T. C.
ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ BİLİM DALI

OLASILIĞIN TEMEL KURALLARI BİLGİSİNİN YAPILANDIRMACI KURAMA GÖRE OLUŞTURULMASI SÜRECİNİN İNCELENMESİ

(YÜKSEK LİSANS TEZİ)

Yasemin KATRANCI

BURSA 2010

T. C.
ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ BİLİM DALI

OLASILIĞIN TEMEL KURALLARI BİLGİSİNİN YAPILANDIRMACI KURAMA GÖRE OLUŞTURULMASI SÜRECİNİN İNCELENMESİ

(YÜKSEK LİSANS TEZİ)

Yasemin KATRANCI

Danışman

Prof. Dr. Murat ALTUN

BURSA 2010

T. C.
ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜ'NE

İlköğretim Anabilim Dalı, Matematik Öğretmenliği Bilim Dalı' nda 700734002 numaralı Yasemin KATRANCI ' nın hazırladığı "Olasılığın Temel Kuralları Bilgisinin Yapılandırmacı Kurama Göre Oluşturulması Sürecinin İncelenmesi" konulu yüksek lisans ile ilgili tez savunma sınavı, 27 / 01 / 2010 günü 15:00 – 17:00 saatleri arasında yapılmış, sorulan sorulara alınan cevaplar sonunda adayın tezinin/çalışmasının başarılı olduğuna oybirliği ile karar verilmiştir.

Prof. Dr. Murat ALTUN
Tez Danışmanı ve Sınav Komisyonu Başkanı
Uludağ Üniversitesi

Prof. Dr. Rıdvan EZENTAŞ
Uludağ Üniversitesi

Yrd. Doç. Dr. Rüyam KÜÇÜKSÜLEYMANOĞLU
Uludağ Üniversitesi

27 / 01 / 2010

ÖZET

Yazar	**: Yasemin KATRANCI**
Üniversite	**: Uludağ Üniversitesi**
Anabilim Dalı	**: İlköğretim**
Bilim Dalı	**: Matematik Öğretmenliği**
Tezin Niteliği	**: Yüksek Lisans Tezi**
Sayfa Sayısı	**: XI + 145**
Mezuniyet Tarihi	**:**
Tez Danışmanı	**: Prof. Dr. Murat ALTUN**

OLASILIĞIN TEMEL KURALLARI BİLGİSİNİN YAPILANDIRMACI KURAMA GÖRE OLUŞTURULMASI SÜRECİNİN İNCELENMESİ

Olasılık konusu öğrenciler tarafından zor olarak bilinen bir konudur. Aynı zamanda olasılıkla ilgili temel kavram ve kurallar öğrencilerin öğrenmekte güçlük çektiği kavram ve kurallar olarak bilinmektedir. Çalışmada, öğrencilerin zorlandıkları bir konu olarak bilinen olasılık konusu çalışılmıştır. Bu çalışmada olasılığın öğrenilmesindeki bilgi oluşturma süreçlerinin belirlenmesi günümüz popüler eğitim kuramlarından biri olan yapılandırmacılık teorisi çerçevesinde incelenmiştir.

Çalışma 2008-2009 eğitim öğretim yılı bahar döneminde Kocaeli İli İzmit İlçe Milli Eğitim Müdürlüğüne bağlı Nuh Çimento İlköğretim Okulu'nda yapılmıştır. Yedinci sınıfa devam eden 102 öğrenciye, olasılık konusu ile ilgili ön bilgilerini değerlendirme testi uygulanmıştır. Ön bilgileri değerlendirme testinden başarılı olan 65 öğrenciden, bu öğretim yılı güz dönemindeki matematik dersi not ortalamaları ve SBS (Seviye Belirleme Sınavı) notlarına göre 4' ü düşük başarılı, 4' ü yüksek başarılı sekiz öğrenci seçilmiştir. Çalışma, seçilen bu sekiz öğrenci ile yürütülmüştür.

Çalışma, bir örnek olay incelemesidir. Bu çalışmada nitel bir durum analizi yapılmıştır. Gözlem, görüşme ve doküman incelemesi gibi nitel araştırma yöntemleri bir arada kullanılmıştır. Burada öğrencilerin düşünsel süreçlerini genellemek değil bu süreci oluşturan bileşenleri ve soyutlamayı incelemek amaçlanmıştır. Bu çalışmanın veri toplama araçları, örnek olay çalışmasının dokümanları; öğrencilerin etkinlikleri yaptıkları çalışma kağıtları, ses ve video görüntüleridir. Sonuç olarak hem matematiksel başarısı düşük hem de matematik başarısı yüksek olan öğrencilerin olasılığın temel kavram ve kuralları bilgisini kısmen de olsa soyutlayabildikleri görülmüştür.

Anahtar Sözcükler

Olasılık, yapılandırmacı kuram, bilgi oluşturma süreçleri, soyutlama

ABSTRACT

Author	**: Yasemin KATRANCI**
University	**: Uludağ University**
Department	**: Primary**
Sub Department	**: Division of Mathematics**
Kind of Thesis	**: M. S. Thesis**
Number of Pages	**: XI + 145**
Graduation Date	**:**
Advisor	**: Prof. Dr. Murat ALTUN**

CONSTRUCTION PROCESS ANALYSIS OF KNOWLEDGE OF PROBABILITY BASIC PRINCIPLES ACCORDING TO CONSTRUCTIVIST THEORY

Probability is a very tough topic among learners. Similarly, students also face difficulties in understanding of the terms and principles regarding probability. This study has focused on the probability which is seen a very difficult topic among students. In this study, the determination of knowledge establishment in learning probability has been analyzed within the constructivist theory, which is recently one of the most popular theories in education.

The study was conducted in Izmit Nuh Çimento Primary School, Kocaeli during the Spring Semester of 2008-2009. I have applied a test for evaluating students' pre-knowledge on probability to 102-seventh grade students. Based on their performance in their grade of mathematics in their school during the Fall Semester of 2008-2009 and the SBS Exam (A Turkish Examination for Primary School Student to Enter High Schools), four students from the lowest group and four students from the highest group, a total of eight students have been selected among 65 students who had been successful in the test for evaluating students' pre-knowledge on probability. This study has been conducted with these eight students.

This study, thus, is a sample case study. This study is based on a qualitative case analysis. Such qualitative methods as observation, conversation and documentarian examination are all used together. Here, the aim is not to generalize students' thinking processes, but to analyze the abstractions and combinations of these processes. The tools of this study are the documents of sample case study, students' working papers on activities and other vocal and visual materials. As a result, it has been found out that both higher-level and lower-level students have been able to abstract, more or less, basic terms and principles of probability.

Key Words

Probability, constructivist theory, knowledge construction process, abstraction

ÖNSÖZ

Yüksek lisansa başladığım ilk andan itibaren her türlü desteğini esirgemeyen, sorduğum her türlü soruma sabırla ve içtenlikle cevap veren, tez aşamamda engin bilgileriyle beni yönlendiren, çalışmama ışık tutan danışmanım sayın hocam Prof. Dr. Murat ALTUN' a çok teşekkür ederim. Değerleri hocalarım Prof. Dr. Rıdvan EZENTAŞ ve Yrd. Doç. Dr. Rüyam KÜÇÜKSÜLEYMANOĞLU' na bu çalışmaya olan katkılarından dolayı teşekkürlerimi sunuyorum.

En kıymetlilerim annem Meral KATRANCI' ya ve babam Mehmet Ali KATRANCI' ya yaşamım boyunca her anımda yanımda oldukları, desteklerini esirgemedikleri, sevgi ve sabırlarıyla tezimi bitirmeme yardımcı oldukları için çok minnettarım. Canımdan çok sevdiğim biricik kardeşim Bahadır KATRANCI' ya en zor anlarımda yanımda olup gülmemi sağladığı için çok teşekkür ederim.

Desteklerini ve yardımlarını esirgemeyen, sabır ve sevgileriyle her zaman yanımda olan kıymetli arkadaşlarım İsmail Deha AKTAŞ' a ve Nesrin ERYILMAZ TEKİN' e sevgi ve teşekkürlerimi sunuyorum.

Lisans eğitimimin başlangıcından itibaren bana destek olan, akademik hayata ilk adımlarımı atmamı sağlayan değerli hocam Prof. Dr. Servettin BİLİR' e, yüksek lisans eğitimim boyunca her türlü soruma sabırla ve içtenlikle cevap veren Arş. Gör. Recai AKKAYA' ya, Arş. Gör. Dilek SEZGİN MEMNUN' a, Öğr. Gör. Dr. Seden TAPAN' a, Öğr. Gör. Dr. Yeliz YAZGAN' a çok teşekkür ederim. Her zaman yanımda olan, sevgisiyle, samimiyetiyle tezimin her aşamasında yardımlarını esirgemeyen sayın hocam Öğr. Gör. Günsel BİNGÖL' e, bilgisiyle, akademik deneyimiyle ve içtenliğiyle tezime katkı sağlayan sayın hocam Doç. Dr. Yılmaz BİNGÖL' e çok teşekkür ederim.

Tezimin uygulama kısmında çalışmaya içtenlikle katılan hepsi birbirinden candan Nuh Çimento İlköğretim Okulu öğrencilerine ve sabrıyla, şefkatiyle, içtenliğiyle her türlü yardımda bulunan sayın hocam Nurhayat DURSUNOĞLU' na içten şükranlarımı sunuyorum.

Son olarak ta bugünlere gelmemi sağlayan, eğitim hayatım boyunca bana emeği geçen tüm öğretmenlerime çok teşekkür ederim.

Yasemin KATRANCI

İÇİNDEKİLER

BİRİNCİ BÖLÜM

İKİNCİ BÖLÜM

YÖNTEM

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

BULGULAR VE YORUMLAR

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

SONUÇLAR VE ÖNERİLER

KISALTMALAR

MEB: Milli Eğitim Bakanlığı

APU: Assessment of Performance Unit

TIMSS: Trends in International Mathematics and Science Study

RBC: Recognizing Building-with Constructing

TKO: Tanıma, Kullanma Ve Oluşturma Epistemik Eylemler Modeli

TKO + P: Tanıma, Kullanma Ve Oluşturma + Pekiştirme Epistemik Eylemler Modeli

SBS: Seviye Belirleme Sınavı

TABLO VE ŞEKİLLER

FOTOĞRAFLAR

BİRİNCİ BÖLÜM

GİRİŞ

Matematik öğretimi ile ilgili öğrenme ortamlarının nasıl olması gerektiği hala tartışılan bir konudur. Ülkemizde geleneksel matematik öğretimi öğretmen merkezlidir. Genel geçer anlatım şekli sunuş yoludur. Öğretimde kazandırılması amaçlanan nihai hedefler öğretim programı dahilinde öğretmenler tarafından öğrenciye aktarılmaktadır. Konu geleneksel yöntemlerle anlatılır, öğrenciye not tutturulur, formüllerin ezberlenmesi gerektiği vurgulanır. Öğrenciler öğretimden sonra matematiği belirli kurallar bütünü olarak algılamaya başlarlar. Uygun kural veya formüller bilinirse matematiğin anlaşılabileceği duygusuna kapılırlar ve eğer doğru kural ve formülleri uygulayabilirlerse başarılı olacaklardır. Öğrencilerde süre gelen bu öğretim anlayışını benimsemiş bulunmaktadırlar. Halbuki öğrencilerin ihtiyacı olan başarma, keşfetme ve üretme duygularını tatmaktır. Öğretmenlerin matematiği bir kurallar bütünü olarak vermesi öğrencilerin bu duyguları tatmasına engel olmaktadır.

Günümüz toplumları sorunları farklı yönlerden görebilen, problem çözebilen bireylere ihtiyaç duymaktadır. Günlük yaşamda karşılaşılan problemleri çözebilen bireyleri yetiştirmek için de matematiğe ihtiyaç duyulmaktadır. Hızlı bir şekilde değişen ve gelişen yaşantımızda zor, sıkıcı ve soyut olarak bilinen matematiği öğrenmek şart olmaktadır. Bütün bunları dikkate alan Milli Eğitim Bakanlığı (MEB) yeni bir matematik programı geliştirmiştir. Bu programda yetişen öğrencilerin problem çözebilen, sorunlara farklı bakış açılarından yaklaşabilen ve bilgiyi yapılandırabilen öğrenciler olması beklenmektedir. MEB' in başlattığı bu yeni hareketle öğretmenlerden beklenen ise problem çözen, bilgiyi yapılandırabilen ve soru sorabilen bireyler yetiştirmeleridir. Önemli olan problem çözme yeteneğinin geliştirilmesi ve işlenmesidir.

Matematik öğretiminin en önemli amacı bireyin hayatta karşılaşabileceği sorun ve problemleri en kısa yoldan çözüme kavuşturmaktır. Bir problemi anlamak için zihinde benzer problemlerle ilişkilendirmek ya da olasılıklı çözümler için yaklaşımları canlandırmak ve çözümü elde edene dek zihinsel aktiviteleri sürdürmek gerekir. Bunun için de bireyin yaratıcı olması gerekir (Özsoy 2003). Matematik öğretiminin sadece belirlenen hedef ve davranışlara ulaşabilmek olduğu düşüncesi, öğrencilerin matematiksel bilgileri günlük yaşamlarına transfer edebilmelerini engelleyici bir yaklaşımdır. Çünkü bu hedeflere ulaşabilmeyi sağlayan dersin ve konuların özel hedeflerinin yanı sıra matematik öğretiminin genel hedefleri de bulunmaktadır. Bunlardan bir tanesi de problem çözme becerisini öğrencilere kazandırmaktır. Bunun için öğrencilerin verilen ham bilgileri belirli zamanlarda ve durumlarda uygulamanın ötesinde yorum yapabilme, muhakeme edebilme, sebepleme, matematik yoluyla iletişim kurabilme, eleştirel düşünebilme gibi ülkemizdeki matematik öğretim programında yer almayan ancak matematik öğretiminde vazgeçilmez olan bazı bileşenleri ulaşabilmelidirler. Öğrencilerin yukarıda bahsedilen becerilere ulaşabilmesinin tek yolu da, matematiksel kavramları sağlam yapılandırmalarını sağlamaktan geçer.

Başlı başına bir sistem olan matematik, yapı ve bağıntılardan oluşmakta olup bu yapı ve bağıntıların oluşturduğu ardışık soyutlamalar ve genelleme süreçlerini içeren soyut bir kavramdır. Soyut kavramların kazanılmasının zor olmasından dolayı, matematiğin öğrencilere zor geldiği de bilinmektedir. Bu nedenle, matematik öğretim yöntemlerinin irdelenmesi çağımızda üzerinde öncelikli olarak durulması gereken bir konudur (Alakoç 2002). Buna göre matematik öğretimi sırasında soyut kavramlar olabildiğince somutlaştırılarak öğrencilere sunulmalıdır. Aksi takdirde öğrenilen bilgi, zihinde uzun süre muhafaza edilemez ve yeni kavramlar öğrencinin bilişsel yapısındaki yerine tam olarak yerleşemez (Dede 2003). Bu durum da matematiğin öğrenciler için korkulu bir ders haline gelmesi sonucunu ortaya çıkarır. Öğrencilere matematik eğitimi verirken üstünde durmamız gereken önemli noktalar vardır. Bunlar;

— Matematik faydalıdır; içinde yaşadığımız dünyayı anlamamıza ve onun üzerinde kontrol gücü kazanmamıza yardım eder.

— Matematik zevklidir; keşfedilebilecek ilginç örüntüler (pattern) ve ilişkiler içerir.

— Matematiğin farklı ve kendisine has bir kapsamı vardır; özellikle sayılar ve uzayın özellikleri ve bunların uygulamaları ile ilgilenir.

Bütün yukarıda bahsedilen nedenlerden ötürü "Matematiği nasıl öğretelim?" sorusu tüm matematik eğitimcilerinin ve araştırmacılarının zihnini kurcalamakta ve yeni gelişmelerin etkilerini belirlemek üzere araştırmalar yapılmaktadır. Bu çalışma da bu türden bir araştırmadır.

1.1. Matematik Öğretiminin Amaçları

İnsanın günlük yaşantısında ve bilimsel hayatın gelişmesine önemli katkısı bakımından matematik öğretimine okul öncesi dönemden itibaren başlanmaktadır.

Altun (2008)' e göre matematik öğretiminin amacı genel olarak; kişiye günlük hayatın gerektirdiği matematik bilgi ve becerileri kazandırmak, ona problem çözmeyi öğretmek ve olayları problem çözme yaklaşımı içinde ele alan bir düşünce biçimi kazandırmaktır. Günümüzde matematik artık eskisi gibi, öğrenilmesi gereken soyut kavramların ve becerilerin bir koleksiyonu değil, *realitenin modellenmesini* temel alan, problem çözme ve anlamlandırma süreci ile oluşan bilgi ve yine bu süreç içinde gelişen beceriler olarak algılanmaktadır. Bu anlayışa uygun olarak matematik öğrenmenin hedefi de izole edilmiş matematik kavram ve becerileri kazandırmaktan ziyade, *matematiksel yatkınlık* kazandırmak olmuştur (De Corte 2004). Matematiksel yatkınlık veya başka bir ifadeyle matematik yapma eğilimi, iyi organize edilmiş öğretim içeriği, problem çözme stratejilerini kullanmadaki ustalık, bilişsel ve heyecansal olarak kendini düzenleme becerileri, matematik ve problem çözmeye ilişkin inançlarla doğrudan ilgilidir ve öncelikle öğrencilerin bu yeteneklerinin geliştirilmesini gerektirir (Altun 2006). Nihai amaç öğrencilere matematiksel yatkınlık kazandırmaktır.

1.2. Matematik Öğretiminin Temel İlkeleri

Elbette ki hiçbir kural ya da ilke olmadan da öğretim yapılabilmektedir. Fakat belirli kuralların ve ilkelerin olmasının öğretimi daha etkin ve dikkat çekici kılacağı açıktır. Bundan dolayı aşağıda matematik öğretiminin amacına ulaşmasında yardımcı olan, öğretimi etkin ve dikkat çekici kılan başlıca ilkeler verilmiştir:

1.2.1. Kavramsal temellerin oluşturulması

Bir matematik konusunun öğretimi yapılırken konuyla ilgili kavramları tam olarak kazandırmadan öğretim yapmak ezbere öğrenmeye yol açacağı gibi zorluklara da meydan verecektir. Örneğin; dikdörtgen konusu incelenirken “Dikdörtgen nedir?”, “Diğer dörtgenlerden farkı nedir?”, “Belirleyici özellikleri nelerdir?”; çokgensel bölgelerin alanları incelenirken “Çokgen nedir?”, “Alan nedir?” gibi sorulara verilen yanıtlar kavram bilgisi ile ilgilidir. Fakat “A(ABCD)” alanı ifade eder demek kavram bilgisi ile ilgili değildir.

Kavram bilgisini tam olarak verebilmek için öğretmenin dikkat edeceği nokta, konu ile ilgili tanımları tam olarak kazandırmaktır. Kavramın ne olduğunun söylenmesi gerektiği gibi ne olmadığının söylenmesi de önemlidir. İlköğretimde ise dikkat edilmesi gereken nokta, kavram bilgisi verilirken fazlaca sembolik ve matematiksel dilden kaçınmaktır. Öğrencilerin anlayabileceği bir dil kullanmak gerekmektedir.

1.2.2. Ön şartlılık ilişkisine önem verme

Matematik diğer hiçbir bilim dalından katkı almadan gelişen bir bilim dalıdır. Ardışık ve yığılmalı bir bilim dalı olmasının sebebi de budur. Herhangi bir kavram onun ön şartı durumundaki diğer kavramlar kazandırılmadan tam olarak verilemez. Matematikte ön şartlılık ilişkisi bazı konular için doğrusal yapıda olduğu halde bazı konularda temel alınacak konu çeşitlilik gösterebilir. Örneğin; üçgenin alanını kavratmak için dikdörtgenin alanından yararlanılabileceği gibi paralelkenarın alanından da yararlanılabilir. Bu modele ağ modeli denilebilir. Öğretimin yapılacağı sınıfta hangi konu daha iyi biliniyorsa o konudan başlayarak öğretimin yapılması daha uygun ve kolay olacaktır.

1.2.3. Anahtar kavramlara önem verme

Bazı matematik kavramlar bir sonraki matematik konusunu öğretmede anahtar görevi görmektedirler. Bu anahtar kavramlar bilgiyi hatırlama ve üretme için sıkça başvurulan kavramlardır. Örneğin; sayı doğrusu, işlem tekniğini ve sayı sisteminin kavratılmasında; işlemlerin özellikleri, zihinden hesaplamada anahtar rolündedir. Araç rolünde olan bu kavramlar öğretmen tarafından yeri geldiğinde sıkça kullanılmalıdır. Öğretmen sıkça kullandığı bu araçları öğrencilerine de kullandırmalıdır.

1.2.4. Öğretimde öğretmen ve öğrencinin görevlerinin iyi belirlenmesi

Matematik konuları yeri geldiğinde son derece soyut olan konulardır. Öğrenciler bu bilgileri öğrenmekte yani soyutlamakta zorluk çekmektedirler. Öğretmen matematik derslerinde yeri geldiğinde konuyu açıklayıcı durumundadır. Öğrencileriyle tartışan onların çalışmalarını izleyen konumundadır. Öğrenciler anlayarak öğrenmekten ziyade ezberleyerek öğrenmeye daha yatkındırlar. Öğretmen bu durumlara karşı derslerinin büyük çoğunluğunda materyal hazırlayan, öğrencilerin grup mu yoksa bireysel mi çalışacağına karar veren, onların bilgiyi üretme ve kullanmaları için izin veren durumundadır. Uygulamalar esnasında yani öğrencilerin bilgiyi üretmesi esnasında ise görevi çekilen güçlükleri gözlemlemek ve öğrencilere yardımcı olmaktır. Uygulama sonunda ise varılan ortak sonucu sınıf tartışmasına açmak ve elde edilen verileri öğrencilerin birbirleriyle paylaşmasını sağlamaktır.

1.2.5. Öğretimde çevreden yararlanma

Matematik öğrenmenin temel amacı çevreden ve olaylardan anlam çıkarma, onları daha iyi yorumlayabilme olup, bu amaca en iyi şekilde ulaşabilmek için bazen çevre sınıfa, bazen de ders çevreye taşınmalıdır. Böylece öğrenilen bilgi, daha kolay uygulamaya geçirilebilir (Altun 2008).

Örneğin; alışveriş hesaplamaları için gidilen bir markette yapılan alışveriş sonucu ailenin ne kadar para ödemiş olduğu veya sinema biletlerinin fiyatları öğrencilerin konuyu anlamlandırabilmeleri açısından uygun araçlar olabilir. Grafiklerin öğretimi için ise gazetelerde bulunan altın ve döviz fiyatlarındaki değişimleri veren grafikler örnek olarak verilebilmektedir.

1.2.6. Araştırma çalışmalarına yer verme

Matematik öğretimi sırasında öğrencilerin düzeylerine göre etkinlikler tasarlanmalı, bireysel ve grup çalışmalarına yer verilmelidir. Bu tür etkinlikler onların öğrendikleri bilgileri uygulayabilme, iletişim kurabilme, gruba uyum sağlama, düşünme ve düşündüklerini ifade edebilme yeteneklerini ortaya çıkarmakta yardımcı olmaktadır. Benzer şekilde öğrencilerden etkinlik tasarlamaları da istenebilir. Böylece öğrenilecek olan konuyu önceden araştırma ve amaca uygun etkinlik hazırlayabilme becerileri gelişir.

1.2.7. Matematiğe karşı olumlu tutum geliştirme

Tutum, bir bireye atfedilen ve onun bir psikolojik obje ile ilgili düşünce, duygu ve davranışlarını düzenli bir biçimde oluşturan bir eğilimdir (Kağıtçıbaşı 1988). Özgüven (1994) tutumu, *"bireylerin belirli bir kişiyi, grubu, kurumu veya bir düşünceyi kabul ya da reddetme şeklinde gözlenen, duygusal bir hazır oluş hali veya eğilimidir"* şeklinde tanımlamıştır. Doob ise tutumu *"bireyin içinde yaşadığı toplumda, önemli olduğu düşünülen örtülü ve güdüleyici bir tepki"* olarak tanımlamıştır (akt. Tavşancıl 2002). Matematik başarısı ile matematiğe karşı tutum arasında bir neden-sonuç ilişkisinin varlığı uzun zamandır varsayılmaktadır. Yapılan araştırmalar, matematiğe karşı tutumun, matematikteki başarının açıklanmasında önemli bir rol oynadığını göstermiştir. Ma (1999), bu durumu "matematiğe karşı daha olumlu bir tutumun, çok daha yüksek düzeylerde matematik başarısı getirdiği" şeklinde açıklamıştır. Tutumun mu başarıyı etkilediği yoksa başarının mı tutumu etkilediği bilinmemektedir. Hayduk (1987), matematiğe karşı tutum ve matematik başarısı arasındaki ilişkiyi bir döngü olarak tanımlamıştır.

Matematik dersine karşı olumsuz tutumların öğrenci başarısına etkisi hakkında yapılan yeterince çalışma vardır (Wigfield ve Meece 1990; Gierl ve Bisanz 1995; Foire 1999). Örnek vermek gerekirse, matematiğe karşı olumsuz tutumlar aşırı bireysel alıştırma çözmekten (Tobias 1987), öğrencilerinin eksikliklerini açığa çıkartan öğretmenlerden (Samuelsson 2006) kaynaklanabilmektedir.

Geçmişten bugüne kadar matematik hep zor olarak kabul görmüş bir bilim dalıdır. Bu yüzden de öğrenciler matematiğe karşı hep bir ön yargıyla yaklaşmaktadırlar. Matematikten başarısız olacağız korkusu ile uzak durmaktadırlar. Matematik korkusu ve kaygısı üzerine yapılan birçok araştırmada öğrencinin matematik ile ilgili yaşantısı arttıkça matematiğe karşı olan tutumunun azaldığının gözlendiği ortaya konmuştur. Peker ve Mirasyedioğlu (2003) 500 onuncu sınıf öğrencisi ile yaptıkları çalışmalarında öğrencilerin tutum puanları ve başarı puanları arasında anlamlı bir farklılığın olduğu sonucuna varmışlardır. Çelik ve Bindak (2005) sınıf öğretmenliğinde okumakta olan öğrencilerle yaptıkları çalışmalarında yine tutum puanlarında farklılıkların olduğunu göstermişlerdir.

Bütün bunların yanı sıra öğretmenlerin ezber öğrenmelerin önüne geçmesi için aşağıdaki noktalara dikkat etmesi gerekmektedir;

• Öğretimin ilk yıllarından itibaren öğrenciler gelişmişlik düzeylerine uygun matematik etkinlikleriyle karşı karşıya getirilmeli, onların kapasitelerini zorlayacak etkinliklerden kaçınılmalıdır.

• Matematik derslerinde uzun ve can sıkıcı ödevlerden kaçınılmalı, alışılmış alıştırmaların yanı sıra öğrencilerin ölçme yapmalarını gerektiren, onları araştırmalara yönelten ödevler de verilmelidir.

• İşlem kavramları ve bu işlemlerin teknikleri öğretilirken ezberleme yerine bunların anlamları üzerinde durulmalı, işlemlerin tekniklerini açıklayıcı ders materyali, kavram ve algoritmalar pekişinceye kadar öğrencilerin görebilecekleri mekanlarda bulundurulmalıdır.

• Öğretmen, matematikte aynı sonuca ulaşan yöntemlerin çokluğunu sezdirmeli ve öğrencilerin bulduğu farklı çözümleri önemsemelidir.

• Çocuklar gerek işlem ve çizim yaparken, gerek problem çözerken yeterli zaman kullanabilmeli, yetiştirme kaygısı içinde bırakılmamalıdır.

• Öğrencilerin problem çözme ve işlem yapma sırasında düştükleri hatalar hoşgörü ile karşılanmalı, bu hataları giderici, onarıcı ve yol gösterici çalışmalar yapılmalıdır.

• Matematiğin eğlendirici, dinlendirici yanı öğrencilere tanıtılmalı, matematik öğretiminde oyunlaştırılmış etkinliklere yer verilmelidir.

• Matematiksel etkinlikler sırasında öğrencilerin kendi düşüncelerini açıklamaları için fırsatlar verilmeli, başarılı öğrencilerin hızlı çözümlerinin, yavaş olan öğrencileri bloke etmesi önlenmelidir (Altun 2008).

Eğer öğretmen bu kurallara dikkat ederse öğrenciler matematiğe karşı olumsuz tutum geliştirmekten vazgeçebilirler. Bunun yanı sıra matematiğin soyut bir bilim dalı olması, bazı matematik konularına karşı öğrencilerin olumsuz tutum geliştirmelerine de yol açmaktadır. Bu konulardan bir tanesi de *Olasılık* konusudur.

Olasılık konusu, hem öğretmenlerin hem de öğrencilerin işlenişinde zorluk çektikleri konuların başında gelmektedir. Olasılık birçok meslekte ve günlük hayatta aldığımız pek çok kararda önemli bir role sahip olmasına rağmen, olasılık kavramlarının anlaşılması birçok öğrenci için kolay değildir. Öğrencilerin çoğu pek çok olasılık kavramı hakkında bir anlayış geliştirmekte ve olasılık olayları hakkında neden bulmada zorlanmaktadırlar. Birçok araştırmacı tarafından, olasılık kavramlarının öğretiminde çeşitli nedenlerle zorluklar yaşandığı ve konunun formal matematiksel öğretiminden sonra olsa bile öğrencilerin olasılıksal muhakeme yapmada büyük zorlukları olduğu belirtilmiştir (Truran 1985; Shaughnessy 1992; Bulut 1994; Batanero, Serrano ve Garfield 1996; Fischbein ve Schnarch 1997; Munisamy ve Doraisamy 1998; Lawrence 1999; Gates 2001; Vickers 2002, akt. Memnun 2008; Kafoussi 2004). Bunun yanında, Assessment of Performance Unit (APU) tarafından 1985'de yayınlanan sonuç bildirgesinde de, olasılık kavramlarının anlaşılması zor kavramlardan biri olduğu belirtilmiş ve bu kavramları doğru bir şekilde kullanmayı öğrenen çocuk sayısının çok az olduğu açıklanmıştır (akt. Çelik ve Güneş 2007). Olasılık konusuna ilişkin kavramlar yabancı ülkelerin birçoğunda olduğu gibi ülkemizde de çeşitli nedenlerden dolayı etkin bir şekilde öğrenilememektedir (Bulut 1994; Gürbüz 2007). Başka bir deyişle, olasılık konusu ülkemizde hem öğretmen hem de öğrencilerin işlenişinde zorluk çektikleri konuların başında gelmektedir (Bulut 1994; Boyacıoğlu, Erduran ve Alkan 1996; Bulut, Ekici ve İşeri 1999). Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS) tarafından 1999 yılında ilköğretim düzeyinde yapılan karşılaştırmalarda bu durumu destekler niteliktedir (MEB 2003). Olasılık kavramlarının anlaşılmasında ve olasılık bilgileri arasında ilişkilerin kurulmasında güçlükler olması, bu konunun araştırılmasının gerekliliğini ortaya koymaktadır.

Bu çalışmada matematik konuları arasında öğrenciler tarafından zor kabul edilen ve öğrenilmesinde güçlükler bulunan *Olasılık* konusu seçilmiştir. Çalışmada yapılandırmacı kurama göre yapılan öğretimin sonunda olasılık konusunun bilgi oluşturma süreçleri incelenecektir.

Son yıllardaki araştırmalarda matematik öğrenmenin sosyokültürel yönü daha çok dikkate alınmaya başlanmıştır (Yeşildere 2006). Bu durumda bireyin bilgiyi nasıl oluşturduğu, oluşum sırasında nelerden etkilendiği ve hangi durumların bu sürecin niteliğini arttırabileceği gibi hususlar önemli hale gelmiştir. Bu nedenle bilgi oluşumu ve soyutlama ile ilgili bir takım teoriler ortaya atılmış, bilgi oluşumu ve soyutlama süreci farklı yönlerden ele alınmıştır. Bilgi oluşumu ve soyutlama sürecini açıklamayla ilgili çalışmalardan biri ise ***R*** (**R**ecognizing / **T**anıma), ***B*** (**B**uilding-with / **K**ullanma), ***C*** (**C**onstructing / **O**luşturma) modelidir. ***RBC*** modeli 2001 yılında Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus tarafından ortaya atılmış ve son yıllarda birçok araştırmada kullanılmıştır. Bu çalışmada ise RBC modeli; ***T****anıma* (Recognizing), ***K****ullanma* (Building - with) ve ***O****luşturma* (Constructing) epistemik eylemlerinin ilk harflerinin bir araya getirilmesiyle **"TKO"** şeklinde ifade edilip kullanılacaktır. Epistemik eylemlerden ilki olan *Tanıma* (recognizing), bireyin önceden kazanmış olduğu formal veya informal bilgilerle, öğrenme ortamındaki matematiksel unsurlara anlam yüklemesi demektir. Bu anlam yükleme konuyla ilgili ve önceden karşılaşılmış bulunulan yapıları tanıma demektir. *Kullanma* (building with), verilen bir hedefi gerçekleştirmek için eskiden oluşturulan matematiksel yapıların, benzer bilgilerin bir araya getirilerek bir amacı gerçekleştirmek üzere kullanılmasını ifade eder (Bikner-Ahsbahs 2004). Kullanma genellikle bir problem çözme, bir matematiksel durumu anlama ve bu durumu açıklama veya bir süreç üzerinde dikkatle düşünme gibi bir hedefi başarmaya odaklanıldığında gerçekleşir. *Oluşturma* (constructing) var olan matematiksel bilgi bileşenlerinin bir araya getirilmesi ile bu bilgiler arasında yeniden bir düzenlemeye gidilmesi neticesinde yeni bir anlam oluşturulması sürecidir. Oluşturma diğer iki epistemik eylemin gerçekleşmesi sonucunda ortaya çıkar (Dreyfus 2007). Başka bir ifadeyle tanınan yapıların kısmi değişikliğe uğratılarak yeniden yapılandırılması ve düzenlenmesi süreci ve bunun sonucunda yeni anlamlar (yapılar) inşa etme oluşturma olarak ifade edilmiştir (Bikner-Ahsbahs 2004). ***TKO modeli***, bilgi oluşturma sürecini gözlemlemeyi sağlayacak epistemik eylemleri tanımladığı için yeni kavramların oluşturma sürecinin gözlenmesinde yardımcı olacağı düşüncesiyle bu modelin bu çalışmada kullanılması uygun bulunmuştur.

Bu çalışmada öğrencilerin bilgiyi oluşturmasını temel alan yapılandırmacı kurama uygun davranılmıştır. Bundan ötürü burada bu kuramla ilgili ayrıntılı bilgilere yer verilecektir.

1.3. Yapılandırmacılık

İngilizce' de "constructivism" olarak adlandırılan "yapılandırmacılık", Türkçe' de "konstrüktivizm, oluşturmacılık, zihinde yapılandırma, yapısalcılık, bütünleştiricilik, yapılandırmacılık, insancılık" gibi farklı isimlerle adlandırılmaktadır. Eğitim alanında yapılan çalışmalarda çoğunlukla yapılandırmacılık terimi kullanıldığından, bu çalışmada constructivism teriminin Türkçe karşılığı olarak "yapılandırmacılık" kullanılacaktır. Bilginin ve öğretimin ne olduğu, objektifliğin mümkün olup olmadığını tartışan ve bilginin doğası hususunda felsefi bir açıklama olan yapılandırmacılığın kökenleri, Kant felsefesine ve 18. y.y. İtalyan filozofu Giambattista Vico'nun düşüncesine (von Glasersfeld 1995; Tynjälä 1999) ve 20. y.y.'ın başında William James ve John Dewey gibi Amerikan pragmatistlerine ve F. C. Barlet, Jean Piaget ve L.S. Vygotsky gibi isimlere dayandırılmaktadır (Driscoll 2000; Duffy ve Cunningham 1996; Tynjälä 1999). Uzun yıllar bilginin ne olduğu ve nasıl oluştuğu sorusuna yönelik çeşitli tartışmalar yapılmıştır. Pozitivist paradigma, gerçeğe nesnel yaklaşarak gerçeğin kişinin dışında olduğunu, keşfedildiğini ve ortaya çıkarıldığını savunmuştur. Daha sonraları pozitivist paradigmaya karşı farklı bir görüş gelişmiş ve nesnellik terk edilmeye başlanmıştır. Yeni paradigma, bilginin keşfedilmek yerine yorumlandığını, ortaya çıkarılmak yerine oluşturulduğunu savunur. Bu paradigmaya göre bilgi artık kişinin dışında(nesnel) değildir; aksine onun kendi deneyimleri, gözlemleri, yorumları ve mantıksal düşünmeleri ile oluşur ve özneldir. Öznel gerçeklik üzerine kurulan yaklaşım *"yapılandırmacılık"* olarak adlandırılmıştır (Kılıç 2001: 9).

Yapılandırmacılığa göre bilgi, kesin gerçekler değil bireyin yaşantı ve etkinlikleriyle oluşan süreçlerdir. Bilgi, hiçbir zaman kişiden bağımsız değildir, duruma göre değişmekte ve bireysel olarak anlamlandırılmaktadır (Yurdakul 2004). Buradan hareketle yapılandırmacılığın nesnelciliği kesinlikle kabul etmediği söylenebilir. Bilgi, bireyin var olan değer yargıları ve yaşantıları tarafından geliştirilmektedir (Özkan 2001).

Yapılandırmacı öğrenme ise yaşantılardan bireysel anlam yaratma süreci olarak değerlendirilebilir (Yurdakul 2004). Yapılandırmacılıkta öğrenme anlam oluşturma süreci olarak ele alındığından, bireyin bilgiyi ancak kendi aktif çabasıyla zihninde oluşturabileceğini, bu oluşturma süreci içinde kişinin geçmiş yaşantılarının ve çevresinin etkili olduğu, bilgisinin sadece dış dünyanın bir kopyası olmadığı ve bilginin bir bireyden diğerine doğrudan aktarılamayacağı kabul edilmektedir (Philips 2000: 6).

Yapılandırmacı öğrenme yukarıda belirtildiği gibi bireyin kendi deneyimlerinden anlam oluşturma süreci olarak ifade edilebilir. Bu anlamlandırma sürecinde temel etken anlamın deneyimlerle ilişkili olduğudur. Bu süreç içerisinde sosyal etkileşim önemli bir rol oynamaktadır (Wheatley 1991; Vygotsky 1978). Bu durum göz önüne alındığında yapılandırmacı öğrenme, sosyal etkileşim içindeki bireyin anlam ve modelleri öznel olarak yeniden oluşturması olarak düşünülmektedir (Yurdakul 2004). Wilson' a (1997) göre ise yapılandırmacı öğrenme, gerçek bir bağlamdan türetilmekte ve bireysel olarak anlamlandırılmaktadır.

Yapılandırmacı kuram, öğrencilere birtakım bilgi ve becerilerin kazandırılması gerektiğini inkar etmemekle birlikte, eğitimde bireylerin daha çok düşünmeyi, anlamayı, kendi öğrenmelerinden sorumlu olmayı ve kendi davranışlarını kontrol etmeyi öğrenmeleri gerektiğini vurgular (Saban 2000: 123). Bu nedenle, yapılandırmacılık bilginin doğası ile ilgili olarak bilgi, genelleme ve yapılandırma üzerinde durmakta; araştırma, bilimsel süreçler ve verilerden yola çıkarak bireyin kendi bilgisinin yapılandırmasını vurgulamaktadır.

Bu bilgiler ışığı altında yapılandırmacılığın temel varsayımları genel olarak şunlardır (Olssen 1996: 276; Durmuş 2001: 94);

1. Bilgi pasif olarak ya da kişisel bir katkıda bulunma olmaksızın inşa edilmez.
2. Öğrenme (bilgi edinme) bir adaptasyon sürecidir.
3. Öğrenme özneldir; nesnel değildir, yani herkes kendine özgü biçimde öğrenir.
4. Bilgi, etkileşim sonucu oluşturulur. Kullanılan dil ve içinde bulunulan sosyal yapı bu etkileşimde önemli rol oynar.

Yukarıdaki temel varsayımlar göz önüne alındığında eğer bir birey bir şey öğrenmek istiyorsa aktif olmalıdır. Kişisel olarak katkı sağlamalı, öğrenmek için çaba sarf etmelidir. Etkinliklerin içine bizzat girmeli ve aktif halde bulunmalıdır. Öğrenme işi bir adaptasyon sürecidir. Bu adaptasyon süreci boyunca birey öznel olarak, kendine özgü şekilde bilgiyi öğrenir. Bilgi öğrenilirken sosyal yapı ve etkileşim ön plandadır. Bilgi, görüş alış verişidir.

Şimşek (2004: 125) ise, yapılandırmacılığın öğrenme ile ilgili varsayımlarını şöyle özetlemiştir:

1. Öğrenme sosyal bir ortamda gerçekleşen bireysel bir süreçtir.
2. Öğrenme doğrusal ya da hiyerarşik bir süreç değildir.
3. Bilginin yapılandırılmasında ön bilgi, inançlar, ön yargılar, dünya görüşü etkili olmaktan öte belirleyicidir.
4. Sosyal boyutu ile öğrenme, bir uzmanlaşma sürecidir.
5. Bağlam önemlidir. Öğrenme mutlaka bir bağlam içinde oluşur.
6. Öğrenmede güncellik ve yaşamla ilgili olma önemlidir.
7. Öğrenmede çok boyutlu ve dinamik etkileşim önemlidir.
8. Bilgi geçici, gelişimsel, sosyal ve kültüreldir.
9. Öğrenme durumlu bir etkinliktir.
10. Öğrenme mental biliş haritasının rafine edilmesi ve yapılandırılmasıdır.

Yapılandırmacılık bir eğitim kuramından çok bir felsefe, dünyayı algılama şekli ve bir strateji olarak kabul edilmektedir (Yurdakul 2004). Yapılandırmacılık ile ilgili literatür çok gelişmiş olup yapılandırmacılığın birçok yorumu yapılmıştır. Bu yorumlara dayanarak yapılandırmacılığın birçok türünden bahsedilebilir. Başlıca yapılandırmacı yaklaşımlar; *bilişsel yapılandırmacılık, sosyal yapılandırmacılık* ve *radikal yapılandırmacılıktır*. Aşağıda bu yaklaşımlar hakkında bilgiler verilmektedir.

1.3.1. Bilişsel yapılandırmacılık

Birey doğduğu andan itibaren hiç bilmediği bir ortam ile karşılaşmakta ve her geçen gün çevresinde oluşan bu olayları öğrenmeye başlamakta zihninde kalıcı öğrenmeler oluşturmaktadır. Bu süreç içerisinde birey öğrendiği yeni bilgilerin bazılarını hemen zihnine yerleştirmekte bazılarını ise zihninde önceden var olan şemaları ile yer değiştirmektedir. Bu nokta da bireyin zihnindeki yapılanma sürecinde dengesizlikler oluşmaktadır. Bu dengesizlikleri yeniden bir denge haline getirmeye çalışır.

Bilişsel yapılandırmacılık Piaget' in kuramına dayalıdır ve günümüzde von Glasersfeld ve Fosnot tarafından desteklenmektedir (Yurdakul 2004). Piaget' ye göre bilişsel gelişim, çevre ile etkileşimimiz sayesinde sürekli gelişen, değişen ve etkinliklerimize yön veren yapılar yoluyla gerçekleşir. Buna göre anlama zihinsel bir yapıdır, yaşantılarla oluşur. Piaget, öğrenmeyi özümseme, uyum ve bilişsel denge kavramlarıyla açıklamaktadır. Yeni bir bilgi bireyin ön bilgileri ile çelişmiyorsa özümsenir ve yeni bir bilişsel denge oluşur. Eğer yeni bilgi önbilgi ile çelişiyorsa, yeni bilgi var olan yapıya özümsenemediği için dengesizlik yaşanır. Birey bu dengesizlikten kurtulmak için bir çaba içine girer ve bunun sonucunda yeni bir bilişsel yapı oluşturur. Özümseme, zihindeki yaşantıları dönüştürmeyi içerir. Uyum ise yeni yaşantılar için zihni değiştirmeyi gerektirir. Denge zihinsel gelişimi sağlar. Adaptasyon (bilgi edinme) süreci özümseme ve uyma ile gerçekleşir (Morrison 1998, akt. Koç 2002).

Bilişsel gelişim denge sonucunda oluşur. Yeni bir bilgi bireyin önceki yapıları ile uyuşmadığında dengesizlik oluşur. Organizma dengesizlikten rahatsız olur ve dengeye ulaşmaya çalışır. İşte öğrenme bu çaba sonucunda oluşur. Bu çaba iki şekilde olabilir;

1) Var olan yapının içine yeni bilginin özümsenmesi,
2) Var olan yapıların yeniden yapılandırılarak yeni bilgiye uyum sağlaması.

Piaget' e göre bilgi şemaları ya da yapıları, dünya ile giderek daha karmaşık etkileşimler kurma sonucunda gelişmektedir. Eski şemalar ya da yapılar yeni şemaları ya da yapıları etkileyerek eski bilginin yerini yeni bilgiler almaktadır (Olssen 1996: 281). Piaget' ye göre bilginin örgütlenmesi, bilinçli bir zekaya sahip olan organizma ile çevre arasındaki etkileşimin sonucunda gerçekleşir (von Glasersfeld 1995).

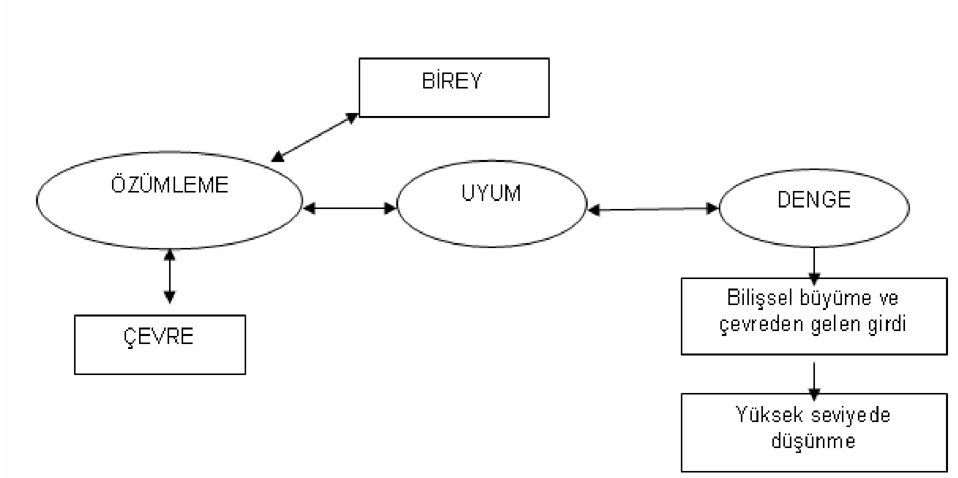
Bilişsel yapılandırmacılığın esası "bilginin bireyin dışında ve aktarılabilecek bir gerçekler bütünü olmadığı, birey tarafından içselleştirilerek oluşturulduğu" dur. Bilginin, birey tarafından bilişsel olarak oluşturulduğunu savunurlar ve bireyin çevresiyle etkileşmesine önem verirler.

