğinde 1,75 lira eklemiş olacak ve kasada 3,5 lira para olacaktır. Daha sonra 1. müşteri kasadan 2 lira alarak ayrıldığında kasada (3,5-2=1,5 lira) 1,5 lira bulunacaktır. 2. müşteri kasaya geldiğinde kasaya 1,5 lira ekleyecek (1,5+1,5=3 lira) ve bu durumda kasada 3 lira para olacaktır. 2. müşterinin de kasadan 2 lira alarak ayrıldığında ise kasada (3-2=1 lira) 1 lira bulunacaktır. 3. müşteri kasaya geldiğinde ise kasada 1 lira olduğunu görerek kasaya 1 lira daha ekleyecek (1+1= 2 lira)ve ayrılmadan önce kasada toplam 2 lira bulunacaktır. 3. müşteri kasadan ayrılırken kurala göre 2 lira aldığında ise (2-2=0) kasadaki 2 lirayı da alıp gidecektir. 4.

müşteri ise kasaya geldiğinde kasanın boş olduğunu görecektir. Problemin sağlaması yapıldıktan sonra öğrencilere “4. müşterinin de kasadan para alabilmesi için kasada en az ne kadar olmalıdır?” şeklinde bir soru yöneltilebilir.

**2.6.8. Tablo yapma.** Bazı problemlerde verileri düzenleyerek oluşturulan tablo, problemde gizlenmiş bir örüntünün veya eksik olan bir bilginin belirlenmesini sağlayabilir. Verilenlerin veya problemde verilen çok fazla bilginin tablo kullanılarak sınıflandırılması yada sıralanması bilgiler arasındaki ilişkilerin görülmesini kolaylaştırır. Aşağıda tablo yapma stratejisi ile ilgili literatürde en çok kullanılan problemlerden bir tanesi örnek olarak verilerek bu problemin çözümündeki problem çözme süreçleri göz önüne alınmıştır.

**Problem 8:** Bir marangoz 3 ayaklı tabureler ve 4 ayaklı masalar yapmaktadır. Bir günün sonunda 31 ayak kullanılmışsa, o gün kaç masa ve kaç tabure yapmıştır (Arslan, 2002; Reys, ve diğerleri, 2007; Yazgan, 2002)?

**Problemin Anlaşılması**

Bir marangoz tabure ve masa yapmaktadır. Tabureler için 3 ayak, masalar için 4 ayak kullanmıştır. Bir gün boyunca tabure ve masa yapımında toplam 31 ayak kullanıldığı verilmiştir. Problemde kaç masa ve taburenin yapılabileceği istenilmektedir.

**Strateji seçimi**

Marangozun tamamen tabure yaptığı düşünüldüğünde en fazla 10 (3x10=30 ayak) tabure yapabileceği söylenebilir. Tamamen masa yaptığı düşünüldüğünde ise en fazla 7 masa (7x4=28 ayak) yapabileceği söylenebilir. Bu problemin birden fazla cevabı bulunabilir o halde bu problemde olası bütün durumları görebileceğimiz bir tablo yaptığımız takdirde cevaba ulaşabiliriz.

**Stratejinin Uygulanması**

| | | Masa | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** |
| **Tabure** | **1** | 7 | 11 | 15 | 19 | 23 | 27 | 31 |
| | **2** | 10 | 14 | 18 | 22 | 26 | 30 | 34 |
| | **3** | 13 | 17 | 21 | 25 | 29 | 33 | |
| | **4** | 16 | 20 | 24 | 28 | 32 | | |
| | **5** | 19 | 23 | 27 | 31 | | | |
| | **6** | 22 | 26 | 30 | *34* | | | |
| | **7** | 25 | 29 | 33 | | | | |
| | **8** | 28 | 32 | | | | | |
| | **9** | 31 | | | | | | |
| | **10** | 34 | | | | | | |

Oluşturulan tabloya göre 9 tabure ve 1 masa yapmış olabilir, 5 tabure ve 4 masa yada 1 tabure ve 7 masa yapmış olabilir.

**Değerlendirilmesi**

Problemin çözüm süreci incelendiğinde verilen bilgilerin düzenli bir şekilde sıralaması yapılarak tablo oluşturulduğu görülmektedir. Ayrıca tablo yapılarak sadece bir cevaplı gibi görünen sorunun birden fazla cevabının olabileceği sonucuna ulaşılmış ve olası tüm durumların ortaya konularak çözüm için ayrıntılı bilgilerin sunulabileceği gözlemlenmiştir. Bu problemin devamında öğrencilere “38 ayak kullanılmış olsaydı cevap nasıl olurdu?”, “Eşit sayıda tabure ve masa yapıldığı ve kullanılan ayak sayısı 50’den az olduğu bilindiğine göre kaç tane tabure ve masa yapılmış olabilir?” şeklinde problemler yöneltilebilir.

**2.6.9. Muhakeme etme.** Problem çözerken bazı problemler mantıksal çıkarım veya düşünme gerektirse de, bazı problemler temel bir strateji olarak görülen muhakeme etme stratejine bağlı olarak çözülebilmektedir (Posamentier & Krulik, 2009). Dolayısıyla bu tür problemlerde mantıksal muhakeme etme dışında bir stratejinin kullanılmasının mümkün olmadığı söylenebilir (Altun, 2014). Muhakeme etme becerisiyle ilgili problemler, verilen mantıksal zincir ile ilgili çıkarımların yapılmasıyla çözüme kavuşturulabilir. Bu tür problemlerde “böyle ise şöyle olur” veya “ bu durumdan şu sonuç çıkar” şeklinde çıkarımlar yapılabilir (Baykul, 2014). Muhakeme etme stratejisi bağıntıların ve ilişkilerin ortaya çıkarılmasında, mantıksal bir zincir şeklinde oluşturulan problemlerin çözümünde kullanılan önemli stratejilerdendir. Bu tür strateji gerektiren problemlerde mantıksal düşünme veya verilenlerden hareketle mantıksal çıkarımlarda bulunma problemin çözümü için önemli olarak görülmektedir. Aşağıda muhakeme etme stratejisi ile ilgili literatürde en çok kullanılan problemlerden bir tanesi örnek olarak verilerek bu problemin çözümündeki problem çözme süreçleri göz önüne alınmıştır.

**Problem 9:** Bir tepside bulunan hepsi de aynı görünümlü olan 9 pinpon topundan 8 tanesinin kütlesi aynı, birisinin kütlesi diğerlerinden 1 gr fazladır. Kütlesi fazla olanı kefeli terazi ile en az kaç tartıda bulabilirsiniz (Altun, 2014; Arslan 2002; Ulu, 2008; Yavuz, 2006)?

**Problemin Anlaşılması**

Verilen 9 toptan bir tanesi ağırdır. Her bir top aynı göründüğü için hangi topun ağır olduğu fark edilememektedir. Elimizde bulunan kefeli teraziyle bu topların ağırlıkları ölçülerek ağırlığı fazla olan topun belirlenmesi istenilmektedir. Fakat bu belirleme işlemi için en az olacak şekilde tartı yapılması istenilmektedir.

**Strateji Seçimi**

Verilen 9 pinpon topunun değişik gruplamalarla tartılması yapılarak ağır olan pinpon topu belirlenecektir. Verilenler doğrultusunda mantıksal çıkarımlar yapılarak problemin cevabına ulaşılabilir. Muhakeme etme stratejisiyle problemin çözümü gerçekleştirilebilir.

**Stratejinin Uygulanması**

9 pinpon topu olduğu için topları eşit olarak gruplayalım. 3, 3, 3 şeklinde topları gruplandırıp bu grupları kendi aralarında ikili olarak ölçtüğümüzde, ağır olan topun hangi grupta olduğu anlaşılır. Eğer tartımı yapılan iki 3’lü eşit ağırlıktaysa üçüncü olan 3’lü grubun daha ağır olduğu ortaya çıkacaktır. Ağır olan 3’lü grup 1, 1, 1 şeklinde gruplandırılarak tekrar ölçümleri yapılır. Yine benzer şekilde 1 top bir kefeye diğer topda diğer kefeye konulup

ölçüm yapıldığında, toplar eşit ağırlıktaysa 3. topun daha ağır olduğu anlaşılır ya da ölçümü yapılan toplardan biri ağır ise yapılan ölçüm sırasında ağır olan pinpon topu belirlenecektir.

**Değerlendirme**

Problemin çözüm süreci incelendiğinde stratejinin uygulanması aşamasında mantıksal muhakeme sürecinin problemin çözümünde önemli rol oynadığı görülmektedir. Stratejinin uygulanması aşamasında topların gruplanması, 3'lü grupların oluşturulması ve ağırlıkların karşılaştırılmasında muhakeme etme stratejisinin önemli bir yeri olduğu söylenebilir. Muhakeme etme sürecinde mantıksal düşünme ve çıkarım yapmanın problemin çözümü kolaylaştırdığı, muhakeme gerektiren sorularda anahtar rol oynadığı görülmektedir. Bu problemin devamında öğrencilere "Eğer topları 3'lü gruplama yerine 4,4,1 şeklinde gruplasaydık çözüm nasıl olurdu?" , "7 pinpon topu olsaydı çözüm nasıl olurdu?", "12 pinpon topu olsaydı çözüm nasıl olurdu?" şeklinde problemler öğrencilere yöneltilebilir.

**2.8. PISA nedir, neyi amaçlamaktadır?**

Bilginin hızla geliştiği ve teknolojinin her zaman bir adım öteye gitmeye çalıştığı gelişim çağımızda öğrencilerin çağın gerektirdiği yenilik ve değişimlere ayak uydurabilecek nitelikte yetiştirilmesi eğitimin en önemli hedefleri arasında gösterilmektedir. Bu doğrultuda ülkelerin şu anki ve gelecekteki konumları, sahip oldukları eğitimin kalitesine göre değişim gösterecektir. Gelecek nesillerin yetiştirilmesi ve ülkelerin milletler arasında etkili ve güçlü bir yere sahip olabilmesi için iyi bir eğitim sistemine sahip olmaları gerekmektedir. Kaliteli bir eğitim ve bu eğitim sayesinde çağın ihtiyaçlarına ayak uydurabilecek öğrencilerin yetiştirilmesinde öğrencilerin sahip oldukları bilgi ve becerilerinin ölçülmesi, ülkelerin eğitim sistemlerini değerlendirmesi ve diğer ülkelerle karşılaştırması büyük önem arz etmektedir. Uluslararası düzeyde yapılan TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) ve PISA (Programme for International Student Assessment) sınavları ülkelere eğitim sistemleri ile ilgili veriler sunmakta ve ülkelerin uluslararası düzeyde eğitim sistemlerini karşılaştırmalarına imkân sağlamaktadır.

Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı olarak adlandırılan PISA, Ekonomik İşbirliği ve Kalkınma Teşkilatı (Organisation for Economic Co-Operation and Development-OECD) tarafından düzenlenen dünyanın en büyük eğitim araştırmalarından biri olarak ifade edilmektedir (MEB, 2011). 2000 yılından itibaren başlayıp her üç yılda bir tekrar edilen bu araştırmaya OECD üyesi ve olmayan birçok ülkenin 15 yaş grubu öğrencileri katılmaktadır. PISA sınavlarında, dünya ekonomisinin yaklaşık olarak %90'ını oluşturan katılımcı ülkelerdeki 15 yaş grubu öğrencilerin gerekli bilgi ve becerilere ne ölçüde sahip olduklarının değerlendirilmesi yapılmaktadır (MEB, 2011). PISA öğrencilerin bilgilerini değerlendirirken ne kadar hatırladıklarını değil aynı zamanda bilgi ve deneyimlerini ortaya koyma potansiyellerini inceler ve onların gerçek yaşam konularında bilgi ve becerilerini değerlendirir (OECD, 2005). Bir başka ifadeyle PISA uygulamalarında öğrencilerin hem okul hem de okul dışındaki yaşamlarına odaklanılmaktadır (Stacey & Turner, 2015). PISA, öğretim programlarındaki kavramlarla birlikte öğrenilen bu bilgi ve kavramları gerçek hayat problemleri ve daha önce karşılaşılmayan durumlarda kullanabilme becerisini ölçmeyi hedeflemektedir (Zopluoglu, 2014). Bu doğrultuda PISA'nın öğrencilerin gerçek hayat problemlerinde hangi seviyede olduğu, hangi beceri düzeyi ile ilgili problemlerde güçlük çektiklerinin tespit edilmesi açısından önemli bir ölçme aracı olduğu düşünülmektedir.

Öğrenciler, PISA sınavlarında her üç yılda bir okuma becerileri, matematik ve fen alanlarında değerlendirmeye tabi tutulmaktadır. İlk defa 2000 yılında gerçekleştirilen PISA uygulaması, her uygulama döneminde farklı konu alanları üzerinde yoğunlaşmaktadır. Aşağıdaki tabloda yıllara göre değerlendirme yapılan ve yoğunlaşılan konu alanlarını içeren tablo sunulmuştur:

Tablo 4

*PISA'nın Uygulama Yıllarına Göre Yapılan Değerlendirmeler*

| Uygulama Yılı | Değerlendirme Yapılan alanlar |
|---|---|
| 2000 | Okuma Becerileri*<br>Matematik<br>Fen Bilimleri |
| 2003 | Okuma Becerileri<br>Matematik*<br>Fen Bilimleri |
| 2006 | Okuma Becerileri<br>Matematik<br>Fen Bilimleri* |
| 2009 | Okuma Becerileri*<br>Matematik<br>Fen Bilimleri |
| 2012 | Okuma Becerileri<br>Matematik*<br>Fen Bilimleri |
| 2015 | Okuma Becerileri<br>Matematik<br>Fen Bilimleri* |

*Uygulama yılında ağırlıklı olarak değerlendirmeye alınan konu alanını göstermektedir.

Okuma becerileri, matematik ve fen bilimleri alanlarında katılımcı ülkelerdeki 15 yaş grubu öğrencilerin performanslarını değerlendiren PISA sınavlarında ilk defa 2012 uygulamasında öğrencilerin finansal okuryazarlık performansları da değerlendirmeye alınmıştır (OECD, 2014). PISA 2012 uygulamasındaki değerlendirmenin küçük bir bölümünde öğrencilerin problem çözme performansları üzerinde de durulmuştur. 2015 yılında yapılan PISA uygulamasında ise çalışma alanının büyük çoğunluğu fen bilimlerinde olacak biçimde uygulama yürütülmüştür. 2015 yılındaki uygulamada 2012 yılında olduğu gibi öğrencilerin finansal okuryazarlık performansları da incelenmiştir. Yine 2012 yılındaki gibi öğrencilerin problem çözme alanındaki performansları da değerlendirilmiştir. PISA'nın bir sonraki uygulaması 2018 yılında yapılacaktır. 2018 yılında yapılacak uygulamada ise okuma becerileri uygulamada ağırlıklı olan konu alanı olacaktır.

Gerçekleştirilen PISA uygulamalarında öğrenci performanslarının yanı sıra cinsiyet, sosyo-ekonomik düzeyler açısından da değerlendirmeler yapılmıştır. Yine PISA uygulamalarında öğrencilerin bilgi birikimleri değerlendirilirken, evde ve okulda öğrencilerin gelişimlerini etkileyen faktörler, bu faktörlerin öğrencilerin bilgi ve becerileriyle nasıl bir etkileşim içerisinde olduğuyla ilgili bir değerlendirme çerçevesi sunulmaktadır (MEB, b.t.). Ayrıca PISA uygulamalarında akademik başarıyı ölçmeyi amaçlayan testlerin dışında okul, öğrenci, veli, eğitim kariyeri, bilişim teknolojileri anketleri uygulanmaktadır (Koğar, 2015; Yavuz, 2014). Uygulanılan bu anketlerden okul liderliği, öğrenci profili, öğretim programındaki ağırlık, okul dışı aktiviteler, okulun sosyo-ekonomik alt yapısı, okulun bulunduğu bölge ve büyüklüğü,  öğrencilerin öğrenme stilleri, matematik, fen ve okuma becerileri, velinin öğrenci ve okul hakkındaki düşünceleri gibi birçok konuda bir bakış açısı ortaya konulmaktadır  (Yavuz, 2014). PISA uygulamalarının ortaya konulan en önemli bilgilerinden bir tanesi de uygulamalarda başarılı olan, belirli standartları sağlayan ülkeler hakkında aydınlatıcı bilgiler barındırmasıdır (MEB, b.t). PISA uygulamaları katılımcı ülkelerin eğitim politikalarını gözden geçirmesi açısından önemli geri bildirimler sağlayan en etkili uluslararası değerlendirme programlarından biri olarak da görülmektedir (İş Güzel, 2014). Ülkeler ve eğitimciler PISA'nın ortaya koyduğu verilerden hareketle yerel bağlamlarda uygulayabilecekleri etkili politikalar belirlemektedir (OECD, 2014). PISA uygulamalarından elde edilen sonuçlar, katılımcı ülkelerin eğitim stratejilerini değerlendirme imkanının yanı sıra başarılı ülkelerdeki eğitim uygulamalarını inceleyerek gelecekteki eğitim politikalarını bu doğrultuda düzenleme ve geliştirme imkanı sunmaktadır.

Katılımcı ülkelerin kendi eğitim sistemlerini değerlendirmelerini sağlayan, öğrencilerin matematik, fen bilimleri ve okuma becerileri gibi temel alanlardaki bilgi ve becerilerinin gelişimini yıllara göre ortaya koyan (Anıl, Özkan & Demir, 2015, s. 5) PISA sınavlarında, öğrencilerin öğretim programı bilgisi ya da başarı seviyelerinden ziyade okuryazarlığa odaklanılmaktadır (McCrone, Dossey,  Turner & Lindquist, 2008). Öğrencilerin hazırbulunuşluk durumu, sahip oldukları bilgi ve becerileri kullanma durumları “okuryazarlık” olarak ifade edilmektedir (Anıl, Özkan & Demir, 2015). Bu doğrultuda PISA, öğrencilerin matematik okuryazarlığı, fen okuryazarlığı ve okuma becerileri üzerinde durmaktadır. İlerleyen bölümlerde matematik okuryazarlığı ve matematik okuryazarlığı problemlerinin sınıflandırılması üzerinde durulacaktır.

**2.8. Matematik Okuryazarlığı**

Matematik son yıllarda soyut kavram ve bu kavramlar arasındaki ilişkiler bütünü olmaktan çok gerçek yaşamın bir modellemesi olarak görülen problem çözme süreciyle ortaya konulan bilgi ve beceriler olarak görülmeye başlanmıştır (De Corte, 2004). Bu yaklaşım matematiği gerçek hayatta kullanabilen, karşılaştığı sorunlar karşısında matematiksel düşünme becerilerini kullanarak problemlerini çözebilen ve öğrendiklerini günlük yaşamda uygulayabilen bir anlayışın ön plana çıkmasını sağlamıştır. Böyle bir yaklaşım PISA değerlendirmelerinde matematik okuryazarlığı olarak karşımıza çıkmaktadır. PISA ile ilgili yayınlanan raporlarda PISA uygulamalarında yer alan matematik sorularıyla öğrencilerin matematik okuryazarlık düzeylerinin ölçülmeye çalışıldığı ifade edilmektedir (Altun, 2014).

Matematik okuryazarlığı her sınav dönemlerinden sonra yayımlanan raporlarda açıklanmaktadır. MEB (2011, s. 13) tarafından yayımlanan bir raporda matematik okuryazarlığının önemini “bireyin; dünyada matematiğin oynadığı rolü fark etmesine ve anlamasına, sağlam temellere dayanan yargılara ulaşmasına, yapıcı, ilgili, duyarlı bir vatandaş olarak kendi ihtiyaçlarını karşılayabilecek şekilde matematiği kullanmasına yardımcı olmaktadır” şeklinde açıklamaktadır. PISA 2012 uygulamasından sonra OECD (2013b, s. 25) tarafından yayımlanan bir başka raporda ise matematik okuryazarlığı;

> Matematik okuryazarlığı, bireylerin çeşitli kapsam ve içeriklere yönelik olarak formülleştirebilme, matematiği işe koşabilme ve yorumlayabilme kapasiteleridir. Matematik okuryazarlığı, fenomenleri tanımlama, açıklama ve tahmin etmede, matematiksel akıl yürütmeyi ve matematiksel kavramları, işlem aşamalarını,

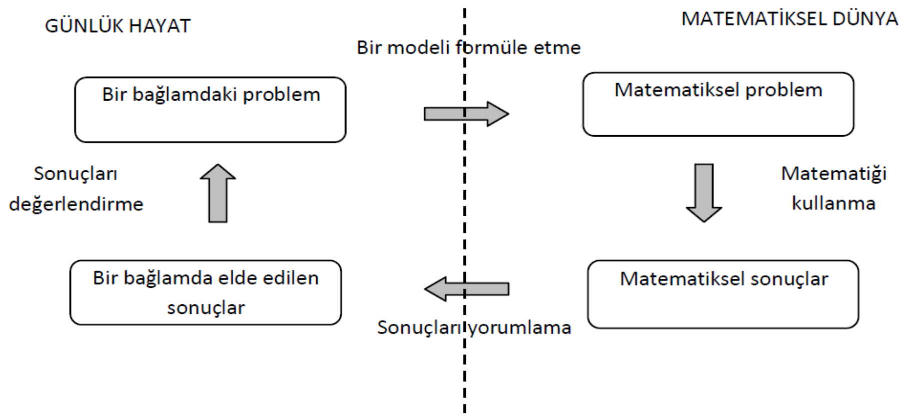
> doğrulanmış bilgileri ve araçları kullanabilmeyi içermektedir. Matematik okuryazarlığı, bireylerin matematiğin dünyadaki rolünü fark etmelerine ve yapıcı, duyarlı ve yansıtıcı vatandaşların ihtiyaç duyduğu sağlam dayanakları olan yargı ve kararların verilmesinde yardımcı olur.

şeklinde açıklanmaktadır. Bu tanımlardan hareketle matematik okuryazar olan bir kişinin özelliklerini şu şekilde sıralayabiliriz: Matematiğin modern dünyadaki oynadığı rolü fark eder, günlük yaşamla ilişkili uygulamalar yaparak becerilerini geliştirir, sayısal ve uzamsal düşünmede yorumlamalar ortaya koyar, günlük hayat durumlarında eleştirel analizler yaparak problemlerin çözümünü gerçekleştirir (Özgen & Bindak, 2008). Yapılan tanımlamaları bir başka açıdan değerlendirdiğimizde ise, eğer öğrenci bir problemle karşılaştığında matematik kapasitesini ve algılarını harekete geçirip bu problemi çözüme kavuşturmada sahip olduğu matematiksel bilgi ve becerilerinden yararlanıyor ise bu öğrenci matematik okuryazarı olarak görülebilir (Altun, 2014). Matematik okuryazarlığı okul matematik öğretim programlarının amaçlarının gerçekleştirilmesinin ötesinde çeşitli kavram ve içeriklerin formüle edilmesi, matematiksel bilgi ve becerilerin kullanılması, matematiğin içselleştirilmesi ve yorumlanması gibi üst düzey becerileri içerisinde barındırmaktadır (Anıl, Özkan & Demir, 2015).

PISA matematik okuryazarlığını değişik bağlamlarda bireylerin problemleri formüle etme, matematiği kullanma ve yorumlama kapasitesi olarak ifade edilmektedir (MEB, 2011). Bu bileşenlerden hareketle matematik okuryazarlığı ile ilgili karşımıza aşağıdaki şekildeki gibi bir şema çıkmaktadır:

Şekil 1

*Matematik Okuryazarlık Şeması*




Matematiksel okuryazarlık şemasına göre gerçek yaşamdan alınan problemin matematiksel modelleme süreçlerine göre formüle edilerek, formüle edilen problemin çözümü için matematiğin kullanılmasına ve elde edilen sonuçların yorumlanmasına önem verilmektedir (MEB, 2011). Verilen şemada da ortaya koyulduğu üzere matematik okuryazarlığına sahip bir birey, günlük hayat bağlamında karşılaştığı bir problemi formüle ederek matematiksel dünyaya aktarabilir, matematiksel olarak ifade ettiği bu problemi sahip olduğu bilgi ve becerileri kullanarak sonuca kavuşturabilir ve elde ettiği sonuçlar üzerinde yorumlar ve değerlendirmeler yaparak karşılaşabileceği başka problemlerde kullanabilir. Ayrıca PISA 2012 raporunda da ortaya konulan bu şemadan hareketle matematiksel okuryazarlığa sahip bireyin matematikle uğraşma, anlama ve tanılama yeteneğine sahip olabileceği bu doğrultuda yaşadığı zaman diliminde ve gelecekteki yaşamında genel hayatında matematiğin ne gibi bir işlevi olduğu üzerinde sağlam temellere dayalı yargılara varabileceği söylenebilir (OECD, 2014). Mccrone ve diğerleri (2008) PISA programında tanımlanan matematiksel okuryazarlığın kişilerin dünyadaki matematiğin oynadığı rolü anlama ve tanımlama kapasitesi olarak tanımlandığını ifade etmektedirler.

PISA uygulamalarında matematik okuryazarlığı problemlerinin kullanılan matematiksel içerikler, problemlerin ilgili bulunduğu bağlamlar, problemlerin gerektirdiği beceriler ve öğrencinin etkinliğini açıklayan matematiksel süreçler şeklinde sınıflandırmaların yapıldığı görülmektedir. Bu sınıflandırmaların yanı sıra literatürde PISA problemlerinin gerçek yaşam ilişkilerine göre de sınıflandırıldığı görülmektedir (Altun, 2014; Dossey, McCrone, Turner & Lindquist, 2008). İlerleyen bölümde PISA matematik okuryazarlığı problemlerinin matematiksel içerik, bağlam, beceri, gerçek yaşam ilişkileri ve süreç becerilerine göre sınıflandırmaları üzerinde durulacaktır.

## 2.9. PISA Matematik okuryazarlığı problemlerinin Sınıflandırılması

Matematik okuryazarlığı problemlerinin "*matematiksel içerik, kullanılan bağlam, problemlerin gerektirdiği beceri, gerçek yaşam ilişkileri ve matematiksel süreçler*" doğrultusunda sınıflandırıldığı görülmektedir (Altun, 2014, Altun ve Akkaya, 2014). Bu sınıflandırmalara ek olarak Altun ve Bozkurt (2017) çalışmalarında matematik okuryazarlığı problemlerini zihinsel eylemler açısından değerlendirerek "matematik okuryazarlığının temel bileşenleri" adı altında yeni bir sınıflandırma önerisi getirmişlerdir. Yapılan sınıflandırmalarda matematiksel *içerik*, problemlerin seçildiği konu alanlarını içerisinde barındırmaktadır. *Bağlam* ise "problemlerin yer aldığı bireyin dünyası" olarak ifade edilmektedir (MEB, 2011, s. 25). "Problemlerin karmaşıklık derecesinin bir ölçüsü" (Altun, 2014, s. 137) olan *beceriler* ise problemlerin çözümünde gerekli olan beceriler olarak karşımıza çıkmaktadır. *Gerçek yaşam ilişkileri*, problemlerin gerçek hayatta karşılaşılan türlerine göre sınıflandırmasını içermektedir. "*Matematiksel süreçler,* bireylerin problemin bulunduğu bağlamı matematikle ilişkilendirip çözmek için ne yaptığını açıklamaktadır" (MEB, 2011, s. 14).

**2.9.1. Matematik okuryazarlığı problemlerinin matematiksel içerik alanlarına göre sınıflandırılması.** PISA uygulamalarında matematik okuryazarlığını ölçme ve değerlendirme bağlamında ortaya konulan alt boyutlardan bir tanesi matematiksel içerik bilgisi olarak karşımıza çıkmaktadır (Anıl, Özkan & Demir, 2015). Matematiksel içerik, problemlerin seçildiği konu alanlarını içermektedir. Matematiksel içerik denilince akla matematik alanını düzenleyen konular veya bölümler akla gelmektedir. PISA uygulamalarından sonra yayımlanan raporlarda matematik okuryazarlığında matematiksel içerik açısından dört konu alanı veya bölüme göre sınıflandırmalar yapılmaktadır (Eğitim Araştırma ve Geliştirme Dairesi [EARGED], 2005; 2010; MEB, 2011; OECD, 2014). Bu dört konu alanları şu şekildedir:

1. Çokluk (Nicelik) (Quantity)
2. Uzay ve Şekil (Space and Shape)
3. Değişim ve İlişkiler (Change and Relationship)
4. Belirsizlik ve Veri (Uncertainty and Data)

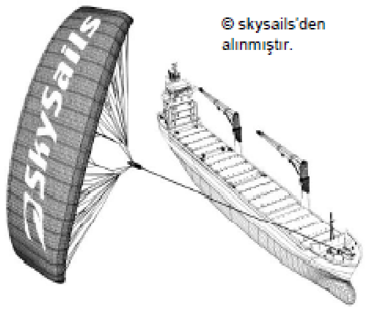
***2.9.1.1. Çokluk (nicelik) (quantity).*** Bu konu alanında sayılar ve işlemler ünitesi akla gelmektedir. Bu konuda beklenen; büyüklüklerin anlaşılması, sayıları algılaya bilme, sayıların ifade ettiği büyüklükler hakkında fikir sahibi olabilme, sayı örüntülerinin farkına varma, işlemlerin anlamını kavrayabilme, matematiksel olarak zihinden veya yazılı olarak hesap yapabilme ve tahminlerde bulunabilmektir (Altun, 2014; MEB, 2011). Bir başka ifadeyle bu konu alanı, “sayılar, sayı işlemleri, zihinden hesaplamalar, tahmin ve sonuçları değerlendirme gibi alt konu alanları ve eylemleri içermektedir” (Anıl, Özkan & Demir, 2015 s. 27). Bazı matematik okuryazarlığı problemlerinin içerik alanı açısından çokluk (nicelik) kategorisine dahil edilmesindeki önemli noktanın, bu tür problemlerin sayılar ve işlemlere dayalı hesap yapabilme ve tahminde bulunmayı gerektirmesi olduğu söylenebilir.

Çokluk (Nicelik) konu alanında yapılan sınıflamaya aşağıdaki PISA 2012 esas uygulamasında yer alan “Paraşütlü Gemiler” probleminin 1. sorusu örnek olarak verilebilir.

## PARAŞÜTLÜ GEMİLER

Dünya ticaretinin yüzde doksan beşi yaklaşık olarak 50 000 tanker, yük gemisi ve konteynır aracılığıyla deniz yoluyla yapılmaktadır. Bu gemilerin büyük bir çoğunluğu dizel yakıt kullanmaktadır.

Mühendisler bu gemilerde rüzgâr enerjisinin kullanımını geliştirmeyi planlamaktadır. Mühendisler hem dizel tüketimini hem de yakıtların çevreye olan etkilerini azaltmak için gemilere paraşüt takılmasını önermektedir.




© skysails'den alınmıştır.

**Soru 1: PARAŞÜTLÜ GEMİLER** *PM923Q01*

Paraşüt kullanılmasının avantajlarından biri paraşütlerin 150 m yükseklikte açılmasıdır. Bu noktada rüzgârın hızı geminin güvertesindeki rüzgâr hızından %25 oranında daha fazladır.

Bir geminin güvertesinde ölçülen rüzgâr hızı 24 km/h olduğunda paraşüte doğru esen rüzgârın yaklaşık hızı kaç olur?

A. 6 km/h
B. 18 km/h
C. 25 km/h
D. 30 km/h
E. 49 km/h

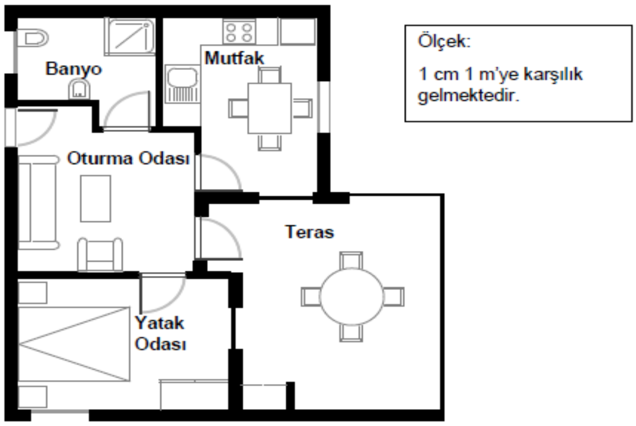
Verilen problemde gerçek yaşam durumunda karşılaşılan bir olayda yüzde hesaplamasının yapılması amaçlanmaktadır. Yüzde hesabının sayısal olarak işlem yapmayı gerektiren bir konu alanı olması, verilen problemin işlemlere dayalı olarak hesap yapmayı gerektirmesi açısından bu problem içerik alanına göre çokluk (nicelik) kategorisi içerisinde değerlendirilebilir.

***2.9.1.2. Uzay ve şekil (space and shape).*** Uzay ve şekil, içerik veya konu alanı olarak geometri alanını akla getirmektedir (Altun, 2014, Anıl, Özkan & Demir, 2015). Bu konu alanıyla, nesnelerin özellikleri, konum ve merkezler, nesnelerin gösterimi, görsel bilginin çözümlemesi, bilgilerin kodlanması gibi görsel dünyamızda geniş bir alanda karşılaşılmaktadır (Anıl, Özkan & Demir, 2015; MEB, 2011). Uzay ve şekil alanında harita çizimleri, perspektif çizimleri, şekillerin çizilmesi ve döndürülmesi, şekil ve nesnelerle ilgili gerçek yaşam problemleri, bir yerin alanının belirlenmesi veya tahmin edilmesi, nesnelerin üç boyutlu görünümleri, harita okuma ve çizme gibi etkinlikleri içermektedir. İçerik açısından matematik okuryazarlığı problemlerinin uzay ve şekil kategorisine alınmasının en önemli sebeplerinden biri bu tür problemlerin geometri konu alanıyla ilişkili olmasından kaynaklandığı söylenebilir.

Uzay ve şekil konu alanına ilişkin aşağıdaki PISA 2012 esas uygulamasında yer alan “Apartman Dairesi Alımı” problemi örnek olarak verilebilir.

**APARTMAN DAİRESİ ALIMI**

Coşkun’un ailesinin bir emlakçıdan satın almak istediği apartman dairesinin planı aşağıda verilmiştir.




**Soru 1: APARTMAN DAİRESİ ALIMI** PM00FQ01 – 0 1 9

Apartman dairesinin toplam taban alanını (teras ve duvarlar dahil) yaklaşık olarak hesaplamak için her bir odanın boyutlarını ölçerek alanını hesaplayabilir ve bu alanları toplayabilirsiniz.

Oysaki sadece 4 uzunluğu ölçerek toplam taban alanını bulabileceğiniz daha pratik bir yöntem vardır. Yukarıdaki planın üzerinde apartman dairesinin toplam taban alanını yaklaşık olarak bulmaya yarayacak bu dört uzunluğu işaretleyiniz.

“Apartman Dairesi Alımı” problemi incelendiğinde bir yerin alanının belirlenmesine yönelik akıl yürütülmesini gerektirmektedir. Bu problem içerik alanı açısından düşünüldüğünde geometri konu alanı içerisinde değerlendirilebileceği söylenebilir. Dolayısıyla bu problem uzay ve şekil içerik alanı kategorisi ile ilişkili olduğu şeklinde ifade edilebilir.

***2.9.1.3. Değişim ve ilişkiler (change and relationship).*** Değişim ve ilişkiler, gerçek yaşamda veya bir kurgu içerisinde sunulan bir olaydaki nesnelerin, durumların, koşulların veya özelliklerin aralarındaki etkileşim ve ilişkilerin matematiksel olarak yansıması olarak ifade edilebilir. Bu konu alanında değişken ve cebir konuları akla gelmektedir (Altun, 2014). Değişim ve ilişkiler, ilişkilerin sembolik veya grafiksel gösteriminin oluşturulması, yorumlanması, farklı biçimlere dönüştürülerek bu ilişkilerin fonksiyonlar kullanılarak modellenmesini içermektedir (MEB, 2011). Bu alan, cebirsel ifadeler, tablo ve grafiklerin gösterimini ve bu gösterimle ilişkili fonksiyonlar, denklemler, eşitsizlikler ve cebir konu alanlarını içermektedir. Bazı matematik okuryazarlığı problemlerinin içerik alanı açısından değişim ve ilişkiler kategorisine dahil edilmesindeki önemli noktanın, bu tür problemlerde var olan bir ilişkinin veya meydana gelen değişimin bir model veya sembolden yararlanılarak temsili veya gösterimini içermesidir.

Değişim ve İlişkiler konu alanına ilişkin aşağıdaki PISA 2012 esas uygulamasında yer alan "Damlama Oranı" problemi örnek olarak verilebilir.

DAMLAMA ORANI

Bazı ilaç ve sıvıları hastalara nakletmek üzere serum kullanılmaktadır.

Hemşirelerin serum için $D$ ile gösterilen damlama oranını, yani bir dakikada düşen damla sayısını hesaplamaları gerekmektedir.

Hemşireler bunun için $D = \frac{dh}{60s}$ formülünü kullanmaktadırlar. Formüldeki;

$d$, bir mililitredeki (ml) damla sayısıyla ölçülen damla faktörüdür

$h$, serumun ml cinsinden hacmidir.

$s$, serumun akması için gereken süredir (saat).

**Soru 1: DAMLAMA ORANI** *PM903Q01 – 0 1 2 9*

Bir hemşire, serumun akma süresini iki katına çıkarmak istemektedir.

$s$ **iki katına** çıkarılıp $d$ ve $h$ sabit kaldığında $D$'nin nasıl değiştiğini tam olarak anlatınız.

...........................................................................................................................

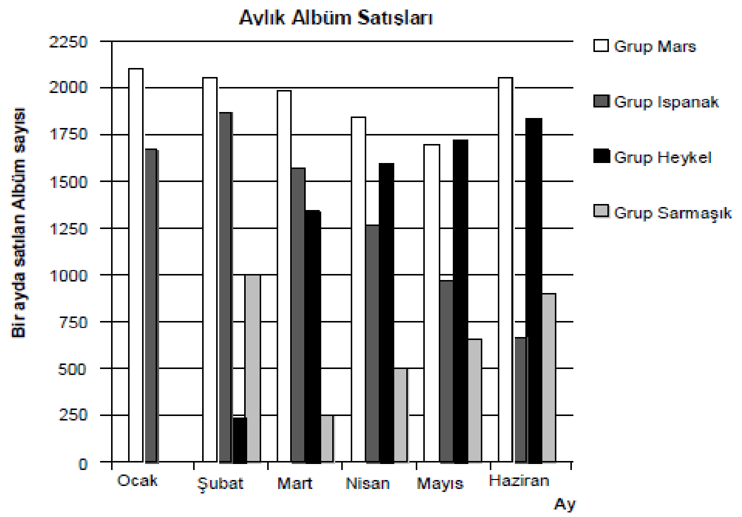
"Damlama Oranı" problemi incelendiğinde formüldeki bir verinin iki katına çıkartılıp diğer verilerin sabit tutulmasının sonuçta elde edilen değere etkisinin açıklanmasını istemektedir. Bu problemin veriler arasındaki ilişkinin ve problem bağlamında gerçekleşen değişimin diğer değişkenlerle ilişkisinin açıklanmasıyla ilgili olduğu görülmektedir. Cebirsel olarak ilişkilerin formüle edildiği bu problemin değişim ve ilişkiler içerik alanıyla ilgili olduğu söylenebilir.

***2.9.1.4. Belirsizlik ve veri (uncertainty and data).*** Belirsizlik ve veri, olasılık ve istatistik konularını içermektedir (Altun, 2014; Anıl, Özkan & Demir, 2015). Belirsizlik konusu gerçek yaşam durumlarında matematiksel analizlerin ve olasılıkların değerlendirilmesinde önemli bir yer tutmaktadır. Bu konu alanı, veri toplama, veri analiz edebilme, verilenlerden hareketle yorum yapabilme, veri işleme, koşulları değerlendirme, çeşitliliğin niceliksel olarak ifade edilmesi gibi süreçleri içermektedir. İçerik açısında matematik okuryazarlığı problemlerinin belirsizlik ve veri konu alanında yer almasının en önemli sebeplerinden biri problemde verilen verinin veya veri grubunun yorumlanması, verilerden çıkarımlar yapılmasını gerektirmesi olduğu söylenebilir.

Belirsizlik ve veri konu alanına ilişkin PISA 2012 esas uygulamasında yer alan "Listeler" problemi örnek olarak verilebilir.

LİSTELER

Müzik gruplarından *Grup Mars* ve *Grup Ispanak*'ın yeni albümleri Ocak ayında çıkacaktır. Bu albümleri Şubat ayında *Grup Heykel* ve *Grup Sarmaşık*'ın albümleri takip edecektir. Aşağıdaki grafik müzik gruplarının Ocak ayından Haziran ayına kadarki albüm satışlarını göstermektedir.




**Soru 1: LİSTELER**

*Grup Sarmaşık* Nisan ayında kaç albüm satmıştır?

A. 250
B. 500
C. 1000
D. 1270

“Listeler” probleminde verilen grafiğin okunarak doğru cevaba ulaşılması amaçlanmaktadır. Bu problemin verilen bir veri grubundan çıkarımlar yapılmasıyla ilişkili olduğu görülmektedir. Bu açıdan “Listeler” problemi belirsizlik ve veri içerik alanında yer aldığı söylenebilir.

**2.9.2. Matematik okuryazarlığı problemlerinin bağlamlarına göre sınıflandırılması.** Matematik okuryazarlığı problemlerinin sınıflandırıldığı bir başka alan olarak problemlerin sunulduğu bağlam karşımıza çıkmaktadır. Problemlerin içerisinde sunulan bağlam, problemin içerisindeki bireyin dünyası olarak ifade edilmektedir (MEB, 2011). Bağlam açısından, matematik okuryazarlığı problemleriyle kişisel, mesleki, toplumsal ve bilimsel olmak üzere dört kategoriye ilişkin problemlerle karşılaşılmaktadır. Ayrıca PISA uygulamalarındaki problemler bağlam açısından incelendiğinde, *kişisel, mesleki, toplumsal* ve *bilimsel* bağlamdaki problem sayılarının eşit olarak dağıldığı ifade edilmektedir (Altun, 2014).

***2.9.2.1. Kişisel.*** Kişisel bağlamdaki problemlerin genel olarak kişinin kendisi, ailesi ve yaşantılarıyla ilgili olarak sunulduğu görülmektedir. Bu tür problemlerin yiyecek hazırlama, alış-veriş, oyun, kişisel sağlık, zaman yönetimi, bütçe planlama, seyahat ile ilgili olduğu görülmektedir (Altun, 2014; MEB, 2011). Kişisel bağlamdaki problemler bireylerin merkezde olduğu bakış açısıyla gerçek yaşam durumlarından meydana gelmektedir (Stacey & Turner, 2015). Aşağıda PISA 2012 esas uygulamasında yer alan “Sos” problemi kişisel bağlama örnek olarak verilebilir.

SOS

**Soru 2: SOS**

Kendi salata sosunuzu yapmaktasınız.

Bu salata sosunun 100 mililitrelik (ml) tarifi aşağıdaki gibidir.

| | |
|---|---|
| Salata yağı: | 60 ml |
| Sirke: | 30 ml |
| Soya sosu: | 10 ml |

Bu salata sosunun 150 ml’si için kaç mililitre (ml) salata yağı gerekir?

Yanıt: ………………… ml

“Sos” problemi incelendiğinde gerçek hayat bağlamında bir kişinin bireysel olarak bir sos hazırladığı görülmektedir. Bu problemin hem bireyin kendi yaşantısını içermesi, hem de bireysel olarak yiyecek hazırlamasına ilişkin bir bağlamda sunulması açısından bu problemin kişisel bağlamda olan bir problem olduğu söylenebilir.

***2.9.2.2. Mesleki.*** Mesleki bağlamda ifade edilen problemlerin genel olarak iş hayatı odaklı olduğu ve bir mesleğin gerektirdiği bilgi, beceriler bağlamında sunulduğu söylenebilir. Bu tür problemler genellikle tasarım-mimari, iş içerikleri, zaman yönetimi, iş analizi, muhasebe, binalar için sipariş verme gibi iş hayatını içeren problemler olarak karşımıza çıkmaktadır (Altun, 2014; MEB, 2011).  Mesleki bağlamdaki sorularda iş dünyasından oluşturulmaktadır (Stacey & Turner, 2015). PISA 2012 pilot uygulama problemleri arasında yer alan “Gazete Satma” problemleri mesleki bağlama örnek olarak verilebilir:

GAZETE SATMA

Zed ülkesindeki iki gazete işe gazete satıcısı almak istemektedir. Aşağıdaki ilanlar, bu gazetelerin, satıcılara nasıl ödeme yapacağını göstermektedir.

**ZED YILDIZ GAZETESİ**

**EKSTRA GELİRE Mİ İHTİYACINIZ VAR?**

**GAZETEMİZİ SATIN**

Kazanacağınız ücret;
Bir hafta içinde satacağınız ilk 240 gazete için gazete başına 0,20 zed, fazla her gazete için ise 0,40 zed kazanın

**ZED GÜNLÜK GAZETESİ**

**AZ ZAMANINIZI ALACAK DOLGUN ÜCRETLİ İŞ!**

*Zed Günlük* Gazetesi satın ve haftalık 60 zed + sattığınız her gazete için 0,05 zed kazanın.

**Soru 1: GAZETE SATMA**

Ferdi her hafta *Zed Yıldız* gazetesinden ortalama olarak 350 adet satmaktadır.

Ferdi, ortalama olarak her hafta kaç zed kazanmaktadır?

“Gazete Satma” probleminin gazete satma işi ile ilgili bir ilan içerisinde ve gazetecilik mesleği çerçevesinde sunulması bu problemin meslek bağlamında ele alınmasını gerektirmektedir.

***2.9.2.3. Toplumsal.*** Toplumsal bağlamdaki problemler vatandaşlarla ilgili, yerel, ulusal yada evrensel olgulardan meydana gelmektedir (Stacey & Turner, 2015). Problemlerde bireyin içinde yaşadığı topluma odaklanılmaktadır. Bu bağlamda sunulan problemler toplumlarla ilgili olan seçim sistemi, hükümet politikaları, ekonomi nüfus hareketleri, ulusal istatistik ve ekonomi gibi konuları içermektedir (Altun, 2014; MEB, 2011) Aşağıda PISA 2012 pilot uygulamasında yer alan "Kablolu Televizyon" probleminin toplumsal bağlamda verilen problemlere örnek olarak gösterilebilir.

KABLOLU TELEVİZYON

Aşağıdaki tabloda, beş ülke için ailelerin sahip olduğu televizyonlar (TV'ler) ile ilgili veriler yer almaktadır.

Bu tablo ayrıca, TV'si olan ve aynı zamanda kablolu TV aboneliği olan ailelerin yüzdelerini de göstermektedir.

| **Ülke** | **TV'si olan** ailelerin sayısı | **Bütün ailelerin** içerisinde **TV sahibi olan** ailelerin oranı | **TV sahibi olan** ailelerin içerisinde **kablolu TV abonesi** olanların oranı |
|---|---|---|---|
| Japonya | 48,0 milyon | %99,8 | %51,4 |
| Fransa | 24,5 milyon | %97,0 | %15,4 |
| Belçika | 4,4 milyon | %99,0 | %91,7 |
| İsviçre | 2,8 milyon | %85,8 | %98,0 |
| Norveç | 2,0 milyon | %97,2 | %42,7 |

Kaynak: ITU, Dünya Telekomünikasyon Göstergeleri 2004/2005
ITU, Dünya Telekomünikasyon/BİT Gelişme Raporu 2006

**Soru 1: KABLOLU TELEVİZYON**

Yukarıdaki tablo, İsviçre'deki tüm ailelerin %85,8'inin TV'ye sahip olduğunu göstermektedir.

Tabloda verilen bilgiye bağlı olarak, İsviçre'deki toplam aile sayısı aşağıdakilerden hangisine en yakındır?

İ 2,4 milyon
J 2,9 milyon
K 3,3 milyon
L 3,8 milyon

"Kablolu Televizyon" problemi incelendiğinde ülkelerdeki ailelerin TV izleme oranları ve TV sayılarına ilişkin bilgiler çerçevesinde problemin sunulduğu görülmektedir. Bu problemin ortaya konuluş şekli incelendiğinde toplumun televizyon izleme oranına ilişkin ulusal bir istatistik bağlamında problemin oluşturulduğu söylenebilir. Bu açıdan "Kablolu Televizyon" probleminin toplumsal bağlamda sunulan bir problem olduğu ifade edilebilir.

***2.9.2.4. Bilimsel.*** Bilimsel bağlamdaki problemlerin bilim ve teknolojiyle ilişkili olan matematik uygulamalarını içerdiği söylenebilir. Bu tür problemler matematiksel ispat ve kanıt, hava durumları, iklim, çevre, genetik, uzay bilimleri gibi bilimsel olarak bir konu alanı gerektiren problemlerdir. Bilimsel bağlamdaki problemlerde bilim ve teknoloji için matematiksel analizlere başvurulmaktadır (Stacey & Turner, 2015). PISA 2012 uygulamasıyla birlikte bilimsel bağlamdaki soruların matematiksel yapılar hakkındaki problemleri de içerdiği söylenebilir. Bilimsel bağlamda PISA 2012 pilot uygulamasında yer alan "Penguenler" problemi bu kategoriye örnek olarak verilebilir:

PENGUENLER

Hayvan fotoğrafçısı Jean Baptiste, bir yıllık bir keşif gezisine çıkmış ve penguenler ile yavrularının çok sayıda fotoğrafını çekmiştir.

Jean Baptiste özellikle farklı penguen kolonilerinin büyüklüklerindeki artışla ilgilenmiştir.

**Soru 1: PENGUENLER**

Normal olarak bir penguen çifti her yıl iki yumurta meydana getirir. Genellikle, daha büyük yumurtadan çıkan yavru hayatta kalabilen tek yavru olur.

Güney kaya penguenlerinde ilk yumurta yaklaşık 78 g ağırlığında, ikinci yumurta yaklaşık 110 g ağırlığındadır.

Buna göre ikinci yumurta birinci yumurtanın yaklaşık olarak yüzde kaçı kadar daha ağırdır?

E % 29
F % 32
G % 41
H % 71

"Penguenler" problemi incelendiğinde penguenlerle ilgili yapılan araştırmalardan ortaya çıkan bilimsel bilginin verildiği ve problemin bilimsel olarak verilen bu bilgi bağlamında oluşturulduğu görülmektedir. Bu açıdan verilen bu problemin bilimsel bağlamda değerlendirilebileceği söylenebilir.

**2.9.3. Matematik okuryazarlığı problemlerinin gerektirdiği becerilere göre sınıflandırılması.** PISA'da değinilen bir başka sınıflandırma ise problemlerin gerektirdiği becerilere göre yapılmaktadır. PISA matematik okuryazarlığı için matematik yeterliliklerinin önemli olduğunu ifade edilmektedir (Neidorf, Binkley, Gattis & Nohara, 2006). Genel matematik yeterlilik düzeyleri problemlerin gerektirdiği beceriler ile tanımlanabilir (OECD, 2009). Bu bakımdan problemler *üretici, ilişkilendirici* ve *yansıtıcı* olmak üzere üç yeterlilik grubuna ayrılabilir (Altun, 2014; Dossey, McCrone & O'Sullivan, 2006; Neidorf ve diğerleri, 2006; OECD, 2009). Yapılan bu sınıflamaya matematik konu alanının öne çıktığı 2003 uygulamalarında rastlanırken yine matematik okuryazarlık alanının büyük oranda üzerinde durulduğu 2012 uygulamasında problemlerin sınıflandırılmasında böyle bir sınıflamayla karşılaşılmadığı görülmektedir.

***2.9.3.1.Üretici beceri.*** Üretici beceriler tanıdık metinler, daha önce kullanılan bilgi, standart algoritmaların uygulanması, basit işlemlerin yapımı, temel formüllerin kullanımı gibi becerileri gerektirmektedir. PISA uygulamalarında en basit problemlerin çözümleri üretici becerilerin kullanılmasını gerektirmektedir. "Döviz Kuru" problemlerinin 1. sorusu üretici becerilerle ilişkili olan problemlere örnek verilebilir:

DÖVİZ KURU

Singapur'dan Mei-Ling karşılıklı değişim öğrencisi olarak 3 ay süreyle Güney Afrika'ya gitmek için hazırlık yapıyordu. Onun, bir miktar Singapur dolarını (SGD) Güney Afrika para birimi olan randa (GAR) çevirmesi gerekti.

**Soru 1: DÖVİZ KURU**

Mei-Ling, Singapur doları ile Güney Afrika randı arasındaki döviz kuru işlemlerinin şu biçimde olduğunu öğrendi:

1 SGD = 4,2 GAR

Mei-Ling bu döviz kurundan 3000 Singapur dolarını Güney Afrika randına çevirdi.

Mei-Ling ne kadar Güney Afrika randı aldı?

Yanıt: ......................................

“Döviz kuru” problemi incelendiğinde 1 Singapur dolarının ne kadar Güney Afrika randı’na denk geldiğine ilişkin gerekli bilgilerin verildiği görülmektedir. Bu problemin daha önce kullanılan bir bilgiden hareketle, çözüm sürecinde basit işlem yapmayı gerektirmesi ve temel işlemler yapılarak sonuca ulaşılması bakımından bu problemin üretici beceriler kategorisinde olduğu söylenebilir.

***2.9.3.2. İlişkilendirici beceri.*** İlişkilendirici becerilerle ilişkili olan problemler, öğrencilerin rutinin dışında işlem yapmalarını, verilen durumları yorumlamalarını veya durumlar arasında ilişki kurmalarını gerektirmektedir. Daha az tanıdık metinler, yorumlama-açıklama yapma, farklı temsil biçimleriyle ilişkilendirme ve rutin olmayan problem çözme stratejilerini kullanma gibi becerilerle ilişkilidir. “Soygunlar” problemi ilişkilendirici beceri gerektiren problemlere örnek olarak verilebilir:

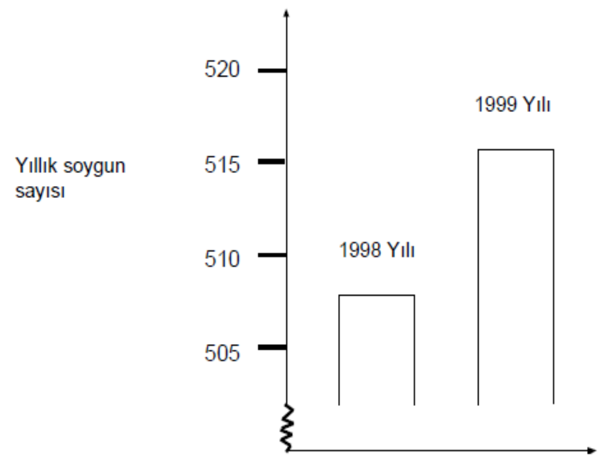
SOYGUNLAR

**Soru 1: SOYGUNLAR**

Bir televizyon muhabiri, aşağıdaki grafiğe bakarak şunları söylemektedir:

“Bu grafik 1998 yılından 1999’a kadar soygunların sayısında çok büyük bir artış olduğunu göstermektedir.“

Muhabirin sözlerinin grafiğe uygun bir yorumolduğunu düşünüyor musunuz? Yanıtınızı desteklemek için bir açıklama yapınız.




“Soygunlar” problemi incelendiğinde problemde verilen grafikten bir yorum çıkartılması istenilmektedir. İlişkilendirici beceri gerektiren problemlerin yorumlama-açıklama becerileriyle ilişkili olmasından dolayı bu problemin ilişkilendirici becerileri gerektirdiği söylenebilir.

***2.9.3.3. Yansıtıcı beceri.*** Yansıtıcı becerilerle ilişkili olan problemlerde öğrencilerin matematiksel kavramlar arasında ilişkiler kurarak yaratıcılık ortaya koyması gerekmektedir. Bu tür problemlerin anlamayı gerektiren görevler, yansıtma, yaratıcılık, karmaşık problemleri çözme, genelleme yapma ve elde edilen sonuçları kanıtlama gibi becerilerle ilişkili olduğu söylenebilir. "En iyi Araba" problemlerinin 2. sorusu yansıtıcı beceri gerektiren problemlere örnek olarak verilebilir.

---

**EN İYİ ARABA**

Bir araba dergisi, yeni arabaları değerlendirmek için bir puanlama sistemi kullanmakta ve "Yılın Arabası" ödülünü en yüksek toplam puanı olan arabaya vermektedir. Beş yeni araba değerlendirilmiş ve aldıkları puanlar tabloda gösterilmiştir.

| Araba | Emniyet Özellikleri (E) | Yakıt Verimliliği (Y) | Dış Görünüş (D) | İç Bağlantılar (İ) |
|---|---|---|---|---|
| Ca | 3 | 1 | 2 | 3 |
| M2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| Sp | 3 | 1 | 3 | 2 |
| N1 | 1 | 3 | 3 | 3 |
| KK | 3 | 2 | 3 | 2 |

Puanlar aşağıdaki şekilde yorumlanmaktadır:
3 puan =Mükemmel
2 puan = İyi
1 puan = Orta

Araba dergisi, bir arabanın toplam puanını hesaplamak için, her bir puan grubunun ağırlıklı toplamından oluşan aşağıdaki kuralı kullanmaktadır:
Toplam Puan = (3 x E) +Y + D + İ

**"Ca" arabasının üreticisi, toplam puan hesabı için kullanılan kuralın adil olmadığını düşünüyor.**

**Toplam puanı hesaplamak için öyle bir kural yazınız ki ödülü kazanan araba "Ca" olsun.**
**Sizin kuralınız dört değişkenin hepsini kapsamalı ve aşağıdaki eşitlikte bırakılan dört boşluğa pozitif sayılar yerleştirerek kuralınızı yazmalısınız.**

Toplam puan = .........x E + ......... x Y+ .........x D + .........x İ

"En iyi Araba" problemi incelendiğinde verilen matematiksel bilgiler bağlamında ilişki kurularak "Ca" araba üreticisinin ödülü kazanabileceği bir toplam puan yazılarak bir genelleme yapılması istenilmektedir. Bu açıdan verilen problemin yansıtıcı becerilerle ilişkili olduğu söylenebilir.

**2.9.4. Matematik okuryazarlığı problemlerinin gerçek yaşam ilişkilerine göre sınıflandırılması.** Matematik okuryazarlığı problemlerinin sınıflandırılmasının bir başka alan olarak gerçek yaşam ilişkilerine göre yapıldığı görülmektedir. PISA 2003 uygulamasında bu sınıflandırma problem çözme kategorisi altında yapılmıştır. Dossey ve diğerleri (2008) PISA 2003 uygulamasındaki problem çözme değerlendirmesine atıfta bulunarak gerçek yaşamda medyana gelen disiplinler arası problemlerin üç farklı kategoride sınıflandırılabileceğine değinmektedir. Benzer olarak Altun (2014) matematik okuryazarlığı problemlerinin gerçek hayatta karşılaşılan durumlara göre "*karar verme, sistem analizi ve tasarım, sorun çözme*" olmak üzere üç kategoriye ayrılabileceğini ifade etmektedir. Bu üç durumla ilgili EARGED (2005) tarafından yayınlanan "PISA 2003 Ulusal nihai raporunda ve MEB (2011) tarafından yayınlanan "PISA Türkiye" raporunda ayrıntılı bilgiler yer almaktadır:

| | KARAR VERME | SİSTEM ANALİZİ VE TASARIM | SORUN ÇÖZME |
|---|---|---|---|
| **AMAÇLAR** | Verilen sınırlamalar içinde, seçenekler arasından seçim yapma | Sistemin kısımları arasındaki ilişkileri belirleme veya kısımlar arasındaki ilişkileri ifade edecek biçimde bir sistem tasarlama | Hatalı ya da beklenenin altında ürün veren sistem veya mekanizmaları teşhis etme ve düzeltme |
| **GEREKLİ SÜREÇLER** | Birkaç seçenek , birkaç sınırlama ve bir de görevin bulunduğu durumu anlama | Verilen sistemin özelliklerini belirleyen bilgileri ve verilen görevin gereklerini anlama | Bir sistem veya mekanizmanın temel özelliklerini, onun çalışmama nedenini ve verilen bir görevin ortaya koyduğu gerekleri anlama |
| | Uygun sınırlamaları belirleme | Sistemin ilgili kısımlarını belirleme | Neden-sonuç ilişkisi içinde olan değişkenleri belirleme |
| | Olası seçenekleri örneklendirme | Bir sistemin kısımları arasındaki ilişkileri örneklendirme | Sistemin işleyişini gösterme |
| | Seçenekler arasından bir seçim yapma | Kısımlar arasındaki ilişkileri yansıtan bir sistem tasarlama veya böyle bir sistemi analiz etme | Bir sistemin iyi çalışmadığını teşhis etme veya aksaklık için bir çözüm önerme |
| | Kararı kontrol etme ve değerlendirme | Sistemle ilgili analizleri ya da tasarımı kontrol etme ve değerlendirme | Teşhis veya çözümü kontrol etme ve değerlendirme |
| | Kararı ifade etme ya da gerekçeye dayandırma | Analizi ya da önerilen düzenle ilgili gerekçeyi anlatma | Teşhis ve çözümü anlatma ve savunma (gerekçelendirme) |
| **KARMAŞIKLIK KAYNAKLARI** | Sınırlamalar sayısı | Birbiriyle ilişkili değişkenler sayısı ve ilişkilerin biçimi | Sistem ya da mekanizmanın birbiriyle bağıntılı kısımları sayısı ve bu kısımların nasıl bir etkileşim içinde olduğu |
| | Kullanılan gösterimler sayısı ve tipleri (sözlü, grafik, sayısal) | Kullanılan gösterimlerin sayısı ve tipleri (sözlü, grafik, sayısal) | Kullanılan gösterim sayı ve tipleri (sözlü, grafik, sayısal) |

(EARGED, 2005; MEB, 2011)

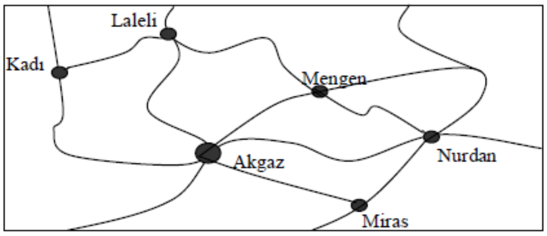
***2.9.4.1. Karar verme.*** Bu kategoride yer alan problemler, verilen kural veya sınırlılıkları göz önüne alınarak seçenekler içerisinden bir seçim yapmayı gerektirmektedir (Altun, 2014; Dossey ve diğerleri, 2008; EARGED, 2005; MEB, 2011). Karar verme, uygun sınırlılıkları belirleme, olası seçenekleri örneklendirme, verilen seçenekler içerisinde seçim yapma, kararı ifade etme yada gerekçeye dayandırma gibi süreçleri içermektedir. PISA 2003 uygulamasında yer alan "Tatil" problemi karar verme problemlerine örnek verilebilir:

TATİL

Bu problem, tatile giderken en iyi ve rahat olan yolun seçilmesiyle ilgilidir .

Şekil 1 bölgenin haritasını, Şekil 2 kasabalar arasındaki uzaklıkları göstermektedir.

**Şekil 1: Kasabalar arasındaki yolların haritası.**




**Şekil 2: Kasabaların kilometre olarak birbirlerine uzaklıkları.**

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Akgaz | | | | | | |
| Kadı | 550 | | | | | |
| Laleli | 500 | 300 | | | | |
| Mengen | 300 | 850 | 550 | | | |
| Nurdan | 500 | | 1000 | 450 | | |
| Miras | 300 | 850 | 800 | 600 | 250 | |
| | Akgaz | Kadı | Laleli | Mengen | Nurdan | Miras |

**Soru 1: TATİL**

Nurdan ve Kadı arasındaki kara yolu ile en kısa uzaklığı hesaplayınız.

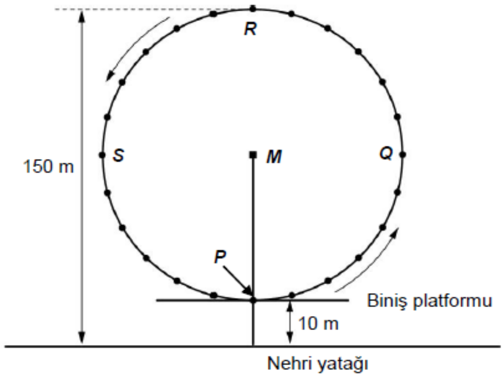
Uzaklık: ................................ kilometre.

"Tatil" problemi incelendiğinde öğrenciler bu problemde verilen yolların uzunluklarından hareketle "Nurdan" ve "Kadı" kasabaları arasındaki mesafeye karar vereceklerdir. "Nurdan" kasabasıyla "Kadı" kasabası arasında birden fazla güzergâh bulunmaktadır. Bu problemde öğrenciler verilen sınırlılıklardan (uzaklıklardan) hareketle kasabalar arasındaki uzaklıkları belirleyerek nurdan ve kadı kasabaları arasındaki mesafelerden en kısa olanı seçeceklerdir. Dolayısıyla bu problemin, seçenekler arasında en kısa olan mesafenin seçimiyle ilişkili olması açısından karar verme problemi olduğu söylenebilir.

***2.9.4.2. Sistem analizi ve tasarımı.*** Sistem analizi ve tasarımı, verilen bir sistemin özellikleriyle ilgili bilgileri anlama, sistemin ilgili kısımlarını belirleme, bu kısımlar arasındaki ilişkileri örneklendirme, bir sistem tasarlama ve analiz etme, sistemle ilgili analizleri kontrol etme ve değerlendirmeyi gerektirmektedir (Altun, 2014; Dossey ve diğerleri, 2008; EARGED, 2005; MEB, 2011). Genel olarak sistem analizi ve tasarımı bir problem bağlamında verilen sistemlerin analiz edilmesi veya yeni bir sistem tasarlama olarak ifade edilebilir. PISA 2012 esas uygulamasında bulunan "Dönme Dolap" problemlerinin 1. sorusu sistem analizi ve tasarımına örnek olarak gösterilebilir:

DÖNME DOLAP

Bir nehrin kenarında büyük bir dönme dolap bulunmaktadır. Aşağıdaki resme ve şekle bakınız.




Dönme dolabın dış yarıçapı 140 metre olup en yüksek noktası Thames nehri yatağının 150 metre üzerindedir. Oklarla gösterilen yönde dönmektedir.

**Soru 1: LONDRA'NIN GÖZÜ**

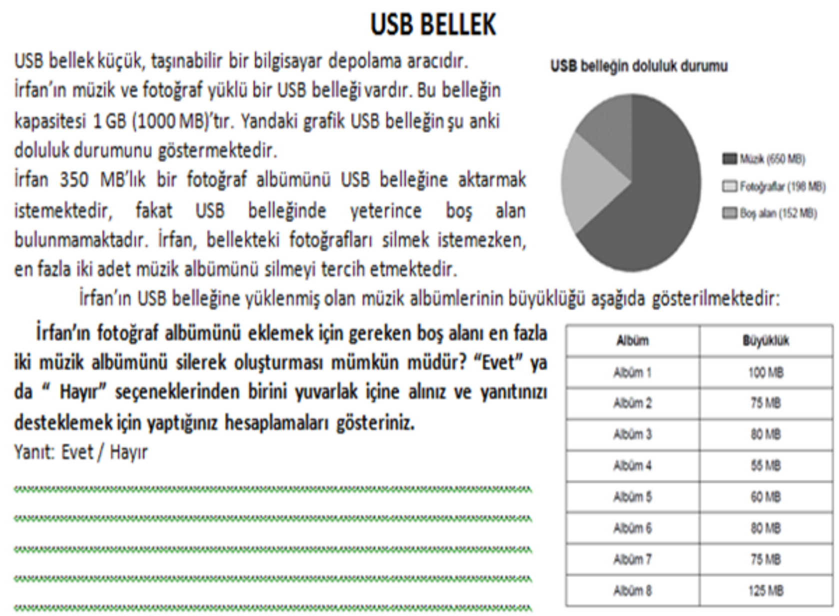
Şekildeki *M* harfi dönme dolabın merkezini göstermektedir.

*M* noktası Thames nehri yatağının kaç metre (m) üzerindedir?

Yanıt: ...................................................... m

"Dönme Dolap" probleminde, dönme dolap sisteminin bir parçası olan "M" noktasının nehre olan uzaklığı sorulmaktadır. Bu problem verilen bir dönme dolap sisteminin bir kısmının nehre uzunluğu belirlenmesi doğrultusunda dönme dolap sisteminin analiz edilmesiyle ilişkili olduğu söylenebilir. Bu açıdan "Dönme Dolap" probleminin sistem analizi ve tasarımıyla ilişkili olan bir problem olduğu düşünülmektedir.

***2.9.4.3. Sorun çözme.*** Bir sistemin hatalı yanlarının belirlenmesi, bu hatanın giderilmesi için çözüm önerileri üretilmesi ve üretilen çözümün gerekçeleriyle savunulmasına ilişkin problemleri kapsamaktadır (Altun, 2014; Dossey ve diğerleri, 2008; EARGED, 2005; MEB, 2011). Sorun çözme, hatalı ya da beklenenin altında ürün veren sistem veya mekanizmaları teşhis etme ve düzeltme, bir sistemin işleyişini gösterme, sistemin çalışmama nedenlerini belirleme, bir sistemin iyi çalışmadığını teşhis etme veya aksaklık için bir çözüm önerme, tespit edilen teşhis ve çözümü anlatma ve gerekçelendirme gibi süreçleri içermektedir. PISA 2012 pilot uygulamasındaki "USB Bellek" problemlerinin 1. sorusu sorun çözmeye örnek olarak verilebilir:



**USB BELLEK**

USB bellek küçük, taşınabilir bir bilgisayar depolama aracıdır. İrfan'ın müzik ve fotoğraf yüklü bir USB belleği vardır. Bu belleğin kapasitesi 1 GB (1000 MB)'tır. Yandaki grafik USB belleğin şu anki doluluk durumunu göstermektedir.
İrfan 350 MB'lık bir fotoğraf albümünü USB belleğine aktarmak istemektedir, fakat USB belleğinde yeterince boş alan bulunmamaktadır. İrfan, bellekteki fotoğrafları silmek istemezken, en fazla iki adet müzik albümünü silmeyi tercih etmektedir.



İrfan'ın USB belleğine yüklenmiş olan müzik albümlerinin büyüklüğü aşağıda gösterilmektedir:

**İrfan'ın fotoğraf albümünü eklemek için gereken boş alanı en fazla iki müzik albümünü silerek oluşturması mümkün müdür? "Evet" ya da " Hayır" seçeneklerinden birini yuvarlak içine alınız ve yanıtınızı desteklemek için yaptığınız hesaplamaları gösteriniz.**

Yanıt: Evet / Hayır

| Albüm | Büyüklük |
|---|---|
| Albüm 1 | 100 MB |
| Albüm 2 | 75 MB |
| Albüm 3 | 80 MB |
| Albüm 4 | 55 MB |
| Albüm 5 | 60 MB |
| Albüm 6 | 80 MB |
| Albüm 7 | 75 MB |
| Albüm 8 | 125 MB |

"USB Bellek" problemi incelendiğinde bellek dolu olduğu için 350 MB'lık bir albümün bu belleğe yüklenmesinde karşılaşılan bir problemden bahsedilmektedir. Bu problemin çözümü için önerilen bilginin işe yarayıp yaramaması gerekçelendirilerek açıklanması istenilmektedir. Problem bağlamında bir sorunla karşılaşılması, sorunun çözümü için verilen gerekçenin sorunun çözümü için uygun olup olmadığının gerekçeleriyle ifade edilmeye çalışılması bu problemin sorun çözme bağlamında değerlendirilmesini gerektirdiği söylenebilir.

**2.9.5. Matematik okuryazarlığı problemlerinin temel bileşenlerine göre sınıflandırılması.** Literatürde var olan sınıflandırmaların matematik okuryazarlık başarısının tümüyle açıklana bilmesinin zor olduğu düşüncesinden hareketle Altun ve Bozkurt (2017) daha kullanışlı bir sınıflandırma ortaya koymak amacıyla matematik okuryazarlığı başarısını açıklamada temel bileşenleri ortaya koymuşlardır. Bu sınıflandırmanın temel bileşenleri; "algoritmik işlem yapma, zengin matematiksel içeriğe hakim olma, matematiksel çıkarımda bulunma, matematiksel öneri geliştirme ve/veya geliştirilmiş öneriyi yorumlama, yaşamsal durumun matematik dilindeki karşılığını anlama, matematik dilinin yaşamdaki karşılığını anlama" olarak belirlenmiştir (Altun & Bozkurt, 2017, s.179).

***2.9.5.1. Algoritmik işlem yapma.*** Bu tür problemlerin çözümünde aritmetik ortalama, verilenler arasında sıralama yapma gibi kolay anlaşılacak sıralı işlemler işe koşulmaktadır. Altun ve Bozkur (2017)  algoritmik işlem yapma problemlerindeki başarının diğer problemlere göre yüksek olduğunu ifade edilmektedir. Bu kategoriye "Kaykay" probleminin 1. sorusu örnek olarak verilebilir.

**KAYKAY**

| Ürün | Zed cinsi fiyat |
|---|---|
| Bütün olarak bir kaykay | 82 ya da 84 |
| Kaykay Tahtası | 40, 60 ya da 65 |
| Bir tane 4'lü tekerlek seti | 14 ya da 36 |
| Bir tane 2'li tekerlek mili seti | 16 |
| Bir tane kaykay birleştirme seti (mil yatakları, lastik destek gereçleri, civatalar ve vida somunları) | 10 ya da 20 |

Ercan koyu bir kaykay meraklısıdır. Bazı fiyatları öğrenmek için KAYKAYCILAR adlı mağazaya gidiyor. Bu mağazada bütün halde bir kaykay satın alabilirsiniz. Ya da bir kaykay tahtası, bir tane 4'lü tekerlek seti, bir 2'li tekerlek mili seti ve bir kaykay birleştirme setini satın alabilir ve bunları birleştirerek kendi kaykayınızı yapabilirsiniz. Mağazanın ürün fiyatları yanda verilmektedir:

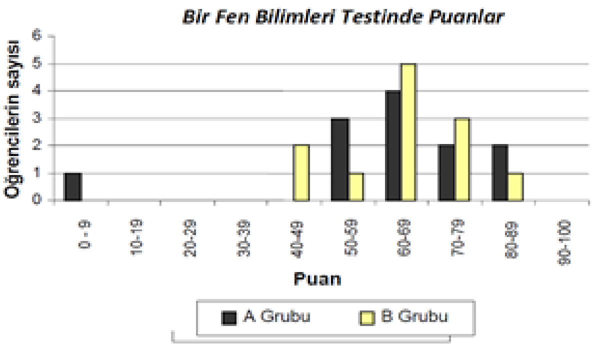
**Soru 1: Ercan kendi kaykayını kendisi yapmak istiyor. Parçalar birleştirilerek yapılan kaykay için bu mağazadaki en düşük ve en yüksek fiyat ne olacaktır?**

Kaykay problemi incelendiğinde problemin çözümünde verilenler doğrultusunda düşük fiyat için ucuz olan parçaların, yüksek fiyat için ise pahalı olan parçaların seçilmesiyle problemin cevabına ulaşılabilecektir. Bu doğrultuda parçalar arasında bir sıralama ve parçaların fiyatlarının toplanması ile algoritmik işlemler gerektiren bir problem olduğu görülmektedir. Bu doğrultuda kaykay probleminin 1. sorusu algoritmik işlem yapma problemine örnek olarak gösterilebilir.

***2.9.5.2. Zengin matematiksel içeriğe hakim olma.*** Bu faktördeki problemlerde iki grafik arasındaki farkı bulma, grafikleri karşılaştırma, çıkarım yapma gibi davranışları içermektedir. Zengin matematiksel içeriğe hakim olma kategorisine “Test puanları” problemi örnek olarak verilebilir.

**TEST PUANLARI**

**Aşağıdaki grafik, A Grubu ve B Grubu olarak adlandırılan iki grubun bir fen bilimleri testinde aldıkları puanları göstermektedir. A Grubu için ortalama 62,0 ve B Grubu için ortalama 64,5’tir. Puanları, 50 ya da daha fazla olan öğrenciler, bu testten geçerler.**




**Öğretmen, yandaki grafiğe bakarak bu testte B Grubunun A Grubundan daha başarılı olduğunu ileri sürmektedir. A Grubundaki öğrenciler, öğretmenleriyle aynı düşüncede değiller. Onlar, B Grubundaki öğrencilerin, daha başarılı sayılmamaları gerektiği konusunda öğretmenlerini ikna etmeye çalışıyorlar. Grafiği kullanarak A grubundaki öğrencilerin kullanabileceği matematiksel bir gerekçe veriniz.**

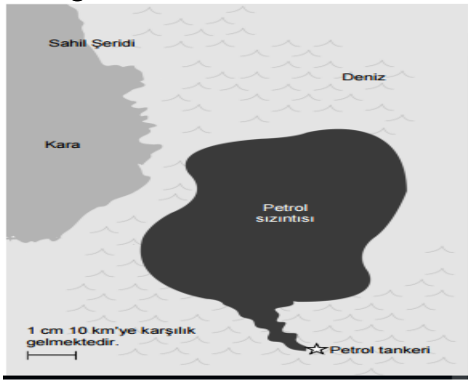
.......................................................................................................................
.......................................................................................................................
.......................................................................................................................

Problem incelendiğinde grafikteki veriler doğrultusunda A ve B gruplarının karşılaştırılması yapılarak bir gerekçenin ortaya konulması istenilmektedir. Bu bakımdan “Test Puanları” problemi zengin matematiksel içeriğe hakim olma problemine örnek verilebilir.

***2.9.5.3. Matematiksel çıkarımda bulunma.*** Bu tür problemlerin ortak özelliklerinin “mevcut matematik birikimden yararlanarak bir hedefe yönelik çıkarımda bulunma veya yapılmış çıkarımı değerlendirme” olarak ifade edilmektedir (Altun & Bozkurt, 2017, s. 181). Bu kategoriye “Petrol sızıntısı” problemi örnek olarak gösterilebilir.

**PETROL SIZINTISI**

Bir petrol tankeri denizde bir kayaya çarpmış ve tankerin yakıt tankında bir delik oluşmuştur. Tanker karaya yaklaşık olarak 65 km uzaklıktadır. Petrolün yayılmasından bir kaç gün sonraki durum aşağıdaki haritada gösterilmektedir.




Haritadaki ölçeği kullanarak, petrol sızıntısının alanını kilometre kare ($km^2$) cinsinden tahmin ediniz.

"Petrol sızıntısı" problemi incelendiğinde problemin çözümünde verilenlerden hareketle matematiksel çıkarım yaparak sonucun tahmin edilmesini içermektedir. Bu açıdan bu problem matematiksel çıkarımda bulunma kategorisinde yer aldığı söylenebilir.

***2.9.5.4. Matematiksel öneri geliştirme ve/veya geliştirilmiş öneriyi yorumlama.*** Bu tür problemler bir model oluşturma veya geliştirme, geliştirilen bir modeli/öneriyi yorumlama davranışını içermektedir. "En iyi Araba" problemlerinin 2. sorusu bu tür problemlere örnek olarak verilebilir. Yansıtıcı becerilerde de örnek olan sunulan problem incelendiğinde bu problemin çözümünde verilenlerden hareketle Ca" araba üreticisinin ödülü kazanabileceği bir modelin ortaya konulması istenilmektedir. Bu açıdan bu problem matematiksel öneri geliştirme ve/veya geliştirilmiş öneriyi yorumlama kategorisinde yer aldığı söylenebilir.

***2.9.5.5. Yaşamsal durumun matematik dilindeki karşılığını anlama.*** Bu tür bazı problemler "çözümün arasından soru kökündeki parametrelere uygun olanın seçilmesini" gerektirmektedir (Altun ve Bozkurt, 2017, s. 181). Ayrıca bu tür problemler gerçek yaşam durumundan matematiksel dile dönüş gerektiren problemler olarak ta düşünülebilir. Kalp atışı probleminin 2. sorusu bu kategoriye örnek olarak verilebilir.

## KALP ATISI

İnsanlar, sağlık nedenleriyle (örneğin spor yaparken), belirli bir kalp atış sayısını geçmemek için yaptıkları işleri sınırlamalıdır.

Kişinin tavsiye edilen en yüksek kalp atış hızı ve kişinin yaşı arasındaki ilişki yıllarca aşağıdaki formül ile tanımlanmıştır:

*Tavsiye edilen en yüksek kalp atış hızı* = 220 - *yaş*

Son araştırmalar göstermiştir ki bu formülde küçük bir değişiklik yapılmalıdır. Yeni formül aşağıdaki gibidir:

*Tavsiye edilen en yüksek kalp atış hızı* = 208 – (0,7× yaş)

**Soru 2: KALP ATIŞI**

*Tavsiye edilen en yüksek kalp atış hızı*= 208 – (0,7 × yaş) formülü fiziksel çalışmaların en verimli olduğu zamanı belirlemede de kullanılmaktadır. Araştırmalar göstermiştir ki fiziksel çalışma, kalp atışı, tavsiye edilen en yüksek kalp atış hızının yüzde sekseni olduğu zaman en verimlidir.

Fiziksel çalışmanın en verimli olduğu zamanı hesaplamak için yaş cinsinden ifade edilen bir formül yazınız.

Gerçek yaşam bağlamında verilen bu problemin çözümünde “verilen matematiksel bir bağıntıya, belirlenen hedefe yönelik bir değişimin yansıtılmasını” gerektirmektedir (Altun ve Bozkurt, 2017, s. 181). Ayrıca problemde bir matematiksel dilin ortaya konulması istenilmektedir. Bu bakımdan yaşamsal durumun matematik dilindeki karşılığını anlama problemi içerisinde yer almaktadır.

***2.9.5.6. Matematik dilinin yaşamdaki karşılığını anlama.*** Bu kategoride yer alan problemler, matematiksel dilin gerçek yaşam dönüştürülmesini içermektedir. “Deprem” problemi bu tür problemlere örnek olarak verilebilir.

## DEPREM

Depremler ve depremlerin ne sıklıkla oluştuğu konusunda bir belgesel yayımlandı. Bu program depremlerin önceden belirlenebilirliği hakkında bir tartışmayı da içeriyordu.

Bir yerbilimci: “Gelecek yirmi yıl içinde Zed kentinde bir deprem olma olasılığı üçte ikidir“ dedi.

Aşağıdakilerden hangisi *Yerbilimcinin sözlerinin* anlamını en iyi yansıtmaktadır?

A $\frac{2}{3} \times 20 = 13{,}3$ , öyleyse günümüzden 13 ya da 14 yıl sonra Zed kentinde bir deprem olacaktır.

B $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$'den büyüktür, öyleyse gelecek 20 yıl içinde herhangi bir zamanda bir deprem olacağından emin olabilirsiniz.

C Gelecek 20 yıl içinde herhangi bir zamanda Zed kentinde deprem olma olasılığı deprem olmama olasılığından daha yüksektir.

D Ne olacağını söyleyemezsiniz, çünkü hiç kimse ne zaman deprem olacağından emin olamaz.

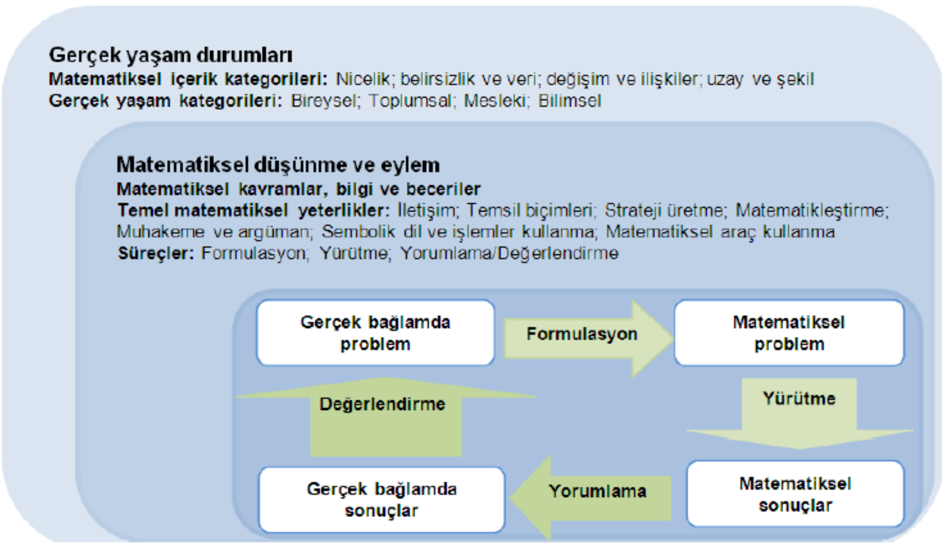
Bu problemde deprem olma ihtimaliyle ilgili matematiksel bir oran verilmektedir Bu orandan hareketle çıkarılabilecek çeşitli anlamlardan doğru olanın bulunması istenmiştir. Problemin en önemli noktası matematik dilinin yaşamsal dile çevrilme becerisini gerektirmesidir. Bu durumlar dikkate alındığında “Deprem” problemi matematik dilinin yaşamdaki karşılığını anlama problemi kategorisinde yer almaktadır.

**2.9.6. Matematik okuryazarlığı problemlerinin süreç becerilerine göre sınıflandırılması.** PISA uygulamalarıyla birlikte yeterlik (competence) ve beceri (skills) yapılarının “matematiksel süreçler” terimiyle değiştirildiği görülmektedir (Niss, 2015). Matematik süreç becerileri matematiğin hem öğrenilmesi hem de matematiksel içerik, kavram ve problemlerin anlaşılması açısından önemlidir (Kaosa-ard, Erawan, Damrongpanit & Suksawang, 2015). Bu beceriler öğrencilerin problemleri doğru ve mantıklı bir şekilde çözmelerine olanak sağlar. Süreç becerileri, gerçek yaşam veya fizik, biyoloji gibi diğer disiplinler bağlamındaki problem durumlarıyla karşılaşıldığında başlar (Gatabi, Stacey & Gooya, 2012). Öğrenciler bu becerileri etkili kullanarak gerçek yaşam durumlarıyla matematiksel dünya arasında bağlantı kurarak matematiksel dile hakim olurlar. Öğrencilerin birer problem çözücü olarak yetiştirilmesinde matematik süreç becerilerinin önemli rolü olduğu söylenebilir. Çünkü gerçek yaşam durumlarında karşılaşılan bir problemin matematiksel dile aktarımı formüle etme sürecini, matematiksel dünyada olan bir problemin çözüme kavuşturulması akıl yürütmeyi ve elde edilen sonuçlar yorumlanma ve değerlendirme süreçlerini içermektedir. Öğrenciler bu süreçleri içselleştirdiklerinde birer problem çözücü olarak problemlerin üstesinden gelebilirler. Bu açıdan da matematiksel süreçler çeşitli durumlarda matematiğin uygulandığı yetenekler olarak görülmektedir (Kaosa-ard ve diğerleri, 2015). Çünkü bu durumlar matematiksel düşünmeyi gerektirmektedir. Matematiksel düşünme etkinliklerinin matematiksel süreçlerin kazanılmasında ve anlaşılmasında etkili olduğu ifade edilmektedir (Lew, Cho, Koh, Koh & Paek, 2012). Matematik konularının da matematik süreç becerileriyle ilişkili olduğu söylenebilir (MEB, 2013a). Bu bakımdan öğrencilerin matematik öğrenmelerinde kullanılan aktivitelerin matematik süreç becerilerini geliştirecek nitelikte olması etkili bir eğitim için önemli görülmektedir (Reys ve diğerleri, 2007). Formüle etme, işe koşma ve yorumlama süreçlerinin temelini oluşturduğu temel matematik yeterliliklerin etkinleştirilmesiyle öğrencilerin matematiksel okuryazarlıkları geliştirilebilir (Dewantara, Zulkardi & Darmawijoyo, 2015).

PISA uygulamalarının bir odağı haline gelen matematik okuryazarlığı, bireylerin matematiğin gerçek hayattaki rolünü fark etmelerine olanak sağlayan çeşitli gerçek yaşam durumlarında formüle etme, matematiği işe koşabilme ve yorumlayabilme kapasitesi olarak tanımlanmaktadır (OECD, 2013a). Yapılan bu tanımlama göz önüne alındığında bireylerin formüle etme, işe koşma (yürütme), ve yorumlama kapasiteleri ön plana çıktığı görülmektedir.  OECD (2013a) tarafından yayınlanan raporda pratikte matematik okuryazarlığının bir modelinde de bu süreçler belirgin olarak görülmektedir:

Şekil 2

*Matematik Okuryazarlığı Değerlendirme Çerçevesi*




(OECD, 2013a, s. 37; Taş, Arıcı, Ozarkan & Özgürlük, 2016, s.29)

Bu çerçeveye göre matematik okuryazarlığı, gerçek yaşam bağlamında karşılaşılan durumları matematiksel olarak *formüle ederek* matematiksel dünyaya aktarma, matematiksel bir problemde olguları, süreçleri *ve akıl yürütmeleri işe koşarak* matematiksel sonuçlara ulaşma, matematiksel sonuç veya çıktılar *yorumlayarak* gerçek yaşam durumuna aktarma ve yorumlanarak gerçek yaşam durumuna aktarılan çıktıları *değerlendirerek* gerçek yaşamda karşılaşılabilecek başka durumlara aktarmayı içermektedir. PISA'da matematiksel okuryazarlık yapısını destekleyen şekildeki matematiksel modelleme döngüsünün anahtar kavramları formüle etme, işe koşma, yorumlama ve değerlendirme olarak görülmektedir (Tout & Gal, 2015). Şekil 2 göz öne alındığında matematik okuryazarlığın, matematiğin aktif olarak kullanımını gerektirdiği gibi aynı zamanda olayları anlama, açıklama ve yorumlamada matematiksel kavramların, prosedürlerin, olayların ve araçların kullanımını ve matematiksel sorgulamayı kapsadığı söylenebilir (OECD, 2013a). Niss (2015) matematiksel süreçlerin merkezinde günlük olandan matematiksel dünyaya geçmeyi ifade eden matematizasyonun (mathematisation) olduğunu ve bu süreçlerin matematizasyon döngüsü yoluyla tasvir edilebileceğini belirtmektedir. Ayrıca bu modele göre matematik okuryazarlığına sahip bir öğrencinin aktif olarak bir problem çözücü olduğu da söylenebilir. Çünkü problem çözücüler ilk olarak gerçek yaşam durumunda tanımlanan matematiksel yapıyı ortaya çıkartmak zorundadır (Stacey & Turner, 2015). Matematiksel yapı keşfedildikten sonra o yapının özellikleri tanımlanarak gerçek yaşam bağlamında verilen bilgi ortaya konulan yapıya göre değerlendirilmelidir. Daha sonra gerçek yaşam bağlamında verilen bilgiler kullanılarak problemin çözümü için matematiksel olgu, süreç ve akıl yürütmeler işe koşularak problemle ilgili bir sonuca ulaşılmaya çalışılır. Elde edilen bu sonuç tekrar değerlendirilerek gerçek yaşam durumuna göre yorumlanır.

PISA 2012 uygulamasından önce problemlerin süreç becerilerine göre sınıflandırılması yine üç beceriye göre yapılmaktaydı. Bu beceriler; 1- Durumları, problemleri matematiksel olarak formüle etme, 2- Matematiksel kavramları, gerçekleri, yöntemleri kullanma ve akıl yürütme, 3- Matematiksel çıktıları yorumlama, uygulama ve değerlendirme olarak tanımlanmaktaydı. PISA 2012 uygulamasıyla birlikte matematiksel süreç becerileri daha belirgin dayanaklarla; 1-gerçek yaşamın matematiksel olarak *formüle edilmesi*, 2-matematiksel olarak formüle edilmiş problemin çözümünde matematiğin *işe koşulması* ve 3-gerçek yaşam koşullarında matematiksel sonuçların *yorumlanması ve değerlendirmesi* olarak açık bir şekilde yeni bir tanımlamanın içerisine çekilmiştir (Stacey, 2012). Bu durum PISA 2012 uygulamasında PISA'nın matematik yapısının güncellenmesinin sonucu olarak ortaya çıktığı söylenebilir (Kelly, Nord, Jenkins, Chan & Kastberg, 2013). Kelly ve diğerlerine (2013) göre yapılan bu yeni tanımlamaların daha anlamlı ve gerçek bir bağlam içerisinde olduğu ifade edilmektedir. Tout ve Spithill (2015) ise daha önceki PISA uygulamalarında süreçler arasındaki çizgileri keskin olarak ayırmanın kolay olmadığı ifade ederek PISA 2012 uygulamasında test geliştiricilerin ve matematik uzman grubunun yeni bir sınıflama orta koyduğunu ifade etmişlerdir. Bu üç süreç, öğrencilerin karşılaştıkları bir matematiksel problemle ilişki kurarken ve problemin çözümüne ulaşırken neler yaptıklarını ortaya koyan, matematiksel süreçlerin düzenlemesinde ve sınıflandırılmasında kullanışlı ve anlamlı bir sistem ortaya koymaktadır (Anıl, Özkan & Demir, 2015). Sonuç olarak PISA 2012 uygulamasında matematik okuryazarlığının ölçme ve değerlendirilmesinde üç matematiksel süreç tanımlanmaktadır (Anıl, Özkan & Demir, 2015):

- Durumları matematiksel olarak *formüle etme* (formulating)
- Matematiksel kavram, olgu, süreç ve akıl yürütmeleri *işe koşma* (employing)
- Matematiksel çıktıları *yorumlama, uygulama ve değerlendirme* (interpreting)

***2.9.5.1. Durumları matematiksel olarak formüle etme (formulating)[1].*** Matematik okuryazarlığı genellikle bağlam içerisindeki problemle başlar (Stacey & Turner, 2015). Problem çözücü, problem durumunun matematikle ilişkisini belirler. İlişkinin belirlenmesinden sonraki aşamada ise matematiksel kavramlardan yararlanarak, varsayımları basitleştirmeye ve ilişkileri tanımlamaya çalışarak durumları matematiksel olarak formüle etmeye çalışır. Başka bir ifadeyle bir bağlam içerisindeki problem matematiksel probleme dönüştürülmeye çalışılır. Problem çözücünün izlediği bu süreç matematiksel durumların formüle etme süreci olarak ifade edilmektedir. Formüle etme:

> Gerçek dünyada yer alan bir problemin matematiksel görünümünün ve problemin anlamlı değişkenlerinin belirlenmesi, matematiksel yapıların belirlenmesi, problemin matematiksel dile ve görünüme aktarılması, matematiksel analizini yapabilmek için problemlerin ve durumların sadeleştirilmesi; değişken, sembol, şekil ve model kullanarak durumların matematiksel olarak gösterilmesi, bir problemin değişik yollardan gösterilmesi, problemin bilinen problemlerle veya matematiksel kavram veya süreçlerle ilişkisinin kurulması, kavramsal bir problemden çıkan matematiksel ilişkilerin teknoloji kullanımı yoluyla resmedilmesi olarak tanımlanmaktadır (MEB, 2011, s. 16).

Formüle etme süreci şu davranışları içermektedir (OECD, 2013b, s. 28):

- *Gerçek hayatta karşılaşılan bir problem durumuna yönelik matematiksel yönleri ve bu probleme yönelik manidar değişkenleri tanımlar.*
- *Problemlerde ya da problem durumlarında, düzen, ilişki ve örüntüleri içeren matematiksel yapıları fark eder.*
- *Bir durumu ya da problemi, matematiksel analizlere tam hazır hale getirmek için basitleştirir.*
- *Belli bir bağlamda toplanan herhangi bir matematiksel modellemenin ve basitleştirmenin temel sınırlılıklarını ve varsayımlarını tanımlar.*
- *Bir durumu, uygun değişkenleri, sembolleri, diyagramları ve standart modelleri kullanarak matematiksel olarak gösterir.*
- *Bir problemi, uygun varsayımlara ve matematiksel kuramlara göre farklı şekillerde gösterir.*

[1] Durumları matematiksel olarak formüle etme araştırmanın diğer bölümlerinde "formüle etme" şeklinde kısaltılarak verilmiştir.

- *Bir problemin sunumunda kullanılan spesifik dil yani teorik bilgi gösterimi şekli ile sembolik ve formel dil yani matematiksel gösterim şekilleri arasındaki ilişkileri anlar ve açıklar.*
- *Bir problemin spesifik ya da yazılı/sözlü içeriğini, matematiksel gösterime dönüştürür.*
- *Problemin bilinenlerine ya da matematiksel kavramlar, bilgi ya da süreçlere göre bir problemin yönlerini fark eder.*
- *Kavramsal bir problemde, doğal matematiksel ilişkileri betimlemek için teknolojiyi kullanır.*
- *Örneğin bir tablo, ya da sıklık listesini matematiksel hesap makinesi kullanarak hazırlar*

Genel olarak formüle etme süreci, problemlerin matematiksel görünümünün ve anlamlı değişkenlerinin belirlenmesi, matematiksel yapıların belirlenmesi, problemin matematiksel dile ve görünüme dönüştürülmesi, değişken, sembol, şekil ve model kullanılarak durumların matematiksel olarak gösterilmesi, problemin matematiksel kavram veya süreçlerle ilişkisinin kurulması, matematiksel ilişkilerin teknoloji kullanımı yoluyla resmedilmesi gibi davranışları içerdiği görülmektedir. PISA 2000 pilot uygulamasında kullanılan "Pizza" problemi ve PISA 2012 esas uygulamasında yer alan "Paraşütlü Gemiler" problemlerinin 4. problemi formüle etme sürecini gerektiren problemlere örnek verilebilir:

---

**PİZZA**

Bir pizza dükkânında büyüklükleri farklı olan aynı kalınlıkta iki yuvarlak pizza satılmaktadır. Çapı 30 cm olan küçüğünün fiyatı 30 zed, çapı 40 cm olan büyüğünün fiyatı ise 40 zeddir. Buna göre, hangi pizza daha ucuzdur? işleminizi gösteriniz.

---

"Pizza" problemi incelendiğinde problem çözücülerin gerçek hayat bağlamında verilen problemin matematikle ilişkisini belirleyerek parasal değeri ifade eden bir modelle formüle etmesi gerekmektedir. Çözüm süreci matematiksel olarak pizzanın alanlarının belirlenerek karşılaştırılması ve pizzaların 1 $cm^2$'lik fiyatının bulunması gibi davranışlar içerdiği için bu problemin formüle etme sürecini içerdiği söylenebilir.

**Soru 4: PARAŞÜTLÜ GEMİLER** *PM923Q04 – 0 1 9*

Dizel yakıtın litresinin 0,42 zed olmasından dolayı *Büyük Dalga* gemisinin sahipleri gemilerine paraşüt taktırmayı düşünmektedir.

Böyle bir paraşütün dizel yakıt tüketimini toplamda yaklaşık %20 azaltacağı tahmin edilmektedir.

Ad: *Büyük Dalga*

Tür: Yük gemisi

Uzunluk: 117 metre

Genişlik: 18 metre

Yük kapasitesi: 12 000 ton

Maksimum hız: 19 knot (denizcilikte kullanılan hız birimi)

Paraşütsüz bir yıllık dizel tüketimi: yaklaşık 3 500 000 litre

*Büyük Dalga* gemisine paraşüt takılmasının maliyeti 2 500 000 zed'dir.

Yapılan dizel yakıtı tasarrufu yaklaşık kaç yıl sonra paraşüt masrafını karşılar? Yanıtınızı destekleyen hesaplamalarınızı gösteriniz.

"Paraşütlü Gemiler" probleminin 4. problemi incelendiğinde ise bir bağlam içerisinde verilen problemin matematiksel bağlama dönüştürülmesini gerektirmektedir. Verilen problemde bir yıllık yakıt tüketiminin hesaplanmasına, paraşüt takılmasıyla bir yılda yapılan tasarrufun ne kadar olduğuna ve bir yıllık yapılan tasarrufun paraşüt maliyetini hangi oranda karşıladığına ilişkin bir model ortaya konularak verilerin matematiksel olarak formüle edilmesini gerektirdiği için bu problem formüle etme süreci içerisinde değerlendirilebilir.

***2.9.5.2. Matematiksel kavram, olgu, süreç ve akıl yürütmeleri işe koşma (employing)[2].*** Matematiksel kavram, olgu, süreç ve akıl yürütmeleri *işe koşma, s*oyut nesnelerin matematiksel dünyasındaki matematiksel sonuçlarını içermektedir (Stacey & Turner, 2015). Bir başka ifadeyle problem çözücünün bir bağlam içerisinde matematiksel olarak formüle edilmiş problem durumundan matematiksel sonuçlar elde edebilmesi için matematikle ilgili kuralların uygulanması, stratejilerin geliştirilmesi, matematiksel olgular ve akıl yürütmeler gibi bir takım durumlara başvurmalıdır.  Formüle edilerek matematiksel

[2] Matematiksel kavram, olgu, süreç ve akıl yürütmeleri işe koşma araştırmanın diğer bölümlerinde "yürütme" şeklinde kısaltılarak verilmiştir.

sonuçları içeren problemleri çözebilmek için matematiksel kavramlar, olgular ve muhakemelerin işe koşulması gerekir (Edo, Hartono & Putri, 2013). Matematiksel kavram, olgu, süreç ve akıl yürütmeleri *işe koşma* süreci, matematiksel bir çözüm bulmak ve sonuç elde etmek için problem çözücülerin gerekli olan matematiksel işlemleri uygulamasını içermektedir. PISA'daki kilit fikrin gerçek dünya ve matematiksel dünya arasındaki süreç hareketlerinin ayrı ayrı bildirilmesi olarak ifade edilirken *işe koşma* matematiksel dünyanın içerisinde çalışma süreci olarak görülmektedir (Stacey & Turner, 2015).

Anıl, Özkan ve Demir (2015, s. 21) tarafından oluşturulan PISA 2012 ulusal nihai raporunda *matematiksel kavram, olgu, süreç ve akıl yürütmeleri işe koşma* "bireylerin, matematiksel kavram, gerçek, işlem ve akıl yürütmeleri, matematiksel bir takım kararların elde edilmesi için yine matematiksel olarak formüle edilmiş problemlerin çözümünde kullanmaları durumu" olarak tanımlanmaktadır. İşe koşma süreci denklem çözme, aritmetik hesaplar yapma, tablo ve grafik okuma, matematiksel varsayımlar veya tablo ve grafiklerden çıkarımlar yapma, şekillerin gösterimi gibi becerileri gerektirmektedir.

Akıl yürütmeleri işe koşma süreci şu davranışları içermektedir (OECD, 2013b, s. 29):

- *Matematiksel çözümler bulmak için stratejiler tasarlar ve uygular.*
- *Kesin ya da yaklaşık çözümler bulmada teknolojik araçları da içeren matematiksel araçları kullanır.*
- *Çözüm bulmada matematiksel gerçekleri, kuralları, algoritmaları ve yapıları uygular.*
- *Sayıları, grafiksel ve istatistiksel verileri ve bilgileri, cebirsel ifadeleri ve denklemleri ve geometrik gösterimleri manipüle eder.*
- *Matematiksel diyagram, grafik ve yapıları oluşturur. Bunlardan matematiksel bilgi çıkarır.*
- *Çözüm bulma sürecinde, farklı gösterimler kullanır ve bu gösterimler arasında geçiş yapar.*
- *Çözüm bulmada uyguladığı matematiksel süreçlerden elde ettiği sonuçlara bağlı olarak genellemeler yapar.*
- *Matematiksel argümanlar göstererek matematiksel sonuçları açıklar ve doğrular.*

İşe koşma süreci matematiksel sonuç ve çözüm elde etmek için gerekli olan matematiksel yöntemlerin kullanıldığı süreç olarak ifade edilebilir. Aritmetik hesaplamalar yapma, eşitsizlikleri çözümleme, matematiksel varsayımlardan mantıksal çıkarımlar yapma, tablo ve grafiklerden matematiksel bilginin çıkarımlarını yapma gibi davranışları gerektirdiği görülmektedir. PISA 2000 ve 2003 uygulamalarında yer almış olan “Marangoz” problemi ve PISA 2012 esas uygulamasında bulunan “Döner Kapı” problemlerinin 1. problemi yürütme sürecini gerektiren problemlere örnek olarak verilebilir:

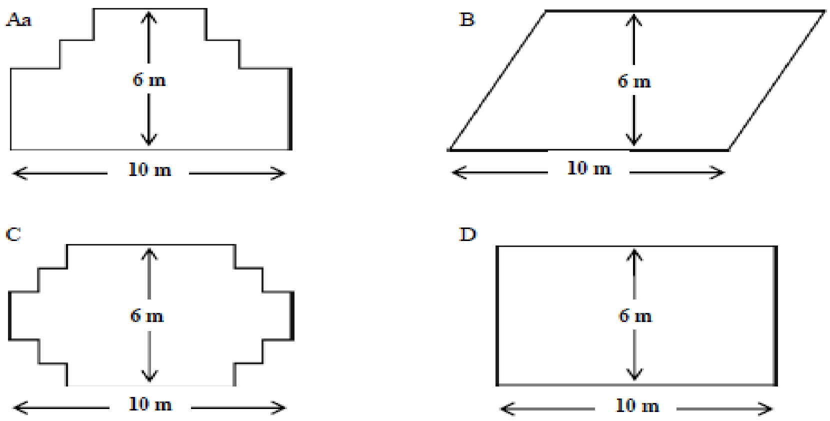
---

MARANGOZ

**Soru 1:MARANGOZ**

Bir marangozun 32 metrelik tahtası var. Bu marangoz, bahçe ekim alanının çevresine bir sınır çizgisi yapmak istiyor. Bahçe ekim alanı için aşağıdaki tasarımları düşünmektedir.

Her tasarımda bahçe ekim alanının 32 metrelik tahtayla yapılıp yapılamayacağını göstermek için “Evet” ya da “Hayır’ı” daire içine alınız.

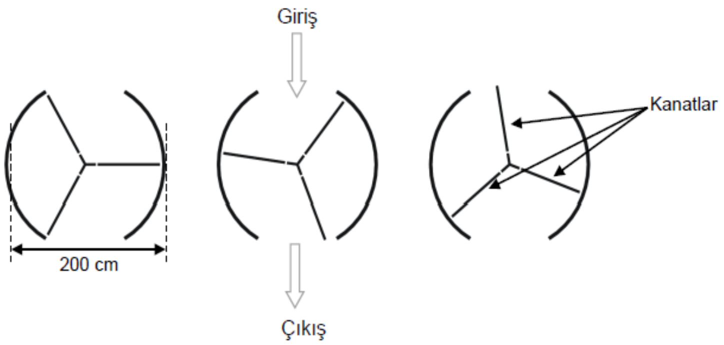



| Bahçe ekim alanı tasarımı | Bu tasarımı kullanarak, bahçe ekim alanı 32 metrelik tahtayla yapılabilir mi? |
|---|---|
| Tasarım A | Evet / Hayır |
| Tasarım B | Evet / Hayır |
| Tasarım C | Evet / Hayır |
| Tasarım D | Evet / Hayır |

“Marangoz” problemi bir bağlam içerisinde verilen gerçek problem durumlarına göre matematiksel sonuçların yorumlanmasını gerektirmektedir. Problemde verilen “evet/hayır” seçeneklerinin verilen durumlara göre işaretlenmesi, matematikle ilgili kuralların ve stratejilerin göz önüne alınarak akıl yürütme sürecinin işe koşulmasını gerektirmektedir. Problemin çözümü için matematiksel gerçekler, kurallar, algoritmalar veya yapılar dikkate alınarak “evet/hayır” seçeneklerinin belirlenmesi matematiksel sonuçların yorumlanmasını gerektirdiği için “Marangoz” probleminin yürütme sürecini içerdiği söylenebilir.

## DÖNER KAPI

Bir döner kapının, daire şeklinde bir alan içerisinde dönen üç kanadı vardır. Bu alanın iç çapı 2 metre (200 santimetre)'dir. Üç kapı kanadı, bu alanı üç eşit bölüme ayırmaktadır. Aşağıdaki plan, yukarıdan bakıldığında bu üç kapı kanadının üç farklı konumunu göstermektedir.




**Soru 1: DÖNER KAPI**

İki kapı kanadı arasındaki açı kaç derecedir?

Açı: ........................................................ º

"Döner Kapı" problemi incelendiğinde bir dairenin merkez açısının bir bölümünün hesaplanmasıyla ilişkili olduğu görülmektedir. Bu problem gerçek yaşam bağlamında verilen bir yapıdan matematiksel bilginin kullanılarak bir çıkarım yapılmasını gerektirmektedir. Bu açıdan yukarıda verilen "Döner Kapı" problemi yürütme sürecini gerektirmektedir.

***2.9.5.3. Matematiksel çıktıları yorumlama, uygulama ve değerlendirme (interpreting)*[3]*.*** Gerçek yaşam bağlamında karşılaşılan bir problem durumuyla başlayan modelleme süreçleri, problemin matematiksel terimler ve kavramlar vasıtasıyla formüle edilerek matematiksel dünyaya aktarılmasıyla devam eder (Gatabi, Stacey & Gooya, 2012). Matematiksel olarak formüle edilen problem matematiksel kavramlar ve yöntemler uygulanılarak çözüme kavuşturulur. Matematiksel kavram, olgu, süreç ve akıl yürütmelerin işe koşularak matematiksel dünyada çözüme kavuşturulan problemin gerçek yaşam bağlamında değerlendirilip elde edilen sonucun doğruluğunun belirlenmesi için matematiksel dünyadan gerçek dünyaya aktarılması gerekmektedir (Stacey & Turner, 2015). Matematiksel çıktıların matematiksel dünyadan gerçek yaşam durumlarına aktarılmasında matematiksel

[3] Matematiksel çıktıları yorumlama, uygulama ve değerlendirme araştırmanın diğer bölümlerinde "yorumlama, değerlendirme " şeklinde kısaltılarak verilmiştir.

çıktıları yorumlama, uygulama ve değerlendirme sürecinin etkili olduğu söylenebilir. Yorumlama aşamasında problem çözücüler matematiksel sonuçlara dikkat ederek, sonuçların gerçek yaşam bağlamında saklı olan anlamlarını ve gerçek problemin gereksinimleri karşısında yeterli olup olmadığını kontrol eder (OECD, 2003).

MEB (2011, s. 17) tarafından yayınlanan PISA raporunda matematiksel çıktıları *yorumlama, uygulama ve değerlendirme* süreci “bulunan matematiksel sonucun gerçek dünyada tekrar yorumlanmasını, matematiksel çözümün uygunluğunun gerçek dünyada karşılaşılan problem bağlamında değerlendirilmesini, matematiksel bir süreç veya modelin çıktılarının gerçek dünyaya etkilerinin, matematiksel kavram ve çözümlerin sınırlarının anlaşılmasını, problemi çözmek için kullanılan modelin sınırlarının belirlenmesini ve eleştirilmesini ifade etmektedir” şeklinde tanımlanmıştır. OECD (2013b, s. 29) ise PISA 2012 değerlendirme raporunda yorumlamayı “bireylerin, matematiksel çözüm, sonuç ya da kararları bir gerçek yaşam probleminde yorumlayabilme kapasitesi” olarak tanımlamaktadır. Bu süreç aynı zamanda uygulama yapma ve değerlendirme süreçlerini de içermektedir. Değerlendirme yapılabilmesi için öncelikle sonuçların elde edilmiş olması gerekir. Elde edilen sonuçlar gerçek yaşam durumuna transfer edilerek değerlendirilebilir veya uygulama yapılabilir. Matematiksel çıktıları yorumlama, uygulama ve değerlendirme süreci şu davranışları içermektedir (OECD, 2013b, s. 29-30):

- *Bir matematiksel sonucu, gerçek dünya içeriğine dönerek yorumlar,*
- *Gerçek hayatta karşılaşılabilecek bir probleme yönelik matematiksel çözümlerin makul olup olmadığını değerlendirir.*
- *Sonuçların ne kadar doğru ya da uygulanabilir olduğu konusunda bir yargıya varabilmek için yürütülen bir matematiksel sürecin ya da modelin içerdiği hesaplamaların ve çıktıların, gerçek dünyadaki etkilerinin nasıl ve neler olduğunu anlar.*
- *Verilen bir kavramsal probleme yönelik matematiksel sonuç ve kararların neden mantıklı ya da mantıksız olduğunu açıklar.*
- *Matematiksel kavramların ve çözümlerin sınırlılıklarını anlar.*
- *Problem çözmede kullanılan modelin sınırlılıklarını tanımlar ve eleştirir.*

Yorumlama sürecinin matematiksel sonucun gerçek dünyada tekrar yorumlanması, matematiksel çözümün gerçek dünyada karşılaşılan problem bağlamında değerlendirilmesi, matematiksel süreç veya modelin çıktılarının gerçek dünyaya etkileri gibi davranışları içerdiği görülmektedir. Yorumlama sürecinde, vurgunun gerçek dünya bağlamında olduğu düşünülmektedir. Bir başka ifadeyle problem çözücülerin matematiksel çıktılar gerçek yaşam durumları bağlamında yorumlanması, değerlendirmesi veya çıkarımlar yapmasını gerektiren problemlerin yorumlama sürecini içerdiği söylenebilir. PISA 2003 uygulamasında yer alan "Soygunlar" problemi ve PISA 2012 pilot uygulamasında yer alan "Rüzgar Enerjisi" problemlerinin 1. problemi yorumlama, değerlendirme sürecine örnek olarak verilebilir:

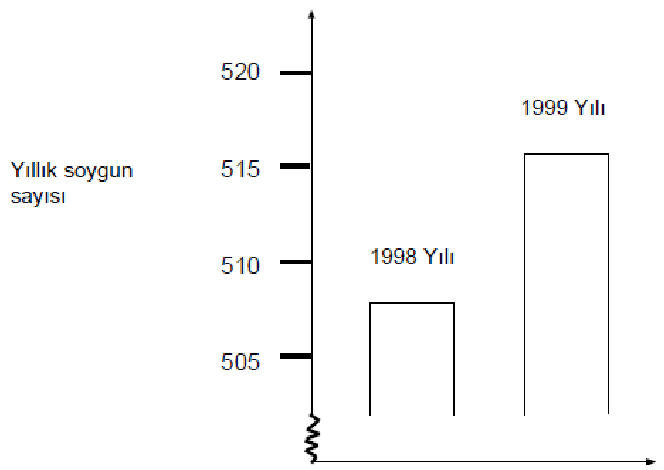
SOYGUNLAR

**Soru 1: SOYGUNLAR**

Bir televizyon muhabiri, aşağıdaki grafiğe bakarak şunları söylemektedir:

"Bu grafik 1998 yılından 1999'a kadar soygunların sayısında çok büyük bir artış olduğunu göstermektedir."

Muhabirin sözlerinin grafiğe uygun bir yorumolduğunu düşünüyor musunuz? Yanıtınızı desteklemek için bir açıklama yapınız.




"Soygunlar" problemi incelendiğinde matematiksel olarak verilen bir grafiğin gerçek dünyada yorumlanması istenilmektedir. Grafik incelenerek bir matematiksel çıktının yorumlanması bağlamında verilen problemin ne kadar doğru ya da uygulanabilir olduğu hususunda bir yargıya varılabilmesi için matematiksel çıktının gerçek dünyadaki etkilerinin neler olduğunun yorumlanarak problemde verilen yargının bir değerlendirme sürecinden geçirilmesi gerekmektedir. Bu doğrultuda verilen problemin yorumlama, değerlendirme süreci içerisinde sınıflandırılabileceği söylenebilir.

## RÜZGÂR ENERJİSİ

Zed şehrinde elektrik üretmek için rüzgâr enerjisi istasyonlarının yapılması düşünülmektedir.

Zed şehri Belediye Meclisi aşağıdaki model hakkında bilgi toplamıştır.

| | |
|---|---|
| Model: | E-82 |
| Kule yüksekliği: | 138 metre |
| Dönen kanat sayısı: | 3 |
| Dönen kanat uzunluğu: | 40 metre |
| Maksimum dönüş hızı: | Dakikada 20 dönüş |
| İnşaat masrafı: | 3 200 000 zed |
| Üretimden elde edilen gelir : | Üretilen her bir kwh için 0,10 zed |
| Bakım masrafı: | Üretilen her bir kwh için 0,01 zed |
| Verimlilik: | Bir yılın %97'sinde çalışır durumdadır. |

Not: kilowatt saat (kwh) bir elektrik enerjisi ölçüsüdür.

**Soru 1: RÜZGÂR ENERJİSİ** *PM922Q01*

Verilen bilgilere göre, E-82 rüzgâr enerjisi istasyonuyla ilgili aşağıdaki önermelerin doğru olup olmadığına karar veriniz. Her bir önerme için " Evet" ya da "Hayır" seçeneklerinden birini yuvarlak içine alınız.

| Önerme | Verilen bilgilere göre bu önerme doğru mudur? |
|---|---|
| Üç enerji istasyonunun toplam inşaat ücreti 8 000 000 zed'in üzerindedir. | Evet / Hayır |
| Enerji istasyonunun bakım masrafı, üretimden elde edilen gelirin yaklaşık olarak %5'i kadardır. | Evet / Hayır |
| Rüzgâr enerjisi istasyonunun bakım masrafı, üretilen kwh miktarına bağlıdır. | Evet / Hayır |
| Bir yılın tam olarak 97 gününde rüzgâr enerjisi istasyonu çalışır durumda olmaz. | Evet / Hayır |

"Rüzgar Enerjisi" problemlerinin birinci probleminde verilenler doğrultusunda "evet/hayır" seçeneklerinin işaretlenmesi istenilmektedir. "Evet/hayır" seçenekleri işaretlenirken "Rüzgar Enerjisi" istasyonu için verilen matematiksel çıktıların değerlendirilerek, önerme olarak matematiksel bağlamda verilen ifade veya sonucun neden doğru olup olmayacağının kararının verilmesi gerekmektedir. Sonuçların doğru olup olmadığına karar verilebilmesi için "Rüzgar Enerjisi" istasyonuyla ilgili modelde verilen çıktıların gerçek dünyada neler ifade ettiğinin yorumlanmasını gerektirdiği söylenebilir. Belirtilen gerekçelerden yola çıkarak "Rüzgar Enerjisi" problemlerinin 1. sorusu süreç becerilerinden yorumlama, değerlendirme süreci içerisinde sınıflandırılabileceği söylenebilir.

## 2.10. Matematik Okuryazarlığı Yeterlik Düzeyleri

PISA uygulamalarına katılan ülkelerdeki öğrencilerin matematik okuryazarlığı problemlerine verdikleri cevapların analizleri doğrultusunda öğrencilerin yeterliliklerini ortaya koyan iyi tanımlanmış düzeylere göre matematik okuryazarlık düzeyleri rapor edilmektedir (Anıl, Özkan & Demir, 2015). PISA, matematik okuryazarlığını 6 düzeyde sınıflandırıp her bir yeterlilik düzeyinin ayrıntılı tanımlamasını yaparak bir ölçek ortaya koymuştur. Yeterlilik düzeyi için yapılan tanımlamalarda belirli bir yeterlilik düzeyinde bulunan öğrencilerin neleri yapıp yapamayacağı ifade edilmiştir. Ayrıca yeterlik düzeyleri için puan aralıkları da tanımlanarak öğrencilerin matematik okuryazarlık düzeyleri ve bu doğrultuda PISA uygulamalarına katılan ülkelerin matematik okuryazarlık düzey ve puanları belirlenmektedir.  PISA matematik okuryazarlığına ilişkin belirlenen yeterlik düzeyleri ve bu düzeylerdeki öğrencilerin gerçekleştirebilecekleri durumlar aşağıdaki tabloda sunulmuştur (Anıl, Özkan & Demir, 2015, s. 30):

| Düzey | Puan Aralığı | Yeterlikler |
|---|---|---|
| 6 | 669,30 ve üzeri | Bu yeterlik düzeyinde öğrenciler;<br>Araştırmalarına bağlı olarak elde ettikleri bilgileri kavramlaştırabilir, genelleyebilir ve kullanabilir.<br>Karmaşık problem durumlarını modelleyebilir.<br>Farklı bilgi kaynaklarını ve gösterimlerini ilişkilendirebilir. Bunları esnek bir şekilde birbirine dönüştürebilir.<br>İleri düzeyde matematiksel düşünme ve akıl yürütme kapasitesine sahiptir.<br>Yeni durumlarla başa çıkmaya yönelik yeni yaklaşımlar ve stratejiler geliştirmede, sembolik ve formel matematik işlemleri ve ilişkilerinin yanı sıra, kendi bakış açılarını ve anlamalarını uygulayabilir.<br>Kendi bulgularına, yorumlarına, argümanlarına ve bunların orijinal durumlara uygunluğuna bağlı olarak eylemlerini ve tepkilerini formüle edebilir ve bunlar arasındaki iletişimi tam olarak sağlayabilir. |
| 5 | 606,99 ile 669,30 arası | Bu yeterlik düzeyinde öğrenciler;<br>Karmaşık durumlara yönelik modeller geliştirebilir ve bu modellerle çalışabilir. Sınırlılıkları ve spesifik varsayımları tanımlayabilir.<br>Bu modellerle ilişkili karmaşık problemlerle başa çıkmaya yönelik uygun problem çözme stratejilerini seçebilir, karşılaştırabilir ve değerlendirebilir.<br>Geniş ve iyi yapılandırılmış düşünme ve akıl yürütme becerilerini, ilişkilendirilmiş uygun gösterimleri, sembolik ve formel tanımlamaları ve bu durumlara yönelik bakış açılarını kullanarak stratejik bir şekilde çalışabilir.<br>Kendi eylemlerini ve formülleştirmelerini yansıtabilir. Kendi yorumları ve akıl yürütmelerine bağlı olarak elde ettiği çıkarımları arasında iletişim kurabilir. |
| 4 | 544,68 ile 606,99 arası | Bu yeterlik düzeyinde öğrenciler;<br>Varsayımların sağlanması ya da sınırlılıklar içerebilen karmaşık durumlara yönelik açık modellerle etkili bir şekilde çalışabilir.<br>Sembolik gösterimler içeren farklı gösterimleri seçebilir ve entegre edebilir. Bunlarla gerçek problem durumları arasındaki bağlantıları doğrudan kurabilir.<br>İyi yapılandırılmış becerileri ve esnek akıl yürütmeleri, bu içerikteki bazı bakış açılarıyla kullanabilir.<br>Kendi yorumlarına, argümanlarına ve eylemlerine dayalı açıklamaları ve tartışmaları inşa edebilir ve ilişkilendirebilir. |
| 3 | 482,38 ile 544,68 arası | Bu yeterlik düzeyinde öğrenciler;<br>Bir dizi aşamalı kararların verilmesini içeren açıkça tanımlanmış işlemleri yürütebilir.<br>Basit problem çözme stratejilerini seçebilir ve uygulayabilir.<br>Farklı bilgi kayakları ve bunlardan doğrudan çıkarımlar yapılmasına dayalı gösterimleri yorumlayabilir ve kullanabilir.<br>Yorumlarını, sonuçlarını ve akıl yürütmeleri ile elde ettiği çıkarımlarını raporlaştırırken bunlar arasındaki ilişkileri sınırlı ve kısa şekilde kurabilir. |
| 2 | 420,07 ile 482,38 arası | Bu yeterlik düzeyinde öğrenciler;<br>Doğrudan yani ilk bakışta görülenden fazlasını gerektirmeyen belli bir içerikteki durumları fark edebilir ve yorumlayabilir.<br>Tek bir kaynakla ilişkili bilgileri ortaya çıkarabilir ve bu bilgileri tek bir gösterimde kullanabilir.<br>Temel algoritma, formül, işlem ve alışıldık kuralları işe koşabilir.<br>Doğrudan yani ilk bakışta görülen basit ilişkilere yönelik akıl yürütme kapasitesine sahiptir ve sonuçları sınırlı bir şekilde yorumlayabilir. |
| 1 | 357,77 ile 420,07 arası | Bu yeterlik düzeyinde öğrenciler;<br>Tüm ilişkili bilgilerin verildiği ve soruların açıkça tanımlandığı bilindik içerikteki soruları yanıtlayabilir.<br>Açık durumlara yönelik doğrudan verilen yönergelere göre bilgiyi tanıyabilir ve rutin işlemleri ortaya çıkarabilir.<br>Açık ve bir özendirici verilen eylemlerde performans gösterebilir. |

## 2.11. Problem Çözme İle İlgili Literatür Taraması

Literatür incelendiğinde problem çözme ile ilgili çok sayıda çalışmayla karşılaşılmaktadır. Bu çalışmalar, problem çözme ile ilgili kuramsal bilgilerin verildiği (Altun, 2014; Baykul, 2014; Gelbal, 1991; Polya, 1957; Schoenfeld, 1985), katılımcı grupların problem çözme becerilerinin incelendiği (Altunçekiç, Yaman & Koray, 2005; Dede & Yaman, 2005; Korkut, 2002), problem çözme düzeylerinin karşılaştırıldığı (Otacıoğlu, 2007), problem çözme becerilerinin bazı değişkenler açısından incelendiği (Baki, Güç & Özmen, 2012; Berkant & Eren, 2013; Lai, Zhu, Chen & Li, 2015), problem çözmedeki güçlük ve hataların tespit edildiği (Soylu & Soylu, 2006), başarılar ile problem çözme becerisi arasındaki ilişkinin incelendiği (Alcı, Erden & Baykal, 2008; Özsoy, 2005; Ramirez, Chang, Maloney, Levine & Beilock, 2016; Saracaloğlu, Serin & Bozkurt, 2001), problem çözmeye yönelik inançlar, öz yeterliliklerin incelendiği (Frank, 1988; Hacıömeroğlu, 2011; Kayan & Çakıroğlu, 2008; Öztürk & Güven, 2016; Pajares & Kranzler, 1995; Pajares, 1996; Yenice, 2012), problem çözme ile ilişkili ölçeklerin geliştirildiği (Heppner & Peterson, 1982; Kızılkaya & Aşkar, 2010; Oğuz & Akyol, 2015; Taylan, 1990; Ünal & Aral, 2014), öğretim stratejisinin problem çözme üzerine etkisinin incelendiği (Aşiroğlu & Duruhan, 2016), problem çözme stratejileri ve rutin olmayan problem çözme becerilerinin incelendiği çalışmalar olarak sınıflandırılabilir. Bu çalışmada problem çözme literatürü çerçevesinde rutin olmayan problemler ve problem çözme stratejileri ile ilgili yapılan çalışmalara odaklanılmıştır. Bu doğrultuda problem çözme literatürü çerçevesinde incelenen çalışmalar; a) problem çözme stratejilerinin kullanım düzeylerine ilişkin yapılan çalışmalar, b) rutin olmayan problemlerdeki başarının çeşitli değişkenler açısından incelendiği çalışmalar, c) problem çözme stratejilerinin veya becerilerinin çeşitli değişkenler açısından incelendiği çalışmalar, d) problem çözmede cinsiyetin etkisini ortaya koymaya çalışan çalışmalar, e) problem çözmede grup çalışması ve yazmanın etkisini inceleyen çalışmalar, f) problem çözme stratejilerine ilişkin eğitim verilen çalışmalar, g) problem çözme ve matematik okuryazarlığının birlikte incelendiği çalışmalar şeklinde kategorilendirilmiştir.