Bilişsel yapılandırmacı yaklaşımda başlangıç noktası, kişinin o ana kadar sahip olduğu bilgiler ve bu bilgilerin oluşturduğu bilişsel yapıdır. Bu bilişsel yapı dengededir.

Kişi yeni bilgiyi bu bilişsel yapısını kullanarak anlamlandırır. Kişi, yeni bilgiyi önceki bilgileriyle çelişmeden ilişkilendirebiliyorsa, bilişsel yapısının içine özümler. Yeni bilginin özümlenmesiyle, kişi yeni bir bilişsel dengeye ulaşır (Kılıç 2001: 10).

Eğer yeni bilgi kişinin önceki bilişsel yapısıyla çelişiyorsa, kişi yeni bilgiyi var olan bilişsel yapısının içine özümleyemeyecektir. Bu durumda, kişi bir bilişsel dengesizlik yaşar ve yeni bilgiyi bilişsel yapısına özümleyebilmek için bilişsel yapısında bir düzenlemeye gitmek zorunda kalır. Bu düzenlemeyi gerçekleştirirken yeni bilgide kişinin bilişsel yapısına özümlenir ve kişi yeni bir bilişsel dengeye ulaşır (Kılıç 2001: 10).

Buna göre bilişsel yapılandırma süreci şu şekilde özetlenebilir:



Şekil 1: Bilişsel yapılandırma süreci (Ekiz 2001: 85)

1.3.2. Sosyal yapılandırmacılık

Birey günlük yaşamını sosyal bir topluluk içerisinde geçirmekte ve yaşamı süresince bu toplulukla etkileşime girerek bilgi alışverişi yapmaktadır. Buna bağlı olarak yaşamında sahip olduğu birçok bilgi, fikir ve deneyime sahip olmaktadır.

Hickey ve McCaslinprees (2001) sosyal yapılandırmacılığı, kültür ve sosyal çevre ile gerçekleşen bir gelişim olarak tanımlamaktadır. Birey ve toplum sosyal yapılandırmacılık kuramında ayrılmaz bir bütündür. Bu yüzden yapılandırma süreci içerisinde o toplumun sosyal güçleri önem kazanmaktadır. Temel olarak sosyal yapılandırmacılık kuramı kültür ile öğrenim deneyimlerinin birbirinden ayrılamayacağını savunur. Her bir kültürün belli bir düşünme biçimi ve becerisi vardır. Eğitimciler, kültür yapısını dikkate almak zorundadırlar; çünkü kültür yapısının farklılığı çocukların gelişim ve öğrenme süreçlerinde farklılıkların meydana gelmesine neden olmaktadır. Vygotsky ve onun fikirlerini benimseyen araştırmacılar sosyo-kültürel yapı ile gelişim ve öğrenme arasındaki ilişkiyi incelemişlerdir. Birey, sosyal yaşantılarla bilgiyi yapılandırmakta ve bu şekilde tanımlamaktadır. Bu bağlamda, yapılandırmacılar ilgi, değer ve stratejilerin gözlemler ve yaşantılar yoluyla kazanıldığını belirtmektedir. Gözlemi yapan öğrencinin değerleri, çıkarları, ilgileri her zaman işin içindedir (Dean 1993). Sosyal yapılandırmacılıkta bilgi sübjektiftir. Öğrenciler sosyal ve duygusal alandaki bilgilerini, deneyimleriyle anlamlandırmaktadırlar. Bu anlamlar, sosyokültürel dünya da yetişkinler ve akranlar ile etkileşim içerisinde müzakere edilir.

Bilgiler, geçici ve müzakere edilebilir durumdadır. Buna bağlı olarak sosyal gerçek, değerlerden bağımsız değildir ve ölçülemez. Öğretmen, öğrencileri ile birlikte bu sosyal gerçeklerin anlamını araştırmalı ve yapılandırma sürecinde etkin bir şekilde rol almalıdır (Laird 1995).

Sosyal yapılandırmacılık, zihinsel süreçlerin özünde toplumsal süreçler olduğunu varsayar. Bilgiyi ise bireyler değil topluluklar yapılandırır. Yaşantılardan çıkarılan anlamlar bir topluluğun üyeleri tarafından kabul edilmesi koşuluyla geçerlidir. Bilginin yapılandırılması, bilgi hakkında görüş birliğinin oluşturulabilmesi için grup üyelerinin etkileşimde bulunması gereklidir. Üyelerin birlikte gerçekleştirecekleri etkinlikler, yapacakları konuşmalar ortak bir anlayış oluşmasına yardımcı olur. Gruptaki daha iyi bilen kişiler, diğerlerinin kavramsallaştırma süreçlerini kolaylaştırır. Bu süreç, bireyin kişisel keşfetme eyleminin ötesine geçmesini sağlar (Açıkgöz 2004). Vygotsky, öğrenmede kültürün ve dilin önemli bir etkisi olduğunu savunmuştur ve bilginin sosyal etkileşimlerle oluştuğunu öne sürmüştür. Sosyal yapılandırmacıların kullandığı Vygotsky' ye ait üç teoriyi Senemoğlu (1997) şu şekilde belirtmiştir:

1. Anlamlandırma: Kişilerin içinde yaşadığı toplum ve kültür, kişilerin bilgiyi anlamlandırmasında etkilidir. Çevremizdeki insanlar ve kültür, olayları algılamamızı ve anlamlandırmamızı etkiler ve bilgilerimizi bunlar vasıtasıyla oluştururuz.

2. Bilişsel gelişim araçları: Çocuğun bilişsel gelişimini sağlayan araçlar vardır. Bunlar, kültür, dil ve çevresinde çocuk için önemli olan kişilerdir. Bu araçların şekli ve kalitesi bilişsel gelişimi biçimlendirir ve hızını etkiler.

3. Yakınsal gelişim alanı: Vygotsky' ye göre kişinin gelişimi sonu olmayan bir silindire benzer. Bu silindir üzerinde, kişinin problem çözme becerileri geliştikçe yukarılara doğru kayan bir yakınsal gelişim alanı meydana gelir.

Sosyal yapılandırmacıların yapılandırmacılığa en büyük katkıları, öğrenmede sosyal çevrenin ve dilin önemini vurgulamalarıdır. Yani yapılandırmacılığa sosyal bir boyut kazandırmışlardır. Vygotsky' nin teorilerine dayanarak, sosyal yapılandırmacılar şunları savunurlar:

- Öğrenme ve gelişim, sosyal bir etkinliktir; öğrenci kendi bilgisinin bilincinde, kendi anlama şekliyle oluşturur ya da oluşturmaz.
- Öğretmen, öğrencinin öğrenme sürecinde kolaylaştırıcı görevindedir.
- Öğrencilerin birbirleriyle çalışmaları ve etkileşimleri sağlanmalıdır. Öğrenciler, edindikleri yeni bilgileri arkadaşlarıyla ve öğretmenleriyle paylaşarak, tartışarak anlamlandırabilirler ve benimserler (Özden 2003: 62).

Bilişsel ve sosyal yapılandırmacılığın ortak noktası bilginin kişinin dışında ve aktarılabilecek bir gerçeklik olmadığı kişi tarafından içselleştirilerek oluşturulduğu noktasıdır. Bu iki yaklaşım bilginin nasıl oluşturulduğunu açıklarken farklılaşmaktadırlar. Bilişsel yapılandırmacılar bilginin kişi tarafından bilişsel olarak oluşturulduğunu savunurlar. Kişinin çevresiyle etkileşmesine de önem veriler ama bu sosyal yapılandırmacı yaklaşımdaki kadar değildir. Oysa sosyal yapılandırmacılar öğrenmeyi açıklarken bile sosyal etkileşimi kullanırlar (Kılıç 2001).

1.3.3. Radikal yapılandırmacılık

Bilişsel yapılandırmacılığın temel esaslarına ek olarak radikal yapılandırmacılık, gerçekle ilgili bilgi, bireyin kendi deneyimlerine, algılama kapasitelerine ve çevre ile etkileşimine bağlı olarak oluştuğunu kabul eder. Her bireyin deneyim ve çevresi farklı olacağı için bilgisi de farklı oluşur. Bir durumla ilgili herkesin oluşturduğu bilgi aynı olmaz ve farklılıklar gösterir. Yani, bilgi bireysel olarak yapılandırılır. Birey için anlam ifade etmeyen, algılanamayan realiteler o birey için bilgi değildir (Altun 2008: 32).

Radikal yapılandırmacılıkta von Glasersfeld tarafından ortaya atılan, diğer yapılandırmacılık yaklaşımları ile benzer ve farklı yanları bulunan bir öğrenme felsefesidir. Radikal yapılandırmacılık öğrenme kuramı geliştirmeye yönelik bir girişimdir ve bilgi, gerçek, doğru gibi köklü notasyonların pek çok derin değişimler geçirmesi gerektiğini savunmaktadır. Her bireyin kendi doğrusunu bilimin ışığında ve gerçekliği doğrultusunda kendi yaşantısı yoluyla edindiği bilgileri sentezleyerek bulmasını öngören bir yaklaşımdır (Türnüklü ve Yeşildere 2004: 39).

Radikal yapılandırmacılık sosyal etkileşimin önemini inkâr etmemekle birlikte, anlamanın sosyal bir etkileşimle aktarılamayacağını ve kişisel gayret ve beceriyle herkesin kendi anlayışını kendisinin oluşturması gerektiğini vurgular. Radikal yapılandırmacılık kişinin asla kemale erecek bir mutlak gerçeğe ulaşamayacağını ve öğrenmenin ve gelişmenin hayat boyu süreceğini savunur.

Radikal yapılandırmacılık deneyimlerin ötesinde rasyonel olarak bilinebilecek ve açıklanabilecek nesnel bir gerçekliğin olduğunu kabul etmez. Ancak deneyimlerin ötesindeki var olan gerçekliği de inkar etmez. Biz sadece deneyimlerimiz aracılığıyla kavramlarımızı oluştururuz ve deneyimlerimizin ötesindeki gerçeklik var olsa bile nesnel bir şekilde ortaya koyamayız. Radikal yapılandırmacılık öncelikle nesnel bilginin varlığını kabullenmez ve bilgiyi öznel olarak nitelendirir (Şengül 2006: 88). Bu salt rasyonel bir yaklaşımla nesnel gerçekliğin açıklanamayacağı anlamına gelir.

Radikal yapılandırmacılık öncelikle nesnel bilginin varlığını kabullenmez ve bilgiyi öznel olarak niteler. Radikal yapılandırmacılığa göre, bilgi bireyin bugüne kadar sahip olduğu deneyimleri göz önüne alınarak birey tarafından yapılandırılmaktadır. Ancak buradaki bilgi evrensel olarak kabul gören bilgiden farklıdır (Açıkgöz 2002: 63-64).

Radikal yapılandırmacılık dünyanın doğrudan bilinebilmesini, bilginin öğretmen ve öğrenci arasında doğrudan transfer edilebileceğini reddeder. von Glasersfeld, bilginin öğrenen tarafından aktif yapılandırılmasının yanı sıra, yaşamımızdaki eylemlerimize dünyayla baş edebilmemize yardımcı olan adaptasyon amacının da düşünülmesi gerektiğini belirtmiştir (Türnüklü ve Yeşildere 2004, alıntı: Glasersfeld 1980: 40).

Radikal yapılandırmacılığın iki temel prensibe dayandığı söylenebilir: “Bilgi nedir?” ve “Bu bilgiyi nasıl elde edebiliriz?” (Türnüklü ve Yeşildere 2004). Bu iki prensibe bakıldığında bireylerin sahip olmayı bekledikleri bilginin ne olduğunu belirlemede söz sahibi oldukları gibi, bu bilgiyi nasıl elde etmeleri gerektiği ile ilgili kendilerine ve yaşantıları aracılığıyla edindikleri deneyimlere dayanarak davranmalarını gerektirmektedir. Radikal yapılandırmacılık insanoğlunun bilgi edinme doğasının, bireyin kendi yaşam deneyimlerine göre oluşturulmasına dayandığını iddia etmektedir. Her bireyin yaşam deneyiminin de kendi içeriğine bağımlı olduğu düşünülürse her bireyin yaşadıklarının kendi için değerli ve eşsiz olduğu görülecektir. “Bilgi nakledilen bir eşya değildir” (Glasersfeld 1990: 80, akt. Türnüklü ve Yeşildere 2004). Bu nedenle bilgilerin, kişilerin yaşantıları yoluyla edindikleri deneyimler ile ilişkilendirmesi sonucu oluşması söz konusu olmaktadır.

Pek çok kaynakta radikal yapılandırmacılığın çevresel ve sosyal boyutu göz ardı ettiği söylenmektedir. Ancak bu bir yanlış anlamadır. Bilginin algısal ve kavramsal yollardan elde edildiğini iddia eden kimse sosyal yaşam ve birey üzerindeki etkisini hiçe saymış demektir. Ancak bununla birlikte kişinin çevresinin ve sosyal yaşamının kendisinin algısı doğrultusunda etkileyeceğini de unutmamak gerekmektedir (Türnüklü ve Yeşildere 2004: 40).

Radikal yapılandırmacılığa göre hiçbir bilgi eşsiz, değişmez ve tek yol değildir. Bir problemin çözümü çok başarılı ve kullanışlı gözükebilir ancak bu çözümün tek olası çözüm olarak ilan edilmesi doğru değildir. Öğrencilerin yaratıcı ve eleştirel düşünmelerinde ilerleme sağlayabilmek için öğrenciler birden fazla çözüm yolunun bulunduğu problemler ile karşı karşıya bırakılmalı, hatta öğrencilere birden fazla doğru cevabın olabildiği problemlerin fazla olabileceği gösterilmelidir (Yeşildere ve Türnüklü 2004).

1.4. Soyutlama Ve Bilgi Oluşturma

Matematiğin ne olduğu ve nasıl öğretilmesi gerektiği konularında son yıllarda önemli bir düşünce değişikliği olmuştur. Bu düşünceleri destekleyen önemli bir kuram önceki bölümlerde yer verilen Yapılandırmacı Öğrenme kuramıdır. Bu kurama göre matematiksel bilgiyi öğrenme yerine matematik yaparak matematiği öğrenmeyi ön plana çıkarılmalıdır. Diğer bir deyişle bireyin bilgiyi kendisinin edinmesi ve bilgi edinmede sorumluluk alması önemlidir. Öğrencinin bilgiyi oluşturma süreci aslında bilginin soyutlanması ile doğrudan ilgilidir. Bilginin soyutlanması özellikle de matematik eğitiminde sıklıkla karşımıza çıkmaktadır. Çünkü matematik bir soyutlama bilimidir ve matematik kavramlar soyutlama sonucu elde edilmektedir (Altun 2008: 5). Soyutlama bu durumuyla matematik öğretiminde önemli bir rol oynamaktadır. Son dönemlerdeki program değişikliklerinde önemli faktör matematik öğrenmenin dayandığı temel süreç olarak *soyutlama*nın iyi tanınması ihtiyacı ortaya çıkmaktadır. Eğer öğrencilerin soyutlamalara ulaşmak için izledikleri yol ve bilgi oluşturma süreçleri derinlemesine incelenirse öğrencilerin hangi süreçte ya da eylemde zorlandıkları bilinerek sadece o eyleme odaklanılıp sorunu çözmek kolaylaşır ve süreçte tekrar başa dönülmemiş olur. Bu sayede bilgi oluşturma süreci ve soyutlamaların oluşumu daha etkin, anlaşılır ve seri olacaktır.

Bin yıldan fazla süredir üzerinde çalışılmaya devam edilen soyutlama, Aristotle' dan Russell' a kadar çeşitli filozoflar tarafından ele alınmış bir konudur. Aristotle' nun çalışmalarında 'alıp götürmek' anlamındaki 'aphairesis' kelimesi ile karşımıza çıkan soyutlama, insanoğlunun düşünmesiyle ilgili felsefi ve psikolojik çalışmalara etkide bulunmuştur öyle ki Aristotle' nun ürettiği bu bilgi teorisi daha sonradan İngiliz deneyimci (empiricist) filozofları tarafından ele alınmıştır (van Oers 2001).

Bu filozoflardan biri olan Locke soyutlama ile ilgili klasik bir bakış açısının oluşmasını sağlamış ve Aristotle' dan bu yana ele alınan soyutlama fikrini 21. yüzyıla kadar taşımıştır. Bu klasik soyutlama fikrinin sahip olduğu düşünülen varsayımlar aşağıdaki şekilde özetlenebilir (van Oers 2001):

- Soyutlamalar, nesnelerin kategorilerle temsil edilmesiyle oluşmaktadır.
- Soyutlamalar bağlamdan (ortamı çevreleyen koşullardan) bağımsız temsillerdir.
- Soyut düşünme, düşünce gelişiminin daha ileri adımlarının ayırt edici bir özelliğidir.

Bu varsayımlarda dikkat çeken önemli noktalardan biri; soyutlamanın düşünme yapısı içinde üst düzeylerde gerçekleştiği düşünülen bir süreç olması ve soyutlamanın öğrenmenin gerçekleştiği zamandan, mekândan ve ortamdan bağımsız gerçekleşebileceğine inanılmasıdır (Yeşildere ve Türnüklü 2008a). Sierpinska (1994: 61) ise, soyutlamayı kısaca *"bir kavramdan belli özelliklerin ayrılması eylemi"* olarak tanımlar. Bu bakış açısına göre kavramlar; soyutlamalarla elde edilirler, nesnel gerçeklerle denenir ve doğrulanırlar (Felsefe Terimleri Sözlüğü 2009).

Yirminci yüzyıldaki soyutlama anlayışını, modern felsefeci Russell (1926)' ın soyutlama tanımını vererek açıklayabiliriz; *"soyut düşünce, insan zekâsının en üst düzey başarısı ve en güçlü aracıdır"* (Yeşildere ve Türnüklü 2008a). Günümüze gelindiğinde ise, bilim insanları soyutlamayı değişik bakış açıları altında incelemişlerdir. Bunlardan ilki bilişsel soyutlama görüşü, diğeri sosyokültürel soyutlama görüşüdür. Matematiksel bilginin oluşumunu anlamayı amaçlayan bu alanda tartışılan en önemli iki soyutlama teorisinin sunulması, soyutlama fikrinin daha iyi anlaşılmasına katkı sağlayacaktır.

Klasik bilişsel psikologlar;

a) Bir dizi somut örnekten oluşan ortak noktaların çıkarımı üzerinde dururlar,

b) Soyutlamanın temel özelliği olarak sınıflamayı uygun görürler (Rosch ve Mervis 1975).

Onlara göre, soyutlama somuttan soyuta geçişte bir köprüdür ve bu benzerlikler dizisi sayesinde olur (Hershkowitz ve diğerleri 2001). Öğrenmenin konuyla ilgili sunulan örneklerdeki benzerliklerden hareketle gerçekleşeceğini iddia etmektedirler. Bu alanda bahsedilmesi gereken isimlerden ilki, Piaget' dir. Piaget soyutlamayı deneyimsel soyutlama (emprical abstraction) ve sözde-deneyimsel soyutlama (pseudo-emprical abstraction) olarak iki boyutta ele almıştır.

Deneyimsel soyutlama, kavramlar arasındaki yüzeysel benzerliklere dayanmaktadır. Daha yalın bir ifadeyle deneyimci soyutlamanın günlük yaşamdaki kavramları oluşturmaya yönelik bir soyutlama tipi olduğu söylenebilir (Mitchelmore 2002). Hem deneyimsel soyutlama hem de sözde-deneyimsel soyutlama, kavramların ortak özelliklerini dikkate almaktadır. Ancak sözde-deneyimsel soyutlama bunun yanı sıra eylemler arasındaki çok yönlü ilişkiyi de göz önünde bulundurmaktadır. Piaget ayrıca soyutlama sürecini açıklamak için yansıtıcı soyutlama görüşünü ileri sürmüştür. Piaget' nin yansıtıcı soyutlama görüşü, bu klasik yaklaşımın gelişimine önemli ölçüde katkı sağlamıştır. Yansıtıcı soyutlama, Piaget' nin zihinsel işlemleri sınıflandırmasına ve zihinsel nesnelerin soyutlanmasını incelemesine yol göstericidir. Yansıtıcı soyutlama ürünü olan şemalar, her gelişim döneminde bilginin yapılandırılmasındaki bloklardır. Yansıtıcı soyutlama mantıklı ve tutarlı teorik modellerin yapılanmasını sağlamaktadır (Hershkowitz ve diğerleri 2001).

Piaget' yi izleyen birkaç matematikçi somutu soyuta dönüştürme gücüne sahip öğrencilerin yardımıyla ortam ya da süreci tanımladıklarını belirtirler (Dreyfus 1991). Bu matematikçilerden bir tanesi de Dienes' tir. Dienes (1961) soyutlamayı, bitmiş bir ürün olarak değil, bir süreç olarak ele almakta ve soyutlamayı *"bir grup farklı durumlardan ortak özellik çıkarma süreci"* olarak tanımlamaktadır. Soyutlama, belli sayıdaki farklı durumda yer alan ortak noktaların çıkarılmasıdır. Bunu yapmak, bir sınıflamanın oluşturulmasını ve sınıflamaya ait olmayan elemanların özelliklerinin kavranmasında son noktaya ulaşılmasını söylemenin bir başka yoludur (Dienes 1963: 57).

Bilişsel matematikçiler için soyutlama, bir dizi matematiksel süreçten meydana gelmektedir ve zihinlerindeki nesnelerle bu süreç sonucunda oluşan nesneler arasında ilişki kurmayı ve kurulan bu ilişkiyi anlamlandırmayı içermektedir. Bu ilişkilerde benzerlikler ve farklılıklar üzerine odaklanılarak sınıflamalara gidilir ve sonunda kavram zihne yerleşmiş olur. Daha sonra karşılaşılacak benzer bir durumda öğrenilen bu kavram kullanılır hale gelir ve soyutlanmış olur.

Soyutlamayı bilişsel yaklaşımla ele alan araştırmacıların, üç önemli ortak ifade üzerinde durdukları söylenebilir (Özmantar 2005). Bunlar;

• Çok sayıdaki belli örneklerin ortak noktalarının tanınmasıyla ulaşılan genelleme,

• Düşük somut seviyelerden soyut düşüncenin yüksek seviyelerine tırmanışı,

• Ortamı çevreleyen koşullardan bağımsız olarak gerçekleşen bir süreç.

Son zamanlarda, bilim insanlarından bazıları bilişsel yaklaşımla ele alınan soyutlama yaklaşımını eleştirmektedirler. Örneğin, Ohlsson ve Lehtinen (1997)' e göre; bilişsel soyutlama düzeni, daha karmaşık fikirler içinde var olan fikirlerin toplanmasından oluşmaktadır. Bu nedenle, süreç somuttan soyuta tek yönlü sonuç vermez. Somut ve soyut kavramları ayrı oluşlar değillerdir, birbirleriyle bağlantılıdırlar ancak soyutlama süreci boyunca birbirinden ayrılırlar.

Confrey ve Costa (1996) ise, klasik yaklaşımda öncelik verilen özel matematiksel hedefler kavramını eleştirmektedirler. Bu önceliğin, matematik topluluğunu sadece dar bir bakış açısı ile pekiştirebildiğini söylemişlerdir çünkü matematiksel düşünmeyi orijinal sosyal çevresinden ayırmaktadır ve matematiksel araç kullanımını ve gelişimini ihmal etmektedir.

Ahsbahs (2004)' e göre ise, öğrencilerin öğrenim biyografilerinin ayrıntılarını bilmenin ne çeşit bir eyleme ihtiyaç duyulduğuna karar vermede gerekli olmadığıdır. Yani, öğrenim çevresine getireceği herhangi bir katkısı yoktur. Önemli olan, etkileşim ve matematiğe karşı duyulan yoğun ilgidir. Soyutlamanın sosyo-kültürel bakış açısının temelinde; 'çevre' anlayışı onu, bilişsel bakış açısından ayıran ilk farklılık olarak göze çarpmaktadır.

Soyutlamanın oluşumu için uygun çevresel koşulların sağlanması gerektiği temel varsayımdır. Eğer çevre uygun şartlarda düzenlenirse öğrenci için anlamlı olacak ve edindiği yeni bilgilerin soyutlanması kolaylaşacaktır. Bu alanda Leont'ev (1981) *'etkinlik teorisi'* adında bir teori geliştirmiştir. Bu teori aynı zamanda Vygotsky' nin çevre görüşüne de uymaktadır.

Etkinlik teorisine göre çevre, insan davranışlarının anlamlarını ve yapılarını düzenleyen faktörler toplamı olarak tanımlanabilir (Hershkowitz ve diğerleri 2001). Büyük ölçüde bireysel insan davranışlarından oluşan etkinlik, analizin bir parçasıdır. Bu nedenle çevre düzenlenirken etkinliklere yer verilmelidir, ancak etkinlik geliştirilirken de dikkat edilmesi gereken hususlar vardır.

Etkinlikler, genel bir içerik ile bağlantılı ve işbirliği ya da bireysel başarıyı yansıtan davranışlar zinciridir. Çeşitli el becerilerini içerecek şekilde olmalıdırlar. Bir etkinlik boyunca el becerileri; yaratıcı, işlemsel ve dönüştürülebilir olmalıdır. Çeşitli el becerisi içeren bir etkinlik (araç, fikirler, işaretler) aracılığıyla davranışlar dolaylı olarak elde edilirler (Hershkowitz ve diğerleri 2001). Bir etkinliğin sonucu, diğer etkinliklerde tekrar kullanılabilecek el becerilerinden oluşabilir (Bodker 1997).

Etkinlikler; verilen içeriğin anlamlandırılmasının, yeni bilgi edinilmesinin ve öğrenilen yeni bilgilerin kalıcı olmasının ve soyutlanması için çevresel düzenlemenin temelini oluşturur. Ancak, etkinlik sadece dış çevreyi düzenleyen fiziksel bir faktör değildir. Aynı zamanda, katılımcının duyuşsal özelliklerine de cevap verip katkıda bulunacak şekilde tasarlanmalıdır. Bu nedenle; katılımcıların kişisel geçmişleri, hazır bulunuşlukları, sosyal çevreleri, öğrenme biyografileri, iletişim becerileri gibi öznel faktörlere de yer vermektedir.

Sonuç olarak, çevre etkinliğin ayrılmaz bir parçası haline gelir. Çünkü katılımcılar, onlara verilen çevreye uygun görülen davranışları sürdürmeyi seçerler. Çevre ve etkinlik arasındaki bu bütünlük, zihinsel davranışlara alternatif olan ya da bu davranışları kolaylaştıran durumsal rollere karşılık bilişsel araştırmacılar tarafından çevresel faktörlere başka bir yol tayin ederler (Hershkowitz ve diğerleri 2001).

Bunun yanı sıra sosyo-kültürel bakış açısına sahip bazı bilim adamları soyutlamayı değişik şekillerde tanımlamışlardır. Örneğin van Oers (2001); 'soyut'un bir kavramın yeni, daha önce fark edilmemiş bir özelliği değil, düşünmemize katkı sağlayan bir özellik olduğunu ifade ederek soyutlamayı *"belli bir bakış açısından hareketle ilişkilerin oluşturulması süreci"* olarak tanımlamıştır.

Hoyles ve Noss ise soyutlamayı, öğrencilerin sahip oldukları kavramsal bilgileri ilişkilendirmeleri boyutunda ele almışlar ve durumsal soyutlama fikrini ortaya atmışlardır. Onlara göre; öğrenciler etkinlikleri başarılı olarak gerçekleştirerek ilerlediklerinde, bir önceki etkinliklerle yenilerini birleştirmeyi öğrenirler (Yeşildere ve Türnüklü 2008a).

Bilişsel yaklaşımı sosyo- kültürel yaklaşımdan ayıran iki temel farklılık vardır; İçeriğin nasıl kavranması gerektiğinin temellendirilmesi (çevre) ve soyutlama sürecinin diyalektik doğası bu temel farklılıklardır (Hershkowitz ve diğerleri 2001). Diğer bir fark Davydov tarafından aşağıdaki şekilde açıklanmıştır;

Davydov' a göre, kavrama iki seviyede işlevlik kazanır: Deneysel düşünce seviyesi ve teorik düşünce seviyesi. Deneysel düşüncedeki birinin amacı gerçek özelliklerle (örneğin, maddeler arası fark ve benzerlikleri gözleme) çatışmaktadır (Hershkowitz ve diğerleri 2001). Burada amaç, deneysel olarak gözlem yaparak gerçeğin nasıl olabileceği konusunda varsayımda bulunmaktır. Yani, birebir gerçek olgularla çalışılmaz, aksine teorik düşünceye sahip birinin amacı, gerçeği göstermektir.

Davydov (1972 / 1990) teorik düşünmeyi ise: *"Nesnelerden oluşan uygulamalı etkinlik ve etkinliğin evrensel form maddelerinin, ölçümlerinin ve kurallarının zenginleştirilmesiyle oluşan bir idealizasyondur"* şeklinde tanımlar. Teorik düşünce, nesnelerin oluşumuna aracılık eden sembollerin açıklamalarından, evrenselliklerinden ya da Davydov' un ifadesiyle teorik gerçeği göstermesinden meydana gelmektedir (Hershkowitz ve diğerleri 2001).

Davydov, iki düşünce seviyesinin de birbirinden üstün olmadığını ancak amacımız doğrultusunda tercih etmemiz gerektiğini söyler. Örneğin; eğer amacımız bireye günlük kavramları kazandırmak yani soyutlamasına yardımcı olmak ise, deneysel düşünceyi, amacımız bilimsel kavramları kazandırmak yani soyutlamasına yardımcı olmak ise teorik düşünceyi tercih etmeliyiz. Hershkowitz ve diğerleri' ne (2001) göre, bilimsel kavramlar soyutturlar ve soyut bilginin oluşması için diyalektik bir mantığa ihtiyaç vardır. Özellikle, okulda öğrenilen bilgiler genelde deneysel düşünme ile ulaşılamayan bilimsel kavramlardan oluşmaktadır. Bu nedenle, sınıflarda uygulanan yöntemler ile bu teoriyi geliştirip bilimsel kavramların kazanılması ve soyutlanması sürecinde kullanabilirler.

Hem Davydov' un teorisinden hem de Leont'ev' in teorisinden etkilenerek Hershkowitz ve diğerleri (2001) soyutlamayı şu şekilde tanımlamışlardır;

> "*Soyutlama, önceden yapılandırılmış matematik bilginin içine yeni bir matematik bilgiyi dikeysel olarak yeniden düzenleyen bir etkinliktir*".

Soyutlamayı tam anlamıyla anlatan bir tanım olduğu için ayrıca yer verilmiş ve üzerinde durulma ihtiyacı hissedilmiştir. Hershkowitz ve arkadaşları, bu tanımdaki her kavramı açıklama ihtiyacı duymuşlardır. Bu şekilde soyutlamanın dayandığı ilkeleri ve teorileri de açıklamışlardır. Bu açıklamalardan aşağıda kısaca bahsedilmektedir.

Önceden yapılandırılmış matematik, soyutlama süreci öncesi elde edilen sonuçlar yeni soyutlama etkinliği boyunca kullanılabilir ve yeni etkinlik başlangıçta düzenlenmemiş durumdaki soyutlamadan başlar. Yani, soyutlamanın doğası tekrarlıdır (Hershkowitz ve diğerleri 2001). Soyutlama bu şekilde, kişinin önceden yapılandırdığı ve bellekte yeni bir etkinlikte kullanmak üzere hazır olarak bekletilen ham bilgiden doğmaktadır.

Yeni yapının içine yeniden düzenleme ise, yeni bir hipotez kurma ve matematiksel bir genellemenin icadı ya da problem çözme için bulunan yeni bir strateji gibi yüksek matematik davranışları içerir (Hershkowitz ve diğerleri 2001). Yani bu kavram teorik düşünceye dayalıdır ve teorik bilgi gerektirir. Bunun sağlanması için de öğrencinin hazır bulunuşluk seviyesi ve kişisel geçmişinin göz önünde bulundurulmasına ihtiyaç vardır.

Soyutlamanın tanımı ne olursa olsun, zihinsel bir etkinlik olduğu ve doğrudan gözlenemeyeceği bilinmektedir. Bu nedenle, bilişsel yaklaşımın belirleyicilerinden olan teorik düşünceye ihtiyaç duyar. Ancak soyutlama oluşumunun gözlemlenebilir olması için deneysel olarak uygulamalara ve modellere de ihtiyaç duyulmaktadır.

Soyutlamayı açıklamaya yönelik var olan bakış açıları incelenmiş, soyutlamaya sosyokültürel bakış açısıyla yaklaşan teorilerin araştırmaya daha uygun olduğu düşünülmüştür. Bunlardan biri olan Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus (2001) tarafından üretilen ve bu çalışmada TKO kısaltması olarak kullanılacak olan RBC soyutlama modeli, araştırmanın teorik yapısı olarak seçilmiştir. Bir sonraki alt bölümde soyutlamayı açıklamak için önerilen TKO soyutlama modeli ayrıntılı olarak ele alınmakta ve araştırmada kullanmak üzere seçilmesinin nedenleri açıklanmaktadır.

1.4.1. TKO *(Tanıma, Kullanma ve Oluşturma Epistemik Eylemler Modeli)*

Matematiksel soyutlama ve bilgi oluşturma sürecini açıklayan modellerden biri, TKO soyutlama modelidir (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus 2001). Bu model aşağıda detaylı bir şekilde açıklanmaktadır.

Model; ***T****anıma* (Recognizing), ***K****ullanma* (Building-with) ve ***O****luşturma* (Constructing) epistemik eylemlerinin ilk harflerinin bir araya getirilmesiyle isimlendirilmiştir. Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus (2001), soyutlama sürecini daha önce oluşturulmuş matematiksel bilgilerin dikey olarak yeniden düzenlenerek yeni bir matematiksel yapı oluşturulması aktivitesi olarak görmektedirler.

TKO modeli kendisine temel olarak bir takım sosyokültürel ve epistemolojik ilkeler tayin etmiştir. Bunlar ise Davydov' un (1990) *bilgi oluşturma felsefesine* dayalı ve Leont'ev (1981) in *etkinlik teorisine* dayanmaktadır. Etkinlik teorisine göre aktiviteler davranışlar zincirinin oluşmasını sağlar. Bağlam, bir etkinliğin vazgeçilmez bileşenidir çünkü katılımcılar aktivitede bağlam ile ilgili davranışları gerçekleştirir. Bağlam, yapıyı ve insanoğlunun davranışlarının anlamını çerçeveleyen birbirine bağlı faktörlerin bir araya gelmesidir (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus 2001). Bu yazarlar, aktivite teorisinden yola çıkarak matematiksel soyutlama sürecinin gelişiminde fiziksel, sembolik ve semiyotik araçların matematiksel bilginin oluşumuna olan etkilerini özellikle vurgulamışlardır. Bunun yanı sıra soyutlama sürecinde aktiviteye katılanların kişisel geçmişlerinin, aktivitenin gerçekleşmiş olduğu sosyokültürel ve fiziksel koşulların bu gelişim sürecini etkilediğini ve çoğu zamanda belirlediğini örneklerle göstermeye çalışmışlardır (Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz 2001).

TKO modelinin temel olarak dayanmış olduğu ve matematiksel soyutlama sürecinin temel ilkeleri olarak gördükleri beş madde aşağıdadır;

1. Soyutlama, "etkinlik teorisi" perspektifinde ele alınmaktadır. Soyutlama, bir birey veya grup tarafından ele alınan ve belli bir amaca yönelik olarak devam ettirilen eylemler zinciridir.
2. Soyutlama süreci, çevresel koşulları, öğrencinin sosyal ve kişisel geçmişini ve sosyal etkileşimini içeren kişisel ve sosyal yapısına bağlıdır.
3. Soyutlama süreci, Davydov bağlamında teorik düşünceyi gerektirir fakat matematiksel yapılar arasındaki benzerlikler ve farklılıkların belirlenmesinde Davydov' un kullandığı şekli ile deneye dayalı düşünceyi de ayrıca içerebilir.
4. Soyutlama süreci ilk arıtılmamış soyut varlıktan, yeni yapıya doğru ilerlemektedir.
5. Yeni yapı, matematiksel elementler/yapılar/ilişkiler/objeler arasında bir takım iç bağlantıların ve yeni ilişkilerin kurulmasına dayalı yeniden bir organizeyi içerir.

TKO soyutlama modeline göre soyutlama üç epistemik eylemden oluşur. Epistemik eylemler ise bilginin tanınması, kullanılması ve oluşturulması ile ilgili eylemler olarak ifade edilebilir.

Yukarıda belirtilmiş olan epistemik eylemler; *Tanıma, Kullanma* ve *Oluşturma*dır.

Tanıma; bilinen yapıyı ifade eder (Ahsbahs 2004). Daha önce oluşturulan bir yapının kullanılmasıdır (Schwarz, Dreyfus, Hadas ve Hershkowitz 2004). Öğrencinin bir önceki etkinliğe benzer bir matematik yapı ile karşılaştığında yeni etkinliğin matematik yapısı arasında içsel ilişki kurmasıdır. Tanıma en az iki durumla ortaya çıkabilir.

1. Analoji ile,
2. Özelleştirme ile.

İçinde bulunulan epistemik eylemin ne olduğuna göre, bu durumlardan hangisinin gerçekleşeceği değişebilir. Yeni bir durumla karşılaşılıp daha önceki etkinliğin sonucuna başvurulduğunda bu yeni durumun bir öncekine benzediğine (analoji) veya özdeş olduğuna (özelleştirme) karar verilebilir (Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz 2001).

Yukarıdaki tanımlardan anlaşılacağı üzere *'Tanıma'*; daha önceden oluşturulmuş bir yapının, benzer bir yapı ile karşılaşıldığında işe koşulması demektir. Eski yapı ile yeni yapı arasındaki ilişkilendirme sürecidir.

Tanıma sürecinin bir özelliği olarak 'öznellik' örnek verilebilir. Bazı bilim adamları (Chi, Feltovich ve Glaser 1981), bir problem durumunda ya da bir şemada; uzmanlar, derin yapıyı görürken, acemilerin genelde sadece yüzeysel yapıyı fark ettiklerini göstermişlerdir. Yani, tanıma süreci kişiden kişiye göre değişkenlik gösterebilir. Tanıma süreci bireyseldir.

Kullanma, süreçte bilinen bilgi parçalarını yeni içerikle birleştirir. Tanıma sürecini de içine alır (Ahsbahs 2004). Verilen bir hedefi gerçekleştirmek için eskiden oluşturulan matematiksel yapıların kullanılmasıdır (Schwarz ve diğerleri 2004). Bir amacı başarmaya yönelik öğrencilerin, el becerileri gibi, önceki etkinliklerden tanıdıkları yapıları sonraki etkinliklerdeki yapılar için kullanmaya başvurmasıdır (Hershkowitz ve diğerleri 2001). Bilinen yapının tanınması ve yeni problem durumunun çözümü için kullanılmasını ifade eder.

Kullanma sürecinde öğrenci yeni ve daha karmaşık yapısal bilgi ile zenginleşmez, problemde uygulanabilir bir çözümü oluşturmak için mevcut yapısal bilgisini kullanır. Kullanma genellikle bir problem çözme, bir matematiksel durumu anlama ve bu durumu açıklama veya bir süreç üzerinde dikkatle düşünme gibi bir hedefi başarmaya odaklanıldığında gerçekleşir. Bu hedefi gerçekleştirmek için öğrenciler stratejilerin, kuralların veya teoremlerin yardımına başvurabilir. Öğrenciler bir hedefi başarmak için daha önceki etkinlikler aracılığıyla farkına vardıkları yapıları kullanırlar. Kullanma, öğrenciye ipucu verilmesi gibi bir kaynağın öğrenciye hatırlatılması ile de gerçekleşebilir (Hershkowitz ve diğerleri 2001).

Oluşturma, yeniden düzenleme ve yeniden yapılandırma süreçleri olarak tanınan, yeni bilginin yapılanması olarak bilinen süreçtir. “Var olan matematiksel bilgi bileşenlerinin bir araya getirilmesi ile bu bilgiler arasında yeniden bir düzenlemeye gidilmesi neticesinde yeni bir anlam oluşturulması sürecidir” (Ahsbahs 2004) .

İnsanlar, yeni yöntemler, stratejiler ya da içerikler oluşturabilirler. Yeni bir yapı akla girdiği zaman, bu yapı kavranmalıdır ya da daha basit yapıların bileşenleri ile birleştirilmelidir (Hershkowitz ve diğerleri 2001). Ohlsson ve Lehtinen (1997)’ e göre; oluşturma süreci, soyutlamanın ana basamağı olarak dikeysel yeniden düzenlenmiş bilgiyi içerir ve teorik düşünmeyi gerektirir.

TKO soyutlama modelinin merkezi ‘oluşturma’dır öyle ki, bu epistemik eylem olmadan soyutlama gerçekleşemez. Bir matematiksel yapının oluşumunu gözlemlemek oldukça zordur. Bir yapının oluşturulması genellikle öğrenci tek başına bu matematiksel konu üzerinde yoğun olarak düşündüğünde de gerçekleşebilir. Eğer öğrenci oluşturma eylemi sürecinde soyutlamaya ulaşıyorsa, yeni bilgiyi ifade etmek için bu süreçle eş zamanlı olarak bir dil geliştirir ve bu yeni bilginin doğruluğunu kanıtlamak veya açıklamak için bu dili kullanır (Hershkowitz ve diğerleri 2001).

Oluşturma eylemi; bir problem durumunda kişinin tanıdığı yapıları, problem çözümünde kullanarak yeni yapılara ulaşmasıdır. Ulaşılan bu yeni yapılar ise, karşılaşılacak benzer problem durumlarında tanıma eylemindeki bilinen yapıyı ifade edecektir.

Oluşturma ve kullanma eylemi arasındaki en önemli farklılık, oluşturma eylemi için etkinliğin amaçlarından, oluşum süreci ve yapıyı oluşturmak için (bir problem çözme, bir ispat ya da varsayımda bulunma) öğrenciler yeni matematiksel bir yapı kullanmak zorundadırlar. Kullanma yapıları ise; kişiyi amacına ulaştıran, var olan yapıyı birleştirir (Hershkowitz ve diğerleri 2001).

Diğer bir fark ise, aynı görev; belki bir öğrenci tarafından eylemin kullanılmasına, başka bir öğrenci tarafından ise oluşturulmasına kılavuzluk eder. Öğrenciden öğrenciye değişkenlik göstermektedir. Bu farklılık, öğrencilerin kişisel geçmişine bağlıdır.

Eğer öğrenciler sıradan bir problem çözerlerse, önceden sahip oldukları yapıları tanıma ve kullanma arasında değişim gösterirler. Eğer rutin olmayan bir problem çözerlerse, oluşturmaya gidebilirler (Hershkowitz 2001).

Oluşturma, kullanma ve tanıma eylemlerini de içerir. Diğer bir deyişle, tanıma diğer iki eylemin, kullanma oluşturma eyleminin içinde yer alırken oluşturma eylemi bu üç epistemik eylemi de içerir. Öğrenciler standart bir matematiksel problem çözerken tanıma ve kullanma eylemleri değişimli olarak gerçekleşebilir. Ancak standart olmayan bir problem çözerken kendileri için yeni olan bir olayı bularak, bu olayın içsel yapısı üzerinde dikkatle düşünerek ve zihinlerindeki diğer bilgilerle ilişkilendirerek oluşturma gerçekleşiyor olabilir. Böylece oluşturmanın, tanıma ve kullanmadan bağımsız olmadığı görülmektedir (Hershkowitz ve diğerleri 2001). Bu şekliyle bu eylemlerin birbirinden bağımsız olmadıkları, birbirleriyle iç içe geçmiş bir halde bulundukları söylenebilir.

Kişi, benzer yapıları sonraki bir etkinlikte tanıdığı zaman birleştirip sonuca ulaşmaktadır. Yeni oluşturulmuş yapının birleşimi ve kullanımı soyutlamayı doğurmaktadır. Bu nedenle soyutlamanın doğuşu üç aşamada açıklanmaktadır:

a) Yeni yapı için ihtiyaç duyulması,

b) Diyalektik olarak önceden var olan yapıların kullanılması ve tanınması ile yeni bir soyut oluşum yapısı,

c) Soyut oluşumunun birleşimidir (Hershkowitz ve diğerleri 2001).

Soyutlanmanın oluşumunda birleştirici rolün etkisinden yukarıda kısaca bahsedilmiştir. Ancak soyutlama için 'Birleştirme' nin önemi yadsınamayacak kadar çoktur. Bu nedenle, soyutlamayı birleştirici bakış açısıyla açıklayan TKO+P modeli aşağıda açıklanmıştır.

1.4.2. TKO+P (*Tanıma, Kullanma ve Oluşturma + Pekiştirme Epistemik Eylemler Modeli*)

Soyutlamayı açıklamada çeşitli teorilerden yaralanılmıştır; Davydov' un düşünme teorisi, Leont'ev' in etkinlik teorisi, Ahsbahs' ın yoğun ilgi teorisi, Hershkowitz ve arkadaşlarının TKO modeli. Soyutlama oluşumunu açıklamada gelinen son nokta ise TKO modelinin geliştirilmesiyle oluşan TKO+P [Tanıma (Recognizing)-

Kullanma (Building with) – Oluşturma (Constructing) + Pekiştirme (Consolidation)] modelidir.

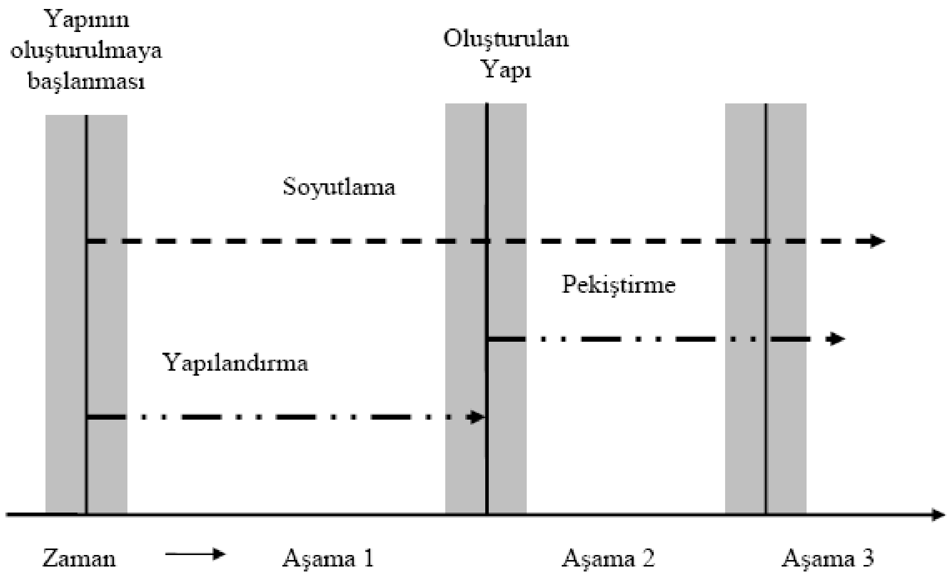
TKO+P modeli, TKO modelinin epistemik eylemlerinden oluşmakla beraber ek olarak ***P**ekiştirme* (Consolidation) eylemini de içine almaktadır. Burada pekiştirme eyleminin üzerinde durulacaktır.

Pekiştirme; yeni bir etkinlik için daha önce uygulanan etkinliğin yapılarından yararlanma ve bu yapıları birleştirerek yeni bir yapı oluşturmadır. Pekiştirme sürecinin anlaşılmasına en iyi katkı Dreyfus ve Tsamir (2001)'den gelmektedir. Pekiştirme konusunda yer alan üç çeşit düşünme tanımlamışlardır; kullanma, yansıtıcı kullanma ve yansıtma. Kullanma davranışlarının pekiştirmenin anlamını en doğrudan ve basit haliyle açıkladığını iddia ederler.

Bir soyutlamanın birleştirilmesinin karakteristiklerini şu yapılar ile ifade ederler; yakınlık, özgüven, güvenirlik, değişkenlik ve farkındalık. Onlar, bir öğrencinin verilerini içeren ayrıntılı notları incelerler ve birleştirmeyi bir soyutlama durumunda değişik tarzdaki öğrencilerin kullanımına hazır olan uzun vadeli bir süreç olarak tanımlarlar (Monaghan ve Özmantar 2004).

Etkinliklerde birbirini izleme, önceki yapıların karmaşıklaşması ve çok yönlü olmasından beri matematik eğitiminde önemli bir yer tutmaktadır. Bu yüzden daha ileri etkinliklerde önceki yapılara başvurma durumlarında soyut yöntemleri kullanmak zorunlu olmaktadır.

Soyutlamanın oluşumu, yapılandırma ve pekiştirme basamaklarını içermektedir. Soyutlamanın doğasında lineer bir süreçten ziyade diyalektik bir süreç söz konusudur. Bilginin oluşturulmasında yani soyutlanmasında başlangıç ve bitiş noktaları kesin değildir. Bunlarda aşağıda Şekil 2' de gösterilmektedir.



Şekil 2: Soyutlamanın Oluşumu (Özmantar 2005)

1.5. Araştırmanın Amacı

Olasılık matematiğin, bir olayın olma sıklığı ile ilgilenen dalıdır. Olasılık kavramının öğretiminin temel amacı bir olayın olma şansı ile ilgili güçlü tahmin yapabilmektir (Altun 2008: 370) ve bu konu hem öğretmen hem de öğrencilerin işlenişinde zorluk çektikleri konuların başında gelmektedir. Olasılık birçok meslekte ve günlük hayatta aldığımız pek çok kararda önemli bir role sahip olmasına rağmen, olasılık kavramlarının anlaşılması birçok öğrenci için kolay değildir (Memnun 2008).

Çalışmada, öğrencilerin zorlandıkları bir konu olarak bilinen olasılık konusu çalışılmıştır. Günümüz popüler eğitim kuramlarından biri olan yapılandırmacılık çerçevesinde çalışılan bu konunun öğrenilmesindeki bilgi oluşturma süreçlerinin belirlenmesi ve belirlenen bu bilgi oluşturma süreçlerinin derinlemesine incelenmesi amaçlanmıştır.

1.6. Araştırmanın Önemi

Matematiğin konusu; sayılar, şekiller, kümeler, fonksiyonlar ve uzaylar gibi soyut kavramlar ve bunların aralarındaki ilişkilerdir. Matematiğe bu açıdan bakıldığında bir soyutlama bilimi olduğu açıktır. Matematikte var olan kavramlar soyutlama sonucunda elde edilmektedir. Bu tür soyutlamaların öğretilmesindeki amaç yani matematik öğretiminin amacı, kişiye günlük hayatın gerektirdiği matematik bilgi ve becerileri kazandırmak, ona problem çözmeyi öğretmek ve olayları problem çözme yaklaşımı içinde ele alan bir düşünme biçimi kazandırmaktır. Bu düşünce biçiminin kazanılmasında popüler olan kuramlardan bir tanesi Yapılandırmacılık Kuramıdır.

Yapılandırmacı öğrenme uygulamalardan önce kuram ve prosedürlerin anlaşılması gerekmektedir (Gravemeijer 1990). Yapılandırmacılık (Constructivizm) bilginin nasıl oluştuğu, insanın bilgiyi nasıl elde ettiği ile ilgili bir kuramdır ve konusu, bilginin doğası ve elde ediliş şekli ile ilgilidir. Bu kuramın temelinde, bilginin dış dünya da bireyden bağımsız olarak var olmadığı ve bireyin zihnine aktarılmadığı, bunun aksine birey tarafından zihinde yapılandırıldığı düşüncesi vardır. Bireyin bilgiyi yapılandırma yani oluşturma süreci soyutlama ile de doğrudan bağlantılıdır. Soyutlamanın matematik öğretiminde karşımıza çıkmasının asıl nedeni matematiğin bir soyutlama bilimi olmasından kaynaklanmaktadır. Bu da soyutlamanın derinlemesine incelenmesini gerektirmektedir. Eğer öğrencilerin, soyutlamalara ulaşmak için izledikleri yol ve bilgi oluşturma süreçleri derinlemesine incelenirse öğrencilerin hangi süreçte ya da hangi eylemde zorlandıkları bilinerek, sadece o eyleme odaklanılır ve sorunu çözmek kolaylaşır, süreçte tekrar başa dönülmemiş olur. Bu sayede bilgi oluşturma süreci ve soyutlamaların oluşumu daha etkin ve hızlı olacaktır.

Bütün bunlar ışığında bu araştırmada Olasılık konuları incelenmiştir. Olasılık konuları sosyal hayatın matematikleştirilmesi sonucu oluşturulmuş matematik konularındandır. Olasılık konuları, bireyin yaşantısıyla yakından ilgilidir ve bireyin bilinçli birer vatandaş olabilmelerine katkıda bulunmaktadır. Çağımızın da bilgi çağı olduğu göz önüne alınacak olursa bilginin sınıflandırılması, işlenmesi, anlamlılığının ve değerliliğinin test edilmesinin önemi anlaşılır. Günümüzde pek çok insan olasılık kavramları ile düşünmekte ve yorum yapmaktadır. Bundan dolayı da bu konuların derinlemesine incelenmesi önemlidir. Böylece zor olarak kabul görmüş konuların bireyin zihninde oluşmasının, soyutlanmasının nasıl olduğu öğrenilmiş olacaktır. Bu konuların soyutlanması sırasındaki izlenen yolların ve bilgi oluşturma süreçlerinin öğrenilmesi öğrencilerin hangi noktalarda zorlandıklarını ortaya çıkabilir. Bu araştırmada olasılık konusunun öğrenilmesindeki bilgi oluşturma süreçleri ve konunun birey tarafından nasıl soyutlandığı ayrıntılı bir şekilde analiz edilip araştırılarak rapor edileceğinden, çalışmanın öğretime ve alan araştırmalarına katkı getireceği öngörülmektedir.

1.7. Araştırma Problemleri

Yapılandırmacı kurama uygun öğretim yaklaşımı uygulandığında olasılık konusu ile ilgili temel kavram ve kuralları bilgisinin oluşumu nasıldır?

Alt problemler

Araştırmanın alt problemleri aşağıda belirtilmiştir;

1. Yapılandırmacı kurama uygun öğretim yaklaşımı uygulandığında matematik başarısı düşük öğrencilerde olasılık konusu ile ilgili temel kavram ve kuralları bilgisinin oluşumu nasıldır?

2. Yapılandırmacı kurama uygun öğretim yaklaşımı uygulandığında matematik başarısı yüksek öğrencilerde olasılık konusu ile ilgili temel kavram ve kuralları bilgisinin oluşumu nasıldır?

3. Yapılandırmacı öğretim sonrası ilgili kurama uygun pekiştirme etkinliği uygulandığında matematik başarısı düşük öğrencilerde olasılık konusu ile ilgili temel kavram ve kuralları bilgisinin pekişmesi nasıldır?

4. Yapılandırmacı öğretim sonrası ilgili kurama uygun pekiştirme etkinliği uygulandığında matematik başarısı yüksek öğrencilerde olasılık konusu ile ilgili temel kavram ve kuralları bilgisinin pekişmesi nasıldır?

1.8. Sayıltılar

Araştırmada kullanılan etkinliklerdeki çalışılan problemlerle ilgili uzman görüşlerinin yerinde ve yeterli olduğu kabul edilmektedir.

1.9. Sınırlılıklar

Araştırma bazı sınırlılıklar altında gerçekleştirilmiştir. Bunlar;

1. Bu araştırmanın bulguları, araştırmanın gerçekleştirildiği öğrencilerin verileri ile sınırlıdır.

2. Araştırma, 2008–2009 eğitim öğretim yılı bahar döneminde Kocaeli İli İzmit İlçe Milli Eğitim Müdürlüğü'ne bağlı Nuh Çimento İlköğretim Okulu'nda öğrenim görmekte olan 102 tane yedinci sınıf öğrencisi arasından seçilen sekiz öğrenci ile sınırlıdır.

1.10. İlgili Yayın Ve Araştırmalar

Bu bölümde bilgi oluşturma süreçlerini ve soyutlama sürecini TKO ve TKO+P modelleriyle açıklamaya çalışan ve bu araştırmayla benzerlik gösteren çalışmalarla ilgili ayrıntılı bilgi verilecektir.

Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus (2001) yaptıkları çalışmada bağlam içerisinde oluşan teoriksel ve deneysel soyutlama sürecini tanımlamayı amaçlamışlardır. Çalışmanın sonunda, soyutlama sürecinin analizinde kullanılabilecek epistemik eylemleri tanımlayarak TKO modelini ortaya atmışlardır.

Çalışmada örnek olay yöntemi kullanılmıştır. Çalışma 9. sınıfta öğrenim gören bir öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Öğrenciye değişim oranlarını temel alan dört açık uçlu soru yöneltilmiş ve öğrenci cevapları videoya kaydedilmiştir. Bu video kayıtları analiz edilerek araştırmanın verileri elde edilmiştir. Verilerin detaylı incelenmesi sonucunda bazı durumlarda öğrencinin yeni bilgiye ihtiyaç duymadan eski bilgilerini kullandığı tespit edilmiştir. Bu aşama tanıma eylemi olarak adlandırılmıştır. Bazı durumlarda öğrencinin eski bilgileriyle çözüme ulaşamadığını ve bir şaşkınlık yaşadığı tespit edilmiş, daha sonra uygun bir bilgi ile yeniden düzenleyerek kullanma eylemini gerçekleştirmiştir. Araştırmacılar, öğrencinin zorlandığı durumlarda basit tekrar soruları yöneltmiş ve böylece öğrenciye basit bilgi yapıları hatırlatılarak öğrencinin kendince yeni bilgi yapılarını oluşturabilmesine olanak tanınmıştır. Öğrenci yaptığı bu aşamaların sonunda değişim oranlarının da bir fonksiyon şeklinde ifade edilebileceği düşüncesini oluşturmuştur.

Bu çalışmanın sonucunda soyutlama sürecinde üç epistemik eylem tanımlanmıştır. Bunlar *tanıma, kullanma* ve *oluşturma* eylemleridir. Ayrıca bu üç eylemin birbirinden bağımsız olmadığı ve oluşturma eyleminin, tanıma ve kullanma davranışlarını içerdiği belirtilmiştir.

Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz (2001) yukarıda kısaca açıklanan çalışmanın devamı olarak bir çalışma daha gerçekleştirmişlerdir. Bu çalışmanın diğer çalışmadan farkı akran etkileşimini ön plana çıkarmasıdır. Diğer çalışmada bir öğrenciyle yapılan görüşmeler sonucu elde edilen veriler üzerinden analiz yapılırken, bu çalışmada ikişerli iki grup öğrenciyle yapılan görüşmeler sonucu elde edilen veriler üzerinden analiz yapılmıştır.

Çalışmada cebirin bir ispat aracı olarak kullanılması düşüncesini oluşturmak amaçlanmıştır. Bunun için 7.sınıf öğrencilerinin gruplar halinde çalışmaları sağlanarak, tamsayıların 2x2 sıralamalı şekilde olan farklı sayısal örnekler içeren kareler verilmiştir. Öğrencilerin örneklerin çeşitli özelliklerini listelemesinden sonra öğrencilerin dikkatleri çapraz çarpım üzerine çekilmiştir. Öğrencilere bu özelliğin, benzer bütün örnekler için doğru olduğunu düşünüp düşünmedikleri sorulmuştur. Bu durum öğrencilere şaşırtıcı geldiği için ispat yapma için güdülenmeleri sağlanmıştır.

Çalışmada çiftlerin görüşme verilerinin analizi iki aşamalı olarak yapılmıştır. Birinci aşamada öğrencilerin bir tanesinin bilişsel yönü incelenirken diğerinin etkileşim durumu analiz edilmiştir.

Araştırmanın sonucunda TKO modelinde tanımlanan epistemik eylemlerin akran etkileşimiyle gerçekleştirilen soyutlama sürecini de analiz etmede kullanılabilecekleri tespit edilmiştir. Ayrıca kullanılan analizler sosyal etkileşim çeşitlerini belirlemeye yardım etmiştir.

Hershkowitz (2004) öğrencilerin bilgi oluşturma ve bilginin pekiştirme süreçlerinin gözlemlenmesini temele alan bir çalışma yapmıştır. Çalışmada bilgi oluşturma ve bilginin pekiştirme süreçleri yine üç epistemik eylem üzerinden açıklanmıştır.

Çalışmaya sekizinci sınıf öğrencileri katılmışlardır. Olasılık konusuyla ilgili grup tartışması ve sınıf tartışmasına imkan sağlayan beş etkinlik hazırlanmış ve sekiz ders saatinde uygulanmıştır. Etkinlikler öğrencilerin bilgilerini oluşturmalarına fırsat yaratacak şekilde tasarlanmıştır. Etkinlikler dört soru üzerinden yürütülmüştür. Bu sorulardan birincisi ile sınıf tartışması gerçekleştirilmiş ve bu soruya verdikleri cevaplar dikkatte alınarak iki öğrenci seçilmiştir. Bu öğrencilerle birlikte ikinci soru ele alınarak akran etkileşimiyle bilgi oluşum süreci incelenmiştir. Pekiştirme çalışması olarak ise üçüncü ve dördüncü sorular ev ödevi olarak verilmiştir.

Çalışmanın sonucunda; olasılık ile ilgili bilgilerin yapılandırabildiği ancak oluşan bilginin kalıcı olmadığı tespit edilmiştir. Bu yüzden öğrencilerin olasılıkla ilgili yeni yapıları oluşturamadıkları sonucuna ulaşılmıştır.

Dreyfus, Hadas, Hershkowitz ve Schwarz (2006) yaptıkları çalışmada oluşturma ve pekiştirme süreçlerinin iç içe geçtiklerini ve pekiştirmenin yeni bir yapının oluşum sürecinde gerçekleştiğini iddia etmişler ve bu iddiaları ile ilgili bilgileri sunmuşlardır. Çalışma bir araştırma projesinin parçasıdır. Bu kapsamda çalışmada beş sınıf gözlemlenmiş ve altı çift öğrenci ile görüşmeler yapılmıştır.

Çalışma olasılık konusu ile ilgilidir. Bu çalışmada olasılık konusu üç bölümde ele alınmıştır. Birinci bölüm bir boyutlu örnek uzayda olasılık hesaplama, ikinci bölüm iki boyutlu örnek uzayda olasılık hesaplama ve basit olayların olma olasılığını tablo içinde düzenleme ve hesaplama ile ilgilidir. Üçüncü bölümde ise eşit olasılığa ihtiyaç duyulmayan basit olayların iki boyutlu örnek uzayda olasılığının hesaplanması ile ilgilidir. Bu çalışmadaki veriler ise üç kız öğrenciden oluşan grup şeklinde yapılan görüşmelerden elde edilmiştir.

Çalışmanın sonunda öğrencilerin eski bir yapıyı kullanarak yeni yapının oluşturulması sürecinde o yapıyı pekiştirdikleri tespit edilmiştir. Ayrıca pekiştirme sürecinin yeni yapının üzerinde derinlemesine düşünülerek ve oluşum sürecinde kullanılarak ta gerçekleştirilebileceği belirtilmiştir.

Ron, Dreyfus ve Hershkowitz (2006) çalışma yukarıda bahsedilen araştırma projesinin başka bir parçasıdır. Çalışmanın amacı kısmi bilgi yapılarının tanımlarken TKO modeliyle bilgi yapılarını izlemek ve oluşan yapıları öğrencilerin verdikleri cevaplara göre karşılaştırmaktır.

Çalışmadaki veriler eşit olasılığa ihtiyaç duyulmayan basit olayların iki boyutlu örnek uzayda olasılık hesaplanması ile ilgili olan sınıf uygulamasına katılmış bir çift öğrencinin çalışmalarından elde edilmiştir. Çalışmada öncelikle iki boyutlu örnek uzayda olasılık hesabı için gerekli matematiksel ilkeler belirlenmiştir. Daha sonra öğrencilere dört öğretim etkinliği uygulanmış ve gerekli görülen matematiksel ilkeleri kazanıp kazanmadıkları incelenmiştir.

Çalışmanın sonucunda öğrencilerin iki boyutlu örnek uzayda olasılık hesabı ile ilgili matematiksel ilkelerin bazılarını oluşturdukları tespit edilmiştir. Ayrıca var olan bilginin sonraki bilgi oluşumu için oldukça önemli olduğu belirlenmiştir. Öğrencilerin kısmi bilgileri oluşturdukları gözlemlenmiş ancak gerekli matematiksel ilkelerin tamamını oluşturamadıkları tespit edilmiştir.

Özmantar (2004) istenilen amaçlara odaklanılarak bir matematiksel soyutlamada dışarıdan desteğin rolünü değerlendirmek için bir çalışma yapmıştır. Ayrıca soyutlama başarısında dışarıdan desteğin katkısını belirleyerek istenilen amaçları betimlemektir.

Çalışmanın verileri on yedi yaşındaki iki öğrenci ile birlikte gerçekleştirilen görüşmelerden elde edilmiştir. Çalışmada öğrencilerden $y = f(|x|)$ fonksiyon grafiklerinden yararlanarak verilen farklı $y = f(|x|)$ fonksiyonlarının grafiklerini oluşturmaları istenmiştir. Bu amaçla, öğrencilere özel olarak tasarlanmış 5 soru yöneltilmiştir. Bu sorulardan bazıları verilen mutlak değer fonksiyon grafiklerinin çizimini, bazıları ise gerçekleştirilen mutlak değer fonksiyon grafik çizimlerinin $y = f(|x|)$ halinde verilen fonksiyonun grafikleri ile ilişkisinin incelendiği sorulardır.

Çalışmanın sonunda, soyutlamanın gözlenebilen dört parametresi olarak kavramsal çatı, öğrenci, işlemler ve hedefleri belirtmiş, soyutlamanın bu dört parametrenin dinamik ve diyalektik etkileşimi ile ortaya çıktığını ifade etmiştir.

Özmantar ve Monaghan (2006) yaptıkları çalışmada dışarıdan destek (Scaffolding) kavramı ve matematiksel bilgi oluşumu arasındaki ilişkiyi tartışmışlardır. TKO modeli temel alınarak ve bu modele farklı bir bakış açısı kazandırılarak arabuluculuk (human mediation), dışarıdan destek ve beliren hedef kavramları modele kazandırılmıştır. Çalışmanın ana amacı, sosyal etkileşim ve dışarıdan destek kavramları üzerine odaklanılarak, TKO modelinin geçerliliğini araştırmaktır.

Çalışmada yirmi öğrenci seçilmiş ve bunların on dördü ile ikili gruplar halinde, altısı ile bireysel olarak çalışılmıştır. Bu öğrenciler seçilmeden önce yüz otuz dört öğrenciye bir tarama testi uygulanmış ve bu testin sonuçlarına göre yirmi öğrenci belirlenmiştir. Seçilen öğrenciler zaman sınırlaması olmaksızın beş problem üzerinde çalışmışlardır. Birinci ve ikinci problemlerde öğrenciler verilen fonksiyonun grafiğini çözerlerken, öğrencilere üçüncü problemde bir ve ikinci problemlerdeki yapılarını pekiştirme olanağı verilmiştir. Çalışmada iki öğrenci ile yapılan görüşme verilerine yer verilmiştir. Görüşmeler araştırmacı tarafından gerçekleştirilmiştir. Bu görüşmeler sırasında araştırmacı öğrencilere ihtiyaç duyduklarında geri dönütler vermiş, açıklamalar ve düzeltmeler yapmıştır. Birinci problemde $f(x) = |(|x| - 4)|$ fonksiyonunun grafiğini çizmeleri istenmiştir. İkinci problemde $f(x) = x - 4$ ile $f(x) = |(|x| - 4)|$ grafiklerini karşılaştırmaları istenmiştir. Üçüncü problemde ise $f(x) = x + 3$ fonksiyonunun grafiği ve $|f(|x|)|$ grafiğini, $f(x) = x + 3$ grafiğini kullanarak cevaplamaları istenmiştir. Dördüncü problemde ise denklem içermeyen lineer fonksiyonlar tanıtılmış ve lineer fonksiyonların her biri için $|f(|x|)|$ grafiğini çizmeleri istenmiştir. Beşinci problem olarak ise $f(x)$ fonksiyonlarından nasıl yararlanarak $|f(|x|)|$ fonksiyonunu çizdikleri sorulmuştur.

Çalışmanın sonucunda öğrencilerin daha önceden kullanmadıkları yeni metotlar oluşturdukları gözlenmiştir. Arabuluculuk kavramının öğrencilerin matematiksel davranışlarına müdahaleleri kolaylaştırdığı belirlenmiştir.

Özmantar ve Monaghan (2007) yaptıkları çalışmada matematiksel soyutlamayı deneysel ve diyalektik yaklaşım olmak üzere iki boyutta ele almışlardır. Çalışmanın amacı akran etkileşimi, insan ve maddenin aracılığı, dışarıdan destek kavramlarının TKO modelindeki geçerliliklerini test etmektir.

Çalışmanın verileri on yedi yaşındaki iki kız öğrenciyle yapılan görüşmelerden elde edilmiştir. Bu öğrencilerle mutlak değer fonksiyonunu $(y = |f(x)|)$ konu alan deneysel bir çalışma yürütülmüştür. Öğrenme ortamı öğrencilerin birbirleriyle iletişime geçebilecekleri ve öğretmen yardımının alınabildiği bir ortam olarak tasarlanmıştır.

Çalışmanın sonunda, soyutlama süreci ile ilgili olarak insan ve maddenin aracılığı, matematiksel yorumlama için öğretmen yardımı ve yönlendirmesi, öğrencilerin gelişim düzeylerine uygun diyalektik ortam ve soyutlanacak bir şeyin varlığı olmak üzere dört önemli bileşen ortaya koymuşlardır.

Hershkowitz, Hadas, Dreyfus ve Schwarz (2007) paylaşılan bilgi oluşumu ve onun pekiştirilmesi sürecinin analizini yapmak için TKO + P modelini kullanmışlardır. Çalışmanın amacı işbirliğiyle oluşturulan bilgi sürecini TKO + P modeliyle tanımlanan epistemik eylemlerle açıklamaktır.

Çalışmada olasılık konusu bireysel, küçük grup tartışması ve sınıf tartışma yöntemleri kullanılarak çalışılmıştır. Çalışmada olasılık konusuyla ilgili üç hikaye kullanılmıştır. Bu üç hikaye öğrencilerin bireysel oluşturdukları bilgilerini kullanarak paylaşım sonucunda yeni bilgiye ulaşabilmelerine olanak sağlayacak şekilde tasarlanmıştır.

Çalışmanın verileri sekizinci sınıfta okuyan üç kız öğrencinin grup çalışmasının gözlemlenmesiyle elde edilmiştir. Çalışmada öğretmen konuyu anlatırken bir ya da iki araştırmacı derse katılarak gözlemler yapıp dersi videoya kaydetmiştir.

Çalışmanın sonucunda gruptaki üç öğrencinin ortak bilgi oluşumundan faydalandıkları belirtilmiştir. Ancak her grubun bilgi oluşturma süreçleri farklı olabileceğinden belli bir genellemeye ulaşılamamıştır. Çalışmanın bir diğer bulgusu olarak TKO+P modelinin etkinliklerdeki soyutlama sürecinin analizinde kullanılabilecek bir araç olduğu tespit edilmiştir.

Yeşildere (2006), farklı matematiksel güce sahip ilköğretim ikinci kademe öğrencilerinin matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreçlerini inceleyen bir çalışma yapmıştır. Araştırmada, matematiksel gücü yüksek ve düşük olan öğrencilerin matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreçleri birbirleriyle karşılaştırılmıştır. Bununla birlikte matematiksel gücün bileşenlerinin neler olduğu tartışılmakta ve matematiksel güçleri farklı olan öğrencilerin bilgi oluşturma süreçleri TKO+P modeli yardımıyla incelenmektedir.

Çalışmada, nicel ve nitel araştırma yöntemlerinden oluşan karma bir yöntem kullanılmıştır. Çalışmada veri toplama aracı olarak matematiksel güç ölçeği kullanılmıştır. Çalışmada kırk okuldan seçilen toplam 798 öğrencinin matematiksel güçleri nicel olarak belirlenmiştir. Farklı matematiksel güce sahip öğrencilerin matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreçlerinin incelenmesinde nitel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Öğrencilerin matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma sürecini oluşturan bileşenlerin derinlemesine incelenmesi amacıyla örnek olay çalışması yapılmıştır. Örnek olay çalışmasında veri toplama aracı olarak da açık uçlu problemler kullanılmıştır.

Çalışmanın sonucunda, farklı matematiksel güce sahip öğrencilerin matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreçlerinde izledikleri yollar arasında bir takım farklılıkların olduğu tespit edilmiştir. Örnek olay çalışmasının sonucunda düşük matematiksel güce sahip öğrencilerin bilgi oluşturmada yavaş ve sorunlu bir süreçten geçtikleri, yüksek matematiksel güce sahip öğrencilerin soyutlama sürecinde tanıma, kullanma ve oluşturma eylemlerinde daha başarılı olduğu tespit edilmiştir.

Yeşildere ve Türnüklü (2008a), TKO modeli ışığında farklı matematiksel güce sahip ilköğretim sekizinci sınıf öğrencilerinin bilgi oluşturma süreçlerini inceledikleri araştırmalarında, matematiksel gücü yüksek ve düşük olan öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerini karşılaştırmış ve öğrencileri matematiksel olarak güçlü yapan yönleri tartışmışlardır.

Araştırmada "örnek olay incelemesi" yöntemi kullanılmıştır. Araştırma matematiksel gücü düşük olan iki ve matematiksel gücü yüksek olan iki olmak üzere toplam dört öğrenci ile yürütülmüştür. Çalışmanın verilerinin toplanmasında, ikizkenar bir üçgende tabanda alınan bir noktadan kenarlara indirilen dikmelerin uzunlukları ile ikizkenarlara ait dikmenin uzunluğu arasındaki ilişki problemi kullanılmıştır.

Araştırmanın sonunda, matematiksel güç düzeyi düşük veya yüksek olan öğrenciler arasındaki temel farkın öğrencilerin daha önceden yapılandırmış oldukları bilgi yapılarının doğruluğu veya yanlışlığından kaynaklandığı belirlenmiştir. Problem çözme sürecinde verilen ipucu ile önceden oluşturulmuş yapının hatırlanmasını içeren tanıma eyleminde, farklı (düşük veya yüksek) matematiksel güce sahip öğrencilerin ipucunu değerlendirme ve çözüme ulaşmalarında farklılıklar ortaya çıkmıştır. Matematiksel gücü yüksek olan öğrenciler, ipuçları sayesinde hatalarını fark edip doğru sonuca gitmek için ipuçlarını kullanırlarken matematiksel gücü düşük olan öğrenciler ipuçlarını fark edememiş ve kullanma eylemini gösterememişlerdir.

Yeşildere ve Türnüklü (2008b), soyutlamanın içerisinde yer alan bilgi oluşturma süreçlerinin bilgi oluşturma felsefelerine uygun olarak incelemesini ve bilgi oluşturma sürecinin matematiksel güce göre nasıl farklılık gösterdiğinin araştırılmasını amaçlayan bir araştırma yapmışlardır. Bu amaçla, öğrencilerin düşünsel süreçlerine ilişkin bir genellemeye varmaktan ziyade bu süreci oluşturan bileşenleri derinlemesine incelemenin, öğrencilerin düşünsel süreçlerini etkileyen ilişkiler ağını belirli bir sistematik yaklaşımla açıklamanın ve yorumlamanın daha yararlı olacağını kararlaştırmışlardır.

Araştırmalarında, farklı matematiksel güce sahip ilköğretim altıncı sınıf öğrencilerinin bilgi oluşturma süreçlerini incelemiş, matematiksel gücü yüksek ve düşük olan öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerini birbirleriyle karşılaştırmışlar ve öğrencileri matematiksel olarak güçlü yapan yönleri tartışmışlardır. Araştırmada, toplam 282 öğrenciye matematiksel güç ölçeği uygulanmış ve içlerinden amaçlı örnekleme ile seçilen iki matematiksel gücü düşük, iki matematiksel gücü yüksek toplam dört öğrenci ile örnek olay çalışmaları gerçekleştirilmiştir. Araştırmada çoklu örnek olay çalışması yazılı raporu kullanılmıştır ve bu amaçla veriler raporlaştırılarak sunulmuştur. Öğrencilerin bilgi oluşturma süreçleri tanıma, kullanma ve oluşturma başlıkları altında görüşme metinleri verilerek incelenmiştir. Örnek olay çalışmalarında fark edilen örüntüler belirlenerek yorumlanmıştır.

Araştırmanın sonunda, örnek olay çalışmalarında matematiksel gücü düşük öğrencilerin ilişkilendirmede sıkıntı çektikleri gözlemlenmiş, oluşturulan bilginin farklı bir fikri ileri götürmede kullanılabileceğinin farkına varılmasının ve gerekli olan bilgi yapısının tanınmasının önemi üzerinde durulmuştur. Matematiksel güç ölçeğindeki açık uçlu problemleri çözerken öğrencilerin büyük çoğunluğunun açıklamalarının yetersiz veya yanlış olduğu tespit edilmiştir ve bu yetersizliğin nedenlerinden birinin problemleri yanlış şekilde akıl yürüterek çözmelerinden ve öğrencilerin yanlış açıklamalarından kaynaklanıyor olabileceği açıklanmıştır. Benzer duruma örnek olay çalışmalarında da rastlandığı belirtilmiştir. Araştırmada kendini ifade etmekte zorlanmayan ve kendi kendine dönütler vererek ilerleyen öğrencilerin matematiksel güçleri yüksek olan öğrenciler olduğu ve bilgi yapısını oluşturmada daha hızlı ilerledikleri tespit edilmiştir. Matematiksel gücü düşük olan öğrencilerin kullanma ve oluşturma eylemlerini gerçekleştiremedikleri fakat tanıma eylemini gerçekleştirebildikleri anlaşılmıştır.

Hassan ve Mitchelmore (2006), dördüncü sınıf öğrencilerinin çeşitli değişim oranları kavramlarını öğrenirken hangi soyutlama modelini kullandıklarını ve soyutlamanın ne düzeyde gerçekleştiğini araştırmak amacıyla bir çalışma yapmıştır.

Çalışmaya, sekizi erkek ve altısı kız olmak üzere toplam on dört öğrenci katılmıştır. Bu öğrencilerin tamamı çalışma öncesinde en az bir dönem cebir dersini almıştır. Çalışmada, bireysel olarak problemlerle baş başa bırakılan öğrencilere bir hafta ara ile iki görüşme yapılmıştır. İki görüşmede dört soru ortak olarak kullanılmış, sadece ikinci görüşmede bir soru ilave edilmiştir. Görüşmelerde öğrencilere yöneltilen sorulardan üçü oran kavramının anlaşılması için gerekli olan üç bilgiyi değerlendirmek amacıyla tasarlanmıştır. İlk soru, hız kavramını ve onun değişim oranlarının anlaşılması için tasarlanmıştır. İkinci soru, nüfus değişimi ile ilgilidir. Üçüncü soru, sıcaklıkla ilgilidir. Dördüncü soru ise öğrencilerin ilk üç değişim oranlarıyla ilgili anladıklarını ifade etmelerini sağlamak için hazırlanmıştır. İkinci görüşme ise, birinci görüşmeden bir hafta sonra gerçekleştirilmiştir ve her öğrenci ile yaklaşık yarım saat sürmüştür. Bu görüşmede öğrencilere birinci görüşmede yer alan ilk üç sorunun benzeri olan bir beşinci soru yöneltilmiştir. Çalışmaya katılan her öğrenci ile gerçekleştirilen görüşmeler kaydedilmiş ve analiz edilmiştir. Veriler, analiz edilirken ilk olarak öğrencilerin eylemlerine göre ikinci olarak da öğrencilerin bu eylemlerin araştırmacının değişen oran kavramının öğrenilmesi için gerekli olan üç bilgi hakkındaki öğretimden önceki anlamaları ve öğretimden sonraki yeterli öğrenmelerini gösterecek biçimde kategorilere ayrılmıştır. Bir öğrencinin bir kavramı öğretilmeden mi yoksa öğretilince mi başarılı bir şekilde öğrendiğine karar verme önemli bir kriter olarak belirlenmiştir.

Çalışmanın sonunda, öğrencilerin TKO modelindeki epistemik eylemleri kullanarak bilgilerini oluşturdukları gözlenmiştir. Bu nedenle, TKO modelinin anlık değişim oran ve ortalama kavramlarının öğrenilmesinde öğrenciler tarafından anlaşılması için uygun olduğu açıklanmıştır.

Altun ve Yılmaz (2008), lise öğrencilerinin Tam Değer Fonksiyonu bilgisini oluşturma süreçlerini incelemişlerdir. Araştırma bir örnek olay incelemesidir.

Bu araştırma, bir lisenin birinci sınıf öğrencileri arasından bu çalışmaya gönüllü olarak katılmak isteyen iki öğrenci ile birlikte, grup çalışması şeklinde yapılmıştır. Öğrencilerin matematik başarıları için ayrı bir sınav yapılmamış, okul yönetimi ve matematik öğretmenleri ile görüşülmüştür. Dönem başarı notları 5 olup, öğretmenleri tarafından da başarılı olarak bilinen öğrencilerdir. Tam Değer Fonksiyonu veya benzerleri ile karşılaşmış olma şansını azaltmak için lise 1. sınıf olmaları tercih edilmiştir.

Görüşme iki öğrenciyle aynı anda ve aynı ortamda gerçekleşmiştir. Burada amaç öğrencilerin akran yardımı alarak ve aralarında konuyu konuşmalarına fırsat tanıyarak sesli düşünmelerini sağlamaktır. Öğrencilerin problemler üzerindeki çalışmaları, kendilerinin bilgisi ve izni altında ses ve görüntü kaydı alınarak gerçekleşmiştir. Çalışmanın başında, problemlerin içinde sunulduğu bağlamı tanıma ile ilgili soru ve açıklamalar kullanılmış, çözüm sırasında, duruma göre öğrencilerin düşüncelerini açığa çıkarmak için gerekli sorular yöneltilmiş, öğrencilerin birbirleriyle ve araştırmacılarla olan sözlü ve sözsüz iletişimi gözlenmiştir. Daha sonra görüntü ve ses kayıtları bu çalışmanın hedefleri olarak belirlenen yapılandırmacı öğrenmenin gerçekleşmesi ve bilgi oluşturma süreçleri bakımından analiz edilmiştir.

Öğrencilerin çalışması sırasında araştırmacılar veriye ilk elden ulaşma olanağını sağlamak üzere gözlem yapmıştır. Bir araştırmacı gözlem yapmak ve görüşmeyi kaydetmek üzere çalışma ortamında bulunurken, diğer araştırmacı görüşmeye katılımcı gözlem yöntemi ile dahil olmuştur. Analiz edilen dokümanlar öğrencilerin problemleri çözdüğü çalışma ve karalama kağıtları ile görüşme sırasında kaydedilen videodur.

Verilerin analizi ve yorumlanması nitel veri analiz türlerinden betimsel analiz ile gerçekleştirilmiştir. Araştırma sorularından, araştırmanın kavramsal çerçevesinden ve görüşme ile gözlemlerde yer alan boyutlardan yola çıkılarak bir çerçeve oluşturulmuştur. Bu çerçeveye göre verilerin hangi temalar altında düzenleneceği ve sunulacağı belirlenmiştir. Belirlenen tematik çerçeveye göre veriler işlenmiştir. Daha sonra organize edilen bulgular, sistematik bir yaklaşımla daha önce geliştirilen ve kodlanan kategoriler (temalar) arasındaki anlamlı ilişkileri ortaya çıkarmak ve bazı nedensel ve açıklayıcı sonuçlara ulaşmak amacıyla incelenerek ve gerekli yerlerde doğrudan alıntılarla desteklenerek tanımlanmıştır. Son olarak da daha önce ayrıntılı bir biçimde tanımlanan ve sunulan bulgulara anlam kazandırmak, bu bulgular arasındaki ilişkileri açıklamak ve bir takım sonuçlar çıkarmak üzere verilere dayalı olarak yorumlar yapılmıştır. Çalışma TKO ve TKO+P modelleri ışığında yürütüldüğü için belirlenmiş olan temalar; tanıma, kullanma ve oluşturmadır.

Bu çalışmada da öğrencilerin olasılığın temel kuralları bilgisini oluşturma süreçlerinin TKO ve TKO+P modellerine göre nasıl öğrenildiği rapor edilmiştir.

İKİNCİ BÖLÜM

YÖNTEM

Bu araştırma, ilköğretim ikinci kademe yedinci sınıf öğrencilerinin yapılandırmacı öğrenme kuramına uygun olarak gerçekleştirilen öğretim denemeleri esnasındaki bilgi oluşturma süreçlerinin incelenmesine yöneliktir ve araştırmada bu süreçlerin gerçekleştirilme şekillerindeki benzerlikler, farklılıklar ve bu süreçler arasındaki ilişkiler araştırılmaktadır. Bu bölümde; araştırma modeli, çalışma grubu, araştırmada kullanılan veri toplama araçları, örnek olay çalışması verilerinin analizi ve araştırmanın geçerliği – güvenirliği ile ilgili bilgiler yer almaktadır.

2.1. Araştırma Modeli

Bu araştırma bir durum çalışması olan **"örnek olay incelemesi"** dir. Durum çalışması nitel veya nicel yaklaşımla yapılabilir ve her iki yaklaşımda da amaç belirli bir duruma ilişkin sonuçlar ortaya koymaktır. Bu araştırmada ise nitel bir durum çalışmasına yer verilecektir. Nitel araştırma gözlem, görüşme ve doküman analizi gibi nitel veri toplama yöntemlerinin kullanıldığı, algıların ve olayların doğal ortamda, gerçekçi ve bütüncül bir biçimde ortaya konulmasına yönelik nitel bir sürecin izlediği araştırmadır (Yıldırım ve Şimşek 2005: 39).

Yin' e (1994) göre keşfetmeye yönelik, açıklayıcı ve betimsel olmak üzere üç tip örnek olay çalışması bulunmaktadır (akt. Yeşildere 2006). Farklı düzeylerde bilgiye sahip öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerinin nasıl olduğunun açıklanması amaçlandığından, bu araştırma açıklayıcı örnek olay çalışmasıdır. Durum çalışmasının farklı desenlerinden söz edilebilir. Bunlar bütüncül tek durum deseni, iç içe geçmiş tek durum deseni, bütüncül çoklu durum deseni ve içi içe geçmiş çoklu durum desenidir. Bu araştırmada yapılandırmacı öğrenme kuramına uygun olarak hazırlanmış olan etkinlikler üzerinden bütüncül çoklu durum deseni kullanılmıştır.

Örnek olay incelemesi; güncel bir olguyu kendi gerçek yaşam çerçevesi (içeriği) içinde çalışan, olgu ve içinde bulunduğu içerik arasındaki sınırların kesin hatlarıyla belirgin olmadığı ve birden fazla kanıt veya veri kaynağının mevcut olduğu durumlarda kullanılan görgül (deneysel) bir araştırma yöntemidir (Yıldırım ve Şimşek 2006: 277). Örnek olay çalışma metotları bir olay ya da olaylar hakkında veri toplamayı ve kaydetmeyi ve de olayın sunuşunun veya raporunun hazırlanmasını içermektedir. Verilerin yerinde toplanması "alan çalışması" olarak belirtilmektedir. Gerektiğinde ise şu şekilde sıralanması mümkündür:

1. Katılarak ya da katılmayarak yapılan gözlem görüşme,
2. Dokümanter delil, betimsel istatistik ve test ya da anket uygulamaları,
3. Fotoğraf, film ya da video kayıtlarının kullanımı (Anderson 1990: 158).

Örnek olay incelemesinde ve nitel araştırmalarda araştırmacı nicel çalışmalarda olduğu gibi sadece araştırma konusunu gözleyen değil, aynı zamanda konuyu ve katılımcıları daha iyi anlayıp analiz edebilmek için çalışmaya bizzat katılan, katılımcılarla birebir görüşen kişi konumundadır, yani sürecin bir parçasıdır. Bundan dolayı araştırmacı çalışmaya *katılımcı gözlemci* konumunda dahil olmuştur (Yıldırım ve Şimşek 2006).

Nitel araştırmacı bizzat alanda zaman harcayan, deneklerle doğrudan iletişime geçen ve gerektiğinde deneklerin deneyimlerini yaşayan, alanda kazandığı bakış açısı ve deneyimlerini toplanan verilerin analizinde kullanan kişidir.

Örnek olay çalışmasını gerçekleştirecek olan araştırmacı aşağıdaki becerilere sahip olmalıdır (Yin 1994: 56);

- İyi soru sorabilmeli ve cevapları yorumlayabilmelidir.
- İyi bir dinleyici olmalıdır ve önyargılarını ve ideolojisini yansıtmamalıdır.
- Yeni karşılaştığı durumları bir tehdit değil fırsat olarak görmesini sağlayacak ölçüde esnek olmalıdır.
- Çalışılan konu hakkında sağlam bir kavrayışa sahip olmalıdır.
- Tarafsız olmalıdır.

Bu araştırmada araştırmacı öğrencilerin düşünme şekillerini ve sözel ifadelerini etkilemeyecek kadar uzak, elde edilebilecek geçerli bilgileri kaybetmeyecek kadar yakın rol oynamıştır. Araştırmacı öğrencilerin düşünme biçimlerini ortaya çıkarmaya çalışan tarafsız bir rol üstlenmiştir. Araştırmacı bunu gerçekleştirmek için olayda durumun gerektirdiği şekillerde öğrencilere sorular yöneltmiştir. Yapılan gözlem ve görüşmelerden elde edilen önemli bilgiler araştırma sonrasında not edilmiştir.

2.2. Çalışma Grubu

Araştırmanın yapıldığı okulun belirlenmesinde; amaçlı örnekleme yöntemlerinden biri olan **tipik durum örneklemesi yöntemi** kullanılmıştır ve bu yöntem ortalama durumların çalışılmasının uygun olduğu bir yöntemdir. Amaçlı örneklem zengin bilgiye sahip olduğu düşünülen durumların derinlemesine çalışılmasına olanak vermektedir. Olgu ve olayların keşfedilmesinde ve açıklanmasında yararlıdır (Yıldırım ve Şimşek 2005: 107). Tipik durum örneklemesinde amaç araştırmanın amacına uygun tipik durumları seçerek evrene genelleme yapmak değil, ortalama durumları çalışarak belirli bir alan hakkında fikir sahibi olmak ya da bu alan, konu, uygulama ya da yenilik konusunda yeterli bilgi sahibi olmayanları bilgilendirmektir (Patton 1987, akt. Yıldırım ve Şimşek 2005: 110). Bu nedenle, bu araştırmanın Kocaeli ili İzmit ilçesinde bulunan tipik ilköğretim okullarından biri olan (sosyo-ekonomik düzey açısından ne çok üstte ne de çok altta olan, öğrenci ve öğretmen oranları açısından il ortalamasına yakın olan vb.) Nuh Çimento İlköğretim Okulu'nda gerçekleştirilmesi kararlaştırılmıştır.