**2.11.1. Problem çözme stratejilerinin kullanım düzeylerine ilişkin yapılan çalışmalar.** Rutin olmayan problemler ilgili yapılan bazı çalışmalarda katılımcıların kullandıkları stratejinin veya stratejilerin belirlenmesine, hangi stratejilerin daha çok kullandığına, problem çözme stratejilerinin kullanım düzeylerine ve rutin olmayan problemlerin çözüm sürecine odaklanıldığı görülmektedir. Bu çalışmalardan bir tanesinde Buchanan (1987) sekiz haftalık bir dönemde iyi düzeydeki üçüncü sınıf ve orta düzeydeki beşinci sınıf öğrencilerinin matematiksel problem çözme performanslarını incelemiştir. Çalışmada "örüntü", "kombinasyon problemleri", "tahmin ve kontrol" ile ilgili çeşitli rutin olmayan problemler öğrencilere yöneltilerek öğrencilerin bu problemler üzerinde çalıştıkları dersler gerçekleştirilmiştir. Derslerde araştırmacı öğrencilerle etkileşimde bulunarak öğrencilere problem hakkındaki düşüncelerini incelememiştir. Öğrencilere rehberlik ederek onları cesaretlendirmiş ve gerçekleştirdiği uygulamalar ile ilgili sorular yöneltmiştir. Yapılan dersler video kaydına alınarak analiz edilmiştir. Elde edilen bulgular doğrultusunda tutum, motivasyon ve inançlarının öğrencilerin problem çözme performansları için önemli olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca kız ve erkekler arasında problem çözme davranışlarında büyük farklılıklar olduğu ifade edilmiştir. Kızların erkeklere göre daha az problem çözdükleri ve problemin çözümü için daha fazla zaman harcadıkları sonucuna ulaşılmıştır.

Rose (1991) ise çalışmasında ortaokul öğrencilerinin rutin olmayan problemlerin çözümü esnasında kullandıkları stratejilerin ve süreçlerin tanımlanması üzerinde durmuştur. Nitel araştırma yönteminin benimsendiği çalışmada problem çözme esnasındaki süreçler, bilişsel ve biliş ötesi beceriler ve bu becerilerin problem çözme süreci üzerine etkisi tanımlanmaya çalışılmıştır. 6 ortaokul öğrencisinin katılımıyla gerçekleştirilen çalışmada öğrencilerle dörder kez görüşme yapılmıştır. Öğrencilere bir problem durumu verilmiş, sonra onlardan çözümünü yapmaları ve çözüm yollarını anlatmaları istenilmiştir. Öğrencilerle yapılan görüşmeler video kaydı yapılarak problem çözme süreçleri ve problem çözme esnasında kullandıkları stratejileri incelemek amacıyla analiz edilmiştir. Elde edilen bulgular doğrultusunda; öğrencilerin rutin olmayan matematik problemlerini ilk okuduklarında problemi anlamalarına yardımcı olacak çeşitli alternatiflerin farkında olmadıkları, öğrencilerin matematiksel beceri olarak algıladıklarının sadece toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerinin temel hesaplamaları olduğu, öğrencilerin problem çözme durumuyla karşılaştıklarında risk almak için istekli olmadıkları, stratejilerin nasıl kullanılacağı anlatılmasına rağmen öğrencilerin bu stratejileri kullanmada yeterli olmadıkları, öğrencilerin öğretmenlerinin davranışları ve problem çözme stratejilerini örnek aldıkları sonucuna ulaşılmıştır. Çalışmanın sonunda rutin olmayan problemlerin matematik eğitiminin düzenli bir parçası olması gerektiğine vurgu yapılmıştır.

Meier (1992) problem çözme süreçlerinin değerlendirmesini yaptığı çalışmasında, NCTM'in 1980 yılında "Eylem İçin Bir Gündem" (An Agenda For Action) yayınlandığından beri, okullardaki matematik dersleri daha çok problem çözme öğretimi içermeye başladığı ifade edilmiştir. Çalışmada problem çözme stratejilerinden bahsedilerek problem çözme süreçlerinin değerlendirilmesi için bir araç ortaya konulmuştur. Bu geliştirilen değerlendirme aracının eğitimle entegre edildiğinde önemli etkileri olacağı belirtilmiştir. Meier'in (1992) ortaya koyduğu değerlendirme aracında "Tahmin ve kontrol, diyagram çizme, bağıntı bulma, değişken kullanma, geriye doğru çalışma, tablo yapma, rol yapma ve problemi yeniden ifade etme" stratejilerinin kullanıldığı görülmektedir.

Dördüncü sınıf öğrencileriyle çalışmasını gerçekleştiren Kaytancı (1998), çalışmasında matematik öğretiminde problem çözme ile ilgili kritik davranışların kazandırılmasında öğrenme düzeylerinin belirlenmesine odaklanmıştır. 60 öğrenciyle yürütülen çalışmada veriler, problem çözme testi ve matematik dersine yönelik tutum ölçeğiyle toplanmıştır. Öğrencilerin problem çözme ile ilgili kritik davranışları gerçekleştirme düzeylerine bakıldığı çalışmanın sonuçlarına göre, şekil çizme, problemin doğruluğunu kontrol etme davranışlarını öğrencilerin gerçekleştiremedikleri yine benzer olarak öğrencilerin problemin sonucunun kontrol edilmesi, geriye doğru çalışma, muhakeme, yorum yaparak sonuca ulaşma alışkanlıklarının kazandırılamadığı görülmüştür. İstenilen davranışların kazandırılmasında öğrencilerin bilişsel gelişim düzeylerinin dikkate alınması gerektiği vurgulanmıştır. Çalışmada şema çizme davranışı haricindeki diğer davranışlar arasında anlamlı bir ilişki olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca çalışmada problem çözme ile ilgili kritik davranışların gerçekleştirilme düzeylerinde cinsiyete göre anlamlı bir farklılık olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Dördüncü sınıf düzeyinde öğrencilerin problem çözme ile ilgili kritik davranışları gerçekleştirme düzeyi ile matematik başarı notu arasında anlamlı farklılığın olduğu ifade edilmiştir.

Montague, Warger ve Morgan (2000) ise "Çöz onu! Matematiksel problem çözmeyi geliştirmek için strateji eğitimi" isimli çalışmalarında etkin ve etkili bir şekilde problem çözebilmek için strateji ve bilişsel süreçlerin kullanımının ve anlaşılmasının önemli olduğunu ve öğrenciler için bu bilgi ve becerilerin gerekli olduğunu ifade etmişlerdir. Bu bağlamda "Çöz onu" öğretim programını düzenleyerek bu programın matematiksel sözel problemlerin çözümünde zorluk yaşayan öğrenciler için geliştirildiği dile getirilmiştir. Çalışmada öğrencilerin matematiksel problem çözmelerinin geliştirilmesi gerektiğinin altı çizilmiştir. Geliştirilen bu program, anlamak için "okuma", kendi cümleleriyle "açıklama", bir resim ya da diyagram ile "görselleştirme", problemi çözmek için bir plan "hipotez kurma", cevabı ön görmek için "tahmin etme", aritmetik yapma "hesaplama" ve her şeyin doğru olduğundan emin olmak için "kontrol" etme süreçlerini içermektedir. Çalışmada bu matematik problem çözme programın matematik öğrenme güçlüğü olan öğrenciler için başarılı olduğu ve genel olarak eğitim sınıflarında kullanılabileceği ifade edilmektedir.

Japon öğrencilerin alternatif problem çözme yöntemlerini kullanmalarının nasıl değerlendirilebileceğini ise Ishida (2002) incelemiştir. Ishida (2002) bu doğrultuda 12 altıncı sınıf öğrencisine çözmeleri için iki problem yöneltmiş ve bu problemleri en az iki stratejiyle çözmelerini istemiştir. Daha sonra öğrencilere her bir soru için hangi çözüm stratejisinin daha iyi olduğu ve bunun geliştirilip geliştirilemeyeceği sormuştur. Öğrencilerin genellikle etkili, anlaşılması veya kullanımı kolay olan stratejiyi seçtikleri sonucuna ulaşmıştır. Çalışmada Japon ilköğretim okullarında alternatif çözümler hakkında tartışmanın matematik derslerindeki bakış açısının önemli bir yönü olduğu ifade edilmiştir. Yapılan çalışmada genellemenin matematik için önemli olduğu ifade edilerek öğrencilerin kullandıkları stratejilerde genelleme stratejisinin pek fazla kullanılmadığına değinilmiştir. Araştırmacı çalışmanın sonunda öğrencilerin matematiksel problem çözme davranışlarını bilmeleri gerektiğini belirterek, öğrencilerin bilişsel becerileriyle çözüm faaliyetlerinin gerçekleştirilmesi gerektiğini ifade etmiştir.

Hall (2002) yüksek başarı gösteren ve motivasyonu iyi düzeyde olan yedinci ve sekizinci sınıf düzeyindeki öğrencilerin kullandıkları problem çözme stratejilerini incelemiştir. Araştırmaya katılan öğrenci ve öğretmenler 1999-2000 yılındaki ulusal yarış programı olan “Mathcounts” programına katılan öğrenci ve öğretmenlerden seçilmiştir. Öğretmen anketi, öğrenci ve öğretmenlerle yapılan görüşmelerle verilerin toplanıldığı çalışmada her bir öğrenci birden fazla çözüm yolu bulunan 6 matematik problemi çözmüştür. Daha sonra öğrencilere problemleri çözmek için hangi aşamaları izlediği, çözümü nasıl gerçekleştirdiği ve problemler hakkındaki düşüncelerini içeren bir dizi sorular yöneltilerek öğrencilerle görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerden elde edilen veriler doğrultusunda öğrencilerin verilen problemleri çözerken hangi çözüm stratejilerini kullandığı, cinsiyet açısından kullandıkları çözüm yollarının farklılık gösterip göstermediği incelenmiştir. Ayrıca güven düzeyi ve çözüm stratejisi seçimi arasında bir ilişkinin olmadığı, yöntem olarak problem çözme stratejisini kullanmayı seçen öğrencilerde cinsiyet açısından çok az bir farklılığın olduğu görülmüştür. Erkek ve kız öğrencilerin eşit oranda “tahmin ve kontrol” ve “deneme yanılma” stratejisini kullandıkları, “orantı kullanarak sonuç bulma” stratejisini erkek öğrencilerin kız öğrencilere göre daha fazla kullandığı belirtilmiştir.

Özcan (2005) ise altı, yedi ve sekizinci sınıf düzeylerindeki öğrencilerin problem çözme stratejilerini ve matematiksel modelleme stratejisinin bu stratejiler içerisindeki yeri ve önemini incelemiştir. Çalışmanın örneklemini altı, yedi ve sekizinci sınıf düzeyindeki öğrenciler oluşturmuştur. Deneysel araştırma desenin kullanıldığı çalışmada, öğrencilere günlük hayat problemlerini içeren sorular yöneltilmiştir. Araştırmacı öğrencilerin bu problemlerde kullandıkları çözüm stratejilerini incelemiştir. Çalışmada, deney grubundaki öğrencilere 4’er saatlik matematiksel modelleme stratejisi kullanılarak çözülebilen günlük hayat problemlerine dayalı dersler işlenmiştir. Yapılan uygulama sonucunda öğrencilerden elde edilen verilerden altı, yedi ve sekizinci sınıf öğrencilerinin problemleri çözerken matematiksel modelleme stratejilerini kullanma yüzdelerine ulaşılmıştır. Öğrencilerden elde edilen bulgular doğrultusunda altıncı sınıf öğrencilerinin problem çözerken daha çok kullandıkları stratejilerin, tahmin ve kontrol, tahmin etme, geriye doğru çalışma stratejileri olduğu, yedinci sınıfların ise daha çok kullandığı stratejinin ise geriye doğru çalışma stratejisi olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Sekizinci sınıf düzeyinde ise daha çok kullanılan stratejilerin ise, sistematik liste yapma, tahmin etme, geriye doğru çalışma, eleme yapma stratejisinin olduğu ifade edilmiştir. Araştırmada altı, yedi ve sekizinci sınıf düzeyindeki öğrencilerin problemleri çözerken strateji kullanım oralarının düşük düzeyde olduğu vurgulanmıştır.

Çin, Singapur ve A.B.D’deki ders kitaplarını inceleyen Fan ve Zhu (2007) bu ülkelerde ortaokul düzeyinde matematik ders kitaplarında problem çözme yöntemlerinin nasıl sunulduğuna odaklanmışlardır. Çalışmada problem çözme yöntemlerinin incelenmesi, Polya’nın dört aşamalı problem çözme modelinden uyarlanan genel stratejiler ve canlandırma, geriye doğru çalışma örüntü arama gibi bilişsel yöntemlerle (heuristics) 17 farklı problem çözme yöntemini içeren belirli stratejiler iki aşamada ortaya konulmuştur. Çin, Singapur ve A.B.D'deki düşük düzeyde okutulan dokuz ortaokul matematik ders kitabı seçilerek bu kitaplarda olan problem çözme stratejilerinin düzeyleri kodlama ve veri analizi yapılarak ortaya konulmuştur. Yapılan inceleme sonucunda üç ülkenin ortaokul matematik ders kitaplarında bulunan problemlerin en fazla diyagram çizme yöntemiyle çözülebilen problemler olduğu ortaya koyulmuştur. Çin ve Singapurda okutulan ortaokul matematik ders kitaplarında diyagram çizmeden sonra "değişken kullanma" stratejisi ile çözülebilen problemlerin sayısının fazla olduğu, bu stratejiyi "problemi yeniden ifade etme" stratejisinin takip ettiği, ABD ise diyagram çizme stratejisinden sonra, problemi yeniden ifade etme stratejisinin olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Yapılan incelemeler sonucunda bütün ders kitaplarında problem çözümlerinin temsil eden problem çözme stratejilerinin dikkate değer bir sayıda olduğu, bilişsel yöntemlerin dokuzunun üç ülkenin ders kitaplarında da ortak olduğu, fakat belirli bilişsel yöntemlerin kullanımına ilişkin problemlerin sayılarının düşük olduğu görülmüştür. Çin'deki ders kitaplarında belirli bilişsel yöntemlerle ilişkili problem çözme stratejileriyle çözülebilen problemlerin yoğun olduğu ve en yaygın olanların Singapur ders kitaplarında olduğu ifade edilmiştir.

Muir, Beswick ve Williamson (2008) ise altıncı sınıf öğrencilerinin rutin olmayan matematik problemleri çözerken kullandıkları stratejileri, bu stratejilerin problem çözerken nasıl etkili olduğu, problem çözerken hangi etkenlerin başarıya katkı sağladığını incelemiştir. Sosyo ekonomik durum, büyüklük ve yer itibariyle farklılık gösteren 5 farklı okuldan dörder altıncı sınıf öğrencisi seçilerek 20 öğrenciyle çalışma yürütülmüştür. Öğrencilere 6 matematiksel problem verilerek çözümleri yapmaları istenilmiştir. Verilen problemlerin öğrencilerin ders kitaplarında karşılaşabilecekleri düzeyde problemler olduğu ifade edilen çalışmada, öğrencilerin sözel ve yazılı olarak problemlerin çözümlerini ifade etmeleri istenilmiştir. Öğrencilerle yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmış, görüşmeyi yapan kişi tarafından her bir problemin bir kopyası öğrenciye sunulmuş ve okunmuştur. Öğrencilerden yöneltilen problemlerde düşündükleri her şeyi yazmaları istenilerek problemlere yanıt vermeleri beklenmiştir. Yazılı olarak her bir problemi cevapladıktan sonra öğrencilerden sözel olarak da yaptıklarını açıklamaları istenilmiştir. Her bir öğrencilerin cevapları Polya'nın dört aşamalı modeline göre sınıflandırılarak problemin anlaşılması, çözüm stratejisinin seçilmesi ve cevaba ulaşılması oluşturulan ölçeğe göre 0, 1 ve 2 şeklinde puanlanmıştır. Elde edilen bulgular doğrultusunda bazı öğrencilerin problem çözme davranışlarının daha önce öğrendikleri yollara dayandığı görülmüştür. Ayrıca çalışmada, öğrencilere problemleri çözmeleri için önceden kural yada stratejiyi söylemenin onların problem çözme becerilerini geliştirmek için etkili bir yol olmadığına da değinilmiştir.

İlköğretim iki, üç, dört ve beşinci sınıf düzeyinde çalışmalarını gerçekleştiren Çelebioğlu ve Yazgan (2009) öğrencilerin bağıntı bulma ve sistematik liste yapma stratejilerini kullanma düzeylerini ve bu düzeyler arasında ilişkilerin olup olmadığını incelemişlerdir. Yapılan çalışmaya toplam 307 öğrenci katılmıştır. Öğrencilere bağıntı bulma ve sistematik liste yapma stratejilerine ait dörder problemden oluşan iki farklı test uygulanmıştır. Uygulanan sekiz problemin her biri 10 puan üzerinden değerlendirilerek öğrencilerin belirlenen stratejilerden aldıkları puanların ortalamaları hesaplanarak iki strateji arasındaki ilişkiler belirlenmeye çalışılmıştır. Elde edilen bulgular doğrultusunda beşinci sınıf düzeyi haricindeki diğer sınıf düzeylerinde bağıntı bulma stratejisiyle ilişkili olan sorulardan elde edilen puanların sistematik liste yapma stratejisine göre daha yüksek olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Yapılan korelasyon analizi sonucunda bütün sınıf düzeylerinde her iki strateji arasında anlamlı bir ilişkinin olduğu belirtilerek regresyon analizi sonucunda bu iki model arasında istatistiksel olarak anlamlı olan doğrusal bir model olduğu ifade edilmiştir. Ayrıca çalışmada dördüncü ve beşinci sınıf öğrencilerinin kendi bağlantılarını kolaylıkla oluştururken ikinci ve üçüncü sınıf öğrencilerinin bağlantıları oluşturmada zorlandıkları vurgulanmıştır.

Elia ve diğerleri (2009) çalışmalarında rutin olmayan problem çözme performanslarında strateji kullanımı ve strateji esnekliğini incelenmiştir. Bu doğrultuda çalışmada farklı problemler karşısında stratejilerin değiştiğiyle ilgili olarak görevler arası esneklik (inter-task flexibility) ve aynı problem içerisinde stratejilerin değiştiği ile ilgili olarak görev içerisindeki esnekliğinin (intra-task flexibility) incelenmesi amaçlanmıştır.

Rutin olmayan üç problemin kullanıldığı çalışmada matematik puanları yüksek olan 152 dördüncü sınıf öğrencisinden veriler toplanmıştır. Elde edilen sonuçlar doğrultusunda öğrencilerin problem çözmede bilişsel (heuristic) stratejileri nadiren kullandıkları ortaya konulmuştur. Bu stratejiler arasında deneme ve hata (trial and error) stratejisinin başarıya ulaşmak için genel bir potansiyele sahip olduğu belirtilmiştir. Ayrıca öğrencilerin stratejik davranışlarında geniş bir kitlede iki esneklik tipinin de görülmediği ifade edilmiştir. Fakat görevler arası esnekliğin gözlemlendiği öğrencilerin aynı stratejiyi kullanarak problemi çözmeye çalışan öğrencilere göre daha başarılı oldukları görülmüştür.

Çelebioğlu (2009) ise çalışmasında birinci sınıf öğrencilerinin hangi problem çözme stratejilerini ne düzeyde kullanabildiklerini ve problem çözme sürecinde öğrencilerin ne düşündüklerini belirlemeye çalışmıştır. Nicel ve nitel yöntemlerin birlikte kullanıldığı çalışmada, problem çözme stratejilerinden bağıntı bulma, şekil çizme, geriye doğru çalışma, sistematik liste yapma stratejileriyle ilişkili olan 6 soruluk matematik testi öğrencilere uygulanmıştır. Araştırmanın nicel boyutunda 170 öğrenciye hazırlanan matematik testi uygulanmıştır. Nitel boyutta ise birinci sınıf düzeyindeki 12 öğrenciyle klinik mülakat gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın verileri matematik testi, problem çözme davranış gözlem formu, sesli düşünme protokolü ve çalışma kağıtlarından elde edilmiştir. Yapılan analizler sonucunda, öğrencilerin en başarılı olduğu problem çözme stratejisinin bağıntı bulma olduğu, birinci sınıf öğrencilerin düşük düzeyde de olsa problem çözme stratejilerini kullanabildikleri sonucuna ulaşılmıştır. Çalışmada ayrıca öğrencilerin matematik ders notları ile problem çözme başarıları arasında anlamlı bir ilişki olduğu ve öğrencilerin problem çözme başarılarının göstermiş oldukları problem çözme başarılarıyla ilişkili olduğu ifade edilmiştir.

Lise öğrencilerinin rutin olmayan problemleri ne kadar iyi çözdükleri ile ilgili Mabilangan, Limjap ve Belecina (2011) bir çalışma gerçekleştirmiştir. Çalışmada lise üçüncü sınıf öğrencilerinin problem çözme stratejileri incelenmiştir. 124 lise üçüncü sınıf öğrencisinden rastgele seçilen iki kız, üç erkek olmak üzere 5 öğrenciyle çalışma gerçekleştirilmiştir. Krulik ve Rudnick'in kaynak kitabından alınan 12 rutin olmayan problem, öğrencilerin farklı stratejileri kullanımlarını belirlemek için kullanılmıştır. Bu problem durumları, öğrencilerin çözümle ilişkili olan algoritmaya yönelik yöntemsel bilgilerini ve matematiğin anlaşılmasına yönelik kavramsal bilgilerini kullanmalarını gerektirmektedir. Öğrencilerin kavramsal anlamlandırmaları, yöntemsel bilgileri ve problem çözme stratejileri ve becerilerini değerlendirmek için "Oregon Matematik Problem Çözme Rubriği" kullanılmıştır. Elde edilen bulgular doğrultusunda her bir öğrencin en az dört problem çözme stratejisi kullandığı görülmüştür. "Basitleştirme", "Basitleştirme", "model kullanma", "Tahmin ve Kontrol", "Formül kullanma", "Tablo yapma", "Eleme" ve "Örüntü Arama" oluşan 8 problem çözme stratejisinden yedisi en az bir kez kullanılmıştır. Öğrencilere herhangi bir strateji kullanma olanağı verildiğinde bir yönerge olmaksızın çözümü gerçekleştirdikleri görülmüştür. Öğrencilerin çoğunlukla kullandıkları stratejinin "model kullanma" olduğu sonucuna ulaşılmıştır. 5 öğrenci arasından üçünün kavramsal ve yöntemsel bilgisinin iyi düzeyde olduğu, bir öğrencinin orta düzeyde ve diğer öğrencinin ise düşük düzeyde olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

İlköğretim beşinci sınıf öğrencileriyle çalışmasını gerçekleştiren Karaca (2012) ise rutin olmayan açık uçlu problem çözümlerinin incelenmesini amaçladığı çalışmasında nitel araştırma yöntemini benimsemiştir. İki pilot ve bir asıl uygulama olmak üzere üç basamakta gerçekleştirilen çalışmada, birinci pilot uygulamada 42 beşinci sınıf öğrencisi, ikinci pilot uygulamada ise 47 beşinci sınıf öğrencisi asıl uygulamada ise 60 beşinci sınıf öğrencisi araştırmaya katılmıştır. Araştırmacı tarafından geliştirilen açık uçlu soru kağıtları veri toplama aracı olarak kullanılarak, öğrencilerin her bir soruda verdikleri cevaplar ayrıntılı olarak incelenmiştir. İçerik analizi yöntemiyle öğrenci kağıtlarının analiz edildiği çalışmada, yüzde ve frekans analizi yapılarak bulguların betimlenmesi amaçlanmıştır. Yapılan analizler sonucunda öğrencilerin büyük çoğunluğunun sorulara tek bir yanıt verdikleri, bazı öğrencilerin ise birden fazla doğru yanıt ürettiği bulgusuna ulaşılmıştır. Öğrencilerin genellikle tek bir doğru yanıtla yetindikleri birden fazla doğru yanıt aramada yetersiz oldukları sonucuna ulaşılmıştır. Çalışmanın sonunda öğrencilerin tek bir strateji kullandıklarına değinilerek, öğrencilerin açık uçlu problemleri çözerken kullandıkları stratejileri belirlemeye yönelik çalışmaların yapılabileceği önerisinde bulunulmuştur.

Azak (2015) ise çalışmasında ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin problem çözmede kullandıkları stratejilerin belirlenmesi ve bu stratejilerin kullanımı ile üst bilişsel davranışların karşılaştırılmasını amaçlamıştır. Aksiyon araştırması yöntemiyle yürütülen çalışmanın katılımcıları 15 sekizinci sınıf öğrencisinden oluşmaktadır. Araştırmacı tarafından hazırlanan rutin olmayan problemlerden oluşturulmuş problem çözmede düşünme formu ve alan notları veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. 5 haftalık oturum şeklinde planlanan problem çözme aktivitelerinde öğrencilere iki adet problem verilerek öğrencilerin bu problemleri farklı stratejiler kullanarak çözmeleri istenmiştir. Yapılan analizler sonucunda, öğrencilerin bazı problem çözme stratejilerini eğitim almadan kullanabildikleri görülmüştür. Yapılan problem çözme aktivitelerinde en fazla şekil çizme stratejisi, en az ise veri düzenleme ve problemi basitleştirme stratejilerinin kullanıldığı sonucuna ulaşılmıştır. Öğrencilerin birden fazla strateji kullanarak problemi çözme isteklerinin yeterli olmadığı ifade edilmiştir. Ayrıca çalışmada, öğrencilerin problem çözme sürecinde bazı üst bilişsel davranışların strateji kullanımı için kritik olduğu sonucuna ulaşılmış ve bu kritik üst bilişsel davranışların problemi anladığına emin olma, problemi çözmek için farklı yaklaşımlar düşünme, problemin çözümüyle ilgili alternatif yollar düşünme, hesaplamalarının doğru olup olmadığını kontrol etme, matematik ve strateji bilgilerinin farkında olma, durum ve şartlara göre strateji değiştirme ya da düzenleme, problemi çözmede düşünme süreçlerini iyi açıklama, matematik bilgilerini etkili düzenleme ve anlamlı işlemler gerçekleştirme davranışlarının olduğu belirtilmiştir.

Yedi ve sekizinci sınıf öğrencileriyle çalışma yapan bir başka araştırmacı ise Baraké ve diğerleridir (2015). Baraké ve diğerleri (2015), bir dört işlem problemi çözerken yedi ve sekizinci sınıf öğrencilerin örtük olan bilgileri nasıl okudukları ve anladıklarını yansıtan bir çalışma ortaya koymuşlardır. Problem çözme deneyimlerinin, öğrencilerin matematiksel bilgi ve eleştirel düşünme becerilerinin yüksek seviyeye çıkmasını sağladığını ifade ederek, çalışmalarında örtük bilgileri içeren iki dört işlem problemi çözerken öğrencilerin kullandıkları yöntemlerin belirlenmesini amaçlamışlardır. Çalışmalarında ortaokul düzeyinde dört işlem problemlerinin çözümünün ve problemin iyi bir şekilde okunmasının önemini ortaya koymaya çalıştıklarını ifade eden Barake ve diğerleri, 107 yedinci sınıf, 106 sekizinci sınıf olmak üzere 213 öğrenciyle çalışmalarını gerçekleştirmiştir. Matematik dersinde yürütülen çalışmada, öğrenciler bireysel olarak sunulan testi cevaplandırmışlardır. Öğrencilere iki dört işlem problemi verilerek problemlerin çözümü için kullanılan stratejiler incelenmiştir. Öğrencilerin bu problemleri çözerken, “cümle yazma”, “diyagram çizme”, “denklem”, “tahmin ve kontrol” ve “geriye doğru çalışma” stratejilerini kullanarak çözebilecekleri de ifade edilmiştir. Öğrencilerin cevapları analiz edilerek iki problem durumunun çözümünde farklı stratejilerin kullanımı hakkında sonuçlar ortaya konulmuştur. Elde edilen sonuçlara göre, öğrencilerin çok azının problemde örtük olarak verilen bilgileri anladığı ve bu bilgilerin problemin çözümü için kritik bilgiler olduğu, öğrencilerin bir çoğunun problemlerde verilen örtük bilgileri arama ya da anlama eğilimi göstermeden problemleri çözmeye çalıştığı ortaya konulmuştur. Ayrıca öğrencilerin bir strateji seçiminde zorlandığı ve cevabın doğru yada mantıklı olup olmadığına ilişkin herhangi bir kontrol yapmadıkları sonucuna ulaşılmıştır.

**2.11.2. Rutin olmayan problemlerdeki başarının çeşitli değişkenler açısından incelendiği çalışmalar.** Rutin olmayan problemlerdeki başarının çeşitli değişkenler açısında incelendiği, problem çözmede yapılan hataların belirlenmeye çalışıldığı çalışmalarla da karşılaşılmaktadır. Rutin olmayan problemleri çözerken sekizinci sınıf öğrencilerin bilişüstü düşünme süreçleri, kavram yanılgıları ve problem çözme stratejileri inceleyen Lescualt'ın (2002) çalışması bu çalışmalara örnek gösterilebilir. California başarı testinin matematik alt testinden elde ettikleri puan doğrultusunda seçilen sekizinci sınıfta okuyan 6 öğrenci ve matematik programı Lescualt'ın (2002) çalışmasının konusu olmuştur. Öğrencilerden rutin olmayan problemlerin çözümlerini, çözüm için kullandıkları stratejileri ve problemleri çözerkenki düşüncelerini açıklamaları istenilmiştir. Öğrencilerin rutin olmayan problemlere verdikleri cevaplar, hangi biliş ötesi süreçleri ve problem çözme stratejilerini kullandıklarını belirlemek için incelenmiştir. Ayrıca öğrencilerin cevapları doğrultusunda belirlenen kavram yanılgıları da incelenmiştir. Çalışmada öğrencilerden araştırma öncesinde ve sonrasında matematiksel inançlar, problem çözme ve matematik hakkında öz yeterlilik kategorilerinden oluşan inanç anketini doldurmaları da istenilmiştir. Elde edilen bulgular doğrultusunda öğrencilerin rutin olmayan problemleri çözerken çeşitli problem çözme stratejilerini kullandıkları görülmüştür. Öğrencilerin problemleri çözerken birden fazla stratejiyi kullandığı bulgusuna da ulaşılmıştır. Ayrıca öğrencilerin problemlerde sayısal ilişkileri arama, cebirsel eşitlikler oluşturma, örüntü arama, diyagram çizme gibi diğer stratejiler için hevesli oldukları görülmüştür. Öğrencilerin tahmin ve kontrol kullanımlarını düzenledikleri ve böylece cevaba daha kolay ulaştıkları da belirlenmiştir. Öğrencilerin matematikle ilgili inançları, problem çözme ve matematiğe ilişkin öz yeterlilikleri arasında bir farklılığın bulunmadığı sonucuna da ulaşılmıştır.

Artut ve Tarım (2006) ilköğretim beş, altı, yedi ve sekizinci sınıf öğrencilerinin sıra sayıları içeren rutin olmayan problemlerde gösterdikleri başarılarını, bu problemlerdeki çözüm stratejilerini ve problemlerin çözümünde yaptıkları hataları belirlemeye çalıştıkları çalışmada, öğrencilerin okulda öğrendikleri problem çözme aktivitelerinin problem çözme becerilerini geliştirmediğini ifade etmişlerdir. Rutin olmayan problemlerin çocukların problem çözme becerilerinin gelişmelerine yardımcı olan önemli bir araç olduğunun ifade edildiği çalışmada, öğrencilerin rutin olmayan problemleri çözerken gösterdikleri başarılar ve yaptıkları hatalar üzerine incelemeler yapılmıştır. Katılımcılara 18 rutin olmayan ve 9 rutin problemlerden oluşan toplam 27 problem yöneltilmiştir. Çalışmada problemler I, II ve III. tip problemler şeklinde sınıflandırılmış ve değerlendirme bu sınıflama doğrultusunda yapılmıştır. I. tip problemler, problemlerde verilen iki sayının toplama ya da çıkarılmasıyla doğru bir modelleme yapılarak çözülebilen problemler, II. tip problemler ileri ya da geriye doğru saymayı gerektiren problemler, III. tip problemler ise iki ordinal sayıdan birinin kendisinden bir önceki veya bir sonrakinden başlayarak ileri ya da geriye doğru sayma ile sonuca ulaşılabilecek problemler olarak ifade edilmiştir. Yapılan analizler sonucunda öğrencilerin I. tip problemlerde daha başarılı oldukları, II. ve III. tip problemlerde öğrenci başarılarının büyük bir oranda düştüğü, yine en çok hatanın II. ve III. tip problemlerde olduğu ifade edilmiştir. Çalışmada öğrencilerin ordinal sayı içeren rutin olmayan problemlerde başarılı olamadıkları ve farklı stratejiler kullanarak yeni duruma ilişkin modelleme konusunda yetersiz oldukları sonucuna ulaşılmıştır. Artut ve Tarım (2006) çalışmanın sonunda öğretmenlerin sınıf ortamında rutin olmayan problemleri kullanmaları ve rutin olmayan problemlere ilişkin stratejiler üzerinde durulması gerektiği şeklinde önerilerde bulunmuşlardır.

Artut ve Tarım (2009) 2006 yılında öğrenciler üzerinde yaptıkları çalışmanın bir benzerini öğretmen adayları üzerinde uygulamışlardır. Çalışmada öğretmen adaylarının ordinal sayıları içeren rutin olmayan problemleri nasıl çözdükleri, bu problemleri çözerken kullandıkları stratejiler ve yapılan hata türlerinin belirlenmesi amaçlanmıştır. Çalışmaya 82 matematik, 87 sınıf öğretmeni olmak üzere 169 öğretmen adayı katılmıştır. Öğretmen adaylarının cevaplamaları için 26 sözel problemden oluşan soru formu yöneltilmiştir. Bu sorular, araştırmacıların 2006 yılında yaptıkları çalışmadaki gibi I. Tip, II. Tip ve III. Tip problemler şeklinde sınıflandırılmıştır. Öğretmen adaylarının çözümleri incelendiğinde matematik öğretmen adaylarının doğru cevaplama oranının sınıf öğretmeni adaylarından fazla olduğu görülmüştür. Öğretmen adaylarının en fazla başarı gösterdiği problem tipi birinci tip problemler olurken en düşük başarı üçüncü tip problemlerin çözümünden elde edilmiştir. Elde edilen sonuçlar doğrultusunda, hem matematik hem de sınıf öğretmen adaylarının ordinal sayı içeren rutin olmayan problemlerde beklenen düzeyde başarılı olmadıkları görülmüştür. Çalışmada öğretmen adaylarının eğitimleri sırasında rutin olmayan problemlerle karşılaşılabilecek ortamların oluşturulması ve problem çözme stratejilerinin üzerinde durulması gerektiği önerisinde bulunulmuştur.

Olkun ve diğerleri (2009) çalışmalarında ilköğretim üç, dört ve beşinci sınıf öğrencilerinin rutin olmayan bir problemi çözme başarılarının belirlenmesini ve bu becerilerinin yapılandırılmış modelleme etkinlikleri ile geliştirilmesini amaçlamışlardır. Bu amaç doğrultusunda kontrol grubu olmayan deneysel desen araştırmanın yöntemi olarak seçilmiştir. Araştırmanın katılımcıları üç, dört ve beşinci sınıf düzeyinde olan toplam 278 öğrenciden oluşmaktadır. Araştırmada veri toplamak amacıyla birer rutin olmayan sorudan oluşan ön test ve son test kullanılmıştır. Çalışmada rutin olmayan problemlerde öğrenci başarılarının oldukça düşük olduğu ifade edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin rutin olmayan problemlerin çözümünde genellikle aritmetik işlemleri kullanarak çözüme gitme eğiliminde oldukları vurgulanmıştır. Araştırmacıların yaptıkları deneysel uygulama sonucunda sadece beşinci sınıf düzeyindeki öğrencilerin önemli ölçüde gelişme elde ettikleri belirtilerek ders kitapları ya da diğer öğretim materyallerinde rutin olmayan farklı problem durumlarının yer alması gerektiği şeklinde öneride bulunulmuştur.

İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin rutin olmayan problemlerde yaptıkları hataların giderilmesine yönelik uygulama yapılmasını amaçlayan Ulu (2011), çalışmasında beş aşamalı eylem araştırması desenini yöntem olarak benimsemiştir. Çalışmada, ilk aşama olarak rutin olmayan problemlerle ilgili literatür taraması yapılarak bu problemlerdeki hatalar ve hataların kaynakları üzerine odaklanılmıştır. Literatürden elde edilen bulgular doğrultusunda veri toplama araçları geliştirilmiştir. Eylem araştırma yönteminde hem nitel hem de nitel yöntemlerden yararlanılabildiğinin ifade edildiği çalışmada, küme örnekleme yöntemiyle 467 ilköğretim beşinci sınıf öğrencisi seçilerek yapılan klinik mülakatlar sonucunda hata temalarını yapan 70 öğrenci araştırmanın çalışma grubunu oluşturmuştur. Yarı deneysel desenin de kullanıldığı çalışmada deney ve kontrol grubu oluşturulmuştur. Çalışmada veri toplamak amacıyla üç adet 12'şer sorudan oluşan "Rutin Olmayan Problem Çözme Başarı Testi" geliştirilmiştir. Araştırma sonucunda elde edilen bulgulara göre, rutin olmayan problemlerde yapılan en fazla hatanın anlama kaynaklı olduğu, anlama kaynaklı hatalarda ise en fazla hatanın yanlış anlamadan kaynaklandığı sonucuna ulaşılmıştır. Anlamadan kaynaklı hataların dışında en fazla yapılan hataların sırasıyla stratejinin yürütülmesi, okuma, işlemlerin yapılması ve strateji seçiminden kaynaklandığı ifade edilmiştir. Yarı deneysel olarak gerçekleştirilen çalışmanın sonucunda, problem çözme strateji eğitimi alan deney grubunun strateji eğitimi almayan kontrol grubuna göre rutin olmayan problem çözme başarılarında anlamlı farklılık bulunmuştur.  Çalışmada problem çözme strateji eğitiminin etkili olduğu ifade edilerek, öğrencilere yönelik problem çözme stratejileri ve okuduğunu anlama stratejilerinin beraber kullanıldığı etkinliklerin geliştirilebileceği önerisinde bulunulmuştur.

Bazı çalışmalarda ise problem çözmeye yönelik inançlar ile rutin olmayan problem çözmedeki başarılar arasındaki ilişki incelenmiştir. Bu çalışmalardan birinde ise Taşkın ve diğerleri (2012) öğrencilerin öz yeterlilik algıları ve problem çözmeye yönelik inançları ile rutin olmayan problemlerdeki başarıları arasındaki ilişkinin belirlenmesini amaçlamışlardır. Tarama modelinin kullanıldığı çalışmanın örneklemini 63 onuncu sınıf öğrencisi oluşturmuştur. Veri toplama aracı olarak rutin ve rutin olmayan başarı testleri, matematiğe karşı öz yeterlilik ölçeği ve matematiksel problem çözmeye yönelik inanç ölçeği kullanılmıştır. Araştırmada öğrencilerin matematiğe karşı öz yeterlilik algıları ile rutin ve rutin olmayan problemlerdeki başarıları arasında bir ilişki olmadığı sonucuna ulaşılmıştır. Çalışmada öğrencilerin problem çözmeye yönelik inançları ile rutin problemlerdeki başarıları arasında anlamlı farklılığın bulunmadığı ifade edilmiştir. Taşkın ve diğerlerinin (2012) elde ettiği bir diğer sonuç ise öğrencilerin problem çözmeye yönelik inançları ile rutin olmayan problemlerdeki başarıları arasında pozitif yönde anlamlı bir ilişki olmasıdır. Bu sonuçtan hareketle araştırmacılar öğrenme ortamlarında rutin olmayan problemlerin de yer alması gerektiği önerilerek böyle bir durumun olmasının öğrencilerin problem çözme başarılarını arttıracağını belirtmişlerdir.

**2.11.3. Problem çözme stratejilerinin veya becerilerinin çeşitli değişkenler açısından incelendiği çalışmalar.** Problem çözme stratejilerinin veya becerilerinin çeşitli değişkenler açısından incelendiği araştırmalarla da karşılaşılmaktadır. Bu doğrultuda çalışma yapan araştırmacılardan bir tanesi olan Keller (1990), 1 dördüncü sınıf öğretmeni ve dördüncü sınıf seviyesindeki takım liderleri ile 26 dördüncü sınıf öğrencisinin matematik dersinde problem çözmeye karşı olumlu tutum, sabır ve güdü geliştirmelerini sağlamak amacıyla 10 haftalık bir öğretim planı geliştirmiştir. Öğrenciler strateji oyunlarını içeren, algısal ve tümden gelim muhakeme becerilerini geliştiren etkinliklere katılmışlardır. Öğrencilere yedi farklı problem çözme tekniği öğretilmiştir. Araştırmadan elde edilen bulgular doğrultusunda strateji oyunlarından problem çözmeye pozitif yönde bir transferin gerçekleştiği sonucuna ulaşılmıştır. Öğrencilerin davranışlarının gelişerek problem çözme tekniklerinin, bilgilerinin ve ısrarlarının arttığı görülmüştür.

Seçil (2000) çalışmasında onuncu sınıf öğrencilerinin geometri problemlerini çözerken kullandıkları problem çözme stratejilerinin belirlenmesine ve bu stratejilerin tercih edilmesinin cinsiyet, bilişsel tarz ve tutuma göre gösterdikleri farklılıkların incelenmesine odaklanmıştır. 649 onuncu sınıf öğrencisinin örneklem olarak belirlendiği çalışmada veriler, geometri testi, problem çözme stratejileri tercih ölçeği, problem çözmeye yönelik tutum ölçeği ve gizlenmiş şekiller grup testleriyle toplanmıştır. Çalışmadan elde edilen bulgulara göre, geometri testinde geleneksel yöntemler lehine anlamlı farklılığın olduğu belirlenirken, problem çözme stratejileri tercih ölçeğinde ise geleneksel olmayan yöntemler lehine anlamlı farklılığın olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca araştırmada problem çözme stratejileri tercih ölçeğinden elde edilen sonuçlara göre strateji kullanımıyla öğrenci tutumları arasında anlamlı ilişkinin bulunmadığı ifade edilmiştir.

Montague ve Applegate (2000) ise çalışmalarında ortaokul öğrencilerinin matematiksel problemlerde problem zorluk ve ısrar algılarını, problem ile ilgili bilgilerini ve problem çözme stratejileri kullanımlarını incelemişlerdir. 54 ortaokul öğrencisinin katıldığı çalışmada öğrenciler öğrenme güçlüğü olan, orta düzeyde başarılı olan ve yetenekli şeklinde tanımlanmıştır. Öğrencilere 1, 2 yada 3 basamaklı olarak sınıflandırılan 6 sözel problem verilerek çözmeleri istenmiştir.  Öğrencilerden her bir probleme zorluk düzeyine göre 1'den 6'ya (çok kolaydan çok zora doğru) kadar değer vermeleri istenilmiştir. Elde edilen bulgulara göre öğrenme güçlüğü olan öğrencilerin diğer gruplardaki öğrencilere göre problemleri anlamlı olarak zor gördükleri ve bu problemlerden elde ettikleri başarıların ortalama ve yetenekli olan gruba göre anlamlı olarak düşük olduğu görülmüştür. Ortalama öğrencilerin yetenekli öğrencilere göre problemleri zor olarak nitelendirmelerine rağmen başarılarında anlamlı bir farklılığın olmadığı gözlenmiştir. Ayrıca çalışmadan elde edilen bulgular doğrultusunda öğrencilerin etkin ve etkili bir matematiksel problem çözebilmek için önemli problem çözme stratejilerinin eksik olduğu ifade edilmektedir.

Karataş (2002) çalışmasında ise problem çözme sürecinde kullanılan bilgi türlerinin 8. sınıf öğrencileri tarafından kullanılması ve bu kullanma becerisinin başarıyı nasıl etkilediği üzerinde durmuştur. Çalışmada veri toplamak amacıyla öğrenci seviyelerine uygun olarak 5 sözel problem kullanılmıştır. Klinik mülakat yöntemiyle öğrencilerin problem çözme sürecindeki davranışları gözlemlenmiştir. Yapılan analizler sonucunda problem çözme sürecindeki bilgi türlerini etkili olarak kullanan öğrencilerin problemleri ifade etme, denklemleri oluşturma ve doğru sonuca ulaşmada başarılı oldukları görülmüştür. Çalışmada problemlerin çözümü için kullanılan stratejik bilgilerin önemli olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Daniel (2003) çalışmasında öğrenme güçlüğü yaşayan ortaokul öğrencilerine matematiksel sözel problemlerin çözümüne ilişkin bilişsel strateji eğitiminin etkisinin incelenmesini amaçlamıştır. Ayrıca çalışmada bilişsel strateji eğitimine katılımın öğrencilerin matematiksel problem çözme strateji bilgisinin kullanımını ve kontrolünü nasıl kolaylaştırdığının değerlendirilmesi de yapılmıştır. Araştırmaya yaşları 11 ile 13 arasında değişen 18 ortaokul öğrencisi katılmıştır. Deneysel olarak yürütülen çalışmada öğrencilere 6 sözel problem yöneltilmiştir. Ayrıca araştırmanın öncesinde ve sonrasında 6 sözel problem ile öğrencilerin kendilerine olan güveni değerlendirebilecekleri öz yeterlilik testi uygulanmıştır. 3 gruba ayrılan öğrencilerle haftada 2 ders saati olmak üzere 2 aylık bir eğitim gerçekleştirilmiştir. Çalışmada elde edilen bulgular doğrultusunda strateji eğitiminin öğrenme güçlüğü olan ortaokul problem çözme strateji bilgi kullanımı ve kontrolünde öz yeterliliklerinin gelişimiyle ilgili anlamlı ve önemli sonuçlar elde edildiği ifade edilmiştir.

Uysal (2007) ise çalışmasında sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiğe yönelik problem çözme becerileri, kaygıları ve tutumları arasındaki ilişkinin incelenmesini amaçlamıştır. Betimsel yöntemin benimsendiği çalışmanın örneklemini 479 sekizinci sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Çalışmada veri toplama aracı olarak, kişisel bilgi formu, matematik tutum ölçeği, matematik kaygı ölçeği ve matematikte problem çözme becerisi ölçeği kullanılmıştır. Öğrencilerden elde edilen verilerin analizi sonucunda, cinsiyet ve algılanan öğretmen tutumu değişkenlerinin öğrencilerin matematiğe yönelik problem çözme becerisi, kaygı ve tutumlarında anlamlı farklılıklar oluşturduğu sonucuna ulaşılmıştır. Çalışmada anne- babanın öğrenim durumunun ve sosyo-ekonomik düzeyinin öğrencilerin matematiğe yönelik tutumlarını etkilediği, ailenin davranış özellikleri faktörünün ise matematiğe yönelik problem çözme becerisini etkilediği ifade edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin matematiğe yönelik problem çözme becerileriyle tutumları arasında pozitif yönde güçlü bir ilişki olduğu, bu iki değişkeninin öğrencilerin matematiğe yönelik kaygılarını etkilemediği sonucuna ulaşılmıştır.

Ceylan (2008) ise altıncı sınıf öğrencilerinin problem çözme becerileri ile günlük yaşamdaki problem çözme becerileri arasındaki ilişkinin incelenmesini amaçlamıştır. Çalışmanın örneklemini 209 altıncı sınıf öğrencisi oluşmaktadır. Veriler, problem çözme başarı testi ve problem çözme envanteriyle toplanmıştır. Çalışmadan elde edilen bulgular doğrultusunda problem çözme başarı testiyle problem çözme envanteri arasında anlamlı ilişki olduğunu sonucuna ulaşılmıştır.

McIntosh (2011) ise öğrencilerin problem çözme tutumları ve yeteneklerinin geliştirilmesini, gelişim süreçlerinin anlaşılmasını ve problem çözmede grupların kullanımını incelemiştir. Öğrencilere verilen problem ve görev türleri ve değerlendirme uygulamaları incelenmiştir. 30 dokuzuncu sınıf öğrenciyle bir yıl süren deneysel bir çalışma gerçekleştirilmiştir. Anket, gözlem, ödevler, öğrencilerin problem çözme günlükleri, öğretmen ve araştırmacıların günlükleri incelenerek veriler elde edilmiştir. Yapılan analizler sonucunda öğrencilerin problem çözerken grup halinde çalışmaları ile birlikte genel problem çözme stratejisinin, problem çözme tutumlarının ve yeteneklerinin geliştirildiği görülmüştür. Öğrenciler problem çözmeye ilişkin grup etkinliklerinde özelleştirme, genelleme ve iletişim gibi becerilerde önemli gelişme göstermiştir. Öğrencilerin hepsinin problem çözme ve problem çözme becerilerine karşı pozitif yönde bir tutum ortaya koyduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Işık ve Kar (2011) ise çalışmalarında ilköğretim altı, yedi ve sekizinci sınıf öğrencilerinin sayı algılama ve rutin olmayan problem çözme becerilerin belirlenmesi ve bu beceriler arasında olası ilişkilerin varlığının araştırılmasını amaçlamışlardır. Yazarlar öğrencilerin rutin olmayan problem çözme başarı düzeylerini, sınıf düzeyine göre başarıların farklılık gösterip göstermediğini ve sayı algılaması ile rutin olmayan problem çözme başarıları arasında ilişkinin olup olmadığı üzerinde yoğunlaşmışlardır. Tarama modelinin kullanıldığı çalışmada, ilköğretim altı, yedi ve sekizinci sınıflarda öğrenim gören 240 öğrenci araştırmanın çalışma grubunu oluşturmuştur. Sayı algılama testi ve rutin olmayan problem çözme testiyle veriler toplanmıştır. Yapılan analizler sonucunda, öğrencilerin sınıf düzeyi yükseldikçe sayı algılama düzeylerinin yükseldiği görülmüştür. Rutin olmayan problem çözme becerilerinde ise öğrenci başarılarının düşük düzeyde olduğu görülmüştür. Böyle bir durumun yaşanması, rutin olmayan problemlerin daha üst düzey düşünme becerisi gerektirmesine ve öğrencilerin bu tür problemlere alışkın olmamasına bağlanmıştır. Çalışmada rutin olmayan problemleri çözme becerilerinin üst sınıflara doğru gelişim gösterdiği ifade edilmiştir. Elde edilen sonuçlar doğrultusunda araştırmacılar matematik dersi öğretim programında rutin olmayan problem çözme stratejilerine yer verilmesi gerektiğini belirtmişlerdir.

Ramirez, Chang, Maloney, Levine ve Beilock (2016) ise matematiksel kaygının öğrencinin matematik başarı puanına, matematiksel problem çözme becerilerine ve matematik davranışlarına etkisini incelemişlerdir. 256'sı ilkokul birinci sınıf, 308'i ilkokul ikinci sınıf olmak üzere toplam 564 öğrencinin katılımıyla yürütülen çalışmada, öğrencilere matematik kaygı ölçeği, öğrencilerin matematik başarılarını değerlendirmek için bir alt test ve öğrencilerin matematik problem çözme becerilerini değerlendirmek için kısa bir problem grubu yöneltilmiştir. Elde edilen bulgular doğrultusunda öğrencilerin matematik kaygısı ile problem çözme stratejileri arasında negatif yönde güçlü bir ilişkinin olduğu ve matematik kaygısı olan yüksek bilişsel kapasiteye sahip öğrencilerin ileri düzey problem çözme stratejilerini kullanmaktan kaçındıkları sonucuna ulaşılmıştır.

**2.11.4. Problem çözmede cinsiyetin etkisini ortaya koymaya çalışan çalışmalar.** Problem çözmede cinsiyetin etkisinin incelendiği çalışmalarla da karşılaşılmaktadır. Bu çalışmalardan bir tanesi Gallagher ve De Lisi (1994) tarafından gerçekleştirilmiştir. Gallagher ve De Lisi (1994), matematik yeteneği yüksek olan kız ve erkek öğrencilerin matematik problemlerin çözümünde farklı çözüm stratejilerini kullanıp kullanmadıklarını incelemişlerdir. Lise öğrencileriyle yürütülen çalışmada uygulanan yetenek testinden belli bir puanın üstünde alan 25 kız ve 22 erkek öğrenciyle yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Sekiz çeşit çözüm stratejisi alışılmış ve alışılmışın dışında olmak üzere iki farklı gruba ayrılmış, kız öğrencilerin erkek öğrencilere göre alışılmış stratejileri daha çok tercih ettikleri ifade edilmiştir. Ayrıca erkek öğrencilerin alışılmışın dışında olan problemlerde kız öğrencilerine göre, kız öğrencilerin ise alışılmış problemlerde erkek öğrencilere göre daha iyi olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Gallagher ve De Lisi (1994) çalışmasına benzer olarak Kallam (1996) çalışmasında cinsiyetin matematiksel problemleri çözmede bir etkisinin olup olmadığını incelemiştir. Nitel ve nicel yöntemlerin kullanıldığı çalışmada 47 katılımcıya matematiksel bir problem durumu sunularak çözümünü gerçekleştirmeleri istenilmiştir. Çalışmanın devamında problemin anlaşılıp anlaşılmadığı, problem çözme stratejirini kullanarak sonuca ulaşma konusunda katılımcıların tutumlarını belirlemek amacıyla görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Elde edilen sonuçlara göre erkelerin %46'sı bayanların ise %30'unun problemi anladığı, erkeklerin çoğunun kullandığı stratejinin bir değişken seçip denklem kurma iken, bayanların ise ilk tercihinin deneme yanılma stratejisi olduğu görülmüştür.

Zhu (2007) ise Gallagher ve De Lisi (1994) ve Kallam (1996) çalışmalarındaki gibi matematiksel problem çözmede cinsiyet değişkeninin etkisini literatür taraması olarak incelemiştir. Zhu (2007), literatürde büyük bir çoğunluk olarak problem çözmeye ilişkin yapılan çalışmalarda cinsiyet değişkeni açısından erkekler lehine bir farklılığın olduğu ifade etmektedir. Ayrıca strateji kullanımında bilişsel yetenekler ile birlikte deneyim ve eğitim vasıtasıyla edinilen psikolojik özelliklerin etkili olduğu belirtilmektedir.

Che, Wiegert ve Threlkeld (2012) orantısal akıl yürütmeyi içeren matematiksel görevler için ortaokul düzeyindeki kız ve erkeklerin kullandığı problem çözme stratejilerini incelemiştir. Bu çalışmaya karma olmayan sınıflarda bulunan 119 altıncı sınıf ve 43 yedi ve sekizinci sınıf öğrencisi olmak üzere 162 öğrenci katılmıştır. Öğrencilere verilen matematiksel problemlerdeki yanıtlar incelenerek verilerin toplandığı çalışmada öğrencilerin çözüm stratejilerine odaklanılmıştır. Öğrencilerin çözüm stratejileri yanıtlanmayan, sadece ilave, geçiş, acemi ve gelişmiş şeklinde kategorilere ayrılmıştır. Kızlar ve erkeklerin cevapları incelendiğinde gelişmiş olarak sınıflanan kız ve erkeklerin sayısının eşit olduğu, fakat kızların yarısından fazlasının cevaplarının sadece yöntemsel olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

**2.11.5. Problem çözmede grup çalışması ve yazmanın etkisini inceleyen çalışmalar.** Pugalee (2004) matematiksel problem çözme esnasındaki yazmanın etkisini incelemiştir. Çalışma, dokuzuncu sınıf öğrencilerin matematiksel problem çözme süreçlerinin yazılı ve sözel tanımlanmasının analizini içermektedir. Çalışmada yazılı ve sözel verilerin öğrenciler tarafından denenen problem çözme stratejilerinin sayısı ve öğrencilerin başarıları arasında ilişkinin görüldüğü belirtilmektedir. Problem çözme davranışlarının çoğu amacın ortaya çıkarılması ve hesaplamalardaki beceri gibi uygulama eylemlerini içerdiği belirtilen çalışmada genel bir plan ortaya koyan öğrencilerin daha başarılı bir problem çözücü olacakları ifade edilmektedir. 11 kız ve 9 erkek olmak üzere 20 lise öğrencisiyle yürütülen çalışma 10 ders saatinde yürütülmüştür. Öğrencilere matematik problemleri yöneltilerek problem çözümünün her safhasında düşündüklerini yazmaları istenmiştir. Öğrencilerin problem çözerken yazdıkları ve gerçekleştirilen uygulama boyunca alınan video kayıtlarıyla veriler toplanmıştır. Elde edilen bulgular doğrultusunda sözel ve yazılı tanımlamaların öğrencelerin düşünce süreçlerinin anlaşılması için bir araç olarak hizmet ettiği belirtilmektedir. Ayrıca çalışmada, düşüncelerinin tanımlamasını yazan öğrencilerin problem çözme görevlerinde anlamlı olarak daha başarılı olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Pugalee (2004) elde edilen bulgular doğrultusunda yazmanın bilişötesi davranışları desteklemede etkili bir araç olabileceğini belirtmektedir.

Nahornick (2014) açık uçlu rutin olmayan matematik problemlerinin çözümünü inceleyerek, grup ve bireysel etkinliklerinde problem çözmede üretkenliğin etkisini araştırmıştır. Öğrencilerin bireysel olarak ve gruplar olarak problemlere verdikleri cevaplar üretkenlik süreçlerinin değerlendirmesi ve kullanılan kaynak ve stratejilerin sınıflanmasıyla karşılaştırılmıştır. Nitel olarak yürütülen çalışmada rehberli sorgulama (guided questioning) tekniği kullanılmıştır. 29 lise onuncu sınıf öğrencisinin katıldığı araştırmada, öğrencilerin grup ya da bireysel olarak açık uçlu rutin olmayan matematik soruları üzerindeki cevapları incelenmiştir. Bireysel ve grup olarak verilen cevaplar matematiksel problem çözme uzmanları tarafından üretkenlik süreçlerine göre değerlendirilmesi ve kullanılan stratejilere göre sınıflandırılması yapılmıştır. Ayrıca problem stratejileri kullanımı değerlendirilirken, problem çözümü için kullanılan strateji türleri 1-deneme yanılma, 2- bağıntı, 3- basit bir problemin çözümü, 4- geriye doğru çalışma ve 5- canlandırma olarak beş kategoride sınıflandırılmıştır. 10 bireysel ve 6 grup cevabının değerlendirildiği çalışmada, grup ve bireylerin problem çözme yaklaşımları ve stratejileri arasında çok az farklılığın olduğu, öğrencilerin üretkenlik düzeylerinin bireysel çalışmaya göre grup çalışmasında daha yüksek olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca birey ve grupların kaynaklarını aynı sayıda ve türde kullanma eğiliminde oldukları görülmüştür. Çalışmada 4 grubun "deneme yanılma", 3 grubun "bağıntı" stratejisini kullandıkları, fakat hiçbir grubun "geriye doğru çalışma" stratejisini kullanmadığı bulgusuna ulaşılmıştır. Çalışılan problemlere verilen bütün başarılı cevaplarda bağıntı arama, deneme-yanılma ve basit bir problemin çözümü stratejilerinin kombinasyonlarının kullanıldığı görülmüştür.

**2.11.6. Problem çözme stratejilerine ilişkin eğitim verilen çalışmalar.** Problem çözme ile ilgili yapılan çalışmaların bazılarında problem çözme stratejileri ile ilgili eğitim verilip gerçekleştirilen strateji eğitiminin katılımcıların stratejileri kullanım düzeylerine, problem çözme başarılarına, becerilerine, tutumlarına ve diğer değişkenlere etkisinin incelendiği görülmektedir. Bu çalışmalardan bir olan Verschaffel, DeCorte, Lasure, Van-Vaerenburgh, Bogaerts ve Ratinckx (1999) gerçekleştirdikleri çalışmada, beşinci sınıf düzeyindeki öğrencilere matematiksel uygulama problemlerini çözmenin öğretimi için tasarlanan deneysel öğrenme ortamının etkililiğini araştırmışlardır. Verschaffel vd (1999) 7 kontrol sınıfı ve 4 deney sınıfı ile çalışmayı gerçekleştirmişlerdir. Deney grubuna matematiksel uygulama problemlerinin çözümü için 20 saatlik bir eğitim verilmiştir. Kontrol grubu ise normal eğitimine devam etmiştir. Öğrencileri etkili ve etkin olarak, stratejik ve daha fazla güdülenmiş biçimde matematiksel problem çözücülere dönüştürmeyi amaçlayan bu eğitimler 5 aşamadan oluşmaktadır. Birinci aşama problemle ilgili bilişsel bir temsil oluşturmayı, ikinci aşama problemin nasıl çözüleceğine karar vermeyi, üçüncü aşama gerekli olan hesaplamaları yapmayı, dördüncü aşama çıktının yorumlanmasını ve bir cevabın formüle edilmesini, beşinci aşama ise çözümün değerlendirilmesini içermektedir. Birinci aşamada şekil çizme, tablo, şema, liste yapma, verileri organize etme gerçek yaşam bilgilerini kullanma ikinci aşamada ise akış şeması çizme, tahmin ve kontrol, örüntü arama ve basitleştirme stratejileri olmak üzere 8 stratejiden oluşan bir plan uygulanmıştır. Araştırmadaki veriler sözel problem ön testi, inanç ve tutum anketi, standart başarı testi, sözel problem son testi ve deney grupları ile yapılan problem çözme görüşmeleriyle toplanmıştır. Elde edilen bulgular doğrultusunda, öğrenme ortamının öğrencilerin problem çözme becerilerinin gelişimi üzerinde olumlu yönde bir etkisi olduğu, öğrencilerin örüntü arama, akış şeması gibi stratejilere başvurmalarının tahmin ve kontrol, şekil çizme gibi stratejilere göre daha zor olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Dönmez (2002) ikinci ve üçüncü sınıf düzeyindeki öğrencilerin problem çözme stratejilerini öğrenebilmesine odaklandığı çalışmasında, rutin olmayan problemlerin ve problem çözme stratejilerinin öğrenilebilme düzeylerini ortaya koymayı amaçlamıştır. ikinci ve üçüncü sınıf düzeyindeki öğrencilerle deneysel olarak yürütülen çalışmada belirlenen 5 problem çözme stratejisiyle ilgili 16 saatlik öğretim yapılmıştır. Çalışmada elde edilen bulgulara göre ikinci ve üçüncü sınıf öğrencilerinin az da olsa informal düzeyde problem çözme stratejilerini öğrenebildiği, verilen eğitimin öğrencilerin problem çözme stratejilerini kullanmada anlamlı olarak olumlu yönde artış gösterdiği ifade edilmiştir. Ayrıca araştırmacı, rutin olmayan problemlerin ve problem çözme stratejilerinin matematik öğretim programında ve ders kitaplarında yer alması gerektiği, bu doğrultuda materyallerin geliştirilmesi gerektiği ve öğretmenlere bu konuyla alakalı hizmet içi eğitimlerin verilmesi gerektiği gibi önerilerde bulunmuştur.

İkinci sınıf öğrencileriyle çalışmasını gerçekleştiren bir diğer araştırmacı Sulak (2005) ise öğrencilerinin problem çözme stratejilerindeki başarısını ve bu stratejilerdeki başarının problem çözme başarısına etkisini incelemiştir. Deneysel olarak yürütülen çalışmada, ikinci sınıf öğrencilerine 14 haftalık uygulama yapılmıştır. Veriler, uygulama ortasında ve sonrasında uygulanan problem çözme stratejileri ile dört işlem problemlerinden oluşturulan yazılı yoklama tipindeki testler, öğrencilerle yapılan görüşmeler ve uygulama sırasındaki gözlemlerden elde edilmiştir. Yapılan analizler sonucunda, deney grubu öğrencilerinin şekil-şema yapma, tablo yapma, matematik cümlesi yazma, matematiksel yapılardan yararlanma, liste yapma, akıl yürütme, geriye doğru çalışma ve tahmin-kontrol stratejilerindeki başarılarında anlamlı olarak farklılık olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca çalışmada öğrencilerin problem çözme stratejileriyle problem çözme başarıları arasında pozitif yönde güçlü bir ilişkinin olduğu, problem çözme stratejilerinin öğrencilerin problem çözme başarılarını arttırdığı ve öğrencilerin problem çözme başarıları bakımından deney grubuyla kontrol grubu arasında anlamlı derece farklılık olduğu bulgularına ulaşılmıştır.

Yazgan ve Bintaş (2005) dördüncü ve beşinci sınıf öğrencilerinin rutin olmayan problem çözme stratejilerini öğrenme düzeylerini ve bu stratejileri farklı problemlerde kullanmalarını incelemişlerdir. Çalışmada dördüncü ve beşinci sınıf öğrencilerine herhangi bir eğitimin verilmeden önce problem çözme stratejilerini kullanıp kullanmadıkları, verilen eğitimin öğrencilerin problem çözme başarılarına etkisi araştırılmıştır. Deneysel olarak tasarlanan çalışmada tahmin ve kontrol, şekil çizme, ilişki arama, problemi basitleştirme, sistematik liste yapma ve geriye doğru çalışma stratejilerinin öğretimi planlanmıştır. Dördüncü ve beşinci sınıf düzeylerinden 28 er kişilik gruplar Deney ve kontrol grubu olarak seçilerek çalışma yürütülmüştür. Deney grubuyla 12 saatlik problem çözme stratejileriyle ilgili çalışma, 1 saat farklı stratejilerle çözülebilen problemlerden oluşan soruların çözümü ve 5 saatlik bireysel çalışmaları içeren 18 saatlik öğretim gerçekleştirilmiştir. Çalışmada, nicel veriler ön test, son test ve kalıcılık testlerden, nitel veriler ise öğrencilerin deneysel çalışma sırasında yöneltilen soruları cevapladıkları çalışma kâğıtlarından, araştırmacının gözlemlerinden elde edilmiştir. Bulgulara göre, dördüncü ve beşinci sınıf öğrencilerinin öğretim yapılmadan önce problem çözme stratejilerinden bazılarını planlı ve amaçlı olarak öğrenmedikleri bilgiler yardımıyla ortaya koyduğu ve kullanabildikleri sonucuna ulaşılmıştır. Uygulama öncesinde dördüncü ve beşinci sınıf öğrencilerinin tahmin ve kontrol stratejisi ile sistematik liste yapma stratejilerini kullanma oranlarının diğer stratejilere göre yüksek olduğu, dördüncü sınıfların problemi basitleştirme, ilişki tarama, geriye doğru çalışma stratejisiyle, beşinci sınıfların ise şekil çizme stratejilerini hiç kullanmadıkları görülmüştür. Son testten elde edilen bulgular doğrultusunda ise, dördüncü sınıflarda problemi basitleştirme, şekil çizme, geriye doğru çalışma; beşinci sınıflarda ise problemi basitleştirme, sekil çizme, sistematik liste yapma, geriye doğru çalışma stratejilerinin kullanım düzeyinde anlamlı olarak artış olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Araştırmacıların kalıcılık testinden elde ettiği sonuçlara göre de, deneysel öğrenme ortamının olumlu etkilerinin kaybolmadığı görülmüştür. Çalışmanın sonunda problem çözme başarısını arttırmak ve matematiğe karşı olumlu tutum geliştirmek için rutin olmayan problemlerin ve çözüm stratejilerinin matematik dersi öğretim programlarında ve ders kitaplarında yer alması gerektiği önerisinde bulunulmuştur.

Yedinci ve sekizinci sınıf öğrencileriyle çalışan Altun ve Arslan (2006), öğrencilere rutin olmayan problemlerin çözüm stratejilerinin öğretimini amaçlayarak rutin olmayan problemlerde öğrenci başarılarını incelemişlerdir. Deneysel olarak yürütülen çalışmaya yedinci ve sekizinci sınıf öğrencileri katılmıştır. 28 öğrenciyle yürütülen çalışmada öğrencilere, yapılan incelemeler sonucunda literatürde en sık rastlanan problemi basitleştirme, tahmin ve kontrol, bağıntı arama, sekil çizme, sistematik liste yapma ve geriye doğru çalışma stratejilerinin öğretimi yapılmıştır. 17 saatlik yapılan öğretimler, sosyal yapılandırmacı yaklaşım doğrultusunda düzenlenmiştir. Stratejilerin öğretiminde öğrenciler ikişerli yada üçerli gruplara ayrılmış, öncelikli olarak öğretmen tarafından kısa süreli sunum gerçekleştirilmiştir. Öğretimin devamında grup çalışmaları yapılmış ve sınıf içi tartışmalar yapılarak stratejilerin öğretilmesi gerçekleştirilmiştir. Çalışmanın başında öğrencilere altı rutin olmayan bir rutin ve üç gerçek hayat bilgilerinin kullanmasını içeren problemlerin bulunduğu on soruluk bir test uygulanmıştır. Çalışmanın sonunda ise ilk uygulanan teste benzerlik gösteren problem çözme başarı testi uygulanmıştır. Öğrencilerde matematiğe karşı tutumlarında bir değişiklik olup olmadığını ortaya koymak amacıyla da tutum testi uygulanmıştır. Öğretim öncesi uygulanan testten elde edilen sonuçlara göre öğrencilerin herhangi bir eğitimi verilmemiş olmasına rağmen bazı problem çözme stratejilerini informal olarak ortaya koydukları ve kullanabildikleri ifade edilmiştir. Uygulama öncesinde yedinci ve sekizinci sınıfların stratejileri kullanmayla ilgili başarı yüzdesi en fazla olan stratejilerin tahmin ve kontrol ve sistematik liste yapma olduğu vurgulanmıştır. Ön test ve son test sonuçlarına göre genel olarak sekizinci sınıf öğrencilerinin yedinci sınıflara göre problem çözme stratejilerindeki başarı yüzdelerinin yüksek olduğu görülmektedir. Yapılan uygulama sonrasında düşük düzeyde olan problemi basitleştirme, bağıntı arama, geriye doğru çalışma stratejilerinin başarı yüzdelerinin arttığı görülmüştür. Uygulama sonunda yedinci ve sekizinci sınıf düzeyinde problemi basitleştirme, bağıntı arama ve geriye doğru çalışma stratejilerinin kullanımındaki başarı yüzdelerinde anlamlı düzeyde artış gözlenmiştir. Öğrenci tutumlarının da incelendiği çalışmada tutum puanlarında artış gözlenmesine rağmen bu artışın anlamlı düzeyde olmadığı ortaya konulmuştur. Çalışmanın sonunda araştırmacılar, yapılan öğretimin öğrencilerin problem çözmeye karşı olumlu tutum geliştirmesine ve stratejileri kavramalarında etkili olduğundan hareketle rutin olmayan problemler ve bu problemlerle ilişkili olan çözüm stratejilerinin öğretiminin yedinci ve sekizinci sınıf matematik öğretimi programına konulabileceği önerisinde bulunmuşlardır.

Strateji eğitimiyle ilgili öğrenciler dışında sınıf öğretmen adaylarıyla çalışan Altun, Memnun ve Yazgan (2007) ise sınıf öğretmeni adaylarının problem çözme stratejileriyle ilgili bilgi ve becerileri, bu alanda verilen eğitimin problem çözme stratejileriyle ilgili bilgi ve becerilerinin gelişimi üzerindeki etkilerini ve strateji bilgilerinin problem çözmedeki başarıyı açıklama güçlüklerinin ortaya konulmasını amaçlamıştır. Araştırmaya sınıf öğretmenliği programına devam eden 120 öğretmen adayı katılmıştır. Deneysel olarak yürütülen çalışmada 5 haftalık süre içerisinde öğrencilere problem çözme kuramı, problem çözme stratejilerinin tanıtılması ve rutin olmayan problemlerin çözümleri ile ilgili ders planlamaları yapılarak öğretim verilmiştir. Çalışmada öğretim tekniğinin oluşturulmasında Verschaffell ve diğerlerinin (1999) matematiksel uygulama problemleri üzerine yaptıkları deneysel araştırma için oluşturdukları sosyo-yapılandırmacı sınıf kültüründen ve Schoenfeld'in üniversitede verdiği problem çözme öğretimi dersindeki (Santos–Trigo, 1998) sınıf içi öğretim çalışmaları yol gösterici olmuştur. Bu doğrultuda derslerde önce kısa süreli sınıf çalışmaları yapılmış, daha sonra iki veya üç kişiden oluşan heterojen gruplarda tartışmalar yapılarak sınıf içi tartışmalarla problemlerin çözümleri tartışılmıştır. Verilerin toplanmasında iki yolun izlendiği çalışmada birincil olarak veriler, ön test, son test ve kalıcılık testleriyle toplanmıştır. İkincil olarak veriler çalışmanın sonunda stratejilerin öğretilmesi hakkında öğrencilerin kendi görüşlerine yer veren likert tipli ölçekle toplanılmıştır. Likert tipli sorulardan sonra öğretmen adaylarına iki açık uçlu soru yöneltilerek öğretmen adaylarının stratejilerin öğrenilmesindeki zorluk düzeylerinin ortaya konulması amaçlanmıştır. Çalışmada sistematik liste yapma, tahmin ve kontrol, diyagram çizme, bağıntı bulma, denklem yazma, geriye doğru çalışma, muhakeme etme ve problemi basitleştirmeyle ilgili öğretim yapılmıştır. Elde edilen bulgular doğrultusunda öğretimin, denklem yazma ve muhakeme etme dışında tüm stratejilerin öğretiminde etkili olduğu ve öğretmen adaylarının problem çözme başarının artmasını sağladığı sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca çalışmada problem çözme başarısını belirlemede bağıntı bulma, geriye doğru çalışma, problemi basitleştirme, sistematik liste yapma, muhakeme etme ve diyagram çizme stratejilerin güçlü olduğu vurgulanmıştır.

Lise düzeyinde çalışmasını gerçekleştiren Emre (2008) ise, öğrencilerin problem çözme stratejilerini geliştirmek için geliştirilen öğretim durumunun on birinci sınıf öğrencilerinin çeşitli problem çözme stratejilerini kullanabilme ve problem çözerken uygun olanı seçebilme becerilerine etkisini ortaya koymayı amaçlamıştır. Nicel yöntemlerden bir gruplu ön test son test deseni, nitel yöntemlerden ise demografik yöntemin kullanıldığı çalışmanın katılımcıları on birinci sınıfta öğrenim gören 10 öğrenciden oluşmaktadır. 10 haftalık uygulama sırasında öğrencilere, geriye doğru çalışma, örüntü bulma, farklı bir bakış açısı, daha basit benzer bir problem üzerinde düşünme, uç durumları düşünme, şekil çizme, tahmin ve doğrulamalar, bütün olasılıkları sayma (ayrıntılı listeleme), verileri organize etme ve akıl yürütme stratejilerini içeren problem çözme stratejileri eğitimi verilmiştir. Çalışmada veriler, öğretimin başında ve sonunda uygulanan ön test ve son testin yanı sıra, öğretim esnasında verilen ödevlerden ve öğrencilerle yapılan görüşmelerden elde edilmiştir. Yapılan analizler sonucunda yapılan eğitimin uygun strateji seçimine, kullanımına ve problem çözmeye olumlu bir etkisi olduğu ifade edilmiştir. Araştırmaya katılan bütün öğrenciler göz önüne alındığında verilen eğitimin bir strateji kullanımına olumlu bir etkisi olduğu vurgulanmıştır. Uygulamanın uygun strateji seçiminde de olumlu bir etkisinin olduğu belirtilmiştir. Ayrıca öğrencilerin bir problemin çözümünde yararlanılabilecek birden fazla stratejinin olduğunun farkına vardıkları ve yeni öğrendikleri stratejileri kullanma eğiliminde oldukları sonucuna ulaşılmıştır. Çalışmanın sonunda öğretmenlerin derslerinde problem çözme stratejilerine daha fazla yer vermeleri ile ilgili öneride bulunulmuştur.

Matematik öğretmen adaylarıyla çalışmalarını yürüten Altun ve Memnun (2008) matematik öğretmen adaylarının rutin olmayan matematik problemlerini çözme becerilerini ve bu problemlerin çözümünde kullanılan stratejilere ilişkin düşüncelerinin incelenmesini amaçlamışlardır. 61 matematik öğretmen adayından oluşan çalışma grubuyla 7 hafta süren çalışmalarda öğretmen adaylarına problem çözme öğretimi dersi verilmiştir. Ön test, son test ve kalıcılık testlerinin uygulandığı çalışmada öğretmen adaylarının problem çözme hakkındaki düşünceleri belirlenmeye çalışılmıştır. Yapılan analizler sonucunda, stratejilerin öğretilmesi için yapılan öğretimin etkili olduğu, problemi basitleştirme, örüntü arama, muhakeme etme, diyagram çizme, sistematik liste yapma, tahmin ve kontrol, geriye doğru çalışma stratejilerinin bu öğretimden önemli derecede etkilendiği ifade edilmiştir. Çalışmada problem çözme de başarılı veya başarısız olan öğrencilerin ayrımını yapmada muhakeme etme, geriye doğru çalışma, diyagram çizme, tablo yapma ve problemi basitleştirme stratejilerinin güçlü bir etkiye sahip oldukları ortaya konulmuştur. Regresyon analizinin de yapıldığı çalışmada problem çözme stratejilerinin problem çözme stratejilerinin problem çözme başarısını %80 oranında açıklayabildiği sonucuna ulaşılmıştır. Yapılan çalışmada, öğretmen adaylarına verilen eğitimin öğretmen adaylarının problemlere bakış açılarını ve güven duygularını geliştirdiği ve sistematik çalışmayı öğrettiği vurgulanmıştır.

Çalışmasını sekizinci sınıf düzeyinde gerçekleştiren Taşpınar (2011) ise sekizinci sınıf öğrencilerinin matematik dersinde uygulanan problem çözme stratejileri eğitiminin öğrencilerin farklı problem çözme stratejilerini bir arada kullanabilme düzeylerine etkisinin incelenmesini amaçlamıştır. Çalışmada nicel araştırma yöntemlerinden kontrol grupsuz ön test son test deneysel desen ve nitel araştırma yöntemlerinden içerik analizi yöntemi kullanılmıştır. Araştırmanın örneklemini 22 sekizinci sınıf öğrencisi oluşturmuştur. Öğrencilerin kullandıkları problem stratejilerini belirlemek amacıyla öğrencilere birden fazla çözümü bulunan problemler yöneltilmiştir. Öğrencilerle uygulama yapılmadan önce öğrencilere matematik problemi çözme tutum ölçeği ve kişisel bilgi anketi uygulanmıştır. 15 saatlik uygulamanın 6 saatinde öğrencilere “Geriye Doğru Çalışma, Tahmin ve Kontrol, Farklı Bir Bakış Açısına Odaklanma, Şekil Çizme, Bütün Olasılıkları Ayrıntılı Listeleme, Verileri Organize Etme ve Örüntü Bulma stratejilerinin anlatımı yapılmıştır. Uygulamanın devamında karışık problemler çözülerek sınıf ortamında bu problemlerin çözümleri üzerinde tartışmalar yapılmıştır. Uygulama sonunda öğrencilere araştırma problemleri ve matematik problemi çözme tutum ölçeği uygulanmıştır. Uygulanan testlerden elde edilen verilerin analizi doğrultusunda sekizinci sınıf öğrencilerine uygulanan problem çözme stratejileri öğretiminin farklı problem çözme stratejilerini bir arada kullanabilme düzeylerine etkisini arttırmış olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca çalışmada, öğrencilerin ön testte kullandıkları problem çözme stratejilerinin sınırlı olduğu ifade edilerek son testte bu durumun değiştiği ve öğrencilerin kullandıkları stratejilerin arttığı ve problemlerin çözümünde farklı çözüm yollarını kullandıkları ifade edilmiştir. Öğrencilerin problem çözmeye yönelik tutumlarında ise bir farklılık olmadığı sonucuna ulaşılmıştır.

Hoon ve diğerleri (2013), bilişsel (heuristics) yaklaşımların uygulamalarına odaklanmışlardır. Çalışmada, matematiksel görevlerin çözümünde öğrencilerin kullandıkları bilişsel yaklaşımlar (heuristics approach) ve öğrencilerin kullanılan bu bilişsel yaklaşımlardaki yetenekleri incelenmiştir. 26 öğretmen adayıyla yürütülen çalışmada, araştırma öncesinde öğretmen adaylarına matematik derslerinin birinde matematiksel problem çözmede bilişsel yaklaşımlara ilişkin dersler verilmiştir. Derslerde üç farklı matematiksel probleme odaklanılmıştır. Katılımcılar sekiz gruba ayrılarak, ders boyunca grup içi tartışma etkinliklerine katılmıştır. Sınıf içi gözlemlerde, tartışmalar esnasındaki katılımcıların iletişimine ve etkinliklere verdikleri yanıtlara odaklanılmıştır. Araştırmanın verileri, sınıf gözlemleri ve katılımcıların yansıtıcı günlüklerinden toplanılmıştır. Elde edilen bulgular doğrultusunda genel olarak katılımcıların problem çözerken, bir temsil ortaya koyabilme için, “diyagram çizme”, “liste yapma” ve “değişken kullanma”, hesaplanmış bir tahmin yapabilmek için “tahmin ve kontrol”, “bağıntı bulma”, “tahmin etme”, süreçler için “ canlandırma” ve “geriye doğru çalışma” stratejilerini kullandıkları görülmüştür. Ayrıca katılımcıların matematiksel problem çözerken bilişsel yaklaşımları kullanabildikleri, matematiksel problemleri çözmek için ilgili olan stratejiyi uygulayabildikleri sonucuna ulaşılmıştır.

Yeşilova (2013) ise çalışmasında ilköğretim yedinci sınıf öğrencilerinin matematik başarı düzeylerinin problem çözme süreçlerine etkilerini incelemiştir. Çalışmada problem çözme ve problem çözme stratejileri ile ilgili düzenlenen eğitimin öğrencilerin problem çözme başarılarını ve kullandıkları strateji çeşitliliğini nasıl etkilediğinin incelenmesi üzerinde durulmuştur. Nitel ve nicel araştırma yöntemlerinin kullanıldığı çalışmanın çalışma grubu ilköğretim yedinci sınıfta öğrenim gören 60 öğrenciden oluşturulmuştur. Öğrencilerin seçilmesi aşamasında öğrencilerin matematik dersi notları dikkate alınmış ve ortalamanın altında ve üstünde olan 30'ar öğrenci seçilerek çalışma grubu belirlenmiştir. Çalışmada öğrencilere problem çözme ve problem çözme stratejileri ile ilgili eğitim verilmiştir. Araştırmacı öğrencilerle diyagram çizme, sistematik liste yapma, örüntü oluşturma, geriye doğru çalışma, deneme yanılma, denklem kurma ve tablo oluşturma stratejileriyle ilgili eğitim vermek amacıyla 9 ders yapmıştır. Tek grup ön test-son test modelinin de kullanıldığı çalışmada veriler, açık uçlu problemlerden oluşturulan ön test ve son test ile öğrencilerle yapılan görüşmeler vasıtasıyla toplanılmıştır. Çalışmanın sonucunda, matematik başarısı ortalamanın üstünde olan öğrencilerin problem çözme başarılarının daha yüksek olduğu ve bu öğrencilerin kullandıkları stratejileri çeşitliliğinin ortalamanın altında olan öğrencilere göre daha fazla olduğu, problemlerin çözümlerini daha detaylı, anlaşılır şekilde yaptıkları, stratejileri daha etkili kullandıkları ve farklı stratejileri birleştirmeye istekli oldukları görülmüştür. Matematik başarısı ortalamanın üstünde olan öğrencilerin diğer öğrencilere göre problem çözme aşamalarını daha etkin kullandıkları, çözümlerin doğruluğunu daha belirgin şekilde kontrol ettikleri, problem çözme ile ilgili kritik davranışlarını diğer öğrencilere göre daha iyi gösterdikleri sonucuna ulaşılmıştır. Araştırmanın sonunda öğrencilerin problem çözme başarısını arttırmak ve geliştirmek için, problem çözme stratejilerinin tüm sınıflarda öğretilmesi gerektiği ifade edilmiştir.

Ramnarain (2014) ise dokuzuncu sınıf öğrencilerinin problem çözme performanslarında stratejiye dayalı problem çözme eğitimi yaklaşımının etkililiğini incelemiştir. Bu yaklaşıma göre öğretmen problem çözmede strateji uygulamalarına modellik etmektedir. Öğrencilere uygun problemler verilerek öğrencilerin strateji uygulamalarında anlamalı deneyimlere sahip olmaları hedeflenmiştir. Çalışmada öğrencilere stratejilerin kullanımıyla ilgili eğitim verilerek stratejiyle ilişkili olan problemleri tanımaları sağlanmıştır. Ön test son test kontrol gruplu deneysel yöntemin kullanılarak dokuzuncu sınıf öğrencilerinin stratejiye dayalı problem çözme yaklaşımının öğrencilerin problem çözme performanslarına etkisi incelenmiştir. Elde edilen bulgular doğrultusunda öğrencilerin problem çözme performanslarının anlamlı  olarak gelişim gösterdiği sonucuna ulaşılmıştır.

Lee, Yeo ve Hong (2014) öz düzenlemeli problem çözmede üstbilişe dayalı öğretimin rolü üzerinde durmuşlardır. Singapur'da gerçekleştirilen çalışmada, öğretim programının 1992 yılından bu yana problem çözmeye dayalı olmasına rağmen dördüncü sınıf öğrencilerinin problem çözme süreçlerinde zorluklar yaşadıkları ifade edilmiştir. Yarı deneysel desenin kullanıldığı çalışmada, öğrencilerin matematiksel problem çözme davranış, performans ve tutumlarında Polya'nın dört aşamalı yaklaşımının anlaşılmasına ve planlanmasına odaklanan üstbilişsel bir plan kullanmanın etkisi incelenmiştir. Çalışma ilkokul dördüncü sınıf düzeyinde 31 deney, 32 kontrol olmak üzere 63 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Deney grubundaki öğrencilerle 6 haftalık bir eğitim gerçekleştirilmiştir. 6 haftalık bu eğitim sırasında deney grubundaki öğrencilere Polya'nın yaklaşımı ile ilgili eğitim ve araştırmacılar tarafından problemlerin anlaşılması ve çözümüne yönelik geliştirilen "STARtUP" olarak isimlendirilen bir plan ile ilgili eğitimler verilmiştir. "STARtUP" şemasının plan kısmında "geriye doğru çalışma", "Bağıntı arama", "Tablo yapma", "Sistematik Liste Yapma", "Diyagram çizme" ve "Tahmin ve Kontrol"  stratejileri bulunmaktadır. Matematiksel problemlerden oluşan ön test, son testler ve Heppner ve Peterson (1982) tarafından geliştirilen problem çözme envanterinin uyarlanmasıyla oluşturulan problem çözme envanteriyle öğrencilerden veriler toplanılmıştır. Elde edilen bulgular doğrultusunda üstbilişe dayalı gerçekleştirilen planın, problem kurma, çözüm planlanma, problem çözmede güven duyma, problem çözme davranışı ve durumların kişisel kontrolü üzerinde olumlu yönde bir etkiye sahip olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Eisenmann, ve diğerleri (2015) matematiksel problem çözmede seçilen bilişsel stratejilerin kullanımını incelemişlerdir. 16 haftalık bir dönemde gerçekleştirilen boylamsal araştırma çalışmaya 12-14 yaş arasında 24, 14-16 yaş arasında 18 ve 16-18 yaş arasında 20 olmak üzere 62 öğrenci katılmıştır. Öğrencilere " tahmin ve kontrol", "sistematik deneme yapma", "analoji (Analogy)", "yardımcı bir elementin tanımlanması (Introduction of an auxiliary element)" , "geriye doğru çalışma" ve "özelleştirme ve genelleme (Specification and generalization)" stratejileriyle ilgili öğretim verilmiştir. Bu öğretimde öğretmenler öğrencilere problemler yöneltmiştir ve bu problemlerin çözüm yöntemleri sınıf içerisinde tartışılarak başka çözüm yolları araştırılmıştır. Öğretimler sırasında öğrenciler başka çözüm yollarını araştırmaları ve bulmaları için cesaretlendirilmiştir. Yapılan sınıf içi tartışmalarda öğrencilerden seçtikleri yöntemleri gerekçe göstererek açıklamaları istenilmiştir. 16 haftalık yapılan uygulamalar esnasında bazen öğrencilere ödevlerin de verildiğinden bahsedilmiştir. Öğrencilerin yaş ve bilgi düzeyleri dikkate alınarak her bir grup için ayrı ayrı ön test ve son testler geliştirilmiştir. Ön test ve son testlerden elde edilen verilerin analizi doğrultusunda, öğrencilerin problem çözmelerinde önemli başarılar elde ettiği bulgusuna ulaşılmıştır. Öğrencilerin üretkenliklerinin geliştiği, problem çözmeye yönelik tutumlarında olumlu yönde bir değişiklik gözlemlendiği sonucuna ulaşılmıştır. Çalışmanın bir başka bulgusu ise tanımlanan bazı problem çözme stratejilerinin uygun problemlerin çözümleri eşliğinde uzun bir dönemde öğretilip öğretilemeyeceğidir. "Tahmin ve kontrol", "sistematik deneme yapma", "yardımcı bir elementin tanımlanması (Introduction of an auxiliary element)" gibi stratejiler öğretilebilirken, “mukayese (Analogy)”, “özelleştirme ve genelleme (Specification and generalization)” gibi stratejilerin uzun bir eğitim döneminde öğretilemeyeceği ifade edilmiştir.

**2.11.7. Problem çözme ve matematik okuryazarlığının birlikte incelendiği çalışmalar.** Problem çözme ve matematik okuryazarlık düzeylerinin birlikte incelendiği çok az sayıda çalışmaya rastlanılmıştır. Problem çözme ve matematik okuryazarlığı ile ilgili PISA çerçevesinde bir çalışma ortaya koyan Akyüz ve Pala (2010) Türkiye, Finlandiya ve Yunanistan’a ait PISA 2003 verilerini kullanarak, öğrencilerin matematik okuryazarlıklarına ve problem çözme becerilerine etki eden öğrenci, aile ve sınıf ile ilgili faktörleri araştırmıştır. Çalışmada Türkiye’deki öğrencilerin aile, iş ve eğitim durumları, öğretmen ilgisi, öğrencilerin kendilerini okula ait hissetmeleri, matematik dersinde kendilerine güvenmeleri, matematiğe karşı tutumları, grup çalışması yapmaları ve sınıf disiplini ile öğrencilerin matematik okuryazarlıkları ve problem çözme becerileri arasındaki ilişki incelenmiştir. Finlandiya, Türkiye ve Yunanistan’ın PISA 2003 verileri kullanılarak, matematik okuryazarlık testi, problem çözme testi ve öğrenci testinden elde edilen veriler analiz edilmiştir. Elde edilen bulgular doğrultusunda matematik okuryazarlığı ve problem çözme arasında, matematiğe karşı tutumları ile matematik okuryazarlıkları arasında anlamlı bir ilişki olduğu, üç ülkenin verilerine göre öğrenci ailelerinin eğitim düzeylerinin ve mesleklerinin, öğrencilerin matematik okuryazarlıklarını ve problem çözme becerilerini pozitif yönde etkilediği sonucuna ulaşılmıştır. Çalışmada, Türkiye açısından grup çalışmaları ile problem çözme becerileri arasında negatif, Finlandiya da pozitif yönde bir ilişki olduğu bulgusuna ulaşılırken, Yunanistan açısından anlamlı ilişki bulunamamıştır. Türkiye’de grup çalışmaları ile problem çözme becerileri arasında negatif bir ilişki çıkmasının sebebi ise grup çalışmalarının kullanılmamasına bağlanmıştır.

Soytürk (2011) ise çalışmasında sınıf öğretmen adaylarının matematiksel problem çözme inançları ile matematik okuryazarlığı öz yeterliklerini incelemiştir. Betimsel tarama modelinin kullanıldığı çalışmada, 172 öğretmen adayı araştırmanın örneklemini oluşturmuştur. Matematik okuryazarlığı öz-yeterlik ölçeği, matematiksel problem çözme testi ve kişisel bilgi formu kullanılarak toplanan veriler, betimsel istatistik yöntemleri ve çeşitli istatistik teknikleri kullanılarak analiz edilmiştir. Yapılan analizler sonucunda, sınıf öğretmen adaylarının matematik okuryazarlığı özyeterlik ölçeğinden aldıkları puanların cinsiyet, öğrenim gördükleri sınıf, yaş aralığı, anne baba eğitim durumları gibi çeşitli değişkenlere göre farklılaşmadığı, fakat ders çalışma alışkanlıkları açısından farklılaştığı sonucuna ulaşılmıştır. Problem çözme inanç ölçeğine açısından ise, sınıf öğretmen adaylarının uygulanan bu ölçekten aldıkları puanlar arasında, yaş aralığı, mezun olunan lise, anne baba eğitimi, bilgisayar kullanma gibi değişkenler açısından bir farklılık bulunmazken, cinsiyet, öğrenim görülen sınıf gibi değişkenler açısından anlamlı farklılığın olduğu ifade edilmiştir. Ayrıca öğretmen adaylarının matematik okuryazarlık öz yeterliği ile matematiksel problem çözme inançları arasında pozitif yönde anlamlı ilişkinin olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Çalışmanın sonunda uygulanan çalışmanın sadece öğretmen adaylarıyla değil ilköğretim ve ortaöğretim öğrencileri ile de yapılabileceği önerisinde bulunulmuştur.

### 2.12. PISA İle İlgili Literatür Taraması

Uygulamaya başladığı 2000 yılından itibaren uluslararası alanda, ülkemizin ise uygulamaya katıldığı 2003 yılından itibaren ise ulusal alanda PISA ile ilgili araştırmalar ve bilimsel çalışmaların yapıldığı görülmektedir. PISA uygulamalarına birçok ülkenin katılması ve ülkelerin PISA uygulamalarından elde ettiği sonuçların birçok kritere göre ortaya konulması sebebiyle PISA ile ilgili yapılan çalışmaların zengin bir literatür oluşturduğu söylenebilir. Ülkelerin PISA sınavlarından elde ettiği sonuçlar bazı ülkeler için eğitim sistemlerini gözden geçirmeleri açısından bazı ülkeler için ise daha iyi eğitim verebilme adına

PISA uygulamalarının birçok yönden irdelenmesi ihtiyacını doğurmuştur. PISA sınavının değişik soru türleri ve farklı ölçme kriterlerine sahip olmasından dolayı PISA ile ilgili değişik çalışmalar ortaya çıkmaktadır. Bu çalışmalar tıpkı bir küpe değişik açılardan veya perspektiflerden bakan bir kişinin baktığı açıya göre gördüklerinin de değişmesi veya farklı bir yönünü keşfetmesi gibi literatürde, PISA ile ilgili farklı bakış açılarının ve bulguların olduğu çalışmalar bulunmaktadır. Bu doğrultuda PISA ile ilgili çalışmalar; a) PISA sınavındaki başarısızlıkların sebebini inceleyen çalışmalar, b) PISA sınavlarının Türk eğitim sistemine katkısı ve karşılaştırılmasıyla ilgili yapılan çalışmalar, c) PISA başarılarını etkileyen faktörleri inceleyen çalışmalar, d) PISA sınavlarıyla ilgili yıllara göre analizin yapıldığı çalışmalar, e) Ülkelerin PISA başarılarının karşılaştırıldığı çalışmalar, f) PISA uygulamalarında problem çözmeye odaklanan çalışmalar, g) PISA uygulamaların matematik okuryazarlığına odaklanan çalışmalar şeklinde kategorilendirilmiştir.

**2.12.1. PISA sınavındaki başarısızlıkların sebebini inceleyen çalışmalar.** PISA ve TIMSS gibi uluslararası sınavların sonuçları incelenmesinden hareketle elde edilen başarıların istenilen düzey de olmaması, uluslararası sınavlarda öğrencilerin başarısızlıklarının sebeplerinin ve karşılaştıkları güçlüklerin ortaya konulmasıyla PISA ile ilgili çalışmalar için bir bakış açısı ortaya koymuş ve bu durum bazı çalışmalar için çıkış noktası olmuştur. Bu doğrultuda Güler (2013) Türk öğrencilerinin PISA sınavında karşılaştıkları güçlüklerin analizini yaptığı çalışmasında, öğrencilerin PISA matematik okuryazarlık sorularında karşılaştıkları zorlukların belirlenmesini amaçlamıştır. 15 yaş grubunda olan 5 öğrenciyle yürütülen çalışmada 6 matematiksel okuryazarlık sorusu katılımcılara yöneltilmiştir. Araştırmacı, problemlerin çözümleri esnasında öğrencilerle yaklaşık olarak 35-40 dakikalık görüşmeler gerçekleştirerek verileri toplamıştır. Yapılan görüşmeler video kaydına alındıktan sonra elde edilen verilerin betimsel analiz yöntemiyle analizi yapılmıştır. Öğrencilerin ifadeleri ve araştırmacının gözlemleri doğrultusunda öğrencilerin yöneltilen sorulardaki yaşadıkları güçlükler belirlenmiştir. Elde edilen bulgular doğrultusunda öğrencilerin güçlük yaşamalarının kaynağı olarak kendilerine güvenmemeleri, bilgi eksikliklerinin bulunması, problemleri tam okumamaları, okuduklarını anlayamamaları ve dikkatsiz davranmaları olarak ifade edilmiştir. Çalışmanın devamında öğrencilere yöneltilen PISA sorularında yapılan sınıflama doğrultusunda öğrencilerin iletişim ve muhakeme becerilerinde yetersizliklerinin olduğu ve duyuşsal alanda güçlük çektikleri ortaya konulmuştur.

Altun ve Akkaya (2014) ise çalışmalarında ülkemizin PISA ve TIMSS gibi sınavlarda üst üste düşük dereceler elde ettiğini ifade ederek eğitim sisteminde sorunların olduğunu belirtmişlerdir. Araştırmacılar çalışmada, elde edilen düşük başarıların sebeplerinin öğrenci, program ve öğretmen gibi birçok faktörden kaynaklanabileceğine değinerek, uluslararası sınavlarda öğrencilerin başarılarının düşük olmasının nedenlerini öğretmen görüşlerinden faydalanarak incelenmişlerdir. Çalışmaya katılan 40 ilköğretim matematik öğretmeni ile PISA matematik soruları ve ülkemizin PISA matematik başarısı ile ilgili yarı yapılandırılmış görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Öğretmenlerle yapılan görüşmeler doğrultusunda PISA sorularının öğrenci seviyelerine uygun olduğu fakat öğrencilerin bu sorularda düşük başarılar elde edecekleri ifade edilmiştir. Öğretmenler, öğrencilerin PISA sorularında düşük başarı elde etme öngörülerinin nedenini ise eğitim-öğretim sisteminin PISA sorularının gerektirdiği becerileri kazandıramaması olarak açıklamışlardır. Altun ve Akkaya (2014) çalışmanın devamında öğretmenlerin görüşleri doğrultusunda öğrencilerin PISA sınavındaki matematik başarısının düşük olma sebeplerini eğitim sistemi, matematik öğretim programı, öğrenci, fiziksel koşullar öğretmen ve aile olarak ortaya konulmuştur. Çalışmada öğretmenler PISA sınavındaki başarısızlığın sebeplerini temalar altında incelenerek öğrenci teması altında başarısızlığın sebebi olarak öğrencilerin ön öğrenmelerinin yetersiz olması, motivasyonlarının eksik olması ve yaşamla ilişkilendirmeden yoksunluk gibi hususları görmektedirler. Ayrıca çalışmaya katılan öğretmenlerden bazıları öğretim programının gerçek yaşamla ilişkili olması gerektiğini ifade ederken, öğretim içeriğinin gerçek yaşamla bağlantısının kesildiğini ifade etmektedirler. PISA sınavlarında matematik başarısının arttırılması için öğretim programı, fiziki koşullar sınav sistemi ve öğretmen yetiştirme politikalarının gözden geçirilmesi ve değişiklikler yapılması gerektiği ifade edilmiştir. Çalışmanın sonunda ulusal olarak yapılan sınavlarda da sorulan soruların PISA sınavına benzer nitelikte sorulardan oluşması yönünde bir sonuca da ulaşılmıştır.

**2.12.2. PISA sınavlarının Türk eğitim sistemine katkısı ve karşılaştırılmasıyla ilgili yapılan çalışmalar.** OECD'ye üye olan ülkelerin katıldığı uluslararası PISA sınavlarındaki soruların içeriği, ülkelerin başarıları ve PISA sorularının niteliği ve sınav sonucunda ortaya konulan yeterlilik düzeyleriyle Türk eğitim sisteminin, ulusal sınavların ve ders kitaplarının analiz edildiği çalışmalar da bulunmaktadır. Savran (2004) çalışmasında PISA sınavının amaçları, güvenirliği, niteliği, neyi araştırdığı, soruların nasıl oluşturulduğu, sınavların nasıl yapıldığı ve neleri kapsadığıyla ilgili geniş bir bilgi vererek, PISA'da kullanılan soru tarzlarını Türk öğrencilerine uygun olup olmadığı, soruların uygulanabilirliği ve dilbilimsel özellikleri yönünden incelemiştir. Çalışmada MEB'in PISA sınavının etkileri doğrultusunda bir dizi önlem alma girişiminde bulunduğunu ifade etmiştir. PISA 2003 sorularının bazılarını ele alarak bu soruların Türk öğrenci profiline uygun olup olmadığını araştırmış ve Liselere Giriş Sınavları (LGS) soruları ile PISA sorularını karşılaştırmıştır. PISA ve LGS soruları arasında LGS sorularının ezbere dayalı olması yönüyle farklılık gösterdiğini ifade etmiştir. Çalışmanın sonunda PISA sorularının öğrencinin edindiği teorik bilginin gerçek yaşamda ne derece kullandığını ölçmeye yönelik olduğu vurgulanarak, bu soru tarzının ülkemizdeki eğitim- öğretim sistemine göre yetişen Türk öğrenci profiliyle örtüşmediği belirtilmiştir. Çalışmada ayrıca Türk öğrencilerin PISA sorularını çözerken zevk almış olabilecekleri ifade edilerek ezberci bir yöntemle gerçek yaşama hazırlanan Türk öğrencilerinin PISA sorularının üstesinden gelebilecekleri vurgulanmıştır.

İskenderoğlu, Erkan ve Serbest (2013) ise çalışmalarında PISA sınavlarının belirtilen yeterlilikleri ölçmek için önemli bir ölçme aracı olduğunu ifade ederek, PISA matematik testinde yer alan soruların değerlendirmelerinde önemli rol oynayan ve öğrencilerin hangi matematik süreçleri ve işlemleri yapabildiklerini ortaya koymalarını sağlayan matematik yeterlik düzeyleri üzerinde durmuşlardır. Çalışmada 2008-2013 yılları arasında yapılan seviye belirleme sınavı (SBS) sınavlarında uygulanan soruların PISA'da belirlenen matematik yeterlik düzeylerine göre hangi düzeyde olduklarının incelenmesi amaçlanmıştır. 5 uzman, belirtilen yıllarda yapılan SBS sınavlarındaki soruların teker teker olası çözümlerini yapıp sorunun çözümü için gerekli olan becerileri ortaya koymuşlardır. Ayrıntılı analizi yapılan SBS sorularının PISA matematik yeterlilik düzeylerine göre hangi düzeyde olduğu ortaya konulmuştur. Uzmanların değerlendirmeleri sonucunda yapılan analizler %87 oranında örtüştüğü ifade edilmiştir. Elde edilen bulgulara göre sekizinci sınıf SBS sınavlarında PISA'da belirlenen 6 düzeye göre üst düzey sorulara rastlanmadığı genel olarak 1, 2, 3 ve 4. düzeydeki sorularla karşılaşıldığı ifade edilmiştir. Yazarlar bu sonuçlara göre SBS sınavlarında sorulacak soruların gözden geçirilerek her seviyeden soruların sınavlarda sorulmasını önermektedirler.

Seis (2011) ise çalışmasında 6-8 matematik ders kitaplarındaki istatistik ve olasılık konularını inceleyerek PISA'nın 2003 uygulamasında tanımladığı belirsizlik alanı yeterlik düzeyi ölçeğine göre incelenen konuların hangi düzeyde olduğu ortaya koymaya çalışmıştır. Çalışmada 15 yaş öncesinde öğrencilerin ders kitabı olarak kullandığı altı, yedi ve sekizinci sınıf ders kitaplarının incelendiği ifade edilmiştir. 9 matematik ders kitabındaki istatistik ve olasılık konularındaki soruların PISA belirsizlik ölçeğine göre hangi düzeyde olduğu araştırmacının ve danışmanın incelemeleri sonucunda belirlenmiştir. İki araştırmacının uyumunun %88 oranında örtüştüğü çalışmada incelenen kitaplarda yer alan soruların belirsizlik ölçeğine göre düzeyleri yüzde ve frekansları tablo halinde okuyucunun genel çerçeveyi görmesi açısından anlamlı hale getirilmiştir. Yapılan analizler sonucunda, PISA belirsizlik ölçeğine göre incelenen kitaplarda 6. düzey sorulara rastlanılmadığı, genel olarak soruların 2. ve 3. düzeyde yoğunlaştığı ortaya konulmuştur. Çalışmada istatistik konularıyla, olasılık konularındaki soruların düzeylerinin de karşılaştırılması yapılmıştır. Yapılan karşılaştırma doğrultusunda 6-8 matematik ders kitaplarındaki istatistik konularının soruları olasılık konularının sorularına göre daha üst düzeyde yer aldığı belirtilmiştir. Ayrıca çalışmada, incelenen ders kitaplarının sınıf düzeyleri yükseldikçe istatistik ve olasılık konularındaki soruların düzeylerinin de yükseldiği fakat kitaplarda yer alan soruların üst düzey beceriler kazandırabilecek yeterlilikte olmadığı ortaya konulmuştur.

Reçber (2012) ise yaptığı çalışmasında TIMSS, PISA gibi uluslararası sınavlarda Türk öğrencilerin matematiksel düşünme ve problem çözme becerilerinin düşük düzeyde olduğunu belirterek sekizinci sınıf matematik öğretim programı ve matematik ders kitaplarında bulunan etkinliklerin bilişsel düzeylerini incelemiştir. Yapılan çalışmada Türkiye'deki sekizinci sınıf matematik ders kitabında bulunan etkinliklerin bilişsel düzeylerinin incelemesi yapılarak TIMSS ve PISA gibi uluslararası sınavlarda başarılı olan ABD ve Singapur'daki matematik ders kitaplarındaki etkinliklerin bilişsel düzeyleri incelenmiş ve Türkiye ile bu ülkelerin bilişsel düzeyleri karşılaştırılmıştır. Doküman incelemesinin yapıldığı çalışmadan elde edilen sonuçlara göre Türkiye'deki matematik öğretim programında yüksek düzeyde bilişsel istem gerektiren etkinlik oranının %87 olduğu, matematik ders kitabında ise bu oranın %76'ya düştüğü belirtilmiştir. Bu durumun ülkeler açısından karşılaştırıldığı çalışmanın devamında ülkelerden incelemek için seçilen matematik ders kitaplarındaki yüksek düzeyde bilişsel istem gerektiren etkinliklerin oranının ABD için %86, Singapur için ise %92 olduğu ifade edilmiştir. Üç ülke için incelenen ders kitaplarındaki yüksek bilişsel istem kategorilerinde en üst düzey matematik yapma seviyesinde etkinlikleri bulundurma oranının Türkiye için %4, ABD için % 29 ve Singapur için %39 olduğu belirtilmiştir. Bu bulgulardan hareketle

Türkiye'deki ders kitaplarında bulunan etkinliklerin yüksek düzeyde bilişsel istem gerektirme ve matematik yapma düzeyleri açısından ABD ve Singapur'a göre düşük olduğu üzerinde durulmuştur. Çalışmada ayrıca ABD ve Singapur'un başarısının ülkelerin matematik ders kitaplarındaki etkinliklerin yüksek bilişsel istem ve matematik yapma etkinlik oranlarının yüksek olmasıyla ilişkili olabileceği üzerinde durulmuştur. Reçber (2012) çalışmasında uluslararası sınavlarda başarılı olan ülkelerin ders kitaplarındaki etkinliklerin yüksek düzeyde bilişsel istem gerektiren etkinliklerin fazla olduğunu belirterek Türkiye'deki matematik ders kitaplarındaki etkinliklerin bilişsel istem düzeylerinin arttırılması ve matematik yapma etkinliklerine daha fazla yer verilmesi gerektiğini belirtmiştir.

Özkan ve Güvendir (2014) çalışmalarında ise 2009 yılında ulusal alanda uygulanan Öğrenci Başarılarının Belirlenmesi Sınavı (ÖBBS) ile uluslararası alanda uygulanan PISA 2009 sınavındaki öğrencilerin matematik başarılarıyla ilişkili olan sosyoekonomik özelliklerin neler olduğunun belirlenmesini amaçlamışlardır. İlişkisel tarama modelinin kullanıldığı çalışmanın verileri, PISA 2009 ve ÖBBS 2009 sınavlarına giren öğrencilerden elde edilen sonuçlar oluşturmuştur. Yapılan analizler sonucunda ÖBBS'de öğrenci düzeyinde matematik başarısıyla ilişkili olan değişkenlerin öğrencilerin babasının eğitim durumu ve öğrencilerin sahip olduğu olanaklar olarak belirlenirken, PISA sınavında matematik başarısıyla ilişkili olan değişkenlerin ise, anne ve baba eğitimi, erkek kardeşin olması ve öğrencinin sahip olduğu olanaklar olduğu ortaya konulmuştur. Okul düzeyinde ise öğrencilerin matematik başarısıyla ilişkili olan sosyoekonomik özelliğin her iki sınav için de okulun bulunduğu ilin eğitimsel alandaki gelişmişlik düzeyi olduğu ifade edilmiştir. Özkan ve Güvendir (2014) çalışmalarının devamında ulusal alanda yapılan ÖBBS sınavıyla ulusal alanda yapılan PISA sınavında öğrencilerin matematik başarılarına etki eden sosyoekonomik faktörlerin büyük oranda benzerlik gösterdiği sonucuna ulaşmışlardır.

İskenderoğlu ve Baki (2011) çalışmalarında sekizinci sınıf matematik ders kitabında bulunan soruları PISA matematik yeterlik ölçeğine göre sınıflandırmayı amaçlamışlardır. Yazarlar çalışmada PISA matematik yeterlik ölçeğinde belirlenen altı düzeyi açıklayarak, PISA 2006 sınavında Türkiye'den katılan öğrencilerin %3'ünün 5. düzeye ulaşırken, %1,2'sinin ise 6. düzeye ulaştıklarını belirtmişlerdir. Ayrıca PISA 2006 sonuçlarına göre Türkiye ve Meksika haricindeki diğer OECD üye ülkelerinin öğrencilerinin en az %5'inin 5. düzey veya 6. düzeye ulaştıkları vurgulanmıştır. Doküman incelemesi tekniği kullanılan araştırmada, sekizinci sınıf matematik ders kitabında bulunan sorular incelenerek, her bir sorunun olası çözümleri ve sorunun çözümü için gerekli olan beceriler belirlenmiştir. Belirlenen beceriler doğrultusunda incelenen matematik ders kitabında bulunan soruların PISA matematik yeterlik ölçeğine göre hangi seviyede olduğu belirlenerek sorular yeterlik ölçeğindeki düzeylere göre sınıflandırılmıştır. Yapılan sınıflama sonucunda incelenen ders kitabında her bir düzeyden sorunun bulunmadığı belirtilmiştir. İncelenen kitapta 1, 2, 3 ve 4. düzeyde soru, alıştırma, problem ve örneklere rastlandığı ifade edilerek 5 ve 6. düzeyde herhangi bir soru, alıştırma problem ve örnek türüne rastlanılmadığı vurgulanmıştır. 2. düzey sorularının oranının %47 olarak en fazla kitapta yer alan düzey olduğu, 4. düzey sorularının %6 oranıyla en düşük oranda yer alan düzey olduğu belirtilmiştir. Bu doğrultuda ders kitaplarında üst düzeyde (5 ve 6. düzey) sorulara rastlanılmadığı ifade edilerek, öğrencilerin PISA matematik yeterlik ölçeğindeki üst düzey becerilerinin geliştirilebilmek için matematik ders kitabı içeriklerinin tekrar gözden geçirilmesi gerektiği önerilmiştir.

**2.12.3. PISA başarılarını etkileyen faktörleri inceleyen çalışmalar.** PISA ile ilgili yapılan çalışmalardan bir başka bakış açısı ise PISA sınavında öğrenci başarılarını etkileyen faktörlerin incelenmesidir. PISA sınavını bu pencereden inceleyen Çifçi (2006) çalışmasında, PISA 2003 Türkiye verilerini kullanarak bu sınava katılan öğrencilerin okudukları okulun yeri, okulun türü, katılımcıların cinsiyeti ve okulun bulunduğu bölge faktörleri doğrultusunda inceleyerek öğrencilerin başarısını etkileyen faktörleri belirlemeye çalışmıştır. PISA 2003 projesinde uygulanan test ve anketlerin veri olarak kullanıldığı çalışmada, iki ayrı logaritmik lineer model oluşturulmuştur. Çalışmadan elde edilen sonuçlara göre Türkiye'den PISA sınavına katılan öğrencilerin bu sınavdan elde ettikleri sonuçlar öğrencilerin, okudukları okul türü, okulun bulunduğu yer, öğrencilerin cinsiyeti, okulun bulunduğu bölge gibi değişkenlerin etkili olduğu ortaya konulmuştur. Araştırmada PISA 2003 projesine katılan öğrencilerin öğrenim gördükleri okul türü açısından yapılan incelemede, Fen Liseleri, Anadolu Liseleri ve Özel Liselerdeki öğrenim gören öğrencilerin PISA 2003 sınavındaki başarılarının PISA 2003 Türkiye ortalamasının üzerinde olduğu belirtilmiştir. Cinsiyet değişkenine göre sonuçların da incelendiği çalışmada, erkek öğrencilerin kız öğrencilere oranla daha başarılı oldukları ifade edilmiştir. Okulun bulunduğu bölgeler açısından ise, Marmara ve İç Anadolu'daki öğrenciler diğer bölgelere göre başarılı olduğu belirtirken, Karadeniz, Doğu Anadolu ve Güney Doğu Anadolu bölgelerindeki öğrencilerin başarısız olduklarına değinilmiştir.

Çifçi'nin (2006) çalışmasına benzer olarak Yılmaz (2006) da çalışmasında Türkiye'deki öğrencilerin PISA sınavındaki matematik başarılarını etkileyebilecek faktörlerin neler olduğunun belirlenmesini amaçlamıştır. Çalışmada matematik başarısını etkileyebilecek değişkenler olarak belirtilen sosyo-ekonomik durum ve okula karşı tutum değişkenlerinin yüzde ve frekansları ortaya konulmuştur. Regresyon analizinin yapıldığı çalışmada, veri grupları için indekslere ayrılarak birinci grup olarak ailenin kültürel zenginliği, öğrenci-öğretmen ilişkisi, öğrenci yalnızlık hissi indeksi, matematik dersine karşı tutum indeksi, öğrencinin matematik dersine çalışma yöntemi indeksi belirlenmiştir. Bilgisayar kullanma sıklığı, temel ve ileri bilgisayar kullanma becerisi, bilgisayara karşı tutum indeksi gibi ikinci grup indeksleri oluşturulmuştur. Bu indekslerin öğrencilerin PISA 2003 matematik başarısını yordamada ne kadar etkili olduğu üzerinde durulmuştur. Yapılan regresyon analizleri sonucunda birinci grup indekslerinden matematik başarısını en iyi yordayan değişkenin %13 açıklama oranıyla ailenin kültürel zenginliğinin olduğu, ikinci grup için ise en iyi yordayıcı değişkenin ise %5 açıklama oranıyla temel ve ileri bilgisayar kullanma becerisi olarak belirlenmiştir.

Çifçi (2006) ve Yılmaz'ın (2006) çalışmalarına benzer bir çalışmayı PISA 2006 verilerini kullanarak Ziya (2008) yapmıştır. Ziya (2008) çalışmasında PISA 2006 verilerini kullanarak matematik başarısını etkileyen faktörlerin incelenmesini amaçlamıştır. Çalışmada, başarıyı etkilediği düşünülen öğrencilerin sosyo-ekonomik durumu, kültürü, anne-babanın mesleği, anne-babanın eğitim düzeyi, cinsiyet, öğrencinin okulda ve okul dışında aldığı matematik dersi süresi, matematik dersine çalışmak için ayırdığı süre, matematik dersine verdiği önem, bilgisayarda internetle ilgili işlemleri yapabilmede kendine güven, bilgisayarı ne kadar sıklıkla kullanma düzeyi gibi değişkenler açısından incelemeler yapılmıştır. Betimsel bir araştırma olarak tasarlanan çalışmada, araştırmanın çalışma grubu PISA 2006 uygulamasına katılan 4942 öğrenciden oluşmaktadır. Öğrencilerden toplanan verilerde, öğrencilerin başarı puanı bağımlı değişken olarak ele alınırken, kültürel varlıklar indeksi, eğitimsel kaynaklar indeksi, evdeki varlıklar indeksi, aile zenginlik indeksi, sosyo-ekonomik ve kültürel indeks, anne-baba eğitim seviyesi, cinsiyet, matematik dersine verilen önem, bilgisayar ve interneti kullanma gibi değişkenler bağımsız değişken olarak incelenmiştir. Yapılan analizler sonucunda, öğrencilerin matematik puanlarını etkileyen en güçlü yordayıcının sosyo-ekonomik ve kültür indeksi olduğu, matematik puanlarının anne-babanın eğitim düzeylerine ve meslek statülerine göre değiştiği, anne babanın eğitim düzeyi ve mesleki statüsü arttıkça öğrencilerin başarılarının da arttığı görülmüştür. Çalışmanın devamında, cinsiyet, okulda öğrencilerin aldıkları matematik ders süresi, matematik çalışmak için ayrılan süre ve matematik dersine verilen önemin de öğrenci başarılarını etkilediği ortaya konulmuştur. Bu sonuçlar doğrultusunda erkek öğrencilerin kız öğrencilere oranla daha başarıları oldukları gözlemlenmiş, okul içinde ve dışında matematiğe daha fazla zaman ayıran ve matematik dersinin önemli olduğunu düşünen öğrencilerin başarılarının daha yüksek olduğu ifade edilmiştir. Çalışmanın sonunda araştırmacılar PISA sonuçlarının ülkeler açısından karşılaştırılabileceği, PISA sonuçları doğrultusunda Türkiye'deki eğitim uygulamalarının verimliliğinin incelenebileceği şeklinde önerilerde bulunulmuştur.

Sáenz (2009) ise İspanyol öğretmen adaylarının PISA 2003 problemlerini çözerken karşılaştıkları zorlukları analiz etmiştir. Matematiksel uzmanlığa dayanan yetkinlikleri harekete geçiren zorlukları tanımlamayı amaçlamıştır. 140 ilköğretim öğretmen adayının katıldığı araştırmada, katılımcılara PISA 2003 uygulamasında kullanılan 39 maddelik matematik testi uygulanmıştır. Her bir problem için iki farklı sınıflandırma yapılmıştır. Birinci sınıflandırma analiz edilirken "üretici", "ilişkilendirici" ve "yansıtıcı" becerilere göre, ikinci sınıflandırma problemin "bağlamsal", "kavramsal" ve "yöntemsel" olmasına göre yapılmıştır. Elde edilen bulgulara göre "üretici" beceri gerektiren problemlerin doğru yapılma oranının diğer problemlere göre daha yüksek olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Çalışmanın sonunda bilgi türlerine göre PISA problemlerinin sınıflandırılmasının problemlerin çözümü için gerekli olduğu ve PISA ile ilgili ortaya konulan modellerin anlaşılması ve ilişkilerin görülmesi açısından önemli bir araç olduğu belirtilmektedir.

Özer (2009) ise çalışmasında PISA 2006 verilerinden hareketle öğrencilerin fen ve matematik başarısını etkileyen faktörlerin modellemesini yapmıştır. PISA 2006'da kullanılan öğrenci anketlerinin temel bileşenleri faktör analizi yapılarak belirlenmiştir. Fen bilimleri ve matematik başarılarını etkileyen faktörler için ayrı ayrı modellerin kullanıldığı çalışmada yapısal eşitlik modelinden faydalanılmıştır. Yapılan analizler sonucunda oluşturulan yapısal eşitlik modeline göre öğrencilerin öğrenmeye ayırdıkları zaman değişkeninin öğrencilerin hem fen bilimleri hem de matematik başarılarında olumlu bir etkiye sahip olduğu belirtilmiştir. Ayrıca anne- babanın eğitim durumu, evdeki kitap sayısı, öğrencilerin bilgisayar ve donanımlarına sahip olması gibi değişkenlerin fen bilimleri ve matematik başarılarına olumlu yönde etkisinin olduğu belirtilmiştir. Çalışmada eğitim materyallerine sahip olmanın fen bilimleri başarısında pozitif yönde etkisi olduğu belirtilirken matematik başarılarında bir etkisinin bulunmadığı ifade edilmiştir.

Boztunç (2010) ise çalışmasında PISA 2003 ve PISA 2006 araştırmalarının sonuçlarından hareketle bazı değişkenlerin öğrencilerin fen ve matematik başarılarını nasıl etkilediğini ve bu etkilerin 2003'te yapılan sınavdan 2006'da yapılan sınava kadar herhangi bir değişme gösterip göstermediğini incelemiştir. PISA 2003 ve PISA 2006 sınavlarında Türkiye'den katılan öğrencilerinden elde edilen verilerin kullanıldığı çalışmada, öğrencilerin fen bilimleri ve matematik başarıları ailenin eğitim düzeyi, öğrencilerin bilgisayar ve donanıma sahip olma olanakları, çalışma ortamları ve bilgisayar kullanma sıklığı gibi değişkenler açısından değerlendirilmiştir. PISA 2003 anketinden seçilen 16 maddeye göre yapılan açımlayıcı faktör analizinde bilgisayar kullanma sıklığı, sosyoekonomik durum ve çalışma ortamı şeklinde 3 alt faktör elde edilmiştir. PISA 2006 anketinde ise seçilen 16 maddeyle yapılan açımlayıcı faktör analizi sonucunda bilgisayar kullanma sıklığı, bilgisayar donanım, çalışma ortamı ve aile eğitim düzeyi şeklinde 4 alt faktör ortaya konulmuştur. Yapılan analizler sonucunda PISA 2003 ve PISA 2006 anketlerinde matematik ve fen bilimleri başarısını, aile eğitim düzeyi, çalışma ortamları, bilgisayar ve donanım olanakları ve internet aracılığıyla iletişim sıklığının olumlu yönde bir etkiye sahip olduğu belirtilirken, bilgisayar programlarını kullanma sıklığı değişkeninin ise matematik ve fen bilimleri başarılarını olumsuz yönde etkilediği ifade edilmiştir. Araştırmacı tarafından yapılan regresyon analizleri sonucunda ise, PISA 2003 uygulamasında fen ve matematik başarısını yordayan en önemli değişken sosyoekonomik faktör olurken, PISA 2006 uygulamasında ise aile eğitimi faktörü olmuştur. Bilgisayar kullanma sıklığı her iki uygulamada da fen ve matematik başarılarını negatif yönde yordadığı sonucuna ulaşılmıştır.