Araştırmaya katılacak öğrencilerin belirlenmesin de ise, yine amaçlı örnekleme yöntemlerinden bir olan **ölçüt örnekleme yöntemi** kullanılmıştır. Ölçüt örnekleme yöntemindeki temel anlayış önceden belirlenmiş bir dizi ölçütü karşılayan bütün durumların çalışılmasına uygun örneğin seçilmesidir (Yıldırım ve Şimşek 2005: 112). Bu araştırmanın ölçütleri araştırmacı tarafından belirlenmiştir. Bu ölçütlerden ilki, öğrencilerin, çalışmaya seçilen olasılık konularını henüz öğrenmemiş olmalarıdır. Bu aşamada, öncelikle 2005 yılı ilköğretim okulu matematik dersi programları incelenmiş ve araştırma kapsamında araştırılacak olasılık konusuna ilişkin kavramların bir kısmının ilköğretim altıncı sınıfta öğrenilmiş olduğu görülmüştür. Çalışma kapsamında olan konular ise okulun matematik öğretmenleri ile görüşülmüş ve seçilen olasılık konularının (Deneysel ve teorik olasılık, bağımlı ve bağımsız olaylar) henüz öğrenilmediği garantilenmiş, ardından öğrencilerin bu konuları okul dışında başka bir şekilde (dershane, özel ders v.b.) öğrenmedikleri yönünde sözlü beyanları alınmıştır. Bu ölçüte uymayan öğrenciler bu aşamada araştırma kapsamından çıkarılmıştır. Yedinci sınıfta okumakta olan 132 öğrenciden 102 tanesinin seçilen konuları öğrenmedikleri belirlenmiştir. Araştırmada öğrencilerin belirlenmesinde ikinci ölçüt öğrencilerin olasılık konularını öğrenebilmeleri için gerekli olabilecek önbilgilerinin yeterliliğidir. Öğrencilere, olasılık konularını öğrenebilmeleri için gerekli olabilecek önbilgilerinin yeterliliğinin incelenmesi amacıyla açık uçlu sorulardan oluşan bir test uygulanmıştır. Açık uçlu test soruları ile ilgili uzman görüşüne başvurulmuş ve soruların uygun olduğu tespit edilmiştir. Önbilgilerinin yeterliliğini ölçmek için uygulanan açık uçlu teste, birinci ölçüte uygun 102 öğrencinin tamamı katılmıştır. Bu öğrencilerden 65 tanesinin önbilgilerinin, olasılık konularını öğrenebilmeleri için yeterli olduğu, okulun matematik öğretmenlerinin de görüşleri alınarak belirlenmiştir. Belirlenen iki ölçüte de uygun olan bu 65 öğrenciye ait, MEB tarafından yılda bir kez uygulanan, SBS (Seviye Belirleme Sınavı) sonuçları ve 2008-2009 eğitim öğretim yılı güz dönemine ait matematik dersi not ortalamaları okul idaresinden alınmıştır. Matematik dersi not ortalamaları ile SBS sonuçlarının ortalamaları alınarak yeni bir not listesi elde edilmiş ve bu altmış beş öğrenciden, matematik başarısı yüksek dört öğrenci ve matematik başarısı düşük dört öğrenci seçilmiştir.

Çalışmaya seçilmiş olan öğrencilerle ve velileriyle bire bir görüşülmüş ve çalışmaya aynı zamanda gönüllü olarak katılıp katılmayacakları sorulmuştur. Hem öğrenciler hem de velileri çalışmanın yapılmasında gönüllü olduklarını belirtmişlerdir. Öğrencilere, çalışmanın kayıt altına alınacağı belirtilmiş ve öğrencilerden sözlü izin alınmıştır. Çalışmanın, ders başarı notları ile herhangi bir ilgisi olmadığı, doğru veya yanlış cevaba ulaşmaktan çok, o cevaba ulaşma sürecinin incelenmesinin amaçlandığı açıklanmıştır. Çalışma esnasında öğrencilerin bunu unutmamaları için gereken durumlarda tekrarlanmıştır. Böylece öğrencilerin çalışma sırasında rahatlamaları sağlanmıştır.

Çalışmaya katılan öğrencilere gerçek isimlerinin kullanılmasına karşı bir itirazları olup olmadığı sorulmuş ve bütün öğrencilerden isimlerinin kullanılmasına yönelik her hangi bir itirazları bulunmadığı belirlenmiştir. Çalışmaya seçilen ve çalışmanın birlikte yürütüldüğü öğrenciler:

Yüksek başarılı öğrenciler; Burcu (BU), Berkay (B), Seyyide (S) ve Canberk (CB);

Düşük başarılı öğrenciler; Cansu (C), Melih (M), Şevval (Ş) ve Gizem (G) dir. Öğrencilerin isimleri çalışma içinde yanlarında belirtilen kısaltmalarla belirtilmiştir. Araştırmacı da çalışma içinde "A" kısaltması ile belirtilmiştir.

Sınıf Düzeyi	Matematik Başarısı Düşük Öğrenci Sayısı	Matematik Başarısı Yüksek Öğrenci Sayısı
7. sınıf	4	4
Toplam Öğrenci Sayısı	8	

Tablo 1: Örnek olay çalışması katılımcılarının dağılımı

Fotoğraf 1: Örnek olay çalışması katılımcıları Cansu ve Melih

Fotoğraf 2: Örnek olay çalışması katılımcıları Canberk ve Seyyide

Fotoğraf 3: Örnek olay çalışması katılımcıları Burcu ve Berkay

Fotoğraf 4: Örnek olay çalışması katılımcıları Gizem ve Şevval

2.3. Veri Toplama Araçları

Bu çalışmanın veri toplama araçları, çalışmanın üzerinde yürütüldüğü etkinliklerin bulunduğu çalışma kağıtları, video kayıtları ve çalışma ortamında yapılan gözlemlerdir. Yapılan gözlemler, yapılandırılmamış gözlemlerdir. Yapılandırılmamış gözlem, belirli bir zaman dilimindeki tüm davranışların kaydedilmesidir. Bu gözlemde araştırmacının özellikle ilgisini çeken ya da kaydetmeyi planladığı davranışlar olmayabilir (Hovardaoğlu 2000). Bu gözlem türünde araştırmacı gözlediklerini düz yazıyla not etmektedir.

Çalışma kağıtları dört tane olup her biri İlköğretim sekizinci sınıf matematik dersi olasılık konuları ile ilgilidir. Çalışma kağıtlarının her birinde deneysel ve teorik olasılık ile bağımlı ve bağımsız olaylar konularını içeren etkinlikler yer almaktadır. Etkinlik seçiminde ve türlerinin düzenlenmesinde klinik görüşmelerden beklenen sonuçları alabilmek için (*i*) tartışmaya elverişli, (*ii*) açık uçlu, (*iii*) öğrencilerin düşünme seviyelerini açıklığa kavuşturacak fırsatlar sunması gibi özellikler (Tanışlı 2008) aranmıştır. Etkinliklerin her biri deneysel ve teorik olasılık ile bağımlı ve bağımsız olayların öğrenilmesi amaçlanarak yapılandırmacı kuram çerçevesinde hazırlanmıştır. Bu etkinliklerden *“Etkinlik 1: Hangi Topu Seçmeli?”* ve *“Etkinlik 2: Kalemim Nerede?”* (Ek 1), TKO modeline göre öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerinin nasıl olduğunu göstermek amacıyla, *"Etkinlik 3: Kazan-Kaybet"* ve *"Etkinlik 4: Çekme Şansı"* (Ek 1) ise TKO+P modeline göre öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerinin nasıl olduğunu göstermek amacıyla hazırlanmıştır. Etkinliklerin her biri dört bölümden oluşmaktadır. İlk bölüm deneysel olasılık kavramını, ikinci bölüm teorik olasılık kavramını, üçüncü bölüm bağımlı olaylar kavramını, dördüncü bölüm ise bağımsız olaylar kavramını öğrencilerin nasıl oluşturduklarını öğrenmemizi sağlayacak şekilde hazırlanmıştır. Birinci ve ikinci etkinliklerin ilk bölümlerinde öğrencilerin deneysel olasılık kavramını soyutlayabilmeleri için araştırmacı tarafından bir çekim sayısı belirlenirken, 3. ve 4. etkinliklerde çekim sayılarını öğrencilerin kendilerinin belirlemeleri istenmiştir. Üçüncü ve dördüncü etkinlikler pekiştirme etkinlikleri olarak hazırlandıkları için, çekim sayılarını öğrencilerin belirlemesinin uygun olduğu kanısına varılmıştır. Etkinliklerin her birinde belirlenen çekim sayılarına göre, geri koymak koşuluyla, çekim yapılması ve çekim işlemlerinin not edilmesi gerekmektedir. Daha sonra elde edilen sonuçlara göre seçilen şey ne ise onun gelme olasılığının bulunması gerekmektedir. Öğrencilerin altıncı sınıf olasılık konuları ile ilgili bilgilerinin olması yaptıkları işlemler sonucu buldukları olasılık değerleri ile bekledikleri olasılık değerlerini karşılaştırabileceklerinin bir göstergesi olarak kabul edilmiş ve *"yaptığınız işlemler sonucu elde ettiğiniz sonuçlar ile beklediğiniz sonuçlar aynı mı?"* sorusu hazırlanmıştır. Birinci bölüm için yapılan işlemlerden sonra ikinci bölüme geçilmesi gerekmektedir. Bu bölümde öğrencilerin her hangi bir işlem yapmadan direkt olarak olasılık değerlerini söylemesi gerekmektedir. Birinci bölümde öğrenciler deneme işlemi yaparak olasılık değerlerini bulurken ikinci bölümde hiçbir işleme gerek duymadan olasılık değerlerini hesaplamaktadırlar. Buradaki amaç deneysel ve teorik olasılık kavramları arasındaki farkı görmelerini sağlamaktır. Bu bölümler arasındaki ilişkiyi açıklamalarını sağlamak için ise *"1'de yaptığınız işlemler sonucu bulduğunuz sonuçlar ile 2'de bulduğunuz sonuçlar arasındaki ilişkiyi nasıl açıklarsınız?"* sorusu hazırlanmıştır. Bu bölümlerdeki olasılıklar arasındaki ilişkinin açıklanmasının ardından bunlara birer isim vermeleri istenmektedir. Etkinliklerin birinci bölümlerinde deneysel olasılık kavramının oluşturulması beklenirken, ikinci bölümlerinde teorik olasılık kavramının oluşturulması beklenmektedir. Bu yüzden birinci bölümde belirlenen sayıda çekim işleminin gerçekleştirilmesi gerekmektedir.

Etkinliklerin üçüncü bölümlerinde "bağımlı olaylar" kavramını soyutlamaları amaçlanmış ve etkinliklerin bu bölümleri bu bağlamda düzenlenmiştir. Çekilen nesnelerin geri konulmaması koşuluyla işlemler gerçekleştirilmeli ve not alınmalıdır. Elde edilen verilere göre 1. ve 2. çekimler sonucu bulunan olasılık değerlerinin birbirini etkileyip etkilemediği gözlemlenerek olaylar arasındaki ilişkinin fark edilmesi sağlanmaya çalışılmıştır. Olaylar arasındaki bağlılığın fark edilebilmesi için *"1. çekiminiz 2. çekiminiz etkilemekte midir?", "2. çekiminizde torbada kaç nesne vardır?"* gibi sorular hazırlanmıştır. Nesnelerin geri konulmaması olasılık değerlerini değiştireceğinden öğrencilerin olaylar arasındaki ilişkiyi fark edebilecekleri düşünülmüş ve etkinliklerin 3. bölümleri bu bağlamda hazırlanmıştır. Etkinliklerin dördüncü bölümlerinde ise "bağımsız olaylar" kavramını soyutlamaya yönelik işlemler bulunmaktadır. Çekim işlemi çekilen nesnenin geri konulması şartıyla gerçekleştirilmekte ve 1., 2. ve diğer çekimler sonucunda nesnelerin çekilme olasılıklarında herhangi bir değişikliğin olmadığını fark etmelerini sağlamak amaçlanmıştır. *"Bu durumda her çekilişte torbada kaç tane top vardır?"* sorusu gibi sorular hazırlanmış ve bu sorularla örnek uzayın değişmediğinin fark edilmesi amaçlanmıştır. *"1. çekiminiz 2. çekiminizi etkilemekte midir?"* sorusu ile iki olayın birbirinden etkilenmediğini fark edilmesi amaçlanmıştır. Yapılan çekim işlemleri sonucunda herhangi bir nesnenin çekilmesi olasılığının değişmediğinin fark ettirilmesi ve buradan bağımsız olaylar kavramının soyutlanması amaçlanmıştır. Etkinliklerin her biri için uzman görüşüne başvurulmuş ve konunun öğrenilmesine yönelik amaçlara uygun olduğu kanısına varılmıştır.

Bu soruların her birinin düzenlenmesinde "Giriş" içinde verilen açıklamalara uygun olarak; (*i*) Öğrencileri problem çözme uğraşı içinde tutma , (*ii*) Öğrencilerin olabildiğince çok ön deneyim ve bilgilerini harekete geçirecek olması, (*iii*) Soyutlamaya uygun bir konunun(konuların) varlığı özellikleri göz önüne alınmıştır.

Etkinlik 1 ve 2'nin çalışılmasından iki hafta sonra etkinlik 3 ve 4 öğrencilerle çalışılmıştır.

Verilerin toplanması

Araştırmada gözlem, görüşme ve doküman incelemesi gibi nitel veri toplama yöntemleri bir arada kullanılmıştır. Bu üç yöntemin bir arada kullanılması, "*veri çeşitlemesi*" olgusuna bir örnektir. Yıldırım ve Şimşek (2006) çeşitlemede temel ilkenin, farklı bireyler ve ortamlardan farklı yöntemlerle veri toplamak ve bu şekilde sonuçlarda ortaya çıkabilecek ön yargıların ya da yanlış anlamaların önüne geçmek olduğunu belirtmektedir (Koçbeker ve Saban 2005). Verilerin toplanması ve analizinde video kamera ve bilgisayar kullanılmış ve gözlem yapılmıştır.

Görüşmeler ikişerli gruplar şeklinde gerçekleşmiştir. Burada amaç öğrencilerin akran yardımı alarak ve aralarında konuyu konuşmalarına fırsat tanıyarak sesli düşünmelerini sağlamaktır. Öğrencilerin problemler üzerindeki çalışmaları, kendilerinin bilgisi ve izni altında ses ve görüntü kaydı alınarak gerçekleştirilmiştir. Çalışmanın başında, problemlerin içinde sunulduğu bağlamı tanıma ile ilgili soru ve açıklamalar kullanılmış, çözüm sırasında, duruma göre öğrencilerin düşüncelerini açığa çıkarmak için gerekli sorular yöneltilmiş, öğrencilerin birbirleriyle ve araştırmacıyla olan sözlü ve sözsüz iletişimi gözlenmiştir. Daha sonra görüntü ve ses kayıtları bu çalışmanın hedefleri olarak belirlenen yapılandırmacı öğrenmenin gerçekleşmesi ve bilgi oluşturma süreci bakımından analiz edilmiştir.

Analiz edilen dokümanlar öğrencilerin problemleri çözdüğü çalışma ve karalama kağıtları ile görüşme sırasında kaydedilen videolardır.

2.4. Örnek Olay Çalışması Verilerinin Analizi

Verilerin analizinde ve yorumlanmasında nitel veri analiz türlerinden betimsel analiz kullanılmıştır. *Betimsel analiz*; elde edilen veriler daha önceden belirlenen temalara göre özetlenir ve yorumlanır. Görüşülen ya da gözlenen bireylerin görüşlerini çarpıcı biçimde yansıtmak amacıyla doğrudan alıntılara sıkça yer verilir. Amaç elde edilen bulguları düzenlenmiş ve yorumlanmış biçimde okuyucuya sunmaktır (Yıldırım ve Şimşek 2005). Araştırma için hazırlanan etkinliklerden, araştırmanın kavramsal çerçevesinden ve görüşme ile gözlemlerde yer alan boyutlardan yola çıkılarak bir çerçeve oluşturulmuştur. Bu çerçeveye göre verilerin hangi temalar altında düzenleneceği ve sunulacağı belirlenmiştir. Belirlenen tematik çerçeveye göre veriler işlenmiştir. Daha sonra organize edilen bulgular, sistematik bir yaklaşımla daha önce geliştirilen ve kodlanan kategoriler (temalar) arasındaki anlamlı ilişkileri ortaya çıkarmak ve bazı nedensel ve açıklayıcı sonuçlara ulaşmak amacıyla incelenerek ve gerekli yerlerde doğrudan alıntılarla desteklenerek tanımlanmıştır. Son olarak da daha önce ayrıntılı bir biçimde tanımlanan ve sunulan bulgulara anlam kazandırmak, bu bulgular arasındaki ilişkileri açıklamak ve bir takım sonuçlar çıkarmak üzere verilere dayalı olarak yorumlar yapılmıştır. Çalışma TKO ve TKO+P modelleri ışığında yürütüldüğü için belirlenmiş olan temalar (eylemler); *tanıma, kullanma, oluşturma* ve *pekiştirme*dir.

2.5. Araştırmanın Geçerliği Ve Güvenirliği

Bu bölümde araştırma stratejisi olan örnek olay çalışmasının geçerlik ve güvenirliği hakkında bilgi verilecektir.

Örnek olay çalışmasının geçerlik ve güvenirliği

Örnek olay çalışmasının etkinliklerinin geçerlik ve güvenirlikleri uzman görüşü alınarak sağlanmıştır. Nitel araştırmalarda kullanılan geçerlik ve güvenirlik kavramları nicel araştırmalardaki kavramlardan farklılık göstermektedir. Lincoln ve Guba (1985) nitel araştırmaların niteliğini artırabilecek bir takım stratejiler önermektedirler (Yıldırım ve Şimşek 2006: 264). Ancak bu önerileri nicel araştırmada geleneksel olarak kabul gören ve önemli değer ölçütleri olarak ön plana çıkarılan “geçerlik” ve “güvenirlik” kavramları çerçevesinde değil nitel araştırmanın doğasına uygun olabileceğini düşündükleri alternatif kavramlarla yapmaktadırlar. Bu çerçevede “iç geçerlik” yerine “inandırıcılık”, “dış geçerlik” yerine “aktarılabilirlik”, “iç güvenirlik” yerine “tutarlık” ve “dış güvenirlik” yerine “teyit edilebilirlik” ifadelerini kullanmayı tercih etmektedirler (Yıldırım ve Şimşek 2006: 264). Guba ve Lincoln (1989: 181) inandırıcılığı “katılımcının yapıyı algılama şekli ile araştırmacının kendi bakış açısını betimleme şekli arasındaki uyum” olarak tanımlamaktadırlar. İnandırıcılığı sağlamak için çeşitli yollar vardır. Araştırmacının birden çok stratejiyi kullanması, araştırmanın inanılırlığını artıracaktır (Mertens 1998). Bu araştırmada inandırıcılığı sağlamada uzman incelemesi (peer debriefing) ve çeşitleme stratejileri kullanılmıştır.

Örnek olay çalışmasında geçerlik, “çoklu delil kaynakları” nın kullanımı ile sağlanabilir; çeşitleme bunlardan biridir (Yin 1994). Çeşitleme “insan davranışının bazı yönleri üzerine yapılan çalışmada iki veya daha çok veri toplama yönteminin kullanımı” olarak tanımlanabilir (Cohen, Manion ve Morrison 2002: 112). Bu örnek olay çalışmasında katılımcı gözlem ve görüşme yöntemleri kullanılarak yöntem çeşitlemesi yapılmıştır.

Yin (1994), örnek olay çalışmalarında çoklu durum deseni kullanımının sonuçların dış geçerliğini arttırdığını belirtmektedir. Araştırmada öğrencilerin bilgi oluşturma ve matematiksel düşünme süreçleri, matematik başarısı yüksek ve düşük olan öğrencilerle gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın aktarılabilirliği (dış geçerliği) bu şekilde oluşturulan çoklu durum deseni ile sağlanmıştır.

Nitel araştırmalarda tutarlık (coherence), ulaşılan sonuçların verilerle takip edilebilmesi ve kontrol edilebilmesi ile sağlanır. Araştırma sürecinin her aşamasının detaylarını belirten örnek olay çalışması protokolü ile örnek olay çalışmasının tutarlığı sağlanabilir (Yin 1994). Sekiz öğrenci ile gerçekleştirilen on altı örnek olay çalışmasının görüşmeleri çözümlenmiş ve her biri için ayrı ayrı rapor hazırlanmıştır. Araştırmacı raporundan ve her bir görüşmenin orijinal halinden veri bankası oluşturulmuştur. Araştırmada, öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerine ait görüşme metinleri takip edilebilir. Bu metinler yardımıyla araştırmanın tutarlığı sağlanmıştır.

Örnek olay çalışmasında teyit edilebilirlik, “delil zinciri” nin oluşturulması ile sağlanabilir (Yin 1994). Delil zinciri oluşturmada örnek olay çalışması raporunun, araştırmanın içeriği ve araştırma problemleri ile ilişkili olması önemlidir. Raporun uygun yerlerinden yeterli sayıda görüşme metinlerinin verilmesi diğer önemli bir noktadır. Araştırmada delil olarak görüşme ve katılımcı gözlem notları kullanılmıştır. Bu görüşme ve katılımcı gözlem notları ile delil zinciri kurulmuş ve araştırmanın teyit edilebilirliği sağlanmıştır.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

BULGULAR VE YORUMLAR

Bu bölümde örnek olay çalışmasından elde edilen bulgular ve yorumlar yer almaktadır.

3.1. Birinci Alt Probleme Ait Bulgular Ve Yorumlar

Birinci alt problem *"Yapılandırmacı kurama uygun öğretim yaklaşımı uygulandığında matematik başarısı düşük öğrencilerde olasılık konusu ile ilgili temel kavram ve kuralları bilgisinin oluşumu nasıldır?"* dır. Bu alt problemle ilgili öğretim, matematiksel başarısı düşük öğrencilerin olasılık konusu ile ilgili temel kavram ve kuralları bilgisini yapılandırmacı kurama göre nasıl oluşturduklarını yani soyutladıklarını göstermeyi amaçlamaktadır. Bu bağlamda bu alt problemle ilgili çalışmanın Cansu ve Melih adlı öğrencilerle yapılan bölümünün diyalogu aşağıda verilmiştir.

Etkinliği içeren kağıt öğrencilere verildi ve okumaları istendi. Öğrencilerin etkinliği yapmak için sabırsız ve heyecanlı oldukları gözlemlendi.

2A: Ne anladığınızı bana anlatabilir misiniz?
5M: 10 tane top varmış. Torbanın içinden top çekiyormuşuz. Bir top çekiliyormuş işte onu 25 kere daha tekrar ettiğimizde aynı sonuç çıkıyor muymuş?
6A: Çıkıyor mu ona bakacağız peki. Bu torbanın içinden çekme olayı nedir sizce?
7M, 8C: Olasılık.
9A: Olasılık. Yani siz olasılık konusunu biliyorsunuz, temel kavramları biliyorsunuz. Örnek verebilir misiniz?
10C: Mesela bir poşete 3 top atıcaz, 1 tanesi kırmızı diğer ikisi mavi. 1 tanesini çekicez, kırmızı olma olasılığı nedir gibi.
11A: Sen örnek verebilir misin Melih?
12M: Mesela bir torbada veya başka bir şeyde daha fazla sayıda top veya başka bir şey de seçebiliriz. Mesela 5 tane renk olur. İşte 10 tane veya 5 tane şeyin

sayısına göre, onların olasılığı yani, kaç tane, seçtiğimiz şeyin ne olduğu kırmızı mı mavi mi onlar.
13A: O da olabilir tabi. Peki, torbanın içinden başka bir şey de olabilir mi?
14C: Kutu, koli, çanta…
15A: Kutu, koli, çanta olabilir. Peki, illa bir şeyin içine koymak zorunda mıyız?
16C: Evet, çünkü gözükmemesi için.
17M: Görünmemesi gerek.

Öğrenciler olasılık kavramını *tanıma*kta ve buna ilişkin örnek verebilmektedirler. Öğrenciler olasılık konusuna ilişkin temel kavramlardan bir kısmını *tanıma*sına rağmen, bir şeyin olasılığını bulabilmek için illa bir torbaya veya buna benzer bir şeye ihtiyaç olduğunu dile getirmişlerdir. Olasılığı bulunacak olan şeyin görünmemesi gerektiğini söylemişlerdir. Bu durum daha önceden oluşturulmuş yani soyutlanmış olan yapılardaki bir eksikliği işaret etmektedir. Araştırmacı bu eksiklikleri giderilmeleri için sorular yöneltmiştir.

18A: Ben şimdi sınıfın dışındayım diyelim. Sınıfınızda kızlar ve erkekler var. Mesela Cansu gibi gözlüklü arkadaşlarınız var. Rastgele birini çağırdığım zaman, onun kız olma olasılığı diye bir şey olabilir mi?
19C, M: Hı, hı evet
20A: Nerden anladınız böyle bir şey olabileceğini?
21M: Şey çünkü içinden belki kız seçmicek yani bir öğrenci çağıracak. Belki kız olabilir, belki kız gözlüklü olabilir. Öyle yani.
22A: Peki sınıfta hiç kız öğrenci yoksa kız öğrenci seçebilir miyim o sınıftan?
23C, M: Hayır seçemezsiniz.
24A: Bu olay nasıl bir olaydır?
25C: Sıfır.

Öğrencilerin olasılık için kapalı bir kabın zorunlu olması gerekmediğini fark etmeleri (21M), önceki yapılarda bir değişme olduğunu göstermiştir. Ayrıca öğrencilerin “imkansız olay” kavramını *tanıdıkları* (21M; 22A; 23C,M; 24A ve 25C) görülmüştür.

Yukarıdaki diyaloglardan sonra öğrencilerin etkinliği yapmaya daha çok istekli oldukları gözlemlendi. Etkinliği heyecanlı bir şekilde yapmaya başlamışlardır.

Etkinliğin ilk bölümü olan torbadan top çekme olayını 25 defa gerçekleştirmişlerdir. Elde ettikleri verileri çalışma kağıtlarına not almışlar ve her renkten kaçar tane top geldiğini tabloya not etmişlerdir. Araştırmacı öğrencilerin işlemleri yapmadan da torbanın içinde bulunan topların gelme olasılıklarını bulup bulamayacaklarını öğrenmek istemiştir. Bunu “teorik olasılık” kavramı ile ilgili öğrencilerin sahip oldukları ön bilgi yapılarını incelemek için düşünmüş ve aşağıdaki soruyu yöneltmiştir. Bu sorunun devamında meydana gelen diyalog aşağıdaki gibidir.

55A: Bu işlemleri yapmamış olsaydık torbada hangi renkler vardı?
56M: Pembe, yeşil, beyaz.
57A: 2 tane yeşil top…
58M: 3 tane pembe, 5 tane de beyaz.
59A: Pembe gelmiş olma olasılığı kaçtır?
60C: 25 de şey 10 da, pembe kaç tane vardı?
61M: 10 da 3,
63M: 3 bölü 10.
64A: Peki yeşil gelme olasılığı kaçtır?
65M: 2 bölü 10.
66A: Cansu sen de bunlara katılıyor musun?
67C: Evet katılıyorum.

Öğrenciler hiçbir işlem yapmadan verilere göre olasılıkları bulabilmişlerdir. Bu da onların olasılığın anlamını *tanıdık*larını ve *kullandı*klarını göstermektedir. 60C’ de öğrencinin “25 de şey 10 da” ifadesi yaptıkları işlemlere göre olasılık bulmaları gerektiğini fark ettiklerini göstermektedir. Ayrıca oran ve orantı kavramlarının da daha önceden *oluşturulmuş* yani *soyutlanmış* olduğu görülmüş ve bu etkinlikte de *kullanıldıkları* fark edilmiştir (60C; 63M; 65M). 25 kere çekim işlemi gerçekleştirerek elde ettikleri verilere göre renklerin gelme olasılıklarını bulup bulamayacaklarını merak eden araştırmacı öğrencilere aşağıdaki soruyu yöneltmiştir.

68A: Bu tabloda yeşil gelme olasılığı kaçtır?
69C: 25 de 9.
70M: 9 bölü 25.
71A: Neden 25 de 9 dediniz?
72M: Şey çünkü 25 tane çektiğimiz için onlardan 9 kere yeşil geldi, onun için geldiği kadar.

Cansu adlı öğrenci not alırken teorik olasılığa yönelik sonuçlarını “olasılık”, deneysel olasılığa yönelik sonuçlarını ise “gerçek” başlıkları altında sınıflandırmıştır. Bu da onun “deneysel olasılık” ve “teorik olasılık” kavramlarının farklı şeyler olduğunun farkında olduğunu yani *tanıma* eylemini gerçekleştirmiş olduğunu göstermektedir. Bunun üzerine çekim işlemine göre de olasılıkları bulabilen öğrencilere bu iki olasılığın arasındaki ilişki fark ettirilmeye çalışılmıştır.

79A: Cansu bize burada olasılık ve gerçek dedi. Neden öyle bir şey söyledi?
80C: Çünkü bunu gerçekte yaptık ve olasılıkla arasındaki farkı ölçtük. Bunda da bunu açıkladık.
81A: Peki burada da bir olasılık sonucu bulduk arkadaşlar aynı renk için, burada da bir olasılık sonucu bulduk. Bunlar birbirinden farklı. Sizce ne için farklı?
82M: Çünkü olasılıkla gerçekliğin farkı, nasıl diyim, gerçek olayını yaşıyoruz.
83C: Olasılık da sadece tahminler yapıyor.
84A: Burada da diyoruz ama 25 de 9 gelebilir diye. Yine bir olasılık değil midir bu?
85M: Evet.
86A: Bu da olasılık, bu da olasılıksa ikisinin farkı nedir? (Deneysel ve teorik olasılıklara yönelik bulunan sonuçları işaret eder).
87M: Mesela o şeyler yaşanmış olayı yaşıyoruz, onları mesela nasıl diyim, yeşili biz kendimiz 9 olarak çekiyoruz yani orada rastgele 3 tane renkten seçiyoruz, o da yeşil geliyor.

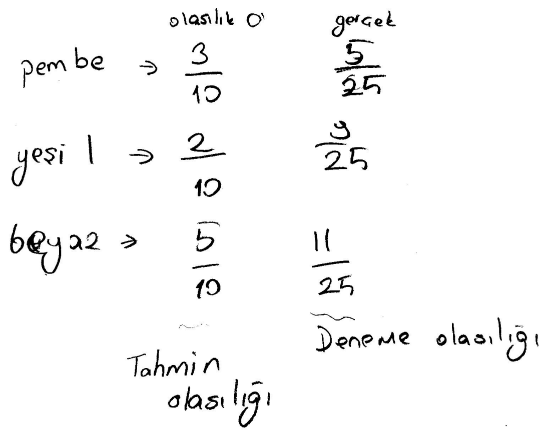
Öğrencilerin söylediklerinden deneysel ve teorik olasılıkların ne olduğunu görmekten çok bu iki olasılığın birbirinden farklı olduklarını gördükleri çıkmaktadır. Bunun yanı sıra öğrenciler çekim yaparak buldukları olasılık ile direkt söyledikleri olasılıkların ayrımına varabilmektedirler. 80C ve 87M' de söylenen sözlerden öğrencilerin bu farkı görebildikleri açıkça görülmektedir.

88A: Bu olasılıkları ne yaparak bulduk?
89C: Olayı gerçekleştirerek.
90A: Bu yaptığınız işlemlere ne diyebiliriz?
91C: Olasılığı ilerletme
92A: Biz bunları çekerken aslında ne yapmış olduk sizce?
93C: Olasılıktan gerçeğe yönelik bir çalışma yaptık.
94A: Peki bunun adına bir şey koymak istesek bu yaptığımız çalışmaya ne diyebiliriz?
95M: Olasılık burada, gerçeğe çıkan olasılık.
96A: Cansu sen ne diyorsun?
97C: Olasılığa, gerçeğe doğru giden tahminler.

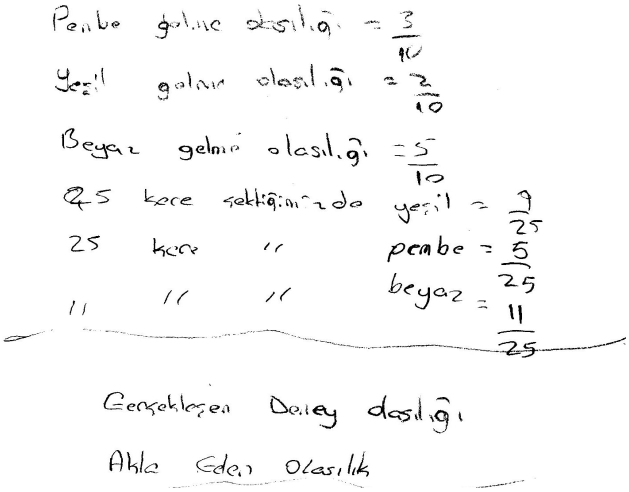
90A ve 91C’ de geçen konuşmalara göre Cansu’ nun tanıdığı ve kullandığı olasılık kavramları yardımıyla “deneysel olasılık” kavramını *oluşturma*kta olduğu, Melih’ inde 95M’ de bu kavramı *oluşturma*kta olduğu anlaşılmıştır. Öğrencilere çekme işlemi yaparak buldukları olasılık ile direkt buldukları olasılıklara ne demek istedikleri sorulmuştur. Öğrenciler bunun üzerine deneysel ve teorik olasılık kavramları için yeni adlar önermişlerdir.

105M: Deneme işlemi.
106A: O zaman bu olasılık çeşidine ne diyebiliriz?
107C: Deneme olasılığı.
108A: Melih sen ne demek istersin?
109M: Gerçekleşen deney olasılığı.
110A: Diğeri de bir olasılıktı değil mi? Peki sizce o nedir?
111C: Tahmin olasılığı.
112A: Güzel, Cansu tahmin olasılığı dedi, Melih sence?
113M: Akla gelen olasılık.

107C ve 109M’ de öğrenciler “deney olasılığı” kavramını “deneme olasılığı” ve “gerçekleşen deney olasılığı” olarak *oluşturmuş*lardır. “Teorik olasılık” kavramı için ise 111C ve 113M’ de görüldüğü gibi “tahmin olasılığı” ve “akla gelen olasılık” kavramlarını bulmuşlardır. Cansu’ nun ve Melih’ in notları aşağıda gösterilmiştir.



Şekil 3: Cansu’nun 1. etkinlikteki deneysel ve teorik olasılık çalışmasına ait verileri



Şekil 4: Melih'in 1. etkinlikteki deneysel ve teorik olasılık çalışmasına ait verileri

Birinci bölümde yapılan işlemler sonucunda buldukları olasılıklar ile 2. bölümde buldukları olasılıklar arasındaki ilişkiyi bulup bulamayacakları merak edilmiştir. Bunun üzerine aralarında aşağıdaki konuşma geçmiştir.

117A: 1 de yaptığımız işlemler ve bulduğumuz sonuçlar ile 2 de bulduğumuz sonuçlar arasında nasıl bir ilişki vardır?
118M: 1 deki yaptığımız şey 10 top için gerçekleştirildi. Diğerindeki 25 taneydi. 1. sinde sayılar belliydi, 2.sinde biz deneyi kendimiz yaparak görerek yaptığımız için sayılar birbirinden farklı olabilir.

Görüşmeden de anlaşılacağı üzere sadece yapılan işlemler üzerinde durmuşlar, buldukları olasılık değerlerine dikkat etmemişlerdir. Bu yüzden de deneysel olasılık değerlerinin teorik olasılık değerlerine yaklaştığını fark edememişlerdir.

Etkinliğin 3. bölümüne geçmişler ve etkinlikte yapılması istenenleri gerçekleştirmişlerdir. Bu bölümde öğrencilerin "bağımlı olaylar" kavramını oluşturmaları amaçlanmıştır. Bu amaca yönelik araştırmacı ve öğrenciler arasında geçen konuşma aşağıdaki gibidir.

147A: İlk çekiminde pembe gelme olasılığı nedir?
148M: 10 da 2.
149C: 10 da 3.
150M: 10 da 3.

151A: Şimdi topun bir tanesini aldık, torbanın dışına çıkardık. Cansu çekim yaptı ve yine pembe geldi. Bu sefer pembe gelme olasılığı kaçtır?
152C: 9 da (düşünüyor)…
153M: 2.
154C: 9 da 2.
155A: Tamam yazalım. Bunu da torbanın dışına koyduk. Sonra yeşil geldi. Peki, bu, yeşil gelme olasılığı kaçtır?
156C: 8 de 2.
157A: Peki diğerlerini de aynı şekilde yazabilir miyiz?
158M: Evet yazabiliriz.
159A: Melih'in çektiği olayla, Cansu'nun çektiği olay arasında nasıl bir ilişki vardır?
160M: İlk çektiğimizde 10 top vardı, 2. çekimde 9 tane top vardı. Yani ilk çektiğimle 2. çektiğim arasında olasılık değişiyor. Şimdi mesela nasıl diyim 9, pembe çektim ya ben, 9 tane topa indi, pembeler de içindeki 2 ye indi. Sonra Cansu çekti, o da pembe çekti. Onun için yani çektiğimiz toplarda sayısı giderek azalıyor ve olasılık değeri değişiyor yani.

Yukarıdaki konuşmalardan da görüldüğü gibi Melih adlı öğrenci bir top çekilip geriye konulmadığı zaman 2. çekilecek olan topun olasılığının değiştiğini fark etmiştir. Bu da bağımlı olaylar kavramının oluşmaya başladığının göstergesidir. Cansu' nun fark ettiği de aşağıdaki konuşmalardan anlaşılmaktadır.

161A: Peki bu torbanın içindeki top sayısının azalması nasıl etkiliyor?
162C: Olasılığı daha değiştiriyor. Mesela 2 tane beyaz varken 1 tane beyaz kalıyor, o zaman da pembe çekme olasılığı daha çok oluyor.

Cansu' nun 162C' de "pembe çekme olasılığı daha çok oluyor" ifadesi bağımlı olaylar kavramını oluşturmaya başladığının göstergesidir. Bu şekilde her iki öğrenci de "bağımlı olaylar" kavramını fark etmişlerdir. Fakat araştırmacı bu olayların nasıl olaylar olduğunu "bağımsız olaylar" kavramını fark etmelerinden sonra sormayı amaçlamıştır. Etkinlikte belirtildiği gibi öğrenciler torbadan top çekmişler ve çektikleri topu geriye koyup yeni bir top daha çekmişlerdir. Bu amaç doğrultusunda bağımsız olaylar kavramını oluşturmalarına yönelik çalışma metni aşağıda verilmiştir.

175A: Bu durumda her çekilişte torba da kaç top vardır?
176C: 10.
177M: Her çekilişte çektiğimiz topu geriye koyduğumuz için aynı sayı olur.

178A: Yani her seferinde kaç tane top vardır torbada?
179M: 10 tane…
180C: …ve geri koyuyoruz.

Gerçekleştirmiş oldukları olayların birbirlerini etkileyip etkilemedikleri sorularak olayların birbirinden bağımsız oldukları bilgisini nasıl oluşturacakları gözlemlenmiştir.

181A: 1. çekiminiz 2. çekiminiz etkilemekte midir?
182C: Hiçbir şekilde etkilemiyor, çünkü topu geri yerine koyuyoruz.
183M: Birde karıştırdığımız için aynı şeyin çıkma olasılığı değişir.
184A: Etkiliyor diyor musun peki Melih?
185M: Bence etkilemez.
186A: Niçin etkilemez peki?
187M: Çünkü alıyoruz bir tanesini. Mesela ben çektim yeşil çıktı, yeşili koyuyoruz, karıştırdığımız için aynı şey çıkma olasılığı değişir yani.
188C: Aynı fikirdeyim.
189A: 1. çekimiz 2. çekimiz arasında nasıl bir ilişki vardır?
190C: İkisi de aynı şekilde gerçekleşiyor, ikisinde de topları karıştırıyoruz, bu topları yerine geri atıyoruz.

183M' de "birde karıştırdığımız için aynı şeyin çıkma olasılığı değişir" ifadesinden Cansu' nun etkilendiği gözlemlenmiştir. Çünkü 182C' de "hiçbir şekilde etkilemiyor" ifadesini destekler nitelikte konuşmamıştır. Bunun yanı sıra öğrencilerin 1. olay ile 2. olayda bulunan olasılıkların birbirini etkilemediğini fark etmiş olmaları onların bağımsız olaylar kavramını *oluşturma*ya başladıklarının göstergesi olarak kabul edilebilir. Olayların birbirinden etkilenmediğini kısmen *oluşturmuş*lardır. 3. bölümdeki olayların birbirinden etkilenip etkilenmediği sorulmuş ve bu olayların "bağımlı olaylar" olduğunu öğrencilerin nasıl oluşturduğu gözlemlenmiştir.

211A: 3. bölümde olaylar arasında bir etkilenme söz konusu mudur?
212C, M: Evet.
213A: Bu olaylara nasıl olaylar diyebiliriz?
214C: Azalan olaylar, azalan değerler.
215M: Azalan şey, azalan olasılık.

Öğrenciler bağımlı olay kavramına yönelik “azalan olaylar, azalan değerler” veya “azalan şey, azalan olasılık” gibi kavramlar belirlemişlerdir.

216A: Peki bunlar birbirlerini etkilediğine göre, birbirleriyle ilişkileri var mıdır?
217C: Vardır.
218A: Birbirlerine bağlılar mıdır? Birbirlerinden bağımsız mıdırlar?
219C: Toplar birbirlerinden bağımsız ama sonuçta sayılı top atıyoruz ve bunların hepsi de aynı yere gidiyor.
220M: Şey onların sayıları bellidir, renkleri belli oluğu için torba da ne olduğu bellidir.
221A: 3. bölümde 1. çekim 2. çekimi etkiliyor diyorduk, bunlar birbirine bağlıdır diyebilir miyiz?
222C: Evet.
223A: Peki bu olaylar nasıl olaylardır?
224M: Bağlı olaylar.
225A: Güzel. 4. bölümdeki olaylar birbirine bağlı mı değil mi? Etkiliyor mu birbirini?
226C, M: Hayır.
227A: O zaman ona nasıl olaylar dersiniz?
228C, M: Bağımsız.

219C’ de öğrenci topların birbirinden bağımsız fakat olayların birbirinden bağımsız olmadığını düşünmektedir. 222C’ de ise olayların birbirleriyle bağımlı olduklarını kabul ettiği görülmektedir. 224M’ de Melih bu olayları “bağlı olaylar” olarak nitelendirmekte ve bağımlı olaylar kavramını *oluşturma*ktadır. 228C, M’ de ise her iki öğrenci de bağımsız olaylar kavramını “bağımsız” diyerek *oluşturmuş* bulunmaktadırlar.

Etkinlik 1’ in devamı olarak verilen etkinlik 2 de ise öğrencilerin yukarıda henüz oluşturamadıkları ve oluşturdukları kavramları daha net görmek mümkündür. 1. etkinlikte tanıdıkları, kullandıkları ve oluşturdukları yapıları 2. etkinlikte kullanmaları beklenmektedir.

Öğrencilere etkinliğin yazılı olduğu çalışma kağıdı verilmiş ve öğrencilerden etkinliği açıklamaları istenilmiştir. Melih’ in etkinliği açıklamasından sonra çalışmaya başlanılmıştır. Etkinlik 2, etkinlik 1 ile benzerlik gösterdiğinden öğrenciler verilerini kayıt edebilecekleri tablolar hazırlamışlardır. Elde ettikleri verilere göre olasılıkları hesaplamışlardır. Deneysel olasılık ve teorik olasılık kavramları için oluşturdukları yapılara ilişkin konuşma metinleri aşağıda verilmiştir.

256A: Bu olasılığa biraz önce ne demiştik?
257C: Belirli olasılık
258A: Öyle mi demiştiniz?
259C, M: Evet.
260A: Tamam öyle diyorsanız yanına yazın.
262M: Torbandan kalem çekildiğinde bu kalemin mavi kalem olma olasılığı nedir?
264M: Torbada 15 kalem olduğu için 6 sı ııı5 i mavi yani 5 bölü 10 ıı 5 bölü 15.
266C: 5 tanesi mavi.
267A: Tamam demiştik ki 1. bölümdeki olasılık 2. bölümdeki de olasılık, aynı şeyler, ikisi de renklerin gelme olasılığı.
267M: Birisini deneyerek, diğerini fikir yürüterek bulduk.
268A: Peki bu 2. bölümdeki olasılığın adı nedir?
269M: Tahmin yürüterek ve deney yaparak olasılık.
270C: Tahmin olasılık.
272M: Evet burada kalemleri yaparak, deneyerek, deney yaparak.
273C: Deney olasılığı
274A: O zaman burada belirli olasılık dediğiniz olasılığın ne olabilir adı?
275M: Deney …(düşünür)
276C: Deney olasılığı
277M: Denenmiş olasılık

Bir önceki etkinlikte *tanımış* oldukları kavramları 2. etkinlikte çok fazla *kullanmamış*lardır. Teorik olasılık kavramını "tahmin olasılık" diye belirtirlerken deneysel olasılık kavramını "deney olasılığı", "denemiş olasılık" olarak *oluşturmuş*lardır. Çekme olayını daha fazla yaparlarsa sonuçlarda ne gibi değişiklikler olacağı öğrencilere sorulmuştur.

290A: Bu deneme olayını 25 kere değil de 50 kere yapabilir miyiz?
291C: Evet ama içindeki kalemleri geri atarak.
292M: Evet yapabiliriz.
293C: Eğer geri atmazsak en fazla 15 kere yapabiliriz.
294M: 15 kere.
295A: Neden 15 kere yapabiliriz?
296C: Çünkü içindeki kalem sayısı belirli.
297M: İçinde 15 tane kalem var çünkü.

Öğrenciler kalemlerin geriye atılıp atılmaması durumlarına dikkat etmişler, eğer daha fazla çekim işlemi yapılırsa olasılıklarında ne gibi değişmeler olacağını fark etmemişlerdir. Bu da onların deneysel olasılık kavramını tamamen *oluşturamadıklarını* göstermektedir. Çünkü deney sayısının artması halinde bulunan olasılık değerlerinin teorik olasılık değerlerine yaklaşacağını fark edememişlerdir.

Daha sonra 3. bölüme geçmişlerdir. Kalemleri çekip geriye koymamak koşuluyla 5 kere gerçekleştirdikleri işlemler sonucunda aralarında aşağıdaki konuşmalar geçmiştir.

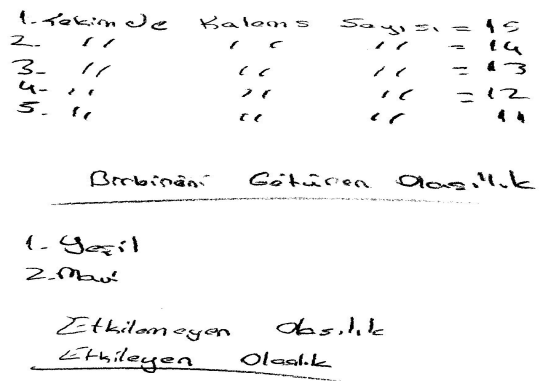
327M: 1. çekimle 2. çekim arasında nasıl bir ilişki vardır?1. sinde kalem sayısı daha fazladır, 2. sinde hem 1 sayı hem de 1 kalem gitmiştir yani.
328A: Evet. Birbirini etkiler mi sizce?
329C, M: Evet.
330A: Neyi değiştirir?
331C: Biri renk olarak ve sayı olarak azalıyor. Diğeri hep yanı kalıyor.
332C: Çekme olasılığı daha fazla iken, diğerinde azalıyor.
333A: Melih?
334M: Şey mesela birisinde mavi çektik, maviden 4 e indi, yani diğer çekme olasılığı azalıyor, diğer yeşil çekme olasılığı da artıyor.
335A: Peki bunlar birbirini etkilediği için bu olaylara nasıl olaylar denir? Birbirleriyle nasıldır? İlişkili midir?
336M: Birbirini götüren olasılık.
337A: Sence Cansu?
338C: Eksilen ve normal kalan olasılık.