Özdemir (2010) ise çalışmasında PISA 2003 sınavında uygulanan anketlerin öğrencilerin matematiğe karşı tutumlarını çok yönlü incelediğini vurgulayarak, PISA sınavındaki verilerin analizi üzerinde yoğunlaştığını belirtmiştir. Bu doğrultuda yazar çalışmasında, Türkiye'deki başarı durumuyla öğrencilerin matematiğe ilişkin tutumu incelenmiştir. Araştırma çerçevesinde PISA 2003 sınavında matematikle olan kısım 2010 yılında bir grup lise öğrencisine uygulanmış ve elde edilen sonuçlar PISA 2003 verileriyle karşılaştırılmıştır. Yapılan analizler sonucunda sosyoekonomik ve kültürel özelliklerin öğrencilerin matematik başarılarını etkilediği fakat başarıyı yordama gücünün düşük düzeyde olduğu, öğrencilerin öz güveninin matematik başarısına olumlu etki yaptığı, kaygının ise matematik başarısına negatif yönde bir etkisinin olduğu belirtilmiştir. Çalışmanın devamında matematiği karşı ilgi ve matematikten zevk alma değişkenlerinin öğrencilerin matematik başarılarını etkilediği ifade edilerek, öğrencilerin temel eğitim döneminde matematikle ilgili cesaretlerinin arttırılması için matematiğin günlük yaşamda kullanılabilirliği ve uygulanabilirliğinin vurgulanması, görsel ve teknolojik araçlar kullanılarak matematiğin daha zevkli hale getirilebilmesi adına çalışmalar yapılması gerektiğine değinilmiştir.

Özdemir (2010)'in çalışmasında olduğu gibi Demir ve Kılıç (2010) da çalışmalarında PISA 2003 sınavından yararlanmışlardır. Öğrenme stratejilerinin matematik başarısı üzerindeki etkilerinin incelenmesinin amaçlandığı çalışmanın örneklemini 2003 yılında PISA sınavına katılan 4493 Türk öğrenci oluşturmaktadır. Verilerin analizinde iki aşamalı bemoulli modelinden yararlanılmıştır. Çok aşamalı regresyon analizi kullanılarak okullar arasındaki farklılıklar modellenmiştir. Yapılan analizler sonucunda okulun bulunduğu yer, cinsiyet ve matematiğe olan ilginin matematik başarısına pozitif yönde bir etkisinin olduğuna, detaylı öğrenme stratejisi değişkeninin ise negatif yönde güçlü bir etkiye sahip olduğu ifade edilmiştir.

Yiğit (2010) ise çalışmasında PISA 2003 projesindeki matematik sorularını sekizinci ve dokuzuncu sınıf düzeyinde öğrencilere uygulayarak, öğrencilerin matematik başarılarını okul türü ve cinsiyet değişkeni açısından incelemiştir. Tarama modelinin kullanıldığı araştırmada öğrencilere PISA 2003 matematik soruları içerisinden seçilen 12 soru uygulanmıştır. Çalışmada matematik öğretim programının yenilendiğine de değinilerek, programın yenilenmesine rağmen araştırma sonuçları doğrultusunda öğrenci başarısının 2003 yılındaki başarının gerisinde olduğu belirtilmiştir. Okul türü açısından öğrenci başarılarının da incelendiği çalışmada, Anadolu Lisesi ve Sosyal Bilimler Lisesi'nin diğer okullara oranla daha başarılı olduğu ifade edilmiştir. Cinsiyet açısından öğrencilerin başarılarının karşılaştırıldığı çalışmanın devamında bazı sorularda erkek öğrencilerin başarılı olmalarına rağmen genel olarak cinsiyet açısından bir farklılığın olmadığı belirtilmiştir. Çalışmada öğrenci başarılarının düşük olduğu ve okul türleri açısından farklılıkların fazla olduğu değinilerek eğitim politikalarının tekrar gözden geçirilmesi gerektiği önerilmiştir.

Çam (2014) ise çalışmasında Türkiye'nin PISA sınavlarındaki başarısının 2012 yılı hariç diğer sınavlarda son sıralarda yer aldığını, 2012'de ise orta seviyelere yaklaşsa da PISA 2012 ortalamasının altında kaldığına değinerek, Türkiye'nin başarı düzeyinin neden düşük olduğunun belirlenmesinde başarı düzeyini etkileyebilecek bazı değişkenlerin incelenmesi gerektiğini ifade etmektedir. Bu düşünceden hareket eden yazar, çalışmasında PISA başarı düzeylerinin belirlenerek, bu başarının bazı değişkenlere göre incelenmesi ve çözüm odaklı önerilerde bulunmayı amaçlamıştır. Çalışmanın örnekleminin 120 dokuzuncu sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Çam (2014), tarama modeli ile gerçekleştirdiği çalışmasında PISA 2009 matematik testinde bulunan bazı sorulardan oluşan "Matematik PISA testi Kısaltılmış Formu", "Matematik Tutum Ölçeği", "Öğrenme Desteği Alma Durumu" ve "Aileye İlişkin Bilgi Formu" kullanarak veri toplamıştır. Yapılan analizler sonucunda elde edilen bulgulara göre, anne- baba eğitim düzeyi, ailenin aylık geliri, okul türü ve öğrencilerin hazırbulunuşluk düzeyinin PISA matematik başarılarında etkili olduğu görülmüştür. Anne-baba mesleği, anne-babanın yaşı, kardeş sayısı ve öğrencilerin matematiğe karşı tutumunun PISA matematik başarısında etkisi olmadığı ortaya konulmuştur.

Dewantra, Zulkardi ve Darmawijoyo (2015) ise yedinci sınıf öğrencilerine yönelik geçerli, pratik ve etkili bir potansiyele sahip PISA gibi matematiksel işlemler gerektiren bir problemler kümesi tasarlamaya çalışmışlardır. Biçimlendirici değerlendirmeyle ilk ve prototip olarak iki aşamayı içeren tasarlama aşamasında, 6 uzman ve 43 yedinci sınıf öğrenciyle çalışma gerçekleştirilmiştir. Prototip aşamada 5 öğrenciyle bire bir, 10 öğrenciyle küçük grup ve 28 öğrenciyle alan testi ile ilgili çalışmalar gerçekleştirilmiştir. Veriler öğrencilerle gerçekleştirilen görüşmelerden ve test sonuçlarından elde edilmiştir. Yapılan çalışmalar sonucunda öğrencilerin üç matematiksel süreç becerisiyle ilgili olan ve matematiksel okuryazarlık düzeylerini belirleme potansiyeline sahip 10 soruluk bir test geliştirmişlerdir. Yapılan incelemeler esnasında öğrencilerin yorumlama ile ilgili problemlerde daha başarılı oldukları görülmüştür. Öğrencilerin yorumlama sorularındaki başarısının %52,5, yürütme problemlerindeki başarısının %40,7, formüle etme problemlerindeki başarısının ise %39,6 olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Hopfenbeck ve Kjærnsli (2016) öğrencilerin PISA sınavındaki motivasyon testlerini inceleyerek, öğrencilerin motivasyonlarıyla başarıları arasında nasıl bir ilişki olduğunu ortaya koymaya çalışmışlardır. PISA 2006 uygulamasına katılan 9 erkek 13 kız, 2009 uygulamasına katılan 3 erkek 6 kız ve PISA 2012 uygulamasına katılan 3 erkek 6 kız olmak üzere toplam 40 öğrenciyle görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Ayrıca PISA 2009 ve 2012 uygulamasında 9400 öğrenciden elde edilen veriler de değerlendirilmiştir. Elde edilen bulgular doğrultusunda PISA sınavının öğrencilerin gelecekteki bir okula girmeye ya da mezun olmaya herhangi bir etkisi olmamasına rağmen motive olan öğrencilerin tümünün PISA'da elinden gelenin en iyisini yapmaya çalıştıkları belirtilmiştir. Ayrıca Norveçli öğrencilerin diğer ülke öğrencilerine göre

PISA testlerine karşı daha rahat oldukları görülmüştür. Öğrencilerin motive oldukları zaman en iyisini yapma çalıştıklarını belirttikleri çalışmada, kızların erkeklere göre motivasyon testinde anlamlı olarak daha iyi sonuçlar elde ettiği rapor edilmiştir.

**2.12.4. PISA sınavlarıyla ilgili yıllara göre analizin yapıldığı çalışmalar.** PISA sınavında öğrenci başarılarını etkileyen faktörlerin incelenmesiyle ilgili yapılan çalışmaların dışında bazı çalışmalar ise PISA sınavlarından elde edilen sonuçları tarihsel olarak analiz edip incelemişlerdir. Araştırmaya bu açıdan bakan Yalçın (2011) çalışmasında yıllara göre Türk öğrencilerin PISA başarılarını incelemiştir. Çalışmada 2003, 2006 ve 2009 yıllarında yapılan PISA sınavlarında uygulana öğrenci anketlerinden ve bilişsel testlerden elde edilen bilgiler üç uygulamada da ortak okul türleri açısından incelenmiştir. Okul türlerinin etki değerinin yıllara göre değişiminin incelenmesinin amaçlandığı çalışmada tarama modeli kullanılmıştır. 2003, 2006 ve 2009 yıllarında PISA sınavına katılan ve Türkiye'nin 7 bölgesinden tesadüfi olarak seçilen Türk öğrenciler çalışmanın örneklemini oluşturmuştur. Çalışmada PISA sınavlarında öğrencilerden elde edilen veriler kullanılarak öğrencilerin 2003, 2006 ve 2009 PISA sınavlarındaki matematik, okuma ve fen başarılarının z puanı değerleri hesaplanmıştır. Okul türlerinin etkinlik değerinin yıllara göre değişimi veri zarflama analiziyle belirlendiği çalışmada, liseler arasındaki nitelik farkının hala devam ettiği, ilköğretim okullarında öğrenim gören öğrencilerin sosyal, ekonomik ve kültürel statü indeks değerinin düşük olması, meslek liselerinde öğrenim gören öğrencilerin ise okul dışında ders çalışmaya yeterince zaman ayırmaması durumlarının üç PISA döneminde de bu okul türlerinin etkin olmasına engel olduğunu sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca çalışmada yenilenen öğretim programıyla beraber derse aktif katılımın arttığı belirtilerek, çalışmada incelenen PISA dönemlerine göre derse aktif katılım durumunun aşamalı olarak attığı vurgulanış ve bu durumun PISA sınavlarındaki verilere yansıdığı da belirtilmiştir.

Close ve Shiel (2009) PISA 2000, 2003 ve 2006 verilerini kullanarak cinsiyet açısından İrlanda'daki öğrencilerin matematik başarılarını karşılaştırmışlardır. Erkek öğrencilerin kız öğrencilere göre daha başarılı olduğu ifade edilerek bu durumun PISA uygulamalarına katılan çoğu ülkeyle benzerlik gösterdiği ifade edilmiştir. PISA 2003 uygulamasında matematik okuryazarlığının diğer alanlara göre daha belirgin olduğu PISA 2003 uygulamasında İrlandalı erkeklerin matematiğin 4 içerik alanında da kızlardan daha başarılı olduğu en belirgin farklılığın uzay ve şekil içerik alanında olduğu vurgulanmıştır.

OECD üyesi ülkelerin ve üye olmayan bazı ülkelerin katıldığı uluslararası bir sınav olan PISA sınavında çoktan seçmeli, açık uçlu, kısa cevaplı vb. sorular öğrencilere yöneltilmektedir. Literatürde öğrencilerin PISA sınavındaki farklı soru tiplerindeki başarılarını karşılaştıran çalışmalara da rastlanmaktadır. Öğrencilerin PISA sınavlarındaki başarılarını soru tiplerine göre kıyaslayan çalışmacılardan biri de Demir (2010) dir. Demir (2010) çalışmasında PISA 2003 ve PISA 2006 uygulamaları çerçevesinde, Türkiye'deki öğrencilerin okuma, fen bilimleri ve matematik bilişsel alan testlerinde yer alan çeşitli soru tiplerinden hangilerinde başarılarının yüksek hangilerinde başarı düzeylerinin düşük olduğunun belirlenmesini amaçlamıştır. Nicel araştırma yöntemlerinden tarama yönteminin kullanıldığı araştırmada, Türkiye'den PISA 2003 ve PISA 2006 uygulamalarına katılan öğrencilerden elde edilen veriler analiz edilmiştir. Yapılan analizler sonucunda öğrencilerin PISA başarılarının soru tiplerine göre farklılık gösterdiği ortaya konulmuştur. Okuma becerileri ve fen bilimleri okuryazarlığı alanlarında öğrencilerin başarılarının en yüksek olduğu soru tipinin "çoktan seçmeli" sorular olduğu PISA 2003 uygulamasında matematik okuryazarlığı alanında ise öğrencilerin en başarılı olduğu soru tipinin ise "yarı yapılandırılmış" sorular olduğu sonucuna ulaşılmıştır. PISA 2006 matematik okuryazarlığı alanında ise en çok yapılabilen soru tipinin ise "çoktan seçmeli" sorular olduğu ifade edilmiştir. Matematik okuryazarlığı alanında 2003 PISA sorularına göre öğrenci başarılarının en düşük olduğu soru tipinin “açık uçlu” sorular olduğu 2006 PISA uygulamasında ise en düşük düzeyde başarılı olunan soruların “karmaşık çoktan seçmeli” sorular olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Demir (2010) çalışmasında Türkiye’de 15 yaş grubu öğrencilerin soru tiplerine göre başarı yüzdelerinin artış gösterdiğini belirterek soru tiplerine göre PISA 2006’daki başarının 2003’teki başarıya göre yüksek olduğunu vurgulamıştır. Fakat çalışmada PISA 2003 ve 2006 uygulamaları arasında öğrenci başarı yüzdelerinde dikkate değer bir farklılığın bulunmadığı ifade edilmiştir. Çalışmanın sonunda Türkiye’deki öğrencilerin, çoktan seçmeli, karmaşık çoktan seçmeli ve yarı yapılandırılmış soru tiplerinde, kısa cevaplı ve açık uçlu soru tipleri gibi cevapları kendilerinin oluşturulması beklenildiği soru tiplerine göre başarı düzeylerin yüksek olduğu belirtilmiştir.

**2.12.5. Ülkelerin PISA başarılarının karşılaştırıldığı çalışmalar.** PISA ile ilgili yapılan çalışmalara bir diğer açıdan bakan çalışmalar ise, PISA sınavına katılan bazı ülkelerin başarılarının karşılaştırıldığı araştırmalar olarak karşımıza çıkmaktadır. PISA ile ilgili yapılan çalışmalarda ulusal alanda PISA başarılarını bu açıdan değerlendiren ilk çalışmanın İş’in (2003) çalışması olduğu söylenebilir. İş (2003) çalışmasında farklı kültürlerde matematik okuryazarlığı etkileyen faktörlerin incelenmesi amaçlamıştır. Çalışma, PISA 2000 uygulamasına katılan Brezilya, Japonya ve Norveç üzerinde gerçekleştirmiştir. Bu ülkelerin seçilmesinde PISA 2000 uygulamasında ülkelerin elde ettikleri başarılar dikkate alınmıştır. Matematik okuryazarlığını etkilediği düşünülen öğrenci, aile ve okul ile ilgili faktörlerin araştırıldığı çalışmada, yapılan faktör analizleri sonuçları doğrultusunda üç ülkenin de sonuçlarının aynı doğrultuda olduğu ifade edilmiştir. Elde edilen bulgular doğrultusunda matematik okuryazarlığını etkilen faktörler olarak, anadile yönelik tutumlar, öğrenci öğretmen ilişkileri, sınıf ortamı, aile ile olan etkileşim, teknoloji ve kaynak kullanımı, matematiğe yönelik tutum ve anadil okuryazarlığı olduğu ortaya konulmuştur. Çalışmada ayrıca, anadil okuryazarlığının üç ülkenin matematik okuryazarlığına pozitif ve anlamlı bir şekilde etkilediği, öğrenci öğretmen ilişkileriyle matematik okuryazarlığı arasında Japonya ve Norveç'te pozitif bir ilişki varken, Brezilyada bu ilişki negatif yönde olduğu belirlenmiştir. Sınıf ortamı, Brezilya'daki öğrencilerin matematik okuryazarlığını pozitif yönde etkilerken, Japonya'da negatif bir etkiye sahiptir. Norveç'te ise sınıf ortama ile matematik okuryazarlığı arasında anlamlı bir ilişkinin olmadığı belirtilmiştir. Benzer olarak teknoloji ve kaynak kullanımı değişkeniyle matematik okuryazarlığı arasındaki ilişkinin Brezilyada pozitif yönde, Japonya da ise negatif yönde olduğu görülmüş, Norveç'te ise anlamlı bir farklılığın olmadığı ortaya konulmuştur. Aile ile olan etkileşim değişkeni açısından matematik okuryazarlığı incelendiğinde üç ülke açısından da iki değişken arasında pozitif yönde bir etkileşim olduğu sonucuna varılmıştır.

Dossey ve diğerleri (2008) Kanada, Meksika ve ABD'nin PISA 2003'te elde ettiği başarıları değerlendirmişlerdir. Çalışmada PISA sorularının matematiksel okuryazarlıktan disiplinler arası problem çözmeye doğru incelenmesinin öğrenci performansları hakkında detaylı bilgi sağlayacağını ifade etmişlerdir. Matematik okuryazarlığı, PISA ve PISA'nın değerlendirme biçimleri ile ilgili genel bilgilerin verildiği çalışmada, Kanada Meksika ve ABD'nin matematik okuryazarlık puanları karşılaştırılmıştır.

PISA uygulamasından elde edilen sonuçların ülkeler arasında karşılaştırıldığı bir diğer çalışma olan Akarsu'nun (2009) çalışmasında PISA 2003 uygulamasında en başarılı ülkelerden biri olan Finlandiya ile Türkiye'nin başarılarının karşılaştırılması yapılmıştır. Yapılan çalışmada öz yeterlik, içe yönelik motivasyon, dışa yönelik motivasyon ve matematik başarısı faktörleri kullanılarak bir model geliştirildiği ifade edilmiştir. Bu doğrultuda Akarsu (2009) çalışmasında motivasyon, öz yeterlik ve matematik başarısı arasındaki ilişkileri açıkladığı düşünülen modele göre Finlandiya ve Türkiye açısından değişkenler arasındaki ilişkilerde benzerlik ve farklılıkların olup olmadığının ortaya çıkarılması amaçlamıştır. PISA 2003 uygulamasına Finlandiya ve Türkiye'den katılan öğrencilerden elde edilen verilerin kullanıldığı çalışmada veri toplama aracı olarak PISA 2003 uygulamasındaki matematik okuryazarlık testi ve PISA 2003 uygulamasında öğrencilerden öğrenme motivasyonları, kendilerine ilişkin düşünceleri, duygusal etkenler ve öğrenme stratejileri boyutlarında bilgi toplanmasını sağlayan öğrenci anketi kullanılmıştır. Elde edilen sonuçlar doğrultusunda her iki ülke açısından öz yeterlik, içe yönelik motivasyon ve dışa yönelik motivasyonun öğrencilerin matematik başarıları üzerindeki etkilerinin benzer olduğu ve öz yeterlik değişkeninin iki ülke açısından matematik başarılarını yordama da güçlü bir yordayıcı olduğu ortaya konulmuştur.

Finlandiya'nın PISA başarısını inceleyen bir diğer çalışma ise Eraslan'ın (2009) çalışmasıdır. Eraslan (2009) çalışmasında Finlandiyalı öğrencilerin PISA 2000, 2003 ve 2006 uygulamalarında okuma, fen bilimleri ve matematik alanlarında göstermiş oldukları başarıların dikkat çekici olduğunu ifade ederek çalışmasının amacının Finlandiya'nın elde ettiği başarıyı Türkiye'deki durumla karşılaştırarak bu durumdan çıkarılacak derslerin olduğunu ifade etmiştir. Çalışmada Finlandiya'nın başarıları arkasında öğretmen yetiştirme programı, geleneksel okul yaşamı, kültürel olarak öğretmenlik mesleğine bakış ve hizmet içi öğretmen eğitimi olmak üzere dört ana faktörün olduğunu belirtmiştir. Çalışmada belirtilen dört ana faktör açıklanarak ve Türkiye ile karşılaştırılarak incelenmiştir.

Liang (2010) ABD, Kanada ve Finlandiya'nın PISA 2003 verilerini kullanarak sınıf içi değerlendirmelerin rolü ve öğrencilerin özellikleri ve matematik performansıyla ilişkisini incelemiştir. Elde edilen bulgular doğrultusunda üç ülke açısından cinsiyet, ailenin sosyokültürel durumu, ev içinde yabancı dil konuşma, testteki çaba, ev ödevleri için harcanan zaman, matematik öz yeterliği, beklenen eğitimi düzeyi gibi öğrenci özelliklerinin matematik performansıyla ilgili olduğu görülmüştür. Üç ülke arasında öğrenci başarılarıyla ilişkili olan okul değerlendirme uygulamalarının bireysel öğrenci özellikleriyle farklı ilişkilendirildiği ve farklı etkileşimde olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Yine Finlandiya'nın içerisinde bulunduğu ülkelerin PISA sınavına göre karşılaştırma ve incelemesinin yapıldığı bir diğer çalışma Yıldırım'ın (2011) çalışmasıdır. Yıldırım'ın (2011) çalışmasında farklı ülkelerden elde edilen veriler kullanılarak matematik başarısı üzerinde etkili olduğu düşünülen öz yeterlik, içe yönelik motivasyon ve kaygı arasındaki ilişkilerin sosyal bilişsel teoriye dayalı olan bir modelle test edilmesini amaçlamıştır. Yıldırım'ın çalışmasının bir yönüyle Akarsu'nun (2009) çalışmasıyla benzerlik gösterdiği söylenebilir. Akarsu (2009) çalışmasında Türkiye ve Finlandiya verilerini kullanarak bir model doğrultusunda öz yeterlik, içe yönelik motivasyon, dışa yönelik motivasyon faktörlerinin ve matematik başarısı üzerindeki etkisini bir model kullanarak irdelemiştir. Yıldırım (2011) ise farklı olarak çalışmaya 3. bir ülke dahil ederek Akarsu'nun (2009) dışa yönelik motivasyon faktörünü kullanma yerine kaygı faktörünü kullanmayı tercih etmiştir. Türkiye, Finlandiya ve Japonya'nın 2003 PISA uygulamasındaki verileri kullanılarak yürütülen çalışmadan elde edilen sonuçlara göre, öğrencilerin öz yeterlik inancının her üç ülkede de matematik başarıları üzerinde pozitif yönde etkisinin olduğu, Finlandiya açısından bu etkinin diğer iki ülkeye göre daha fazla olduğu ifade edilmiştir. Bu bulgunun sebebi batı kültürlerinde öz yeterlik inancının başarı üzerindeki etkisinin doğu kültürüne göre daha fazla olmasından kaynaklanabileceğine dayandırılarak açıklanmaya çalışılmıştır. Çalışmada içe yönelik motivasyon ile PISA 2003 matematik başarısı arasında pozitif yönde bir korelasyon olsa da öz yeterlilik değişkeni kontrol altına alındığında içe yönelik motivasyonun etkisinin zayıfladığı, Türkiye açısından öğrencilerin PISA 2003 matematik başarılarına bir etkisinin olmadığı ortaya konulmuştur. Çalışmada kaygı değişkeniyle matematik başarısı arasında negatif bir ilişkinin olduğu, bu durumun içe yönelik motivasyon değişkeninde olduğu gibi öz yeterlik inancını etkilediğine değinilerek öğrencilerin matematikte kendilerini yeterli görmeleri durumunda pratik olarak kaygı ve içe yönelik motivasyonun öğrenci başarıları üzerinde etkisinin olmayabileceği ifade edilmiştir.

Aydın, Sarıer ve Uysal (2012) çalışmalarında ise sosyoekonomik ve sosyokültürel değişkenler açısından Türkiye ve PISA 2003 ve 2006 uygulamalarında en başarılı beş ülke olan Finlandiya, Kore, Hollanda, Japonya ve Kanada'nın PISA matematik sonuçlarını karşılaştırmışlarıdır. PISA 2003 ve 2006 uygulamalarında matematik alanında Türkiye ve başarılı olan beş ülkenin verilerinin betimsel olarak analiz edildiği çalışmada, öncelikli olarak öğrencilerin matematik sonuçları incelemiştir. Çalışmanın devamında öğrenci başarılarıyla sosyoekonomik ve sosyokültürel değişkenlerle ilgili veriler karşılaştırılmıştır. Yapılan analizler Türkiye'nin diğer beş ülkenin ve OECD ülkelerinin ortalamasının çok gerisinde olduğunu göstermiştir. Bu başarısızlığa sebep olabileceği düşünülen etmenler üzerinde durulmuş, ekonomik açıdan, okulların fiziki altyapıları açısından, eğitim süreleri, yıllık iş gücü, okuryazar yüzdesi ve ailelerin sosyokültürel durumları açısından diğer ülkelerle karşılaştırmalar yapılmıştır. Başarılı olan beş ülkeyle Türkiye'nin 6-15 yaş arası öğrencilerde öğrenci başına yapılan harcamalar ve 15 yıllık öğretmenin yıllık ortalama maaşlarının karşılaştırıldığı analizlerde Türkiye'nin diğer ülkelerin bir hayli gerisinde olduğu görülmüştür. Öğretmen başına düşen öğrenci sayısının Kore ile birlikte en yüksek oranda olduğu ülkenin Türkiye olduğu çalışmanın bulgularında göze çarpmaktadır. Yıllık işgünü süresi açısından en az iş gününe sahip ülkenin Türkiye olduğu, okuryazar yüzdesi olarak incelendiğinde ise diğer beş ülkenin okuryazar yüzdesi %99 iken Türkiye'de bu oranın %88 olduğu ifade edilmiştir. Çalışmada ortaya konulan bir diğer bulgu ise ailelerin sosyokültürel durumlarıdır. Türkiye'nin ailelerin sosyokültürel durumlarının başarılı olan beş ülkeye göre düşük olduğu elde edilen sonuçlarla ortaya konulmuştur. Elde edilen sonuçlara göre başarılı ülkelerin okul ve eğitim sistemlerinin incelenmesi, eğitime düşen pay ve öğretmen maaşlarının arttırılması yönünde önerilerde bulunulmuştur.

Kılıç, Çene ve Demir (2012) ise çalışmalarında Türkiye ve Türkiye'nin çevre ülkelerdeki matematik başarılarının karşılaştırılmasını amaçlamışlardır. PISA 2009 uygulamasının verilerinin kullanıldığı çalışmada Türkiye ve Türkiye'nin çevrelerinde bulunup PISA 2009 uygulamasına katılan Bulgaristan, Yunanistan, Azerbaycan, Rusya Federasyonu, İsrail, Sırbistan, Romanya ve Ürdün'ün matematik başarılarına etkisi olduğu düşünülen değişkenler incelenmiştir. 15 yaş grubundaki 17224 öğrencinin PISA 2009 uygulamasındaki matematik test puanları ve öğrenci anketinden elde edilen veriler çok aşamalı modeller kullanılarak analiz edilmiştir. Elde edilen bulgular doğrultusunda, cinsiyet değişkeninin 9 ülkenin sekizinde pozitif ayırt edici bir değişken olduğu, Romanya, Yunanistan, Türkiye, Sırbistan ve İsrail'de bu etki yüksek iken, Bulgaristan, Rusya ve Azerbaycan'da bu farkın az olduğu, Ürdün de ise anlamlı bir farkın olmadığı sonucuna ulaşılmıştır. Ekonomik, sosyal kültürel statünün ise İsrail, Yunanistan, Bulgaristan ve Rusya'da matematik başarısı üzerine etkisinin diğer ülkelere göre yüksek olduğu ve her ülke açısından bu değişkenin matematik başarısıyla pozitif yönde bir ilişkisi olduğu ortaya konulmuştur. Evdeki eğitim kaynakları değişkeni açısından matematik başarıları üzerindeki etki ülkeler bazında incelendiğinde İsrail haricinde diğer sekiz ülkede evdeki eğitim kaynaklarının matematik başarısı üzerinde pozitif yönde bir etkisinin olduğunu ifade edilmiştir. Bu değişkenin Rusya'da çok etkili olduğu, Türkiye ve Azerbaycan açısından diğer ülkelere göre daha az bir etkiye sahip olduğuna değinilmiştir. Ezberleme ve tekrarlama stratejisi açısından öğrencilerin matematik başarıları incelendiğinde, Ürdün haricindeki diğer ülkelerin tamamında öğrencilerin başarılarının olumsuz yönde etkilendiği, ezberleme ve tekrarlamanın öğrencilerin başarılarını azalttığı ortaya konulmuştur. Çalışmada öğretmen başına düşen öğrenci sayısının da matematik başarıları üzerinde etkisi araştırılmıştır. Elde edilen bulgulara göre, öğretmen başına düşen öğrenci sayısının artmasının, Türkiye, Bulgaristan, Rusya, İsrail ve Ürdün'deki öğrencilerin matematik başarısını olumsuz yönde etkilediği, Yunanistan'daki öğrencilerin matematik başarılarını ise olumlu yönde etkilediği sonucuna ulaşılmıştır. Araştırmada son olarak okul mevcudunun öğrencilerin matematik başarılarını etkileyip etkilemediğine değinilmiştir. Elde edilen bulgular doğrultusunda Bulgaristan, Rusya, Ürdün ve İsrail haricindeki diğer ülkelerde anlamlı bir sonuca ulaşılamamıştır.

Akyüz ve Satıcı (2012) çalışmalarında Hong Kong-Çin ve Türkiye'deki öğrencilerin PISA 2003 verilerinden faydalanılarak öğrencilerin okul hakkındaki düşüncelerini, okula aidiyet duygusunu, matematik öğretmeni hakkındaki düşüncelerini, matematik başarısı ile ilgili rekabetçi duyguları, grup çalışması hakkındaki düşünceleri, öğretmenin ilgisi ve sınıf disiplini ile matematik okuryazarlık arasındaki ilişkilerin incelenmesi amaçlanmıştır. Hong Kong-Çin'in PISA 2003'e katılan ülkeler arasında en yüksek başarıya sahip olmasından dolayı seçildiği ve iki ülkenin PISA 2003 uygulamasından elde ettikleri sonuçların veri olarak kullanıldığı çalışmada, öğrenci anketinden seçilen maddeler açımlayıcı faktör analizi, doğrulayıcı faktör analizi ve yapısal eşitlik modeli kullanılarak analiz edilmiştir. Çalışmada Türkiye için oluşturulan modele göre öğrencilerin matematikle ilgili düşünceleri ile matematik okuryazarlığı arasında pozitif yönde anlamlı ilişkinin olduğu ifade edilirken, Hong Kong-Çin modeline göre öğrencilerin matematikle ilgili düşünceleriyle matematik okuryazarlığı arasında yüksek düzeyde negatif yönde anlamlı bir ilişki olduğu belirtilmiştir. Sınıf disiplini değişkeninin matematik başarısına etkisi incelendiğinde, bu değişkenin iki ülke açısından matematik okuryazarlığı ile pozitif yönde anlamlı bir ilişkisi olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Grup çalışması açısından iki ülke için oluşturulan modeller incelendiğinde Hong Kong-Çin modeline göre grup çalışması ile matematik okuryazarlığı arasında pozitif yönde bir ilişki belirlenirken, Türkiye açısından bu durumun negatif yönde olduğu ortaya konulmuştur. Öğretmen hakkındaki görüşlerin matematik okuryazarlığı ile bir ilişkisinin olup olmadığının da incelendiği çalışmada, Hong Kong-Çin açısından bu değişkenle matematik okuryazarlığı arasında anlamlı bir ilişki bulunmazken, Türkiye açısından öğrencilerin matematik öğretmenleri hakkındaki görüşleri ile matematik okuryazarlığı arasında negatif yönde düşük düzeyde bir ilişki bulunduğu ortaya konulmuştur. Matematik öğretmeninin öğrenciye yaklaşımıyla matematik okuryazarlığı arasında iki ülke açısından da anlamlı ilişkinin olmadığı sonucuna ulaşılmıştır. Çalışma sonunda, PISA sınavlarında ülkemizin elde ettiği sonuçların diğer ülkelerle karşılaştırılmasının yapılarak eğitim sistemimizdeki aksaklıkların belirlenmesi ve yapılan düzenlemelerin etkisinin incelenmesi önerilmiştir.

**2.12.6. PISA uygulamalarında problem çözmeye odaklanan çalışmalar.** PISA uygulamaları üzerine yapılan çalışmalardaki bir başka bakış açısı ise problem çözme üzerine olmuştur. PISA 2003 ve PISA 2012 uygulamalarında matematik okuryazarlığı alanı gibi problem çözme alanında soruların bulunduğu görülmektedir. Araştırmacıların matematik için önemli konuların başında gelen problem çözme ile ilgi ortaya koyduğu çalışmaların arttığı görülmektedir. Bu çalışmalardan biri Okur'un (2008) yaptığı çalışmadır. Okur (2008) çalışmasında, ilköğretim okullarından yeni mezun olmuş 5 Türk öğrencinin problem çözme stratejilerinin, problem çözme adımlarının ve öğrencilerin üst bilişlerinin incelenmesi, bu faktörlerin problem çözme başarıları üzerine etkisini PISA 2003 matematik sorularından seçtiği on matematik problemi üzerinde incelemiştir. Araştırmada, katılımcılarla yapılan klinik mülakat ve mülakat sonrası uygulanan anketlerle toplanılan veriler literatürde var olan kodlama sistemleriyle kodlama yapılmıştır. Yapılan analizler sonucunda katılımcıların problem çözme davranışlarının akademik başarılarıyla paralellik gösterdiği, problemin çözümüne doğru ulaşmak için, öğrencilerin ilgili problemle ilgili matematiksel ön gerekliliklere, değişik problem çözme becerilerine ve bu becerileri nerede ve nasıl kullanacaklarını bilmelerine bağlı olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Çalışmada öğrencilerin problemleri çözmeleri için gerekli öz bilişsel yeteneklerini kullanarak problem çözme süreçlerini gözlemlemelerinin ve düzenlemelerinin gerekli olduğuna değinilmiştir. Çalışmanın sonunda, öğrencilerin problem çözme yeteneklerinin gelişmesi için öğretmenlerin çeşitli problem çözme stratejileri gerektiren problemler sunmaları, öğrencilerine yeni stratejiler denemelerine olanak sağlamaları, öğrencileri sorular üzerinde tartışmaları için cesaretlendirmeleri ile ilgili önerilerde bulunulmuştur.

Novita, Zulkardi ve Hartono (2012) problem çözmenin matematik ve matematik eğitiminde önemli rol oynadığını belirterek, öğrencilerin matematiksel problem çözme yeteneklerine yönelik etkili olacak PISA problemleri gibi bir matematiksel problem çözme görevlerinin nasıl geliştirilebileceğini incelemişlerdir. Araştırmaya 4 ilkokul katılmıştır. Novita, Zulkardi ve Hartono (2012) yapılan araştırmanın sonuçlarının matematiksel problem çözme görevlerinin ilkokul öğrencilerinin matematiksel problem çözme becerilerinin incelenmesinde önemli bir etkiye sahip olduğu ve bu tür problemlerin öğrencilerin sorgulama, üretici ve düşünme becerilerini geliştirebileceğini ifade etmişlerdir.

Birbiri (2014) ise çalışmasında PISA 2003 ve PISA 2012 uygulamalarının problem çözme becerileriyle ilgili sonuçlara odaklanmıştır. Araştırmada PISA 2003 ve PISA 2012 matematik konu alanı içerisinde bulunan problem çözme alt alanıyla ilgili sonuçların çeşitli değişkenler açısından incelenmesi amaçlanmıştır. Nitel araştırma desenin kullanıldığı çalışmada, OECD ve MEB tarafından yayınlanan raporlar, 2004-2014 yılları arsında tam erişime açık yurt içi ve yurt dışı literatürde yer alan makale, tez ve raporlar veri toplama aracı olarak kullanılarak veriler doküman incelemesi yöntemiyle analiz edilmiştir. Çalışmada PISA 2003 ve 2012 uygulamalarındaki problem çözme becerilerine ait sonuçlar cinsiyet, eğitim programı ve okul türlerine göre incelenmiştir. Birbiri (2014) çalışmasında elde ettiği bulgular doğrultusunda, Türkiye'nin PISA 2003 ve PISA 2012 uygulamalarında matematik okuryazarlığı başarı puanına göre 2. Düzeyde olduğu, Türkiye'nin problem çözme başarısıyla matematik okuryazarlık sonuçlarının birbiriyle paralellik gösterdiğini belirtmiştir. PISA 2012 uygulamasında Türkiye'nin problem çözme becerileri konu alanında başarısının diğer yıla oranla artış gösterdiği ifade edilmiştir. Okul türlere açısından yapılan karşılaştırmaya göre, PISA 2003 uygulamasında problem çözme alanında fen lisesi diğer okullara göre başarısının yüksek olduğu ortaya konulurken, 2012 yılındaki uygulamada ise meslek lisesi öğrencilerinin başarılı olduğuna değinilmiştir. Cinsiyet açısından başarıların da incelendiği çalışmada, PISA 2003 ve 2012 uygulamalarında problem çözme alanında erkek öğrencilerin kız öğrencilere göre daha başarılı oldukları sonucuna ulaşılmıştır. Çalışmada eğitim sistemleri belirlenirken problem çözme becerilerinin dikkate alınması, PISA uygulamalarında problem çözme becerilerine ilişkin bulguların TIMSS gibi benzer sınavlar ya da TEOG (Temel Eğitimden Ortaöğretime Geçiş) sınavı gibi ulusal sınavlarla karşılaştırılması gibi önerilerde bulunulmuştur.

**2.12.7. PISA uygulamaların matematik okuryazarlığına odaklanan çalışmalar.** PISA uygulamalarına farklı bir çerçeveden bakan bir diğer çalışmalar matematik okuryazarlığı üzerine yapılmaktadır. Matematik okuryazarlığı ile ilgili yapılan çalışmaların da geniş bir literatüre sahip olduğu görülmektedir. Matematik okuryazarlığı ile ilgili yapılan çalışmalardan biri olan Pala (2008) çalışmasında PISA 2003 uygulamasına katılan Finlandiya, Türkiye ve Yunanistan'ın verilerini kullanarak aile, öğrenci-öğretmen ilişkileri, tutum, sınıf disiplini gibi değişkenler açısından matematik okuryazarlık ve problem çözme becerilerinin incelenmesini amaçlamıştır. Tarama yönteminin kullanıldığı çalışmada, matematik okuryazarlığı ve problem çözme becerilerini etkileyen faktörler yapısal eşitlik modeli oluşturularak incelenmiştir. Yunanistan'ın komşu ülke olması ve Finlandiya'nın en başarılı ülkelerden olması nedeniyle örneklem olarak seçildiği çalışmada, veriler PISA 2003 uygulamasında öğrencilerin Matematik Başarı testi ve Öğrenci Anketlerine verdikleri cevaplar doğrultusunda elde edilmiştir. Elde edilen bulgular doğrultusunda, ailelerin eğitim ve iş durumları, matematik dersinde öğrencinin kendine güvenmesi, değişkenlerinin matematik okuryazarlığı ve problem çözme becerilerini pozitif yönde etkilediği ifade edilmiştir. Matematik dersine karşı öğrenci tutumları değişkeninin ise matematik okuryazarlığı üzerinde pozitif yönde anlamlı bir etkisi olduğu belirtilirken, problem çözme becerisi üzerinde

Finlandiya ve Yunanistan için pozitif yönde etkiye sahip olduğu, Türkiye açısından ise bir etkisinin olmadığı ifade edilmiştir. Öğrenci-öğretmen ilişkileri ve grup çalışmase yapma değişkeninin Türkiye ve Yunanistan açısından öğrencilerin matematik okuryazarlığı üzerine negatif yönde bir ilişkisinin olduğu Finlandiya açısından bu değişkenlerin matematik okuryazarlığı üzerinde bir etkisinin bulunmadığı sonucuna ulaşılmıştır. Bu değişkenlerin problem çözme becerileri üzerine etkisi açısından ise, grup çalışması yapma değişkeninin Türkiye'de negatif, Finlandiya'da pozitif etkiye sahip olduğu, Yunanistan'da ise bir etkisinin olmadığı belirtilmiştir. Öğrenci-öğretmen ilişkilerinin problem çözme becerilerine Türkiye ve Finlandiya'da negatif yönde bir etkisi olduğu Yunanistan'da ise bir etkisinin bulunmadığı sonucuna ulaşılmıştır. Sınıf disiplini değişkeninin Türkiye ve Yunanistan'da matematik okuryazarlığını pozitif yönde etkilediği görülürken Finlandiya'da bir etkisinin olmadığı ifade edilmiştir. Problem çözme açısından bu değişkenin üç ülke içinde bir etkisinin olmadığı sonucuna ulaşılmıştır.

Pala (2008) gibi PISA 2003 uygulamasından yararlanan bir diğer araştırma ise İş Güzel ve Berberoğlu'nun (2010) çalışmalarıdır. İş Güzel ve Berberoğlu (2010) çalışmalarında PISA 2003 uygulaması verileri kullanılarak Türk öğrencilerinin matematik okuryazarlıkları ile ilişkili duyuşsal değişkenlerin incelenmesini amaçlamışlardır. Matematik okuryazarlığı ile ilişkisi olduğu düşünülen matematiğe yönelik ilgi, matematiğe yönelik motivasyon, matematiğe ilişkin kaygı, matematikte kendini yeterli görme, matematikte özgüven gibi örtük değişkenler yapısal eşitlik modellemesi analizi kullanılarak değerlendirilmiştir. Yapılan analizler sonucunda matematik okuryazarlığı ile en büyük ilişkinin matematikte kendini yeterli görme değişkeniyle olduğu, istatistiksel olarak anlamlı ilişkisi olan diğer değişkenlerin ise matematiğe yönelik ilgi, matematiğe ilişkin kaygı ve matematik derslerindeki sınıf disiplini ve ortamı olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Çalışmada Türk öğrencilerinin genel olarak matematiğe yönelik olumlu tutuma sahip olduğu fakat özgüvenlerinin düşük olduğu ve matematiğe ilişkin kaygı düzeylerinin yüksek olduğu görülmüştür. Ayrıca çalışmada, öğrencilerin kaygı ve özgüven düzeylerinin artmasının sınıf ortamını negatif yönde etkilediği de vurgulanmıştır.

Uysal ve Yenilmez (2011) ise çalışmalarında sekizinci sınıf öğrencilerinin matematik okuryazarlık düzeylerinin belirlenmesini amaçlamışlardır. Çalışmada, matematik okuryazarlığını etkileyebileceği düşünülen, cinsiyet, okulöncesi eğitim, ailenin aylık gelir durumu ve anne-baba eğitim durumları gibi değişkenler açısından da incelemeler yapılmıştır. Tarama modelinin kullanıldığı çalışmada veriler 1047 sekizinci sınıf öğrencisinden toplanmıştır. Veri toplama aracı olarak PISA 2003 uygulamasında kullanılan 39 matematik okuryazarlığı sorusundan oluşan matematik okuryazarlık testi ve kişisel bilgi formu kullanılmıştır. Yapılan analizler sonucunda araştırmaya katılan öğrencilerin matematik okuryazarlık başarı düzeyinin ikinci düzey ve altında kaldığı en üst yeterlilik düzeyinde olan öğrencinin bulunmadığı ortaya konulmuştur. Cinsiyet açısından yapılan değerlendirmelerde erkek öğrencilerin kız öğrencilere göre üst yeterlilik düzeylerinde daha fazla yer aldığı, okul öncesi eğitimi açısından ise okul öncesi eğitim alan öğrencilerin daha üst yeterlilik düzeylerinde yer aldığı ifade edilmiştir. Ailenin aylık geliri açısından ise aylık gelir arttıkça matematik okuryazarlığı üst yeterlilik düzeylerinde yer alma oranının arttığı, benzer olarak ailenin eğitim durumunda da aynı sonuçların elde edildiği ortaya konulmuştur. Çalışmada öğrencilerin matematik okuryazarlık düzeylerini arttırmak için ders ortamlarında PISA uygulamalarında yer alan problem türlerine sıklıkla verilmesinin önemli olacağına değinilmiştir.

İlbağı (2012) ise çalışmasında PISA 2003 matematik okuryazarlığı soruları çerçevesinde öğrencilerin matematik okuryazarlıkları ve tutumlarının incelenmesini amaçlamıştır. Tarama modelinin kullanıldığı çalışmada, Türkiye'deki yedi bölgenin her birinden seçilmiş 5 farklı okul türüne göre toplam 1227 öğrenci araştırmanın örneklemini oluşturmaktadır. Çalışmada, PISA 2003 uygulamasının matematik okuryazarlığıyla ilgili 10 değerlendirme sorusu ve öğrenci anketi veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Elde edilen bulgular doğrultusunda 6. yeterlilik düzeyinde bulunan soruya hiçbir öğrencinin tam olarak cevap veremediği, 4 ve 5. düzeydeki sorularda ise öğrencilerin büyük bir kısmının sorulara tam doğru cevap veremediği görülmüştür. 1, 2 ve 3. düzeydeki sorularda ise araştırmaya katılan öğrencilerin büyük çoğunluğunun bu soruları doğru yanıtladıkları ifade edilmiştir. Çalışmada Türkiye'nin 2003 ve 2009 PISA uygulamalarında matematik alanında ikinci düzeyde olduğuna değinilerek çalışmada da benzer bulgulara ulaşıldığı görülmektedir. Öğrencilerin konu alanına göre olasılık alanındaki sorularda 2003 ve 2009 yıllarındaki PISA uygulamalarına göre başarılarının artış gösterdiği ifade edilmiştir. Yine olasılık konu alanındaki gibi benzer bir iyileşmenin aritmetik ve cebir alanında da olduğuna değinilmiştir. Geometri alanında ise herhangi bir değişmenin olmadığının ifade edildiği çalışmada, en iyi başarı gösteren okulun fen liseleri olduğu vurgulanmıştır. Yanlış oranının en yüksek olduğu okul türlerinin ise meslek liseleri ve genel liseler olduğuna değinilmiştir. Bölgeler açısından en iyi performans gösteren bölgenin Karadeniz Bölgesi olduğu, en düşük performansa sahip bölgenin ise Güneydoğu Anadolu Bölgesi olduğu ifade edilmiştir. Öğrencilerin matematik dersini önemli buldukları ve matematik dersinde ezberleme ve tekrar stratejileri, bilgilerini geliştirme ve zenginleştirme stratejilerini ve denetim stratejilerini öğrenme stratejileri olarak tercih ettikleri ifade edilmiştir. Çalışmada öğrencilerin önemli bir oranının matematikte kaygılı ve sıkıntılı olduğu, derste sınıf disiplininin yeterli olmadığı görüşünde olduklarına değinilmiştir.

Köse (2012) ise çalışmasında Türkiye'de PISA 2003, 2006 ve 2009 uygulamalarına katılan öğrencilerin matematik okuryazarlığı sorularındaki başarılarını matematiksel içerik alanı, yeterlilik kümeleri, maddelerin ait olduğu durumlar ve madde tipleri açısından inceleyerek, toplam başarı puanlarının öğrencilerin cinsiyeti açısından anlamlı farklılık olup olmadığının incelenmesini amaçlamıştır. Nicel araştırma yönteminin benimsendiği çalışmanın örneklemini PISA 2003, 2006 ve 2009 uygulamasına Türkiye'den katılan öğrenciler oluşturmaktadır. PISA 2003, 2006 ve 2009 uygulamalarında ortak olarak kullanılan matematik okuryazarlığı bilişsel alan testleri ve öğrenci anketleriyle veriler toplanmış ve bu verilerin matematiksel içerik alanı, yeterlilik kümeleri, maddelerin ait olduğu durumlar ve madde tipleri incelenmiştir. Yapılan analizler sonucunda içerik alanı açısından (değişim ve ilişkiler, sayı, uzay ve şekil, belirsizlik) PISA 2003 uygulamasında başarı yüzdesinin en yüksek olduğu içerik alanı "sayı" en düşük ise "uzay ve şekil" içerik alanıdır. 2006 ve 2009 uygulamalarında ise başarı yüzdesinin en fazla olduğu içerik alanı "belirsizlik" iken yine 2003'teki gibi en düşük başarı oranı "uzay ve şekil" içerik alanındadır. Köse (2012) çalışmasında elde ettiği bulgular doğrultusunda öğrencilerin geometri alanında zorlandıklarını belirtmiştir. Çalışmada yeterlilik kümesi açısından (Üretici, İlişkilendirici ve Yansıtıcı) yapılan incelemeler doğrultusunda; 2003, 2006 ve 2009 uygulamalarında en yüksek başarı oranına sahip kümenin "üretici" yeterlilik kümesi olduğu, en az başarı oranının ise "yansıtıcı" yeterlilik kümesinde olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Öğrencilerin genel olarak üretici becerilerle ilgili olan sorularda başarılı oldukları görülürken yansıtıcı becerilerle ilgili sorularda başarısız oldukları ifade edilmiştir. Maddelerin ait olduğu durumlar açısından (Kişisel, Eğitsel ve mesleki, Kamusal, Bilimsel) öğrencilerin başarıları incelendiğinde; 2003, 2006 ve 2009 uygulamalarında başarı yüzdesinin en yüksek olduğu durum "kişisel" bağlamdaki sorular olduğu sonucuna ulaşılmıştır. 2003 uygulamasından en fazla yanlış yanıt verilen soruların "eğitsel ve mesleki" 2006 uygulamasında ise "bilimsel", 2009 uygulamasında ise "kamusal" bağlamdaki sorularda olduğu ifade edilmiştir. Soru tipleri açısından (Çoktan seçmeli, karmaşık çoktan seçmeli, açık uçlu, yarı yapılandırılmış, kısa cevaplı) ise 2003, 2006 ve 2009 uygulamalarında öğrencilerin en başarılı olduğu soru tipinin "çoktan seçmeli" soru tipi olduğu görülmektedir. Üç uygulamada da en fazla yanlış yapılan soru tipinin ise “açık uçlu” soru tipi olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Çalışmanın sonunda öğrencilere rutin olmayan, daha karmaşık maddeler içeren ve gerçek hayat problemleriyle ilgili olan problemlere öğretim programında yer verilmesi gerektiği önerisinde bulunulmuştur.

Usta (2014) ise çalışmasında PISA 2003 ve 2012 uygulamasına katılan Finlandiya ve Türkiye’deki öğrencilerin matematik okuryazarlık performanslarıyla ilişkili öğrenci ve okul düzeyindeki faktörlerin belirlenmesini amaçlamıştır. Öğrenci ile ilişkili olan okulöncesi eğitim alma, anne ve baba mesleği, anne ve baba eğitim düzeyi matematikte özgüven, haftalık matematik çalışma süresi, matematikte kendini yeterli bulma okulda teknoloji kullanımı gibi değişkenler açısından öğrencilerin matematik okuryazarlıkları incelenmiştir. İlişkisel tarama modelinin kullanıldığı çalışmada, PISA 2003 ve 2012 uygulamalarına katılan Türk ve Fin öğrenciler çalışmanın örneklemini oluşturmuştur. Çalışmada veriler PISA uygulamalarında kullanılan bilişsel düzey testleri ve anketlerden elde edilmiştir. Aşamalı doğrusal modelin kullanıldığı çalışmada, okul öncesi eğitim alan öğrencilerin matematik başarılarının diğerlerine göre daha yüksek olduğu ifade edilmiştir. Anne baba eğitimi değişkeni açısından anne eğitiminin sadece 2012 PISA uygulamasında Fin öğrencilerin matematik okuryazarlığı ile pozitif yönde bir ilişki olduğu ortaya konulmuştur. Çalışmada, Türkiye ve Finlandiya için PISA 2003 ve 2012 uygulamalarında matematikte kendini yeterli görmeyle matematikte özgüven değişkenleri arasında anlamlı ilişki bulunurken, matematik dersinde disiplin ortamının Türkiye açısından PISA 2003 ve 2012 uygulamalarında matematik başarısıyla anlamlı ilişkinin olduğu ifade edilmiştir. Okulun bulunduğu yer açısından sonuçlar incelendiğinde Türkiye açısından PISA 2003 verilerine göre matematik okuryazarlığı ile pozitif bir ilişki olduğu sonucuna ulaşılırken, Finlandiya açısından ise PISA 2012 uygulamasına göre negatif bir ilişkinin olduğu ifade edilmiştir. Öğrenci sayısı açısında ise PISA 2012 verilerine göre Türkiye açısından negatif bir ilişki bulunurken Finlandiya açısından anlamlı bir ilişkinin olmadığı sonucuna ulaşılmıştır. Çalışmanın sonunda öğrencilerin kendilerini daha yeterli bulmaları ve özgüvenlerinin arttırılmasına yönelik sınıf içi etkinliklerin yapılmasıyla ilgili önerilerde bulunulmuştur.

Lin ve Tai (2015) çeşitli matematik öğrenme stratejilerinin öğrencilerin matematik okuryazarlığını nasıl etkilediğini incelemişlerdir. Tayvan'ın 2012 PISA verilerinin kullanıldığı çalışmada, PISA'nın öğrenme stratejileri araştırmasının "detaylandırma", "kontrol" ve "ezberleme" olarak üç tip öğrenme stratejisini içerdiğine değinilmiştir. Çalışama da çeşitli öğrenme stratejileri kullanan öğrencilerin matematiksel okuryazarlıkları incelenmiştir. Elde edilen bulgular doğrultusunda detaylandırmanın ülkelerin matematik performansının tahmin edilmesinde geçerli ve güçlü bir etken olduğu, fakat ezberlemenin matematik performansını değerlendirmesi için bağımsız ve geçerli bir değişken olmadığı ifade edilmektedir. Ayrıca çoklu strateji kullanma eğimi gösteren öğrencilerin matematik okuryazarlık başarılarının diğer öğrencilere göre yüksek olduğu, ezberleme ve kontrol gibi sadece bir stratejiyi kullanan öğrencilerin Tayvanlı öğrencilerinin ortalamalarından daha düşük düzeyde performansa sahip oldukları sonucuna ulaşılmıştır.

# 3. Bölüm

# Yöntem

Bu bölümde, araştırmanın yöntemi, katılımcıları, veri toplama araçları, veri toplama süreci, problem çözme stratejileri eğitim süreci ve verilerin analizinde gerçekleştirilen istatistiksel yöntem ve tekniklere ilişkin açıklamalar bulunmaktadır.

## 3.1. Araştırmanın Türü ve Deseni

Araştırma deseni, araştırma problemlerini cevaplamak ya da oluşturulan hipotezleri test etmek amacıyla araştırmacı tarafından geliştirilen bir plan olarak ifade edilmektedir (Büyüköztürk, Çakmak Kılıç, Akgün, Karadeniz & Demirel, 2014). Bir başka deyişle araştırma deseni, araştırmanın tüm aşamalarını ifade eden ana özeti olarak görülmektedir. Araştırma deseninin geliştirilmesindeki temel amaçlardan bir tanesi, araştırmanın iç geçerliğinin ve dış geçerliğinin yüksek tutulmasıdır (Balcı, 2007). Bu çalışmanın ana konusu problem çözme stratejilerini matematiksel süreç becerilerine göre sınıflamaya tabi tutmaktır. Ayrıca çalışmada problem çözme strateji eğitiminin problem çözme stratejilerinin kullanım düzeyine ve matematik okuryazarlığına etkisi de incelenmiştir. Bu amaçla, bir kuram ya da yaklaşımı test etmede kullanılabilecek en iyi yaklaşım olarak nitelendirilen nicel araştırma yöntemi benimsenmiştir (Creswell, 2013). Nicel araştırma sistematik ve önceden planlanmış bir desene dayanmaktadır. Yapılan bu çalışmada nicel araştırma yöntemlerinden yarı deneysel desen kullanılmıştır.

Johnson ve Christensen (2014, s. 284) deneyi “araştırmacıların; bir veya daha fazla değişkeni serbest bırakıp diğerlerini sabit tuttuğu, kontrollü şartlarda ortaya çıkarılan olayları objektif olarak gözlemleyebildiği bir ortam” olarak tanımlamaktadır. Bu tanımdan hareketle deneysel desenlerde bağımlı ve bağımsız değişkenlerin bulunması, araştırmacının kontrolü altında gerçekleşmesi ve elde edilen bulguların objektif ve nesnel olarak aktarılması gibi durumları barındırdığı söylenebilir. Büyüköztürk ve diğerleri (2014, s. 17) deneysel desenin "bilimsel yöntemler içinde en kesin sonuçların elde edildiği araştırma" olduğunu ifade ederek, bu tür araştırmaların sonuçlarının en kesin yorumlara olanak sağladığını vurgulamaktadır. Fraenkel ve Wallen (2006) deneysel desenlerdeki temel düşüncenin bazı şeylerin denenip neler olduğunu sistemli olarak gözlenmesi olduğuna değinmektedir. Deneysel desenler değişkenler arasındaki neden sonuç ilişkisinin belirlenmesini amaçlayan bir araştırma deseni olarak görülmektedir (Büyüköztürk ve diğerleri, 2014; Can, 2014; Johnson & Christensen, 2014; Karasar, 2008). Büyüköztürk ve diğerleri (2014, s. 195) ise deneysel araştırmaları "araştırmacı tarafından oluşturulan farkların bağımlı değişken üzerindeki etkisini test etmeye yönelik çalışmalar" olarak tanımlamaktadır.

Deneysel desenlerin denek sayısına göre tek denekli desenler ve çok denekli desenler şeklinde sınıflandığı görülmektedir (Fraenkel & Wallen, 2006). Tek denekli desenler, bir müdahale veya uygulama sonucunda bireyin davranışındaki değişikliği araştırmak için kullanılır (Fraenkel & Wallen, 2006). Çok denekli desenler, gerçek deneysel desenler, yarı deneysel desenler ve zayıf deneysel desenler olarak sınıflandırılmaktadır. Yapılan bu sınıflamanın temelinde deneklerin seçilme yöntemlerinin olduğu söylenebilir (Büyüköztürk ve diğerleri, 2014). Gerçek deneysel desenler de araştırmacı uygulama gruplarının rastgele atamasını yapar (Creswell, 2013). Zayıf deneysel desende rasgele atamanın söz konusu olmadığı, iç geçerliliği tehdit eden faktörlerin kontrol edilemediği desenler olarak ifade edilmektedir (Büyüköztürk ve diğerleri, 2014). Yarı deneysel desen ise "katılımcıların karşılaştırma gruplarına rastgele atanamamasından dolayı karışıklığa neden olan olası değişkenlerin tam olarak kontrol altına alınmasını sağlayan desen" olarak tanımlanmaktadır (Johnson & Christensen, 2014, s. 319).

Deneysel desenlerin içerisinde bilimsel değeri en yüksek desenin grupların seçkisiz atama ile oluşturulduğu gerçek deneysel desendir (Karasar, 2008). Fakat çoğu eğitim araştırmalarında bireylerin gruplara seçkisiz bir şekilde atanmalarının mümkün olmamasından dolayı eğitim araştırmalarında gerçek deneysel desenin kullanılmasının son derece güç olduğu görülmektedir (Cohen, Manion & Morrison, 2005). Başka bir ifadeyle birçok deneysel çalışmada sınıf, kurum gibi kendiliğinden oluşturulmuş gruplarla çalışmaların gerçekleştirilmesi zorunlu olduğundan sadece uygun örneklemenin yapılması gerekmektedir (Creswell, 2013). Dolayısıyla öğrencilerin seçkisiz bir şekilde gruplara atanamadığından eğitim araştırmalarında genellikle yarı deneysel desen kullanılmaktadır (Evrekli, İnel, Deniş & Balım, 2011). Ayrıca seçkisiz bir şekilde örneklemin belirlenemediği durumlarda araştırmacıların yarı deneysel desenden yararlanabileceği tavsiye edilmektedir (Marczyk, DeMatteo & Festinger, 2005). Gerçekleştirilen çalışmanın deneysel bir eğitim araştırması olması, grupların öğretim gerçekleştirilen sınıflardan belirlenmesi ve çalışmaya katılan öğrencilerin gruplara seçkisiz bir şekilde atamalarının mümkün olmamasından dolayı bu çalışmada yarı deneysel desen tercih edilmiştir.

Yarı deneysel desende araştırmanın yapılacağı grupların seçkisiz bir şekilde belirlenmesinin zor olduğu durumlarda araştırma gruplarının yansız olarak atanması şartı ile önceden var olan doğal gruplar kullanılmaktadır (Karasar, 2008). Büyüköztürk ve diğerleri (2014) seçkisiz atamayı içermeyen yarı deneysel desenleri, zaman serili desenler ve eşleştirilmiş desen olarak incelediği görülmektedir. Creswell (2013) ise yarı deneysel desenleri denkleştirilmemiş kontrol gruplu öntest-sontest, tek gruplu aralıklı zaman serisi deseni ve kontrol gruplu aralıklı zaman serisi deseni olarak tanıtmaktadır. Karasar (2008) zaman dizisi, eşit zaman örneklemli, eşitlenmemiş kontrol gruplu, ön test son test ayrı örneklem gruplu ve rotasyon modeli olmak üzere beş farklı yarı deneysel modeline değinmektedir. Yapılan çalışmada deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin eşleştirmesi gerçekleştirildiği için bu çalışmada “ön test son test eşleştirilmiş kontrol gruplu yarı deneysel desen” kullanılmıştır. Büyüköztürk ve diğerlerine (2014) göre eşleştirilmiş desende yansız atama kullanılmaz. Hazır gruplardan ikisi belirli değişkenler doğrultusunda eşleştirilmeye çalışılarak deney ve kontrol gruplarına seçkisiz olarak atanır. Deney ve kontrol gruplarının ön testleri arasında anlamı bir farklılık bulunmadığı durumda grupların göreceli olarak birbirine denk olduğu söylenebilir. Hipotezlerin test edilmesinde deney ve kontrol gruplarının ön test ile son testten aldıkları puanlar arasında anlamlı farklılığın olup olmadığı test edilir. Bu modelin simgesel görünümü aşağıda verilmiştir:

| **Grup** | | **Ön Test** | **İşlem** | **Son Test** |
|---|---|---|---|---|
| D | M | $O_1$ | X | $O_3$ |
| K | M | $O_2$ | | $O_4$ |

D: Deney Grubu

K: Kontrol Grubu

M: Eşleştirme

X: Problem Çözme Stratejileri Eğitimi

O1: Problem Çözme Strateji Eğitimi Ortamındaki Ön Test

O2: Geleneksel Öğrenme Ortamındaki Ön Test

O3: Problem Çözme Stratejileri Eğitimi Ortamındaki Son Test

O4: Geleneksel Öğrenme Ortamındaki Son Test

Yapılan araştırma, problem çözme stratejileri eğitimi verilen deney grubu ve normal eğitimine devam eden kontrol grubu olmak üzere iki grup ile gerçekleştirilmiştir. Deney ve kontrol gruplarının problem çözme stratejilerini kullanma düzeylerini ve matematik okuryazarlık başarı düzeylerini belirlemek amacıyla uygulama öncesinde "problem çözme ön testi" ve "matematik okuryazarlığı ön testi" uygulama gerçekleştirildikten sonra ise "problem çözme son testi" ve "matematik okuryazarlığı son testi" ve son testlerden 6 hafta sonra gruplara kalıcılık testleri uygulanmıştır. Bu çalışmada amacın tartışılması, yapılan öğretimin başarılı olması halinde gerçekleşebilir. Bu bakımdan problem çözme eğitiminin etkisini incelemek için ön test, son test ve kalıcılık testlerine ihtiyaç vardır. Ayrıca "Matematik okuryazarlık başarısını yordamada problem çözme stratejilerinin gücünü" belirlemek için problem çözme testi ve matematik okuryazarlık testinden faydalanılmıştır.

Problem çözme stratejilerinin matematiksel süreç becerilerine göre sınıflandırılması aşamasında; algıların ve olayların ortamda gerçekçi ve bütüncül bir biçimde ortaya konulmasına yönelik süreçlerin izlendiği nitel araştırma yöntemi benimsenmiştir (Yıldırım, 1999). Nitel araştırma, kuram oluşturmayı merkeze alan bir düşünceyle sosyal olguları ilişkili oldukları çevre içerisinde araştırmayı ve anlamayı önde tutan bir yaklaşım olarak ifade edilmektedir (Yıldırım & Şimşek, 2013). Yapılan tanımlamadan yola çıkarak nitel araştırmada, toplanan verilerden hareketle daha önce ortaya konulmamış ilişkileri açıklayan bir model ortaya konulabileceğini de söyleyebiliriz. Bu doğrultuda nitel araştırma yöntemi kullanılarak araştırmanın ilk üç alt problemiyle ilişkili olan problem çözme stratejilerinin matematiksel süreç becerileriyle ilişkilerine göre sınıflandırılması gerçekleştirilmiştir.

Yapılan bu araştırmanın deseni Tablo 5'te sunulmuştur:

Tablo 5

*Araştırma Deseni*

| **Gruplar** | **Ön Test** | **Uygulama** | **Son Test** | | **Kalıcılık Testi** |
|---|---|---|---|---|---|
| | **Nicel Veri Toplama Araçları** | | **Nicel Veri Toplama Araçları** | **Nitel Veri Toplama Aracı** | **Nicel Veri Toplama Araçları** |
| Deney Grubu | Problem Çözme Testi<br>Matematik Okuryazarlık Testi | Problem Çözme Stratejileri Eğitimi | Problem Çözme Testi<br>Matematik Okuryazarlık Testi | Problem Çözme Testi | Problem Çözme Testi<br>Matematik Okuryazarlık Testi |
| Kontrol Grubu | Problem Çözme Testi<br>Matematik Okuryazarlık Testi | | Problem Çözme Testi<br>Matematik Okuryazarlık Testi | | Problem Çözme Testi<br>Matematik Okuryazarlık Testi |

### 3.2. Çalışma Grubu

Bu araştırma, alınan izinler doğrultusunda (Ek 1) 2015-2016 eğitim-öğretim yılında Çanakkale İl Merkezindeki Milli Eğitim Bakanlığına bağlı bir ortaokulun sekizinci sınıfında öğrenim görmekte olan 42 öğrenciyle gerçekleştirilmiştir. Çalışma grubunun seçildiği okul 2015-2016 Eğitim Öğretim yılının Güz döneminde uygulanan Temel Eğitimden Ortaöğretime Geçiş (TEOG) Sınavına göre genel puan ve matematik puanı olarak Türkiye ortalamasının ve Çanakkale ortalamasının üzerinde bir okuldur. Problem çözmenin üst düzey beceriler gerektirmesi (Işık & Kar, 2011) ve öğrencilerin bilişsel gelişim düzeyinin problem çözmede önemli olması (Kaytancı, 1998; Azak, 2015) dikkate alınarak araştırmanın gerçekleştirilmesinde iyi düzeyde bir okul tercih edilmiştir.  Ayrıca belirlenen okulun araştırmacıya her türlü imkanı tanıması ve gereken desteği vermesi, çalışmanın bu okulda yürütülmesinin bir diğer sebebidir.

Araştırmanın sekizinci sınıf düzeyindeki öğrencilerden seçilmiş olmasının sebebi, rutin olmayan problemlerin daha üst düzey beceri gerektirmesi, problem çözme becerilerinin üst sınıflara doğru gelişim göstermesi (Işık & Kar, 2011) ve düşük sınıf düzeylerinde rutin olmayan problem çözme başarılarının oldukça düşük olmasıdır (Olkun ve diğerleri, 2009). Ortaokul düzeyinde sekizinci sınıf öğrencilerin diğer sınıf düzeyindeki öğrencilere göre problem çözmede daha başarılı olmaları (Altun & Arslan, 2006) ve sekizinci sınıf düzeyindeki öğrencilerin bilişsel gelişim düzeylerinin diğer sınıf düzeyindeki öğrencilerden yüksek olması araştırmanın sekizinci sınıf düzeyinde yürütülmesinin bir başka nedenidir. Çalışmada problem çözme stratejilerinin matematik süreç becerilerine göre sınıflandırılması amaçlanmaktadır. Bu amaç doğrultusunda uygun sonuçların elde edilmesi uygun grupla çalışmayı gerektirmektedir. Sekizinci sınıf öğrencilerinin bilişsel olarak diğer sınıf seviyelerine göre daha iyi düzeyde olması, problem çözmede ve strateji kullanmada daha başarıları olmaları bakımından çalışma sekizinci sınıf düzeyindeki öğrencilerle gerçekleştirilmiştir. Ayrıca öğrencilerin matematik okuryazarlık düzeylerini ortaya koyan PISA uygulamalarının da 15 yaş grubu (sekizinci sınıf düzeyi) öğrencilerle gerçekleştiriliyor olması çalışmanın sekizinci sınıf düzeyindeki öğrencilerle gerçekleştirilmesinin temel sebeplerindendir.

Çalışmanın gerçekleştirildiği grupların özellikleri incelendiğinde 42 öğrencinin 20'si kız (%47,6) ve 22'si (%52,4) erkektir. Öğrenciler 2015-2016 Eğitim Öğretim yılının Güz döneminde uygulanan TEOG sınavı matematik başarı puanlarına göre iyi (85-100 puan), orta (55-84 puan) ve düşük (0-54 puan) olarak düzeylere ayrılmıştır. Böyle bir sınıflandırma yapılmasının sebebi, bilgi açısından zengin durumların seçilerek derinlemesine incelenmesi ve evrende çeşitlilik gösteren öğrencilerin temsil edilmesidir (Büyüköztürk ve diğerleri, 2014). Öğrencilerin sınıflandırıldığı iyi, orta ve düşük düzeyler, MEB'in ortaokul öğrencilerinin karne not puanlarının derecelendirilmesine göre belirlenmiştir. İyi düzey "5", orta düzey "3" ve "4", düşük düzey ise "1" ve "2" karne notlarını kapsamaktadır. Bu doğrultuda yapılan sınıflandırmaya göre her bir düzeyde 14 öğrenci bulunmaktadır. Öğrenciler iyi, orta ve düşük düzeyde 7'şer öğrenci olmak kaydıyla eşleştirilerek 21'er öğrenciden oluşan iki grup oluşturulmuş ve bu gruplar deney ve kontrol grupları olarak rastgele atanmıştır. Deney ve kontrol gruplarıyla ilgili detaylı bilgiler aşağıda sunulmuştur:

Tablo 6

*Çalışma Grubu ile İlgili Bilgiler*

| **Gruplar** | **Öğrenci sayısı (n)** | **Cinsiyet (n)** | | **TEOG Matematik Ortalaması ($\bar{x}$)** |
|---|---|---|---|---|
| | | Kız | Erkek | |
| Kontrol | 21 | 9 | 12 | 67 |
| Deney | 21 | 11 | 10 | 68 |

Tablo 6 incelendiğinde kontrol grubu 9 kız (%42,9) ve 12 erkek (%51,7) olmak üzere 21 öğrenciden oluşmaktadır. Kontrol grubunun TEOG matematik puanı ortalamasının 67 olduğu görülmektedir. Deney grubu ise, 11 kız (%52,4) ve 10 erkek (%47,6) olmak üzere 21 öğrenciden oluşmaktadır. Deney grubunun TEOG matematik puan ortalaması 68'dir. Deney ve kontrol grubunun eşleştirilmesi TEOG matematik puanları doğrultusunda gerçekleştirilmiştir. Bu doğrultuda deney ve kontrol grubunun TEOG matematik puan ortalamalarının neredeyse eşit olduğu Tablo 6'da görülmektedir.

Deneysel desenlerde sonuç üzerinde etkisi olabilecek durumların kontrolü önemlidir (Creswell, 2013). Dolayısıyla grupların deney öncesinde denkleştirilmesi, farklı değişkenler tarafından çalışmanın sonuçlarının etkilenmesini önleme açısından önemli görülmektedir (Büyüköztürk ve diğerleri, 2014). Bu doğrultuda katılımcılar TEOG matematik puanlarına göre iyi, orta ve düşük düzey olarak gruplandırılmış ve gruplardaki öğrenciler eşleştirilmiştir. Yapılan eşleştirme ve deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin TEOG matematik puanları aşağıda verilmiştir. Katılımcıların özeline ve gizliliğine saygı gösterilmesi (Creswell, 2013) ve kimliklerinin korunması amacıyla deney grubundaki öğrenciler D1, D2, D3… kontrol grubundaki öğrenciler ise K1, K2, K3… şeklinde kodlanmıştır.

Tablo 7

*Deney ve Kontrol Gruplarına İlişkin Gerçekleştirilen Eşleştirme*

| | DENEY GRUBU | | | KONTROL GRUBU | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Öğrenci | Cinsiyet | TEOG Matematik Puanı | Öğrenci | Cinsiyet | TEOG Matematik Puanı |
| İYİ DÜZEY | D1 | Erkek | 100 | K1 | Erkek | 100 |
| | D2 | Kız | 100 | K2 | Erkek | 100 |
| | D3 | Kız | 95 | K3 | Erkek | 100 |
| | D4 | Kız | 95 | K4 | Erkek | 95 |
| | D5 | Kız | 95 | K5 | Kız | 95 |
| | D6 | Erkek | 95 | K6 | Erkek | 95 |
| | D7 | Erkek | 95 | K7 | Kız | 95 |
| ORTA DÜZEY | D8 | Erkek | 80 | K8 | Kız | 80 |
| | D9 | Erkek | 80 | K9 | Erkek | 80 |
| | D10 | Kız | 80 | K10 | Kız | 80 |
| | D11 | Kız | 80 | K11 | Erkek | 70 |
| | D12 | Kız | 70 | K12 | Erkek | 70 |
| | D13 | Kız | 70 | K13 | Kız | 60 |
| | D14 | Erkek | 70 | K14 | Kız | 60 |
| DÜŞÜK DÜZEY | D15 | Erkek | 50 | K15 | Erkek | 50 |
| | D16 | Erkek | 50 | K16 | Kız | 45 |
| | D17 | Kız | 45 | K17 | Erkek | 45 |
| | D18 | Kız | 40 | K18 | Erkek | 40 |
| | D19 | Erkek | 15 | K19 | Erkek | 15 |
| | D20 | Kız | 15 | K20 | Kız | 15 |
| | D21 | Erkek | 10 | K21 | Kız | 15 |

Tablo 7 de görüldüğü üzere deney grubunun iyi düzeyinde 4 kız 3 erkek, orta düzeyinde 4 kız 3 erkek ve düşük düzeyinde ise 3 kız 4 erkek olmak üzere toplamda 11 kız 10 erkek öğrenci bulunmaktadır. Kontrol grubunun ise iyi düzeyinde 2 kız 5 erkek, orta düzeyinde 4 kız 3 erkek ve düşük düzeyinde 3 kız 4 erkek olmak üzere toplamda 9 kız 12 erkek öğrenci bulunmaktadır. Grupların iyi düzeyler dışındaki diğer düzeylerinde kız ve erkeklerin sayılarının eşit olduğu görülmektedir.

### 3.3. Araştırmanın Değişkenleri

Değişken, gerçekleştirilen bir çalışma kapsamında bireyler ya da kurumlar arasında değişim gösteren ve değişimin ölçülebilen veya gözlenebilen bir özelliğini veya karakteristiğini belirtmektedir (Creswell, 2013). Aşağıda araştırmanın bağımsız ve bağımlı değişkenleri tanımlanmıştır.

**3.3.1. Bağımsız değişken.** Bağımsız değişken sonuçları etkileme veya değiştirme ihtimali bulunan değişken olarak tanımlanmaktadır (Creswell, 2013). Büyüköztürk (2013, s. 3) ise bağımsız değişkeni “araştırmacının manipüle edebildiği, ilgisini yoğunlaştırdığı nicel ya da nitel olabilen bir değişken” olarak ifade etmektedir. Bu araştırmanın bağımsız değişkeni;

- Problem çözme stratejileri eğitimidir.

Problem çözme stratejileri eğitimi deney grubuna uygulanarak bu bağımsız değişkenin bağımlı değişkenler üzerindeki etkisi ölçülmüştür.

**3.3.2. Bağımlı değişkenler.** Bağımlı değişken “Bağımsız değişkene bağlı olan; bağımsız değişkenlerin etkilerinin çıktıları ya da sonuçları” olarak nitelendirilmektedir (Creswell, 2013, s. 52). Büyüköztürk’e (2013) göre bağımlı değişken araştırmacının manipüle edemediği, bağımsız değişkene bağlı olan ve araştırmanın bir sonucu olarak ortaya çıkan bir değişken olarak görülmektedir. Araştırmanın bağımlı değişkenleri;

- 8. sınıf öğrencilerinin problem çözme stratejilerini kullanma düzeyleri
- 8. sınıf öğrencilerinin matematik okuryazarlık düzeyleridir.

### 3.4. Veri Toplama Araçları

Deneysel bir çalışmada, araştırmacı gözlemler yaparak veya ön test, son testler kullanarak ölçümler yapmaktadır (Büyüköztürk ve diğerleri, 2014; Can, 2014; Creswell, 2013). Yapılan bu deneysel çalışmada kullanılan ölçme araçları ile ilgili geliştirme süreçleri, geçerlik ve güvenirlik verilerini içeren bilgiler nicel ve nitel veri toplama araçları başlıkları altında aşağıda sunulmuştur.

**3.4.1. Nicel veri toplama araçları.** Yapılan bu çalışmada deney ve kontrol gruplarından nicel veri toplamak amacıyla problem çözme stratejileri eğitimi öncesinde ön test ve yapılan uygulama sonrasında ise son test olarak “Problem Çözme Testi (PÇT)” (Ek 4) ve “Matematik Okuryazarlık Testi (MOT)” (Ek 6) kullanılmıştır. Ayrıca problem çözme stratejileri eğitiminin kalıcılığını ölçmek amacıyla yapılan son testten 6 hafta sonra deney ve kontrol gruplarına PÇT ve MOT kalıcılık testleri uygulanarak katılımcılardan nicel verilerin toplanması tamamlanmıştır. Bu araştırmanın nicel veri toplama araçları olan “Problem çözme testi” ve “Matematik okuryazarlık testi” geliştirme süreçleri, geçerlik ve güvenirlik analizleri detaylı bir şekilde aşağıda sunulmuştur.

***3.4.1.1. Problem çözme testi (PÇT).*** Araştırmadaki ön test, son test ve kalıcılık testi için kullanılan nicel toplama araçlarından biri “Problem Çözme Testi (PÇT)”dir. PÇT’de yer alacak problemlerin belirlenmesinde öncelikle literatür taraması yapılarak 2. bölümde problem çözme stratejileri alt bölümü içerisinde yer alan Tablo 2’de belirtilen problem çözme stratejileri ile ilgili genel olarak ve ilkokul-ortaokul düzeyinde problem çözme stratejileri ile ilgili yapılan çalışmalar incelenmiştir. Yapılan tarama sonucunda problem çözme stratejileri ile ilgili genel olarak ve ilkokul-ortaokul düzeyinde en fazla yer alan problem çözme stratejileri tespit edilmiştir. Tablo 2 ve Tablo 3’te görüldüğü üzere problem çözme literatüründe en fazla yer alan problem çözme stratejileri; “Sistematik Liste Yapma”, “Tahmin ve Kontrol”, “Diyagram Çizme”, “Bağıntı Bulma”, “Değişken Kullanma”, “Basitleştirme”, “Geriye Doğru Çalışma”, “Tablo Yapma” ve “Muhakeme Etme” stratejileridir. Problem çözme testindeki problemlerin literatürde yer alan ve öğrenci düzeyine uygun olan 9 strateji ile çözülebilecek problemlerden seçilmesi kararlaştırılmıştır. Belirlenen stratejilerle ilgili problemler seçilirken Tablo 3’te belirtilen çalışmalardan yararlanılmıştır. Bu çalışmalar incelenerek çalışmalarda ilgili stratejiler adı altında yer alan problemler, problem çözme stratejisi ile ilgili soru havuzlarına dâhil edilmiştir. Örneğin Krulik ve Rudnick (1989) çalışmasında “Geriye Doğru Çalışma” başlığı altında yer alan problemler incelenerek “Geriye Doğru Çalışma” başlığı altındaki soru havuzuna alınmıştır. Diğer çalışmalar da bu doğrultuda incelenerek her bir problem çözme stratejisine ilişkin literatürde yer alan problemler dokuz strateji için ayrı ayrı oluşturulan soru havuzlarına seçilmiştir. Oluşturulan soru havuzlarından PÇT için problemlerin seçilmesinde öncelikli olarak problemin literatürde daha fazla yer alması daha sonrasında ise gerçek yaşam durumuyla ilişkisi olması göz önüne alınmıştır. Her bir strateji için ilgili olduğu strateji ile çözülebilen iki problem seçilerek toplamda 18 açık uçlu rutin olmayan problemden oluşan PÇT geliştirilmiştir.

Ölçmede geçerlik ölçülmek istenilen davranışın başka şeylerle karıştırılmadan ölçülebilme derecesi olarak ifade edilmektedir (Büyüköztürk ve diğerleri, 2014; Karasar, 2008). Johnson ve Christensen (2014, s. 143) ise geçerliği “test puanları üzerinde yapılan yorumlar, çıkarımlar ve hareketlerin doğruluğu” olarak tanımlamaktadır. Bir testten elde edilen puanların ölçülmek istenilenin iyi bir temsilcisi olması, testteki maddelerin ölçülmek istenilen davranışı yeteri düzeyde temsil edebilecek bir yapıda olmasını gerektirir (Büyüköztürk, 2014). Testteki maddelerin yanlış anlaşılması veya doğru algılanamaması durumunda ölçülmek istenilen davranış tam olarak yansıtılamayabilir. Bu doğrultuda ölçülmek istenen durumun başka durumlarla karıştırılmaması adına PÇT’deki problemlerin anlaşılabilirliği, yazım ve ifade açısından uygunluğunu belirlemek üzere 4 dil uzmanın (2 Dr. Öğr. Üyesi, 2 Doktora öğrencisi) görüşlerine başvurulmuştur. Uzman görüşleri doğrultusunda bazı problemlerin anlaşılabilirliğini sağlamak amacıyla yazım ve ifade açısından düzeltmeler yapılmıştır. PÇT'deki 18 problem için belirlenen problem çözme stratejisiyle çözülebilmesi ve sekizinci sınıf (15 yaş grubu) öğrencilerin düzeyine uygunluğu açısından değerlendirilmek üzere EK 2'de verilen uzman değerlendirme formları oluşturularak problem çözme testindeki maddelerin ölçülmek istenilen davranışı yeterince yansıtıp yansıtmadığını ortaya koymak amacıyla uzman görüşlerine başvurulmuştur. Uzman görüşlerinde geliştirilmek istenilen "PÇT'nin ölçmenin amacına uygun olup olmadığı", "Test, ölçülmek istenilen davranışı yeterince yansıtıyor mu?", "Maddeler ölçmeye çalıştığımız şeyi yetirince temsil ediyor mu?" sorularına cevap aranmıştır (Büyüköztürk ve diğerleri 2014; Johnson & Christensen, 2014; Karasar, 2008). Ölçeğin kapsam geçerliğini incelemede kullanılan yöntemlerden biri de uzman görüşüne başvurmaktır (Büyüköztürk ve diğerleri, 2014; Karasar, 2008). Bu doğrultuda uzmanlardan problemlerin yanlarında belirtilen problem çözme stratejisiyle çözülebilmesinin uygun olup olmadığı ve bu problemlerin sekizinci sınıf düzeyine uygun olup olmadığını hakkında 1'den 5'e kadar bir değerlendirmede bulunmaları istenilmiştir. Beş alan uzmanının (2 Doç. Dr., 3 Dr. Öğr. Üyesi) PÇT'deki her bir problem için belirtilen strateji ile çözülebilme (Tablo 8) ve sekizinci sınıf düzeyine uygunluğuna ilişkin 1 ile 5 arasında verdikleri puanların ortalaması aşağıda sunulmuştur.

Tablo 8

*PÇT'deki Problemlerin Belirtilen Stratejiyle Çözülebilirliği İçin Uzman Değerlendirmelerinin Ortalaması*

| **Strateji** | Sistematik Liste Yapma | Tahmin ve Kontrol | Diyagram Çizme | Bağıntı Bulma | Değişken Kullanma | Basitleştirm | Geriye Doğru Çalışma | Tablo Yapma | Muhakeme Etme |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Problem No** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** |
| Puan Ortalaması | 4,8 | 5 | 4,2 | 5 | 5 | 3,8 | 5 | 3,6 | 5 |
| **Problem No** | **10** | **11** | **12** | **13** | **14** | **15** | **16** | **17** | **18** |
| Puan Ortalaması | 4,8 | 4 | 4,2 | 4,8 | 4,6 | 4,2 | 4,2 | 4 | 5 |

Uzman değerlendirmelerine göre en düşük ortalamaya sahip olan problemin 8. problem olan “Tablo Yapma” stratejisi ile ilişkilendirilen problem olduğu, sonra 3,8 ortalama ile “Basitleştirme” stratejisi ile çözülebileceği ifade edilen 6. problem olduğu görülmektedir. 5’li değerlendirme ölçeklerinde ölçeğin aralık genişliği hesaplanırken “Ölçeğin aralık genişliği a = dizi genişliği / yapılacak grup sayısı” formülü kullanılmaktadır (Demirel, Erdoğan & Aydın, 2015; Kahyaoğlu & Yangın, 2012; Uzoğlu & Bozdoğan, 2015). Uzmanların görüşlerine başvurulan değerlendirmenin aralık hesaplanmasında belirtilen formül “(5–1)/5” kullanılmış ve aralık genişliği 0,80 olarak bulunmuştur. Bu doğrultuda uzman görüşlerine ilişkin bir kanıya varmak için hesaplanan ortalama değerler;

- 5.00-4.20 arasında ise kesinlikle uygun,
- 4.19-3.40 arasında ise uygun,
- 3.39-2.60 arasında ise kararsız,
- 2.59-1.80 arasında ise uygun değil,
- 1.79-1.00 arasında ise kesinlikle uygun değil şeklinde değerlendirilmiştir.

Yapılan aralık hesabı doğrultusunda 6, 7, 11 ve 17. problemlerin belirtilen problem çözme stratejisiyle çözülebilmelerinin “uygun”, diğer problemlerin ise belirtilen problem çözme stratejisiyle çözülebilmelerinin “kesinlikle uygun” olduğu söylenebilir. Problemlerin sekizinci sınıf düzeyine uygunluğu ile ilgili uzman görüşlerinin ortalaması ise tüm problemler için “5” olarak hesaplanmıştır. Uzmanların tamamı bu problemlerin sekizinci sınıf düzeyine “kesinlikle uygun” olduğunu belirtmişlerdir. Uzman görüşleri doğrultusunda PÇT’deki problemlerin belirtilen stratejilerle ilgili olduğu ve sekizinci sınıf düzeyine uygun olduğu ortaya konulmuştur.

Uzman değerlendirmelerinden sonra alınan izin doğrultusunda (Ek 1) belirlenen okullardan birinde PÇT için pilot çalışma gerçekleştirilmiştir. Çalışmanın pilot uygulaması 2015-2016 Eğitim Öğretim yılının Güz döneminde asıl uygulamanın yapılacağı öğrenci grubuyla benzer özelliklere sahip olan öğrenci grubuyla gerçekleştirilmiştir. Pilot uygulama aşamasında PÇT ön test olarak uygulanmıştır. Uygulama esnasında öğrencilerden PÇT'deki problemleri anlayıp anlayamadıklarına ilişkin görüşlerini belirtmeleri istenilmiştir. Öğrencilerden alınan görüşler doğrultusunda PÇT'deki problemlerle ilgili herhangi bir sorunla karşılaşılmamıştır.

Geçerliğe ilişkin uzman görüşü alıp pilot uygulaması yapıldıktan sonra problem çözme testinin güvenirliği incelenmiştir. Karasar (2008, s. 148) güvenirliği, "aynı şeyin bağımsız ölçümleri arasındaki kararlılıktır; ölçülmek istenilen bir şeyin, sürekli olarak aynı sembolleri almasıdır; aynı süreçleri izlemesi ve aynı ölçütlerin kullanılması ile aynı sonuçların alınmasıdır; ölçmenin tesadüfi yanılgılardan arınık olmasıdır" şeklinde tanımlamaktadır. Johnson ve Christensen (2014) ise test puanlarının istikrarı ve tutarlığı olarak ifade etmektedir. Büyüköztürk ve diğerleri (2014) güvenirliğin üç farklı anlamda kullanıldığını ifade ederek bu kavramların duyarlılık, kararlılık ve tutarlılık olduğunu vurgulamaktadır. Yapılan bir ölçmede üç tür güvenirlik ölçütü aranabilir (Karasar, 2008):

1- İç tutarlılık

2- Zamana göre değişmezlik (Süreklilik)

3- Bağımsız gözlemciler arası uyum

Zamana göre değişmezlik ölçütü Büyüköztürk ve diğerlerinin (2014) çalışmalarında kararlılık olarak, bağımsız gözlemciler arası uyum değerlendirmeciler arası tutarlılık olarak ve iç tutarlılık ise duyarlılık anlamında düşünülmektedir.

Yapılan bu çalışmada PÇT'nin yukarda belirtilen üç tür güvenirlik ölçütlerine göre incelemesi gerçekleştirilmiştir.

*3.4.1.1.1. İç tutarlılık.* "İç tutarlılık bir testteki maddelerin tek bir yapı veya kavramı ne kadar tutarlı bir şekilde ölçtüğü anlamına gelir" (Johnson & Christensen, 2014, s. 140). İç tutarlılık görüşünde, her ölçme aracının belirli bir amacı gerçekleştirmek üzere, birbirinden deneysel olarak bağımsız olan test maddeleri veya anket sorularından oluştuğundan hareketle bu maddeler veya soruların bir bütün içinde bilinen ve birbirine eşit ağırlıkta olduğunu varsayılmaktadır (Karasar, 2008). Bir başka deyişle iç tutarlılıkta, testteki maddelerin tümünün aynı özelliği ölçtüğü varsayılarak, maddeler arası korelasyon ortaya konulur (Balcı, 2007). İç tutarlılığı hesaplayabilmek için;

- Madde istatistikleri- Kuder Richardson formülleri
- Bölünmüş test çözümlemeleri (iki yarım test)
- Paralel (eş) formlu araçlar kullanılmaktadır (Balcı, 2007; Karasar, 2008).

Problem çözme testinde verilen cevaplar 1 (Doğru) ve 0 (Yanlış veya Boş) ile puanlanmıştır. "Bir test maddesine verilen cevaplar 1 (Doğru) ve 0 (Yanlış) ile puanlandığında Kuder-Richardson KR-20 güvenirlik katsayısı hesaplanarak ölçeğin iç tutarlılığı ortaya konulur (Büyüköztürk ve diğerleri, 2014)" görüşünden hareketle testin KR-20 güvenirlik değeri hesaplanmıştır. ITEMAN programı kullanılarak KR-20 güvenirlik katsayısı hesaplanırken, her bir maddenin testin ölçmek istediği durumu ne derece temsil ettiğinin derecesini veren madde ayırt edicilik gücü ve maddelerin zorluk düzeyi ve uygun güçlük düzeyine sahip olup olmadığının derecesini veren madde güçlük indeksi ortaya konulmuştur (Başol, Çakan, Kan, Özbek, Özdemir & Yaşar, 2013). Bir test maddesi geliştirilirken bu iki standardı karşılayıp karşılamadığının test edilmesi önemli görülmektedir (Büyüköztürk ve diğerleri, 2014).

Madde güçlük indeksi (p) bir testte yer alan maddelerin doğru cevaplanma oranını gösterir (Büyüköztürk ve diğerleri, 2014). Madde güçlük indeksi 0 ile 1 arasında değerler alır ve maddenin güçlük indeksinin 0'a yaklaşması maddeyi grubun çoğunluğunun cevaplayamadığını ve maddenin zor olduğunu, 1'e yaklaşması ise grubun büyük çoğunluğunun maddeyi cevapladığını ve maddenin kolay olduğunu gösterir (Başol ve diğerleri, 2013). Madde ayırt edicilik indeksi (r) ise maddelerin ölçülen özellikle ilgili ne derece ayırt ettiğini ortaya koymaktadır (Büyüköztürk ve diğerleri, 2014). Başka bir ifadeyle, bir testin ölçmek istediği özelliğe yüksek düzeyde sahip olan bireyle düşük düzeyde sahip olan bireyleri ayırt etme gücü olarak nitelendirilmektedir (Adıgüzel & Özüdoğru, 2013). Madde ayırt edicilik indeksi korelasyona bağlı olan bir indeks olduğu için -1 ile +1 arasında değer almaktadır (Başol ve diğerleri, 2013; Büyüköztürk ve diğerleri, 2014). Madde ayırt edicilik indeksi +1'e yaklaştığı ölçüde maddenin testle ölçülmek istenilen özelliği ölçtüğü, 0'a yaklaştığında ölçülmek istenilen özelliği ölçmediği, "-" olması durumunda ise ölçülmek istenilen özellikten başka bir özelliğin ölçüldüğü şeklinde yorumlanmaktadır (Başol ve diğerleri, 2013).

Problem çözme testinin KR-20 güvenirlik katsayısı ve testte bulunan her bir maddenin ayırt edicilik ve güçlük indeksi hesaplanması aşamasında pilot uygulamanın ve asıl uygulamanın gerçekleştiği gruplar dışında izin alınan okulların sekizinci sınıflarında öğrenim görmekte olan 204 öğrenciye "Problem Çözme Testi" uygulanarak veriler elde edilmiştir. Bu veriler ITEMAN programına aktarılarak testin KR-20 güvenirlik katsayısı, madde güçlük indeksi ve madde ayırt edicilik indeksi hesaplanmıştır. Aşağıdaki tabloda PÇT'de bulunan her bir maddenin ayırt edicilik indeksi, madde güçlük indeksi ve tablonun sonunda KR-20 güvenirlik katsayısı verilmiştir.

Tablo 9

*Porblem Çözme Testi İç Tutarlık Analiz Sonucu*

| Problem | Madde Güçlük İndeksi $p_j$ | Madde Ayırt Edicilik İndeksi $r_j$ |
|---|---|---|
| **1** | 0,15 | 0,42 |
| **2** | 0,50 | 0,76 |
| **3** | 0,67 | 0,42 |
| **4** | 0,46 | 0,60 |
| **5** | 0,39 | 0,55 |
| **6** | 0,53 | 0,61 |
| **7** | 0,25 | 0,58 |
| **8** | 0,29 | 0,61 |
| **9** | 0,48 | 0,74 |
| **10** | 0,33 | 0,75 |
| **11** | 0,32 | 0,59 |
| **12** | 0,29 | 0,59 |
| **13** | 0,46 | 0,71 |
| **14** | 0,28 | 0,65 |
| **15** | 0,24 | 0,47 |
| **16** | 0,23 | 0,63 |
| **17** | 0,26 | 0,70 |
| **18** | 0,63 | 0,41 |
| **Madde Sayısı** | 18 | |
| **Katılımcı Sayısı (n)** | 204 | |
| **KR-20 (Alfa Değeri) (α)** | 0,86 | |
| **Ortalama Güçlük Değeri ($\bar{x}_p$)** | 0,38 | |
| **Ortalama Ayırt Edicilik Değeri ($\bar{x}_r$)** | 0,60 | |

PÇT'deki 18 problemin madde güçlük indeksi 0,15 ile 0,67 arasında değişim göstermektedir. Walsh ve Betz'e (1995) göre madde güçlük indeksi 0,10 ile 0,90 arasında değişim göstermelidir. Madde güçlük indeksi sınıflandırılırken $p \leq 0.40$ maddeler zor; $0.41 \leq p \leq 0.60$ arası maddeler orta; $0.61 \leq p \leq 0.80$ arası maddeler kolay olarak değerlendirilmektedir (Adıgüzel & Özüdoğru, 2013). Bu bilgiler doğrultusunda problem çözme testinde 11 zor, 5 orta ve 2 kolay maddelerin olduğu ve problem çözme testindeki maddelerin güçlük indekslerinin ideal olduğu söylenebilir.

Tablo 9 incelendiğinde ölçekteki problemlerin madde ayırt edicilik indekslerinin 0,41 ile 0,76 arasında değişim gösterdiği görülmektedir. Madde ayırt edicilik indekslerine ilişkin değerlendirme yapılırken (Büyüköztürk ve diğerleri, 2014, s. 123);

- *r≥0,40 ise, madde çok iyi,*
- *0,30 ile 0,39 arasında ise madde düzeltme yapmadan ölçekte tutulabilir. Ancak küçük değişiklikler yapılabilir. İyi madde*
- *0,20 ile 0,29 arasında ise maddelerin düzeltilerek geliştirilmesi önerilir.*
- *r<0,20 ise madde bütünüyle ölçekten çıkartılmalı yada gözden geçirilmelidir.*

Tablo 9'da görüldüğü üzere problem çözme testinde problemlerin madde ayırt edicilik indekslerinin değerlerinin 0,40'dan büyük olduğu görülmektedir. Bu bakımdan ölçekte bulunan bütün maddelerin çok iyi ayırt edici maddeler olduğu söylenebilir. Genel olarak testin madde güçlük ve ayırt edicilik indeksi incelendiğinde; madde güçlüğünün 0,10 ile 0,90 arasında değişim gösterdiği, zor, orta ve kolay maddeleri içerdiği, testin madde güçlük ortalamasının 0,38 ($\bar{x}_p$=0,38) ve maddelerin ayırt edicilik ortalama değerinin 0,60 ($\bar{x}_r$=0,60) olduğu ortaya konulmuştur. Bu bulgular testteki maddelerin oldukça iyi maddeler olduğunun bir göstergesi olarak görülmektedir. 204 sekizinci sınıf öğrencinin katılımıyla hesaplanan problem çözme testinin KR-20 güvenirlik katsayısı ise 0,86 (α=0,86) olarak bulunmuştur. Büyüköztürk (2013) güvenirlik katsayısının 0,70 ve üzerinde olması durumunda ölçeğin güvenilir olarak kabul edilebileceğini ifade etmektedir. Atalay, Akkaya ve Şahin (2015) KR-20 değerinin 0,60-0,70 arasında olması kabul edilebilir, 0,70-0,90 arasındaki değerlerde olması iyi, 0,90 üzerindeki değerler de ise mükemmel olarak kabul edildiğine değinmektedir. Bu bilgiler doğrultusunda problem çözme testi için hesaplanan KR-20 güvenirlik değerinin (α=0,86) mükemmele yakın iyi bir değerde olduğu şeklinde yorumu yapılabilir. Bu sonuçlar doğrultusunda problem çözme testinin güvenilir bir ölçme aracı olduğu söylenebilir.

*3.4.1.1.2. Zamana göre değişmezlik (süreklilik).* Zamana göre değişmezlik ölçütü, bazı çalışmalarda kararlılık olarak da ifade edilmektedir (Büyüköztürk ve diğerleri, 2014). Bu ölçüt herhangi bir şeyin aynı benzer koşullar altında, belirli zaman aralığında ölçümleri sonucunda elde edilen veri grupları arasındaki ilişki olarak tanımlanmaktadır (Karasar, 2008).

Bir başka deyişle bir özelliğin aynı ölçme aracıyla birden çok ölçüldüğünde elde edilen sonuçların dikkate değer oranda birbirinden farklılık göstermemesi olarak da ifade edilebilir (Büyüköztürk ve diğerleri, 2014). Bu ölçütte, önceki ölçümlerle sonraki ölçümler arasındaki korelasyon katsayısı hesaplanmaktadır (Karasar, 2008). Zamana göre değişmezlik güvenirlik ölçütünde test- tekrar test yöntemi kullanılmıştır. Test tekrar test, test puanlarının zaman içerisindeki tutarlığı ya da istikrarı olarak bir anlam taşımaktadır (Johnson & Christensen, 2014). Test tekrar test yönteminde bir testin aynı gruba belli aralıklarla iki kez uygulanmasıyla elde edilen sonuçlar arasındaki Pearson momentler çarpım korelasyon katsayısıyla hesaplanan korelasyon ortaya konulur (Büyüköztürk ve diğerleri, 2014).

PÇT, test tekrar test güvenirlik ölçütü için 2015-2016 Eğitim Öğretim yılının Güz döneminde Ek 1'de belirtilen okullardan birinde pilot çalışmanın ve asıl uygulamanın gerçekleştirildiği gruplar dışında rastgele bir grup seçilerek uygulanmıştır. İlk uygulamanın yapıldığı tarihten yaklaşık 1 ay sonra aynı gruba PÇT tekrar uygulanmıştır. Yapılan analizler sonucunda test tekrar test için hesaplanan Pearson momentler çarpım korelasyon katsayısı değeri 0,91 olarak hesaplanmıştır. Büyüköztürk ve diğerlerine (2014) göre Pearson momentler çarpımı korelasyon katsayısı iki uygulamadan elde edilen puanların ne derece kararlı olduğunu gösterir ve katsayı 1'e yaklaştıkça testin kararlı olduğu, 0'a yaklaştıkça cevaplayıcıların iki uygulamadaki puanlarının farklılaştığını gösterir. Hesaplanan güvenirlik katsayısına (Pearson Korelasyon Katsayısı= 0,91) göre PÇT'nün oldukça güvenilir ve kararlı bir ölçme aracı olduğu söylenebilir.

*3.4.1.1.3. Bağımsız gözlemciler arasındaki uyum.* Bağımsız gözlemciler arasındaki uyum ise birden fazla gözlemcinin birbirlerinden bağımsız olarak aynı şeyleri ölçmeye çalıştıklarında uygulanan bir güvenirlik ölçütü olarak ifade edilmektedir (Karasar, 2008). Bu durum Büyüköztürk ve diğerleri (2014) tarafından değerlendirmeciler arasındaki tutarlılık olarak görülmektedir. Bu yöntem "çok sayıda objenin belli bir özelliğe ne derece sahip olduğuna ilişkin iki veya daha fazla bağımsız gözlemcinin verdiği puanların güvenirliğini incelemede kullanılır" (Büyüköztürk ve diğerleri, 2014, s. 114). Johnson ve Christensen (2014) ise iki veya daha fazla puanlayıcı arasındaki tutarlılığı puanlayıcılar arası güvenirlik olarak ifade etmektedir.

Bağımsız gözlemciler arasındaki uyumu hesaplamak için Kendall'ın uyum katsayısı ve tekrarlı ölçümler için varyans analizi kullanılır (Büyüköztürk ve diğerleri, 2014; Karasar, 2008). Bu çalışmada değerlendirmeciler arasındaki tutarlığı hesaplamak için Kendall'ın uyum katsayısından yararlanılmıştır. Kendall'ın uyum katsayısı "ikiden fazla değerlendirmecinin bir grup üzerinde yaptığı değerlendirmeleri sıralayarak, sıralama esasına göre, aralarında anlamlı derecede uyum olup olmadığını sınayan, parametrik olmayan bir testtir" (Can, 2014, s. 374). Problem çözme testi ile ilgili bağımsız gözlemciler arasındaki uyumu ortaya koymak için deney ve kontrol gruplarının ön test, son test ve kalıcılık testleri 3 farklı puanlayıcı tarafından değerlendirilmiştir. PÇT ön test, son test ve kalıcılık testi için ayrı ayrı yapılan Kendall's W analiz tabloları aşağıda sunulmuştur:

Tablo 10

*PÇT Ön Testlerine İlişkin Kendall's W Analizi*

| | N | Sd | Ki-Kare | Kendall's W | p |
|---|---|---|---|---|---|
| Problem çözme testi Ön Testleri | 3 | 41 | 115,94 | 0,94 | 0,00* |

p*<0.01

3 farklı değerlendirmecinin 42 öğrenci için yaptıkları ön test değerlendirmeleri arasında anlamlı derece uyum olduğu görülmektedir (W=0,94, p<0.01). Kendall W uyun katsayısı 1'e ne kadar yakınsa değerlendirmeciler arasında o denli yüksek uyum olduğunu göstermektedir (Can, 2014). Bu doğrultuda hesaplanan Kendall W uyum katsayısına (W=0,94) göre problem çözme testi ön testlerinde değerlendirmeciler arasında oldukça yüksek derece uyum olduğu söylenebilir.

Tablo 11

*PÇT Son Testlerine İlişkin Kendall's W Analizi*

| | N | Sd | Ki-Kare | Kendall’s W | p |
|---|---|---|---|---|---|
| Problem çözme testi Son Testleri | 3 | 41 | 120,04 | 0,97 | 0,00* |

p*<0.01

Problem çözme testi son testlerinde 3 farklı değerlendirmecinin birbirileriyle uyumluluğunu ortaya koymak için yapılan Kendall’s W analizinde uyum katsayısı “0,97” olarak hesaplanmıştır. Elde edilen bu sonuca göre 3 farklı değerlendirmecinin deney ve kontrol gruplarında bulunan toplam 42 öğrenci için yaptıkları problem çözme testi son test değerlendirmeleri arasında anlamlı olarak yüksek derece uyum olduğu görülmektedir (W=0,97, p<0.01).

Tablo 12

*PÇT Kalıcılık Testlerine İlişkin Kendall's W Analizi*

| | N | Sd | Ki-Kare | Kendall’s W | p |
|---|---|---|---|---|---|
| Problem çözme testi Kalıcılık Testleri | 3 | 41 | 119,96 | 0,97 | 0,00* |

p*<0.01

Deney ve kontrol gruplarına uygulanan problem çözme kalıcılık testlerinin 3 farklı değerlendirmeci tarafından yapılan değerlendirmelerin uyumluluğu Kendall’s W testi ile ortaya konulmuştur. Yapılan analiz soncunda değerlendirmeciler arasındaki uyumu ortaya koyan Kendall’s W katsayısı “0,97” olarak hesaplanmıştır. Bu doğrultuda değerlendirmeciler arasında anlamlı olarak yüksek derecede uyum olduğu ortaya konulmuştur (W=0,97, p<0. 01).

***3.4.1.2. Matematik okuryazarlık testi (MOT).*** Öğrencilerin matematik okuryazarlık başarı düzeylerini belirlemek amacıyla geliştirilen ve ön test, son test ve kalıcılık testi olarak deney ve kontrol gruplarına uygulanan nicel veri toplama araçlarından bir diğeri ise “Matematik Okuryazarlık Testi (MOT)”dir. MOT, PISA 2000, 2003 ve 2012 uygulamalarında öğrencilerin matematik okuryazarlık düzeylerini belirlemek amacıyla kullanılan matematik okuryazarlığı problemlerinden oluşmaktadır. MOT’un geliştirilmesi aşamasında bugüne kadar yapılan PISA sınavlarında uygulanan ve gizliliği kaldırılarak erişime açılan matematik okuryazarlığı problemleri incelenmiştir. Yapılan incelemeler doğrultusunda matematiksel içerikler (Nicelik, Uzay ve şekil, Değişim ve İlişkileri, Belirsizlik ve Veri) ve 6 farklı matematik okuryazarlık düzeyi dikkate alınarak PISA matematik okuryazarlığı problemlerini içeren soru havuzları oluşturulmuştur. Geliştirilmek istenilen MOT'da her bir matematiksel içerik alanı ve okuryazarlık başarı düzeyinde problemlerin bulunması amaçlanmıştır. Böyle yapılmasının sebebi yapılan uygulama sonucunda matematiksel içerik alanı ve matematik okuryazarlık düzeyleri açısından da öğrencilerin ayrıntılı olarak gelişimlerinin ortaya konulmak istenmesidir. PISA 2000 uygulamasındaki matematik okuryazarlığı problemlerinin içerik alanının ve düzeylerinin belirlenmesinde OECD (2002) tarafından yayınlanan raporundan yararlanılmıştır. PISA 2003 uygulamasındaki matematik okuryazarlığı problemlerinin matematiksel içerik alanının ve okuryazarlık düzeylerini belirlenmesinde OECD (2009) tarafından yayınlanan rapordan, PISA 2012 uygulamasındaki matematik okuryazarlığı problemlerinin matematiksel içerik alanının ve okuryazarlık düzeylerinin belirlenmesinde ise OECD (2013a) tarafından yayınlanan rapordan yararlanılmıştır. PISA uygulamalarında bu güne kadar uygulanan ve serbest bırakılmış matematik okuryazarlığı problemlerine ilişkin yapılan incelemeler sonucunda "Uzay ve Şekil" içerik alanında 4. düzey, "Nicelik" içerik alanında ise 6. düzeyde yayınlanmış problemlerle karşılaşılmamıştır. "Uzay ve Şekil" ve "Nicelik" içerik alanlarıyla ilgili belirtilen düzeylerde problemle karşılaşılmadığı için her bir matematiksel içerik alanıyla ilgili 6 problemin bulunmasını sağlamak amacıyla 4. düzeyde bulunmayan "Uzay ve Şekil" alanına nicelik problemi, 6. düzeyde bulunmayan "Nicelik" alanına ise uzay ve şekil problemi dâhil edilmiştir. Aşağıdaki tabloda MOT'da (EK 6) yer alan matematik okuryazarlığı problemlerinin matematiksel içerik alanı, PISA uygulaması ve düzeylerine ilişkin bilgiler verilmiştir:

Tablo 13

*MOT Yer Alan Problemlere İlişkin Bilgiler*

| Düzey | Nicelik | Uzay ve Şekil | Değişim ve İlişkiler | Belirsizlik ve Veri |
|---|---|---|---|---|
| **Düzey 1** | Döviz Kuru (1. Soru)<br>PISA 2003 | Garaj (23. Soru)<br>PISA 2012 | Yarış Aracının Sürati (22. Soru)<br>PISA 2000 | Listeler (16. Soru)<br>PISA 2012 |
| **Düzey 2** | Döviz Kuru (2. Soru)<br>PISA 2003 | Merdiven (13. Soru)<br>PISA 2003 | En iyi Araba (11. Soru)<br>PISA 2003 | Dışsatım (8. Soru)<br>PISA 2003 |
| **Düzey 3** | Kaykay (5. Soru)<br>PISA 2003 | Numaralı Küpler (15. Soru)<br>PISA 2003 | İnternette Sohbet ( 4. Soru)<br>PISA 2003 | Hangi Araba (17. Soru)<br>PISA 2012 |
| **Düzey 4** | Kaykay (6. Soru)<br>PISA 2003<br>Döner Kapı (18. Soru)<br>PISA 2012 | - | Büyüme (12. Soru)<br>PISA 2003 | Dışsatım (9. Soru)<br>PISA 2003 |
| **Düzey 5** | Fuji Dağı Tırmanışı (3. Soru)<br>PISA 2012 | Garaj (24. Soru)<br>PISA 2012 | Yürüyüş (20. Soru)<br>PISA 2003 | Test Puanları (10. Soru)<br>PISA 2003 |
| **Düzey 6** | - | Marangoz (7. Soru)<br>PISA 2003<br>Döner Kapı (19. Soru)<br>PISA 2012 | Yürüyüş (21. Soru)<br>PISA 2003 | Soygunlar (14. Soru)<br>PISA 2003 |

Tablo 13'te görüldüğü üzere MOT, her bir matematik okuryazarlık başarı düzeyinde dört problem olmak üzere toplamda 24 problemden oluşmaktadır. MOT'nün kapsam geçerliğine ilişkin "MOT problemleri ölçülmek istenilen davranışı yeterince yansıtıyor mu?" sorusuna cevap aranmıştır. MOT'un kapsam geçerliğinin belirlenmesinde kullanılan yollardan biri de uzman görüşüne başvurulmasıdır (Büyüköztürk ve diğerleri, 2014; Karasar, 2008). Bu doğrultuda MOT'un öğrencilerin matematik okuryazarlık düzeylerini belirleyebilecek düzeyde bir kapsama sahip olup olmadığı ve araştırmanın amacına uygun olup olmadığını belirlenmesi için PISA ile ilgili çalışmaları bulunan alan uzmanlarının görüşlerine başvurulmuştur. MOT'daki yirmi dört problem için çalışmanın amaç ve kapsamına uygunluğu açısından uzmanlara yönelik bir form (EK 3) oluşturularak 3 alan uzmanının (1 Prof. Dr., 1 Doç. Dr. 1 Dr. Öğr. Üyesi) görüşleri alınmıştır. Uzmanlardan MOT'daki problemlerin çalışmanın amacına ve sekizinci sınıf düzeyine uygunluğuna göre 1'den 5'e kadar puanlamaları istenilmiştir. Uzmanlardan elde edilen veriler doğrultusunda MOT'daki bütün problemlerin uzman görüş ortalaması "5" olarak hesaplanmıştır. Uzman görüşleri doğrultusunda MOT'da yer alan bütün problemlerin öğrencilerin matematik okuryazarlık başarı düzeylerini belirlemek için uygun olduğu söylenebilir.

MOT'daki problemlerin uzman görüşleri doğrultusunda çalışmanın amacına, kapsamına ve sekizinci sınıf düzeyine uygun olduğu karar verilerek pilot uygulamaya geçilmiştir. 24 matematik okuryazarlığı probleminden oluşan MOT, pilot uygulamanın gerçekleştirildiği gruba ön test olarak uygulanmış, öğrencilerden problemleri anlayıp anlayamadıklarına ve problemlerin görsel açıdan hata olup olmadığına ilişkin görüşlerini belirtmeleri istenilmiştir. Öğrencilerden alınan olumlu dönütler doğrultusunda MOT'daki problemlerin görsellik ve anlaşılabilirlik açısından da uygun olduğu belirlenmiştir.

MOT'un güvenirliğinin ortaya konulmasında ise PÇT'de olduğu gibi üç tür güvenirlik ölçütü incelenmiştir. Bu doğrultuda MOT'un 1- İç tutarlılık, 2- Zamana göre değişmezlik (Süreklilik), 3- Bağımsız gözlemciler arası uyum olmak üzere üç tür güvenirlik ölçütü dikkate alınmıştır.

*3.4.1.2.1. İç tutarlılık.* MOT'da doğru cevaplar "1" yanlış ve boş cevaplar ise "0" şeklinde kodlandığı için ölçeğin iç tutarlılığına ilişkin güvenirliği, KR-20 güvenirlik katsayısı hesaplanarak belirlenmiştir. PISA uygulamaları geçerli ve güvenilir sınavlar olduğu ve PISA uygulamalarında kullanılan problemlerin matematik okuryazarlık düzeyleri aynı zamanda problemlerin güçlük düzeylerini de belirttiği için MOT'daki maddelerin madde güçlük ve ayırt edicilik indeksi hesaplanmamıştır. Alınan izin çerçevesindeki (Ek 1) okullardan birinde sekizinci sınıf düzeyindeki 108 öğrenciye uygulanan MOT'dan elde edilen veriler ITEMAN programına aktarılarak KR-20 değeri hesaplanmıştır. Yapılan analizler sonucunda KR-20 değeri 0,88 olarak hesaplanmıştır. Bu değerin güvenirlik için yeterli bir değer olduğu söylenebilir.

*3.4.1.2.2. Zamana göre değişmezlik.* MOT'un zamana göre değişmezlik güvenirlik ölçütünün belirlenmesinde test tekrar test yöntemi kullanılmıştır. MOT'un test tekrar test güvenirliğine yönelik ilk uygulma 2015-2016 Eğitim Öğretim yılının Güz döneminde pilot ve asıl uygulamanın gerçekleştirildiği gruplar haricinde rastgele bir grup seçilerek gerçekleştirilmiştir. İlk uygulamadan yaklaşık bir ay sonra aynı gruba MOT tekrar uygulanmıştır. Yapılan analizler sonucunda test tekrar test için hesaplanan Pearson momentler çarpım korelasyon katsayısı değeri 0,94 olarak hesaplanmıştır. Pearson momentler çarpımı korelasyon katsayısı iki uygulamadan elde edilen puanların ne derece kararlı olduğunu gösterir (Büyüköztürk ve diğerleri, 2014). Pearson momentler çarpımı korelasyon katsayısı 1'e yaklaştıkça testin kararlığının arttığı düşüncesinden hareketle hesaplanan güvenirlik katsayısına (Pearson Korelasyon Katsayısı= 0,94) göre MOT'un güvenilir ve kararlı bir ölçme aracı olduğu söylenebilir.

*3.4.1.2.3. Bağımsız gözlemciler arası uyum.* MOT'un analizlerinde bağımsız değerlendirmeciler arasındaki uyumu ortaya koymak için deney ve kontrol gruplarının MOT ön test, son test ve kalıcılık testleri 3 farklı puanlayıcı tarafından değerlendirilmiştir. Puanlayıcıların değerlendirmeleri, bağımsız değerlendirmeciler arasındaki uyumu ortaya koymak amacıyla Kendall's W analizi yapılmıştır. MOT ön test, son test ve kalıcılık testleri için ayrı ayrı yapılan Kendall's W analiz tabloları aşağıda sunulmuştur:

Tablo 14

*MOT Ön Testlerine İlişkin Kendall's W Analizi*

| | N | Sd | Ki-Kare | Kendall's W | p |
|---|---|---|---|---|---|
| Matematik okuryazarlık testi Ön Testleri | 3 | 41 | 121,09 | 0,98 | 0,00* |

p*<0.01

Değerlendirmecilerin ön test değerlendirmeleri arasındaki uyumu ortaya koymak amacıyla hesaplanan Kendall's W uyum katsayısının "0,98" olduğu bulunmuştur (p=0,00, p<0.01). Elde edilen bulgulara göre MOT ön testler açısından değerlendirmeciler arasında anlamlı derecede uyum olduğu söylenebilir.

Tablo 15

*MOT Son Testlerine İlişkin Kendall's W Analizi*

| | N | Sd | Ki-Kare | Kendall's W | p |
|---|---|---|---|---|---|
| Matematik okuryazarlık testi Son Testleri | 3 | 41 | 121,71 | 0,99 | 0,00* |

p*<0.01

3 farklı değerlendirmecinin deney ve kontrol gruplarına son test olarak uygulanan MOT ile ilgili değerlendirmeleri arasında anlamlı bir uyum olduğu Tablo 15'de görülmektedir (W=0,99, p=0,00, p<0.01). Bu bulgular doğrultusunda değerlendirmecilerin MOT son test değerlendirmeleri arasında yüksek bir uyum olduğu ve değerlendirmelerinin neredeyse aynı olduğu söylenebilir.

Tablo 16

*MOT Kalıcılık Testlerine İlişkin Kendall's W Analizi*

| | N | Sd | Ki-Kare | Kendall's W | p |
|---|---|---|---|---|---|
| Matematik okuryazarlık testi Kalıcılık Testleri | 3 | 41 | 120,84 | 0,98 | 0,00* |

p*<0.01

Deney ve kontrol gruplarında toplam 42 öğrenciye uygulanan MOT kalıcılık testlerini değerlendiren 3 farklı değerlendirmecinin değerlendirmelerinin uygunluğunu ortaya koymak amacıyla hesaplanan Kendall's W uyum katsayısı 0,98 olarak hesaplanmıştır. Buna göre MOT kalıcılık testlerinde değerlendirmecilerin gerçekleştirdiği değerlendirmelerin anlamlı olarak uyumlu olduğu görülmektedir.

**3.4.2. Nitel veri toplama aracı.** Problem çözme stratejilerinin süreç becerilerine göre sınıflandırılmasında "Problem Çözme Testi"nden yararlanılmıştır. Deney grubuyla gerçekleştirilen problem çözme strateji eğitiminden sonra deney grubuna son test olarak uygulanan "Problem Çözme Testi" ile aynı zamanda nitel veriler de toplanmıştır. PÇT'nin içerdiği 18 açık uçlu rutin olmayan problemlere ilişkin öğrenci cevapları ayrıntılı olarak incelenerek, problemlerin çözümlerinin hangi süreç becerilerini içerisinde barındırdığı analiz edilmiştir.

### 3.5. Pilot Uygulama

Pilot uygulama, asıl uygulama öncesinde araştırma planının uygulanması, araştırmanın amacına ulaşmada çıkabilecek sorunları görme ve bu sorunları düzeltmek adına yapılan bir ön çalışmadır (Fraenkel & Wallen, 2006). Bu doğrultuda uygulanacak olan testlerin ve geliştirilen ders planlarının ne ölçüde etkili olduğunun belirlenmesinde, uygulama esnasında gözden kaçırılan sürpriz gelişmelerin gözlemlenmesinde, uygulamanın işleyişinde oluşabilecek değişiklikleri farkına varmada ve uygulama adımlarının tek tek gözlemlenmesinde pilot çalışmanın yapılmasının önemli olduğu düşünülmüştür. Pilot uygulama 2015-2016 Eğitim Öğretim yılının Güz döneminde deney ve kontrol grubu dışındaki 18 sekizinci sınıf öğrencisiyle gerçekleştirilmiştir. Pilot uygulama grubu iyi, orta ve düşük düzeyde öğrencilerden oluşturulmuştur. Pilot uygulamanın gerçekleştirildiği zamanda öğrencilerin TEOG sonuçları açıklanmadığı için öğrencilerin karne notları incelenerek her bir düzeyde öğrenciyi içerisinde barındıran bir çalışma grubuyla pilot çalışma gerçekleştirilmiştir. Pilot uygulamada şu çalışmalar gerçekleştirilmiştir:

1. Ön testlerin uygulanması: Uygulamaya geçilmeden önce öğrencilere PÇT ve MOT ön test olarak uygulanmıştır. Uygulama esnasında öğrencilerden bu testlerde anlamadıkları problemler varsa o problemleri belirtmeleri istenilmiştir. Ön testler uygulandıktan sonra öğrencilerin testlerle ilgili anlamadıkları bir kısmın olmadığı görülmüştür.
2. Grupların belirlenmesi: Öğrenciler karne notlarına göre iyi (85-100), orta (55-84) ve düşük (0-54) olarak sınıflandırılarak her bir grupta iyi, orta ve düşük düzeyde öğrenciler olacak şekilde gruplandırılmıştır. 18 öğrenci 6 gruba ayrılarak her bir gruptan uygulama boyunca kullanacakları bir grup ismi belirlemeleri istenilmiştir.

3. Ders planlarının uygulanması: Gruplar oluşturulduktan sonra belirlenen çalışma takvimi (EK 8) doğrultusunda ders planlarının uygulaması gerçekleştirilmiştir. Pilot uygulamanın çalışma takviminin asıl uygulamanın çalışma takvimiyle benzer olmasına özen gösterilmiştir. Asıl uygulama gibi pilot uygulamada da strateji eğitimi 10 ders saati süresince 5 haftada gerçekleştirilmiştir. İlk ders öğrencilere problem çözme ve yapılacak uygulama ile ilgili bilgilendirmelerde bulunulmuştur. Her bir ders saatinde bir stratejiyle ilişkili olan dört problem çözülmüştür. Belirlenen dokuz strateji ile ilgili dokuz ders saatini içeren eğitimler, belirlenen planlar çerçevesinde gerçekleştirilmiştir.
4. Uygulama Problemlerinin Çözümü: Ders planlarında belirtilen problemler uygulama esnasında A4 kağıtlarında gruplara dağıtılmış ve grupların cevaplarını bu kağıtlar üzerinde gerçekleştirmeleri istenilmiştir. Uygulama problemleri aynı zamanda akıllı tahtaya yansıtılmıştır. Her bir problemin çözümü için gruplara süre verilerek bu süre sonunda gruplardan tahtada çözümlerini anlatmaları istenilmiştir. Grupların yaptığı çözümler üzerinde tartışılarak doğru cevaba ulaşılmıştır.
5. Stratejilerin İsimlendirilmesi: Her bir derste ilgili strateji ile ilgili dört problemin çözümü gerçekleştirilerek ders sonunda gruplardan ders boyunca çözdükleri dört problemin çözümü için kullanılan stratejiyi isimlendirerek son olarak dağıtılan soru kâğıdına yazmaları istenilmiştir.

Yapılan pilot uygulama sonucunda;

- Problem Çözme Testi ve Matematik Okuryazarlık Testindeki problemlerin anlam açısından uygun olduğuna karar verilmiştir.