Birinci etkinlikte “bağlı” ve “bağımsız” olaylar olarak oluşturdukları yapıları 2. etkinlikte 336M ve 338C’ de olduğu gibi değiştirmişlerdir. 1. etkinlikte *tanımış* ve *oluşturmuş* yani soyutlamış oldukları yapıları çok az kullanan öğrenciler 2. etkinlikte aynı kavramlara karşılık farklı ifadeler kullanmışlardır. 1. etkinlikte oluşturulan bu yapıların sağlamlaştırılamadığı görülmektedir. Daha sonra çalışmaya etkinliğin 4. bölümü ile devam etmişlerdir. Bu bölümde öğrencilerin bağımsız olaylar kavramını oluşturmaları beklenmektedir.

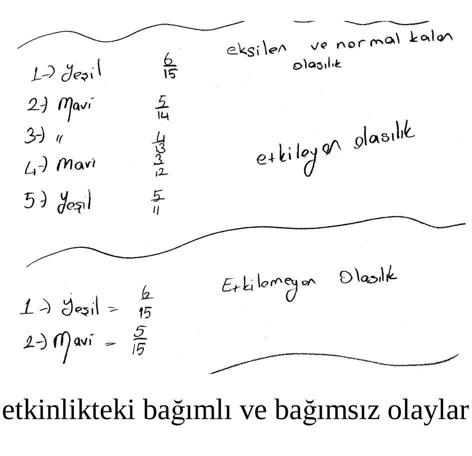
363M: 1. çekiminiz 2. çekiminizi etkilemekte midir? Bence etkilememektedir. Çünkü aynı şey oluyor. 15, 1 tane çekiyoruz mavi çıkıyor onu geri koyuyoruz, sayı değişmiyor.
364A: Cansu sen de katılıyor musun?

365C: Evet. Katılıyorum. Aynı ilişkiler. İkisinde de şey birinde değişiyor ama diğerinde değişmiyor.
366A: Yani kalemi torbaya geri koymadığımızda, kalemi torbaya geri koyduğumuz arasında nasıl bir ilişki vardır?
367C: Birinde azalıyor birinde normal. Hep aynı kalıyor. Onun olma olasılığı daha yüksek diğerinde gittikçe eksiliyor.
368A: Peki bu olaya nasıl olay diyebilirsiniz?
369M: Etkilenmeyen olay.

Öğrenciler 1. etkinlikte bağımsız olay olarak oluşturdukları yapıyı bu etkinlikte "etkilenmeyen olay" diye yeni bir kavram ile eşleştirmişlerdir. 366A' da sorulan soruya 367C' de verilen cevaba göre C olayların birbiriyle bağlı olduklarını açıklayabilmiştir fakat "bağımlı olaylar" kavramını *oluşturamamış*tır. 1. etkinlikte tanıdıkları, kullandıkları ve oluşturdukları yapıları bu etkinlikte *kullanmamakta*dırlar. 1. etkinlikte kısmen oluşturulan yani soyutlanan bilgi yapıları 2. etkinlikte soyutlanamamıştır. Öğrencilerin 2. etkinliğe ait verileri aşağıdaki şekillerde gösterilmektedir.



Şekil 5: Melih'in 2. etkinlikteki bağımlı ve bağımsız olaylar çalışmasına ait verileri



Şekil 6: Cansu'nun 2. etkinlikteki bağımlı ve bağımsız olaylar çalışmasına ait verileri

Birinci alt problem bağlamında Şevval (Ş) ve Gizem (G) adlı öğrencilerle yapılan çalışmanın verileri aşağıda verilmiştir.

Araştırmacının etkinliğin yazılı olduğu kağıdı öğrencilere vermesiyle uygulamaya başlanmıştır. Öğrencilerden birinin etkinliği okuması istenmiştir. Öğrencinin etkinliği okumasının ardından öğrencilerin ön bilgilerini yoklamak adına araştırmacı tarafından öğrencilere sorular sorulmuş ve öğrenciler herhangi bir şeyin olasılığını bulabilmek için onun belirsiz bir durum olması gerektiğini belirtmişlerdir. Etkinlikteki torbanın içinin görünmesi durumunda istenilen topun çekilebileceğini ve bu durumda herhangi bir olasılık durumunun söz konusu olmayacağını belirtmişlerdir. "İmkansız olay" ve "kesin olasılık" kavramlarını *tanıma*larına rağmen kesin olarak *oluşturama*dıkları, imkansız olaya "olmayan, yok olay", kesin olasılığa da "1" demelerinden anlaşılmaktadır. Daha sonra etkinliğe devam edilmiştir. 1. bölümde istenildiği gibi öğrenciler 25 kere çekim işlemini gerçekleştirmişler ve elde ettikleri verileri not etmişlerdir. Verilere göre hangi renkten kaçar tane geldiğini saymışlar ve gelen renklerin olasılığını bulmaya çalışmışlardır. Olasılık konusuna ait "imkansız olay, kesin olasılık" gibi temel kavramları *tanıma*larına rağmen buldukları sayıların olasılıklarını hesaplayamamaktadırlar.

61Ş: 11 tane beyaz var. 6 tane yeşil, 8 tane de pembe var.
62A: Beyaz gelme olasılığı tabloya göre?
63G: 11 bölü 10 (söylemeye çekinir). 11 bölü 10.
64A: 11 bölü 10. Şevval?
65Ş: 11 bölü 10 evet.
66A: Niçin 11 bölü 10 dediniz.?
67Ş: 11 den bir tanesini çekiyoruz, geriye 10 kalıyor, onun için.
68G: Renklerin toplamı 10 ve seçtiğimiz renklerde de mesela beyaz 11 tane çıktığı için olasılık orda daha fazla yani.

Yukarıdaki konuşmalardan da görüldüğü gibi öğrenciler olasılığın temel kurallarından biri olan "olasılık değeri 0 ile 1 arasındadır" kuralını *tanımamaktadırlar*. Bu yüzden de beyaz gelme olasılığını "11 bölü 10" olarak belirtmişlerdir. Yeşil ve pembe toplara ait çekilme olasılıklarını da aynı şekilde yazmışlardır. Torbadan 25 kere çekim işlemi yapmalarına rağmen çekim işlemlerini hiç dikkate almamışlardır. Sadece torba içindeki top sayılarını ve çekim işlemi sonucunda hangi renk toptan kaç tane çekildiğini dikkate almışlardır. Bunun üzerine öğrencilerin elde ettikleri verilere göre olasılıkları bulmaları için araştırmacı bazı açıklamalar yapma gereği duymuştur ve bunun sonucunda da öğrenciler olasılık değerlerini değiştirmişlerdir.

79A: Torbanın içindeki top sayısını biliyor muyuz?
80G: Evet.
81A: Kaç tane?
82G, Ş: 10 tane.
83A: 10 tane. Ama ben size burada hiç sormadan 25 kere işlem yaptırdım. Sizce neden 25 kere seçtirmişimdir? Sebebi ne olabilir sizce?

Öğrenciler düşünürler fakat herhangi bir şey söylemeye çekinirler. Çalışmayı yapmaya istekli olmalarına rağmen herhangi bir şey söylemekten çekinmektedirler. Bunun üzerine araştırmacı yapılan çalışmanın onların ders notlarını hiçbir şekilde etkilemeyeceğini, çalışmanın sadece bazı olasılık kavramlarının oluşup oluşmayacağını, nasıl oluştuğunu gözlemlemek amaçlı olduğunu açıklamıştır. Hangi kavramların soyutlanmasının beklendiğinin söylenmemesi gerektiği için araştırmacı tarafından bazı ifadesi kullanılmıştır. Bu açıklamaların üzerine çalışmaya devam edilmiştir.

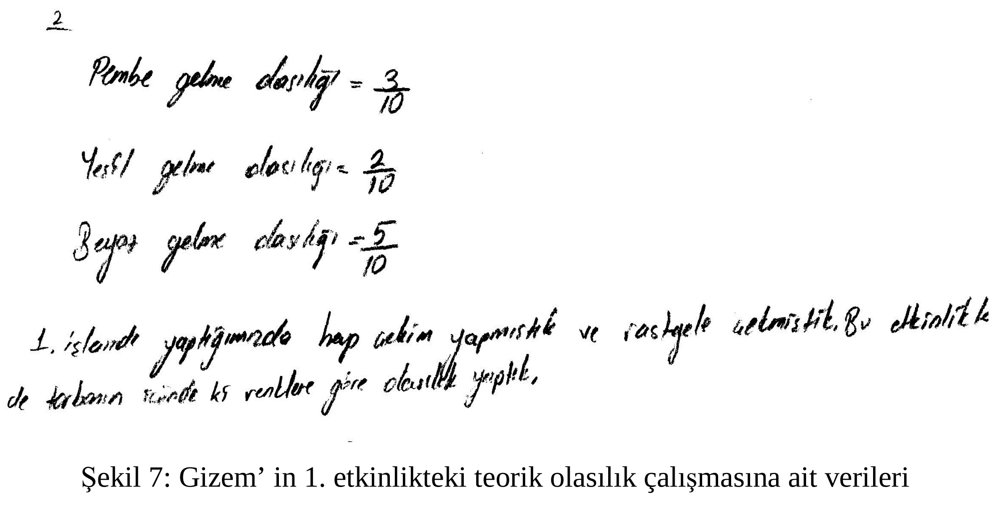
84Ş: Topların gelme olasılığı yani kaç kere hangi rengin geleceğini ispatlamak için olabilir.
85A: Evet. Biz bunu 25 kere değil de 50 kere, 100 kere de yapabilir miydik?
86G: Yapardık.
87A: Şimdi torbanın içinde 10 top var dedik ve 25 kere çekim yaptık. 25 kere de 11 tane beyaz seçtik. Ama sizin cevaplarınıza göre sanki 10 kere de seçmiş gibi olmadık mı?
88G: Evet, o zaman…(düşünür).
89A: Bu tabloya göre beyaz gelme olasılığı ne olur sizce?
90G: 11 bölü 25.
91A: Neden 11 bölü 25?
92Ş: 11 kere beyaz geldi.

Yukarıdaki konuşmalardan da görüldüğü gibi öğrenciler 90G' de elde ettikleri verilere göre olasılık değerini doğru bulmuştur. Ş, neden böyle olduğunu anlamadığını belirtmiş ve G' de ona sebebini açıklamıştır. Bunun üzerine araştırmacı "çekim sayısı 30 kere olsaydı ne olurdu?" sorusunu yöneltmiş ve "10 tane de beyaz gelseydi beyaz gelme olasılığı nedir?” diye eklemiştir. Bunun üzerine her iki öğrenci de “10 bölü 30” diyerek çekim sayısına göre olasılık bulma işlemini kısmen *oluşturmuşlardır*.

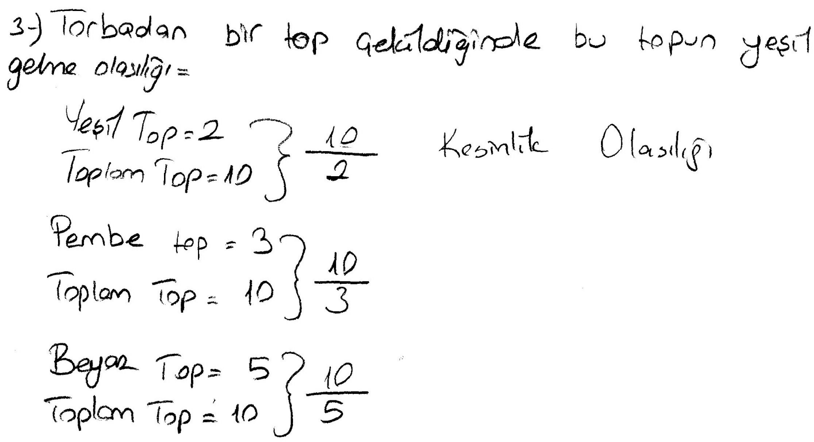
Etkinliğin 2. bölümüne geçilmiştir.

114Ş: 2. torbadan bir top çekildiğinde bu topun yeşil top olma olasılığı kaçtır?
115A: Torbanın içinde kaç tane top vardır?
116Ş: 10
117A: Kaç tanesi yeşil?
118Ş: 2
119A: Olasılığı nedir sizce?
120Ş: 2 bölü 10

Öğrenciler 1. önceki bölümde oluşturdukları yapıları *kullanmış* ve yeşil renkli topların gelme olasılığını doğru bir şekilde bulmuşlardır. Fakat Şevval doğru söylemesine rağmen verileri not ederken yanlış şekilde belirtmiştir. Buradan da öğrencinin pay ve payda kavramlarını daha önceki öğrenmelerinde yanlış *oluşturduğu* görülmüştür. Paya yazması gereken sayıları paydaya, paydaya yazması gerekenleri ise paya yazmıştır. Aşağıda Gizem ve Şevval’ in verileri gösterilmektedir.



Şekil 7: Gizem’ in 1. etkinlikteki teorik olasılık çalışmasına ait verileri



Şekil 8: Şevval' in 1. etkinlikteki teorik olasılık çalışmasına ait verileri

Öğrencilerin bulmuş oldukları bu olasılıkların hangi olasılık olduğunu soyutlayıp soyutlayamadıklarını anlamak için araştırmacı tarafından bu olasılıklara ne olasılığı denebileceği sorusu sorulmuştur.

126A: Peki 1. olasılıkla 2. olasılıkta sonuçlar farklı çıktı. 1. olasılığa ne olasılığı diyebiliriz?
127G: 25 kere çektiğimize göre yani topları çekme olasılığı diyebiliriz.
128A: Peki 2. de hiç çekme olayını yapmadık, direkt bize verilen bilgilere göre olasılık bulduk. Bu olasılığa ne diyebiliriz?
129G: Topları bildiğimize göre kesinlik olabilir.

G, teorik olasılık kavramını "kesinlik" olarak tanımlamaktadır. Ş ise herhangi bir yorumda bulunmamış ve G' nin söylediklerine katıldığını belirtmiştir. Öğrenciler etkinliğin bu bölümüne kadar herhangi bir kavramı kısmen de olsa *oluşturamamış*lardır. Daha önceden soyutlamış oldukları "kesinlik" kavramını kullanmaya devam etmektedirler. Etkinlikten zevk aldıklarını belirtmelerine rağmen soruları cevaplarken hala biraz sıkıntı çekmekte oldukları gözlemlenmiştir. Araştırmacı tarafından tekrar kısa bir açıklama yapılmıştır. Daha sonra araştırmacı deneysel ve teorik olasılık kavramlarını oluşturup oluşturamadıklarını anlamak için çalışmaya devam etme gereği duymuştur.

130A: Tamam, düşündüğünüzü yazın. Güzel çok güzel. Biz deneyleri sadece fizik, kimya, biyoloji derslerinde mi yapıyoruz?

131Ş, G: Hayır.
132A: Bu yaptığımız işleme deney diyebilir miyiz?
133A, G: Diyebiliriz.

Öğrenciler, bu açıklama yapılmasına rağmen herhangi bir şey söylememişler ve “çekme olasılığı” olarak kalmasını tercih etmişlerdir. Gizem ise “ gelme olasılığı” diyerek, fikrinin değişebileceğini göstermiştir. Bu da öğrencilerin deneysel olasılık kavramını *oluşturmadıklarının* bir göstergesi olarak kabul edilmektedir.

135G: Gelme olasılığı.

Araştırmacı bu iki olasılık değeri arasında herhangi bir ilişkinin olup olmadığını sormuştur fakat öğrenciler hiçbir yorumda bulunmamışlardır. Sonra G aralarında herhangi bir farkın olmadığını belirtmiştir. Ş bir şeyler söylemek istemiş fakat çekimser kalmıştır. Araştırmacı bu iki olasılık değeri arasındaki ilişkiyi fark edip etmediklerini öğrenmek için sorular sormuş fakat öğrenciler teorik ve deneysel olasılığa ait herhangi bir kavram *oluşturamamış*lardır. Etkinliğin yapılmaya başlamasından itibaren devam eden çekimserliği devam ettirmişlerdir. Çalışmaya hevesli olmalarına rağmen yanlış bir şey söyleme korkusu yaşadıkları gözlemlenmiştir.

147A: Peki 25 kere değil de 100 kere çekmek istiyoruz, bu sonuçların değişip değişmediğini merak ediyoruz. Yapabilir miyiz öyle bir şey?
148Ş, G: Yapabiliriz.
149A: Peki sonuçlar değişir mi?
150G: Değişir
151Ş: Evet
152A: Bu değişim sizce neyi verir?
153G: Yani eğer 100 kere çekseydik aynı sonuçları elde etmezdik çünkü olasılık yani, hangi rengin ne zaman geleceği belli olmadığı için ve sonuçlar çok daha farklı olabilirdi.

153G’ de çekim sayısının artması halinde elde edilen sonuçların farklı olacağını fark etmiş olmalarına rağmen bulunan olasılık değerlerinin hangi değere yaklaşacağı konusunda bir fikir sahibi değillerdir. Bu da onların ne deneysel olasılık kavramını ne de teorik olasılık kavramını *soyutlayabildiklerini* göstermektedir. Ayrıca bu iki kavram arasındaki ilişkiyi yani deney sayısının artması halinde deneysel olasılık değerinin teorik olasılık değerine yaklaşacağı bilgisini *oluşturamamak*tadırlar.

Çalışmaya etkinliğin 3. bölümü ile devam etmişlerdir. Bu bölümde öğrencilerin bağımlı olay kavramını oluşturmaları beklenmektedir. Bu bölümde torbadan çekilen top geri konulmadan yeni bir top daha çekilmekte ve 2. çekilen topun olasılığında ne gibi değişmeler olduğu belirlenmeye çalışılmaktadır. Öğrenciler de işlemleri gerçekleştirmişlerdir.

190A: Peki bu topları çekip dışarıya almış olmamız olasılığını etkilemekte midir?
191G, Ş: Evet
192A: Nasıl etkiliyor?
193G: Pembe sayısı arttıkça, pembe işte gelmiyor. Pembe gelme olasılığı işte daha azdır.
194A: Değişiyor dimi?
195G: Evet
196A: Eğer pembe daha çok olsaydı?
197G: Elimizde pembe gelebilirdi.
198A: Ama şimdi içinde pembe kalmadı. Bu olaylar birbirini etkilemekte diyebiliyor muyuz?
199Ş: Evet
200A: Bunlara peki nasıl olaylar dersiniz?
201Ş: Şans olasılığı.

Torbadan çekilen topların geri konulmaması durumunda çekilen topların gelme olasılıklarındaki değişmeleri ve olayların birbirlerinden etkilendiklerini fark etmiş olmalarına rağmen bağımlı olaylar kavramını kısmen de olsa *oluşturamamışlar*, onun yerine şans olasılığı diye bir kavram üretmişlerdir. Etkinliğin 4. bölümüne geçilmiştir.

Dördüncü bölümde çekilen topları geri koymak koşuluyla 2. çekilen topun olasılığındaki değişmelerin fark edilmesi beklenmektedir. Verilen yönerge doğrultusunda öğrenciler işlemleri yapmışlardır.

258Ş: Azalıyordu. 1. çekiminiz ile 2. çekiminiz arasında nasıl bir ilişki vardır?
259A: Bunlar birbirini etkilemekte midir?
260Ş: Mesela torbanın içinde 10 tane top vardı, bir tanesini çektik yeşil geldi, mesela o topu biz koymasaydık, yeşil gelme olasılığı daha azalırdı, biz topu geri koyduğumuz için yeşil daha fazla.
261A: Yani bir değişiklik bir etkilenme söz konusu mudur?

262G: Eğer bunu geri koymasaydık etkilenme olurdu. Geri koyduğumuz için bence olmadı.

260Ş' de ve 262G' de olaylar arasında herhangi bir bağlılığın olmadığı fark edilmiştir. 260Ş' de öğrenci olasılık değerlerindeki değişme ya da değişmeyişi açıkça ifade etmiştir. 262G' de topun geri konulması ya da konulmaması durumunda nasıl bir değişikliğin olacağı belirtilmiştir. Fakat bütün bu açıklamalara rağmen bağımsız olay kavramını *oluşturamamışlar,* onun yerine "etkileşmeyen olasılık" kavramını üretmişlerdir. 1. etkinliğin devamı olarak verilen 2. etkinlikte de öğrenciler deneysel ve teorik olasılık ile bağımlı ve bağımsız olaylar kavramlarını *oluşturamamış*lardır. Bunlara ait görüşmeler aşağıda verilmektedir. Etkinliğin okunmasından sonra uygulamaya geçilmiştir. 1. etkinlikte yaptıkları hataları 2. etkinlikte yapmamaktadırlar. Örneğin; Ş, mavi gelme olasılığını "5 bölü 15" olarak yazmıştır. Bu da 1. etkinlikte oluşturduğu olasılık değerini hesaplama bilgisini 2. etkinlikte *kullandığı* anlamına gelmektedir. Aynı şekilde G' de bütün olasılık değerlerini doğru bir şekilde hesaplamıştır. 1. etkinlikte "çekme olasılığı" olarak belirttikleri olasılık çeşidini "farklı olasılık" olarak değiştirmişlerdir. Bu da onların etkinliklerde oluşturdukları yapıları daha sonra *kullandık*larının ve yeni yapılar oluşturmaya meyilli olduklarının göstergesidir. Araştırmacı deneysel olasılık ile teorik olasılık kavramları arasındaki ilişkiyi fark edip etmediklerini görmek için bazı açıklamalarda bulunmuş ve bunun sonuncunda öğrenciler deneysel olasılığın teorik olasılığa yaklaştığını fark etmişlerdir.

330A: … Burada 25 kere değil de 50 kere yapsak çekme işlemini değişen ne olurdu?
331G: Renklerin sayıları
332Ş: Hı, hı
333A: Sayıları farklı olurdu. Yeni bir olasılık elde ederdik. Sizce bu elde ettiğimiz olasılık hangi değere doğru giderdi? Neredeki değere doğru yaklaşırdı?

Düşünürler fakat herhangi bir şey söylemezler.

334G: Değer derken?
335A: Yani bir sonuç buluyoruz, 8 bölü 15 gibi. Hangi değere doğru gitmesini beklerdiniz?

336G: Burada şöyle yaptığımızda 6 bölü 25 çıkmıştı, eğer 50 kere çekseydik eee yine 50 kere çekseydik 50 yazardık ama mavi gelme olasılığı daha fazla olduğu için gelme olasılığı değişirdi.
338G: Şurada yaptığımız olaya doğru (2. bölümde yaptıklarını gösterir).
342Ş: 2. de yaptıklarımızı (2.bölümde yaptıklarını çalışma kağıdı üzerinde gösterir).

Öğrenciler tanınan bilgilerini kullanarak yeni yapılar oluşturmaktadırlar. Bu da 336G’ de ve 342Ş’ de görülmektedir.

Üçüncü bölüm ve 4. bölümde istenilenler yapılmıştır. Öğrenciler şimdiye kadar *tanıdıkları* ve *oluşturdukları* yapıları bu bölümde *kullanmışlardır*.

386G: 1. çekimle 2. çekim arasında nasıl bir ilişki vardır?
388G: 1 de 15 kalem vardı ve sayısı normaldi. 2. çekimde 13 kalem vardı, 14 kalem vardı ve sayısı azaldığı için renklerin gelme olasılığı da azalıyor. Bu yüzden etkilenmiş oluyor.
389A: Güzel. Bu olayın ismini değiştirmek istiyor musunuz?
390G: Değişiklik olasılığı.
391Ş: Değişik olasılık.

İkinci etkinlikte de olayların birbirlerinden etkilendiklerini fark etmişlerdir fakat yine bağımlı olaylar kavramını *soyutlayamamış*lardır. Bunun yerine “değişiklik olasılığı”, “değişik olasılık” kavramlarını üretmişlerdir. Buradan öğrencilerin hem deneysel olasılık hem teorik olasılık hem de bağımlı olaylar kavramlarını kısmen de olsa *soyutlayamadıkları* görülmektedir. Etkinliğin devamında bağımsız olaylar kavramını oluşturmaları beklenmektedir.

420G, Ş: Etkileniyor.
421A: Geri koyarsak etkileniyor mu?
422Ş: Etkilenmiyor.
423A: Peki bu olaylara ne dersiniz?
424G: Tam olasılık.

Bağımsızlık durumunu fark etmelerine rağmen “bağımsız olaylar” kavramını oluşturamayan öğrencilerden G, “tam olasılık” kavramını üretirken Ş, “değişken olasılık” kavramını üretmiştir. Buradan öğrencilerin bu kavramları *oluşturamadıkları* yani *soyutlayamadıkları* bilgisine ulaşılmaktadır.

Matematik başarısı düşük olan öğrencilerden Cansu ve Melih olasılık konusuna ait temel kavramlardan deneysel olasılık kavramına karşılık “deneme olasılığı”, “gerçekleşen deney olasılığı” kavramlarını üretirlerken Şevval ve Gizem “gelme olasılığı” kavramını üretmişlerdir. Buradan C ve M’ nin deneysel olasılık kavramını kısmen de olsa *soyutlayabildikleri* söylenebilirken, Ş ve G’ nin bu kavramı *oluşturamadıkları* söylenebilir. Bağımlı olaylar ve bağımsız olaylar kavramlarına karşılık C ve M, “birbirini götüren olasılık”, “etkileyen olasılık”, “etkilenmeyen olasılık” kavramlarını üretmişlerdir. Ş ve G ise “tam olasılık”, “değişik olasılık” gibi kavramlar üretmişlerdir. Dört öğrencinin de olayların birbirlerine göre bağımlılık ya da bağımsızlık durumlarını fark etmiş olmalarına rağmen C ve M’ nin bu kavramları kısmen *soyutlayabildikleri* söylenebilirken Ş ve G bu kavramları *soyutlayamamışlar*dır.

Dört öğrencinin de çalışmaya istekli oldukları gözlemlenmesine rağmen Ş ve G çalışma esnasında hata yapmaktan çekinmiş ve düşündüklerini ifade etmekten kaçınmışlardır.

3.2. İkinci Alt Probleme Ait Bulgular Ve Yorumlar

İkinci alt problem *“Yapılandırmacı kurama uygun öğretim yaklaşımı uygulandığında matematik başarısı yüksek öğrencilerde olasılık konusu ile ilgili temel kavram ve kuralları bilgisinin oluşumu nasıldır?”* olarak belirlenmiştir. Matematik başarısı yüksek öğrencilerin olasılık konusu kavramlarından “deneysel olasılık, teorik olasılık, bağımlı olaylar ve bağımsız olaylar” kavramlarını nasıl oluşturduklarını belirlemek amaçlanmaktadır. Bu alt probleme ait çalışma verileri aşağıda rapor edilmiştir.

Etkinliğin yazılı olduğu çalışma kağıdı öğrencilere verildikten sonra öğrencilerden etkinliği okumaları istenmiştir. BU’ nun etkinliği okumasından sonra etkinlikte verilen içi görünmeyen torbanın niçin o özelliklere sahip olması gerektiği sorulmuştur. B’ nin verdiği cevap;

> 4B: Çünkü şimdi eğer torbanın içi görünürse rastgele seçim olmaz yani belirli bir seçim olur. Çünkü içini görüyoruz, hangi topu seçeceğimizi görürüz.

Öğrencinin söylediği “rastgele seçim”, “belirli seçim” ifadelerinden bu kavramları *tanıdığı* ve *kullandığı* belirlenmiştir. Etkinlikte verilenlere göre 25 kere çekim işlemini gerçekleştirmişler ve elde ettikleri verileri not etmişlerdir.

31A: Şimdi ne demek istiyor size? Bu tablo bize neyi açıklar?
32B: Olasılığı değil mi?
33A: Olasılık tamam ama 25 kere çekim yaptık?
34BU: Beyaz toplardan daha fazla vardı daha fazla beyaz çekim yaptık
35B: Yeşil toplardan daha az vardı, neden aaa evet, öyle oldu!

Yukarıdaki konuşmalardan da görüldüğü gibi hem B hem de BU olasılık kavramını *tanıma*kta ve *kullanma*ktadırlar. 34BU’ da ki ifadeye göre torbanın içinde hangi renk toptan fazla ise çekimler sonucunda ondan daha fazla gelmesini beklediklerі görülmüştür. 35B’ de de aynı şekilde *tanınan* bilgiler *kullanılmakta*dır. Fakat 35B’ de öğrenci şaşırmıştır. Çünkü yeşil top sayısı daha az olmasına rağmen çekimler sonucunda daha fazla gelmiştir. Daha az sayıda olan topların daha az gelmesini beklemeleri onların daha önceden *tanımış* oldukları yapıları *kullanma*kta olduklarını göstermektedir. Elde ettikleri verilere göre olasılık değerlerini hesaplamaları istenmiş ve her iki öğrenci de olasılıkları bulmuşlardır.

44B: 25 de 13.
46B: 13 bölü 25.
47BU: 13 bölü 25.
48A: Neden 13 bölü 25?
49B: Çünkü 13 tane beyaz var.
50BU: 25 kümenin bütün elemanları. 15, 5 tane. Burada da 13 kere çekmişiz.

44B, 46B ve 47BU’ da görüldüğü gibi öğrencilerin olasılık hesaplama bilgisini daha önceden *oluşturduk*ları görülmektedir. Daha önceden oluşturdukları yapıları çalışma içinde *kullandık*ları görülmüştür. 50BU’ da öğrencinin “25, kümenin bütün elemanları” ifadesi olasılık konusuna ait “örnek uzay” kavramını *tanıdığının* ve burada *kullandığının* bir göstergesidir.

58A: Bu olayı 25 kere değil de 50 kere yapabilir miydik?
59BU, B: Evet

60A: 100 kere de yapabilirdik. Bu neyi değiştirir sizce?
61BU: Sayıları değiştirirdi.
62B: Oranları değiştirirdi.
63A: Yani , oranları değiştirir dediğiniz şey neyi değiştirir? Yani pembe gelme olasılığını değiştirir mi?
64B: Değiştirir bence.
65A: Nasıl değiştirir?
66B: Çünkü mesela 25 tane yaptık 5 tane pembe çıktı. Ama 50 tane yaptığımızda 6 tane pembe çıkarsa veya beyaz daha az çıkabilir, yani değişebilir.

62B' de öğrencinin "oranları değiştirir" ifadesi olasılığın da bir oran olduğunu *tanıdığını* göstermektedir. B, oran kavramını daha önceki öğrenmelerinde *soyutlamış* olup çalışma içinde bu yapıyı *kullanmak*tadır. Çekim sayısının artması halinde olasılık değerlerinin değişeceği bilgisini oluşturmaya başlayan öğrenciler bunu 66B' de açıklamışlardır. Çalışmaya devam edilmiş ve aşağıdaki diyaloglar elde edilmiştir.

68BU: Yaptığınız işlemler sonucu elde ettiğiniz sonuçlar ile beklediğiniz sonuçlar aynı mı?
69A: Beklediğiniz sonuçlardan kastı ne sizce?
70BU: Mesela 1 bölü 5 olacaktı burada.
71A: 1 bölü 5 olacaktı peki 1 bölü 5 ne çıktı?
72BU: 13 bölü 25 çıktı.
73A: Sizce bu farkın sebebi nedir?
74BU: Olasılığın her zaman garantili olmadığı olabilir.
75B: Ama o zaman şey yapmaz ki. 1 bölü 5 oldu ya, yani 5 ten de top çekmiş oluruz.
76BU: 5 tane toptan 1 tane.
77B: Yani burada şey. Bence şey. Nasıl desem, ben şey bekliyordum. Yeşilin daha az çıkmasını, pembenin daha fazla çıkacağını bekliyordum ama bunlar öyle olmadı.
78A: Neden bekledin peki öyle çıkmasını?
79B: Çünkü pembeler daha çok yeşiller daha az.

Torbada hangi renk top sayıca az ise o renkten topun çekilme olasılığının daha az olacağı öğrenciler tarafından oluşturulmaya başlanmıştır. Öğrenciler az sayıdaki topun çekilme olasılığının az olacağını beklemelerine rağmen sayısı az olan toptan daha fazla çekim yapmışlardır. 77B' de bunu ifade etmişlerdir. Bu da onların daha önceden oluşturmuş oldukları yapıların değişiklik gösterebileceğinin bir göstergesi olmuştur.

79B’ de beklentilerinin nedenini açıklamışlardır. Buradan da öğrencilerin var olan bilgi yapılarının değişmeye başladığı gözlemlenmiştir. Daha sonra 2. bölüme geçilmiştir.

81BU: Torbadan bir top çektiğimizde bu topun yeşil top olma olasılığı kaçtır?
83B: 7 bölü 25.
84BU: 2 bölü 25. 1 dakika kaç yeşil var? 2 yeşil var. Toplam 10 var. 1 bölü 5.

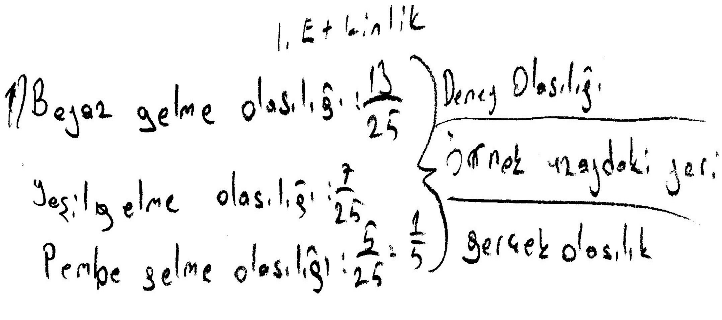
Torbanın içindeki top sayılarına göre gelme olasılıklarını hemen bulmuşlardır. Bu da öğrencilerin aslında teorik olasılık konusunu *tanıdıkları* ve *kullandıklarını* göstermektedir. 84BU bu kavramları *tanıdıklar*ının ve *kullandıklar*ının bir kanıtı olarak gösterilebilir. Ayrıca 84BU’ da öğrenci olasılık değerini hesaplarken “2 bölü 10” ifadesi yerine direkt “1 bölü 5” demiştir. Bu da onun daha önceden oluşturmuş olduğu kesirlerde sadeleştirme işlemini çalışma içinde *kullandı*ğının bir göstergesidir. Deneysel ve teorik olasılıklar arasındaki ilişkiyi fark edip etmediklerini öğrenmek için araştırmacı bazı sorular yönlendirmiştir.

96A: Mesela burada 25 kere çektik 13 tane beyaz gelmiş. 50 kere çekseydik ne kadar gelmesini beklerdiniz?
97BU: 26.
98B: Ben de öyle beklerdim.
99A: 26 beklerdin dimi? Artması gerekirdi. Yani ne kadar çok top çekersek onun sayısı da artacaktır. Peki, bu olasılık değeri hep ne olacak?
100B: Değişecek.
103A: Peki bu değişim nereye yaklaşır?
104B: 1 bölü 2 ye.
105A: Neden?
106BU: Ulaşacağı en fazla değer bu.
107A: Evet. Bunu nerden biliyoruz?
108B: Toplam top sayısından.

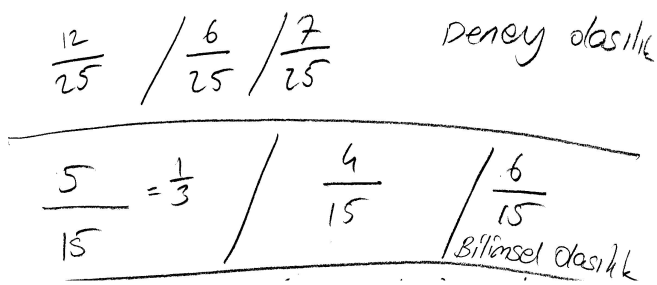
Deney sayısının yeterince yapılması durumunda deneysel olasılık değerinin teorik olasılık değerine yaklaşacağını öğrenciler *oluşturmuş*lardır. Buldukları bu olasılık değerlerine bir isim vermeleri istendiğinde B “örnek uzaydaki yeri” derken, BU “gerçek olasılık” demektedir. B’ nin “örnek uzaydaki yeri” ifadesi bu kavramı *tanıdığının* göstergesidir. Fakat bu kavramı doğru bir şekilde oluşturduğunun göstergesi değildir. Bu kavramları daha iyi oluşturabilmeleri için araştırmacı bazı açıklamalarda bulunmuş ve her iki öğrenci de deneysel olasılık kavramını *oluşturmuş*tur. Teorik olasılığa karşılık ise BU, “bilimsel olasılık” kavramını belirtmiştir. Bu da onun teorik olasılık kavramını *oluşturduğunun* bir göstergesi olarak kabul edilebilir.

118A: Siz sadece fen bilgisi dersinizde mi deney yapıyorsunuz?
119B: Yoo matematikte de yapıyoruz.
120A: Bu biraz önce yaptığınızda matematiksel bir deneydir diyebilir misiniz?
121BU, B: Evet
122A: Bu çekme işlemlerine ne diyebiliriz?
123BU: Deney.
124A: Deney diyebiliriz. O zaman bu olasılığa nasıl bir olasılık diyebilirsiniz.
125B: Deney olasılığı.
131BU: 2.deki…(düşünür). Bilimsel olasılık olabilir.

B ise teorik olasılık kavramı yerine sadece olasılık demek istediğini belirtmiştir. 125B’ de deneysel olasılık kavramını “deney olasılığı” olarak *oluşturmuş*lardır. B’ nin ve BU’ nun deneysel ve teorik olasılığa ait verileri aşağıdaki şekillerde gösterilmektedir.



Şekil 9: Berkay’ ın 1. etkinlikteki deneysel ve teorik olasılık çalışmasına ait verileri



Şekil 10: Burcu’ nun 1. etkinlikteki deneysel ve teorik olasılık çalışmasına ait verileri

Etkinliğin 3. bölümü ile çalışmaya devam edilmiştir. Yönergeye uygun işlemleri yapmışlardır.

170A: 1. çekimle 2. çekim arasında nasıl bir ilişki vardır?
171B: Birisinde, ııı, 10 tane var, top, diğerinde de 9 tane top var.
172A: 9 tane top var. Nasıl açıklayabiliriz bunu?
173BU: Örnek uzayı azaltır.
174A: Tamam. Örnek uzay dediğiniz şey ne?
175BU: Bütün elemanlar.

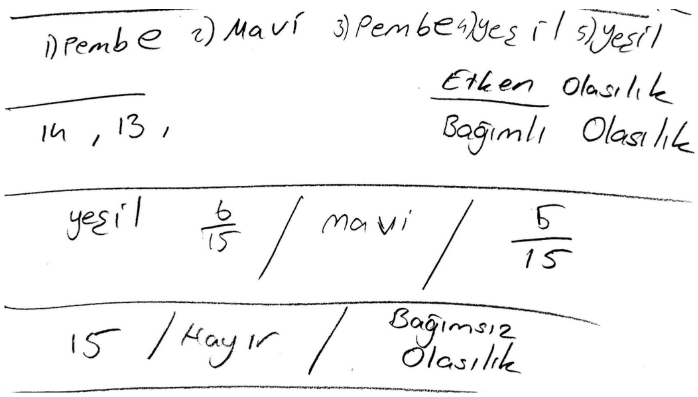
BU örnek uzay kavramını çalışmanın başında da *kullanmış*tır ve burada da torbadan çekilen topun geri konulmaması durumunda örnek uzayın eleman sayısının azalacağını söylemesi ve 175BU' da "bütün elemanlar" diyerek belirtmesi örnek uzay kavramını daha önceki öğrenmelerinde tamamen *oluşturdu*ğunun yani *soyutladığının* bir göstergesidir. Torbadan çekilen topun geri konulmaması durumunda örnek uzayın eleman sayısının azalacağı öğrenciler tarafından *tanınmak*tadır.

Etkinliğin 4. bölümüne geçilmiştir. Bu bölümdeki yönergeler de uygulandıktan sonra 3. ve 4. bölümdeki olayların nasıl olaylar olduğu sorulmuştur. Çalışmanın bağımsız olaylar kavramı ile ilgili bölümünden bir diyalog aşağıda verilmiştir.

197BU: 1. çekiminiz 2. çekiminizi etkilemekte midir?
198B: Hayır etkilemez.
199BU: Yoo
200A: Neden etkilemez?
201B: Çünkü topu alıyor çekiyor.
202BU: Önce 1. çekimi yaptık, 2. çekimle bir alakası yok.
203A: Neden yok?
204BU: Çünkü 1. çekimi daha önce yaptık, bir de topu geri attık
205A: Berkay?
206B: Zaten 1. de topu aldık, sonra geri attık, yine aynı sayıda top oldu.

202BU, 204BU ve 206B' de öğrenciler bu olayların birbirleri ile bağımlı olmadıklarını *oluşturmuş* bulunmaktadırlar. Öğrencinin 206B' de "…yine aynı sayıda top" demesi torbadaki top sayısının değişmediğini ve bunun da çekilecek topun çekilme olasılığını değiştirmediğini fark ettiğinin bir göstergesidir. Buradan olayların birbirlerinden etkilenmediklerini fark etmiş oldukları çıkarılabilir.

Üçüncü bölümdeki olaylara B, “değişken olasılık” derken BU, “etken olasılık”, “bağımlı olasılık” demiştir. 4. bölümdeki olaylara ise B, “sabit olasılık” derken, BU “bağımsız olasılık” demiştir. Bağımlı ve bağımsız olayları fark etmişler ve BU, bu kavramları kısmen de olsa *oluşturmuş*tur. Çünkü olayları değil olasılık değerlerini adlandırmıştır. Aşağıda BU’ nun çalışmanın bu bölümüne ait verileri gösterilmektedir.



Şekil 11: Burcu’ nun 1. etkinlikteki bağımlı ve bağımsız olaylar çalışmasına ait verileri

İkinci etkinliğe geçilmiştir. Öğrencilerin etkinliği okumaya başlaması ile etkinlik uygulanmaya başlamıştır. Etkinlikteki yönergelere göre öğrenciler torbadan 25 defa kalem çekmişlerdir. Her defasında kalemleri torbaya geri koymuşlardır. Bu etkinlikte verilerini kaydedebilecekleri bir tablo verilmemiş ve kendilerinin bir tablo oluşturmaları istenmiştir. Buna uygun olarak birer tablo hazırlamışlardır. Elde ettikleri verilere göre aşağıdaki konuşmaları gerçekleştirmişlerdir.

306A: Yeşil gelme olasılığı nedir?
307BU: 12 tane yeşil çıktı.
308B: 12 bölü 25.

Yirmi beş kere çekim yaptıktan sonra elde ettikleri verilerin olasılıklarını hesaplamışlardır. Önceki öğrenmelerinde *oluşturmuş* oldukları yapıları 1. etkinlikte *kullanan* öğrenciler yine elde ettikleri verilere göre bu yapıları (olasılık değerlerini hesaplama bilgisi, oran, orantı bilgisi, örnek uzay kavramı gibi…) *kullanmış*lardır. Bu da onların daha önceden *soyutlamış* oldukları yapıları *tanıyor* ve *kullanıyor* olduklarını göstermektedir.

322B: 5 bölü 15.
323BU: 1 bölü 3. Pembe kalem ve yeşil kalem. Pembe 4 tane var, yeşil de 6 tane.
324B: 4 bölü 15, 6 bölü 15.
325A: Güzel, peki çekimlerinize göre yaptığınız olasılığa ne olasılığı demiştiniz?
326BU: Deney olasılığı.
328B: Ben olasılık demiştim.
330BU: Ben bilimsel olasılık demiştim.
331B: Ben olasılığı değiştirmek istemiyorum.

323BU' da görüldüğü gibi öğrenci yine *oluşturmuş/soyutlamış* olduğu kesirlerde sadeleştirme işlemi bilgisini *kullanmış* ve direkt sonucu sadeleştirerek söylemiştir. Öğrencilerin hem 1. etkinlikte oluşturdukları yapıları hem de daha önceden oluşturmuş oldukları bilgi yapılarını 2. etkinlikte *kullandık*ları görülmektedir. 1. etkinlikte deneysel olasılığa karşılık oluşturdukları "deney olasılığı" kavramını hala savunmaktadırlar. Bu da onların bu kavramı tamamen *oluşturduk*larının yani *soyutladık*larının bir kanıtıdır. Teorik olasılığa uygun olarak oluşturdukları "bilimsel olasılık" ve "olasılık" kavramlarını da devam ettirmektedirler. BU' nun "bilimsel olasılık" kavramını bulması teorik olasılık kavramını *oluşturduğunun* kanıtı olabilir.

Birinci etkinlikte öğrenciler deneysel olasılık değerinin teorik olasılık değerine yaklaştığı bilgisini kısmen oluşturmuşlardır. Araştırmacı bu etkinlikte de bu bilgiyi koruyup koruyamadıklarını anlamak için sorular yöneltmiştir.

333BU: 1 ve 2 de yapılan işlemler sonucu elde edilen veriler arasında bir ilişki var mıdır? Eğer varsa bu ilişkiyi nasıl açıklarsınız?
334A: Var mıdır bir ilişki?
335B: Bence yok.
336BU: Her ikisi de olasılık. Başka bir şey bulamadım.
337A: Ben size 25 kere değil de 50 kere çektirseydim
338B: Buna yaklaşırdı (Deneysel olasılığın teorik olasılığa yaklaştığını ifade ediyor ve eliyle de kağıdına yazmış olduğu teorik olasılık verilerini işaret ediyor).
339A: Yani demek ki bu olasılık aslında nereye doğru gidiyor?
340B: Bilimsel olasılığa.
341A: Bilimsel olasılığa. Deney olasılığını bilimsel olasılığa aslında yaklaştıran şey ne?
342B: Fazla olması.

343BU: Deney sayısı.
344B: Deneyin fazla olması.

338B' de öğrenci deneysel olasılık değerinin teorik olasılık değerine yaklaşacağını belirtmiştir. 340B' de ise "bilimsel olasılığa" diyerek bu kavramı tamamen *oluşturmuş*lardır. 343BU ve 344B' de deney sayısının fazla olmasının iki olasılığı birbirine yaklaştırdığını belirtmişlerdir. Böylece deneysel olasılıkta deney sayısının yeterince fazla olması durumunda teorik olasılık değerine denk olacağı bilgisi öğrenciler tarafından *oluşturulmuş*tur. BU, bunu net bir şekilde ifade etmiştir.

352BU: Benim bilimsel olasılık dediğim onun ulaşabileceği maksimum değer. Onun aşağısında olabilir ama bunun üzerine çıkamaz.

352BU' da öğrenci deney sayısını ne kadar arttırırlarsa arttırsınlar teorik olasılık değerini geçemeyeceği bilgisini tamamen *oluşturduğunu* göstermiştir.

Etkinliğin 3.bölümüne geçmişlerdir. Birinci etkinlikte bağımlı olaylar kavramını oluşturmuş olan öğrencilerin bu etkinlikte de bu kavramı devam ettirip ettiremeyecekleri belirlenmeye çalışılmıştır. Etkinlikte verilen yönergelere göre torbadan kalemleri geri koymamak koşuluyla çekmişler ve elde ettikleri verileri not etmişlerdir. Torbadan en fazla 15 kalem çekebileceklerini fark etmişlerdir.

373BU: Deney sayısını. 1. çekim ile 2. çekim arasında nasıl bir ilişki vardır? Az önce dediğim gibi.
376A: Neden etkileniyor?
377B: Çünkü kalemler azalıyor.
378A: Kalemlerin azalması bize neyi veriyor?
379B: Olasılık.
380BU: Çıkan renkten gelme olasılığı azalıyor.
385A: Peki şimdi torbadan bir tane pembe çektik ve kenara koyduk, torbadan pembe çekilme olasılığı kaçtır?
386BU: 3 bölü 14.
387A: Demek ki ne oluyor?
388B: Azalıyor. Ama diğerleri de arttı.
389A: Neden arttı peki?
390BU: Pembe sayısı azaldı diğerleri de arttı.
391A: Diğerlerinin artma sebebi ne?
392B: Çünkü kalem sayısı aynı kalıyor, mesela bu neydi yeşil miydi?

393A: Evet
394B: Yeşiller 6 tane ya, 1 tane eksilince 14 kalıyor. 6 bölü 14, 6 bölü 15 ten daha büyük olduğu için.

388B' de çekilen ve dışarı konulan renkten gelme olasılığının azaldığını fakat torba içinde kalan topların çekilme olasılıklarının arttığını söylemişlerdir. 1. olay ile 2. olayın birbirinden etkilendiklerini fark etmişlerdir. 1. etkinlikte olduğu gibi bu olayların birbiriyle ilişkili olduğu bilgisini *kullanma*ktadırlar. 394B' de "6 bölü 14, 6 bölü 15 ten daha büyük olduğu için" ifadesi öğrencinin rasyonel sayılar arasında sıralama bilgisini daha önceden *soyutlamış* olduğunun bir göstergesidir ve bu bilgiyi burada da *kullanmak*tadır.

Daha sonra dördüncü bölümdeki yönergeleri gerçekleştirmişler ve olayların birbirinden bağımsız oldukları bilgisini *oluşturmuş*lardır.

421BU: 1. çekiminiz 2. çekiminizi etkiledi mi?
422BU, B: Hayır
423BU: 1. çekiminiz ile 2. çekiminiz arasında nasıl bir ilişki vardır?
424B: 2 sinde de 15 tane top var
425A: Yani bir ilişki var mıdır? Etkiliyor mu birbirini bunlar?
426BU: Etkilemiyor.

Birinci etkinlikte bağımlı ve bağımsız olaylar kavramlarını oluşturmuşlardır, fakat burada kavramları oluşturmak için ön bilgilerini kullanmalarına rağmen bazı sıkıntılar yaşamışlardır. Ama sonra yine bu kavramları oluşturabilmişlerdir. Bu da öğrencilerin bu bilgi yapılarını tamamen oluşturamadıklarının, bilgilerin kırılgan bir yapıya sahip olduklarının göstergesi olarak kabul edilebilir.

437A: 3 teki birbirini etkileyen olaylara nasıl olaylar demiştiniz? Şimdi tekrar bir daha düşünün.
438BU: Etkileyen.
439A: Bunlar birbirine bağlı mı değil mi?
440BU: Etkileyen olasılık olabilir.
441A: Tamam yazın. Berkay sen ne düşündün?
444B: Ya şimdi burada birbirlerini etkilemiyorlar.
445A: Nasıl olaylar diyebilirsin?
446B: Etkileyen olasılık.
447A: Peki 4 teki birbirini etkilemiyor dediniz.

448BU: Bağımsız olay.
449A: … diğerine de başka bir şey düşünebilirsiniz değil mi?
450BU: Bağımlı olaylar.

438BU ve 446B etkileyen olasılık olarak belirledikleri kavramları 448BU ve 450BU' da bağımsız ve bağımlı olaylar olarak yeniden *oluşturmuş*lardır. Öğrencilerin etkinlikler sonucunda neleri fark ettikleri hangi bilgi yapılarını oluşturdukları merak edilmiş ve öğrenciler ile araştırmacı arasında aşağıdaki konuşmalar geçmiştir.

451A: Yaptığımız etkinliklerde neler fark ettiniz?
452BU: Ben daha değişik olasılık türleri olduğunu fark ettim.
454B: Ben şeyi, şu deney olasılığı deney daha fazla olunca deney sayısı artınca, bilimsel olasılığı yaklaşıyor.
455A: Çok güzel. Başka söylemek istediğiniz bir şey var mı?
456BU: Her zaman bu bilimsel olasılık çıkmıyormuş, değişiyormuş.
458BU: Başka, olasılıklar birbirlerini etkileyebiliyormuş.
459A: Evet ama etkilemeyen durumlar da söz konusuymuş. Nasıl etkilendiğini anladık mı?
460BU, B: Hı, hı
461A: Onu açıklayabilir misiniz?
462BU: Toplam top sayısı azalıyor, mesela yeşil çektik, yeşil gelme olasılığı da azalıyor, diğerlerinin artıyor yeşil olmadığı için. Birbirlerini etkiliyorlar.

452BU, 454B, 456BU, 458BU ve 462BU öğrencilerin *oluşturmuş* oldukları bilgi yapılarının tamamen oluşmuş olduğunun bir kanıtıdır.

Çalışmalara matematik başarısı yüksek olan diğer iki öğrenciyle devam edilmiştir. Aynı etkinlikler ile çalışılmıştır. Bu çalışmaya ait veriler aşağıda verilmiştir.

Etkinliğin yazılı olduğu kağıdın öğrencilere verilmesi ve öğrencilerin etkinliği okumaya başlaması ile uygulamaya başlanmıştır. Torbanın içinin görünmemesinin sebebi sorulmuş ve CB "görünürse ne çektiğimiz belli olur, adil olmaz" diyerek torbanın içinin görünmemesinin sebebini açıklamıştır. Öğrencilerle yapılan görüşmeden "imkansız olay" ve "kesin olay" kavramlarını *tanıdıkları* görülmüştür. Etkinlikteki yönergelere uygun olarak çalışmaya başlanılmış, 25 kere çekim işlemi gerçekleştirilmiş ve elde edilen veriler not edilmiştir.

42CB: 14, 6, burada da 5 tane var.

43A: Güzel. Beyaz gelme olasılığı nedir?
44CB: 14 bölü 25.

NOT: Diğer renklerinde çekilme olasılıklarını bulmuşlar ve not etmişlerdir. BU ve B gibi CB ve S' de direkt sadeleştirme işlemi yapmıştır. Bu da onların rasyonel sayılarda sadeleştirme işlemi bilgisini daha önceki öğrenmelerinde *soyutlamış* olduklarının bir göstergesidir.

50A: Deney sayısını 25 kere değil de 50 kere yapsaydık bulduğumuz sonuçlar değişir miydi?
51CB, S: Evet
52A: Niçin değişirdi?
53CB: Çünkü farklı sayıda çekim yaparız, o yüzden de yani gelme olasılığı değişiyor. O yüzden de değişiyor.

Çekim sayısına göre elde ettikleri verilerin olasılıklarını doğru bir şekilde bulmuşlardır. Bu da onların olasılığı hesaplama bilgisini *tanıdıklarını* ve *kullandıklarını* göstermektedir. 50A da araştırmacı deneysel ve teorik olasılıklar arasındaki ilişkiyi fark etmelerini sağlamaya çalışmıştır. Öğrenciler çekim sayısına yani deney sayısına göre sonuçların değişeceğini söylemişler fakat aradaki ilişkiyi fark edememişlerdir.

55S: Yaptığınız işlemler sonucu elde ettiğiniz verilere göre elde ettiğiniz sonuçlar ile beklediğiniz sonuçlar aynı mıdır?
56A: Beklediğiniz sonuçlar nelerdir?
57CB: Beklediğimiz sonuçlar…
59S: Şey mesela beyaz gelme olasılığı 1 bölü 2 normalde 5 bölü 10 ama 14 bölü 25 geldi, değişti yani, aynısı değil…
60CB: Değişik rakamlara göre oldu.
61A: Peki topların renklerinin yani 3 renkte top var ve sayıları da farklı. Sizce hangi renkten topun daha fazla gelmesi gerekirdi?
62CB, S: Beyaz
63A: Neden?
64S: Çünkü torbada en çok ondan var.

Torbanın içinde hangi renkten top sayısı fazla ise onun çekilmesi ihtimalinin daha çok olacağı bilgisini öğrenciler *tanımaktadırlar*. 61A' da sorulan soruya 62CB, S' de cevap verilmiş ve 64S' de açıklanmıştır.

69A: Peki bu olasılığa ne olasılığı diyebiliriz?
70CB: Değişken olasılık.

Deneysel olasılık bilgisini “değişken olasılık” olarak adlandırmışlardır. Buradan deneysel olasılık kavramını öğrencilerin *oluşturamadık*ları onun yerine değişken olasılık kavramını ürettikleri görülmektedir.

Etkinliğin 2. bölüme ile çalışmaya devam edilmiştir.

73CB: Torbadan bir top çekildiğinde bu topun yeşil olma olasılığı kaçtır?
75S, CB: 1 bölü 5.
77CB: Pembe gelme olasılığı kaçtır?
79CB: 3 bölü 10. Beyaz top gelme olasılığı kaçtır? 5 bölü 10, o da 1 bölü 2.

75S, CB ve 79CB de görüldüğü gibi öğrencilerin olasılık değerlerini bulabilmeleri onların olasılık hesaplama bilgisini *tanıdıklarının* göstergesi olarak kabul edilebilir ve bu bilgiyi burada *kullanarak* işlemleri gerçekleştirmişlerdir. Yine “5 bölü 10” ifadesini direk sadeleştirmişler ve “1 bölü 2” diye belirtmişlerdir. Bu da daha önceden oluşturulan sadeleştirme işlem bilgisinin *kullanıldığının* bir göstergesidir.

80A: Güzel. Burada 2. bölümde hiçbir işlem yapmadan olasılıkları buldunuz. Sizce bu nasıl olasılıktır? Ne olasılığıdır?
81CB: Bu da sabit bir sabit olasılık olabilir.

Teorik olasılık kavramını *oluşturamama*larına rağmen bu olasılık için “sabit olasılık” kavramını ortaya koymuşlardır. Buradaki verilere göre teorik olasılık değerinin değişmeyeceği göz önüne alınırsa öğrencilerin teorik olasılık kavramını “sabit olasılık” olarak adlandırmış olmaları onların bu bilgiyi kısmen de olsa oluşturduklarının göstergesi olarak kabul edilebilir.

Etkinliğin 3. bölümüne geçmişler ve yapılması gereken işlemleri gerçekleştirmişlerdir. Burada topu çekip torbanın dışına koymaları sırasında 1. olayın 2. olayı etkilemesine rağmen ard arda 2 beyaz topun çekilmesi olasılık değerinin yine “1 bölü 2” olmasına neden olmuştur. Bu da öğrencilerin olaylar arasındaki bağımlılığı fark etmelerine engel olmuştur. Araştırmacı bunu fark etmelerini sağlamak için bazı örnekler vermiştir. Öğrenciler de bu durumu hemen fark etmişlerdir.

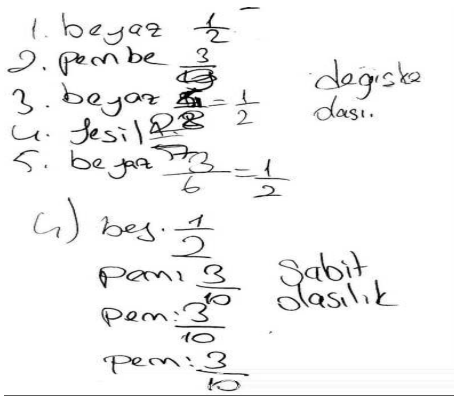
143A: Bu olaylar birbirlerinden etkileniyorlar mı?
144S: Evet
145A: Peki bu olaylara ne olayı diyebiliriz?
146S: Etkileyen.
147CB: Değişken olasılık.

Bağımlı olaylar kavramını S, "etkileyen" ve CB de "değişken olasılık" olarak adlandırmışlardır. Buradan olayların birbirleri ile bağımlı oldukları bilgisini *tanımaya* başladıkları fakat kavram olarak *oluşturamadık*ları çıkarılabilir.

Dördüncü bölüme geçilmiş ve yönergeye uygun olarak işlemler öğrenciler tarafından gerçekleştirilmiştir. Bu bölümde öğrencilerin bağımsız olaylar kavramını oluşturmaları beklenmektedir.

179CB: 1. çekiniz ile 2. çekiminiz arasında nasıl bir ilişki vardır?
181CB: Bir şey yok.
192A: Bu olaylar nasıl olaylardır?
193CB: Torbada koyduğumuzdan sabit bir olasılık. Dışarı koyduğumuzda da değişken olasılık.
194A: Tamam bunun ismine ne diyeceksiniz o zaman?
195CB: Buna sabit olasılık.

Bağımsız olayların birbirinden etkilenmediğini fark eden öğrenciler, 1. olay ile 2. olay arasında herhangi bir ilişkinin olmadığını belirtmişlerdir. Fakat bağımsız olay kavramını *oluşturamamış*lar, onun yerine "sabit olasılık" kavramını söylemişlerdir. Çalışmanın başlarında da bu kavramı kullanmış olan öğrenciler iki kavram arasındaki farkı anlayamamış görünmektedirler. Aşağıda çalışmanın bu bölümüne ait veriler gösterilmektedir.



Şekil 12: Seyyide’nin 1. etkinlikteki bağımlı ve bağımsız olaylar çalışmasına ait verileri

İkinci etkinliğin yazılı olduğu kağıdın öğrencilere verilmesi ile uygulamaya başlanmıştır. Öğrencilerden S etkiliği okumuş ve CB ile diğer etkinlikten farkları nelerdir onu konuşmuşlardır. Bir önceki etkinlikte pin pon topları var iken şimdi kalemler vardır ve sayıları da farklıdır. Bunları fark ettikten sonra etkinliği uygulamaya başlamışlar ve 25 kere çekim yapmak suretiyle verileri elde etmişlerdir. Elde ettikleri verileri çalışma kağıtlarına not ettikten sonra etkinlik yönergesindeki işlemleri yapmaya başlamışlardır.

220S: Yeşil 6 bölü 15, pembe…
221CB: 4 bölü 15.
222S: Mavi de 1 bölü 3.

Öğrencilerin yukarıdaki ifadeleri çekim sayısına göre değildir. Beklediklerі sonuçların bu sonuçlar olduğunu belirtmişlerdir. Fakat elde ettikleri veriler bu sonuçlardan farklıdır. Bu şekilde bekleme sebeplerini torbanın içinde hangi renkten kalem çok ise o rengin daha fazla gelmesi gerekir şeklinde ifade etmişlerdir. Bu da onların olasılık hesabına dayalı tahminlerde bulunabildiklerinin bir göstergesi olarak kabul edilir ve olasılık hesaplama bilgisini *tanıdıkları* ve *kullandıkları* anlamına gelir. 25 kere çekim yapmışlar, yapılan işlemler sonucu elde ettikleri verilere göre olasılıkları hesaplamışlar ve çalışma kağıtlarına not etmişlerdir. Birinci etkinlikte de deneysel olasılığa karşılık olarak değişken olasılık kavramını kullanmışlardır. Bu etkinlikte ismini değiştirmek istiyor musunuz sorusuna hayır diyerek cevap vermişlerdir. Bu da onların ilk etkinlikte belirlemiş oldukları yapıları devam ettirdiklerini göstermektedir. Etkinliğin 2. bölümüne geçmişler ve yönergede istenilenleri cevaplamışlardır.

232CB: Pembe gelme olasılığı nedir? O da 4 bölü 15,
233A: Güzel. Yeşil gelme olasılığı nedir?
234CB: Yeşil, 6 bölü 15, 2 bölü 3,
235S: 6 bölü 15,
236CB: Pardon 2 bölü 5.

Birinci etkinlikte teorik olasılık için sabit olasılık kavramını kullanan öğrenciler bu etkinlikte "C olasılığı" kavramını kullanmışlardır. Bu da onların bu kavramları *oluşturamadık*larının bir göstergesidir. Birinci etkinlikte sabit olasılık kavramını oluşturmalarına rağmen bu etkinlikte bu kavramı kullanmamaları öğrencilerin bu kavramı *oluşturamadık*larının bir göstergesi olabilir.

Üçüncü bölüme geçtiklerinde ise etkinlikteki yönergeye uygun olarak işlemleri yapmışlar, sonuçları doğru olarak bulmuşlar fakat yine bu olaylara ilişkin kavramı *oluşturamamışlar* ve "D olasılığı" demişlerdir.

284S: Mesela yeşillerde azaldı. O yüzden diyebiliriz.
285A: Güzel. Bu olaylara ne diyebiliriz?
286CB: Buna D olasılığı diyebiliriz.

Olayların birbirlerini etkilediklerinin de farkında olmalarına rağmen 1. etkinlikteki gibi bu olaylara uygun kavramı *oluşturamamış*lardır. Araştırmacının yaptığı açıklamalara rağmen öğrenciler bu şekilde adlandırmalar yapacaklarını belirtmişlerdir.

293A: Giderek torbadaki kalem sayısı ne oluyor?
294CB, S: Azalıyor.
295A: Bu azalış bir şeyleri etkiliyor mu?
296S: Evet.
297A: Neleri etkiliyor?
298S: Gelme olasılıklarını.

Yukarıdaki diyaloglardan da anlaşıldığı gibi olayların birbirinden etkilendiklerini fark etmişler fakat kavramları net olarak *oluşturamamış*lardır.

Dördüncü bölüme baktıklarında ise gerekli işlemleri yapmışlar ve aralarında aşağıdaki konuşmalar geçmiştir. Bu bölümde öğrencilerin bağımsız olaylar kavramını oluşturmaları beklenmektedir.

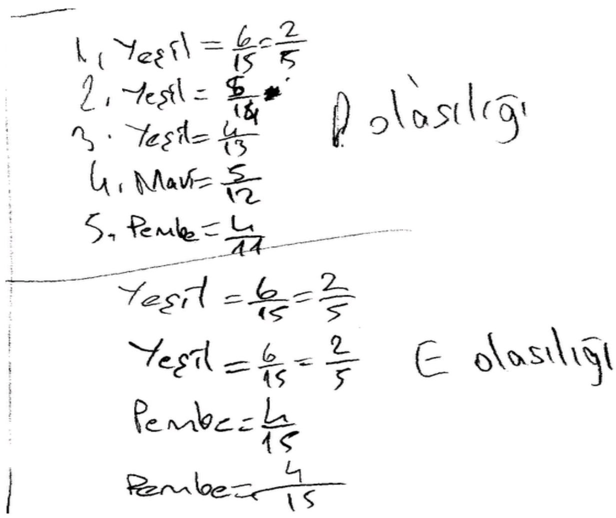
327CB: Bu durumda her çekilişte torbada aç kalem vardı? 15.
329A: Bir değişiklik söz konusu oldu mu?
330S: Hayır.
331CB: 1. çekiminiz 2. çekiminizi etkilemekte midir?
332CB, S: Hayır.
333A: Niçin etkilemiyor?
334CB, S: Çünkü kalemi geri koyuyoruz.
336CB: 1. çekiminiz ile 2. çekiminiz arasında nasıl bir ilişki vardır? Yok gibi.
337A: Tamam yoksa yok diyebilirsiniz.
338S, CB: Yok.

Öğrenciler etkinliklerdeki olayları fark etmişlerdir fakat ifade etmekte çekimser kalmışlardır. Bunun üzerine çalışmanın amacı öğrencilere tekrar açıklanmış ve rahatlamaları sağlanmıştır. Birinci etkinlikte bağımlı ve bağımsız olaylar kavramları için birer isim bulmalarına rağmen bu etkinlikte "E olasılığı" ve "F olasılığı" demeyi tercih etmişlerdir.

339A: 3. bölümde yeşil gelme olasılığında değişiklikler oldu mu?
340CB: Evet.
341A: Peki 4. bölümde bir değişiklik söz konusu oldu mu?
342S: Hayır.
343A: Demek ki bu olaylar birbirinden …
344CB, S: Farklı.
345A: Farklı. Neden farklı? Bu fark nasıl ortaya çıktı?
346CB: Birisinde kalemi geri koymuyoruz, diğerinde ise koyuyoruz.
347A: 4. bölümdeki olaylar arasında bir etkilenme söz konusu mudur?
348CB: Hayır.
349A: Sonuçlar değişiyor mu?
350S, CB: Hayır.
351A: Peki bu olaylara nasıl olaylar diyebiliriz?
352CB: Buna E olasılığı diyebiliriz
353A: Seyyide?
354S: Ben de F diyim.

Çalışma esnasında akran dayanışmasına önem verilmiş ve bu yüzden de ikili olarak çalışmalar gerçekleştirilmiştir. Fakat burada Seyyide’ nin arkadaşından fazlaca etkilendiği gözlemlenmiştir. Söylemek istediklerini söylememiş çekimser kalmıştır. Bu durum daha sonra matematik öğretmeni ile görüşülmüş ve çekimser kaldığı hususlar giderilmeye çalışılmıştır.

Öğrenciler olasılığın temel kavramlarına ait bilgileri fark etmelerine rağmen oluşturmaları gereken kavramları *oluşturamamış*lardır. Aşağıda CB’ nin bağımlı ve bağımsız olaylara ait verileri gösterilmektedir.



Şekil 13: Canberk’ in 2. etkinlikteki bağımlı ve bağımsız olaylar çalışmasına ait verileri

Üçüncü ve dördüncü etkinlikler öğrencilerin daha önceden tanımış, kullanmış ve oluşturmuş oldukları bilgi yapılarını devam ettirmek amacıyla hazırlanmış ve uygulanmıştır. Öğrencilerin oluşturdukları bilgi yapılarını pekiştirme etkinliklerinde ne derece ve nasıl kullandıkları aşağıda rapor edilmiştir.

3.3. Üçüncü Alt Probleme Ait Bulgular Ve Yorumlar

Araştırmanın üçüncü alt problemi “*Yapılandırmacı öğretim sonrası ilgili kurama uygun pekiştirme etkinliği uygulandığında matematik başarısı düşük öğrencilerde olasılık konusu ile ilgili temel kavram ve kuralları bilgisinin pekişmesi nasıldır?*” şeklinde belirlenmiştir. Bu alt problemle ilgili öğretim ile matematik başarısı düşük öğrencilerin pekiştirme etkinliklerinde olasılık konusu ile ilgili daha önceden oluşturulmuş olan kavram ve kuralları bilgisini nasıl soyutlayabildikleri ve devam ettirebildiklerinin açıklanması amaçlanmıştır. Bu alt problemle ilgili çalışmanın diyalogları aşağıda verilmiştir.

Öğrencilere iki hafta önce yapmış oldukları etkinlikleri hatırlayıp hatırlamadıkları sorulmuştur. Öğrenciler yapmış oldukları etkinlikleri hatırladıklarını belirtmişlerdir. Üçüncü etkinliğe M' nin etkinliği okumaya başlaması ile geçilmiştir. Etkinlikte verilen bilgilere göre iki öğrenci arasında oyun oynanmakta ve oyunu kazanmak istemektedirler. C' nin ve M' nin de oyunu oynayıp oynamak istemedikleri sorulmuş ve evet yanıtından sonra kaç çekim yaparsanız oyunu kazanabilirsiniz sorusu yöneltilmiştir. C, 20 kere çekim yaparlarsa oyunu kazananı belirleyebileceklerini ifade etmiş ve bunun üzerine 20 kere çekim yapmak koşuluyla oyuna başlamışlardır.

405A: Bulduğunuz sonuçlara göre gelen sayıların çekilme olasılıklarını hesaplayınız diyor. Nasıl bulursunuz?
406C: Hepsinin 13'de 1. Her sayının.
407M: 13'te 1 yani hepsinin mesela 1 sayısının 13'te 1dir olasılığı.
408A: Peki siz burada sonuçlar elde ettiniz mesela 5' ten kaç tane geldi 20 çekimde?
409M, C: 1 tane.
410A: 1 tane. Peki, 7'den kaç tane geldi?
411M, C: 2 tane.
412A: 2 tane. O zaman 7 gelme olasılığı nedir?
413M: 13'te 1'dir her halde.
414C: 13'te 1'dir ama taşları geri attığımız için bu olasılık yükselebilir.
416C: 30 çekim yaparız 24' te 7 olabilir.
417A: Peki. 20 çekim yapmamızın farkı ne?
418M: Daha az fazla sayıda çıkması….
419A: Burada mesela 9 geldi. 9 gelme olasılığı nedir desem ben size? Direk tabloya göre, bulduğumuz bu tabloya göre?
420M: 20'de 1'dir her halde.
421C: 2
422M: 20'de aslında 13'te ama
423C: 13'te 1 ama bu tabloya göre hesapladığımız da 20'de 2 oluyor.
424A: Neden 20'de 2?
425C: 20 çekim yaptık 2'sinde 7 geldi.

Yukarı konuşmalardan da görüldüğü gibi her iki öğrenci de daha önceden yapmış oldukları etkinlikleri hatırlamakta ve ilk önce elde ettikleri verilere göre değil de torbanın içindeki sayılara göre olasılıkları hesaplamaktadırlar. 419A' da araştırmacının elde ettikleri tabloya göre olasılıkları nasıl bulabileceklerini sormasının üzerine öğrencilerin fikirlerinde değişme olmuş ve tabloya göre 9 gelme olasılığını doğru bir şekilde hesaplamışlardır. 425C' de niçin öyle olduğu açık bir şekilde belirtilmiştir. Buradan öğrencilerin daha önceden *oluşturmuş* oldukları yapıları *kullandıkları* ve bilgi yapılarını *pekiştirdikleri* ortaya çıkabilir. Birinci ve ikinci etkinliklerde oluşturmuş oldukları bilgi yapılarını net bir şekilde hatırlamamalarına rağmen bu etkinlikte elde ettikleri verilere göre olasılık değerlerini hesaplayabilmişlerdir. Buda daha önceden kısmen de olsa soyutlanan bilgi yapılarının yeniden ortaya çıkabileceğinin bir göstergesi olarak kabul edilebilir.

Çalışmada elde ettikleri diğer verilerin de olasılıklarını hesaplamışlar ve çalışmaya devam edilmiştir.

438A: Cansu 20 kere çekmek istedi ama Aslı ile Ahmet 40 kere çekmek istemiş sizce bu ikisinin arasında ne gibi bir fark var ya da benzerlik var?
439C: Sonuçta hepsinde çekim yapacağız. Bunun sayısıyla bir ilgisi yok ama çekimlerin sayısı azalıp artırılabilir.
440A: Peki bulunan olasılıklar değişir mi?
441M, C: Değişir.
442M: 1 bölü 40 olur mesela. 5 gelme olasılığı değişir yani.
443A: Anladım. Bu değişme neyi ortaya çıkarır?
444M: Değişik işte sayılara göre değişen olasılık.

Daha fazla çekim yapıldığında gelen sayıların olasılıklarının değişeceğini fark etmeleri onların bu bilgiyi *pekiştirmiş* olduklarının bir göstergesi olabilir. Fakat daha önceki etkinliklerde de olduğu gibi deneysel olasılık kavramını tam olarak oluşturamadıkları için bu etkinlikte de pekiştiremedikleri görülmüştür.

Öğrenciler 2. bölüme geçtiklerinde torbanın içinde bulunan sayıların olasılıklarını direkt olarak hesaplayabilmişlerdir. Bu da onların olasılık değerlerini hesaplama bilgisini *pekiştirmiş* olduklarının göstergesi olabilir.

462A: Hiçbir işlem yapmadan direk 5 gelme olasılığı nedir?

463C: 25 çekimde mi? Yoksa kaç çekimde?
464A: Hiçbir işlem yapmıyoruz. Yani hiçbir çekim yapmadan…
465C: 13'te 1.
466A: Güzel. Melih katılıyor musun?
467M: Evet katılıyorum. Zaten 13 tane var.
469A: Peki 2 gelme olasılığı nedir? Onu da 1 bölü 13 buldunuz, niçin?
470C, M: Çünkü 13 tane taş var her birinden bir tane…
471C: Bunun sonucunda hepsinin olasılığı 1 bölü 13.

470C, M ve 471C' de öğrenciler hiçbir çekim yapmadan olasılık değerlerinin nasıl bulunacağını açıklamışlardır. Bu, öğrencilerin, bu bilgileri daha önceki öğrenmelerinde *oluşturduklarının* ve bu etkinlikle birlikte *pekiştirdiklerinin* kanıtı olabilir. Pekiştirilen bu yapıların *soyutlandığı* söylenebilir.

Öğrencilerden bu olasılık değerlerine birer isim vermeleri istenmiştir.

485C: 1. bölümde kendimiz çekiyoruz biz bunları, bu değişken olasılık, diğerinde bu olasılık sabit, bunu kendimiz belirliyoruz hem de zaten bu bir kuraldır.
486M: Katılıyorum zaten öyle oluyor.

NOT: Öğrenciler bu düşüncelerini not ederler.

487A: 2. bölüme ne dediniz?
488C: Kurallı olasılık.

Birinci ve 2. etkinlikte "deneme olasılığı" bilgisini oluşturan öğrenciler burada "değişken olasılık" olarak ifade etmişlerdir. Bu da onların deneysel olasılık bilgisini *oluşturamadık*ları ve deneme olasılığı bilgisini *pekiştiremedik*lerinin bir göstergesidir. Teorik olasılık kavramı yerine de 485C' de *"…bu olasılık sabit, bunu kendimiz belirliyoruz hem de zaten bu bir kuraldır"* diyerek sabit olasılık kavramını getirmişlerdir. Önceki etkinliklerdeki meydana getirdikleri kavramları devam ettirememekteler ve aynı zamanda yeni kavramlar üretmektedirler. Bu da onların hem deneysel olasılık hem de teorik olasılık kavram bilgisini tam olarak *soyutlayamadıklarının* bir göstergesidir.

Etkinliğin 3. bölümüne geçmişler ve bu bölümdeki gereken işlemleri uyguladıktan sonra aralarında aşağıdaki konuşmalar geçmiştir.

502A: Bir taş çekip yerine koymadığınızda ve 2. bir taş çektiğiniz zaman sizce 1. çekiminiz 2. çekiminizi etkiliyor mu?
503C, M: Evet.
504C: Bir sayının iki kere gelme olasılığı varsa burada bir kere gelme olasılığı var.
505A: Torbadaki taş sayısının azalması ne gibi bir etki yapıyor?
506M: Mesela 12 çekildiğinde bir daha çekilmiyor.
507C: Diğer çekim sayısını azaltıyor gittikçe.
508M: Diğer taşlarında çekilmesi olasılıklarını arttırıyor.
509A: Neden? Şimdi torbadan hiç taş çekmeseydik, 3 gelme olasılığı neydi?
510M: 1 bölü 13
511A: Taşı çektik 12 geldi, torbada kaç tane taş kaldı?
512M: Geri koymazsak 12 olur.
513C: Geri koyarsak her zaman aynı.
514A: Geri koymadık kaç taş kaldı?
515C, M: 12
516A: Torbada hala 3 var mı?
517C: Evet.
518A: O zaman 3 gelme olasılığı nedir?
519M: 1 bölü 12
520A: Peki 1 bölü 12 mi büyük 1 bölü 13 mü?
521M: 1 bölü 12 daha büyük.
522A: Melih’ in dediği gibi kalan taşların olasılığı ne oluyor?
523M, C: Artıyor.
524A: İlk taşı yerine koymadığınız zaman bir taşın gelme olasılığı değişir mi?
525M: Evet.
526A: Mesela 13’ü aldık dedi, 13’ün bir daha çekilme olasılığı var mıdır?
527M, C: Sıfır.
528A: Peki diğerlerinin olasılığı ne oluyor?
529C, M: Artıyor.

Öğrenciler ilk etkinliklerdeki bilgilerini bu etkinlikte de *pekiştirmeye* devam etmişlerdir. Bulunan olasılıkların birbirinden etkilendiğinin farkındadırlar. 520A’ da araştırmacının sormuş olduğu soruya 521M’ de verilen cevaba göre öğrencinin rasyonel sayılarda sıralama işlemi bilgisini daha önceden *soyutlamış* olduğu görülmüştür. Daha önceden soyutlanan bu bilgiyi öğrencinin olasılık bilgisini oluştururken *kullandığı* görülmektedir. 526A’ da sorulan soruya da 527M,C’ de verilen yanıtlarına göre her iki öğrencinin de daha önceden oluşturmuş oldukları “imkansız olay” bilgisini bu etkinlikte *pekiştirmiş* oldukları belirlenmiştir. Etkinliğin 4. bölümüne geçmişler ve işlemleri uygun bir şekilde gerçekleştirmişlerdir. Dördüncü bölümde istedikleri kadar çekim yapabileceklerini ifade ederler.

541A: Peki Cansu'nun ilk çekimi Melih'in ikinci çekimini etkiliyor mu?
542C, M: Hayır.
543A: Neden etkilemiyor?
544C, M: Çünkü taşları geri koyuyoruz.
545C: Olasılık hep aynı.
546A: Peki ilk çektiğiniz de 4 gelme olasılığı nedir?
547M: 13'te 1.
548A: Geriye koyduk. Melih çekecek, 4 gelme olasılığı nedir?
549C, M: 13'te 1.
550A: Hiç değişiyor mu?
551C: Değişmiyor.
552A: Bunlar birbirinden etkileniyor mu?
553C: Hayır.

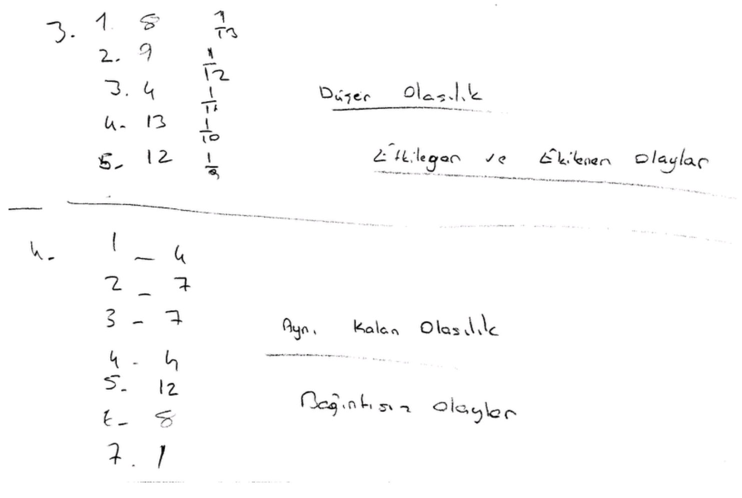
Öğrenciler 4. bölümdeki olayların birbirinden bağımsız olduklarını fark etmişlerdir. Bu olayların birbirinden etkilenmediği fikrini *pekiştirmişler*dir. 547M ve 549C, M' deki ifadelerden de olasılık hesaplama bilgisini *pekiştirmiş* oldukları görülmektedir. Bu bilginin *soyutlanmış* olduğu söylenebilir.

554A: 3. bölüm ile 4. bölüm arasında bir fark var mıdır?
555M: 3. bölümde mesela taşları geri koymuyorduk, 4. bölümde taşları geri koyuyorduk.
556C: Bu gittikçe azalıyor. En fazla 13 kere çekebiliyoruz. Ama diğer taşların çekilme olasılığı yükseliyor. Bu da hep aynı istediğimiz kadar çekim yapabiliriz, diğerinde hepsinin olasılığı aynı.
557M: Katılıyorum. 3. deki olasılıklar mesela 4 çıkarttığımız için düşüyor. Bir daha çıkamıyor zaten. Bunu 13 kere oynayabiliriz. 4. de istediğimiz kadar taş çıkabilir geri koyduğumuz için.
558A: Eğer 3. ve 4. bölümdeki olaylara isim vermek isteseniz 3. bölümdekine ne derdiniz?
559M: Olasılığın, düşen olasılık.
560A: 4. bölümdekine ne diyeceksiniz o zaman?
561M: Her zaman aynı olan.

Yukarıdaki konuşmalardan da görüldüğü gibi öğrenciler olayların bağımlı ya da bağımsız olduklarını fark etmelerine rağmen bağımlı olaylar ve bağımsız olaylar kavramlarını oluşturamamış olduklarından bu etkinlikte de *pekiştirememiş*lerdir. Araştırmacı bu kavramları yeniden oluşturabilmeleri için tekrar sorular sormuştur. Bunun üzerine aşağıdaki konuşmalar geçmiştir.

> 562A: Peki 3. bölümdeki 1. çekimdeki olasılıkla 2. çekimdeki olasılık birbirini etkiliyor mu?
> 563M: Etkiliyor. 1. çekimden 2. çekimle bir daha geri koymadığımız için mesela 3 çektik birincisinde, ikincisinde 3 çekme olasılığı düşüyor, çünkü 3 çekemiyoruz.
> 564A: Peki bu olaylar birbirleri ile bağlantılımıdır? Bu olaylara nasıl olaylar denir o zaman?
> 565C: Etkileyen olaylar.
> 566M: Etkileyen ve etkilenmeyen olaylar.
> 567A: Peki 4. bölümde bu olaylar birbirini etkiliyor mu, birbirleriyle ilişkili mi?
> 568C: Hiçbir bağıntı yok. Çünkü taşları geri koyuyoruz ve taş çekme olasılığı ne kadar çekersek o kadar oluyor.13 kere çekeriz.
> 569A: O zaman bu olaylara nasıl olaylar diyebiliriz?
> 570C: Bağıntısız olaylar.

565C ve 566M' de öğrenciler etkileyen ve etkilenmeyen olaylar olarak bu kavramları *oluşturmuş*lardır. Fakat bağımlı olaylar ve bağımsız olaylar kavramlarını oluşturamadıkları gibi pekiştirememişlerdir. 570C de ise "bağıntısız olaylar" diyerek bu kavramı yeniden *oluşturmuş*lardır. Öğrencilerin etkinliklerdeki olayları fark etmelerine rağmen kavram olarak bilgiyi oluşturmada zorlandıkları görülmüştür. M' nin pekiştirme etkinliğindeki bağımlı olaylar ve bağımsız olaylar kavramlarına ait verileri aşağıdadır.



Şekil 14: Melih' in 3. etkinlikteki bağımlı ve bağımsız olaylar çalışmasına ait verileri

Dördüncü etkinliğe geçilmiştir. Etkinlikteki iskambil destesini öğrencilerin bilmesine rağmen araştırmacı tarafından deste öğrencilere tanıtılmıştır. 30 kere çekim yapılması sonucunda elde edilecek verilerin neler olduğu sorulmuştur. Öğrenciler ise 15 kere çekim yapmak istediklerini belirtmişler ve bu şekilde etkinliğe devam etmişlerdir. Çekimler sonucunda elde ettikleri verilerin olasılıklarını hesaplamışlardır. Olasılık hesabını doğru bir şekilde yapmayı *oluşturmuşlar* ve *pekiştirmişler*dir.

607A: Peki çekim sayısını etkinlikte verilen gibi 30 kere yapmış olsaydınız ne olacaktı?
608M: Aynı sonuçlar çıkabilirdi ama kartları çekme olasılığımız yani daha farklı şeylerde çıkabilirdi.
609A: Hiçbir işlem yapmadan da bu kartların olasılıklarını bulabilir miyiz?
610C: Evet.
611A: Bu desteden bir kart çekildiğinde 5 olma olasılığı nedir?
612C: 52'de 4.
617A: 2 gelme olasılığı nedir?
618C: Yine aynı 52'de 4.
619A: 1. bölümde 2 gelme olasılığını kaç bulmuşuz.
620M: 2 bölü 15.
621A: Peki 2. bölümde ne çıktı?
622C, M: 52'de 4.
623A: Bu ikisi birbirinden farklı. Neden sizce?
624M: 15 kere çektiğimizde, 52 karttan çıkması lazımdı. Burada rastgele çektiğimiz için öyle çıktı ama tekrar 52 kartta olan olaylar olduğu için, 4 den fazla çıkabilirdi.
625A: Peki biz bu çekim sayısını artırsak, belirli bir değere yaklaşır mı?
626C: Yaklaşabilir. Ayrıntı olmasa bile yaklaşabilir.
627M: Yaklaşabilir ama şey daha fazla da olabilir geri koyarsak.
628C: Birde şey şimdi yaptığımız gibi aynı şekilde kalacak.
629A: 1. bölümde de, 2. bölümde de olasılıklar buldunuz. Bu olasılıkları adlandırmak isteseniz ne derdiniz?
630C: 2. bölümdeki kararlı olasılık, 1. bölümdeki değişken olasılık.

Öğrencilerin deneysel olasılık değerinin teorik olasılık değerine yaklaşacağı bilgisi yeniden oluşturulmaya çalışılmış fakat öğrenciler bu bilgiyi oluşturamamışlardır. 1. ve 2. etkinlikte oluşturamadıkları bu bilgiyi bu etkinlikte *oluşturama*dıkları gibi *pekiştirememiş*lerdir. 1. ve 2. bölümde buldukları olasılıkları adlandırmaları istendiğinde 630C deki ifadeleri kullanmışlardır. Gerekli bilgileri oluşturamadıkları gibi daha önceden oluşturmuş oldukları bilgileri de koruyamayıp pekiştiremedikleri görülmektedir.

Üçüncü bölümdeki ve 4. bölümdeki yönergeleri uygulamışlar ve bağımlı olaylar kavramı için "etkileyen olaylar, ilişkili olaylar" kavramlarını, bağımsız olaylar kavramı için ise "etkilemeyen olaylar, olasılığı değişmeyen olaylar" kavramlarını kullanmışlardır.

672A: Peki bu olaylar birbirini etkilediğine göre nasıl olaylardır bu olaylar?
673M: Etkileyen olaylar, ilişkili olaylar.
698A: Peki bu olaylar. Birbirini etkilemiyorsa, bu olaylara nasıl olaylar dersiniz?
699M: Etkilemeyen olaylar.
702M: Olasılığı değişmeyen olay.

Birinci ve 2. etkinlikte bağımlı ve bağımsız olaylar kavramlarını oluşturmuş olan M ve C bu etkinliklerde bu kavramları *pekiştirememiş*lerdir. Bu da onların bağımlı ve bağımsız olaylar kavramlarını tam olarak *soyutlayamadık*larının bir göstergesidir.

Matematik başarısı düşük olan diğer iki öğrenci ile çalışmalara aynı etkinlikler üzerinden devam edilmiştir. Bu çalışmaya ait veriler aşağıda verilmiştir.

G' nin etkinliği okumaya başlaması ile uygulamaya geçilmiştir. Etkinlikte 40 defa çekim yapıldığı verilmiştir. Ş ve G ise yarısı kadar çekmek istediklerini belirtmişlerdir. Çektikleri taşları geri koymak koşulu ile çekim işlemini 20 kere gerçekleştirmişler ve elde ettikleri verileri not etmişlerdir. Elde ettikleri verilere göre gelen sayıların olasılıklarını hesaplamışlardır. Çektikleri taşlardan bir tane 2 vardır ve olasılığını "1 bölü 20" olarak ifade etmişlerdir. 12 ye baktıkları zaman iki tane 12 çektiklerini fark etmişler ve olasılığını "2 bölü 12" olarak bulmuşlardır. Aynı şekilde üç tane 6 vardır ve 6 gelme olasılığını "3 bölü 6" olarak yazmışlardır. Görüldüğü gibi 1. ve 2. etkinliklerde oluşturmuş oldukları olasılığı hesaplama bilgisini burada *pekiştirememekte*dirler. Bununla birlikte öğrenciler de daha önceden var olan olasılığı hesaplama bilgisi bu etkinlikte tamamen ortadan kalkmıştır. Bunun üzerine araştırmacı ile öğrenciler arasında aşağıdaki diyalog geçmiştir.

458A: 1 tane 2 var dediniz ve 2 gelme olasılığını 1 bölü 20 dediniz. Şevval'de 20 bölü 1 demiş. Şimdi diğerlerine baktığımız zaman 2 tane 12 var dediniz ve

olasılığını 2 bölü 12 dediniz. Daha sonra 2 tane 7 var, 2 bölü 7 dediniz. Niye başta 1 tane 2 var, 2 gelme olasılığına 1 bölü 20 dediniz de, diğerlerinde kendi sayılarına böldünüz?
459G: Ben öyle yapmadım ama. Ben burada sayıların ne kadar geldiğine göre yaptım.
460Ş: Hangi sayının ne kadar geldiğine göre. Gizem' de ilk başta ne kadar çektiysek o kadara bölmüş.
461A: Paydaya yazacağımız sayı kaç olmalıydı?
462G: 20.
463A: Peki 20 neden oluyordu?
464G: 20 çekiliş yaptık.
465Ş: Toplam çekiliş sayısı.
466A: 20 çekilişten, bu kadar geldiği için mi? Ama siz ne yaptınız 12' ye veya 7'ye böldünüz. Aslında çekim sayısına bölünüyordu. 25 kere çekmiş olsaydık…
467Ş, G: 25'e bölecektik.

Olasılığı hesaplama bilgisini yeniden oluşturmaları için aralarında yukarıdaki konuşmalar geçmiştir ve konuşmanın sonun da bu bilgiyi yeniden *oluşturdukları* görülmüştür. Buradan öğrencilerin örnek uzay kavramı bilgisini yeniden oluşturdukları çıkarılabilir.

471A: Şimdi bu bulduğunuz olasılık değerlerine bir ad vermek isteseniz ne olasılığı dersiniz?
472Ş: Çekme olasılığı, çekilme olasılığı.