- Ders planındaki bazı yönergeler, öğrencilerden beklenilen davranışlar ve rehber davranışlar düzenlenerek ders planlarının son şekli verilmiştir.
- Uygulamada kullanılan bazı problemlerin öğrenciler tarafından tam olarak anlaşılmadığı görülerek asıl uygulama için yeniden düzenlenmiştir.
- Geriye doğru çalışma ve muhakeme stratejilerine ilişkin uygulama sırasında birer problemde öğrencilerin zorlandıkları görülmüş ve bu problemlerin değiştirilmesine karar verilerek asıl uygulama için iki problem değiştirilmiştir.
- Her bir strateji için belirlenen dört uygulama probleminin çözümü için ders esnasında gruplara ne kadar süre verilmesi gerektiği görülerek asıl uygulama için problemlere ayrılacak süreler belirlenmiştir.
- Pilot uygulama esnasında gruplara dağıtılan bazı problemlerde öğrencilerin problemleri anlamadan işlem yapmaya başladıkları görülerek asıl uygulama için öğrencilere dağıtılan problem formları (verilen-istenilen-problemi yeniden ifade etme eklenerek) yeniden düzenlenerek uygulama problemleri grup çözüm formlarının son hali verilmiştir (EK 11).

## 3.6. Ders Planlarının Tasarlanması ve Uygulama Süreci

Bu bölümde problem çözme stratejilerinin eğitim sürecine yönelik ders planlarının tasarlanması ve uygulama süreci hakkında bilgiler sunulmuştur.

**3.6.1. Ders planlarının tasarlanması.** Çalışmada uygulama sürecini gerçekleştirmek için ders planlarının nasıl tasarlanacağının belirlenmesinde öncelikle, literatürde problem çözme stratejileri eğitimi ile ilgili yapılan çalışmalar incelenmiştir. Alibali, Philips ve Fischer (2009), Altun ve Arslan (2006), Altun, Memnun ve Yazgan (2007), Arslan (2002), Dönmez (2002), Eisenmann ve diğerleri (2015), Emre (2008), Ramnarain (2014), Şahin (2007), Taşpınar (2011), Yavuz (2006), Yazgan (2002), Yazgan (2007), Yazgan ve Bintaş (2005) ve Verschaffel ve diğerlerinin (1999) çalışmalarında gerçekleştirdikleri problem çözme eğitimlerinde, öğrencilere eğitimini gerçekleştirecekleri stratejiyle ilgili problemler vererek problemlerin çözümüne yönelik sınıf içi tartışma ortamları oluşturduğu ve bu doğrultuda ilgili strateji eğitiminin gerçekleştirildiği görülmüştür. Yapılan çalışmalardaki problem çözme stratejilerine yönelik eğitimler göz önüne alınarak bu çalışmada da öğrencilere eğitimi gerçekleştirilecek stratejiyle çözülebilecek problemler sunularak ilgili stratejinin eğitimi gerçekleştirilmiştir. Uygulama sürecine geçilmeden önce eğitimi gerçekleştirilecek olan stratejilerle ilgili problemler belirlenerek bu problemlerin uygulamalarına ilişkin ders planları oluşturulmuştur. Problemlerin belirlenmesinde PÇT'yi geliştirme aşamasında oluşturulan soru havuzlarından yararlanılmıştır. Her bir stratejiyle ilgili dört problem seçilerek bu problemlerin uygulamada kullanılmalarına ilişkin ders planları oluşturulmuştur. Seçilen problemlerin PÇT'de bulunmamasına dikkat edilmiştir.

Ders planları, sekizinci sınıf düzeyinde problem çözme eğitimi veren Taşpınar'ın (2011) çalışmasında oluşturduğu planlar ve Polya'nın problem çözme sürecinde ortaya koyduğu dört aşamalı modeldeki problemin anlaşılması, planın tasarlanması, planın uygulanması ve çözümün değerlendirmesi basamakları dikkate alınarak tasarlanmıştır. 9 problem çözme stratejisinin her biri için ayrı ayrı ders planları oluşturulmuş, her bir plandaki 4 problemin uygulama sırası basitten zora doğru olacak şekilde düzenlenmiştir. Her bir stratejinin eğitimi için bir ders saati içerisinde gerçekleştirilmek üzere planlar tasarlanmıştır. Tasarlanan planlardaki yönergelerin uygunluğu, anlaşılabilirliği ve ilgili problemlerin eğitimi gerçekleştirilecek stratejiye uygunluğuna ilişkin 5 uzmanın görüşlerine (1 Prof. Dr., 2 Doç. Dr., 1 Dr. Öğr. Üyesi ve 1 Doktora Öğrencisi) başvurulmuştur. Uzmanların değerlendirmeleri doğrultusunda bazı yönergelerde ve problemlere ilişkin ifadelerde değişiklikler yapılmış ve bağıntı (örüntü) bulma stratejisine yönelik bir problem değiştirilmiştir.

Uzman görüşleri doğrultusunda tekrar düzenlenen ders planlarının uygulanabilirliği pilot uygulama gerçekleştirilerek test edilmiştir. Pilot uygulamada ders planları ile ilgili karşılaşılan durumlar göz önüne alınarak ders planlarında değişiklik yapılmıştır. Pilot uygulama çerçevesinde yapılan değişikliklerle beraber ders planlarının son hali tasarlanmıştır (EK 9).

**3.6.2. Uygulama süreci.**

Eğitimler gerçekleştirilmeden önce literatürde problem çözme stratejilerine yönelik eğitimlerin gerçekleştirildiği çalışmalar incelenmiştir (Alibali, Philips & Fischer, 2009; Altun & Arslan, 2006; Altun, Memnun & Yazgan, 2007; Arslan, 2002; Dönmez, 2002; Eisenmann ve diğerleri, 2015; Emre, 2008; Ramnarain, 2014; Şahin, 2007; Taşpınar, 2011; Yavuz, 2006; Yazgan, 2002; Yazgan, 2007; Yazgan & Bintaş, 2005; Verschaffel ve diğerlerinin, 1999). Problem çözme strateji eğitimin verildiği çoğu çalışmada öğrencilerin 2'şerli veya 3'erli gruplara ayrılarak eğitimlerin gerçekleştirildiği görülmüştür. Problem çözme stratejileri eğitimine yönelik yapılan çalışmalardaki bu tür gruplamalardan ve Nahornick'in (2014) açık uçlu rutin olmayan matematik problemlerinin çözümünde grup ve bireysel etkinliklerin etkisini incelediği çalışmasında grupla gerçekleştirilen etkinliklerin daha etkili olduğu sonucundan hareketle yapılan bu çalışmada da problem çözme stratejileri eğitiminde deney grubundaki öğrencilerin gruplara ayrılarak eğitimin gerçekleştirilmesine karar verilmiştir. Uygulamanın gerçekleştirileceği deney grubundaki öğrenciler TEOG sonuçlarına göre iyi, orta ve düşük düzey olarak yapılan sınıflandırma doğrultusunda her bir grupta iyi, orta ve düşük düzeyde öğrenci bulunacak şekilde 3'erli gruplara ayrılmıştır. 21 kişiden oluşan deney grubunun 3'erli gruplara ayrılması araştırmacı tarafından gerçekleştirilmiştir.

Çalışmada, alınan izinler (EK 1) doğrultusunda 2015-2016 Eğitim Öğretim yılının Bahar döneminde deney grubu öğrencilerine problem çözme stratejilerine yönelik eğitimler gerçekleştirilmiştir. Deney grubuyla gerçekleştirilen çalışma, 5 hafta (10 ders saati) eğitim süreci, 2 hafta (4 saat) ön test ve son testlerin uygulanması olmak üzere 7 haftada gerçekleştirilmiştir. Uygulamalar haftada iki ders saati olan seçmeli derslerde yapılmıştır. EK

9'da belirtilen ders planları çerçevesinde uygulamalar gerçekleştirilerek ders planlarındaki problemler, uygulama problemleri grup çözüm formu (EK 11) çerçevesinde öğrencilere sunulmuştur. Uygulama süreçleri haftalara göre şu şekildedir:

1. Hafta: Problem çözme testi ve matematik okuryazarlık testi uygulanmıştır. Öğrencilere her bir ölçek için bir saat süre verilmiştir.

2. Hafta: Öğrenciler araştırmacı tarafından gruplara ayrılarak öğrencilere grupları tanıtılmıştır. Her bir gruptan uygulama boyunca kullanacakları grup isimlerini belirlemeleri istenilmiştir. Her grup uygulama boyunca kullanacakları isimleri belirledikten sonra yapılacak uygulamalarla ilgili bilgi verilerek, ilk derste "Problem nedir?, problem çözme nedir?, problem çözerken neler yapılabilir, problem çözme basamakları nelerdir?" sorularına yönelik bilgiler verilmiştir. Uygulama boyunca bir yarışma ortamı oluşturularak öğrencilerin uygulamaya ilişkin motivasyonlarının yüksek düzeyde tutulması sağlanmıştır. Uygulamalar esnasında yöneltilen problemlerde doğru yapan gruplara 10 ar puan verilerek bir puan tablosu oluşturulmuş ve bu puanlama uygulama boyunca devam etmiştir. Uygulamaya geçilmeden önce ilk derste öğrencilerle uygulamanın kuralları oluşturulmuştur. İkinci derste öğrencilere "Sistematik Liste Yapma" stratejisine ilişkin ders planı doğrultusunda problemler EK 11'de verilen şablonda öğrencilere yöneltilmiştir. Aynı zamanda öğrencilere yöneltilen problemler akıllı tahta vasıtasıyla yansıtılmıştır. Verilen süreler sonrasında grupların belirledikleri sözcüler tahtaya çıkarak problemlerin cevaplarına ilişkin tartışmalar gerçekleştirilmiştir. Yapılan tartışmalar sonucunda problemlerin doğru cevapları belirlenmiştir. Ders sonunda gruplardan ders boyunca yöneltilen problemleri çözerken kullandıkları stratejiyi isimlendirmeleri istenilmiştir.

3. Hafta: Bu haftada öğrencilere "Tahmin ve Kontrol" ve "Diyagram Çizme" stratejilerine yönelik ders planları çerçevesinde problemler sunulmuştur. İlk derste "Tahmin ve Kontrol" stratejisine yönelik 4 problem öğrencilere yöneltilmiş ve yapılan tartışmalar

sonucunda problemlerin cevaplarına ulaşılmıştır. Ders boyunca çözümü gerçekleştirilen problemler için ayrı ayrı süreler verilmiştir. Her problem için öğrencilere dağıtılan problem kağıtları verilen süreler sonunda toplanmış ve grupların seçtikleri sözcüler tahtaya çıkarak çözümlerini anlatmıştır. Gruplar çözümlerini anlatırken öğrencilerle beraber ders planı çerçevesinde çözümlerin değerlendirilmesi yapılmıştır. Ders sonunda gruplardan problemleri çözerken kullandıkları stratejiyi isimlendirmeleri istenilmiştir. İkinci ders "Diyagram Çizme" stratejisi için tasarlanan ders planı çerçevesinde gerçekleştirilmiştir. İlk derste olduğu gibi benzer yöntemler kullanılarak öğrenci gruplarına problemler dağıtılarak problemlerin çözümü için süreler verilmiş ve belirtilen sürelerin sonunda grup sözcüleri tahtaya çıkarılarak çözümlerini tartışmıştır. Her hafta grup sözcülerinin farklı kişiler olmasına dikkat edilmiştir. Ders sonunda gruplardan ders boyunca yöneltilen problemleri çözerken kullandıkları stratejiyi isimlendirmeleri istenilmiştir.

4. Hafta: İlk ders "Bağıntı Bulma" stratejisine yönelik tasarlanan ders planı çerçevesinde öğrencilere problemler yöneltilmiştir. Gruplar cevaplarını sözcüleri vasıtasıyla açıklamışlar ve problemlerin çözümleri sınıfta tartışılmıştır. Daha sonra her bir problemin değerlendirmesi gerçekleştirilmiştir. Ders sonunda gruplardan problemleri çözerken kullandıkları stratejiyi isimlendirmeleri istenilmiştir. İkinci derste "Değişken Kullanma" stratejisine yönelik geliştirilen ders planı çerçevesinde öğrencilere problemler yöneltilmiştir. Gruplar tartışarak problemlerin ortak çözümlerini ortaya konulmuş ve plan çerçevesinde çözümlere yönelik değerlendirmeler gerçekleştirmiştir. Ders sonunda gruplardan ders boyunca yöneltilen problemleri çözerken kullandıkları stratejiyi isimlendirmeleri istenilmiştir.

5. Hafta: Bu haftada "Basitleştirme" ve "Geriye Doğru Çalışma" stratejilerine ilişkin eğitim verilmiştir. İlk derste "Basitleştirme" stratejisine yönelik tasarlanan ders planı çerçevesinde eğitim gerçekleştirilmiştir. Verilen süre sonrasında grup sözcüleri problemlerin çözümlerini tahtada gerçekleştirmiştir. Ders sonunda gruplardan problemleri çözerken

kullandıkları stratejiyi isimlendirmeleri istenilmiştir. İkinci ders ise “Geriye Doğru Çalışma” stratejisine yönelik oluşturulan ders planı çerçevesinde eğitim gerçekleştirilmiştir. Dağıtılan her bir problem için verilen süreden sonra gruplar cevaplarını tahtada anlatmış ve problemlerin doğru cevabı belirlenerek çözüm için değerlendirmeler yapılmıştır. Ders sonunda gruplardan ders boyunca yöneltilen problemleri çözerken kullandıkları stratejiyi isimlendirmeleri istenilmiştir.

6. Hafta: Birinci derste “Tablo Yapma” stratejisine yönelik tasarlanan ders planı çerçevesinde öğrenci gruplarına problemler yöneltilmiştir. Gerçekleştirilen eğitimlerden sonra öğrenci gruplarından ders boyunca problemleri çözerken kullandıkları stratejiyi isimlendirmeleri istenilmiştir. İkinci ders ise “Muhakeme Etme” stratejisine yönelik tasarlanan ders planı çerçevesinde öğrencilere muhakeme stratejilerini kullanmaya yönelik problemler yöneltilmiştir. Gruplar problem çözümlerini sözcüleri vasıtasıyla tahtada anlatmış ve problemlerin çözümlerine ilişkin tartışmalar gerçekleştirilmiştir. Tartışmalarla birlikte problem çözümlerinin değerlendirmesi yapılmıştır. Ders sonunda gruplardan ders boyunca yöneltilen problemleri çözerken ki kullandıkları stratejiyi isimlendirmeleri istenilmiştir.

7.Hafta: Eğitimler tamamlandıktan sonra öğrencilere son test olarak “Problem Çözme Testi” ve “Matematik Okuryazarlık Testi” uygulanmıştır. Öğrencilere her bir test için birer saat süre verilmiştir.

Öğrencilerden uygulama boyunca eğitimi verilen stratejileri isimlendirmeleri istenilerek öğrencilerin bu stratejileri yapılandırmaları amaçlanmıştır. Aşağıdaki tabloda öğrenci gruplarının stratejilere yönelik belirledikleri isimler bulunmaktadır:

Tablo 17

*Grupların Problem Çözme Stratejilerine Yönelik İsimlendirmeleri*

| **Sistematik Liste Yapma** | **Tahmin ve Kontrol** |
|---|---|
| Aynı Şeyleri Tekrar Etmeme | Deneme Yanılma |
| Kombinasyon | Deneme |
| Sayıların Farklı şekilde gruplanması | Tahmin Etme |
| Sayarak Çözme | Değer Verme |
| İhtimalleri Yazma | Deneyerek Bulma |
| **Diyagram Çizme** | **Bağıntı (Örüntü) Bulma** |
| Çizerek Yapma | Örüntü |
| Çizmek | Örüntüden Yararlanma |
| Şekillendirme | Kuralı bulma |
| Şekil Çizme | Örüntüden Faydalanma |
| Çizimle Bulma | |
| **Değişken Kullanma** | **Basitleştirme** |
| Formülle Çözme | Küçük adımlarla Başlama |
| x verme | Kolaylaştırma |
| Denklem Yazma | İfadeleri hep daha basit yapma |
| Değişken kullanma | Soruyu basitleştirme |
| Formül | Basitini Çözme |
| | Kolaydan zora |
| **Geriye Doğru Çalışma** | **Tablo Yapma** |
| Geriden Başlama | Tablo oluşturma |
| Sondan başlayıp başa dönme | Tablo yapma |
| Tersten Çözüm | Tablo |
| Geriden Sayma | |
| Sondan Başlama | |
| Başa İlerleme | |
| **Muhakeme Etme** | |
| Mantık Kurma | |
| Mantık Yürütme | |
| Düşünme | |
| Ayrıntılı Düşünme | |
| Akıl Yürütme | |
| Mantıkla | |

***3.6.2.1.Yapılan uygulamanın değerlendirmesine yönelik gözlem formu.*** Deney grubuyla gerçekleştirilen problem çözme stratejileri eğitimini değerlendirmek amacıyla araştırmacı tarafından bir gözlem formu geliştirilmiştir (EK 10). Gözlem formu, uygulama için geliştirilen ders planları doğrultusunda verilen eğitimin basamakları göz önüne alınarak oluşturulmuştur. Bu form ile deney grubuna verilmek istenen problem çözme strateji eğitiminin ders planlarına uygun işlenip işlenmediğinin belirlenmesi için bir kriter oluşturması hedeflenmiştir. Oluşturulan formda araştırmacının strateji eğitimi için planlanan basamakları gerçekleştirilip gerçekleştirilmediğine yönelik ifadeler bulunmaktadır.

Her bir ders için oluşturulan ders planları derste gözlemci konumunda bulunan dersin öğretmenine verilerek, dersin belirtilen planlar doğrultusunda işlenip işlenmediğine yönelik gözlem formunu doldurması istenilmiştir. Gözlemci konumundaki öğretmen her ders için bir gözlem formu doldurarak dersi değerlendirmiş ve araştırmacının verdiği eğitim sürecinin güvenirliği ortaya konulmaya çalışılmıştır.

Problem çözme stratejileri eğitiminin güvenirliğini hesaplamada Yıkmış (1999) tarafından belirlenen ve Pilten (2008) tarafından da kullanılan; Uygulama Güvenirliği=$\frac{\text{Gösterilen Davranış Sayısı}}{\text{Toplam Davranış Sayısı}}$x100 formülü kullanılmıştır. Her bir ders için hesaplanan güvenirlik sayıları aşağıdaki tabloda sunulmuştur:

Tablo 18

*Uygulama Güvenirliği*

| 2. Ders | 3. Ders | 4. Ders | 5. Ders | 6. Ders | 7. Ders | 8. Ders | 9. Ders | 10. Ders | Ortalama |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 100 | 94,1 | 100 | 100 | 88,2 | 94,1 | 100 | 82,3 | 88,2 | 94,1 |

Tablo 18 incelendiğinde uygulamalar için hesaplanan güvenirlik değerleri arasında en düşük değerin 82,3 olduğu görülmektedir. Güvenirlik ortalaması ise 94,1 olarak hesaplanmıştır. Elde edilen hesaplamalar doğrultusunda gerçekleştirilen problem çözme strateji eğitimlerinin güvenilir olduğu görülmektedir. Bu bulgudan hareketle problem çözme strateji eğitimlerinin büyük oranda planlandığı gibi gerçekleştirildiği söylenebilir.

### 3.7. Çalışmanın İç ve Dış Geçerliği

İç geçerlik, bağımlı değişkende gözlenen değişikliklerin bağımsız değişkenle açıklanabilirlik derecesi olarak tanımlanmaktadır (Büyüköztürk ve diğerleri, 2014). Fraenkel ve Wallen (2006) ise iç geçerliği bağımlı değişen ya da değişkenler üzerinde gözlenen değişikliklerin doğrudan bağımsız değişkenle olan ilgi derecesi olarak ifade etmektedir. Dış geçerlik ise araştırmada elde edilen sonuçların deneklerin seçildiği büyük gruplara ya da evrene genellenebilirlik derecesi olarak tanımlanmaktadır (Büyüköztürk ve diğerleri, 2014; Fraenkel & Wallen, 2006). Bu bölümde yapılan çalışmanın iç ve dış geçerliğine ve geçerlik tehditlerine yönelik alınan önlemlere değinilmiştir.

**3.7.1. İç geçerlik.** Deneysel desenlerde geçerliğe yönelik bazı tehditler, sonuçların deneysel işlemden kaynaklandığı sonucuna varmada bazı kuşkulara neden olabilmektedir (Creswell, 2013). Bu tehditlere yönelik alınacak önlemler deneysel işlem ya da bağımsız değişken dışındaki bazı faktörlerin sonuçlar üzerindeki etkisini azaltacak ve doğru sonuçlar elde edilmesini sağlayacaktır. Bu doğrultuda iç geçerliğe yönelik tehditlerden bir tanesi katılımcıların seçimidir (Büyüköztürk ve diğerleri, 2014, Creswell, 2013). Yapılan çalışmada uygulama sürecine katılan deney ve kontrol grupları var olan doğal gruplardan, rastlantısal olarak deney ve kontrol grubu olarak atanmıştır. Ayrıca grupların benzer özellikte olması için çaba gösterilerek deneklerin eşleştirmesi gerçekleştirilmiş ve iki grubun da benzer özellikte olmasına dikkat edilmiştir. İç geçerliğe yönelik bir diğer tehdit ise deneklerin olgunlaşmasıdır. Böyle bir durumla karşılaşılmaması için denekler yansız bir şekilde gruplara atanmış ve aynı yaştaki öğrencilerle (15 yaş grubu) çalışma gerçekleştirilmiştir. İç geçerliğe yönelik bir diğer tehdit ise katılımcı kaybı olarak karşımıza çıkmaktadır (Büyüköztürk ve diğerleri, 2014, Creswell, 2013). Yapılan çalışmada deneyin sonuna kadar katılımcı kaybı yaşanmamıştır.

İç geçerliğe yönelik bir diğer tehdit ise ölçme aracı olarak ifade edilmektedir (Büyüköztürk ve diğerleri, 2014, Creswell, 2013). Ön test ve son testte kullanılacak olan ölçme araçlarının farklılığı puanları etkileyebilir (Creswell, 2013). Gerçekleştirilecek testlerin farklı kişilerce verilmesi, farklı gözlemcilerin birey ya da objeleri değerlendirmesi geçerliliği etkileyebilir (Büyüköztürk ve diğerleri, 2014). Böyle durumlarla karşılaşmamak için çalışmada ön test, son test ve kalıcılık testlerinde aynı ölçme araçları kullanılmış, değerlendirmeler de aynı değerlendirmeciler tarafından gerçekleştirilmiştir. Ölçme aracından elde edilen verilerin değerlendirmeciler tarafından değerlendirmesinde tutarlığı sağlamaya yönelik problem çözme testi ve matematik okuryazarlık testi için cevap anahtarları ve puanlama rehberleri oluşturulmuştur (EK 5 ve EK 7). Bu doğrultuda üç değerlendirmeci tarafından gerçekleştirilen değerlendirme işlemlerinde değerlendirmeciler arası tutarlılık da ortaya konulmuştur. Ayrıca testler aynı kişi tarafından deney ve kontrol gruplarına uygulanmıştır.

İç geçerliği etkileyen bir diğer etken olarak ölçme durumları veya ön test etkisidir. Aynı testin katılımcılara belli aralıklarla uygulanması, katılımcıların test formuna ve içeriğine aşina olmalarını sağlayabilir. Bu durumda ön test, son test puanları üzerinde belli bir etki oluşturabilir (Büyüköztürk ve diğerleri, 2014). Bu durumu önleme adına araştırmacı testler arasındaki zaman aralığını uzun tutabilir (Creswell, 2013). Bu doğrultuda araştırmada uygulanan ön test ile son test arasında 6 haftalık bir süre bulunmaktadır. Ayrıca aynı testin belli aralıklarla katılımcılara uygulanmasından kaynaklanabilecek problemlerin tespitine ilişkin uygulanan testlerin hatırlanma veya ön testin uygulanan diğer teste etkisi test tekrar test yöntemiyle de kontrol edilerek testler arasındaki korelasyon incelenmiştir. Ölçme araçlarının uygulandığı zaman da, iç geçerliğe yönelik bir diğer tehdit olarak görülmektedir. Bu durumu ortadan kaldırmak için deney ve kontrol gruplarına uygulanan ön testler aynı hafta içinde, gruplara eşit süreler verilerek ve uygulamadan önce gerçekleştirilmiştir. Deney grubuyla problem çözme eğitimi tamamlandıktan sonraki hafta da ise gruplara eşit süreler verilerek son testler uygulanmıştır. Son testler uygulandıktan altı hafta sonra deney ve kontrol gruplarına kalıcılık testleri aynı hafta içerisinde eşit sürelerde uygulanmıştır.

**3.7.2. Dış geçerlik.** Deneyin katılımcılarının sınırlı özellikleri nedeniyle araştırmacı katılımcıların özelliklerine sahip olmayan bireyler hakkında genellemeler yapamaz (Creswell, 2013, s. 176) Bu doğrultuda çalışma Çanakkale İl Merkezindeki Milli Eğitim Bakanlığına bağlı bir ortaokulun sekizinci sınıfında öğrenim görmekte olan öğrencilerle gerçekleştirilmiştir. Dolayısıyla bu araştırmanın sonuçlarının benzer özellikler gösteren öğrenciler için genellenebilir nitelikte olduğu söylenebilir. Dış geçerliğe yönelik dikkat edilmesi gereken başka bir konu deneye katıldığını bilen katılımcıların deneysel koşullardaki davranışlarının farklılaşmasıdır (Büyüköztürk ve diğerleri, 2014). Bu durumdan hareketle yapılan çalışmada katılımcıların gerçekleştirilen deneysel araştırmadan haberdar olmamaları sağlanmıştır. Ayrıca deney grubuna verilen problem çözme stratejileri eğitimi “Matematik Uygulamaları” seçmeli dersinde gerçekleştirilmiştir. İlk dönemki bu derslerde öğrencilerle problem çözüldüğü bilgisi alınmıştır. Gerçekleştirilen uygulamada öğrencilerle problem çözme stratejilerine yönelik problemlerin çözümü gerçekleştirilmiştir. Bu açıdan da uygulamanın gerçekleştirildiği ders, ilk dönemdeki ders gibi problem çözümüyle yürütüldüğü için öğrencilere bir deneyin içerisinde olduğu fark ettirilmemiştir. Gerçekleştirilen uygulamalar öğrencilerin ders saati içerisinde kullandıkları sınıflarda ve haftanın aynı gün ve saat aralıklarında gerçekleştirilmiştir.

## 3.8. Verilerin Analizi

Araştırma kapsamında nicel ve nitel veriler toplanmıştır. Araştırmanın nicel verileri ön test, son test ve kalıcılık testi olarak uygulanan “Problem çözme testi” ve “Matematik okuryazarlık testi” ile toplanmıştır. Nitel veriler ise “Problem çözme testindeki” problemlerin çözümlerinden elde edilmiştir. Bu doğrultuda araştırmanın analizleri nicel ve nitel verilerin analizi şeklinde gerçekleştirilmiştir.

**3.8.1. Nicel verilerin analizi.** Öğrencilerin problem çözme stratejilerini kullanma düzeylerini belirlemek amacıyla geliştirilen “Problem Çözme Testi” kullanılmıştır. PÇT’den elde edilen veriler analiz edilerek öğrencilerin problem çözme stratejilerini kullanma düzeyleri belirlenmiştir. Deney ve kontrol gruplarına ön test, son test ve kalıcılık testi olarak uygulanan PÇT’den elde edilen cevap kâğıtları her bir problem için üç farklı değerlendirmeci tarafından problem çözme testi puanlama rehberi doğrultusunda (EK 5) ayrı ayrı değerlendirilerek boş ve yanlış cevaplar için “0”, doğru cevaplar için “1” şeklinde kodlanmıştır. Kodlamalar gerçekleştirilirken öğrencilerin probleme ilişkin çözüm süreci de dikkate alınmıştır. Nihai kod ise üç değerlendirmecinin en az ikisinin görüş birliğine göre belirlenmiştir. Örneğin bir problem için iki değerlendirmeci “0” olarak kodlanmış ise nihai olarak o problem “0” şeklinde değerlendirmeye alınmıştır. Yapılan kodlamalar sonucunda problemlerin yapılma oranları ve PÇT’den elde edilen puanlar belirlenerek öğrencilerin stratejileri kullanma düzeyleri ortaya konulmuştur.

Öğrencilerin matematik okuryazarlık başarı düzeyini belirlemek amacıyla “Matematik Okuryazarlık Testi” kullanılmıştır. Deney ve kontrol gruplarındaki öğrencilere ön test, son test ve kalıcılık testi olarak uygulanan MOT’dan elde edilen cevaplar PÇT’de olduğu gibi matematik okuryazarlık testi puanlama rehberine (EK 7) göre analiz edilerek boş ve yanlış cevaplar “0”, doğru cevaplar “1” olacak şekilde üç farklı değerlendirmeci tarafından kodlanmıştır. Nihai kod ise üç değerlendirmecinin en az ikisinin görüş birliğine göre belirlenmiştir. MOT’dan elde edilen verilerin analizleri doğrultusunda öğrencilerin matematik okuryazarlık başarı düzeyleri belirlenmiştir.

Araştırma problemlerinin cevaplanması için deney ve kontrol gruplarına ön test, son test ve kalıcılık testleri olarak uygulanan PÇT ve MOT’dan elde edilen veriler *Statistical Package for Social Sciences for Personal Computers (SPSS)* programına aktarılarak deney ve kontrol gruplarının ön test, son test ve kalıcılık testlerinden elde ettikleri puanlar arasında anlamlı farklılığın olup olmadığının belirlenmesi için istatistiksel analizler yapılmıştır. Analizler öncesinde normallik testi yapılmıştır. Bunun sebebi, “verilerin dağılımının o testin sayıltılarını karşılayıp karşılamadığını kontrol etmesi, sayıltıları karşılamıyorsa bir hataya düşmemek için alternatif testlerle sonuca gitmeye çalışılmasıdır” (Can, 2014, s. 81). Bir başka ifadeyle anlamlı farklılığın tespitini gerçekleştirmek için uygulanacak olan analizlerin parametrik veya parametrik olmayan analiz yöntemlerinden hangisinin uygulanacağına karar verilmesidir (Karasar, 2008; Büyüköztürk, 2013, Can, 2014). Veri gruplarının normal dağılım gösterip göstermediğinin belirlenmesinde birden fazla yöntemin bulunduğu söylenebilir (Can, 2014). Bu yöntemlerden bir tanesi normallik testleri olarak da ifade edilen Kolmogrov-Smirnov ve Shapiro Wilk testlerinin incelenmesidir (Büyüköztürk, 2013; Can, 2014; Kalaycı, 2006; Karasar, 2008). Veri gruplarının normal dağılım gösterip göstermediği belirlenirken gözlem sayısının 30'dan az olduğu durumlarda Shapiro Wilk testi, 30'dan fazla olduğu durumlarda ise Kolmogrov-Smirnov testi kullanılabilir (Can, 2013). Bu bilgiler doğrultusunda, yapılan çalışmada gözlem sayımız 30'dan az olduğu için veri gruplarının normal dağılım gösterip göstermediğinin belirlenmesinde Shapiro Wilk testi analizinden faydalanılmıştır.

*3.8.1.1. PÇT ve MOT verilerine göre deney ve kontrol grupları arasındaki anlamlı farklılığın incelenmesine ilişkin verilerin analizi.* Problem çözme stratejileri eğitimi verilen deney grubu ile geleneksel öğretim yönteminin uygulandığı kontrol grubunun problem çözme testi ve matematik okuryazarlık testi ön testleri, son testleri ve kalıcılık testlerine ilişkin anlamlı farklılığın belirlenmesinde normal dağılım gösteren veri grupları için parametrik analiz yöntemlerinden "İlişkisiz Örneklemler için T Testi", normal dağılım göstermeyen veri grupları için parametrik olmayan analiz yöntemlerinden "Mann Whitney U" analizi kullanılmıştır. İlişkisiz örneklemler için t testi "farklı gruplardan elde edilen veri değerlerinin ortalamaları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olup olmadığını belirlemek için yapılan parametrik test" olarak tanımlanmaktadır (Can, 2014, s. 115). Mann Whitney U analizi ise "iki ilişkisiz örneklemden elde edilen puanların birbirlerinden anlamlı bir şekilde farklılık gösterip göstermediğini test eder" (Büyüköztürk, 2013, s. 165).

PÇT ve MOT'dan elde edilen veriler doğrultusunda deney ve kontrol grubunun ön testleri, son testleri ve kalıcılık testleri arasında anlamlı farklılığın olup olmadığının belirlenmesinde gerçekleştirilen analizlere ilişkin özet tablo aşağıda sunulmuştur:

Tablo 19

*PÇT ve MOT verilerine göre deney ve kontrol grupları arasındaki anlamlı farklılığın incelenmesine yönelik gerçekleştirilen analizlerin özet tablosu*

| | PÇT | PÇT Stratejiler Açısından | MOT | MOT İçerik Alanları Açısından | MOT Matematik Okuryazarlık Düzeyleri Açısından |
|---|---|---|---|---|---|
| Ön Test | İlişkisiz Örneklemler için T Testi | Mann Whitney U | İlişkisiz Örneklemler için T Testi | Mann Whitney U | Mann Whitney U |
| Son Test | Mann Whitney U | Mann Whitney U | İlişkisiz Örneklemler için T Testi | İlişkisiz Örneklemler için T Testi ve Mann Whitney U | Mann Whitney U |
| Kalıcılık Testi | Mann Whitney U | Mann Whitney U | İlişkisiz Örneklemler için T Testi | İlişkisiz Örneklemler için T Testi ve Mann Whitney U | Mann Whitney U |

*3.8.1.2. PÇT ve MOT verilerine göre deney ve kontrol gruplarının ön test-sontest ve son test-kalıcılık testleri arasındaki anlamlı farklılığın incelenmesine ilişkin verilerin analizi.* Deney ve kontrol grubunun PÇT ve MOT'a göre ön test-son test ve son test-kalıcılık testleri arasında anlamlı fark olup olmadığının belirlenmesinde normal dağılım gösteren veri grupları için parametrik analiz yöntemlerinden "İlişkili Örneklemler için T Testi" analizi, normal dağılım göstermeyen veri grupları için ise parametrik olmayan analiz yöntemlerinden "Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi" kullanılmıştır. İlişkili (Bağımlı) örneklemler için t testi "Aynı veri kaynağı üzerinde art arda yapılan iki ölçüm sonucu elde edilen veri değerlerinin ortalamaları arasında istatiksel olarak anlamlı bir fark olup olmadığını belirmek için yapılan parametrik test" olarak tanımlanmıştır (Can, 2014, s. 136). Wilcoxon işaret testi ise, ilişkili iki ölçüm setine ait puanlar arasında istatistiksel olarak anlamlı olarak fark olup olmadığını belirlemek için kullanılan parametrik olmayan analiz yöntemidir (Büyüköztürk,2013).

PÇT ve MOT elde edilen veriler doğrultusunda deney ve kontrol gruplarının ön test-sontest ve son test-kalıcılık testleri arasındaki anlamlı farklılığın incelenmesine yönelik gerçekelştirilen analiz yöntemleri aşağıdaki tabloda sunulmuştur:

Tablo 20

*PÇT ve MOT verilerine göre deney ve kontrol gruplarının ön test-sontest ve son test-kalıcılık testleri arasındaki anlamlı farklılığın incelenmesine yönelik gerçekleştirilen analizlerin özet tablosu*

| | PÇT | PÇT Stratejiler Açısından | MOT | MOT İçerik Alanları Açısından | MOT Matematik Okuryazarlık Düzeyleri Açısından |
|---|---|---|---|---|---|
| Deney Grubu Ön Test- Son Test | Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi | Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi | İlişkili Örneklemler için T Testi | Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi | Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi |
| Deney Grubu Son Test- Kalıcılık Testi | Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi | Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi | İlişkili Örneklemler için T Testi | Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi | Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi |
| Kontrol Grubu Ön Test- Son Test | Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi | Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi | İlişkili Örneklemler için T Testi | Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi | Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi |
| Kontrol Grubu Son Test- Kalıcılık Testi | Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi | Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi | İlişkili Örneklemler için T Testi | Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi | Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi |

*3.8.1.3. Problem çözme stratejilerinin matematik okuryazarlığını yordama gücünün incelenmesine yönelik verilerin analizi.* Yapılan çalışmada problem çözme stratejilerinin matematik okuryazarlığını yordama gücü de araştırılmıştır. Bu doğrultuda öncelikle öğrencilerin PÇT puanları ile MOT puanları arasındaki korelasyon incelenmiştir.

Korelasyon iki veri grubu arasındaki ilişkinin yönü ve miktarını gösteren istatistiksel bir işlem olarak ifade edilmektedir (Can, 2014). “Korelasyon katsayısı ise iki değişken arasındaki ilişkinin miktarını bulup yorumlamak amacıyla kullanılır” (Büyüköztürk, 2013, s. 31). Korelasyon katsayısı -1 ile +1 arasında değer almakta ve bu değer ilişkinin gücünü ortaya koymaktadır. Pearson momentler çarpımı korelasyon analizinden doğru sonuçlar elde edilebilmesi açısından iki önemli koşulun sağlanması gerekmektedir (Büyükzötürk, 2013, Can, 2014): 1- Veri grupları normal dağılım göstermesi, 2-Veri çiftlerini oluşturan verilerin birbirinden bağımsız olması ve sürekli bir dağılım sergilemesi gerekir. Hesaplanan korelasyon katsayısı; kuvvet, yön, açıklanan varyans, istatistiksel anlamlılık ve pratik anlamlılık olarak değişik açılardan yorumlanabilir (Büyüköztürk, 2013).

Deney ve kontrol grubundaki toplam öğrenci sayısı (n=42) 30'dan fazla olduğu için normallik incelemesi Kolmogrov-Smirnov testiyle gerçekleştirilmiştir. Problem çözme stratejileri ile matematik okuryazarlığı arasındaki ilişkinin belirlenmesinde normal dağılım gösteren veri grupları için parametrik analiz yöntemlerinden "Pearson Momentler Çarpımı Korelasyon" (Basit Doğrusal Korelasyon) analizi, normal dağılım göstermeyen veri grupları için ise "Spearman Brown Sıra Farkları Korelasyon" analizinden yararlanılmıştır. Aşağıdaki tabloda gerçekleştirilen korelasyon analizlerine yönelik özet tablo sunulmuştur:

Tablo 21

PÇT ile MOT arasındaki ilişki düzeyinin belirlenmesine yönelik gerçekleştirilen korelasyon analizlerinin özet tablosu

| PÇT ve MOT Testleri | Korelasyon Analizi |
|---|---|
| Ön Testler | Spearman Brown Sıra Farkları Korelasyon Analizi |
| Son Testler | Spearman Brown Sıra Farkları Korelasyon Analizi |
| Kalıcılık Testleri | Pearson Momentler Çarpımı Korelasyon |

Problem çözme puanlarının matematik okuryazarlık puanlarının anlamlı bir yordayıcısı olup olmadığının belirlenmesinde regresyon analizinden faydalanılmıştır. Regresyon analizi aralarında ilişki olan iki ya da daha fazla değişkenden birinin bağımlı değişken, diğerinin bağımsız değişken olarak ayırımı ile aralarındaki ilişkinin bir matematiksel eşitlik ile açıklama süreci olarak ifade edilmektedir (Büyüköztürk, 2013, s. 91). Regresyon analizi ile bağımsız değişkenin bağımlı değişkeni ne şekilde etkilediği, bağımlı değişkenin üzerindeki değişimin ne kadarının bağımlı değişkenden kaynaklandığı, bağımsız değişkenin alacağı değerler doğrultusunda bağımlı değişkenin değerinin ne olacağı belirlenmeye çalışılır (Can, 2014, s. 264). Regresyon analizinin doğru sonuçlar verebilmesi için bağımlı ve bağımsız değişkenlerin normal dağılım göstermesi, değişkenler arasında ilişki olması gerekmektedir (Can, 2013). Basit doğrusal regresyon analizi gerçekleştirilmeden önce bu şartlar kontrol edilmiştir. Kalıcılık testlerine göre verilerin normal dağılım gösterdiği ($p_{PÇTkalıcılık}$=0,110, $p_{MOTkalıcılık}$=0,110, p>0,05) belirlenerek, kalıcılık testleri doğrultusunda basit doğrusal regresyon analizi gerçekleştirilerek değişkenler arasında ilişki olduğu ortaya konulmuştur.

*3.8.1.4. Deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin matematik okuryazarlık düzeylerinin belirlenmesine yönelik verilerin analizi.* Çalışmada deney ve kontrol grubu öğrencilerinin matematik okuryazarlık düzeyleri de belirlenmiştir. Deney ve kontrol grubundaki 15 yaş grubu (sekizinci sınıf) öğrencilerin matematik okuryazarlık düzeyleri belirlenirken PISA 2003 (EARGED, 2005) ve PISA 2012 (OECD, 2013a) sınavlarında belirlenen matematik okuryazarlık düzeylerine ilişkin puanlar ve Uysal ve Yenilmez'in (2011) çalışmalarında uyguladığı matematik okuryazarlık testinde öğrencilerin matematik okuryazarlık düzeylerini belirlemek için ortaya koyduğu puan aralıkları incelenmiştir. Düzeyler için belirlenen puan aralıklarının sabit aralıklı olduğu görülmüştür. Bu doğrultuda PISA 2003 (EARGED, 2005), PISA 2012 (OECD, 2013a) ve Uysal ve Yenilmez (2011) tarafından öğrencilerin matematik okuryazarlık düzeylerini belirlemek için ortaya konulan puan aralıkları dikkate alınarak yapılan çalışmada öğrencilerin matematik okuryazarlık düzeylerini belirlemek amacıyla MOT'dan 24 tam puan üzerinden alınan puanların düzey aralıkları aşağıdaki gibi belirlenmiştir:

1. Düzey 0-4 puan
2. Düzey 5-8 puan
3. Düzey 9-12 puan
4. Düzey 13-16 puan
5. Düzey 17-20 puan

6. Düzey 21-24 puan

Ayrıca bu şekilde bir puan aralığının belirlenmesinde her bir düzeyde 4 problemin olması da etkili olmuştur.

**3.8.2. Nitel verilerin analizi.** Araştırmanın nitel verileri, problem çözme strateji eğitimi verilen deney grubuna son test olarak uygulanan problem çözme testinden elde edilmiştir. Deney grubundaki öğrencilerin PÇT son testindeki problemlere verdiği yanıtlar betimsel analiz yöntemleri kullanılarak analiz edilmiştir. Deney grubundaki öğrencilerin PÇT son testine ilişkin cevap kağıtları, veri analizlerini kontrol etme, yapılacak olan kodlamaları gözden geçirme ve verilerin analizi sürecinde araştırmacıya gerekli esnekliği sağlaması adına taratılarak bilgisayar ortamına aktarılmıştır (Yıldırım & Şimşek, 2008, s. 251). Daha sonra öğrencilerin cevaplarını değerlendirmek üzere veriler 2 alan uzmanına gönderilmiştir. Araştırmacıyla beraber süreç becerileriyle ilgili çalışmaları bulunan 2 alan uzmanı (1 Prof. Dr., 1 Doktora Öğrencisi) olmak üzere 3 araştırmacı tarafından öğrencilerin problemlerine ilişkin çözümler içerik analizi yöntemiyle analiz edilmiştir. Araştırmacılar deney grubundaki öğrencilerin PÇT son testindeki çözümlerinin her birini formüle etme, yürütme, yorumlama-değerlendirme süreçlerini içerip içermemesine göre değerlendirmek üzere içerik analizi gerçekleştirmiştir. Öğrenci cevapları formüle etme (1), yürütme (2), yorumlama-değerlendirme (3) şeklinde kodlanarak analiz edilmiştir.

Nitel veri analizinin güvenirliği için güvenirlik formülü (Güvenirlik: Görüş Birliği / Görüş Birliği+Görüş Ayrılığı X 100) hesaplanmıştır (Miles & Huberman, 1994). Bu formüle göre iki veya daha fazla uzman tarafından belirlenen kodlar doğrultusunda veriler kodlanarak analiz edilir. Yapılan kodlamalar sonucunda araştırmacılar arasında görüş birliğine varılan ve görüş ayrılığına düşülen kodlar belirlenerek uzmanların görüşleri arasındaki uyum oranı ortaya konulmaktadır. Birden fazla uzmanın ortaya çıkan kodlama benzerliği ve farklılığı karşılaştırılarak bir kodlama yüzdesi elde edilir. Bu yüzdenin en az %70 düzeyinde olması beklenmektedir (Yıldırım & Şimşek, 2008). Üç farklı uzman tarafından yapılan değerlendirme sonucunda araştırmacıların görüş birliğine ve görüş ayrılığına varılan kodlar belirlenerek güvenirlik yüzdesi hesaplanmış ve bulgularda sunulmuştur.

# 4. Bölüm

# Bulgular ve Yorum

Bu araştırmada, problem çözme stratejilerinin süreç becerilerine göre sınıflandırılması, problem çözme stratejileri eğitiminin problem çözme stratejilerini kullanma ve matematik okuryazarlık düzeylerine etkisi ve problem çözme stratejileri ile matematik okuryazarlığı arasındaki ilişkinin incelenmesi amaçlanmıştır. Bu amaçlar doğrultusunda öğrencilerin problem çözme stratejilerini kullanma düzeylerini belirlemek amacıyla “Problem Çözme Testi”, matematik okuryazarlık düzeylerini belirlemek amacıyla “Matematik Okuryazarlık Testi” geliştirilmiştir. Bu bölümde, araştırma problemlerini cevaplandırmak amacıyla uygulanan ölçeklerden elde edilen veriler, uygun istatistiksel teknikler kullanılarak analiz edilmiş, alt problemlere göre bulgular sunulmuş ve yorumlanmıştır.

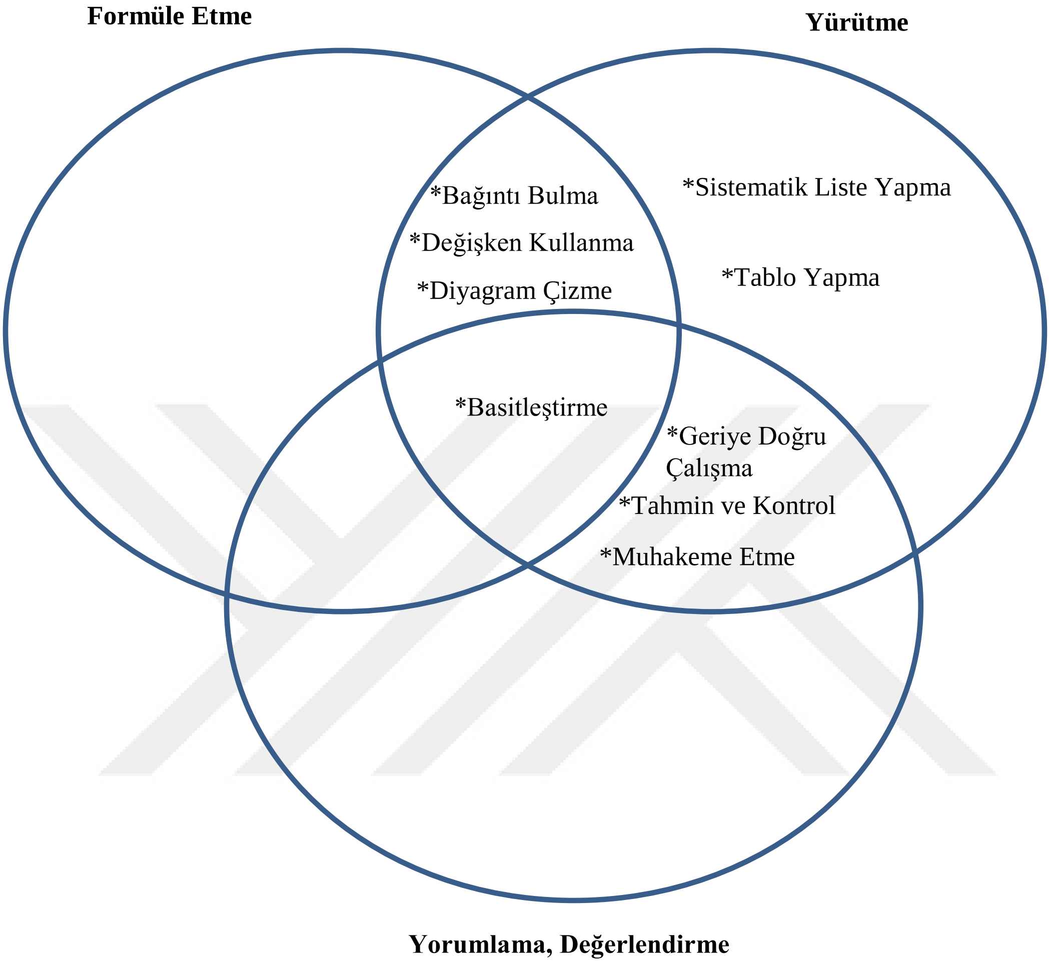
## 4.1. Problem çözme stratejilerinin matematiksel süreç becerilerine göre sınıflandırılmasına ilişkin bulgular ve yorum

Problem çözme stratejilerinin süreç becerilerine (formüle etme, yürütme ve yorumlama, değerlendirme) göre sınıflandırılmasında, problem çözme stratejileri eğitimi verilen deney grubu öğrencilerinin PÇT son testlerine ilişkin çözümleri, içerik analiz yöntemi kullanılarak 3 uzman tarafından analizi gerçekleştirilmiştir.

Yapılan analizler sonucunda “Sistematik Liste Yapma”, “Tahmin ve Kontrol”, “Diyagram Çizme”, “Bağıntı Bulma”, “Değişken Kullanma”, “Basitleştirme”, “Geriye Doğru Çalışma”, “Tablo Yapma” ve “Muhakeme Etme” stratejileri, formüle etme, yürütme ve yorumlama, değerlendirme süreçleri açısından sınıflandırılmıştır. Gerçekleştirilen içerik analizleri doğrultusunda problem çözme stratejilerinin matematiksel süreç becerilerine göre Şekil 3’te ortaya konulan sınıflandırmada yer aldıkları belirlemiştir:

Şekil 3

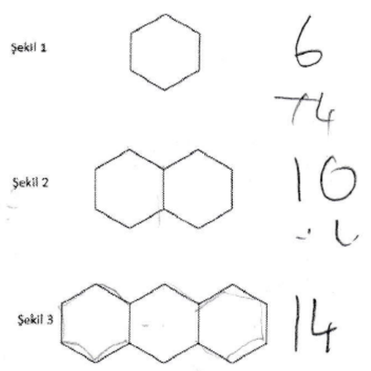
*Problem çözme stratejilerinin matematiksel süreç becerilerine göre sınıflandırılması*




Gerçekleştirilen içerik analizi sonucunda "Bağıntı Bulma", "Değişken Kullanma" ve "Diyagram Çizme" stratejilerinin hem formüle etme hem de yürütme süreçlerini içerdiği, "Sistematik Liste Yapma" ve "Tablo Yapma" stratejilerinin ise sadece yürütme sürecini içerdiği, "Geriye Doğru Çalışma", "Tahmin ve Kontrol" ve "Muhakeme Etme" stratejilerinin ise hem yürütme hem de yorumlama, değerlendirme süreçlerini içerdiği ortaya konulmuştur. "Basitleştirme" stratejisinin ise formüle etme, yürütme ve yorumlama, değerlendirme stratejilerinin tümünü içerdiği sonucuna ulaşılmıştır.

**4.1.1. Formüle etme sürecini içeren problem çözme stratejilerine ilişkin bulgular.** Deney grubundaki öğrencilerin PÇT son testleriyle gerçekleştirilen içerik analizi doğrultusunda formüle etme sürecini içeren stratejilerin “Bağıntı Bulma”, “Değişken Kullanma”, “Diyagram Çizme” ve “Basitleştirme” stratejileri olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Formüle etme sürecini içeren stratejilerden “Bağıntı Bulma”, “Değişken Kullanma” ve “Diyagram Çizme” stratejilerinin aynı zamanda yürütme sürecini, “Basitleştirme” stratejisinin ise formüle etme, yürütme ve yorumlama, değerlendirme süreçlerini içerdiği sonucuna ulaşılmıştır. Aşağıda formüle etme sürecine ilişkin gerçekleştirilen sınıflandırmaya yönelik gerekçeler ve ilgili stratejinin problemi ve örnek olarak öğrenci cevapları sunulmuştur:

**Bağıntı Bulma:** EK 4’de verilen PÇT’deki “Merdiven Yapımı” ve “Altıgen Birleştirme” problemleri bağıntı bulma stratejisiyle çözülebilen problemlerdir. Bu problemlere yönelik gerçekleştirilen içerik analizi sonucunda öğrencilerin problemlerin çözümünde “Formüle Etme” sürecini kullandıkları görülmüştür. Üç farklı uzmanın bu problemler için değerlendirmelerindeki uyum yüzdesi ise %75,7 olarak hesaplanmıştır. Aşağıda örnek olarak bir öğrencinin “Altıgen Birleştirme” problemine ilişkin çözümü ve bu çözümün hangi gerekçelerle “Formüle Etme” sürecini içerdiğine ilişkin bilgiler sunulmuştur:


ALTIGEN BİRLEŞTİRME

13) Şekil 1’de verilen düzgün altıgenin bir kenarının uzunluğu 1 cm dir. Şekil 2’de yan yana birleştirilen iki altıgenin çevresinin uzunluğu ise 10 cm, şekil 3’teki yan yana birleştirilen 3 altıgenin çevresinin uzunluğu ise 14 cm dir. Eğer biz 7 tane altıgeni şekillerde gösterildiği gibi birleştirseydik oluşan şeklin kenar uzunluğu kaç cm olurdu?

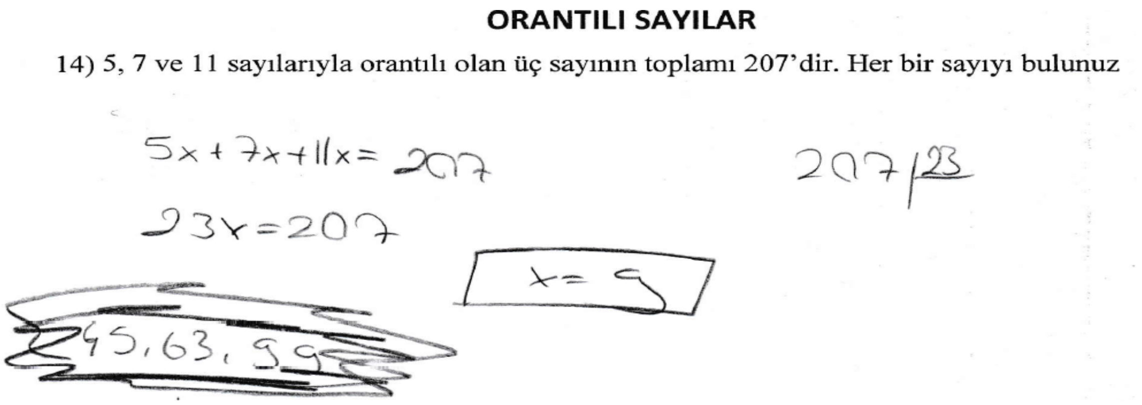


4n + 2
7
28 + 2
30

Altıgen birleştirme problemi "Bağıntı Bulma" stratejisini gerektiren bir problemdir. Deney grubundaki "D6" öğrencisinin bu probleme ilişkin cevabı incelendiğinde; şekil 1, şekil 2 arasındaki artışın "+4", şekil 2 ve şekil 3 arasındaki artışın "+4" olduğunu fark ettiği görülmektedir. Bu çözüm şekline göre öğrencinin "problem durumundaki düzen, ilişki ve örüntüleri içeren matematiksel yapıları fark ettiği" söylenebilir. Bu aşamada öğrencinin formüle etme süreç becerisini kullandığı düşünülmektedir Dolayısıyla öğrencinin bu cevabının "Formüle Etme" sürecini içerdiği görülmektedir. Ayrıca problemin çözümünde öğrencinin şekil 1'in çevresinin 6, şekil 2'nin çevresinin 10 ve şekil 3'ün çevresinin 14 olduğundan hareketle bir genellemeye ulaştığı görülmüştür. Bir başka ifadeyle, matematiksel süreçlerden elde ettiği sonuçlara bağlı olarak bir genellemede (4n+2) bulunulmuştur. Bu açıdan da problemin çözümünde yürütme sürecine başvurulduğu söylenebilir.

Genel olarak bağıntı bulma stratejisinin formüle etme sürecini içermesine yönelik nedenleri incelediğimizde;  formüle etme süreci içerisinde "problemlerde düzen ilişki ve örüntüleri içeren yapıları fark eder" davranışı yer almaktadır. Bağıntı bulma problemleri içerisinde örüntüleri barındırması ve problemlerin çözümünde bu örüntülerin fark edilmesi gerekir. Bu durumda bağıntı problemleri bir formüle etme sürecini içermektedir. Ayrıca yürütme sürecinde "matematiksel süreçlerden elde ettiği sonuçlara bağlı olarak genelleme yapar" davranışı yer almaktadır. Bu doğrultuda, bağıntı bulma stratejileriyle ilgili olan problemlerin çözümü, keşfedilen örüntüden hareketle bir genelleme yapma sürecini gerektirebilir. Eğer bağıntı bulma probleminin çözümünde bir genellemede bulunulursa "Yürütme" becerisinin bu genelleme sürecinde işe koşulduğu söylenebilir.

**Değişken Kullanma:** PÇT'deki "Bisiklet Sürücüsü Kübra" ve "Orantılı Sayılar" problemleri "Değişken Kullanma" stratejisiyle çözülebilen problemlerdir. Bu problemlerin "Formüle Etme" sürecini içerdiği bulgusuna ulaşılmıştır. Problemlere ilişkin içerik analizlerindeki üç uzman arasındaki uyum yüzdesi %71,8 olarak hesaplanmıştır. Aşağıda örnek olarak "Orantılı Sayılar" probleminin çözümüne yönelik bir örnek ve çözüm sürecine ilişkin değerlendirmelere yer verilmiştir:



**ORANTILI SAYILAR**

14) 5, 7 ve 11 sayılarıyla orantılı olan üç sayının toplamı 207'dir. Her bir sayıyı bulunuz

$5x+7x+11x=207$

$23x=207$

$207 | 23$

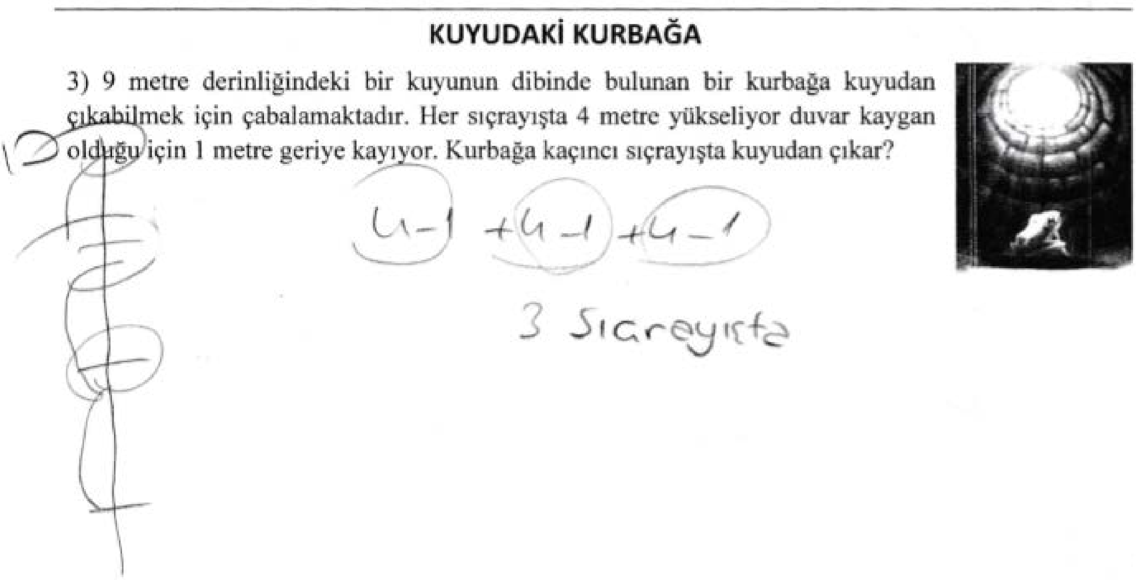
$\boxed{x=9}$

45, 63, 99

Orantılı sayılar problemi "Değişken Kullanma" stratejisinin işe koşulduğu bir problemdir. "D14" öğrencisinin probleme ilişkin çözümü incelendiğinde, probleme yönelik matematiksel bir yapının kurulduğu (5x+7x+11x=207) görülmektedir. Ayrıca problemin çözümünde öğrencinin temel matematiksel bilgi ve becerilerinin ortaya çıktığı ve formüle edilen problemin çözüme kavuşturulduğu görülmektedir. Bu doğrultuda problemin "Formüle Etme" sürecini içerdiği söylenebilir. Bu bilgilere ek olarak, öğrencinin denklem çözme sürecinde de bulunduğu ve matematiksel yapılardan bilgi çıkarımını da gerçekleştirdiği görülmektedir. Bu durumlar göz önüne alındığında öğrencinin aynı zamanda yürütme sürecini de işe koştuğu söylenebilir.

Genel olarak değişken kullanma stratejisinin formüle etme sürecini içermesine yönelik nedenler incelendiğinde; formüle etme süreci "Bir durumu, uygun değişkenleri, sembolleri, diyagramları ve standart modelleri kullanarak matematiksel olarak gösterir" davranışını içermektedir. Değişken kullanma problemlerinde verilenler değişkenler kullanılarak matematiksel ortama aktarılabilir. Bir başka ifadeyle, bir durum matematiksel ifadeler kullanılarak matematiksel dile ve görünüme dönüştürülebilir. Bu doğrultuda, değişken kullanma problemlerinin "Formüle Etme" sürecini içerdiği düşünülmektedir. Ayrıca, yürütme süreci denklem çözme, aritmetik toplam alma gibi davranışları barındırmaktadır. Bu bakımdan da değişken kullanma problemlerinin aynı zamanda bir denklem çözme sürecini de içerdiği düşünüldüğünde, bu problemlerin bir yürütme sürecini içerisinde barındırdığı da söylenebilir.

**Diyagram Çizme:** PÇT'deki "Kuyudaki Kurbağa" ve "Oyuncak Tren" problemleri diyagram çizme stratejisi problemleri olarak karşımıza çıkmaktadır. Uzmanlar tarafından gerçekleştirilen içerik analizleri sonucunda bu problemlerin çözümünde "Formüle Etme" ve "Yürütme" sürecinin işe koşulduğu bulgusuna ulaşılmıştır. Uzmanların değerlendirmeleri arasındaki uyum %90 olarak hesaplanmıştır. Aşağıda diyagram çizme stratejisinin kullanıldığı "Kuyudaki Kurbağa" probleminin çözümüne yönelik öğrenci cevabını içeren örnek ve problemin hangi gerekçelerden dolayı "Formüle Etme" ve "Yürütme" süreçlerini içerdiğine ilişkin açıklamalar sunulmuştur:



**KUYUDAKİ KURBAĞA**

3) 9 metre derinliğindeki bir kuyunun dibinde bulunan bir kurbağa kuyudan çıkabilmek için çabalamaktadır. Her sıçrayışta 4 metre yükseliyor duvar kaygan olduğu için 1 metre geriye kayıyor. Kurbağa kaçıncı sıçrayışta kuyudan çıkar?

4-1 +4-1 +4-1

3 Sıcrayısta

"D18" öğrencisinin "Kuyudaki Kurbağa" problemine ilişkin çözümü incelendiğinde; öğrencinin problemi çözebilmek için öncelikle bir çizim gerçekleştirdiği ve yönerge doğrultusunda işlemleri gerçekleştirdiği görülmektedir. Öğrecinin dikey olarak çizdiği şekilden hareketle çıkarımda bulunarak "4-1" olan matematiksel örüntü içeren yapıyı fark ettiği ve bu doğrultuda çözüme ulaştığı görülmektedir. Öğrencinin çözüm için bir diyagram çizerek bu diyagramdan matematiksel örüntü ve yapıyı fark etmesi problemin çözümünde "Formüle Etme" sürecinin işe koşulduğunu göstermektedir. "Formüle Etme" sürecinin "Bir durumu, uygun değişkenleri, sembolleri, diyagramları ve standart modelleri kullanarak matematiksel olarak gösterme" ve "problemdeki ilişki ve örüntü içeren yapıyı fark etme" davranışlarını içerisinde barındırdığı düşüldüğünde de diyagram çizme problemlerinin bir formüle etme sürecini içerdiği söylenebilir. Kuyudaki kurbağa probleminin çözümünde öğrencinin oluşturduğu "4-1" şeklindeki yapı üzerinden çıkarımlarda bulunarak problemi çözüme kavuşturması da "yürütme" becerisinin işe koşulduğu süreç olarak görülebilir. Öğrencinin çözüm bulma sürecinde diyagram oluşturarak problemi farklı açılardan değerlendirdiği, problemde ifade edilen matematiksel kuralları uyguladığı da söylenebilir.

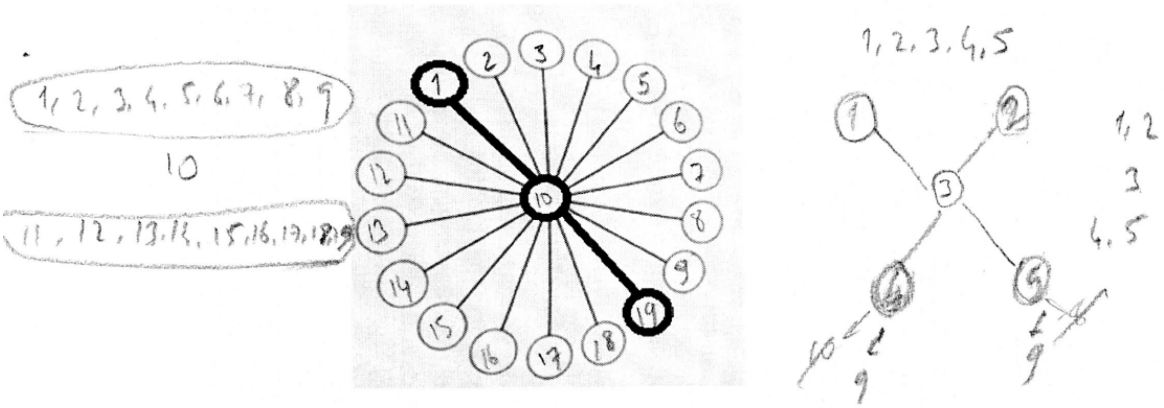
Genel olarak diyagram çizme stratejisinin formüle etme sürecini içerisinde barındırmasının nedenleri şu şekilde açıklanabilir: Diyagram çizme stratejisinin işe koşulmasını gerektiren bir problemin çözümünde, diyagramlar çizilerek problemin farklı bir gösterimi ortaya konulmaktadır. Formüle etme sürecinin "Bir durumu, uygun değişkenleri, sembolleri, diyagramları ve standart modelleri kullanarak matematiksel olarak gösterir" davranışını içerisinde barındırması ve diyagram çizme problemlerinin verilen bir problemi matematiksel ortama aktarmada farklı model ve diyagramların oluşturmasını gerektirdiği için "Formüle Etme" sürecini içerdiği düşünülmektedir. Ayrıca "Yürütme" sürecinde sergilenen davranışlar arasında "Matematiksel diyagram, grafik ve yapıları oluşturur ve bunlardan matematiksel bilgi çıkarır" davranışı bulunmaktadır. Diyagram çizme problemlerinde matematiksel diyagramların oluşturulması ve bu diyagramlar üzerinde çıkarımlarda bulunularak problemlerin çözümün gerçekleştirilmesi, bu tür problemlerin çözümünün "Yürütme" sürecini de içerdiği düşüncesini desteklemektedir.

**Basitleştirme:** PÇT'deki "Ayşe'nin Kutuları" ve "Daire Doldurma" basitleştirme stratejisinin işe koşulduğu problemlerdir. Bu problemlerin formüle etme sürecini içerdiği bulgusuna ulaşılmıştır. Problemlerin çözüm sürecinde formüle etmeyi içerdiğine ilişkin gerçekleştirilen içerik analizlerindeki uzman değerlendirmeleri için hesaplanan uyum yüzdesi

%76,5'tir. Aşağıda "Daire Doldurma" probleminin çözümüne yönelik bir öğrencinin çözüm yöntemi ve bu yöntemin hangi durumlardan dolayı formüle etme sürecini içerdiğine yönelik bilgiler sunulmuştur:

**DAİRE DOLDURMA**

15) 1'den 19'a kadar olan sayıları aşağıda verilen 19 dairenin içerisine öyle bir yerleştirin ki bir doğrultudaki her 3 sayının toplamı aynı sonucu versin. (Şekilde koyu olarak işaretlenenler bir doğrultuyu ifade etmektedir.)




"D10" öğrencisinin daire doldurma problemine ilişkin cevabı incelendiğinde; öncelikle öğrencinin problemi daha kolay analiz edebilmek için kendi oluşturduğu daha basit bir şekil üzerinden işlemi gerçekleştirdiği görülmektedir. Başka bir deyişle, matematiksel analiz yapabilmek için problemin daha basit bir yapısının oluşturulduğu söylenebilir. Basitleştirme işleminde "Formüle Etme" sürecinin kullanıldığı söylenebilir. Öğrencinin basitleştirdiği yapıda 1'den 5'e kadar olan sayıların nasıl yerleştirileceğini keşfederek ana problemdeki sayıları bu doğrultuda yerleştirdiği düşünülmektedir. Basitleştirdiği yapıdan probleme yönelik çıkarım aşamasında ise öğrencinin "Yürütme" sürecini kullandığı söylenebilir. Öğrencinin kendi oluşturduğu daha basit modelde matematiksel çözümün makul olup olmadığını değerlendirdiği, bir başka ifadeyle basit olarak oluşturduğu modelden bir takım sonuçlar ürettiği ve daha sonra bu sonuçları değerlendirerek ana problemin çözümünde kullandığı görülmektedir. Bu durum dikkate alındığında, problemin çözümünde "Yorumlama, Değerlendirme" sürecinin de işe koşulduğu düşünülmektedir.

Genel olarak basitleştirme stratejisinin içerdiği süreçlere ilişkin nedenler incelendiğinde; basitleştirme stratejisine yönelik problemlerin çözümü, durumların verilenden daha basit olarak sadeleştirilmesini gerektirebilir. Formüle etme sürecine ilişkin davranışlar arasında "matematiksel analiz yapabilmek için durumların sadeleştirilmesi" yer almaktadır. Bu doğrultuda, basitleştirme problemlerinin bir formüle etme sürecini içerdiği söylenebilir. Ayrıca, basitleştirme stratejisinin işe koşulduğu problemlerin çözümünde bir bağlam içerisindeki problemin benzer ve daha basit bir yapısı kurularak problem basitleştirilir. Basitleştirilen problemin çözümünden yola çıkarak asıl probleme ilişkin değerlendirmelerde bulunulabilir. Bu çözüm süreci içerisinde daha basit ve benzer bir yapının kurulmasının yürütme sürecini, bu yapıdan çıkarımlarda bulunarak asıl probleme ilişkin çözümlerin gerçekleştirilmesinin ise yorumlama, değerlendirme sürecini gerektirdiği düşünülmektedir.

**4.1.2. Yürütme sürecini içeren problem çözme stratejilerine ilişkin bulgular.** Üç uzman tarafından gerçekleştirilen içerik analizi sonucunda; "Sistematik Liste Yapma" ve "Tablo Yapma" stratejilerinin sadece yürütme sürecini içerdiği gözlemlenirken, "Bağıntı Bulma", "Değişken Kullanma" ve "Diyagram Çizme" stratejilerinin ise hem yürütme hem de formüle etme süreçlerini içerdiği ortaya konulmuştur. "Geriye Doğru Çalışma", "Tahmin ve Kontrol" ve "Muhakeme Etme" stratejilerinin ise, hem yürütme hem de yorumlama, değerlendirme süreçlerini içerdiği belirlenirken, "Basitleştirme" stratejisinin ise yürütme, formüle etme ve yorumlama, değerlendirme süreçlerini içerdiği sonucuna ulaşılmıştır. Bu bölümün devamında yürütme sürecini içeren stratejilere ilişkin problemler, problemlerin çözümüne yönelik öğrencilerin cevap örnekleri ve problemlerin hangi gerekçelerden dolayı yürütme sürecini içerdiğine ilişkin açıklamalara yer verilmiştir.

**Sistematik Liste Yapma:** PÇT'deki "Hacker" ve "Atış Levhası" problemleri sistematik liste yapma stratejisiyle çözülebilen problemlerdir. Bu problemlerin çözümünde yürütme sürecinin işe koşulduğu belirlenmiştir. Üç uzman tarafından gerçekleştirilen içerik analizi sonucunda uzmanlar arasındaki uyum %100 olarak hesaplanmıştır. Aşağıda bu problemlere ilişkin öğrencilerin problemlerin çözümüne ilişkin cevapları örnek olarak sunularak bu çözümlerin hangi durumlardan dolayı “ Yürütme” sürecini içerdiğine ilişkin açıklamalarda bulunulmuştur:

**HACKER**

1) Bir bilgisayar programındaki şifreyi çözmek isteyen hacker, şifrelerin 8 tek sayı kullanılarak 20 sayısının elde edilmesini sağlayan sayı gruplarının olduğunu keşfediyor. 8 tek sayı kullanarak 20’nin elde edilmesini sağlayan tüm şifreler nelerdir?

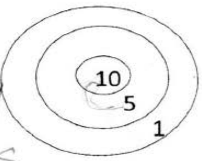
1 1 1 1 1 1 1 13
1 1 1 1 1 1 3 11
1 1 1 1 1 1 7 7
1 1 1 1 1 1 5 9
1 1 1 1 1 3 3 9
1 1 1 1 1 3 5 7

1 1 1 1 1 5 5 5
1 1 1 1 3 3 3 7
1 1 1 1 3 3 5 5
1 1 1 3 3 3 3 5
1 1 3 3 3 3 3 3

“Hacker” problemi sistematik liste yapma stratejisiyle çözülebilen bir problemdir. “D4” öğrencisinin probleme yönelik çözümü incelendiğinde; öğrencinin olası bütün durumları listelediği, dikkatli ve sistemli bir sıralama gerçekleştirdiği görülmektedir. Ayrıca, öğrencinin problemde belirtilen 8 tek sayı kuralı doğrultusunda matematiksel varsayımlara dayalı bir akıl yürütme gerçekleştirdiği, çözüm bulmak için matematiksel kuralları göz önüne alarak, matematiksel dünyada çıkarımlarda bulunarak bir sonuca ulaştığı görülmektedir. Bu durumlar dikkate alındığında bu problemin çözümünde “Yürütme” sürecinin işe koşulduğu söylenebilir.

**ATIŞ LEVHASI**

10) Şekildeki atış levhasına üç atış yapan bir kişi her seferinde hedefleri vurduğuna göre kaç değişik toplam puan elde etmiş olur?



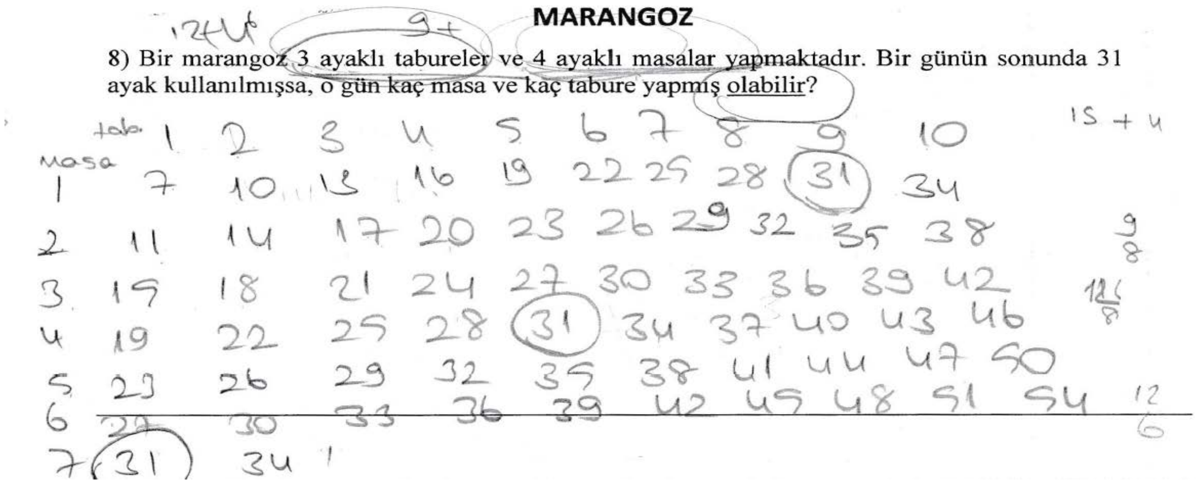

10-10-10=30
10-5-5=20
10-5-1=16
5-5-5=15
5-5-1=11
5-1-1=7
1-1-1=3

(10-10-1=21
10-10-5=25
(10-1-1=22

10 tane

“Atış Levhası” problemine ilişkin “D1” öğrencisinin çözümü incelendiğinde, öğrencinin sistemli bir şekilde öncelikle ilk atışta 10’un gelebileceği, daha sonra 5 ve 1’in gelebileceği durumları listelediği görülmektedir. “Hacker” probleminin çözümünde olduğu gibi bu problem için de öğrencilerin matematiksel varsayımlardan yola çıkarak mantıklı çıkarımlarda bulundukları ve bu doğrultuda “Atış Levhası” probleminin çözümünde yürütme sürecini işe koşarak cevaba ulaştıkları söylenebilir. Dolayısıyla sistematik liste yapma stratejisiyle çözülebilen bu problemin yürütme sürecini gerektirdiği görülmektedir.

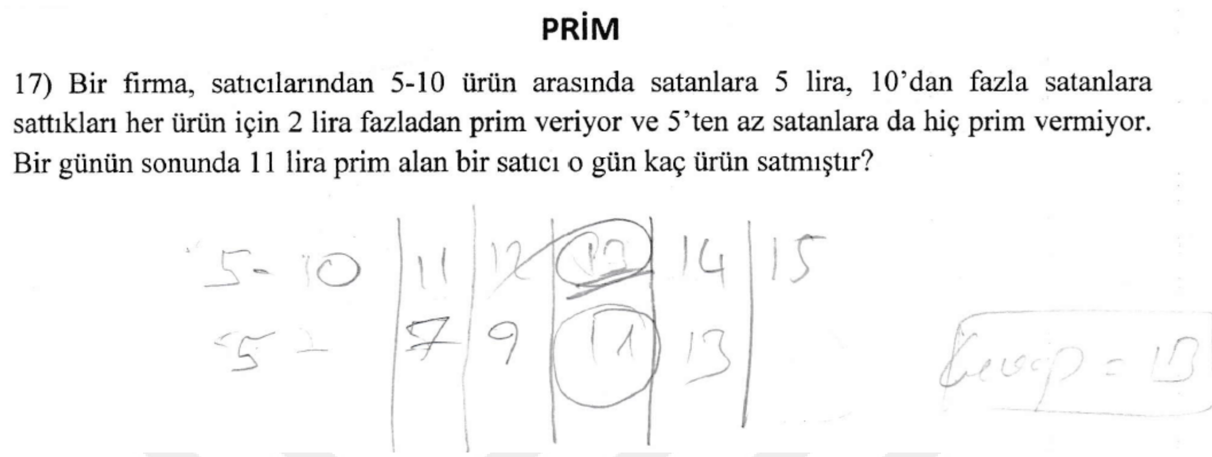
**Tablo Yapma:** PÇT’deki “Marangoz” ve “Prim” problemleri tablo yapma stratejisini gerektiren problemler olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu problemlerin çözümünde “Yürütme” sürecinin kullanıldığı sonucuna ulaşılmıştır. Uzmanların içerik analizi sonucunda tablo yapma problemlerindeki uzman değerlendirmeleri arasındaki uyum %77,8 olarak hesaplanmıştır. Aşağıda “Marangoz” ve “Prim” problemlerine ilişkin öğrenci cevaplarından birer örnek sunularak bu problemlerin hangi gerekçelerden dolayı “Yürütme” sürecini gerektirdiğine ilişkin açıklamalarda bulunulmuştur:


MARANGOZ

8) Bir marangoz 3 ayaklı tabureler ve 4 ayaklı masalar yapmaktadır. Bir günün sonunda 31 ayak kullanılmışsa, o gün kaç masa ve kaç tabure yapmış olabilir?

| Masa \ tab. | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 7 | 10 | 13 | 16 | 19 | 22 | 25 | 28 | 31 | 34 |
| 2 | 11 | 14 | 17 | 20 | 23 | 26 | 29 | 32 | 35 | 38 |
| 3 | 15 | 18 | 21 | 24 | 27 | 30 | 33 | 36 | 39 | 42 |
| 4 | 19 | 22 | 25 | 28 | 31 | 34 | 37 | 40 | 43 | 46 |
| 5 | 23 | 26 | 29 | 32 | 35 | 38 | 41 | 44 | 47 | 50 |
| 6 | 27 | 30 | 33 | 36 | 39 | 42 | 45 | 48 | 51 | 54 |
| 7 | 31 | 34 | | | | | | | | |

Tablo yapma stratejisi ile çözümü gerçekleştirilen “Marangoz” problemine ilişkin “D3” öğrencisinin çözümü incelendiğinde, öğrencinin gerçek yaşam durumundaki problemin çözümünde matematiksel bir tablo oluştururken 31 ayağın kullanıldığını dikkate alarak maksimum yapılabilecek tabure sayısını “10”, masa sayısını ise “7” olarak belirlediği görülmektedir. Oluşturulan tablodan verilen bilgiler doğrultusunda çıkarımlarda bulunulduğu görülmüştür. Bu bilgiler doğrultusunda problemin çözümü için tablo oluşturma aşamasında ve tablodan verilen bilgiler ışığında çıkarımlar yapılmasında “Yürütme” süreci kullanılmıştır.


**PRİM**

17) Bir firma, satıcılarından 5-10 ürün arasında satanlara 5 lira, 10’dan fazla satanlara sattıkları her ürün için 2 lira fazladan prim veriyor ve 5’ten az satanlara da hiç prim vermiyor. Bir günün sonunda 11 lira prim alan bir satıcı o gün kaç ürün satmıştır?

| 5-10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
|---|---|---|---|---|---|
| 5 | 7 | 9 | 11 | 13 | |

Cevap = 13

“D8” öğrencisinin probleme ilişkin çözümü incelendiğinde; verilen bilgilerden hareketle bir tablo oluşturduğu ve problemde verilenler doğrultusunda satır ve sütunları doldurduğu görülmektedir. Öğrencinin verilenlerden hareketle çıkarımlarda bulunarak tabloyu tamamladığı, “11” liralık primin bulunduğu alanı işaretlediği ve 13 ürünün satıldığı sonucuna ulaştığı düşünülmektedir. Bir başka ifadeyle, verilenlerin tablo yoluyla düzenlenerek bu tablodan bir çıkarım yapıldığı söylenebilir. Bu doğrultuda problemin çözümünde “Yürütme” sürecinden yararlanıldığı düşünülmektedir.

Tablo yapma ile ilgili problemlerde yürütme sürecinin işe koşulmasına ilişkin gerekçeleri incelediğimizde; tablo yapma stratejisi, bir problem bağlamında dağınık olarak sunulan verilerin sınıfladırılması veya sıralanmasını sağlayarak bilgiler arasındaki yapı veya ilişkilerin görülmesini kolaylaştırır. Tablo yapma stratejisi kullanılarak problemdeki verilerin düzenlenmesi, problemin çözümüne ilişkin çıkarımların yapılması sağlanabilir. Oluşturulan tablolardan hareketle çıkarımlarda bulunulması yürütme sürecini içerisinde barırındırır. Bir başka ifadeyle, yürütme süreci tablo ve grafik okuma, matematiksel varsayımlar veya tablo ve grafiklerden çıkarımlar yapma, şekillerin gösterimi gibi becerileri gerektirmektedir. Bu bakımdan tablo yapma stratejisinin “Yürütme” sürecini içerdiği düşünülmektedir.

**Bağıntı Bulma:** Önceki bölümlerde bağıntı bulma stratejisinin kullanıldığı problemlerin “Merdiven Yapımı” ve “Altıgen Birleştirme” problemlerinin olduğundan bahsedilmişti. Bu problemlerin çözümünde formüle etme süreciyle beraber “yürütme” sürecine de başvurulduğu görülmüştür. Uzmanlar tarafından gerçekleştirilen içerik analizi sonucunda uzman değerlendirmeleri arasındaki uyum %75,7 olarak hesaplanmıştır. Aşağıda “Merdiven” problemine ilişkin öğrencilerden birinin çözümü örnek olarak sunularak, hangi gerekçelerden dolayı “Yürütme” sürecini içerdiğine ilişkin açıklamalarda bulunulmuştur:

**MERDIVEN YAPIMI**

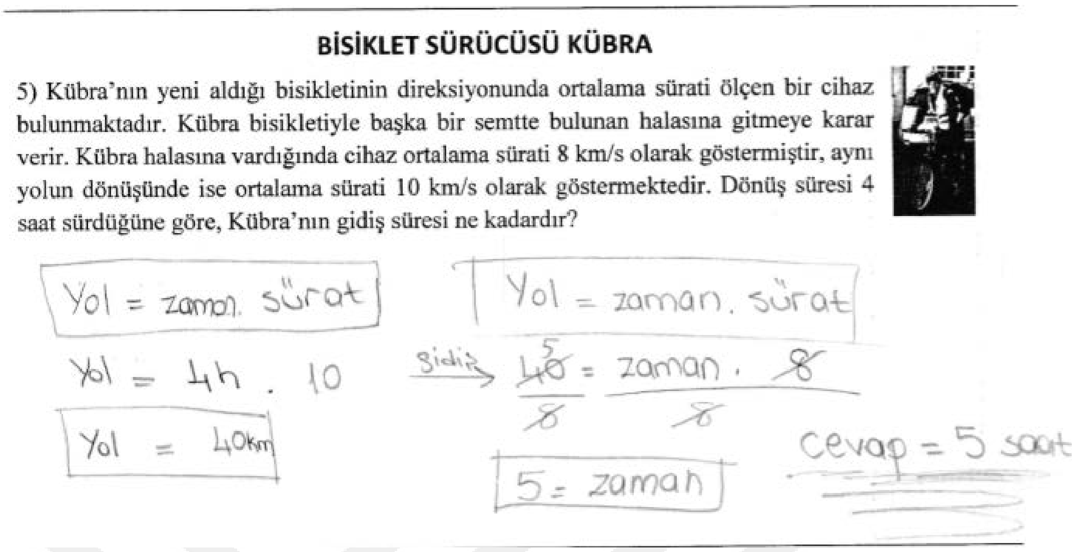
4) Aşağıdaki şekilde verilen 4 basamaklı merdiven yapımı için 10 tuğla kullanılmıştır. Şekildeki gibi 15 basamaklı merdiven yapılmak isteniyor. Yeni oluşturulacak merdiven için toplam kaç tuğla gerekir?

15 + 14 + 13 + 12 + 11 + 10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1

36 + 19 + 36 + 29 = 120

“Bağıntı Bulma” stratejisinin kullanıldığı “Merdiven Yapımı” problemine ilişkin “D13” öğrencisinin problemin çözümüne ilişkin cevabı incelendiğinde; öğrencinin birinci basamak için “1” ikinci basamak için “2”… onbeşinci basamak için “15” tuğlanın gerekli olduğu çıkarımında bulunduğu görülmektedir. Öğrenci örüntüleri içeren matematiksel yapıyı fark ederek aritmetik hesaplama sonucunda doğru cevaba ulaşmıştır. Bu doğrultuda problemin çözümünde “Yürütme” sürecinden yararlanıldığı söylenebilir.

**Değişken Kullanma:** “Bisiklet Sürücüsü Kübra” ve “Orantılı Sayılar” problemleri “Değişken Kullanma” stratejisiyle çözülebilen problemlerdir. Bu problemlerin çözümünde “Yürütme” sürecinin de işe koşulduğu görülmüştür. Üç uzman tarafından gerçekleştirilen içerik analizi sonucunda bu stratejinin “Yürütme” sürecini içerdiği belirlenmiş ve uzmanlar arasındaki uyum yüzdesi ise %71,8 olarak hesaplanmıştır. Aşağıda “Değişken Kullanma” stratejisinin kullanıldığı “Bisiklet Sürücüsü Kübra” problemine ilişkin bir öğrencinin çözümü örnek olarak sunularak, bu problemin çözümünün hangi gerekçeler doğrultusunda “Yürütme” sürecini içerdiğine ilişkin açıklamalarda bulunulmuştur:



**BİSİKLET SÜRÜCÜSÜ KÜBRA**

5) Kübra’nın yeni aldığı bisikletinin direksiyonunda ortalama sürati ölçen bir cihaz bulunmaktadır. Kübra bisikletiyle başka bir semtte bulunan halasına gitmeye karar verir. Kübra halasına vardığında cihaz ortalama sürati 8 km/s olarak göstermiştir, aynı yolun dönüşünde ise ortalama sürati 10 km/s olarak göstermektedir. Dönüş süresi 4 saat sürdüğüne göre, Kübra’nın gidiş süresi ne kadardır?

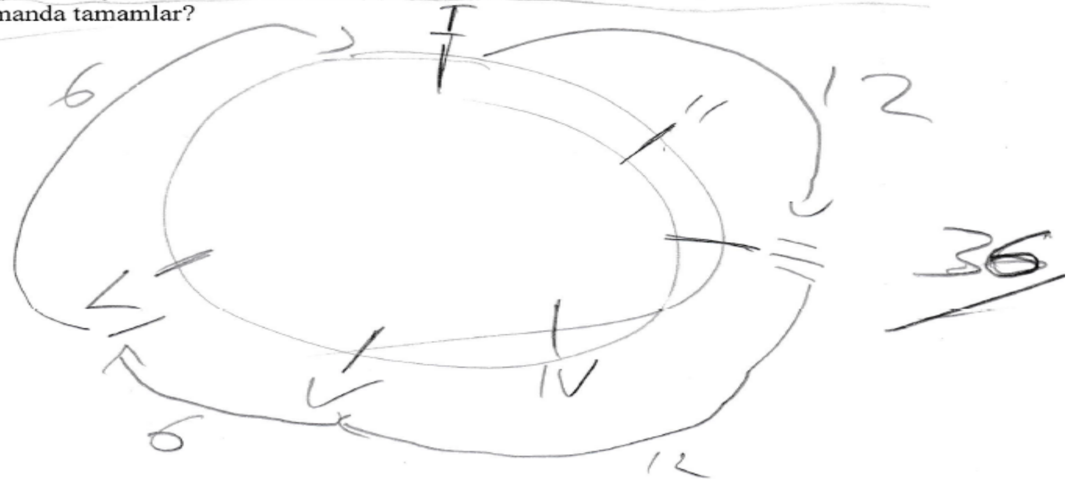


Değişken Kullanma stratejisinin kullanıldığı “Bisiklet Sürücüsü Kübra” problemine ilişkin “D4” öğrencisinin çözümü incelendiğinde; öğrencinin problemin çözümünde “yol=zaman.sürat” denklemini kullanarak dönüş ve gidiş için denklem oluşturduğu ve denklemleri çözüme kavuşturarak sonuca ulaştığı görülmektedir. Bir başka ifadeyle, çözüm bulmada matematiksel yapıları uyguladığı da söylenebilir. Denklem çözme ve aritmetik hesaplar yapma becerileri yürütme sürecini gerektirmektedir. Bu açıdan öğrenci çözüm sırasında “Yürütme” sürecine başvurmuştur.

**Diyagram Çizme:** PÇT’deki “Kuyudaki Kurbağa” ve “Oyuncak Tren” problemleri diyagram çizme stratejisi ile ilişkili olan problemlerdir. Bu problemlerin çözümüne yönelik gerçekleştirilen içerik analizleri sonucunda bu problemlerin çözümünde “Yürütme” sürecinin de işe koşulduğu bulgusuna ulaşılmıştır. Uzmanların değerlendirmeleri arasındaki uyum ise %90 olarak hesaplanmıştır. Aşağıda diyagram çizme stratejisinin kullanıldığı “Oyuncak Tren” probleminin çözümüne yönelik öğrenci cevabını içeren örnek ve problemin hangi gerekçelerden dolayı “Yürütme” sürecini içerdiğine ilişkin açıklamalar sunulmuştur:

**OYUNCAK TREN**

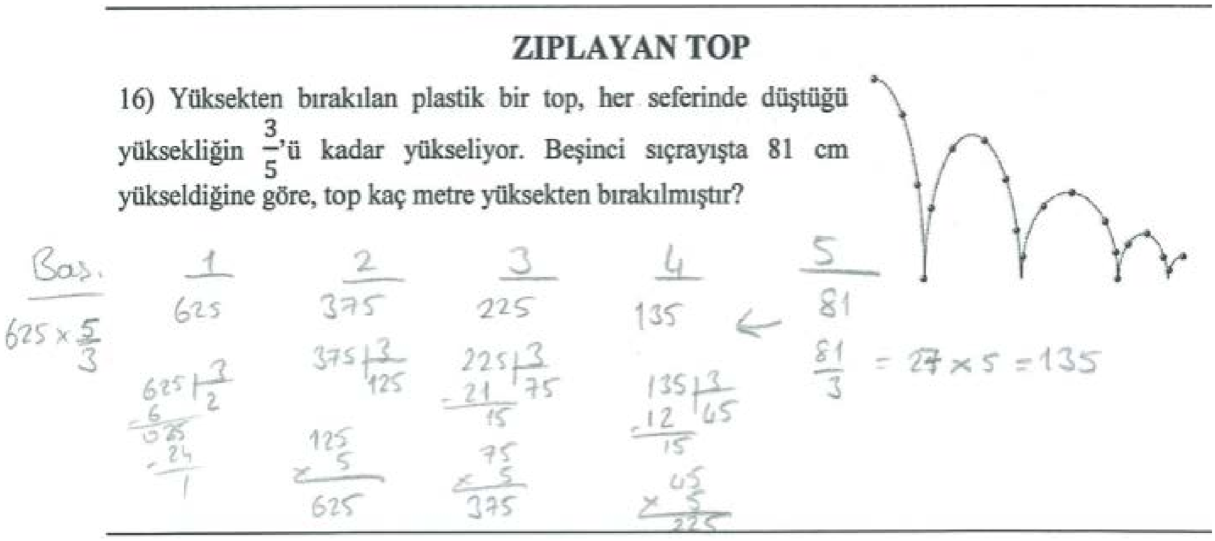
12) Erkin'in plastikten yapılmış dairesel raya sahip bir oyuncak treni vardır. Bu rayın etrafında birbirine eşit mesafede 6 adet istasyon bulunmaktadır. Tren, 1. istasyonla (başlangıç istasyonu) 3. İstasyon arasındaki mesafeyi 12 saniyede almaktadır. Aynı hızla tren bir turu ne kadar zamanda tamamlar?




"D9" öğrencisinin "Oyuncak Tren" problemine ilişkin çözümünde, öğrencinin trenin 1. istasyonla 3. istasyon arasındaki mesafe ve tren rayının şekline ilişkin verileri kullanıp trenin bir turuna ilişkin süreyi hesaplayarak sonuca ulaşması gerekmektedir. Problemde verilenler dikkate alınmayıp düz bir şekil çizildiğinde bazı öğrencilerin cevaplarında da görüldüğü üzere bir yanılgıya düşerek 24 cevabının verildiği görülmüştür. Dolayısıyla bu problemin çözümüne ilişkin matematiksel verilerden yola çıkarak bir diyagramın oluşturulması gerekmektedir. "D9" öğrencisinin cevabı incelendiğinde, verilen bilgilerden hareketle bir diyagram oluşturulduğu ve her bir istasyonun bu diyagram üzerinde numaralandırılarak verilenler doğrultusunda istasyonlar arasındaki mesafelerin belirlenerek doğru cevaba ulaşıldığı görülmektedir. Problemin çözümünde matematiksel bilgilerden hareketle, bir diyagram oluşturma sürecinde ise "Yürütme" sürecinin de işe koşulduğu düşünülmektedir.

Yürütme sürecinin "Matematiksel diyagram, grafik ve yapıları oluşturur ve bu yapılardan matematiksel bilgi çıkarır" davranışını içermesi ve diyagram çizme problemlerinin matematiksel diyagramların oluşturulmasını ve bu diyagramlar üzerinde problemlerin çözümünün gerçekleştirilmesini gerektirmesinden dolayı diyagram çizme problemlerinin "Yürütme" sürecini gerektirdiği düşünülmektedir.

**Geriye Doğru Çalışma:** “Hesap Ödeme” ve “Zıplayan Top” problemleri geriye doğru çalışma stratejisinin kullanıldığı problemlerdir. Bu problemlerde kullanılan süreçlerden birinin de “Yürütme” olduğu görülmüştür. Gerçekleştirilen içerik analizleri sonucunda geriye doğru çalışma stratejisiyle çözülen problemlerde “yürütme” sürecinin kullanıldığı belirlenmiş ve uzman değerlendirmeleri arasındaki uyum %78,9 olarak hesaplanmıştır. Aşağıda “Zıplayan Top” problemine ilişkin bir öğrencinin cevabı örnek olarak sunularak bu problemin çözümünün hangi gerekçelerden dolayı “Yürütme” sürecini içerdiğine ilişkin bilgiler ortaya konulmuştur:


ZIPLAYAN TOP

16) Yüksekten bırakılan plastik bir top, her seferinde düştüğü yüksekliğin $\frac{3}{5}$’ü kadar yükseliyor. Beşinci sıçrayışta 81 cm yükseldiğine göre, top kaç metre yüksekten bırakılmıştır?

Baş. $625 \times \frac{5}{3}$

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|
| 625 | 375 | 225 | 135 | 81 |

$\frac{81}{3} = 27 \times 5 = 135$

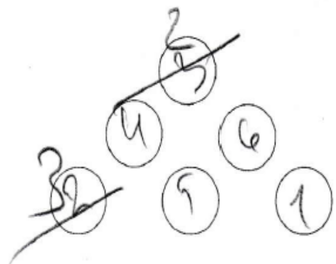
“D2” öğrencisinin probleme ilişkin çözüm süreci incelendiğinde; öğrencinin beşinci sıçrayıştan başlayarak başlangıçtaki yüksekliğe kadar problemlemde verilen algoritmayı uyguladığı görülmektedir. Dördüncü sıçrayışı bulmak için 81’i önce 3’e bölüp daha sonra 5 ile çarptığı her bir sıçrayış için benzer adımları uygulayarak tekrar aritmetik hesaplamalar yaptığı görülmektedir. Problemin çözüm sürecinde geriye doğru işlemlerin bir algoritma çerçevesinde gerçekleştirildiği ve bu algoritmalarda bir “Yürütme” sürecinin işe koşulduğu düşünülmektedir.

Genel olarak geriye doğru çalışma stratejisiyle çözülebilen problemlerin yürütme süreci içerisinde sınıflandırılmasının nedenleri incelendiğinde, geriye doğru çalışma problemlerinde çözüm için problemde verilen “kural, algoritma veya yapıların uygulanması” nın gerekli olduğu görülmektedir. Ayrıca problemde ifade edilen kural veya varsayımlardan hareketle bir yürütme sürecinin işe koşulması problemin çözümü için önem arz etmektedir. Bu durum dikkate alındığında geriye doğru çalışma problemlerinin yürütme becerisini gerektirdiği düşünülmektedir.

**Tahmin ve Kontrol:** PÇT'deki "Yuvarlakları Dolduralım" ve "Bilgi Yarışması" problemleri tahmin ve kontrol stratejisi problemleri olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu problemlerin çözümünde "Yürütme" ve "Yorumlama, Değerlendirme" süreçlerinin kullanıldığı sonucuna ulaşılmıştır. Uzman değerlendirmeleri sonucunda tahmin ve kontrol stratejisinin "Yürütme" sürecini içerdiği ve uzman değerlendirmeleri arasındaki uyumun %97,3 olduğu belirlenmiştir. Aşağıda tahmin ve kontrol stratejisinin kullanıldığı "Yuvarlakları Dolduralım" probleminin çözümüne ilişkin bir öğrencinin cevabı örnek olarak verilerek bu problemin hangi durumlardan dolayı "Yürütme" sürecini gerektirdiğine ilişkin açıklamalar ortaya konulmuştur:

**YUVARLAKLARI DOLDURALIM**

2) 1, 2, 3, 4, 5 ve 6 sayılarını şekilde görülen yuvarlakların içine öyle yerleştiriniz ki yuvarlakların oluşturduğu üçgenin kenarlarındaki sayıların toplamı 9 olsun.

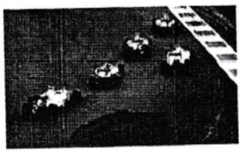


"Yuvarlakları Dolduralım" problemine ilişkin "D21" öğrencisinin cevabı incelendiğinde, matematiksel dünyada sunulan problemin denemeler gerçekleştirilip bu denemelerin aritmetik hesaplamalar kullanılarak sonucun test edildiği ve doğru cevaba ulaşıldığı görülmektedir. Problemin çözümünde varsayımlardan yola çıkarak çıkarımlar yapıldığı, öncelikle en üst daireye 3'ün yerleştirildiği, gerçekleştirilen hesaplamalar sonucunda belirtilen varsayımın problemin çözümü için uygun olmadığı, daha sonra en üst dairedeki “3”cevabı “2” ile yer değiştirilerek varsayımın tekrar test edildiği ve çözüme ulaşıldığı düşünülmektedir. Bu durumlar göz önüne alındığında problemin çözümünde “yürütme” sürecinin işe koşulduğu söylenebilir.

Genel olarak tahmin ve kontrol stratejisini gerektiren problemlerin yürütme ve yorumlama, değerlendirme süreçlerini içermesine ilişkin nedenleri incelediğimizde; tahmin ve kontrol problemlerinin varsayımlardan yola çıkarak problemin sonucunun tahmin edilmesi ve sonrasında tahminin kontrol edilerek değerlendirilmesi süreçlerini içerdiği görülmektedir. Varsayımlardan hareketle yeni tahminlerin ortaya konulması ve bu varsayımlar doğrultusunda yeni cevapların üretilmesi bir yürütme sürecini gerektirmektedir. Gerçekleştirilen tahminlerin kontrol edilerek değerlendirilmesinde ise matematiksel çıktıların veya sonuçların değerlendirildiği düşüncesinden hareketle “yorumlama, değerlendirme” sürecinin işe koşulduğu düşünülmektedir. Bu durumlardan dolayı tahmin ve kontrol problemlerinin “Yürütme” ve “Yorumlama, Değerlendirme” süreçleri içerisinde yer aldığı söylenebilir.

**Muhakeme Etme:** “Araba Yarışı” ve “Ben Kimim?” problemleri muhakeme etme stratejisinin kullanıldığı problemlerdir. Uzman değerlendirmeleri sonucunda bu problemlerin çözümünde “Yürütme” ve “Yorumlama, Uygulama ve Değerlendirme” süreçlerinin kullanıldığı belirlenmiştir. Uzmanlar arasındaki uyum yüzdesi ise %93 olarak hesaplanmıştır. Aşağıda “Araba Yarışı” probleminin çözümüne yönelik bir öğrenci cevabı örnek olarak sunularak hangi gerekçelere göre bu problemlerin “Yürütme” sürecini içerdiğine ilişkin değerlendirmelerde bulunulmuştur:

**ARABA YARIŞI**



9) Beş araba bir yarışa katılmıştır. Yarışa katılan arabaların üzerindeki numaralar şu şekildedir:

1 Sonuncu 4

| 1733 | 5824 | 9762 | 6465 | 7525 |
|---|---|---|---|---|
| 14 | 19 | | 21 | 19 |

- En büyük numaralı araba yarışı en son bitirmiştir.
- 1. olan arabayla, 2. olan arabaların basamaklarındaki rakamların toplamı aynıdır.
- 3. ve 4. olan arabaların birler basamağındaki rakam tektir.
- 2. ve 3. olan arabaların numaraları 5'e bölünebilmektedir.

Verilen bilgilere göre arabalar yarışı hangi sırada bitirmiştir?

5824 7525 6465 1733 9762

D19" öğrencisinin probleme ilişkin çözümü incelendiğinde; öğrencinin probleme ilişkin matematiksel çıktıları değerlendirerek bir muhakeme sürecinde bulunduğu görülmektedir. Öğrenci öncelikle probleme ilişkin çıktılardan hareketle numaralarla arabaları eşleştirmiştir. Problemdeki çıktılar doğrultusunda öğrenci en büyük numaralı aracın sonuncu olduğu bilgisinden hareketle sonuncu aracın "9762" numaralı araç olduğunu belirlemiştir. Daha sonra 1. ve 2. aracın rakamlarının toplamının aynı olduğu çıktısından hareketle her bir yarış aracının rakamlarını topladığı görülmektedir. 2. ve 3. olan araçların numaralarının 5'e böldüğü çıktısından hareketle 1. olan aracın numarası tespit edilmiştir. Tespitlerin, problemde verilen çıktılar dikkate alınarak yürütme sürecinin işe koşulmasıyla gerçekleştirildiği düşünülmektedir.

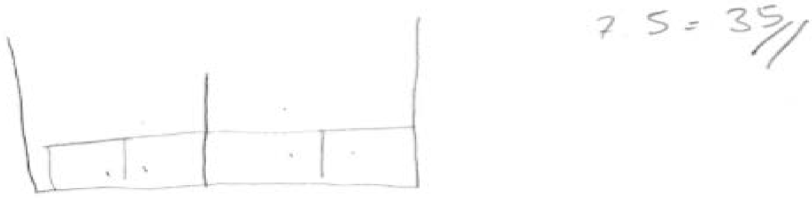
Genel olarak muhakeme etme problemlerinin yürütme ve yorumlama, değerlendirme süreçlerini içermesine ilişkin nedenleri incelediğimizde; muhakeme etme problemleri verilenler doğrultusunda mantıksal çıkarım veya düşünme gerektirmektedir. Bu durumlar göz önüne alındığında "Yürütme" süreçleri verilen çıktılar doğrultusunda çıkarımlar yapmayı gerektirmektedir. Muhakeme etme problemlerinin çözümünde varsayımlar doğrultusunda çıkarımlar gerçekleştirildiğinde yürütme süreci işe koşulmaktadır. Ayrıca problemdeki çıktılar doğrultusunda bir değerlendirmede bulunularak sonucun kontrol edilmesi veya elde edilen sonucun çıktılar doğrultusunda problemin doğru çözülüp çözülmediğinin değerlendirilmesi

“Yorumlama, Değerlendirme” sürecinin kullanılmasını gerektirmektedir. Bu durumlar ve öğrencilerin çözümleri dikkate alınarak muhakeme etme problemlerinin “Yürütme” ve “Yorumlama, Değerlendirme” süreçleri içerisinde yer aldığı belirlenmiştir.

**Basitleştirme:** “Ayşe’nin Kutuları” ve “Daire Doldurma” problemleri basitleştirme stratejisinin kullanıldığı problemler olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu problemlerin çözümünde kullanılan süreçlerden bir tanesi de “yürütme” sürecidir. PÇT son testlerine ilişkin gerçekleştirilen içerik analizi sonucunda basitleştirme problemlerinin “yürütme” sürecini içerdiği ortaya konulmuş ve uzman değerlendirmeleri arasındaki uyum %76,5 olarak hesaplanmıştır. Aşağıda basitleştirme stratejisinin kullanıldığı "Ayşe’nin Kutuları” problemine ilişkin bir öğrencinin cevabı örnek olarak verilerek, çözüm sürecinde hangi gerekçelerden dolayı “Yürütme” sürecinin kullanıldığına ilişkin açıklamalarda bulunulmuştur:

**AYŞE’NİN KUTULARI**

6) Ayşe oyuncaklarını kutulara koymak için bir oyuncakçı dükkânından kutular almıştır. Ayşe’nin aldığı büyük kutuların içerisinde iki orta boy kutu, orta boy kutuların her birinin içerisinde ise iki küçük boy kutu bulunmaktadır. Ayşe bu dükkândan 5 adet büyük boy kutu aldığına göre Ayşe’nin toplamda kaç kutusu olmuştur?




“D12” öğrencisinin cevabı incelendiğinde; öğrencinin 5 kutunun her biri için ayrı ayrı şekil çizmek yerine problemi tek bir kutuya göre basitleştirerek daha sonra 5 kutu için bir genelleme yaptığı görülmektedir. Öğrenci öncelikle bir büyük kutu içerisinde 6 kutunun bulunduğunu belirleyerek bir büyük boy kutu alındığında kendisiyle beraber 7 kutu alındığını belirlemiştir. Bu belirleme işleminde verilerden hareketle bir yürütme sürecinin işe koşulduğu söylenebilir. Daha sonrasında 1 büyük kutudan hareketle sonucun 5 büyük kutuya genellenmesinde de bir yürütme süreci kullanılmıştır. Bu durumlar dikkate alındığında basitleştirme stratejisi yürütme sürecinin kullanımını gerektirmektedir.

**4.1.3. Yorumlama, değerlendirme sürecini içeren problem çözme stratejilerine ilişkin bulgular.** Deney grubu öğrencilerinin PÇT son testine ilişkin problemlerin çözümleri doğrultusunda gerçekleştirilen içerik analizi sonucunda; "Geriye Doğru Çalışma" ve "Tahmin ve Kontrol" ve "Muhakeme Etme" stratejilerinin hem "Yorumlama, Değerlendirme" sürecini hem de "Yürütme" sürecini içerdiği sonucuna varılmıştır. "Basitleştirme" stratejisinin ise "Yorumlama, Değerlendirme", "Formüle Etme" ve "Yürütme" süreçlerini içerdiği belirlenmiştir. Bu bölümün devamında "Yorumlama, Değerlendirme" sürecini içeren stratejilere ilişkin öğrenci cevapları ve stratejilerin hangi gerekçelerden dolayı "Yorumlama, Değerlendirme" sürecini içerdiğine ilişkin bilgiler ortaya konulmuştur.

**Geriye Doğru Çalışma:** "Hesap Ödeme" ve "Zıplayan Top" problemleri, geriye doğru çalışma stratejisinin kullanıldığı problemler olarak PÇT'de yer almaktadır. Bu problemlerin çözümünde "Yorumlama, Değerlendirme" sürecinin de kullanıldığı belirlenmiştir. İçerik analizleri sonucunda uzmanlar arasındaki uyum %78,9 olarak hesaplanmıştır. Aşağıda geriye doğru çalışma stratejisinin kullanıldığı "Hesap Ödeme" problemine ilişkin bir öğrencinin cevabı örnek olarak sunularak bu problemin hangi gerekçelerden dolayı "Yorumlama, Değerlendirme" sürecini içerdiğine ilişkin açıklamalarda bulunulmuştur:

**HESAP ÖDEME**

7) Bir lokanta sahibi yemek yiyen müşterilerine, hesap ödemesi yapılırken; "Kasanın içine bak ne kadar para varsa kendin de o kadar koy, 2 lira al ve çık" diyor. Dördüncü müşteri kasaya baktığında para olmadığını görüyor. Müşterilerden önce kasada kaç lira vardı?

4. Müşteri : 0
3. Müşteri : 1
2. Müşteri : 1,50
$\boxed{\text{1. Müşteri : 1,75}}$

$2x - 2 = 0$
$2x - 2 = 1$
$2x - 2 = 1,50$
$2x - 2 = 1,75$

“Hesap Ödeme” problemine ilişkin “D7” öğrencisinin çözümü incelendiğinde; en son gelen (dördüncü) müşterinin bilgisi doğrultusunda kasada para olmadığından hareketle 1. müşteriye geriye doğru kasada kalan paraları hesaplayarak sonuca ulaşıldığı görülmektedir. Bu problemin çözümünde matematiksel sonuca gerçek dünya içeriği doğrultusunda yorumlanarak ulaşıldığı söylenebilir. Problemin çözümü için bir model oluşturulduğu ve problemin çözümünde modelin sınırlılıklarının belirlendiği de göze çarpmaktadır. Problemin çözümü incelendiğinde gerçek yaşam bağlamına yönelik bir problem olduğu ve çözüme, gerçek yaşam bağlamındaki bir gerekçeden yola çıkarak geriye doğru çözümler gerçekleştirilerek ulaşıldığı görülmektedir. Bu durumlar dikkate alındığında problemin çözümünde “Yorumlama, Değerlendirme” sürecinin işe koşulduğu belirlenmiştir. Ayrıca ilgili problemde elde edilen sonucun, problemde verilen kural doğrultusunda sağlamasının yapılarak sonucun değerlendirilmesi bu problemin “Yorumlama ve Değerlendirme” sürecinde olduğunun bir diğer göstergesidir.

**Tahmin ve Kontrol:** PÇT’deki “Yuvarlakları Dolduralım” ve “Bilgi Yarışması” problemleri tahmin ve kontrol stratejisi problemleri olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu problemlerin çözümünde “Yürütme” ve “Yorumlama, Değerlendirme” süreçlerinin kullanıldığı sonucuna ulaşılmıştır. Gerçekleştirilen içerik analizleri sonucunda uzmanlar arasındaki uyum %97,3 olarak hesaplanmıştır. Aşağıda tahmin ve kontrol stratejisinin kullanıldığı “Bilgi Yarışması” probleminin çözümüne ilişkin bir öğrencinin örnek cevabı ve bu problemin hangi gerekçelerden dolayı “Yürütme” ve “Yorumlama, Değerlendirme” süreçlerini gerektirdiğine ilişkin açıklamalarda bulunulmuştur:

**BİLGİ YARIŞMASI**

11) 8-A sınıfının bilgi yarışması takımı, 3 veya 5 puanlık 12 soruyu doğru cevaplayarak 44 puan aldılar. Bilgi yarışması takımı 5 puanlık kaç soruya doğru cevap vermiştir?


4=>5
8=>3

1)3
2)3
3)3
4)3
5)3
6)3

7)5
8)5
~~9)5~~ 3
10)3
11)5
12)5
46puan

4.5
8.3

"Tahmin ve Kontrol" stratejisinin kullanıldığı bir diğer problem olan "Bilgi Yarışması" problemine ilişkin "D12" öğrencisinin cevabı incelendiğinde; öncelikle öğrencinin problemin çözümüne ilişkin bir varsayımda bulunduğu ve bu varsayımı test ederek toplam puanı "46" olarak hesapladığı görülmektedir. Daha sonraki süreçte 46 puanın fazla olduğu ve 44 puana ulaşmak için 5 puanlık bir soruyu 3 puanlık soruya dönüştürmesi gerektiği sonucuna ulaşmıştır. Problemin çözümünde varsayımlardan yola çıkarak mantıklı çıkarımlarda bulunulması ve bu çıkarım doğrultusunda tahminin değiştirilmesinde "Yürütme" sürecinin işe koşulduğu düşünülmektedir. Problemin çözümüne yönelik ilk gerçekleştirilen tahmin, bir değerlendirme süreci içerisinde kontrol edilerek yapılan tahminin 46 puana eşit olduğu hesaplanmış ve değerlendirme süreci doğrultusunda tahmin değiştirilerek düzeltilmiştir. İlk gerçekleştirilen tahminin değiştirilmesi ve sonrasındaki tahminin kontrolünde elde edilen sonucun değerlendirilmesi yapılmıştır. Bu durumlar dikkate alındığında gerçekleştirilen çözümde "Yürütme" ve "Yorumlama, Değerlendirme" süreçlerinin işe koşulduğu düşünülmektedir.

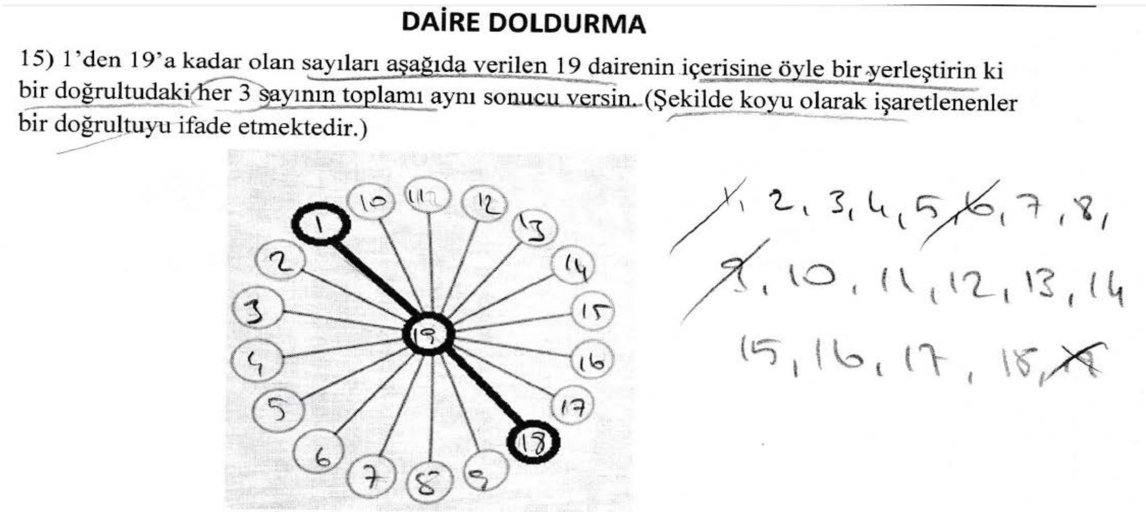
**Muhakeme Etme:** "Araba Yarışı" ve "Ben Kimim?" problemleri muhakeme etme stratejisinin kullanıldığı problemlerdir. Uzman değerlendirmeleri sonucunda bu problemlerin çözümünde "Yorumlama, Değerlendirme" sürecinin kullanıldığı belirlenmiştir. Uzmanlar arasındaki uyum yüzdesi ise %93 olarak hesaplanmıştır. Aşağıda "Ben Kimim?" probleminin çözümüne yönelik bir öğrenci cevabı örnek olarak sunularak hangi gerekçelere göre bu problemin “Yorumlama, Değerlendirme” sürecini içerdiğine ilişkin değerlendirmelerde bulunulmuştur:

**BEN KİMİM?**

18) İlker, Naci ve Alper isimli 3 koşucu stadyuma doğru koşuyorlar. İlker daima doğru söyler. Naci bazen doğru söyler. Alper ise hiç doğru söylemez. Koşucuların adlarını tespit ediniz.


“D6” öğrencisinin “Ben kimim?” problemine ilişkin çözümü incelendiğinde; problemde verilen çıktılar doğrultusunda bir değerlendirme sürecinin yaşandığı görülmektedir. Öncelikle İlker’in tespit edilmeye çalışıldığı, bu doğrultuda İlker’e ilişkin bilginin altının çizili olduğu düşünülmektedir. İlk koşucunun İlker olduğu düşüncesinden hareketle ifadelerin incelenip daha sonra ise çözümün makul olup olmadığının değerlendirildiği ve İlker’in ilk koşucu olmadığına kanaat getirilerek üzerinin karalandığı düşünülmektedir. En sondaki koşucunun İlker olduğu belirlenerek belirtilen ifade doğrultusunda değerlendirmeler yapılarak ortadaki koşucunun Alper olduğu ve geriye ilk koşucunun isminin Naci olacağına kanaat getirildiği söylenebilir. Daha sonra bulunan koşucu isimleri, veriler doğrultusunda tekrar değerlendirilerek belirlenen isimlerin doğruluğunun kontrol edildiği düşünülmektedir. Bu durumlar göz önüne alındığında, problemde koşucu isimlerin belirlenmesinde “Yürütme”, ilk ismin İlker olduğu düşünülüp sonrasında bir değerlendirme sonucunda üstünün çizilmesinde ve isimler belirlendikten sonra doğruluğunun tekrar değerlendirilmesi aşamasında ise “Yorumlama, Değerlendirme” sürecinin kullanıldığı düşünülmektedir.

**Basitleştirme:** “Ayşe’nin Kutuları” ve “Daire Doldurma” problemleri basitleştirme stratejisinin işe koşulduğu problemlerdir. Uzmanlar tarafından gerçekleştirilen içerik analizi sonucunda basitleştirme problemlerinin “Yorumlama, Değerlendirme” sürecini içerdiği ortaya konulmuş ve uzman değerlendirmeleri arasındaki uyum %76,5 olarak hesaplanmıştır. Aşağıda basitleştirme stratejinin kullanıldığı "Daire Doldurma” problemine ilişkin bir öğrencinin cevabı örnek olarak verilerek, çözüm sürecinde hangi gerekçelerden dolayı “Yorumlama, Değerlendirme” sürecinin kullanıldığına ilişkin açıklamalarda bulunulmuştur:



**DAİRE DOLDURMA**

15) 1’den 19’a kadar olan sayıları aşağıda verilen 19 dairenin içerisine öyle bir yerleştirin ki bir doğrultudaki her 3 sayının toplamı aynı sonucu versin. (Şekilde koyu olarak işaretlenenler bir doğrultuyu ifade etmektedir.)



“D5” öğrencisinin “Daire Doldurma” problemine ilişkin çözüm yöntemi incelendiğinde; öğrencinin öncelikle doğrultuları eşlemeye çalıştığı, yan tarafta görülen 1’den 19’a kadar olan sayıları uygun bir biçimde yuvarlaklara yerleştirmeye çalıştığı görülmektedir. Öncelikle öğrencinin sayıları ikiye bölerek problemi basitleştirmeye çalıştığı, örneğin 1’den 9’a kadar olan kısmı bir bölüm, 10’dan 18’e kadar olan sayıları diğer bölüm olarak ayırarak problemi kademelere ayırıp problemin çözümünde bir “yürütme” sürecinin işe koşulduğu düşünülmektedir. Öğrencinin “11”in bulunduğu yuvarlağa daha önce “12” yazdığı ve gerçekleştirdiği değerlendirmelerden sonra bu yuvarlaktaki rakamı değiştirdiği görülmektedir. Bu aşamada ise “Yorumlama, Değerlendirme” sürecinin kullanıldığı düşünülmektedir. Problemin çözümünde matematiksel algoritmaların işe koşulduğu, yuvarlaklardaki sayıların değiştirildiğinden yola çıkılarak doğrultulardaki sayıların toplamlarının eşit olup olmadığının kontrol edilği, probleme yönelik matematiksel çözümlerin doğru olup olmadığının da kontrol edildiği görülmektedir. Bu açıdan problemde bir değerlendirmenin de gerçekleştirildiği dolayısıyla "Yorumlama, Değerlendirme" sürecinin işe koşulduğu düşünülmektedir.

### 4.2. Problem çözme strateji eğitiminin öğrencilerin problem çözme stratejilerini kullanma ve matematik okuryazarlık başarı düzeyine etkisine ilişkin bulgular ve yorum

Problem çözme stratejileri eğitiminin, öğrencilerin problem çözme stratejilerini kullanma ve matematik okuryazarlık düzeylerine etkisini belirlemek amacıyla deney ve kontrol grubu öğrencilerine PÇT ve MOT ön test, son test ve kalıcılık testleri uygulanmıştır. Bu bölümde problem çözme stratejileri eğitimi verilen deney grubu öğrencileri ile geleneksel öğretim yönteminin uygulandığı kontrol grubu öğrencilerine ait PÇT ve MOT'lerin ön test, son test ve kalıcılık testlerine ilişkin bulgular sunulmuştur:

**4.2.1. Deney grubu ile kontrol grubunun problem çözme testi ön testlerine ilişkin bulgular ve yorum.** Problem çözme strateji eğitimi öncesinde problem çözme strateji eğitimi verilen deney grubu öğrencileri ile geleneksel öğretim yönteminin uygulandığı kontrol grubu öğrencilerinin PÇT ön test puanları arasında anlamlı farklılık olup olmadığının belirlenmesinde öncelikle deney ve kontrol gruplarının ön test puanlarının normal dağılıp dağılmadığı incelenmiştir.  Deney ve kontrol gruplarının normallik analizi sonuçları ve PÇT ön testlerinin 18 puan üzerinden ortalama ve standart sapmaya ilişkin betimsel bilgileri aşağıda sunulmuştur:

Tablo 22

*Deney ve Kontrol Gruplarının PÇT Ön Testlerine İlişkin Normallik Tablosu ve Betimsel Bilgileri*

| Ölçüm | Gruplar | n | $\bar{x}$ | ss | Shapiro-Wilk | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | İstatistik | sd | p |
| PÇT Ön Test Puanları | Deney | 21 | 7,52 | 3,47 | ,921 | 21 | ,091* |
| | Kontrol | 21 | 6,61 | 3,55 | ,913 | 21 | ,063* |

p*>0.05

Tablo 22 incelendiğinde Shapiro-Wilk analizine göre deney ve kontrol gruplarının PÇT ön test puanlarının normal dağılım gösterdiği görülmektedir (p>0.05). Bu doğrultuda deney grubu ile kontrol grubunun PÇT ön test puanları arasında anlamlı farklılığın olup olmadığının belirlenmesinde parametrik analiz yöntemlerinden ilişkisiz örneklemler için T testi analizinden faydalanılmıştır. Yapılan ilişkisiz örneklemler için T testi analizi sonucu Tablo 23'de gösterilmiştir:

Tablo 23

*Deney ve Kontrol Gruplarının PÇT Ön Testlerine İlişkin İlişkisiz Örneklemler İçin T Testi Analizi Sonuçları*

| PÇT Ön Test Puanları | N | $\bar{x}$ | S | sd | t | p |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Deney | 21 | 7,52 | 3,47 | 40 | 0,83 | 0,40* |
| Kontrol | 21 | 6,61 | 3,55 | | | |

p*>0,05

Tablo 23 incelendiğinde p anlamlılık değerinin (p=0,40) 0.05'ten büyük olduğu görülmektedir. Bu doğrultuda problem çözme stratejileri eğitimi verilen deney grubu ile geleneksel öğretim yönteminin uygulandığı kontrol grubunun PÇT ön test puanları arasında anlamlı farklılığın olmadığı görülmektedir ($t_{(40)}$=0,83, p>0.05). Bu sonuca göre deney ve kontrol gruplarının problem çözme stratejilerini kullanma düzeylerinin uygulama öncesinde denk olduğu söylenebilir. Tablo 22'ye göre deney grubunun PÇT ön test puanlarının ortalaması ($\bar{x}_{deney}$=7,52) ile kontrol grubunun PÇT ön test ortalamasının ($\bar{x}_{kontrol}$=6,61) birbirine yakın olduğu da görülmektedir. Bu açıdan da deney ve kontrol grubunun problem çözme stratejileri kullanım düzeylerinin birbirine yakın olduğu söylenebilir.