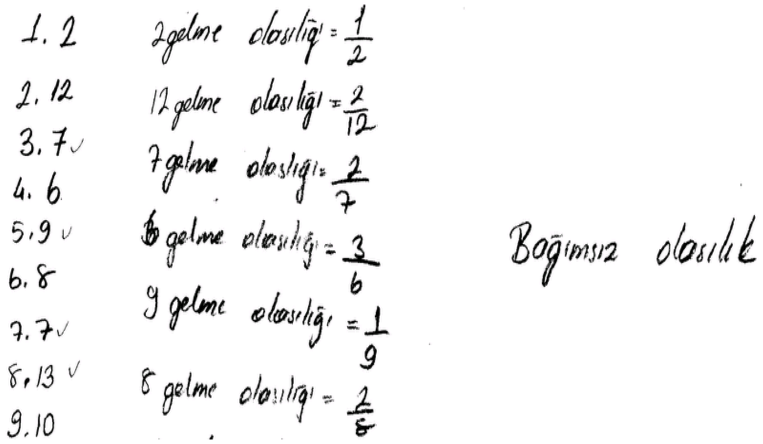
Ş, 1. etkinlikte de çekme olasılığı kavramını söylemiş ve burada da aynı şekilde bu bilgiyi pekiştirmiştir. G ise bağımsız olasılık olarak belirtmiştir. Deneysel olasılık kavramını *oluşturamamış*lardır. 2. bölüme geçmişlerdir. Bu bölümde direkt eldeki verilere göre taşların gelme olasılıklarını hesaplamaları gerekmektedir. Fakat öğrenciler az önce *oluşturmuş* oldukları yapıları *pekiştirememektedirler*. Çünkü;

494A: Torbanın içine göre değerlendirecek olursak, 5 gelme olasılığı nedir?
495Ş: 13 bölü 5, 5 bölü 13.
496G: 5 bölü 13.
497A: Şevval 2 gelme olasılığı nedir?
498G: 2 bölü 13.

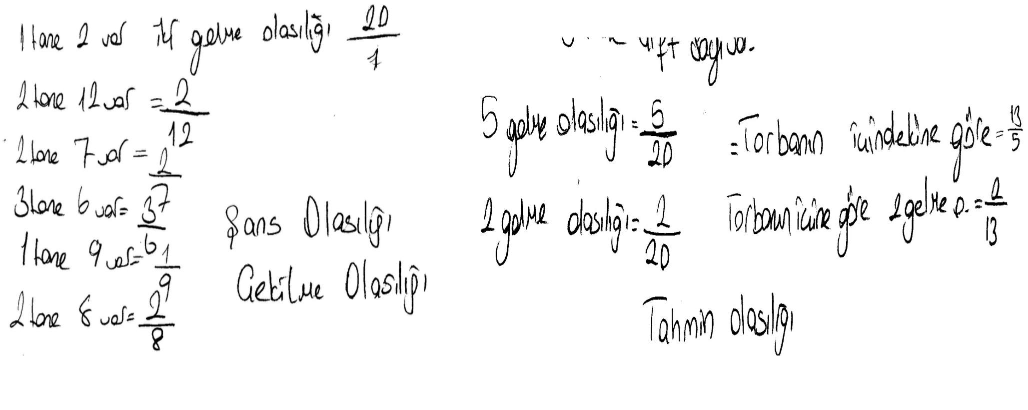
Torbanın içinde bir tane 2 ve bir tane 5 olmasına rağmen öğrenciler bu sayıların gelme olasılığını basamak değerlerini torbanın içindeki taş sayısına bölerek bulmuşlardır. Buradan da öğrencilerin bu bilgileri oluşturmalarına rağmen ikinci bir etkinliğe aktaramadıkları ve sağlamlaştıramadıkları ortaya çıkmış olur. Öğrenciler bu bilgi yapısını *soyutlayamamış*tır.

> 509A: Peki bu olasılıkları bulurken hiçbir işlem yapmadınız, bir çekim işlemi uygulamadınız, bu olasılığa ne olasılığı dersiniz?
> 510Ş: Tahmin olasılığı.

Teorik olasılık kavramının yerine "tahmin olasılığı" kavramını söylemişlerdir. G ise 2. bölümdeki olasılığı bağımlı olasılık olarak ifade etmiştir. G ve Ş' nin bu bölümlere ait verileri aşağıda gösterilmektedir.



Şekil 15: Gizem' in 3. etkinlikteki deneysel olasılık çalışmasına ait verileri



Şekil 16: Şevval' in 3. etkinlikteki teorik ve deneysel olasılık çalışmasına ait verileri

Etkinliğin 3. bölümüne geçmişler ve bu bölümdeki işlemleri yapmışlardır. Verileri not ettikten sonra elde ettikleri verilere göre olayların birbiriyle bağlı olduklarını fark etmişler ve bunları "etkileşmeyen olasılık" olarak nitelendirmişlerdir. İlk çekimlerinde 10 sayısını bulmuşlardır ve 10 sayısının gelme olasılığını "10 bölü 13" olarak yazmışlardır. Buradan da olasılık değerini hesaplamayı yine yanlış yaptıkları görülmektedir. Bu da bu bilgiyi oluşturamadıklarının ve böylece *pekiştiremediklerinin* yani *soyutlayamadıklarının* bir göstergesidir. Torbadan bir taş çekildiği zaman çekilen taşın olasılığını doğru bir şekilde hesaplayamadıkları gibi o taşın geri konulmaması halinde torbada o numaralı taştan kalmayacağını da fark etmemişlerdir. Bu da G' nin aşağıdaki açıklamasından anlaşılmaktadır.

543A: Şevval torbadan 10'u çekti ve 10'u buldu. 10 numaralı taşı geri koymadığında Gizem senin 10 çekme ihtimalin var mı sence?
544G: …(Düşünür) Bence çok az, çünkü 10 çekti ve sayısı azaldığı için 10 gelme olasılığı biraz daha azalıyor.

Torbada sadece bir tane 10 numaralı taşın olması ve onunda çekilmiş olması nedeniyle 10 çekme ihtimali hiç yoktur. Fakat öğrenci taşın sayısının azaldığını söylemiştir. Bu da onun olasılık hesaplarken 10 numaralı taştan ne kadar olduğuna değil taşın üzerinde yazan sayıya dikkat ettiğinin bir ispatıdır. Önceki etkinliklerde de olasılık hesaplarken "1 bölü 13" olması gereken değerleri "10 bölü 13" olarak ifade etmişlerdir. Bu da öğrencilerin örnek uzay ve bir olayın olma olasılığı kavramlarını *soyutlayamadıklarını* göstermektedir. Soyutlanamayan bu bilgiler bu etkinlikte pekiştirilememektedir.

567Ş: Etkilenmeyen olasılık.
569G: Etkileşmeyen.

Pekiştirme etkinliğinde de bağımlı olaylar kavramına karşılık 367Ş ve 369G' de belirtilen ifadeleri üretmişlerdir. Bu da onların bağımlı olaylar kavramını oluşturamadıklarının ve aynı zaman daha önceki etkinliklerde üretmiş oldukları bilgi yapılarını koruyamadıklarının bir göstergesidir.

Etkinliğin 4. bölüme geçmişler ve etkinliği okumuşlardır. Yönergede verilenleri yerine getirmişlerdir. Olayların birbirinden etkilenmediğini bu etkinlikte de fark etmişlerdir. Buradan onların bu bilgiyi *pekiştirdikleri* söylenebilir.

588G: Bence etkilemez. Çünkü çekip koyuyoruz ve yani sayısı da azalmıyor.

Olayların birbirinden bağımsız olduğunu fark etmelerine rağmen, öğrenciler bağımsız olaylar kavramı yerine;

597Ş: Sabit olasılık.

…kavramını üretmişlerdir.

Dördüncü etkinlikle çalışmaya devam etmişlerdir. 4. etkinlikte verilen desteyi tanımalarına rağmen öğrencilere tekrar açıklamalarda bulunulmuştur. Çekme işlemine başlamışlar ve 10 kere çekim işlemi yapmanın yeterli olacağına karar vermişlerdir. Elde ettikleri verilere göre olasılıkları hesaplamışlardır. Bu etkinlikte ise bu değerleri doğru bir şekilde buldukları görülmektedir.

618A: Olasılıkları nasıl bulduğunuzu açıklayabilir misiniz?
619G: 10 kere çekim yaptık. Kartlardan 10 kere çekim yaptık ve sayıların işte ne kadar geldiğini gördük. Mesela 9, 4 kere, 2 kere gelmiş, 2 bölü 10 yani.

Olasılık değerlerini nasıl bulduklarını açıklamaları onların bu bilgiyi *oluşturduk*larının kanıtı olabilir. Fakat 3. etkinlikte bu bilgiyi hiç oluşturamadıkları ve olasılık değerlerini hesaplarken hata yaptıkları görülmüştür. Bu da onların bu bilgiyi yeni yeni oluşturduklarının bir göstergesi olabilir.

İkinci bölüme geçmişler ve kartların gelme olasılıklarını hesaplamaya başlamışlardır. 5 gelme olasılığını "5 bölü 52" olarak söylemelerine rağmen araştırmacının açıklamalarından sonra "4 bölü 52" olarak doğru değeri bulmuşlardır.

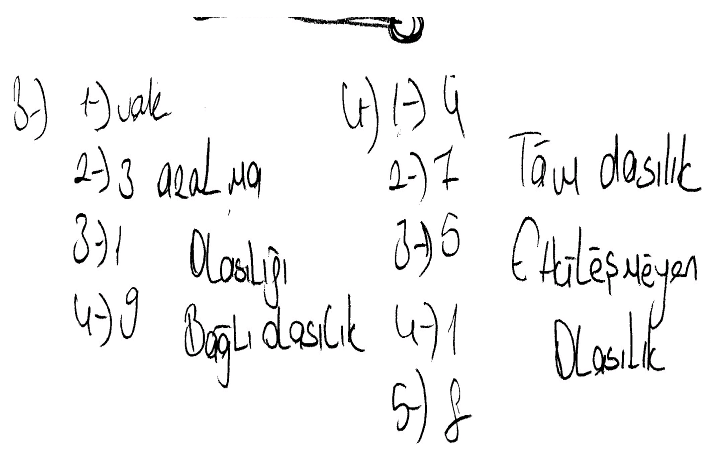
640A: 1. bölümde çekerek, deneyerek buldunuz. 2. bölümde ise hiçbir işlem yapmadan olasılıklarını yazdınız. 1. bölümdeki olasılığa ne dersiniz?
641G: Çekme olasılığı.
642A: 2. bölümdekine ne dersiniz?

643Ş: Yine tahmin.

Ş, 1., 2. ve 3. etkinliklerde oluşturmuş olduğu bilgileri bu etkinlikte de *pekiştirmektedir*. G ise “çekme olasılığı” ve “ deneme olasılığı” diyerek 4. etkinlikte de fikirlerini değiştirmektedir.

Üçüncü bölümdeki olayların birbiri ile bağımlı olduklarını, 4. bölümdeki olayların ise birbiri ile bağımsız olduklarını fark etmişlerdir. 1. ve 2. etkinliklerde bu bilgiyi oluşturamayan öğrenciler bu etkinlikte “bağlı olasılık” ve “etkileşmeyen olasılık” olarak yeni kavramlar üretmişlerdir.

714Ş: Bağlı olasılık.
720Ş: Etkileşmeyen olasılık.



Şekil 17: Şevval’ in 4. etkinlikteki bağımlı ve bağımsız olaylar çalışmasına ait verileri

3.4. Dördüncü Alt Probleme Ait Bulgular Ve Yorumlar

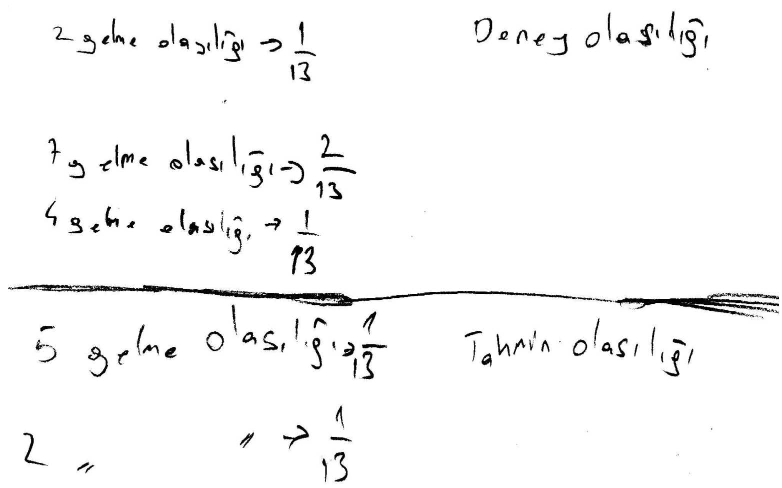
Araştırmanın dördüncü alt problemi “*Yapılandırmacı öğretim sonrası ilgili kurama uygun pekiştirme etkinliği uygulandığında matematik başarısı yüksek öğrencilerde olasılık konusu ile ilgili temel kavram ve kuralları bilgisinin pekişmesi nasıldır?*” şeklinde belirlenmiştir. Bu alt problemle ilgili öğretim ile matematik başarısı yüksek öğrencilerin pekiştirme etkinliklerinde olasılık konusu ile ilgili daha önceden oluşturulmuş olan kavram ve kuralları bilgisini nasıl soyutlayabildikleri ve devam ettirebildiklerinin açıklanması amaçlanmıştır. Bu alt problemle ilgili çalışmanın diyalogları aşağıda verilmiştir.

Etkinliğin yazılı olduğu çalışma kağıdı öğrencilere verildikten sonra etkinliğin okunmaya başlanması ile uygulamaya başlanmıştır. Etkinlikte 40 defa çekim yapılması koşuluyla kazananın belirlenebileceği belirtilmiştir. B ve BU ise 13 kere çekim yaparak kazananı bulabileceklerini belirtmişler ve bunun üzerine 13 kere çekim yapmaya karar vermişlerdir. Çekimleri gerçekleştirdikten sonra elde ettikleri verileri not etmişlerdir. Elde ettikleri verilere göre olasılık değerlerini hesaplamışlardır. Deney sayısının fazla olması halinde olasılıkların değişeceğinin farkındadırlar. Bu da onların daha önceki etkinliklerde oluşturmuş oldukları bilgi yapılarını *pekiştirdiklerinin* göstergesidir. Çalışma kağıtlarına bu olasılığın ismini her iki öğrenci de "deney olasılığı" olarak yazmışlardır. Bu da onların 1. ve 2. etkinlikte *oluşturmuş* oldukları deneysel olasılık kavramını *pekiştirdiklerinin* göstergesidir. 2. bölümdeki yönergelere göre verilen sayıların olasılık değerlerini hemen hesaplamışlardır. Öğrenciler olasılık değerlerini hesaplama bilgisini *pekiştirmek*tedirler. 2. bölümdeki olasılığa ise B, "tahmin olasılığı", BU ise "verisel olasılık" demiştir. BU daha önce bu olasılığa bilimsel olasılık demiştir. Bu açıdan bilimsel olasılık bilgisini pekiştiremediği söylenebilir. Fakat her iki adlandırmada öğrencinin bu bilgiyi *soyutlayabildiğinin* kanıtıdır. Pekiştirme etkinliğinde de bu bilgiyi *pekiştirdiği* görülmektedir. 1. bölümdeki olasılık ile 2. bölümdeki olasılık arasındaki ilişkiyi daha önceki etkinliklerde açıklamışlardır. Bu etkinlikte de açıklayıp açıklayamayacakları merak edilmiştir.

545A: …Birinci bölümde de bir olasılık bulduk 2 bölümde de bir olasılık bulduk değil mi, sizce bu iki olasılık arasında bir ilişki var mıdır?
546B: Vardır.
548BU: Uzayı aynı.
549A: Ama onu sen belirledin, 30 olsaydı mesela 40 olsaydı uzayı aynı olmayacaktı.
550BU: Evet.
551A: Sizce nasıl bir ilişki vardır?
552BU: Elemanları aynı olur mu?
553A: Olabilir.
554B: Sonra bunlar daha çok deney yapılarak bulunabilir.
555A: Çok güzel aferin işte bu. Yani deney olasılığında sizin deney olasılığınızda ne kadar çok deney yaparsanız hangi olasılığa yaklaşıyor?

556B: Benim tahmin onun verisel olasılığına.

Öğrenciler deneysel olasılığın deney sayısı arttırıldıkça teorik olasılığa yaklaşacağı bilgisini 1. ve 2. etkinlikte *oluşturmuşlar* ve bu etkinlikte de *pekiştirmişlerdir*. 556B’ de bunun kanıtıdır. Aşağıda B’ nin 3. etkinlikteki deneysel ve teorik olasılık kavramlarına yönelik verilerini gösteren şekil bulunmaktadır.

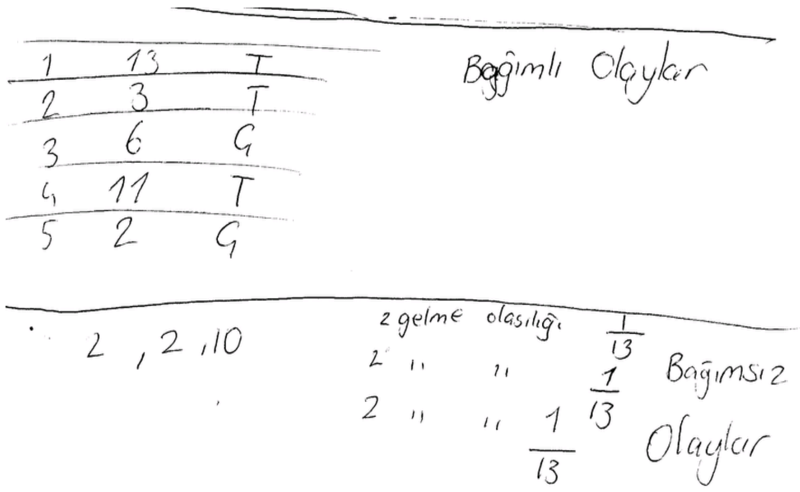


Şekil 18: Berkay’ ın 3. etkinlikteki deneysel ve teorik olasılık çalışmasına ait verileri

Üçüncü ve 4. bölüm deki yönergeleri gerçekleştirmişler ve elde ettikleri verileri çalışma kağıtlarına not etmişlerdir. 1. ve 2. etkinlerde bağımlı ve bağımsız olaylar kavramlarını oluşturan her iki öğrenci bu etkinlikte de bu kavramları *pekiştirmişler*dir.

617A: Peki bu olaylar birbirini etkiliyorsa, yani 1. olay 2. olayı etkiliyorsa, sizce bunlar nasıl olaylardır.
618BU: Bağımlı.
622BU: Çekilen taş geri konulmaz ise kendinden sonra çekilen taşların olasılığını etkiler.
642BU: Taşlar birbirini etkilemiyor.
643A: Bunu nasıl açıklarsınız? Etkilemediğini nasıl anladınız?
644BU: 2 gelme olasılığı hala aynı.
645A: Birinci çekimle ikinci çekim arasında bir ilişki var mı? Bir etkilenme söz konusu mudur?
646BU: Hayır.
647A: Değil o zaman bu olaylar nasıl olaylardır?
648B: Bağımsız olaylar.

618BU ve 648B’ deki ifadelerine göre öğrencilerin bu kavramları *pekiştirdik*leri kesinlikle söylenebilir. 643A’ da ki soruya 644BU’ da “2 gelme olasılığı hala aynı” denmiş ve olayların birbiri ile bağlantılı olmadığı belirtilmiştir. Aşağıda BU’ nun 3. etkinlikteki bağımlı ve bağımsız olaylara ait verileri gösterilmektedir.



Şekil 19: Burcu’ nun 3. etkinlikteki bağımlı ve bağımsız olaylar çalışmasına ait verileri

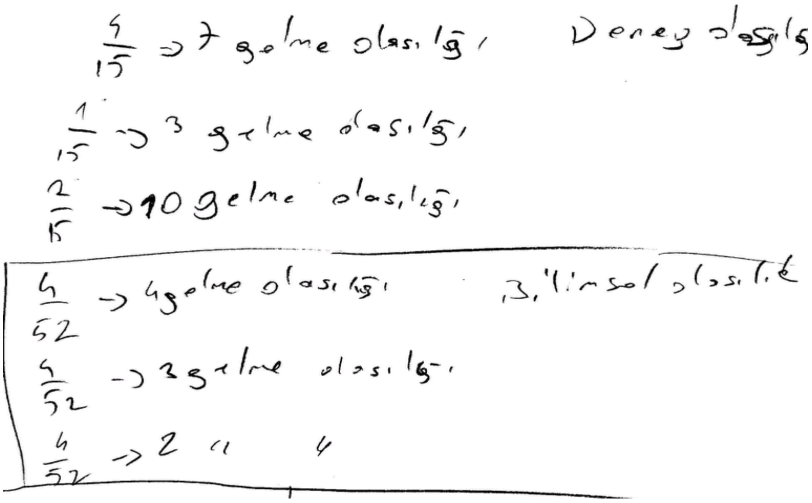
Dördüncü etkinliğe geçmişlerdir. BU’ nun etkinliği okumasıyla çalışmaya başlamışlardır. Her ihtimale karşı deste öğrencilere tekrar tanıtılmıştır. 15 kere çekim yapmaya karar vermişler ve bu olayları gerçekleştirmişlerdir. Elde ettikleri verileri çalışma kağıtlarına not etmişlerdir. Çekim sayısına göre elde ettikleri verilerin olasılıklarını bulmuşlardır. Bütün olasılık değerlerini doğru bir şekilde hesaplamışlardır. Daha sonra çekim yapmadan da kartların çekilme olasılığını bulabileceklerini belirtmişler ve buna göre de birkaç kartın çekilmesi olasılıklarını söylemişler ve not etmişlerdir. Bu iki olasılığın arasındaki ilişkiyi B açıklamıştır.

> 702B: Evet yani var. 1 bölü 15 yaklaşık olduğu için biraz daha deneme yaparsak 1 bölü 13 ü buluruz.

Bu bilgiyi burada bir kez daha *pekiştirmiş* bulunmaktadırlar. 1. bölüm ve 2. bölümdeki olasılıkları adlandırmışlardır. Yine 1. bölümdekine deney olasılığı, 2. bölümdeki olasılığı da bilimsel olasılık demişlerdir.

703A: Peki yukarıdaki de bir olasılık aşağıdaki de bir olasılık bu olasılıklar ne olasılıkları 1. işlemde yaptığımız?
704B: 1. deney olasılığı.
706BU: Bilimsel olasılık.

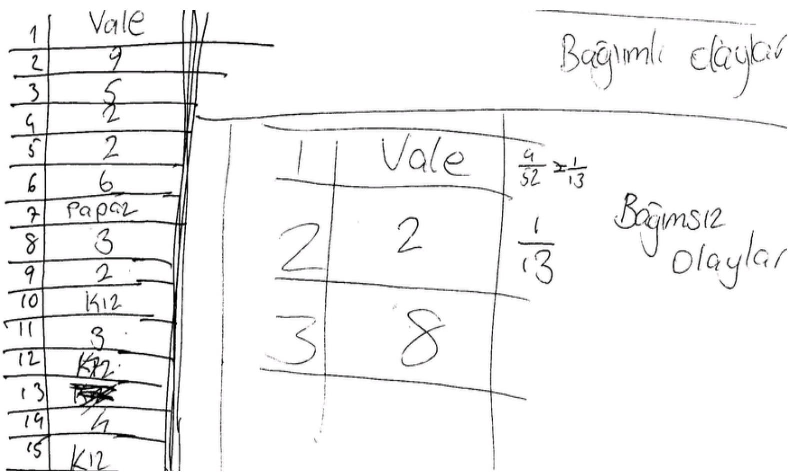
Burada bu bilgileri *pekiştirmiş* oldukları görülmektedir. B ve BU deneysel ve teorik olasılık kavramlarını dört etkinlikte de başarılı bir şekilde *oluşturmuş*lar ve *pekiştirmiş*lerdir. Bu da onların bu kavramları tamamen *soyutladıklarının* bir kanıtıdır.



Şekil 20: Berkay' ın 4. etkinlikteki deneysel ve teorik olasılık çalışmasına ait verileri

Üçüncü ve 4. bölümdeki yönergeleri gerçekleştirmişlerdir. İlk önce desteden bir kart çekmiş ve yerine koymadan olasılık değerlerinin nasıl değiştiğini görmüşler daha sonra desteden çektikleri kağıtları geri koyarak olasılık değerlerinin değişip değişmediğini incelemişlerdir. Her iki bölüm içinde olayların birbirini etkileyip etkilemediklerini görmüşler ve bu bölümlerdeki olayları bağımlı ve bağımsız olaylar olarak adlandırmışlardır. Öğrenciler daha önceki etkinliklerde de bu olaylara ait kavramları oluşturduklarından bu etkinlikte bu kavramları *pekiştirmiş* bulunmaktadırlar.

770A: Bu ilişkiyi açıklayabilir misiniz?
771B: Bağımlı olasılık. Birbirine bağlı olaylar.
772A: Ne şekilde bağlılar?
773BU: Önceki olay sonrakini etkiliyor.
801A: Etkilemiyor. Bu tür olaylar nasıl olaylar o zaman?
802BU, B: Bağımsız.



Şekil 21: Burcu' nun 4. etkinlikteki bağımlı ve bağımsız olaylar çalışmasına ait verileri

Matematik başarısı yüksek olarak belirlenen diğer iki öğrenci ile çalışmaya aynı etkinlikler ile devam edilmiş ve bu iki öğrencinin de 3. ve 4. etkinliklerdeki bilgi oluşturma süreçleri incelenmiştir. Bu etkinlikler pekiştirme etkinliği olduğundan öğrencilerin daha önceden oluşturmuş oldukları bilgi yapılarını tanıyıp, kullanıp kullanmadıklarına da bakılmıştır. 1. ve 2. etkinlikte biraz çekimser kalan S' nin bu çalışmaya daha istekli olduğu gözlemlenmiştir.

Etkinliği CB' nin okuması ile çalışmaya başlanmıştır. Etkinlikte 40 kere çekim yapılırsa kazananın belirlenebileceği söylenmektedir. Siz kaç çekim yaparsınız sorusuna S, fark etmez diyerek cevap verirken CB;

366CB: Bence Aslı bir şeye güvenmiş olabilir. Yani 13 ün 3 katını alırsak 39 sonrakini kendisi çekeceği için 40 olabilir. Belki bende ona göre 54 kere çekim yapabilirim.

…şeklinde yanıtlamıştır. Buradan CB' nin problem çözme basamaklarından olan akıl yürütme stratejisini *tanıdığı* ve bu stratejiyi uygun bir şekilde *kullandığı* çıkarılabilir. Daha sonra 20 kere çekim yapma konusunda fikir birliği sağlamışlardır. Çekilen taşları geri koymak koşulu ile 20 kere çekim işlemini gerçekleştirmişler ve verileri çalışma kağıtlarına not etmişlerdir. Elde ettikleri verilere göre gelen taşların olasılıklarını doğru bir şekilde bulmuşlardır. Bu da onların deney yaparak elde ettikleri verilere göre olasılık hesaplama bilgisini *pekiştirdiklerinin* göstergesi olabilir. S ve CB bu bilgiyi daha önceki etkinliklerde *kullandık*ları ve *oluşturduk*ları için bu etkinlikte doğru hesaplama yapmaları bu bilgiyi *pekiştirmiş* olduklarının kanıtı olarak gösterilebilir. Deneyerek buldukları bu olasılığı adlandırmaları istendiğinde ise;

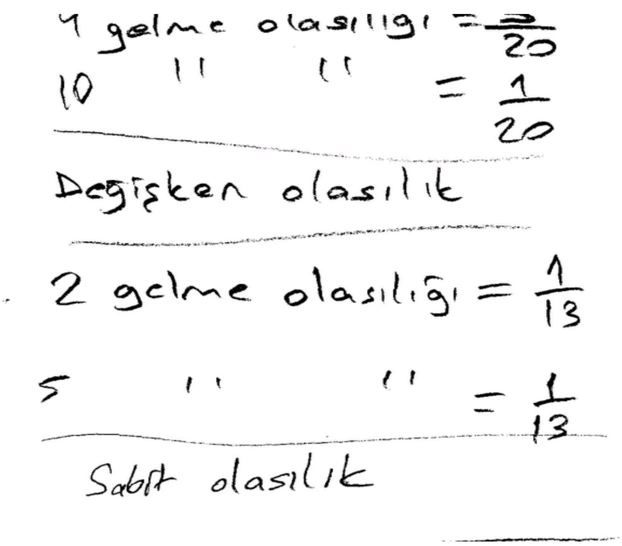
413CB: Değişken olasılık.

…demişlerdir. Öğrenciler 1. ve 2. etkinlikte de değişken olasılık dedikleri için bu bilgiyi *pekiştirdikleri* söylenebilir. Fakat deneysel olasılık kavramını oluşturamayan öğrenciler bu etkinlikte bu bilgiyi pekiştirememektedirler. 2. bölüme geçmişler ve torbanın içinde bulunan taşların olasılıklarının çekim yapmadan da bulunabileceğini belirtmişlerdir. Buna göre de taşların olasılıklarını doğru bir şekilde hesaplamışlardır.

422A: Mesela 2 gelme olasılığı nedir?
423S, CB: 1 bölü 13.
424A: Güzel 5 gelme olasılığı nedir?
425CB: 1 bölü 13.
426A: Neden 1 bölü 13 diyorsunuz? 2 gelme olasılığına da aynı şeyleri söylediniz.
427S: Her taştan bir tane var çünkü.
428CB: Geri koyuyoruz.

427S' de "her taştan bir tane var çünkü" ifadesi ile öğrencinin torbanın içinde bulunan taşlardan sadece birer tane olduğunu fark ettiğini ve gerekli hesaplamaları buna göre yaptığı anlaşılmaktadır. Bu olasılığı da adlandırmaları istendiğinde her iki öğrenci de "sabit olasılık" demiştir. Daha önceki etkinliklerde de sabit olasılık diyen öğrenciler bu kavramı *pekiştirmelerine* rağmen teorik olasılık kavramını *oluşturamamış*lardır.

436CB:Sabit olasılık.
438S:Sabit olasılık diyorum ben de.

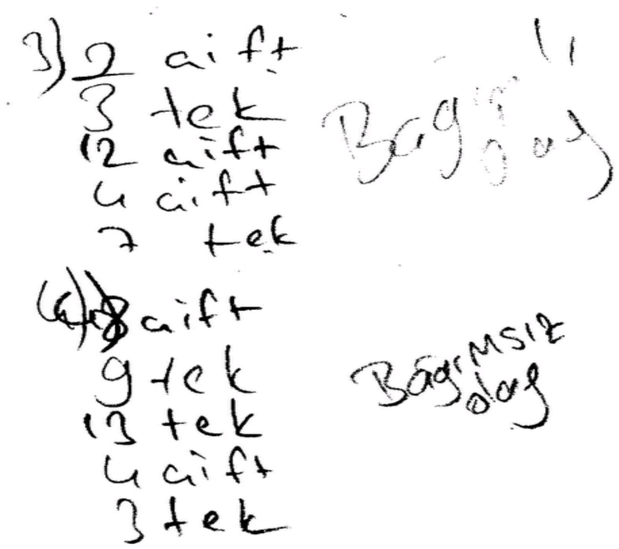


Şekil 22: Canberk' in 3. etkinlikteki deneysel ve teorik olasılık çalışmasına ait verileri

Üçüncü ve 4. bölüme geçtiklerinde daha önceden oluşturamadıkları bağımlı ve bağımsız olay kavramlarını oluşturmaları beklenmektedir. Öğrenciler bu bölümlerde bu kavramları yeni *oluşturmuşlar*dır.

473A: 1 bölü 12. demek ki birinci çekim ikinci çekimi ne yapıyor?
474S, CB: Etkiliyor.
491A: O zaman biz 1. olay ve 2. olay arasında ne gibi bir şey vardır diyebiliriz?
492S: Bir ilişki vardır diyebiliriz.
493A: Peki bu olaylara nasıl olaylar deriz?
494CB: Bağımlı olaylar.

Birinci çekimin 2. çekimdeki olasılık değerlerini etkilediğini fark eden öğrenciler bu olaylar arasında bir ilişkinin varlığından söz etmişler ve bu olayları bağımlı olaylar diyerek tanımlamışlardır. Daha önceki etkinliklerde oluşturamadıkları bu kavramı bu etkinlikte *oluşturmuş*turlar. Aynı şekilde bağımsız olaylar kavramını da *oluşturmaktadırlar*. Aşağıda Seyyide' nin 3. etkinlikteki bağımlı ve bağımsız olaylara ait verilerini gösteren şekil yer almaktadır.



Şekil 23: Seyyide’nin 3. etkinlikteki bağımlı ve bağımsız olaylar çalışmasına ait verileri

Dördüncü etkinliğe geçmişlerdir. S’ nin etkinliği okumaya başlaması ile etkinliği uygulamaya başlamışlardır. Deste her iki öğrenci tarafından bilinmesine rağmen araştırmacı tarafından öğrencilere bir kere daha tanıtılmıştır. Dört grubun olduğu ve bir gruptaki bir karttan diğer gruplarda da olduğu ve böylece her karttan 4’ er tane olduğu ve sadece sayılarının etkinlik için gerekli olduğu belirtilmiştir. Grupların hiçbir öneminin olmadığı söylenmiştir. Çekim işlemini 10 kere yapmaya karar vermişlerdir. Çektikleri kartı geriye koymak koşulu ile 10 kere çekim yapmışlar ve elde ettikleri verileri çalışma kağıtlarına yazmışlardır. Elde ettikleri verilere göre olasılıkları hesaplamışlardır. Fakat CB, “4 bölü 52” fikrinde ısrarcı olmuştur. Daha sonra araştırmacının da açıklamaları ile fikrini değiştirmiştir.

554A: Mesela 1. de 3 buldunuz. Buraya göre 3 gelme olasılığı nedir?
555CB: 3 gelme olasılığı 4 bölü 52 yani 1 bölü 13.
556A: Neye göre söyledin bunu?
557CB: 4 tane 3 var 52 tane de kart var.
558A: Peki burada niye çekim yaptınız? Neyi bulmak için yaptınız?
559CB: Çektiğimiz sayıların olasılıklarını bulmak için.
560A: O zaman buna göre bulmalıyız. 3 gelme olasılığı nedir?
561S: 1 bölü 10.
562CB: 1 bölü 13.

563A: Canberk 1 bölü 13 dedi Seyyide 1 bölü 10 dedi. Seyyide sen neye göre düşündün?
564S: 10 tane çektik, 1 tane 3 geldi o yüzden öyle dedim.
565A: Evet. Canberk senin açıklaman ne?
566CB: 52 tane kart var 4 tane 3 var.
568CB: Ya da 1 bölü 10 da olabilir.
569A: Karar verin. Biraz önce yaptığınız çalışmayı düşünün.
570CB: O zaman 1 bölü 10.

Buradan da görüldüğü gibi öğrenciler deneysel olasılığa ait verilere göre olasılık değerlerini doğru bir şekilde hesaplamaktadırlar. Bu da onların bu bilgiyi *pekiştirdiğinin* göstergesidir. Fakat hala deneysel olasılık ve teorik olasılık kavramlarını *oluşturamamışlar* ve önceki etkinliklerde oluşturmuş oldukları kavramları *kullanmaya* devam etmişlerdir.

585A: Peki bu olasılıkları siz ne yaparak buldunuz?
586CB: Çekim yaparak.
609A: Direkt kartlara ve verilen bilgilere göre olasılıklarını hesapladınız. Sizce bu bulduğunuz olasılık nedir?
610CB: Sabit olasılık.
613A: Birinciye değişken demek istiyor Seyyide.
614CB: Bende diyim.
615A: İkinci ne olacak?
616S, CB: Sabit.

Öğrencilerin her ikisi de deneysel ve teorik olasılık kavramları yerine değişken ve sabit olasılık kavramlarını kullanmaya devam etmişlerdir. Bu kavramları *pekiştirmelerine* rağmen deneysel ve teorik olasılık kavramlarını *oluşturamamış*lardır.

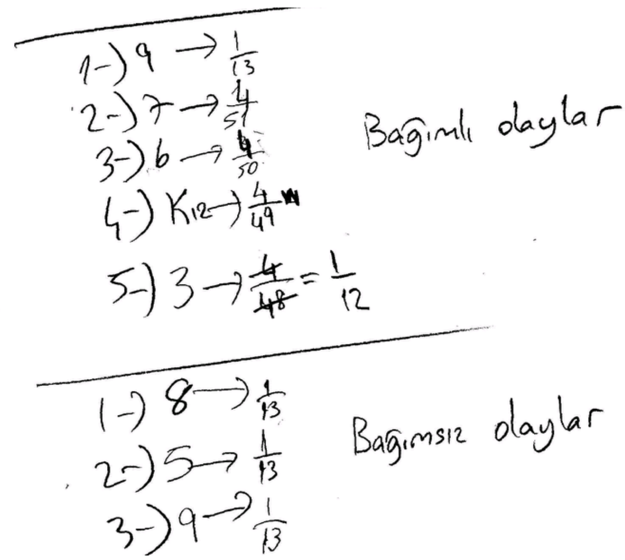
Üçüncü ve 4. bölümdeki gereken işlemleri yapmışlar ve 3. etkinlikte oluşturmuş oldukları bağımlı ve bağımsız olay kavramlarını bu etkinlikte *pekiştirmişler*dir. 3. bölüm için kartları çekmiş, yerine koymadan birkaç kere bu işlemi devam ettirmişler ve çekilen kartların olasılıklarındaki değişmeleri incelemişlerdir. Buna göre de olayların birbirinden etkilenip etkilenmediklerini görmüşlerdir.

663A: 9 gelme olasılığı hep bir sonraki çekimlerde ne oldu?
664S, CB: Etkilendi.
665A: Bu olaylar nasıl olaylardır?
666S: Bağımlı.

Bağımlı olaylar kavramını *pekiştiren* öğrenciler bağımsız olaylar kavramını da aynı şekilde *pekiştirmiş*lerdir. Gerekli işlemleri yaptıktan sonra olaylar arasında herhangi bir etkilenmenin olmadığını belirtmişler ve bu olaylara bağımsız olaylar demişlerdir.

675A: Birinci de 8 gelme olasılığı nedir?
676S, CB: 1 bölü 13.
677A: İkinci çekimde 8 gelme olasılığı nedir?
678S, CB: 1 bölü 13.
681A: Peki bu olaylara ne diyebiliriz?
682S: Bağımsız olaylar.
683A: Bağımsız olaylar. Peki, etkilenmediğini nereden anlıyorsunuz?
684S: Hepsinin olasılığı 1 bölü 13 çünkü.
685A: Peki üçüncü bölümde etkilendiğini nerden anlıyorsunuz?
686CB: Kartları geri koymuyoruz burada koyuyoruz.
687A: Kartların geri koyulmaması neyi etkiliyor?
688CB: Birbirlerini etkilemelerini etkilememelerini etkiliyor.
689A: Yani o etkiyle neyi değiştiriyor?
690S: Sayıların gelme olasılığı.

Birinci ve 2. etkinlikte bu kavramları oluşturamamalarına rağmen 3. etkinlikte *oluşturmuşlar*dır.



Şekil 24: Canberk' in 4. etkinlikteki bağımlı ve bağımsız olaylar çalışmasına ait verileri

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu bölümde araştırmada elde edilen bulgulardan çıkan sonuçlar özetlenecek ve bu sonuçlarla ilgili önerilerde bulunulacaktır.

4.1. Sonuçlar

Bu araştırmanın problemi *"Yapılandırmacı kurama uygun öğretim yaklaşımı uygulandığında olasılık konusu ile ilgili temel kavram ve kuralları bilgisi nasıl oluşmaktadır?"* olarak belirlenmiştir. Bu problem dört alt probleme ayrılmış ve alt problemlerin sonuçlarından araştırma probleminin sonucuna ulaşılmaya çalışılmıştır.

Birinci alt problem; *"Yapılandırmacı kurama uygun öğretim yaklaşımı uygulandığında matematik başarısı düşük öğrencilerde olasılık konusu ile ilgili temel kavram ve kuralları bilgisi nasıl oluşmaktadır?"* şeklinde belirlenmiş ve sonucuna ulaşabilmek için öğrencilerle örnek olay çalışması gerçekleştirilmiştir. Örnek olay çalışmasının verileri video ile kayıt edilmiş, daha sonra elde edilen bu kayıtlar analiz edilmiştir. Analiz edilen görüşmeler metne dönüştürülmüş, incelenmiş ve rapor haline getirilmiştir. Bu alt problemin sonucu olarak;

Matematik başarısı düşük olan öğrencilerden Melih ve Cansu' nun olasılık konusu ile ilgili temel kavram ve kuralları (deneysel olasılık, bağımlı olaylar, bağımsız olaylar) kısmen de olsa oluşturabildikleri, Şevval ve Gizem' in ise çok az bilgiyi oluşturabildikleri görülmüştür.

Birinci etkinlikte C ve M' nin olasılık konusu ile ilgili deneysel olasılık, bağımlı ve bağımsız olaylar kavramlarını oluşturdukları, teorik olasılık kavramını oluşturamadıkları görülmektedir. Teorik olasılık kavramına karşılık "tahmin olasılığı" ve "akla gelen olasılık" kavramlarını kullanmışlardır.

C ve M' nin 2. etkinlikte, 1. etkinlikte oluşturmuş oldukları bilgi yapılarının devamını sağlayamadıkları görülmüştür. Deney olasılığı ve tahmin olasılığı kavramlarının devamlılığını sağlarlarken, bağımlı ve bağımsız olay kavramlarının devamlılığını sağlayamamışlardır. 1. etkinlikte oluşturmuş oldukları yapıları devam ettiremedikleri için olasılık konusu ile ilgili temel kavram ve kuralları bilgisini kısmen oluşturabildikleri söylenebilir.

G ve Ş' nin 1. etkinlikte olasılığın temel kuralları ve kavramları bilgilerini (deneysel ve teorik olasılık, bağımlı ve bağımsız olaylar) oluşturamadıkları sonucu ortaya çıkmıştır. 280G' de etkileşmeyen olasılık ifadesinden bağımsız olaylar kavramına yaklaşmış olabilecekleri sonucuna varılabilir.

Ş ve G' nin 2. etkinlikte deneysel ve teorik olasılık kavramları için 313Ş' deki, 315G' deki, 340G ve 344Ş' deki ifadeleri kullanmışlardır. Bağımlı ve bağımsız olaylar kavramları için ise 390G'deki, 391G'deki ve 424Ş'deki ifadeleri kullanmışlardır. 1. etkinlikte bulmuş oldukları kavramlardan sadece kesinlik olasılığı kavramını devam ettirmişler diğer bütün kavramları değiştirmişlerdir. Buradan da bu öğrencilerin oluşturmaları gereken kavramları oluşturamadıkları sonucuna varılabilir.

İkinci alt problem; *"Yapılandırmacı kurama uygun öğretim yaklaşımı uygulandığında matematik başarısı yüksek öğrencilerde olasılık konusu ile ilgili temel kavram ve kuralları bilgisi nasıl oluşmaktadır?"* şeklinde belirlenmiş ve sonucuna ulaşabilmek için öğrencilerle örnek olay çalışması gerçekleştirilmiştir. Örnek olay çalışmasının verileri video ile kayıt edilmiş, daha sonra elde edilen bu kayıtlar analiz edilmiştir. Analiz edilen görüşmeler metne dönüştürülmüş, analiz edilmiş ve rapor haline getirilmiştir. Bu alt problemin sonucu olarak;

Matematik başarısı yüksek olan öğrencilerden Burcu ve Berkay olasılık konusu ile ilgili temel kavram ve kuralları bilgisinin (deneysel ve teorik olasılık, bağımlı ve bağımsız olaylar) hemen hemen hepsini oluştururken, Canberk ve Seyyide bu bilgileri kısmen oluşturabilmişlerdir.

BU ve B' nin, 1. etkinlikte deneysel olasılık kavramını oluşturdukları yani soyutladıkları sonucuna varılır. Teorik olasılık kavramı için ise bilimsel olasılık kavramını oluşturmuşlardır. Bu da öğrencilerin aslında bu olasılık kavramını da oluşturabildiklerinin bir kanıtıdır.

B ve BU' nun 2. etkinlikte deneysel olasılık, bağımlı ve bağımsız olaylar kavramlarını oluşturdukları sonucuna varılır. Teorik olasılık kavramı için ise bilimsel olasılık kavramını oluşturmuşlardır. Bunların yanı sıra deney sayısının yeterince gerçekleştirilmesi halinde deneysel olasılık değerinin teorik olasılık değerine yaklaşacağı bilgisini de her iki öğrenci oluşturmuştur. Görüldüğü gibi matematik başarısı yüksek öğrencilerden BU ve B’ ın olasılık konusu ile ilgili temel kavram ve kuralları bilgisinin hemen hemen hepsini oluşturduğu yani soyutladığı sonucuna varılır.

CB ve S’ nin 1. etkinlikte olasılığın temel kavramları ve kuralları bilgisinden (deneysel ve teorik olasılık, bağımlı ve bağımsız olaylar) hiç birini oluşturmadıkları sonucuna varılmıştır. Bağımlı ve bağımsız olaylar arasındaki farkları fark etmelerine rağmen bu kavramları oluşturamamışlardır.

CB ve S’ nin 2. etkinlikte ne deneysel olasılık ne de teorik olasılık kavramlarını oluşturabildikleri bununla birlikte bağımlı ve bağımsız olaylar kavramları bilgisini oluşturamadıkları sonucuna varılmıştır.

Üçüncü alt problem; “*Yapılandırmacı öğretim sonrası ilgili kurama uygun pekiştirme etkinliği uygulandığında matematik başarısı düşük öğrencilerde olasılık konusu ile ilgili temel kavram ve kuralları bilgisi nasıl oluşmaktadır?*” şeklinde belirlenmiş ve sonucuna ulaşabilmek için öğrencilerle örnek olay çalışması gerçekleştirilmiştir. Örnek olay çalışmasının verileri video ile kayıt edilmiş, daha sonra elde edilen bu kayıtlar analiz edilmiştir. Analiz edilen görüşmeler metne dönüştürülmüş, analiz edilmiş ve rapor haline getirilmiştir. Bu alt problemin sonucu olarak;

Matematik başarısı düşük olan öğrencilerin 1. ve 2. etkinlikte oluşturdukları bilgi yapılarını kısmen de olsa pekiştirebildikleri daha önce oluşturamamış oldukları bazı bilgi yapılarını oluşturabildikleri sonucuna varılmıştır.

M ve C’ nun 3. etkinlikte bağımsız olaylar kavramını pekiştirdikleri, diğer kavramlar için ise yeni kavramlar oluşturdukları sonucuna varılmıştır.

Dördüncü etkinlikte C ve M’ in bağımlı ve bağımsız olaylar bilgisini fark etmiş oldukları fakat bu olaylara ait kavramları oluşturamayıp pekiştiremedikleri sonucuna varılmıştır.

Ş ve G’ nin 3. etkinlikte teorik olasılık kavramına tahmin olasılığı dedikleri görülmektedir. Bağımlı ve bağımsız olayların özelliklerini fark ettikleri fakat bu olaylara ait kavramları bu etkinlikte de oluşturamadıkları sonucuna ulaşılmıştır.

Dördüncü etkinlikte Ş ve G’ in daha önceden oluşturmuş oldukları kavramları pekiştirdiklerini, henüz oluşturamamış oldukları bazı kavramları ise kısmen oluşturabildikleri sonucuna varılmıştır. Bağımlı olaylar kavramı yerine bağlı olasılık kavramını kullanmaları bu kavramı oluşturmaya başlamalarının göstergesi olarak kabul edilebilir.

Dördüncü alt problem; *“Yapılandırmacı öğretim sonrası ilgili kurama uygun pekiştirme etkinliği uygulandığında matematik başarısı yüksek öğrencilerde olasılık konusu ile ilgili temel kavram ve kuralları bilgisi nasıl oluşmaktadır?”* şeklinde belirlenmiş ve sonucuna ulaşabilmek için öğrencilerle örnek olay çalışması gerçekleştirilmiştir. Örnek olay çalışmasının verileri video ile kayıt edilmiş, daha sonra elde edilen bu kayıtlar analiz edilmiştir. Analiz edilen görüşmeler metne dönüştürülmüş, analiz edilmiş ve rapor haline getirilmiştir. Bu alt problemin sonucu olarak;

Matematik başarısı yüksek öğrencilerden Burcu ve Berkay’ ın daha önceden oluşturmuş oldukları olasılığın temel kavramları ve kuralları (deneysel ve teorik olasılık ile bağımlı ve bağımsız olaylar) bilgisini tamamen pekiştirdikleri, Canberk ve Seyyide’ nin ise daha önceden oluşturdukları bilgi yapılarını pekiştirdikleri, henüz oluşturamadıkları bilgi yapılarını ise 3. ve 4. etkinliklerde oluşturmuş oldukları sonuçlarına varılmıştır.

B ve BU’ nun 3. etkinlikte deneysel olasılık, bağımlı ve bağımsız olaylar bilgilerini pekiştirmiş oldukları sonucuna ulaşılmaktadır. Teorik olasılık kavramını 1. ve 2. etkinlikte bilimsel olasılık olarak oluşturan öğrenciler bu etkinlikte tahmin olasılığı ve verisel olasılık olarak fikirlerini değiştirmişlerdir. 1. ve 2. etkinlerde de deneysel olasılıkta deney sayısının yeterince olması halinde deneysel olasılık değerinin teorik olasılık değerine denk olacağı bilgisini oluşturan öğrenciler 3. etkinlikte de bu bilgiyi pekiştirmişlerdir. Buradan öğrencilerin bu bilgileri soyutladıkları sonucuna varılabilir.

Dördüncü etkinlikte B ve BU’ nun daha önce oluşturmuş oldukları ilgi yapılarını pekiştirdikleri sonucuna varılmıştır. Sadece 3. etkinlikte verisel olasılık dedikleri teorik olasılık kavramına 4. etkinlikte de bilimsel olasılık diyerek bu düşüncelerini de pekiştirmiş bulunmaktadırlar.

CB ve S' nin 3. etkinlikte 1. ve 2. etkinlikte oluşturmuş oldukları sabit ve değişken olasılık kavramlarını pekiştirdikleri, bağımlı ve bağımsız olaylar kavramlarını ise oluşturdukları sonucuna varılmıştır.

Dördüncü etkinlikte CB ve S diğer etkinliklerde de olduğu gibi sabit ve değişken olasılık kavramlarında karar kılmışlardır. 3. etkinlikte oluşturmuş oldukları bağımlı ve bağımsız olaylar kavramları bilgisini 4. etkinlikte devam ettirdikleri sonucuna varılabilir.

Genel olarak sonuçlara bakıldığı zaman hem matematiksel başarısı düşük öğrencilerin hem de matematik başarısı yüksek öğrencilerin olasılığın temel kavram ve kuralları bilgisini kısmen de olsa oluşturup pekiştirebildikleri görülmüştür. Matematik başarısı düşük öğrencilerden iki öğrencinin yapılan dört etkinlikte de bilgi yapılarını kısmen oluşturdukları sonucuna varılmıştır. Matematik başarısı yüksek öğrencilerin iki tanesi ilk iki etkinlikte hemen hemen bütün kavramları oluşturmuşlar ve diğer etkinliklerde bu kavramları pekiştirmişlerdir. Diğer iki öğrenci ise ilk iki etkinlikte oluşturamadıkları yapıları son iki etkinlikte oluşturmuş ve pekiştirmişlerdir.

4.2. Öneriler

Bu çalışmanın bulguları ve sonuçları doğrultusunda aşağıdaki önerilerde bulunulmuştur.

4.2.1. Öğretim için öneriler

1. Yapılandırmacı kurama uygun hazırlanan etkinlikler yardımıyla gerçekleştirilen bu çalışmada matematik başarısı düşük öğrencilerden iki tanesi olasılık konusu temel kuralları bilgisini kısmen de olsa oluşturabilirken iki tanesi çok az bilgi yapısını oluşturabilmiştir. Bunun sonucu olarak öğreticilerin, olasılık konularını işlerken matematik başarısı düşük öğrencilerin bilgi yapılarını çok az oluşturabildiğini unutmamalı, konunun öğretimi yapılırken yapılandırmacı kurama uygun öğretim yapmaları ve TKO – TKO+P modellerine göre öğrencilerin bilgi yapılarını incelemeleri önerilir. Böylece öğrencilerin konunun hangi bölümlerinde zorlandıklarını görebilirler ve öğretim esansında o noktalara odaklanarak zaman kaybını en aza indirmiş olurlar.

2. Yapılandırmacı öğretim yaklaşımı etkinlikler yardımıyla uygulandığında matematik başarısı yüksek öğrencilerin ikisinin olasılık konusu temel kuralları bilgisini oluşturabildikleri ikisinin daha az bilgi yapısını oluşturabildikleri görülmüştür. Öğreticilerin, matematik başarısı yüksek öğrencilerin bilgi yapılarını oluşturmalarını TKO – TKO+P modelleri ile incelemeleri ve öğrencilerin hızlı öğrenmelerine uygun etkinlikleri yapılandırmacı kuram çerçevesinde hazırlamaları önerilir.
3. Yapılandırmacı kurama uygun olarak hazırlanan pekiştirme etkinlikleri ile çalışıldığında matematik başarısı düşük öğrencilerin hepsinin daha önce oluşturamadıkları bilgi yapılarını oluşturabildikleri görülmüştür. Bunun sonucu olarak matematik başarısı düşük olan öğrencilerin konuyu daha iyi kavramaları ve kavram ve kuralları bilgisini oluşturabilmeleri için derslerde uygulanan, yapılandırmacı kurama uygun etkinlik sayısını arttırmaları önerilir. Böylece konunun soyutlanması gerçekleştirilmiş olur.
4. Yapılandırmacı kurama uygun öğretim yaklaşımı pekiştirme etkinlikleriyle çalışıldığında matematik başarısı yüksek öğrencilerin hepsinin olasılık konusu temel kavram ve kuralları bilgisini soyutlayabildikleri görülmüştür. Daha önce oluşturulamayan bilgi yapıları da bu etkinlikler yardımıyla oluşturulmuştur. Bunun sonucu olarak öğreticilerin konunun öğretilmesindeki etkinlik sayısını arttırmaları önerilir.

4.2.2. Yeni yapılacak araştırmalara ilişkin öneriler

1. Bu çalışmanın devamı niteliğinde, matematik başarısını “düşük-orta-yüksek” olmak üzere gruplandırarak olasılık konuları temel kavram ve kuralları bilgisi, bilgi oluşturma süreçleri TKO ve TKO+P modelleri çerçevesinde incelenebilir.
2. TKO ve TKO+P modellerine göre gerçekleştirilen bu çalışmada 8. sınıf olasılık konuları 7. sınıf öğrencileri ile çalışılmış ve hem matematik başarısı yüksek hem de matematik başarısı düşük öğrencilerin bu konuları daha önceden öğrenmemiş olmalarına rağmen kısmen de olsa soyutlayabildikleri epistemik eylemler bağlamında görülmüştür. Bu çalışmanın devamı niteliğinde 6. sınıf ve 7. sınıf olasılık konuları bir alt öğretim seviyesinde ya da daha alt öğretim seviyelerinde olan öğrenciler ile çalışılabilir ve bilgi oluşturma süreçleri incelenebilir.

KAYNAKLAR

Açıkgöz, Kamile

2002 *Aktif Öğrenme*, Eğitim Dünyası Yayınları, İzmir.

2004 *Aktif Öğrenme*, Eğitim Dünyası Yayınları, İzmir.

Alakoç, Z.

2002 *Matematik Öğretiminde Teknolojik Modern Öğretim Yaklaşımları*. Cumhuriyet Üniversitesi, Enformatik Bölümü, Sivas.

Altun, Murat

2006 *Eğitim Fakülteleri ve İlköğretim Öğretmenleri için Matematik Öğretimi*, Aktüel Yayınları, Bursa.

2008 *İlköğretim İkinci Kademe (6, 7 ve 8. Sınıflarda) Matematik Öğretimi*, Aktüel Yayınları, Bursa.

Altun, Murat - Yılmaz, Aslıhan

2008 "Lise Öğrencilerinin Tam Değer Fonksiyonu Bilgisini Oluşturma Süreci". *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi*, 2, ss. 237-271.

Anderson, Gary

1990 *Fundamentals of Educational Research The Felmer Press*. London. http://dergiler.ankara.edu.tr/dergiler/40/491/5792.pdf adresinden 01.12.2009 tarihinde alınmıştır.

Batanero, C. - Serrano, L. - Garfield, J. B.

1996 Heuristics and biases in secondary school students´ reasoning about probability. *Proceedings of the Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 20th, Valencia, Spain, July, 8–12.

Bikner-Ahsbahs, Angelika

2004 "Towards The Emergence Of Constructing Mathematical Meanings", *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Pychology of Mathematics Education*, 2, ss. 119-126.

Bodker, S.
1997 "Computers in Mediated Human Activity". *Mind, Culture and Activity*, 4, ss. 119-126.

Boyacıoğlu, H. - Erduran, A. - Alkan, H.
1996 Permütasyon, Kombinasyon ve Olasılık Öğretiminde Rastlanan Güçlüklerin Giderilmesi. *II. Ulusal Eğitim Sempozyumu'nda sunulmuş bildiri.* Marmara Üniversitesi, Atatürk Eğitim Fakültesi, İstanbul.

Bulut, S.
1994 The Effects of Different Teaching Methods Gender on Probability Achievement and Attitudes toward Probability. Yayınlanmamış Doktora Tezi. Ankara: Ortadoğu Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

Bulut, S. - Ekici, C. - İşeri, A.İ.
1999 Bazı olasılık kavramlarının öğretimi için olasılık yapraklarının geliştirilmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 15, 129–136.

Chi, M. - Feltovich, P. - Glaser, R.
1981 Categorization and representation of physics problems by experts and novices. *Cognitive Science*, 5(2), 121-152.

Cohen, L. - Manion, L. - Morrison, K.
2002 *Research Methods in Education*, London: Routledge.

Confrey, Jere - Costa, S
1996 "A Critique of the Selection of Mathematical Objects as a Central Metaphor for Advanced Mathemtical Thinking." *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 1, ss. 139-168.

Çelik, H.C. - Bindak, R.
2005 Sınıf Öğretmenliği Bölümü Öğrencilerinin Matematiğe Yönelik Tutumlarının Çeşitli Değişkenlere Göre İncelenmesi, *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 13(2), 427-436.

Çelik, D. - Güneş, G.
2007 7, 8 ve 9. sınıf öğrencilerinin olasılık ile ilgili anlama ve kavram yanılgılarının incelenmesi. *Milli Eğitim Dergisi*, 173, 361–375.

Davydov, V.V.
1990 *Soviet Studies in Mathematics Education: Vol. 2. Types of Generalization in Instruction: Logical and Psychological Problems in the Structuring of School Curricula*, J. Kilpatrick (ed.) and J. Teller (Trans.), National Council of Teachers of Mathematics, Reston, VA (Original work published in 1972).

Dean, Ruth G.
1993 "Constructivism: An Approach to Clinical Practice", *Smith College Studies in Social Work*, 63, (2), 127-146.

De Corte, E.
2004 Mainstreams and Perspectives in Research on Learning Mathematics From Instruction, *Applied Psychology*, Vol.53, pp, 279–310.

Dede, Yüksel
2003 Öğe Gösterim Teorisinin İlköğretim Matematik Öğretimindeki Etkiliği, *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 1(3), 355-360.

Dienes, Z.P.
1961 "On abstraction and genelization", *Harward Educational Review*, 31 (3), ss. 281-301.

Dreyfus, Tommy
1991 Advanced Mathematical Thinkin Processess. In D. Tall (Eds.) *Advanced Mathematical Thinking*, ss. 25-41. Kluwer. Dordrecht.
2007 "Processes of Abstraction in Context the Nested Epistemic Actions Model", 22.09.2008 tarihinde http://cresmet.asu.edu/news/i2/dreyfus.pdf internet adresinden elde edilmiştir

Dreyfus, Tommy - Hershkowitz, Rina - Schwarz, Baruch
2001 "Abstraction in Context: The Case of Peer Interaction", *Cognitive Science Quarterly*, 1(3), ss. 307-368.

Dreyfus, Tommy - Tsamir, Pessia
2001 *"Ben's Consolidation of Knowledge Structures about Infinite Sets"*, Technical report, Tel Aviv, Israel, Tev Aviv University.

Dreyfus, T. - Hershkowitz, R. - Hadas, N. - Schwarz, B. B.
2006 Mechanisms for consolidating knowledge construct. In J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká, & N. Stehlíková (Eds.), *Proceedings of the 30th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 465-472). Prague, Czech Republic: Charles University Faculty of Education.

Driscoll, M.P.
2000 *Psychology of Learning for Instruction*. Boston: Allyn & Bacon.

Duffy, T. M. - Cunningham, D. J.
1996 Constructivism: Implications for the design and delivery of instruction. In D. H. Jonassen (Ed.), *Educational communications and technology*, pp. 170-199. New York: Simon & Schuster Macmillan.

Durmuş, Soner
2001 "Matematik Eğitimine Oluşturmacı Yaklaşımlar", *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri Dergisi*, 1(1), ss. 91-107.

Ekiz. D.
2001 *"İlköğretimde Fen Bilim Öğretimi ve Öğrenimi"*, Derya Kitapevi, Trabzon.

Felsele Terimleri Sözlüğü
2009 http://www.felsefe.gen.tr/felsefe_sozlugu.asp adresinden 15.03.2009 tarihinde alınmıştır.

Ficshbein, E. ve Schnarch, D.
1997 The evolution with age of probabilistic, ıntuitively based misconceptions. *Journal for Research in Mathematics Education, 28*(1), 96–105.

Foire, G.
1999 Math-abused students: are we prepared to teach them? Mathematics Teacher, 92, 403-407.

Gates, L. W.
2001 Probability experiments in the secondary school. *Teaching Statistics.* *http://old.rsscse.co.uk/ts/bts/gates/text.html* adresinden 05.11.2009 tarihinde alınmıştır.

Gierl, M. J. - Bisanz, J.
1995 Anxieties and attitudes related to Mathematics in grades 3 and 6. Journal of Experimental Education, 63, 139-159.

Gravemeijer, K.
1990 Context problems and realistic mathematic instruction, Gravemeijer, K., Hauvel M. V. & Streefland, L. (Ed.) *Contexts Free Productions Tests and Geometry in Realistic Mathematics Education*, the State University of Utrecht, Netherlands.

Gürbüz, R.
2007 Olasılık konusunda geliştirilen materyallere dayalı öğretime ilişkin öğretmen ve öğrenci görüşleri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, *15*(1), 259–270.

Hassan, Ibrahim - Mitchelmore, Michael
2006 “The Role of Abstraction in Learning About Rates of Change”.

Hayduk, L.A.
1987 *Structural Equation Modeling with LISREL*, *Essentials and Advances*, Baltimore: The John Hopkins University Press

Hershkowitz, Rina
2004 “From Diversity to Inclusion and Back: Lenses on Learning (Plenary Lecture)”, *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, eds. M. J. Hoines and A.B. Fuglesad, 1, pp. 55-68, Bergen University College, Norway.

Hershkowitz, Rina - Schwarz, Baruch - Dreyfus, Tommy
2001 “Abstraction in Contexts: Epistemic Actions”, *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(2), ss. 195-222.

Hershkowitz, Rina – Hadas, Nurit – Dreyfus, Tommy – Schwarz, Baruch
2007 “Abstracting Processes, from Individuals’ Constructing of Knowledge to a Group’s “Shared Knowledge””, *Mathematics Education Research Journal*, 19(2), pp. 41-68.

Hickey, D. T. - McCaslin, M.
2001 Educational Psychology, Socail Constructivism, and Educational Practice:A case of Emergent Identity. *Educational Psychologist*, 36(2), 133-140.

Hovardaoğlu, S.
2000 *Davranış Bilimleri İçin Araştırma Teknikleri*. Ankara: Ve Ga Basın Yayın Dağıtım

Kafoussi, S.
2004 Can Children Kindergarten Be Successfully Involved in Probabilistic Tasks? *Statistics Education Research Journal*, *3*(1), 29–39. 02.12.2009 tarihinde http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ3(1)_kafoussi.pdf adresinden alınmıştır.

Kağıtçıbaşı, Ç.
1988 *İnsan ve İnsanlar*. İstanbul: İstanbul Matbaası.

Kılıç-Bağcı, Gülşen
2001 "Oluşturmacı Fen Öğretimi", *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri Dergisi*, 1, ss. 7-22.

Koç, G.
2002 Yapılandırmacı Öğrenme Yaklaşımının Duyuşsal ve Bilişsel Öğrenme Ürünlerine Etkisi. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.

Koçbeker, B,N. - Saban, A.
2005 Otistik Bir Çocuğun Yabancı Dil Öğrenimine İlişkin Örnek Olay İncelemesi, *Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, Sayı 14, sayfa 401-428. Ulakbim veritabanından 23.06.2008 tarihinde alınmıştır. Web üzerinde:

http://www.sosyalbil.selcuk.edu.tr/sos_mak/makaleler%5CAhmet%20SA
BAN%20Beyhan%20Nazl%C4%B1%20KO%C3%87BEKER%5C401- 428.pdf.

Laird, J.
1995 “Family Centered Practice in the Postmodern Era*”, Families in Society,* 76, (3), s.150-162.

Lawrence, A.
1999 From the giver to twenty-one balloons: Explorations with probability. *Mathematics Teaching in the Middle School*, *4*(8), 504–509.

Leont’ev, A.N
1981 The Problem of activity in psychology in J.Vç Wertch (Eds. And Trans), *The Concept of Activity in Soviet Psychology,* M.E. Sharpe, Armonk, Ny. Ss. 37-71.

Lincoln, Y.S. - Guba, E.G.
1985 *Naturalistic Inquiry***,** Beverly Hills, CA, Sage.

Ma, X.
1999 A Meta-Analysis of the Relationship between Anxiety toward Mathematics and Achievement in Mathematics**,** *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 30, No. 5, pp. 520-540

Memnun Sezgin, Dilek
2008 “Olasılık Kavramlarının Öğrenilmesinde Karşılaşılan Zorluklar, Bu Kavramların Öğrenilememe Nedenleri ve Çözüm Önerileri”. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 15, ss. 89-101.

Mertens, D.
1998 *Research Methods in Education and Psychology*. London: Sage Publications.

Milli Eğitim Bakanlığı
2006 İlköğretim Matematik Dersi 6-8. Sınıflar Öğretim Programı, Ankara: MEB.

Mitchelmore, M. C.
2002 The role of abstraction and generalisation in the development of mathematical knowledge. In D. Edge & Y. B. Har (Eds.). *Mathematics education for a knowledge-based era* (Proceedings of the Second East Asia Regional Conference on Mathematics Education and the Ninth

Southeast Asian Conference on Mathematics Education, Vol. 1, pp. 157-167). Singapore: Association of Mathematics Educators.

Munisamy, S. - Doraisamy, L.
1998 Levels of understanding of probability concepts among secondary school pupils. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 29*(1).

Olssen, M.
1996 "Radical constructivism and ıts failings: anti realism and ındividualism". *British Journal of Educational Studies*. 44 (3) , 275-295

Ohlsson, S. - Lehtinen, E.
1997 "Abstraction and the Acquisition of Complex Ideas", *International Journal of Educational Research*, 27, ss. 37-48.

Özden, Yüksel
2002 *"Sınıf İçinde Öğrenme Öğretme Ortamının Düzenlenmesi. Sınıf Yönetimi"*. 1. Baskı. Ed. E. Karip. PegemA Yayıncılık. Ankara.

Özgüven, İ.E.
1994 *Psikolojik Testler*. Ankara: Yeni Doğuş Matbaası. 268 Sosyal Bilimler Dergisi.

Özkan, Betül
2001 Yapılandırmacı Öğrenme Ortamlarında Özgün Etkinlik ve Materyal Kullanımının Etkililiği, Hacettepe Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü. Yayınlanmamış Doktora Tezi. Ankara.

Özmantar, Mehmet F.
2004 "Scaffolding, Abstraction, and Emergent Goals", *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, ed. O. McNamara, 24(2), 08.11.2008 tarihinde http://www.bsrlm.org.uk/IPs/ip24-2/BSRLM-IP-24-2-14.pdf internet adresinden alınmıştır.
2005 An Investigation of the Formation of Mathematical Abstractions through Scaffolding, Doktora Tezi, University of Leeds.

Özmantar, Mehmet F. - Monaghan, J.

2004 “Abstraction and Consolidation”, *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, eds. M. J. Hoines and A.B. Fuglesad, 3, ss. 55-68, Bergen University College, Norway.

2006 Abstraction, Scaffolding and Emergent Goals”, *Procedings 30th Conference of the International Group forthe Psychology of Mathematics Education*, ed. Novotna, J., Moraova, H., Kratha, M., Stehlikova, N., 4, ss 305-312.

2007 “A Dialectical Approach to the Formation of Mathematical Abstractions”, *Mathematics Education Research Journal*, 19(2), pp. 89–112.

Özsoy, Nesrin

2003 İlköğretim Matematik Derslerinde Yaratıcı Drama Yönteminin Kullanılması, *Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 5 ,ISSN 1301-7985, Sayı:2 ,112-124.

Peker, M. - Mirasyedioğlu, Ş.

2003 Lise 2. Sınıf Öğrencilerinin Matematik Dersine Yönelik Tutumları ve Başarıları Arasındaki İlişki, *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, (2)-14, 157-166.

Philips, D. C.

2000 “An opinionated account of tha constructivist lanscape. In D. C. Philips (Ed.), *Constructivism in Education: Opinions and Second Opinions on Controversial Issues*, Chicago, Illinois, The University of Chicago Press.

Ron, Gila - Dreyfus, Tommy - Hershkowitz, Rina

2006 “Partial Knowledge Constructs For The Probability Area Model” *Procedings 30th Conference of the International Group forthe Psychology of Mathematics Education*, ed. Novotna, J., Moraova, H., Kratha, M., Stehlikova, N., 4, ss 449-456

Rosch, E. – Mervis, C.B.

1975 Family resemblances: studies in the internal structure of categories. *Cognitive Psychology*, 7, 573-605.

Saban, Ahmet

2000 *Öğrenme Öğretme Süreci*. Nobel Yayın Dağıtım, Ankara.

Samuelsson, J.
2006 ICT as a change agent of mathematics teaching in Swedish secondary school. *Education and Information Technologies*, 11, 1-11.

Schwarz, Baruch - Dreyfus, Tommy - Hadas, Nurid - Hershkowitz, Rina
2004 "Teacher Guidance of Knowledge Construction", *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, eds. M. J. Hoines - A.B. Fuglesad, 4, pp. 169-176, Bergen University College, Norway.

Senemoğlu, Nuray
1997 *Gelişim Öğrenme ve Öğretim*, Spot Matbaası, Ankara.

Shaughnessy, J. M.
1992 Research in probability and statistics: reflections and directions. In D. A. Groups, (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, Macmillan (pp. 465–494), New York.

Sierpinska, A.
1994 *Understanding in mathematics,* London: Falmer.

Şengül, Nuray
2006 Yapılandırmacılık Kuramına Dayalı Olarak Hazırlanan Aktif Öğretim Yöntemlerinin Akan Elektrik Konusunda Öğrencilerin Fen Başarı ve Tutumlarına Etkisi, Celal Bayar Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Manisa.

Şimşek, Ali
2004 Yapıcı Öğrenme Kuramına Göre Eğitimde Program Geliştirme. Sakarya Üniversitesi. *IV. Uluslararası Eğitim Teknolojileri Sempozyumu Bildirileri*, Sakarya.

Tanışlı, D.
2008 İlköğretim Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Örüntülere İlişkin Anlama ve Kavrama Biçimlerinin Belirlenmesi. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Anadolu Üniversitesi, Eskişehir.

Tavşancıl, E.
2002 *Tutumların Ölçülmesi ve SPSS ile Veri Analizi,* Ankara: Nobel Yayıncılık.

Truran, J.
1985 Children's understanding of symmetry. *Teaching Statistics, 7*(3), 69–74.

Tobias, S.
1987 *Succeed with math*. The College Board Publication.

Tynjälä, P.
1999 "Towards expert knowledge? a comparison between a contructivist and a traditional learning environment in university". *International Journal of Educational Research,* 31 (5), 357- 442.

von Glasersfeld, Ernst
1991 "Radical Constructivism in Mathematics Education", *Mathematics Education Library*, ed. A. J. Bishop, 7, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Boston and London.
1995 "A Constructivist Approach to Teaching", *Constructivism in* Education, ed. Leslie P. Steffe - Jerry Gale, Lawrence Erlbaum Associates, New Jersey, America.

van Oers, B.
2001 "Contextualisation for Abstraction", *Cognitive Science Quartely,* 1 (3), ss. 279-305.

Vygotsky, Lev Semenovich
1978 *Mind and Society.* Ed. And Trs.: M. Cole, Cambridge: Harvard Univrsity Press.

Wheatley, G.H.
1991 "Constructivist perspective on science and mathematics learning", *Science Education,* 75 (1), ss. 9-21.

Wigfield, A. - Meece, J. L.

1990 Predictors of Math Anxiety and its influence on younger adolescents´ Course Enrollment Intentions on performance in Mathematics. *Journal of Educational Psychology*, 82, 60-70.

Wilson, G.

1997 *Reflections on Constructivisim and Instructional Design*. In C.R. Dills & A.A. Romiszowski (Eds.), Educational Psychology (s: 211-217). Dushkin: McGraw Hill.

Yeşildere, Sibel - Türnüklü, Elif

2004 "Matematik Öğretiminde Oluşturmacı Değerlendirme" *Eğitim Araştırmaları Dergisi*, 4 (16), ss. 39-49.

2008a "İlköğretim Sekizinci Sınıf Öğrencilerin Bilgi Oluşturma Süreçlerinin Matematiksel Güçlerine Göre İncelenmesi", *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 22(1).

2008b "An Investigation of the Components Affecting Knowledge Construction Processes of Students with Differing Mathematical Power", *Eurasian of Educational Research (Eğitim Araştırmaları)*, 31, pp. 151-169.

Yeşildere, Sibel

2006 Farklı Matematiksel Güce Sahip İlköğretim 6., 7. ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Düşünme ve Bilgiyi Oluşturma Süreçlerinin İncelenmesi, Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü. Yayımlanmamış Doktora Tezi. İzmir.

Yıldırım, A. - Şimşek, H.

2005 *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*, Ankara: Seçkin Yayıncılık.

2006 *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*, (5. Baskı), Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yin, R.

1994 *Case Study Research: Design and Methods*, USA: Sage.

Yurdakul, Bünyamin

2004 Yapılandırmacı Öğrenme Yaklaşımının Öğrenenlerin Problem Çözme Becerilerine, Bilişötesi Farkındalık ve Derse Yönelik Tutum Düzeylerine Etkisi ile Öğrenme Sürecine Katkıları, Hacettepe Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara. Yayımlanmamış Doktora Tezi.

EKLER

EK 1

ETKİNLİK 1: Hangi Topu Seçmeli?

Koyu mavi, içi görünmeyen torbanın içinde 2 yeşil, 3 pembe ve 5 beyaz pin-pon topu vardır.

1. Bu torbadan bir tane top çekin ve rengini not edin. Topu torbaya geri atın ve bir top daha çekin. Bu çekim olayını 25 kere tekrarlayın ve verilerinizi not edin.

- Çekim olayı bittiğinde hangi renkten kaç tane seçtiğinizi sayın ve saydıktan sonra her bir renk için olasılığı hesaplayın.
- Yaptığınız işlemler sonucu elde ettiğiniz sonuçlar ile beklediğiniz sonuçlar aynı mı?

2. - Torbadan bir top çekildiğinde bu topun yeşil top olma olasılığı kaçtır?

- Pembe top olma olasılığı kaçtır?
- Beyaz top olma olasılığı kaçtır?
- 1'de yaptığınız işlemler sonucu bulduğunuz sonuçlar ile 2'de bulduğunuz sonuçlar arasındaki ilişkiyi nasıl açıklarsınız?

3. Şimdi torbadan bir top çekin ve rengini yazın. Topu torbaya geri koymayın ve yeni bir top daha çeki. Çektiğiniz topları geri koymadan 5 kere bu olayı tekrarlayın. Elde ettiğiniz sonuçları yazın.

- 2. çekimde torbada kaç tane top vardır?

- 3. çekimde torbada kaç tane top vardır?

- 1. çekimle 2. çekim arasında nasıl bir ilişki vardır?

4. Torbadan bir top çekin ve gelen rengin olasılığını not edin. Çektiğiniz topu geri koyun ve bir top daha çekin.

- Çekimleriniz sonucunda yeşil topun çekilmesi durumu nasıldır?

- Bu durumda her çekilişte torbada kaç tane top vardır?

- 1.çekiminiz 2. çekiminizi etkilemekte midir?

- 1. çekiminiz ile 2. çekiminiz arasında nasıl bir ilişki vardır?

- Torbadan sırayla iki top çekin. İlk çektiğiniz topu yerine koyun. Bu durumda pembe top seçilme olasılığı nedir?

ETKİNLİK 2: Kalemim Nerede?

İçi görünmeyen torbanın içinde 6 yeşil, 4 pembe ve 5 mavi kalem vardır.

1. Bu torbadan bir tane kalem çekin ve rengini yazın. Kalemi geriye koyun ve bir kalem daha çekin. Bu çekim olayını 25 kere tekrarlayın ve verilerinizi not edin.

- Çekim olayı bittiğinde hangi renkten kaç tane seçtiğinizi sayın ve saydıktan sonra her bir renk için olasılığı hesaplayın.

2. **-** Torbadan bir kalem çekildiğinde bu kalemin mavi kalem olma olasılığı nedir?

- Pembe kalem olma olasılığı nedir?
- Yeşil kalem olma olasılığı nedir?
- 1 ve 2 de yapılan işlemler sonucu elde edilen veriler arasında nasıl bir ilişki vardır? Eğer varsa bu ilişkiyi nasıl açıklarsınız?

3. Torbadan bir kalem çekin ve rengini yazın. Kalemi torbaya geri koymayın ve yeni bir kalem daha çekin. Çektiğiniz kalemleri geri koymadan 5 kere bu olayı tekrarlayın. Elde ettiğiniz sonuçları yazın.

- 2. çekiminizde torbada kaç tane kalem vardır?
- 3. çekinizde torbada kaç tane kalem vardır?
- 1. çekimle 2. çekim arasında nasıl bir ilişki vardır?

4. Torbadan bir kalem çekin ve gelen rengin olasılığını not edin. Çektiğiniz kalemi geri koyun ve bir kalem daha çekin.

- Çekimleriniz sonucunda mavi kalemin çekilmesi durumu nasıldır?
- Bu durumda her çekilişte torbada kaç kalem vardır?
- 1. çekiminiz 2. çekiminizi etkilemekte midir?
- 1. çekiminiz ile 2. çekiminiz arasında nasıl bir ilişki vardır?

ETKİNLİK 3: Kazan – Kaybet!

Her biri aynı büyüklükte ve kalınlıkta olan okey taşlarının içinden kırmızı renkte olan 13 tane taş alınmış ve bir torbanın içine konulmuştur. Ahmet bu torbayı alarak Aslı'nın yanına gidiyor ve oyun oynamaya karar veriyorlar. Eğer torbadan çekilen taş çift ise Aslı, tek ise Ahmet o eli kazanmış oluyor. Aslı her bir taşın gelme olasılığını öğrenmek istiyor ve oyunu kaybetmek istemiyor. Bunun içinde torbanın içinden 40 defa taş çekiyorlar ve sonuçları not ediyorlar. Her defasında çektikleri taşı geri koyuyorlar. Siz de bu oyunu oynamış olsanız, kaç defa çekim yapardınız?

1. Torbadan bir taş çekin ve üzerindeki sayıyı not edin. Taşı torbanın içine atın ve tekrar bir taş daha çekin. Bu işlemleri yukarıda belirlediğiniz çekim sayısı kadar yapın ve sonuçları yazın. Bulduğunuz sonuçlara göre gelen sayıların çekilme olasılıklarını hesaplayınız.

- Bulduğunuz sonuçlara göre oyunu kim kazanır?

Ahmet bu işlemleri yapmanın gerek olmadığını ve direk olasılıkları bulabileceğini söylüyor. Buna göre;

2. **-** 5 gelme olasılığı nedir?

- 2 gelme olasılığı nedir?
- Bu olasılıklara göre oyunu kim kazanır?
- 1. bölüm ile 2. bölüm arasında bulunan olasılıklar arasında bir ilişki var mıdır? Varsa bu ilişkiyi nasıl açıklarsınız?
- 1. bölümde bulunan olasılığa ve 2. bölümde bulunan olasılığa birer ad vermek isteseniz ne derdiniz?

3. Aslı çekilen taşın geri konulmaması durumunda ne olacağını merak ediyor. Buna göre;

- Torbadan bir taş çekin ve üzerindeki sayıyı not edin. Çekilen taşları geri koymayın ve bu işlemleri 5 kere tekrarlayın.
- Her çekilişte torbanın içinde kaç taş vardır?
- Bir taş çekip yerine koymadığınız ve 2. bir taş çektiğiniz zaman sizce ilk çekiminiz 2. çekiminizi etkiler mi? Açıklayınız.
- İlk taşı yerine koymadığınız zaman bir taşın çekilme olasılığı değişir mi?

4. Ahmet taşları geri koyarak oyunu kazanıp kazanamayacağını merak ediyor. Bu durumda;

- Torbadan bir taş çekin ve üzerindeki sayıyı not edin. Çekilen taşı torbaya geri koyun. Bu işlemi bir kaç kere tekrarlayın.
- Her çekilişte torbanın içinde kaç tane taş vardır?
- İlk çektiğiniz taşın gelme olasılığı nedir?
- 2. çektiğiniz taşın gelme olasılığı nedir?
- Bu durumda 1. çekiminiz 2. çekiminizi etkiler mi?
- 3. bölüm ile 4. bölüm arasında bir fark var mıdır? Eğer varsa bu farkı açıklayınız.
- 3. ve 4. bölümlerdeki olayları adlandırmak isterseniz ne söylerdiniz?

ETKİNLİK 4: Çekme Şansı

Elimizde bir adet 52 lik iskambil destesi vardır. Bu deste karo, sinek, maça ve kupa olmak üzere 4 gruptan oluşmaktadır. Her bir grupta 1 den 10 a kadar sayılar ve vale, kız, papaz olmak üzere 13 kart vardır.

1. Bu desteden bir kart çekin ve çektiğiniz sayıyı veya resmi not edin. Kartı yerine koyun ve yeni bir kart daha çekin. Kartları her defasında yerine koymak koşuluyla bu olayı 30 defa tekrarlayın. İşlemlerin sonucunda bulduğunuz sayı veya resimlerin olasılıklarını bulunuz.

2. Bu desteden bir kart çekildiğinde bu kartın;

- 5 olma olasılığı nedir?
- Papaz gelme olasılığı nedir?
- 10 gelme olasılığı nedir?
- 2 gelme olasılığı nedir?
- Vale gelme olasılığı nedir?
- 1. ve 2. bölümde bulunan olasılıklara birer ad vermek isteseniz ne derdiniz?

3. Bu desteden bir kart çekin ve çektiğiniz kartı geri koymayın. Sonra bir kart daha çekin.

- Bu durumda her çekilişte destede kaç kart vardır?
- Bir kart çekip yerine koymadığınız ve 2. bir kart çektiğiniz zaman sizce ilk çekiminiz 2. çekiminizi etkiler mi? Açıklayınız.
- İlk kartı yerine koymadığınız zaman bir kartın çekilme olasılığı değişir mi?

4. Desteden bir kart çekin ve üzerindeki sayıyı veya resmi not edin. Çektiğiniz kartı desteye geri koyun. Bu işlemi birkaç kere tekrar edin.

- Her çekilişte destede kaç tane kart vardır?
- İlk çektiğiniz kartın olasılığı nedir?
- 2. çektiğiniz kartın olasılığı nedir?
- Bu durumda 1. çekiminiz 2. çekiminizi etkiler mi?
- 3. ve 4. bölümlerdeki olayları adlandırmak isterseniz ne söylerdiniz?
- Bu bölümlerdeki olaylar arasında fark var mıdır? Varsa bu farkı açıklayınız.

EK 2

EK 3
Öğrencinin;
Okulu :
Adı – Soyadı :
Numarası :

OLASILIK KONUSUNA YÖNELİK ÖN BİLGİLERİ DEĞERLENDİRME SINAV SORULARI

1. Ayşegül 7. sınıfa giden başarılı bir öğrencidir. Hafta sonunda, Matematik, Türkçe, Sosyal Bilgiler, Resim-iş, Fen ve Teknoloji Eğitimi derslerinden yapması gereken ödevleri vardır. Ayşegül yapacağı ödevlerin ders isimlerini küçük kağıtlara yazıyor. İlk yapacağı ödeve karar vermek için bir kağıt çekiyor. Ayşegül'ün ilk yapacağı ödevin Türkçe dersi ödevi olma olayına göre aşağıdaki boşlukları doldurunuz.

Deney =

Örnek Uzay =

Olay =

Olayın Çıktıları =

Rastgele Seçim =

Eş Olasılıklı Olma =

2. Aşağıdaki ifadelerden kaç tanesi her zaman **doğrudur?**

I. $O(A) \leq 1$ **IV.** $O(A) < O(A')$
II. $0 \leq O(A)$ **V.** $1 - O(A) = O(A')$
III. $O(A) - O(A') = 0$

a) 5 **b)** 4 **c)** 3 **d)** 2

3. Aşağıdaki ifadelerden hangisi **yanlıştır**?
   a) Kesin olayın olasılık değeri 1 dir.
   b) Sıfır (0) imkansız olayın olasılık değeridir.
   c) Eş olasılıklı olma; kümeden çekilen elemanların çekilmesi olasılığı birbirinden farklıdır.
   d) Evrensel kümede her eleman bir kez yazılır.

Ali, 4 kız ve 2 erkek arkadaşıyla lunaparka gidiyor. Çarpışan arabalara binmek istiyorlar fakat bir kişilik yer olduğunu görüyorlar. Buna göre aşağıdaki 4. ve 5. soruları cevaplayınız.

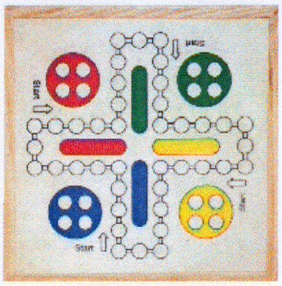
4. Çarpışan arabalara birinin binme olasılığı kaçtır?

a) 1 **b)** $\frac{6}{7}$ **c)** $\frac{1}{7}$ **d)** 0

5. Çarpışan otomobile üç kişinin binme olasılığı kaçtır? **NEDEN?**

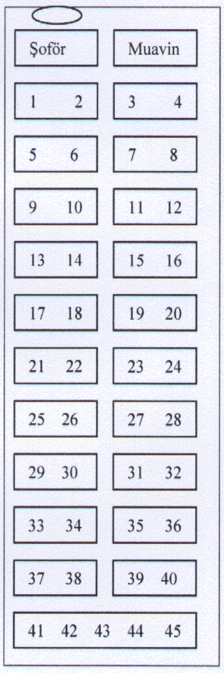
a) 0 **b)** $\frac{3}{7}$ **c)** $\frac{4}{7}$ **d)** 1

6. Aslı ve 3 arkadaşı ödevlerini bitirdikten sonra birlikte kızmabirader oyun oynamaya karar veriyorlar. İlk zarı Aslı atıyor. Zarın üst yüzeyine gelen sayının 2 den büyük olma olasılığı nedir?



a) $\frac{1}{6}$ **b)** 0 **c)** 1 **d)** $\frac{2}{3}$

7.



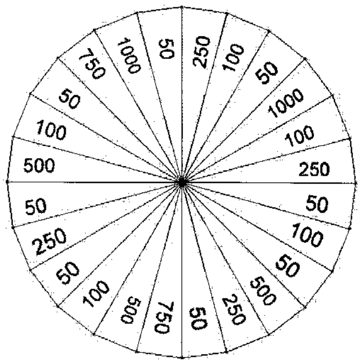
Ahmet Bey, iş seyahati için otobüs firmasından bilet almak ister. Otobüsün oturma planı yanda verilmiştir. Ahmet Bey'in alacağı biletin;

a) Cam kenarında ki bir koltukta olma olasılığı nedir?
b) Tek numaralı olma olasılığı nedir?

8. Nurhayat öğretmen, tebeşir kutusundaki 7 kırmızı, 8 tane beyaz tebeşir arasından rastgele bir tebeşir alıyor. Buna göre aşağıdaki olasılıkları bulunuz.

a) Alınan tebeşirin kırmızı olma olasılığı nedir?
b) Alınan tebeşirin beyaz olma olasılığı nedir?
c) Alınan tebeşirin yeşil olma olasılığı nedir?

9.



Televizyonda düzenlenen bir yarışma, 24 eş parçaya ayrılmış daire şeklindeki bir çarkın üzerinde oynanmaktadır. Yarışmacı, sunucunun sorduğu soruya doğru cevap verirse çarkı çevirme hakkı elde etmekte ve okun durduğu yerdeki puanı kazanmaktadır. Buna göre bir yarışmacının soruyu doğru bilip çarkı çevirmesi durumunda;

a) 500 puanın üstünde bir puan dilimin,

b) 500 puanın altında bir puan dilimin gelme olasılıkları nelerdir?

10. Dilara ve Ahmet ders arasında bir oyun oynamayı planlamışlar ve Dilara, alfabedeki tüm harfleri aynı özelliklere sahip kağıtlara yazarak bir torbanın içine koymuştur. Bu torbadan sırayla kağıt çekeceklerdir ve ünlü bir harfi ilk bulan oyunu kazanacaktır. İlk kağıdı Ahmet çektiğine göre çekilen kağıdın ünlü olma olasılığı kaçtır?

NOT : Sorular eşit puanlıdır. **BAŞARILAR**

T.C.
KOCAELİ VALİLİĞİ
İL MİLLÎ EĞİTİM MÜDÜRLÜĞÜ

SAYI : B08.4.MEM.4.41.00.09/510 13.05.09* 12253
KONU : Araştırma İzni
(Yasemin KATRANCI)

İLÇE MİLLİ EĞİTİM MÜDÜRLÜĞÜNE
İZMİT

Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı Yüksek Lisans Programı öğrencisi Yasemin KATRANCI 'nın, İlçeniz Nuh Çimento İlköğretim Okulunda araştırma talebinin uygun görüldüğüne ilişkin 11.05.2009 tarih ve 12084 sayılı Valilik Onayı ekte gönderilmiştir.

Gereğini rica ederim

Süleyman YILDIRIM
Müdür a.
Şube Müdürü

EKLER:

Ek) 1-Valilik Onayı (1 Adet)

Ömerağa Mah. Ankara Cad
Valilik Binası Kat:2 KOCAELİ
Tel: 331 33 03 Tel: 331 58 98
Tel: 321 17 47 Fax: 321 15 54
www.kocaeli.meb.gov.tr www.kocaeli-meb.gov.tr
kocaelimem@meb.gov.tr

ÖZGEÇMİŞ

Doğum Yeri ve Yılı :	ISPARTA / 1983		
Öğr.Gördüğü Kurumlar :	**Başlama Yılı**	**Bitirme Yılı**	**Kurum Adı**
Lise :	1997	2001	Burdur Cumhuriyet Lisesi
Lisans :	2001	2005	Kocaeli Üniversitesi / İlköğretim Matematik Öğretmenliği
Yüksek Lisans :	2007	2010	Uludağ Üniversitesi / Sosyal Bilimler Enstitüsü
Doktora :	-	-	-
Bildiği Yabancı Diller ve Düzeyi:	İngilizce / İyi		
Çalıştığı Kurum (lar) :	**Başlama ve**	**Ayrılma Tarihleri**	**Çalışılan Kurumun Adı**
1.	19.09.2005	06.01.2006	Körfez Rıfat Ilgaz İlköğretim Okulu
…			
Kullandığı Burslar :	Başbakanlık Bursu (2001-2005)		

Üye Olduğu Bilimsel ve Mesleki Topluluklar : Eğitim Gönüllüleri Vakfı

Editör veya Yayın Kurulu Üyelikleri : -

Yurt İçi ve Yurt Dışında katıldığı Projeler : -

Katıldığı Yurt İçi ve Yurt Dışı Bilimsel Toplantılar:

1.Uluslar arası Eğitim Araştırmaları Kongresi / 1-3 Mayıs 2009/ Çanakkale

18.Ulusal Eğitim Bilimleri Kurultayı / 1-3 Ekim 2009 / İzmir

Bildiriler:

1. Katrancı, Y.; Yılmaz, A.; Kahraman, S., *"Fonksiyon Bilgisini Oluşturma Sürecinde Gözlenen Kısmi Doğru Bilgi Yapıları"* , 1. Uluslar arası Eğitim Araştırmaları Kongresi, Çanakkale, 2009.
2. Katrancı, Y., Altun, M., *" Lise Öğrencilerinin Mutlak Değer Fonksiyonu Bilgisini Oluşturma Süreci"* , 18. Eğitim Bilimleri Kurultayı, İzmir, 2009.
3. Katrancı, Y., *"İlköğretim 8. Sınıf Öğrencilerinin Cinsiyet, Yaşam Standardı ve Başarısının Matematiğe Yönelik Tutumuna Etkisi"* , 18. Eğitim Bilimleri Kurultayı, İzmir, 2009.

Yasemin KATRANCI