Deney ve kontrol gruplarının PÇT ön testlerine göre problem çözme stratejileri kullanımları açısından da deney ve kontrol grupları arasında anlamlı farklılığın olup olmadığı incelenmiştir. Farklılığın belirlenmesinde öncelikle deney ve kontrol gruplarının PÇT ön testlerine göre stratejilere ilişkin verilerin normalliği incelenmiştir. Aşağıdaki tabloda PÇT ön test verilerine göre deney ve kontrol gruplarının her bir problem çözme stratejilerinin 2 puan üzerinden ortalama ve standart sapmalarına ilişkin betimsel bilgiler ve verilerin normalliğine ilişkin Shapiro-Wilk normallik tabloları sunulmuştur:

Tablo 24

*Deney ve Kontrol Gruplarının PÇT Ön Testlerine Göre Her Bir Problem Çözme Stratejisi Açısından Normallik Tabloları ve Betimsel Bilgileri*

| Ölçüm Ön Test | Gruplar | n | $\bar{x}_{toplam\ puan}$ | ss | Shapiro-Wilk | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | İstatistik | sd | p |
| Sistematik Liste Yapma | Deney | 21 | 0,33 | 0,57 | ,618 | 21 | ,000* |
| | Kontrol | 21 | 0,20 | 0,40 | ,484 | 21 | ,000* |
| Tahmin ve Kontrol | Deney | 21 | 1,48 | 0,75 | ,695 | 21 | ,000* |
| | Kontrol | 21 | 1,28 | 0,64 | ,777 | 21 | ,000* |
| Diyagram Çizme | Deney | 21 | 0,76 | 0,70 | ,796 | 21 | ,001* |
| | Kontrol | 21 | 0,76 | 0,83 | ,767 | 21 | ,000* |
| Örüntü Bulma | Deney | 21 | 1,23 | 0,74 | ,803 | 21 | ,001* |
| | Kontrol | 21 | 0,81 | 0,60 | ,763 | 21 | ,000* |
| Değişken Kullanma | Deney | 21 | 0,62 | 0,74 | ,753 | 21 | ,000* |
| | Kontrol | 21 | 0,76 | 0,89 | ,729 | 21 | ,000* |
| Basitleştirme | Deney | 21 | 1,10 | 0,77 | ,812 | 21 | ,001* |
| | Kontrol | 21 | 0,80 | 0,60 | ,763 | 21 | ,000* |
| Geriye Doğru Çalışma | Deney | 21 | 0,24 | 0,44 | ,533 | 21 | ,000* |
| | Kontrol | 21 | 0,28 | 0,56 | ,569 | 21 | ,000* |
| Tablo Yapma | Deney | 21 | 0,23 | 0,43 | ,533 | 21 | ,000* |
| | Kontrol | 21 | 0,21 | 0,40 | ,484 | 21 | ,000* |
| Muhakeme Etme | Deney | 21 | 1,52 | 0,51 | ,640 | 21 | ,000* |
| | Kontrol | 21 | 1,49 | 0,60 | ,729 | 21 | ,000* |

p*<0.05

Tablo 24 incelendiğinde deney ve kontrol gruplarının bütün stratejilerdeki anlamlılık değerinin, anlamlılık düzeyi olan 0.05’ten küçük olduğu görülmektedir. Dolayısıyla PÇT ön testlerine göre her bir stratejiye ilişkin veri gruplarının normal dağılım göstermediği söylenebilir. Bu bulgudan hareketle, PÇT ön testlerine göre deney ve kontrol grupları arasında her bir strateji açısından anlamlı farklılığın belirlenmesinde parametrik olmayan analiz yöntemlerinden Mann Whitney U testi analizi yapılmıştır. Her bir stratejiye ilişkin Mann Whitney U testi analiz tablosu aşağıda verilmiştir:

Tablo 25

*Deney ve Kontrol Gruplarının PÇT Ön Testlerine Göre Her Bir Problem Çözme Stratejisi Açısından Mann Whitney U Testlerine İlişkin Sonuçları*

| Strateji | PÇT Ön Test Puanları | N | Sıra ortalaması | Sıra toplamı | U | P |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Sistematik Liste Yapma | Deney | 21 | 22,60 | 474,50 | 197,500 | 0,45* |
| | Kontrol | 21 | 20,40 | 428,50 | | |
| Tahmin ve Kontrol | Deney | 21 | 23,45 | 492,50 | 179,500 | 0,25* |
| | Kontrol | 21 | 19,55 | 410,50 | | |
| Diyagram Çizme | Deney | 21 | 21,74 | 456,50 | 215,500 | 0,89* |
| | Kontrol | 21 | 21,26 | 446,50 | | |
| Örüntü Bulma | Deney | 21 | 24,55 | 515,50 | 156,500 | 0,08* |
| | Kontrol | 21 | 18,45 | 387,50 | | |
| Değişken Kullanma | Deney | 21 | 20,79 | 436,50 | 205,500 | 0,68* |
| | Kontrol | 21 | 22,21 | 466,50 | | |
| Basitleştirme | Deney | 21 | 23,74 | 498,50 | 173,500 | 0,19* |
| | Kontrol | 21 | 19,26 | 404,50 | | |
| Geriye Doğru Çalışma | Deney | 21 | 21,38 | 449,00 | 218,000 | 0,93* |
| | Kontrol | 21 | 21,62 | 454,00 | | |
| Tablo Yapma | Deney | 21 | 22,00 | 462,00 | 210,000 | 0,71* |
| | Kontrol | 21 | 21,00 | 441,00 | | |
| Muhakeme Etme | Deney | 21 | 21,74 | 456,50 | 215,500 | 0,89* |
| | Kontrol | 21 | 21,26 | 446,50 | | |

p*>0.05

Tablo 25 incelendiğinde, hiç bir stratejide deney ve kontrol grubu arasında anlamlı farklılığın olmadığı görülmektedir (p>0.05). Bu bulgular da uygulama öncesinde deney ve kontrol gruplarının problem çözme stratejileri kullanma düzeyleri arasında anlamlı farklılığın olmadığını ortaya koymaktadır.

Deney ve kontrol gruplarının PÇT ön testlerinde ilgili stratejilerin her birinin kullanımına ilişkin yüzdelikler de belirlenmiştir. Problem çözme stratejileri kullanılarak çözülen problemlerin doğru cevaplanma oranları aşağıda sunulmuştur:

Tablo 26

*Deney ve Kontrol Gruplarının PÇT Ön Testlerine Göre Problemleri Doğru Cevaplama Oranları*

| PÇT Ön Test | S. Liste Yapma | Tahmin ve Kontrol | Diyagram Çizme | Örüntü Bulma | Değişken Kullanma | Basitleş-tirme | Geriye Doğru Çalışma | Tablo Yapma | Muhakeme Etme |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Problem | 1 ve 10 | 2 ve 11 | 3 ve 12 | 4 ve 13 | 5 ve 14 | 6 ve 15 | 7 ve 16 | 8 ve 17 | 9 ve 18 |
| Deney | %17 | %74 | %38 | %62 | %31 | %55 | %12 | %12 | %76 |
| Kontrol | %10 | %64 | %38 | %40 | %38 | %40 | %14 | %11 | %75 |

Tablo 26 incelendiğinde, PÇT ön testine göre deney ve kontrol gruplarında doğru cevaplama oranı en fazla olan problemlerin “Muhakeme Etme” ($Deney_{9,18}$ =%76, $Kontrol_{9,18}$ =%75) ve “Tahmin ve Kontrol” ($Deney_{2,11}$ = %74, $Kontrol_{2,11}$ =%64) stratejileriyle çözülebilen problemler olduğu görülmektedir. Deney ve kontrol gruplarının PÇT ön testinde zorlandıkları problemlerin ise “Tablo Yapma” ($Deney_{8,17}$ = %12, Kontrol $_{8,17}$ =%11), “Geriye Doğru Çalışma” (Deney $_{7,16}$ =%12, $Kontrol_{7,16}$ =%14) ve “Sistematik Liste Yapma” ($Deney_{1,10}$= %17, $Kontrol_{1,10}$=%10) stratejileriyle çözülebilen problemler olduğu söylenebilir. Tablo 26’ya göre deney ve kontrol gruplarında ilgili problem çözme stratejisiyle çözülebilen problemlerin doğru cevaplama oranlarının birbirlerine yakın olduğu görülmektedir. Bu açıdan da uygulama öncesinde deney ve kontrol gruplarının denk gruplar olduğu söylenebilir.

**4.2.2. Deney grubu ile kontrol grubunun problem çözme testi son testlerine ilişkin bulgular ve yorum.** Deney grubu öğrencileriyle 5 hafta süren problem çözme stratejileri eğitiminden sonra eğitim sürecinin etkililiğini ortaya koymak için deney ve kontrol grubu öğrencilerine PÇT son test olarak uygulanmıştır. Uygulanan PÇT son testinin amacı gerçekleştirilen problem çözme stratejileri eğitiminin etkili olup olmadığının belirlenmesidir. Anlamlı farklılığın belirlenmesinde öncelikle verilerin normalliği incelenmiştir. Shapiro Wilk testine göre deney ve kontrol gruplarının 18 puan üzerinden değerlendirilen PÇT son testlerinin normallik analizi sonuçları ve grupların son testlere ilişkin betimsel bilgileri Tablo 27’de sunulmuştur:

Tablo 27

*Deney ve Kontrol Gruplarının PÇT Son Testlerine İlişkin Normallik Tablosu ve Betimsel Bilgileri*

| Ölçüm | Gruplar | n | $\bar{x}$ | ss | Shapiro-Wilk | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | İstatistik | sd | p |
| PÇT Son Test Puanları | Deney | 21 | 12,61 | 3,42 | ,899 | 21 | ,034* |
| | Kontrol | 21 | 7,05 | 3,59 | ,902 | 21 | ,038* |

p*<0.05

Tablo 27’ye göre deney ve kontrol gruplarının PÇT son test puanlarının normalliği incelendiğinde, hem deney hem de kontrol gruplarının son test puanlarının normal dağılım göstermediği görülmektedir ($p_{deney}$=0,03, $p_{kontrol}$=0,03, $p<0.05$). Bu bulgudan hareketle, deney grubu ile kontrol grubunun PÇT son test puanları arasında anlamlı farkın olup olmadığının belirlenmesinde Mann Whitney U testi analizinden yararlanılmıştır. Mann Whitney U testi analiz tablosu aşağıda verilmiştir:

Tablo 28

*Deney ve Kontrol Gruplarının PÇT Son Testlerine İlişkin Mann Whitney U Analizi Sonuçları*

| PÇT Son Test Puanları | N | Sıra ortalaması | Sıra toplamı | U | P |
|---|---|---|---|---|---|
| Deney | 21 | 29,21 | 613,50 | 58,500 | 0,00* |
| Kontrol | 21 | 13,79 | 289,50 | | |

p*< 0.05

Tablo 28’de ortaya konulan Mann Whitney U testi analizleri incelendiğinde, deney grubu ile kontrol grubunun son test puanları arasında anlamlı farklılık olduğu ve bu farklılığın deney grubu lehine olduğu görülmektedir (U=58,500, p*=0,00, $p<0.05$). Ayrıca, Tablo 27’ye göre deney grubu öğrencilerinin PÇT son test puan ortalamasının ($\bar{x}_{deney}$=12,61) kontrol grubu öğrencilerinin son test puan ortalamalarına ($\bar{x}_{kontrol}$=7,05) göre dikkate değer bir düzeyde fazla olduğu da görülmektedir. Bu durum da deney ve kontrol grubu öğrencilerinin PÇT son test puanları arasında deney grubu lehine anlamlı farklılığın bir diğer göstergesi olabilir.

Deney grubu ve kontrol grubu öğrencilerinin PÇT son testinde her bir problem çözme stratejisinin kullanım düzeylerine göre de anlamlı farklılığın olup olmadığı incelenmiştir. Farklılığın belirlenmesinde gerçekleştirilecek olan analiz yönteminin parametrik veya parametrik olmayan analiz yöntemlerinden hangisinin tercih edilmesine ilişkin kararın verilmesi için verilerin normalliği incelenmiştir. Aşağıdaki tabloda deney ve kontrol gruplarının PÇT son testlerine göre 2 puan üzerinden değerlendirilen her bir problem çözme stratejisinin kullanım düzeylerine ilişkin normallik tabloları ve betimsel bilgiler ortaya konulmuştur:

Tablo 29

*Deney ve Kontrol Gruplarının PÇT Son Testlerine Göre Her Bir Problem Çözme Stratejisi Açısından Normallik Tabloları ve Betimsel Bilgileri*

| Ölçüm Son Test | Gruplar | n | $\bar{x}_{\text{toplam puan}}$ | ss | Shapiro-Wilk | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | İstatistik | sd | p |
| Sistematik Liste Yapma | Deney | 21 | 1,14 | 0,73 | ,809 | 21 | ,001* |
| | Kontrol | 21 | 0,38 | 0,49 | ,620 | 21 | ,000* |
| Tahmin ve Kontrol | Deney | 21 | 1,62 | 0,50 | ,620 | 21 | ,000* |
| | Kontrol | 21 | 1,04 | 0,67 | ,800 | 21 | ,001* |
| Diyagram Çizme | Deney | 21 | 1,86 | 0,36 | ,422 | 21 | ,000* |
| | Kontrol | 21 | 0,80 | 0,60 | ,763 | 21 | ,000* |
| Örüntü Bulma | Deney | 21 | 1,67 | 0,48 | ,599 | 21 | ,000* |
| | Kontrol | 21 | 1,10 | 0,70 | ,808 | 21 | ,001* |
| Değişken Kullanma | Deney | 21 | 1,38 | 0,67 | ,765 | 21 | ,000* |
| | Kontrol | 21 | 0,81 | 0,75 | ,803 | 21 | ,001* |
| Basitleştirme | Deney | 21 | 1,62 | 0,67 | ,617 | 21 | ,000* |
| | Kontrol | 21 | 0,86 | 0,65 | ,792 | 21 | ,000* |
| Geriye Doğru Çalışma | Deney | 21 | 0,76 | 0,77 | ,791 | 21 | ,000* |
| | Kontrol | 21 | 0,38 | 0,66 | ,617 | 21 | ,000* |
| Tablo Yapma | Deney | 21 | 0,66 | 0,80 | ,750 | 21 | ,000* |
| | Kontrol | 21 | 0,28 | 0,64 | ,501 | 21 | ,000* |
| Muhakeme Etme | Deney | 21 | 1,90 | 0,30 | ,341 | 21 | ,000* |
| | Kontrol | 21 | 1,38 | 0,59 | ,742 | 21 | ,000* |

p*<0.05

Tablo 29 incelendiğinde hiçbir problem çözme stratejisinin normal dağılım göstermediği görülmektedir (p<0.05). Deney ve kontrol gruplarının PÇT son testlerinde her bir problem çözme stratejisi açısından anlamlı farklılığın olup olmadığının belirlenmesinde parametrik olmayan analiz yöntemlerinden Mann Whitney U analiz yöntemi kullanılmıştır. Her bir strateji açısından PÇT son testlerine göre farklılığın belirlenmesine ilişkin Mann Whitney U analiz bulguları aşağıda sunulmuştur:

Tablo 30

*Deney ve Kontrol Gruplarının PÇT Son Testlerine Göre Her Bir Problem Çözme Stratejisi Açısından Mann Whitney U Testlerine İlişkin Sonuçları*

| Strateji | PÇT Son Test Puanları | N | Sıra ortalaması | Sıra toplamı | U | P |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Sistematik Liste Yapma | Deney | 21 | 27,33 | 574,00 | 98,00 | 0,00* |
| | Kontrol | 21 | 15,67 | 329,00 | | |
| Tahmin ve Kontrol | Deney | 21 | 26,26 | 551,50 | 120,50 | 0,00* |
| | Kontrol | 21 | 16,74 | 351,50 | | |
| Diyagram Çizme | Deney | 21 | 29,93 | 628,50 | 43,50 | 0,00* |
| | Kontrol | 21 | 13,07 | 274,50 | | |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Örüntü Bulma | Deney<br>Kontrol | 21<br>21 | 26,17<br>16,83 | 549,50<br>353,50 | 122,50 | 0,00* |
| Değişken Kullanma | Deney<br>Kontrol | 21<br>21 | 25,79<br>17,21 | 541,50<br>361,50 | 130,50 | 0,01* |
| Basitleştirme | Deney<br>Kontrol | 21<br>21 | 27,50<br>15,50 | 577,50<br>325,50 | 94,50 | 0,00* |
| Geriye Doğru Çalışma | Deney<br>Kontrol | 21<br>21 | 25,19<br>17,81 | 529,00<br>374,00 | 143,00 | 0,02* |
| Tablo Yapma | Deney<br>Kontrol | 21<br>21 | 24,64<br>18,36 | 517,50<br>385,50 | 154,50 | 0,04* |
| Muhakeme Etme | Deney<br>Kontrol | 21<br>21 | 26,55<br>16,45 | 557,50<br>345,50 | 114,50 | 0,00* |

p*<0.05

Tablo 30 incelendiğinde stratejilerin tamamında deney ve kontrol grupları arasında anlamlı farklılığın olduğu görülmektedir ($p<0.05$). Bu bulgudan hareketle, deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin her bir strateji açısından problem çözme stratejilerini kullanım düzeyleri arasında deney grubu lehine anlamlı farklığın olduğu söylenebilir.

Deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin PÇT son testinde ilgili stratejilerle çözülebilen problemleri doğru cevaplama oranları da ortaya konulmuştur. PÇT son testlerine göre stratejilerin doğru cevaplanma oranları Tablo 31'de sunulmuştur:

Tablo 31

*Deney ve Kontrol Gruplarının PÇT Son Testlerine Göre Problemleri Doğru Cevaplama Oranları*

| PÇT Son Test | S. Liste Yapma | Tahmin ve Kontrol | Diyagram Çizme | Örüntü Bulma | Değişken Kullanma | Basitleş-tirme | Geriye Doğru Çalışma | Tablo Yapma | Muhakeme Etme |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Problem | 1 ve 10 | 2 ve 11 | 3 ve 12 | 4 ve 13 | 5 ve 14 | 6 ve 15 | 7 ve 16 | 8 ve 17 | 9 ve 18 |
| Deney | %57 | %81 | %93 | %83 | %69 | %81 | %38 | %33 | %95 |
| Kontrol | %19 | %52 | %40 | %55 | %40 | %43 | %19 | %14 | %69 |

Tablo 31'e göre PÇT son testinde problem çözme strateji eğitimi verilen deney grubunun "Geriye Doğru Çalışma" ve "Tablo Yapma" ile ilgili çözülebilen problemler dışında diğer problem çözme stratejileriyle çözülebilen problemleri doğru cevaplama oranının %50'nin üzerinde olduğu görülmektedir. Kontrol grubunda ise %50'nin üzerinde doğru cevaplama oranına sahip "Tahmin ve Kontrol", "Örüntü Bulma" ve "Muhakeme Etme" stratejilerine ilişkin problemlerin olduğu söylenebilir. Tablo 31'de her bir stratejiye ilişkin problemlerin cevaplanma oranlarında deney grubundaki öğrencilerin kontrol grubundaki öğrencilere göre tüm stratejilerde daha iyi bir sonuç elde ettiği görülmektedir.

**4.2.3. Deney grubu ile kontrol grubunun problem çözme testi kalıcılık testlerine ilişkin bulgular ve yorum.** Deney grubuna uygulanan problem çözme stratejileri eğitiminin etkisinin gerçekleştirilen uygulamadan sonra devam edip etmediğini ortaya koymak amacıyla deney ve kontrol grubu öğrencilerine PÇT son testleri uygulandıktan 6 hafta sonra PÇT kalıcılık testi uygulanmıştır. PÇT kalıcılık testlerinden elde edilen veriler deney grubu ile kontrol grubunun PÇT kalıcılık testi puanları arasında anlamlı bir fark olup olmadığını belirlemek için analiz edilmiştir. Anlamlı farkın olup olmadığının belirlenmesi için gerçekleştirilecek analiz yöntemini belirlemek amacıyla öncelikle verilerin normalliğine bakılmıştır. Deney ve kontrol gruplarının PÇT kalıcılık testi verilerinin normal dağılıp dağılmadığına ilişkin Shapiro Wilk normallik testi analizi sonuçları ve 18 puan üzerinden değerlendirilen kalıcılık testlerine ilişkin betimsel bilgiler Tablo 32'de sunulmuştur:

Tablo 32

*Deney ve Kontrol Gruplarının PÇT Kalıcılık Testlerine İlişkin Normallik Tablosu ve Betimsel Bilgileri*

| Ölçüm | Gruplar | n | $\bar{x}$ | ss | Shapiro-Wilk | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | İstatistik | sd | p |
| PÇT Kalıcılık Testi Puanları | Deney | 21 | 12,38 | 3,21 | ,927 | 21 | ,122 |
| | Kontrol | 21 | 7,10 | 3,36 | ,890 | 21 | ,022* |

p*<0.05

Shapiro Wilk normallik tablosu incelendiğinde kontrol grubunun PÇT kalıcılık testi puanlarının normal dağılım göstermediği görülmektedir (p=0,02, p<0.05). Bu doğrultuda, deney grubu ile kontrol grubunun PÇT kalıcılık test puanları arasında anlamlı fark olup olmadığını belirlemek için Mann Whitney U testi tercih edilmiştir. Gerçekleştirilen Mann Whitney U analizine ilişkin bulgular Tablo 33'de ortaya konulmuştur:

Tablo 33

*Deney ve Kontrol Gruplarının PÇT Kalıcılık Testlerine İlişkin Mann Whitney U Testi Analizi Sonuçları*

| PÇT Kalıcılık Test Puanları | N | Sıra ortalaması | Sıra toplamı | U | P |
|---|---|---|---|---|---|
| Deney | 21 | 29,45 | 618,50 | 53,500 | 0,00* |
| Kontrol | 21 | 13,55 | 284,50 | | |

p*<0.05

Mann Whitney U testi analiz sonuçlarına göre deney grubu ile kontrol grubu PÇT kalıcılık test puanları arasında deney grubu lehine anlamlı farklılık olduğu söylenebilir (U=53,500, p*=0,00, p<0.05). Ayrıca, Tablo 32 incelendiğinde deney grubu öğrencilerinin kalıcılık testi puan ortalamasının $\bar{x}_{\text{deney}}$=12,38 olduğu, kontrol grubunun ise PÇT kalıcılık testi puan ortalamasının $\bar{x}_{\text{kontrol}}$=7,10 olduğu görülmektedir. Bu sonuçlara göre deney grubunun PÇT kalıcılık testi puan ortalamasının kontrol grubu PÇT kalıcılık testi puan ortalamasına göre yüksek bir düzeyde olduğu söylenebilir.

Deney ve kontrol gruplarının PÇT kalıcılık testine göre problem çözme stratejileri kullanım düzeyleri arasında anlamlı farklılığın olup olmadığı her bir strateji için ayrı ayrı incelenmiştir. Farklılığın belirlenmesinde deney ve kontrol gruplarının PÇT kalıcılık testlerine göre her bir strateji açısından normal dağılım gösterip göstermediği ortaya konulmuştur. Deney ve kontrol gruplarının PÇT kalıcılık testlerine göre her bir strateji açısından normal dağılım gösterip göstermediğine ilişkin Shapiro Wilk analiz tabloları ve 2 puan üzerinden değerlendirilen her bir stratejinin betimsel bilgileri aşağıda sunulmuştur:

Tablo 34

*Deney ve Kontrol Gruplarının PÇT Kalıcılık Testlerine Göre Her Bir Problem Çözme Stratejisi Açısından Normallik Tabloları ve Betimsel Bilgileri*

| Ölçüm Kalıcılık Test | Gruplar | n | $\bar{x}_{\text{toplam puan}}$ | ss | Shapiro-Wilk | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | İstatistik | sd | p |
| Sistematik Liste Yapma | Deney | 21 | 1,10 | 0,70 | ,808 | 21 | ,001* |
| | Kontrol | 21 | 0,33 | 0,48 | ,599 | 21 | ,000* |
| Tahmin ve Kontrol | Deney | 21 | 1,67 | 0,48 | ,599 | 21 | ,000* |
| | Kontrol | 21 | 0,95 | 0,67 | ,800 | 21 | ,001* |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Diyagram Çizme | Deney | 21 | 1,86 | 0,36 | ,422 | 21 | ,000* |
| | Kontrol | 21 | 1,10 | 0,54 | ,715 | 21 | ,000* |
| Örüntü Bulma | Deney | 21 | 1,71 | 0,46 | ,570 | 21 | ,000* |
| | Kontrol | 21 | 1,14 | 0,65 | ,792 | 21 | ,000* |
| Değişken Kullanma | Deney | 21 | 1,33 | 0,73 | ,774 | 21 | ,000* |
| | Kontrol | 21 | 0,76 | 0,70 | ,796 | 21 | ,001* |
| Basitleştirme | Deney | 21 | 1,57 | 0,68 | ,661 | 21 | ,000* |
| | Kontrol | 21 | 0,90 | 0,70 | ,808 | 21 | ,001* |
| Geriye Doğru Çalışma | Deney | 21 | 0,62 | 0,80 | ,721 | 21 | ,000* |
| | Kontrol | 21 | 0,28 | 0,56 | ,569 | 21 | ,000* |
| Tablo Yapma | Deney | 21 | 0,62 | 0,74 | ,753 | 21 | ,000* |
| | Kontrol | 21 | 0,28 | 0,64 | ,501 | 21 | ,000* |
| Muhakeme Etme | Deney | 21 | 1,90 | 0,30 | ,341 | 21 | ,000* |
| | Kontrol | 21 | 1,33 | 0,66 | ,774 | 21 | ,000* |

p*<0.05

Tablo 34 incelendiğinde deney ve kontrol gruplarının PÇT kalıcılık testlerine göre her bir problem çözme stratejisi açısından normal dağılım göstermediği söylenebilir ($p<0.05$). PÇT kalıcılık testlerine göre her bir problem çözme stratejisi açısından deney ve kontrol grupları arasında anlamlı farklılığın belirlenmesinde Mann Whitney U analiz yöntemi kullanılmıştır. Mann Whitney U analizine ilişkin bulgular aşağıdaki tablolarda ortaya konulmuştur:

Tablo 35

*Deney ve Kontrol Gruplarının PÇT Kalıcılık Testlerine Göre Her Bir Problem Çözme Stratejisi Açısından Mann Whitney U Testlerine İlişkin Sonuçları*

| Strateji | PÇT Kalıcılık Test Puanları | N | Sıra ortalaması | Sıra toplamı | U | P |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Sistematik Liste Yapma | Deney | 21 | 27,50 | 577,50 | 94,50 | 0,00* |
| | Kontrol | 21 | 15,50 | 325,50 | | |
| Tahmin ve Kontrol | Deney | 21 | 27,33 | 574,00 | 98,00 | 0,00* |
| | Kontrol | 21 | 15,67 | 329,00 | | |
| Diyagram Çizme | Deney | 21 | 28,64 | 601,50 | 70,50 | 0,00* |
| | Kontrol | 21 | 14,36 | 301,50 | | |
| Örüntü Bulma | Deney | 21 | 26,43 | 555,00 | 117,00 | 0,00* |
| | Kontrol | 21 | 16,57 | 348,00 | | |
| Değişken Kullanma | Deney | 21 | 25,81 | 542,00 | 130,00 | 0,01* |
| | Kontrol | 21 | 17,19 | 361,00 | | |
| Basitleştirme | Deney | 21 | 26,69 | 560,50 | 111,50 | 0,00* |
| | Kontrol | 21 | 16,31 | 342,50 | | |
| Geriye Doğru Çalışma | Deney | 21 | 23,76 | 499,00 | 173,00 | 0,15 |
| | Kontrol | 21 | 19,24 | 404,00 | | |
| Tablo Yapma | Deney | 21 | 24,31 | 510,50 | 161,50 | 0,07 |
| | Kontrol | 21 | 18,69 | 392,50 | | |
| Muhakeme Etme | Deney | 21 | 26,60 | 558,50 | 113,50 | 0,00* |
| | Kontrol | 21 | 16,40 | 344,50 | | |

p*<0.05

Tablo 35'deki Mann Whitney U analiz sonuçlarına göre; "Sistematik Liste Yapma", "Tahmin ve Kontrol", "Diyagram Çizme", "Örüntü Bulma", "Değişken Kullanma", "Basitleştirme" ve "Muhakeme Etme" stratejilerinin kullanım düzeyleri açısından deney grubu lehine anlamlı farklılığın olduğu görülmektedir ($p<0.05$). "Geriye Doğru Çalışma" ve "Tablo Yapma" stratejilerinin kullanım düzeyleri açısından anlamlılık değerlerinin anlamlılık düzeyi olan 0.05'ten büyük olduğu bulgusuna ulaşılmıştır. Dolayısıyla deney ve kontrol gruplarının PÇT kalıcılık testlerine göre "Geriye Doğru Çalışma" ve "Tablo Yapma" stratejilerinin kullanım düzeyleri arasında anlamlı farklılığın olmadığı söylenebilir.

PÇT kalıcılık testlerine göre deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin problemleri doğru cevaplama oranları da incelenmiştir. Aşağıdaki tabloda deney ve kontrol gruplarındaki öğrencilerin problem çözme stratejileri ile çözülebilen problemleri doğru cevaplama oranları problemlerin ilgili olduğu stratejilere göre sunulmuştur:

Tablo 36

*Deney ve Kontrol Gruplarının PÇT Kalıcılık Testlerine Göre Problemleri Doğru Cevaplama Oranları*

| PÇT Kalıcılık Test | S. Liste Yapma | Tahmin ve Kontrol | Diyagram Çizme | Örüntü Bulma | Değişken Kullanma | Basitleş-tirme | Geriye Doğru Çalışma | Tablo Yapma | Muhakeme Etme |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Problem | 1 ve 10 | 2 ve 11 | 3 ve 12 | 4 ve 13 | 5 ve 14 | 6 ve 15 | 7 ve 16 | 8 ve 17 | 9 ve 18 |
| Deney | %55 | %83 | %93 | %86 | %67 | %79 | %31 | %31 | %95 |
| Kontrol | %17 | %48 | %55 | %57 | %38 | %45 | %14 | %14 | %67 |

Kalıcılık testine göre problem çözme stratejilerinin kullanım düzeylerine ilişkin Tablo 36 incelendiğinde deney grubundaki öğrencilerin "Geriye Doğru Çalışma" ($Deney_{7,16}$ =%31) ve "Tablo Yapma" ($Deney_{8,17}$ =%31) stratejileri dışında diğer stratejilerle ilişkili problemleri doğru cevaplama oranının %50'nin üzerinde olduğu görülmektedir. Kontrol grubunda ise "Muhakeme Etme" ($Kontrol_{9,18}$=%67) ve "Diyagram Çizme" ($Kontrol_{2,11}$=%55) stratejileriyle ilgili problemlerin dışında diğer stratejilerle ilişkili problemleri doğru cevaplama oranının %50'nin altında olduğu belirlenmiştir.

**4.2.4. Deney grubunun problem çözme testi, ön testleri, son testleri ve kalıcılık testlerine ilişkin bulgular ve yorum.** Problem çözme stratejileri eğitiminin öğrencilerin problem çözme strateji kullanma düzeylerine etkisini belirlemek amacıyla gerçekleştirilen deneysel çalışmada, deney grubu öğrencilerine uygulanan problem çözme stratejileri eğitiminin etkisi PÇT ön test ve son testlerden elde edilen veriler doğrultusunda ortaya konulmuştur. Deney grubunun ön test puanlarıyla son test puanları arasında farklılığın olup olmadığını belirmede kullanılacak veri analiz yöntemini belirlemek için veri gruplarının normalliği incelenmiştir. Tablo 22 ve Tablo 27'deki Shapiro Wilk tabloları incelendiğinde deney grubu PÇT son test puanlarının p anlamlılık ($p=0,03$, $p<0.05$) değerinin 0.05'ten küçük olduğu görülmektedir. Bu bulgudan hareketle, deney grubu PÇT son test puanlarının normal dağılım göstermediği söylenebilir. Dolayısıyla, deney grubu öğrencilerinin PÇT ön test puanlarıyla PÇT son test puanları arasında anlamlı farklılığın belirlenmesinde parametrik olmayan analiz yöntemlerinden Wilcoxon işaretli sıralar testi analizi yapılmıştır. Wilcoxon işaretli sıralar testi analiz tablosu aşağıda verilmiştir:

Tablo 37

*Deney Grubunun PÇT Ön Test-Son Testlerine İlişkin Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi Analizi Sonuçları*

| Deney Grubu PÇT Ön Test-Son Test | N | Sıra ortalaması | Sıra toplamı | z | p |
|---|---|---|---|---|---|
| Negatif Sıra | 0[a] | ,00 | ,00 | -4,055* | 0,00** |
| Pozitif Sıra | 21[b] | 11,00 | 231,00 | | |
| Eşit | 0[c] | | | | |

*Negatif sıralar temeline dayalı, p**<0.05
a. Son Test Puanları <Ön Test Puanları
b. Son Test Puanları >Ön Test Puanları
c. Son Test Puanları =Ön Test Puanları

Wilcoxon işaretli sıralar testi analizine ilişkin bulgular incelendiğinde deney grubunun PÇT ön test puanlarıyla PÇT son test puanları arasında son test puanları lehine anlamlı bir farklılığın olduğu söylenebilir ($z=-4,05$, $p=0,00$, $p<0.05$). Ayrıca, Wilcoxon işaretli sıralar testi analizine göre deney grubundaki bütün öğrencilerin son test puanlarının ön test puanlarından yüksek olduğu da görülmektedir. Tablo 22 ve Tablo 27 incelendiğinde deney grubunun PÇT son test puan ortalamasının ($\bar{x}_{\text{son test}}$=12,61) PÇT ön test puan ortalamasından ($\bar{x}_{\text{ön test}}$=7,52) büyük olduğu da görülmektedir. Bu bulgular ışığında problem çözme stratejileri eğitiminin öğrencilerin PÇT puanlarını ve problem çözme stratejilerini kullanım düzeylerini olumlu yönde etkilediği söylenebilir.

PÇT ön test ve PÇT son testlerine göre deney grubu öğrencilerinin problem çözme stratejilerine ilişkin kullanım düzeyleri arasında farklılığın olup olmadığı her bir strateji için ayrı ayrı incelenmiştir. Tablo 24 ve Tablo 29'a göre veri gruplarının normal dağılım göstermediği görülmektedir ($p<0.05$). Bu doğrultuda, PÇT ön test ve son testlerine göre deney grubu öğrencilerinin problem çözme strateji kullanım düzeyleri arasında farklılığın her bir strateji açısından belirlenmesinde Wilcoxon işaretli sıralar testi analizi yapılmıştır. Her bir problem çözme stratejisine ilişkin Wilcoxon işaretli sıralar testi analiz tablosu aşağıda verilmiştir:

Tablo 38

*Deney Grubunun PÇT Ön Testleri ve Son Testlerinin Her Bir Problem Çözme Stratejisi Açısından Wilcoxon İşaretli Sıralar Testlerine İlişkin Sonuçları*

| Strateji | Deney Grubu PÇT Ön Test-Son Test | N | Sıra ortalaması | Sıra toplamı | z | p |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Sistematik Liste Yapma | Negatif Sıra | 0[a] | 0,00 | 0,00 | -3,69* | 0,00** |
| | Pozitif Sıra | 15[b] | 8,00 | 120,00 | | |
| | Eşit | 6[c] | | | | |
| Tahmin ve Kontrol | Negatif Sıra | 2[a] | 4,00 | 8,00 | -1,13* | 0,00** |
| | Pozitif Sıra | 5[b] | 4,00 | 20,00 | | |
| | Eşit | 14[c] | | | | |
| Diyagram Çizme | Negatif Sıra | 0[a] | 0,00 | 0,00 | -3,90* | 0,00** |
| | Pozitif Sıra | 18[b] | 9,50 | 171,00 | | |
| | Eşit | 3[c] | | | | |
| Örüntü Bulma | Negatif Sıra | 1[a] | 6,00 | 6,00 | -2,71* | 0,00** |
| | Pozitif Sıra | 10[b] | 6,00 | 60,00 | | |
| | Eşit | 10[c] | | | | |
| Değişken Kullanma | Negatif Sıra | 0[a] | 0,00 | 0,00 | -3,77* | 0,00** |
| | Pozitif Sıra | 15[b] | 8,00 | 120,00 | | |
| | Eşit | 6[c] | | | | |
| Basitleştirme | Negatif Sıra | 1[a] | 5,00 | 5,00 | -2,65* | 0,00** |
| | Pozitif Sıra | 10[b] | 6,10 | 61,00 | | |
| | Eşit | 10[c] | | | | |
| Geriye Doğru Çalışma | Negatif Sıra | 0[a] | 0,00 | 0,00 | -3,05* | 0,00** |
| | Pozitif Sıra | 10[b] | 5,50 | 55,00 | | |
| | Eşit | 11[c] | | | | |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Tablo Yapma | Negatif Sıra<br>Pozitif Sıra<br>Eşit | 1[a]<br>8[b]<br>12[c] | 4,00<br>5,13 | 4,00<br>41,00 | -2,31* | 0,02** |
| Muhakeme Etme | Negatif Sıra<br>Pozitif Sıra<br>Eşit | 0[a]<br>8[b]<br>13[c] | 0,00<br>4,50 | 0,00<br>36,00 | -2,82* | 0,00** |

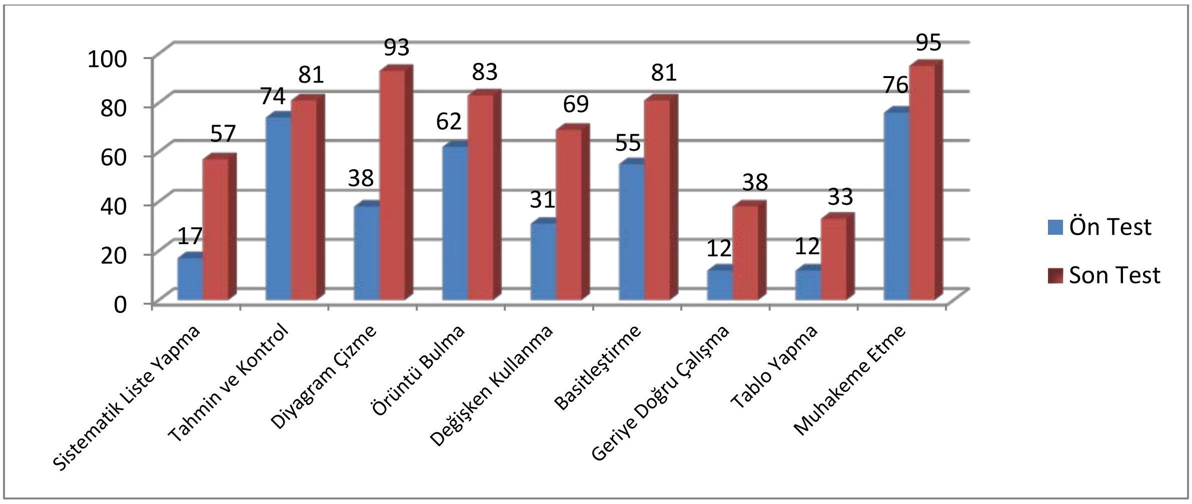
*Negatif sıralar temeline dayalı, p**<0.05
a. Son Test Puanları <Ön Test Puanları
b. Son Test Puanları >Ön Test Puanları
c. Son Test Puanları =Ön Test Puanları

Tablo 38'e göre stratejilerin tamamında PÇT ön testi ile PÇT son testi arasında anlamlı farklılığın olduğu (p<0.05) ve Tablo 24 ve Tablo 29'daki ortalamalar incelendiğinde bu farklılığın PÇT son testler lehine olduğu ortaya konulmuştur. Tablo 38 incelendiğinde ön testlere göre son testlerde en fazla artış gösteren stratejinin "Diyagram Çizme" (n=18) olduğu görülmektedir. En az artış gösteren strateji ise "Tahmin ve Kontrol" (n=5) stratejisidir.

Deney grubu öğrencilerinin PÇT ön test ve son testlerine ilişkin problemleri doğru cevaplama ve bu doğrultuda problem çözme stratejilerini kullanma düzeyleri de ortaya konulmuştur. Aşağıdaki grafikte deney grubu öğrencilerinin PÇT ön test ve son testlerinde problem çözme stratejileri ile çözülebilen problemleri doğru cevaplama oranları problemlerin ilgili olduğu stratejilere göre sunulmuştur:

Grafik 1

*Deney Grubunun PÇT Ön Test ve Son Testlerine Göre Problemleri Doğru Cevaplama Oranları*



Grafik 1 incelendiğinde deney grubunun son testinde öğrencilerin problem çözme stratejileriyle ilgili olan problemleri doğru cevaplama oranlarında artış yaşandığı görülmektedir. Bir başka ifadeyle, deney grubundaki öğrencilerin problem çözme stratejilerini kullanma düzeylerinin arttığı söylenebilir. Deney grubu öğrencilerinin PÇT son testlerinde doğru cevaplama oranının en fazla artış gösterdiği problemlerin "Diyagram Çizme" stratejisiyle ilgili olan problemler olduğu görülmektedir. "Sistematik Liste Yapma" stratejisinin uygulama öncesinde kullanım düzeyi (Ön test $_{\text{S. Liste Yapma}}$=%17) oldukça düşük iken uygulama sonrasında kullanım düzeyinin %50'nin üzerine çıktığı görülmüştür (Son test $_{\text{S. Liste Yapma}}$=%57). "Tablo Yapma" ve "Geriye Doğru Çalışma" stratejilerinde de artış gözlenmesine rağmen son testte bu stratejilerin kullanım düzeyinin %50'nin altında olduğu görülmektedir (Son test $_{\text{Tablo Yapma}}$=%37, Son test $_{\text{Geriye doğru Çalışma}}$=%38).

Problem çözme stratejileri eğitiminin etkisinin uygulama gerçekleştirildikten sonra da devam edip etmediğini belirlemek amacıyla öğrencilere, son testler uygulandıktan 6 hafta sonra kalıcılık testi uygulanmıştır. Deney grubu öğrencilerinin PÇT son test puanlarıyla kalıcılık testi puanları arasında farklılığın belirlenmesinde verilerin normalliği incelenmiştir. Tablo 27 ve Tablo 32 incelendiğinde deney grubunun PÇT son testi puanlarının ($p=0,03$, $p<0.05$) normal dağılım göstermediği görülerek deney grubu öğrencilerinin PÇT son test puanlarıyla kalıcılık testi puanları arasında anlamlı farklılığın belirlenmesinde Wilcoxon işaretli sıralar testi analizinden faydalanılmıştır. Wilcoxon işaretli sıralar testi analiz tablosu aşağıda sunulmuştur:

Tablo 39

*Deney Grubunun PÇT Son Test-Kalıcılık Testlerine İlişkin Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi Analizi Sonuçları*

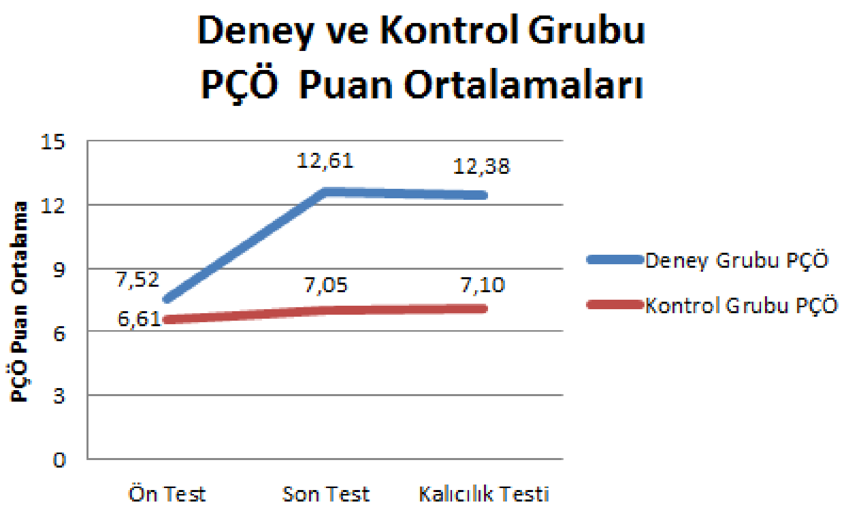
| Deney Grubu PÇT Son Test-Kalıcılık Testi | N | Sıra ortalaması | Sıra toplamı | z | p |
|---|---|---|---|---|---|
| Negatif Sıra | 7[a] | 5,00 | 35,00 | -1,667* | 0,09** |
| Pozitif Sıra | 2[b] | 5,00 | 10,00 | | |
| Eşit | 12[c] | | | | |

*Negatif sıralar temeline dayalı, p**>0.05
a. Kalıcılık Testi Puanları <Son Test Puanları
b Kalıcılık Testi Puanları > Son Test Puanları
c. Kalıcılık Testi Puanları = Son Test Puanları

Tablo 39'a göre p anlamlılık değerinin (p=0,09) anlamlılık düzeyi olan 0.05'ten büyük olduğu görülmektedir. Bu bulgudan hareketle, problem çözme strateji eğitimi verilen deney grubu öğrencilerinin PÇT son test puanlarıyla PÇT kalıcılık testi puanları arasında anlamlı farklılığın olmadığı söylenebilir (z=-1,66, p=0,09, p>0.05). Wilcoxon işaretli sıralar testi analiz tablosu incelendiğinde, 12 öğrencinin PÇT son test ve kalıcılık testi puanlarının eşit olduğu, 7 öğrencinin PÇT kalıcılık testi puanlarının PÇT son test puanlarından düşük olduğu, 2 öğrencinin ise PÇT kalıcılık testi puanlarının PÇT son test puanlarından yüksek olduğu görülmektedir. Elde edilen bulgular ışığında, deney grubu öğrencilerine uygulanan problem çözme stratejileri eğitiminin etkisinin uygulama sona erdikten 6 hafta sonra da devam ettiği söylenebilir.

Grafik 2

*Deney ve Kontrol Gruplarının PÇT Ön Test, Son Test ve Kalıcılık Testleri Puan Ortalamaları*




Grafik 2 incelendiğinde, deney ve kontrol gruplarının PÇT son testlerinde öğrencilerin puanlarında artış yaşandığı fakat deney grubu öğrencilerinin PÇT son test puanlarında bu artışın anlamlı olduğu yapılan analizler sonucunda ortaya konulmuştur. Gerçekleştirilen problem çözme stratejileri eğitiminin öğrencilerin son test puanlarını anlamlı derecede arttırdığı ve uygulama tamamlandıktan 6 hafta sonra da etkisinin devam ettiği belirlenmiştir. Deney grubu öğrencilerinin PÇT son test puanlarıyla kalıcılık testi puanlarının birbirine çok yakın olduğu Grafik 2 ‘de görülmektedir ($\bar{x}_{\text{Son test}}$=12,61, $\bar{x}_{\text{Kalıcılık testi}}$=12,38).

PÇT son test ve kalıcılık testleri arasında deney grubu öğrencilerinin her bir problem çözme stratejisi açısından anlamlı farklılığın olup olmadığı da incelenmiştir. Tablo 29 ve Tablo 34’e göre PÇT son test ve kalıcılık testlerinde veri gruplarının normal dağılım göstermediği belirlenmiştir ($p<0.05$). Bu doğrultuda, deney grubu öğrencilerinin PÇT son test ve kalıcılık testleri arasında her bir problem çözme stratejisi açısından anlamlı farklılığın olup olmadığının belirlenmesinde parametrik olmayan analiz yöntemlerinden Wilcoxon işaretli sıralar testi analizlerinden faydalanılmıştır. Aşağıdaki tabloda Wilcoxon işaretli sıralar testi analizlerine ilişkin bulgular sunulmuştur:

Tablo 40

*Deney Grubunun PÇT Son Testleri ve Kalıcılık Testlerinin Her Bir Problem Çözme Stratejisi Açısından Wilcoxon İşaretli Sıralar Testlerine İlişkin Sonuçları*

| Strateji | Deney Grubu PÇT Son Test Kalıcılık | N | Sıra ortalaması | Sıra toplamı | z | p |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Sistematik Liste Yapma | Negatif Sıra | 2[a] | 2,00 | 4,00 | -0,57** | 0,56 |
| | Pozitif Sıra | 1[b] | 2,00 | 2,00 | | |
| | Eşit | 18[c] | | | | |
| Tahmin ve Kontrol | Negatif Sıra | 0[a] | ,00 | ,00 | -1,00* | 0,31 |
| | Pozitif Sıra | 1[b] | 1,00 | 1,00 | | |
| | Eşit | 20[c] | | | | |
| Diyagram Çizme | Negatif Sıra | 1[a] | 1,50 | 1,50 | 0,00*** | 1,00 |
| | Pozitif Sıra | 1[b] | 1,50 | 1,50 | | |
| | Eşit | 19[c] | | | | |
| Örüntü Bulma | Negatif Sıra | 0[a] | ,00 | ,00 | -1,00* | 0,31 |
| | Pozitif Sıra | 1[b] | 1,00 | 1,00 | | |
| | Eşit | 20[c] | | | | |
| Değişken Kullanma | Negatif Sıra | 1[a] | 1,00 | 1,00 | -1,00** | 0,31 |
| | Pozitif Sıra | 0[b] | ,00 | ,00 | | |
| | Eşit | 20[c] | | | | |
| Basitleştirme | Negatif Sıra | 1[a] | 1,00 | 1,00 | -1,00** | 0,31 |
| | Pozitif Sıra | 0[b] | ,00 | ,00 | | |
| | Eşit | 20[c] | | | | |
| Geriye Doğru Çalışma | Negatif Sıra | 3[a] | 2,00 | 6,00 | -1,73** | 0,08 |
| | Pozitif Sıra | 0[b] | ,00 | ,00 | | |
| | Eşit | 18[c] | | | | |
| Tablo Yapma | Negatif Sıra | 1[a] | 1,00 | 1,00 | -1,00** | 0,31 |
| | Pozitif Sıra | 0[b] | ,00 | ,00 | | |
| | Eşit | 20[c] | | | | |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Muhakeme Etme | Negatif Sıra | 0[a] | ,00 | ,00 | | |
| | Pozitif Sıra | 0[b] | ,00 | ,00 | 0,00[***] | 1,00 |
| | Eşit | 21[c] | | | | |

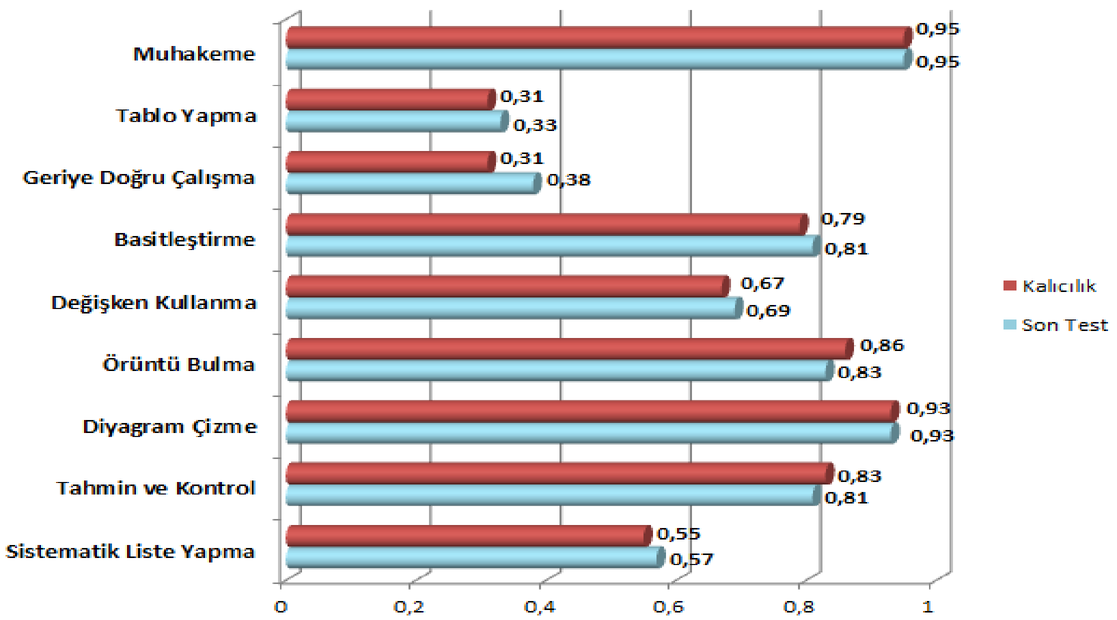
[*]Negatif sıralar temeline dayalı, [**]Pozitif sıralar temeline dayalı, [***]Negatif sıra toplamı pozitif sıra toplamı eşit, p>0.05
a. Kalıcılık Test Puanları < Son Test Puanları
b. Kalıcılık Test Puanları > Son Test Puanları
c. Kalıcılık Test Puanları = Son Test Puanları

Wilcoxon işaretli sıralar testi analizlerine göre deney grubu öğrencilerinin her bir problem çözme stratejisi için kullanım düzeyleri açısından PÇT son testleri ile kalıcılık testleri arasında anlamlı farklılığın olmadığı görülmektedir (p>0.05). Tablo 40 incelendiğinde "Muhakeme Etme" stratejisinde ise son test ile kalıcılık testleri arasında herhangi bir değişim yaşanmadığı söylenebilir.

Deney grubu öğrencilerinin PÇT son test ve kalıcılık testlerinde problem çözme stratejileriyle ilgili olan problemleri doğru cevaplama oranları, ilişkili oldukları problem çözme stratejileri doğrultusunda ortaya konulmuştur. Aşağıdaki grafikte PÇT son test ve kalıcılık testlerine göre problem çözme stratejilerinin kullanım oranları sunulmuştur.

Grafik 3

*Deney Grubunun PÇT Son Testleri ve Kalıcılık Testlerine Göre Problemleri Doğru Cevaplama Oranları*



Grafik 3 incelendiğinde, deney grubu öğrencilerinin PÇT son test ve kalıcılık testlerine göre problem çözme stratejilerini kullanma oranları incelendiğinde “Muhakeme Etme” ve “Diyagram Çizme” stratejilerinin hem son test hem de kalıcılık testlerinde kullanma düzeylerinin eşit olduğu görülmektedir. “Örüntü Bulma” ve “Tahmin ve Kontrol” stratejilerinin PÇT kalıcılık testinde kullanım düzeylerinin PÇT son testlere göre çok az da olsa arttığı, diğer stratejilerin PÇT kalıcılık testinde kullanım oranlarında PÇT son testine göre çok az düşüş yaşandığı söylenebilir.

**4.2.5. Kontrol grubunun problem çözme testi ön testleri, son testleri ve kalıcılık testlerine ilişkin bulgular ve yorum.** Problem çözme stratejileri eğitiminin etkisini belirlemek adına gerçekleştirilen uygulama süresinin sonunda kontrol grubunun gelişiminin incelenmesinin önemli olduğu düşünülmektedir. Bu doğrultuda geleneksel öğretim yönteminin uygulandığı kontrol grubu öğrencilerinin PÇT ön test puanlarıyla PÇT son test puanları arasında farklılık olup olmadığı incelenmiştir.

Kontrol grubunun PÇT ön test ve PÇT son test puanları arasında anlamlı farklılığın belirlenmesinde öncelikle verilerin normalliği incelenmiştir. Tablo 22 ve Tablo 27’ye göre kontrol grubunun PÇT son test puanlarının normal dağılım göstermediği görülmüştür ($p=0,03$, $p<0.05$). Bu bulgudan hareketle, kontrol grubunun PÇT ön test puanlarıyla PÇT son test puanları arasında anlamlı farklılığın belirlenmesinde parametrik olmayan analiz yöntemlerinden Wilcoxon işaretli sıralar testi analizi yapılmıştır. Wilcoxon işaretli sıralar testi analiz tablosu aşağıda verilmiştir:

Tablo 41

*Kontrol Grubunun PÇT Ön Test-Son Testlerine İlişkin Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi Analizi Sonuçları*

| Kontrol Grubu PÇT Ön Test-Son Test | N | Sıra ortalaması | Sıra toplamı | z | p |
|---|---|---|---|---|---|
| Negatif Sıra | 8[a] | 8,19 | 65,50 | -,895* | 0,37** |
| Pozitif Sıra | 10[b] | 10,55 | 105,50 | | |
| Eşit | 3[c] | | | | |

*Negatif sıralar temeline dayalı, p**>0.05
a. Son Test Puanları <Ön Test Puanları
b. Son Test Puanları >Ön Test Puanları
c. Son Test Puanları =Ön Test Puanları

Wilcoxon işaretli sıralar testi analizine ilişkin bulgular incelendiğinde p anlamlılık değerinin (p=0,37) anlamlılık düzeyi olan 0.05'ten büyük olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu bulgudan hareketle, kontrol grubunun PÇT ön test puanlarıyla PÇT son test puanları arasında anlamlı bir farklılığın olmadığı söylenebilir (z=-0,89, p=0,37, p>0.05). Ayrıca Wilcoxon işaretli sıralar testi analizine göre kontrol grubundaki 10 öğrencinin PÇT son testinde puanlarının arttığı, 8 öğrencinin puanlarında düşüş yaşandığı ve 3 öğrencinin ise PÇT ön test puanıyla son test puanının eşit olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Tablo 22 ve Tablo 27'ye göre kontrol grubu öğrencilerinin PÇT ön test puanlarının ortalamasıyla ($\bar{x}_{\text{ön test}}$=6,61) PÇT son test puan ortalamasının ($\bar{x}_{\text{son test}}$=7,05) birbirine yakın değerler olduğu da görülmektedir. Bu bulgular ışığında geleneksel öğretim yönteminin uygulandığı kontrol grubuna okulda verilen eğitimin, öğrencilerin problem çözme stratejilerinin kullanım düzeylerine anlamlı bir etkisinin bulunmadığı söylenebilir.

Kontrol grubu öğrencilerinin PÇT ön testleri ile son testleri arasında her bir problem çözme stratejisi için anlamlı farklılığın olup olmadığı da incelenmiştir. Anlamlı farklılığın belirlenmesinde Tablo 24 ve Tablo 29'a göre veri gruplarının normal dağılım göstermediği bulgusundan hareketle Wilcoxon işaretli sıralar testi analizlerinden faydalanılmıştır. Aşağıdaki tabloda Wilcoxon işaretli sıralar testi analizlerine ilişkin bulgulara yer verilmiştir:

Tablo 42

*Kontrol Grubunun PÇT Ön Testleri ve Son Testlerinin Her Bir Problem Çözme Stratejisi Açısından Wilcoxon İşaretli Sıralar Testlerine İlişkin Sonuçları*

| Strateji | Kontrol PÇT Ön Test-Son Test | N | Sıra ortalaması | Sıra toplamı | z | p |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Sistematik Liste Yapma | Negatif Sıra | 0[a] | 0,00 | 0,00 | | |
| | Pozitif Sıra | 3[b] | 2,00 | 6,00 | -1,73* | 0,08 |
| | Eşit | 18[c] | | | | |
| Tahmin ve Kontrol | Negatif Sıra | 9[a] | 7,00 | 63,00 | | |
| | Pozitif Sıra | 4[b] | 7,00 | 28,00 | -1,38** | 0,16 |
| | Eşit | 8[c] | | | | |
| Diyagram Çizme | Negatif Sıra | 6[a] | 7,08 | 42,50 | | |
| | Pozitif Sıra | 7[b] | 6,93 | 48,50 | -0,22* | 0,82 |
| | Eşit | 8[c] | | | | |
| Örüntü Bulma | Negatif Sıra | 2[a] | 4,50 | 9,00 | | |
| | Pozitif Sıra | 7[b] | 5,14 | 36,00 | -1,73* | 0,83 |
| | Eşit | 12[c] | | | | |
| Değişken Kullanma | Negatif Sıra | 4[a] | 5,00 | 20,00 | | |
| | Pozitif Sıra | 5[b] | 5,00 | 25,00 | -0,33* | 0,73 |
| | Eşit | 12[c] | | | | |
| Basitleştirme | Negatif Sıra | 3[a] | 4,00 | 12,00 | | |
| | Pozitif Sıra | 4[b] | 4,00 | 16,00 | -0,37* | 0,70 |
| | Eşit | 14[c] | | | | |
| Geriye Doğru Çalışma | Negatif Sıra | 2[a] | 2,50 | 5,00 | | |
| | Pozitif Sıra | 3[b] | 3,33 | 10,00 | -0,70* | 0,48 |
| | Eşit | 16[c] | | | | |
| Tablo Yapma | Negatif Sıra | 6[a] | 3,50 | 21,00 | | |
| | Pozitif Sıra | 0[b] | ,00 | 0,00 | -2,33** | 0,02*** |
| | Eşit | 15[c] | | | | |
| Muhakeme Etme | Negatif Sıra | 4[a] | 6,50 | 26,00 | | |
| | Pozitif Sıra | 9[b] | 7,22 | 65,00 | -1,50* | 0,13 |
| | Eşit | 8[c] | | | | |

*Negatif sıralar temeline dayalı, **Pozitif sıralar temeline dayalı, ***$p<0.05$
a. Son Test Puanları <Ön Test Puanları
b. Son Test Puanları >Ön Test Puanları
c. Son Test Puanları =Ön Test Puanları

Wilcoxon işaretli sıralar testi analizlerine göre kontrol grubunun "Tablo Yapma" stratejisinde PÇT ön testleri ile PÇT son testleri arasında anlamlı farklılığın olduğu sonucuna ulaşılmıştır ($p_{tablo\ yapma}$ =0,02, $p<0.05$). "Tablo Yapma" stratejisi için elde edilen bu farklılığın ise ön test lehine olduğu görülmektedir. Bu bulgulardan hareketle, Kontrol grubunun "Tablo Yapma" stratejisi dışında diğer stratejilerde PÇT ön testleri ile son testleri arasında anlamlı farklılık yoktur. Başka bir ifadeyle, "Tablo Yapma" stratejisi dışında diğer stratejilerde öğrencilerin bu stratejileri kullanım düzeylerinde herhangi bir farklılığın olmadığı söylenebilir.

Kontrol grubu öğrencilerinin PÇT son test puanlarıyla PÇT kalıcılık testi puanları arasında anlamlı farklılığın olup olmadığı da incelenmiştir. Anlamlı farklılığın belirlenmesinde Tablo 27 ve Tablo 32'de verilerin kontrol grubunun Shapiro Wilk normallik testleri incelenerek gerçekleştirilecek olan analiz yöntemi belirlenmiştir. Shapiro Wilk normallik testlerine göre kontrol grubunun PÇT son test ve kalıcılık testlerinin normal dağılım göstermediği sonucuna ulaşılmıştır ($p_{sontest}$=0,03, $p_{kalıcılık}$=0,02, $p<0.05$). Kontrol grubunun PÇT son testleri ile kalıcılık testleri arasında anlamlı farklılığın belirlenmesinde parametrik olmayan analiz yöntemlerinden Wilcoxon işaretli sıralar testi analizi uygulanmıştır. Wilcoxon işaretli sıralar testi analiz tablosu aşağıda verilmiştir:

Tablo 43

*Kontrol Grubunun PÇT Son Test-Kalıcılık Testlerine İlişkin Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi Analizi Sonuçları*

| Kontrol Grubu PÇT Son Test-Kalıcılık Testi | N | Sıra ortalaması | Sıra toplamı | z | p |
|---|---|---|---|---|---|
| Negatif Sıra | 8[a] | 7,88 | 63,00 | -,184* | 0,85** |
| Pozitif Sıra | 7[b] | 8,14 | 57,00 | | |
| Eşit | 6[c] | | | | |

*Negatif sıralar temeline dayalı, p**>0.05
a. Kalıcılık Testi Puanları <Son Test Puanları
b Kalıcılık Testi Puanları > Son Test Puanları
c. Kalıcılık Testi Puanları = Son Test Puanları

Wilcoxon işaretli sıralar testi analiz tablosu incelendiğinde, p anlamlılık değerinin (p=0,85) anlamlılık düzeyi olan 0.05'ten büyük olduğu görülmektedir. Bu bulgudan hareketle, kontrol grubunun PÇT son test puanlarıyla PÇT kalıcılık testi puanları arasında anlamlı bir farklılığın olmadığı söylenebilir ($z=-0,18$, $p=0,85$, $p>0.05$). Ayrıca, Wilcoxon işaretli sıralar testi analizine göre kontrol grubundaki 7 öğrencinin PÇT kalıcılık testinde PÇT son testine göre puanlarının arttığı, 8 öğrencinin puanlarında düşüş yaşandığı ve 6 öğrencinin ise PÇT son test puanıyla PÇT kalıcılık testi puanının eşit olduğu görülmektedir. Tablo 27 ve Tablo 32 incelendiğinde kontrol grubu öğrencilerinin PÇT son test puanlarının ortalamasıyla ($\bar{x}_{sontest}$=7,05) PÇT son test puan ortalamasının($\bar{x}_{kalıcılık}$=7,10) birbirine çok yakın değerler olduğu da görülmektedir. Elde edilen bulgulara göre geleneksel öğretim yönteminin uygulandığı kontrol grubu öğrencilerinin son testler uygulandıktan sonra kalıcılık testinin uygulanmasına kadarki sürede problem çözme stratejilerini kullanım düzeylerinde anlamlı bir değişme yaşanmadığı söylenebilir.

Kontrol grubu öğrencilerinin PÇT son testleri ile kalıcılık testlerine göre problem çözme stratejilerini kullanım düzeyleri arasında farklılık olup olmadığının her bir strateji için ayrı ayrı incelemesi de gerçekleştirilmiştir. Farklılığın belirlenmesinde Tablo 29 ve Tablo 34'deki bulgular doğrultusunda veri gruplarının normal dağılım göstermediği dikkate alınarak Wilcoxon işaretli sıralar testi analizlerinden faydalanılmıştır. Aşağıdaki tabloda Wilcoxon işaretli sıralar testi analizlerine ilişkin bulgular ve betimsel bilgilere yer verilmiştir:

Tablo 44

*Kontrol Grubunun PÇT Son Testleri ve Kalıcılık Testlerinin Problem Çözme Stratejileri Açısından Wilcoxon İşaretli Sıralar Testlerine İlişkin Sonuçları*

| Strateji | Kontrol Grubu PÇT Son Test- Kalıcılık | N | Sıra ortalaması | Sıra toplamı | z | p |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Sistematik Liste Yapma | Negatif Sıra | 2[a] | 2,00 | 4,00 | | |
| | Pozitif Sıra | 1[b] | 2,00 | 2,00 | -0,57** | 0,56 |
| | Eşit | 18[c] | | | | |
| Tahmin ve Kontrol | Negatif Sıra | 3[a] | 2,50 | 7,50 | | |
| | Pozitif Sıra | 1[b] | 2,50 | 2,50 | -1,00** | 0,31 |
| | Eşit | 17[c] | | | | |
| Diyagram Çizme | Negatif Sıra | 1[a] | 3,00 | 3,00 | | |
| | Pozitif Sıra | 5[b] | 3,60 | 18,00 | -1,66* | 0,09 |
| | Eşit | 16[c] | | | | |
| Örüntü Bulma | Negatif Sıra | 1[a] | 1,00 | 1,00 | | |
| | Pozitif Sıra | 1[b] | 2,00 | 2,00 | -0,44* | 0,65 |
| | Eşit | 19[c] | | | | |
| Değişken Kullanma | Negatif Sıra | 2[a] | 2,00 | 4,00 | | |
| | Pozitif Sıra | 1[b] | 2,00 | 2,00 | -0,57** | 0,56 |
| | Eşit | 18[c] | | | | |
| Basitleştirme | Negatif Sıra | 2[a] | 3,00 | 6,00 | | |
| | Pozitif Sıra | 3[b] | 3,00 | 9,00 | -0,44* | 0,65 |
| | Eşit | 16[c] | | | | |
| Geriye Doğru Çalışma | Negatif Sıra | 3[a] | 2,50 | 7,50 | | |
| | Pozitif Sıra | 1[b] | 2,50 | 2,50 | -1,00** | 0,31 |
| | Eşit | 17[c] | | | | |
| Tablo Yapma | Negatif Sıra | 0[a] | 0,00 | 0,00 | | |
| | Pozitif Sıra | 0[b] | 0,00 | 0,00 | 0,00*** | 1,00 |
| | Eşit | 21[c] | | | | |
| Muhakeme Etme | Negatif Sıra | 3[a] | 3,00 | 9,00 | | |
| | Pozitif Sıra | 2[b] | 3,00 | 6,00 | -0,44** | 0,65 |
| | Eşit | 16[c] | | | | |

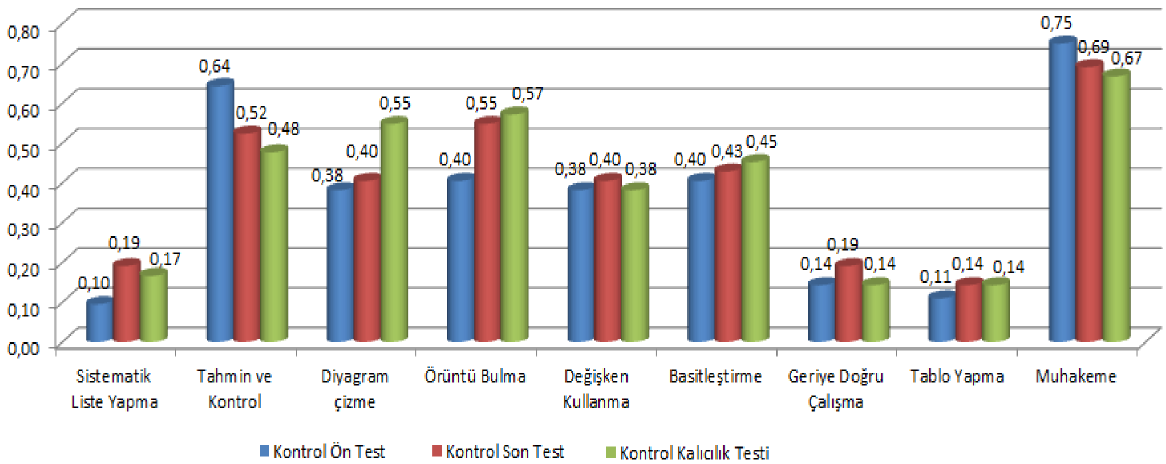
*Negatif sıralar temeline dayalı, **Pozitif sıralar temeline dayalı, ***Negatif sıra toplamı pozitif sıra toplamı eşit, p>0.05
a. Kalıcılık Test Puanları < Son Test Puanları
b. Kalıcılık Test Puanları > Son Test Puanları
c. Kalıcılık Test Puanları = Son Test Puanları

Gerçekleştirilen Wilcoxon işaretli sıralar testi analizleri doğrultusunda kontrol grubu öğrencilerinin her bir problem çözme stratejisi için PÇT son testleri ile kalıcılık testleri arasında anlamlı farklılık bulunmamaktadır(p>0.05).

Kontrol grubunun PÇT ön testleri, son testleri ve kalıcılık testleri açısından problem çözme stratejilerinin kullanım düzeylerine ilişkin değişimler, farklı açılardan da incelenerek bu değişime ilişkin problemlerin ilgili oldukları problem çözme stratejisine göre doğru cevaplama oranları da sunulmuştur. Bu durum aşağıda grafikte ortaya konulmuştur:

Grafik 4

*Kontrol Grubunun PÇT Ön, Son ve Kalıcılık Testlerine Göre Problemleri Doğru Cevaplama Oranları*




Grafik 4 incelendiğinde, geleneksel öğretim yönteminin uygulandığı kontrol grubu öğrencilerinin strateji kullanım düzeylerinin süreç içerisindeki değişimi ortaya konulmuştur. Grafik incelendiğinde, gerçekleştirilen uygulama süreci boyunca "Diyagram Çizme", "Örüntü Bulma" ve "Basitleştirme" stratejilerinde artış, "Tahmin ve Kontrol", "Muhakeme Etme" stratejilerinde ise bir düşüş yaşandığı fakat bu değişimlerin anlamlı olmadığı analizlerde ortaya konulmuştur. Grafiğe göre kontrol grubunun doğru cevaplama oranının en yüksek olduğu problemlerin "Muhakeme Etme" problemleri, en düşük problemlerin ise "Tablo Yapma" stratejisiyle ilişkili olan problemler olduğu görülmektedir. Genel olarak kontrol grubu öğrencilerinin ön test, son test ve kalıcılık testlerine göre problem çözme stratejilerini kullanım düzeylerinin birbirine yakın olduğu söylenebilir.

**4.2.6. Deney grubu ile kontrol grubunun matematik okuryazarlık testi ön testlerine ilişkin bulgular ve yorum.** Çalışmada problem çözme stratejileri eğitiminin öğrencilerin matematik okuryazarlık düzeylerine etkisinin incelenmesi de amaçlanmıştır. Bu bakımdan deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin uygulama öncesinde matematik okuryazarlık düzeyleri arasında anlamlı farklılığın olup olmadığı incelenmiştir. Öncelikle deney ve kontrol grubunun MOT ön testinden elde edilen verilerin normalliği incelenmiştir. Deney grubu ve kontrol gruplarının normal dağılım gösterip göstermediğinin belirlenmesinde Shapiro Wilk testinden faydalanılmıştır. Deney ve kontrol gruplarının normallik analizi sonuçları ve 24 puan üzerinden değerlendirilen MOT ön testlerine ilişkin betimsel bilgiler aşağıda sunulmuştur:

Tablo 45

*Deney ve Kontrol Gruplarının MOT Ön Testlerine İlişkin Normallik Tablosu ve Betimsel Bilgileri*

| Ölçüm | Gruplar | n | $\bar{x}$ | ss | Shapiro-Wilk | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | İstatistik | sd | p |
| MOT Ön Test | Deney | 21 | 9,76 | 4,49 | ,953 | 21 | ,387* |
| Puanları | Kontrol | 21 | 9,71 | 3,87 | ,977 | 21 | ,877* |

p*>0,05

Tablo 45 incelendiğinde deney ve kontrol gruplarındaki öğrencilerin MOT ön test puanlarının normal dağılım gösterdiği görülmektedir ($p>0.05$). Bu bulgudan hareketle, deney ve kontrol grubu öğrencilerinin MOT ön test puanları arasında anlamlı farklılığın olup olmadığının belirlenmesinde parametrik analiz yöntemlerinden ilişkisiz örneklemler için T testi analizinden faydalanılmıştır. Yapılan ilişkisiz örneklemler için T testi analizine ilişkin bulgular aşağıda Tablo 46'da sunulmuştur:

Tablo 46

*Deney ve Kontrol Gruplarının MOT Ön Testlerine İlişkin İlişkisiz Örneklemler İçin T Testi Analizi Sonuçları*

| MOT Ön Test Puanları | N | $\bar{x}$ | S | sd | t | p |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Deney | 21 | 9,76 | 4,49 | 40 | 0,03 | 0,97* |
| Kontrol | 21 | 9,71 | 3,87 | | | |

p*>0.05

İlişkisiz örneklemler için T testi analizi tablosu incelendiğinde p anlamlılık değerinin 0.05'ten büyük olduğu görülmektedir (p=0,97). Bu doğrultuda, deney grubu ile kontrol grubunun MOT ön test puanları arasında anlamlı farklılığın olmadığı ifade edilebilir ($t_{(40)}$=0,03, p>0.05). Elde edilen bu bulgu doğrultusunda deney ve kontrol gruplarının matematik okuryazarlık düzeyleri açısından denk olduğu söylenebilir.

Tablo 46'ya göre deney grubu öğrencilerinin MOT ön test puanlarının ortalaması ($\bar{x}_{deney}$=9,76) ile kontrol grubu öğrencilerinin MOT ön test ortalamasının ($\bar{x}_{kontrol}$=9,71) birbirine çok yakın değerlerde olduğu da görülmektedir. Bu açıdan da deney ve kontrol gruplarının matematik okuryazarlık düzeyleri arasında bir farklılığın olmadığı görülmektedir. Ayrıca deney ve kontrol gruplarının MOT ön test puan ortalamalarına göre matematik okuryazarlık düzeyleri açısından 3. düzeyde oldukları söylenebilir.

MOT'daki problemler oluşturulurken problemlerin içerik alanları (Nicelik, Uzay ve Şekil, Değişim ve İlişkiler, Belirsizlik ve Veri) ve matematik okuryaarlık düzeyleri de göz önüne alınmıştır. Bu doğrultuda, deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin MOT problemleri doğru yapma oranları içerik alanı ve düzeyler açısından da ortaya konulmuştur.

Deney ve kontrol gruplarındaki öğrencilerin MOT ön testlerinin içerik alanı ve problemlerin matematik okuryazarlık düzeyleri açısından anlamlı fark olup olmadığının belirlenmesinde öncelikle veri gruplarının normalliği incelenmiştir. Bu doğrultuda, aşağıda her bir içerik alanı açısından 6 puan üzerinden değerlendilen MOT'un normalliğine ilişkin Shapiro Wilk tabloları ve betimsel bilgiler sunulmuştur:

Tablo 47

*Deney ve Kontrol Gruplarının MOT Ön Testlerine Göre Problemlerin İçerik Alanlarına İlişkin Normallik Tabloları ve Betimsel Bilgileri*

| Ölçüm Ön Test | Gruplar | n | $\bar{x}_{\text{toplam puan}}$ | ss | Shapiro-Wilk | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | İstatistik | sd | p |
| Nicelik | Deney | 21 | 3,95 | 1,82 | ,767 | 21 | ,000* |
| | Kontrol | 21 | 3,85 | 1,52 | ,904 | 21 | ,042* |
| Uzay ve Şekil | Deney | 21 | 2,10 | 0,75 | ,887 | 21 | ,020* |
| | Kontrol | 21 | 1,71 | 0,64 | ,879 | 21 | ,014* |
| Değişim ve İlişkiler | Deney | 21 | 2,00 | 0,95 | ,724 | 21 | ,000* |
| | Kontrol | 21 | 2,14 | 1,23 | ,892 | 21 | ,025* |
| Belirsizlik ve Veri | Deney | 21 | 2,20 | 1,44 | ,943 | 21 | ,253 |
| | Kontrol | 21 | 2,57 | 1,03 | ,878 | 21 | ,013* |

$p^* < 0.05$

Tablo 47 incelendiğinde deney grubunun belirsizlik ve veri dışındaki diğer içerik alanlarının anlamlılık değerlerinin anlamlılık düzeyi olan 0.05'ten küçük olduğu görülmektedir ($p^* < 0.05$). Bu doğrultuda, veri gruplarının normal dağılım göstermediği söylenebilir. Bu bulgudan hareketle, içerik alanları açısından deney ve kontrol gruplarının MOT ön testleri arasında anlamlı farklılığın olup olmadığının belirlenmesinde parametrik olmayan analiz yöntemlerinden Mann Whitney U testi analizinden yararlanılmıştır. Aşağıda Mann Whitney U analizine ilişkin bulgular sunulmuştur:

Tablo 48

*Deney ve Kontrol Gruplarının MOT Ön Testlerine Göre Problemlerin İçerik Alanları Açısından Mann Whitney U Testlerine İlişkin Sonuçları*

| İçerik Alanı | MOT Ön Test Puanları | N | Sıra ortalaması | Sıra toplamı | U | P |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Nicelik | Deney | 21 | 22,62 | 475,00 | 197,00 | 0,54* |
| | Kontrol | 21 | 20,38 | 428,00 | | |
| Uzay ve Şekil | Deney | 21 | 22,88 | 480,50 | 191,50 | 0,45* |
| | Kontrol | 21 | 20,12 | 422,50 | | |
| Değişim ve İlişkiler | Deney | 21 | 20,86 | 438,00 | 207,00 | 0,72* |
| | Kontrol | 21 | 22,14 | 465,00 | | |
| Belirsizlik ve Veri | Deney | 21 | 19,74 | 414,50 | 183,50 | 0,34* |
| | Kontrol | 21 | 23,26 | 488,50 | | |

$p^* > 0.05$

Mann Whitney U analiz sonuçları incelendiğinde içerik alanları açısından deney ve kontrol gruplarının MOT ön testleri arasında anlamlı farklılığın olmadığı söylenebilir ($p > 0.05$).

Deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin MOT ön testlerinin problemlerin matematik okuryazarlık düzeyleri açısından anlamlı fark olup olmadığının belirlenmesinde veri gruplarının normalliği incelenerek gerçekleştirilecek olan analiz yöntemi belirlenmiştir. Bu doğrultuda, deney ve kontrol grubunun her bir matematik okuryazarlık düzeyinin 4 puan üzerinden değerlendirildiği MOT ön testlerinin normalliğine ilişkin Shapiro Wilk tabloları ve betimsel bilgileri aşağıda sunulmuştur:

Tablo 49

*Deney ve Kontrol Gruplarının MOT Ön Testlerine Göre Problemlerin Matematik Okuryazarlık Düzeyleri Açısından Normallik Tabloları ve Betimsel Bilgileri*

| Ölçüm Ön Test | Gruplar | n | $\bar{x}_{\text{toplam puan}}$ | ss | Shapiro-Wilk | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | İstatistik | sd | p |
| Düzey 1 | Deney | 21 | 2,80 | 1,36 | ,817 | 21 | ,00* |
| | Kontrol | 21 | 2,95 | 0,92 | ,856 | 21 | ,00* |
| Düzey 2 | Deney | 21 | 2,62 | 1,24 | ,881 | 21 | ,01* |
| | Kontrol | 21 | 2,33 | 1,35 | ,874 | 21 | ,01* |
| Düzey 3 | Deney | 21 | 2,24 | 1,44 | ,882 | 21 | ,01* |
| | Kontrol | 21 | 2,48 | 1,25 | ,897 | 21 | ,03* |
| Düzey 4 | Deney | 21 | 1,14 | 0,73 | ,809 | 21 | ,00* |
| | Kontrol | 21 | 1,28 | 1,05 | ,849 | 21 | ,00* |
| Düzey 5 | Deney | 21 | 0,33 | 0,58 | ,618 | 21 | ,00* |
| | Kontrol | 21 | 0,48 | 0,75 | ,655 | 21 | ,00* |
| Düzey 6 | Deney | 21 | 0,62 | 0,67 | ,765 | 21 | ,00* |
| | Kontrol | 21 | 0,19 | 0,40 | ,484 | 21 | ,00* |

$p^* < 0.05$

Tablo 49’a göre veri gruplarının hiçbirinin normal dağılım göstermediği görülmektedir ($p<0.05$). Bu doğrultuda, deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin MOT ön testlerinin problemlerin matematik okuryazarlık düzeyleri açısından anlamlı fark olup olmadığının belirlenmesinde parametrik olmayan analiz yöntemlerinden Mann Whitney U testi analizinden yararlanılmıştır. Aşağıda Mann Whitney U testine ilişkin analiz sonuçları ortaya konulmuştur:

Tablo 50

*Deney ve Kontrol Gruplarının MOT Ön Testlerine Göre Problemlerin Matematik Okuryazarlık Düzeyleri Açısından Mann Whitney U Testlerine İlişkin Sonuçlar*

| Düzey | MOT Ön Test Puanları | N | Sıra ortalaması | Sıra toplamı | U | P |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Düzey 1 | Deney | 21 | 21,62 | 454,00 | 218,00 | 0,94 |
| | Kontrol | 21 | 21,38 | 449,00 | | |
| Düzey 2 | Deney | 21 | 22,67 | 476,00 | 196,00 | 0,52 |
| | Kontrol | 21 | 20,33 | 427,00 | | |
| Düzey 3 | Deney | 21 | 20,64 | 433,50 | 202,50 | 0,64 |
| | Kontrol | 21 | 22,36 | 469,50 | | |
| Düzey 4 | Deney | 21 | 21,17 | 444,50 | 213,50 | 0,85 |
| | Kontrol | 21 | 21,83 | 458,50 | | |
| Düzey 5 | Deney | 21 | 20,74 | 435,50 | 204,50 | 0,62 |
| | Kontrol | 21 | 22,26 | 467,50 | | |
| Düzey 6 | Deney | 21 | 25,19 | 529,00 | 143,00 | 0,02* |
| | Kontrol | 21 | 17,81 | 374,00 | | |

p*<0.05

Mann Whitney U analizlerine göre sadece düzey 6 problemleri açısından deney ve kontrol gruplarının MOT ön testleri arasında anlamlı farklılığın olduğu ($p_{düzey\ 6}<0.05$), diğer düzeylere göre deney ve kontrol gruplarının MOT ön testleri arasında farklılığın olmadığı görülmektedir ($p>0.05$).

Deney ve kontrol gruplarının MOT'daki problemleri içerik alanı ve düzey açısından doğru cevaplama oranları da ortaya konulmuştur. Aşağıdaki tablolarda deney ve kontrol gruplarının MOT'daki problemleri içerik alanı ve matematik okuryazarlık düzeylerine göre doğru cevaplama oranları sunulmuştur.

Tablo 51

*Deney ve Kontrol Gruplarının MOT Ön Testlerine Göre Problemleri İçerik Alanı Açısından Doğru Cevaplama Oranları*

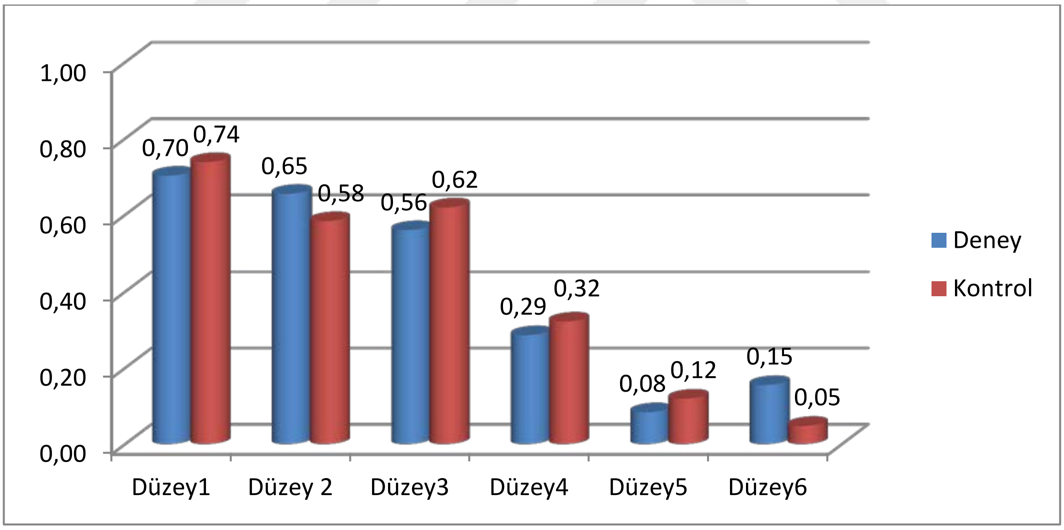
| MOT Ön Test | Nicelik | Uzay ve Şekil | Değişim ve İlişkiler | Belirsizlik ve Veri |
|---|---|---|---|---|
| Gruplar | 1, 2, 3, 5, 6, 18 | 7, 13, 15, 19, 23, 24 | 4, 11, 12, 20, 21, 22 | 8, 9, 10, 14, 16, 17 |
| Deney | %66 | %35 | %33 | %37 |
| Kontrol | %64 | %29 | %36 | %43 |

Deney ve kontrol gruplarının MOT ön testindeki problemleri içerik alanı açısından doğru cevaplama oranları incelendiğinde hem deney hem de kontrol gruplarında en fazla doğru cevaplama oranının “Nicelik” içerik alanında olduğu görülmektedir. Deney grubunda en az doğru cevaplama oranının “Değişim ve İlişkiler” (Deney $_{\text{Değişim ve ilişkiler}}$=%33), kontrol grubunda ise “Uzay ve Şekil” (Kontrol $_{\text{Uzay ve Şekil}}$=%29) içerik alanlarında olduğu söylenebilir. Genel olarak deney ve kontrol gruplarının MOT ön test problemlerini içerik alanlarına göre doğru cevaplama oranlarının birbirlerine yakın olduğu Tablo 51’deki değerler incelendiğinde görülmektedir.

MOT problemlerinin matematik okuryazarlık düzeylerine göre doğru cevaplanma oranları da incelenmiştir. Deney ve kontrol gruplarının MOT ön testlerine göre problemleri düzeyleri açısından doğru cevaplama oranı aşağıdaki grafikte gösterilmiştir:

Grafik 5

*Deney ve Kontrol Gruplarının MOT Ön Testlerine Göre Problemleri Matematik Okuryazarlık Düzeyleri Açısından Doğru Cevaplama Oranı*




Deney ve kontrol gruplarına ait MOT ön testindeki problemlerin düzeylerine göre karşılaştırıldığı Grafik 5 incelendiğinde iki grup arasında düzeylere göre en fazla farkın düzey 6’da %10’luk (0,1) bir fark olduğu görülmektedir. Deney ve kontrol gruplarının problemleri matematik okuryazarlık düzeylerine göre doğru cevaplama oranlarının her bir düzey için birbirine çok yakın olduğu, düzeyler açısından ise düzey 6 problemleri haricindeki diğer düzeylerde anlamlı farklılığın olmadığı söylenebilir. Bu açıdan deney ve kontrol gruplarının

MOT problemlerini doğru cevaplama oranlarının düzeylerine göre de benzerlik gösterdiği görülmektedir.

**4.2.7. Deney grubu ile kontrol grubunun matematik okuryazarlık testi son testlerine ilişkin bulgular ve yorum.** Problem çözme stratejileri eğitiminin öğrencilerin matematik okuryazarlık başarı düzeyine etkisini belirlemek amacıyla problem çözme stratejileri eğitiminden sonra deney ve kontrol grubundaki öğrenicilere MOT son test olarak uygulanmıştır. Problem çözme strateji eğitimi verilen deney grubu öğrencileri ile geleneksel öğretim yönteminin uygulandığı kontrol grubu öğrencilerinin uygulamalar sonrasında matematik okuryazarlık düzeyleri arasında anlamlı farklılığın olup olmadığının belirlenmesinde öncelikle MOT son testinden elde edilen verilerin normalliği incelenmiştir. Deney grubu ve kontrol gruplarının 24 puan üzerinden değerlendirilen MOT son test puanlarının normal dağılım gösterip göstermediğinin belirlenmesinde Shapiro Wilk testinden faydalanılmıştır. Deney ve kontrol gruplarının normallik analizi sonuçları ve grupların MOT son testlerine ilişkin betimsel bilgiler aşağıda sunulmuştur:

Tablo 52

*Deney ve Kontrol Gruplarının MOT Son Testlerine İlişkin Normallik Tablosu ve Betimsel Bilgileri*

| Ölçüm | Gruplar | n | $\bar{x}$ | ss | Shapiro-Wilk | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | İstatistik | sd | p |
| MOT Son Test | Deney | 21 | 13,04 | 4,66 | ,957 | 21 | ,452* |
| Puanları | Kontrol | 21 | 10,14 | 4,46 | ,963 | 21 | ,583* |

p*>0.05

Tablo 52'deki Shapiro-Wilk normallik testi analizine göre deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin MOT son test puanlarının normal dağılım gösterdiği belirlenmiştir ($p>0.05$). Bu bulgudan hareketle, deney ve kontrol grubunun MOT son test puanları arasında anlamlı farklılığın olup olmadığının belirlenmesinde parametrik analiz yöntemlerinden ilişkisiz örneklemler için T testi analizi kullanılmıştır. Yapılan ilişkisiz örneklemler için T testi analiz tablosu aşağıda sunulmuştur:

Tablo 53

*Deney ve Kontrol Gruplarının MOT Son Testlerine İlişkin İlişkisiz Örneklemler İçin T Testi Analizi Sonuçları*

| MOT Son Test Puanları | N | $\bar{x}$ | S | sd | t | p |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Deney | 21 | 13,04 | 4,66 | 40 | 2,06 | 0,04* |
| Kontrol | 21 | 10,14 | 4,46 | | | |

p*<0.05

Tablo 53'e göre deney ile kontrol grubunun MOT son testleri arasında anlamlı farklılığın olduğu sonucuna ulaşılmıştır ($t_{(40)}$=2,06, $p<0.05$). Deney grubundaki öğrencilerin MOT son test puan ortalamalarının ($\bar{x}_{deney}$=13,04) kontrol grubundaki öğrencilerin puan ortalamalarından ($\bar{x}_{kontrol}$=10,14) yüksek olduğu görülmektedir ($\bar{x}_{deney} > \bar{x}_{kontrol}$). Bu bulgular doğrultusunda problem çözme strateji eğitimi verilen deney grubu öğrencileri ile geleneksel öğretim yönteminin uygulandığı kontrol grubu öğrencilerinin matematik okuryazarlık düzeyleri arasında deney grubu lehine anlamlı farklılığın olduğu söylenebilir.

Deney ve kontrol gruplarına ait MOT son testlerinin içerik alanları ve problemlerin matematik okuryazarlık düzeyleri açısından da anlamlı farklılığın olup olmadığı incelenmiştir. Bu doğrultuda öncelikle veri gruplarının normalliğine bakılmıştır. Aşağıda deney ve kontrol gruplarının içerik alanları açısından 6 puan üzerinden değerlendirilen MOT son testlerinin normalliğine ilişkin Shapiro Wilk tabloları ve betimsel bilgiler ortaya konulmuştur:

Tablo 54

*Deney ve Kontrol Gruplarının MOT Son Testlerine Göre Problemlerin İçerik Alanlarına İlişkin Normallik Tabloları ve Betimsel Bilgileri*

| Ölçüm Son Test | Gruplar | n | $\bar{x}_{toplam\ puan}$ | ss | Shapiro-Wilk | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | İstatistik | sd | p |
| Nicelik | Deney | 21 | 4,38 | 1,24 | ,897 | 21 | ,03* |
| | Kontrol | 21 | 4,14 | 1,93 | ,858 | 21 | ,00* |
| Uzay ve Şekil | Deney | 21 | 2,62 | 1,12 | ,848 | 21 | ,00* |
| | Kontrol | 21 | 1,71 | 1,10 | ,924 | 21 | ,10* |
| Değişim ve İlişkiler | Deney | 21 | 3,19 | 1,32 | ,945 | 21 | ,27 |
| | Kontrol | 21 | 2,28 | 1,23 | ,921 | 21 | ,09 |
| Belirsizlik ve Veri | Deney | 21 | 3,57 | 1,20 | ,900 | 21 | ,03* |
| | Kontrol | 21 | 2,42 | 1,03 | ,878 | 21 | ,01* |

p*<0.05

Shapiro Wilk analizlerine ilişkin bulgulara göre, “Değişim ve İlişkiler” içerik alanı dışındaki ($p_{\text{Değişim ve İlişkiler}}$>0.05) diğer içerik alanlarına ilişkin veri gruplarının normal dağılım göstermediği görülmektedir (p*<0.05). Dolayısıyla, “Değişim ve İlişkiler” içerik alanına göre deney ve kontrol gruplarının MOT son testleri arasında anlamlı farklılığın belirlenmesinde ilişkisiz örneklemler için T testi analizi, diğer içerik alanlarına göre deney ve kontrol gruplarının MOT son testleri arasında anlamlı farklılığın belirlenmesinde Mann Whitney U testi analizinden yararlanılmıştır. Aşağıda ilişkisiz örneklemler için T testi analizi ve Mann Whitney U analizlerine ilişkin sonuçlar ortaya konulmuştur:

Tablo 55

*Deney ve Kontrol Gruplarının MOT Son Testlerine Göre Değişim ve İlişkiler İçerik Alanı Açısından İlişkisiz Örneklemler İçin T Testine İlişkin Sonuçları*

| İçerik Alanı | MOT Son Test Puanları | N | $\bar{x}$ | S | sd | t | p |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Değişim ve İlişkiler | Deney | 21 | 3,19 | 1,32 | 40 | 2,29 | 0,02* |
| | Kontrol | 21 | 2,28 | 1,23 | | | |

p*<0.05

Tablo 56

*Deney ve Kontrol Gruplarının MOT Son Testlerine Göre Problemlerin İçerik Alanları Açısından Mann Whitney U Testlerine İlişkin Sonuçları*

| İçerik Alanı | MOT Son Test Puanları | N | Sıra ortalaması | Sıra toplamı | U | P |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Nicelik | Deney | 21 | 21,31 | 447,50 | 216,50 | 0,91 |
| | Kontrol | 21 | 21,69 | 455,50 | | |
| Uzay ve Şekil | Deney | 21 | 25,95 | 545,00 | 127,00 | 0,01* |
| | Kontrol | 21 | 17,05 | 358,00 | | |
| Belirsizlik ve Veri | Deney | 21 | 26,62 | 559,00 | 113,00 | 0,00* |
| | Kontrol | 21 | 16,38 | 344,00 | | |

p*<0.05

Tablo 55’deki İlişkisiz örneklemler için T testi analizi ve Tablo 56’daki Mann Whitney U analizlerine yönelik bulgular incelendiğinde, “Nicelik” içerik alanına göre deney ve kontrol gruplarının MOT son testleri arasında farklılığın olmadığı ($p_{\text{Nicelik}}$>0.05), “Değişim ve İlişkiler”, “Uzay ve Şekil” ve “Belirsizlik ve Veri” içerik alanlarına göre deney ve kontrol gruplarının MOT son testleri arasında deney grubu lehine anlamlı farklılığın olduğu söylenebilir(p*<0.05).

Deney ve kontrol gruplarının problemlerin matematik okuryazarlık başarı düzeyi açısından 4 puan üzerinden değerlendirilen MOT son testlerinin normalliğine ilişkin Shapiro Wilk tabloları ve betimsel bilgiler ise aşağıda sunulmuştur:

Tablo 57

*Deney ve Kontrol Gruplarının MOT Son Testlerine Göre Problemlerin Matematik Okuryazarlık Düzeyleri Açısından Normallik Tabloları ve Betimsel Bilgileri*

| Ölçüm Son Test | Gruplar | n | $\bar{x}_{\text{toplam puan}}$ | ss | Shapiro-Wilk | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | İstatistik | sd | p |
| Düzey 1 | Deney | 21 | 3,81 | 0,51 | ,434 | 21 | ,00* |
| | Kontrol | 21 | 2,90 | 1,04 | ,839 | 21 | ,00* |
| Düzey 2 | Deney | 21 | 3,29 | 1,00 | ,705 | 21 | ,00* |
| | Kontrol | 21 | 2,28 | 1,35 | ,900 | 21 | ,03* |
| Düzey 3 | Deney | 21 | 3,14 | 1,10 | ,765 | 21 | ,00* |
| | Kontrol | 21 | 2,42 | 1,28 | ,901 | 21 | ,03* |
| Düzey 4 | Deney | 21 | 1,52 | 1,40 | ,873 | 21 | ,01* |
| | Kontrol | 21 | 1,47 | 1,05 | ,888 | 21 | ,02* |
| Düzey 5 | Deney | 21 | 0,71 | 1,05 | ,705 | 21 | ,00* |
| | Kontrol | 21 | 0,85 | 0,72 | ,809 | 21 | ,00* |
| Düzey 6 | Deney | 21 | 0,62 | 0,86 | ,734 | 21 | ,00* |
| | Kontrol | 21 | 0,14 | 0,35 | ,422 | 21 | ,00* |

p*<0.05

Veri gruplarının Shapiro Wilk analizlerine göre normal dağılım göstermediği görülmektedir (p<0.05). Bu doğrultuda, deney ve kontrol gruplarının problemlerin matematik okuryazarlık başarı düzeyi açısından MOT son testleri arasında anlamlı farklılığın olup olmadığını belirlemek amacıyla Mann Whitney U analizleri gerçekleştirilmiştir. Aşağıda Mann Whitney U analizlerine ilişkin sonuçlar sunulmuştur:

Tablo 58

*Deney ve Kontrol Gruplarının MOT Son Testlerine Göre Problemlerin Matematik Okuryazarlık Düzeyleri Açısından Mann Whitney U Testlerine İlişkin Sonuçları*

| Düzey | MOT Son Test Puanları | N | Sıra ortalaması | Sıra toplamı | U | P |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Düzey 1 | Deney | 21 | 27,17 | 570,50 | 101,50 | 0,00* |
| | Kontrol | 21 | 15,83 | 332,50 | | |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Düzey 2 | Deney | 21 | 26,10 | 548,00 | 124,00 | 0,01* |
| | Kontrol | 21 | 16,90 | 355,00 | | |
| Düzey 3 | Deney | 21 | 25,07 | 526,50 | 145,50 | 0,04* |
| | Kontrol | 21 | 17,93 | 376,50 | | |
| Düzey 4 | Deney | 21 | 21,62 | 454,00 | 218,00 | 0,94 |
| | Kontrol | 21 | 21,38 | 449,00 | | |
| Düzey 5 | Deney | 21 | 19,60 | 411,50 | 180,50 | 0,27 |
| | Kontrol | 21 | 23,40 | 491,50 | | |
| Düzey 6 | Deney | 21 | 24,71 | 519,00 | 153,00 | 0,03* |
| | Kontrol | 21 | 18,29 | 384,00 | | |

$p^* < 0.05$

Tablo 58'e göre düzey 4 ve düzey 5 problemlerinde deney ve kontrol gruplarının MOT son testleri arasında anlamlı farklılığın olmadığı ($p>0.05$), düzey 1, düzey 2, düzey 3 ve düzey 6 problemleri açısından deney ve kontrol gruplarının MOT son testleri arasında anlamlı farklılığın olduğu belirlenmiştir ($p<0.05$).

MOT son test verilerine göre deney ve kontrol grubunun problemleri içerik alanlarına göre doğru cevaplama oranları da incelenmiştir. Aşağıdaki tabloda deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin MOT son test puanlarının problemlerin içerik alanlarına göre doğru cevaplama oranları sunulmuştur:

Tablo 59

*Deney ve Kontrol Gruplarının MOT Son Testlerine Göre Problemleri İçerik Alanı Açısından Doğru Cevaplama Oranları*

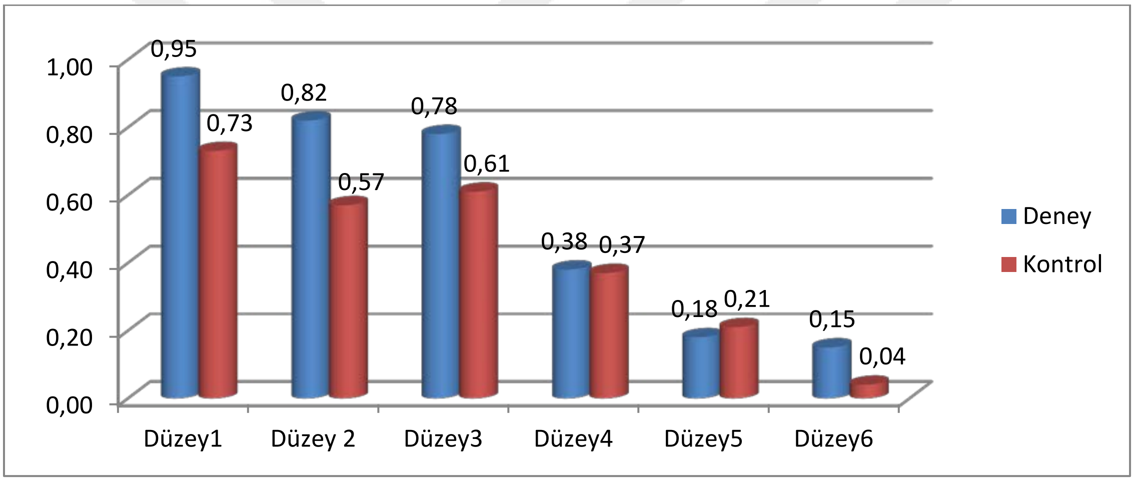
| MOT Son Test | Nicelik | Uzay ve Şekil | Değişim ve İlişkiler | Belirsizlik ve Veri |
|---|---|---|---|---|
| Gruplar | 1, 2, 3, 5, 6, 18 | 7, 13, 15, 19, 23, 24 | 4, 11, 12, 20, 21, 22 | 8, 9, 10, 14, 16, 17 |
| Deney | %73 | %44 | %53 | %60 |
| Kontrol | %69 | %29 | %38 | %40 |

Tablo 59 incelendiğinde ön testte olduğu gibi hem deney hem kontrol grubu için en fazla doğru cevaplama oranının "Nicelik" içerik alanıyla ilgili problemlerde olduğu görülmektedir. MOT son testlerine göre deney ve kontrol grubunda "Nicelik" içerik alanı açısından problemlerin doğru cevaplanma oranı birbirine yakınken, diğer içerik alanlarında dikkate değer farklılıkların olduğu görülmektedir

Deney ve kontrol gruplarının MOT son testlerindeki problemlerin matematik okuryazarlık düzeyleri açısından da incelemesi gerçekleştirilmiştir. MOT son testinden elde edilen veriler doğrultusunda deney ve kontrol gruplarının matematik okuryazarlık düzeylerine göre doğru cevaplama oranları aşağıdaki grafikte ortaya konulmuştur:

Grafik 6

*Deney ve Kontrol Gruplarının MOT Son Testlerine Göre Problemleri Matematik Okuryazarlık Düzeyleri Açısından Doğru Cevaplama Oranı*




Grafik 6'ya göre Düzey 5 dışındaki diğer bütün düzeylerde deney grubunun kontrol grubuna göre daha iyi sonuçlar elde ettiği görülmektedir. Düzey 1, Düzey 2, Düzey 3 ve Düzey 6 problemlerinde ise deney grubuyla kontrol grubu arasında dikkate değer farklılıkların olduğu söylenebilir. Deney grubu öğrencilerinin düzey 1 problemlerinin neredeyse tamamına yakınını doğru cevapladığı söylenebilir ($\text{Deney}_{\text{Düzey 1}}$ = %95). Deney ve kontrol gruplarında en fazla doğru cevaplanan problemlerin Düzey 1 problemleri olduğu, en az cevaplanma oranının ise Düzey 6 problemleri olduğu görülmektedir.

**4.2.8. Deney grubu ile kontrol grubunun matematik okuryazarlık testi kalıcılık testlerine ilişkin bulgular ve yorum.** Deney grubuyla gerçekleştirilen problem çözme stratejileri eğitiminin etkisinin uygulamadan sonra da devam edip etmediğini belirlemek amacıyla deney ve kontrol gruplarına MOT kalıcılık testi uygulanmıştır. MOT kalıcılık testleri, deney ve kontrol gruplarına uygulanan son testlerden 6 hafta sonra gerçekleştirilmiştir. Deney ve kontrol gruplarına uygulanan MOT kalıcılık testlerinden elde edilen veriler, uygulama gerçekleştirildikten sonra da deney ve kontrol grubunun matematik okuryazarlık düzeyleri arasında anlamlı farklılığın olup olmadığını belirlemek amacıyla analiz edilmiştir. Öncelikle MOT kalıcılık testi puanlarının normalliği incelenmiştir. Deney ve kontrol gruplarının normalliğine ilişkin analiz sonuçları ve grupların 24 puan üzerinden değerlendirilen MOT kalıcılık testlerine göre betimsel bilgileri aşağıda sunulmuştur:

Tablo 60

*Deney ve Kontrol Gruplarının MOT Kalıcılık Testlerine İlişkin Normallik Tablosu ve Betimsel Bilgileri*

| Ölçüm | Gruplar | n | $\bar{x}$ | ss | Shapiro-Wilk | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | İstatistik | sd | P |
| MOT Kalıcılık Testi Puanları | Deney | 21 | 13,00 | 4,64 | ,926 | 21 | ,116* |
| | Kontrol | 21 | 10,23 | 4,04 | ,964 | 21 | ,598* |

p*>0.05

Shapiro-Wilk normallik testi analizine göre deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin MOT kalıcılık test puanlarının normal dağılım gösterdiği söylenebilir (p>0.05). Bu bulgudan hareketle, deney ve kontrol grubu öğrencilerinin MOT kalıcılık test puanları arasında anlamlı farklılığın olup olmadığının belirlenmesinde ilişkisiz örneklemler için T testi analizinden faydalanılmıştır. Yapılan ilişkisiz örneklemler için T testi analiz tablosu aşağıda sunulmuştur:

Tablo 61

*Deney ve Kontrol Gruplarının MOT Kalıcılık Testlerine İlişkin İlişkisiz Örneklemler İçin T Testi Analizi Sonuçları*

| MOT Kalıcılık Testi Puanları | N | $\bar{x}$ | S | sd | t | P |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Deney | 21 | 13,00 | 4,64 | 40 | 2,05 | 0,04* |
| Kontrol | 21 | 10,23 | 4,04 | | | |

p*<0.05

Tablo 61 incelendiğinde deney grubu ile kontrol grubunun MOT kalıcılık testleri arasında anlamlı farklılığın olduğu söylenebilir ($t_{(40)}$=2,05, $p<0.05$). Deney grubunun MOT kalıcılık testi puan ortalamasının ($\bar{x}_{deney}$=13,00) kontrol grubunun puan ortalamasından ($\bar{x}_{kontrol}$=10,23) fazla olduğu görülmektedir ($\bar{x}_{deney} > \bar{x}_{kontrol}$). Bu bulgular doğrultusunda, problem çözme strateji eğitimi verilen deney grubu öğrencileri ile geleneksel öğretim yönteminin uygulandığı kontrol grubu öğrencilerinin kalıcılık testine göre matematik okuryazarlık düzeyleri arasında deney grubu lehine anlamlı farklılığın olduğu söylenebilir.

Deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin MOT kalıcılık testlerine göre matematik okuryazarlığı problemleri, içerik alanları ve matematik okuryazarlık başarı düzeyi açısından da anlamlı farklılıkların olup olmadığı incelenmiştir. Bu doğrultuda öncelikle veri gruplarının normalliğine bakılmıştır. Aşağıdaki tabloda deney ve kontrol gruplarının MOT kalıcılık testleri matematik okuryazarlığı problemlerinin içerik alanı (6 puan üzerinden) ve matematik okuryazarlık düzeyleri (4 puan üzerinden) açısından normal dağılım gösterip göstermediğine ilişkin bulgular ve betimsel bilgiler sunulmuştur:

Tablo 62

*Deney ve Kontrol Gruplarının MOT Kalıcılık Testlerine Göre Problemlerin İçerik Alanlarına İlişkin Normallik Tabloları ve Betimsel Bilgileri*

| Ölçüm Kalıcılık Testi | Gruplar | n | $\bar{x}_{toplam\ puan}$ | ss | Shapiro-Wilk | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | İstatistik | sd | P |
| Nicelik | Deney | 21 | 4,33 | 1,15 | ,918 | 21 | ,07 |
| | Kontrol | 21 | 4,00 | 1,87 | ,873 | 21 | ,01* |
| Uzay ve Şekil | Deney | 21 | 2,42 | 1,16 | ,911 | 21 | ,05 |
| | Kontrol | 21 | 1,61 | 1,07 | ,918 | 21 | ,08 |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Değişim ve İlişkiler | Deney | 21 | 3,00 | 1,30 | ,878 | 21 | ,01* |
| | Kontrol | 21 | 2,38 | 1,02 | ,865 | 21 | ,00* |
| Belirsizlik ve Veri | Deney | 21 | 3,71 | 1,05 | ,843 | 21 | ,00* |
| | Kontrol | 21 | 2,71 | 1,00 | ,877 | 21 | ,01* |

p*<0.05

Tablo 62 incelendiğinde, "Uzay ve Şekil" içerik alanı açısından değerlerin normal dağılım gösterdiği, diğer içerik alanlarının ise normal dağılım göstermediği görülmektedir (p*<0.05). Bu doğrultuda "Uzay ve Şekil" içerik alanı açısından deney ve kontrol gruplarının MOT kalıcılık testlerine göre anlamlı farklılığın belirlenmesinde ilişkisiz örneklemler için T testi analizinden, normal dağılım göstermeyenler için ise Mann Whitney U analizinden yararlanılmıştır. Aşağıda analiz sonuçları sunulmuştur:

Tablo 63

*Deney ve Kontrol Gruplarının MOT Kalıcılık Testlerine Göre Problemlerin Uzay ve Şekil İçerik Alanı Açısından İlişkisiz Örneklemler İçin T Testine İlişkin Sonuçları*

| İçerik Alanı | MOT Kalıcılık Testi Puanları | N | $\bar{x}$ | S | sd | t | p |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Uzay ve Şekil | Deney | 21 | 2,42 | 1,16 | 40 | 2,34 | 0,02* |
| | Kontrol | 21 | 1,61 | 1,07 | | | |

p*<0.05

Tablo 64

*Deney ve Kontrol Gruplarının MOT Kalıcılık Testlerine Göre Problemlerin İçerik Alanları Açısından Mann Whitney U Testlerine İlişkin Sonuçları*

| İçerik Alanı | MOT Kalıcılık Testi Puanları | N | Sıra ortalaması | Sıra toplamı | U | P |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Nicelik | Deney | 21 | 21,79 | 457,50 | 214,50 | 0,87 |
| | Kontrol | 21 | 21,21 | 445,50 | | |
| Değişim ve İlişkiler | Deney | 21 | 24,29 | 510,00 | 162,00 | 0,12 |
| | Kontrol | 21 | 18,71 | 393,00 | | |
| Belirsizlik ve Veri | Deney | 21 | 26,26 | 551,50 | 120,50 | 0,00* |
| | Kontrol | 21 | 16,74 | 351,50 | | |

p*<0.05

İlişkisiz örneklemler için T testi ve Mann Whitney U testi analizlerine göre "Uzay ve Şekil" ve "Belirsizlik ve Veri" içerik alanları açısından deney ve kontrol gruplarının MOT kalıcılık testlerine göre anlamlı farklılığın olduğu ($p_{\text{Uzay ve Şekil}}=0{,}02$, $p_{\text{Belirsizlik ve Veri}}=0{,}00$, p<0.05), Nicelik" ve "Değişim ve İlişkiler" içerik alanlarında ise anlamlı farklılığın olmadığı söylenebilir ($p_{Nicelik}$=0,87, $p_{Değişim\ ve\ İlişkiler}$=0,12, p>0.05).

Problemlerin matematik okuryazarlık düzeyleri açısından normal dağılım gösterip göstermediğine ilişkin bulgular ve betimsel bilgiler ise aşağıdaki tabloda sunulmuştur:

Tablo 65

*Deney ve Kontrol Gruplarının MOT Kalıcılık Testlerine Göre Problemlerin Matematik Okuryazarlık Düzeyleri Açısından Normallik Tabloları ve Betimsel Bilgileri*

| Kalıcılık Testi | Gruplar | n | $\bar{x}_{toplam\ puan}$ | ss | Shapiro-Wilk | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | İstatistik | sd | p |
| Düzey 1 | Deney | 21 | 3,85 | 0,35 | ,422 | 21 | ,00* |
| | Kontrol | 21 | 3,42 | 0,67 | ,749 | 21 | ,00* |
| Düzey 2 | Deney | 21 | 3,04 | 1,16 | ,801 | 21 | ,00* |
| | Kontrol | 21 | 2,28 | 1,27 | ,914 | 21 | ,06 |
| Düzey 3 | Deney | 21 | 3,23 | 0,76 | ,791 | 21 | ,00* |
| | Kontrol | 21 | 2,47 | 1,20 | ,888 | 21 | ,02* |
| Düzey 4 | Deney | 21 | 1,57 | 1,50 | ,830 | 21 | ,00* |
| | Kontrol | 21 | 1,33 | 1,01 | ,883 | 21 | ,01* |
| Düzey 5 | Deney | 21 | 0,66 | 1,01 | ,695 | 21 | ,00* |
| | Kontrol | 21 | 0,57 | 0,74 | ,727 | 21 | ,00* |
| Düzey 6 | Deney | 21 | 0,66 | 0,85 | ,760 | 21 | ,00* |
| | Kontrol | 21 | 0,09 | 0,30 | ,341 | 21 | ,00* |

p*<0.05

Shapiro-Wilk testine ilişkin bulgular incelendiğinde matematik okuryazarlık düzeylerinin normal dağılım göstermediği görülmektedir (p<0.05). Dolayısıyla problemlerin matematik okuryazarlık düzeyleri açısından deney ve kontrol gruplarının MOT kalıcılık testlerine göre anlamlı farklılığın belirlenmesinde Mann Whitney U analizinden yararlanılmıştır:

Tablo 66

*Deney ve Kontrol Gruplarının MOT Ön Testlerine Göre Problemlerin Matematik Okuryazarlık Düzeyleri Açısından Mann Whitney U Testlerine İlişkin Sonuçları*

| Düzey | MOT Kalıcılık Testi Puanları | N | Sıra ortalaması | Sıra toplamı | U | P |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Düzey 1 | Deney | 21 | 25,14 | 528,00 | 144,00 | 0,01* |
| | Kontrol | 21 | 17,86 | 375,00 | | |
| Düzey 2 | Deney | 21 | 25,24 | 530,00 | 142,00 | 0,04* |
| | Kontrol | 21 | 17,76 | 373,00 | | |
| Düzey 3 | Deney | 21 | 25,33 | 532,00 | 140,00 | 0,03* |
| | Kontrol | 21 | 17,67 | 371,00 | | |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Düzey 4 | Deney<br>Kontrol | 21<br>21 | 22,17<br>20,83 | 465,50<br>437,50 | 206,50 | 0,71 |
| Düzey 5 | Deney<br>Kontrol | 21<br>21 | 21,43<br>21,57 | 450,00<br>453,00 | 219,00 | 0,96 |
| Düzey 6 | Deney<br>Kontrol | 21<br>21 | 25,64<br>17,36 | 538,50<br>364,50 | 133,50 | 0,00* |

p*<0.05

Tablo 66'daki Mann Whitney U analiz sonuçları incelendiğinde "Düzey 1", "Düzey 2", "Düzey 3" ve "Düzey 6" açısından deney ve kontrol gruplarının MOT kalıcılık testleri arasında anlamlı farklılığın olduğu söylenebilir ($p<0.05$). Dolayısıyla, gerçekleştirilen problem çözme stratejileri eğitiminin "Düzey 1", "Düzey 2" ve "Düzey 3" problemleri açısından kalıcı bir etki oluşturduğu düşünülmektedir.

Deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin MOT kalıcılık testlerine göre matematik okuryazarlığı problemlerini içerik alanları ve matematik okuryazarlık düzeyleri açısından da doğru cevaplama oranları incelenmiş ve aşağıdaki tablo ve grafiklerde ortaya konulmuştur:

Tablo 67

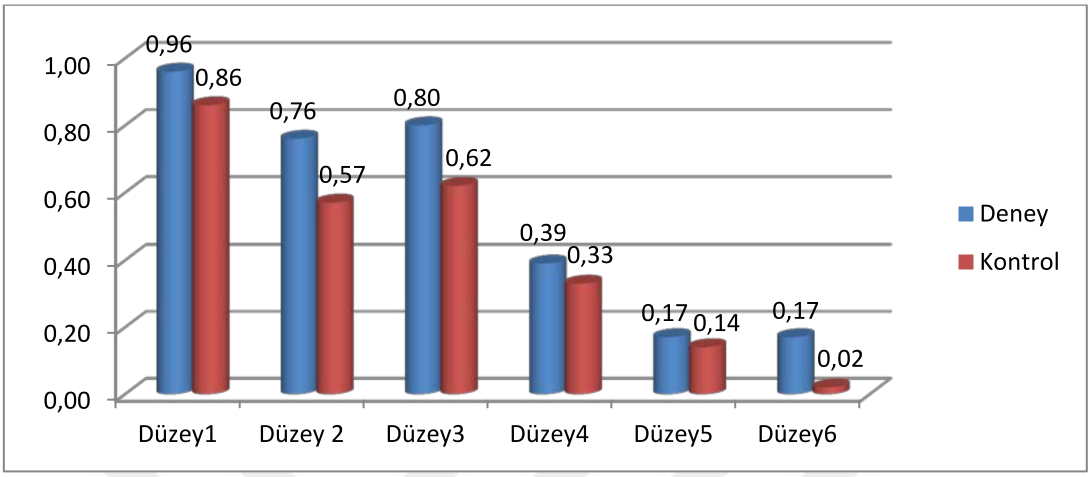
*Deney ve Kontrol Gruplarının MOT Kalıcılık Testlerine Göre Problemleri İçerik Alanı Açısından Doğru Cevaplama Oranları*

| MOT Kalıcılık Testi | Nicelik | Uzay ve Şekil | Değişim ve İlişkiler | Belirsizlik ve Veri |
|---|---|---|---|---|
| Gruplar | 1, 2, 3, 5, 6, 18 | 7, 13, 15, 19, 23, 24 | 4, 11, 12, 20, 21, 22 | 8, 9, 10, 14, 16, 17 |
| Deney | %72 | %40 | %50 | %62 |
| Kontrol | %66 | %27 | %40 | %45 |

MOT kalıcılık testinden elde edilen verilerin analizine göre hem deney hem de kontrol gruplarında içerik alanı açısından en fazla doğru cevaplama oranının "Nicelik" alanına ilişkin problemlerde olduğu, en az cevaplama oranının ise "Uzay ve Şekil" içerik alanıyla ilişkili problemlerde olduğu söylenebilir.

Grafik 7

*Deney ve Kontrol Gruplarının MOT Kalıcılık Testlerine Göre Problemleri Matematik Okuryazarlık Düzeyleri Açısından Doğru Cevaplama Oranı*




Deney grubunun MOT kalıcılık testine göre bütün düzeylerde matematik okuryazarlığı problemlerini doğru cevaplama oranı kontrol grubundan fazla olduğu görülmektedir. Her iki grubun doğru cevaplama oranının en fazla olduğu düzeyin 1. düzey olduğu, en az doğru cevaplama oranını incelediğimizde ise kontrol grubunda düzey 6, deney grubunda ise düzey 5 ve düzey 6 problemlerinde olduğu söylenebilir.

**4.2.9. Deney grubunun matematik okuryazarlık testi ön testleri, son testleri ve kalıcılık testlerine ilişkin bulgular ve yorum.** Problem çözme strateji eğitimi verilen deney grubu öğrencilerinin MOT ön test puanlarıyla son test puanları arasında anlamlı farklılığın belirlenmesinde öncelikle veri gruplarının normalliği incelenmiştir. Tablo 45 ve Tablo 52’ye göre deney grubunun MOT ön test ve son test puanlarının normal dağılım gösterdiği sonucuna ulaşılmıştır ($p_{\text{MOT Ön test}}$=0,38,$p_{\text{MOT son test}}$=0,45 p>0.05). Veri gruplarının normal dağılım gösterdiği bulgusundan hareketle, problem çözme strateji eğitimi verilen deney grubu öğrencilerinin MOT ön test puanlarıyla son test puanları arasında anlamlı farklılığın belirlenmesinde ilişkili örneklemler için T testi analizinden faydalanılmıştır. Yapılan analiz sonucunda ilişkili örneklemler için T testi analizine ilişkin bulgular aşağıdaki tabloda sunulmuştur:

Tablo 68

*Deney Grubunun MOT Ön Test-Son Testlerine İlişkin İlişkili Örneklemler İçin T Testi Analizi Sonuçları*

| Deney Grubu MOT | n | $\bar{x}$ | S | sd | t | p |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Ön Test | 21 | 9,76 | 4,49 | 20 | -9,49 | 0,00* |
| Son Test | 21 | 13,04 | 4,66 | | | |

p*<0.05

Tablo 68'deki ilişkili örneklemler için T testi analizine yönelik bulgular incelendiğinde, deney grubunun MOT ön test puanlarıyla MOT son test puanları arasında anlamlı farklılığın olduğu söylenebilir ($t_{(20)}$=-9,49, p<0.05). Deney grubunun MOT son test puan ortalamasının ($\bar{x}_{\text{deney son test}}$=13,04) ön test ortalamasından ($\bar{x}_{\text{deney ön test}}$=9,76) dikkate değer bir oranda fazla olduğu görülmektedir. Bu doğrultuda, deney grubunun MOT ön test puanlarıyla son test puanları arasındaki anlamlı farklılığın son test lehine olduğu söylenebilir. Ayrıca MOT için belirlenen matematik okuryazarlık düzeylerine göre deney grubunun MOT puan ortalamalarından hareketle genel olarak grubun matematik okuryazarlık başarı düzeyinin ön testte 3. düzeyde olduğu, problem çözme stratejileri eğitiminden sonra uygulanan MOT son testine göre ise grubun matematik okuryazarlık başarı düzeyinin 4. düzeye çıktığı ifade edilebilir.

Problem çözme stratejileri eğitimi verilen deney grubu öğrencilerinin MOT problemlerinin içerik alanı açısından anlamlı farklılığın olup olmadığı incelenmiştir. Anlamlı farklılığın belirlenmesinde Tablo 47 ve Tablo 54'e göre veri gruplarının normal dağılım göstermediği görülerek parametrik olmayan analiz yöntemlerinden Wilcoxon işaretli sıralar testi analizinden yararlanılmıştır. Wilcoxon işaretli sıralar testilerine ilişkin bulgular aşağıda sunulmuştur:

Tablo 69

*Deney Grubunun MOT Ön Testleri ve Son Testlerinin Problemlerin İçerik Alanları Açısından Wilcoxon İşaretli Sıralar Testlerine İlişkin Sonuçları*

| İçerik Alanı | Deney Grubu MOT Ön Test-Son Test | N | Sıra ortalaması | Sıra toplamı | z | p |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Nicelik | Negatif Sıra | 3[a] | 4,50 | 13,50 | -1,51* | 0,13 |
| | Pozitif Sıra | 7[b] | 5,93 | 41,50 | | |
| | Eşit | 11[c] | | | | |
| Uzay ve Şekil | Negatif Sıra | 1[a] | 3,50 | 3,50 | -2,32 * | 0,02** |
| | Pozitif Sıra | 8[b] | 5,19 | 41,50 | | |
| | Eşit | 12[c] | | | | |
| Değişim ve İlişkiler | Negatif Sıra | 0[a] | ,00 | ,00 | -3,62 * | 0,00** |
| | Pozitif Sıra | 16[b] | 8,50 | 136,00 | | |
| | Eşit | 5[c] | | | | |
| Belirsizlik ve Veri | Negatif Sıra | 0[a] | ,00 | ,00 | -3,81 * | 0,00** |
| | Pozitif Sıra | 18[b] | 9,50 | 171,00 | | |
| | Eşit | 3[c] | | | | |

*Negatif sıralar temeline dayalı, p**<0.05
a. Son Test Puanları <Ön Test Puanları
b. Son Test Puanları >Ön Test Puanları
c. Son Test Puanları =Ön Test Puanları

Tablo 69’daki Wilcoxon işaretli sıralar testi analizlerine göre; deney grubu öğrencilerinin “Uzay ve Şekil”, “Değişim ve İlişkiler” ve “Belirsizlik ve Veri” içerik alanları açısından MOT ön testleri ile son testleri arasında anlamlı farlılığın olduğu görülmektedir (p*<0.05). Dolayısıyla deney grubuyla gerçekleştirilen problem çözme stratejileri eğitiminin “Uzay ve Şekil”, “Değişim ve İlişkiler” ve “Belirsizlik ve Veri” içerik alanlarına göre öğrencilerin matematik okuryazarlık düzeylerini arttırdığı söylenebilir.

Deney grubunun, problemlerin matematik okuryazarlık düzeyleri açısından MOT ön testleri ile son testlerinin Tablo 49 ve Tablo 57’ye göre normal dağılım göstermediği görülerek anlamlı farklılığın belirlenmesinde Wilcoxon işaretli sıralar testi analizinden yararlanılmıştır. Wilcoxon işaretli sıralar testilerine ilişkin bulgular aşağıda ortaya konulmuştur:

Tablo 70

*Deney Grubunun MOT Ön Testleri ve Son Testlerinin Problemlerin Matematik Okuryazarlığı Açısından Wilcoxon İşaretli Sıralar Testlerine İlişkin Sonuçları*

| Düzey | Deney Grubu MOT Ön Test-Son Test | N | Sıra ortalaması | Sıra toplamı | Z | p |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Negatif Sıra | 0[a] | ,00 | ,00 | | |
| Düzey 1 | Pozitif Sıra | 12[b] | 6,50 | 78,00 | -3,11* | 0,00 |
| | Eşit | 9[c] | | | | |
| | Negatif Sıra | 1[a] | 3,50 | 3,50 | | |
| Düzey 2 | Pozitif Sıra | 10[b] | 6,25 | 62,50 | -2,69* | 0,00 |
| | Eşit | 10[c] | | | | |
| | Negatif Sıra | 1[a] | 11,50 | 11,50 | | |
| Düzey 3 | Pozitif Sıra | 14[b] | 7,75 | 108,50 | -2,82* | 0,00 |
| | Eşit | 6[c] | | | | |
| | Negatif Sıra | 5[a] | 5,50 | 27,50 | | |
| Düzey 4 | Pozitif Sıra | 9[b] | 8,61 | 77,50 | -1,64* | 0,10 |
| | Eşit | 7[c] | | | | |
| | Negatif Sıra | 3[a] | 4,00 | 12,00 | | |
| Düzey 5 | Pozitif Sıra | 7[b] | 6,14 | 43,00 | -1,64* | 0,10 |
| | Eşit | 11[c] | | | | |
| | Negatif Sıra | 3[a] | 3,50 | 10,50 | | |
| Düzey 6 | Pozitif Sıra | 3[b] | 3,50 | 10,50 | 0,00** | 1,00 |
| | Eşit | 15[c] | | | | |

*Negatif sıralar temeline dayalı, **Negatif sıra toplamı pozitif sıra toplamı eşit
a. Son Test Puanları <Ön Test Puanları
b. Son Test Puanları >Ön Test Puanları
c. Son Test Puanları =Ön Test Puanları

Wilcoxon işaretli sıralar testlerine ilişkin bulgular incelendiğinde; “Düzey 1”, “Düzey 2” ve “Düzey 3” açısından anlamlılık değerinin 0.05’ten küçük olduğu görülmektedir. Dolayısıyla deney grubunun “Düzey 1”, “Düzey 2” ve “Düzey 3” açısından MOT ön testleri ile son testleri arasında anlamlı farklılığın olduğu söylenebilir. “Düzey 4”, “Düzey 5” ve “Düzey 6” problemleri açısından ise deney grubu öğrencilerinin MOT ön testleriyle son testleri arasında anlamlı farklılığın olmadığı sonucuna ulaşılmıştır.

Deney grubunun MOT son testleri ile kalıcılık testleri arasında anlamlı farklılığın olup olmadığının belirlenmesinde öncelikle verilerin normalliği incelenmiştir. Tablo 52 ve Tablo 60 göre deney grubunun MOT son test ve kalıcılık test puanlarının normal dağılım gösterdiği söylenebilir ($p_{MOT\ Son\ Test}$=0,45, $p_{MOT\ Kalıcılık\ Testi}$=0,11, p>0.05). Bu bulgudan hareketle, problem çözme strateji eğitimi verilen deney grubu öğrencilerinin MOT son test puanlarıyla kalıcılık test puanları arasında anlamlı farklılığın olup olmadığının belirlenmesinde ilişkili örneklemler için T testi analizi gerçekleştirilmiştir. İlişkili örneklemler için T testi analizine ilişkin bulgular aşağıdaki tabloda sunulmuştur:

Tablo 71

*Deney Grubunun MOT Son Test-Kalıcılık Testlerine İlişkin İlişkili Örneklemler için T Testi Analizi Sonuçları*

| Deney Grubu MOT | n | $\bar{x}$ | ss | sd | t | p |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Son Test | 21 | 13,04 | 4,66 | 20 | 0,19 | 0,84* |
| Kalıcılık Testi | 21 | 13,00 | 4,64 | | | |

$p^* < 0.05$

Tablo 71'deki ilişkili örneklemler için T testi analiz bulguları incelendiğinde, deney grubu öğrencilerinin MOT son test puanlarıyla kalıcılık testi puanları arasında anlamlı farklılığın olmadığı söylenebilir ($t_{(20)}=0,19$, $p>0.05$). Deney grubunun MOT son test puan ortalamasının ($\bar{x}_{\text{deney son test}}=13,04$) kalıcılık testi puan ortalamasına ($\bar{x}_{\text{deney kalıcılık testi}}=13,00$) yakın bir değerde olması anlamlı farklılığın olmadığı bulgusunu destekler niteliktedir. MOT için belirlenen matematik okuryazarlık düzeylerine göre deney grubunun MOT son test ve kalıcılık testi puan ortalamaları incelendiğinde genel olarak deney grubunun matematik okuryazarlık başarı düzeyinin 4. düzeyde olduğu söylenebilir.

MOT son test ve kalıcılık testine göre problemlerin içerik alanı ve matematik okuryazarlık düzeyleri açısından da anlamlı farklılık incelenmiştir. Bu doğrultuda Tablo 54, Tablo 57, Tablo 62 ve Tablo 65 incelenmiştir. Problemlerin içerik alanı ve matematik okuryazarlık düzeyi açısından normal dağılım göstermediği görülerek anlamlı farklılığın belirlenmesinde Wilcoxon işaretli sıralar testi analizinden yararlanılmıştır. Wilcoxon işaretli sıralar testlerine ilişkin bulgular aşağıda ortaya konulmuştur:

Tablo 72

*Deney Grubunun MOT Son Testleri ve Kalıcılık Testlerinin Problemlerin İçerik Alanları Açısından Wilcoxon İşaretli Sıralar Testlerine İlişkin Sonuçları*

| İçerik Alanı | Deney Grubu MOT Son Test- Kalıcılık | N | Sıra ortalaması | Sıra toplamı | z | p |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Nicelik | Negatif Sıra | 5[a] | 5,00 | 25,00 | -0,33* | 0,73 |
| | Pozitif Sıra | 4[b] | 5,00 | 20,00 | | |
| | Eşit | 12[c] | | | | |
| Uzay ve Şekil | Negatif Sıra | 3[a] | 2,00 | 6,00 | -1,73* | 0,08 |
| | Pozitif Sıra | 0[b] | ,00 | ,00 | | |
| | Eşit | 18[c] | | | | |
| Değişim ve İlişkiler | Negatif Sıra | 8[a] | 6,50 | 52,00 | -1,15* | 0,24 |
| | Pozitif Sıra | 4[b] | 6,50 | 26,00 | | |
| | Eşit | 9[c] | | | | |
| Belirsizlik ve Veri | Negatif Sıra | 1[a] | 3,00 | 3,00 | -1,34** | 0,18 |
| | Pozitif Sıra | 4[b] | 3,00 | 12,00 | | |
| | Eşit | 16[c] | | | | |

*Pozitif sıralar temeline dayalı, **Negatif sıralar temeline dayalı, p>0.05
a. Kalıcılık Testi Puanları < Son Test Puanları
b. Kalıcılık Testi Puanları > Son Test Puanları
c. Kalıcılık Testi Puanları = Son Test Puanları

Wilcoxon işaretli sıralar testi analizlerine göre deney grubu öğrencilerinin içerik alanı açısından MOT son testleri ile kalıcılık testleri arasında anlamlı farklılığın olmadığı görülmektedir (p>0.05). Dolayısıyla, deney grubunun içerik alanı açsından MOT son testleri ile kalıcılık testleri arasında anlamlı farklılığın olmadığı söylenebilir. Problemlerin matematik okuryazarlık düzeyleri açısından MOT son testleri ile kalıcılık testleri arasında anlamlı farklılığın olup olmadığına ilişkin Wilcoxon işaretli sıralar testi analizleri ise aşağıda sunulmuştur:

Tablo 73

*Deney Grubunun MOT Son Testleri ve Kalıcılık Testlerinin Problemlerin Matematik Okuryazarlığı Açısından Wilcoxon İşaretli Sıralar Testlerine İlişkin Sonuçları*

| Strateji | Deney Grubu MOT Son Test-Kalıcılık | N | Sıra ortalaması | Sıra toplamı | Z | p |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Düzey 1 | Negatif Sıra | 1[a] | 2,00 | 2,00 | -0,57** | 0,56 |
| | Pozitif Sıra | 2[b] | 2,00 | 4,00 | | |
| | Eşit | 18[c] | | | | |
| Düzey 2 | Negatif Sıra | 3[a] | 2,00 | 6,00 | -1,73* | 0,08 |
| | Pozitif Sıra | 0[b] | ,00 | ,00 | | |
| | Eşit | 18[c] | | | | |
| Düzey 3 | Negatif Sıra | 3[a] | 3,50 | 10,50 | -0,63** | 0,52 |
| | Pozitif Sıra | 4[b] | 4,38 | 17,50 | | |
| | Eşit | 14[c] | | | | |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Düzey 4 | Negatif Sıra<br>Pozitif Sıra<br>Eşit | 3[a]<br>4[b]<br>14[c] | 4,00<br>4,00 | 12,00<br>16,00 | -0,37** | 0,70 |
| Düzey 5 | Negatif Sıra<br>Pozitif Sıra<br>Eşit | 2[a]<br>1[b]<br>18[c] | 2,00<br>2,00 | 4,00<br>2,00 | -0,57* | 0,56 |
| Düzey 6 | Negatif Sıra<br>Pozitif Sıra<br>Eşit | 0[a]<br>1[b]<br>20[c] | ,00<br>1,00 | ,00<br>1,00 | 1,00** | 0,31 |

*Pozitif sıralar temeline dayalı, **Negatif sıralar temeline dayalı, p>0.05
a. Kalıcılık Testi Puanları < Son Test Puanları
b. Kalıcılık Testi Puanları > Son Test Puanları
c. Kalıcılık Testi Puanları = Son Test Puanları

Tablo 73'e göre bütün düzeylerde MOT son testleri ile kalıcılık testleri arasında anlamlı farklılığın olmadığı sonucuna ulaşılmıştır (p>0.05).

Elde edilen bulguların ayrıntılı betimlemesi ve deney grubuyla gerçekleştirilen problem çözme stratejileri eğitiminin öğrencilerin matematik okuryazarlık düzeylerine bireysel olarak etkisinin de ortaya konulması amacıyla deney grubundaki öğrencilerin MOT ön test, son test ve kalıcılık testlerinden elde edilen bulgular doğrultusunda öğrencilerin matematik okuryazarlık düzeyleri aşağıdaki tabloda sunulmuştur:

Tablo 74

*Deney Grubu Öğrencilerinin Matematik Okuryazarlık Düzeylerine İlişkin Değişimi*

| Öğrenci | MOT Ön Test | | MOT Son Test | | MOT Kalıcılık Testi | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | MOT Puan | Düzey | MOT Puan | Düzey | MOT Puan | Düzey |
| D1 | 15 | Düzey 4 | 19 | Düzey 5 | 18 | Düzey 5 |
| D2 | 16 | Düzey 4 | 21 | Düzey 6 | 21 | Düzey 6 |
| D3 | 12 | Düzey 3 | 14 | Düzey 4 | 15 | Düzey 4 |
| D4 | 15 | Düzey 4 | 19 | Düzey 5 | 19 | Düzey 5 |
| D5 | 13 | Düzey 4 | 16 | Düzey 4 | 17 | Düzey 5 |
| D6 | 11 | Düzey 3 | 16 | Düzey 4 | 15 | Düzey 4 |
| D7 | 17 | Düzey 5 | 21 | Düzey 6 | 21 | Düzey 6 |
| D8 | 11 | Düzey 3 | 14 | Düzey 4 | 15 | Düzey 4 |
| D9 | 12 | Düzey 3 | 13 | Düzey 4 | 14 | Düzey 4 |
| D10 | 8 | Düzey 2 | 11 | Düzey 3 | 10 | Düzey 3 |
| D11 | 12 | Düzey 3 | 14 | Düzey 4 | 12 | Düzey 3 |
| D12 | 8 | Düzey 2 | 14 | Düzey 4 | 13 | Düzey 4 |
| D13 | 14 | Düzey 4 | 16 | Düzey 4 | 17 | Düzey 5 |
| D14 | 6 | Düzey 2 | 8 | Düzey 2 | 9 | Düzey 3 |
| D15 | 6 | Düzey 2 | 10 | Düzey 3 | 8 | Düzey 2 |
| D16 | 6 | Düzey 2 | 8 | Düzey 2 | 8 | Düzey 2 |
| D17 | 2 | Düzey 1 | 9 | Düzey 3 | 8 | Düzey 2 |
| D18 | 3 | Düzey 1 | 7 | Düzey 2 | 9 | Düzey 3 |
| D19 | 8 | Düzey 2 | 9 | Düzey 3 | 9 | Düzey 3 |
| D20 | 7 | Düzey 2 | 10 | Düzey 3 | 9 | Düzey 3 |
| D21 | 3 | Düzey 1 | 5 | Düzey 2 | 6 | Düzey 2 |

Tablo 74'e göre deney grubundaki öğrencilerin MOT ön test, son test ve kalıcılık testleri açısından matematik okuryazarlık düzeyleri incelendiğinde; MOT ön testlerine göre düzey 6'da olan öğrencinin olmadığı görülmektedir. Ayrıca deney grubunun MOT ön testlerine göre düzey 1'de 3 öğrencinin, düzey 2'de 7 öğrencinin, düzey 3'de 5 öğrencinin, düzey 4'te 5 öğrencinin ve düzey 5'te ise 1 öğrencinin bulunduğu görülmüştür. Deney grubuyla gerçekleştirilen 5 haftalık problem çözme stratejileri eğitiminden sonra uygulanan MOT son testlerinden elde edilen bulgulara göre öğrencilerin tümünün matematik okuryazarlık puanlarının arttığı, 17 öğrencinin matematik okuryazarlık başarı düzeyinin yükseldiği, 4 öğrencinin ise aynı matematik okuryazarlık düzeyinde olduğu bulgusuna ulaşılmıştır. Ayrıca MOT son testine göre öğrencilerin matematik okuryazarlık düzeylerinin düzey 2 ile düzey 6 arasında değiştiği, MOT ön testinde düzey 6'da öğrenci bulunmazken son testte düzey 6'da 2 öğrencinin olduğu Tablo 74'de görülmektedir. MOT kalıcılık testlerine ilişkin öğrencilerin matematik okuryazarlık düzeyleri incelendiğinde, MOT son testlere göre 4 öğrencinin matematik okuryazarlık başarı düzeyi artarken, 3 öğrencinin okuryazarlık düzeyinin düşüş gösterdiği, 14 öğrencinin ise okuryazarlık düzeyinin aynı olduğu bulgusuna ulaşılmıştır. Genel olarak, deney grubu öğrencilerinin büyük bir kısmında MOT kalıcılık testlerindeki matematik okuryazarlık düzeylerinin son testlerine göre bir farklılığın görülmediği söylenebilir.

**4.2.10. Kontrol grubunun matematik okuryazarlık testi ön testleri, son testleri ve kalıcılık testlerine ilişkin bulgular ve yorum.** Problem çözme stratejileri eğitiminin öğrencilerin matematik okuryazarlık düzeylerine etkisini hatasız olarak ortaya koymak için kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesinde ve uygulama sonrasında matematik okuryazarlık düzeylerinde herhangi bir farklılığın olup olmadığının tespit edilmesi önemlidir. Bu doğrultuda kontrol grubu öğrencilerinin MOT ön test puanları ile MOT son test puanları arasında anlamlı farklılığın olup olmadığı incelenmiştir. Anlamlı farklılığın belirlenmesi için gerçekleştirilen analiz yönteminin kararlaştırılmasında öncelikle kontrol grubunun MOT ön test ve son test puanlarının normalliği incelenmiştir. Tablo 45 ve Tablo 52'ye göre kontrol grubunun MOT ön test ve son test puanlarının normal dağılım gösterdiği sonucuna ulaşılmıştır ($p_{MOT\ Ön\ Test}$=0,87, $p_{MOT\ Son\ Test}$=0,58, p>0,05). Kontrol grubunun MOT ön test puanlarıyla son test puanları arasında anlamlı farklılığın belirlenmesinde ilişkili örneklemler için T testi analizinden faydalanılmıştır. Yapılan analiz sonucunda ilişkili örneklemler için T testi analizine yönelik bulgular aşağıdaki tabloda sunulmuştur:

Tablo 75

*Kontrol Grubunun MOT Ön Test-Son Testlerine İlişkin İlişkili Örneklemler İçin T Testi Analizi Sonuçları*

| Kontrol Grubu MOT | n | $\bar{x}$ | ss | sd | t | p |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Ön Test | 21 | 9,71 | 3,87 | 20 | -,99 | ,33* |
| Son Test | 21 | 10,14 | 4,46 | | | |

p*>0.05

Tablo 75 incelendiğinde, p anlamlılık değerinin anlamlılık düzeyi olan 0.05'ten büyük olduğu görülmektedir. Dolayısıyla geleneksel öğretim yönteminin uygulandığı kontrol grubu öğrencilerinin MOT ön test puanlarıyla MOT son test puanları arasında anlamlı farklılığın olmadığı söylenebilir ($t_{(20)}$=-,99, p>0.05). Ayrıca kontrol grubunun MOT ön test puan ortalamasıyla ($\bar{x}_{kontrol\ ön\ test}$=9,71) son test puan ortalamasının ($\bar{x}_{kontrol\ son\ test}$=10,14) birbirine yakın değerlerde olduğu görülmektedir. Elde edilen bu bulgunun da kontrol grubunun MOT ön test puanlarıyla MOT son test puanları arasında anlamlı farklılığın olmadığı bulgusunu destekler nitelikte olduğu söylenebilir. Ayrıca MOT için belirlenen matematik okuryazarlık düzeylerine göre kontrol grubunun MOT puan ortalamalarından hareketle genel olarak grubun matematik okuryazarlık başarı düzeyinin ön testte 3. düzeyde olduğu, MOT son testine göre ise grubun matematik okuryazarlık başarı düzeyinin yine 3. düzeyde olduğu görülmektedir. Bu bulgular ışığında kontrol grubu öğrencilerinin uygulamalar süresince matematik okuryazarlık düzeylerinde bir farklılığın olmadığı söylenebilir.

Kontrol grubunun MOT ön test ve son testlerinin içerik alanı ve problemlerin matematik okuryazarlık düzeylerine göre anlamlı farklılığın olup olmadığı da incelenmiştir. Anlamlı farklılığın olup olmadığının belirlenmesinde Tablo 47, Tablo 49, Tablo 54 ve Tablo 57'ye göre veri gruplarının normal dağılım göstermediği görülerek Wilcoxon işaretli sıralar testi analizlerinden yararlanılmıştır. Aşağıda Wilcoxon işaretli sıralar testi analizlerine ilişkin bulgular sunulmuştur:

Tablo 76

*Kontrol Grubunun MOT Ön Testleri ve Son Testlerinin Problemlerin İçerik Alanları Açısından Wilcoxon İşaretli Sıralar Testlerine İlişkin Sonuçları*

| Strateji | Kontrol Grubu MOT Ön Test-Son Test | N | Sıra ortalaması | Sıra toplamı | z | p |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Nicelik | Negatif Sıra | 6[a] | 7,83 | 47,00 | -1,14* | 0,25 |
| | Pozitif Sıra | 10[b] | 8,90 | 89,00 | | |
| | Eşit | 5[c] | | | | |
| Uzay ve Şekil | Negatif Sıra | 5[a] | 5,50 | 27,50 | 0,00*** | 1,00 |
| | Pozitif Sıra | 5[b] | 5,50 | 27,50 | | |
| | Eşit | 11[c] | | | | |
| Değişim ve İlişkiler | Negatif Sıra | 3[a] | 4,00 | 12,00 | -0,90* | 0,36 |
| | Pozitif Sıra | 5[b] | 4,80 | 24,00 | | |
| | Eşit | 13[c] | | | | |
| Belirsizlik ve Veri | Negatif Sıra | 4[a] | 3,00 | 12,00 | -1,34** | 0,18 |
| | Pozitif Sıra | 1[b] | 3,00 | 3,00 | | |
| | Eşit | 16[c] | | | | |

*Negatif sıralar temeline dayalı, **Pozitif sıralar temeline dayalı, ***Negatif sıra toplamı pozitif sıra toplamı eşit, $p>0.05$

a. Son Test Puanları <Ön Test Puanları

b. Son Test Puanları >Ön Test Puanları

c. Son Test Puanları =Ön Test Puanları

Wilcoxon işaretli sıralar testi analizlerine ilişkin bulgular incelendiğinde kontrol grubunun her bir içerik alanı açısından MOT ön testleri ile son testleri arasında anlamlı farklılığın olmadığı görülmektedir ($p>0.05$).

Kontrol grubunun MOT ön test ve son testleri arasında problemlerin matematik okuryazarlık düzeylerine göre anlamlı farklılığın olup olmadığının belirlenmesine ilişkin Wilcoxon işaretli sıralar testi analizleri ise aşağıda sunulmuştur:

Tablo 77

*Kontrol Grubunun MOT Ön Testleri ve Son Testlerinin Problemlerin Matematik Okuryazarlığı Açısından Wilcoxon İşaretli Sıralar Testlerine İlişkin Sonuçları*

| Strateji | Kontrol Grubu MOT Ön Test-Son Test | N | Sıra ortalaması | Sıra toplamı | Z | p |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Negatif Sıra | 5[a] | 5,00 | 25,00 | | |
| Düzey 1 | Pozitif Sıra | 4[b] | 5,00 | 20,00 | -0,33** | 0,73 |
| | Eşit | 12[c] | | | | |
| | Negatif Sıra | 5[a] | 6,00 | 30,00 | | |
| Düzey 2 | Pozitif Sıra | 5[b] | 5,00 | 25,00 | -0,27** | 0,78 |
| | Eşit | 11[c] | | | | |
| | Negatif Sıra | 3[a] | 4,67 | 14,00 | | |
| Düzey 3 | Pozitif Sıra | 4[b] | 3,50 | 14,00 | 0,00*** | 1,00 |
| | Eşit | 14[c] | | | | |
| | Negatif Sıra | 3[a] | 3,50 | 10,50 | | |
| Düzey 4 | Pozitif Sıra | 5[b] | 5,10 | 25,50 | -1,10* | 0,27 |
| | Eşit | 13[c] | | | | |
| | Negatif Sıra | 0[a] | ,00 | ,00 | | |
| Düzey 5 | Pozitif Sıra | 8[b] | 4,50 | 36,00 | -2,82* | 0,00 |
| | Eşit | 13[c] | | | | |
| | Negatif Sıra | 2[a] | 2,00 | 4,00 | | |
| Düzey 6 | Pozitif Sıra | 1[b] | 2,00 | 2,00 | -0,57** | 0,56 |
| | Eşit | 18[c] | | | | |

*Negatif sıralar temeline dayalı, **Pozitif sıralar temeline dayalı, ***Negatif sıra toplamı pozitif sıra toplamı eşit, p>0.05

a. Son Test Puanları <Ön Test Puanları

b. Son Test Puanları >Ön Test Puanları

c. Son Test Puanları =Ön Test Puanları

Wilcoxon işaretli sıralar testi analizlerine ilişkin bulgular incelendiğinde "Düzey 5" dışındaki diğer bütün düzeylerde kontrol grubu öğrencilerinin MOT ön testi ile MOT son testi arasında anlamlı farklılığın olmadığı belirlenirken, düzey 5 problemlerinde anlamlı farklılığın olduğu bulunmuştur ($p_{düzey\ 5}$=0,00, $p<0.05$).

Gerçekleştirilen eğitimin uygulamadan sonrada etkisinin devam edip etmediğinin yansız ve hatasız bir şekilde ortaya konulmasında kontrol grubunun MOT son testi ile MOT kalıcılık testlerine göre öğrencilerin matematik okuryazarlık düzeyleri arasında farklılığın olup olmadığının belirlenmesinin önemli olarak görülmektedir. Bu düşünceden hareketle kontrol grubu öğrencilerinin MOT son test puanlarıyla MOT kalıcılık testi puanları arasında anlamlı farklılığın olup olmadığı incelenmiştir. Anlamlı farklılığın belirlenmesinde öncelikle MOT son test puanları ve MOT kalıcılık testi puanlarının normalliği incelenmiştir. Tablo 52 ve Tablo 60'a göre kontrol grubunun MOT son testi ve kalıcılık testlerinin normal dağılım gösterdiği görülmektedir ($p_{MOT\ Son\ Test}$=0,58, $p_{MOT\ Kalıcılık\ Testi}$=0,59, p>0.05). Dolayısıyla kontrol grubu öğrencilerinin MOT son test puanlarıyla kalıcılık testi puanları arasında anlamlı farklılığın olup olmadığının belirlenmesinde ilişkili örneklemler için T testi analizi gerçekleştirilmiştir. Yapılan analiz sonucunda ilişkili örneklemler için T testi analizine ilişkin bulgular aşağıdaki tabloda sunulmuştur:

Tablo 78

*Kontrol Grubunun MOT Son Test-Kalıcılık Testlerine İlişkin İlişkili Örneklemler İçin T Testi Analizi Sonuçları*

| Kontrol Grubu MOT | n | $\bar{x}$ | ss | sd | t | p |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Son Test | 21 | 10,14 | 4,46 | 20 | -,34 | 0,73* |
| Kalıcılık Test | 21 | 10,23 | 4,04 | | | |

p*>0.05

İlişkili örneklemler için T testi analizinden elde edilen bulgulara göre MOT son testi puanları ile kalıcılık testi puanları arasında anlamlı farklılığın olmadığı Tablo 78'de ortaya konulmuştur ($t_{(20)}$=-,34, p>0.05). Dolayısıyla kontrol grubu öğrencilerinin uygulamadan 6 hafta sonra da matematik okuryazarlık düzeylerinde anlamlı bir değişim yaşanmadığı söylenebilir. Ayrıca kontrol grubunun MOT son test ($\bar{x}_{kontrol\ son\ test}$=10,14) ve kalıcılık testi puan ortalamaları ($\bar{x}_{kontrol\ kalıcılık\ testi}$=10,23) incelendiğinde değerlerin birbirine çok yakın olduğu görülmektedir. Elde edilen bu bulgunun kontrol grubu öğrencilerinin matematik okuryazarlık düzeyleri arasında anlamlı bir farklılığın olmadığı bulgusunu destekler nitelikte olduğu söylenebilir.

Kontrol grubu öğrencilerinin MOT son testleri ve MOT kalıcılık testlerine göre problemlerin içerik alanı açısından anlamlı farklılığın olup olmadığı da incelemiştir. Anlamlı farklılığın belirlenmesinde Tablo 54 ve Tablo 62'ye göre veri gruplarının normal dağılım göstermediği görülerek Wilcoxon işaretli sıralar testi analizleri gerçekleştirilmiştir. Wilcoxon işaretli sıralar testi analizlerine ilişkin bulgular aşağıda sunulmuştur:

Tablo 79

*Kontrol Grubunun MOT Son Testleri ve Kalıcılık Testlerinin Problemlerin İçerik Alanları Açısından Wilcoxon İşaretli Sıralar Testlerine İlişkin Sonuçlar*

| Strateji | Kontrol Grubu MOT Son Test- Kalıcılık | N | Sıra ortalaması | Sıra toplamı | z | p |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Nicelik | Negatif Sıra | 8[a] | 6,00 | 48,00 | -0,77* | 0,43 |
| | Pozitif Sıra | 4[b] | 7,50 | 30,00 | | |
| | Eşit | 9[c] | | | | |
| Uzay ve Şekil | Negatif Sıra | 4[a] | 3,50 | 14,00 | -0,81* | 0,41 |
| | Pozitif Sıra | 2[b] | 3,50 | 7,00 | | |
| | Eşit | 15[c] | | | | |
| Değişim ve İlişkiler | Negatif Sıra | 1[a] | 2,50 | 2,50 | -1,00** | 0,31 |
| | Pozitif Sıra | 3[b] | 2,50 | 7,50 | | |
| | Eşit | 17[c] | | | | |
| Belirsizlik ve Veri | Negatif Sıra | 2[a] | 4,50 | 9,00 | -1,73** | 0,08 |
| | Pozitif Sıra | 7[b] | 5,14 | 36,00 | | |
| | Eşit | 12[c] | | | | |

*Pozitif sıralar temeline dayalı, **Negatif sıralar temeline dayalı, p>0.05
a. Kalıcılık Testi Puanları < Son Test Puanları
b. Kalıcılık Testi Puanları > Son Test Puanları
c. Kalıcılık Testi Puanları = Son Test Puanları

Wilcoxon işaretli sıralar testi analizlerine ilişkin bulgular incelendiğinde her bir içerik alanı için anlamlılık değerlerinin anlamlılık düzeyi olan 0.05'ten büyük olduğu görülmektedir (p>0.05). Dolayısıyla kontrol grubu öğrencilerinin içerik alanı açısından MOT son testleri ile kalıcılık testleri arasında anlamlı farklılığın olmadığı söylenebilir.

Kontrol grubunun problemlerin matematik okuryazarlık düzeyleri açısından MOT son testleri ile kalıcılık testleri arasında anlamlı farklılığın belirlenmesinde Tablo 57 ve Tablo 65'e göre veri gruplarının normal dağılım göstermediği belirlenerek Wilcoxon işaretli sıralar testi analizleri gerçekleştirilmiştir. Wilcoxon işaretli sıralar testi analizlerine ilişkin bulgular aşağıda sunulmuştur:

Tablo 80

*Kontrol Grubunun MOT Son Testleri ve Kalıcılık Testlerinin Problemlerin Matematik Okuryazarlığı Açısından Wilcoxon İşaretli Sıralar Testlerine İlişkin Sonuçlar*

| Strateji | Deney Grubu MOT Son Test-Kalıcılık | N | Sıra ortalaması | Sıra toplamı | Z | p |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Düzey 1 | Negatif Sıra | 0[a] | ,00 | ,00 | -2,81* | 0,00 |
| | Pozitif Sıra | 9[b] | 5,00 | 45,00 | | |
| | Eşit | 12[c] | | | | |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Negatif Sıra | 3[a] | 3,50 | 10,50 | | |
| Düzey 2 | Pozitif Sıra | 3[b] | 3,50 | 10,50 | 0,00*** | 1,00 |
| | Eşit | 15[c] | | | | |
| | Negatif Sıra | 4[a] | 4,00 | 16,00 | | |
| Düzey 3 | Pozitif Sıra | 4[b] | 5,00 | 20,00 | -0,30* | 0,76 |
| | Eşit | 13[c] | | | | |
| | Negatif Sıra | 5[a] | 4,00 | 20,00 | | |
| Düzey 4 | Pozitif Sıra | 2[b] | 4,00 | 8,00 | -1,13** | 0,25 |
| | Eşit | 14[c] | | | | |
| | Negatif Sıra | 7[a] | 4,50 | 31,50 | | |
| Düzey 5 | Pozitif Sıra | 1[b] | 4,50 | 4,50 | -2,12** | 0,03 |
| | Eşit | 13[c] | | | | |
| | Negatif Sıra | 1[a] | 1,00 | 1,00 | | |
| Düzey 6 | Pozitif Sıra | 0[b] | ,00 | ,00 | -1,00** | 0,31 |
| | Eşit | 20[c] | | | | |

*Negatif sıralar temeline dayalı, **Pozitif sıralar temeline dayalı, ***Negatif sıra toplamı pozitif sıra toplamı eşit
a. Kalıcılık Testi Puanları < Son Test Puanları
b. Kalıcılık Testi Puanları > Son Test Puanları
c. Kalıcılık Testi Puanları = Son Test Puanları

Wilcoxon işaretli sıralar testi analizlerine göre kontrol grubu öğrencilerinin "Düzey 1" ve "Düzey 5" dışındaki diğer düzeyler açısından kontrol grubu öğrencilerinin MOT son testleri ile MOT kalıcılık testleri arasında anlamlı farklılığın olmadığı söylenebilir.

## 4.3. Matematik okuryazarlığı başarısını yordamada problem çözme stratejilerinin gücüne ilişkin bulgular ve yorum

Problem çözme stratejileri ile matematik okuryazarlık arasında bir ilişki olduğu düşünülmektedir. Bir başka deyişle matematik okuryazarlığı problemlerinin çözümünde bazı problem çözme stratejilerin kullanıldığı görülmektedir. Bu bakımdan problem çözme stratejilerinin matematik okuryazarlığını etkilediği söylenebilir. Problem çözme stratejilerinin matematik okuryazarlığı üzerindeki etkisini ve iki değişken arasındaki ilişkiyi belirlemek amacıyla deney ve kontrol gruplarına uygulanılan PÇT ve MOT testlerinden elde edilen bulguların analizi gerçekleştirilmiştir. Bu bölümde problem çözme stratejileri ile matematik okuryazarlığı arasındaki ilişkinin belirlenmesi ve problem çözme stratejilerinin matematik okuryazarlığını yordamasına yönelik bulgular sunulmuştur.

**4.3.1. Problem çözme stratejileri ile matematik okuryazarlığı arasındaki ilişkinin incelemesine yönelik bulgular ve yorum.** Araştırmada öğrencilerin problem çözme stratejilerini kullanma düzeyleri PÇT kullanılarak, matematik okuryazarlık düzeyleri ise MOT ile belirlenmiştir. PÇT öğrencilerin problem çözme stratejilerini, MOT ise öğrencilerin matematik okuryazarlığını yansıtmaktadır. Bu bakımdan problem çözme stratejileri ile matematik okuryazarlığı arasındaki ilişkinin belirlenmesinde deney ve kontrol grubuna ön test, son test ve kalıcılık testleri olarak uygulanan PÇT ve MOT'dan elde edilen verilerden faydalanılmıştır. Araştırmada iki değişken arasındaki ilişki ön test, son test ve kalıcılık testleri için ayrı ayrı ortaya konulmuştur.

Deney ve kontrol gruplarının PÇT ve MOT ön test verilerine göre problem çözme stratejileri ile matematik okuryazarlığı arasındaki ilişkinin belirlenmesinde öncelikle verilerin normal dağılım gösterip gösterilmediği incelenmiştir. Aşağıdaki tabloda PÇT ve MOT ön test puanlarının Kolmogrov-Smirnov normallik testine ilişkin bulgular ve ölçeklerin ön test puanlarına ilişkin betimleyici bilgilere yer verilmiştir:

Tablo 81

*PÇT ve MOT Ön Testlerine İlişkin Normallik Tablosu ve Betimsel Bilgiler*

| Ön Test | n | $\bar{x}$ | ss | Kolmogrov-Smirnov | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | İstatistik | sd | p |
| PÇT | 42 | 7,07 | 3,50 | ,151 | 42 | ,017* |
| MOT | 42 | 9,73 | 4,14 | ,120 | 42 | ,141 |

p*<0.05

Kolmogrov-Smirnov normallik testi analizine göre elde edilen bulgular incelendiğinde PÇT ön test puanlarının normal dağılım göstermediği sonucuna ulaşılmıştır ($p_{PÇT}$=0,01, $p_{MOT}$=0,14, $p_{PÇT}$<0.05). Dolayısıyla PÇT ve MOT ön test verilerine göre problem çözme stratejileri ile matematik okuryazarlığı arasındaki ilişkinin belirlenmesinde parametrik olmayan analiz yöntemlerinden Spearman Brown Sıra Farkları korelasyon analizinden faydalanılmıştır. Aşağıdaki tabloda problem çözme stratejileri ve matematik okuryazarlık arasındaki ilişkinin belirlenmesi için gerçekleştirilen Spearman Brown Sıra Farkları korelasyon analizine ilişkin bulgular ortaya konulmuştur:

Tablo 82

*PÇT ve MOT Ön Testlerine Yönelik Sperman Brown Sıra Farkları Korelasyon Analizine İlişkin Sonuçlar*

| | Ön Testler | Problem Çözme Stratejileri | Matematik Okuryazarlık |
|---|---|---|---|
| Spearman Sıra Farkları korelasyon (r) | Problem Çözme Stratejileri | ------------ | |
| | Matematik Okuryazarlık | 0,63 | ------------ |
| Anlamlılık Değeri (Sig., İki Yönlü) (p) | Problem Çözme Stratejileri | ------------ | |
| | Matematik Okuryazarlık | 0,00* | ------------ |
| N | Problem Çözme Stratejileri | ------------ | |
| | Matematik Okuryazarlık | 42 | ------------ |

p*<0.05

Tablo 82'ye göre problem çözme testinden elde edilen puanlar ile matematik okuryazarlık testinden elde edilen puanlar arasında pozitif yönde ve anlamlı düzeyde bir ilişki olduğu bulgusuna ulaşılmıştır (r=0,63, p=0,00, $p<0.05$). Dolayısıyla deney ve kontrol grubunun PÇT ve MOT ön testlerine göre problem çözme stratejileri ile matematik okuryazarlığı arasında anlamlı bir ilişki vardır. Korelasyon katsayısı, mutlak değer olarak 0,70-1,00 arasında olması yüksek, 0,70-0,30 arasında olması orta ve 0,30-0,00 arasında olması ise düşük düzeyde bir ilişki olarak yorumlanmaktadır (Büyüköztürk, 2013, s. 32). Bu bilgiden hareketle PÇT ve MOT ön test verilerine göre problem çözme stratejileri ile matematik okuryazarlığı arasında orta düzeyde bir ilişki olduğu söylenebilir. Ayrıca korelasyon katsayısının karesi bir değişkendeki değişimin yüzde kaçının diğer değişkendeki değişim tarafından açıklanabildiğini göstermektedir (Can, 2014, s. 351). Dolayısıyla Problem çözme stratejilerindeki değişim, matematik okuryazarlığındaki değişimin %40'ını açıkladığı söylenebilir (r=0,63, $r^2$=0,40).

PÇT ve MOT son test verilerine göre problem çözme stratejileri ile matematik okuryazarlığı arasındaki ilişki incelenmiştir. İlişkinin belirlenmesinde deney ve kontrol gruplarının PÇT ve MOT son testlerinden elde edilen verilerin normalliği incelenmiştir.

Aşağıdaki tabloda PÇT ve MOT son testlerinin normal dağılım gösterip göstermediğine ilişkin Kolmogrov-Smirnov analizi ve ölçeklere ilişkin betimsel bilgilere yer verilmiştir:

Tablo 83

*PÇT ve MOT Son Testlerine İlişkin Normallik Tablosu ve Betimsel Bilgiler*

| Son Test | n | $\bar{x}$ | ss | Kolmogrov-Smirnov | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | İstatistik | sd | p |
| PÇT | 42 | 9,83 | 4,47 | ,142 | 42 | ,034* |
| MOT | 42 | 11,59 | 4,74 | ,075 | 42 | ,200 |

p*<0.05

Tablo 96'da belirtilen Kolmogrov-Smirnov normallik testi analizine göre PÇT son test puanlarına ilişkin p anlamlılık değerinin, anlamlılık düzeyi olan 0.05'ten küçük olduğu görülmektedir. Dolayısıyla PÇT son test puanlarının normal dağılım göstermediği söylenebilir ($p_{PÇT}$=0,03, $p_{MOT}$=0,20, $p_{PÇT}$<0.05). Bu bulgudan hareketle PÇT ve MOT son test verilerine göre problem çözme stratejileri ile matematik okuryazarlığı arasındaki ilişkinin belirlenmesinde Spearman Brown Sıra Farkları korelasyon analiz yöntemi kullanılmıştır. Aşağıdaki tabloda Spearman Brown Sıra Farkları korelasyon analizine ilişkin bulgular sunulmuştur:

Tablo 84

*PÇT ve MOT Son Testlerine Yönelik Sperman Brown Sıra Farkları Korelasyon Analizine İlişkin Sonuçlar*

| | Son Testler | Problem Çözme Stratejileri | Matematik Okuryazarlık |
|---|---|---|---|
| Spearman Sıra Farkları korelasyon (r) | Problem Çözme Stratejileri | ------------ | |
| | Matematik Okuryazarlık | 0,76 | ------------ |
| Anlamlılık Değeri (Sig., İki Yönlü) (p) | Problem Çözme Stratejileri | ------------ | |
| | Matematik Okuryazarlık | 0,00* | ------------ |
| N | Problem Çözme Stratejileri | ------------ | |
| | Matematik Okuryazarlık | 42 | ------------ |

p*<0.05

Spearman Brown Sıra Farkları korelasyon analizine ilişkin bulgular incelendiğinde, deney ve kontrol gruplarının PÇT ve MOT son test verilerine göre problem çözme stratejileri ile matematik okuryazarlığı arasında pozitif yönde anlamlı bir ilişki olduğu söylenebilir ($r=0,76$, $p=0,00$, $p<0.05$). Ayrıca Spearman Brown Sıra Farkları korelasyon katsayısı ($r=076$) göz önüne alındığında problem çözme stratejileri ile matematik okuryazarlığı arasında yüksek düzeyde bir ilişki olduğu ifade edilebilir. Korelasyon katsayısının karesi değişkenlerdeki değişimin açıklanma oranını ifade ettiği düşüncesinden hareketle PÇT ve MOT son testlerine göre problem çözme stratejilerindeki değişim, matematik okuryazarlığındaki değişimin %58'ini açıkladığı söylenebilir ($r=0,76$, $r^2=0,58$).

Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin PÇT ve MOT kalıcılık testlerine göre problem çözme stratejileri ile matematik okuryazarlığı arasındaki ilişkiyi incelemek amacıyla verilerin gruplarının normalliği incelenmiştir. PÇT ve MOT kalıcılık testlerine göre veri gruplarının normalliğine ilişkin bulgular ve betimsel bilgiler aşağıdaki tabloda sunulmuştur:

Tablo 85

*PÇT ve MOT Kalıcılık Testlerine İlişkin Normallik Tablosu ve Betimsel Bilgiler*

| Kalıcılık Testi | n | $\bar{x}$ | ss | Kolmogrov-Smirnov | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | İstatistik | sd | p |
| PÇT | 42 | 9,74 | 4,21 | ,123 | 42 | ,110* |
| MOT | 42 | 11,62 | 4,53 | ,123 | 42 | ,110* |

p*>0.05

Kolmogrov-Smirnov normallik testinden elde edilen bulgulara göre PÇT ve MOT kalıcılık test puanlarının normal dağılım gösterdiği söylenebilir ($p_{PÇT}=0,11$, $p_{MOT}=0,11$, $p>0.05$). Bu bulgudan hareketle PÇT ve MOT kalıcılık testi verilerine göre problem çözme stratejileri ile matematik okuryazarlığı arasındaki ilişkinin belirlenmesinde parametrik analiz yöntemlerinden Pearson momentler çarpımı korelasyon analizi kullanılmıştır. Aşağıdaki tabloda Pearson momentler çarpımı korelasyon analizine ilişkin bulgulara yer verilmiştir:

Tablo 86

*PÇT ve MOT Son Testlerine Yönelik Pearson Momentler Çarpımı Korelasyon Analizine İlişkin Sonuçlar*

| | Kalıcılık Testleri | Problem Çözme Stratejileri | Matematik Okuryazarlık |
|---|---|---|---|
| Pearson Momentler Çarpımı korelasyon (r) | Problem Çözme Stratejileri | ------------ | |
| | Matematik Okuryazarlık | 0,75 | ------------ |
| Anlamlılık Değeri (Sig., İki Yönlü) (p) | Problem Çözme Stratejileri | ------------ | |
| | Matematik Okuryazarlık | 0,00* | ------------ |
| N | Problem Çözme Stratejileri | ------------ | |
| | Matematik Okuryazarlık | 42 | ------------ |

p*<0.05

Pearson momentler çarpımı korelasyon analizine ilişkin bulgulara göre deney ve kontrol gruplarının PÇT ve MOT kalıcılık testi verilerine göre problem çözme stratejileri ile matematik okuryazarlığı arasında pozitif yönde anlamlı bir ilişki olduğu söylenebilir (r=0,75, p=0,00, p<0.05). Korelasyon katsayısı (r=0,75) göz önüne alındığında problem çözme stratejileri ile matematik okuryazarlığı arasında yüksek düzeyde anlamlı bir ilişki vardır. Ayrıca elde edilen bulgulardan hareketle PÇT ve MOT kalıcılık testlerine göre problem çözme stratejilerindeki değişim, matematik okuryazarlığındaki değişimin %57'sini açıkladığı söylenebilir (r=0,75, $r^2$=0,57).

**4.3.2. Problem çözme stratejileri matematik okuryazarlığının anlamlı bir yordayıcısı olup olmadığına ilişkin bulgular ve yorum.** Araştırmada problem çözme stratejilerinin matematik okuryazarlığı yordama gücünün incelenmesi de amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda deney ve kontrol gruplarına uygulanan PÇT ve MOT elde edilen verilerin analizi gerçekleştirilerek problem çözme stratejileri matematik okuryazarlığının anlamlı bir yordayıcısı olup olmadığı ortaya konulmuştur. Problem çözme stratejilerinin matematik okuryazarlığını ne derece yordadığının belirlenmesinde regresyon analizinden faydalanılmıştır. Regresyon analizinden hatasız sonuçlar elde edilebilmesi için bağımlı ve bağımsız değişkenlerin normal dağılım göstermesi ve değişkenler arasında ilişki olması gerekmektedir. Bu bilgiler doğrultusunda Tablo 81, Tablo 83 ve Tablo 85'de PÇT ve MOT ön test ve son test verilerinin normal dağılım göstermediği, PÇT ve MOT kalıcılık testlerinin ise normal dağılım gösterdiği ortaya konulmuştur. Dolayısıyla problem çözme stratejilerinin matematik okuryazarlığının anlamlı bir yordayıcısı olup olmadığının incelenmesi PÇT ve MOT kalıcılık testlerinden elde edilen veriler doğrultusunda gerçekleştirilmiştir. PÇT ve MOT kalıcılık testlerinin regresyon analizinin doğru sonuçlar vermesi için belirtilen normallik (Bkz. Tablo 85) ve değişkenlerin aralarında ilişki olması (Bkz. Tablo 86) şartlarını sağladığı görülmektedir. Problem çözme stratejileri matematik okuryazarlığının anlamlı bir yordayıcısı olup olmadığının belirlenmesine yönelik PÇT ve MOT kalıcılık testlerine göre gerçekleştirilen regresyon analizine ilişkin bulgular aşağıdaki tabloda ortaya konulmuştur:

Tablo 87

*PÇT ve MOT Kalıcılık Testlerinin Basit Doğrusal Regresyon Analizine İlişkin Bulguları*

| Değişken | B | Standart Hata | β | T | p |
|---|---|---|---|---|---|
| Sabit | 3,74 | 1,18 | | 3,15 | ,00 |
| Problem Çözme Stratejileri | ,81 | ,11 | ,75 | 7,23 | ,00 |
| R=0,75 $R^2$=0,57 | | | | | |
| $F_{(1-40)}$ = 52,28 p=0.00 | | | | | |

Tablo 87'ye göre problem çözme stratejileriyle matematik okuryazarlığı arasında anlamlı bir ilişki olduğu belirlenmiş (R=0,75, $R^2$=0,57) ve problem çözme stratejilerinin matematik okuryazarlığının anlamlı bir yordayıcısı olduğu bulgusuna ulaşılmıştır ($F_{(1-40)}$ = 52,28, p<0,05). Problem çözme stratejileri matematik okuryazarlığının %57'sini açıklamaktadır. Regresyon denklemine esas yordayıcı değişkenin katsayısının (B=3,74) p anlamlılık değerinin anlamlılık düzeyi olan 0.05'ten küçük olduğu görülmektedir. Bu bulgu regresyon denklemine esas yordayıcı değişkenin katsayısının matematik okuryazarlığın anlamlı bir yordayıcısı olduğunu ifade etmektedir (p<0.05).

Regresyon analizi sonucuna göre, matematik okuryazarlığını yordayan regresyon denklemi şu şekildedir:

Matematik okuryazarlığı= (0,81 x Problem Çözme Stratejileri) + 3,74.

# 5. Bölüm

# Tartışma ve Öneriler

Bu bölümde, araştırmadan elde edilen bulgular doğrultusunda ulaşılan sonuçlar özetlenmiş, sonuçlar konu ile ilgili olan literatürle ilişkilendirilerek tartışılmış ve bu doğrultuda önerilerde bulunulmuştur.

## 5.1. Tartışma ve Sonuç

Bu bölümde araştırma problemleri göz önüne alınarak elde edilen bulgulara ilişkin sonuçlara değinilmiş ve ilgili literatüre yönelik tartışmalar gerçekleştirilmiştir.

**5.1.1. Problem çözme stratejilerinin matematiksel süreç becerilerine göre sınıflandırılmasına yönelik tartışma ve sonuç.** Bu çalışmanın en önemli amaçlarından bir tanesi problem çözme stratejilerinin matematiksel süreç becerilerine göre sınıflandırılmasıdır. Belirtilen amaç doğrultusunda gerçekleştirilen problem çözme stratejileri eğitiminden sonra deney grubu öğrencilerinin PÇT son testlerinden elde edilen verilerin analizi sonucunda problem çözme stratejilerinin matematiksel süreç becerilerine göre sınıflandırılması gerçekleştirilmiştir. Bu sınıflandırmaya göre; “Bağıntı Bulma”, “Değişken Kullanma” ve “Diyagram Çizme” stratejilerinin hem formüle etme hem de yürütme süreçlerini içerdiği, “Sistematik Liste Yapma” ve “Tablo Yapma” stratejilerinin ise sadece yürütme sürecini içerdiği, “Geriye Doğru Çalışma”, “Tahmin ve Kontrol” ve “Muhakeme Etme” stratejilerinin ise hem yürütme hem de yorumlama, değerlendirme süreçlerini içerdiği ortaya konulmuştur. “Basitleştirme” stratejisinin ise formüle etme, yürütme ve yorumlama, değerlendirme süreçlerini içerdiği sonucuna ulaşılmıştır.

Sınıflandırma sonucunda belirtilen stratejilerin tamamının yürütme sürecini içerdiği belirlenmiştir. PISA uygulamalarına bakıldığında matematik okuryazarlık başarısı ile ilgili problemlerin büyük bir çoğunluğunun yürütme sürecini gerektiren problemler olduğu görülmektedir (Anıl, Özkan & Demir, 2015). Bu durumun stratejilerin tamamının yürütme sürecinin içerisinde yer almasıyla ilişkili olabileceği düşünülmektedir. Çoğu problem çözme stratejilerinin yürütme sürecini gerektirmesi PISA uygulamalarındaki problemlerin çoğunun yürütme problemleri olması sonucunu doğurduğu şeklinde yorumlanabilir. Dolayısıyla yapılan sınıflandırmanın bu sonucu destekler nitelikte olduğu söylenebilir.

Yürütme, matematik eğitiminde öğrencilere kazandırılması gereken temel beceriler arasında gösterilmektedir (MEB, 2013a; NCTM, 2000). Yapılan sınıflandırma çerçevesinde problem çözme stratejilerinin tümünün bu süreci içermesi, yürütme sürecinin önemini ortaya koymuştur. Yürütme süreci denildiğinde matematiksel araçların kullanılması, grafik ve diyagramların oluşturulması ve matematiksel çıkarımlarda bulunulması akla gelmektedir (Altun, 2014). Ersoy (2006) 1-8 matematik öğretim programına atıfta bulunarak öğrencilerin yürütme becerisini kazanabilmeleri için "mantığa dayalı çıkarımlarda bulunabilme" ve "tahminde bulunabilme" gibi becerilerin geliştirilmesi gerektiğini ifade etmektedir. Ortaokul matematik öğretim programında ise akıl yürütme becerilerinin kazandırılması için dikkate alınması gereken durumlar arasında mantıklı genellemelerde ve çıkarımlarda bulunma, referans noktası dikkate alarak tahminde bulunma ve ölçümlerin sonucuna dair tahminlerde bulunma gibi durumlardan bahsedilmektedir (MEB, 2013a). Sistematik liste yapma stratejisi ise bir düzen içerisinde verilerin mantıksal olarak sıralanması, olası bütün durumların belli bir sistem içerisinde sıralanmasını gerektirmektedir. Bir başka ifadeyle, sistematik liste yapma stratejisiyle verilenlerden hareketle mantıksal olarak bir yürütme gerçekleştirilerek verilerin sistemli olarak düzenlenmesi veya sıralaması yapılmakta ve bu işlemler esnasında mantıklı çıkarımlarda bulunulmaktadır. Tablo yapma stratejisinde ise bilgiler düzenlenerek tablo oluşturulur ve bu düzenlemelerden hareketle istenilen sonuca veya matematiksel çıkarıma ulaşılabilir. Tablo yapma stratejisi birçok matematiksel kural veya genellemenin iç içe yer aldığı durumları görmek ve bu durumlardan hareketle problemin sonucunu tahmin edebilmek için önemli bir strateji olarak görülmektedir (Altun, 2014). Tablo yapma stratejisinde gerçek yaşam durumunda verilen bilgiler sınıflandırılarak veya bir düzen içerisinde anlaşılır bir biçime dönüştürülerek problemler çözüme kavuşturulabilir. Yine tablo yapma stratejisiyle var olan örüntülerin keşfedilmesi ya da matematiksel olarak verilen ifadelerin farklı temsil biçimleriyle gösterilmesi sağlanabilir. Yürütme sürecinde ise tablo ve grafik okuma, matematiksel diyagram, grafik ve yapıların oluşturulması (Anıl, Özkan & Demir, 2015), yine bu tablolardan çıkarımlarda bulunulması eylemleri yer alır. Bu bilgiler tablo yapma ve sistematik liste yapma stratejilerinin yürütme süreci içerisinde yer almasını destekler niteliktedir. Yürütme becerisinin kazandırılması için gerekli durumlar ve sistematik liste yapma ve tablo yapma stratejilerine yönelik ifadeler dikkate alındığında sistematik liste yapma ve tablo yapma stratejilerinin yürütme sürecini barındırdığı söylenebilir.

"Bağıntı Bulma", "Değişken Kullanma" ve "Diyagram Çizme" stratejilerinin hem formüle etme hem de yürütme süreçlerini içerdiği sonucuna ulaşılmıştır. Formüle etme süreci, örüntüleri içeren matematik yapının fark edilmesi ve matematiksel yapıların semboller kullanarak farklı şekilde gösterilmesi gibi davranışları içermektedir (Anıl, Özkan & Demir, 2015). Yürütme süreci ise bir genelleme sürecini içerisinde barındırmakta (OECD, 2013b) ve denklem çözme gibi bazı matematiksel işlemleri gerektirmektedir (Anıl, Özkan & Demir, 2015). Bağıntı bulma stratejisinde öğrencilerin matematiksel yapıyı fark etmesi ve örüntünün genel bir denkleminin ortaya konulması problemin çözümü için önemlidir. Bağıntı bulma stratejisindeki izlenilen davranışlar göz önüne alındığında bu durumların formüle etme ve akıl yürütme süreçlerini gerektirdiği söylenebilir. Değişken kullanma stratejisinde ise bilinmeyen için herhangi bir işaret, şekil veya sembol kullanılarak matematiksel bir eşitlik yazarak problemin çözüme kavuşturulması gerçekleşir. Değişken kullanma stratejisinde verilenlerin farklı değişkenler kullanılmasıyla matematiksel dünyaya aktarımı gerçekleştirilebilir. Bu sürecin formüle etmeyi içerdiği düşünülmektedir. Değişkenler kullanılarak matematiksel dünyaya denklem biçiminde aktarılan problemin çözümünde ise yürütme sürecinin kullanıldığı söylenebilir. Bu durumlar dikkate alındığında değişken kullanma problemlerinin formüle etme ve akıl yürütme becerilerini gerektirdiği düşünülmektedir. Aydoğdu ve Keşan (2016) çalışmalarında mantıksal çıkarım ve yaşantıya bağlı çıkarım düzeyindeki öğrencilerin en çok kullandıkları stratejilerden bir tanesinin diyagram çizme stratejisi olduğunu ifade etmektedir. Yürütme sürecinde mantıksal çıkarımlar, matematiksel bilgi çıkarımları, matematiksel diyagram ve yapıların oluşturulması gibi davranışların sergilendiği görülmektedir (Anıl, Özkan & Demir, 2015). Aydoğdu ve Keşan'ın (2016) çalışmalarında ortaya koyduğu bilgiler ve PISA'nın matematik süreç becerilerine ilişkin ortaya koyduğu davranışlar diyagram çizme stratejisinin formüle etme ve yürütme süreçleri içerisinde sınıflandırılmasını destekler niteliktedir.

"Tahmin ve Kontrol", "Geriye Doğru Çalışma" ve "Muhakeme Etme" stratejilerinin ise "Yürütme" ve "Yorumlama, Değerlendirme" süreçleri içerisinde sınıflandırıldığı sonucuna ulaşılmıştır. Tahmin ve kontrol stratejisi, verilenlerden hareketle problemin cevabına ilişkin bir tahminde bulunma ve bu tahmini kontrol etme sürecini içermektedir (Altun, 2014). Gerçekleştirilecek olan tahminin matematiksel verilerden veya bir bağlam içerisinde sunulan probleme ilişkin ortaya konulmuş bilgilerden hareketle ortaya atılmasında yürütme sürecinin işe koşulduğu söylenebilir. Bir başka ifadeyle, problemdeki verilenler göz önüne alınarak matematiksel varsayımlarda bulunulur. Tahminde bulunma aşamasında yürütme sürecinin işe koşulduğu görülmektedir. Gerçekleştirilen tahminin kontrol aşamasında ise ortaya konulan veya belirlenen çözümün makul olup olmadığı ortaya konulur. Kontrol aşamasında ise yorumlama, değerlendirme sürecinin kullanıldığı düşünülmektedir. Bu durumlardan hareketle tahmin ve kontrol stratejisinin hem yürütme hem de yorumlama, değerlendirme süreçlerinde yer aldığı söylenebilir. "Geriye Doğru Çalışma" stratejisinde problemde verilen algoritma veya kural doğrultusunda yürütme süreci kullanılmaktadır. Verilen kural veya algoritmadan hareketle ilk durumdaki sonuca ulaşıldığında sonucun doğruluğunun kontrol edilmesi aşamasında da değerlendirme sürecinin işe koşulacağı söylenebilir. Muhakeme etme stratejisinde ise bu stratejiye yönelik problemlerde “böyle ise şöyle olur” veya “bu durumdan şu sonuç çıkar” şeklinde çıkarımlar yapılabilir (Baykul, 2014). Bir başka ifadeyle, muhakeme etme stratejisinde verilenler doğrultusunda mantıksal çıkarımların yapıldığı söylenebilir. Yürütme sürecinin de çıkarımlarda bulunmayı gerektirmesi (OECD, 2013a) muhakeme stratejisinin bu süreç içerisinde sınıflandırmasını destekler niteliktedir. Yorumlama, değerlendirme süreci sürecinde ise sonuçların ne kadar doğru veya uygulanabilir olduğu konusunda mantıklı çıkarımlar yapması gerektiği ve bu durumu gerçek yaşam durumunda değerlendirmesi gerektiği ifade edilmektedir (Anıl, Özkan & Demir, 2015). Bu durumlar dikkate alındığında “Muhakeme Etme” stratejisinin “Yürütme” ve “Yorumlama, Değerlendirme” süreçlerini içerdiği söylenebilir. Dolayısıyla bu tanımlamalar arasındaki uyum gerçekleştirilen sınıflandırmayı desteklemektedir.

“Basitleştirme” stratejisinin formüle etme, yürütme ve yorumlama, değerlendirme süreçleri içerisinde sınıflandırıldığı sonucuna ulaşılmıştır. Yazgan (2007) çalışmasında öğrencilerin en fazla zorlandıkları stratejilerden birinin basitleştirme stratejisi olduğunu, Azak (2015) ise sekizinci sınıf öğrencilerinin en az kullandıkları stratejiler arasında basitleştirme stratejisinin olduğunu ifade etmektedir. Bu durumun sebebinin basitleştirme stratejisinin birden fazla süreçle ilişkili olmasından dolayı olduğu düşünülmektedir. Basitleştirme stratejisinin üç süreci de içerisinde barındırması üst düzey beceri gerektirmesi açısından Yazgan’ın (2007) bu stratejinin üst düzey sınıflarda anlatılması gerektiği düşüncesini destekler niteliktedir. Ayrıca problem çözmede başarılı başarısız ayrımı yapmada güçlü etkiye sahip stratejiler arasında basitleştirme stratejsinin de olduğu ifade edilmektedir (Altun & Memun, 2008). Aydoğdu ve Keşan (2016) ise çalışmalarında bu durumu destekler nitelikte sonuca ulaşmıştır.

**5.1.2. Problem çözme stratejileri eğitiminin etkisine yönelik tartışma ve sonuç.** Bu bölümde problem çözme stratejileri eğitiminin öğrencilerin problem çözme stratejilerine ve matematik okuryazarlık başarı düzeylerine etkisine ilişkin sonuçlar doğrultusunda ilgili literatüre yönelik tartışmalar gerçekleştirilmiştir.

*5.1.2.1. Problem çözme stratjileri eğitiminin öğrencilerin problem çözme stratejilerine etkisine yönelik tartışma ve sonuç.* Deney ve kontrol gruplarının PÇT ön testlerine göre en fazla doğru cevaplanan problemlerin "Muhakeme Etme" ve "Tahmin ve Kontrol" stratejileriyle çözülebilen problemler olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Elde edilen bu sonucun Altun ve Arslan (2006), Özcan (2005) ve Ural'ın (2014) çalışmalarında belirttikleri öğrencilerin "Tahmin ve Kontrol" stratejisini diğer stratejilere göre daha fazla kullandığı bulgusuyla örtüştüğü, Verschaffel ve diğerlerinin (1999) çalışmalarında ortaya koyduğu öğrencilerin örüntü arama, akış şeması gibi stratejilere başvurmalarının tahmin ve kontrol, şekil çizme gibi stratejilere göre daha zor olduğu bulgusunu destekler nitelikte olduğu söylenebilir. Ayrıca sekizinci sınıf düzeyinde elde edilen bu bulgunun dördüncü ve beşinci sınıf düzeyindeki öğrencilerle çalışmalarını yürüten Yazgan ve Bintaş'ın (2005) öğrencilerin "Tahmin ve Kontrol" stratejilerini kullanma oranının diğer stratejilere göre yüksek olduğu bulgusuyla paralellik gösterdiği görülmektedir. "Muhakeme Etme" ve "Tahmin ve Kontrol" stratejilerine ilişkin problemlerin doğru cevaplanma oranlarının diğer stratejilere göre daha fazla olmasının sebebi "Tahmin ve Kontrol" stratejileri gibi stratejiler informal olarak öğrenilebilirken, "özelleştirme ve genelleme" gibi stratejilerin öğretimi için uzun bir eğitim gerektirmesi olabilir (Eisenmann ve diğerleri, 2015). Ayrıca "Tahmin ve Kontrol" ve "Muhakeme Etme" stratejileriyle ilişkili problemlerin doğru cevaplanma oranlarının birbirlerine yakın olması bu stratejilerin birbiriyle pozitif yönde anlamlı bir ilişki olduğu (Durmaz & Altun, 2014) görüşünü destekleyebileceği düşünülmektedir.

Deney ve kontrol gruplarının PÇT ön testlerine göre doğru cevaplama oranı düşük olan stratejilerin “Tablo Yapma”, “Geriye Doğru Çalışma” ve “Sistematik Liste Yapma” stratejilerinin olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Sekizinci sınıf düzeyinde “Tablo Yapma” stratejisinin düşük kullanım düzeyine sahip olması Durmaz ve Altun’un (2014) altıncı ve yedinci sınıf düzeyindeki öğrencilerin tablo yapma stratejisini hiç kullanmadıkları sonucuyla örtüşmektedir. Öğrencilerin “Tablo Yapma” stratejisine ilişkin kullanım düzeylerinin düşük olması daha önceki sınıf düzeylerinde “Tablo Yapma” stratejisiyle ilişkili problemlerle karşılaşmamış olmalarından kaynaklanıyor olabilir. “Sistematik Liste Yapma” stratejisinin kullanma oranının düşük olmasının ise Ural’ın (2014) bulgularıyla örtüşürken, Altun ve Arslan (2006), Özcan (2005) ve Yazgan ve Bintaş’ın (2005) çalışmalarındaki bulgularıyla çeliştiği görülmektedir. “Sistematik Liste Yapma” problem çözmenin aşamalarının bir parçası olduğu düşünüldüğünde sistematik liste yapma stratejisinin düşük olması öğrencilerin iyi düzenlenmiş bir problem çözme planlarının olmadığını düşündürmektedir (Lockwood & Gibson, 2016). Schoenfeld’e (1985) göre problem çözme kontrol ve öz düzenleme gerektirmektedir. Bu durum, uygulama öncesinde deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin problem çözme planlarının olmadığı ya da problem çözme süreçlerine tam anlamıyla sahip olmadıkları şeklinde yorumlanabilir.

Bir diğer doğru cevaplama oranı düşük olan strateji ise “Geriye Doğru Çalışma” stratejisidir. Bu bulgu Altun ve Arslan (2006) ve Ural’ın (2014) elde ettiği bulguları desteklerken, Özcan (2005)’ın sekizinci sınıf düzeyinde daha çok kullanılan stratejilerden birinin geriye doğru çalışma stratejisi olduğu bulgusuyla çelişmektedir. Ayrıca Yazgan ve Bintaş (2005) dördüncü sınıf düzeyindeki öğrencilerin “Geriye Doğru Çalışma” stratejilerini başarılı bir şekilde kullanamadıklarını belirtmektedir. Yazgan (2007) ise “Geriye Doğru Çalışma” stratejisinin öğrenciler tarafından benimsenmediğine değinmektedir. Benzer olarak Kaytancı (1998) dördüncü sınıf düzeyinde öğrencilerin geriye doğru çalışma yaparak sonuca ulaşma alışkanlıkları elde edemediklerini ortaya koymuştur. Bu durumlar dikkate alındığında sekizinci sınıf düzeyindeki öğrencilerin “Geriye Doğru Çalışma” stratejileriyle ilgili problemleri doğru cevaplama oranının düşük düzeyde olmasının bir göstergesi olabileceği düşünülmektedir. Çalışmalardaki bulgular göz önüne alındığında “Geriye Doğru Çalışma” stratejisinin doğru cevaplanma oranının düşük olması muhtemel bir sonuç olarak görülebilir.

Deney grubuyla gerçekleştirilen problem çözme stratejileri eğitiminden sonra deney ve kontrol grubunun PÇT son testleri arasında anlamlı farklılığın olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu sonuçtan hareketle problem çözme stratejileri eğitiminin öğrencilerin rutin olmayan problem çözme becerilerinin gelişiminde olumlu yönde bir etkisinin olduğu söylenebilir. Elde edilen bu sonuç problem çözme eğitimlerinin öğrencilerin rutin olmayan problem çözme becerilerini olumlu yönde etkilediği sonucunu ortaya koyan birçok çalışmayı destekler niteliktedir (Ramnarain, 2014; Elia ve diğerleri, 2009; Çelebioğlu & Yazgan 2009; Altun & Memnun, 2008; Yazgan, 2007; Altun & Arslan 2006; Artut & Tarım, 2006; Sulak 2005; Yazgan & Bintaş, 2005; Dönmez,2002; Verschaffel ve diğerleri, 1999). PÇT son testlerinden elde edilen sonuç doğrultusunda problem çözme stratejileri eğitiminin öğrencilerin problem çözme düzeylerini ve strateji kullanım düzeylerini geliştirdiği söylenebilir. Bu durum, Altun ve Arslan (2006), Şahin (2007) ve Taşpınar’ın (2011) çalışmalarında belirttikleri “sekizinci sınıf öğrencilerinin problem çözme stratejileri eğitiminden sonra birçok problem çözme stratejisini öğrenebildikleri” sonucunu destekler niteliktedir.

Matematik uygulamaları dersi öğretim programı incelendiğinde öğrencilerin problem çözme stratejilerinin öğretimine yönelik herhangi bir kazanımın olmadığı sadece “Problemlerin çözümünde uygun stratejileri seçer ve kullanır” şeklinde bir kazanımın bulunduğu görülmektedir (MEB, 2013b, s. 9). Bu kazanıma ilişkin açıklamalarda problemlerin çözümü için değişik stratejilerin kullanılabileceğine değinilmektedir. Fakat hem ortaokul matematik öğretim programı hem de ortaokul matematik uygulamaları dersi öğretim programında problem çözmenin önemine değinilirken problem çözme stratejilerinin öğretimine yönelik herhangi bir kazanımın bulunmadığı görülmektedir (MEB, 2013a, MEB, 2013b). Bu sebeplerden dolayı kontrol grubu öğrencileri problem çözme stratejilerini formal olarak öğrenememiş ve informal olarak problem çözme stratejilerini kullanma eğiliminde oldukları görülmüştür. Dolayısıyla formal olarak deney grubuyla gerçekleştirilen problem çözme stratejileri eğitimi sayesinde deney grubundaki öğrencilerin problem çözme stratejilerini tanıdıkları ve bu stratejilere yönelik deneyimler kazanarak kontrol grubuna göre problem çözme stratejilerini kullanma düzeylerinde kayda değer bir artış olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Deney ve kontrol grubunun PÇT son testlerine göre her bir problem çözme stratejisini doğru cevaplama oranları incelendiğinde her iki grupta da doğru cevaplama oranın en yüksek olan stratejinin "Muhakeme Etme" stratejisi olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu durumun sebebi matematik öğretim programlarının muhakeme etme becerilerini geliştirmeye önem vermesinden kaynaklanması olabilir (Altun & Arslan 2006; Verschaffel ve diğerleri, 1999). Ayrıca ortaokul matematik öğretim programı ve matematik uygulamaları programı incelendiğinde muhakeme etme becerilerine önem verildiği görülmektedir (MEB, 2013a; MEB, 2013b). Matematik uygulamalarına ilişkin öğretim programında bazı problemlerin odağının hesaplamalardan çok muhakeme becerileri olması gerektiği de vurgulanmaktadır (MEB, 2013b). Öğretim programlarında muhakeme etme dışındaki diğer stratejilere yönelik becerilerin vurgulanmaması, muhakeme etme stratejisi dışındaki diğer stratejilerin doğru cevaplama oranının muhakeme etme stratejisine göre daha düşük olduğu sonucunu ortaya çıkardığı söylenebilir.

Deney grubu öğrencilerinin PÇT son testlerinde doğru cevaplama oranının en fazla artış gösterdiği problemlerin sırasıyla "Diyagram Çizme", "Sistematik Liste Yapma", “Değişken Kullanma”, “Geriye Doğru Çalışma” ve “Basitleştirme” stratejileriyle ilişkili problemler olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu sonuç doğrultusunda deney grubu öğrencilerinin problem çözme stratejilerini kullanma düzeylerinin olumlu yönde arttığı göz önüne alınarak, öğrencilerin problem çözme başarılarının artmasında “Diyagram Çizme”, “Sistematik Liste Yapma”, “Değişken Kullanma”, “Geriye Doğru Çalışma” ve “Basitleştirme” stratejilerinin önemli etkisinin olduğu düşünülmektedir. Bu düşünce, Altun ve Memnun’un (2008) çalışmalarında belirttikleri problem çözmede başarılı-başarısız ayırımı yapmada muhakeme etme, geriye doğru çalışma, diyagram çizme, tablo yapma ve problemi basitleştirme stratejilerinin güçlü etkiye sahip olduğu görüşüyle örtüşmektedir. Altun ve Memnun’un (2008) düşüncelerine ek olarak “Sistematik Liste Yapma” stratejisinin öğrencilerin problem çözme becerilerinin gelişiminde önemli bir etkisinin olduğu düşünülmektedir. Öğrencilerin problemler ile ilgili bilgileri düzensiz bir şekilde listeleyip verilenleri dikkate almadan işlem yapma eğiliminde olmaları (Kılıç, 2009) öğrencilerin iyi tanımlanmış problem çözme planlarının olmadığının ya da eksik olduğunun bir göstergesidir (Lockwood & Gibson, 2016). “Sistematik Liste Yapma” stratejisi problem çözme sistematiğinin kazanılmasında genel bir çerçeve sağlayabilir.

Çalışmada problem çözme stratejileri eğitiminin kalıcılığı açısından da incelemeler yapılması, sekizinci sınıf düzeyi açısından Altun ve Arslan (2006) ve Taşpınar (2011), problem çözme stratejileri eğitimi açısından ise Dönmez (2002), Eisenmann ve diğerlerinin (2015), Emre (2008), Hoon ve diğerleri (2013), Lee, Yeo ve Hong (2014), Ramnarain (2014), Sulak (2005) ve Yazgan ve Bintaş’ın (2005) çalışmalarıyla farklılık göstermektedir. PÇT kalıcılık testlerinden elde edilen verilerin analizleri doğrultusunda, deney grubu ile kontrol grubunun PÇT kalıcılık testi puanları arasında anlamlı farklılığın olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu sonuçdan hareketle, problem çözme stratejileri eğitiminin uygulama gerçekleştirildikten sonra da kalıcı etkisinin devam ettiği söylenebilir. Araştırmanın bu sonucu

Gümüş'ün (2015) ulaştığı strateji temelli problem çözme eğitiminin kalıcı olmadığı bulgusuyla farklılık göstermektedir. Böyle bir farklılığın oluşmasının sebebi Gümüş'ün (2015) kalıcılık testini son testleri uyguladıktan 8 ay sonra gerçekleştirmesinden dolayı olabilir. Kalıcılık açısından farklılığın yaşanmasının bir diğer nedeni araştırmalardaki problem çözme stratejileri eğitimlerinin içerik farklılığından olabilir. Yapılan bu çalışmadaki eğitimler incelendiğinde, problem çözme stratejilerine yönelik sınıf içinde yapılan tartışmalar ve öğrencilerin daha önce karşılaştıkları durumlarla problemlerin çözümlerini ilişkilendirmeye çalışmaları, öğrencilerin zihinlerinde var olan bilgilerle stratejilerin kullanımına ilişkin bilgiler arasında bir bağlantı kurarak stratejilere yönelik bilgilerini güçlendirmeye çalıştığı söylenebilir. Strateji eğitimlerinde problemlere ilişkin çözüm yollarının tartışılması, kullanılan stratejilerin kullanımının nedenleriyle açıklanması, öğrencilerin farklı düşünme biçimlerini de görmeleri sağlanarak kalıcılığa olumlu yönde katkı yapıldığı düşünülmektedir. Eğitimler sırasında problemlerin çözümlerinin değerlendirmesi ve değerlendirmelere ilişkin gruplararası tartışmaların öğrencilere ilgili problem çözme stratejisine yönelik problemleri derinlemesine inceleme olanağı sağlayarak stratejilere ilişkin kalıcılığı arttırdığı söylenebilir. Ayrıca, grupların ilgili stratejiye yönelik ders sonunda stratejiyi isimlendirmelerinin de kalıcılığa katkı sağladığı düşünülmektedir.

PÇT kalıcılık testlerine göre "Geriye Doğru Çalışma" ve "Tablo Yapma" stratejileri dışındaki diğer stratejilerde deney ile kontrol grupları arasında anlamlı farklılığın olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu sonuçtan hareketle "Geriye Doğru Çalışma" ve "Tablo Yapma" stratejilerinin kalıcı etkisinin uygulamadan sonra devam etmediği söylenebilir. Bu durumun sebebi belirtilen stratejilerin sekizinci sınıf düzeyinde kullanımlarının diğer stratejilere göre düşük düzeyde olması olabilir (Arslan, 2006; Özcan, 2005).

Problem çözme stratejileri eğitimi verilen deney grubu öğrencilerindeki değişim göz önüne alındığında öğrencilerin problem çözme stratejilerinin gelişmesi için öğretmenlerin sınıf ortamında rutin olmayan problemleri kullanmaları ve rutin olmayan problemlere ilişkin stratejiler üzerinde durmaları gerekmektedir (Artut & Tarım, 2006; Okur, 2008). Fakat matematik öğretim programı incelendiğinde problem çözme stratejilerinin önemine vurgu yapılmasına rağmen strateji öğretimine ilişkin kazanımların bulunmadığı görülmektedir. Bu doğrultuda kontrol grubunun PÇT ön testleri, son testleri ve kalıcılık testlerinde bir değişim yaşanmamasının sebebinin matematik dersi öğretim programında rutin olmayan problem çözme stratejilerine yeterince yer verilmemesinden kaynaklandığı düşünülmektedir (Işık & Kar, 2011). Ayrıca PÇT ön test uygulamaları esnasında öğrencilerin problemleri "çok zor" yada "olimpiyat sorularına" benzetmeleri derslerde rutin olmayan problemlerle karşılaşmadıklarının bir göstergesidir. Bu durum Artut ve Tarım (2006), İzmirligil (2008), Işık ve Kar'ın (2011) öğretim programlarında, ders ve çalışma kitaplarında rutin olmayan problemlere yeterince yer verilmediği görüşünü destekler niteliktedir. Elde edilen sonuçlar doğrultusunda öğrencilerin problem çözme başarılarının artması ve problem çözme stratejilerinin gelişmesi için rutin olmayan problemlerin ve problem çözme stratejilerinin üzerinde durulması gerektiği düşünülmektedir (Altun & Arslan, 2006; Artut & Tarım, 2006; Follmer, 2000; Mabilangan ve diğerleri, 2011; Yazgan & Bintaş, 2005). Sadece sekizinci sınıf düzeyinde değil tüm sınıf düzeylerinde problem çözme stratejilerinin öğretiminin gerçekleştirilmesi, öğrencilerin problem çözme başarılarını arttırması açısından önemlidir (Yeşilova, 2013).

*5.1.2.2. Problem çözme stratjileri eğitiminin öğrencilerin matematik okuryazarlık başarı düzeylerine etkisine yönelik tartışma ve sonuç.* MOT ön test sonuçlarına göre deney ve kontrol grupları arasında anlamlı farklılığın olmadığı sonucuna ulaşılmıştır. Ön test puan ortalamalarına göre iki grubunda matematik okuryazarlık düzeylerinin 3. düzeyde olduğu belirlenmiştir. PISA 2012 sonuçlarına göre OECD üyesi ülkelerin matematik okuryazarlıklarına ilişkin puan ortalaması 3. düzeydedir. Bu açıdan deney ve kontrol grubu öğrencilerinin matematik okuryazarlık düzeylerinin, PISA 2012 sonuçlarına göre OECD üyesi ülkelerin ortalamalarına göre matematik okuryazarlık düzeyleriyle örtüştüğü söylenebilir. İskenderoğlu, Erkan ve Serbest (2013) çalışmalarında 2008-2013 yılları arasında sekizinci sınıf öğrencilerinin katıldıkları “Seviye Belirleme Sınavındaki” (SBS) matematik problemlerini PISA matematik okuryazarlık yeterlik ölçeğine göre sınıflandırdıklarında 6. düzeyde bir problemle karşılaşmadıkları ve 5. düzeyde sadece 1 problemin olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Benzer olarak Reçber (2012) ise sekizinci sınıf ders kitaplarını Türkiye’nin ve TIMSS ve PISA gibi uluslararası sınavlarda başarılı olan ABD ve Singapur’un matematik ders kitaplarındaki etkinliklerin bilişsel düzeylerini incelemiş ve Türkiye’nin ABD ve Singapur’a göre ders kitaplarında bulunan etkinliklerin yüksek düzeyde bilişsel istem gerektirme ve matematik yapma düzeyleri açısından düşük olduğunu ortaya koymuştur. İskenderoğlu ve Baki (2011) sekizinci sınıf matematik ders kitaplarındaki problemlerin büyük bir kısmının 1, 2 ve 3. düzeyde olduklarını, 5 ve 6. düzeyde problemlerin bulunmadığını ve en fazla 2. düzeyde problemlerin bulunduğunu belirtmişlerdir. Seis (2011) ise altıncı, yedinci ve sekizinci sınıf ders kitaplarındaki istatistik ve olasılık konusunda yaptığı incelemeler doğrultusunda kitaplarda 6. düzeyde problemlerin bulunmadığı ve genel olarak problemlerin 2 ve 3. düzeyde yoğunlaştığını ifade etmiştir.  Deney ve kontrol gruplarının 3. düzeyde olmalarının nedeni İskenderoğlu ve diğerleri, (2013), Reçber (2012), İskenderoğlu ve Baki (2011) ve Seis’in (2011) çalışmalarında belirttikleri gibi genel olarak öğrencilere uygulanan sınavlardaki problemlerin ve ders kitaplarındaki problemlerin ağırlığının 2 ve 3. düzeyde olması olabilir. Ayrıca öğrencilerin eğitim hayatlarında 5 ve 6. düzeyde problemlerle karşılaşmamalarının öğrencilerin üst düzeydeki problemlerin doğru cevaplama oranlarını etkilediği düşünülmektedir. Ders kitaplarında ve sınavlarda karşılaşılan problemlerin matematik okuryazarlık düzeyleri açısından 1, 2 ve 3. düzeylerde yoğunlaşması öğrencilerin bu tür problemleri cevaplandırma oranlarını arttırdığı ve öğrencilerin matematik okuryazarlığı açısından 1, 2 ve 3. düzeylerde yer almasına yol açtığı düşünülmektedir.

PISA 2012 raporuna göre Türkiye'deki öğrencilerin düzey 1 ve düzey 2 problemlerinde uygulamaya katılan OECD üyesi ve diğer ülkelere göre daha iyi performans sergilediği sonucuna ulaşılmıştır (Anıl, Özkan & Demir, 2015). MOT ön testlerde de deney ve kontrol grubu açısından benzer sonuçlar elde edilmiştir. Bu durumun sebebi öğrencilerin üst düzey problemlerle karşılaşmamaları ve öğrencilerin düşük düzeyde problemlemlerle karşılaştıkları için bu problemlerin öğrencilerin matematik okuryazarlık başarı düzeylerini etkilemesidir (Altun & Akkaya, 2014; İskenderoğlu & Baki, 2011; İskenderoğlu ve diğerleri, 2013; Reçber, 2012; Seis, 2011).

MOT ön testlerine göre problemlerin içerik alanı açısından doğru cevaplama oranları incelendiğinde hem deney hem de kontrol gruplarında doğru cevaplama oranı en yüksek olan alanının "Nicelik" olduğu sonucunu ulaşılmıştır. PISA 2003, 2006 ve 2009 uygulamalarında başarı oranı en yüksek içerik alanı belirsizlik iken (İlbağı, 2012) 2012 uygulamalarında başarı oranı en yüksek içerik alanın "Çokluk (Nicelik)" olarak görülmektedir (Anıl, Özkan & Demir, 2015). Araştırmanın bu bulgusu PISA 2003, 2006 ve 2009 uygulamalarına göre farklılık gösterirken 2012 uygulamasıyla paralellik göstermektedir.

Doğru cevaplanma oranı en düşük olan içerik alanının "Uzay ve Şekil" olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Araştırmanın bu bulgusu PISA 2003, 2006, 2009 ve 2012 uygulamalarıyla benzerlik göstererek Köse'nin (2012) bulgularıyla örtüştüğü görülmektedir. PISA uygulamalarının genelinde olduğu gibi Türkiye açısından da öğrencilerin en çok başarısız olduğu konu alanının "Uzay ve Şekil" olduğu ve TIMSS sınavlarında da benzer olarak en başarısız alanın geometri olduğu ifade edilmektedir (Fidan & Türnüklü, 2010). Geometri alanını akıllara getiren (Altun, 2014) "Uzay ve Şekil" içerik alandaki başarının düşük olmasının sebebi doğa ile günlük yaşamla özdeşleşen geometrinin gerçek hayatta düşünülememesinden kaynaklanması olabilir (Delice & Sevimli, 2010). Ayrıca geometrinin genel olarak soyut olarak algılanması, öğrencilerin geometriden uzaklaşmasına neden olmakta (Baki & Özpınar, 2007) ve bu öğrencilerin "Uzay ve Şekil" içerik alanındaki başarısını düşürmektedir. Bu durum öğrencilerin "Uzay ve Şekil" içerik alanındaki başarısının düşük olmasının bir diğer sebebi olarak gösterilebilir.

Deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin PÇT ön testlerinin problemlerin matematik okuryazarlık düzeyleri açısından doğru cevaplama oranları en yüksek problemlerin düzey 1, en düşük problemlerin düzey 6 problemleri olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu bulgular PISA uygulamalarındaki sonuçlar, İlbağı (2012) ve Uysal ve Yenilmez'in (2011) bulgularıyla örtüşmektedir. Elde edilen bu bulguların İskenderoğlu ve diğerleri (2013), Reçber (2012), İskenderoğlu ve Baki (2011) ve Seis'in (2011) çalışmalarında ortaya koydukları ders kitaplarında ve uygulanan sınavlarda öğrencilere 2 ve 3 düzeyde problemlerin ağırlıklı olması ve 5 ve 6. düzeyde problemlere rastlanmamasının bir sonucu olduğu düşünülmektedir.

PISA 2003, 2006 ve 2009 uygulamalarında öğrencilerin en başarılı olduğu problem tiplerinin çoktan seçmeli problemler olduğu, en fazla yanlış yapılan problemlerin ise açık uçlu problemler olduğu ortaya konulmuştur (Köse, 2012). MOT problemleri incelendiğinde düzey 4, düzey 5 ve düzey 6 problemlerinin genel olarak açık uçlu problem tipinde oldukları ve MOT ön test verilerine göre doğru cevaplanma oranlarının düşük olduğu problemlerin yine bu problemler olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu sonuç Köse'nin (2012) bulgusunu destekler niteliktedir. Böyle bir sonuca ulaşılmasının sebebi öğrencilerin hazırlandıkları ulusal sınavların çoktan seçmeli olması dolayısıyla çoktan seçmeli sorularla daha fazla karşılaşmaları ve açık uçlu problemlerde problemlerin tek bir cevabının olduğuna inanarak (Kayan & Çakıroğlu, 2008; Karaca, 2012) açık uçlu problemlere ilişkin yeterince çaba harcamamaları olarak düşünülmektedir.

Deney ve kontrol grubu MOT son testlerinden elde edilen sonuçlardan hareketle problem çözme stratejileri eğitiminin öğrencilerin matematik okuryazarlık başarı düzeyini geliştirmede önemli bir etkisinin olduğu düşünülmektedir. Çünkü problem çözme etkinliklerinin öğrencilerin sorgulama ve düşünme becerilerini geliştirdiği (Novita ve diğerleri, 2012) için probleme dayalı öğretim öğrencilerin matematik okuryazarlık başarı düzeyini arttıracaktır (Wardono, Waluya, Scolastika & Candra, 2016). Bu doğrultuda, gerçekleştirilen problem çözme stratejileri eğitiminde kullanılan problemlerin öğrencilerin matematik okuryazarlık düzeylerini arttırdığı sonucuna ulaşılmıştır. Araştırmanın bu bulgusunun Wardono ve diğerlernin (2016) bulgularını destekler nitelikte olduğu söylenebilir. Ayrıca çalışmadan elde edilen bulgular, Muyo'nun (2015) etkinlik temelli matematik eğitimi programının matematik okuryazarlığı açısından da anlamlı bir değişim yaşanmadığı bulgusuyla farklılık göstermektedir.

Deney ve kontrol grubunun içerik alanı açısından MOT son testlerinde iki grup arasındaki en önemli farklılığın "Belirsizlik ve Veri" içerik alanında olduğu görülmüştür. Bu bulgudan hareketle deney grubuyla gerçekleştirilen problem çözme stratejileri eğitiminin "Belirsizlik ve Veri" içerik alanına yönelik problemlerin çözümünde önemli bir etkisinin olduğu düşünülmektedir. PISA 2012 uygulamalarında üst sıralarda olan ülkelerin içerik alanı açısından puanları incelendiğinde "Belirsizlik ve Veri" içerik alanında oldukça yüksek puanlar elde ettikleri görülmektedir (OECD, 2013a). Bu durum Wheater, Ager, Burge ve Sizmur'un (2014) çalışmalarında da ifade edilerek, matematik okuryazarlığında yüksek puan elde eden Hollanda, Vietnam ve Avustralya'nın "Belirsizlik ve Veri" içerik alanında yüksek puan elde ettiği vurgulanmaktadır.

MOT kalıcılık testlerinin analizi sonucunda deney grubu ile kontrol grubunun MOT kalıcılık testleri arasında deney grubu lehine anlamlı farklılığın olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Matematik okuryazarlığı, günlük hayatta karşılaşılan durumlarda öğrencilerin problem çözme, muhakeme etme ve farklı durumlarda etkili çözümler üretme kapasiteleriyle ilişkilendirilmektedir (Özgen & Bindak, 2008). Bu durumlar dikkate alındığında matematik okuryazarlığına problem çözmenin ve karşılaşılan problemlerde etkili çözümler ortaya koymanın etkisinin olduğu görülmektedir. OECD'nin (2013b) matematik okuryazarlığı tanımı incelendiğinde matematik okuryazarlığı, bireyin matematiği çeşitli ortamlarda formüle etme, kullanma ve yorumlama kapasitesi olarak görülmektedir. Matematiğin formüle edilmesi, kullanılması ve yorumlanmasında problem çözme stratejilerinin etkisinin olduğu düşünülmektedir. MOT ön test, son test ve kalıcılık testlerinden elde edilen bulguların bu düşünceleri destekler nitelikte olduğu söylenebilir.

MOT son test ve kalıcılık testlerine göre düzey 6 problemlerinin doğru cevaplanma oranında deney ve kontrol grubu arasında dikkate değer bir farklılığın olduğu göze çarpmaktadır. Fakat deney ve kontrol gruplarının MOT ön testlerine göre düzey 6 problemlerinde deney grubu lehine bir farklılığın olması, son test ve kalıcılık testlerinde düzey 6 açısından ortaya çıkan farklılığın doğru bir şekilde yorumlanmasını zorlaştırdığı düşünülmektedir. MOT son test ve kalıcılık testlerine göre düzey 6 problemlerinde oluşan bu farklılığın sebebi daha önce gruplar arasında düzey 6 problemlerine göre bir farklılığın olmasından dolayı olabilir. Bu doğrultuda gerçekleştirilen problem çözme stratejileri eğitiminin öğrencilerin düzey1, düzey 2 ve düzey 3 problemlerindeki başarılarını anlamlı olarak geliştirdiği, üst düzey problemlerde (düzey 4 ve düzey 5) ise deney grubu öğrencilerinin puanlarının arttığı fakat bu artışın anlamlı olmadığı gözlemlenmiştir.

Deney grubunun MOT ön testleri ile son testleri arasındaki anlamlı farklılığın sebebinin problem çözme stratejileri eğitimi olduğu söylenebilir. Çünkü problemler, sınıf ortamındaki zihinsel aktiviteler için matematik eğitim ve öğretiminin merkezidir (Lampert, 2001). Problem çözme stratejilerinin öğretimi rutin olmayan problem çözme becerilerinin gelişimine katkı sağlamaktadır (Altun & Arslan 2006; Altun & Memnun, 2008; Artut &

Tarım, 2006; Çelebioğlu & Yazgan 2009; Dönmez, 2002; Elia ve diğerleri, 2009; Yazgan, 2007; Yazgan & Bintaş, 2005). Matematik okuryazarlığı problemlerinin aynı zamanda rutin olmayan problemlere örnek gösterilebileceği (Altun, 2014) düşüncesinden hareketle problem çözme stratejileri eğitiminin öğrencilerin matematik okuryazarlık başarı düzeylerini artırması beklenen bir sonuç olarak düşünülebilir.

Deney grubu öğrencilerinin MOT ön testlerine ilişkin matematik okuryazarlık başarı düzeyleri incelediğinde, uygulama öncesinde 6. düzeyde hiçbir öğrenci bulunmamaktadır. 5. düzeyde sadece bir öğrenci bulunurken genel olarak 2. düzey (n=7) ve 3. düzeydeki (n=5) öğrencilerin çoğunlukta olduğu görülmektedir. Araştırmanın bu bulgusu Uysal ve Yenilmez (2011) bulgularını desteklemektedir. Elde edilen sonuçlar Türkiye'nin PISA 2003 ve PISA 2012 uygulamalarıyla paralellik gösterdiği söylenebilir. Deney grubuyla gerçekleştirilen problem çözme stratejileri eğitiminden sonra MOT son testlerine göre iki öğrencinin 6. düzeye çıktığı sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca deney grubunda bulunan 21 öğrenciden 17'sinin matematik okuryazarlık düzeylerinin arttığı, birinci düzeyde hiç öğrencinin olmadığı en düşük öğrencinin ikinci düzeyde olduğu ve öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun (n=8) dördüncü düzeyde olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Elde edilen bu sonuçlar da problem çözme stratejileri eğitiminin matematik okuryazarlığı üzerindeki etkisinin bir diğer göstergesidir.

**5.1.3. Matematik okuryazarlık başarısını yordamada problem çözme stratejilerin gücüne yönelik tartışma ve sonuç.** Matematik okuryazarlık başarısını yordamada problem çözme stratejilerin gücünün ortaya konulması bu çalışmanın bir diğer amacıdır. Bu amaç doğrultusunda öncelikle problem çözme stratejileri ile matematik okuryazarlık başarısı arasındaki ilişki incelenmiştir. Elde edilen bulgulara göre ön testler açısından problem çözme stratejileri ile matematik okuryazarlık başarısı arasında orta düzey, son testler ve kalıcılık testleri açısından ise yüksek düzeyde ilişki olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu bulgu Akyüz ve Pala'nın (2010) ortaya koyduğu matematik okuryazarlık başarısı ile problem çözme arasında yüksek düzeyde anlamlı ilişki olduğu sonucunu destekler niteliktedir. Ayrıca elde edilen sonuçlar Temel'in (2016) problem çözme becerileri ile matematik okuryazarlığı arasında orta düzeyde ilişki olduğu bulgusunu desteklemektedir. Matematiğin problem çözme süreciyle ortaya konulan bilgi ve beceriler olarak görüldüğü (De Corte, 2004) düşüncesinden hareketle matematik okuryazarlığının da bir problem çözme sürecini içerisinde barındırdığı söylenebilir.

Matematik okuryazarlığının bireylere günlük hayat durumlarında eleştirel analiz yapmayı ve problem çözmeyi sağladığı belirtilmektedir (Özgen & Bindak, 2008). Bu durumlar dikkate alındığında matematik okuryazar olan bireylerin karşılaştıkları problemlerde birer problem çözücü ve problem çözme stratejilerini kullanabilecek yetenekte olmaları gerektiği düşünülmektedir. Matematik okuryazarlık başarısı ile problem çözme arasında yüksek düzeyde bir ilişki olması bu düşünceyi destekler nitelikte olduğu söylenebilir. Matematik okuryazarlığı ile ilgili modeller (şekil 1 ve şekil 2) incelendiğinde matematik okuryazarlığı sürecinin, günlük hayat bağlamındaki bir *problemin* formüle edilerek matematiksel dünyaya aktarılması, matematiksel dünyadaki bir *problemin* matematiği kullanarak sonuçlar elde edilmesi ve bu sonuçların yorumlanarak gerçek hayat bağlamında değerlendirilmesini içerdiği görülmektedir (MEB, 2011). Matematik okuryazarlığının önemli süreçleri olan formüle etme, yürütme ve yorumlama, uygulama ve değerlendirme süreçleri bir problemle başlamaktadır. Dolayısıyla matematik okuryazarlığı sürecinin başlamasını sağlayan etken problemdir. Matematik okuryazarlığının işe koşulmasına sağlayan problemlerin çözümünde problem çözme stratejileri anahtar rol üstlenmektedir (Schoenfeld, 1999). Ayrıca gerçek yaşam bağlamında verilen bir problemi matematiksel dünyaya aktarma sürecinde, matematiksel dünyadaki bir problem için matematik kullanılarak sonuçlar elde etmede ve bu sonuçları gerçek yaşam durumlarına yorumlayıp değerlendirme süreçlerinde problem çözme stratejilerinin kullanıldığı düşünülmektedir. Bu durumlar dikkate alındığında problem çözme stratejileri ile matematik okuryazarlık başarı düzeyi arasındaki yüksek ilişkinin sebebi ortaya çıkmaktadır.

PÇT ve MOT kalıcılık testlerine göre gerçekleştirilen regresyon analizinde problem çözme stratejileriyle matematik okuryazarlığı arasında anlamlı bir ilişki olduğu (R=0,75, $R^2$=0,57) ve problem çözme stratejilerinin matematik okuryazarlık başarısının anlamlı bir yordayıcısı olduğu sonucuna ulaşılmıştır ($F_{(1-40)}$ = 52,28, p<0,05). Bu sonuçlara göre problem çözme stratejileri matematik okuryazarlık başarısının %57'sini açıklamaktadır. Elde edilen bulgulara göre problem çözme stratejilerinin matematik okuryazarlığının anlamlı bir yordayıcısı olduğu ve problem çözme stratejileriyle matematik okuryazarlık başarısının büyük bir kısmının açıklandığı ortaya konulmuştur.

## 5.2. Öneriler

Bu bölümde araştırma sonucunda elde edilen bulgular doğrultusunda, eğitim ve öğretime, araştırma çalışmalarına ve program geliştiricilere yönelik önerilerde bulunulmuştur.

**5.2.1. Eğitim ve öğretime yönelik öneriler.** PÇT son testlerinin analizleri doğrultusunda gerçekleştirilen sınıflandırmanın problem çözme stratejilerinin eğitimi ve öğretimi açısından önemli katkılar sağlayacağı düşünülmektedir. Problem çözme stratejilerine yönelik eğitimler, gerçekleştirilen sınıflandırma göz önüne alınarak düzenlenebilir. Eğitimler öncelikle bir süreç içeren stratejilerden birden fazla süreç becerisi gerektiren stratejilere doğru düzenlenebilir. Düşük düzeydeki sınıflarda birden fazla süreç içeren stratejilerin kullanılmasından ziyade sadece bir süreç becerisi gerektiren stratejilerin eğitimi gerçekleştirilebilir. Birden fazla süreç becerisi gerektiren stratejiler düşük düzeydeki sınıflarda basit düzeyde anlatılabilir. Gerçekleştirilen sınıflandırmadan faydalanılarak formüle etme, yürütme ve yorumlama değerlendirme süreçlerinin geliştirilmesinde ilgili stratejilere yönelik problemler kullanılabilir.

Öğrencilerin formüle etme ve yürütme becerilerini geliştirmeye yönelik bağıntı bulma, değişken kullanma ve diyagram çizme problemlerinden yararlanılabilir. Bu durumun tam tersi olarak da, öğrencilere formüle etme ve yürütme süreçlerine yönelik problemler yöneltilerek bağıntı bulma, değişken kullanma ve diyagram çizme stratejilerinin kullanım düzeyleri geliştirilebilir. Öğrencilerin matematiksel dile hakim olmaları, gerçek yaşam durumlarıyla matematiksel dünya arasında bağlantı kurmalarıyla gerçekleşir. Formüle etme sürecinin gerçek yaşamdaki durumları matematiksel dünyaya aktarımında, yürütme sürecinin ise matematiksel dünyadaki problemlerin çözüme kavuşturulmasında etkili olduğu (OECD, 2013a) düşünüldüğünde bağıntı bulma, değişken kullanma, diyagram çizme ve basitleştirme stratejilerinin öğrencilerin gerçek yaşam durumlarıyla matematiksel dünya arasında bağlantı kurmalarına yardımcı olduğu söylenebilir. Ayrıca öğrencilerin matematiksel dili kullanmada ve sözel ifadeleri matematiksel dünyaya dönüştürmede zorlandıkları ifade edilmektedir (Akarsu Yakar & Yılmaz, 2017; Gray, 2004; Toptaş, 2015). Benzer olarak Moore (1994) ise matematik eğitiminde öğrencilerin yaşadıkları zorluklar arasında matematiksel dilin kullanımı olduğunu belirtmektedir. Tall (1993) ise matematik eğitiminde karşılaşılan güçlükler arasında formüle etmedeki yetersizliklere dikkat çekmektedir. Yapılan sınıflandırma doğrultusunda yaşanan bu güçlükleri ortadan kaldırmaya yönelik öğrencilere bağıntı bulma, değişken kullanma, diyagram çizme ve basitleştirme stratejileriyle ilgili problemler yöneltilerek formüle etme becerileri geliştirilebilir.

"Tahmin ve Kontrol", "Geriye Doğru Çalışma" ve "Muhakeme Etme" stratejilerinin "Yürütme" ve "Yorumlama, Değerlendirme" süreçlerini içermesine ilişkin elde edilen sonuç doğrultusunda, öğrencilerin matematiksel dünyada işlem yaparak sonuca ulaşmalarını ve bu sonuçları gerçek yaşam durumlarına göre yorumlayarak çıkarımlarda bulunmalarını geliştirmek için bu stratejilerden faydalanılabilir. Öğrencilerin ve ortaokul öğretmen adaylarının problemleri gerçek yaşam durumlarına göre yorumlamada yaşadıkları zorlukları

(Kabael & Barak, 2016) gidermek ve yorumlama, değerlendirme becerilerine yönelik başarıyı arttırmak için bu stratejilere yönelik problemler kullanılabilir. Türk öğrencilerin süreç becerileri açısından en fazla zorlandıkları becerinin yorumlama, değerlendirme süreci olduğu (Anıl, Özkan & Demir, 2015) ve öğrencilerin öğrendiklerini gerçek yaşama transfer etmede zorluk yaşadıkları (Doruk & Umay, 2011) göz önüne alındığında bu zorlukların ortadan kaldırmasında tahmin ve kontrol, geriye doğru çalışma, muhakeme etme ve basitleştirme stratejilerinden yararlanılabilir.

Yapılan sınıflandırmanın bir diğer önemli yönü, PISA uygulamalarına ve öğrencilerin matematiksel süreç becerilerini geliştirmeye dönük sonuçlar sağlamasıdır. Matematik öğrenmelerde kullanılan aktivitelerin matematik süreç becerilerini geliştirecek nitelikte olması (Reys ve diğerleri, 2007) gerektiği düşüncesinden hareketle gerçekleştirilen sınıflandırma doğrultusunda öğrencilerin süreç becerilerini geliştirmeye yönelik aktivitelerin düzenlenmesinde ilgili problem çözme stratejilerinden yararlanılabilir. Sınıflandırma doğrultusunda öğrencilerin formüle etme sürecini geliştirmek için; bağıntı bulma, değişken kullanma, diyagram çizme ve basitleştirme stratejilerine yönelik problemlerden faydalanılabilir. Yürütme sürecine ilişkin becerilerini geliştirmek için; sistematik liste yapma, tablo yapma, bağıntı bulma, değişken kullanma, diyagram çizme, geriye doğru çalışma, tahmin ve kontrol, muhakeme etme ve basitleştirme stratejilerine yönelik problemler kullanılabilir. Ülkemizin PISA ve TIMSS gibi uluslararası sınavlardan istenilen başarının elde edilemediği görülmektedir. PISA sınavlarında yakalanılmak istenilen başarı için gerçekleştirilen sınıflandırmadan faydalanılabilir. Örneğin PISA 2012 uygulamasında Türk öğrencilerin yorumlama, değerlendirme sürecini içeren problemlerdeki başarısı diğer süreç becerileri açısından düşük olduğu ve bu sürece yönelik matematik okuryazarlığı başarı puan ortalamasının OECD ortalamasının altında olduğu görülmektedir (Anıl, Özkan & Demir, 2015). Bu durumun düzeltilmesinde gerçekleştirilen sınıflandırma dikkate alınarak muhakeme etme, tahmin ve kontrol, basitleştirme ve geriye doğru çalışma stratejilerine ilişkin problemlere yönelik çalışmalar gerçekleştirilebilir.

Problem çözme strateji eğitiminin öğrencilerin problem çözme stratejilerini kullanma düzeylerini arttırdığı sonucuna ulaşılmıştır. Ortaokul matematik programı ve matematik uygulamaları dersi programlarında problem çözme stratejilerinin eğitimine yönelik açık bir kazanım bulunmamaktadır. Öğrencilerin problem çözme becerilerinin geliştirilmesi adına problem çözme stratejilerinin eğitimine yönelik kazanımların öğretim programlarında olmasının önemli olacağı düşünülmektedir. Problem çözme stratejilerinin öğrencilerin matematik okuryazarlık düzeylerini olumlu yönde etkilediği sonucundan hareketle eğitim ortamlarında öğrencilerin problem çözme stratejilerinin kullanımlarına yönelik etkinlikler gerçekleştirilmelidir. PÇT ön testlerine göre öğrencilerin rutin olmayan problem çözme becerilerinin yeterli düzeyde olmadığı söylenebilir. Bu durum öğretim programlarında, ders ve çalışma kitaplarında rutin olmayan problemlere yeterince yer verilmemesinin bir sonucu olarak ortaya çıktığı düşünülmektedir (Artut & Tarım, 2006; Işık & Kar, 2011; İzmirligil 2008). Dolayısıyla matematik eğitiminde ve derslerdeki etkinliklerde rutin olmayan problemlere daha fazla yer verilmelidir (Yazgan, 2007). “Tablo Yapma” ve “Geriye Doğru Çalışma” stratejilerine yönelik problemlerin doğru cevaplanma oranlarının düşük olduğu görülmüştür. Derslerde bu stratejilerinin kullanım düzeylerini arttıracak etkinliklere yer verilmesi eğitim öğretim açısından önemlidir.

Deney grubuyla gerçekleştirilen problem çözme stratejileri eğitimi sırasında grup çalışmalarının öğrencilere bir tartışma ortamı sağlayarak öğrencilerin bilgilerini beraber yapılandırmalarını ve anlamlı öğrenmeler sağladığı gözlemlenmiştir. Bu doğrultuda eğitim öğretimde tartışma ortamları oluşturularak grup etkinliklerine de yer verilmesi gerektiği düşünülmektedir. Ayrıca öğrencilerin problemlerin çözümlerini anlatmaları için teşvik edilerek derslerde etkin katılımlarının sağlanması anlamlı öğrenmenin gerçekleştirilmesi açısından etkili olacağı söylenebilir.

Problem çözme stratejileri ile matematik okuryazarlığı arasında yüksek düzeyde bir ilişki olduğu belirlenerek problem çözme stratejilerinin matematik okuryazarlığını yordadığı görülmüştür. Bu durum göz önüne alındığında matematik okuryazarlık başarı düzeyinin arttırılması için eğitim ortamlarında problem çözme stratejilerinin kullanımına ilişkin örnekler ve ders kitaplarında stratejilere yönelik problemlerin yer alması gerektiği düşünülmektedir.

Öğretmen adaylarına lisans eğitimlerinde problem çözme stratejilerine yönelik dersler verilebilir. Öğretmenler için ise problem çözme stratejileri eğitimlerine ilişkin hizmet öncesi ve hizmet içi eğitimler düzenlenerek öğrencilerin problem çözme strateji kullanım düzeylerini nasıl geliştirebileceklerine yönelik eğitimler gerçekleştirilebilir. Öğretmen adaylarının açık uçlu, rutin olmayan ve yaratıcı problem kurma becerilerinin yeterli düzeyde olmadığı görülmektedir (Dede & Yaman, 2005; Işık & Kar, 2012; Korkmaz & Gür, 2016). Bu durum dikkate alındığında öğrencilerin problem çözme stratejilerinin kullanım düzeyini arttırmaya yönelik öğretmenlere ve öğretmen adaylarına üst düzey problem kurma ve yazma eğitimleri verilebilir.

**5.2.2. Araştırmacılara yönelik öneriler.** Problem çözme stratejilerine yönelik çalışmalar incelendiğinde stratejilerin sınıflandırma çerçevesinde sunulmadığı görülmektedir. Gerçekleştirilen sınıflandırmanın bu tür çalışmaların ortaya konulması adına bir başlangıç olduğu düşünülmektedir. Yapılacak olan çalışmaların yeni sınıflandırmalar ortaya koyacak, problem çözme stratejilerini farklı açılardan ele alacak biçimde gerçekleştirilmesi literatüre katkı sağlayacaktır. Problem çözme stratejilerinin bağlamları açısından sınıflandırmanın sorunlu olabileceği düşünülmektedir. Çünkü mesleki bağlamda oluşturulan problem aynı zamanda kişisel bağlamda da oluşturulabilir. Bu bakımdan gerçekleştirilecek olan yeni sınıflandırmalar da problemlerin gerektirdiği beceriler, gerçek yaşam durumları gibi sınıflandırma biçimleri dikkate alınabilir

Bu çalışmada problem çözme stratejilerinin süreç becerilerine göre sınıflandırmasını gerçekleştirilmiştir. Yapılacak olan çalışmalar da bu sınıflandırma çerçevesinde ilgili problem çözme stratejilerinin öğretimi gerçekleştirilerek öğrencilerin ilgili süreç becerilerinin gelişip gelişmediğinin belirlenmesine yönelik yeni araştırmalar gerçekleştirilebilir. Formüle etme, yürütme ve yorumlama, değerlendirme süreç becerilerine yönelik problemlerden hareketle bu problemlerin hangi problem çözme stratejilerini içerdiğine yönelik çalışmalarda ortaya konulabilir ve süreç becerilerinin problem çözme stratejilerine göre sınıflandırmasına ilişkin çalışmalar da ortaya konulabilir.

Gerçekleştirilen sınıflandırma çerçevesinde bir süreç becerisi içeren veya birden fazla süreç becerisi içeren stratejilerin ayrı ayrı eğitimleri arasında farklılıkların olup olmadığı, bu durumların öğrencilerin matematik okuryazarlık başarı düzeylerini etkisini ortaya koyan çalışmalar da gerçekleştirilebilir.

Problem çözme stratejilerin matematiksel süreç becerilerine göre sınıflandırılması her bir stratejiye yönelik 2 problem ve bu 2 problemin çözümü incelenerek gerçekleştirilmiştir. Bu durum çalışmanın bir sınırlılığıdır. Gerçekleştirilecek olan yeni çalışmalarda her bir strateji için 2'den fazla problemden kullanılarak süreç becerilerine yönelik yeni bir sınıflandırma ortaya konulabilir.

Problem çözme stratejileri eğitimi sekizinci sınıf öğrencileriyle sınırlı tutulmuştur. Farklı sınıf düzeyinde, daha büyük örneklerler ve daha uzun süreli eğitimler gerçekleştirilerek yapılan sınıflandırma tekrar ortaya konulabilir. Sınıf düzeylerine göre öğrencilerin problem çözme stratejileri kullanım düzeyleri belirlenebilir.

Bu çalışmanın verileri PÇT ve MOT'dan elde edilmiştir. Katılımcı grubun sekizinci sınıf öğrencilerinden oluşması ve bu öğrencilerin TEOG sınavlarına hazırlanıyor olması sınıflandırma ile ilgili öğrencilere yönelik gözlem ve görüşmeler yapılarak elde edilen bulguların desteklenmesine imkan vermemiştir. Bu durum, araştırmanın diğer bir sınırlılığıdır. Farklı sınıf düzeyinde öğrencilerle çalışarak problem çözümlerine ilişkin görüşmeler yapılabilir, derinlemesine bilgiler elde edilebilir ve bu bilgiler ışığında yeni sınıflandırmalar ortaya konulabilir.

Çalışmada problem çözme stratejilerinden geriye doğru çalışma ve tablo yapma stratejilerinin kullanım düzeylerinin diğer stratejilere göre düşük olduğu görülmüştür. Bu durumun nedenleri üzerine araştırma yapılabilir. Problem çözme stratejilerinin kullanımına ilişkin ders kitapları incelenebilir. Hangi stratejinin hangi sınıf düzeyinde ne oranda kullanıldığına ilişkin bilgileri ortaya koyan çalışmalar yapılabilir. Problem çözme strateji eğitiminin öğrencilerin problem çözme becerilerini ve strateji kullanım düzeylerini arttırdığı sonucuna ulaşılmış ve bu durumun kalıcı olarak devam ettiği görülmüştür. Fakat, elde edilen bu sonuç Gümüş'ün (2015) çalışmasıyla farklılık göstermektedir. Bu farklılığın sebeplerini ortaya koyan çalışmalar gerçekleştirilebilir.

Gerçekleştirilen problem çözme stratejileri eğitiminin deney ve kontrol grupları arasında düzey 4 ve düzey 5 problemleri açısından anlamlı farklılığın olmadığı, düzey 6 için ise deney grubuna açısından bir farklılığın yaşanmadığı görülmüştür. Bu bulgudan hareketle üst düzey matematik okuryazarlığı problemlerinde problem çözme stratejilerinin etkisini inceleyen çalışmalar da gerçekleştirilebilir. Bu duruma bir başka açıdan yaklaşıldığında üst düzey matematik okuryazarlığı problemlerinin öğrencilerin problem çözme stratejileri üzerindeki etkisi de araştırılabilir.

Ulusal ve uluslararası düzeyde problem çözme stratejileri eğitiminin öğrencilerin matematik okuryazarlık başarısı üzerindeki etkisini inceleyen bir çalışmaya rastlanamamıştır. Bu açıdan araştırmanın bu bulgusu, problem çözme stratejilerinin matematik okuryazarlığı üzerindeki etkisini ortaya konulması adına önemli olarak görülmektedir. Bu doğrultuda, uluslararası ve ulusal alanlarda problem çözme stratejilerinin matematik okuryazarlığı üzerindeki etkisi üzerinde çalışmaların yapılması gerektiği düşünülmektedir.

Literatürde problem çözme stratejileri ile matematik okuryazarlığı arasındaki ilişkinin belirlenmesine yönelik yeterince çalışmaya rastlanamamıştır. Matematik öğretimi için önemli olan bu alanlar arasındaki ilişkinin ortaya konulmasına yönelik değişik düzeylerde çalışmalar ortaya konulabilir. Bu çalışmada problem çözme stratejilerinin matematik okuryazarlığının ne kadarını açıkladığının belirlenmesine yönelik analizler gerçekleştirilmiştir. Matematik okuryazarlığının problem çözme becerilerini ve problem çözme stratejilerinin kullanım düzeylerinin ne kadarını açıkladığına yönelik çalışmalar da gerçekleştirilebilir.

**5.2.3. Program geliştiricilere yönelik öneriler.** Gerçekleştirilen sınıflandırma göz önüne alınarak ders kitaplarında ve matematik öğretim programlarında basitten karmaşığa doğruluk ilkesi göz önüne alınarak bir süreci içeren stratejiden birden fazla süreç içeren stratejilere doğru öğretim gerçekleştirilebilir. Ders kitaplarında ve öğretim programlarında gerçekleştirilen sınıflandırmaya yönelik strateji eğitimleri yer alabilir.

PÇT ön testlerine göre sistematik liste yapma, geriye doğru çalışma ve tablo yapma stratejilerinin kullanım oranlarının diğer stratejilere göre düşük düzeyde olduğu görülmektedir. Bu stratejilerin kullanım düzeylerini arttıracak veya öğrencilerin bu stratejileri kullanmaya yöneltecek problemlere veya etkinlik örneklerine ders kitaplarında veya öğretim programlarında yer verilebilir.

Hem ortaokul matematik öğretim programı hem de matematik uygulamaları dersi öğretim programlarında problem çözme stratejileri öğretimine ilişkin yeterince kazanım olmadığı görülmektedir. Problem çözme stratejilerinin hem matematik eğitimi hem de matematik okuryazarlık başarısı açısından önemli bir etkisi olduğu düşünüldüğünde öğretim programlarında problem çözme stratejilerinin eğitimine yönelik kazanımların bulunması gerektiği düşünülmektedir. Ayrıca literatürde problem çözme stratejileri eğitimlerine ilişkin çalışmalar bulunmaktadır. Bu çalışmalar incelenerek ve yeni çalışmalar ortaya konularak her bir sınıf düzeyine uygun problem çözme strateji eğitimine ilişkin öğretim programları tasarlanabilir. Tasarlanan programların etkililiği karşılaştırılabilir.

Bu çalışmada grup çalışmalarının da problem çözme stratejileri eğitimi içi önemli bir etkisinin olduğu düşünülmektedir. Bu doğrultuda program geliştiriciler grup çalışmalarına yönelik programlarda tasarlayabilir ve grup çalışmaları için uygun etkinlikler de geliştirebilirler.

Ders kitaplarında ve öğretim programlarında yeterince rutin olmayan problemlere ve matematik okuryazarlığı problemlerine yer verilmemesi, öğretmen ve öğretmen adaylarının bu problemlere yönelik problem yazma ve kurma becerilerinin istenilen düzeyde olmaması, ruti olmayan problemlere yönelik soru havuzu ve kaynak kitap ihtiyacını doğurmaktadır. Bu doğrultuda rutin olmayan problemlere ve matematik okuryazarlığı problemlerine ilişkin soru kitapları ve çalışma kitaplarının geliştirilmesine ihtiyaç olduğu düşünülmektedir.

**Kaynakça**

Adıgüzel, O. C., & Özdoğru, F. (2013). Üniversitelerde ortak zorunlu yabancı dil I dersine yönelik bir akademik başarı testinin geliştirilmesi. *Trakya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 3*(2), 1-11.

Akarsu, S. (2009). *Öz-Yeterlik, motivasyon ve PISA 2003 matematik okuryazarlığı üzerine uluslararası bir karşılaştırma: Türkiye ve Finlandiya.* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Abant İzzet Baysal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bolu.

Akarsu Yakar, E., & Yılmaz, S. (2017). 7. Sınıf öğrencilerinin cebire yönelik gerçek yaşam durumlarını matematiksel ifadelere dönüştürme sürecindeki matematiksel dil becerileri. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 18*(1), 292-310. Doi: 10.17679/inuefd.306995

Akın, E., & Çeçen, M. A. (2014). Ortaokul öğrencilerinin okuma stratejileri üstbilişsel farkındalık düzeylerinin değerlendirilmesi (Muş-Bulanık Örneği). *Turkish Studies-International Periodical For The Languages, Literature and History of Turkish or Turkic, 9*(8), 91-110.

Akkaya, R., & Memnun, D. S. (2012). Öğretmen adaylarının matematiksel okuryazarlığa ilişkin öz-yeterlik inançlarının çeşitli değişkenler açısından incelenmesi. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi, 19*, 96-111.

Akyüz, G., & Pala, N. M. (2010). PISA 2003 sonuçlarına göre öğrenci ve sınıf özelliklerinin matematik okuryazarlığına ve problem çözme becerilerine etkisi. *İlköğretim Online, 9*(2), 668-678.

Akyüz, G., & Satıcı, K. (2012). PISA 2003 Verilerine göre matematik okuryazarlığının çeşitli değişkenler açısından incelenmesi: Türkiye ve Hong Kong-Çin modelleri. *Kastamonu Eğitim Dergisi, 21*(2), 503-522.

Alcı, B., Erden, M., & Baykal, A. (2008). Üniversite öğrencilerinin matematik başarıları ile algıladıkları problem çözme becerileri, özyeterlik algıları, bilişüstü özdüzenleme stratejileri ve ÖSS sayısal puanları arasındaki açıklayıcı ve yordayıcı ilişkiler örüntüsü. *Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Dergisi, 25*(2), 53-68.

Alibali, M. W., Phillips, K. M., & Fischer, A. D. (2009). Learning new problem-solving strategies leads to changes in problem representation. *Cognitive Development*, *24*(2), 89-101.

Altun, M. (2014). *Ortaokullarda (5, 6, 7 ve 8. sınıflarda) matematik öğretimi. (10. Baskı).* Bursa: Alfa Aktüel.

Altun, M. (2015). *Efemat 7-8.* Bursa: Alfa Aktüel.

Altun, M., & Akkaya, R. (2014). Mathematics teachers' comments on PISA math questions and our country's students' low achievement levels. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi [Hacettepe University Journal of Education]*, *29*(1), 19-34.

Altun, M., & Arslan, Ç. (2006). İlköğretim öğrencilerinin problem çözme stratejilerini öğrenmeleri üzerine bir çalışma. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *19*(1), 1-21.

Altun, M., & Bozkurt, I. (2017). Matematik okuryazarlığı problemleri için yeni bir sınıflama önerisi. *Eğitim ve Bilim, 42*(190), 171-188.

Altun M., & Memnun D. S. (2008). Mathematics teacher trainees' skills and opinions on solving non-routine mathematical problems. *Journal of Theory and Practice in Education, 4*(2), 213-238.

Altun, M., Memnun, D. S., & Yazgan, Y. (2007). Sınıf öğretmeni adaylarının rutin olmayan matematiksel problemleri çözme becerileri ve bu konudaki düşünceleri. *İlköğretim Online, 6*(1), 127-143.

Altunçekiç, A., Yaman, S., & Koray, Ö. (2005). Öğretmen adaylarının öz-yeterlik inanç düzeyleri ve problem çözme becerileri üzerine bir araştırma (Kastamonu ili örneği). *Kastamonu Eğitim Dergisi, 13*(1), 93-102.

Anderson, J. (2009). Mathematics curriculum development and the role of problem solving. The Australian Curriculum Studies Association's 2009 Biennial Conference (ACSA Conference). Retrieved from http://www.acsa.edu.au/pages/images/-Judy%20Anderson%20-%20Mathematics%20Curriculum%20Development.pdf

Andersson, U. (2010). Skill development in different components of arithmetic and basic cognitive functions: Findings from a 3-year longitudinal study of children with different types of learning difficulties. *Journal of educational psychology, 102*(1), 115-134.

Anıl, D., Özkan, Y. Ö., & Demir, E. (2015). *PISA 2012 araştırması ulusal nihai rapor. PISA uluslararası öğrenci değerlendirme programı*. Ankara: İşkur Matbaacılık.

Arslan, Ç. (2002). *İlköğretim yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin problem çözme stratejilerini kullanabilme düzeyleri üzerine bir çalışma.* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bursa.

Arslan, Ç. (2007). *İlköğretim öğrencilerinde muhakeme etme ve ispatlama düşüncesinin gelişimi.* (Yayımlanmamış doktora tezi). Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bursa.

Artut, P. D., & Tarım, K. (2006). İlköğretim öğrencilerinin rutin olmayan sözel problemleri çözme düzeylerinin çözüm stratejilerinin ve hata türlerinin incelenmesi. *Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi, 15*(2), 39-50.

Artut, P., & Tarım, K. (2009). Öğretmen adaylarının rutin olmayan sözel problemleri çözme süreçlerinin incelenmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 22*(1), 53-70.

Aşiroğlu, S. C., & Duruhan, K. (2016). Aktif öğrenme temelli fen ve teknoloji dersi etkinliklerinin ilköğretim öğrencilerinin problem çözme becerileri üzerindeki etkisi. *Siirt Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi, 5*, 115-132.

Atalay, N. Ş., Akkaya, N., & Şahin, F. (2015). Revize 2011-osteoporoz bilgi testinin Türkçe versiyonunun psikometrik özellikleri. *Turkish Journal of Osteoporosis/Turk Osteoporoz Dergisi*, *21*(3), 127-131.

Avcu, S. (2012). *An investigation of prospective elementary mathematics teachers' strategies used in mathematical problem solving*. (Unpublished master's thesis). Orta Doğu Teknik Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.

Aydın, A., Sarıer, Y., & Uysal, Ş. (2012). Sosyoekonomik ve sosyokültürel değişkenler açısından pısa matematik sonuçlarının karşılaştırılması. *Eğitim ve Bilim, 37*(164), 20-30.

Aydoğdu, M. Z. (2014). *9. sınıf üstün zekalı öğrencilerin geometri problem çözme stratejileri ve Van Hiele geometri düşünme düzeyleri ile ilişkilendirilmesi.* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Aydoğdu, M. Z., & Keşan, C. (2016). 9. sınıf üstün zekalı öğrencilerin geometri problem çözme stratejileri. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi, 5*(2), 48-55.

Aydoğdu, M., & Ayaz, M. F. (2008). Matematikte öğrencilere problem çözme yeteneğinin kazandırılması. *Physical Sciences, 3*(4), 588-596.

Azak, S. (2015). *Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin problem çözmede kullandıkları stratejilerin ve üstbilişsel davranışlarının belirlenmesi*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

Baki, A. T., & Özpınar, İ. T. (2007). Logo destekli geometri öğretimi materyalinin öğrencilerin akademik başarılarına etkileri ve öğrencilerin uygulama ile ilgili görüşleri. *Çukurova Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 3*(34), 153.

Baki, A., Güç, F. A., & Özmen, Z. M. (2012). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerilerinin incelenmesi. *Uluslararası Eğitim Programları ve Öğretim Çalışmaları Dergisi, 2*(3), 59-72.

Bal, A. P. (2015). Sınıf öğretmeni adaylarının rutin ve gerçek yaşam problemlerine yönelik başarı düzeylerinin ve görüşlerinin incelenmesi. *Pegem Eğitim ve Öğretim Dergisi*, *5*(3), 273-290.

Balcı, A. (2007). *Sosyal bilimlerde araştırma: Yöntem teknik ve ilkeler*. Ankara: Pegem A Yayıncılık.

Baraké, F., El-Rouadi, N., & Musharrafieh, J. (2015). Problem solving at the middle school level: a comparison of different strategies. *Journal of Education and Learning*, *4*(3), 62-70.

Başaran, İ. E. (1993). *Eğitim yönetimi*. Ankara: Kadıoğlu Matbaası.

Başol, G., Çakan, M., Kan, A., Özbek, Ö. Y., Özdemir, D., & Yaşar, M. (2013). *Eğitimde ölçme ve değerlendirme.* Ankara: Pegem Akademi Yayınları.

Baykul, Y. (2014). Ortaokulda Matematik Öğretimi (5-8. Sınıflar). Ankara: Pegem Akademi Yayınları.

Berkant, H. G., & Eren, İ. (2013). İlköğretim Matematik Öğretmenliği bölümü öğrencilerinin problem çözme becerilerinin bazı değişkenler açısından incelenmesi. *International Journal of Social Science*, *6*(3), 1021-1041.

Billstein, R., Libeskind, S., & Lott, J. W. (2007). *A problem solving approach to mathematics for elementary school teachers* (9th ed.). Boston: Addison-Wesley

Bingham, A. (1998). *Çocuklarda Problem Çözme Yeteneklerinin Geliştirilmesi* (Çev: Oğuzkan, A. F.). İstanbul: Milli Eğitim Yayınevi.

Birbiri, D. (2014). *PISA 2003 ve PISA 2012 sınav sonuçlarının problem çözme becerilerine yönelik değişkenlerinin türkiye açısından incelenmesi.* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.

Bloom, W. & Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applicationsnand links to other subjects. *Educational Studies in Mathematics, 22*, 37-68.

Bodner, G. M., & Domin, D. S. (2000). Mental models: the role of representations in problem solving in chemistry. *University Chemistry Education, 4*(1), 24-30.

Boztunç, N. (2010). *Uluslararası öğrenci değerlendirme programı (PISA)'na katılan türk öğrencilerin 2003 ve 2006 yıllarındaki matematik ve fen bilimleri başarılarının incelenmesi.* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.

Buchanan, N. K. (1987). Factors contributing to mathematical problem-solving performance: An exploratory study. *Educational studies in Mathematics, 18*(4), 399-415.

Büyüköztürk, Ş. (2013). *Sosyal bilimler için veri analizi el kitabı*. Ankara: PegemA Yayıncılık.

Büyüköztürk, Ş. (2014*). Deneysel desenler: Öntest sontest kontrol gruplu desen ve veri analizi.* Ankara: Pegem Yayınları.

Büyüköztürk, Ş., Çakmak Kılıç, E., Akgün, Ö.E., Karadeniz, Ş., & Demirel, F. (2014). *Bilimsel araştırma yöntemleri. (17. Baskı).* Ankara: Pegem Akademi.

Cai, J. (2003). Singaporean students' mathematical thinking in problem solving and problem posing: an exploratory study. *International journal of mathematical education in science and technology, 34*(5), 719-737.

Carpenter, T. P., Corbitt, M. K., Kepner, H. S., Lindquıst, M. M., & Reys, R. E. (1980). Naep note: Problem solving. *The Mathematics Teacher, 73*(6), 427-433.

Ceylan, F. (2008). *İlköğretim 6. sınıf öğrencilerinin günlük hayat problemlerini çözme envanteri puanları ile matematik problemlerini çözme başarıları arasındaki ilişki.* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Charles, R., Lester, F., & O’Daffer, P. (1994). *How to evaluate progress in problem solving*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Che, M., Wiegert, E., & Threlkeld, K. (2012). Problem solving strategies of girls and boys in single-sex mathematics classrooms. *Educational Studies in Mathematics, 79*(2), 311-326.

Close, S., & Shiel, G. (2009). Gender and PISA mathematics: Irish results in context. *European Educational Research Journal, 8*(1), 20-33.

Cohen, L., Manion, L. ve Morrison, K. (2005). *Research methods in education* (5th ed.). London, NewYork: Routledge Falmer.

Cooper, T. (1986). *Problem solving*. Carseldine, Queensland: Brisbane College of Advanced Education.

Creswell, J. W. (2013). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches*. Thousand Oaks, CA: Sage publications.

Çam, A. (2014). *9. sınıf öğrencilerinin PISA matematik testi başarı düzeylerinin bazı değişkenlere göre incelenmesi.* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Çanakkale.

Çavuşoğlu, E. (2010). *İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin okuduğunu anlama düzeyi ile matematik problemlerini çözme başarısı arasındaki ilişkinin incelenmesi*. (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Çelebioğlu, B. (2009). *İlköğretim birinci sınıf öğrencilerinin problem çözme stratejilerini kullanabilme düzeyleri.* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bursa.

Çelebioğlu, B., & Yazgan, Y. (2009). İlköğretim öğrencilerinin bağıntı bulma ve sistematik liste yapma stratejilerini kullanma düzeyleri. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *22*(1), 15-28.

Çelen, F. K., Çelik, A. ve Seferoğlu, S. S. (2011). *Türk eğitim sistemi ve PISA sonuçları*. XIII. Akademik Bilişim Konferansı, 2-4 Şubat, İnönü Üniversitesi, Malatya. http://www.suleymansen.com/FileUpload/op42022/File/ab11_celen-celik_seferoglu_pisa-sonuclari.pdf'den alınmıştır.

Çınar, İ. (2013). *Matematik dersinde problem çözme stratejilerinin alan bağımlı-alan bağımsız öğrenciler üzerindeki etkisi.* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Afyon Kocatepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Afyonkarahisar.

Çifçi, A. (2006). *PISA 2003 sınavı matematik alt testi sonuçlarına göre Türkiye'deki öğrencilerin başarılarını etkileyen bazı faktörlerin incelenmesi.* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.

Damon, N. B. (2015). *On the feasibility of moodle use to assist deaf and hard of hearing grade 9 learners with mathematics problem-solving*. (Unpublished master's thesis). Stellenbosch University.

Daniel, G. E. (2003) *Effects of cognitive strategy instruction on the mathematical problem solving of middle school students with learning disabilities.* (Unpublished doctoral dissertation). The Ohio State University.

De Corte, E. (2004). Mainstreams and perspectives in research on lerarning mathematics from instruction, *Appliesd Psychology*, *53*, 279-310.

Dede, Y., & Yaman, S. (2005). Matematik öğretmen adaylarının matematiksel problem kurma ve problem çözme becerilerinin belirlenmesi. *Eurasian Journal of Educational Research (EJER), 18,* 41-56.

Delice, A., & Sevimli, E. (2010). Geometri problemlerinin çözüm süreçlerinde görselleme becerilerinin incelenmesi: ek çizimler. *M.Ü. Atatürk Eğitim Fakültesi Eğitim Bilimleri Dergisi, 31,* 83-102.

Demir, E. (2010). *Uluslararası öğrenci değerlendirme programı (PISA) bilişsel alan testlerinde yer alan soru tiplerine göre Türkiye'de öğrenci başarıları.* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Hacettepe Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.

Demir, İ., & Kılıç, S. (2010). Öğrencilerin matematik başarısına etkileyen faktörlerin PISA 2003 kullanılarak incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 38*, 44-54.

Demirel, M., Erdoğan, Ö., & Aydın, Ö. (2015). Öğretmen adaylarının öz-düzenleyici öğrenme stratejilerini kullanma düzeylerinin incelenmesi. *International Journal of Curriculum and Instructional Studies*, *4*(8), 69-84.

Dewantara, A. H., Zulkardi, Z., & Darmawijoyo, D. (2015). Assessing seventh graders' mathematical literacy in solvıng PISA-like tasks. *Journal on Mathematics Education*, *6*(2), 39-49.

Doruk, B. K., & Umay, A. (2011). Matematiği günlük yaşama transfer etmede matematiksel modellemenin etkisi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 41*, 124-135.

Dossey, J., McCrone, S., & O'Sullivan, C. (2006). *Problem solving in the PISA and TIMSS 2003 assessments.* Technical Report. NCES 2007-049. US Department of Education. Washington, DC: National Center for Education Statistics. Retrieved from http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED495683.pdf

Dossey, J., McCrone, S., Turner, R., & Lindquist, M. (2008). PISA 2003—Mathematical literacy and learning in the Americas. *Canadian Journal of Science, Mathematics, and Technology Education*, *8*(2), 140-152.

Dönmez, N. (2002). *İlköğretim 2. ve 3. sınıf öğrencilerinin problem çözme stratejilerini kullanabilme düzeyleri üzerine bir çalışma.* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bursa.

Durmaz, B., & Altun, M. (2014). Ortaokul öğrencilerinin problem çözme stratejilerini kullanma düzeyleri. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 30,* 73-94.

Durmuş, S., (2004). *İlköğretim matematiğinde öğrenme zorluklarının saptanması ve zorlukların gerisinde yatan nedenler üzerine bir çalışma.* VI. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi'nde sunuldu. 9-11 Eylül, Marmara Üniversitesi, İstanbul.

Dündar, S. (2015). Öğretmen Adaylarının Seriler Konusuyla İlgili Alıştırmaları ve Rutin Olmayan Problemleri Çözme Becerilerinin İncelenmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, *23*(3), 1293-1310.

Edo, S. I., Hartono, Y. & Putri, I. I. R. (2013). Investigating secondary school students' difficulties in modeling problems PISA-Model level 5 and 6. *Journal on Mathematics Education* ,*4*(1), 41-58.

Eğitim Araştırma ve Geliştirme Dairesi (EARGED). (2005). *PISA 2003 projesi; Ulusal nihai rapor*. http://pisa.meb.gov.tr/wp-content/uploads/2013/07/PISA-2003-Ulusal-Nihai-Rapor.pdf adresinden 14.11.2015 tarihinde alınmıştır.

Eğitim Araştırma ve Geliştirme Dairesi (EARGED). (2010). *Uluslararası öğrenci değerlendirme programı PISA 2009 ulusal ön raporu*. http://pisa.meb.gov.tr/wp-content/uploads/2013/07/PISA-2009-Ulusal-On-Rapor.pdf adresinden 14.11.2015 tarihinde alınmıştır.

Eisenmann, P., Novotná, J., Přibyl, J., & Břehovský, J. (2015). The development of a culture of problem solving with secondary students through heuristic strategies. *Mathematics Education Research Journal*, *27*(4), 535-562.

Elia, I., Van Den Heuvel-Panhuizen, M., & Kolovou, A. (2009). Exploring strategy use and strategy flexibility in non-routine problem solving by primary school high achievers in mathematics. *ZDM*, *41*(5), 605.

Emre, E (2008). *Ortaöğretim öğrencilerinin uygun problem çözme stratejisi kullanabilme becerileri*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Eraslan, A. (2009). Finlandiya'nın PISA' daki başarısının nedenleri: Türkiye için alınacak dersler. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi, 3*(2), 238-248.

Erbas, A. K., & Okur, S. (2012). Researching students' strategies, episodes, and metacognitions in mathematical problem solving. *Quality & Quantity*, *46*(1), 89-102.

Ersoy, Y. (2006). İlköğretim matematik öğretim programındaki yenilikler-i: amaç, içerik ve kazanımlar. *İlköğretim Online, 5*(1), s. 30-44.

Evrekli, E., İnel, D., Deniş, H., & Balım, A. G. (2011). Fen Eğitimi Alanındaki Lisansüstü Tezlerdeki Yöntemsel ve İstatistiksel Sorunlar. *İlköğretim Online*,*10*(1), 206-218.

Fan, L., & Zhu, Y. (2007). Representation of problem-solving procedures: A comparative look at China, Singapore, and US mathematics textbooks. *Educational Studies in Mathematics, 66*(1), 61-75.

Fidan, Y., & Türnüklü, E. (2010). İlköğretim 5. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerinin bazı değişkenler açısından incelenmesi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *27*(27), 185-197.

Fleiss, J. L., Levin, B., & Paik, M. C. (2013). *Statistical methods for rates and proportions*. New Jersey: John Wiley & Sons.Inc. Hoboken.

Follmer, R. (2000). *Reading, mathematics and problem solving: the effects of direct instruction in the development of fourth grade students' strategic reading and problem solving approaches to textbased, nonroutine mathematics problems.* (Unpublished doctoral dissertation). Widener University, Chester, Pennsylvania.

Forgan, J. W. (2003). *Teaching problem solving through children's literature*. Westport, Connecticut: Teacher Ideas Press.

Fraenkel, J. R. & Wallen, N. E. (2006). *How to design and evaluate research in education*. Newyork: McGraw-Hill.

Frank, M. L. (1988). Problem solving and mathematical beliefs. *Arithmetic Teacher, 35*(5), 32-34.

Gallagher, A. M. & De Lisi, R. (1994). Gender differences in scholastic aptitude test mathematics problem solving among high ability students. *Journal of Educational Psychology, 86,* (2), 204-211.

Gray, V. D. (2004). *The language of mathematics: A functional definition and the development of an instrument to measure teacher perceived self-efficacy*. (Unpublished doctoral dissertation). Oregon State University, U.S.

Gatabi, A. R., Stacey, K., & Gooya, Z. (2012). Investigating grade nine textbook problems for characteristics related to mathematical literacy. *Mathematics Education Research Journal, 24*(4), 403-421.

Gelbal, S. (1991). Problem çözme. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 6*(6), 167-173.

Gök, T., & Sılay, İ. (2008). Fizik eğitiminde işbirlikli öğrenme gruplarında problem çözme stratejilerinin öğrenci başarısı üzerindeki etkileri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 34*,116-126.

Gökkurt, B., & Soylu, Y. (2013). Öğrencilerin problem çözme sürecinde anlam bilgisini kullanma düzeyleri. *Kastamonu Eğitim Dergisi, 21*(2), 469-488.

Güler, H. K. (2013). Türk öğrencilerin PISA'da karşılaştıkları güçlüklerin analizi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi, 26*(2), 501-522.

Gümüş, F. Ö. (2015). *Problem Çözme Stratejileri Öğretiminin Çözümlerdeki Kavramsal-İşlemsel Bilgi Tercihine ve Performansa Etkisi.* (Yayımlanmamış doktora tezi). Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Gür, H. & Hangül, T. (2015). Ortaokul öğrencilerinin problem çözme stratejileri üzerine bir çalışma. *Pegem Eğitim ve Öğretim Dergisi, 5*(1), 95-112. http://dx.doi.org/10.14527/pegegog.2015.005.

Hacıömeroğlu, G. (2011). Sınıf öğretmeni adaylarının matematiksel problem çözmeye ilişkin inançlarını yordamada epistemolojik inançlarının incelenmesi. *Buca Eğitim Fakültesi Dergisi, 30,* 206-220.

Hall, L. K. (2002). *Problem-Solving strategies of middle school students: an analysis of gender differences and thinking in high achieving students.* (Unpublished doctoral dissertation). Rutgers The State University, New Jersey.

Halmos, P. R. (1980). The heart of mathematics. *The American Mathematical Monthly, 87*(7), 519-524.

Heppner, P.P. ve Peterson, C.H.( 1982). The development and implications of a personal-problem solving ınventory. *Journal Of Counseling Psychology, 29,* 66-75.

Ho, K.F. (2009). Two grade 5 teachers’ enactment of mathematical problem solving and their classroom talk: Contrasting approaches. Quaderni di Ricerca in Didattica (Matematica), Supplemento, 4-19. Retrieved from http://math.unipa.it/~grim /TSG24_ICMI11_Ho_QRDM_Supl 4_09.pdf

Hoon, T. S., Kee, K. L., & Singh, P. (2013). Learning mathematics using heuristic approach. *Procedia-Social and Behavioral Sciences, 90,* 862-869.

Hopfenbeck, T. N., & Kjærnsli, M. (2016). Students’ test motivation in PISA: the case of Norway. *The Curriculum Journal, 27*(3), 406-422.

Howitt, D. & Cramer, D. (2005*). Introduction to statistics in psychology* (3th ed.). Pearson: Prentice Hall.

Ilgın, H., & Arslan, D. (2012). Türkçe dersinde metinlerle problem çözme öğretiminin öğrencilerin problem çözme becerilerine etkisi. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi, 13*(2), 157-176.

Inoue, N. (2005). The realistic reasons behind unrealistic solutions: The role of interpretive activity in word problem solving. *Learning and Instruction, 15*, 69-83.

Ishida, J. (2002). Students' evaluation of their strategies when they find several solution methods. *The Journal of Mathematical Behavior, 21*(1), 49-56.

Işık, C., & Kar, T. (2011). İlköğretim 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin sayı algılama ve rutin olmayan problem çözme becerilerinin incelenmesi. *Ahi Evran Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *12*(1), 57-72.

Işık, C., & Kar, T. (2012). Sınıf öğretmeni adaylarının problem kurma becerileri. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 12*(23), 190-214.

İlbağı, E. A. (2012). *PISA 2003 matematik okuryazarlığı soruları bağlamında 15 yaş grubu öğrencilerinin matematik okuryazarlığı ve tutumlarının incelenmesi.* (Yayınlanmamış doktora tezi). Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.

İskenderoğlu, T. A. ve Baki, A. (2011). İlköğretim 8.sınıf matematik ders kitabındaki soruların PISA matematik yeterlilik düzeylerine göre sınıflandırılması. *Eğitim ve Bilim, 36*(161), 287-301.

İskenderoğlu, T. A., Erkan, İ., & Serbest, A. (2013). 2008-2013 yılları arasındaki sbs matematik sorularının PISA matematik yeterlik düzeylerine göre sınıflandırılması. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, 4*(2), 147-168.

İş, Ç. (2003). *A cross-cultural comparison of factors affecting mathematical literacy of students in programme for ınternational student assessment (PISA).* (Unpublished master’s thesis). Orta Doğu Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

İş-Güzel, Ç. (2006). *A cross-cultural comparison of the impact of human and physical resource allocations on students’ mathematical literacy skills in the programme for international student assessment (PISA) 2003*. (Unpublished doctoral dissertation). Orta Doğu Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

İş Güzel, Ç. (2014). The Impact of student and school characteristics and their Interaction on Turkish students' mathematical literacy skills in the programme for internationalstudent assessment (PISA) 2003. *Mediterranean Journal of Educational Research*, *15*, 11-30.

İş Güzel, Ç., & Berberoğlu, G. (2010). Students’ affective characteristics and their relation to mathematical literacy measures in the Programme for International Student Assessment (PISA) 2003. *Egitim Arastirmalari-Eurasian Journal of Educational Research, 40*, 93-113.

İzmirligil, G. N. (2008). *İlköğretim matematik ders ve öğrenci çalışma kitaplarının yapısalcı yaklaşım açısından değerlendirilmesi.* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Jacobs, H. H. (1989). *Interdisciplinary curriculum: Design and implementation*. Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development.

Johnson, B., & Christensen, L. (2014). Eğitim araştırmaları: nicel, nitel ve karma yaklaşımlar. (*Çev edt: Demir, S. B.) Ankara: Eğiten Kitap*.

Jordan, N. C., Hanich, L. B., & Kaplan, D. (2003). A longitudinal study of mathematical competencies in children with specific mathematics difficulties versus children with comorbid mathematics and reading difficulties. *Child development, 74*(3), 834-850.

Kabael, T., & Barak, B. (2016). Ortaokul matematik ögretmeni adaylarinin matematik okuryazarlık becerilerinin PISA soruları üzerinden incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, 7*(2), 321-349.

Kahyaoğlu, M., & Yangın, S. (2012). İlköğretim sınıf öğretmenliği, fen bilgisi ve matematik öğretmen adaylarının fen bilgisi öğretimine yönelik tutumları. *Uluslararası Yönetim İktisat ve İşletme Dergisi*, *3*(6), 203-220.

Kalaycı, Ş. (2006). *SPSS uygulamalı çok değişkenli istatistik teknikleri*. Ankara: Asil Yayın Dağıtım.

Kallam, L. G. (1996). *Gender differences in mathematical problem-solving*. (Unpublished doctoral dissertation). Kansas State University.

Kanadlı, S., & Sağlam, Y. (2013). Is metacognitive strategies effective ın problem solving? *Elementary Education Online, 12*(4), 1074 -1085.

Kaosa-ard, C., Erawan, W., Damrongpanit, S., & Suksawang, P. (2015). How to classify the diversity of seventh grade students' mathematical process skills: An application of latent profile analysis. *Educational Research and Reviews, 10*(11), 1560-1568.

Karaca, T. E. (2012). *İlköğretim 5. sınıf öğrencilerinin rutin olmayan açık uçlu problem çözümlerinin incelenmesi*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Karasar, N. (2008). *Bilimsel Araştırma Yöntemi.* Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.

Karataş, İ. (2002*). 8. sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecinde kullanılan bilgi türlerini kullanma düzeyleri.* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

Karp, A., & Wasserman, N. (2014). *Mathematics in middle and secondary schools: A problem solving approach.* Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Kaur, B. & Yeap, B. H. (2009). Mathematical problem solving in Singaporeschools. In Kaur, B.,Yeap, B.H. & Kapur, M. (Eds.). *Mathematical problem solving: Yearbook 2009* (pp. 3-13). Singapore: Association of Mathematics Educationand World Scientific.

Kayan, F., & Çakıroğlu, E. (2008). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel problem çözmeye yönelik inançları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 35*(35), 218-226.

Kaytancı N. (1998). *İlköğretim dördüncü sınıf matematik öğretiminde öğrencilere problem çözme ile ilgili kritik davranışları kazandırılmasında öğrenme düzeyinin belirlenmesi.* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Pamukkale Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Denizli.

Keller, J. J. (1990). *Strategy games: Developing positive attitudes and perseverance toward problem solving with fourth graders.* (ERIC Document No. ED323013).

Kelly, D., Nord, C. W., Jenkins, F., Chan, J. Y., & Kastberg, D. (2013). *Performance of US 15-year-old students in mathematics, science, and reading literacy in an ınternational context. First look at PISA 2012 (NCES 2014-024).* U.S. Department of Education. Washington, DC: National Center for Education Statistics.

Kılıç, A. (2009). *İlköğretim 4. sınıf öğrencilerinin rutin olmayan problem çözümlerinde karşılaştıkları zorluklarının incelenmesi.* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Kılıç, S., Çene, E., & Demir, İ. (2012). Türkiye'deki matematik başarısının öğrenme stratejileri açısından 8 ülkeyle karşılaştırılması. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri, 12*(4), 2585-2598.

Kızılkaya, G., & Aşkar, P. (2010). Problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerisi ölçeğinin geliştirilmesi. *Eğitim ve Bilim, 34*(154), 82-92.

Kneeland, S. (2001). *Problem çözme*. (Çev. Kalaycı, N.). Ankara: Gazi Kitabevi.

Koğar, H. T. (2015). PISA 2012 matematik okuryazarlığını etkileyen faktörlerin aracılık modeli ile incelenmesi. *Eğitim ve Bilim, 40*(179), 45.

Kolovou, A., Van den Heuvel-Panhuizen, M., & Bakker, A. (2009). Non-routine problem solving tasks in primary school mathematics textbooks-A needle in a haystack. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education, 8*(2), 31–68.

Korkmaz, E., & Gür, H. (2016). Öğretmen adaylarının problem kurma becerilerinin belirlenmesi. *Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi, 8*(1), 64-74.

Korkut, F. (2002). Lise öğrencilerinin problem çözme becerileri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 22*, 177-184.

Köse, M. (2012). *PISA 2003, 2006 ve 2009 Türkiye Uygulaması matematik ortak maddelerindeki başarıların incelenmesi.* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.

Krulik, S., & Rudnick, J. A. (1989). *Problem solving: A handbook for senior high school teachers.* Boston: Allyn and Bacon.

Lai, Y., Zhu, X., Chen, Y., & Li, Y. (2015). Effects of mathematics anxiety and mathematical metacognition on word problem solving in children with and without mathematical learning difficulties. *Plos ONE, 10*(6), 1-19. doi:10.1371/journal.pone.0130570

Lampert, M. (2001). *Teaching problems and the problems of teaching*. New Haven, CT: Yale University Press.

Laterell, C. M. (2013). *What is problem solving ability?* http://www.lamath.org/journal/Vol1/What_IS_P_S_Ability.pdf'den alınmıştır.

Lee, N. H., Yeo, D. J. S., & Hong, S. E. (2014). A metacognitive-based instruction for Primary Four students to approach non-routine mathematical word problems. *ZDM*, *46*(3), 465-480.

Lescualt, J. M. (2002) *Problem-solving strategies of eighth-grade accelerated mathematics students.* (Unpublished doctoral dissertation). Illınoıs State University.

Lester, F.K., Garofalo, J., & Kroll, D.L. (1989) *The Role of metacognition in mathematical problem solving: a study of two grade seven classes,* (Final Report), Indiana University, Mathematics Education Development Center, Bloomington.

Lew, H. C., Cho, W. Y., Koh, Y., Koh, H. K., & Paek, J. (2012). New challenges in the 2011 revised middle school curriculum of South Korea: mathematical process and mathematical attitude. *ZDM, 44*(2), 109-119.

Liang, X. (2010). Assessment use, self-efficacy and mathematics achievement: comparative analysis of PISA 2003 data of Finland, Canada and the USA. *Evaluation & Research in Education*, *23*(3), 213-229.

Lin, S. W., & Tai, W. C. (2015). Latent class analysis of students' mathematics learning strategies and the relationship between learning strategy and mathematical literacy. *Universal Journal of Educational Research*, *3*(6), 390-395.

Lockwood, E., & Gibson, B. R. (2016). Combinatorial tasks and outcome listing: Examining productive listing among undergraduate students. *Educational Studies in Mathematics, 91*(2), 247-270.

Mabilangan, R. A., Limjap, A. A., & Belecina, R. R. (2011). Problem-solving strategies of high school students on non-routine problems: A case study. *Alipato: A Journal of Basic Education, 5,* 23-46

Mahlios, J. (1988). Word problems: Do i add or subtract. *Arithmetic Teacher, 36*(3), 48-52.

Marczyk, G., DeMatteo, D. & Festinger, D. (2005). *Essentials of research design and methodology*. Canada: John Wiley & Sons.

McCrone, S. M., Dossey, J. A., Turner, R., & Lindquist, M. M. (2008). Learning about student's mathematical literacy from PISA 2003. *Mathematics Teacher, 102*(1), 34-39.

McCrone, S.S. & Dossey, J.A. (2007). Mathematical literacy- It's become fundemantel. *Principal Leadership, 7*(5), 32-37.

McIntosh, B. (2011). *Shifting attentions in mathematics: Developing problem solving abilities through problem-solving groups.* (Unpublished master's thesis). The University of Manitoba,Canada.

Meier, S. L. (1992). Evaluating problem-solving processes. *Mathematics Teacher, 85*(8), 664-666.

Memnun, D. S. (2015). Ortaokul öğrencilerinin matematik problemine ilişkin sahip oldukları metaforlar ve bu metaforların sınıf düzeylerine göre değişimi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi, 9*(1), 351-374.

Miles, M.B., & Huberman A.M. (1994). *Qualitative data analiysis* (2th ed.). London New Delhi: Sage Publication.

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2009). *İlköğretim matematik dersi öğretim programı ve kılavuzu.* Ankara: MEB Basımevi.

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2011). *PISA Türkiye*. Ankara: MEB Basımevi.

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2013a). *Ortaokul matematik dersi 5-8. sınıflar öğretim programı.* Ankara: MEB Talim Terbiye Başkanlığı Yayınları.

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2013b). *Ortaokul matematik uygulamaları dersi 5-8. sınıflar öğretim programı.* Ankara: MEB Talim Terbiye Başkanlığı Yayınları.

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (b.t.). PISA Değerlendirme Broşürü http://yegitek.meb.gov.tr/dosyalar/pisa/PISA_Brosur.pdf'den alınmıştır.

Montague, M., & Applegate, B. (2000). Middle school students' perceptions, persistence, and performance in mathematical problem solving. *Learning Disability Quarterly, 23*(3), 215-227.

Montague, M., Warger, C., & Morgan, T. H. (2000). Solve it! Strategy instruction to improve mathematical problem solving. *Learning Disabilities Research & Practice, 15*(2), 110-116.

Moore, R. C. (1994) Making the transition to formal proof. *Educational Studies in Mathematics*, *27*, 249-266.

Muir, T., Beswick, K., & Williamson, J. (2008). "I'm not very good at solving problems": An exploration of students' problem solving behaviours. *The Journal of Mathematical Behavior*, *27*(3), 228-241.

Muyo, M. (2015). *Prizren Eğitim Fakültesi öğrencilerinin matematik okuryazarlığı problemlerini çözme becerilerinin geliştirilmesi*. (Yayımlanmamış doktora tezi). Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Balıkesir.

Nahornick, A. (2014). *The effect of group dynamics on high-school students' creativity and problem-solving strategies with investigative open-ended non-routine problems.* (Unpublished doctoral dissertation). Teachers College, Columbia Unıversıty, Columbia.

Nancarrow M (2004). *Exploration of metacognition and non-routine problem based mathematics instruction on undergraduate student problem-solving success.* (Unpublished doctoral dissertation). The Florida State University, Florida.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: Author. Retrieved from https://www.usi.edu/science/math/sallyk/Standards/Previous/CurrEvStds/index.htm

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and standarts for school mathematics.* Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Neidorf, T. S., Binkley, M., Gattis, K., & Nohara, D. (2006). *Comparing mathematics content in the national assessment of educational progress (NAEP), Trends in ınternational mathematics and science study (TIMSS), and Program for ınternational student assessment (PISA) 2003 Assessments.* Technical Report. NCES 2006-029. National Center for Education Statistics.

Niss, M. 2015. Mathematical competencies and PISA. In K. Stacey & R. Turner (Eds.), *Assessing Mathematical Literacy* (pp. 35-55). Springer International Publishing,.

Novita, R., Zulkardi, Z., & Hartono, Y. (2012). Exploring primary student’s problem-solving ability by doing tasks like PISA's question. *Journal on Mathematics Education*, *3*(2), 133-150.

O'Connell, S. (2000). *Introduction to problem solving: Strategies for the elementary math classroom*. Westport, CT: Heinemann Publishing.

Oğuz, V., & Akyol, A. K. (2015). Problem çözme becerisi ölçeği (PÇBÖ) geçerlik ve güvenirlik çalışması. *Cukurova University Faculty of Education Journal*, *44*(1), 105-122.

Okur, S. (2008). *Students' strategies, episodes and metacognitions in the context of PISA 2003 mathematical literacy items.* (Unpublished master's thesis). Orta Doğu Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Olkun, S., Şahin, Ö., Akkurt, Z., Dikkartın, F. T., & Gülbağcı, H. (2009). Modelleme yoluyla problem çözme ve genelleme: İlköğretim öğrencileriyle bir çalışma. *Eğitim ve Bilim, 34*(151), 65-73.

Olkun, S., & Toluk, Z. (2004). *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi.* Ankara: Anı Yayıncılık, Ertem Matbaacılık.

Olkun, S., & Toluk-Uçar, Z. (2006). *İlköğretimde matematik öğretimine çağdaş yaklaşımlar*. Ankara: Ekinoks Eğitim Danışmanlık.

Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD). (2002). *Sample Tasks from the PISA 2000 Assessment: Reading, Mathematical and Scientific Literacy.* Paris: OECD Publishing.

Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD). (2003). *The PISA 2003 assessment framework: Mathematics, reading, science, problem solving knowledge and skills.* Paris: OECD Publishing.

Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD). (2005). *PISA 2003 data analysis manual.* Paris: OECD.

Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD). (2009). *Learning mathematics for life: a perspective from PISA.* Paris:  OECD Publishing.

Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD). (2013a). *PISA 2012 results: what students know and can do – student performance in mathematics, reading and science (Volume I).* Paris: OECD Publishing. http://dx.doi.org/10.1787/9789264201118-en

Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD). (2013b). *PISA 2012 assessment and analytical framework: Mathematics, reading, science, problem solving and financial literacy*. Paris: OECD Publishing. http://dx.doi.org/10.1787/9789264190511-en

Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD). (2014). PISA 2012 Results in Focus What 15-year-olds know and what they can do with what they know . Retrieved from http://www.oecd.org/pisa/keyfindings/pisa-2012-results-overview.pdf.

Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD). (2016). *PISA 2015 results (Volume I): Excellence and equity in education.* Paris: OECD Publishing. http://dx.doi.org/10.1787/9789264266490-en

Orton,W., & Wain,G. (1994). Language and mathematics. In A. Orton & G. Wain (Eds.), *Issues in teaching mathematics*. New York: Cassell.

Otacıoğlu, S. G. (2007). Eğitim fakültelerinin farklı branşlarında eğitim alan öğrencilerin problem çözme beceri düzeylerinin karşılaştırılması.*Eurasian Journal of Educational Research (EJER)*, *29*, 73-83.

Özcan, M. F. (2005). *İlköğretim 2. kademede 6-7-8. sınıf öğrencilerinin problem çözme stratejileri ve matematiksel modellemenin problem çözmedeki yeri ve önemi.* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Özdemir, F. (2010). *PISA 2003'de genel lise öğrencileri ve kanuni lisesi öğrencilerinin matematik başarısını etkileyen faktörlerin incelenmesi.* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.

Özer, Y. (2009). *Uluslararası öğrenci değerlendirme programı (PISA) verilerine göre Türk öğrencilerin matematik ve fen bilimleri başarıları ile ilişkili faktörler.*

(Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.

Özgen, K., & Bindak, R. (2008). Matematik okuryazarlığı öz-yeterlik ölçeğinin geliştirilmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, *16*(2), 517-528.

Özkan, Y. Ö., & Güvendir, M. A. (2014). Öğrencilerin sosyoekonomik özellikleri ile matematik başarıları arasındaki ilişki: PISA ve ÖBBS karşılaştırması. *International Online Journal of Educational Sciences, 6*(3), 776-789.

Özmen, Z.M., Taşkın, D., & Güven, B. (2012). İlköğretim 7.sınıf matematik öğretmenlerinin kullandıkları problem türlerinin belirlenmesi. *Eğitim ve Bilim, 37*(165), 243-261.

Özsoy, G. (2005). Problem çözme becerisi ile matematik başarısı arasındaki ilişki. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi, 25*(3), 179-190.

Özturk, T., & Güven, B. (2016). Evaluating students' beliefs in problem solving process: A case study. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education, 12*(2), 411-429.

Pajares, F. (1996). Self-efficacy beliefs and mathematical problem-solving of gifted students. *Contemporary Educational Psychology, 21*(4), 325-344.

Pajares, F., & Kranzler, J. (1995). Self-efficacy beliefs and general mental ability in mathematical problem-solving. *Contemporary Educational Psychology, 20*(4), 426-443.

Pala, N. M. (2008). *PISA 2003 sonuçlarına göre öğrenci ve sınıf özelliklerinin matematik okuryazarlığına ve problem çözmeye etkisi.* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Balıkesir.

Pehlivan, F. C. (2011). *Matematik problemlerinin çözümünde öğretmen adaylarının kullandıkları stratejilerin ve gösterim şekillerinin analizi.* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Pilten, P. (2008). *Üstbiliş stratejileri öğretiminin ilköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme becerilerine etkisi.* (Yayınlanmamış Doktora Tezi). Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Polya, G. (1981). Mathematical discovery. New York: John Wiley& Sons.

Polya, G. (1985) , *How to solve it?* (2th ed.). USA: Princton Universty Press.

Polya, G. (1990). *How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method.* (Çev. Halatçı, F.) İstanbul: Sistem Yayıncılık.

Posamentier, A. S. (2009). Problem solving: Building strategic competence. Professional development series. *Sadlier, 14*, 1-12.

Posamentier, A. S. & Krulik, S. (2009). *Problem solving in mathematics, grades 3–6: Powerful strategies to deepen understanding*. CA: Corwin.

Pugalee, D. K. (2004). A comparison of verbal and written descriptions of students' problem solving processes. *Educational Studies in Mathematics,55*(1-3), 27-47.

Ramirez, G., Chang, H., Maloney, E. A., Levine, S. C., & Beilock, S. L. (2016). On the relationship between math anxiety and math achievement in early elementary school: the role of problem solving strategies. *Journal Of Experimental Child Psychology, 141*, 83-100.

Ramnarain, U. (2014). Empowering educationally disadvantaged mathematics students through a strategies-based problem solving approach. *The Australian Educational Researcher, 41*(1), 43-57.

Reçber, H. (2012). *Türkiye 8. sınıf matematik ders kitabındaki etkinliklerin bilişsel düzeylerinin programdakilerle ve ülkeler arası karşılaştırılması*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Reys R. E., Lindquist, M. M., Lambdin, D. V., Smith, N., & Suydam, M. N. (2007). *Helping children learn mathematics* (8th ed.). New York: John Wiley & Sons.

Rose, T. D. (1991). *Strategies and skills used by middle school students during the solving of non-routine mathematics problems*. (Unpublished doctoral dissertation). University of Tennessee.

Sáenz, C. (2009). The role of contextual, conceptual and procedural knowledge in activating mathematical competencies (PISA). *Educational Studies in Mathematics*, *71*(2), 123-143.

Santos Trigo, M. (1998). Instructional qualities of a s[illegible]ul mathematical problem solving class. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *29*(5), 631-646.

Saracaloğlu, A. S., Serin, O., & Bozkurt, N. (2001). Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü öğrencilerinin problem çözme becerileri ile başarıları arasındaki ilişki. *M.Ü. Atatürk Eğitim Fakültesi Eğitim Bilimleri Dergisi, 14*, 121-134.

Savran, N. Z. (2004). PISA projesi'nin Türk Eğitim sistemi açısından değerlendirilmesi. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi, 2*(4), 397-414.

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. New York: Academic press.

Schoenfeld, A. H. (1999). Looking toward the 21st century: Challenges of educational theory and practice. *Educational Researcher*, *28*(7), 4-14.

Seçil, Ö. S. (2000). *Onuncu sınıf öğrencilerinin geometri problemleri çözme stratejilerine yönelik bir çalışma.* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Ortadoğu Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Seis, A. (2011). *6.-8. sınıf matematik ders kitaplarının PISA 2003 belirsizlik ölçeğine göre incelenmesi*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bolu.

Soylu, Y., & Soylu, C. (2006). Matematik derslerinde başarıya giden yolda problem çözmenin rolü. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *7*(11), 97-111.

Soytürk, İ. (2011). *Sınıf öğretmeni adaylarının matematik okuryazarlığı öz-yeterlikleri ve matematiksel problem çözmeye yönelik inançlarının araştırılması.* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, İstanbul.

Stacey, K. (2012). *The international assessment of mathematical literacy: PISA 2012 framework and items*. Paper presented at the 12th International Congress on Mathematical Education, 8-15 July, COEX Seoul, Korea.

Stacey, K., & Turner, R. (2015). *Assessing mathematical literacy: The PISA experience*. New York, NY: Springer.

Stanic, G., & Kilpatrick, J. (1988). Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. In R. I. Charles & E. A. Silver (Eds.), *The teaching and assessing of mathematical problem solving* (pp. 1–22). Reston, VA: NCTM.

Stevens, M. (1998). *Sorun çözümleme*. (Çev. Çimen, A.). İstanbul: Timaş Yayınları.

Sulak, S. (2005). *İlköğretim matematik dersinde problem çözme stratejilerinin problem çözme başarısına etkisi.* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Selçuk Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Konya.

Sulak, S. (2010). Effect of problem solving strategies on problem solving achievement in primary school mathematics. *Procedia-Social and Behavioral Sciences, 9*, 468-472.

Şahin, A. A. (2007). *13-14 yaş grubu öğrencilerinin problem çözme stratejilerinin belirlenmesi.* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Balıkesir.

Tall, D. (1993). *Students difficulties in calculus.* In Proceedings of Working Group 3 on Students Difficulties in Calculus, ICME-7 1992, Québec, Canada (pp. 13–28). Retrieved from http://www.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/pdfs/dot1993k-calculus-wg3-icme.pdf

Taş, U. E., Arıcı, Ö., Ozarkan, H. B., & Özgürlük, B. (2016). *PISA 2015 ulusal raporu*. Ankara: MEB.

Taşkın, D., Aydın, F., Akşan, E., & Güven, B. (2012). Ortaöğretim öğrencilerinin problem çözmeye yönelik inanç ve öz-yeterlilik algıları ile rutin ve rutin olmayan problemlerdeki başarıları arasındaki ilişkinin incelenmesi. *e-Journal of New World Sciences Academy, 7*(1), 50-61.

Taşpınar, Z. (2011). *İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin matematik dersinde kullandıkları problem çözme stratejilerinin belirlenmesi.* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Taylan, S. (1990). *Heppner'in problem çözme envanterinin uyarlama güvenirlik ve geçerlik çalışmaları*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Ankara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.

Temel, H. (2012). *İlköğretim 4-8 fen ve teknoloji ve matematik öğretim programlarının fen ve matematik entegrasyonuna göre incelenmesi.* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Eğtim Bilimleri Enstitüsi, Bolu.

Temel, H. (5-8 Mayıs 2016). Sınıf öğretmen adayları ile matematik öğretmen adaylarının problem çözme beceri düzeylerinin matematik okuryazarlık öz yeterlilik düzeylerini yordama gücü. VIII. Uluslararası Eğitim Araştırmaları Kongresinde sunuldu, Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi, Çanakkale.

Tertemiz, N., Çelik, Ö., & Doğan, S. (2014). Sınıf öğretmeni adaylarının öğrenme stillerine göre kullandıkları problem çözme stratejileri. *Gazi Üniversitesi Endüstriyel Sanatlar Eğitim Fakültesi Dergisi, 33*, 9-23.

Toptaş, V. (2015). Matematiksel dile genel bir bakış. *International Journal Of New Trends in Arts, Sports & Science Education,4*(1), 18-22.

Tout, D., & Gal, I. (2015). Perspectives on numeracy: reflections from international assessments. *ZDM Mathematics Education, 47*(4), 691-706. doi:10.1007/s11858-015-0672-9.

Tout, D., & Spithill, J. (2015). The challenges and complexities of writing items to test mathematical literacy. In Stacey, K & Turner, R. (Eds.), *Assessing mathematical literacy: the PISA experience*. (pp. 145–171). Springer International Publishing.

Ulu, M. (2008). *Sınıf öğretmeni, sınıf öğretmeni adayı ve 5. sınıf öğrencilerinin dört işlem problemlerini çözmede kullandıkları stratejilerin karşılaştırılması.* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Afyon Kocatepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Afyonkarahisar.

Ulu, M. (2011). *İlköğretim 5. Sınıf öğrencilerinin rutin olmayan problemlerde yaptıkları hataların belirlenmesi ve giderilmesine yönelik bir uygulama.* (Yayımlanmamış doktora tezi). Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Umay, A. (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *24*, 234-243.

Ural, A. (16-18 Mayıs 2014). *8. sınıf öğrencilerinin rutin olmayan problemler karşısında kullandıkları stratejiler*. International Conference on Education in Mathmetics, Science & Technology (ICEMST 2014) kogresinde sunuldu, Konya.

Usta, H. G. (2014). *PISA 2003 ve PISA 2012 Matematik okuryazarlığı üzerine uluslararası bir karşılaştırma: Türkiye ve Finlandiya*. (Yayınlanmamış doktora tezi). Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Uysal, E. (2009). *İlköğretim sekizinci sınıf öğrencilerinin matematik okuryazarlık başarı düzeyi.* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Eskişehir.

Uysal, E., & Yenilmez, K. (2011). Sekizinci sınıf öğrencilerinin matematik okuryazarlığı düzeyi. *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi, 12*(2), 1-15.

Uysal, O. (2007). *İlköğretim II. kademe öğrencilerinin matematik dersine yönelik problem çözme becerileri, kaygıları ve tutumları arasındaki ilişkilerin değerlendirilmesi.* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Uzoğlu, M., & Bozdoğan, A. E. (2015). Investigation of primary school students' attitudes toward tablet computers according to different variables. *International Journal of Human Sciences, 12*(1), 539-553.

Ünal, M., & Aral, N. (2014). Fen eğitiminde problem çözme testinin geliştirilmesi: Geçerlik ve güvenirlik çalışmaları. *Eğitim ve Bilim, 39*(176), 267-278.

Van De Walle, J.A. (2001). *Elementary and middle school mathematics* (4th ed.). New York: Longman.

Verschaffel, L., De Corte, E., Lasure, S., Van Vaerenbergh, G., Bogaerts, H., & Ratinckx, E. (1999). Learning to solve mathematical application problems: A design experiment with fifth graders. *Mathematical Thinking and Learning, 1*(3), 195-229.

Vilenius -Tuohimaa, P. M., A

mathematical word problems and reading comprehension. *Educational Psychology*, *28*(4), 409-426.

Walsh, W. B., & Betz, N. E. (1995). *Tests and assessment*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, Inc.

Wardono, Waluya, S. B., Scolastika, M., & Candra, D. (2016). Mathematics Literacy on Problem Based Learning with Indonesian Realistic Mathematics Education Approach Assisted E-Learning Edmodo. In *Journal of Physics: Conference Series*, 693(1), 1-10. IOP Publishing.

Wheater, R., R. Ager, B. Burge, and J. Sizmur. (2014). *Achievement of 15-year-olds in England: PISA 2012 national report (OECD Programme for International Student Assessment). December 2013 – revised April 2014.* Retrieved from https://www.gov.uk/government/uploads/system/uploads/attachment_data/ file/299658/programme-for-international-student-assessment-pisa-2012-national-report-forengland.pdf

Williams, K. M. (2003). Writing about the problem-solving process to improve problem-solving performance. *The Mathematics Teacher*, *96*(3), 185-187.

Woodward, J., Beckmann, S., Driscoll, M., Franke, M., Herzig, P., Jitendra, A., … & Ogbuehi, P. (2012). *Improving mathematical problem solving in grades 4 through 8: A practice guide (NCEE 2012-4055)*. Washington, DC: National Center for Education

Evaluation and Regional Assistance, Institute of Education Sciences, U.S. Department of Education. Retrieved from http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED532215.pdf

Yalçın, S. (2011). *Türk öğrencilerin PISA başarı düzeylerinin veri zarflama analizi ile yıllara göre karşılaştırılması*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Yavuz, E. (2014). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının pısa'da tanımlanan problem çözme süreç yeterliliklerinin belirlenmesi.* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Yavuz, G. (2006). *Dokuzuncu sınıf matematik dersinde problem çözme strateji öğretiminin duyuşsal özellikler ve erişiye etkisi.* (Yayınlanmamış doktora tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Yazgan, Y. (2002) . *İlköğretim dördüncü ve beşinci sınıf öğrencilerinin problem çözme stratejilerini kullanabilme düzeyleri üzerine bir çalışma.* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bursa.

Yazgan, Y. (2007). Dördüncü ve beşinci sınıf öğrencilerinin rutin olmayan problem çözme stratejileriyle ilgili gözlemler. *İlköğretim Online, 6*(2), 249-263.

Yazgan, Y. (2015). Sixth graders and non-routine problems: Which strategies are decisive for success?. *Educational Research and Reviews, 10*(13), 1807-1816.

Yazgan, Y., & Bintaş, J. (2005). İlköğretim dördüncü ve beşinci sınıf öğrencilerinin problem çözme stratejilerini kullanabilme düzeyleri: Bir öğretim deneyi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 28*, 210-218.

Yenice, N. (2012). Öğretmen adaylarinin öz-yeterlik düzeyleri ile problem çözme becerilerinin incelenmesi. *Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi, 11*(39), 36-58.

Yeşilova, Ö. (2013). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecindeki davranışları ve problem çözme başarı düzeyleri.* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Yıkmış, A. (1999). *Zihin engelli çocuklara temel toplama ve çıkarma işlemlerinin kazandırılmasında etkileşim ünitesi ile sunulan bireyselleştirilmiş öğretim materyalinin etkililiği.* (Yayımlanmamış doktora tezi). Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

Yıldırım, A. (1999). Nitel araştırma yöntemlerinin temel özellikleri ve eğitim araştırmalarındaki yeri ve önemi. *Eğitim ve Bilim*, *23*(112), 7-17.

Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2013). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yıldırım, S. (2011). Öz-yeterlik, içe yönelik motivasyon, kaygı ve matematik başarısı: Türkiye, Japonya ve Finlandiya'dan bulgular. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi, 5*(1), 277-291.

Yıldız, A., Baltacı, S., Kurak, Y., & Güven, B. (2012). Üstün yetenekli ve üstün yetenekli olmayan 8. sınıf öğrencilerinin problem çözme stratejilerini kullanma durumlarının incelenmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *25*(1), 123-143.

Yılmaz, E. T. (2006). *Uluslararası öğrenci başarı değerlendirme programı (PISA)'nda Türkiye'deki öğrencilerin matematik başarılarını etkileyen faktörler incelenmesi.* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.

Yiğit, S. (2010). *PISA matematik alt test sorularına verilen cevapların bazı faktörlere göre incelenmesi (Kocaeli-Kartepe örneği).* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Sakarya Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Sakarya.

Zhu, Z. (2007). Gender differences in mathematical problem solving patterns: A review of literature. *International Education Journal*, *8*(2), 187-203.

Ziya, E. (2008). *Uluslararası öğrenci başarı değerlendirme programına (PISA 2006) göre türkiye'deki öğrencilerin matematik başarılarını etkileyen bazı faktörler.* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.

Zopluoglu, C. (2014). Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı (PISA) 2012 Türkiye Değerlendirmesi: Matematik. http://s3.amazonaws.com/academia.edu.documents/32984866/PISA_TURKIYE_DEGERLENDIRMESI_12-24.pdf?AWSAccessKeyId=AKIAIWOWYYGZ2Y53UL3A&Expires=1485851709&Signature=yjPrAcrLxwxmJs5uPZheWv53RbY%3D&response-content-disposition=inline%3B%20filename%3DUluslararasi_Ogrenci_Degerlendirme_Progr.pdf'den alınmıştır.

# EKLER

## Ek 1: İzin Yazıları

T.C.
ÇANAKKALE VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

**Sayı** : 60305806-44-E.11905511 19.11.2015
**Konu:** Anket Çalışması

MİLLİ EĞİTİM MÜDÜRLÜĞÜNE
ÇANAKKALE

İlgi : Uludağ Üniversitesi Rektörlüğü Genel Sekreterliğinin 10/11/2015 tarihli ve 35524 sayılı yazısı.

Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı Doktora Öğrencisi Hasan TEMEL tarafından "Problem Çözme Stratejilerinin Matematiksel Süreç Becerilerine Göre Sınıflandırılması" konulu tez çalışması kapsamında, ekli listede belirtilen tarihler arasında, Çanakkale merkez ilçede bulunan Gazi Ortaokulu ve Turgut Reis Ortaokulunda öğrenim gören öğrencilere yönelik ders anlatımı ve anket yapılma isteği ilgi yazısıyla teklif edilmekte olup; Müdürlüğümüz Anket-Araştırma İnceleme Komisyonunca incelenerek uygun görülmüştür.

Makamlarınızca da uygun görüldüğü takdirde, Olurlarınıza arz ederim.

Işıl KORKMAZ
Şube Müdürü

OLUR
19.11.2015

Zülküf MEMİŞ
Milli Eğitim Müdürü

Ek :
1-Komisyon Raporu ( 01 adet - 01sayfa)
2- Çalışma Takvimi (01 adet - 03 sayfa)

Güvenli Elektronik İmzalı
Aslı İle Aynıdır.
20.11./20.15
Nusret GERCİK
VHKİ

Milli Eğitim Müdürlüğü Ek Bina
Elektronik Ağ: stratejigelistirme17@meb.gov.tr

Ayrıntılı bilgi için: Özgür AYDIN
Tel: 0286 212 94 55-115

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. http://evraksorgu.meb.gov.tr adresinden 1dac-dc39-3ca4-8308-6b69 kodu ile teyit edilebilir.

FORM: 2

T.C.
MİLLİ EĞİTİM BAKANLIĞI

ARAŞTIRMA DEĞERLENDİRME FORMU

| ARAŞTIRMA SAHİBİNİN | |
|---|---|
| Adı Soyadı | Hasan TEMEL |
| Kurumu / Üniversitesi | Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü |
| Araştırma yapılacak iller/ilçeler | Çanakkale Merkez |
| Araştırma yapılacak eğitim kurumu ve kademesi | Ortaokul |
| Araştırmanın konusu | "Problem Çözme Stratejilerinin Matematiksel Süreç Becerilerine Göre Sınıflandırılması" |
| Üniversite / Kurum Onayı | Var |
| Araştırma/Proje/Ödev/Tez Önerisi | Tez Çalışması |
| Veri Toplama Araçları | Ön Test/ Son Test Anket Uygulama ve Ders Anlatımı |
| Görüş İstenilecek Birim/Birimler | Ortaokul Öğrencileri |
| KOMİSYON GÖRÜŞÜ | |
| UYGUNDUR | |
| Komisyon Kararı | Oybirliği ile alınmıştır. |
| Muhalif Üyenin Adı ve Soyadı: | |

KOMİSYON

13./11/2015
Komisyon Başkanı
Işıl KORKMAZ

Üye
Süheyla H. YURDUSEV

Üye
Serçin ÖZTECİK

**Ek 2: Problem Çözme Testi Uzman Değerlendirme Formları**

## UZMAN DEĞERLENDİRME FORMU

Değerli Uzman,

Bu değerlendirme formu aşağıda belirtilen 18 problem için belirlenen problem çözme stratejisiyle çözümünün gerçekleştirilebilmesinin uygunluğunu belirlemek amacıyla hazırlanmıştır. Her bir problemin çözümü için belirtilen problem çözme stratejisiyle çözülebilme durumuna göre, 1-5 arasında puan vererek bu problemin belirtilen problem çözme stratejisiyle çözülüp çözülemeyeceğini belirtmeniz beklenmektedir.

1: Kesinlikle uygun değildir.

2: Uygun değildir.

3: Kısmen uygundur

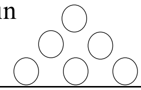
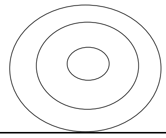
4: Uygundur.

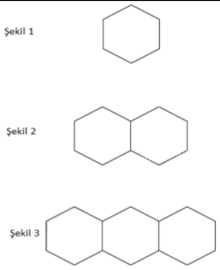
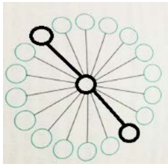
5: Kesinlikle uygundur.

Katkılarınızdan dolayı teşekkür ederim.

Hasan TEMEL

Doktora Öğrencisi

| | Problemler | Önerilen Problem Çözme Stratejisi | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Bir bilgisayar programındaki şifreyi çözmek isteyen hacker, şifrelerin 8 tek sayı kullanılarak 20 sayısının elde edilmesini sağlayan sayı gruplarının olduğunu keşfediyor. 8 tek sayı kullanarak 20'nin elde edilmesini sağlayan tüm şifreler nelerdir? | Sistematik Liste Yapma | | | | | |
| 2 | 1, 2, 3, 4, 5 ve 6 sayılarını şekilde görülen yuvarlakların içine öyle yerleştiriniz ki yuvarlakların oluşturduğu üçgenin kenarlarındaki sayıların toplamı 9 olsun.  | Tahmin ve Kontrol | | | | | |
| 3 | 9 metre derinliğindeki bir kuyunun dibinde bulunan bir kurbağa kuyudan çıkabilmek için çabalamaktadır. Her sıçrayışta 4 metre yükseliyor duvar kaygan olduğu için 1 metre geriye kayıyor. Kurbağa kaçıncı sıçrayışta kuyudan çıkar? | Diyagram Çizme | | | | | |
| 4 | Aşağıdaki şekilde verilen 4 basamaklı merdiven yapımı için 10 tuğla kullanılmıştır. Şekildeki gibi 15 basamaklı merdiven yapılmak isteniyor. Yeni oluşturulacak merdiven için toplam kaç tuğla gerekir?  | Bağıntı (Örüntü) Bulma | | | | | |
| 5 | Kübra'nın yeni aldığı bisikletinin direksiyonunda ortalama hızı ölçen bir hızölçer bulunmaktadır. Kübra bisikletiyle başka bir semtte bulunan halasına gitmeye karar verir. Kübra halasına vardığında hızölçer ortalama hızını 8 km/s olarak göstermiştir, aynı yolun dönüşünde ise ortalama hızı 10 km/s olarak göstermektedir. Dönüş süresi 4 saat sürdüğüne göre, Kübra'nın gidiş süresi ne kadardır? | Değişken Kullanma | | | | | |
| 6 | Ayşe oyuncaklarını kutulara koymak için bir oyuncakçı dükkânından kutular almıştır. Ayşe'nin aldığı büyük kutuların içerisinde iki orta boy kutu, orta boy kutuların her birinin içerisinde ise iki küçük boy kutu bulunmaktadır. Ayşe bu dükkândan 5 adet büyük boy kutu aldığına göre Ayşe'nin toplamda kaç kutusu olmuştur? | Basitleştirme | | | | | |
| 7 | Bir lokanta sahibi yemek yiyen müşterilerine, hesap ödemesi yapılırken; "Kasanın içine bak ne kadar para varsa kendin de o kadar koy, 2 lira al ve çık" diyor. Dördüncü müşteri kasaya baktığında para olmadığını görüyor. Müşterilerden önce kasada kaç lira vardı? | Geriye Doğru Çalışma | | | | | |
| 8 | Bir marangoz 3 ayaklı tabureler ve 4 ayaklı masalar yapmaktadır. Bir günün sonunda 31 ayak kullanılmışsa, o gün kaç masa ve kaç tabure yapmış olabilir? | Tablo Yapma | | | | | |
| 9 | Beş araba bir yarışa katılmıştır. Yarışa katılan arabaların üzerindeki numaralar şu şekildedir:<br>1733, 5824, 9762, 6465, 7525<br>- En büyük numaralı araba yarışı en son bitirmiştir.<br>- 1. olan arabayla, 2. olan arabaların basamaklarındaki rakamların toplamı aynıdır.<br>- 3. ve 4. olan arabaların birler basamağındaki rakam tektir.<br>- 2. ve 3. olan arabaların numaraları 5'e bölünebilmektedir.<br>Verilen bilgilere göre arabalar yarışı hangi sırada bitirmiştir? | Muhakeme Etme | | | | | |
| 10 | Şekildeki atış levhasına üç atış yapan bir kişi her seferinde hedefleri vurduğuna göre kaç değişik toplam puan elde etmiş olur?  | Sistematik Liste Yapma | | | | | |
| 11 | 8-A sınıfının bilgi yarışması takımı, 3 veya 5 puanlık 12 soruyu doğru cevaplayarak 44 puan aldılar. Bilgi yarışması takımı 5 puanlık kaç soruya doğru cevap vermiştir? | Tahmin ve Kontrol | | | | | |
| 12 | Erkin'in plastikten yapılmış dairesel raya sahip bir oyuncak treni vardır. Bu rayın etrafında birbirine eşit mesafede 6 adet istasyon bulunmaktadır. Tren, 1. istasyonla (başlangıç istasyonu) 3. İstasyon arasındaki mesafeyi 12 saniyede almaktadır. Aynı hızla tren bir turu ne kadar zamanda tamamlar? | Diyagram Çizme | | | | | |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 13 | Şekil 1'de verilen düzgün altıgenin bir kenarının uzunluğu 1 cm dir. Şekil 2'de yan yana birleştirilen iki altıgenin çevresinin uzunluğu ise 10 cm, şekil 3'teki yan yana birleştirilen 3 altıgenin çevresinin uzunluğu ise 14 cm dir. Eğer biz 7 tane altıgeni şekillerde gösterildiği gibi birleştirseydik oluşan şeklin kenar uzunluğu kaç cm olurdu   | Bağıntı (Örüntü) Bulma | | | | | |
| 14 | 5, 7 ve 11 sayılarıyla orantılı olan üç sayının toplamı 207'dir. Her bir sayıyı bulunuz | Değişken Kullanma | | | | | |
| 15 | 1'den 19'a kadar olan sayıları aşağıda verilen 19 dairenin içerisine öyle bir yerleştirin ki bir doğrultudaki her 3 sayının toplamı aynı sonucu versin. (Şekilde koyu olarak işaretlenenler bir doğrultuyu ifade etmektedir.)  | Basitleştirme | | | | | |
| 16 | Yüksekten bırakılan plastik bir top, her seferinde düştüğü yüksekliğin $\frac{3}{5}$'ü kadar yükseliyor. Beşinci sıçrayışta 81 cm yükseldiğine göre, top kaç metre yüksekten bırakılmıştır? | Geriye Doğru Çalışma | | | | | |
| 17 | Bir firma, satıcılarından 5-10 ürün arasında satanlara 5 lira, 10'dan fazla satanlara sattıkları her ürün için 2 lira fazladan prim veriyor ve 5'ten az satanlara da hiç prim vermiyor. Bir günün sonunda 11 lira prim alan bir satıcı o gün kaç ürün satmıştır? | Tablo Yapma | | | | | |
| 18 | İlker, Naci ve Alper isimli 3 koşucu stadyuma doğru koşuyorlar. İlker daima doğru söyler. Naci bazen doğru söyler. Alper ise hiç doğru söylemez. Koşucuların adlarını tespit ediniz.   | Muhakeme Etme | | | | | |

# UZMAN DEĞERLENDİRME FORMU

Değerli Uzman,

Bu değerlendirme formu aşağıda belirtilen 18 problemin 8.sınıf öğrencilerin (15 yaş grubu) düzeyine uygunluğunu belirlemek amacıyla hazırlanmıştır. Her bir problemin 8. sınıf düzeyindeki öğrencilerin seviyelerine uygunluğunu, 1-5 arasında puan vererek belirtmeniz beklenmektedir.

1: Kesinlikle uygun değildir.

2: Uygun değildir.

3: Kısmen uygundur

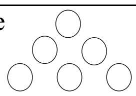
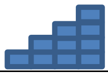
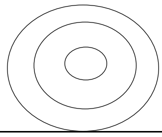
4: Uygundur.

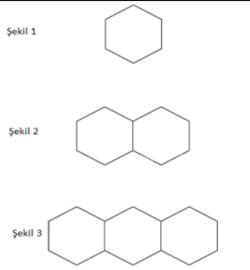
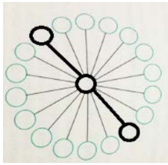
5: Kesinlikle uygundur.

Katkılarınızdan dolayı teşekkür ederim.

Hasan TEMEL

Doktora Öğrencisi

| | Problemler | 8. Sınıf Düzeyine Uygunluğu | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | Bir bilgisayar programındaki şifreyi çözmek isteyen hacker, şifrelerin 8 tek sayı kullanılarak 20 sayısının elde edilmesini sağlayan sayı gruplarının olduğunu keşfediyor. 8 tek sayı kullanarak 20'nin elde edilmesini sağlayan tüm şifreler nelerdir? | | | | | |
| 2 | 1, 2, 3, 4, 5 ve 6 sayılarını şekilde görülen yuvarlakların içine öyle yerleştiriniz ki yuvarlakların oluşturduğu üçgenin kenarlarındaki sayıların toplamı 9 olsun.  | | | | | |
| 3 | 9 metre derinliğindeki bir kuyunun dibinde bulunan bir kurbağa kuyudan çıkabilmek için çabalamaktadır. Her sıçrayışta 4 metre yükseliyor duvar kaygan olduğu için 1 metre geriye kayıyor. Kurbağa kaçıncı sıçrayışta kuyudan çıkar? | | | | | |
| 4 | Aşağıdaki şekilde verilen 4 basamaklı merdiven yapımı için 10 tuğla kullanılmıştır. Şekildeki gibi 15 basamaklı merdiven yapılmak isteniyor. Yeni oluşturulacak merdiven için toplam kaç tuğla gerekir?  | | | | | |
| 5 | Kübra'nın yeni aldığı bisikletinin direksiyonunda ortalama hızı ölçen bir hızölçer bulunmaktadır. Kübra bisikletiyle başka bir semtte bulunan halasına gitmeye karar verir. Kübra halasına vardığında hızölçer ortalama hızını 8 km/s olarak göstermiştir, aynı yolun dönüşünde ise ortalama hızı 10 km/s olarak göstermektedir. Dönüş süresi 4 saat sürdüğüne göre, Kübra'nın gidiş süresi ne kadardır? | | | | | |
| 6 | Ayşe oyuncaklarını kutulara koymak için bir oyuncakçı dükkânından kutular almıştır. Ayşe'nin aldığı büyük kutuların içerisinde iki orta boy kutu, orta boy kutuların her birinin içerisinde ise iki küçük boy kutu bulunmaktadır. Ayşe bu dükkândan 5 adet büyük boy kutu aldığına göre Ayşe'nin toplamda kaç kutusu olmuştur? | | | | | |
| 7 | Bir lokanta sahibi yemek yiyen müşterilerine, hesap ödemesi yapılırken; "Kasanın içine bak ne kadar para varsa kendin de o kadar koy, 2 lira al ve çık" diyor. Dördüncü müşteri kasaya baktığında para olmadığını görüyor. Müşterilerden önce kasada kaç lira vardı? | | | | | |
| 8 | Bir marangoz 3 ayaklı tabureler ve 4 ayaklı masalar yapmaktadır. Bir günün sonunda 31 ayak kullanılmışsa, o gün kaç masa ve kaç tabure yapmış olabilir? | | | | | |
| 9 | Beş araba bir yarışa katılmıştır. Yarışa katılan arabaların üzerindeki numaralar şu şekildedir:<br>1733, 5824, 9762, 6465, 7525<br>- En büyük numaralı araba yarışı en son bitirmiştir.<br>- 1. olan arabayla, 2. olan arabaların basamaklarındaki rakamların toplamı aynıdır.<br>- 3. ve 4. olan arabaların birler basamağındaki rakam tektir.<br>- 2. ve 3. olan arabaların numaraları 5'e bölünebilmektedir.<br>Verilen bilgilere göre arabalar yarışı hangi sırada bitirmiştir? | | | | | |
| 10 | Şekildeki atış levhasına üç atış yapan bir kişi her seferinde hedefleri vurduğuna göre kaç değişik toplam puan elde etmiş olur?  | | | | | |
| 11 | 8-A sınıfının bilgi yarışması takımı, 3 veya 5 puanlık 12 soruyu doğru cevaplayarak 44 puan aldılar. Bilgi yarışması takımı 5 puanlık kaç soruya doğru cevap vermiştir? | | | | | |
| 12 | Erkin'in plastikten yapılmış dairesel raya sahip bir oyuncak treni vardır. Bu rayın etrafında birbirine eşit mesafede 6 adet istasyon bulunmaktadır. Tren, 1. istasyonla (başlangıç istasyonu) 3. İstasyon arasındaki mesafeyi 12 saniyede almaktadır. Aynı hızla tren bir turu ne kadar zamanda tamamlar? | | | | | |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 13 | Şekil 1'de verilen düzgün altıgenin bir kenarının uzunluğu 1 cm dir. Şekil 2'de yan yana birleştirilen iki altıgenin çevresinin uzunluğu ise 10 cm, şekil 3'teki yan yana birleştirilen 3 altıgenin çevresinin uzunluğu ise 14 cm dir. Eğer biz 7 tane altıgeni şekillerde gösterildiği gibi birleştirseydik oluşan şeklin kenar uzunluğu kaç cm olurdu   | | | | | |
| 14 | 5, 7 ve 11 sayılarıyla orantılı olan üç sayının toplamı 207'dir. Her bir sayıyı bulunuz | | | | | |
| 15 | 1'den 19'a kadar olan sayıları aşağıda verilen 19 dairenin içerisine öyle bir yerleştirin ki bir doğrultudaki her 3 sayının toplamı aynı sonucu versin. (Şekilde koyu olarak işaretlenenler bir doğrultuyu ifade etmektedir.)  | | | | | |
| 16 | Yüksekten bırakılan plastik bir top, her seferinde düştüğü yüksekliğin $\frac{3}{5}$'ü kadar yükseliyor. Dördüncü sıçrayışta 81 cm yükseldiğine göre, top kaç metre yüksekten bırakılmıştır? | | | | | |
| 17 | Bir firma, satıcılarından 5-10 ürün arasında satanlara 5 lira, 10'dan fazla satanlara sattıkları her ürün için 2 lira fazladan prim veriyor ve 5'ten az satanlara da hiç prim vermiyor. Bir günün sonunda 11 lira prim alan bir satıcı o gün kaç ürün satmıştır? | | | | | |
| 18 | İlker, Naci ve Alper isimli 3 koşucu stadyuma doğru koşuyorlar. İlker daima doğru söyler. Naci bazen doğru söyler. Alper ise hiç doğru söylemez. Koşucuların adlarını tespit ediniz.   | | | | | |

**Ek 3: Matematik Okuryazarlık Testi Uzman Değerlendirme Formu**

**UZMAN DEĞERLENDİRME FORMU**

Değerli Uzman,

Ek olarak sizlere sunulan "Matematik Okuryazarlık Testi" 8. sınıf düzeyindeki (15 yaş grubu) öğrencilerin matematik okuryazarlık başarı düzeyini belirlemek amacıyla hazırlanmıştır. Aşağıda, ek olarak sizlere sunulan "Matematik okuryazarlık testindeki" problemlere ilişkin bilgiler bulunmaktadır. Sizlerden, "Matematik okuryazarlık testindeki" problemleri göz önüne alarak her bir problemin 8. sınıf düzeyine, öğrencilerin okuryazarlık düzeyini ortaya koyabilmesine ve geçerli bir kapsama sahip olmasına göre, 1-5 arasında puan vererek bu problemlerin öğrencilerin matematik okuryazarlık düzeylerini ortaya koyabilmesi açısından uygunluğunu belirtmeniz beklenmektedir.

1: Kesinlikle uygun değildir.

2: Uygun değildir.

3: Kısmen uygundur

4: Uygundur.

5: Kesinlikle uygundur.

Katkılarınızdan dolayı teşekkür ederim.

Hasan TEMEL

Doktora Öğrencisi

| Problem Sırası | Problemlere İlişkin Bilgiler | | | | Değerlendirme | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Uygulama Yılı | Problem Adı | Düzey | Konu Alanı | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | 2003 | Döviz Kuru | Düzey 1 | Nicelik | | | | | |
| 2 | 2003 | Döviz Kuru | Düzey 2 | Nicelik | | | | | |
| 3 | 2012 | Fuji Dağı Tırmanışı | Düzey 5 | Nicelik | | | | | |
| 4 | 2003 | İnternette Sohbet | Düzey 3 | Değişim ve İlişkiler | | | | | |
| 5 | 2003 | Kaykay | Düzey 3 | Nicelik | | | | | |
| 6 | 2003 | Kaykay | Düzey 4 | Nicelik | | | | | |
| 7 | 2003 | Marangoz | Düzey 6 | Uzay ve Şekil | | | | | |
| 8 | 2003 | Dışsatım | Düzey 2 | Belirsizlik ve Veri | | | | | |
| 9 | 2003 | Dışsatım | Düzey 4 | Belirsizlik ve Veri | | | | | |
| 10 | 2003 | Test Puanları | Düzey 5 | Belirsizlik ve Veri | | | | | |
| 11 | 2003 | En İyi Araba | Düzey 2 | Değişim ve İlişkiler | | | | | |
| 12 | 2003 | Büyüme | Düzey 4 | Değişim ve İlişkiler | | | | | |
| 13 | 2003 | Merdiven | Düzey 2 | Uzay ve Şekil | | | | | |
| 14 | 2003 | Soygunlar | Düzey 6 | Belirsizlik ve Veri | | | | | |
| 15 | 2003 | Numaralı Küpler | Düzey 3 | Uzay ve Şekil | | | | | |
| 16 | 2012 | Listeler | Düzey 1 | Belirsizlik ve Veri | | | | | |
| 17 | 2012 | Hangi Araba | Düzey 3 | Belirsizlik ve Veri | | | | | |
| 18 | 2012 | Döner Kapı | Düzey 4 | Nicelik | | | | | |
| 19 | 2012 | Döner Kapı | Düzey 6 | Uzay ve Şekil | | | | | |
| 20 | 2003 | Yürüyüş | Düzey 5 | Değişim ve İlişkiler | | | | | |
| 21 | 2003 | Yürüyüş | Düzey 6 | Değişim ve İlişkiler | | | | | |
| 22 | 2000 | Yarış Aracının Sürati | Düzey 1 | Değişim ve İlişkiler | | | | | |
| 23 | 2012 | Garaj | Düzey 1 | Uzay ve Şekil | | | | | |
| 24 | 2012 | Garaj | Düzey 5 | Uzay ve Şekil | | | | | |

**Ek 4: Problem Çözme Testi**

**Adı Soyadı:** **Cinsiyet:** **Sınıf:**

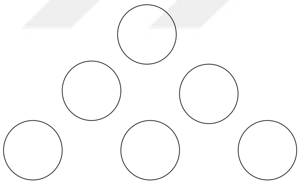
# PROBLEM ÇÖZME TESTİ

## HACKER

1) Bir bilgisayar programındaki şifreyi çözmek isteyen hacker, şifrelerin 8 tek sayı kullanılarak 20 sayısının elde edilmesini sağlayan sayı gruplarının olduğunu keşfediyor. 8 tek sayı kullanarak 20'nin elde edilmesini sağlayan <u>tüm şifreler</u> nelerdir?

## YUVARLAKLARI DOLDURALIM

2) 1, 2, 3, 4, 5 ve 6 sayılarını şekilde görülen yuvarlakların içine öyle yerleştiriniz ki yuvarlakların oluşturduğu üçgenin kenarlarındaki sayıların toplamı 9 olsun.

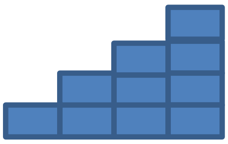


## KUYUDAKİ KURBAĞA

3) 9 metre derinliğindeki bir kuyunun dibinde bulunan bir kurbağa kuyudan çıkabilmek için çabalamaktadır. Her sıçrayışta 4 metre yükseliyor duvar kaygan olduğu için 1 metre geriye kayıyor. Kurbağa kaçıncı sıçrayışta kuyudan çıkar?

## MERDİVEN YAPIMI

4) Aşağıdaki şekilde verilen 4 basamaklı merdiven yapımı için 10 tuğla kullanılmıştır. Şekildeki gibi 15 basamaklı merdiven yapılmak isteniyor. Yeni oluşturulacak merdiven için toplam kaç tuğla gerekir?



## BİSİKLET SÜRÜCÜSÜ KÜBRA

5) Kübra'nın yeni aldığı bisikletinin direksiyonunda ortalama sürati ölçen bir cihaz bulunmaktadır. Kübra bisikletiyle başka bir semtte bulunan halasına gitmeye karar verir. Kübra halasına vardığında cihaz ortalama sürati 8 km/s olarak göstermiştir, aynı yolun dönüşünde ise ortalama sürati 10 km/s olarak göstermektedir. Dönüş süresi 4 saat sürdüğüne göre, Kübra'nın gidiş süresi ne kadardır?

## AYŞE'NİN KUTULARI

6) Ayşe oyuncaklarını kutulara koymak için bir oyuncakçı dükkânından kutular almıştır. Ayşe'nin aldığı büyük kutuların içerisinde iki orta boy kutu, orta boy kutuların her birinin içerisinde ise iki küçük boy kutu bulunmaktadır. Ayşe bu dükkândan 5 adet büyük boy kutu aldığına göre Ayşe'nin toplamda kaç kutusu olmuştur?

## HESAP ÖDEME

7) Bir lokanta sahibi yemek yiyen müşterilerine, hesap ödemesi yapılırken; “Kasanın içine bak ne kadar para varsa kendin de o kadar koy, 2 lira al ve çık” diyor. Dördüncü müşteri kasaya baktığında para olmadığını görüyor. Müşterilerden önce kasada kaç lira vardı?

## MARANGOZ

8) Bir marangoz 3 ayaklı tabureler ve 4 ayaklı masalar yapmaktadır. Bir günün sonunda 31 ayak kullanılmışsa, o gün kaç masa ve kaç tabure yapmış olabilir?

## ARABA YARIŞI

9) Beş araba bir yarışa katılmıştır. Yarışa katılan arabaların üzerindeki numaralar şu şekildedir:

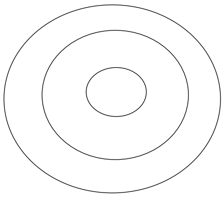
1733 5824 9762 6465 7525

- En büyük numaralı araba yarışı en son bitirmiştir.
- 1. olan arabayla, 2. olan arabaların basamaklarındaki rakamların toplamı aynıdır.
- 3. ve 4. olan arabaların birler basamağındaki rakam tektir.
- 2. ve 3. olan arabaların numaraları 5’e bölünebilmektedir.

Verilen bilgilere göre arabalar yarışı hangi sırada bitirmiştir?

## ATIŞ LEVHASI

10) Şekildeki atış levhasına üç atış yapan bir kişi her seferinde hedefleri vurduğuna göre <u>kaç değişik toplam puan elde etmiş olur</u>?



## BİLGİ YARIŞMASI

11) 8-A sınıfının bilgi yarışması takımı, 3 veya 5 puanlık 12 soruyu doğru cevaplayarak 44 puan aldılar. Bilgi yarışması takımı 5 puanlık kaç soruya doğru cevap vermiştir?

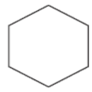

## OYUNCAK TREN

12) Erkin'in plastikten yapılmış dairesel raya sahip bir oyuncak treni vardır. Bu rayın etrafında birbirine eşit mesafede 6 adet istasyon bulunmaktadır. Tren, 1. istasyonla (başlangıç istasyonu) 3. İstasyon arasındaki mesafeyi 12 saniyede almaktadır. Aynı hızla tren bir turu ne kadar zamanda tamamlar?

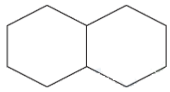
## ALTIGEN BİRLEŞTİRME

13) Şekil 1’de verilen düzgün altıgenin bir kenarının uzunluğu 1 cm dir. Şekil 2’de yan yana birleştirilen iki altıgenin çevresinin uzunluğu ise 10 cm, şekil 3’teki yan yana birleştirilen 3 altıgenin çevresinin uzunluğu ise 14 cm dir. Eğer 7 tane altıgeni şekillerde gösterildiği gibi birleştirseydik oluşan şeklin çevre uzunluğu kaç cm olurdu?

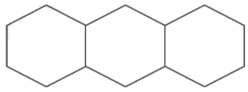
Şekil 1



Şekil 2



Şekil 3

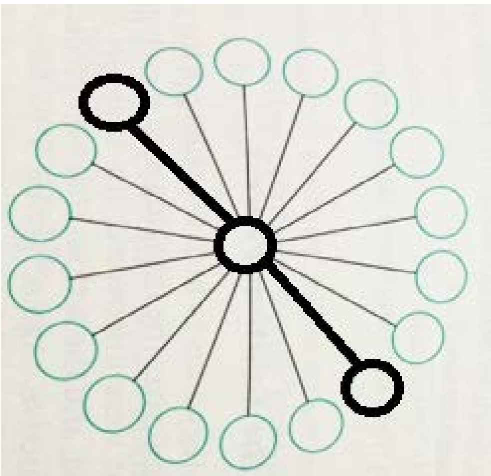


## ORANTILI SAYILAR

14) 5, 7 ve 11 sayılarıyla orantılı olan üç sayının toplamı 207’dir. Her bir sayıyı bulunuz

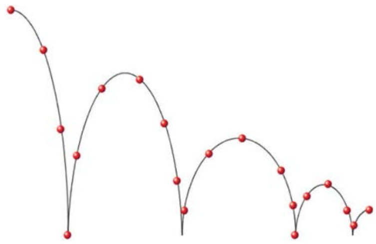
## DAİRE DOLDURMA

15) 1’den 19’a kadar olan sayıları aşağıda verilen 19 dairenin içerisine öyle bir yerleştirin ki bir doğrultudaki her 3 sayının toplamı aynı sonucu versin. (Şekilde koyu olarak işaretlenenler bir doğrultuyu ifade etmektedir.)



## ZIPLAYAN TOP

16) Yüksekten bırakılan plastik bir top, her seferinde düştüğü yüksekliğin $\frac{3}{5}$'ü kadar yükseliyor. Dördüncü sıçrayışta 81 cm yükseldiğine göre, top kaç metre yüksekten bırakılmıştır?



## PRİM

17) Bir firma, satıcılarından 5-10 ürün arasında satanlara 5 lira, 10'dan fazla satanlara sattıkları her ürün için 2 lira fazladan prim veriyor ve 5'ten az satanlara da hiç prim vermiyor. Bir günün sonunda 11 lira prim alan bir satıcı o gün kaç ürün satmıştır?

## BEN KİMİM?

18) İlker, Naci ve Alper isimli 3 koşucu stadyuma doğru koşuyorlar. İlker daima doğru söyler. Naci bazen doğru söyler. Alper ise hiç doğru söylemez. Koşucuların adlarını tespit ediniz.

**Ek 5: Problem Çözme Testi Cevap Anahtarı ve Puanlama Rehberi**

PROBLEM ÇÖZME TESTİ

CEVAP ANAHTARI

---

## HACKER

**Soru 1: HACKER**

***Tam Puan***

Kod 1:

$$20 = \left.\begin{array}{l} 1+1+1+1+1+1+1+13 \\ 1+1+1+1+1+1+3+11 \\ 1+1+1+1+1+1+5+9 \\ 1+1+1+1+1+1+7+7 \\ 1+1+1+1+1+3+3+9 \\ 1+1+1+1+1+3+5+7 \\ 1+1+1+1+1+5+5+5 \\ 1+1+1+1+3+3+3+7 \\ 1+1+1+1+3+3+5+5 \\ 1+1+1+3+3+3+3+5 \\ 1+1+3+3+3+3+3+3 \end{array}\right\} \quad 11$$

***Sıfır Puan***

Kod 0: Diğer yanıtlar ve Boş.

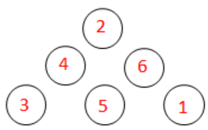
---

## YUVARLAKLARI DOLDURALIM

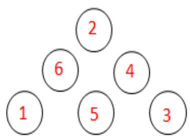
**Soru 2: YUVARLAKLARI DOLDURALIM**

***Tam Puan***

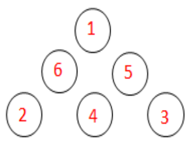
Kod 1:



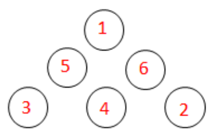

veya



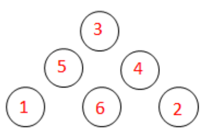

veya



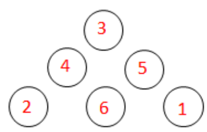

veya




veya




veya




***Sıfır Puan***

Kod 0: Diğer yanıtlar ve Boş.

---

## KUYUDAKİ KURBAĞA

**Soru 3: KUYUDAKİ KURBAĞA**

***Tam Puan***

Kod 1: 3 ya da 3. sıçrayış.

***Sıfır Puan***

Kod 0: Diğer yanıtlar ve Boş.

## MERDİVEN YAPIMI

**Soru 4: MERDİVEN YAIMI**

***Tam Puan***
Kod 1: 120.
***Sıfır Puan***
Kod 0: Diğer yanıtlar ve Boş.

## BİSİKLET SÜRÜCÜSÜ KÜBRA

**Soru 5: BİSİKLET SÜRÜCÜSÜ KÜBRA**

***Tam Puan***
Kod 1: 5 saat (birim gerekli değil)
***Sıfır Puan***
Kod 0: Diğer yanıtlar ve Boş.

## AYŞE'NİN KUTULARI

**Soru 6: AYŞE'NİN KUTULARI**

***Tam Puan***
Kod 1: 35 kutu (birim gerekli değil).
***Sıfır Puan***
Kod 0: Diğer yanıtlar ve Boş.

## HESAP ÖDEME

**Soru 7: HESAP ÖDEME**

***Tam Puan***
Kod 1: 1,75 Lira (birim gerekli değil).
***Sıfır Puan***
Kod 0: Diğer yanıtlar ve Boş.

## MARANGOZ

**Soru 8: MARANGOZ**

***Tam Puan***
Kod 1: 1 Tabure, 7 Masa
5 Tabure, 4 Masa
9 Tabure, 1 Masa
3 durum
***Sıfır Puan***
Kod 0: Diğer yanıtlar ve Boş.

## ARABA YARIŞI

**Soru 9: ARABA YARIŞI**

***Tam Puan***
Kod 1: **1.** 5824, **2.** 7525, **3.** 6465, **4.** 1733, **5.** 9762
***Sıfır Puan***
Kod 0: Diğer yanıtlar ve Boş.

## ATIŞ LEVHASI

**Soru 10: ATIŞ LEVHASI**

***Tam Puan***

Kod 1:

| Atış | Atış | Atış | Toplam Puan | 1 | 5 | 10 | Toplam Puan |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 3 | 3 | 0 | 0 | 3 |
| 5 | 5 | 5 | 15 | 0 | 3 | 0 | 15 |
| 10 | 10 | 10 | 30 | 0 | 0 | 3 | 30 |
| 1 | 1 | 5 | 7 | 2 | 1 | 0 | 7 |
| 1 | 5 | 5 | 11 | 1 | 2 | 0 | 11 |
| 1 | 1 | 10 | 12 | 2 | 0 | 1 | 12 |
| 1 | 10 | 10 | 21 | 1 | 0 | 2 | 21 |
| 5 | 5 | 10 | 20 | 0 | 2 | 1 | 20 |
| 5 | 10 | 10 | 25 | 0 | 1 | 2 | 25 |
| 10 | 5 | 1 | 16 | 1 | 1 | 1 | 16 |

10 farklı toplam puan

***Sıfır Puan***

Kod 0: Diğer yanıtlar ve Boş.

## BİLGİ YARIŞMASI

**Soru 11: BİLGİ YARIŞMASI**

***Tam Puan***

Kod 1: 4 soru veya 5 puanlık 4 soru (Birim gerekli değil).

***Sıfır Puan***

Kod 0: Diğer yanıtlar ve Boş.

## OYUNCAK TREN

**Soru 12: OYUNCAK TREN**

***Tam Puan***

Kod 1: 36 Saniye (birim gerekli değil)

***Sıfır Puan***

Kod 0: Diğer Yanıtlar ve Boş.

## ALTIGEN BİRLEŞTİRME

**Soru 13: ALTIGEN BİRLEŞTRİME**

***Tam Puan***

Kod 1: 30.

***Sıfır Puan***

Kod 0: Diğer Yanıtlar ve Boş.

## ORANTILI SAYILAR

**Soru 14: ORANTILI SAYILAR**

***Tam Puan***

Kod 1: 45, 63, 99

***Sıfır Puan***

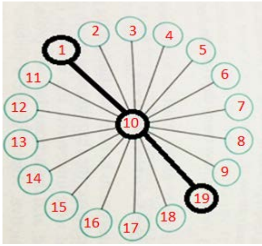
Kod 0: Diğer yanıtlar ve Boş.

## DAİRE DOLDURMA

**Soru 15: DAİRE DOLDURMA**

***Tam Puan***

Kod 1: Şekilde gibi üstteki yuvarlağa sayı kümesindeki en küçük sayı alttaki yuvarlak sayı kümesindeki en büyük sayı olarak doldurulan cevaplar veya üstteki yuvarlak en büyük sayı alttaki yuvarlak en küçük sayı olacak şekilde doldurulan cevaplar.




***Sıfır Puan***

Kod 0: Doğrultulardaki her 3 sayının toplamı eşit olmayan cevaplar ve Boş.

## ZIPLAYAN TOP

**Soru 16: ZIPLAYAN TOP**

***Tam Puan***

Kod 1: 625x5/3 cm veya 6,25x5/3 metre (birim gerekli değil)
veya 1.041,67 cm veya 10,42 metre (birim gerekli değil)

***Sıfır Puan***

Kod 0: Diğer yanıtlar ve Boş.

## PRİM

**Soru 17: PRİM**

***Tam Puan***

Kod 1: 13.

***Sıfır Puan***

Kod 0: Diğer yanıtlar ve Boş.

## BEN KİMİM?

**Soru 18: BEN KİMİM?**

***Tam Puan***

Kod 1:


***Sıfır Puan***

Kod 0: Diğer yanıtlar ve Boş.

**Ek 6: Matematik Okuryazarlık Testi**

**Adı Soyadı:** **Sınıf:**

# MATEMATİK OKURYAZARLIK TESTİ

## DÖVİZ KURU

Singapur"dan Mei-Ling karşılıklı değişim öğrencisi olarak 3 ay süreyle Güney Afrika'ya gitmek için hazırlık yapıyordu. Onun, bir miktar Singapur dolarını (SGD) Güney Afrika para birimi olan randa (GAR) çevirmesi gerekti.

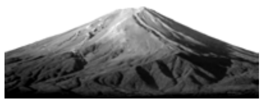
**<u>Soru 1:</u> Mei-Ling, Singapur doları ile Güney Afrika randı arasındaki döviz kuru işlemlerinin şu biçimde olduğunu öğrendi:**
**1 SGD = 4,2 GAR**
**Mei-Ling bu döviz kurundan 3000 Singapur Dolarını Güney Afrika randına çevirdi.**
**Mei-Ling ne kadar Güney Afrika randı aldı?**

**Yanıt: ..................................**

**<u>Soru 2:</u> 3 ay sonra Singapur'a döndüğünde, Mei-Ling'in 3 900 GAR parası kalmıştı. O, döviz kurunun aşağıdaki gibi değiştiğini dikkate alarak bu parayı Singapur dolarına çevirdi:**
**1 SGD = 4,0 GAR**
**Mei-Ling ne kadar Singapur doları aldı?**
……………………………………………………………………………………………………………
……………………………...……………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………….

## FUJİ DAĞI TIRMANIŞI

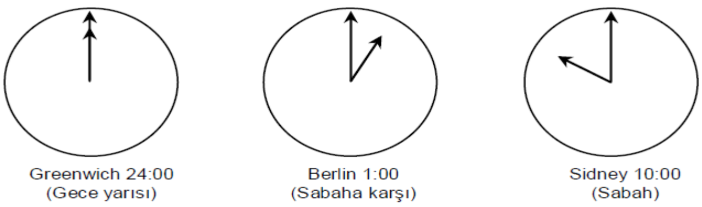
Fuji Dağı Japonya'da bulunan sönmüş bir yanardağdır.
Gotemba şehri ile Fuji Dağı arasındaki yürüyüş yolu uzunluğu yaklaşık 9 kilometre (km)'dir.
**Tolga, Gotemba yolu boyunca yaptığı yürüyüşteki adımlarını hesaplamak için adım ölçer kullanmıştır. Adım ölçer, Tolga'nın bu tırmanışı esnasında 22 500 adım attığını göstermiştir.**



**<u>Soru 3:</u> Gotemba yolundaki 9 km'lik bu yürüyüşü için Tolga'nın ortalama adım mesafesini tahmin ediniz. Yanıtınızı santimetre (cm) cinsinden veriniz.**
Yanıt: .................................................. cm

## İNTERNETTE SOHBET

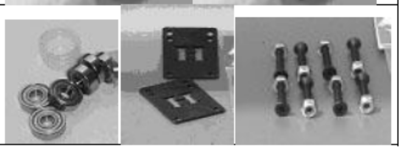
Mark (Avustralya, Sidney'den) ve Hans (Almanya, Berlin'den) internet ortamında "çet" (chat) aracılığıyla haberleşiyorlar. "Sohbet" edebilmeleri için internete aynı saatte bağlanmaları gerekmektedir.
"Sohbet edebilmek" için uygun bir zaman bulabilmek amacıyla, Mark dünya saat çizelgesine bakarak aşağıdakileri öğrendi:




**<u>Soru 4:</u> Sidney'de saat <u>akşam</u> 7:00 iken, Berlin'de saat kaçtır?**

Yanıt : ............................................

## KAYKAY

| Ürün | Zed cinsi fiyat | |
|---|---|---|
| Bütün olarak bir kaykay | 82 ya da 84 |  |
| Kaykay Tahtası | 40, 60 ya da 65 |  |
| Bir tane 4'lü tekerlek seti | 14 ya da 36 |  |
| Bir tane 2'li tekerlek mili seti | 16 |  |
| Bir tane kaykay birleştirme seti (mil yatakları, lastik destek gereçleri, civatalar ve vida somunları) | 10 ya da 20 |  |



Ercan koyu bir kaykay meraklısıdır. Bazı fiyatları öğrenmek için KAYKAYCILAR adlı mağazaya gidiyor.
Bu mağazada bütün halde bir kaykay satın alabilirsiniz. Ya da bir kaykay tahtası, bir tane 4"lü tekerlek seti, bir 2"li tekerlek mili seti ve bir kaykay birleştirme setini satın alabilir ve bunları birleştirerek kendi kaykayınızı yapabilirsiniz.
Mağazanın ürün fiyatları yanda verilmektedir:

**<u>Soru 5:</u> Ercan kendi kaykayını kendisi yapmak istiyor. Parçalar birleştirilerek yapılan kaykay için bu mağazadaki en yüksek fiyat ne olacaktır?**

**En yüksek fiyat:...........................................zed.**

**<u>Soru 6:</u> Mağaza üç farklı kaykay tahtasını, iki farklı tekerlek setini ve iki farklı birleştirme setini satışa sunmuştur. Tekerlek mili seti için yalnızca bir seçenek vardır.**
**Ercan kaç tane farklı kaykay yapabilir?**

A) 6

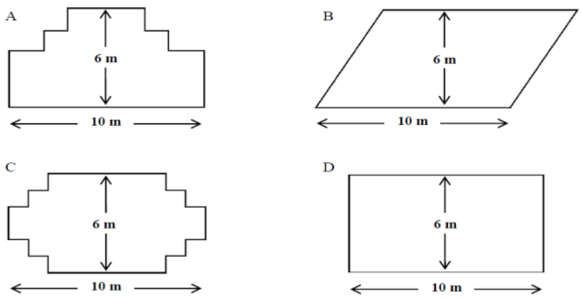
B) 8

C) 10

D) 12

## MARANGOZ

Bir marangozun 32 metrelik tahtası var. O, bahçe ekim alanının çevresine bir sınır çizgisi yapmak istiyor. Bahçe ekim alanı için aşağıdaki tasarımları düşünmektedir.

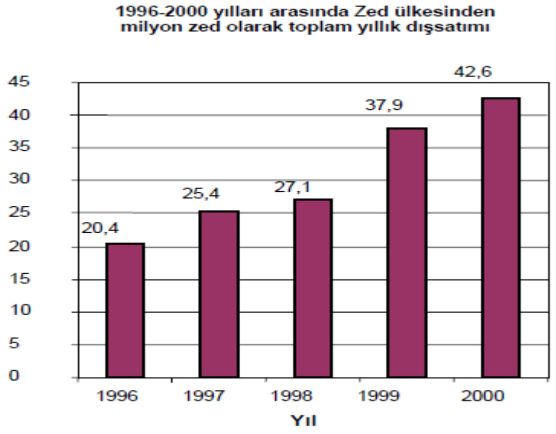


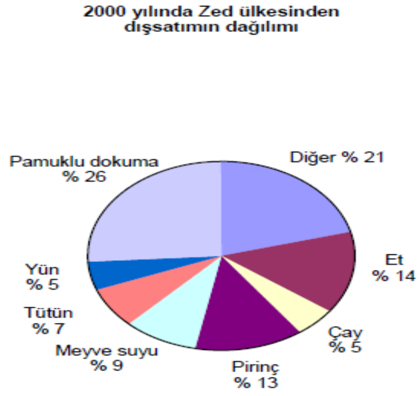

**<u>Soru 7:</u> Bahçe ekim alanının 32 metrelik tahtayla yapılıp yapılamayacağını göstermek için, her bir tasarım için "Evet" ya da "Hayır'ı" daire içine alınız.**

| Bahçe ekim alanı tasarımı | Bu tasarımı kullanarak, bahçe ekim alanı 32 metrelik tahtayla yapılabilir mi? |
|---|---|
| Tasarım A | Evet / Hayır |
| Tasarım B | Evet / Hayır |
| Tasarım C | Evet / Hayır |
| Tasarım D | Evet / Hayır |

**DIŞSATIM**

Aşağıdaki grafikler, para birimi olarak zed kullanan, Zed ülkesinden yapılan dışsatımla ilgili bilgileri göstermektedir.




**Soru 8:**

**1998 yılında Zed ülkesinden yapılan dışsatımın toplam değeri (milyon zed olarak) nedir?**

**Yanıt:**

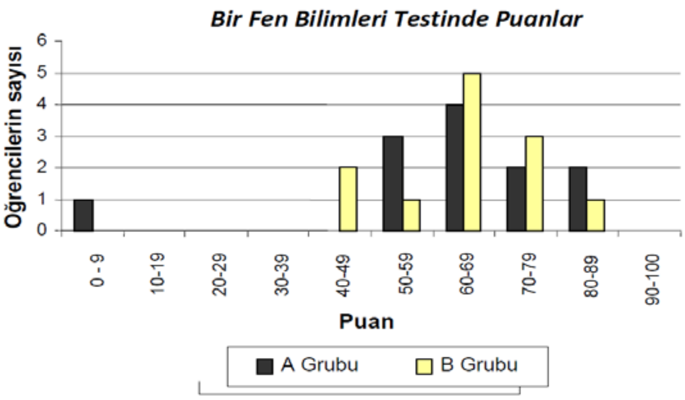
**…………………………………………………………………………………………………………**
**……………**

**Soru 9:** **2000 yılında Zed ülkesinden dışarıya satılan meyve suyunun değeri ne idi?**

A) 1,8 milyon zed.
B) 2,3 milyon zed.
C) 2,4 milyon zed.
D) 3,4 milyon zed.
E) 3,8 milyon zed.

**TEST PUANLARI**

**Soru 10:** **Aşağıdaki grafik, A Grubu ve B Grubu olarak adlandırılan iki grubun bir fen bilimleri testinde aldıkları puanları göstermektedir. A Grubu için ortalama 62,0 ve B Grubu için ortalama 64,5'tir. Puanları, 50 ya da daha fazla olan öğrenciler, bu testten geçerler.**




**Öğretmen, yandaki grafiğe bakarak bu testte B Grubunun A Grubundan daha başarılı olduğunu ileri sürmektedir. A Grubundaki öğrenciler, öğretmenleriyle aynı düşüncede değiller. Onlar, B Grubundaki öğrencilerin, daha başarılı sayılmamaları gerektiği konusunda öğretmenlerini ikna etmeye çalışıyorlar. Grafiği kullanarak A grubundaki öğrencilerin kullanabileceği matematiksel bir gerekçe veriniz.**

…………………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………………

## EN İYİ ARABA

Bir araba dergisi, yeni arabaları değerlendirmek için bir puanlama sistemi kullanmakta ve "Yılın Arabası" ödülünü en yüksek toplam puanı olan arabaya vermektedir. Beş yeni araba değerlendirilmiş ve aldıkları puanlar tabloda gösterilmiştir.

| Araba | Emniyet Özellikleri (E) | Yakıt Verimliliği (Y) | Dış Görünüş (D) | İç Bağlantılar (İ) |
|---|---|---|---|---|
| Ca | 3 | 1 | 2 | 3 |
| M2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| Sp | 3 | 1 | 3 | 2 |
| N1 | 1 | 3 | 3 | 3 |
| KK | 3 | 2 | 3 | 2 |

Puanlar aşağıdaki şekilde yorumlanmaktadır:

3 puan =Mükemmel
2 puan = İyi
1 puan = Orta

Araba dergisi, bir arabanın toplam puanını hesaplamak için, her bir puan grubunun ağırlıklı toplamından oluşan aşağıdaki kuralı kullanmaktadır:

Toplam Puan = (3 x E) +Y + D + İ

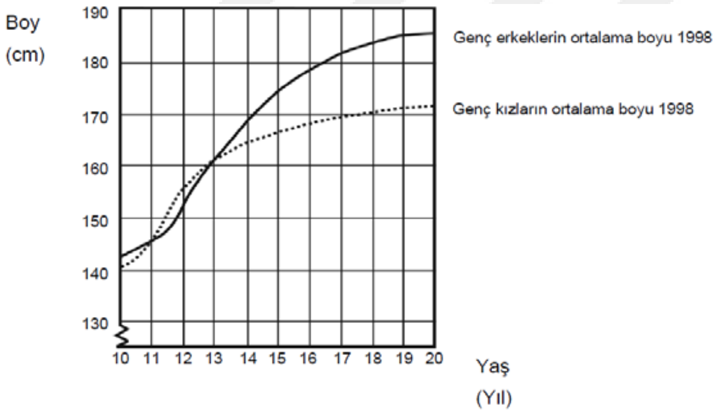
**<u>Soru 11:</u> "Ca" arabası için toplam puanı hesaplayınız. Yanıtınızı aşağıdaki boşluğa yazınız.**

"Ca" için toplam puan : ......................................

## BÜYÜME

**YENİ KUŞAK GENÇLERİN BOYU DAHA UZUN OLUYOR**

1998 yılında, Hollanda'daki hem genç erkeklerin hem de genç kızların ortalama boyları aşağıdaki grafikte gösterilmiştir.

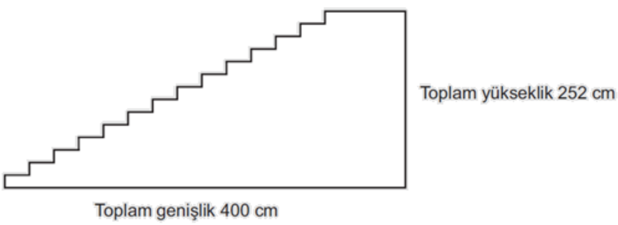



**<u>Soru 12:</u> 12 yaşından sonra ortalama olarak kızların büyüme hızlarındaki yavaşlamayı grafiğin nasıl gösterdiğini açıklayınız.**

……………………………………
……………………………………
……………………………………
……………………………………
……………………………………
……………………………………
……………………………………
……………………………………
…………………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………………

## MERDİVEN

Aşağıdaki şekil 14 basamaklı ve toplam yüksekliği 252 cm olan bir merdiveni göstermektedir.

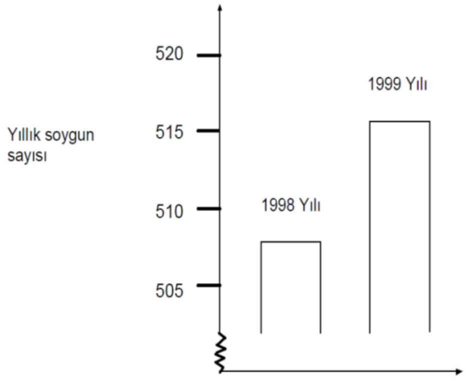



**<u>Soru 13:</u> 14 basamaktan her birinin yüksekliği nedir?**

Yükseklik: ……………………………………cm

## SOYGUNLAR

Bir televizyon muhabiri, aşağıdaki grafiği gösterdi ve şöyle dedi:
“Bu grafik 1998 yılından 1999’a kadar soygunların sayısında çok büyük bir artış olduğunu göstermektedir.“




**<u>Soru 14:</u> Muhabirin sözlerinin grafiğin kabul edilebilir bir yorumu olduğunu düşünüyor musunuz? Yanıtınızı desteklemek için bir açıklama yapınız.**

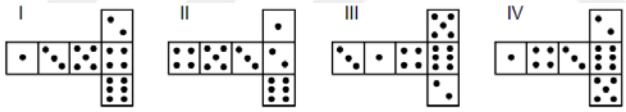
……………………………………………………………
……………………………………………………………
……………………………………………………………
……………………………………………………………
……………………………………………………………
……………………………………………………………
……………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………

## NUMARALI KÜPLER

Sağ tarafta iki zarın resmi bulunmaktadır. Zarlar aşağıdaki kurala göre özel numaralandırılmış küplerdir:

Karşıt yüzeylerdeki noktaların toplamı her zaman yedi eder.
Kartonu kesip, katlayıp, yapıştırarak basit bir numaralandırılmış küp yapabilirsiniz. Bu birçok yolla yapılabilir. Yüzeylerinde nokta bulunan küplerin yapımı için kullanılabilecek dört kesimi aşağıdaki şekilde görebilirsiniz.

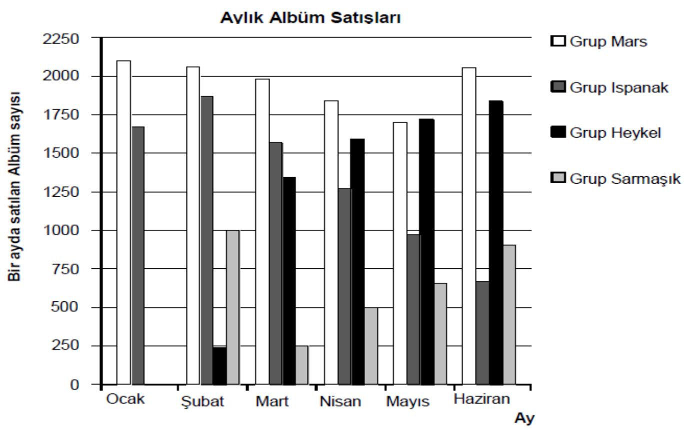
**<u>Soru 15:</u> Aşağıdaki şekillerden hangisi ya da hangileri, katlanarak küp oluşturulduğunda “karşıt yüzlerin toplamı 7 eder” kuralına uyar? Her bir şekil için tablodaki "Evet" ya da "Hayır” ’ı daire içine alınız.**




| Şekil | “Karşıt yüzlerin toplamı 7 eder” kuralına uyar mı? |
|---|---|
| I | Evet / Hayır |
| II | Evet / Hayır |
| III | Evet / Hayır |
| IV | Evet / Hayır |

## LİSTELER

Müzik gruplarından *Grup Mars* ve *Grup Ispanak*’ın yeni albümleri Ocak ayında çıkacaktır. Bu albümleri Şubat ayında *Grup Heykel* ve *Grup Sarmaşık*’ın albümleri takip edecektir. Yandaki grafik müzik gruplarının Ocak ayından Haziran ayına kadarki albüm satışlarını göstermektedir.




**<u>Soru 16:</u> *Grup Heykel* ilk kez hangi ayda *Grup Ispanak* ’tan daha fazla albüm satmıştır?**

A)Hiçbir ayda B) Mart

C) Nisan D) Mayıs

**HANGİ ARABA?**

Ceren ehliyetini yeni almıştır ve ilk arabasını satın almak istemektedir. Aşağıdaki tablo Ceren'in yerel bir araba galerisinde bulduğu dört arabanın ayrıntılarını göstermektedir.

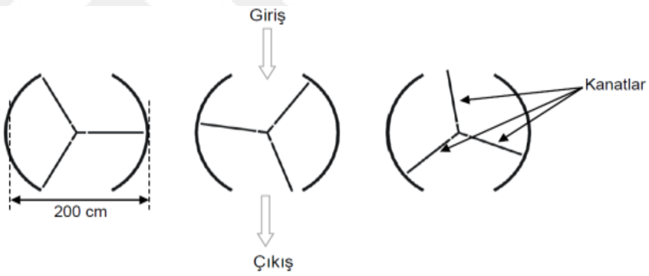
| Model: | Alfa | Beta | Gama | Tetra |
|---|---|---|---|---|
| Yıl | 2003 | 2000 | 2001 | 1999 |
| İstenen fiyat (zed) | 4800 | 4450 | 4250 | 3990 |
| Kat ettiği mesafe (kilometre) | 105 000 | 115 000 | 128 000 | 109 000 |
| Motor hacmi (litre) | 1,79 | 1,796 | 1,82 | 1,783 |

**Soru 17: Hangi arabanın motor hacmi en küçüktür?**

A) Alfa B) Beta C) Gama D) Tetra

# DÖNER KAPI

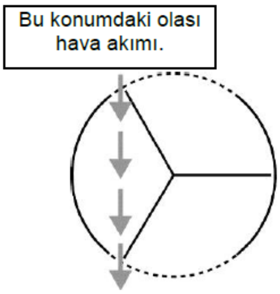
Bir döner kapının, daire şeklinde bir alan içerisinde dönen üç kanadı vardır. Bu alanın iç çapı 2 metre (200 santimetre)'dir. Üç kapı kanadı, bu alanı üç eşit bölüme ayırmaktadır. Yandaki plan, yukarıdan bakıldığında bu üç kapı kanadının üç farklı konumunu göstermektedir.




**Soru 18: Kapı bir dakikada 4 tam tur atmaktadır. Kapının üç bölümünün her birinde en fazla iki insanın sığacağı kadar yer vardır. 30 dakikada bu kapıdan binaya giriş yapabilecek insan sayısı en fazla kaçtır?**

A) 60
B) 180
C) 240
D) 720

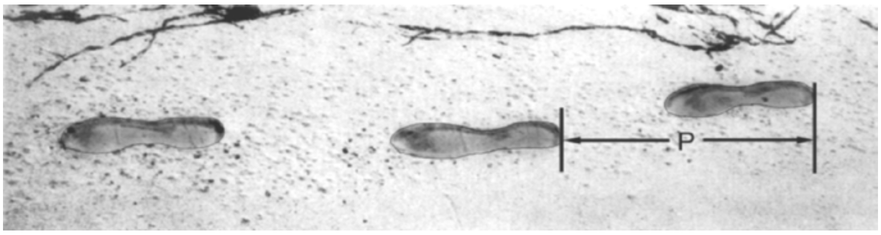
İki kapı arasındaki **açıklıklar** (yandaki şekilde noktalı yay ile gösterilen şekiller) aynı boyuttadır. Eğer bu açıklıklar çok geniş olursa, döner kanatlar yeteri kadar kapanmaz ve bu durumda giriş ve çıkış arasında hava akımı oluşabilir, bu da istenmeyen ısı kaybı veya ısı girişine neden olabilir. Bu durum, yandaki şekilde gösterilmektedir.




**Soru 19: Giriş ve çıkış arasında hava akımının oluşmaması için her bir kapı açıklığının sahip olabileceği en fazla yay uzunluğu kaç santimetredir (cm)?**

En fazla yay uzunluğu: ................... cm

## YÜRÜYÜŞ




Resim, yürüyen bir erkeğin ayak izlerini gösteriyor. Adım uzunluğu *P*, ardışık iki ayak izinin topukları arasındaki mesafedir.

*n* = bir dakikadaki adım sayısı, *P* = adım uzunluğunu metre olarak belirtirse;

Erkekler için, $\frac{n}{p} = 140$ formülü, n ve p arasındaki yaklaşık ilişkiyi gösterir.

**<u>Soru 20:</u> Eğer formül Hakkı'nın yürüyüşüne uygulanırsa ve Hakkı dakikada 70 adım atarsa, Hakkı'nın bir adım uzunluğu ne olur? İşleminizi gösteriniz.**

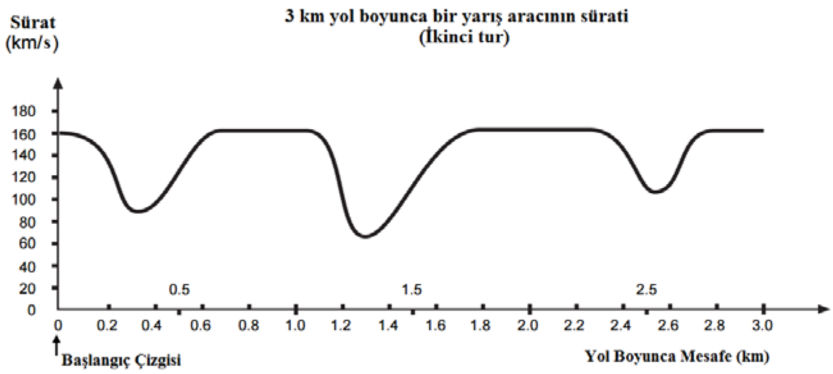
…………………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………………
……………………………

**<u>Soru 21:</u> Burak, adım uzunluğunun 0,80 metre olduğunu biliyor. Formül Burak'ın yürüyüşüne uygulanabilir. Burak'ın bir dakikadaki yürüme hızını metre olarak ve bir saatlik yürüme hızını kilometre olarak hesaplayınız. İşleminizi gösteriniz.**

…………………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………

## BİR YARIŞ ARACININ SÜRATİ

Aşağıdaki grafik bir yarış aracın ikinci turda süratinin 3 kilometrelik düz bir yol boyunca nasıl değiştiğini göstermektedir.

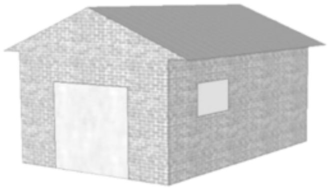



**<u>Soru 22:</u> Yukarıdaki grafiğe göre ikinci turda en düşük hız nerede kaydedilmiştir?**

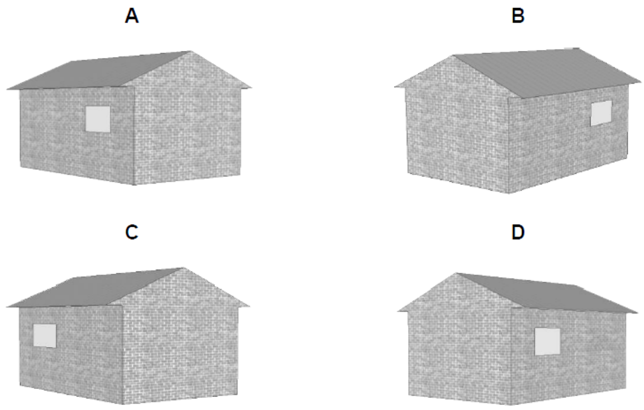
A) Başlangıç Çizgisinde
B) Yaklaşık 0.8 km'de
C) Yaklaşık 1.3 km'de
D) Yolun Yarısında

# GARAJ

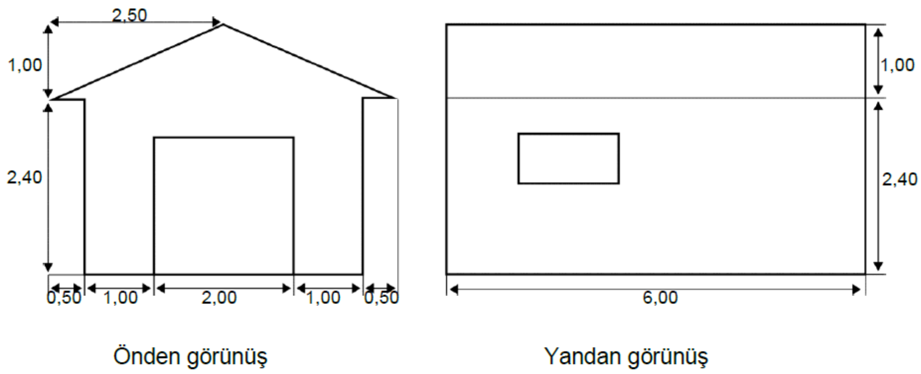
Bir garaj üreticisinin üretimini yaptığı “basit” garaj çeşidi, sadece bir penceresi ve bir kapısı olan modelleri içermektedir.
Gökhan, “basit” garaj çeşitlerinden aşağıdaki modeli seçmiştir. Pencerenin ve kapının yeri aşağıda gösterilmektedir.



**<u>Soru 23:</u> Aşağıdaki çizimler, farklı “basit” modellerin arkadan görünüşlerini göstermektedir. Bu çizimlerden sadece bir tanesi Gökhan’ın seçtiği yukarıdaki modelle aynıdır.**
**Gökhan’ın seçtiği model hangisidir? A, B, C ya da D seçeneklerinden birini yuvarlak içine alınız**.




**Aşağıda yer alan iki plan, Gökhan’ın seçtiği garajın boyutlarını metre cinsinden göstermektedir**.




Not: Çizim ölçekli değildir.

**<u>Soru 24:</u> Çatı, iki eş dikdörtgensel bölgeden oluşmaktadır.**
**Çatının <u>toplam alanını</u> hesaplayınız. İşleminizi gösteriniz.**

**Ek 7: Matematik okuryazarlık testi Cevap Anahtarı ve Puanlama Rehberi**

MATEMATİK OKURYAZARLIĞI ÖLÇEĞİ

CEVAP ANAHTARI

## DÖVİZ KURU

**Soru 1: DÖVİZ KURU**

***Tam Puan***

Kod 1: 12 600 GAR (birim gerekli değil).

***Sıfır Puan***

Kod 0: Diğer yanıtlar ve Boş.

**Soru 2: DÖVİZ KURU**

***Tam Puan***

Kod 1: 975 SGD (birim gerekli değil).

***Sıfır Puan***

Kod 0: Diğer yanıtlar ve Boş.

## FUJİ DAĞI TIRMANIŞI

**Soru 3: FUJİ DAĞI TIRMANIŞI**

***Tam Puan***

Kod 1: 40

***Sıfır Puan***

Kod 0: Diğer yanıtlar ve Boş.

## İNTERNETTE SHOBET

**Soru 4: İNTERNETTE SOHBET**

***Tam Puan***

Kod 1: Sabah 10 ya da 10:00.

***Sıfır Puan***

Kod 0: Diğer yanıtlar ve Boş.

## KAYKAY

**Soru 5: KAYKAY**

***Tam Puan***

Kod 1: 137.

***Sıfır Puan***

Kod 0: Diğer yanıtlar ve Boş.

**Soru 6: KAYKAY**

***Tam Puan***

Kod 1: D. 12.

***Sıfır Puan***

Kod 0: Diğer yanıtlar ve Boş.

## MARANGOZ

**Soru 7: MARANGOZ**

***Tam Puan***

Kod 1: Tam olarak dört doğru yanıt.

| | |
|---|---|
| Tasarım A | Evet |
| Tasarım B | Hayır |
| Tasarım C | Evet |
| Tasarım D | Evet |

***Sıfır Puan***

Kod 0: Diğer yanıtlar.

## DIŞSATIM

**Soru 8: DIŞSATIM**

***Tam Puan***

Kod 1: 27,1 milyon zed ya da 27 100 000 zed ya da 27,1 (birim gerekli değil).

27’ye yuvarlamayı da kabul ediniz.

***Sıfır Puan***

Kod 0: Diğer yanıtlar ve Boş.

**Soru 9: DIŞSATIM**

***Tam Puan***

Kod 1: E. 3,8 milyon zed.

***Sıfır Puan***

Kod 0: Diğer yanıtlar ve Boş.

## TEST PUANLARI

**Soru 10: TEST PUANLARI**

***Tam Puan***

Kod 1: Geçen öğrencilerin sayısına, sınırlayıcıların orantısız etkisine ya da en üst düzeyde puan alan öğrencilerin sayısına bağlı olan geçerli kanıtlar.

- A Grubunda, B Grubundan daha fazla öğrenci testten geçmiştir.
- Eğer A Grubunun en zayıf öğrencisini dikkate almazsanız, A Grubundaki öğrenciler B Grubundaki öğrencilerden daha başarılı olmuştur.
- B Grubu öğrencilerinden daha çok sayıdaki A Grubu öğrencileri 80 ve üzeri puan almıştır.

***Sıfır Puan***

Kod 0: Hiç bir matematiksel nedene dayanmayan ya da yanlış matematiksel nedenlere dayanan ya da basitçe farkları tanımlayan, ama B Grubunun daha iyi yapmamış olabileceğini belirtmeyen geçersiz kanıtlar dahil olmak üzere diğer yanıtlar. Boş yanıtlar.

- Fen bilimlerinde A Grubu öğrencileri normal olarak B Grubu öğrencilerinden daha başarılıdır. Bu test puanları sadece bir rastlantıdır.
- Çünkü B Grubu için en yüksek ve en düşük puanlar arasındaki fark A Grubununkinden daha küçüktür.
- A Grubu 80-89 aralığında ve 50-59 aralığında daha iyi puan sonuçlarına sahiptir.
- A Grubu, B Grubundan daha geniş çeyrekler–arası aralığa sahiptir.
- 

## EN İYİ ARABA

**Soru 11: EN İYİ ARABA**

***Tam Puan***

Kod 1: 15 puan.

***Sıfır Puan***

Kod 0: Diğer yanıtlar ve Boş.

# BÜYÜME

**Soru 12: BÜYÜME**

***Tam Puan***

Kod 1: Buradaki anahtar, yanıt kızlarla ilgili grafikteki eğimin "değişim"ine değinir. Bu açık ya da kapalı olarak yapılabilir.

Matematik dilini değil de günlük yaşam dilini kullanarak 12 yaşından sonra eğrinin dikliğinin azaldığını ifade eder.

- Artık yukarı doğru devam etmez, düzleşerek gider.
- Eğri düzleşir.
- 12‟den sonra daha düzdür.
- Kızların grafiği neredeyse başlarken düşme eğilimi gösterir ve erkeklerin eğrisi gittikçe büyür.
- O, düzleşir ve erkeklerin grafiği yükselmeye devam eder.
- Matematik dilini kullanarak 12 yaşından sonra eğrinin dikliğinin azaldığını ifade eder.
- Eğim derecesinin daha az olduğunu görebilirsiniz.
- Grafiğin değişme hızı 12 yaşından sonra azalır.
- [Öğrenci, 12 yaşından önce ve sonra, x eksenini esas alarak eğrinin açılarını hesaplamıştır.] Genel olarak, eğer "eğim derecesi", "eğim", ya da "değişim hızı" gibi kelimeler kullanılıyorsa, matematik dilini kullanıyor olarak kabul ediniz.
- Gerçek büyümeyi karşılaştırarak (Karşılaştırma kapalı olabilir).
- 10‟dan 12‟ye, büyüme yaklaşık 15 cm civarındadır, ama 12‟den 20‟ye büyüme sadece 17cm civarındadır.
- Ortalama büyüme oranı 10‟dan 12‟ye yılda 7, 5 cm civarındadır, ama 12‟den 20‟ye yılda 2 cm‟dir.

***Sıfır Puan***

Kod 0: Öğrenci, kızların boyunun erkeklerin boyunun altına düştüğünü belirtir ama 12 yaşından önce ve sonraki kızların büyüme hızının karşılaştırmasını ya da kızların grafiğinin dikliğini( eğimini) BELİRTMEZ.

- Kızların grafiği erkek grafiğinin altında kalır.

Eğer öğrenci, kızların grafiğinin daha az eğimli olduğunu belirtir ve aynı zamanda grafiğin erkeklerin grafiğinin altına düştüğünü ifade ederse, tam puanın verilmesi gerekir. Burada kız ve erkek grafikleri arasındaki bir karşılaştırmayı istemiyoruz, öyleyse bu tür karşılaştırmaları görmezlikten geliniz ve yanıtın geri kalan kısmına göre bir karar veriniz.

Diğer yanlış yanıtlar. Örneğin, soru grafiğin nasıl gösterdiğini açıkça sorarken, yanıt GRAFİĞİN özelliklerine değinmez.

Kızlar daha çabuk olgunlaşır.

- Çünkü kızlar ergenlik dönemini erkeklerden önce yaşarlar ve büyümelerine daha erken başlarlar.
- 12‟den sonra kızlar fazla büyümezler. [12 yaşından sonra kızların büyümesinin yavaşladığını ifade eder ve grafikle ilgili hiç bir referans kullanmaz.]

Boş.

## MERDİVEN

**Soru 13: MERDİVEN**

***Tam Puan***

Kod 1: 18.

***Sıfır Puan***

Kod 0: Diğer yanıtlar ve Boş.

## SOYGUNLAR

**Soru 14: SOYGUNLAR**

***Tam Puan***

Kod 1: Hayır, kabul edilemez. Grafiğin sadece küçük bir parçasının gösterilmiş olması gerçeği üzerinde odaklanır.

- Kabul edilemez. Grafiğin tamamı gösterilmeli.
- Grafiğin kabul edilebilir bir yorumu olduğunu düşünmüyorum, çünkü eğer grafiğin tamamı gösterilseydi soygunlarda sadece küçük bir artış olduğunu görebilirdiniz.
- Hayır, çünkü grafiğin en üst kısmını kullanmış ve eğer grafiğin 0 – 520 arasındaki tamamına bakarsanız, çok fazla artmamıştır.
- Hayır, çünkü grafik büyük bir artış varmış gibi gösteriyor fakat, sayılara baktığınızda çok artış yok.
- Hayır, kabul edilemez. Oran veya yüzdelik artış açısından doğru hususları içerir.
- Hayır, kabul edilemez. Toplam 500 ile karşılaştırıldığında, 10 büyük bir artış değildir.
- Hayır, kabul edilemez. Yüzdeliğe göre, artış sadece yaklaşık %2‟dir.
- Hayır. 8 tane daha soygun, %1,5‟lik bir artıştır. Bence fazla değil!
- Hayır, bu yıl için sadece 8 veya 9 daha fazla. 507 ile karşılaştırıldığında, bu büyük bir sayı değil.
- Bir yargıya varmadan önce eğilim verilerine ihtiyaç vardır.
- Artışın büyük olup olmadığını söyleyemeyiz. Eğer 1997 yılındaki soygunların sayısı, 1998 yılındakilerin sayısıyla aynı ise, o zaman 1999‟da büyük bir artış olduğunu söyleyebiliriz.
- “Büyük” kavramını bilmemize imkân yok çünkü büyük ve küçük diye düşünebilmemiz için en azından iki değişikliğe ihtiyaç vardı.

***Sıfır Puan***

Kod 0: Hayır, yanlış, eksik veya hiç açıklama olmaksızın.

- Hayır, aynı fikirde değilim.
- Muhabir “büyük” kelimesini kullanmamalıydı.
- Hayır, o kabul edilemez. Muhabirler daima abartmayı severler.
- Evet, grafiğin görünüşüne odaklanır ve soygunların sayısının iki katına çıktığından bahseder.
- Evet, grafiğin yüksekliği iki katına çıkmıştır.
- Evet, soygunların sayısı neredeyse iki katına çıkmıştır.

Diğer Yanıtlar ve Boş.

## NUMARALI KÜPLER

**Soru 15: NUMARALI KÜPLER**

***Tam Puan***

Kod 1: Hayır, Evet, Evet, Hayır; sıralama bu şekildedir.

***Sıfır Puan***

Kod 0: Diğer yanıtlar ve Boş.

## LİSTELER

**Soru 16: LİSTELER**

***Tam Puan***

Kod 1: C. Nisan

***Sıfır Puan***

Kod 0: Diğer yanıtlar ve Boş.

## HANGİ ARABA

**Soru 17: HANGİ ARABA?**

***Tam Puan***

Kod 1: D. Tetra

***Sıfır Puan***

Kod 0: Diğer yanıtlar ve Boş.

## DÖNER KAPI

**Soru 18: DÖNER KAPI**

***Tam Puan***

Kod 1: D. 720

***Sıfır Puan***

Kod 0: Diğer yanıtlar ve Boş.

**Soru 19: DÖNER KAPI**

***Tam Puan***

Kod 1: 104-105 kapalı aralığındaki yanıtlar. [ Çevrenin 1/6'sı şeklinde hesaplanmış yanıtları kabul ediniz. Örneğin $\frac{100\pi}{3}$]

***Sıfır Puan***

Kod 0: Diğer yanıtlar ve Boş.

## YÜRÜYÜŞ

**Soru 20: YÜRÜYÜŞ**

***Tam Puan***

Kod 1: 0,5 m veya 50 cm, $\frac{1}{2}$ (birim gerekli değil).

- 70 / p = 140

70 = 140 p

p = 0,5.

- 70 / 140.

***Sıfır Puan***

Kod 0: Diğer yanıtlar ve Boş.

**Soru 21: YÜRÜYÜŞ**

***Tam Puan***

Kod 1: metre/dakika ve km/saat olarak doğru yanıtlar (birim gerekli değil)

n = 140 x 0,80 = 112.

Dakikada 112 x 0,80 metre = 89,6 metre yürür.

Onun hızı dakikada 89,6 metredir.

Dolayısıyla hızı 5,38 veya 5,4 km/saat "tir.

İşlem gösterilsin veya gösterilmesin doğru yanıtlar ( 89,6 ve 5,4) verildiğinde Kod 1 geçerlidir. Yuvarlama hataları kabul edilebilir. Örneğin, dakikada 90 metre ve saatte 5,3 km/sa ( 89X60 ) kabul edilebilir.
89,6 ; 5,4.

- 90 ; 5,376 km/sa.
- 89,8 ; 5376 m/saat

***Sıfır Puan***
Kod 0: Diğer yanıtlar ve Boş.

---

## BİR YARIŞ ARACININ SÜRATİ

**Soru 22: BİR YARIŞ ARACININ SÜRATİ**

***Tam Puan***
Kod 1: C. Yaklaşık 1.3 km'de.
***Sıfır Puan***
Kod 0: Diğer yanıtlar ve Boş.

---

## GARAJ

**Soru 23: GARAJ**

***Tam Puan***
Kod 1: C. [Grafik C].
***Sıfır Puan***
Kod 0: Diğer yanıtlar ve Boş.

**Soru 24: GARAJ**

***Tam Puan***
Kod 1: İşlem yapılarak veya yapılmayarak ya da Pisagor teoremi ile işlem yapılarak (veya bu yöntemin kullanıldığını gösteren değerler kullanılarak) bulunan 31 ve 33 aralığında herhangi bir değer. [ ($m^2$) birimi gerekli değil].

- $12\sqrt{7{,}25}$ $m^2$
- $12 \times 2{,}69 = 32{,}28$ $m^2$
- $32{,}4$ $m^2$
- Pisagor teoremini doğru şekilde kullanır ancak bir işlem hatası yapar ya da yanlış uzunluğu kullanır ya da çatı alanının iki katını almaz.
- $2{,}5^2 + 1^2 = 6$, $12 \times \sqrt{6} = 29{,}39$ [Pisagor teoremini doğru kullanır ancak işlem hatası yapar].
- $2^2 + 1^2 = 5$, $2 \text{ x } 6 \text{ x } \sqrt{5} = 26{,}8$ $m^2$ [Yanlış uzunluk kullanır].
- $6 \times 2{,}6 = 15{,}6$ [Çatı alanının iki katını almaz].

Pisagor teoreminin kullanımını göstermez ancak çatının enine ilişkin makul bir değer (örneğin 2,6 ile 3 arasında herhangi bir değer) kullanır ve işlemi doğru şekilde tamamlar.

- $2{,}75 \times 12 = 33$
- $3 \times 6 \times 2 = 36$
- $12 \times 2{,}6 = 31{,}2$

***Sıfır Puan***
Kod 0: Diğer yanıtlar ve Boş.

---

**Ek 8: Çalışma Takvimi**

## Çalışma Takvimi

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. Hafta | Ön Testlerin Uygulanması | | | | | | |
| 2. Hafta | | Problem Çözme, Ders planı 1 | | | | | |
| 3. Hafta | | | Ders Planı 2<br>Ders Planı 3 | | | | |
| 4. Hafta | | | | Ders Planı 4<br>Ders Planı 5 | | | |
| 5. Hafta | | | | | Ders Planı 6<br>Ders Planı 7 | | |
| 6. Hafta | | | | | | Ders Planı 8<br>Ders Planı 9 | |
| 7. Hafta | | | | | | | Son Testlerin Uygulanması |

**Açıklama;**

**Ön Testler:** Problem Çözme Testi, Matematik Okuryazarlık Testi

**Ders Planı 1:** Sistematik Liste Yapma Stratejisi ile ilgili Ders Planı

**Ders Planı 2:** Tahmin ve Kontrol Stratejisi ile ilgili Ders Planı

**Ders Planı 3:** Diyagram Çizme Stratejisi ile ilgili Ders Planı

**Ders Planı 4:** Bağıntı Bulma Stratejisi ile ilgili Ders Planı

**Ders Planı 5:** Değişken Kullanma Stratejisi ile ilgili Ders Planı

**Ders Planı 6:** Basitleştirme Stratejisi ile ilgili Ders Planı

**Ders Planı 7:** Geriye Doğru Çalışma Stratejisi ile ilgili Ders Planı

**Ders Planı 8:** Tablo Yapma Stratejisi ile ilgili Ders Planı

**Ders Planı 9:** Muhakeme Etme Stratejisi ile ilgili Ders Planı

**Son Testler:** Problem Çözme Testi, Matematik Okuryazarlık Testi

## Ek 9: Ders Planları

**Ders planı** : 1. Ders
**Konu** : Sistematik Liste Yapma Stratejisi
**Süre** : 40 dk
**Grup** : 3-4 kişi
**Araçlar** : Kağıt, kalem, Çalışma Kağıtları, Projeksiyon Cihazı
**Kazanımlar** : 1- Problemi Anlar.
2- Problem Üzerinde Düşünür.
3- Sistematik Liste Yapma Stratejisini Keşfeder.
4- Sistematik Liste Yapma Stratejisini Uygular.
5- Sistematik Liste Yapma Stratejisi ile İlgili Problemleri İsimlendirir.

| | Öğrenme Aktiviteleri | Öğrencilerinden Beklenilen Davranışlar | Rehber Davranışlar |
|---|---|---|---|
| **Problemi Anlama** | İki madeni paranın aynı zamanda atılması durumunda, üste gelebilecek bütün ikililerin sayısı kaçtır? | Verilen ve istenilenlerin gruplar içerisinde belirlenmesi | Öğrencilere problem üzerinde tartışmaları için 5 dakika zaman verilir.<br>Problemde neler verilmiştir? Neler istenmektedir?<br>Bir madeni paranın ön ve arka yüzü nasıl isimlendirilmektedir? |
| **Strateji Belirlenmesi** | Birinci madeni para: Tura<br>İkinci madeni para: Tura veya Yazı<br><br>Birinci madeni para: Yazı | Öğrencilerin kendi arasında çözüm için tartışmaları beklenir.<br>Öğrencilerin tartışmaları sonucunda sistematik liste yapmaya karar vermeleri beklenir. | Atılan birinci paranın üst yüzeyine gelen değerleri neler olabilir?<br>İkinci paranın üst yüzeyine gelen değerleri neler olabilir? |
| **Stratejinin Uygulanması** | İkinci madeni para: Tura veya yazı<br><br>TT, TY, YT, YY | Belirlenen strateji uygulanır.<br>Öğrencilerin sistematik olarak birinci para “Tura” geldiğinde ikinci paranın hangi değerleri alabileceğinin yazılması beklenir.<br>Birinci para “Yazı” geldiğinde ikinci paranın hangi değerleri alabileceğini yazmaları beklenir. | Öğretmen bu sırada grupları dolaşarak öğrencilerin uygulamalarını kontrol eder. |
| **Çözümün değerlendirilmesi** | 4 ikili | Öğrencilerin buldukları sonucu kendi aralarında tartışmaları ve sonucu değerlendirmeleri beklenir. | Grupların buldukları sonucu tahtada anlatması istenir. |

| | Öğrenme Aktiviteleri | Öğrencilerinden Beklenilen Davranışlar | Rehber Davranışlar |
|---|---|---|---|
| **Problemi Anlama** | Aşağıda bir lokantanın yemek listesi verilmiştir<br><u>Ön Yemek</u>     <u>Ana Yemek</u><br>Domates Çorbası     Biftek<br>Zeytinyağlı Dolma     Etli Nohut<br>    Mantar Sote | Verilen ve istenilenlerin gruplar içerisinde belirlenmesi | Problemde neler verilmiştir neler istenmektedir?<br>Ön yemek ve ana yemekten kaçar tane seçilmelidir?<br>Ön yemekten birden fazla seçilebilir mi? |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | Bu yemek listesi ile ön yemek ve ana yemek bölümlerinin her birinden birer tane seçmek şartıyla kaç değişik şekilde yemek yiyebilirsiniz? | | Ana yemekten birden fazla seçilebilir mi? |
| **Strateji Belirlenmesi** | Ön yemek: Domates çorbası<br>Ana yemek Biftek<br>Etli Nohut<br>Mantar Sote<br>3 Durum<br><br>Ön yemek: Zeytinyağlı Dolma<br>Ana yemek Biftek<br>Etli Nohut<br>Mantar Sote<br>3 Durum | Öğrencilerin kendi arasında çözüm için tartışmaları beklenir.<br>Öğrencilerin tartışmaları sonucunda sistematik liste yapmaya karar vermeleri beklenir. | Ön yemek olarak neler seçilebilir?<br>Ana yemek olarak neler seçilebilir? |
| **Stratejinin Uygulanması** | | Öğrencilerin sistematik olarak ön yemek ve ana yemeği yazmaları beklenir. | Öğretmen bu sırada grupları dolaşarak öğrencilerin uygulamalarını kontrol eder.<br>Zorlanan gruplar için ön yemek domates çorbası seçildiğinde ana yemek neler olabilir? Ön yemek zeytinyağlı dolma olduğunda ana yemek neler olabilir? Şeklinde yönlendirici sorular sorulabilir. |
| **Çözümün değerlendirilmesi** | 6 farklı durum | Öğrencilerin buldukları sonucu kendi aralarında tartışmaları ve sonucu değerlendirmeleri beklenir. | Grup sözcüleri tahtaya davet edilerek buldukları çözüm yollarının paylaşılması istenir. Öğrencilere farklı fikirleri olup olmadığı sorulur |

| | **Öğrenme Aktiviteleri** | **Öğrencilerinden Beklenilen Davranışlar** | **Rehber Davranışlar** |
|---|---|---|---|
| **Problemi Anlama** | 2,5 ve 8 sayıları kullanılarak sayı değerleri farklı olan iki basamaklı kaç farklı sayı yazılabilir? | Verilenleri ve istenilenleri yazma<br>2, 5 ve 8 sayıları verilmiştir.<br>İki basamaklı sayı yazılması istenmektedir. | |
| **Strateji Belirlenmesi** | 2 ile başlayanlar;<br>25, 28<br>5 ile başlayanlar;<br>52, 58<br>8 ile başlayanlar;<br>82, 85 | Sistematik liste yapma | Diğer çözülen sorularla benzerlik olup olmadığı sorulur. |
| **Stratejinin Uygulanması** | | Yazılabilecek en küçük sayı 25<br>En büyük sayı 85tir.<br>Yazılabilecek tüm durumlar listelenmelidir.<br>2 ile, 5 ile ve 8 ile başlayan iki basamaklı sayılar belirlenir. | Öğretmen grupları dolaşarak öğrencileri kontrol eder. Yapamayanlar olursa tekrar düşünmelerini ister. |
| **Çözümün değerlendirilmesi** | 6 farklı sayı | Grup içerisinde soru tekrar gözden geçirilir. 22, 55 ve 88 gibi sayıların neden yazılmadığı tartışılır. | Bu tür problemlerde, önemli noktanın sıralamaya nerden başlanacağının belirlenmesi ve sistemli bir şekilde hareket edilmesi olduğu vurgulanır.<br>22'nin neden yazılmadığı sorulur? |

| | Öğrenme Aktiviteleri | Öğrencilerinden Beklenilen Davranışlar | Rehber Davranışlar |
|---|---|---|---|
| **Problemi Anlama** | Elinizde bulunan 1, 5, 10 liralıklarla kaç türlü 25 lira elde edebilirsiniz? | 1, 5 ve 10 liralıklar bulunmaktadır.<br>25 lira elde edilmesi istenmektedir.<br>1,5 ve 10 liralıklar kullanılarak 25 lira elde edilecektir. | Verilenler nelerdir?<br>Ne istenilmektedir? |
| **Strateji Belirlenmesi** | 25 = 10 + 10 + 5<br>10 + 10 + 1 + 1 + 1 + 1 +1<br>10 + 5 + 5 + 1 + 1 + 1 + 1 +1<br>10 + 5 + 1 + 1 + 1 + 1 +1 + 1 + 1 + 1 + 1 +1<br>10 + 1 + 1 + 1 + 1 +1 + 1 + 1 + 1 + 1 +1 + 1 + 1 + 1 +1+ 1<br>10 + 5 + 5 + 5<br>5 + 5 + 5 + 5 + 5<br>5 + 5 + 5 + 5 + 1 + 1 + 1 + 1 +1<br>5 + 5 + 5 + 1 + 1 + 1 + 1 +1+ 1 + 1 + 1 + 1 +1<br>5 + 5 + 1 + 1 + 1 + 1 +1+ 1 + 1 + 1 + 1 +1+ 1+ 1+ 1 + 1 +1 5 + 1 + 1 + 1 + 1 +1+ 1 + 1 + 1 + 1 +1+ 1 + 1 + 1 + 1 +1 + 1 + 1 + 1 + 1 +1<br>1 + 1 + 1 + 1 +1+ 1 + 1 + 1 + 1 +1+ 1 + 1 + 1 + 1 +1 + 1 + 1 + 1 + 1 +1+ 1 + 1 + 1 + 1 +1 | Liste yapılmalıdır.<br>Yapılacak listede 1, 5 ve 10 liralıkların kullanımı sistematik olarak belirlenmelidir.<br>Sistematik Liste Yapma | Daha önce bu tür problemlerle karşılaştınız mı? |
| **Stratejinin Uygulanması** | | 10, 5 ve 1 liralar kullanılarak 25 liranın elde edilmesi sistematik olarak yazılır.<br>10'liraların iki defa kullanıldığı durumlar, 1 defa kullanıldığı durumlar yazılır.<br>5 liranın 5 defa, 4 defa, 3 defa, 2 defa ve 1 defa kullanıldığı durumlar yazılır.<br>Sadece 1 liralar kullanılarak 25 liranın elde edildiği durum belirlenir. | Öğretmen grupları dolaşarak öğrencileri kontrol eder. Yapamayanlar olursa tekrar düşünmelerini ister. |
| **Çözümün değerlendirilmesi** | 12 Durum | Böyle bir durumda en önemli nokta, sıralamaya nerden başlanacağının belirlenmesidir. | Grupların oluşturdukları listeler tahtaya yazılır. Her bir grubun listesi ayrı ayrı incelenir ve bu listeyi neye göre oluşturdukları sorgulanır. Listeyi farklı oluşturan grupların hangi sistematiğe göre listeyi oluşturduklarının açıklaması istenir.<br>Ders sonunda problemlerin çözümü için kullanılan stratejinin gruplar tarafından adlandırılması istenir ve sınıfın ortak kararı doğrultusunda ders boyunca kullanılan strateji isimlendirilir. |

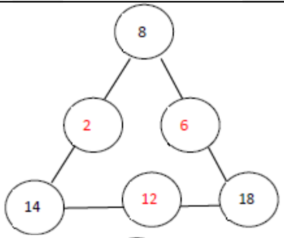
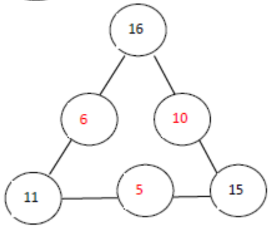
**Ders planı** : **2. Ders**
**Konu** : **Tahmin ve Kontrol Stratejisi**
**Süre** : **40 dk**
**Grup** : **3-4 kişi**
**Araçlar** : **Kağıt, kalem, Çalışma Kağıtları, Projeksiyon Cihazı**
**Kazanımlar** : **1- Problemi Anlar.**
**2- Problem Üzerinde Düşünür.**

**3- Tahmin ve Kontrol Stratejisini Keşfeder.**
**4- Tahmin ve Kontrol Stratejisini Uygulayabilir**
**5- Tahmin ve Kontrol stratejisi ile ilgili problemleri İsimlendirir.**

<table>
<tr><th></th><th>Öğrenme Aktiviteleri</th><th>Öğrencilerinden Beklenilen Davranışlar</th><th>Rehber Davranışlar</th></tr>
<tr><td>Problemi Anlama</td><td>Bir sınıfta 29 öğrenci vardır. Erkek öğrencilerin sayısı kız öğrencilerin sayısından 9 fazla ise sınıfta kaç erkek öğrenci vardır?</td><td>Verilenlerin ve istenilenlerin gruplar içerisinde belirlenmesi</td><td>Sınıfta kaç öğrenci var?<br>Erkeklerin sayısı ile kızların sayısı arasında nasıl bir farklılık var?<br>Bizden neyin bulunması isteniyor?</td></tr>
<tr><td>Strateji Belirlenmesi</td><td rowspan="2">1. Yol<br>Kızların sayısı: 5 olsun<br>Erkeklerin sayısı 5+9'dan= 14 olur. Fakat toplam öğrenci mevcudu 14+5'ten 19 yapar. O zaman kızların sayısı 5'ten fazla olmalı.<br>Kızların sayısı 12 olsun. Erkeklerin sayısı 12+9=21 olur. 12+21=33 olduğu için kızların sayısı 12'den az olmalı.<br>Kızların sayısı 10 olsun. Erkeklerin sayısı 10+9=19 olur. 10+19=29 sınıf mevcudunu elde etmiş oluruz. Erkeklerin sayısı 19 dur.<br>2. Yol<br>Erkeklerin sayısı 10 olsun kızların sayısı ise 10-9=1 olur. Sınıf mevcudu ise 10+1=11 olur. Erkeklerin sayısı 10'dan fazla olmalı.<br>Erkeklerin sayısı 20 olsun kızların sayısı ise 20-9=11 olur. Sınıf mevcudu ise 20+11=31 o zaman erkeklerin sayısı daha az olmalı.<br>Erkeklerin sayısı 19 olsun kızların sayısı ise 19-9=10 olur. Sınıf mevcudu ise 19+10=29 elde edilmiş olur.</td><td>Grup tartışmalarının yapılması<br>Tahminler yapılıp sonucun kontrol edilmesinin önerilmesi<br>Kız öğrencilerin sayısının tahmin edilerek verilen bilgi doğrultusunda erkek sayısına ulaşılıp sonucun kontrolü veya erkek öğrenci sayılarının tahmin edilip kız öğrenci sayılarına ulaşılarak sonucun kontrolü</td><td>Daha önce bu tür bir problemle karşılaştınız mı?</td></tr>
<tr><td>Stratejinin Uygulanması</td><td>Sırayla tahminler yapılıp cevaba ne ölçüde yaklaşıldığının kontrol edilmesi</td><td>Öğretmen grupları dolaşarak öğrencileri kontrol eder. Yapamayanlar olursa verilen bilgileri tekrar gözden geçirerek tekrar düşünmelerini ister.</td></tr>
<tr><td>Çözümün değerlendirilmesi</td><td>Erkeklerin sayısı= 19<br>Çözümün sağlamasında 19 erkek,<br>Erkek öğrencilerin sayısı kızlardan 9 fazla ise kız öğrencilerin sayısı 19-9= 10 olur.<br>Sınıfın mevcudu ise 10+19=29 dur. Çözümümüzün doğru olduğunu ispatlamış oluruz.</td><td>Öğrenciler buldukları sonucu kontrol eder.<br>Çözüme tek bir yol ile ulaşan gruplar başka nasıl çözülebileceği üzerinde düşünürler.<br>Çözümü kontrol eder.</td><td>Grupların oluşturdukları çözümler tahtaya yazılır. Her bir grubun çözümü ayrı ayrı incelenir. Yapılan tahminlerde öğrencilerin neye göre belirlendiği üzerinde durulur. Sorunun çözümündeki iki yol üzerinde de durulur. Sadece erkeklerin sayısının tahminini yaparak sonuca ulaşan gruplar varsa kızların sayısını tahmin ederek de sonuca ulaşıp ulaşılamayacağı tartışılır.</td></tr>
</table>

| | Öğrenme Aktiviteleri | Öğrencilerinden Beklenilen Davranışlar | Rehber Davranışlar |
|---|---|---|---|
| **Problemi Anlama** | Büşra dedesinin çiftliğine gitti. Dedesinin çiftliğinde tavuk ve keçiler vardı. Büşra, dedesine kaç tavuk ve keçisi olduğunu sordu. Dedesi matematik içeren bilmeceleri sevdiğinden ona sahip olduğu hayvanların toplam 26 kafası ve 68 bacağı olduğunu söyledi, bu bilgiyi kullanarak tavukların ve keçilerin sayısını hesaplayabileceğini söyledi. Büşra'nın yerinde olsaydınız problemi nasıl çözerdiniz? | Verilenler ve istenilenler grup üyeleri tarafından birbirlerine anlatılır. | Verilenler nedir?<br>Ne istenilmektedir? |
| **Strateji Belirlenmesi** | 13 tavuk 13 keçi olsun. Toplam ayak sayısı 13x2=26<br>13X4= 52, 26+52=78 bacak yapar. Verilen ayak sayısından fazla o zaman keçinin sayısı tavuktan az olmalı.<br>10 keçi 16 tavuk olsun. 10x4=40, 16x2=32 toplam ayak sayısı=72 keçilerin sayısı biraz daha az olmalı.<br>8 keçi 18 tavuk olsun. 8x4=32, 18x2=36 toplam ayak sayısı 68 olur. | Öğrenciler bu problemi de tahmin ederek çözebileceklerini söyleyebilirler. | Bu soruyla daha önce çözdüğünüz soru benzerlik göstermekte midir? |
| **Stratejinin Uygulanması** | | Tavuğun 2 bacağı, keçinin ise 4 bacağı vardır. Eşit sayıdaki tavuk ve keçi için keçilerin tavuktan az olduğunun farkına varır. | Öğretmen grupları dolaşarak öğrencileri kontrol eder. Yapamayanlar olursa tekrar düşünmelerini ister. Tavuk ve keçinin kaçar ayağı olduğunu sorarak ipucu verir. |
| **Çözümün değerlendirilmesi** | Tavukların sayısı= 18<br>Keçilerin sayısı= 8<br>Sonucun kontrolü:<br>18 tavuğun ayak sayısı=18x2=36<br>8 keçinin ayak sayısı=8x4=32<br>18+8=26 kafa<br>32+36=68 bacak yapar.<br>Elde ettiğimiz sonucun doğru olduğu gözlemlenir. | Öğrenciler buldukları sonucu kontrol eder.<br>Farklı tahminler yapan grupların izlediği stratejiler üzerinde tartışılır.<br>Öğrenciler farklı çözümler üzerinde düşünürler. | Grupların oluşturdukları çözümler tahtaya yazılır. Her bir grubun çözümü ayrı ayrı incelenir. Yapılan tahminlerde öğrencilerin neye göre belirlendiği üzerinde durulur sorunun çözümündeki iki yol üzerinde de durulur. Sadece erkeklerin sayısının tahminini yaparak sonuca ulaşan gruplar varsa kızların sayısını tahmin ederek de sonuca ulaşıp ulaşılamayacağı tartışılır. |

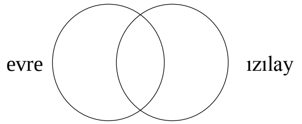
| | Öğrenme Aktiviteleri | Öğrencilerinden Beklenilen Davranışlar | Rehber Davranışlar |
|---|---|---|---|
| **Problemi Anlama** | <br>Yukarıdaki diyagramlarda büyük dairelerin içindeki sayılar komşu iki dairedeki sayıların toplamına eşittir. Acaba boş olan dairelerdeki sayılar kaçtır? | Diyagram nelerden oluşmuştur?<br>Kural nedir?<br>Verilen ve istenilenler ifade edilir. | Verilen soruda kural nedir?<br>İçerisinde sayı bulunan daireler nasıl elde edilmiştir? |

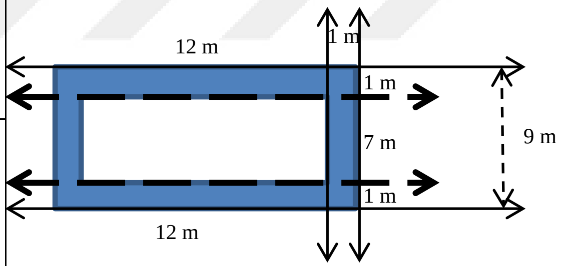
| | | | |
|---|---|---|---|
| **Strateji Belirlenmesi** |  $8 = 2 + 6$<br>$14 = 2 + 12$<br>$18 = 12 + 6$<br> $16 = 10 + 6$<br>$11 = 6 + 5$<br>$15 = 5 + 10$ | Tahmin ve kontrol stratejisi kullanılarak sonuca ulaşılabileceğinin belirlenmesi | |
| **Stratejinin Uygulanması** | | İlk diyagramda ortada bulunan dairelerin 8'den küçük olduğu belirlenir.<br>İkinci diyagramda en alt ortadaki dairenin 11 den küçük olduğu belirlenir. | Öğretmen grupları dolaşarak öğrencileri kontrol eder. Birden fazla tahmin ve kontrol ile ilgili strateji ile bu soru çözülebilir. |
| **Çözümün değerlendirilmesi** | | Öğrenciler buldukları sonuçların doğruluğunu kontrol eder.<br>Farklı tahminler yapan grupların izlediği stratejiler üzerinde tartışılır.<br>Öğrenciler farklı çözümler üzerinde düşünürler. | Grup sözcüleri tahtaya çıkarılarak grupların çözümleri tartışılır. Farklı çözümler üzerinde tartışmalar yoğunlaştırılır. Tahminlerin neye göre belirlendiği üzerinde durulur. |

| | **Öğrenme Aktiviteleri** | **Öğrencilerinden Beklenilen Davranışlar** | **Rehber Davranışlar** |
|---|---|---|---|
| **Problemi Anlama** | İrem, 20 soruluk çoktan seçmeli bir teste girmiştir. Bu testte verilen her doğru cevap için 5 puan kazanırken, her yanlış cevap için 2 puan kaybetmektedir. Boş bırakılan sorular 0 puan olarak değerlendirilmektedir. Bazı soruları boş bırakan İrem bu testten toplam 44 puan aldığına göre boş bıraktığı soru sayısı kaç tanedir? | Verilenler ve istenilenler maddeler halinde yazılır. | Verilenleri ve istenilenleri maddeler halinde yazınız.<br>Doğru cevap kaç puandır?<br>Yanlış cevapta ne yapılmaktadır?<br>Boş cevapta ne yapılmaktadır?<br>Toplam kaç puan alınmıştır?<br>İrem'in boş bıraktığı soru var mıdır? |
| **Strateji Belirlenmesi** | Doğru / Yanlış / Boş / Toplam Puan<br>10 / 5 / 5 / 40<br>10 / 4 / 6 / 42<br>10 / 3 / 7 / 44 | 1. tahmine göre yanlış sayısının az olacağı belirlenir | |
| **Stratejinin Uygulanması** | | 1. tahmine göre yanlış sayısının ilk belirlenen değere göre daha az olacağı belirlenir. | Öğretmen grupları dolaşarak öğrencileri kontrol eder. |
| **Çözümün** | | Öğrenciler buldukları sonuçların | Grup sözcüleri tahtaya çıkarılarak grupların |

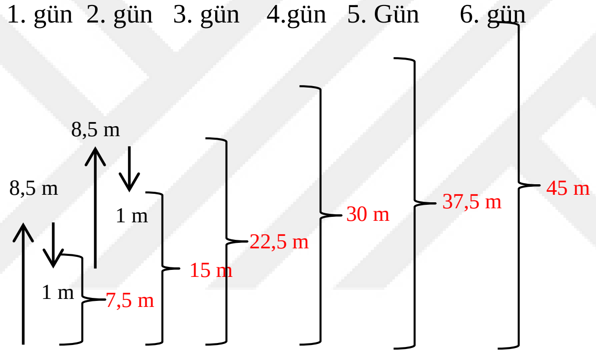
| | | | |
|---|---|---|---|
| **değerlendirilmesi** | | doğruluğunu kontrol eder.<br>Farklı tahminler yapan grupların izlediği stratejiler üzerinde tartışılır.<br>12 doğruda hiç boş bırakılmaması gerektiğinin farkına varırlar. | çözümleri tartışılır. Eğer 12 doğru olsaydı sonuca ulaşılabilir miydi?<br>Ders sonunda problemlerin çözümü için öğrencilerden kullandıkları stratejinin isimlendirilmesi istenir ve sınıfın ortak görüşü olarak belirlenen isim kullanılır. |

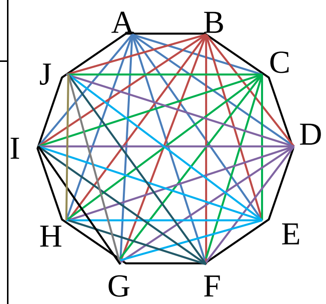
**Ders planı : 3. Ders**
**Konu : Diyagram (Şekil) Çizme Stratejisi**
**Süre : 40 dk**
**Grup : 3-4 kişi**
**Araçlar : Kağıt, kalem, Çalışma Kağıtları, Projeksiyon Cihazı**
**Kazanımlar : 1- Problemi Anlar.**
**2- Problem Üzerinde Düşünür.**
**3- Diyagram (Şekil) Çizme Stratejisini Keşfeder.**
**4- Diyagram (Şekil) Çizme Stratejisini Uygular.**
**5- Diyagram (Şekil) Çizme Stratejisi ile İlgili Problemleri İsimlendirir.**

| | **Öğrenme Aktiviteleri** | **Öğrencilerinden Beklenilen Davranışlar** | **Rehber Davranışlar** |
|---|---|---|---|
| **Problemi Anlama** | Sınıfımızda Çevre ve Kızılay kollarına öğrenci seçimi yapıldı. Sadece Çevre koluna 10, her iki kola birden 8 öğrenci seçildi. Sınıfımızda 34 öğrenci vardır. Her öğrenci en az bir kola seçildiğine ve başka bir eğitsel kola seçilen öğrenci olmadığına göre sadece Kızılay kolluna kaç kişi seçilmiştir? | Verilenler ve istenilenler belirlenir. | Verilenler nelerdir?<br>Ne istenilmektedir?<br>Sınıfta hangi kollar bulunmaktadır?<br>Sınıf mevcudu kaçtır?<br>Eğitsel kollar kaç kategoriye ayrılmıştır? |
| **Strateji Belirlenmesi** |   | Öğrenciler bu tarz soruyla daha önce kümeler konusunda karşılaştıklarını hatırlayabilir.<br>Şekil çizme yardımıyla bu sorunun çözülebileceğini belirtirler. | Daha önce benzer bir soruyla karşılaştınız mı? |
| **Stratejinin Uygulanması** | 10+8+?=34 ?=34-18, ?=16 | Öğrencilerin şekil çizmesi beklenir.<br>Eğitsel kollarda bulunan öğrenci sayılarını çizilen şekle doğru bir şekilde yerleştirmeleri beklenir. | Öğretmen grupları dolaşarak öğrencilerin yaptıkları işlemleri kontrol eder. Zorlanan gruplara “sadece Kızılay, sadece Çevre kolu şeklin hangi kısmıdır” sorularını öğrencilere yöneltir. |
| **Çözümün değerlendirilmesi** | Çevre kolu=10+8=18<br><br>Tüm sınıf mevcudu=10+8+16=34 öğrenci olduğu gözlemlenir ve sonucun doğru olduğuna ulaşılır. | Grupların oluşturdukları şekiller ve buldukları sonuçlar sınıf içerisinde tartışılır. Genel olarak doğru sonuç belirlenerek kabul edilir.<br>Elde edilen sonuçlar kontrol edilir. | Bazı karmaşık olarak görülen soruların şekil çizme yoluyla çözülebildiği ve bu yöntemlere soruların daha anlaşılır hale geldiği ya da çözümün daha kolay görülebildiği ifade edilebilir. |

| | Öğrenme Aktiviteleri | Öğrencilerinden Beklenilen Davranışlar | Rehber Davranışlar |
|---|---|---|---|
| **Problemi Anlama** | 9 m ve 12 m boyutlarındaki bir dikdörtgen bahçenin içine çevresine yapışık 1 m genişliğinde bir yürüyüş yolu yapılacaktır. Bu yolun alanı kaç $m^2$'dir? | Verilenlerin ve istenilenlerin maddeler halinde yazılması<br>Yapılacak yürüyüş yolunun bahçenin neresinden yapılacağının belirlenmesi<br>Bahçenin şeklinin neye benzediğinin ifade edilmesi<br>Yolun genişliğinin belirlenmesi | Bahçenin şekli nasıldır?<br>Bahçenin boyutları nelerdir?<br>Yürüyüş yolu bahçenin neresine yapılacaktır?<br>Bizden ne istenilmektedir? |
| **Strateji Belirlenmesi** |  | Soru anlaşıldıktan sonra görsel olarak çiziminin yapılması<br>Çizilen şekil yardımıyla sorunun çözülebileceğinin farkına varılması | Soru anlaşıldıktan sonra görsel olarak ifade edebilir miyiz? |
| **Stratejinin Uygulanması** | Alan (üst ve alt kısım)= 12x1= 12 $m^2$<br>Alan (Yan kenarlar)= 7x1= 7 $m^2$<br>Tüm alan= 12+12+7+7=38 $m^2$ | Çizilen şeklin parçalara ayrılması.<br>Geometrik cisimlerin alanlarının hesaplanması<br>Yürüyüş yolunda parçalara ayrılan küçük dikdörtgenlerinin kenarlarının doğru bir şekilde tespitinin yapılması | Öğrenciler, yürüyüş yolundaki alt parçasındaki 1 cm'lik kısmı görmeyebilirler. Bu kısmın uzunluğunun da 1 cm olduğunun görülmesi sağlanabilir. |
| **Çözümün değerlendirilmesi** | | Grupların çözümlerini tahtada yapmaları istenilerek her grubun çizimleri ve çözüm yöntemleri sınıf içerisinde tartışılır. Ortak bir çözüm yolu üzerinde durulur ve cevap kararlaştırılır. | Bu sorunun şekil çizilerek daha anlaşılabilir olduğu ve yapılacak yürüyüş yolunun bahçenin neresine yapılacağının görülmesini kolaylaştırdığı ifade edilebilir. |

| | Öğrenme Aktiviteleri | Öğrencilerinden Beklenilen Davranışlar | Rehber Davranışlar |
|---|---|---|---|
| **Problemi Anlama** | Bir salyangoz bir boruya tırmanıyor. Salyangoz her gün 8.5 metre tırmanıyor. Ancak her akşam yağmur yağıyor ve yağmur yağdığında, salyangoz 1 metre aşağıya kayıyor. Salyangoz 45 metrelik borunun en üstüne kaç günde çıkar? | Verilenlerin ve istenilenlerin grup içinde ifade edilmesi<br>Borunun yüksekliğinin ifade edilmesi<br>Salyangozun bir günde ne kadar tırmandığının belirlenmesi<br>Salyangozu engelleyen durumun | Borunun uzunluğu kaç metredir?<br>Salyangoz bir günde ne kadar ilerleyebiliyor?<br>Yağmur salyangozu kaç metre kayıyor? |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | belirlenmesi | |
| **Strateji Belirlenmesi** |  | Öğrencilere grup içerisinde sorunun nasıl çözülebileceği konusunda tartışma yapmaları için 3-5 dakika süre verilir. Şekil çizerek sonuca ulaşabileceklerinin farkına varmaları beklenir | Bu soru görsel olarak ifade edilebilir mi? |
| **Stratejinin Uygulanması** | | 1, 2,…6. günün sonunda salyangozun yerden yüksekliğinin belirlenmesi<br>Öğrenciler belirledikleri şekil çizme stratejisini uygular ve sonuca ulaşır | 1. gün salyangoz ne kadar ilerler?<br>1. günün sonunda yağmurun etkisiyle en son salyangozun yerden yüksekliği ne kadardır? |
| **Çözümün değerlendirilmesi** | | Elde edilen sonuç tartışılır. Farklı sonuçlar varsa çözümleri incelenir. Doğru sonuç sınıfın bütünü tarafından kabul edilir. | Grupların çözümlerinin açıklanması istenir. Grupların oluşturdukları diyagramlar kontrol edilir. |

| | Öğrenme Aktiviteleri | Öğrencilerinden Beklenilen Davranışlar | Rehber Davranışlar |
|---|---|---|---|
| **Problemi Anlama** | Ongenin kaç köşegeni vardır? | Verilenler ve istenilenler yazılır.<br>Ongen ve köşe kavramlarının ne olduğu grup içerisinde ifade edilir. | Ongenin kaç köşesi vardır?<br>Köşegen nedir?<br>Öğrencilere sorular yöneltilerek çokgenlerle ilgili geçmiş bilgilerinin hatırlanmasına yardımcı olunur |
| **Strateji Belirlenmesi** | A= 7 Tane<br>B= 7 Tane<br>C= 6 Tane<br>D= 5 Tane<br>E= 4 Tane<br>F= 3 Tane<br>G= 2 Tane<br>H= 1 Tane<br>Toplam= 35 | Diyagram (Şekil ) çizme stratejisinin kullanımı | |
| **Stratejinin Uygulanması** | | Ongenin çizilmesi<br>Köşegenlerin belirlenmesi<br>Köşegen çizerken sistematik olarak bir sıranın takip edilmesi<br>Çizilen köşegenlerin sayısının belirlenmesi | Ongenin köşelerini isimlendirirseniz, bu size köşegenleri çizerken veya sıralama yaparken fayda sağlayabilir. |
| **Çözümün değerlendirilmesi** | | Grupların çözümlerini sırayla tahtada açıklarlar.<br>A köşesinden çizilen köşegen sayısının 7, B köşesinden çizilen köşegen sayısının 7 ve sonrasında köşegen sayılarının birer azalarak devam etmesinin nedenin | Öğrencilerin çizimleri kontrol edilir. Yanlış olanlar için tekrar çizim yapmaları ve tekrar kontrol etmeleri istenir.<br>Ders sonunda problemlerin çözümünde kullanılan stratejinin gruplar tarafından isimlendirilmesi istenir ve sınıfın ortak |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | açıklaması yapılır. | kararı doğrultusunda strateji isimlendirilir. |

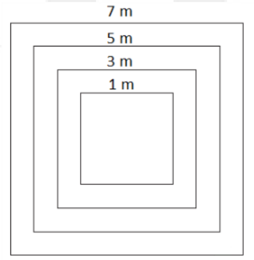
**Ders planı** : **4. Ders**
**Konu** : **Bağıntı (Örüntü) Bulma Stratejisi**
**Süre** : **40 dk**
**Grup** : **3-4 kişi**
**Araçlar** : **Kağıt, kalem, Çalışma Kağıtları, Projeksiyon Cihazı**
**Kazanımlar** : **1- Problemi Anlar.**
**2- Problem Üzerinde Düşünür.**
**3- Bağıntı (Örüntü) Bulma Stratejisini Keşfeder.**
**4- Bağıntı (Örüntü) Bulma Stratejisini Uygular.**
**5- Bağıntı (Örüntü) Bulma Stratejisi ile ilgili problemleri İsimlendirir.**

| | **Öğrenme Aktiviteleri** | **Öğrencilerinden Beklenilen Davranışlar** | **Rehber Davranışlar** |
|---|---|---|---|
| **Problemi Anlama** | Ali 1, 3, 6, 10, 15 ile başlayan bir sayı modeli oluşturmaktadır. Bu modeli devam ettirirse elde edeceği dört sayının neler olacağını bulunuz. | Verilenin ve istenenin ne olduğunun belirlenmesi | |
| **Strateji Belirlenmesi** | +2 +3 +4 +5 +6 +7 +8 +9<br>1 3 6 10 15 21 28 36 45 | Sayılar üzerinde öğrenci gruplarının tartışması.<br>Sayıların nasıl bir düzen izlediğinin incelenmesi<br>Verilen sayılardaki örüntünün keşfedilmesi | Öğretmen öğrencilere verilen 3-5 dakikalık süre içerisinde grupları kontrol eder. Bir strateji belirlemede zorluk yaşayan öğrencilere verilen sayıların nasıl devam ettiğini ve devam eden sayıların artış miktarlarının nasıl olduğunu incelemeleri hakkında ipuçları verebilir. |
| **Stratejinin Uygulanması** | | Keşfedilen örüntünün devam ettirilmesi | |
| **Çözümün değerlendirilmesi** | | Grup sözcülerinin tahtaya çıkarak çözümlerini anlatır. | Öğrencilerden örüntü keşfedildikten sonra 15. terimin kaç olacağını bulmaları istenir. |

| | **Öğrenme Aktiviteleri** | **Öğrencilerinden Beklenilen Davranışlar** | **Rehber Davranışlar** |
|---|---|---|---|
| **Problemi Anlama** | $2^{19}$ sayısının birler basamağındaki rakamı bulunuz | Problemde verilenin belirlenmesi<br>Problemde istenilenin belirlenmesi | |
| **Strateji Belirlenmesi** | $2^1=\underline{2}$ $2^2=\underline{4}$<br>$2^3=\underline{8}$ $2^4=1\underline{6}$<br>$2^5=3\underline{2}$ $2^6=6\underline{4}$<br>.<br>$2^8=\ldots\underline{6}$ $2^{12}=\ldots\ldots\underline{6}$<br>. | Verilen üslü sayı üzerinde öğrenci gruplarının tartışması.<br>Birler basamağında 8'in kuvvetlerinin yazılması<br>Her 4 kuvvette bir elde edilen sayıların birler basamağının aynı olduğunun | Öğretmen öğrencilere verilen 3-5 dakikalık süre içerisinde grupları kontrol eder. Bir strateji belirlemede zorluk yaşayan öğrencilere verilen sayıların nasıl devam ettiğini, devam eden sayıların artış miktarlarının nasıl olduğunu incelemeleri |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | $2^{16}$=….6 $2^{17}$=……2 | keşfedilmesi | hakkında ipuçları verebilir. |
| **Stratejinin Uygulanması** | $2^{18}$=……4 $2^{19}$=……8 | Keşfedilen örüntünün devam ettirilerek sonuca ulaşılması | |
| **Çözümün değerlendirilmesi** | $2^1$=2<br><br>$2^2$=4<br><br>$2^3$=2x4=8 $2^{3'}$ün birler basamağı 8'dir. | Grup sözcülerinin tahtaya çıkarak çözümleri anlatır.<br>Verilen çözümlerde öğrencilerin başka bir ilişki araması için öğrencilere 3-5 süre verilir ve öğrencilerin $2^3$'ün birler basamağındaki sayının $2^2$ ile $2^1$ in birler basamağındaki sayıyla çarpıldığında elde edildiğini keşfeder. | Öğrenci çözümlerinde farklılıklara odaklanılabilir. Örüntü bulma stratejisinde farklı çözüm yollarına odaklanılabilir. Yine bu çözümde öğrencilerin sayıların birler basamağındaki rakamların çarpımının sonraki sayının birler basamağındaki rakamı verdiğinin keşfedilmesi sağlanır |

| | **Öğrenme Aktiviteleri** | **Öğrencilerinden Beklenilen Davranışlar** | **Rehber Davranışlar** |
|---|---|---|---|
| **Problemi Anlama** | 1'den 150'ye kadar olan tek sayıların toplamı kaçtır? | Verilen bilginin anlaşılması<br>İstenilenin ne olduğunun ifade edilmesi<br>1'den 150'ye kadar olan sayılarda 75 tane tek sayının olduğunun farkına varılması | |
| **Strateji Belirlenmesi** | $1=1=1^2$<br>$1+3=4=2^2$<br>$1+3+5=9=3^2$<br>$1+3+5+7=16=4^2$ | Toplamanın doğrudan yapılabileceği düşünülebilir, fakat çok zaman alır.<br>Öğrenciler problem üzerinde düşünür.<br>Örüntünün keşfedilmesi. | Daha küçük sayılardan başlayarak bir ilişki arayabilirsiniz. |
| **Stratejinin Uygulanması** | .<br>.<br>.<br>1+3+5+…………+149=$75^2$=5625 | Keşfedilen örüntünün devam ettirilerek sonuca ulaşılması | Öğrencilerden bazıları 75 tek sayının olduğunun farkında olmaya bilirler ve 150 sayı olduğunu düşünebilirler. Öğretmen stratejinin uygulanması aşamasında grupları dolaşarak bu durumun ortadan kaldıracak yönlendirici sorular sorabilir. |
| **Çözümün değerlendirilmesi** | Örüntüden faydalanarak 1000'e kadar 500 tek sayı vardır. O zaman sonuç $500^2$ olur.<br>Bu çözümlerden hareketle n'ye kadar n/2 tek sayı vardır o zaman sonuç $(n/2)^2$ olur. | Her grubun çözümü sınıfta paylaşılır. | Peki bulduğumuz bu sonuçtan yararlanarak 1000'e kadar olan tek sayıları ve n'ye kadar olan tek sayıların toplamını nasıl bulabiliriz? |

| | **Öğrenme Aktiviteleri** | **Öğrencilerinden Beklenilen Davranışlar** | **Rehber Davranışlar** |
|---|---|---|---|
| **Problemi Anlama** | Ali bir sanat galerisinde çalışıyor. Bir müşterisi için geniş bir duvar kaplaması tasarlıyor. Tasarımın tamamı 50 eş merkezli karelerden (aynı merkezli olan ve kenarları birbirine paralel olan) oluşuyor. Aşağıdaki şekilde tasarımın ilk dört karesin göstermekte ve her bir karenin uzunluğu verilmektedir. Ali karelerin her birinin çevresini yün ile kaplayacaktır. 50 karenin tamamının çevresini kaplamak için kaç metre yün gereklidir?<br> | Verilenleri yazma<br>Koşulları ifade etme<br>Bilinmeyeni belirtme | Ali ne yapmak istiyor?<br>Duvar kaplaması neyden oluşmaktadır?<br>Duvarın kaplanması için kaç kare kullanılmıştır?<br>Karelerin uzunlukları nedir?<br>5. karenin uzunluğu kaç metre olacaktır?<br>Karelerin hangi kısmına yün kaplanacaktır? |
| **Strateji Belirlenmesi** | $1=1=1^2$<br>$1+3=4=2^2$<br>$1+3+5=9=3^2$<br>$1+3+5+7=16=4^2$<br>….<br>….<br>….<br>….<br>50 karenin toplam kenarı $50^2$=2500 metredir. | Öğrencilerin bir önceki etkilikle bu soru arasında bir bağlantı kurması beklenir.<br>Her bir karenin kenarlarının eşit olduğundan yola çıkarak sonucun karelerin kenarlarını toplayarak ulaşabileceklerinin farkına varırlar.<br>1 birimli karenin kenarlarının 1 m2, iki karenin kenarının toplamı 22, 3 karenin kenarlarının toplamı 32… örüntüden hareketle 50 karenin kenarları toplamının 502 olduğunu keşfeder. | Daha önce böyle bir soruyla karşılaştınız mı?<br>Önceki çözdüğümüz soruyla benzerlik göstermekte midir?<br>Öğretmen grupları dolaşarak tartışmaları kontrol eder. |
| **Stratejinin Uygulanması** | Karenin her bir kenarı eşit ve dört kenarı olduğu için verilen 50 karenin çevresi ise 2500x4= 10000 metredir.<br><br>50 karenin çevresini kaplamak için 10000 metre yün gereklidir. | 1 birimli karenin kenarlarının 1 m2, iki karenin kenarının toplamı 22, 3 karenin kenarlarının toplamı 32… örüntüden hareketle 50 karenin kenarları toplamının 502 olduğunu keşfeder. | Örüntü bulunduktan sonra cevap 2500 olarak bırakılabilir. Öğrencilerin buldukları sonucu tekrar kontrol etmeleri istenir. Bulduklarının ne olduğu sorularak sadece karenin bir kenarının uzunluğunu olduğunun farkına varmaları sağlanır. |
| **Çözümün değerlendirilmesi** | | Öğrenci grupların çözümleri sınıfta tartışılır ve ortak bir cevapta karar kılınır. | Ders sonunda problemlerin çözümünde kullanılan strateji gruplar tarafından isimlendirilmesi istenir ve sınıfın ortak kararı doğrultusunda strateji isimlendirilir. |

**Ders planı** : **5. Ders**
**Konu** : **Değişken Kullanma Stratejisi**
**Süre** : **40 dk**
**Grup** : **3-4 kişi**
**Araçlar** : **Kağıt, kalem, Çalışma Kağıtları, Projeksiyon Cihazı**
**Davranışlar** : **1- Problemi Anlar.**
**2- Problem Üzerinde Düşünür.**
**3- Değişken Kullanma Stratejisini Keşfeder.**
**4- Değişken Kullanma Stratejisini Uygular.**
**5- Değişken Kullanma Stratejisi ile ilgili problemleri İsimlendirir.**

| | **Öğrenme Aktiviteleri** | **Öğrencilerinden Beklenilen Davranışlar** | **Rehber Davranışlar** |
|---|---|---|---|
| **Problemi Anlama** | Hangi sayının 5 katının 3 fazlası 23 e eşittir? | Verilenler ve istenilenleri ifade etme | |
| **Strateji Belirlenmesi** | Bilinmeyen değere "A" veya " $\square$ " ifade kullanılabilir.<br><br>5A+3=23    5 $\square$ +3=23<br>5A=20    5 $\square$ =20<br>A=4    $\square$ = 4 | Grup içerisinde soruyu tartışma<br>Bilinmeyen değer ile ilgili verilen işlemleri yazma<br>Bilinmeyen değer için bir değişken kullanılmasına karar verme | Bilinmeyen değeri kullanarak verilen adımları yapabilir misiniz? |
| **Stratejinin Uygulanması** | | Stratejinin uygulanması ve işlemlerin yapılarak çözüme ulaşılması | Gruplar arasında dolaşarak grupların çözüm yollarının kontrol edilmesi |
| **Çözümün değerlendirilmesi** | | Çözümün değerlendirilmesi<br>Sınıfta grupların çözümlerinin değerlendirilerek sonucun belirlenmesi | |

| | **Öğrenme Aktiviteleri** | **Öğrencilerinden Beklenilen Davranışlar** | **Rehber Davranışlar** |
|---|---|---|---|
| **Problemi Anlama** | Bir kutu, sakız ve şekerlerle doludur. Sakızların sayısı şekerlerin sayısından 8 fazladır. Sakızların kutudaki tüm sakız ve şekerlere oranı ise 3/5' tür. Buna göre kutudaki sakız ve şekerlerin toplamı kaçtır? | Verilenler ve istenilenleri grup içerisinde tartışarak belirler. | Şekerler ve sakızların sayıları arasında nasıl bir ilişki vardır? |
| **Strateji Belirlenmesi** | Tüm kutu= Sakız + Şeker<br>Sakız= Şeker+8<br>Tüm kutu = 2 Şeker+ 8<br>$\frac{Şeker+8}{2\,Şeker+8}=\frac{3}{5}$ işlem devam ettirildiğinde; | Grup içerisinde soruyu tartışma<br>Bilinmeyen değer ile ilgili verilen işlemleri yazar.<br>Bilinmeyen değer için bir değişken kullanılmasına karar verir. | Bilinmeyen değeri kullanarak verilen adımları yapabilir misiniz?<br>Önceki çözdüğümüz soruyla bir benzerlik var mıdır? |
| **Stratejinin Uygulanması** | 5 Şeker+ 40= 6 Şeker +24<br>40-24= 6 Şeker – 5 Şeker<br>16= Şeker<br>Sakız= 16+8= 24<br>Kutudaki toplam= 24+ 16=40 | Stratejinin uygulanması ve işlemlerin yapılarak çözüme ulaşılması beklenir. | Gruplar arasında dolaşarak grupların çözüm yollarının kontrol edilmesi |

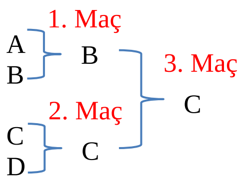
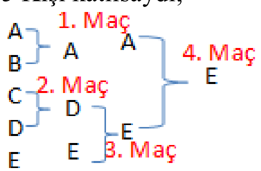
| | | | |
|---|---|---|---|
| **Çözümün değerlendirilmesi** | | Çözümün değerlendirilmesi<br>Sınıfta grupların çözümlerinin değerlendirilerek sonucun belirlenmesi<br>Grupların değişkenleri farklı isimlendirmeleri ve çözümleri üzerinde tartışılır. | Bilinmeyenin isim veya herhangi bir değer verildiğinde verilen kurallar uygulandığında çözümün kolaylaştığı vurgulanarak, değişken kullanma yöntemiyle sonuca daha kolay ulaşıldığı ifade edilir. |

| | **Öğrenme Aktiviteleri** | **Öğrencilerinden Beklenilen Davranışlar** | **Rehber Davranışlar** |
|---|---|---|---|
| **Problemi Anlama** | Bir araç A kentinden B kentine 60 km hızla gidip, 40 km. hızla dönmüştür. Gidiş- Dönüş toplam 5 saat sürdüğüne göre A kenti ile B kenti arası kaç km. dir? | Verilenleri ifade etme<br>İstenileni ifade etme<br>Giderken ve dönerken aynı yolun alındığını belirtme | Verilenler nelerdir?<br>Giderken ki hızı ve dönerken ki hız nedir?<br>Yol toplam kaç saat sürmüştür? |
| **Strateji Belirlenmesi** | Gidiş süresi=t<br>Dönüş süresi= 5-t olur.<br>Gidiş ve dönüş için yol aynı ise<br>60.t=40. (5-t)<br>60t= 200-40t<br>100t=200<br>t=2 saat olur.<br>Yol= 60x2<br>Yol= 120 km dir. | Gidiş süresini değişkenle ifade etme<br>Gidiş ve dönüş yolunun aynı olduğunu düşünerek bir değişken yazma<br>Yolun hız ve zaman çarpımının olduğunu bilme | Gidiş veya dönüş süresinde değişken kullanarak diğer süreyi kullanılan değişken cinsinden yazabilmek için öğrencileri yönlendirme<br>Gidiş süresine "t" dersek dönüş süresi nasıl ifade edilebilir?<br>Yolu nasıl bulabiliriz? |
| **Stratejinin Uygulanması** | | Stratejinin uygulanması ve işlemlerin yapılarak çözüme ulaşılması | Gruplar arasında dolaşarak grupların çözüm yollarının kontrol edilmesi |
| **Çözümün değerlendirilmesi** | | Çözümün değerlendirilmesi<br>Sınıfta grupların çözümlerinin değerlendirilerek sonucun belirlenmesi | Eğer sadece gidiş süresi verilseydi denklem nasıl değişirdi? |

| | **Öğrenme Aktiviteleri** | **Öğrencilerinden Beklenilen Davranışlar** | **Rehber Davranışlar** |
|---|---|---|---|
| **Problemi Anlama** | Ardışık iki tek sayının toplamının çift olduğunu gösteriniz? | Yöneltilen sorunun analiz edilmesi<br>Koşulların belirlenmesi<br>İstenilenin ifade edilmesi | Verilenler nelerdir?<br>Koşullar nelerdir? |
| **Strateji Belirlenmesi** | Herhangi bir tek sayı "n" ile ifade edildiğinde bu sayıdan sonra gelen diğer tek sayı ise "n+2" olur.<br>Bu iki sayının toplamı ise;<br>n+ (n+2)= 2n+2 olur.<br>2n+2 ise 2(n+1) şeklinde yazılabilir. Görüldüğü üzere 2 (n+1) "n" yerine hangi sayı yazılırsa yazılsın sonuç daima çift çıkacaktır. | Ardışık tek sayıları değişken kullanarak ifade edebilme | Tek sayı değişken kullanarak ifade edebilir misiniz?<br>Değişken kullanarak ifade ettiğiniz tek sayının ardışığı nasıl ifade edilebilir? |
| **Stratejinin Uygulanması** | | Değişken kullanarak tek sayıyı ifade eder<br>Tek sayı için kullandığı değişkenden | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | hareketle tek sayının ardışığını yazar<br>İki ile çarpılan sayıların çift olduğunu ifade eder | |
| **Çözümün değerlendirilmesi** | | Öğrenci grupları çözümlerini tahtada anlatır ve her grubun çözümü tek tek incelenir. | Peki, iki tek sayının çarpımının tek olduğunu gösterebilir misiniz?<br>Ders sonunda problemlerin çözümünde kullanılan strateji gruplar tarafından isimlendirilmesi istenir ve sınıfın ortak kararı doğrultusunda strateji isimlendirilir. |

**Ders planı** : **6. Ders**
**Konu** : **Basitleştirme Stratejisi**
**Süre** : **40 dk**
**Grup** : **3-4 kişi**
**Araçlar** : **Kağıt, kalem, Çalışma Kağıtları, Kareli kağıtlar, Projeksiyon Cihazı**
**Kazanımlar** : **1- Problemi Anlar.**
**2- Problem Üzerinde Düşünür.**
**3- Basitleştirme Stratejisini Keşfeder.**
**4- Basitleştirme Stratejisini Uygular.**
**5- Basitleştirme Stratejisi ile İlgili Problemleri İsimlendirir.**

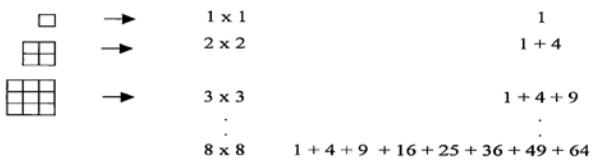
| | Öğrenme Aktiviteleri | Öğrencilerinden Beklenilen Davranışlar | Rehber Davranışlar |
|---|---|---|---|
| **Problemi Anlama** | 18 öğrencinin katıldığı elemeli bir santranç turnuvasında kaç maç yapılır | Verilenleri yazma<br>Kurallı ifade etme<br>İstenilenin ne olduğunu belirleme | Turnuvaya kaç öğrenci katılmıştır?<br>Kural nedir? |
| **Strateji Belirlenmesi** | 4 kişi katılsaydı kaç maç yapılırdı?<br> | Problemin çözüm yöntemi için gruplar 3-5 dk tartışırlar<br>Öğrencilerden daha az katılımcı grup üzerinde basit olarak denemeler yapması beklenir.<br>Basit Problemlerin Çözümünden Yararlanması beklenir | Erkek öğrencilere eleme maçlarındaki sistem hatırlatılabilir.<br>Öğrencilere eğer bu turnavaya 2 kişi katılsaydı kaç maç yapılırdı?<br>5 kişi katılsaydı kaç maç yapılırdı şeklinde sorular yöneltilerek basit çözümlerden yararlanmaları için öğrencilere ipuçları verilebilir |
| **Stratejinin Uygulanması** | 5 Kişi katılsaydı;<br> | Öğrencilerin basit çözümlerden yararlanarak problemin çözümü elde etmesi beklenir. | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 4 kişinin katıldığında 3 maç,<br>5 kişinin katıldığında 4 maç yapılıyorsa 18 kişinin katıldığında 17 maç yapılır. | | |
| **Çözümün değerlendirilmesi** | | Grupların çözümleri sınıfta tartışılarak çözümleri incelenir<br>Genel olarak uzun çözümleri olan sorularda basit çözümlerin olup olmadığının araştırılmasının düşünülebileceği farkına varılır. | Eğer “n” kişinin katıldığı bir turnava olsaydı kaç maç yapılır?<br>Basit çözümlerden faydalanarak karmaşık görülen veya uzun işlem gerektiren problemlerin çözümünün kolaylaştırılabileceği vurgulanır. |

| | **Öğrenme Aktiviteleri** | **Öğrencilerinden Beklenilen Davranışlar** | **Rehber Davranışlar** |
|---|---|---|---|
| **Problemi Anlama** | $\frac{2+4+6+8\ldots\ldots+38}{3+6+9+12\ldots\ldots+57}$ =? | Payda verilen sayıların ikişer ikişer arttığını ifade eder<br>Paydada verilen sayıların üçer üçer arttığını ifade eder<br>İstenileni ifade eder | |
| **Strateji Belirlenmesi** | 1. adım $\frac{2}{3}$<br>2. adım $\frac{2+4}{3+6}=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$<br>3. adım $\frac{2+4+6}{3+6+9}=\frac{12}{18}=\frac{2}{3}$ | Öğrencilerin pay ve paydadaki sayıları uzun toplama yerine daha basit işlemler yaparak sorunun üzerinde düşünmeleri beklenir.<br>Daha basit çözümlerden yararlanma yoluna gidilebilir. | Daha basit çözümlerden faydalanabilir misiniz?<br>İlk olarak birinci terimleri yazıp sonucu kontrol ederseniz nasıl olur?<br>Bir ve ikinci terimleri yazıp işlemleri kontrol ettiğinizde sonuç ne olur? |
| **Stratejinin Uygulanması** | 4. adım $\frac{2+4+6+8}{3+6+9+12}=\frac{20}{30}=\frac{2}{3}$<br>…<br>$\frac{2+4+6+8\ldots\ldots+38}{3+6+9+12\ldots\ldots+57}=\frac{2}{3}$ olur | Basit çözümlerle ilgili işlemler yapılır.<br>1, 2, 3 ve 4. Adımda olduğu gibi.<br>Öğrenciler basit çözümlerden faydalanarak sonucu keşfeder. | |
| **Çözümün değerlendirilmesi** | | Grupların çözüm stratejileri değerlendirilir ve ortak bir çözüm yolu elde edilir. | Bu soru $\frac{7+14+21+28\ldots\ldots+105}{5+10+15+20\ldots\ldots+75}$ =? şeklinde verilirse sonuç ne olur? |

| | **Öğrenme Aktiviteleri** | **Öğrencilerinden Beklenilen Davranışlar** | **Rehber Davranışlar** |
|---|---|---|---|
| **Problemi Anlama** | 10 elemanlı bir kümenin kaç alt kümesi olduğunu bulunuz. | Verilenlerin neler olduğunu belirler<br>Alt küme kavramını ifade eder<br>İstenilenin ne olduğunu ifade eder | Alt küme kavramını daha önce görmüştük hatırlayabildiniz mi?<br>Alt küme kavramını hatırlatır<br>Verilen küme kaç elemanlıdır? |

| | | | |
|---|---|---|---|
| **Strateji Belirlenmesi** | 2 elemanlı kümenin (a,b) alt kümeleri= { }, {a}, {b}, {a,b}= 4 tane=$2^2$<br><br>3 elemanlı (a,b,c)= { }, {a}, {b}, {c}, {a,b}, {b,c}, {a,c}, {a,b,c} =8= $2^3$<br>……<br>Benzer çözümlerden hareketle 10 elemanlı bir kümenin alt küme sayısı $2^{10}$ olur. | Grup içerisinde 3-5 dakikalık sorunun nasıl çözülebileceği üzerine tartışmalar yürütülür.<br>Öğrenciler basit benzer problemler üzerinde çalışması beklenir. | Gruplar dolaşılarak öğrenci tartışmaları takip edilir.<br>Öğrencilerin çözüm üretmekte zorlandığı görülürse eğer bu küme 2 elemanlı olsaydı kaç alt kümesi olurdu, 3 elemanlı olsaydı kaç alt kümesi olurdu şeklinde yönlendirici sorular sorulur. |
| **Stratejinin Uygulanması** | | Basit benzer problemlerin alt kümelerini ifade ederler.<br>Elde ettikleri sonuçlardan hareketle sorunun cevabına ulaşırlar | Eğer öğrenciler üslü biçimleri göremez ise 4 ve 8'i farklı biçimde(üslü olarak) ifade edebilecekleri hatırlatılabilir. |
| **Çözümün değerlendirilmesi** | 2 elemanlı bir kümenin alt küme sayısı= $2^2$<br>3 elemanlı bir kümenin alt küme sayısı= $2^3$<br>10 elemanlı bir kümenin alt küme sayısı= $2^{10}$<br>"n" elemanlı bir kümenin alt küme sayısı= $2^n$ | Gruplar çözümlerini sınıf içerisinde sunar.<br>Grupların çözümleri tartışılır.<br>Ortak bir cevaba ulaşılır.<br>Çözümlerin değerlendirmesi yapılır. | Peki "n" elemanlı bir kümenin alt küme sayısı kaçtır? Sorusu yöneltilebilir ve sınıfta bu soru tartışılabilir. |

| | **Öğrenme Aktiviteleri** | **Öğrencilerinden Beklenilen Davranışlar** | **Rehber Davranışlar** |
|---|---|---|---|
| **Problemi Anlama** | 64 küçük kareden oluşan bir büyük kare içinde kaç kare vardır? | Verilenlerin yazılması<br>İstenilenlerin yazılması<br>Büyük karenin içerisinde büyük ve küçük karelerin bulduğunun ifade edilmesi<br>Kareli kağıtlar kullanılarak soru görselleştirilir. | Büyük şekil kaç kareden oluşmuştur?<br>Büyük şeklin kendisi hangi geometrik şekli oluşturmuştur?<br>Soruyu farklı olarak çizimle anlatabilir misiniz?<br>Ellerinde bulunan kareli kağıtla vasıtasıyla soruyu ifade etmeleri istenir |
| **Strateji Belirlenmesi** |  <br>1 tane küçük karede 1 kare bulunur.<br>4 tane küçük karede 1 büyük 4 tanede küçük olmak üzere 5 kare bulunur.<br>9 tane küçük karede 1 büyük 4 tane ikili kareler ve 9 tane küçük kareler olmak üzere 14 kare bulunur.<br>64 tane küçük karede ise 1+4+9+16+25+36+49+64'lü kareler olmak üzere 204 kare bulunmaktadır. | Gruplar içerisinde tartışmaların yapılması<br>Görsel olarak karelerin çizilerek 1 küçük küpten 4 küçük küpten oluşan şekillerin içinde kaç karenin olduğu belirlenir.<br>Benzer basit problemlerin çözümünden faydalanılır | Grupların çizimler yaparak sorunun üzerinde çalışmaları istenir.<br>Benzer olarak öğrencilere eğer 64 yerine 1 kare veya 4 kare olsaydı cevabımız ne olurdu, bu soruyu nasıl çözebilirdik şeklinde sorular yöneltilerek zorlanan gruplara ipucu verilebilir. |
| **Stratejinin Uygulanması** | | Belirlenen strateji uygulanarak benzer basit karelerde içinde kaç kare olduğu belirlenir. | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| **Çözümün değerlendirilmesi** | | Grup sözcüleri tahtaya çıkarak çözümlerini anlatırlar.<br>Çözümler tartışılır ve sınıf içerisinde sorunun ortak cevabı belirlenir. | Ders sonunda problemlerin çözümü için öğrencilerin kullandıkları stratejiyi isimlendirmeleri istenir ve sınıfın ortak kararı olarak bu strateji isimlendirilir. |

**Ders planı : 7. Ders**
**Konu : Geriye Doğru Çalışma Stratejisi**
**Süre : 40 dk**
**Grup : 3-4 kişi**
**Araçlar : Kağıt, kalem, Çalışma Kağıtları, Projeksiyon Cihazı**
**Kazanımlar : 1- Problemi Anlar.**
**2- Problem Üzerinde Düşünür.**
**3 Geriye Doğru Çalışma Stratejisini Keşfeder.**
**4- Geriye Doğru Çalışma Stratejisini Uygular.**
**5- Geriye Doğru Çalışma Stratejisi ile İlgili Problemleri İsimlendirir.**

| | **Öğrenme Aktiviteleri** | **Öğrencilerinden Beklenilen Davranışlar** | **Rehber Davranışlar** |
|---|---|---|---|
| **Problemi Anlama** | Hangi sayının 3 katının 19 fazlası 100 eder? | Verilenleri belirleme<br>Bilinmeyenle ilgili verilenleri ifade etme<br>İstenileni belirleme | Verilenler nelerdir?<br>İstenilen nedir?<br>Bilinmeyenle ilgili ne biliyoruz? |
| **Strateji Belirlenmesi** | Verilen bir sayının 3 katı alınarak o sayıya 19 eklenmiş ve sonucun 100 olduğu elde edilmiştir.<br>100’e 19 eklendiği için 100’den geriye doğru 19 eklenmeden önce elde edilen sayı bularak işe başlayalım. 100-19=81<br>3 katı alındıktan sonra 19 eklenmeden önceki sayı 81 dir.<br>3 katı alınmadan önce sayı =81:3=27<br>İstenilen sayı= 27’dir. | Ulaşılan sonuçtan geriye doğru bir yol izleyerek sonuca ulaşılacağın farkına varma<br>Geriye doğru çalışma | Öğrencilere problem üzerinde düşünmeleriyle ilgili süre verildiğinde grupları dolaşarak kontrol eder.<br>Verilen bir sayının 3 katı alınarak o sayıya 19 eklenmiş ve sonucun 100 olduğu elde edilmiştir. 100’e 19 eklendiği için 100’den geriye doğru 19 eklenmeden önce elde edilen sayı ne olabilir? |
| **Stratejinin Uygulanması** | | Belirlenen stratejinin uygulaması | |
| **Çözümün değerlendirilmesi** | Sonucun kontrol edilmesi<br><br>27’nin 3 katı= 27x3=81, 19 fazlası ise 81+19=100 elde edilir. Sonuç kontrol edilmiş olur.<br>3 katı yerine yarısı denildiğinde ise<br>81x2=162 sayısı elde edilir.<br>Katı denildiğinde bölme işlemi yarsı denildiği için iki katının elde edilmesi için çarpma işlemi yapılmış olur. | Grupların çözümleri sınıf ortamında tartışılır, çözümün değerlendirmesi yapılır.<br>Bu tür problemlerde toplama verildiğinde tersten işlem yapıldığı için çıkarma yapılacağı, çarpma verildiğinde ise bölme yapılacağının farkına varırlar (Not: Her zaman kuralın böyle olmayacağı soru akışına göre işlemlerin değişe bileceği ifade edilmelir). | Öğrenciler çözümün analizinin yapılması için yönlendirilir.<br>Neden çıkartma yaptık?<br>Neden bölme yaptık?<br>3 katı yerine yarısı denilirse soru nasıl çözülürdü? |

<table>
<tr><th></th><th>Öğrenme Aktiviteleri</th><th>Öğrencilerinden Beklenilen Davranışlar</th><th>Rehber Davranışlar</th></tr>
<tr><td>Problemi Anlama</td><td>Tavşanlar hızla çoğalarak nüfusları her yıl 2’ye katlanır. Yedi yıl sonra 3200 tavşana ulaştığına göre ilk yıl kaç tavşan vardı?</td><td>Verilenleri ifade eder.<br>Koşulun ne olduğunu belirler.<br>İstenilenleri ifade eder.</td><td>Verilenler nelerdir?<br>Tavşanların yedi yıl sonraki nüfusu kaçtır?<br>Her yıl tavşanların nüfusu nasıl değişim göstermektedir?</td></tr>
<tr><td>Strateji Belirlenmesi</td><td rowspan="2">Yedinci yılın sonundan ilk yıla doğru tavşan sayılarını ifade edebileceğimiz bir yol izlenir.<br>7. yıl= 3200<br>6.yıl= 3200:2= 1600<br>5.yıl= 1600:2= 800<br>4.yıl=800:2= 400<br>3.yıl= 400:2=200<br>2.yıl= 200:2=100<br>1.yıl= 100:2=50 tavşan vardır.</td><td>Geriye doğru çalışma yapılacağı keşfedilir.<br>Bir önceki çözülen soruyla benzerlik gösterdiğinin farkına varırlar.<br>2’ye katlanmasında geriye doğru çalışırken 2’ye bölüneceğinin farkına varırlar.</td><td>Bu soruyla daha önce karşılaştınız mı?<br>Önceki soruyla benzerlik göstermekte midir?<br>Bir önceki çözülen soruyla hangi açıdan benzerlik göstermektedir?</td></tr>
<tr><td>Stratejinin Uygulanması</td><td>Belirlenen strateji uygulanır</td><td></td></tr>
<tr><td>Çözümün değerlendirilmesi</td><td>1. yıl 50 tavşan<br>2. yıl ikiye katlandı 100<br>3. yıl 200<br>4.yıl 400<br>5.yıl 800<br>6. yıl 1600<br>7. yıl 3200 problemde 7. Yıl 3200 tavşan olduğu ifade edilmiştir. Bulunan sonuç kontrol edilmiştir.</td><td>Grupların çözümlerini tahtada anlatırlar her grubun çözümleri ayrı ayrı incelenir.<br>Çözümlerin kontrolü yapılır.</td><td></td></tr>
</table>

<table>
<tr><th></th><th>Öğrenme Aktiviteleri</th><th>Öğrencilerinden Beklenilen Davranışlar</th><th>Rehber Davranışlar</th></tr>
<tr><td>Problemi Anlama</td><td>Evren hafta sonunda kuzeni Nilsu ve arkadaşlarını davet etti. Annesi onlara pasta ikram etmeye karar verdi. Davetliler saat 15:00’te gelecekler. Evrenin annesi pastanın hazırlanması ve pişirilmesi için 45 dakika, masanın hazırlanması için 15 dakika zamana ihtiyaç olduğunu düşündü. Ayrıca, arkadaşları gelmeden 15 dakika önce hazırlıkların bitirilmesini planladı. Evren’in annesi pastayı en geç saat kaçta hazırlamaya başlamalıdır?</td><td>Verilenler sistematik bir biçimde sıra ile yazılır.<br>Davetlilerin kaçta geleceği belirlenir.<br>Pasta pişirme süresi, masanın hazırlanma süresi ifade edilir.<br>Problemde verilen plan listesi ayrıntılı olarak çıkartılır.<br>İstenilen belirlenir.</td><td>Pastanın hazırlanma ve pişirme süresi ne kadardır?<br>Masanın hazırlanma süresi ne kadardır?<br>Hazırlıkların kaç dakika önceden bitirilmesi isteniyor?<br>Problemde neyin bulunması isteniyor?</td></tr>
<tr><td>Strateji Belirlenmesi</td><td rowspan="2">Saat: 15:00 davetlilerinin geleceği saat<br>15’dakika erken bitirilmesi isteniyor. Saat: 14:45<br>Masanın hazırlanması 15 dakika sürüyor. Saat: 14:30<br>Pastanın hazırlanması ve pişme süresi 45 dakika 13:45<br>En geç 13:45’te pastanın hazırlanmaya başlaması gerekir.</td><td>Verilen işlemler için geçen süreler belirlenir.<br>Geriye doğru çalışılması gerektiğinin farkına varılır.</td><td>Pastanın en geç hazırlanacağı süreye dikkat edilmesi gerektiği vurgulanır.</td></tr>
<tr><td>Stratejinin Uygulanması</td><td>Geriye doğru çalışma stratejisi uygulanır.</td><td></td></tr>
</table>

| | | | |
|---|---|---|---|
| **Çözümün değerlendirilmesi** | 13:45'te yapımına başlanırsa;<br>14:30'da pastanın yapımı ve pişirilmesi biter.<br>14:30'dan (15 dakika) 14:45'e kadar masanın hazırlanması sürer.<br>14:45'ten 15:00'a (15 dakika) hazırlıkların tamamlanıp arkadaşların beklendiği süredir. | Gruplar çözümlerini tahtada anlatımını gerçekleştirirler.<br>Sonuçların kontrolünü her bir grup sözcülerinden istenir. | Soruda verilen en geç ifadesi neyi ifade etmektedir?<br>Eğer en geç denilmeseydi sorunun çözümü nasıl değişebilirdi? |

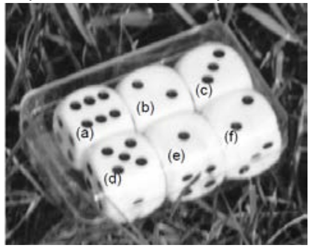
| | **Öğrenme Aktiviteleri** | **Öğrencilerinden Beklenilen Davranışlar** | **Rehber Davranışlar** |
|---|---|---|---|
| **Problemi Anlama** | Gözlemeci Ayşe teyze okulda düzenlenen kermes için 3 gün boyunca gözleme yapacaktır. İlk gün satışları yetiştirebilmek için evinde bir miktar hazırlayıp kermes alanına öyle gitmiştir. Kermes alanında açtıkları tezgâhta gözlemeleri iki katına çıkarıp 30 tanesini satmıştır. 2. Gün elindeki gözlemeleri 3 katına çıkarıp 54 tanesini satmıştır. 3. Gün elindekilerin 4 katına çıkarıp 72 tane satış yapmıştır. 3. Gün sonunda kermesten ayrıldığında elinde 48 tane gözleme kaldığına göre Ayşe teyze kermes alanına başlangıçta kaç gözleme yaparak gelmiştir? | Verilen bilgileri ifade eder.<br>Her gün yapılanları sistematik olarak yazar.<br>Grup içerisinde verilen bilgileri arkadaşlarıyla düzenler<br>Koşulları belirler<br>İstenileni yazar | Problemin uzun olduğu ifade edilerek öğrencilere birkaç defa problemi okumaları tavsiye edilebilir.<br>Birinci, ikinci ve üçüncü gün ne kadar satış yapmıştır?<br>Birinci, ikinci ve üçüncü gün için koşullar nelerdir? Ne kadar gözleme pişirilmiştir?<br>Öğrencilerden soruyu daha iyi kavramaları için günün başında ve sonunda elde bulunan gözlemeleri liste halinde yazmaları istenebilir. |
| **Strateji Belirlenmesi** | 3. gün sonunda 48 tane gözleme var.<br>3. gün 72 tane satış yapılmış toplam gözleme sayısı=48+72=120<br>3. günün başında elindeki gözlemelerin 4 katına çıkarıldığı ifade edilmiştir. O zaman 2. Günün sonunda elinde 120:4= 30 tane kalmış.<br>2. gün satılan 54 tane gözleme olduğuna göre 84 tane gözleme 2. Günde bulunmaktadır. | Gruplara 3-5 dk sorunun çözümüne yönelik tartışmaları için süre tanınır<br>Her grubun verilenleri ve kuralları ifade etmeleri beklenir.<br>Grupların tartışmaları ve analizleri sonucunda geriye doğru çalışma stratejini uygulamaları gerektiğini belirtmeleri beklenir | |
| **Stratejinin Uygulanması** | 2. gün elindeki gözlemeler 3 katına çıkmadan önce 84:3= 28 adettir.<br>1.günden ikinci güne kalan 28 adet gözleme bulunmaktadır.<br>1. Gün ayrıca satılan 30 tane gözlemeyle birlikte 58 gözleme bulunmaktadır.<br>1. gün gözlemeler ilk duruma göre iki katına çıkarıldığı ifade edilmiştir. O halde 58:2=29 adet gözleme ilk durumda Ayşe teyzenin evinde hazırlayıp getirdiği gözleme sayısıdır. | Geriye doğru çalışma stratejisi uygulanır. | Bu aşamada öğretmen grupları teker teker dolaşarak öğrencilerin çözümlerini kontrol eder.<br>Öğrencilerin çözüm basamaklarını dikkatli bir şekilde yapıp yapmadıklarının kontrolü önemlidir. Hata yapılan noktalarda öğrencilerden çözümlerini kontrol etmeleri istenir |
| **Çözümün değerlendirilmesi** | İlk gün evden 29 adet gözleme getirdiği sonucuna ulaşılmıştır. Problemde verilen adımları takip edersek ilk gün gözlemeler 2 katına çıkarılıyor. 29x2=58 daha sonra 30 tanesi satılıyor. 58-30=28 adet kalıyor | Her bir grubun çözümü tahtaya yazılır ve grupların çözümleri karşılaştırılır.<br>Grupların çözümlerinin sağlaması yapılır.<br>Her bir grubun çözümleri ayrıntılı olarak | Ders sonunda ders boyunca kullanılan problemlerin çözümü için belirlenen stratejiyi isimlendirmeleri istenir ve sınıfın ortak görüşü olarak bu strateji isimlendirilir. |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | İkinci gün gözlemeler 3 katına çıkarılıp 54 gözleme sayılıyor. 28x3=84, 84-54=30 adet gözleme ikinci günün sonunda elde kalıyor.<br>Üçüncü gün gözlemeler 4 katına çıkartılıyor. 30x4=120<br>120 gözleminden 72 tanesi satılıyor. 120-72= 48 gözleme geriye kalıyor. Sonucun kontrolü yapıldığında problemde verilen değerle eşleştiği görülmektedir. | incelenerek hatalı olan grupların çözümü düzeltilir. | |

**Ders planı** : **8. Ders**
**Konu** : **Tablo Yapma Stratejisi**
**Süre** : **40 dk**
**Grup** : **3-4 kişi**
**Araçlar** : **Kağıt, kalem, Çalışma Kağıtları, kareli kağıt, cetvel, zar, Projeksiyon Cihazı**
**Kazanımlar** : **1- Problemi Anlar.**
**2- Problem Üzerinde Düşünür.**
**3- Tablo Yapma Stratejisini Keşfeder.**
**4- Tablo Yapma Stratejisini Uygular.**
**5- Tablo Yapma Stratejisi ile İlgili Problemleri İsimlendirir.**

<table>
<tr><th></th><th>Öğrenme Aktiviteleri</th><th>Öğrencilerinden Beklenilen Davranışlar</th><th>Rehber Davranışlar</th></tr>
<tr><td>Problemi Anlama</td><td>Günde 30 dakika yürüyüş yapan bir çocuk 6 günde kaç saat yürüyüş yapar?</td><td>Verilenler belirlenir.<br>Bir çocuğun günde 30 dakika yürüyüş yaptığı ifade edilir.<br>Çocuğun 6 gün sonunda ne kadar yürüyüş yaptığı istenildiği söylenir.<br>Verilenin dakika cinsinden istenilenin ise saat cinsinden olduğu belirtilir.</td><td>Verilenler nelerdir?<br>Problemde ne istenilmektedir?<br>Günlük yürüyüşün dakika cinsinden verildiği, istenilenin ise saat cinsinden olduğunun öğrencilerin dikkat etmeleri yönünde uyarılar yapılabilir.</td></tr>
<tr><td>Strateji Belirlenmesi</td><td rowspan="2"><table><tr><td>Gün</td><td>Süre</td><td>Toplam</td></tr><tr><td>1. gün</td><td>30 dakika</td><td>30 dakika</td></tr><tr><td>2. gün</td><td>30 dakika</td><td>60 dakika</td></tr><tr><td>3. gün</td><td>30 dakika</td><td>90 dakika</td></tr><tr><td>4. gün</td><td>30 dakika</td><td>120 dakika</td></tr><tr><td>5. gün</td><td>30 dakika</td><td>150 dakika</td></tr><tr><td>6. gün</td><td>30 dakika</td><td>180 dakika</td></tr></table>180 dakika= 3 saat yapar</td><td>Öğrenciler problem üzerinde 2-3 dakika tartışır.<br>Günlerin düzenli olarak yazılmasıyla problemin çözülebileceğinin farkına varırlar.<br>Tablo yapma stratejisi ile sorunun çözüme ulaştırılması beklenir.</td><td>Gruplara tartışmaları için süre verilir.</td></tr>
<tr><td>Stratejinin Uygulanması</td><td>Tablo yapma stratejisi uygulanır.</td><td></td></tr>
<tr><td>Çözümün değerlendirilmesi</td><td></td><td>Grupların çözümlerini tahtada anlatması beklenir. Her bir grubun çözümleri değerlendirilir.</td><td>Bu problemde öğrenciler 30x6 şeklinde bir işlem yapa bilir bu durumda problemin çözümü için başka bir yolla çözülüp</td></tr>
</table>

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | | çözülemeyeceği tartışılarak tablo yapma stratejisiyle de bu problemin çözüme kavuşturulacağı sevdirilebilir.<br>Öğrencilere tablo yapma stratejisinin problem çözümünde ne gibi avantajlar sağladığı sorulabilir. |

<table>
<tr><th></th><th>Öğrenme Aktiviteleri</th><th>Öğrencilerinden Beklenilen Davranışlar</th><th>Rehber Davranışlar</th></tr>
<tr><td>Problemi Anlama</td><td>Aşağıdaki fotoğrafta (a)’dan (f)’ye kadar etiketlenmiş altı tane zar görüyorsunuz. Bütün zarlar için bir kural vardır: Her bir zarın iki karşıt yüzü üzerindeki noktaların sayısının toplamı her zaman yedidir.<br><br><br>Fotoğraftaki zarların alt yüzlerinde bulunan noktaların sayıları nedir?</td><td>Verilenler neler ifade edilir.<br>6 zar verildiği ve zarlar a’dan f’ye etiketlendiği belirtilir.<br>Zarlar ile ilgili problemde verilen kural ifade edilir.<br>Zarların alt yüzeyinde bulunan sayının kaç olduğunun istenildiği belirtilir.</td><td>Verilenler nedir?<br>Problemdeki kural nedir?<br>Ne istenilmektedir?</td></tr>
<tr><td>Strateji Belirlenmesi</td><td rowspan="2"><table>
<tr><th>Zarın Harfi</th><th>Üstündeki Sayı</th><th>Altındaki Sayı</th><th>Toplam (Kural)</th></tr>
<tr><td>a</td><td>6</td><td>7-6= 1</td><td>7</td></tr>
<tr><td>b</td><td>2</td><td>7-2= 5</td><td>7</td></tr>
<tr><td>c</td><td>3</td><td>7-3= 4</td><td>7</td></tr>
<tr><td>d</td><td>5</td><td>7-5= 2</td><td>7</td></tr>
<tr><td>e</td><td>1</td><td>7-1= 6</td><td>7</td></tr>
<tr><td>f</td><td>2</td><td>7-2= 5</td><td>7</td></tr>
</table></td><td>Kural dikkate alınarak a’dan f’ye kadar olan zarlar üzerindeki sayılar incelenir.<br>Öğrenciler gruplarındaki arkadaşlarıyla problem üzerinde tartışılır.<br>Tablo yaparak problemdeki verilerin düzenlenebileceği belirtilerek tablo yapma stratejinin kullanılacağı farkına varılır.</td><td>Gruplar arasında dolaşılarak öğrencilerin tartışmaları dikkatle izlenir.<br>Öğrencilere verilenleri tablo kullanarak yazmaları yönünde ipuçları verilebilir.</td></tr>
<tr><td>Stratejinin Uygulanması</td><td>Alttaki sayının bulunması için toplamdan üstteki sayının çıkartılması gerektiğinin farkına varır.</td><td></td></tr>
<tr><td>Çözümün değerlendirilmesi</td><td>Sınıfa getirilen zar öğrencilere dağıtılarak çözümlerinin kontrolünü yapmaları sağlanabilir.</td><td>Grupların çözümlerini ifade eder.<br>Grupların çözümleri arasında farklıklar varsa sınıf içerisinde tartışılarak doğru cevabın hangi çözümler olduğu ortaklaşa olarak belirlenir.</td><td>Çözümün kontrolü için sınıfa zar getirilebilir.<br>Verilen zarların üst yüzeyinde 4 noktanın bulunduğu zar bulunmadığı ifade edilerek “4’ün altındaki noktaların sayısı kaç olabilir?” şeklinde soru yöneltilebilir.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th></th><th>Öğrenme Aktiviteleri</th><th>Öğrencilerinden Beklenilen Davranışlar</th><th>Rehber Davranışlar</th></tr>
<tr><td>Problemi Anlama</td><td>Bir manavın üç kovası bulunmaktadır. 5 litre ve 3 litrelik kovası boş iken 8 litrelik kovası elma suyuyla doludur. 4 litrelik elma suyu bu kovalar kullanarak nasıl elde edebilir? (Krulik & Rudnick, 1989).</td><td>Manavın elinde bulunan kovaların kaç litrelik olduklarını belirtir.<br>Hangi kovanın dolu olduğunu ifade eder.<br>Kaç litrelik elma suyuna ihtiyaç olduğunu söyler.<br>4 litrelik elma suyunu elde etmek için kaç litrelik kovalar kullanılabileceğini ifade eder.</td><td>Problemde verilenler nelerdir?<br>Manavın elinde kaç litrelik kovalar bulunmaktadır?<br>Hangi kovalar boş hangi kovalar doludur?<br>Manavdan istenilen nedir?</td></tr>
<tr><td>Strateji Belirlenmesi</td><td rowspan="2"><table>
<tr><td>Aşama</td><td>3 lt. kova</td><td>5 lt. kova</td><td>8 lt. kova</td></tr>
<tr><td>1. aşama</td><td>0</td><td>0</td><td>8</td></tr>
<tr><td>2. aşama</td><td>0</td><td>5</td><td>3</td></tr>
<tr><td>3. aşama</td><td>3</td><td>2</td><td>3</td></tr>
<tr><td>4. aşama</td><td>3</td><td>0</td><td>5</td></tr>
<tr><td>5. aşama</td><td>0</td><td>3</td><td>5</td></tr>
<tr><td>6. aşama</td><td>3</td><td>3</td><td>2</td></tr>
<tr><td>7. aşama</td><td>1</td><td>5</td><td>2</td></tr>
<tr><td>8. aşama</td><td>1</td><td>0</td><td>7</td></tr>
<tr><td>9. aşama</td><td>0</td><td>1</td><td>7</td></tr>
<tr><td>10 aşama</td><td>3</td><td>1</td><td>4</td></tr>
</table></td><td>Gruplar problem üzerinde tartışırlar.<br>Dolu olan 8 litrelik kovadan diğer kovalara elma suyunun boşaltılacağının farkına varırlar.<br>Tablo oluşturarak kovalara dökülen elma sularının aşama aşama yazılarak cevaba ulaşılabileceği düşüncesinin gruplar içerisinde belirlenmesi beklenir.<br>Tablo yapma stratejinin seçilmesi beklenir.</td><td>Gruplara tartışmaları için 3-4 dakika süre verilir.<br>Öğretmen tartışma sürecinde grupları dolaşarak tartışmaları kontrol eder.<br>Öğrencilerin 8 litrelik kovadan 3 ve 5 litrelik kovalara elma sularının dağıtılacağının farkına varmalarına yönelik ipuçları verilebilir.</td></tr>
<tr><td>Stratejinin Uygulanması</td><td></td><td>Tablonun düzenli oluşturulup oluşturulmadığı grupları dolaşarak kontrol edilir.</td></tr>
<tr><td>Çözümün değerlendirilmesi</td><td></td><td>Her bir aşamadaki toplam elma suyunun toplamının 8 litre olması gerekir. Her bir aşama için toplam elma suyu litresine bakılarak çözümün doğru olup olmadığı kontrol edilerek sağlaması yapılır. Grup çözümleri sınıfta tartışılarak farklı çözümler değerlendirilir.</td><td>Bu stratejiyle (Tablo yapma stratejisi şeklinde ifade edilmeden) verilenlerin istenilene ulaşabilmek adına sistemli bir şekilde düzenlendiği ve çözüm sürecindeki her aşamanın düzenli olarak ifade edilebildiği söylenebilir.</td></tr>
</table>

| | Öğrenme Aktiviteleri | Öğrencilerinden Beklenilen Davranışlar | Rehber Davranışlar |
|---|---|---|---|
| **Problemi Anlama** | Bir kareli kağıda çizilmiş dikdörtgenin köşegenlerinden birini çiziniz. Bu köşegen kaç kare üzerinden geçmektedir? | Kareli kağıt ve cetvel kullanarak çizilen 1x1 boyutlu dikdörtgen (kare), 1x2, 2x1 gibi dikdörtgenlerde çizilen köşegenin kaç kare üzerinden geçtiğinin istenildiğini belirtilir. Seçilen axb boyutundaki dikdörtgen üzerinde çizilen köşegenin kaç kare üzerinden geçtiği sorulmaktadır. | Bu problem için dağıtılan kareli kağıt ve cetvel kullanılabileceği belirtilir.<br>Daha önceki bilgilerini hatırlama adına köşegenin ne olduğu sorulabilir. |

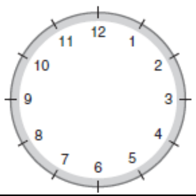
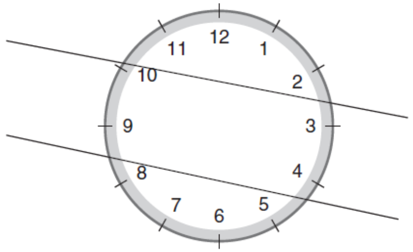
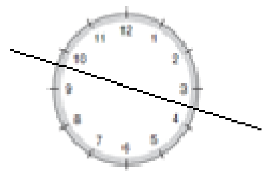
<table>
<tr><td>Strateji Belirlenmesi</td><td rowspan="2">
<table>
<tr><td>axb</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td></tr>
<tr><td>1</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td></tr>
<tr><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>4</td><td>4</td><td>6</td><td>6</td><td>8</td></tr>
<tr><td>3</td><td>3</td><td>4</td><td>3</td><td>6</td><td>7</td><td>6</td><td>9</td></tr>
<tr><td>4</td><td>4</td><td>4</td><td>6</td><td>4</td><td>8</td><td>8</td><td>10</td></tr>
<tr><td>5</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>5</td><td>10</td><td>11</td></tr>
<tr><td>6</td><td>6</td><td>6</td><td>6</td><td>8</td><td>10</td><td>6</td><td>12</td></tr>
<tr><td>7</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>7</td></tr>
</table>
</td><td>Grupların çizilen dikdörtgenlerin köşelerini incelemesi beklenir.<br>Dikdörtgenlerin boyutlarını düzenli olarak görmek ve köşegenlerinin kaç kare üzerinden geçtiğini belirlemek için tablo yapmaları beklenir.</td><td>Öğrencilerden, verilen kareli kağıtlar üzerinde değişik uzunluklarda (2x1, 3x2…) dikdörtgenler çizerek köşegenlerini incelemeleri istenebilir.<br>Gruplar arasında dolaşarak strateji belirleyemeyen öğrencilere oluşturdukları dikdörtgenlerin köşegenlerinin kaç kare üzerinden geçtiğini ifade ederken düzenli olarak hareket etmeleri için tablo oluşturmaları yönünde ipuçları verilebilir.</td></tr>
<tr><td>Stratejinin Uygulanması</td><td>Tabloda değerlerin simetrik olduğu görülmektedir.</td><td></td></tr>
<tr><td>Çözümün değerlendirilmesi</td><td>Öğrencilerin 1x1’de 1, 2x2’de 2 axa ise çizilen köşegenin a tane kareden geçtiğini ifade edebilirler.<br>axb biçimindeki dikdörtgenin köşegenin üzerinden geçen kare sayısını bulabilmek ve genellemeye varabilmek için tablo incelenir.</td><td>Grupların çözümleri anlatması beklenir.<br>Öğrenciler tablodaki simetrik olan kısımları keşfeder.<br>Öğrencilerin genel olarak (axb) biçimindeki dikdörtgenin köşegenin üzerinden geçen kare sayısını a+b-OBEB(a,b) olduğunu belirler.</td><td>Grupların oluşturdukları tabloların tahtaya çizilmesi istenir.<br>Tablolar üzerinde öğrencilerin düşünmeleri istenerek tabloda bir örüntü veya benzerliğin olup olmadığı öğrencilere sorulur.<br>axb şeklindeki bir dikdörtgen için cevap ne olabilir? Şeklinde soru yöneltilebilir. Ders sonunda ders boyunca kullanılan problemlerin çözümü için belirlenen stratejiyi isimlendirmeleri istenir ve sınıfın ortak görüşü olarak bu strateji isimlendirilir.</td></tr>
</table>

**Ders planı : 9. Ders**
**Konu : Muhakeme Etme Stratejisi**
**Süre : 40 dk**
**Grup : 3-4 kişi**
**Araçlar : Kağıt, kalem, Çalışma Kağıtları, Projeksiyon Cihazı**
**Kazanımlar : 1- Problemi Anlar.**
**2- Problem Üzerinde Düşünür.**
**3- Muhakeme Etme Stratejisini Keşfeder.**
**4- Muhakeme Etme Stratejisini Uygular.**
**5- Muhakeme Etme Stratejisi ile İlgili Problemleri İsimlendirir.**

| | Öğrenme Aktiviteleri | Öğrencilerinden Beklenilen Davranışlar | Rehber Davranışlar |
|---|---|---|---|
| **Problemi Anlama** | Nilsu ve Evren iki kuzendirler ve Nilsu Evren’den küçüktür. Biri 8, diğeri 9 yaşındadır. Evren çilekli, Nilsu da çikolatalı dondurmayı sevmez. Buna göre her birinin yaşlarını ve sevdikleri dondurma türünü bulunuz. | Verilenleri ifade ederç<br>Nilsu’nun büyük olduğunu ifade eder.<br>İki kuzenden birinin yaşlarının 8, diğerinin 9 olduğunu ifade eder.<br>Birinin çikolatalı diğerinin çilekli | Verilen kişilerin yaşları kaçtır?<br>Kim daha büyüktür?<br>Çilekli dondurmayı sevmeyen kimdir?<br>Çikolatalı dondurmayı sevmeyen kimdir? |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | dondurmayı sevdiğinin farkına varır. İstenileni ifade eder. | |
| **Strateji Belirlenmesi** | Nilsu evrenden küçük olduğuna göre Evrenin yaşı büyüktür. O zaman Evren 9, Nilsu ise 8 yaşındadır. | Verilenler üzerinde muhakeme edileceğine karar verilmesi | Öğrenci gruplarının tartışmaları incelenir. Gruplara verilenlerle ilgili sorular sorularak öğrencilerin soru üzerinde tartışmaları istenir |
| **Stratejinin Uygulanması** | Evren çilekli dondurmayı sevmiyorsa çikolatalı dondurmayı seviyor demektir. Nilsu çikolatalı dondurmayı sevmediğine göre çilekli dondurmayı seviyor demektir. | Verilenler üzerinde tartışılarak istenilene ulaşılması | |
| **Çözümün değerlendirilmesi** | Evrem 9 yaşında Nilsu 8 yaşında ise Evren Nilsu'dan büyüktür. Evren çikolatalı dondurmayı sevdiğine göre çilekli dondurmayı sevmiyordur. Nilsu çilekli dondurmayı sevdiğine göre çikolatalı dondurmayı sevmiyordur. | Grupların soru üzerinde muhakeme ederek çözüme ulaştıktan sonra çözümlerini sınıfla paylaşmaları istenir. Her bir grubun çözümü sınıfta tartışılır ve çözüm için hangi bilgileri kullandıklarını ifade etmeleri istenir. Çözümün değerlendirmesi yapılır. | Bu problemlerin çözümüne ulaşmak için doğru olan durumlardan yola çıkılarak istenilenin elde edildiği vurgulanır. Öğrencilerin verilenleri muhakeme ederek istenilene ulaştıkları belirtilir. |

| | **Öğrenme Aktiviteleri** | **Öğrencilerinden Beklenilen Davranışlar** | **Rehber Davranışlar** |
|---|---|---|---|
| **Problemi Anlama** | 3 ayrı renkten kalemlerim var. 2 tanesi hariç hepsi mavi, 2 tanesi hariç hepsi yeşil ve 2 tanesi hariç hepsi sarı ise; kaç tane kalemim vardır? | Problemde hangi bilgilerin verildiği belirtilir. Koşulların neler olduğu ifade edilir. İpuçları belirtilir. İstenilenin ne olduğu söylenir. | Kalemlerin renkleri nelerdir? Kural nedir? Hangi ipuçları verilmiştir. |
| **Strateji Belirlenmesi** | Verilenlerden hareket ederek mavi, yeşil ve sarı renkte kalemlerin olduğu görülür. 2 tanesi hariç hepsi mavi bilgisinden hareketle iki tane kalemin yeşil ve sarı renk kalemler olabileceği belirlenir. | Gruplar soru üzerinde tartışır Verilen bilgiler üzerinde muhakeme ederek sonuca ulaşabileceklerinin farkına varırlar. | |
| **Stratejinin Uygulanması** | 2 tanesi hariç hepsi yeşil bilgisinden hareketle 2 kalemin mavi ve sarı renkte kalemlerin olabileceği belirlenir. 2 tanesi hariç hepsi sarı bilgisinden hareketle 2 kalemin yeşil ve mavi olabileceği belirlenir. Bu bilgilerden hareketle bir kalemin mavi, bir kalemin yeşil ve bir kalemin sarı olduğu sonucuna ulaşılır. | Verilenler değerlendirilir. Çözüm için verilenler üzerinde tartışmalar yürütülür. | |
| **Çözümün değerlendirilmesi** | Her bir renkten birer kalem olduğu düşünülürse kırmız ve sarı kalem hariç geriye sadece mavi kalıyor dolayısıyla 2 kalem hariç mavi, sarı ve mavi kalemlerin dışında yeşil kalem kalıyor dolayısıyla 2 kalem dışında geriye yeşil kalem kalıyor. Mavi ve yeşil kalem hariç geriye sarı kalem kalıyor. Dolayısıyla 2 kalem dışında geriye sarı kalem kalıyor. | Grupların çözümleri tahtaya yazılarak değerlendirilir. Çözümlerin kontrolü yapılır. | Öğrencilerden çözümlerinin sağlamalarını anlatmaları istenir. Sonuca ulaşmak için hangi bilgileri kullandıklarını anlatmaları istenir. |

| | Öğrenme Aktiviteleri | Öğrencilerinden Beklenilen Davranışlar | Rehber Davranışlar |
|---|---|---|---|
| **Problemi Anlama** | Aşağıda verilen saati 2 doğru ile ayrın. Ayrılan saatin her bir bölgesindeki sayıların toplamı eşit olsun.<br> | Bir saatin verilerek bu saatin 2 düz çizgiyle üzerinde bulunan rakamlara ayrılmasının istendiği ifade edilir.<br>Koşulun ne olduğu belirtilir.<br>İstenilenin ne olduğu ifade edilir. | |
| **Strateji Belirlenmesi** | Yapılan tartışmalar sonucunda saat üzerindeki sayıların toplamının 78 olduğu belirlenir.<br>2 düz çizgiyle saatin 3 bölgeye ayrılacağı bilgisinden hareketle 78:3=26, her bir bölgedeki sayıların toplamının 26 olacağı bilgisine ulaşılır. Bu bilgi doğrultusunda 2 çizginin yerleştirileceği kısımlar belirlenir. | Öğrenciler grupları içerisinde soru üzerinde tartışırlar. Verilenler üzerinde muhakeme edilerek çözüme ulaşabilecekleri kanısına varmaları beklenir. | Strateji seçiminde zorlanan gruplarda verilenlerin değerlendirilmesi istenilerek öğrencilere verilenlerle ilgili sorular yöneltilir.<br>İki düz çizgiyle saat kaç bölgeye ayrılır?<br>Ayrılan bölgelerdeki sayıların nasıl bir durumda olması istenilmektedir? |
| **Stratejinin Uygulanması** |  | Öğrencilerin tartışmaları sonucunda 2 düz çizgiyle verilen saatin 3 bölgeye ayrılacağı ifade edilerek. En uygun noktaların hangi noktalar olacağı tartışılır.<br>Yapılan tartışmalar sonucunda saat üzerindeki sayıların toplamının 78 olduğu belirlenir.<br>Üç bölgenin olacağından hareketle 2 düz çizginin nerden geçeceği belirlenir. | Grupların problem üzerindeki görüşleri ve grup tartışmaları takip edilir. |
| **Çözümün değerlendirilmesi** | 1. bölgede 11, 12, 1 ve 2 bulunmakta toplamı= 11+12+1+2=26<br>2. bölgede 9, 10, 3, 4 bulunmakta toplamı= 9+10+3+4=26<br>3. bölgede ise 5, 6, 7, 8 bulunmakta toplamı= 5+6+7+8=26 dır.<br>Herbir bölgedeki sayıların toplamı eşit olduğu görülmektedir.<br>1 çizgi verilseydi;<br>İki bölge oluşturulabilirdi.<br>78:2= 39 bölgelerdeki sayıların toplamı 39 olmalıdır. O halde yandaki saatteki gibi çizgi çizilir | Her grubun çözümünün değerlendirilmesi yapılır. Sorunun cevabını bulmana kadar geçen sürecin değerlendirilmesi yapılır.<br> | Eğer tek bir çizgi verilseydi sonuç nasıl olurdu? |

<table>
<tr><th></th><th>Öğrenme Aktiviteleri</th><th>Öğrencilerinden Beklenilen Davranışlar</th><th>Rehber Davranışlar</th></tr>
<tr><td>Problemi Anlama</td><td>Her birinde 10’ar raptiye bulunan 10 kutu var. Bu kutuların 9 tanesindeki raptiyeler 1’er gram, yalnız bir kutudakiler 1,1 gr’dır. Elinizde bir terazi var. Yalnız bir tartı yapmak suretiyle ağır raptiyelerin bulunduğu kutuyu nasıl bulursunuz</td><td>Verilenleri ifade etme<br>10 raptiye kutusundan yalnız birinin içindekilerinin ağır olduğunu belirtme<br>Görüntülerinin aynı olduğu için bu raptiyelerin ağırlığının fark edilemediğini düşünme<br>Koşulun veya sınırlılığın ne olduğunu ifade etme<br>Tartıyla 1 defa ölçüm yapılarak ağırlıklarının belirleneceğinin farkında olma<br>İstenilenin ağır raptiyenin bulması olduğunu belirtme</td><td>Kaç raptiye bulunmaktadır?<br>Raptiyelerin ağırlıkları nedir?<br>Kural nedir?<br>İstenilen nedir?</td></tr>
<tr><td>Strateji Belirlenmesi</td><td rowspan="2">Her bir kutudan sırasıyla;<br>1.kutu → 1 raptiye<br>2.kutu → 2 raptiye<br>. . .<br>10.kutu → 10 raptiye<br>1 +2 + . . . + 10 = 55 raptiye alınır. Bu 55 raptiyenin ölçümü sonucunda 1,1 gramlık raptiyelerin bulunduğu kutudan kaç tane raptiye alınmış ise sonuç o kadar gramlık fazla çıkacaktır. 55 gramdan ne kadar fazla gram çıktığı hesaplanarak ağır raptiyelerin bulunduğu kutu bulunabilir.</td><td>Değişik gruplamalarla tartmanın yapılması<br>Muhakeme etme</td><td>Öğrencilere kutuların içindeki raptiyelerin kullanılabileceği, istedikleri kadar alınıp bu doğrultuda muhakeme edilebileceği bilgisi de verilebilir.</td></tr>
<tr><td>Stratejinin Uygulanması</td><td>Her bir kutu 1den 10 kadar numara verilir.<br>Kutulardan üzerinde bulunan sayı kadar raptiye alınır.<br>55 raptiyenin kaç gram geldiği ölçülür.</td><td></td></tr>
<tr><td>Çözümün değerlendirilmesi</td><td></td><td>Her bir grup kendi çözümünü sınıf ile paylaşır.<br>Grupların çözümü üzerinden tartışılır.<br>Problemin çözümü için öğrencilerin hangi bilgilerden yararlandıkları çözüme kadar yaşanan süreçlerin değerlendirmesi yapılır.</td><td>Ders sonunda soruların çözümü için kullandıkları stratejiyi isimlendirmeleri istenir ve sınıfın ortak görüşü olarak bu strateji isimlendirilir.</td></tr>
</table>

**Ek 10: Uygulamanın Değerlendirmesine Yönelik Gözlem Formu**

UYGULAMANIN DEĞERLENDİRMESİNE YÖNELİK
GÖZLEM FORMU

Tarih :......................................................................................................................

Ders : .......................................................................................................................

Strateji:......................................................................................................................

| | Evet | Hayır |
|---|---|---|
| Gruplar planlandığı gibi oluşturuldu. | | |
| Problemler için oluşturulan çalışma kağıtları öğrenci gruplarına dağıtıldı. | | |
| Problemler akıllı tahtadan yansıtıldı. | | |
| Öğrencilere problemleri tartışmaları için süre verildi. | | |
| Problemin anlaşılmasına yönelik araştırmacı öğrencilere sorular yöneltti. | | |
| Gruplar problemlerin çözümü için tartışma içerisine girdi. | | |
| Öğrencilerden beklenen davranışlar sergilendi. | | |
| Araştırmacı, gruplara yönlendirici sorular yöneltti. | | |
| Araştırmacı, problemin çözümü esnasında grupları dolaşarak gerekli yönlendirmeleri sağladı. | | |
| Araştırmacı, rehber davranışlar çerçevesinde öğrencileri yönlendirdi. | | |
| Araştırmacı, belirlenen süre sonunda problem kağıtlarını öğrencilerden topladı. | | |
| Grup sözcüleri tahtada problemlerin çözümlerini anlattı. | | |
| Problemlerin çözümüne yönelik tartışmalar gerçekleştirildi. | | |
| Grupların çözümleri değerlendirildi. | | |
| Problemlerin çözümüne tartışmalar sonucunda ulaşıldı. | | |
| Problem çözümlerinin değerlendirilmesi yapıldı. | | |
| Ders sonunda problemlerin çözümüne yönelik strateji isimlendirildi. | | |

**Ek 11: Uygulama Problemleri Grup Çözüm Formu**

**(ÖRNEK)**

**Grup Adı:**

**1a-** İki madeni paranın aynı zamanda atılması durumunda, üste gelebilecek bütün ikililerin sayısı kaçtır?

**Verilenler:**

**Kural:**

**İstenilenler:**

**Problemin yeniden ifade edilmesi:**

**Problemin Çözümü:**

# Öz Geçmiş

| | | | |
|---|---|---|---|
| **Doğum Yeri ve Yılı** | : Kula- 1989 | | |
| **Öğr. Gördüğü Kurumlar** | : **Başlama Yılı** | **Bitirme Yılı** | **Kurum Adı** |
| **Lisans** | 2006 | 2010 | Abant İzzet Baysal Üniversitesi |
| **Yüksek Lisans** | 2010 | 2012 | Abant İzzet Baysal Üniversitesi |
| **Doktora** | 2012 | 2018 | Uludağ Üniversitesi |
| **Bildiği Yabancı Diller ve Düzeyi** | : İngilizce- İyi | | |
| **Çalıştığı Kurumlar** | : **Başlama ve Ayrılma Tarihleri** | | **Kurum Adı** |
| | 2013- 2017 | | Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi |
| **Yurt Dışı Görevleri** | : | | |
| **Kullandığı Burslar** | : TÜBİTAK Yurt Dışı Bilimsel Etkinliklere Katılma Desteği Programı 2013/6 | | |
| **Aldığı Ödüller** | : | | |
| **Üye Olduğu Bilimsel ve Mesleki Topluluklar** | : | | |
| **Editör veya Yayın Kurulu Üyeliği** | : | | |
| **Yurt İçi ve Yurt Dışında Katıldığı Projeler** | : | | |
| **ESERLER** | : | | |

**A. Uluslararası hakemli dergide yayımlanan makaleler:**

**A1. Temel, H.,** & Durmuş, S. (2013). A Study on the integration of primary school science and technology and mathematics curricula for grades 6 through 8. Journal of Teaching and Education, 2(4), 11-17.

**A2. Temel, H.,** & Eroğlu, A. O. (2014). İlköğretim 8 sınıf öğrencilerinin sayı kavramlarını anlamlandırmaları üzerine bir çalışma. Kastamonu Üniversitesi Kastamonu Eğitim Dergisi, 22(3), 1263-1278.

**A3.** Güleç, S., & **Temel, H.** (2015). Body language using skills of teacher candidates from departments of mathematics education and social studies education. Procedia - Social and Behavioral Sciences, 186, 161-168.

**A4. Temel, H.,** & Durmuş, S. (2015). Perceptions of teachers and experts in terms of the ınvestigation of primary school $4^{th}$ and $5^{th}$ grade science and technology and mathematics curricula regarding science and mathematics integration. Mediterranean Journal for Reseach in Mathematics Education, 14, 85-105.

**A5.** Dündar, S., **Temel, H.,** & Gündüz, N. (2016). Development of a mathematical ability test a validity and reliability study. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 47(7), 1061-1075.

**B. Uluslararası bilimsel toplantılarda sunulan bildiriler**

**B1. Temel, H.,** & Durmuş, S. (2013). A study on the integration of primary school science and technology and mathematics curricula for grades 6 through 8. $8^{th}$ International Conference for Academic Disciplines, 26-30 May, Boston, ABD.

**B2**. Gündüz, N., Kılıç, A.S., & **Temel, H.** (2014). Sınıf öğretmen adaylarının matematiğin doğası, öğretimi ve öğrenimine ilişkin inanışları. 6. Uluslararası Eğitim Araştırmaları Kongresi, 5-8 Haziran, Ankara, Türkiye.

**B3**. Şenol, A., Dündar, S., & **Temel, H.** (2015). Investıgatıon of primary school teacher candidates' problems they pose regarding addition, subtraction, multıplication and division in natural numbers. The International Conference on Education in Mathematics, Science & Technology, 23-26 April, Antalya, Türkiye.

**B4.** Şenol, A., & **Temel, H.** (2016). Sınıf öğretmen adaylarının sayı kavramlarına ilişkin görüşleri. $8^{th}$ International Congress of Educational Research, 5-8 May, Çanakkale, Türkiye.

**B5. Temel, H.** (2016). Sınıf öğretmen adayları ile matematik öğretmen adaylarının problem çözme beceri düzeylerinin matematik okuryazarlık öz yeterlilik düzeylerini yordama gücü. $8^{th}$ International Congress of Educational Research, 5-8 May, Çanakkale, Türkiye.

**B6.** Gündüz N., & **Temel, H.** (2016). İki aşamalı teşhis testine göre ortaokul öğrencilerin orantısal akıl yürütmelerinin değerlendirilmesi. $8^{th}$ International Congress of Educational Research, 5-8 May, Çanakkale, Türkiye.

**B7.** Şenol, A., Dündar, S., & **Temel, H.** (2016). Etkinlik temelli matematik öğretim dersinin sınıf öğretmenliği öğretmen adayları üzerindeki etkisi. $8^{th}$ International Congress of Educational Research, 5-8 May, Çanakkale, Türkiye.

**B8.** Atalay Y., Şen S. N., & **Temel, H.** (2016). Okul öncesi öğretmen adaylarının matematik öğretimi ve öğrenimine karşı inançları ile matematiğe karşı tutumları arasındaki ilişkinin belirlenmesi. III[nd] International Eurasian Educational Research Congress, 31 May-3 June, Muğla, Türkiye.

**C. Yazılan ulusal/uluslararası kitaplar veya kitaplardaki bölümler:**

**C1. Yazılan ulusal/uluslararası kitaplardaki bölümler:**

**C1.1.** Şenyurt, S., **Temel, H.,** & Bakır, M. (2014). Social studies student-teachers'views on the ıntegrations between primary social studies content and primary mathematics content. Ed. Drujinin, A., Kostova, Z., Sharuho, I. and Atasoy, E. The Science and Education at the Beginning of the 21[st] Century in Turkey. St. Kliment Ohridski University Press, Sofia.

**D. Ulusal hakemli dergilerde yayımlanan makaleler :**

**D1. Temel, H.,** Gündüz, N., & Dündar, S. (2015). Matematik eğitiminde görselleştirme ve somutlaştırma üzerine bir değerlendirme. Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi, 24, 339-339.

**D2. Temel, H.,** Dündar, S., & Şenol, A. (2015). Öğretmenlerin fen ve teknoloji dersinde matematikten kaynaklanan güçlükleri giderme yolları ve fen matematik entegrasyonunun önemi. Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi, 35(1), 153-176.

**D3.** Şenol A., Dündar S., Kaya, İ., Gündüz, N., & **Temel, H.** (2015). Ortaokul matematik öğretmenlerinin matematik korkusu ile ilgili görüşlerinin incelenmesi. Eğitimde Kuram ve Uygulama Dergisi, 11(2), 653-672.

**D4.** Kılıç, A. S., **Temel, H.,** & Şenol, A. (2015). Öğretmen adaylarının nokta, doğru, düzlem ve açı kavramları hakkında bilgi düzeyleri ve kavram yanılgılarının incelenmesi. Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi(26), 205-229.

**E. Ulusal bilimsel toplantılarda sunulan bildiriler**

**E1.** Aydın, F., & **Temel, H.** (2012). Fen ve teknoloji dersi ile matematik dersinin entegrasyonunun sağlanması: üslü sayılar örneği. 2. Ulusal Eğitim Programları ve Öğretim Kongresi, 27-29 Eylül, Bolu, Türkiye.

**E2.** Eroğlu, A. O., & **Temel, H.** (2013). İlköğretim 8.sınıf öğrencilerinin sayı kavramlarını anlamlandırmaları üzerine bir çalışma. 1.Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu, 20-22 Haziran, Trabzon, Türkiye.

**E3. Temel, H.,** & Eroğlu, A. O. (2013). 8. sınıf öğrencilerinin ortalama ve varyans kavramlarına yüklediği anlamlar. 1.Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu, 20-22 Haziran, Trabzon, Türkiye.

**E4.** Tabuk, M., Hacıömeroğlu, G., & **Temel, H.** (2014) Matematiğe karşı tutum ölçeğinin Türkçeye uyarlama çalışması. Yükseköğretimde Eğitim Araştırmaları ve Uygulamaları 1. Ulusal Kongresi, 30-31 Mayıs, İstanbul, Türkiye.

**E5. Temel H.,** Gündüz N., & Dündar, S. (2014). Matematik eğitiminde görselleştirme ve somutlaştırma üzerine bir değerlendirme. Yükseköğretimde Eğitim Araştırmaları ve Uygulamaları 1. Ulusal Kongresi, 30-31 Mayıs, İstanbul, Türkiye.

**E6. Temel H.,** Kılıç A.S., & Şenol A. (2015). Öğretmen adaylarının "Nokta, Doğru, Düzlem ve Açı" kavramları hakkında bilgi düzeyleri ve kavram yanılgılarının incelenmesi. 2. Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu, 16-18 Mayıs, Adıyaman, Türkiye.

**E7.** Şenol, A., Dündar, S., & **Temel, H.,** Sınıf öğretmeni adaylarının istatistiğe yönelik tutumları ıle matematik okuryazarlığı özyeterlikleri arasındaki ilişkinin incelenmesi. 2. Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu, 16-18 Mayıs, Adıyaman, Türkiye.

Hasan TEMEL<br>10/08/2018

T.C. BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ

TEZ ÇOĞALTMA VE ELEKTRONİK YAYIMLAMA İZİN FORMU

| | |
|---|---|
| Yazar Adı Soyadı | Hasan TEMEL |
| Tez Adı | Problem Çözme Stratejilerinin Matematiksel Süreç Becerilerine Göre Sınıflandırılması |
| Enstitü | Eğitim Bilimleri Enstitüsü |
| Anabilim Dalı | İlköğretim |
| Bilim Dalı | |
| Tez Türü | Doktora Tezi |
| Tez Danışman(lar)ı | Prof. Dr. Murat ALTUN |
| Çoğaltma (Fotokopi Çekim) İzni | ☒ Tezimden fotokopi çekilmesine izin veriyorum<br>☐ Tezimin sadece içindekiler, özet, kaynakça ve içeriğinin % 10 bölümünün fotokopi çekilmesine izin veriyorum<br>☐ Tezimden fotokopi çekilmesine izin vermiyorum |
| Yayımlama İzni | ☐ Tezimin elektronik ortamda yayımlanmasına izin veriyorum<br>☐ Tezimin elektronik ortamda yayımlanmasının ertelenmesini istiyorum<br>1 yıl ☐<br>2 yıl ☒<br>3 yıl ☐<br>☐ Tezimin elektronik ortamda yayımlanmasına izin vermiyorum |

Hazırlamış olduğum tezimin yukarıda belirttiğim hususlar dikkate alınarak, fikri mülkiyet haklarım saklı kalmak üzere Uludağ Üniversitesi Kütüphane ve Dokümantasyon Daire Başkanlığı tarafından hizmete sunulmasına izin verdiğimi beyan ederim.

Tarih: 10/08/2018

İmza: