T.C.
ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
İLKÖĞRETİM BİLİM DALI

8.SINIF ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİK BAŞARILARIYLA İSPAT YAPABİLME SEVİYELERİNİN İLİŞKİLENDİRİLMESİ

(YÜKSEK LİSANS TEZİ)

Çiğdem ÇALIŞKAN

DANIŞMAN

Yard. Doç. Dr. Menekşe Seden TAPAN BROUTIN

BURSA 2012

T.C.

ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

İlköğretim Anabilim/Anasanat Dalı, İlköğretim Bilim Dalı'nda 800930003 numaralı Çiğdem ÇALIŞKAN'nın hazırladığı "8.SINIF ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİK BAŞARILARIYLA İSPAT YAPABİLME SEVİYELERİNİN İLİŞKİLENDİRİLMESİ" konulu Yüksek Lisans(Yüksek Lisans/Doktora/Sanatta Yeterlik Tezi/Çalışması) ile ilgili tez savunma sınavı, …/…./2012 günü….-… saatlleri arasında yapılmış, sorulan sorulara alınan cevaplar sonunda adayın tezinin/çalışmasının……….. (başarılı/başarısız) olduğuna ………….(oybirliği/oyçokluğu) ile karar verilmiştir.

Prof. Dr. Murat ALTUN
Eğitim Fak. İlköğretim A.B.D.
Asil Üye

Yard. Doç. Dr. Menekşe Seden TAPAN BROUTIN
Eğitim Fak. İlköğretim A.B.D.
Asil Üye

Yard. Doç. Dr. Nisa Çelik
Fen Edebiyat Fak. Matematik A.B.D
Asil Üye

Yard. Doç. Dr.Çiğdem ARSLAN
Eğitim Fak. İlköğretim A.B.D.
Y. Üye

Doç.Dr. Feyyat Gökçe
Eğitim Fak. Eğitim Bilimleri A.B.D.
Y.Üye

…../……/……..

Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulunun ….. tarih ve ….sayılı kararıyla bu tezin kabulü onaylanmıştır.

Prof. İsmail Bozkaya

Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürü

ÖZET

Yazar: Çiğdem ÇALIŞKAN

Üniversite: Uludağ Üniversitesi

Anabilim Dalı: İlköğretim Anabilim Dalı

Bilim Dalı: İlköğretim Bilim Dalı

Tezin Niteliği: Yüksek Lisans Tezi

Sayfa Sayısı:X-….

Mezuniyet Tarihi:…./…./2012

Tez Danışmanı: Yard. Doç. Dr. Menekşe Seden TAPAN BROUTIN

8.SINIF ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİK BAŞARILARIYLA İSPAT YAPABİLME SEVİYELERİNİN İLİŞKİLENDİRİLMESİ

Bu araştırmada; ilköğretim 8. sınıf öğrencilerinin matematik başarılarıyla ispat yapabilme seviyelerinin arasındaki ilişki incelenmiştir.

Araştırmanın örneklemi Bursa ili Yenişehir ilçesi Tahirağa İlköğretim Okulu 2009-2010 eğitim öğretim yılında 8. Sınıfta okuyan 60 öğrenci, 2010-2011 eğitim öretim yılında 8. Sınıfta okuyan 50 öğrenci olmak üzere toplam 110 öğrenciden oluşmaktadır. Çalışma iki yönlüdür. Araştırmanın ilk aşamasında ilköğretim 6, 7, 8. Sınıf matematik ders kitaplarındaki etkinlikler Balacheff'in ispat seviyelendirmelerine göre analiz edilmiştir. Araştırmanın diğer basamağında araştırma kapsamına alınan öğrencilere iki ispat sorusu sorulmuştur. Elde edilen öğrenci cevapları Balacheff'in ispat seviyelendirmelerine göre analiz edilmiştir. Araştırmanın ders kitabı incelemesi kısmında elde edilen verilerle öğrenci ispat seviyelerinin belirlenmesi kısmından elde edilen veriler birbirleriyle, öğrencilerin SBS sınavındaki başarıları ile öğrencilerin ispat yapabilme seviyeleri de birbirleriyle nitel olarak karşılaştırılmıştır.

Araştırmanın en önemli sonuçlarından birisi matematik ders kitaplarında yer alan etkinliklerin ispat düzeylerinin öğrencilerin ispat düzeylerinin altında kaldığı, öğrencilerin matematik başarılarıyla ispat yapabilme seviyeleri arasında pozitif yönde ilişki olduğu görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: İspat, Matematik Başarısı, Balacheff'in İspat Seviyeleri

ABSTRACT

Yazar: Çiğdem ÇALIŞKAN

Üniversite: Uludağ Üniversitesi

Anabilim Dalı: İlköğretim Anabilim Dalı

Bilim Dalı: İlköğretim Bilim Dalı

Tezin Niteliği: Yüksek Lisans Tezi

Sayfa Sayısı:X-….

Mezuniyet Tarihi:…./…./2012

Tez Danışmanı: Yard. Doç. Dr. Menekşe Seden TAPAN BROUTIN

The Interrelations Between 8th Grade Class Students' Mathematics Success and Proving Levels

In this research, it is searched the interrelations between 8th grade class students' mathematics success and proving levels.

This study sampling consist of sixty eighth grade class students in 2009-2010 academic year, fifty eighth grade class in 2010-2011 academic year, total one hundred ten students in Tahiraga Primary School in Yenisehir, Bursa. This research has two aspects. The first step, aspect of the research is analizing the proof levels of the sixth, seventh, eight classes mathematics lesson books' activities in terms of Balacheff's proof levels. In the second step of the research, two proof questions were asked to students. The students' answers of the questions were analized in term of Balacheff's proof levels. Than the data of book analysis part and the data of students' proof levels part were compared with each other qualitatively. On the other hand students' SBS exam results and students' proof levels were compared with each other qualitatively too.

According to the findings of the research; the proof levels of the activities of the mathematics lesson books are lower than students' proof levels and it has been seen that there is a positive relation between students' mathematics success and students' proving levels.

Key Words: Proof, Mathematics Success, Balacheff's Proof Levels.

İÇİNDEKİLER

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

BEŞİNCİ BÖLÜM

ŞEKİLLER LİSTESİ

TABLOLAR LİSTESİ

GRAFİKLER LİSTESİ

ÖNSÖZ

Lisansüstü eğitimim boyunca desteğini esirgemeyen, kıymetli vaktini bana ayıran, saygı değer tez danışmanım Assist. Prof. Menekşe Seden TAPAN BROUTIN' a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Maddi ve manevi destekleriyle beni bugünlere getiren değerli ve çok sevdiğim aileme teşekkür ederim.

Araştırmanın uygulamasını yaptığım 2009-2010 ve 2010-2011 eğitim öğretim yılı içerisindeki Bursa ili Yenişehir ilçesi Tahirağa İlköğretim Okulu'ndaki öğrencilerime çalışma süresince bana destek olduklarından dolayı teşekkür ederim.

2012/BURSA Çiğdem ÇALIŞKAN

BİRİNCİ BÖLÜM

1.GİRİŞ

Matematikle ilgili olarak yapılan tanımlamalar derlendiğinde, matematiğin özellikleri ve bileşenleri aşağıdaki maddelerle belirlenmiştir;

- Matematik, bir bilim alanı bir disiplindir.
- Matematik, bir bilgi dağılımıdır.
- Matematik, varlıkların şahsi özellikleri ile değil, aralarındaki ilişkilerle ilgilenir.
- Matematik, birçok bilim dalı tarafından ortak kullanılan bir araçtır.
- Matematik, matematikçilerin oynadığı bir oyundur.
- Matematik, mantıksal bir sistem ve yöntemdir.
- Matematik, insan beyninin ortaya çıkardığı ve kullanılması gerekli olan bir soyutlamadır.
- Matematik, kendisine özgü olan dili sebebi ile bir iletişim aracıdır.
- Matematik, bir algı ve düşünme biçimidir.
- Matematik, evrensel bir olgudur.
- Matematik, doğru düşünmeyi sağlayan bir yöntemdir.
- Matematik, nesneleri saymaya ve ölçmeye yarar.
- Matematik, fiziksel çevreyi formüller ve sembollerle belirleyen ve ifade eden bir yöntemdir.

Mantık, sezgi, çözümleme, yapı kurma, genellik, öznellik, tahmin, analiz, sentez ve ispat ise matematiğin bileşenlerini oluşturmaktadır (Dinç, 2002).

Matematik, insana akıl yürütme alışkanlığı kazandıran bir bilim dalıdır (Baser, 1996). Bir bilim dalı olması yanında matematik, yaşamın ve dünyanın anlaşılması ve fikirler üretebilmesi için yardımcı bir eleman olarak da görülmektedir (Ernest, 1991). Bu sebeple, günümüzde eğitimle ilgili yapılan çalışmaların en belirgin amacı, öğrencilerin matematiği anlayarak öğrenmelerine yardımcı olabilecek bir yapının kullanılmasını sağlamaktır (Franke ve Kazemi, 2001; Smith, 2000).

Bilinen özelliklerine ek olarak matematik sadece sayıları, işlemleri öğretmekle kalmaz; yaşamımızdaki olayları kavrama, düşünme, olaylar arasında bağ kurma, akıl yürütme, tahminde bulunma, problem çözme gibi önemli beceriler kazandırarak insana farklı bir yaşam biçimi sunan bir çeşit düşünme biçimi ve birtakım düşünme alışkanlıklarıdır (Umay, 2003; Baki,2001; Güven ve Karataş, 2003). Bir başka deyişle matematik, dünyayı anlama girişimlerimizde ve anlamadaki örüntüler, problem çözme ve mantıksal düşünme ile ilgili bir anlayıştır. Matematik; dil, semboller ve sosyal etkileşimler ile dünyayı ve insan hayatını açıklamayı, fikir geliştirmeyi ve ispat yapmayı öğretir.

Matematik, insan tarafından zihinsel olarak oluşturulan sistemli bir bilgi yöntemi ve sürecidir. Bu süreçte yapılar, bağlantılar (ilişkiler) ve bu yapıların soyutlamaları ve genellemeleri bulunmaktadır ve bu durum matematiğin soyut bir olgu olmasını sağlar.

Matematiğin bu özellikleri göz önüne alındığında, matematiğe yönelik bir düşünmeden (matematiksel düşünme) bahsedilebilmektedir. Yapılan tanımlamalara göre matematiksel düşünme; matematiksel, teknik, kavram ve metotları problem çözme sürecinde dolaylı ya da doğrudan kullanabilmek şeklinde yorumlanmaktadır (Henderson vd, 2004). İnsanlar günlük hayatta karşılaştıkları her durumda problem çözmeye çalışır (Blitzer, 2003) ve bunun için de matematiksel düşünmeye ihtiyaçları vardır.

Araştırmacılar, matematiksel düşünmeyi somutlaştırmak için özelliklerini, bileşenlerini ve matematiksel düşünmeyi diğer düşünmelerden ayıran ilkeleri incelemişlerdir. Bu incelemelere göre matematiksel düşünme; tahmin etme, genelleme, varsayımda bulunup test etme, soyutlama, muhakeme etme, ispatlama ile yeni bir bilgi ya da kavrama ulaşma nitelikleri ile diğer düşünme ve değerlendirmelerden farklıdır (Alkan ve Güzel, 2005).

1.1.Problem Durumu

Bu araştırmada ilköğretim 8. sınıf öğrencilerinin matematik başarılarıyla ispat yapabilme düzeylerinin ilişkilendirilmesi araştırılmıştır.

1.2.Problem Cümlesi

İlköğretim 8. Sınıf öğrencilerinin matematik başarıları ile ispat yapabilme düzeyleri arasında bir ilişki var mıdır?

1.3.Alt Problemler

1. Öğrenciyi merkeze alarak yapılandırmacı eğitim yaklaşımı çerçevesinde yeniden düzenlenen matematik öğretim programı öğrencilerin ispat becerilerini geliştirmede ne derecede yeterlidir?
2. Öğrenciyi merkeze alarak yapılandırmacı eğitim yaklaşımı çerçevesinde yeniden düzenlenen matematik öğretim programı öğrencilerin ispat becerilerine yönelik etkinliklere ne derecede yer verilmiştir?
3. Öğrencilere uygulanan ispat sorularının her biri öğrenci seviyelerini ne derecede tutarlı olarak yansıtmıştır?
4. Öğrencilerin SBS sınavı sonuçları ile öğrencilere uygulanan ispat soruları sonucu elde edilen ispat düzeyleri arasında bir ilişki var mıdır?

1.4.Araştırmanın Önemi

Eğitim, değişen dünya şartları ile beraber sürekli değişim ve gelişim içerisindedir. Bu nedenle sürekli yenilenen eğitim programlarında, yeni öğretme ortamlarının oluşturulması, dersin etkili öğrenimi için uygun öğretim materyallerinin seçimi, ders kitaplarında öğrenci performansını harekete geçirici ve öğrenciyi merkeze alan etkinliklere yer verilmiş olması, eğitim-öğretim sürecinin, öğrencinin muhakeme, akıl yürütme gibi birçok üst bilişsel düşünme becerisi geliştirici nitelikte olması büyük önem taşır.

Eğitim, insanlarda bulunması ve kazandırılması gerekenler bilgi birikimlerinin kullanılabilir duruma getirilmesini sağlar (Dinç, 2002). Bireyde kazandırılması istenilen davranışlar eğitim programlarının hedeflerini oluşturur. Eğitim yoluyla kazandırılabilir etkinlikler olarak tanımlanan her davranışın bir hedefi vardır. İşte matematik eğitiminin temel hedeflerinin biri de, bireye doğru ve mantıklı düşünme yöntemini öğreterek günlük hayatta karşılaşabileceği problemleri çözmesinde kullanabileceği yöntemleri oluşturmasını sağlamaktır (Dinç, 2002).

Genel hatları ile matematik öğretiminde kazandırılması gereken beceriler ve bilgiler aşağıdaki gibidir (Dinç, 2002);

- Matematiğe karşı olumlu tutum geliştirebilme
- Matematiğin önemini kavrayabilme
- Varlıklar arasındaki temel ilişkileri kavrayabilme
- Zihinden hesaplamalar yapabilme
- Dört işlemi (Toplama, çıkarma, çarpma ve bölme) yapabilme
- Problem çözebilme
- Problem kurabilme
- Çalışmalarda; Ölçü, grafik, plan, çizelge ve cetvelden yararlanabilme
- Temel işlemleri (Yüzde, faiz, indirim vb.) yapabilme
- Zaman, yer ve sayılar arasındaki ilişkiler hakkında açık ve keskin fikirler kazanabilme
- Matematik dersinde edinilen bilgi ve becerileri diğer derslerde kullanabilme
- Geometrik şekiller arsındaki ilişkileri kavrayabilme
- Geometrik şekillerin alan ve hacimlerini hesaplayabilme
- Çevredeki eşyaların şekilleri ile kullanımları arasındaki ilişkileri kavrayabilme
- Basit cebirsel işlemleri yapabilme
- Birinci dereceden bir ve iki bilinmeyenli denklem sistemlerini kullanarak problem çözebilme
- Trigonometri hesaplamalarını yapabilme
- İstatistik bilgilerini kullanarak grafik çizebilme
- Permütasyon ve olasılıkla ilgili hesaplamalar yapabilme
- Tüme varım ve tümden gelim yöntemleriyle düşünerek çözümlemeler yapabilme
- Bilimsel yöntemin ilkelerini problem çözmede kullanabilme
- Çalışmalarda; düzenli, dikkatli, sabırlı olabilme
- Araştırıcı, tarafsız, önyargısız, erinde karar verebilen, açık fikirli ve bilginin yayılmasının gerekliliğine inanan bir kişiliğe sahip olabilme

- Yaratıcı ve eleştirel düşünebilme
- Karşılaştığı problemleri çözebilecek yöntemler geliştirebilme
- Estetik duygular geliştirebilme

Günümüz dünya ülkelerinin eğitim programlarına göre her düzeydeki okulunda matematik öğretimi tartışılmaz bir gereklilik olmuştur. Ülkelerin matematik eğitimine verdiği önem, o ülkenin kendi dilini öğretmek için ayrılan yere denktir. Bununla birlikte, öğrencilerin matematikteki başarı düzeyinin, diğer derslerde gösterdikleri başarıdan daha belirleyici rol oynadığı fikri, toplumların geniş kesimince kabul görmektedir. Bu sebeple matematik eğitim ve öğretiminin gerekliliği konusunda herkesin belli bir düzeyde bilgi sahibi olduğu varsayılabilir (Karaçay, 1985). Matematik, düşünmeyi geliştirir (Umay, 2003). Diğer bir tanımlamaya göre ise; Matematik doğruluğu mantıksal yöntemlerle, sezgisel çıkarım ve modellemelerle ispatlanan bir sistemdir (Baki, 2006). Başka bir tanıma göre ise; Matematik, tanımları, teoremleri ve mantığıyla sistemli, düzenli bir teoridir (Nasibov ve Kaçar, 2005).

Matematik öğretiminin, eğitimin her basamağında en verimli şekilde yapılabilmesi için, matematik öğretiminin amaçlarının tüm noktaları ile belirlenmiş olması ve matematik öğrenmenin gereğinin açıklanması gerekmektedir. Karaçay (1985)' a göre matematik öğretiminin genel gerekçelerini söyle sıralanmıştır: "Matematik; güçlü, özlü ve belgin bir evrensel iletişim aracıdır". Matematik mantıksal düşünmeyi öğrenmeyi; kesinliğe ulaşmayı ve evrensel doğruları bulmayı sağlayan bir araçtır. Bu aracı kullanmayı öğretmek gerekli ve yararlıdır.

T. C. Mili Eğitim Bakanlığı Talim Terbiye Kurulu (2007) tarafından yenilenen İlköğretim Matematik Programı tanıtım kitapçığında; "Matematiği öğrenmek; temel kavram ve becerilerin kazanılmasının yanı sıra matematikle ilgili düşünmeyi, genel problem çözme stratejilerini kavramayı ve matematiğin gerçek yasamda önemli bir araç olduğunu takdir etmeyi de içermektedir. Yenilenen matematik dersi programı ile hayatında matematiği kullanabilen, problem çözebilen, çözümlerini ve düşüncelerini paylaşabilen, ekip çalışması yapabilen ve matematiğe yönelik olumlu tutum geliştiren bireylerin yetiştirilmesi amaçlanmıştır" ifadesi yer almaktadır.

Altun (2001)' a göre ise matematik öğretiminin amacı; kişiye günlük hayatın gerektirdiği matematik bilgi ve becerileri kazandırmak, kişiye problem çözmeyi öğretmek ve olayları problem çözme yaklaşımı içinde ele alan bir düşünme biçimi kazandırmaktır.

Matematik dersinde öğrenciler üst düzey bilişsel becerileri kullanmaktadırlar. Matematiksel bilgiyi neden, nasıl, hangi durumlar çerçevesinde kullanacaklarının merkezinde ispat yapabilme becerileri yer almaktadır. Muhakeme yapma, problem çözme, akıl yürütme gibi üst düzey bilişsel davranışlarla iç içe olan ispat yapabilme becerisi birçok ülke için matematik dersinde en önemli bilişsel beceri olarak tanımlanmakta ve bu beceriyi matematik dersi öğretim programlarında yer vermektedirler. Bu çalışma, Türkiye'deki matematik dersi kitaplarında öğrencilerin ispat yapabilme becerilerini geliştirici etkinliklerin tespiti, öğrencilerin ispat düzeylerinin tespiti için tasarlanmıştır.

Bu araştırma matematik dersi programındaki etkinliklerin ispat ile ilişkilendirilmesi, öğretmenler tarafından matematik dersinde ispat becerilerini geliştirici etkinliklerin aktif bir şekilde kullanılması ve bundan sonra yapılacak çalışmalara kaynak olması açısından önemli olacaktır.

1.5.Araştırmanın Amacı

Bu araştırmanın temel amacı, ilköğretim 8. sınıf öğrencilerinin matematik başarısı ile ispat yapabilme düzeylerinin arasındaki ilişkilendirmeyi ortaya koymaktır.

Belirlenen bu temel amaç doğrultusunda aşağıdaki sorulara yanıt aranma yoluna gidilmiştir:

1. Matematik ders kitaplarında hangi ispat seviyelendirmelerinde yeterince ispat becerilerini geliştirici nitelikte etkinliklere yer verilmiştir?
2. Öğrencilerin SBS başarıları ve ispat becerileri arasında bir ilişki var mıdır?

1.6.Sayıltılar(Varsayımlar)

1. Bu araştırmada kullanılan yöntemin araştırmanın amacına uygun olduğu varsayılmıştır.

2. Bu araştırmaya katılan öğrencilerin ispat sorularını içtenlikle, dış koşullardan eşit derecede etkilendiği, bireysel olarak cevaplandırdıkları varsayılmıştır.

3. Bu araştırmaya katılan öğrencilerin matematik ders başarılarının ölçülmesinde kullanılan SBS sonuçlarının yeterli ve geçerli olduğu varsayılmıştır.

4. Araştırma kapsamına alınan, ispat düzeyleri tespit edilen öğrencilerin 6,7,8. Sınıflarda matematik derslerinde sadece M.E.B. matematik dersi kitapları kullandıkları varsayılmıştır.

5. Araştırma kapsamına alınan öğrencilerin 60'ının 2009-2010 yılında girdikleri SBS sınavı sonuçları ve 50'sinin 2010-2011 yılında girdikleri SBS sonuçlarının arasında bir fark olmadığı, iki sınavın aynı ölçüt olduğu varsayılmıştır.

6. Bu araştırma kapsamına alınan M.E.B. matematik dersi 6,7,8. sınıf kitaplarının Türkiye'nin her yerinde okutulan ortak kitaplar olduğu varsayılmıştır.

1.7. Kapsam ve Sınırlılıklar

1.Araştırma, Bursa ili, Yenişehir ilçesi "Tahirağa İlköğretim Okulu" ile sınırlıdır.

2.Araştırma örneklemi, 2009-2010 ve 2010-2011 eğitim-öğretim yılı I ve II. dönemdeki toplam 110 ilköğretim 8. sınıf öğrencisiyle sınırlıdır.

3. Araştırma, 8. sınıftaki 2009-2010 ve 2010-2011 eğitim-öğretim yıllarındaki 3'er şube ile sınırlıdır.

4. Araştırma, 2 ispat sorusu ile sınırlıdır.

5. Araştırma, 6,7,8. sınıf M.E.B. matematik dersi kitapları ile sınırlıdır.

6. Araştırma, matematik ders kitaplarındaki sadece etkinliklerin ispat seviyelerine göre analiz edilmesi ile sınırlıdır.

7. Araştırma, öğrencilerin ispat düzeylerinin tespitinde 2 ispat sorusuna verdikleri cevapların analizi ile sınırlıdır.

8. Araştırma, öğrencinin matematik dersi başarılarıyla ispat yapabilme düzeyleri arasındaki ilişkilendirme ile sınırlıdır.

İKİNCİ BÖLÜM

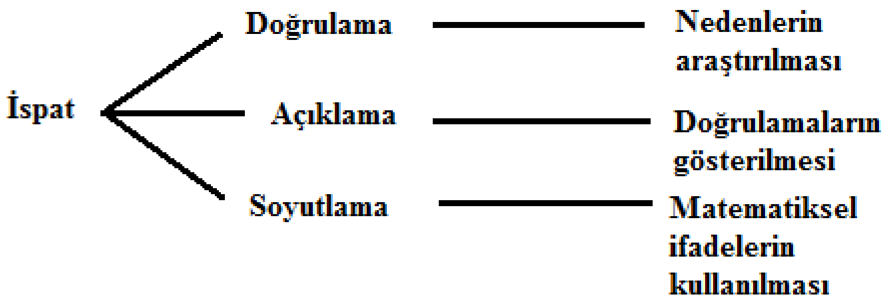
2. KAVRAMSAL ÇERÇEVE

Bu bölümde araştırmanın çerçevesine ve ilgili araştırmalara yer verilmiştir.

2.1.MATEMATİKTE İSPAT KAVRAMI VE ÖNEMİ

"İspat" kelime manası olarak bir gerçeğin veya bir şeyin doğruluğunun ya da varlığının gösterilmesi, bir iddianın doğruluğunu gösterilmesi, bir iddianın iyi, geçerli veya doğruluğunu test etme sürecidir (Oxford American Dictionary, 2004). İspat kavramı, matematikte olduğu kadar mantıkta, dil bilimde, hukukta, sosyolojide, psikolojide, vb. bilim dallarında bir ifadenin varlığını veya doğruluğunu göstermek için değil ifadenin doğru veya iyi veya geçerli olup olmadığını test etme süreci olarak yer almaktadır (Calude ve Marcus, 2004). İspat; matematik öğrenmede çok önemli bir araçtır (Knuth, 2002). Matematik öğretiminde ispatın bilimsel doğrularından çok eğitimsel etkileri araştırmalara konu olmuştur (Ross, 1998). İspatın gelişimi, bireylerin değişik mantıksal düşünme yollarını kazanmasına bağlıdır. Farklı muhakemeler, bilgilerin farklı açılarla inşa edilmesini sağlar. İspat, yukarıda da anlatılan anlamına, 19. yy.' da Abel, Bolzano, Cauchy, Lagrange, Wierstrasse gibi matematikçiler tarafından getirilmiştir (Almeida, 2003). 1950-1960 arasındaki yeni matematik hareketi sırasında ispatın önemi geometri dışındaki alanlarda da açığa çıkmıştır (Lee, 2002). Gerçek dünya problemleri öğrencilerde matematiksel kavram ve ilişkilerin öğretilmesine yardımcı olur (Hodgson ve Riley 2001).

İspatlama sırasında, bir önermeyi ya da hipotezi açıklama, neden doğru veya yanlış olduğunu gösterebilmek ve değişik mantıksal düşünme yollarını (tümevarımsal ve tümdengelimsel düşünme) ve ispat çeşitlerini seçmek gerekir. Matematiksel ispatlar; Şekil 1'de de gösterildiği gibi doğrulama, açıklama ve soyutlama olmak üzere üç aşamada tamamlanır (Baki, 2008).



Şekil1: Matematiksel İspat Aşamaları

Matematik ispatın ilk aşamasında, iddianın ya da varsayımın doğruluğu araştırılır. Bu araştırma yapılırken "Ne" sorusunun cevabı verilebilirken "Neden" sorusunu cevaplamak oldukça zordur. O kadar kolay değildir (Hacısalihoğlu, vd. 2003; Stacey, vd. 1985). Matematiksel ispatın ikinci aşamada, varsayım ya da hipotezin "neden" doğru olduğu açıklanabilirken üçüncü aşamada ise, matematiksel ifadeler soyutlama yapılır (Baki,2008).

Matematiksel ispat ya da doğrulama, bir süreç sonrasında gerçekleşir ve bu süreç evrensel olarak kabul gören yöntemlerden oluşur (Moralı vd., 2006). Matematiksel ispatlar; bir hipotezin mantıklı adımların sıralanışı ile bir sona götürdüğünü göstermek için ve varsayımlardan sonuçlara neden ve nasıl gidildiğinin anlaşılması amacı ile gerçekleştirilir. Bu durumlar birbirinden bağımsız olabilir (Tall, 1998).

Matematiksel ispat süreci aşamaları; ispat yapılacak teoremin araştırılması, ispatın adımlarının düzenlenmesi (organizasyonu), diğer kişilere sunulması (anlatılması, açıklanması) olarak belirlenmiştir. Matematik ispat sürecinde, kişi ilk aşamada problem ya da ifadeyi irdeler ve analiz eder, bu durum için yapılmış ispatla karşılaştırarak ifadenin doğruluğunu araştırır ve ispatlanmış teoremlerden hareketle nasıl oluşturulabileceğini araştırır ve ispatı yapmak ya da ifadenin yanlış olduğunun göstermesiyle tamamlanır. Fakat bu süreç ancak matematik dünyası tarafından kabul gördükten (ispat olduğu onaylandıktan) sonra bir ispat olur (Lee, 2002).

Matematiksel ispat; bir sonucun doğru olduğunu göstermek, başkalarını bu konu ile ilgili bilgilendirmek ve bu bilgiye ikna etmek, bir sonuca ulaşmak ve sonuçları tümdengelimsel bir sistem içine yerleştirmek için kullanılır. Matematiksel ispatın gelişim süreci araştırıldığında yeni bir teoremin ancak; teoremin anlaşılabilmesi (kavramlar ve mantıksal içeriği) ve yanlış olduğunu gösteren bir delil bulunmaması, matematiğin bir diğer bilim dallarında uygulamaları olacak kadar önemli olması, birbiriyle tutarlı matematiksel sonuçlardan oluşan bir iskelete sahip olması, ikna edici ve daha önce kabul görmüş bir matematiksel argümana dayalı olması ve ispatı yapan kişinin güvenilir olması gibi bazı faktörlerin bir araya gelmesi sonucu matematikçiler tarafından ispat kabul edildiği görülmektedir (Hanna, 1991). Matematiğin temeli ispatlara dayanır ve iddia ile ispat arasındaki fark mutlaka vurgulanmalıdır. Matematiksel sonuçların bir ispattan sonra geçerli olması durumu önemlidir. Geçerli ispatların oluşumu ve fikirlerin matematikçiler tarafından kritik edilmesi ispat yapmanın ayrılmaz parçalarıdır (Ross, 1998).

2.1.1. Matematik Eğitiminde İspat Kavramı ve Önemi

İspat literatürde; öğrenmede bir araç (Knuth, 2002), bilimsel doğrularından çok eğitimsel değerleri üzerinde durulması gereken durum (Ross,1998) olarak tanımlanmıştır. İspatın gelişimi, bireylerin değişik mantıksal düşünme yollarını kazanmasına bağlıdır. Matematikçiler, bir ifadenin ya da teoremin doğru olup olmamasından çok niçin doğru olduğu yani bu durumun mantıksal açıklaması ile ilgilenirler (Öziş ve Altınparmak, 2005). Matematiksel ispat yapmak, evrensel olarak kabul edilmiş kural ve yöntemleri olan, matematiğin en temel ve en önemli süreçlerinden biridir (Moralı vd. 2006).

İspatlar öğrencilerin çeşitli yöntemleri kullanarak değerlendirme becerilerinin gelişmesini ve yaratıcılıklarının gelişmesini sağlarlar. Öğrencilerin ispat yapmayı öğrenirken tamamlayacağı aşamalar; öğrencinin ispata yönelik gösterim ve sembolleri tanınması, öğrencinin ispatı nasıl yazacağını belirlemesi ve kendisinin ifade etmesi ve yeniden adlandırması, öğrencinin özgün bir ispat yapması ve yeni durumlara uygulaması, farklı önermeleri kendi başına ispatlayabilmesi ve matematiksel ilişkilerle ifade edebilmesi olarak belirtilmiştir (Edwards 1999).

Matematiksel ispat öğrenciler için oldukça önemli bir alandır. Bu yüzden muhakeme (tartışma) ve kanıtlama (ispat) öğrencilerin eğitimlerine ilk başladıkları andan itibaren öğrenecekleri matematiğin bir parçası durumundadır. Bunu sağlamak için ise öğrencilerin matematikle olan her deneyiminde her bilginin bir nedeninin olduğu vurgulanmalı ve geçerli desteklerin neler olduğunu öğrenmeleri sağlanmalıdır. Matematikte ispat yaparak öğrenme rolünün önemine rağmen öğrencilerin matematiksel ispatı anlama ve oluşturmadaki düşük performansları, matematik eğitiminde ispatın öğretimi ve öğrenimine yönelik ilgiyi araştırmaları ve incelemeleri arttırmaktadır (Recio ve Godino, 2001). İspatlar, öğrencilerin kavramları daha iyi anlamalarını ve sonuçlara inanmalarını, ne yaptıklarını görmelerini sağlar ve düşünce yapılarını geliştirir (Thucker, 1999).

Matematikçiler için matematik alanında ispat oluşturabilme yeteneği çok önemlidir. Öğrencilerin ispat yaparken zorlanmalarının nedenlerinin matematiksel bir ispatı oluşturan faktörlere dair yeterli düzeyde algıya sahip olmamaları (Senk, 1985; Martin ve Harel, 1989; Knuth ve Elliot, 1998; Harel ve Sowder, 1998) ve öğrencilerin bir teoremi ya da kavramı anlamada eksik kaldıklarını ve böylece sistematik olarak yanlış uygulamalar (Moore, 1994; Hazan ve Leron, 1994; Asiala, Dubinsky, Mathews, Morics ve Oktac, 1997; Harel, 1998) olduğunu göstermektedir.

Matematikçileri ilgilendiren bir hipotezin doğruluğundan çok o hipotezin neden doğru olduğudur. Çünkü ancak ispatın nedenleri verirse ispatın değeri artacaktır. Matematikte ve matematik eğitiminde ispatın anlam ve önemi hızla artarken, çoğu öğrenci için bu böyle değildir çünkü öğrencilerin o konu hakkındaki bilgisi anahtar fikir oluşturacak düzeyde değildir. İspata matematikçilerin bu bakış açısı, ispatın biçimini ispatın merkezi olarak gören öğrencilerin bakış açısı ile ters düşmektedir. Öğrenciler ispat yaparken doğru olduğuna inandıkları bir sonuca ulaşsalar bile daha önce bildikleri forma uygun olmadıkça, ispatın matematiksel olarak doğru olduğunu düşünmemektedirler (Raman, 2002). İspatlar, öğrenciler tarafından genellikle bir resmiyet ve gereksiz bir aktivite olarak algılanmaktadır (Knuth,2002).

Öğrencilerin ispat yapmada karşılaştıkları güçlüklerin nedenlerini belirlemeye yönelik çalışmalar, öğrencilerin ispatın tanım olarak ne olduğunu bilmediklerini göstermektedir (Chazan, 1993, Moore, 1994; Raman, 2003). Ülkemizde ise bu alanda yapılmış sınırlı sayıda çalışma bulunmaktadır. Özer ve Arıkan (2002); 10. sınıf öğrencilerinin ispat yapma becerilerinin beklenen düzeyde olmadığını göstermişler; Güven, Çelik ve Karataş (2005) ortaöğretimde öğrenim gören öğrencilerin farklı geometri konularında ispat yapma becerilerinin yetersiz olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Öğretmen adayları ile yapılan diğer bir çalışmada ise öğretmen adaylarının; ispat yapmanın matematik ve matematik öğretimi açısından önemini bilmedikleri bildirilmiştir (Moralı vd.,2006).

Matematikçiler ispat yapmada açıklamadan çok kesinlik görmek isterler. En iyi ispat, ispatlanan teoremin sadece doğru olduğu değil aynı zamanda neden doğru olduğunun gösterilmesi ile gerçekleşir. Bu yapıda bir ispat hem ikna edici olurlar hem de diğer ispatlara yol açabilirler ve matematiksel bir bilginin biçimlenmesine sağlayabilirler (Hanna ve Barbeau, 2009). Matematiksel bir ispatta sahip olması gereken özellikler; doğrulama, açıklama, sistemleştirme, keşif, iletişim, teori inşası şeklindedir (Hanna, 2000a). (Umay, 1996)'a göre varsayım, çıkarım yapma, kanıt toplama, hipotez kurma ve tüm bunları teoremlerle desteklemek matematikçiler için ispat yapmanın temelini oluşturur. Bu temel becerilerin gelişmesi için ise öğrencilere gerekli donanım sağlanmalıdır.

Üniversitede verilen matematik eğitimi genellikle öğrencilerin ilk bakışta zor anlayacağı ispatlarla doludur. Bu yüzden öğrencilerin çoğu dersi geçebilmek için ispatı anlamadan sadece ezberlerler. Bu süreçte öğrencilere temel teoremlerin ispatları verilir ve uygun yorumlar, detaylı bir şekilde ele alınabilir. Bu durumun bir sonucu olarak testlerde ve sınavlarda öğrencinin teorik kısmı anlama seviyelerini ölçmeye, değerlendirmeye almak gerekir. Genellikle öğrencilerden birtakım anlaşılması ve yapılması zor sonuçların ispatı istenir. En iyi öğrenciler bile temel bir sonucun ispatını kendi kendine nadiren yapabilmektedirler. Bu sebeple ispatın temel yapısını ve hesaplama sırasındaki bir takım incelikleri ezberlemeleri gerekebilir. (Condradie ve Firth, 2000).

Jones (2000), yaptığı çalışmada üniversite öğrencilerinin ispat yapmaya ilişkin kavramsallaştırmaları üzerine bir araştırma yapmıştır. Diğer çalışmalardan farklı bir sonuca ulaşmamış, öğretmen adaylarının ispat yapmaya ilişkin becerilerinin yeterli düzeyde olmadığı sonucuna ulaşmıştır. Ancak bu araştırmada diğer çalışmalardan farklı olarak, matematik öğretmen adaylarının yüksek seviyede olanları da dahil olmak üzere, etkili matematik öğretimi için gerekli matematiksel bilgiye sahip olmadıkları ve bu şekilde mezun oldukları tespit edilmiştir. Bu araştırma üst düzeydeki öğretmen adaylarının teknik açıdan ispatı daha akıcı bir şekilde yapabildiklerini ancak, bunun onların kavramsal açıdan derinlemesine matematiksel bilgiyle ilişkilendirmelerini garantilemediğini ortaya koymuştur.

Moore (1994); üniversite öğrencileri ile yaptığı çalışmasında, öğrencilerin matematik ispatı yaparken karşılaştıkları zorlukları ve bunların nedenlerini belirtmiştir. Bu güçlükler şu şekildedir;

- kavramı anlama
- matematiksel dil ve notasyon
- ispata başlama

Öğrencilerin ispat yaparken yaşadıkları en büyük zorluk matematiksel ispatı nelerin oluşturduğu, hangi basamaklar dahilinde gerçekleştirildiği, hangi davranışlarla doğruluğuna daha üst seviyelere çıkılabileceği, muhakeme yapma konusunda yeterli bir görüşe sahip olmamalarıdır. Örnek olarak birçok öğretmen adayının genel bir teoremin bir ya da birkaç özel örnekle doğru bir ispatın yapılabileceği görüşüne sahip olduğu görülmektedir. Diğerleri ise ispatın geçerli olabilmesi için geleneksel formatta olması gerektiğine inanıyorlar. Bu eksikliklerle geçerli bir ispatın nasıl olduğunu anlayana kadar ispat yapamayacaklardır.

Matematiksel ispatın matematiksel çalışmaların merkezinde yer almasına rağmen birçok araştırma öğrencilerin ispat yaparken zorlandıklarını ortaya koymuştur. Bu durumda öğrencilere ispat kavramının anlamlı bir şekilde öğretileceği yollar geliştirilmelidir. Britanya Birleşik Krallığının Ulusal Matematik Müfredatı'nda matematiksel ispatlama sürecini içeren bir model bulunmaktadır (DFE, 1995). Bu model, erken yıllarda öğrencilere basit ilişkilendirmeleri tanıtmayı ve öğrencilerin bu ilişkiler hakkında tahminlerde bulunmasını içerir. Öğrenciye muhakeme etmesi için *"bu durumda ne olurdu"* gibi sorular yöneltilir ve *2 bütün çift sayıları böler* şeklindeki genel bir durumu algılamaları beklenir ve öğrencilerden varsayımlarda bulunmaları, genellemeleri oluşturmaları ve test etmeleri, matematiksel bir genelleme ile deneysel bir örnek arasındaki farkı göstermeleri beklenir (Jones, 1997).

Almedia (2003) çalışmasında öğrencilerin gerek öğretim programından gerekse öğretim yöntemlerinden kaynaklanan ispat yapma yetersizliklerinin, uygun eğitim yöntemleri ile geliştirilebileceğini ve değiştirilebileceğini, öğrencilerin bu konuda bir potansiyellerinin olduğunu ortaya koymuştur.

Condraie ve Firth (2000), kavrama testleri kullanarak öğrencilerin matematiksel ispatı anlamalarını ölçmek istemişlerdir. Bu yöntemin en önemli özelliği; öğrenciye bazı teoremlerin ve ispatların verilmesi ve daha sonra onlardan ispatın bazı önemli noktaları üzerine sorulan sorulara cevaplar istenmesidir. Böylece, öğrencinin konuyu anlayıp anlamadığını daha iyi değerlendirebilir ve öğrencinin ezberlemesinin önüne geçebilir.

İspatın doğasını anlarken formal yapısını da hesaba katarak öğrencilere ispatı nasıl öğretilmesi gerektiği ayrı bir araştırma alanıdır. Bu durum NTCM standartlarında tavsiye edilmiştir. Öğrencilerin ispatın yapısı ile ilgili zorlandıkları tüm dünya tarafından kabul görürken, ispatın doğal yapısının ne olduğunun anlaşılması konusunda çok az kişi hemfikirdir. Bu konu yüzyıllardır matematikçiler, filozoflar ve tarihçiler tarafından tartışılmaktadır.

Matematikçiler; ispat kavramının temel düşüncelerle dolu olduğunu ancak bu durumun birçok öğrenci için böyle olmadığını vurgulamaktadırlar. Çünkü öğrencilerin o ispat hakkındaki bilgisi anahtar fikir oluşturacak düzeyde değildir. Matematikçiler öğretim esnasında anahtar fikirlere gerekli vurguyu yapılmamasına ve daha da önemlisi değerlendirme de kullanılmamasının sebebi olarak başarısızlığın oluştuğunu belirtmektedirler. Ancak, anahtar fikirler müfredatın bir parçası olursa öğrencilerin tam bir matematiksel ispat görüşüne sahip olmaları konusunda önemli bir gelişme kaydedilmiş olacaktır (Raman, 2003).

Son yıllarda, matematik öğretiminde akıl yürütme, ispat ve muhakeme gibi konular, matematik eğitimi araştırmalarında ön plana çıkmaktadır (Heinze&Reis, 2003). Yurtdışında, öğrencilerin, öğretmen adaylarının ve öğretmenlerin ispat ile ilgili görüşlerini, kabullenmelerini ve ispatlama süreçlerini ortaya çıkarmaya yönelik çok sayıda araştırma yapılmıştır (Jones, 1997; Harel & Sowder, 1998; Almeida, 2000; Jones, 2001; Recio & Godino, 2001; Raman, 2001; Weber, 2001; Knuth, 2002; Raman, 2002; Almeida, 2003; Raman, 2003; Solomon, 2006). Philippou (2007), öğrencilerin ispat yapmada karşılaştıkları güçlüklerin nedenlerini belirlemeye yönelik çalışmalar gerçekleştirmiştir. Fakat bu çalışmalar lise ve üniversite düzeyinde, öğrencilerin sadece ispat yapmada değil, ispatın ne olduğunu hatırlamada bile zorluk yaşadığını göstermektedir (Chazan, 1993, Moore, 1994; Raman, 2003). Ülkemizde ise bu alanda yapılmış sınırlı sayıda çalışma bulunmaktadır. Özer ve Arıkan (2002) çalışmalarında, çalışmaya katılan 10. sınıf öğrencilerinin ispat yapma becerilerinin istenilen düzeyde olmadığını gözlemişlerdir. Benzer şekilde Güven, Çelik ve Karataş (2005) ortaöğretimde öğrenim gören çocukların farklı geometri konularında ispat yapma becerilerinin yetersiz olduğu sonucunu vurgulamışlardır. Öğretmen adayları ile yapılan çalışmada ise öğretmen adaylarının ispat yapmaya yönelik görüşlerinin tam oluşmadığı, ispat yapmanın matematik ve matematik öğretimi açısından önemini bilmedikleri görülmüştür (Moralı, Uğurel, Türnüklü ve Yeşildere, 2006).

İspatın müfredattaki durumu son çeyrek yüzyılda değişikliğe uğramıştır. İngiltere'de Polya'dan sonra birçok kişi öğrencilerin kendi iddialarını incelemeleri, test etmeleri fırsatına sahip olmaları, geçerliliğin delilleri ve genelliği sunan tecrübeleriyle kendi doğruları için kişisel inançlarını elde etmeleri gerektiğini belirtmişlerdir. Bu yaklaşım şu anda İngiltere ve Galler'deki milli müfredatta açıklanmıştır. Bu müfredat kanun gereği bütün devlet okullarında uygulanır. Önemli bir grup matematikçi, müfredatta ispat ve kesinliğin yeteri derecede vurgulanmadığı belirtilmektedir (Healy, Hoyles, 2000). Schoenfeld'a (1994) göre ispat matematikten ayrı tutulacak bir şey değildir, müfredatın ayrılmaz bir parçasıdır.

Matematikte ve matematik eğitiminde ispatın anlam ve önemi hızla artarken, ileride matematikçi olabilecek öğrencileri yetiştirecek matematik öğretmen ve öğretmen adaylarının ispat yapma performanslarını arttıracak uygulamaların geliştirilmesi önemli olacaktır. Matematik eğitimde ispat ile ilgili birçok çalışma yapılmıştır. Bu tez çalışması yapılan çalışmalardan Van Hiele modelinden de yararlanılarak Balacheff ve Duval yaklaşımları referans alınarak hazırlanmıştır. İlgili yaklaşımlara 4. ve 5. bölümlerde yer verilmiştir.

2. İSPAT ÇEŞİTLERİ

2.2.1.Tümevarım Yöntemi İle İspat

Tümevarımla ispatta, yapılacak ispatın tüm basamakları öngörülmeli yani her basamaktan bir sonraki basamağa nasıl geçileceği bilinmeli ve öğrenilmelidir. Bu ispat, önerilen bir ifadenin tüm durumlar için doğru olduğunu ispatlamakta kullanılan bir yöntemdir. Bu yöntemde, öncelikle ifadenin önce bir durum için doğruluğu gösterilir (örneğin bir matematiksel bir önermenin 1 sayısı için doğruluğunun gösterilmesi). Bu önermenin sonraki durumlar için de doğruluğu gösterilmesinden sonra en son durum için doğru kabul edilmesi gerekir (örneğin bu önermenin 2, 3 sayıları içinde doğruluğu gösterilir ve n için doğru kabul edilir). En son aşamada ise bu önermenin n+1 için de doğru olduğu gösterilir. Bu ispat, bir önermenin birden fazla durum için doğru olması, her durum için doğruluğunun kabul edilmesi, bu durumlar için doğru olması ve ispat edilmiş olması ile sonuçlanır.

Tümevarımla ispatta, genel olayların tersine, özel olaylar alınarak ortaya çıkmasıdır. Doğruluğunun garantisi yoktur ve geçmiş deneyimlerin temelinde oluşur. Tümevarım, günlük hayatta çoğunlukla karşımıza çıktığından oldukça önemlidir. Edwards, muhakeme (değerlendirme) için formal ispattan önceki ana tema olarak bu benzetmeyi kullanır (Edwards 1997). Muhakeme matematiksel kesinliği kuran ve aranan hedefi destekleyen konuşma düşünme ve eylem yolarını içerir. Başka bir ifadeyle öğrencilere formal ispat yapmaları için yol gösteren matematiksel düşünmedir. Öğrenciler ispatlama ve muhakeme yetenekleriyle her günkü matematiksel aktiviteler arasında bağlantı kurabilirler. Bu günlük matematiksel aktiviteler içinde düşünme aktivitelerini Edwards(1997) beş gruba ayırmıştır. Bunlar;

1. Örüntüleri fark etmek ve inşa etmek
2. Örüntüleri tanımlamak
3. Tahmin etmek

4. Tümevarımsal düşünme

5. Tümdengelimsel düşünme

Öğrenciler kural ya da örüntülerin hala geçerli olup olmadığını görmek için özel örnekler denediğinde tümevarımsal düşünmeye başlar. Düşüncelerinin temelinde varsayımlarının doğruluğunu örnek göstererek kanıtlama vardır. Örneğin iki çift sayının toplamı daima bir çift sayıdır teoremini ispatlarken çeşitli sayıları deneyerek kendi doğrulamasını uygulayabilir. Sık sık tümevarımsal düşünme kesinlik hissine neden olur. Bununla birlikte öğrenciler varsayımlarının doğruluğunu ispatlamak için tümevarımsal düşünmelidirler. Bu finaldeki düşünme eylemi ispattan önceki adımdır. Öğrenciler matematiksel aksiyom ve teoremlerin temelinde yer alan tümdengelimsel şekilde düşünmeye başladıklarında varsayımlarının doğruluğunu göstermek için bir yol bulacaklardır (Edwards 1997).

2.2.2.Tümdengelim Yöntemi İle İspat

Tümdengelim yöntemi ile ispatta, doğru olduğu gösterilmek istenen ifade, direk olarak, doğruluğu kanıtlanmış başka ifadelerden veya aksiyomlardan üretilir. Bu ispatta, üretilmek istenen doğruluk için, mantık kuralları kullanılarak doğrudan birleştirmeler yapılır. Sonuçtan yola çıkarak ve önermede yer alacak mantık kuralları ve çeşitli teoremler ile genellemeler yapılır ve ispat gerçekleşir. Genele dayandırılan mantık doğru kabul edilir ve alt basamaklarının doğruluğu ispat edilir (Edwards 1997).

2.2.3. Örnekle İspat Yöntemi

Bu yöntemde verilen durumun doğruluğunun ispatı yapılır. q(x) gibi bir durum doğru ise, q(x) gibi doğru en az bir durum vardır.

Bunun kanıtlamak için q(x)i doğru yapan A içinde bir x örneği bulunmalıdır. Örnek:

Bazı a ve b tamsayıları için $a^2+b^2=n^2$ olduğunu ispatlayınız.

İspat:

n=5 olsun.

3 ve 4 öyle tamsayılardır ki; 9+16=25 örneğin, $3^2+4^2=5^2$.

Bazı a ve b tamsayıları için $a^2+b^2=n^2$ durumunun geçerliliği bu durumu sağlayan örnek olarak bulunan 3 ve 4 tamsayılarının varlığı ile ispatlanmış olur. (Arslan&Tapan-Broutin, 2012)

2.2.4. Aksine Örnek Yöntemi İle İspat

Bir durumun geçerliliğini ispatlamak için yapılan karışık bir ispatı, tek bir aksine örnek ile o durumun geçerliliğini çürütmek için yeterlidir. Bir durumu ele alalım.

p(x) ve q(x),

Aksine örnek yöntemi ile çürütülecek durum için kullanılacaktır. Örnek olarak, durumun yanlış olduğunu kanıtlamak için. Aksini kanıtlamak için A içindeki x in değeri p(x) doğru ve q(x) yanlış olarak bulunmalıdırlar. Bu şekilde x bir aksine örnektir.

Ekleyecek olursak, durumun doğru olduğunu ispatlamak zıtlığının doğru olduğunu göstermekle aynıdır. Bu durumun zıttı, herhangi biri p(x)olsun, q(x) değil.

Bir x bularak durumu doğru yapmak, orijinal durumu çürütür.

Örnek:

Eğer n bir asal sayı ise n'nin her zaman bir tek sayı olduğunu çürütelim.

İspat:

n=2 belirleyelim

2 bir asal sayıdır ancak tek sayı değildir.

Böylece durumun geçerliliği 2 örneği ile çürütülmüş oldu. (Arslan&Tapan-Broutin, 2012)

2.2.5.Çelişki Yöntemi İle İspat

Bu yöntem aksine bir durumun, çelişki ispatı ile uygulanır. Doğrudan ispatlarda olduğu gibi p doğru ama bunun tersi q da doğru olsun. Gerçeklerden şu sonuca varılırki; p'nin tersi de doğrudur (ya da p doğru ve bu da çelişkidir). Sonuç olarak orijinal durum q doğru olmalıdır.

Örnek olarak;

İspatlayalım ki; tüm tamsayılar için n, eğer n^2 tek ise, n de tektir.

İspat:

Farzedelim ki zıttı doğru olsun.

Farzedelim ki, N herhangi bir tamsayıi n^2 tektir ve n çifttir.

Çiftliğin tanımından k herhangi bir tamsayı olmak üzere, n=2k.

Böylece yerine koyarsak, n.n=(2k).(2k)=2(2.k.k)

Şimdi m , m=2.k.k olacak şekilde bir tamsayıdır çünkü tamsayılarla elde edilenler de tamsayıdır ve 2 ve k birer tamsayıdır.

Böylece, n.n=2.m ya da n^2=2.m ve çiftin tanımından, n^2 çifttir.

Sonuç olarak n çiftken, n^2 yani n nin kendisinden elde edilenler de çifttir.

Bundan dolayı n^2 nin çift olduğu varsayımı bir çelişkidir. Böylece varsayımımız yanlış yani baştaki durum doğrudur.(Arslan&Tapan-Broutin, 2012)

2.2.6.Reducto ad Absurdum Yöntemi İle İspat

Reducto ad Absurdum tekniği de aksine örnek yöntemi ile benzer bir tekniktir. Farzedelim ki r doğru bir durumdur. Çelişkiyle ispatı için ile p ve zıttı q nun da doğru varsayalım. Bu varsayımlara göre, r nin zıttı nın doğru(ya da r nin doğru) olduğu anlamına gelirse, r hem doğru hem de yanlıştır sonucu çıkmaktadır ki bu da saçmadır. Böylece sonuç, p doğru ise q da doğru olmalıdır. (Arslan&Tapan-Broutin, 2012)

2.3. LİTERTÜRDE İSPAT İLE İLGİLİ YAPILAN ÇALIŞMALARA GENEL BAKIŞ

Matematikteki ispat kavramı muhakeme (değerlendirme) ve doğrulama (doğruluğu gösterme) olarak ele alınmaktadır ve matematik eğitiminde çok önemli rolü bulunmaktadır. Buna karşın matematiksel ispat öğrenciler tarafından dirençle algılanan bir konudur. Birçok öğrenci bir ispatın neden yapıldığını ve neden öğrenmeleri gerektiğini anlamaz, dersi geçmek için bir zorunluluk olarak görürüler.

Matematiksel ispat, matematik eğitiminin önemli parçalarından biridir. İspat kavramının uygulamalarına yönelik yurt dışında birçok araştırma bulunmasına karşın ülkemizde ise bu konu ile ilgili olarak yeterli düzeyde araştırma bulunmamaktadır (Özer ve Arıkan 2002).

Tall (1998), formal ispatla ilgili yaptığı çalışmasında matematiksel ispatın farklı durumlarda uygun olduğunu ileri sürmüş, öğrencilerin formal çıkarım ve tanımlarla kuralları benimsemeleri için iki farklı strateji tanımlayarak, öğrencilerin her iki stratejinin de başarılı olabileceklerini, bununla birlikte birçok öğrencinin bilişsel ispatlarda zorlandıklarını belirtmiştir.

NCTM (2000)'e göre, ilköğretim öğrencilerinin formal ispat yapması gerekmediği, bunun yanı sıra lise düzeyinde ise açık bir şekilde ispat kavramının kullanılması gerektiği belirtilmiş ve matematiksel muhakeme ve ispat yeteneğinin varlığının ilkokulda oluştuğu belirtilmiştir.

Hanna (2000a), yaptığı çalışmasında müfredat açısından ispatın, matematik eğitimindeki rolünü ve ispat yapmanın faydalarını incelemiş, ispat öğretiminde çeşitli yöntemlerin ve geometri yazılımlarının kullanılmasını önermiş ve bu yöntemlerin faydalarını tartışmıştır.

Recio ve Godino (2001); öğrencilerin matematiksel ispat şemalarını ve bu ispatların günlük yaşam, profesyonel matematik, mantık ve matematiğin temelleri ile ilişkilerini incelemişler ve öğrencilerin formal matematiksel ispatta zorlandıklarını belirtmişlerdir.

Özer ve Arıkan (2002), 110 lise öğrencisinin matematik derslerinde ispat yapabilme becerilerini tespit ederek öğrencilerin ispat düzeylerini araştırmıştır. Çalışmada açık uçlu sorulara öğrenciler tarafından verilen yanıtlar sonucunda aldıkları puanlar gruplandırılarak tablolar oluşturulmuştur ve öğrencilerin ispat yapma yöntem ve tekniklerini yeterince kullanmadıkları bildirilmiştir.

Mansi (2003), yaptığı çalışmada öğrencilerin öğrenimlerinin ilk yıllarından itibaren varsayımlarını yapmaları, test edebilmeleri ve kendi varsayımlarını test edebilmeli, örnek ve karşıt örnek geliştirebilmelerinin gerekliliğini bildirmiş, muhakeme ve geometrik ispatın matematik öğrenimi ve öğretimindeki rolünü araştırmış, Piaget ve Van Hiele nin teorilerini karşılaştırarak öğrencilerin matematiksel ve geometrik değerlendirme becerileri arasındaki ilişkileri incelemiştir. Bu çalışmaya göre, öğrencilerin Van Hiele başarı basamaklarında yeterli olmadıkları görülmüştür.

Christou vd (2004) yaptıkları çalışmada dinamik geometri yazılımlarının ispattaki önemini vurgulamışlar ve ispatın öğretimi için matematik ve geometri yazılımlarının gelişimindeki faydaları ve öğrenciler için ispatı nasıl daha anlamlı kılabileceklerini tartışmışlardır.

Umay ve Kaf (2005); ilköğretim ikinci kademede öğrenim gören 90 öğrenci ile gerçekleştirdikleri çalışmada öğrencilerden verilen dört problemi çözmeleri istemişler, öğrencilerin zayıf akıl yürütme oranlarının en yüksek düzeyde olduğunu, bunu kusurlu akıl yürütme oranının izlediğini; doğru akıl yürütme oranının ise en düşük düzeyde kaldığını bildirmişlerdir.

Altıparmak ve Öziş (2005), ispatın gelişimi üzerine yaptıkları çalışmada NCTM standartları doğrultusunda ilköğretim ikinci kademe öğrencilerinin genellemeler hakkında varsayım oluşturabilecek ve karşılaştıkları varsayımları değerlendirebilecek düzeyde olmaları gerektiğini, varsayımları ve iddiaları değerlendirebilmeli, matematiksel iddiaları formüle ederek tümdengelimli ve tümevarımsal muhakemeyi kullanabilmeleri gerekliliğini belirtmişlerdir.

Moralı vd. (2006); matematik öğretmen adaylarının matematiksel ispat yapmaya yönelik görüşlerini araştırmışla ve öğretmen adaylarının büyük kısmının ispat yapmaya yönelik ya görüşlerinin olmadığını ya da görüşlerinin yetersiz olduğunu belirtmişlerdir (Moralı vd. 2006).

Yeşildere ve Türnüklü (2007); tarama yöntemi kullanarak ilköğretim sekizinci sınıftan mezun 262 öğrencinin matematiksel düşünme ve akıl yürütme süreçlerini incelemiş ve öğrencilerin problem çözmede matematiksel bilgilerle ilişkilendirme yapmada ve mantıksal akıl yürütmede sorun yaşadıklarına işaret etmiştir.

Kapetanas ve Zachariades (2007); 1645 öğrenci ile gerçekleştirdiği çalışmada öğrencilerin matematikle ilgili inanç ve tutumlarını ve bunların matematiksel yeteneklerine etki edip etmediğini ayrıca öğrencilerin tutum ve inançlarının, okul, cinsiyet, sosyal statü faktörlerine göre değişip değişmediğini incelemiştir.

Nyaumwe and Buzuzi (2007); 34 matematik öğretmeni ile gerçekleştirdiği çalışmasında öğrencilerin ispat performans düzeylerinin uygunluğu, negatif tutumlar, pozitif durumlar, ispat yöntemlerini araştırmak amacı ile bir anket uygulanmış ve örneklem ile görüşme yapıp sonuçlar değerlendirilmiş, öğretmenlerin bir ispat metodu olarak teknolojinin kullanımı konusunda tarafsız kaldığını bildirmişlerdir.

Öner (2008); yaptığı çalışmasında *computer supported collaborative learning* (bilgisayar destekli ve işbirlikli öğrenme) kuramına dayalı öğretimle, öğrencilerin matematiksel ispat becerilerinin gelişeceğini vurgulamış ve tartışmıştır. , gelişmesinde CSCL araçlarından nasıl daha iyi faydalanılabileceğini tartışmıştır.

Tall (2009) çalışmasında, matematiksel ispatın sosyal bağlamda gelişen matematiksel bir yapı olduğunu belirtmiş ve basit terimlerle ispat için pratik bir yapı oluşturmuştur.

Görüldüğü üzere, günümüzde matematik ve geometri eğitimi ile ilgili birçok ispat çalışması yapılmıştır. Bunların büyük bir kısmı, matematik ve geometri eğitimini şekillendiren Van Hiele yaklaşımı referans alınarak hazırlanmıştır. Van Hiele yaklaşımı bir sonraki bölümde ayrıntılarıyla açıklanmıştır.

2.3.1.Van Hiele Yaklaşımı ve Bu Yaklaşımla İlgili Yapılan Çalışmalar

2.3.1.1.Van Hiele Yaklaşımı

Günümüzdeki matematik ve geometri eğitimini şekillendiren en önemli kriter, öğrencilerin belli aşamalardan geçtiğini belirten Van Hiele teorisidir. Van Hiele, kavramda olduğu gibi geometrik düşüncenin de belli evrelerden geçtiğini belirlemişlerdir. Van Hiele kuramı, Dina Van Hiele-Gelfod ve Pier Van Hiele tarafından 1957 yılında Ultrehct üniversitesindeki doktora çalışmaları sırasında ortaya atılmıştır ve 1986'ya kadar üzerinde çalışılmıştır (Olkun ve Toluk, 2003). Özellikle geometri öğretiminde bu teoriden yaralanılmaktadır (Clements ve Battista, 1990; Mason, 1997; Lappan, Fey, Fitzgerald, Friel, & Phillips, 1996; NCTM, 2000). Bu kurama göre geometrik anlama, beş aşama (beş düşünme düzeyi) olarak sınıflandırılmıştır (Van Hiele, 1986; Fuys, Geddes ve Tischler, 1988; Altun, 2005; Olkun ve Toluk Uçar, 2007; Crowley, 1987; Halat, 2006; Knight, 2006; Güven, 2006).

Yeni İlköğretim Matematik Programı, kavramsal yaklaşımı temel alarak hazırlanmıştır ve öğrenciler için öğrenme alanları Van Hiele düzeylerine uygun olarak hazırlanmıştır. Bu program matematikle ilgili kavramları, kavramların birbirleri ile ilişkileri, işlemleri anlamlandırmayı ve işlem becerilerinin kazandırılmasını vurgulamaktadır. Öğrenme alanları bu programın temelini oluşturmakta ve kavram – ilişki çerçevesinde bulunmaktadır. Kavramsal yaklaşımla öğrencilerin matematiksel bilgilerini bu temeller üzerine dayandırmaları; böylece kavramsal ve işlemsel bilgi ve beceriler arasında ilişkiler kurmayı öğrenmelerini sağlar ve öğrencilerin somut deneyimlerinden, sezgilerinden matematiksel anlamları oluşturmalarına ve soyutlama yapabilmelerine yardımcı olur (MEB, 2005).

Van Hiele düzeyleri yaklaşımı, geometriyi anlamak ve geometrik anlamanın gelişimi için oluşturulmuş bir modeldir. Modelde, sınıf içi etkinlikler kullanılarak öğrencilerin istenilen amaçlara ulaşmaları için belirlenen etkinliklere katılmaları ve geometrik kavramlarla ilgili özellikleri keşfetmeleri gerekmektedir. Van Hiele kuramı temel olarak iki bölümden oluşmaktadır (Gutierrez, 1992):

1. Düşünme düzeyleri: Öğrencilerin, geometrideki düşünme yollarını tanımlar. Van Hiele kuramına göre öğrenme sürecinde bir öğrenci birden fazla düşünme aşamasından geçer. Van Hiele kuramındaki en önemli nokta, bir düzeyden diğerine geçiştir ve bu önemli noktadaki gelişim verilen eğitimin niteliğine bağlıdır.

2. Öğrenmenin aşamaları: Van Hiele kuramına göre öğrencilerin geometrik kavramları öğrenirken çeşitli aşamalardan geçerler. Öğretmen ise öğrencilerin bu aşama geçişlerinde çok önemli bir rol oynar.

Van Hiele geometri anlama seviyelerinin kendine has özellikleri vardır (Van Hiele, 1986).

- Seviyeler hiyerarşiktir yani bir seviyede olabilmek için bir önceki seviyeyi geçmiş olmak gerekir.
- Bir seviyeden diğerine geçiş yaş ve olgunluktan çok verilen eğitimin niteliğine ve öğretim konusuna bağlıdır. Öğrencileri keşfetmeye, eleştirici düşünmeye, tartışmaya bir sonraki düzeydeki konularla etkileşime sevk eden bir eğitim, öğrencilerin bu düzeylerdeki gelişimini ve sonraki düzeylere daha hızlı bir şekilde geçişlerini kolaylaştırır.
- Her düzey, kendi dil yapısına, sembollerine ve ilişkilerine sahiptir.
- Öğrencinin halen bulunduğu düzeye ve geometri konusuna uygun olmayan bir yaklaşım öğrencinin öğrenmesinin gerçekleşmemesine sebep olur (Güven, 2006).

Bu seviyeleri kısaca şu şekilde açıklayabiliriz:

2.3.1.1.1.Görsel Düzey (Zihinde Canlandırma; Şekilleri Bir Bütün Olarak Tanıma Ve Adlandırma):

Van Hiele seviyelendirmesine göre geometrik düşünmenin ilk düzeyi “görsel düzey”dir. Bu dönemde, öğrenciler geometrik şekil ve cisimleri bir bütün olarak algılar. Şekillerin özelliklerini görünüşleri itibariyle belirler, isimlendirir ve kıyaslayabilir. Düzey-I (Görsel Düzey)’deki düşünme yöntemi “Şekiller ve bu şekillerin neye benzedikleridir”. Bu düzeyde öğrencilerin, geometrik şekil ve şekillerin birbirleri ile benzerleri hakkında kazandıkları deneyim sayesinde farklı şekiller hakkında da yargılama yapabilirler. Bu düzey, öğrenciler için bir anlamda “sözsüz düşünme” ile ifade edilmektedir.

2.3.1.1.2.Analiz Düzeyi (Analitik):

Bu düzeydeki bir öğrenci, geometrik şekilleri görünüşlerinden değil özelliklerine bağlı olarak tanır, özelliklerini fark eder, ancak bu özellikleri birbirinden bağımsız olarak algılar ve birbirinden ayırır. Fakat öğrenci, farklı geometrik şekiller arasındaki ilişkileri kavrayacak düzeyde değildirler. Öğrenci, geometrik şekillerin özelliklerini birbirleri ile ilişkilendiremez. Örneğin, bu düzeydeki öğrenci, üçgen ile dikdörtgen arasında herhangi bir ilişki olmadığını anlar, geometrik şekilleri zihninde canlandırabilir, şekillerin özelliklerini söyleyebilir ve yazabilir. Öğrenciler, şekillerin parçaları arasındaki ilişkileri tanır ve test edebilirler.

2.3.1.1.3.Mantıksal Çıkarım Öncesi Düzey (Soyutlama; Sıralama; Formal Olmayan Sonuç Çıkarma Düzeyi):

Bu düzeydeki öğrenciler, geometrik şekillerin özelliklerinin birbiriyle ilgili ilişkilerini kurabilir, özelliklerini hatırlar ve kullanabilirler. Örneğin, “Bütün açıları dik açı olduğuna göre, bu şekil dikdörtgen olmalıdır. Eğer kare ise, bütün açıları diktir. Eğer kare ise bir dikdörtgen olmalıdır.” biçimindeki akıl yürütmeleri ve mantıksal tartışmaları yapabilirler. Özellikle bu düzeyde ki öğrenciler farklı iki geometrik şekil arasındaki ilişki, benzerlik veya farklılıkları söyleyebilecek ve yazabilecek bilgi donanımına sahiptir. Öğrenciler; tanım, aksiyom ve postulatları anlayabilir, fakat mantıksal çıkarımları anlayamazlar. Mantıksal ilişkilendirmelerde bulunabilir ve formal olmayan ispat yapabilirler veya çıkarımlarda bulunabilirler. Formal ispatları ise adım takip edebilir, fakat kendileri ispat yapamazlar. Örneğin, bu düzeydeki öğrenci dikdörtgen ile paralelkenar arasında bir ilişki olduğunu sebep ve sonuçları ile söyleyebilir (Altun, 2001; Olkun ve Toluk, 2001; Baykul, 2000; Hiele, 1986).

2.3.1.1.4.Mantıksal Çıkarım Düzeyi (Çıkarım; Tümevarım)

Bu düzeydeki öğrenciler, geometrik ispatları yaparken teorem, aksiyom ve tanımlarını ve tümevarım yöntemini kullanarak rahatlıkla teoremlerin ispatını yapabilir ve çıkarımlarda bulunabilirler. Bu düzeydeki bir öğrenci ispat yaparken ispattaki basamakları sebeplerini sunabilirler (Altun, 2001; Olkun ve Toluk, 2001; Baykul, 2000; Hiele, 1986).

2.3.1.1.5.En Üst Düzey (İlişkileri Görebilme)

Bu düzeydeki öğrenciler, farklı aksiyom tabanlı sistemleri analiz ederek farklılık ve benzerlikleri fark edebilir ve bu sistemler içersinde çeşitli teoremler ileri sürebilir ve çıkarımlarda bulunabilirler. Bununla birlikte tanım ve aksiyomların benzerliklerini ve farklılıklarını belirleyebilir, yorumlayabilir ve yeni uygulamalarda bulunabilirler (Altun, 2001; Olkun ve Toluk, 2001; Baykul, 2000; Hiele, 1986).

Yukarıda belirtilen düzeylere ek olarak, *Yarı Zihinde Canlandırma Düzeyi* de bazı araştırmacılara göre tartışmalı olmasına rağmen, böyle bir düşünme düzeyinin varlığı kabul edilmektedir. Bu düzeyde öğrenciler, başlangıç olarak geometrik bir şekli algılarlar. Geometrik şekilleri ayırt edemezler. Örneğin, kenar sayısına bağlı olarak üçgen ve dörtgenleri ayırt edebilirler fakat farklı dörtgenleri ayırt edemezler. Yani, bu düzeydeki çocuk kare, dikdörtgen veya yamuk arasında herhangi bir fark görmez. Bütün dörtgenler çocuk için aynıdır. (Clements & Batista, 1990; Mason, 1997). Bu düzeydeki öğrencilere okul öncesinde, 1. sınıfta veya zihin özürlü öğrencilere rastlanılabilinir.

2.3.2.Van Hiele Yaklaşımı İle İlgili Yapılan Çalışmalar

Bugüne kadar Van Hiele teorisi ve uygulaması hakkında birçok çalışma yapılmıştır. Yapılan bu çalışmalarda Van Hiele düzeylerinin, çocukların geometrik düşüncelerini gelişimi, çocukların geometri alt öğrenme alanları ve öğrenmeleri üzerindeki etkileri araştırılmıştır. Yapılan birçok çalışmada öğrencilerin geometri düşüncesinin gelişiminin hiyerarşik bir yapıya sahip olduğunu belirterek, Van Hiele modelinin geometri öğretimi için uygun bir model olduğunu belirtilmiş ve öğrencilerin Van Hiele modelinde bir üst düzeye geçişte bu beş evreden sırasıyla geçilmesi gerektiğini ileri savunulmuştur (Soon, 1989; Duatepe, 2000; Pusey, 2003; Kay,1986; Lowry,1987; Scally, 1990; Frerking, 1994; Misretta, 2000; Stover, 1989; Moran, 1993; Symser, 1994; Matthews, 2004; Senk,1983; Han, 1986; Kay,1986; Corley, 1990).

Wirszup (1976), ABD' de eğitimci ve araştırmacıların dikkatini çekmiş, 1981'de Hoffer, Van Hiele düzeylerinin içerikleri üzerinde araştırmalar yapmış, Usiskin (1982) Van Hiele için lise öğrencileri üzerinde çalışmış ve bu teorinin ilk dört düzeyinin geçerliliğini göstermiştir. Burger ve Shaughnessy (1986) her bir düzeyin özellikleri ve yapılarını araştırmış, öğrencilerin farklı konular için farklı geometrik düşünme düzeyi sergilediklerini bulmuştur. Fuys, Geddes ve Tischler (1988) ile Halat, Aspinwall ve Halat (2004) öğrencilerin düşünme düzeylerinde öğretim yönteminin etkisini incelemiş ve Van Hiele teorisine dayalı yapılan öğretimin öğrenci başarı ve motivasyonunu pozitif yönde etkilediğini ortaya çıkarmışlardır.

Bazı çalışmalarda; ortaokul, lise ve üniversite düzeyinde öğrenim gören öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini belirlemeye çalışılmış ve ortaokul öğrencilerinin geometrik düşünme düzey ortalamasının düzey-I, lise öğrencilerinin düzey-II ve üniversite öğrencilerinin ise düzey-III ve IV olduğunu belirlenmiştir (Mayberyy, 1983; Senk, 1989; Mason,1997; Gutierrez ve Jaime, 1998; Durmuş, Toluk ve Olkun, 2002; Knight, 2006).

Breen (2000), 8.sınıfta bilgisayar destekli geometri öğretiminin, öğrencilerin Van Hiele geometri anlama düzeylerine ve geometri kavramlarını anlamada olumlu yönde etkilediği belirlemiştir. Frerking (1994) ilköğretim ikinci kademedeki öğrencileri ile yaptığı çalışmada geometri öğretiminde "Geometer Sketchpad" yazılımı kullanımının geleneksel öğretime göre öğrencilerin Van Hiele geometri anlama düzeylerini ve ispat yapma becerilerini anlamlı düzeyde artırdığını ispatlamıştır.

Lehrer, Jenkins ve Osana (1998), öğrencilerin üçgen de dâhil olmak üzere iki ve üç boyutlu şekilleri, uzunluk ve alan ölçümü, imge, çizim ve grafiklerin zihinden değiştirilmesi gibi beceri kazanımlarını ve öğrencilerin düşünce süreçlerinin göstergeleri olarak Van Hiele seviyelerinin geçerliliğini incelemişlerdir. Bu çalışmada örneklem bir ilkokuldan 1.sınıftan 5. sınıfa kadar toplam 30 öğrenciden rastgele seçilerek oluşturulmuştur. Bu çalışmada öğrencilerin Van Hiele'in seviyelerinin kesin ve durağan (statik) oldukları fikri ile ters düşen, seviyelerin sürekli, devamlı olduğu gösterilmiştir.

Battista ve Clements (1991) yaptıkları çalışmada, Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri ile ilişkilendirerek görsel düzeyde veya daha ileri düzeyde bulunan çocukların geometrik problemleri çözebilmelerinde görselleştirmenin önemli bir etken olduğunu belirtmişler ve geometri düşüncesinin tüm seviyelerinde bir gelişmenin olabilmesi için öğrencilerin görsel imgelemlerinin geliştirilmesi gerektiğini belirtmişlerdir.

Senk (1983); öğrencilerin geometrik düşünce düzeyleri ile ispat yapabilme başarıları arasındaki ilişkiyi ve Van Hiele Düzeylerini incelemiştir. Bu çalışmada, 1520 ortaokul öğrencisine Van Hiele geometri testi ve geometri başarı testi uygulanmıştır. Çalışmadan elde edilen sonuçlara göre, ortaokul öğrencilerinde ispat yapabilme becerilerinin düşük olduğu ve bu nedenle Van Hiele geometri testinin ispat yapabilme başarısını tahmin etmede kullanılamayacağı gösterilmiştir.

Frerking (1994); öğrencilerin Van Hiele düşünce düzeyleri ile ispat ve tahmin yapabilme başarısı arasındaki ilişkiyi incelemiş ve deneysel çalışmasını 58 ortaokul öğrencisi ile gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmada, öğrencilerin geometride tahmin yapma ve tahminlerinin nedenlerini belirtmede, ispat yapabilme becerileri ile ilgili olduğu ve ayrıca geometrideki başarılarının Van Hiele düzeylerindeki artış ve ispat yapabilme becerileri ile ilgili olduğu gösterilmiştir.

Sover (1989); düzlem geometri dersi alan öğrencilerin ispat yapma başarıları ile Van Hiele düzeyleri arasındaki ilişkiyi incelemiştir. Çalışmanın örneklemi 104 ortaokul öğrencisinden oluşmaktadır. Çalışma sonuçlarına göre, öğrencilerin başarı testinden aldıkları puanlar ile Van Hiele testinden aldıkları puanlar arasında önemli bir ilişkinin olduğu saptanmıştır.

Kay (1986); ilköğretim 1. sınıf öğrencilerinin geometri konularını nasıl anladıkları araştırmış ve araştırma sonucuna göre, öğrencilerin geometri konularını anlamalarındaki açıklamada Van Hiele teorisinin yetersiz kaldığı; ancak öğretimin özelden genele doğru yapılması durumunda öğrencilerin geometrik kavramları hiyerarşik bir biçimde öğrenmelerinin Van Hiele teorisi ile açıklanabileceği belirtilmiştir.

Lowry (1987), Van Hiele modelinin 9 yaşındaki çocukların alan ve çevre kavramlarını anlamalarını değerlendirmede ve öğretime yol göstermede yarar sağlayıp sağlamadığı incelemiştir. Bu çalışmada 18 öğrenciyle mülakat yapılıp öğrencilerin Van Hiele geometrik düşünce düzeyleri belirlenmiş ve Van Hiele modelinin beş evresine göre öğretim uygulanmıştır. Çalışma sonuçlarına göre, alan ve çevre ile ilgili kavramların öğretimini değerlendirmede Van Hiele modelinin uygun bir yapı olduğu gösterilmiştir.

Soon (1989); Van Hiele düzeylerinin hiyerarşik bir yapıya sahip olup olmadığı dönüşüm geometrisi için araştırmıştır. 20 Ortaokul öğrencisi ile yapılan bu çalışmada, yansıtma, dönme, dönüşüm ve genişleme konuları ile ilgili sorular kullanılmıştır. Çalışma sonuçları, Van Hiele düzeylerinin hiyerarşik bir yapıya sahip olduğunu göstermektedir.

Moran (1993); bir düzeyden bir üst düzeye geçişte Van Hiele modelinin beş evresinin geçerli olup olmadığı incelemiş ve bir düzeyden bir üst düzeye geçişte bu beş evreden sırasıyla geçilmesi gerektiği sonucuna ulaşmıştır.

Burger ve Shaughnessy (1986); yaptıkları çalışmada anaokulundan üniversiteye kadar öğrencilerin Van Hiele geometrik düşünme seviyelerini nitelemek için mülakat ve cevap kategori kodları kullanmıştır. Sonuç olarak bu öğrenciler, “geçişte” olarak tanımlanmıştır. Diğer yandan araştırmacılar, Van Hiele’nin seviyelerinin kesin ve durağan oldukları fikri ile tezat göstererek seviyelerin dinamik ve sürekli olduğunu bulmuştur ve Van Hiele seviyelerinin “çokgen ödevlerindeki öğrencilerin düşünme seviyelerini tanımlamada faydalı” olduğunu ve geometrik gelişimin çocuğun yaşına göre değil de eğitim öğretime bağlı olduğu gösterilmiştir.

Duatepe (2000), Van Hiele düzeylerinin öğrencilerin üçgenler ve dörtgenler konusundaki davranışları cinsinden ifade edilip edilemeyeceği incelemiştir. Bu çalışma sonuçlarına göre, Van Hiele düşünme düzeylerinin, üçgenler ve dörtgenler konusundaki davranışlar cinsinden ifade edilebileceği belirlenmiştir.

Matthews (2004) çalışmasında, 52 adet 5. sınıf öğrencileri arasında seviye temelli eğitim, geleneksel ders kitabı eğitimi ve Van Hiele seviyesi olmadan verilen eğitimlerin etkililiğinin karşılaştırılmasını yapmıştır. Yapılan bu araştırmada geleneksel ders eğitimi ve aşama temelli eğitim yapıldığında öğrencilerin Van Hiele seviyelerinde önemli bir artış olduğu tespit edilmiştir. Geometri eğitimi almayan öğrenciler ile aşama temelli ve geleneksel eğitim alan öğrenciler arasında ise Van Hiele seviyesi açısından önemli bir fark gözlenmiştir ve geometri dersleri işlenirken Van Hiele seviyelerini içeren derslerin yapılması önerilmiştir.

Pusey (2003), yaptığı araştırmada öğrencilerin geometrik açıdan seviyelerini belirlemek için Van Hiele modelini; uygun öğretim yollarını belirlemek ve sonuçları değerlendirmek, işleniş öncesinde ve işleniş sürecinde öğrencilerin seviyelerini değerlendirmek, Van Hiele modelini öğrenci merkezli öğretimde kullanmak ve öğrenciyi geometri konuları açısından bir üst sınıfa hazırlamak olarak 4 farklı alana ayırmıştır. Bu çalışmaya göre, öğrencilerin geometri seviyelerine uygun olarak yapılan bir öğretimin, geometri bilgilerinin gelişimine olumlu katkıları olduğu ve Van Hiele modelinin öğrenci merkezli olmasıyla da öğrencilerin geometri konularını daha kolay anladıklarını tespit etmişlerdir.

Kılıç (2003), ilköğretim 5. sınıftaki matematik dersinin işlenişinde deneysel bir yöntem kullanmıştır. Van Hiele düzeylerine göre geometri öğretiminin yapıldığı deney grubunda bulunan öğrencilerin akademik başarıları ile kontrol grubunda bulunan öğrencilerin akademik başarıları arasında Van Hiele modeline göre öğretimin yapıldığı grup lehine anlamlı bir fark bulunmuş ve Van Hiele düzeylerine göre yapılan geometri öğretiminin öğrencilerin akademik başarılarını arttırdığı gözlenmiştir. Bununla birlikte, Van Hiele düzeylerine göre geometri öğretiminin yapıldığı deney grubunda bulunan öğrencilerin hatırda tutma düzeyleri ile kontrol grubunda bulunan öğrencilerin hatırda tutma düzeyleri arasında Van Hiele düzeylerine göre geometri öğretimin yapıldığı grup lehine anlamlı bir fark bulunmuştur.

Han (1986), standart bir geometri kitabına bağlı kalınarak yapılan öğretim ile Van Hiele teorisine uygun bir geometri kitabına bağlı kalınarak yapılan öğretimin lise öğrencilerinin geometrideki başarılarına ve geometriye ilişkin tutumlarına olan etkisini incelemiştir. Bu çalışmanın sonunda her iki grubun Van Hiele düzeylerinin ve Van Hiele düzeyleri ile ispat yapma ve geometriye karşı tutumları arasında önemli bir fark bulunmamıştır fakat kontrol grubunda bulunan öğrencilerin ispat yapma başarısı ve geometriye karşı tutumlarında artmalar olduğu saptanmıştır.

Mansi (2003); muhakeme ve geometrik ispatın matematik öğrenimi ve öğretimindeki rolünü araştırarak Piaget ve Van Hiele nin teorilerini karşılaştırma yoluyla öğrencilerin matematiksel ve geometrik muhakeme becerilerini nasıl kazandıklarını ve öğrencilerin hazır oluşları ve formal ispat oluşturmaları arasındaki bağıntıları incelemiş öğrencilerin liseye gelinceye kadar ispatla ilgili Van Hiele nin öngördüğü başarı basamaklarında yeterli olmadıklarını belirtmiştir.

2.4. MATEMATİKSEL İSPATTA BALACHEFF VE DUVAL YAKLAŞIMLARI

2.4.1.Balacheff Yaklaşımı

Balacheff (1988;1991) matematiksel ispatı, Van Dormolen’s Taksonomisi’ne dayanmaktadır. Balacheff ‘e göre matematiksel ispat; pragmatik ispat, entellektüel ispat ve demonstrasyon olmak üzere üç seviyeye ayırmıştır. En alt seviye ‘pragmatik ispatlar’, örnek vererek yapılan gösterimler, orta düzey ‘entellektüel ispat’, formülasyona dayalı olarak yapılan ispatlar ve en ileri seviye ‘demonstrasyon’, bir teoriyle organize ederek veya bir topluluk tarafından kabul edilen bilgileri kullanarak yapılan ispatlardır. Balacheff; matematiksel ispatta bu ayrımları yaparken 4 önemli kategoriyi vurgulamıştır.

- Saf Deneycilik (Naïve empiricism)
- Önemli Deney (Crucial experiment)
- Sosyal Örnek (Generic example)
- Düşünce Deneyi (Thought experiment)

Özellikleri açısından yukarıdaki ilk 3 tip kategorinin temeli pragmatik ispata dayanırken, entellektüel ispat ve demonstrasyon ise son kategoriyi içermektedir.

İlk seviyede *Saf Deneycilik* (Naïve empiricism) ispat edilebilir bir açıklamada ya da olgularda kontrol edilebilir. Öğrenciler az sayıda durumlar için geçerli olduğu doğruladıktan sonra, varsayım doğrudur.

İkinci seviyede *Önemli Deney* (Crucial experiment), dikkatli bir şekilde seçilen bir örnek kontrol edilir. Öğrenci, sorular sorarak ve genelleme yaparak ispatlamaya çalışır. Eğer iddiası doğru ise ispat doğrulanmıştır. Bu seviyenin İlk seviyeden farkı; öğrenciler genellik sorunun farkındadırlar. Örneğin; Balacheff; 2 öğrenci ile çokgen köşegenlerinin sayısı hakkında bir varsayım üzerinde çalışmıştır. Öğrenciler, kendi varsayım doğrulamak için çok sayıda köşesi olan bir çokgen seçmiştir.

Üçüncü seviyede; *Sosyal Örnek* (Generic example) yer almaktadır. Bu seviyedeki seçilen örnek, işlemler veya dönüşümlere dayanmaktadır. Öğrenciler; genel bir örneğe dayalı argümanlar geliştirir. Bu argümanların bir özel durumlara dayanmasına rağmen özel durumlar için kullanılmazlar.

Dördüncü seviyede *Düşünce Deneyi* (Thought experiment) yer almaktadır. Öğrenciler, fikri delillerden hareket ederek örnekleri açıklamaya başlarlar. Açıklamalar ayırmak için başlar ve pratik başlar. İspat; nesnelerin özelliklerini gösterilir. Örneğin, öğrenci her köşegende neden (n-3) köşe olduğunu ve neden n (n-3)'ün 2 ile bölündüğünü açıklayabilir.

Balacheff (1988) öğrencilerin, örneklere dayanan informal bir çalışma ile formal bir ispat arasında ilişkilendirme yapmada zorlandıklarını ortaya koymuştur. Bir çalışmada öğrencilere bir çokgendeki köşegen sayısını gösteren genel bir ifade bulmaları istenmiştir. Bazı öğrenciler altıgeni ele almışlar ve birbirine komşu köşelerin köşegen oluşturmadıklarını fark ederek şunu yazmışlardır: "Bir çokgende 6 köşe olduğunu ele alırsak, her köşe için otomatik olarak 3 köşegen oluşmaktadır çünkü birbirine komşu iki köşe köşegen oluşturmaz. Sonuç olarak köşegen olan 3 doğru vardır (Balacheff, 1988)."

2.4.2.Duval Yaklaşımı

Duval (1991), öğrencilerin matematiksel ispatta yaşadıkları “argüman” ile “tümden-gelim” sıkıntıları için doğrudan bir kanıt olduğunu göstermiştir. Tümdengelim çıkarım mekanizması düşünme doğasında vardır fakat öğrenciler tarafından anlaşılması çok zordur (Brien, 1972,1973). Duval’ e göre tümden gelim ile tartışma (muhakeme) kuralları birbirlerinden oldukça farklıdır. Duval; 13-14 yaş aralığındaki öğrenciler üzerinde yaptığı çalışma ile bu iki kavramı birbirinden tamamen ayırmış ve tümden gelimin sosyal faktörlere bağlı olduğunu göstermiştir.

Duval’ in matematiksel ispatta olması gereken adımları aşağıdaki gibidir.

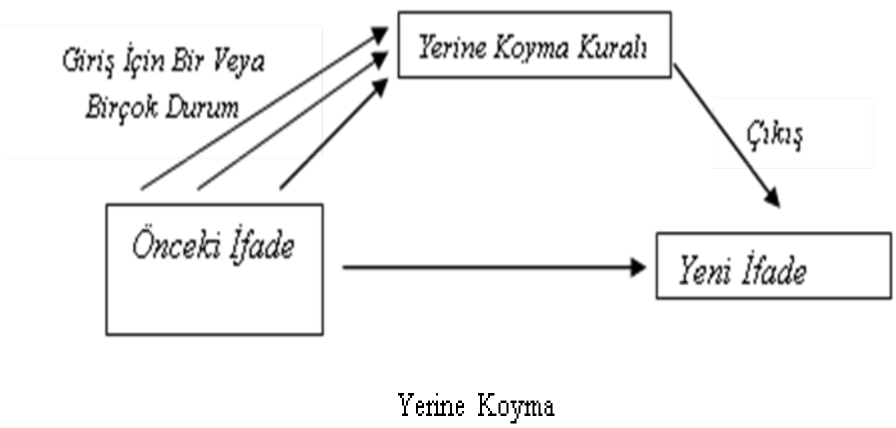
- İspatin adımlarının ve tanımların belirlenmesi,
- İspattaki terimleri, sembolleri ya da figürleri bilmek ve sonucu getirebilmek,
- Tümdengelim kurallarına göre sonucun kontrol edilmesi

Duval (1998), hipotez, tanım ve teorem gibi operatif durumları çıkarımsal yollarla değerlendirmiş ve doğrulamıştır. Argümanlar arasındaki yapı, koşul gibi tüm özellik ve sonuç unsurlarını analize uygun hale getirmiştir. Duval’ e göre matematiksel bir ispat, bir argümanın anlamı veya bir açıklamanın mantıksal değeri arasındaki bağlantı ile belirlenir (Duval,2002). Örneğin öğrenciler ikizkenar üçgenin iki eşit açısı (epistemik değeri) olduğunu bilirler ve bunu mantıksal (mantıksal değer) olarak ispatlama gereği duymazlar, ispatta argümantasyon ve açıklama birbirlerinden farklıdır (Blair ve Johnson 1987; Duval 1999).

Duval (1998); geometri öğreniminin bilişsel boyutu üzerinde durmaktadır ve geometrik düşünmenin görselleştirme, yapılandırma ve akıl yürütme olmak üzere üç bilişsel süreçten oluştuğunu savunmuştur. Duval (1998) öğrencilerin geometride yaşadıkları zorlukların kaynağını belirleyebilmek için geometrik süreçlerin temelinde yatan bilişsel işlevlerin tespit edilmesi gerektiğini vurgulamıştır. Geometrik bir önermenin görsel olarak temsili veya karışık bir geometrik durumun buluşsal olarak keşfedilmesi, Duval (1998)’in tanımladığı görselleştirme sürecinin kapsamındadır. Duval (1998) yapılandırma sürecini araç-gereç kullanma olarak belirlemiştir. Özellikle bu süreç okullarda yetersiz kalmaktadır. Akıl yürütme süreci ise bilginin derinleştirilmesi, açıklama ve ispat için mantıksal süreçleri içermektedir. Duval (1998), bu üç bilişsel sürecin birbiriyle yakın ilişkili olduğunu ve geometride yetkin olabilmek için bu süreçlerin uyumunun gerekli olduğunu doğrulamıştır.

Duval'e göre; bir kavramın yapısına göre iki veya daha fazla temsile sahip olması mümkündür. Bu temsillerin her biri o kavramı farklı şekillerde tanımlayabilmektedir. Farklı temsiller arasındaki ilişkilerden yararlanarak kavramın yapılandırılması matematik öğrenmenin önemli bileşenlerinden biridir (Duval, 1999).

Herhangi bir tümdengelim durumunun işlevsel bütünlüğünü açıklamak için, Duval ve Egret (1989), ya minimum sürede ispata ya da tekrarlı yerine koymalarla kanıtlanan ispat basamağına uyan "Substitution Arc" (A.T.S.) kelimesini yani "yerine koyma yayı" anlamına gelen bu A.T.S. kelimesini kullanmaktadırlar. Burada ispatın iki yönü vardır. Birincisi, doğru bir şekilde yerine koyma metodunu uygulamak için dikkate alınacak koşulların, şartların miktarıdır: teoremlere bağlı olarak bu şartların miktarı çeşitlilik gösterebilir. İkincisi ise üçlü yapıdır, ikili olan A.T.S. değildir: herhangi bir tümdengelim durumunun asıl bütünlüğü her biri farklı statüye sahip üç ifadeyi içerir (Duval&Egret, 1989).



Şekil 2: Üçlü A.T.S. Yapısı

Duval (1993) zihinsel ifadeleri; bir kişinin bir nesne, bir durum ve bunlara bağlı olan şeyler hakkında sahip olabileceği imajlar ve algılamalar bütünü olarak; anlamsal ifadeleri ise kendine ait avantajları, dezavantajları ve işleyiş şekilleri olan bir ifade sisteminin işaretlerinin kullanımından ortaya çıkan ürünler olarak tanımlamaktadır (grafiksel, cebirsel, fonksiyonel vs.). Sonuç olarak, matematiksel düşünce sisteminin gelişmesinde sembolik ifadelerin oynadığı role vurgu yapmakta ve matematiksel nesnelerin anlaşılmasının ancak eş zamanlı olarak birden fazla sembolik ifadenin kullanılmasıyla ya da bunların avantajlardan dolayı bir diğerine oranla tercih edilmesi ve kullanılmasıyla gerçekleşebileceği fikrini savunmaktadır.

Duval; semiyotik temsilleri, kendi özel anlam ve işlev sınırlarına sahip, özel bir temsil sistemine ait işaret ve simgelerin kullanılmasıyla yapılan ürünler olarak tanımlar. Duval'a göre matematik çalışmalarında semiyotik temsiller mutlaka gereklidir. Çünkü matematiğin nesneleri direkt olarak algılanamayabilir dolayısıyla temsil edilmeleri gerekmektedir. Ayrıca semiyotik temsiller, bilgi üretmek için gerekli oldukları kadar zihinsel temsillerin geliştirilmesi ve değişik bilişsel fonksiyonların başarılması için de esaslı bir rol oynarlar. Burada vektörlerin üç farklı semiyotik ifadesi yapıldı; a- grafiksel temsil (oklarla) , b- tablo temsili (koordinatlardan oluşan kolonlar), c- sembolik temsil (vektör uzaylarının aksiyomatik ifadesi). Öğrencilerin, bir kavram ve bu kavramın temsilini (bir vektörle bu vektörün geometrik temsili gibi) birbirinden ayırt etmede ve bir temsilden başka bir temsile dönüştürmede bazı hatalar yaptıkları saptanmıştır (Duval, 2000).

2.5.İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETİM PROGRAMI

Dünyada her alanda olduğu gibi eğitim alanında da değişim gereksinimi artmakta ve gerçekleşmekte olup günlük hayatta matematiği kullanabilme ve anlayabilme gereksinimi önem kazanmakta ve sürekli artmaktadır. Değişimlerle birlikte ülkemizde de matematiğin ve matematik eğitiminin belirlenen ihtiyaçlar doğrultusunda yeniden tanımlanması ve gözden geçirilmesi gerekmiştir (MEB, 2005).

Yenilenen matematik programı, "her çocuk matematiği öğrenebilir" ilkesine göre yapılandırılmıştır. Matematikle ilgili kavramlar, doğası gereği soyuttur ve öğrencilerin gelişim düzeyleri incelendiğinde bu kavramların algılanması oldukça zordur. Bu nedenle, matematikle ilgili kavramlar, somut ve sonlu modellerden yola çıkılarak gözden geçirilmiştir.

Yenilen programa göre, öğrencilerin kavramsal öğrenmeleri ile birlikte işlem becerileri, bağımsız düşünebilme yetenekleri, karar verebilme, öz düzenleme gibi bireysel yetenek ve becerilerinin geliştirilmesi önemli rol oynamaktadır ve matematiği kullanabilen, problem çözebilen, çözümlerini ve düşüncelerini paylaşabilen, ekip çalışması yapabilen, matematikte öz güven duyabilen ve matematiğe yönelik olumlu tutum geliştiren bireylerin yetiştirilmesi hedeflenmiştir (MEB, 2005).

Yenilenen programda problem çözme, ilişkilendirme, iletişim, tahmin ve akıl yürütme becerileri öğrencilere kazandırılması gereken temel beceriler olarak kazandırılması istenmektedir. Bu beceri başlıklarının altında ne yazıktır ki ispat becerisine yer verilmemiştir. Ayrıca bir ispat başlığı olarak bu beceri alınmadığı için tüm becerilerin ispat ile ilgili kazandırılan davranışlarını inceleyelim. Bu becerilerin ispatla olan ilgileri aşağıdaki şekilde yer almaktadır.

2.5.1. Problem Çözme:

Problem, insan beyninin yeni bir karmaşık durum ya da güçlük ile karşılaşması durumudur (Demirci, 2005). Doğan (2003), problem çözmeyi, karşılaşılan bir zorluğu tahmin yürüterek aşma yöntemi olarak tanımlamıştır. Problem durumunun oluşması için bireyin o durum ile ilk kez karşılaşıyor olması gerekir. Problem çözme davranışı ispat yapmada kullanıldığı için birbiriyle ilgili becerilerdir.

Yenilenen programda problem çözme, matematik derslerinin ve matematik etkinliklerinin temel öğesi olarak belirlenmiştir. Yapılandırmacı yaklaşımla yakından ilişkili olan bu yöntemle çocuğun ilgi ve yaşantılarına yönelik olarak problem çözme ihtiyacı duyduğu kazanımlara yönelik problemler oluşturulması gerekmekte ve öğrencinin bu problemleri çözerken programın hedefleri olan kazanımları edinmesi öngörülmektedir.

Problem çözme sürecinde, problem çözme yolları öğrenciye doğrudan verilmemeli, öğrencilerin kendi çözüm yollarını düşünmeleri ve uygulamaları için uygun ortam ve zaman sağlanmalıdır. Bu düşünme evresi ispat yapma sürecinde de bulunduğu için ispat ve problem çözme süreçleri doğrudan birbiriyle bağlantılıdır.

Öğrencilerin problem çözme becerilerinin geliştirilmesi için kazandırılması hedeflenen beceriler arasında ispatla ilgili olanları aşağıdaki gibidir;

- Problem çözmeyi, matematiksel kavramları irdelemek ve anlamak için kullanır.
- Matematiksel ve günlük yaşam durumlarını kullanarak problem üretebilir.
- Değişik problemleri çözebilmek için farklı problem çözme stratejileri kullanabilir
- Deneme-yanılma metotlarını uygulayabilir.
- Şekil, tablo, vb. model kullanabilir.
- Sistematik bir liste oluşturabilir.
- Tahmin ve kontrol etme yöntemlerini kullanabilir.
- Varsayımları kullanabilir.
- Problemi başka bir biçimde tekrar ifade edebilir.

(MEB,2005)

2.5.2. İletişim:

Birçok matematikçi, matematiği bir iletişim dili olarak kabul etmekte ve bu dili bilmeyenlerin matematik kavramlarıyla ve tarzı ile düşünemeyeceğini, çevresindeki olaylara matematiksel anlamlar yükleyemeyeceğini, sorunlara çözüm üretemeyeceğini belirtmiştir (Umay, 2005).

Matematik, terimler ve kavramlar arasında anlamlı ilişkiler ile kendine özgü sembolleri, terminolojisi olan bir dildir. Bu dilin öğrenciler için anlaşılır, anlamlı ve uygulanabilir olması, matematiksel dili doğru ve etkili şekilde kullanmaları ile gerçekleşir. Matematiksel dilin kullanımı ispatın yapılabilmesi için önemlidir. Her öğrenci üst ispat düzeylerine geçiş yapabilmesi için matematiksel terimleri ve kavramları bilmelidir. Çünkü Balacheff'in ispat seviyelendirmelerine göre en üst basamak olan Thought Experiment yani Düşünce Deneyi düzeyinde tamamen matematiksel terimlerin kullanımı söz konusudur. Yeni düşünce ve bilgilerin oluşturulması amacıyla ispatla direk olarak ilgilidir.

Matematik eğitiminde öğrenciye yüklenen her yeni kavram aslında yeni sözcükler demektir, bu da yeni düşüncelerin ve bilgilerin oluşmasını sağlar. Matematik öğretimi, öğrencilerin matematiksel terminolojiyi iyi kullanabilecek bir seviyeye gelmesini sağlayabilecek stratejiler ve faaliyetler içermelidir. Bir problemin çözümünde matematik dilini kullanabilme becerisi o kişiyi toplumda farklı bir konuma getirir (Baki, 2003).

Öğrencilerin iletişim becerilerini geliştirmenin yollarından biri matematik ile ilgili yazı yazmalarına olanak sağlamaktır. Öğrencilere, bir problemi nasıl çözdüğünü, bir kuralın ne anlama geldiğini, bir işlemin gidiş yolunu ve mantığını açıklayacağı yazılar yazdırılması bu aşamada öğrencilerin matematiksel düşünmesini ve bu düşüncelerini matematik dili ile ifade etmesine olanak verecektir. Öğrencilerin, matematik ile ilgili konuşma, tartışma ve yazma eylemleri iletişim becerilerini geliştirir matematiksel kavramları daha iyi öğrenmelerini sağlar.

Öğrencilerin iletişim becerilerinin geliştirilmesi için kazandırılması hedeflenen becerilerin ispatla alakalı olanlarını şu şekilde sıralayabiliriz;

- Somut model, şekil, resim, grafik, tablo gibi temsil biçimlerini kullanarak matematiksel düşünceleri ifade edebilir.
- Günlük dili, matematiksel dil ve sembollerle ilişkilendirebilir.
- Matematik hakkında konuşma, yazma, tartışma ve okumanın önemini fark eder.
- Matematiğin sembol ve terimlerini etkili ve doğru kullanır.
- Matematiğin aralarında anlamlı ilişkiler bulunan, kendine özgü sembolleri ve terminolojisi olan bir dil olduğunu fark eder.
- Matematiksel kavramları, işlemleri ve durumları farklı temsil biçimlerini kullanarak ifade eder. (MEB, 2005).

2.5.3. Akıl Yürütme:

Eğitimin en önemli amaçlarından birisi de öğrencilerin akıllarını en etkin ve verimli bir şekilde kullanabilmesini sağlamaktır (Sönmez, 2001). Bu sayede öğrenciler karşılaştığı güçlükler ve konulara ilişkin fikir yürütebilecek ve çıkarımlarda bulunabilecektir. Akıl yürütme süreçleri doğrudan ispat ile ilgili olduğu için, bu becerinin kazandırdığı davranışlar da ispatla doğrudan ilgilidir.

Yeni matematik programı içerisinde matematik eğitiminin en temel amaçlarından biri de öğrencilerin kendi başlarına matematiksel işlemleri yapabileceklerine inanmaları ve kendi başarı düzeyleri üzerinde kontrol sahibi olduklarına inanmalarıdır. Bu hedefin gerçekleştirilmesiyle, öğrencilerin akıl yürütme ve düşüncelerini savunma konusunda özgüvenleri gelişir ve matematik dersleri, yapılandırmacı yaklaşıma uygun olarak kural ve formül ezberletilen sıkıcı bir havadan kurtarılarak keyifli, anlamlı ve mantıklı bir uğraş haline dönüştürülebilir. Sorma, sorgulama gibi ispatta kullandığımız davranışlar akıl yürütme başlığı altında sunulmuştur. Matematiğe dayalı akıl yürütmenin yer aldığı ve önemsendiği eğitim ortamlarında problem çözme ve iletişim becerileri de bu durumlara paralel olarak gelişir.

Öğrencilerin akıl yürütme becerilerinin geliştirilmesi için kazandırılması hedeflenen becerilerin ispatla ilgili olanları şu şekildedir;

- Öğrenme sürecinde akıl yürütmeyi kullanır.
- Yaşantısında, diğer derslerde ve matematikte akıl yürütme becerisini kullanır.
- Matematik öğrenirken genellemeler ve çıkarımlar yapar.
- Matematikteki ve matematik dışındaki çıkarımlarının doğruluğunu savunabilir.
- Yaptığı çıkarımların, duygu ve düşüncelerinin geçerliliğini sorgular.
- Mantığa dayalı çıkarımlarda bulunabilir.
- Kendi düşüncelerini açıklarken, matematiksel modelleri, kuralları ve ilişkileri kullanabilir.
- Probleme ilişkin çözüm yollarını ve cevapları savunabilir.
- Bir matematiksel durumu analiz ederken örüntü ve ilişkileri kullanabilir.
- Matematiğin mantıklı ve anlamlı bir alan olduğuna inanır.
- Çözüm yolları doğrultusunda tahminde bulunabilir.
- Matematikteki örüntü ve ilişkileri analiz edebilir (MEB,2007).

2.5.4. Tahmin Stratejileri: Tahmin stratejileri doğrudan ispatla ilgilidir. Öğrenci gelişmiş ispat yöntemlerini uygulamadan önce tahmine yönelir. Öğrencilerin tahmin becerilerinin geliştirilmesi için kazandırılması hedeflenen iki temel tahmin stratejisi şu şekilde belirlenmiştir;

•*İşlemsel Tahmin:* Aritmetik işlemlerin sonuçlarının hesap yapılmadan yaklaşık olarak belirlenmesidir.

•*Ölçmeye Dayalı Tahmin:* Herhangi bir ölçme aracı kullanmadan ölçülerin yaklaşık olarak belirlenmesidir (MEB,2005).

Her iki tahmin metodu da ispat yöntemleri arasında kullanılan becerilerdendir.

2.3.5. İlişkilendirme:

Öğrencilerin, matematiğin günlük hayattaki yerinin, öneminin ve yararlarının farkında olabilmesi için, matematiksel kavram ve becerilerin hem birbirleriyle hem de okul içi ve okul dışı yaşantıları ile ilişkilendirilmesi ve değişik durumlarda uygulayabilmesi gereklidir. Yeni programda, öğrencilerin matematiksel kavramları hem her çeşit öğrenme ortamında uygulayabilir ve bu farklı durumları birbirleri ile ilişkilendirebilir durumda olmaları gerektiği vurgulanmaktadır. Öğrencilere, matematiksel kavramların öğretimi ve matematiksel becerilerin kazandırılması bir süreç içerisinde gerçekleşmelidir. Öğretilen bir matematik konusunun, matematiğin diğer alanlarıyla olacağı gibi diğer derslerde ilişkileri öğrencilere kavratılmalı ve bu konularda öğrenciler araştırmaya sevk edilmelidir. Bunlarla birlikte, öğrencilerden, kavram ve kurallar arasında karşılaştırmalar yapmaları istenmeli, problem çözümlerinde somut ve soyut temsil biçimleri arasında ilişkilendirme yapmaları öğretilmelidir.

Somut ve soyut her türlü ilişkilendirmeler ispatın basamakları arasında yer alır. İlişkilendirmeler bazen soyut kavramlar arasında olurken bazen öğrenciler ispat yaparken somut kavramlarla ilişki de kurabilirler. Bundan dolayı ilişkilendirme becerisi de ispatla ilgilidir.
Öğrencilerin ilişkilendirme becerilerinin geliştirilmesi için kazandırılması hedeflenen becerilerin ispatla ilgili olanları şu şekildedir;

- Kavramsal ve işlemsel bilgiyi ilişkilendirebilirler.

- Matematiksel kavram ve kuralları çoklu temsil biçimleri ile gösterebilme ve bu temsil biçimleri arasında ilişki kurabilirler.
  (MEB,2005).

2.5.6. Duyuşsal Özellikler

Bir öğrencinin duyuşsal özellikleri öğrenciyi ispat yaparken doğrudan etkilemediği için bu becerilerin kazandırmak istediği davranışların arasında ispatla ilgili olanları kısıtlıdır.

Öğrencilerin duyuşsal becerilerinin geliştirilmesi için kazandırılması hedeflenen becerilerin arasında ispatla dolaylı olarak ilgili olanları şu şekildedir;

- Bir problemi çözerken sabırlı olur.
- Gerçek hayatta matematiğin öneminin farkında olur.
- Matematiğin kişinin yaratıcılığını ve estetik anlayışını geliştirdiğine inanır.
- Matematiğin zihinsel gelişime olumlu etkisi olduğunu düşünür (MEB,2005).

2.5.7.Öz Düzenleme Becerileri

Bir öğrencinin öz düzenleme becerileri öğrenciyi ispat yaparken doğrudan etkilemediği için bu becerilerin kazandırmak istediği davranışların arasında ispatla ilgili olanları kısıtlıdır.

Öğrencilerin öz düzenleme becerilerinin geliştirilmesi için kazandırılması hedeflenen becerilerin doğrudan ispatla ilgili olanları bulunmadığı için dolaylı olanları şu şekilde sıralanabilir;

- Matematikle ilgili çalışmalarda kendi kendini sorgular.
- Matematik sınavlarında heyecanlı ve panik hâlde olmaz.
  (MEB, 2005)

2.5.8. Psikomotor Beceriler

Öğrencinin ders içinde aktif bir şekilde hareketleri bütünü kapsayan psikomotor becerilerdir. İspat yaparken sergilenen davranışlar eğer somut olarak öğrencinin elinde olan veya hazırladığı bir materyali aktif şekilde kullanımı şeklinde olursa doğrudan birbirleriyle ilgili becerilerdir diyebiliriz.

Öğrencilerin psikomotor becerilerinin geliştirilmesi için kazandırılması hedeflenen becerilerin ispatla ilgili olanları materyal kullanımına dayalı olanlarıdır. Bu becerileri de şu şekilde sıralayabiliriz;

- Bilgisayar yazılımlarını etkin kullanır,
- Ders araç-gereçleri geliştirir ve etkin kullanır,
- Çevresinden doğrudan alıp kullanabileceği malzemeleri etkin kullanır,
- Kaslarını etkinlik yaparken etkin kullanır (MEB, 2005).

Yenilenen matematik programının incelenmesi ve araştırılması üzerine yapılan çalışmalar ise temel hatları ile aşağıda belirtilmiştir. Bu bilgiler dahilinde bakıldığında akıl yürütme ve problem çözme becerileri dışında doğrudan ispat becerisiyle ilgili bir, öğrencilerin muhakeme yapabilme becerilerine yönelik etkinlikleri arttırıcı davranışlara yer verilmeği görülmektedir. İspat yapabilme becerisi, beceri başlıkları kapsamına alınmamıştır. Ayrıca ispat kelimesi hiçbir alt beceri davranışı içerisinde yer almamaktadır. Kanıtlama, varsaymak, tahmin etmek kelimeleriyle bazı ispat davranışları kazandırılmaya çalışılmıştır. Ne kadar etkili ve yeterli olduğu düşündürücüdür.

Bu yeni matematik programları bu programların birçok açıdan yeterli olup olmadığı, etkili kullanımları, ders içindeki bütün öğrencilerin sürece etkin katılımını sağlıyor mu sağlamıyor mu gibi başlıklar altında farklı değerlendirmelere tabi tutulmuştur. Bunlardan birkaçı aşağıdaki gibidir.

Halat (2006), yeni matematik programının değerlendirilmesine ilişkin inceleme yapmış, cinsiyet ve yerleşke değişkenlerinin sınıf öğretmenlerinin görüşleri üzerindeki etkisini araştırmıştır. Yapılan bu çalışmaya göre sınıf öğretmenlerinin yeni programı uygulamakta zorlandıkları belirlenmiş ve yeni matematik programındaki etkinliklerin öğrencileri düşünmeye sevk ettiği, öğrencilerin derse olan ilgilerini arttırdığı, bu programın kavramların öğretilmesinde etkili olduğu ve öğrencilerin sosyalleşmesine katkıda bulunduğu, öğrenci ders ve çalışma kitaplarında kullanılan dilin öğrenci düzeylerine uygun, açık ve anlaşılır olduğu, öğretmen kılavuz kitaplarının öğretmenlerin öğretim yöntemini şekillendirdiği, bunlara karşın etkinlikler için gerekli olan materyallerin elde edilmesinde zorlanıldığı ve yeni programla aile-öğretmen iletişiminde önemli bir değişimin olmadığı vurgulanmıştır.

Özdaş ve diğerleri (2005), yeni matematik öğretim programını; amaç, içerik, öğretme-öğrenme süreci, değerlendirme boyutlarının uygunluğu, birbiriyle tutarlılığı ve yaşanabilecek olası sorunlar yönünden incelemişlerdir. Bu çalışma sonuçlarına göre; sınıf öğretmenleri yeni matematik öğretim programını, amaç, içerik, öğretme-öğrenme süreci ve değerlendirme bakımından genelde olumlu bulurken; matematik öğretim programının uygulanması açısından öğretmen, öğrenci, eğitim ortamı ve veli açısından bazı sıkıntıların ortaya çıkabileceğini belirtmişlerdir.

Temiz (2005), ilköğretim 4. sınıf matematik dersi yeni öğretim programının; felsefesini, amaçlarını, içeriğini, öğrenme-öğretme ve değerlendirme süreçlerini incelemiş ve bir önceki programla kıyaslamasını gerçekleştirmiştir. Bu çalışmaya göre, yeni programın güçlü yönleri olarak; öğrenme merkezli, öğretim programının gereklilikleri ile ailenin de eğitim sürecine katıldığı ve öğretim programının öğrenciler, öğretmenler ve aileler üzerinde olumlu etkiler yarattığını belirtmiştir. Yeni programının zayıf yönleri olarak ise; belirtilen ölçme-değerlendirme biçimlerinin uygulamada sorunlar yaşattığı ve program geliştirme sürecinin planlı ve etkili olarak yürütülmediğini vurgulanmıştır.

2005-2006 yılında Soycan (2006), ülke genelinde uygulamaya başlanan ve yapılandırmacı yaklaşımı temel alan ilköğretim 5.sınıf Matematik Programı'nı yapılandırmacı yaklaşım kuramına göre derslerde uygun işlenme yöntemlerini araştırmıştır. Bu çalışmaya göre öğretmen ve öğrencilerin genel olarak program hakkındaki fikirlerinin farklı olmadığını belirtilmiştir.

Yılmaz (2006); ilköğretim 5. sınıf öğretmenlerinin görüşlerini alarak yenilenen matematik öğretim programını incelemiştir. Bu çalışmaya göre kullanılması öngörülen araç-gereçlerin yetersizliğinin sorun yarattığı ve öğretmenlerin eski öğretim programının alışkanlıklarından kurtulamadığı ortaya konulmuştur.

Yukarıdaki araştırmalar doğrultusunda yenilenen programın etkin bir şekilde kullanılmadığı, yukarıda belirtilen becerilerin kazandırması gereken davranışların yeterince kazandırılamadığı, eski süreç uygulamalarına devam edildiği, etkin öğrenci katılımlarının sağlanmadığı anlaşılmaktadır. Sürece etkin katılmayan öğrencilerin de etkin olarak muhakeme yapıp yapmadıkları, ispat becerilerinin gelişmesi için yeterince etkinlik yapılmadığı, muhakeme yapabilme becerilerine yönelik ders programlarının düzenlenmediği görülmektedir. Bundan dolayı, ders kitaplarındaki etkinliklerin de ispat becerilerine yönelik olup olmadıklarının incelenmesi ihtiyacı doğmuştur. Çalışmada bu ihtiyaçtan dolayı ders kitabı incelemesi bölümüne yer verilmiştir.

2.6. İLKÖĞRETİM 6, 7, 8. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİK BAŞARISI İLE İSPAT BECERİSİNİN İLİŞKİLENDİRİLMESİ

Öğrenme, kişinin yaşadığı çevresi ve eğitim ortamı ile etkileşimi sonucunda oluşan kalıcı bir davranış sürecidir ve bu değişimin düzenli etkinlikler ile oluşması, davranışın istenen nitelikte olmasını sağlar (Bilen, 1999).

Öğrenme, öğrenilen bilgiyi kullanma ve uygulama günlük hayatın ve eğitim sistemlerinin en önemli öğelerinden biri olan matematik açısından da büyük önem taşımaktadır. Bilinen özelliklerine ek olarak matematik sadece sayıları, işlemleri öğretmekle kalmaz; yaşamımızdaki olayları kavrama, düşünme, olaylar arasında bağ kurma, akıl yürütme, tahminde bulunma, problem çözme gibi önemli beceriler kazandırarak insana farklı bir yaşam biçimi sunan bir çeşit düşünme biçimi ve birtakım düşünme alışkanlıklarıdır (Umay, 2003; Baki,2001; Güven ve Karataş, 2003). Bir başka deyişle matematik, dünyayı anlama girişimlerimizde ve anlamadaki örüntüler, problem çözme ve mantıksal düşünme ile ilgili bir anlayıştır. Matematik; dil, semboller ve sosyal etkileşimler ile dünyayı ve insan hayatını açıklamayı, fikir geliştirmeyi ve ispat yapmayı öğretir. Matematik altında geçen unsurlardan olan muhakeme yapma, birini bir konuda ikna etme süreçleri, bir konunun doğruluğu hakkında açıklama yapma, tartışma, mantıksal değerlere dayandırma, görselleştirme, akıl yürütme gibi kavramlar aslında ispat sürecinde bolca karşılaşılan bilişsel işlevlerdir. Matematik ile ispat süreçleri bu bağlamdan dolayı iç içedir. Basit günlük yaşamımızda ikili konuşmalarda bile bu içsel süreçleri bir konu hakkında karşımızdaki insanı ikna etmek amacıyla, doğruluğu hakkında açıklama yapmak, görsel öğelerden veya toplumsal çıkarımlardan yararlanarak genellemelere gitmek amacıyla basit ispat yöntemlerinden yararlanılmaktadır (Baki,2001)

Matematiğin gereği rasyonel düşünebilmektir. Matematiğin taşıdığı önemden dolayı; matematik eğitimine okul öncesi dönemden başlanmaktadır. Matematiğin rasyonel zihinler yaratma amacı ile ispat yapmak ilişkilendirilmektedir. En alt seviyedeki sınıflarda varlığı hissettirilen ispat yapabilme becerisinin üst sınıflara doğru özellikle matematik ve geometri derslerinde form değiştirerek daha neden-sonuç, muhakeme yapma, yeniden yapılandırma gibi ispatın daha üst bilişsel seviyelere doğru çıktığı gözlenmektedir (Güven ve Karataş, 2003).

Örgün eğitim yöntemiyle kazandırılmaya çalışılan ispat becerileri, matematik eğitimi sürecini doğrudan etkileyen faktörlerden dolayı dolaylı olarak etkilenmektedir.

Bazı koşullarda bu süreçler dış ortamdaki faktörlerden bazı koşullarda ise öğrencinin içsel süreçlerini etkileyen faktörlerden, öğrencinin benlik algısındaki değişmelerden etkilenebilmektedir. Genel anlamda öğrenmeyi etkileyen faktörler öğrencilerin hem matematik başarılarını hem de ispat yapabilme becerilerini etkilemektedir (Güven ve Karataş, 2003).

2.6.1. Öğrencilerin Matematik Başarısına Etki Eden Faktörler

Matematik dersindeki başarıyı dolaylı olarak da öğrencilerin ispat yapabilme becerilerini etkileyen genel faktörleri şu şekilde sıralayabiliriz:

Öğrenmeyi etkileyen bazı faktörler; literatürde şöyle belirtilmiştir; öğrenmeyi etkileyen faktörler; olgunluk düzeyi, zeka, istek, ilgi, dikkat, öğrenmeye hazır olma ve önceki öğrenilenlerin etkisidir ve öğrenme ancak bu faktörlerin sayesinde gerçekleşir (Bacanlı,1999). Bu faktörler, eğitim sistemi de dahil olmak üzere insanların günlük hayatlarını kolaylaştırmada oldukça önemlidir. Çevremizde sürekli olarak matematik durumları ile yüz yüze geliriz ve günlük hayatta matematiksel düşünme ile birçok problemi çözeriz. Bu problem çözümlerinde; sayı bilgisi, tahmin etme becerileri, analiz etme,.. gibi birçok beceriyi gerektirir.

Yukardaki faktörlere ek olarak, öğrencilerin matematik başarısını dolaylı olarak da ispat becerilerini olumlu ya da olumsuz olarak faktörler ayrıca; öğrencinin yaşı, gelişim düzeyi, ilgi ve ihtiyaçları, zekâ düzeyi, sağlığı, yaşadığı çevre, öğretmen faktörü, okula başlama yaşı ve matematik dersine yönelik tutumları olarak belirtilmiştir. Öğrencinin matematik başarısını olumsuz olarak etkileyebilen en önemli faktörlerden biri matematiğe karşı ön yargısı ve matematik kaygısıdır. Şahin (2000) de matematik kaygısının matematik başarısını olumsuz yönde etkileyebilen önemli bir duyuşsal faktör olduğu belirtilmektedir. Matematik kaygısı, günlük ve akademik yaşamda matematik problemlerini çözme ve sayıları kullanmada kaygı ve gerginlik duygularını hissetmek olarak tanımlanmıştır (Şahin,2000).

Hayatımızın içinde bu denli yaşayarak kullandığımız matematik ise, genel olarak öğrenciler tarafından zor ve sıkıcı derslerden biri olarak algılanmaktadır. Öğrenciler matematik dersini anlamadıklarını ifade ederler. Bu durum Hiebert ve Carpenter' a göre öğrencilerin matematiği anlamaları ve sevmeleri, matematik eğitiminin en önemli amaçlarından biridir (English & Halford, 1995). Ülkemizde, matematik dersi özellikle küçük yaşlardan itibaren öğrenciler tarafından korkulan ve çok soyut bir ders olarak algılanmaktadır (Aksu, 1985). Bu durum öğrencilerin matematiğe karşı geliştirdikleri olumsuz algının matematik içindeki herhangi bir sürece de ispat yapabilme süreçlerine de yansımasına sebep olmaktadır.

Öğrencilerin matematik dersi ile ilgili öğrenme güçlüklerinin tespit edilmesi ve giderilmesi, matematik eğitimin en önemli amaçlarından biridir (Yudariah ve Roselainy, 2001a). Dikici ve İşleyen (2004) öğrenme güçlüğü çeken öğrencilerin, öğrenemedikleri her konu sonrasında yer alan yeni konularda da başarısız olacaklarını belirtmişlerdir. Matematik, konuları güçlü bir sarmal yapıya sahip olduğundan herhangi bir kavramın öğretimi için öncelikle bu kavramın onun ön şartı durumundaki diğer kavramlar kazandırılmalıdır (Altun, 1998). Ancak öğrencilere matematik kavramları kavratıldıktan sonra sağlıklı bir ispat yapabilme süreci devreye girebilmektedir.

Literatürde, okul öncesi dönemden itibaren matematiğin öğrenciler tarafından olumsuz bir yapı olarak görülmesi bir kaç faktöre bağlı görülmektedir. Bu faktörlerden en önemlisi, matematiğe ait ayrı bir dil olan simge ve sembollerin kullanılmasıdır (Yıldırım, 1996). Bununla birlikte matematiğin soyut yapısı, ailenin eğitim seviyesi, cinsiyet ve matematiksel zekâ ve matematiğin öğretim şekli gibi faktörlerde öğrencilerin matematiğe bakışlarını olumsuzlaştıran faktörlerden sayılmaktadır (Hare, 1999). Balacheff'in en üst seviyesinde tamamen teori ve sembollere dayalı kanıtlama süreci olan Düşünce Deneyi (Thought Experiment) bu faktörlerden doğrudan etkilenmektedir (Balacheff, 1988).

Tall ve Razali (1993), öğrencilerin matematikteki öğrenme güçlüklerini tespit etmek amacıyla yaptıkları çalışmada; öğrencilerin kavramları algılama, kullanma ve işlemleri sıralama aşamalarında güçlüklere sahip olduklarını belirtmişlerdir.

Razali (1993) çalışmasında öğrencilerden matematiği işlemsel olarak algılayan ve zorluk yaşayanların, kavramsal olarak algılayanlara nazaran daha yüksek oranda olduklarını belirtmiştir.

Aysan vd. (1996)'ın yaptığı çalışmada, öğrencilerin akademik başarısızlıklarının nedenleri olarak; öğretmen davranışları, öğretim metotları, öğrencilerin çalışma eksikliği, öğrenme ortamının olumsuz etkileri, müfredat, öğrencilerin psikolojik sorun ve algıları, aile hayatlarındaki sorunlar belirtilmektedir. Öğrenciler ise özellikle kendi matematik başarısızlıkların sebeplerinin öğretim metotları, müfredat gibi faktörler olduğunu belirtmişlerdir.

Yapılandırmacı anlayışa göre matematik dersi işlendiğinde öğrencilerin ispat yapabilme algılarının da geliştiği gözlenmektedir.

Baykul(2002)'a göre, matematiğin zihinde ilişkiler oluşturması ve bu kazanım için çocuğun belli zihinsel gelişmişlik seviyesine ulaşmış olmasını gerektirir. Ders ortamı, öğretmenin ders anlatım yöntem ve tekniği, öğrenciye yaklaşım tarzı, konuşması, hal ve hareketleri öğrenciye itici gelerek derse karşı olumsuz tutum geliştirmesine neden olabilmektedir, Ayrıca öğrencinin yanlış bir ifadesinden dolayı arkadaşlarının ona gülmesi ve öğretmeninde buna müdahale etmemesi öğrencide matematiğe karşı olumsuz tutum geliştirmesine sebep olabilir.

İspat sürecinde de öğretmenlerin müdahale etmemesi, yargıda bulunmaması ile öğrencide oluşabilecek olumsuz tutumların önüne geçilebilmektedir (Baykul, 2002).

Matematiğin farklı konularındaki öğrencilerin öğrenme güçlüklerini belirlemek amacı ile birçok çalışma yapılmıştır. Tall (1993), yaptığı çalışmada öğrencilerin matematikte öğrenme güçlüklerini araştırmış ve tespit ettiği bu sorunları; temel kavramların yetersiz bir şekilde kavranması, sözel problemleri matematiksel olarak formülize etmedeki yetersizlik ve cebirsel, geometrik ve trigonometrik becerilerdeki eksiklik şeklinde belirtmiştir.

Tall ve Razali (1993); işlemsel sorunlar üzerinde durarak; dört işlem, çarpanlara ayırma, denklem çözme, mutlak değer, fonksiyon ve logaritma gibi konuları yer aldığı ölçme aracını kullanarak, öğrenme güçlüklerinin, öğrencilerin kavramları anlama, kullanma ve işlemleri sıralama hususlarında yoğunlaştığını belirtmişlerdir.

Moore(1994), üniversite öğrencileri ile gerçekleştirdiği çalışmada öğrencilerinin matematiksel ispat yapmayı öğrenmede ve bu konuda yaşadıkları güçlükleri incelemiş, tümevarımcı analize dayalı içerik mülakat analizi sonucunda, öğrencilerin sahip olduğu güçlüklerinin; kavramları anlama, matematiksel dil ve yöntem, ispata başlama şeklinde üç ana başlıkta toplandığını belirtmiştir.

Zaslavsky ve Peled (1996), matematik öğretmenlerinin ve öğretmen adaylarının ikili işlemin değişme ve birleşme özellikleri ile ilgili karşılaştıkları güçlükleri belirlemek amacı ile bir çalışma yapmışlar, çalışmada katılımcılardan karşıt örnekler oluşturmalarını istemişler ve cevapları matematiksel içerik ve öne çıkan güçlükler olmak üzere dört kategoriye göre analiz etmişler ve örneklemin her iki grubunun da örnek üretmedeki başarısızlığını ve sınırlı içerik kullanımını, kavrama sorunlarını belirtmişlerdir.

Baker (1996) ‘in, lise ve üniversite öğrencilerinin matematiksel tümevarım ispat tekniğini öğrenirken karşılaştıkları güçlükleri belirlemek amacı ile gerçekleştirdiği çalışma iki aşamadan oluşmuştur. Öğrenciler, temel matematik, ispat ve matematiksel tümevarım, ispat-yazma ve ispat-analiz ile ilgili sorulardan oluşan bir teste tabi tutulmuş olup daha sonrada mülakatlar yapılmıştır. Çalışma sonucuna göre lise ve üniversite öğrencilerinin her iki grubunun da ispat teknikleri ile ilgili hem kavramsal hem de işlemsel olarak önemli zorlukları olduğu tespit edilmiştir. Bu zorlukların en önemli sebebinin öğrencilerin matematik bilgisinin eksikliği olduğu, birçok öğrencinin matematiksel tümevarımın kavramsal yönünden daha çok işlemsel yönüne odaklandığı belirtilmiştir.

Ersoy ve Erbaş (1998), cebir öğretiminin durumunu ve niteliğini belirlemek amacı ile 7. ve 8. sınıf matematik öğretim programındaki öğrencilerle problem çözümünde izledikleri yolları inceleyerek bir araştırma yapmışlar ve öğrencilerin cebir konularını öğrenmede çok sayıda güçlüklere sahip olduklarını belirlemişlerdir.

Rasmussen (1998), öğrencilerin diferansiyel denklemlerde karşılaştıkları güçlükleri ve bu konuyu anlamsal kavramalarını belirlemek amacı ile nitel ve nicel analiz yöntemleri kullanmış ve öğrencilerden problemleri çözerken sesli düşünmelerini istemiştir ve bu güçlükleri sınıflandırarak belirlemiştir. Bir diğer çalışmada Artigue vd. (1990), yaptığı çalışmada, öğrencilerin genellikle diferansiyel ve integral işlemlerini, neden gerekli olduğu ve nerelerde kullanıldığı hakkında tam bilmeden uygulamaya çalıştıklarını bildirmiştir.

Yudariah vd. (1999), matematiksel öğrenme güçlüklerinin giderilmesi amacı ile gerçekleştirdikleri çalışmada özellikle öğrencilerin logaritma, fonksiyonlar, eşitsizlikler, olasılık, matris ve eğri altındaki alan gibi konularının öğreniminde güçlük yaşadıklarını ortaya koymuşlar ve öğrenme güçlüklerinin kavram gelişimi, stratejiler ve uygulamalar olarak aşılabileceğini belirtmişlerdir.

Weber (2001) yaptığı çalışmada soyut cebirde teorem ispatının oluşturulması aşamasında öğrencilerin yaşadıkları güçlükleri belirlemek amacı ile öğrencilerden ispat yaparken sesli düşünmelerini istemiş ve eğer öğrenci bir ispatı oluşturan kavrayışa ve bilgiye sahip değil ise ispatı yapamayacağını bildirmiştir.

Yusof ve Rahman (2001), yaptıkları çalışmada öğrencilerin katlı integral kavramıyla ilgili olarak karşılaştıkları güçlükleri araştırmışlar ve bu güçlükleri; bölge ve yüzeylerin görselleştirilmesi, grafiklerin yorumu, algoritmik (işlemsel) hatalar ve cebirsel işlem hataları olmak üzere dört ana sınıf altında toplayarak belirtmişlerdir.

Zachariades vd. (2002), öğrencilerin fonksiyon kavramını öğrenmede yaşadıkları güçlüklerini araştırmak Amacı ile yaptıkları çalışmada, her bir soruda verilen gösterimlerin bir fonksiyona ait olup olmadığını sorgulayan açık uçlu sorulardan oluşan bir test kullanmışlar ve öğrencilerin simgesel olarak verilen ifadelerde, grafiksel gösterimleriyle verilenlerden daha kolay bir şekilde fonksiyonu tanıdıkları ortaya koymuşlardır.

Durmuş (2004), öğrencilerin ortaöğretim matematik derslerinde zor olarak tanımladıkları konuları belirlemek ve bu zorlukların arkasında yatan nedenleri gösterebilmek amacı ile yaptığı çalışmada öğrencilerin zorluk sebebi olarak motivasyon eksikliği ve kavramların soyutluluğu gibi iki önemli noktanın ortaya çıktığını belirtmiştir.

Durmuş (2004b), aynı metodu kullanarak ilköğretim matematik konuları için yaptığı çalışmada, öğrencilerin zor olarak algıladığı konuların ilköğretimin son yıllarında yer aldığını ve bu konuların daha soyut içerikli olduğunu bildirmiştir.

Birçok araştırmada, öğrencilerin çoğunlukla lineer cebirde işlemsel becerilere sahip ve hakim oldukları bildirilmiştir. Matrisler, bunların operasyon işlemleri, tanımlamaları konularında da öğrencilerin çok fazla güçlük yaşamadıkları belirtilmektedir. Ancak daha somut konular olan lineer bağımsızlık, uzay, alt uzaylar ve lineer dönüşüm konularında öğrenciler büyük güçlüklerle karşılaşmaktadır. Bu bakımdan öğrenciler için bu konular ile ilgili kavramları anlamak ve öğrenmek oldukça güçtür (Sabella ve Redish 1995). Öğrencilerin temel formülasyon, gösterim ve notasyonları anlama da karşılaştıkları güçlüklerin sebebi ise öğrencilerde sağlam bir kavramsal temel oluşturulmadan, bunların üzerine soyut kavramların yapılandırılmaya çalışılması veya öğretilmesidir (Harel, 1989a).

Öğrencilerin matematik başarılarını etkileyen diğer bir faktör ise, matematik araçlarının derslerde öğretim materyali olarak kullanımıdır. Bu öğretim materyallerinin kullanımı (Kober, 1991; Hiebert ve Carpenter, 1992; Hawkins, 2007), öğretmenlerin bu materyalleri kullanma yöntemleri (Gilbert ve Bush, 1988; Stein ve Bovalino, 2001; Thompson, 1992; Clements ve McMillen, 1996; Schorr, Firestone ve Monfils, 2001; Moyer, 2001; Boulton-Lewis, 1998), öğretmenlerin bu materyallere karşı tutumları ve yaklaşımları (Tooke, Hyatt, Leigh, Snyder ve Borda, 1992; Moyer, 2001) öğrencilerin başarılarını etkileyen diğer faktörlerdendir.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

3.YÖNTEM

Bu bölümde, problem cümlelerine cevap bulmak için uygulama yöntemi, araştırmada kullanılan uygulama basamakları, araştırmanın örneklemi, kullanılan veri toplama teknikleri, veri toplama araçlarının hazırlanması, verilerin analizinde kullanılan yöntem ve tekniklere yer verilmiştir.

Bu çalışmanın amacı bir yandan öğrenci başarısı ile ispat seviyeleri arasındaki ilişkiye ışık tutmak, diğer yandan ortaokul ders kitaplarındaki etkinliklerde ispatın yerini incelemek ve böylece Türkiye'deki bir ortaokul öğrencisinin ispatın o öğrencide kavramsallaşmasında hangi aşamalardan geçtiğine ışık tutmak, mevcut durumu ortaya koymaktır. Araştırmanın veri analizi temellerini, Balacheff'in ispat seviyelendirmeleri oluşturmaktadır.

3.1 Araştırma Modeli

Araştırma iki aşamalı gerçekleştirilmiştir. Çift yönlü bir çalışmadır. Bir yandan öğrencilerle çalışmalar yapılırken, diğer yandan ders kitapları incelenmiştr.

Birinci kısım kitap incelemesi kısmıdır. Bu kısımda M.E.B. 6,7,8. Sınıf matematik dersi kitaplarındaki etkinliklerin Balacheff'in hangi ispat kategorisinde yer aldıkları doküman analizi tekniğinden yararlanılarak hazırlanmıştır (Yıldırım & Şimşek, 2005). Doküman analizi, araştırılması hedeflenen olgu veya olgular hakkında bilgi içeren yazılı materyallerin analizini kapsar. Nitel araştırmada doküman analizi tek başına bir veri toplama yöntemi olabileceği gibi diğer veri toplama yöntemleri ile birlikte de kullanılabilir.

Araştırmanın ikinci bölümünde ilköğretim 8. sınıf öğrencilerinin ispat becerilerinin tespiti kısmıdır. Araştırmanın ikinci kısmı deneysel çalışmadır. Bu amaç doğrultusunda araştırmaya dahil edilen 8. sınıf öğrencilerine, öğrencilerin ispat yapabilme becerilerinin Balacheff'in ispat seviyelendirmelerine göre analiz edilmesi amacıyla 2 adet ispat sorusu sorulmuştur. Öğrencilerin sorulara verdikleri cevapların Balacheff'in ispat seviyelendirmelerine göre nitel analizi yapılarak elde edilen sonuçlar, öğrencilerin SBS den aldığı puanlar ile karşılaştırılmıştır. Öğrencilerin matematik başarıları ile ispat seviyeleri arasındaki ilişkinin belirlenmesi için her öğrencinin SBS puanı ile ispat seviyeleri karşılaştırılmıştır.

3.1.1. Araştırmanın Uygulama Basamakları

1. Matematik eğitiminde ispat hakkında literatür taraması yapılmıştır.
2. İspat seviyelendirmeleri konusu hakkında daha önceden yapılmış olan araştırmalar incelenmiştir.
3. 6,7,8. sınıf matematik kitaplarındaki etkinlikler incelenerek elde edilen veriler nitel analiz edilmiştir.
4. Ders kitabı incelemesi analizi sonucunda elde edilen bilgiler doğrultusunda çalışma sırasında kullanılacak, öğrencilerin ispat seviyelerini ölçmemizi sağlayacak olan 2 adet ispat sorusu hazırlanmıştır.
5. Çalışmada aktif rol alacak 6,7,8.sınıfı yeniden düzenlenmiş yeni müfredat programı ile öğrenim görmüş öğrenciler seçilmiştir.
6. 2009-2010 ve 2010-2011 Eğitim- Öğretim yıllarının II. dönemlerinde hazırlanan 2 ispat sorusu süre kısıtlaması olmadan süreci etkileyecek unsurlar en aza indirgenerek öğrencilere uygulanmıştır. Öğrenci kağıtlarına numaralar verilerek bu kağıtlar Balacheff'in seviyelendirmelerine göre kategorilere ayrılmıştır.

7. Öğrencilerin SBS'den aldıkları puanlar ile ispat yapabilme becerilerindeki düzeyleri bir tabloya aktarılarak elde edilen veriler sözel olarak yorumlanmıştır.
8. Öğrencilerin başarıları ile ispat yapabilme düzeyleri arasında pozitif yönde kuvvetli bir ilişki bulunduğu, ispat yapabilme becerilerini geliştirmenin öğrenci başarıları ve tutumları üzerindeki etkileri kararlaştırılmıştır ve önerilerde bulunulmuştur.

3.2. Araştırmanın Örneklemi

Bu araştırmanın örneklemini; Bursa ili Yenişehir ilçesinde bulunan Tahirağa İlköğretim Okulu üç sekizinci sınıf şubesinde bulunan 2009-2010 eğitim öğretim yılında 60, 2010-2011 eğitim-öğretim yılında 50 olmak üzere toplam 110 öğrenci oluşturmaktadır

3.3. Veri Toplama Aracı ve Verilerin Toplanması

Bu araştırmanın verileri çift yönlü bir araştırma olduğu için iki kısım olarak elde edilmiştir. Aşağıda elde edilen veriler iki kısımda anlatılmıştır.

Verilerin toplanması sürecinde öncelikle okulların yöneticilerine araştırmanın amacı anlatılmış gerekli izinler alınmış, araştırma kapsamına alınacak sınıflar belirlenmiştir. Dokümanların özgünlüğü açısından çalışma grubuna dahil edilecek sınıf olarak matematik öğretmenliği tarafımdan yapılan sınıflar seçilmiştir. Öğrencilere çalışmanın özgünlüğü açısından gerekli bilgiler verilerek öğrencilerin ispat sorularını ciddiye alarak uygulamaları sağlanmıştır. Ayrıca çalışma öğrencilerin gönüllülük esasına göre gerçekleştirilmiş ve uygulama esnasında süre bağımlılığı olmaksızın yönlendirmeler yapılmadan birbirlerinden bağımsız, kendilerine özgün cevaplar vermeleri sağlanmıştır. Yine öğrencilere isim ve sınıflarının gizli tutulacağı belirtilmiştir.

3.4. Verilerin Analizi

Çalışmanın ders kitabı incelemesi kısmında her etkinlik analiz edilerek teker teker Balacheff'in ispat seviyelendirmelerine göre değerlendirme yapılmıştır. Verilerin analizinde yüzde ve frekans değerleri kullanılmıştır. İspat sorularının değerlendirilmesinde Balacheff'in seviyelendirmelerine göre öğrencilerin cevaplarının nitel analizi yapılmıştır. Sonra öğrenci cevapları ile ders kitabı etkinlikleri ispat seviyeleri karşılaştırmaları ve SBS sınavı sonuçları temele alınarak öğrenci ders başarıları ile ispat seviyeleri karşılaştırmaları yapılmıştır. Bu karşılaştırmaların yapılması için verilerin analizi kısmı iki başlığa ayrılmıştır. Birinci kısım ders kitabı incelemesi kısmı, ikinci kısım ise öğrenci ispat yapabilmeleri becerileri seviyelerinin tespiti kısmıdır.

3.4.1. Ders Kitabı İncelemesi Kısmı

Birinci kısım olan kitap incelemesi kısmında 6,7,8. Sınıf M.E.B. kitaplarındaki etkinlikler Balacheff'in ispat seviyelendirmelerine göre analiz edilmiştir.

Matematikçiler ispat yapmada açıklamadan çok kesinlik görmek isterler. En iyi ispat, ispatlanan teoremin sadece doğru olduğu değil aynı zamanda neden doğru olduğunun gösterilmesi ile gerçekleşir. Bu yapıda ispatlar hem ikna edici olurlar hem de diğer ispatlara yol açabilirler ve matematiksel bir bilginin biçimlenmesine sağlayabilirler (Hanna ve Barbeau, 2009). Matematiksel bir ispatta sahip olması gereken özellikler; doğrulama, açıklama, sistemleştirme, keşif, iletişim, teori inşası şeklindedir (Hanna, 2000a). (Umay, 1996)'a göre varsayım, çıkarım yapma, kanıt toplama, hipotez kurma ve tüm bunları teoremlerle desteklemek matematikçiler için ispat yapmanın temelini oluşturur. Bu temel becerilerin gelişmesi için ise öğrencilere gerekli donanım sağlanmalıdır. Gerekli donanım sağlandığında ancak bu becerilerin gelişmesi sağlanmış olur. Türkiye'de yapılan müfredat programı içeriğinin yeniden düzenlenmesiyle bu becerilerin gelişmesi amaçlanmıştır. Ancak yapılan değişiklik sonucu yeniden düzenlenen ders kitaplarının ispat yönünden ne derecede etkili olduğu, ne kadar ispat becerilerini geliştirici nitelikte olduğu, hangi seviyede ispat etkinlikleri yer aldığı, bunların ne derece amaca uygunluğu tam bilinmemektedir. Bu nedenle ilköğretim 6,7,8. sınıf matematik ders kitaplarındaki etkinliklerin ispat seviyelerinin ortaya konması gerekmektedir.

Bir önceki bölümde daha önce yapılan araştırmalar doğrultusunda yenilenen programın etkin bir şekilde kullanılmadığı, yukarıda belirtilen becerilerin kazandırması gereken davranışların yeterince kazandırılamadığı, eski süreç uygulamalarına devam edildiği, etkin öğrenci katılımlarının sağlanmadığı sonucu ortaya çıkmıştır. Sürece etkin katılmayan öğrencilerin de etkin olarak muhakeme yapıp yapmadıkları, ispat becerilerinin gelişmesi için yeterince etkinlik yapılmadığı, muhakeme yapabilme becerilerine yönelik ders programlarının düzenlenmediği görülmektedir. Bundan dolayı, ders kitaplarındaki etkinliklerin de ispat becerilerine yönelik olup olmadıklarının incelenmesi ihtiyacı doğmuştur. Çalışmada bu ihtiyaçtan dolayı ders kitabı incelemesi bölümüne de yer verilmiştir.

Ders kitabı etkinlik incelemesi şu şekilde yapılmıştır.

Aşağıda 6.sınıf matematik ders kitabında yer alan Kenardan Çevreye adlı etkinliğin hangi ispat seviyesine uygun olduğu analiz edilecektir.

Etkinlik *Kenardan Çevreye*

Araç-Gereç: Geometri tahtası, paket lastikleri

1) Geometri tahtasında 1 x 1, 2 x 2, 3 x 3, ... boyutlarında kareler oluşturalım.

- Oluşturulan karelerin kenar ve çevre uzunlukları ile ilgili yandaki tabloyu doldurunuz.
- Tablodaki karelerin kenar uzunluklarının oluşturduğu örüntü ile çevre uzunluklarının oluşturduğu örüntüyü karşılaştırarak aralarındaki ilişkiyi tartışınız.

Kareler	
Kenar Uzunluğu	Çevre Uzunluğu
1	4

2) Geometri tahtasında 1 x 2, 2 x 4, 3 x 6, ... boyutlarında dikdörtgenler oluşturalım.

- Oluşturulan dikdörtgenlerin kenar ve çevre uzunlukları ile ilgili aşağıdaki tabloyu doldurunuz.

Dikdörtgenler		
Kısa Kenar Uzunluğu (br)	Uzun Kenar Uzunluğu (br)	Çevre Uzunluğu (br)
1	2	6

- Tablodaki dikdörtgenlerin kenar uzunluklarının oluşturduğu örüntü ile çevre uzunluklarının oluşturduğu örüntüyü karşılaştırarak aralarındaki ilişkiyi tartışınız.

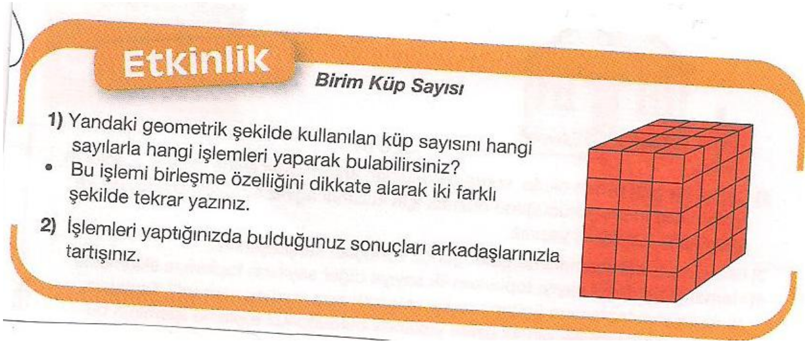
4) Üçgen, paralelkenar, yamuk, düzgün beşgen ve altıgen gibi çokgenlerin kenar uzunlukları ile çevre uzunlukları arasındaki ilişkiyi tartışınız.

5) Bir kenar uzunluğu 6 cm olan düzgün altıgenin kenar uzunluğu 5 katına çıkarıldığında çevre uzunluğunda nasıl bir değişme olur? Kenar uzunluklarının belirli bir katının alınması durumunda çevre uzunlukları nasıl değişir? Tartışınız.

Şekil 3: Kenardan Çevreye

Yukarıda etkinliğin 1., 2. ,3. ve 4. Yönergeleri öğrenciye aynı etkinlik üzerinden okunduğunda öğrenci yönergeleri uygular ve tabloyu doldurur. Ancak ilk yönergeden itibaren son yönergeye kadar aynı örnek üzerinden kenar çevre ilişkisi öğrenciye kavratılmaya çalışılmıştır. 3. Yönergede öğrencinin diğer çokgenler için de düşünmesi sağlanmaya çalışılmış ancak bu etkinlik çerçevesinde diğer çokgenler için aynı uygulamalar yapılmadığı için birinci ispat seviyesi olan Saf Deneycilik ispat seviyesinde yer almaktadır.

Aşağıda yine 6.sınıf matematik ders kitabında yer alan Birim Küp Sayısı adlı etkinliğin hangi ispat seviyesine uygun olduğu analiz edilecektir.



Etkinlik

Birim Küp Sayısı

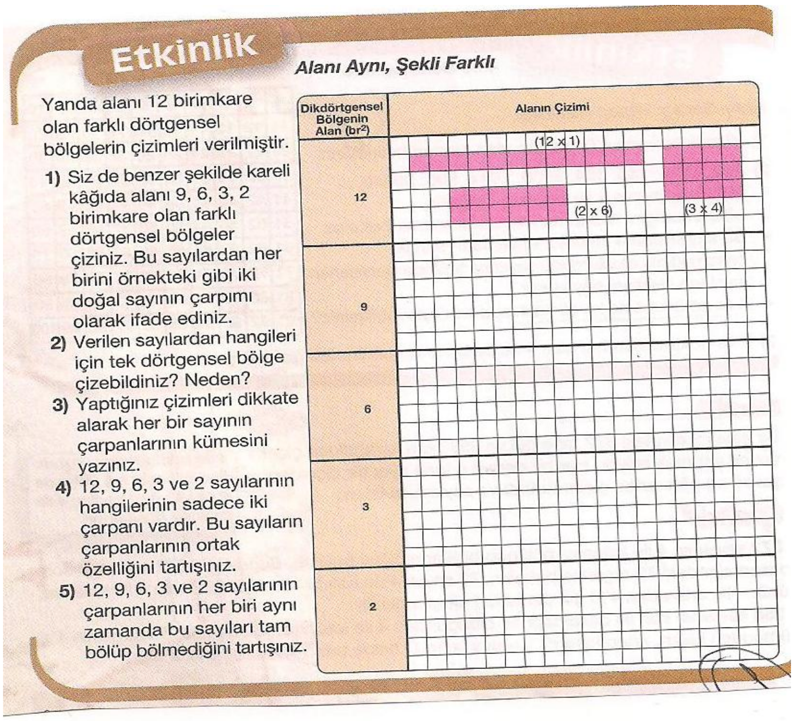
1) Yandaki geometrik şekilde kullanılan küp sayısını hangi sayılarla hangi işlemleri yaparak bulabilirsiniz?
- Bu işlemi birleşme özelliğini dikkate alarak iki farklı şekilde tekrar yazınız.

2) İşlemleri yaptığınızda bulduğunuz sonuçları arkadaşlarınızla tartışınız.

Şekil 4: Birim Küp Sayısı

Yukarıdaki etkinliğin 1 ve 2. Yönergeleri okunduğunda aynı örnek üzerinde ispat ugulamasının yapılmaya çalışıldığı görülmektedir. Bu etkinlik öğrencileri tek örnekle ispat uygulamasına yönelttiği için en alt seviye ispat seviyesi olan Saf Deneycilik ispat seviyesinde yer alır.

Aşağıda Saf Deneycilik seviyesine başka bir örnek olması için 6.sınıf matematik ders kitabında yer alan Alan Aynı, Şekli Farklı adlı etkinliğin analizi sunulmuştur.



Etkinlik

Alanı Aynı, Şekli Farklı

Yanda alanı 12 birimkare olan farklı dörtgensel bölgelerin çizimleri verilmiştir.

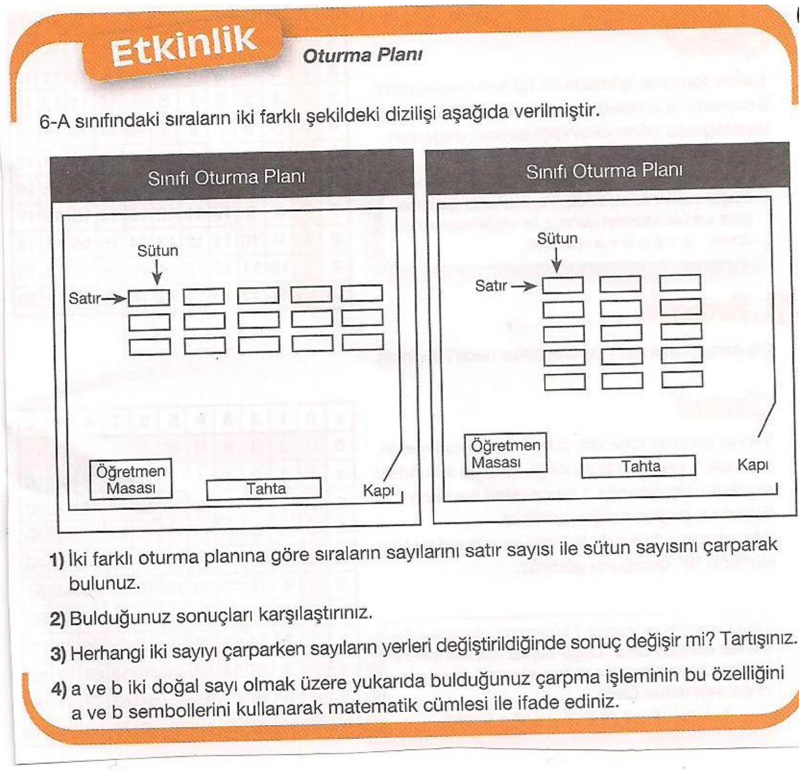
1) Siz de benzer şekilde kareli kâğıda alanı 9, 6, 3, 2 birimkare olan farklı dörtgensel bölgeler çiziniz. Bu sayılardan her birini örnekteki gibi iki doğal sayının çarpımı olarak ifade ediniz.
2) Verilen sayılardan hangileri için tek dörtgensel bölge çizebildiniz? Neden?
3) Yaptığınız çizimleri dikkate alarak her bir sayının çarpanlarının kümesini yazınız.
4) 12, 9, 6, 3 ve 2 sayılarının hangilerinin sadece iki çarpanı vardır. Bu sayıların çarpanlarının ortak özelliğini tartışınız.
5) 12, 9, 6, 3 ve 2 sayılarının çarpanlarının her biri aynı zamanda bu sayıları tam bölüp bölmediğini tartışınız.

Dikdörtgensel Bölgenin Alan (br²)	Alanın Çizimi
12	(12 x 1) (2 x 6) (3 x 4)
9	
6	
3	
2	

Şekil 5: Alan Aynı, Şekli Farklı

Yukarıdaki yönergeler okunduğunda öğrencilerin her yönergede aynı örnek üzerinden uygulama yapması istenilmektedir. Yine aynı örnek üzerinden çıkarımda bulunması için faaliyetler yönergelerle ifade edilmiştir. Tek örnek üzerinden tabloyu doldurmaya yönelik bir etkinlik olduğu için en alt seviye olan Saf Deneycilik ispat seviyesinde yer almıştır.

Aşağıda Saf Deneycilik seviyesine başka bir örnek olması için 6.sınıf matematik ders kitabında yer alan Oturma Planı adlı etkinliğin analizi sunulmuştur.


Etkinlik Oturma Planı

6-A sınıfındaki sıraların iki farklı şekildeki dizilişi aşağıda verilmiştir.

1) İki farklı oturma planına göre sıraların sayılarını satır sayısı ile sütun sayısını çarparak bulunuz.

2) Bulduğunuz sonuçları karşılaştırınız.

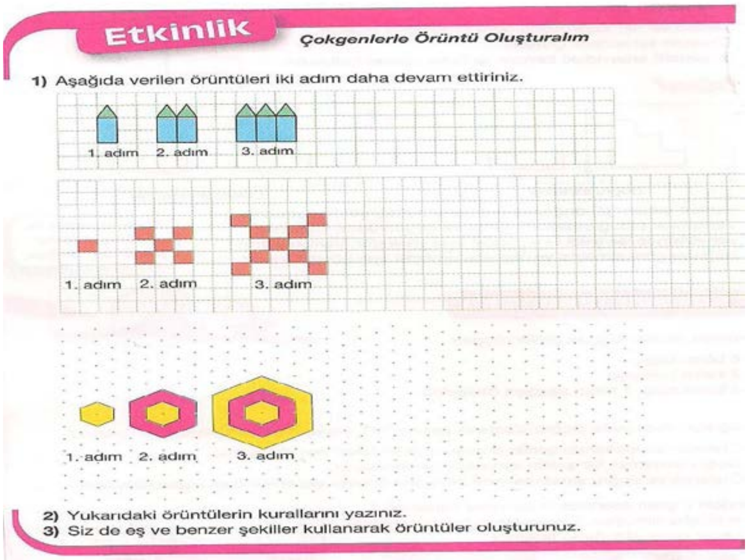
3) Herhangi iki sayıyı çarparken sayıların yerleri değiştirildiğinde sonuç değişir mi? Tartışınız.

4) a ve b iki doğal sayı olmak üzere yukarıda bulduğunuz çarpma işleminin bu özelliğini a ve b sembollerini kullanarak matematik cümlesi ile ifade ediniz.

Şekil 6: Oturma Planı

Yukarıdaki yönergeler okunduğunda yine aynı örnek üzerinde çarpma işleminin değişme özelliği kanıtlanmaya çalışıldığı, öğrencilere başka örnekler sunulmadığı ve matematiksel kavramlar kullanılmadığı için bu etkinlik de en alt seviye olan Saf Deneycilik ispat seviyesinde yer almıştır.

Aşağıda 6. sınıf matematik ders kitabında yer alan Çokgenlerle Örüntü Oluşturalım adlı etkinliğin analizi sunulmuştur.



Etkinlik

Çokgenlerle Örüntü Oluşturalım

1) Aşağıda verilen örüntüleri iki adım daha devam ettiriniz.

1. adım 2. adım 3. adım

1. adım 2. adım 3. adım

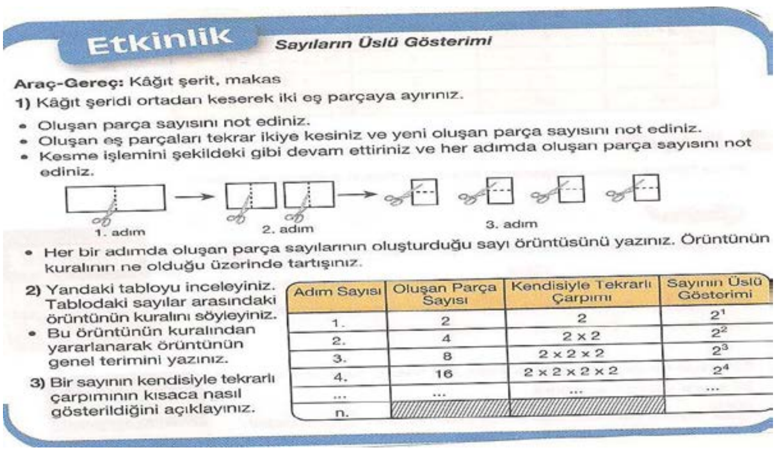
1. adım 2. adım 3. adım

2) Yukarıdaki örüntülerin kurallarını yazınız.
3) Siz de eş ve benzer şekiller kullanarak örüntüler oluşturunuz.

Şekil 7: Çokgenlerle Örüntü Oluşturalım

Yukarıdaki etkinlik örneğinde ilk yönerge okunduğunda 3 farklı örnek yer aldığı görülmektedir. Öğrenciye farklı örnekler üzerinden örüntü kuralları kavratılmaya çalışılmıştır. Ayrıca öğrenciyi farklı örnekler uygulaması yapması için yönlerdirmiştir. Öğrenci bu yönergelerle farklı örneklerle kanıtlama, akıl yürütme uygulamalarını yapacağı için bu etkinlik örneği 2. Seviye olan Önemli Deney ispat seviyesinde yer almaktadır.

Aşağıda 6. sınıf matematik ders kitabında yer alan Sayıların Üslü Gösterimi adlı etkinliğin analizi sunulmuştur.



Etkinlik

Sayıların Üslü Gösterimi

Araç-Gereç: Kâğıt şerit, makas

1) Kâğıt şeridi ortadan keserek iki eş parçaya ayırınız.

- Oluşan parça sayısını not ediniz.
- Oluşan eş parçaları tekrar ikiye kesiniz ve yeni oluşan parça sayısını not ediniz.
- Kesme işlemini şekildeki gibi devam ettiriniz ve her adımda oluşan parça sayısını not ediniz.

1. adım 2. adım 3. adım

- Her bir adımda oluşan parça sayılarının oluşturduğu sayı örüntüsünü yazınız. Örüntünün kuralının ne olduğu üzerinde tartışınız.

2) Yandaki tabloyu inceleyiniz. Tablodaki sayılar arasındaki örüntünün kuralını söyleyiniz.

- Bu örüntünün kuralından yararlanarak örüntünün genel terimini yazınız.

3) Bir sayının kendisiyle tekrarlı çarpımının kısaca nasıl gösterildiğini açıklayınız.

Adım Sayısı	Oluşan Parça Sayısı	Kendisiyle Tekrarlı Çarpımı	Sayının Üslü Gösterimi
1.	2	2	2^1
2.	4	2 x 2	2^2
3.	8	2 x 2 x 2	2^3
4.	16	2 x 2 x 2 x 2	2^4
...	...	...	...
n.			

Şekil 8: Sayıların Üslü Gösterimi

Yukarıdaki etkinlik örneğinde ilk yönergede psikomotor becerilerden yararlanılmaktadır. İkinci yönerge öğrencinin bir önceki konu ile ilişkilendirme yapmasını sağlıyor. İkinci yönergede öğrencinin örüntünün matematiksel cümle olarak ifade etmesi isteniyor. Diğer yandan da yan tarafta verilen tablonun doldurulması isteniyor. Tek örnek üzerinden uygulama yerine birden fazla örnek uygulaması öğrenciye yaptırılarak bir önceki konunun kavramları ile de öğrencinin zihninde kavramsal ilişki kurması sağlanıyor. Son yönergede ise öğrencinin çıkarımda bulunması isteniyor. Birden fazla örnek uygulaması yer aldığı ve öğrenciden kavramsal ilişkilendirme yapması istendiği için bu etkinlik 2. Seviye olan Önemli Deney ispat seviyesinde yer almaktadır.

Aşağıda 6. sınıf matematik ders kitabında yer alan Örüntü Oluşturuyoruz adlı etkinliğin analizi sunulmuştur.

Etkinlik

Örüntü Oluşturuyoruz

Araç-Gereç: İzometrik kâğıt

Aşağıdaki eşkenar üçgenlerle modellenen 3, 6, 9, ... sayı örüntüsünü izometrik kâğıtta iki adım daha modelleyerek devam ettiriniz.

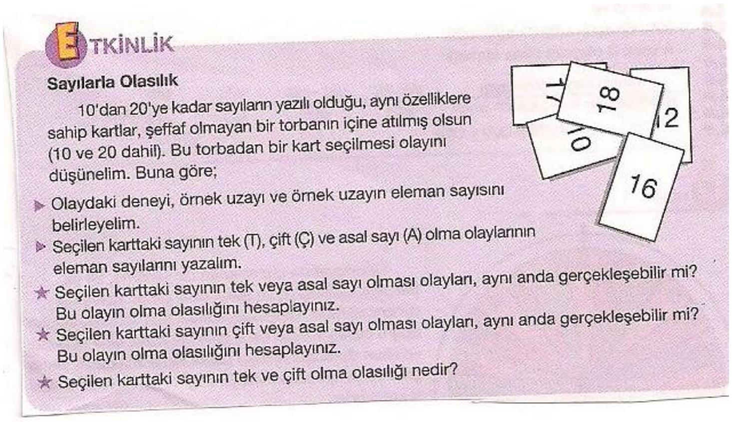
Adım	1.	2.	3.			...	n
Örüntü							
Üçgen Sayısı	3	6	9			...	
Örüntünün Kuralı	1 · 3	2 · 3	3 · 3			...	

- n. adımdaki üçgen sayısını cebirsel olarak ifade ediniz.
- 7. adımdaki üçgen sayısının kaç olduğunu söyleyiniz.

Şekil 9: Örüntü Oluşturuyoruz

Yukarıdaki etkinlik örneğinde öğrencilerden tek bir örnek üzerinde birden fazla denemelerle kavramsal bir genellemeye, belli bir matematiksel cümleye ulaşılması istenmektedir. Bu kavramsal genellemeden dolayı bu etkinliği 2. Seviye olan Önemli Deney ispat seviyesi olarak kategorilendirebiliriz.

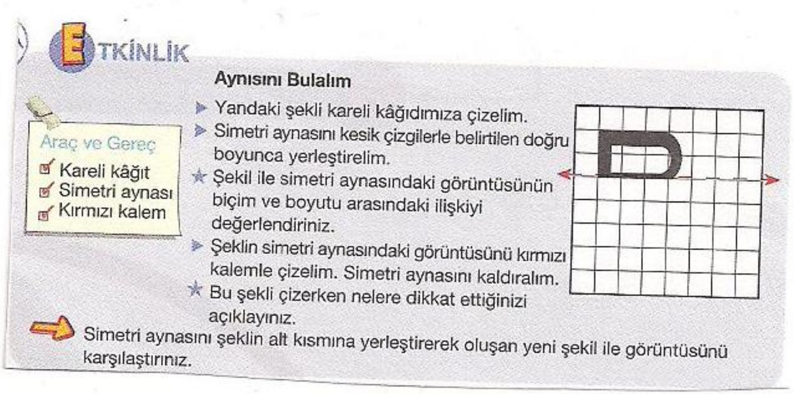
Aşağıda 7. sınıf matematik ders kitabında yer alan Sayılarla Olasılık adlı etkinliğin analizi sunulmuştur.



Şekil 10: Sayılarla Olasılık

Yukarıdaki etkinliğin yönergeleri okunduğunda her yönerge 10'dan 20'ye kadar sayıların yazılı olduğu kartlar ile ilgilidir. Olasılık konusu ile ilgilikartlar dışında başka bir örnek verilmemiştir veya kavramsal bir ifade çıkarımına gidilmemiştir. Bundan dolayı en alt ispat seviyesi Saf Deneycilik ispat düzeyinde kalmıştır.

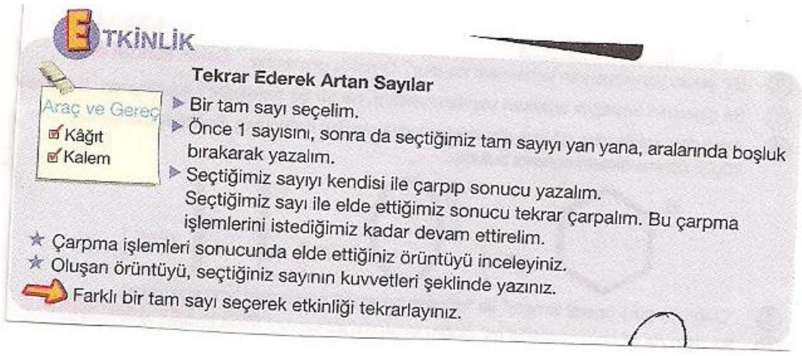
Aşağıda 7. sınıf matematik ders kitabında yer alan Aynısını Bulalım adlı etkinliğin analizi sunulmuştur.



Şekil 11: Aynısını Bulalım

Yukarıdaki etkinliğin yönergeleri okunduğunda her yönerge simetri aynasının konumunun değiştirilmesi veya verilen örnekteki çizimin devam ettrilmesi ile sınırlanmıştır. Başka örnekler veya kavramsal çıkarımlar yoktur. Bundan dolayı en alt ispat seviyesi Saf Deneycilik ispat düzeyinde kalmıştır.

Aşağıda 7. sınıf matematik ders kitabında yer alan Tekrar Ederek Artan Sayılar adlı etkinliğin analizi sunulmuştur.



ETKİNLİK

Tekrar Ederek Artan Sayılar

Araç ve Gereç
- Kâğıt
- Kalem

- Bir tam sayı seçelim.
- Önce 1 sayısını, sonra da seçtiğimiz tam sayıyı yan yana, aralarında boşluk bırakarak yazalım.
- Seçtiğimiz sayıyı kendisi ile çarpıp sonucu yazalım. Seçtiğimiz sayı ile elde ettiğimiz sonucu tekrar çarpalım. Bu çarpma işlemlerini istediğimiz kadar devam ettirelim.

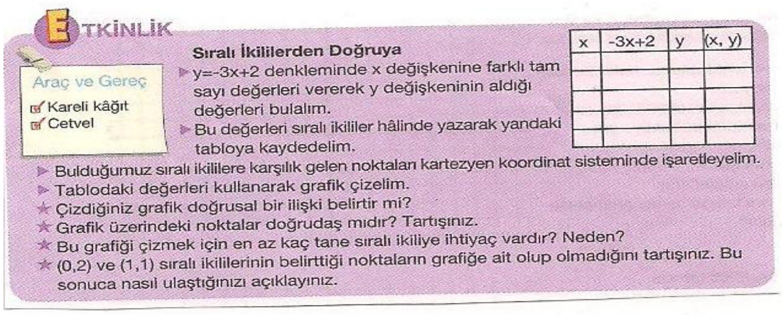
★ Çarpma işlemleri sonucunda elde ettiğiniz örüntüyü inceleyiniz.
★ Oluşan örüntüyü, seçtiğiniz sayının kuvvetleri şeklinde yazınız.

Farklı bir tam sayı seçerek etkinliği tekrarlayınız.

Şekil 12: Tekrar Ederek Artan Sayılar

Yukarıdaki etkinliğin yönergeleri öğrencilere sadece çarpma işlemi yaptırarak öğrencinin tek örnek üzerinden ispat yapması sağlanmaya çalışılmıştır. Başka örnekler veya kavramsal çıkarımlar yoktur. Bundan dolayı en alt ispat seviyesi Saf Deneycilik ispat düzeyinde kalmıştır.

Aşağıda 7. sınıf matematik ders kitabında yer alan Sıralı İkililerden Doğruya adlı etkinliğin analizi sunulmuştur.



ETKİNLİK

Araç ve Gereç
Kareli kâğıt
Cetvel

Sıralı İkililerden Doğruya

▶ y=-3x+2 denkleminde x değişkenine farklı tam sayı değerleri vererek y değişkeninin aldığı değerleri bulalım.
▶ Bu değerleri sıralı ikililer hâlinde yazarak yandaki tabloya kaydedelim.

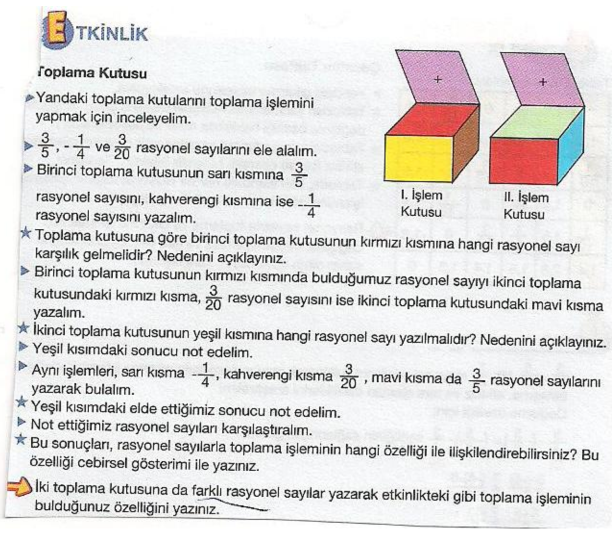
x	-3x+2	y	(x, y)

▶ Bulduğumuz sıralı ikililere karşılık gelen noktaları kartezyen koordinat sisteminde işaretleyelim.
▶ Tablodaki değerleri kullanarak grafik çizelim.
★ Çizdiğiniz grafik doğrusal bir ilişki belirtir mi?
★ Grafik üzerindeki noktalar doğrudaş mıdır? Tartışınız.
★ Bu grafiği çizmek için en az kaç tane sıralı ikiliye ihtiyaç vardır? Neden?
★ (0,2) ve (1,1) sıralı ikililerinin belirttiği noktaların grafiğe ait olup olmadığını tartışınız. Bu sonuca nasıl ulaştığınızı açıklayınız.

Şekil 13: Sıralı İkililerden Doğruya

Yukarıdaki yönergeler okunduğunda öğrencilere birden fazla örnek üzerinde çizimler yaptırılmakta ve kavramsal ifadeler arasında ilişkilendirmelerle matematiksel cümleler elde edilmeye çalışılmaktadır. Kavramsal ifadeler de ispatlamaya dahil edildiği için 2. Seviye olan Önemli Deney ispat seviyesi olarak bu etkinliği kategorilendirebiliriz.

Aşağıda 7. sınıf matematik ders kitabında yer alan Toplama Kutusu adlı etkinliğin analizi sunulmuştur.



ETKİNLİK

Toplama Kutusu

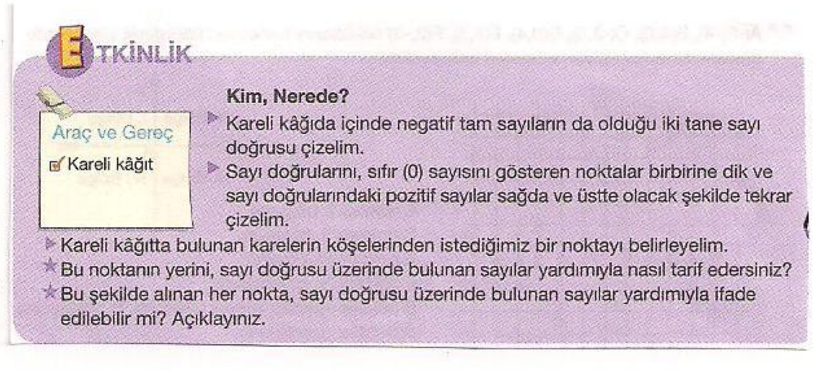
▶ Yandaki toplama kutularını toplama işlemini yapmak için inceleyelim.
▶ $\frac{3}{5}$, $-\frac{1}{4}$ ve $\frac{3}{20}$ rasyonel sayılarını ele alalım.
▶ Birinci toplama kutusunun sarı kısmına $\frac{3}{5}$ rasyonel sayısını, kahverengi kısmına ise $-\frac{1}{4}$ rasyonel sayısını yazalım.

★ Toplama kutusuna göre birinci toplama kutusunun kırmızı kısmına hangi rasyonel sayı karşılık gelmelidir? Nedenini açıklayınız.
▶ Birinci toplama kutusunun kırmızı kısmında bulduğumuz rasyonel sayıyı ikinci toplama kutusundaki kırmızı kısma, $\frac{3}{20}$ rasyonel sayısını ise ikinci toplama kutusundaki mavi kısma yazalım.
★ İkinci toplama kutusunun yeşil kısmına hangi rasyonel sayı yazılmalıdır? Nedenini açıklayınız.
▶ Yeşil kısımdaki sonucu not edelim.
▶ Aynı işlemleri, sarı kısma $-\frac{1}{4}$, kahverengi kısma $\frac{3}{20}$, mavi kısma da $\frac{3}{5}$ rasyonel sayılarını yazarak bulalım.
★ Yeşil kısımdaki elde ettiğimiz sonucu not edelim.
▶ Not ettiğimiz rasyonel sayıları karşılaştıralım.
★ Bu sonuçları, rasyonel sayılarla toplama işleminin hangi özelliği ile ilişkilendirebilirsiniz? Bu özelliği cebirsel gösterimi ile yazınız.
İki toplama kutusuna da farklı rasyonel sayılar yazarak etkinlikteki gibi toplama işleminin bulduğunuz özelliğini yazınız.

Şekil 14: Toplama Kutusu

Bu etkinlik örneği ile kitabın birçok yerinde karşılaşmaktayız. Yönergeler çğrencileri birden fazla örnek üzerinde düşünmeye sevketmektedir ve kavramsal ifadeler arasında ilişkilendirmelerle matematiksel cümleler elde edilmeye çalışılmaktadır. Kavramsal ifadeler, cebirsel gösterim de ispatlamaya dahil edildiği için 2. Seviye olan Önemli Deney ispat seviyesi olarak bu etkinliği kategorilendirebiliriz.

Aşağıda 7. sınıf matematik ders kitabında yer alan Kim, Nerede adlı etkinliğin analizi sunulmuştur.



ETKİNLİK

Araç ve Gereç
Kareli kâğıt

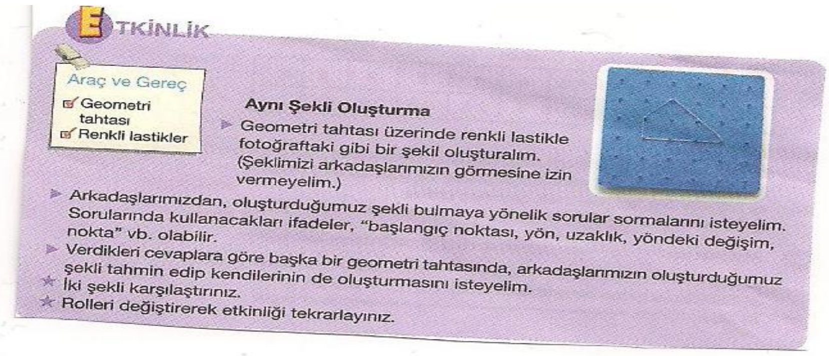
Kim, Nerede?

- Kareli kâğıda içinde negatif tam sayıların da olduğu iki tane sayı doğrusu çizelim.
- Sayı doğrularını, sıfır (0) sayısını gösteren noktalar birbirine dik ve sayı doğrularındaki pozitif sayılar sağda ve üstte olacak şekilde tekrar çizelim.
- Kareli kâğıtta bulunan karelerin köşelerinden istediğimiz bir noktayı belirleyelim.
- Bu noktanın yerini, sayı doğrusu üzerinde bulunan sayılar yardımıyla nasıl tarif edersiniz?
- Bu şekilde alınan her nokta, sayı doğrusu üzerinde bulunan sayılar yardımıyla ifade edilebilir mi? Açıklayınız.

Şekil 15: Kim, Nerede?

Bu etkinlikte öğrencinin tek bir örnek üzerinde matematiksel kavramları kullanarak genellemelere ulaşması beklenmektedir. Bundan dolayı etkinlik 2. Seviye olan Önemli Deney ispat seviyesinde yer almaktadır.

Aşağıda 7. sınıf matematik ders kitabında yer alan 2. Seviye olan Önemli Deney düzeyinde olan hatta belki 3. Seviye Sosyal Örnek seviyesine bile sokabileceğimiz etkinlik örneği Aynı Şekli Oluşturma adlı etkinlik sunulmuştur.



ETKİNLİK

Araç ve Gereç
Geometri tahtası
Renkli lastikler

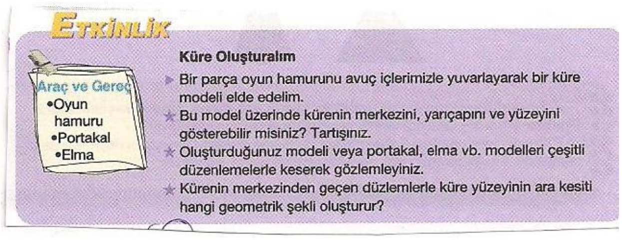
Aynı Şekli Oluşturma

- Geometri tahtası üzerinde renkli lastikle fotoğraftaki gibi bir şekil oluşturalım. (Şeklimizi arkadaşlarımızın görmesine izin vermeyelim.)
- Arkadaşlarımızdan, oluşturduğumuz şekli bulmaya yönelik sorular sormalarını isteyelim. Sorularında kullanacakları ifadeler, "başlangıç noktası, yön, uzaklık, yöndeki değişim, nokta" vb. olabilir.
- Verdikleri cevaplara göre başka bir geometri tahtasında, arkadaşlarımızın oluşturduğumuz şekli tahmin edip kendilerinin de oluşturmasını isteyelim.
- İki şekli karşılaştırınız.
- Rolleri değiştirerek etkinliği tekrarlayınız.

Şekil 16: Aynı Şekli Oluşturma

Yukarıdaki ilk iki yönerge aynı tahta üzerinde birden fazla örnek yapılmasına, kavramsal ifadelerin kullanılmasına yöneliktir. Buraya kadar etkinliğin 2. Seviye olan Önemli Deney düzeyinde olduğu kesindir. Ancak bir sonraki yönergede arkadaşlarının oluşturdukları tahmin ederek yeni karşılaştırmalar yapılması istendiği için kesin olmamakla birlikte Sosyal Örnek düzeyine doğru bir geçiş olduğu sezdirilmektedir. Kesin yargılarla hareket edemediğimiz için bu etkinliği 2. Seviye Önemli Deney düzeyi belki 3. Seviye Sosyal Örnek düzeyi olarak kategorilendirdik.

Aşağıda 8. sınıf matematik ders kitabında yer alan Küre Oluşturalım adlı etkinliğin analizi sunulmuştur.


ETKİNLİK

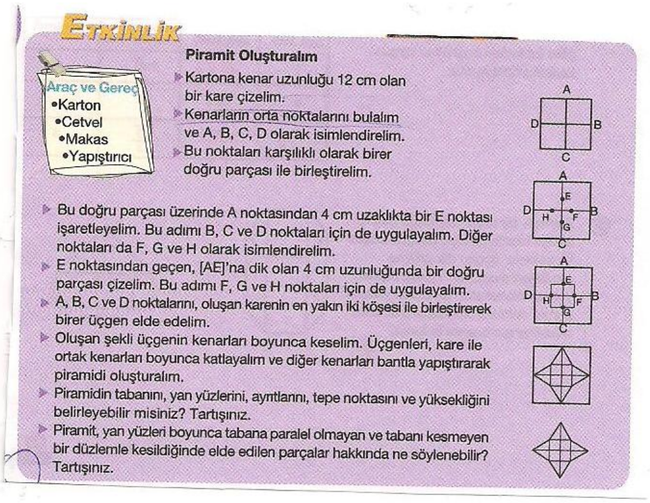
Araç ve Gereç
- Oyun hamuru
- Portakal
- Elma

Küre Oluşturalım
- Bir parça oyun hamurunu avuç içlerimizle yuvarlayarak bir küre modeli elde edelim.
- Bu model üzerinde kürenin merkezini, yarıçapını ve yüzeyini gösterebilir misiniz? Tartışınız.
- Oluşturduğunuz modeli veya portakal, elma vb. modelleri çeşitli düzenlemelerle keserek gözlemleyiniz.
- Kürenin merkezinden geçen düzlemlerle küre yüzeyinin ara kesiti hangi geometrik şekli oluşturur?

Şekil 17: Küre Oluşturalım

Yukarıdaki etkinliği yönergelerinde öğrencilerin hamur ile yaptıkları tek bir küre örneği üzerinde düşünmeleri isteniyor. Yani tek örnekle ispat yapıldığı için en alt ispat seviyesi Saf Deneycilik ispat düzeyinde kalmıştır.

Aşağıda 8. sınıf matematik ders kitabında yer alan Piramit Oluşturalım adlı etkinliğin analizi sunulmuştur.



ETKİNLİK

Araç ve Gereç
•Karton
•Cetvel
•Makas
•Yapıştırıcı

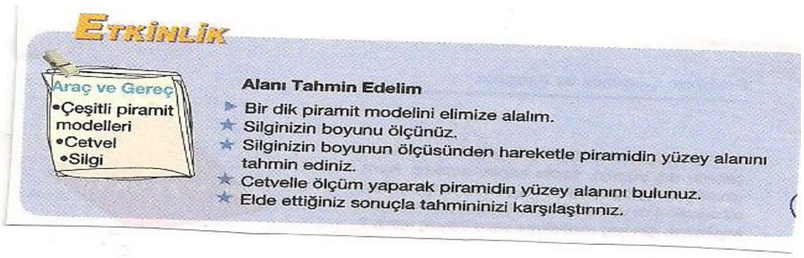
Piramit Oluşturalım

- Kartona kenar uzunluğu 12 cm olan bir kare çizelim.
- Kenarların orta noktalarını bulalım ve A, B, C, D olarak isimlendirelim.
- Bu noktaları karşılıklı olarak birer doğru parçası ile birleştirelim.
- Bu doğru parçası üzerinde A noktasından 4 cm uzaklıkta bir E noktası işaretleyelim. Bu adımı B, C ve D noktaları için de uygulayalım. Diğer noktaları da F, G ve H olarak isimlendirelim.
- E noktasından geçen, [AE]'na dik olan 4 cm uzunluğunda bir doğru parçası çizelim. Bu adımı F, G ve H noktaları için de uygulayalım.
- A, B, C ve D noktalarını, oluşan karenin en yakın iki köşesi ile birleştirerek birer üçgen elde edelim.
- Oluşan şekli üçgenin kenarları boyunca keselim. Üçgenleri, kare ile ortak kenarları boyunca katlayalım ve diğer kenarları bantla yapıştırarak piramidi oluşturalım.
- Piramidin tabanını, yan yüzlerini, ayrıtlarını, tepe noktasını ve yüksekliğini belirleyebilir misiniz? Tartışınız.
- Piramit, yan yüzleri boyunca tabana paralel olmayan ve tabanı kesmeyen bir düzlemle kesildiğinde elde edilen parçalar hakkında ne söylenebilir? Tartışınız.

Şekil 18: Piramit Oluşturalım

Yukarıdaki etkinliği yönergelerinde tek bir örnek üzerinden inşası söz konusudur. Yani tek örnek üzerinden açıklamalar yapıldığı için en alt ispat seviyesi Saf Deneycilik ispat düzeyinde kalmıştır.

Aşağıda 8. sınıf matematik ders kitabında yer alan Alanı Tahmin Edelim adlı etkinliğin analizi sunulmuştur.



ETKİNLİK

Araç ve Gereç
•Çeşitli piramit modelleri
•Cetvel
•Silgi

Alanı Tahmin Edelim

- Bir dik piramit modelini elimize alalım.
- Silginizin boyunu ölçünüz.
- Silginizin boyunun ölçüsünden hareketle piramidin yüzey alanını tahmin ediniz.
- Cetvelle ölçüm yaparak piramidin yüzey alanını bulunuz.
- Elde ettiğiniz sonuçla tahmininizi karşılaştırınız.

Şekil 19: Alanı Tahmin Edelim

Yukarıdaki etkinliği yönergelerinde tek bir piramit modeli üzerinde alan ispatı yapılmaya çalışılmıştır. Tek örnek üzerinde tahminler, varsayımlar yapıldığı için en alt ispat seviyesi Saf Deneycilik ispat düzeyinde yer almıştır.

Aşağıda 8. sınıf matematik ders kitabında yer alan Torbadaki Kalemler adlı etkinliğin analizi sunulmuştur.

ETKİNLİK

Araç ve Gereç
- Torba
- Eşit büyüklüklerde 4 kırmızı, 7 mavi kalem

Torbadaki Kalemler

▶ Kalemleri torbaya koyalım.
▶ Torbadan bir kalem çekelim.
★ Çektiğiniz kalemi torbaya **atarak** ikinci kez kalem çektiğinizde ilk kalemle aynı renkte olma olasılığı kaçtır? Hesaplayınız.
★ Çektiğiniz kalemi torbaya **atmadan** ikinci kalemi çektiğinizde ikinci kalemin ilk kalemle aynı renkte olma olasılığı kaçtır? Hesaplayınız.

Bulduğunuz iki olasılık değerini karşılaştırınız. Hangisinde aynı rengi çekme olasılığı daha fazladır? Açıklayınız.

Şekil 20: Torbadaki Kalemler

Yukarıdaki yönergeler okunduğunda aynı torba üzerinde birden fazla çekim sözkonusudur ve kavramsal ilişkilendirmeler gibi daha üst bilişsel davranışlara öğrenci sevkedilmektedir. Bundan dolayı 2. Seviye Önemli Deney düzeyi olarak bu etkinliği kategorilendirebiliriz.

Aşağıda 8. sınıf matematik ders kitabında yer alan Çokgenlerin Çevre Uzunlukları adlı etkinliğin analizi sunulmuştur.

ETKİNLİK

Çokgenlerin Çevre Uzunlukları

▶ Aşağıdaki çokgenleri inceleyelim.

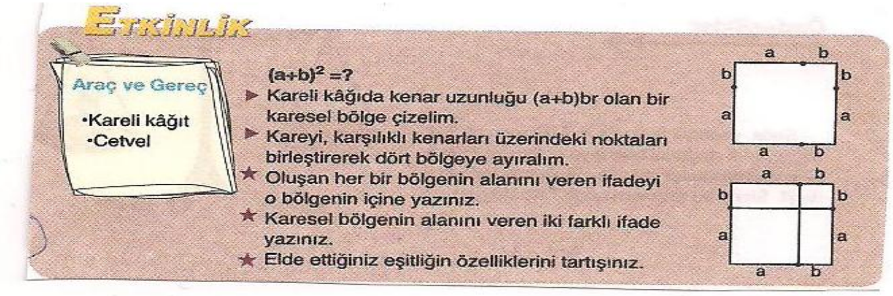
★ Kenar uzunlukları verilen çokgenlerin çevre uzunluklarını bulunuz. Nasıl bulduğunuzu ve nelere dikkat ettiğinizi açıklayınız.
★ Arkadaşlarınızla tartışarak kareköklü sayılarla toplama işlemine ait bir genellemeye varınız.

Kareköklü sayılarla toplama işleminde vardığınız sonuç, çıkarma işlemi için de geçerli olur mu? Tartışınız.

Şekil 21: Çokgenlerin Çevre Uzunlukları

Yukarıdaki etkinliğin yönergeleri öğrencilere etkinlikte verilen örneklerin üzerinde toplama işlemi yapılmasına dayanır. Etkinlikte birden fazla örnek yer aldığı için bu etkinlik 2. Seviye Önemli Deney ispat düzeyinde yer alır.

Aşağıda 8. sınıf matematik ders kitabında yer alan $(a+b)^2=?$ adlı etkinliğin analizi sunulmuştur.



ETKİNLİK

Araç ve Gereç

- Kareli kâğıt
- Cetvel

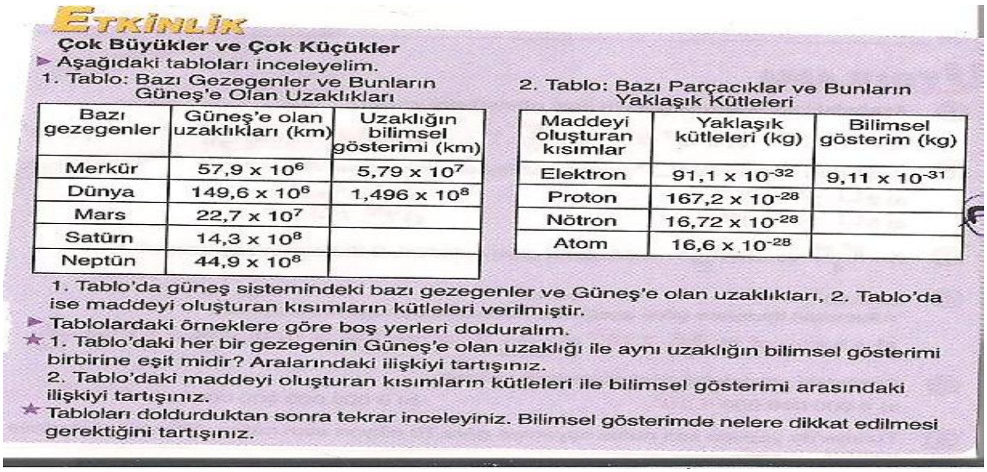
$(a+b)^2 = ?$

▶ Kareli kâğıda kenar uzunluğu (a+b)br olan bir karesel bölge çizelim.
▶ Kareyi, karşılıklı kenarları üzerindeki noktaları birleştirerek dört bölgeye ayıralım.
★ Oluşan her bir bölgenin alanını veren ifadeyi o bölgenin içine yazınız.
★ Karesel bölgenin alanını veren iki farklı ifade yazınız.
★ Elde ettiğiniz eşitliğin özelliklerini tartışınız.

Şekil 22: $(a+b)^2=?$

Bu etkinlikte matematiksel ifadelere yer verilmiştir. Kavramsal ilişkilendirmeye, cebirsel ifadelere dayandığı için 2. Seviye Önemli Deney ispat seviyesindedir.

Aşağıda 8. sınıf matematik ders kitabında yer alan Çok Büyükler ve Çok Küçükler adlı etkinliğin analizi sunulmuştur.



ETKİNLİK

Çok Büyükler ve Çok Küçükler

▶ Aşağıdaki tabloları inceleyelim.

1. Tablo: Bazı Gezegenler ve Bunların Güneş'e Olan Uzaklıkları

Bazı gezegenler	Güneş'e olan uzaklıkları (km)	Uzaklığın bilimsel gösterimi (km)
Merkür	$57{,}9 \times 10^6$	$5{,}79 \times 10^7$
Dünya	$149{,}6 \times 10^6$	$1{,}496 \times 10^8$
Mars	$22{,}7 \times 10^7$	
Satürn	$14{,}3 \times 10^8$	
Neptün	$44{,}9 \times 10^8$	

2. Tablo: Bazı Parçacıklar ve Bunların Yaklaşık Kütleleri

Maddeyi oluşturan kısımlar	Yaklaşık kütleleri (kg)	Bilimsel gösterim (kg)
Elektron	$91{,}1 \times 10^{-32}$	$9{,}11 \times 10^{-31}$
Proton	$167{,}2 \times 10^{-28}$	
Nötron	$16{,}72 \times 10^{-28}$	
Atom	$16{,}6 \times 10^{-28}$	

1. Tablo'da güneş sistemindeki bazı gezegenler ve Güneş'e olan uzaklıkları, 2. Tablo'da ise maddeyi oluşturan kısımların kütleleri verilmiştir.

▶ Tablolardaki örneklere göre boş yerleri dolduralım.

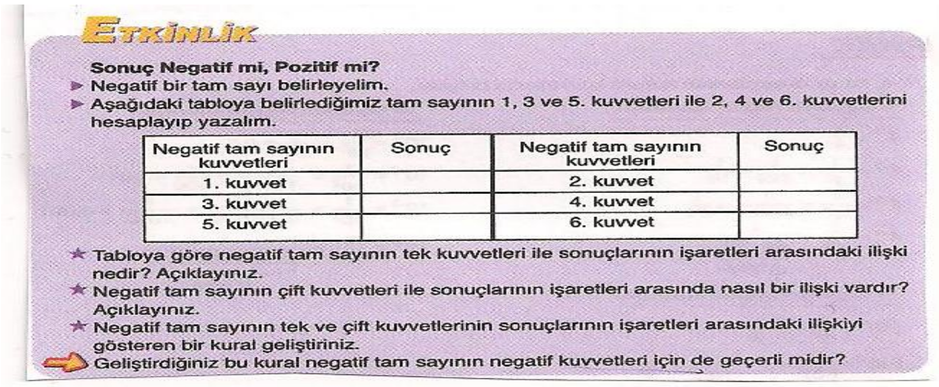
★ 1. Tablo'daki her bir gezegenin Güneş'e olan uzaklığı ile aynı uzaklığın bilimsel gösterimi birbirine eşit midir? Aralarındaki ilişkiyi tartışınız.
2. Tablo'daki maddeyi oluşturan kısımların kütleleri ile bilimsel gösterimi arasındaki ilişkiyi tartışınız.

★ Tabloları doldurduktan sonra tekrar inceleyiniz. Bilimsel gösterimde nelere dikkat edilmesi gerektiğini tartışınız.

Şekil 23: Çok Büyükler ve Çok Küçükler

Yukarıdaki etkinliğin yönergelerinde birden fazla örnek üzerinde tamamen kavramsal ifadeler, matematik cümlelerine dayanan ispat cümleleri yer almaktadır. Üst düzey ispata dayalı gerektirmeler yönergelerde yer almıştır. Örnekler üzerinde matematiksel ilişkilendirmeler olduğu için bu etkinlik 3. Seviye olan Sosyal Örnek düzeyinde ispat seviyesi grubunda yer almaktadır.

Aşağıda 8. sınıf matematik ders kitabında yer alan Sonuç Negatif mi, Pozitif mi? adlı etkinliğin analizi sunulmuştur.



ETKİNLİK

Sonuç Negatif mi, Pozitif mi?

► Negatif bir tam sayı belirleyelim.

► Aşağıdaki tabloya belirlediğimiz tam sayının 1, 3 ve 5. kuvvetleri ile 2, 4 ve 6. kuvvetlerini hesaplayıp yazalım.

Negatif tam sayının kuvvetleri	Sonuç	Negatif tam sayının kuvvetleri	Sonuç
1. kuvvet		2. kuvvet	
3. kuvvet		4. kuvvet	
5. kuvvet		6. kuvvet	

★ Tabloya göre negatif tam sayının tek kuvvetleri ile sonuçlarının işaretleri arasındaki ilişki nedir? Açıklayınız.

★ Negatif tam sayının çift kuvvetleri ile sonuçlarının işaretleri arasında nasıl bir ilişki vardır? Açıklayınız.

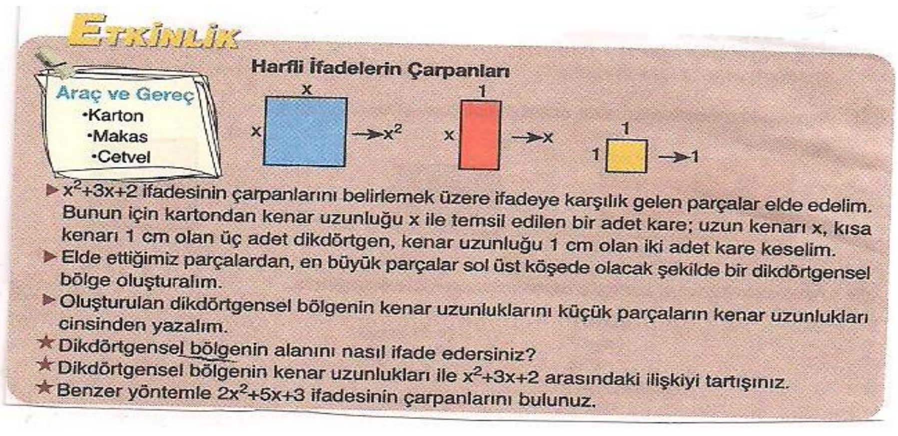
★ Negatif tam sayının tek ve çift kuvvetlerinin sonuçlarının işaretleri arasındaki ilişkiyi gösteren bir kural geliştiriniz.

➡ Geliştirdiğiniz bu kural negatif tam sayının negatif kuvvetleri için de geçerli midir?

Şekil 24: Sonuç Negatif mi, Pozitif mi?

Yukarıdaki etkinliğin yönergelerinde birden fazla örnek üzerinde tamamen kavramsal ifadeler, matematik cümlelerine dayanan ispat cümleleri yer almaktadır. Üst düzey ispata dayalı gerektirmeler yönergelerde yer almıştır. Örnekler üzerinde matematiksel ilişkilendirmeler olduğu için bu etkinlik 3. Seviye olan Sosyal Örnek düzeyinde ispat seviyesi grubunda yer almaktadır.

Aşağıda 8. sınıf matematik ders kitabında yer alan Harfli İfadelerin Çarpanları adlı etkinliğin analizi sunulmuştur.



► x^2+3x+2 ifadesinin çarpanlarını belirlemek üzere ifadeye karşılık gelen parçalar elde edelim. Bunun için kartondan kenar uzunluğu x ile temsil edilen bir adet kare; uzun kenarı x, kısa kenarı 1 cm olan üç adet dikdörtgen, kenar uzunluğu 1 cm olan iki adet kare keselim.

► Elde ettiğimiz parçalardan, en büyük parçalar sol üst köşede olacak şekilde bir dikdörtgensel bölge oluşturalım.

► Oluşturulan dikdörtgensel bölgenin kenar uzunluklarını küçük parçaların kenar uzunlukları cinsinden yazalım.

★ Dikdörtgensel bölgenin alanını nasıl ifade edersiniz?

★ Dikdörtgensel bölgenin kenar uzunlukları ile x^2+3x+2 arasındaki ilişkiyi tartışınız.

★ Benzer yöntemle $2x^2+5x+3$ ifadesinin çarpanlarını bulunuz.

Şekil 25: Harfli İfadelerin Çarpanları

Yukarıdaki etkinliğin yönergelerinde birden fazla deneme yapılarak tamamen kavramsal ifadeler, matematik cümlelerine dayanan bir genellemeye ulaşmaları beklenmektedir. Üst düzey ispata dayalı gerektirmeler yönergelerde yer almıştır.

Yönergeler tamamen matematiksel ilişkilendirmelere ve matematiksel kavram bilgisine dayalı olduğu için bu etkinlik 3. Seviye olan Sosyal Örnek düzeyinde ispat seviyesi grubunda yer almaktadır.

Kitaplardaki etkinliklerin tümü bu şekilde analiz edilerek kategorilendirilmiştir. Bazı örnekler sadece soru çözümüne dayalı olduğu için ispat seviyelendirmelerine tabi tutulmamıştır. Ayrıca kitapların hiçbirinde 4. Seviye Düşünce Deneyi ispat düzeyinde etkinlik yer almamaktadır.

3.4.2. Öğrenci İspat Becerileri Seviyeleri Tespiti Kısmı

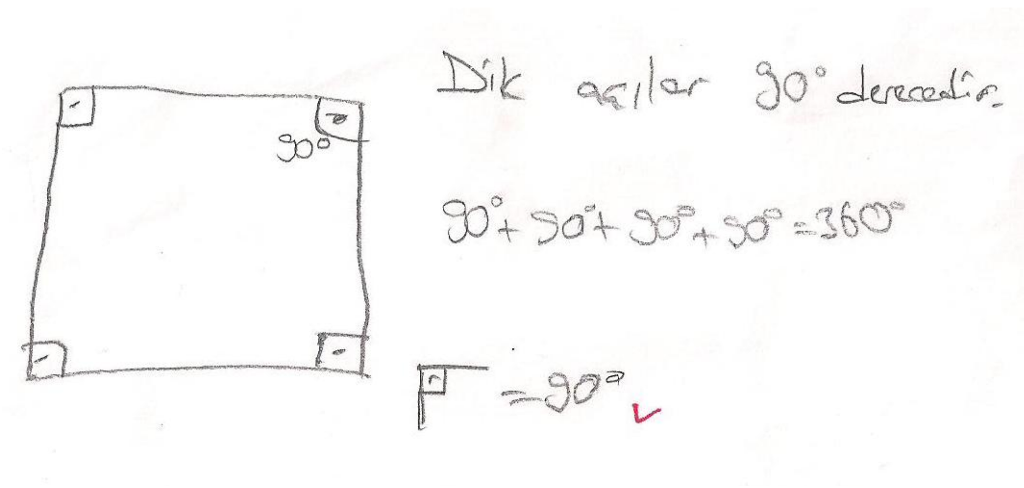
Bu araştırmanın ikinci kısmı olan öğrencilerin ispat seviyelerinin kategorilendirilebilmesi kısmında verilerin elde edilmesi için öğrencilere iki adet ispat sorusu sorulmuştur. Öğrencilerin cevapları Balacheff'in ispat seviyelendirmelerine göre nitel analiz değerlendirmesi sonucunda seviyelerine ayrılmış veriler elde edilmiştir.

Öğrenci ispat seviyeleri tespiti şu şekilde yapılmıştır:

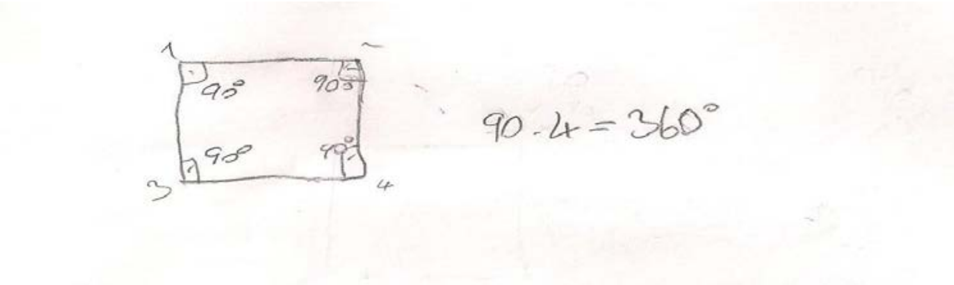
Sorulan birinci ispat sorusu aşağıdaki gibidir.

Soru1) Bir karenin iç açılarının ölçülerinin toplamının 360° oldugunu gösteriniz.

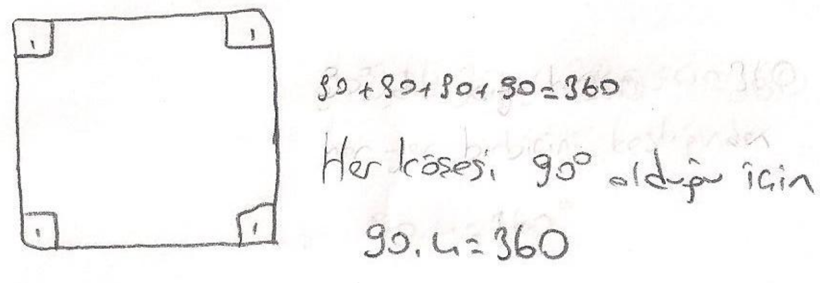
Aşağıda tek bir örnekle ispat yapan Balacheff'in ispat seviyelendirmelerine göre 1. Seviye olan Saf Deneycilik ispat düzeyinde öğrenci cevapları bulunmaktadır.



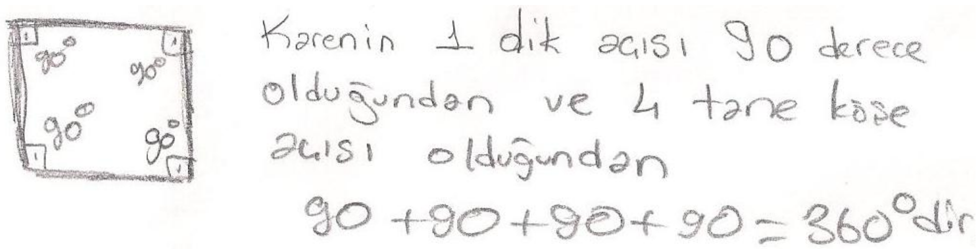
Yukarıdaki cevapta tek örnek vererek ispatlamaya çalışmıştır. Öğrenci kare üzerinde bir açıyı göstererek açının ölçüsünü 90^o olarak birinin üzerine yazmış ve diğerlerinin de aynı ölçüye sahip olduğunu bildiğinden tüm 90^o olan açıları toplayarak 360^o yi elde etmiştir. Bu şekilde tek örnek üzerinden ispatını bitirmiştir. Bundan dolayı en alt seviye olan Saf Deneycilik ispat seviyesinde ispat yapmıştır.



Yukarıdaki öğrenci cevabında öğrenci kareyi çizerek üzerinde her bir açıyı işaretlemiştir. Her açının 90^o olduğunu üzerine yazarak göstermiştir. Dört açısının da eşit ölçüye sahip olduğunu bildiği için 90^o yi 4 ile çarparak 360^o yi elde ettiği için ispatının tamamlandığını düşünerek cevabını bitirmiştir. Bundan dolayı en basit ispat seviyesinde Saf Deneycilik ispat seviyesinde kalmıştır.



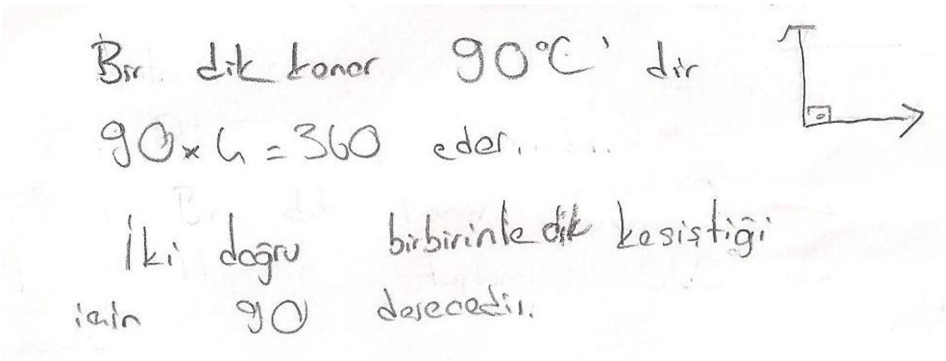
Buradaki öğrenci cevabında da yine benzer bir yöntem kullanılmıştır. Yine öğrenci bir kare çizmiş ve kare üzerindeki her açıyı 90^o olarak diklik işaretiyle belirtmiştir. Aynı örnek üzerinde dört adet 90^o yi toplayarak 360^o yi elde etmiştir. Diğer yandan her köşesinin 90^o olduğunu bildiğini belirterek 90^o yi dört ile çarparak 360^o yi elde etmiştir. Bu şekilde öğrenci ispatının yeterli olduğunu düşünerek ispatını bitirmiştir. Yine 1. Seviye olan Saf Deneycilik ispat seviyesinde bir örnek olarak yer almıştır.



Yukarıdaki öğrenci ispatını yaparken yine bir kare çizmiş ve kare üzerinde her bir açısını dik olarak göstererek üzerine de 90^o olduklarını yazmıştır. Ayrıca yan tarafta da karenin her bir açısının 90^o olduğunu kabullendiğini belirterek dört köşesi olduğundan dört tane 90^oyi toplayarak 360^o yi elde ederek ispatını bitirmiştir. Bu öğrenci de yine basit bir örnek üzerinden ispatını bitirdiği için Saf Deneycilik seviyesinde kalmıştır.

Görüldüğü üzere yukarıdaki öğrenci cevaplarının tümünde tek örnek verilerek verilen durum kanıtlanmaya çalışılmıştır.

Aşağıdaki öğrenci cevapları da 2. İspat seviyesi olan Önemli Deney ispat düzeyinde cevaplardır.



Bu öğrenci cevabında öğrenci ilkönce doğrulardan yola çıkarak birbirini dik kesen iki doğrunun dik açıyı oluşturduğunu ve dik açıların ölçüsünün 90^o ye eşit olduğunu belirtiyor. Daha sonra 90^o yi dört ile çarparak 360^o cevabına ulaşıyor. Öğrenci bu ispat cevabı ile artık Saf Deneycilik seviyesinden sıyrılmış daha üst seviyede ispata yönelmiştir. Neden 360^o cevabınının yanında neden dik açılar 90^o dir genellemesine de ulaşmaya çalışmaktadır. Bundan dolayı bu öğrenci cevabı 2. Seviye ispat seviyesi olan Önemli Deney ispat seviyesinde yer almıştır.

$(n-2).180 \quad n=4$

$(4-2).180$

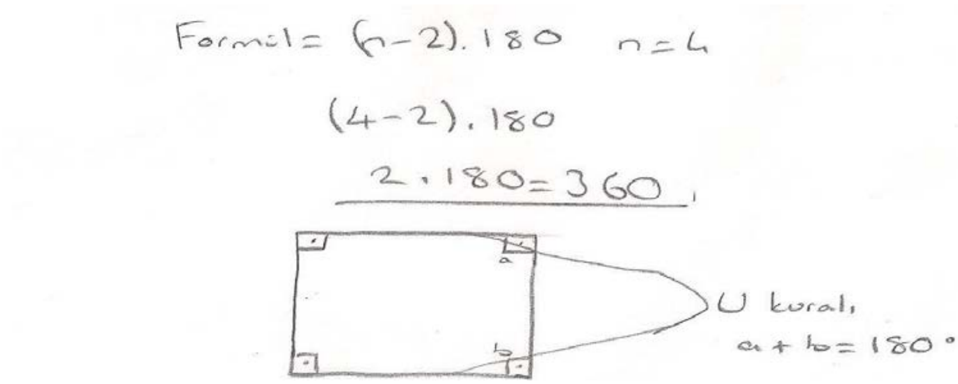
$2.180 = 360$

Burada da yine kavramsallığa geçiş vardır. Yukarıdaki cevaba bakıldığında öğrenci ilkönce kare çizmiştir ve bu kare üzerinde her bir dik açısını ve bu dik açıların her birinin 90° olduğunu üzerine yazmıştır. Daha sonra başka bir matematik konusuyla ilişkilendirme yaparak çokgenlerin iç açıları formülünde karenin kenar sayısını yerine yazarak işlemi yapmış ve 360° ye ulaşmıştır. Yeni kavramsal ilişkilendirmeler kurulmaya başlanmıştır. Bundan dolayı 2. İspat seviyesi Önemli Deney ispat seviyesindedir.

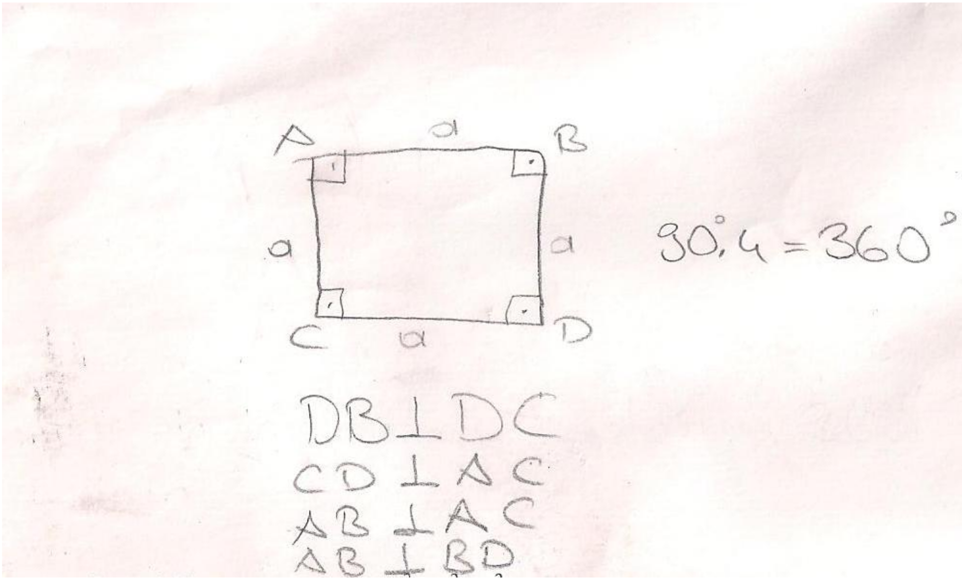
Aşağıdaki öğrenci cevapları ise 3. İspat seviyesi olan Sosyal Örnek ispat düzeyinde cevaplardır.

– Düzlem 180°, düzlemi de dik keserse 90° yapar. Karenin 4 kenarı vardır. Her bir kenarı 90° yapar 4 kenarında toplamı 360° yapar

Yukarıdaki öğrenci cevabında düzlem 180° derken doğru demek istemiştir. Öğrenci matematiksel kavramı yanlış kullanmıştır. Matematiksel kavram bilgisi eksikliği tespit edilmiştir. Öğrenci hiçbir örnek göstermeden sadece sözel ifade yöntemleriyle ispat yapmıştır. Doğrunun 180° olduğunu ve bu doğruyu dik kesen başka bir doğru ile bu açının 90° olucak şekilde kesilerek dikliğin neden 90° olduğunu açıklamıştır. Karenin doğruyu kesen diğer bir doğru modelinden 4 tane olduğunu bundan dolayı da toplamlarının 360° olduğunu göstermiştir. Diğer öğrenci cevaplarından anlamlandırma, matematiksel ifadelerin ve ilişkilendirmeleri açısından daha üst seviyede ispat yapılmıştır. Çizimler olmadan sadece kavramsal ilişkilendirmeler üzerinden ispat yapıldığı için 3.ispat seviyesi olan Sosyal Örnek düzeyinde ispat olarak kategorilendirilmiştir. Matematiksel kavramlar arasında geçişler yaparak farklı yöntemlerle, farklı çıkarımlarla ispat yoluna gitmiştir.

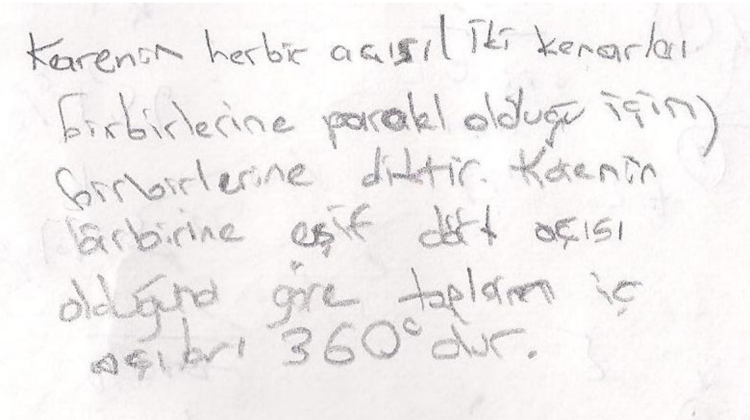


Öğrenci yukarıdaki cevapta çokgenler konusundaki iç açılar formülünü kullanarak matematiksel ilişkilendirmeye giderek ispat yapmıştır. İlkönce formülü yazmıştır. Daha sonra karenin dört kenarı olduğu için formülde kenar sayısını ifade eden n yerine 4 yazarak formülü uygulamıştır. Cevabını 360^{o} olarak bulmuştur. Öte yandan ispatın devamında diğer bir matematiksel formül olan iki paraleli kesen diğer doğru konusu altındaki U kuralı adını verdiğimiz kuralın uygulandığında karenin iki açısının toplamının 90^{o} olduğunu bundan dolayı da toplamlarının 360^{o} olacağını farklı bir bakış açısıyla açıklamıştır. Öğrenci cevap kağıdında birden fazla matematiksel kavramlar kullanmıştır ve bu kavramlar arasında ilişkilendirme yaparak ispat yaptığı için 3. İspat seviyesi olan Sosyal Örnek ispat düzeyindedir.



Yukarıdaki öğrenci cevabı incelendiğinde kavramlara dayalı, matematiksel ifadelerin üzerinden kanıtlama yoluna başvurmuştur. Önce bir kare çizmiş ve bu karenin köşelerine birer harf vererek isimlendirmiştir. Daha sonra her kenarının eşit uzunlukta olduğunu göstermek iin karenin kenarlarına a uzunluğunu yerleştirmiştir. Her bir kenarın devamındaki diğer kenarı dik olarak kestiğini matematiksel ifadeler kullanarak açıklamıştır. Bu matematiksel ifadelerin bütününden her bir kenarın açısının ölçüsünün 90^o olduğunu gösterdiği için 90^o yi dört ile çarparak 360^o ifadesine ulaştığını düşünüp ispatını sonlandırmıştır. Matematiksel ifadeler üzerinden kavramsal ilişkilendirme ile daha üst seviyede ispat yapılmıştır. Bu cevap 3. Seviye ispat seviyesi olan Düşünce Deneyi ispat düzeyindedir.

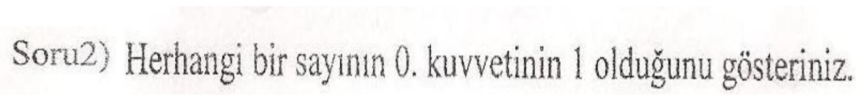
Aşağıdaki öğrenci cevapları ise 4. İspat seviyesi olan Düşünce Deneyi ispat düzeyinde cevaplardır.



Karenin herbir açısı(İki kenarları
birbirlerine paralel olduğu için)
birbirlerine diktir. Karenin
birbirine eşit dört açısı
olduğuna göre toplamı iç
açıları 360°dur.

Bu cevap aslında 4. Düzey olan Düşünce Deneyi ispat seviyesinin belirgin bir örneğidir. Yukarıdaki cevapta öğrenci tamamen kavramsal olarak ilkönce karenin karşılıklı iki kenarının birbirine paralel olmasından dolayı 90^{o} olduğunu açıklamış ve bu açıklamanın devamında da karenin birbirine eşit dört açısı olduğunu toplam iç açılar toplamının da bu eşitlikten dolayı 360^{o} olduğunu ifade etmiştir. Öğrenci cevabında neden ve nasıllarıyla matematiksel kavramlar üzerinden geçişler yaparak ispat yapmıştır. Bu nedenle 4. İspat düzeyi Düşünce Deneyi ispat düzeyindedir.

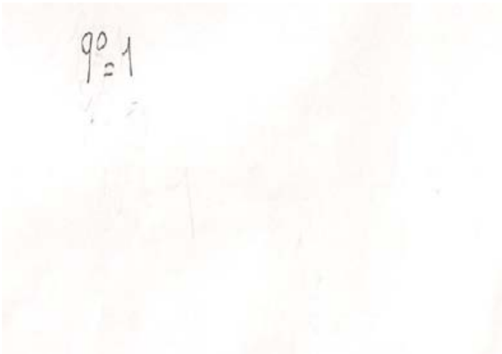
Öğrencilere yöneltilen ikinci ispat sorusu ise şudur:



Soru2) Herhangi bir sayının 0. kuvvetinin 1 olduğunu gösteriniz.

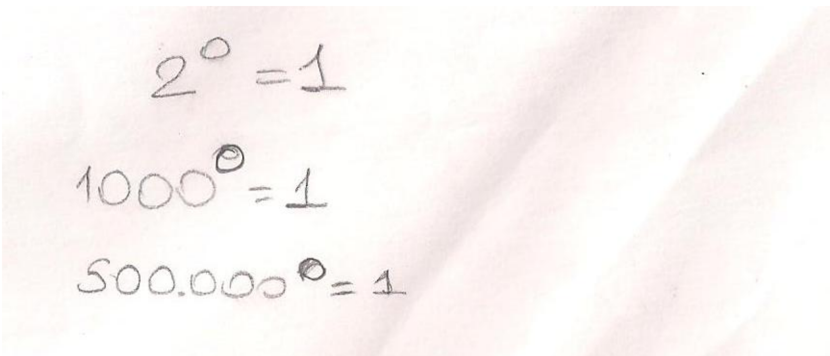
Yine öğrenci cevaplarını 1. Düzeyden başlayarak 4. Düzeye kadar inceleyelim.

Aşağıda ispat düzeyi 1. İspat seviyesi olan Saf Deneycilik ispat düzeyinde olan öğrenci cevapları bulunmaktadır.



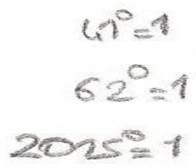
Yukarıda ayrı iki öğrencinin ikinci ispat sorusuna verdikleri cevaplar bulunmaktadır. Yukarıdaki iki örnekte de öğrenciler tek bir örnek vererek $9^o=1$ ile $5^o=1$ örneklerini vererek ispatın tamamlandığını düşünmüşlerdir. Görüldüğü gibi tek örnek vererek ispat en alt seviyede ispattır. Hiçbir genelleme veya matematiksel ilişkilendirme kullanılmamıştır. Bundan dolayı bu iki öğrenci cevabı en alt seviye olan Saf Deneycilik ispat düzeyinde yer almaktadır.

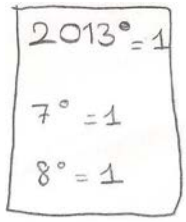
Aşağıda ispat düzeyi 2. İspat seviyesi olan Önemli Deney ispat düzeyinde olan öğrenci cevapları bulunmaktadır.



Yukarıdaki örnekte öğrenci ispat yapmak için genellememize birden fazla örnek bularak ispatını sonlandırmıştır. 2^o, 1000^o ve 500.000^o gibi üç tamsayı için hepsinin 0. kuvvetini

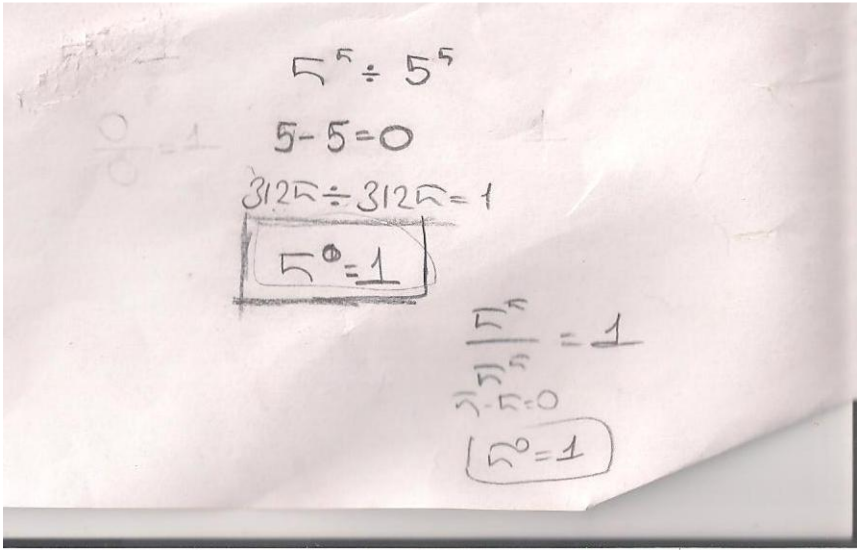
1’e eşitleyerek açıklama yapmadan ispatını tamamlamıştır. Bu öğrenci cevabı 2. Seviye olan Önemli Deney seviyesinde yer almaktadır.



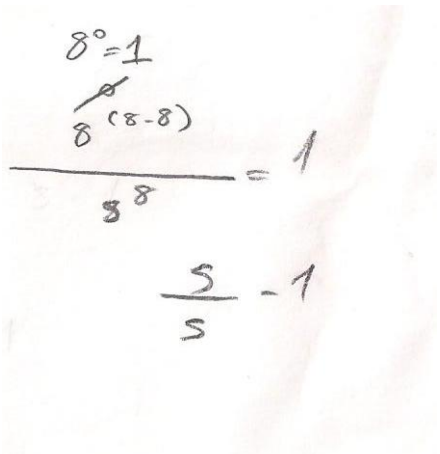


Yukarıdaki iki cevapta da öğrenciler ispatlanması gereken duruma birden fazla örnek vererek durumun varlığını ispatlamaya çalışmışlardır. Sol üstteki örnekte öğrenci ilkönce 41, 62 gibi küçük tamsayıların 0. kuvvetini 1’e eşit olarak göstermiş, daha sonra 2015 gibi daha büyük bir tamsayı için de 0. kuvvetin 1’e eşit olarak göstermiştir. Sağ üstteki öğrenci cevabında da yine öğrenci benzer örnekler üzerinden ispat yapılmaya çalışmıştır. İlkönce 7 ve 8 gibi küçük tamsayılar için 0. Kuvvetin 1’e eşit olarak göstermiş daha sonra daha büyük bir tamsayı örneği ile 2013 tamsayısını kullanarak 0. kuvvetini 1’e eşit olarak göstermiştir. Bu da öğrencilerin benzer örnekler vererek ispat yapmaya çalıştıklarını düşündürmektedir. Öğrenciler birden fazla örnekler sunarak ispatını tamamlamıştır. Bu öğrenci cevapları 2. İspat seviyesi olan Önemli Deney ispat seviyesinde yer almaktadır.

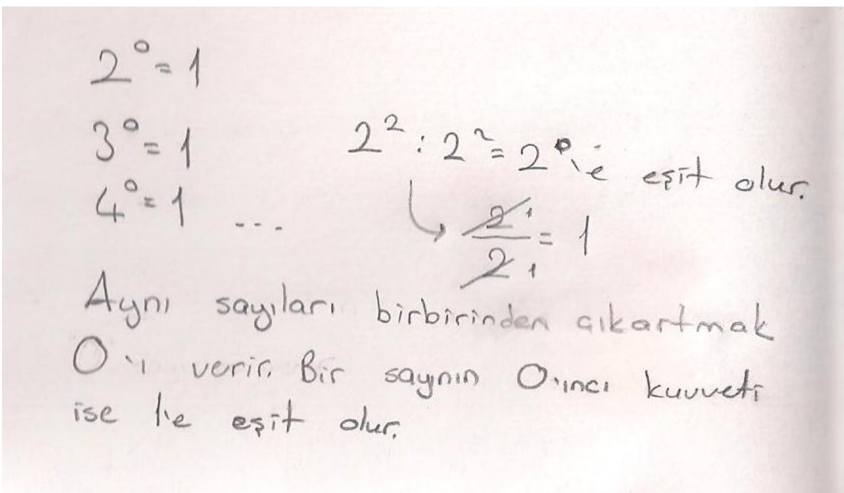
Aşağıda ispat düzeyi 3. İspat seviyesi olan Sosyal Örnek ispat düzeyinde olan öğrenci cevapları bulunmaktadır.



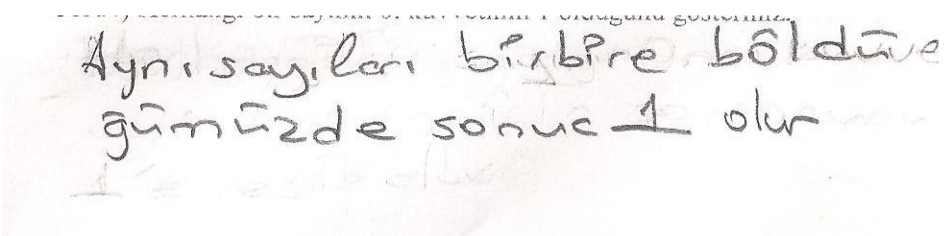
Yukarıdaki cevap incelendiğinde öğrenci ilkönce 5^5 üslü sayısını ele alarak bu sayısı kendisine bölmüştür. İlkönce sayıların üslerini birbirinden çıkartarak sonucu 5^o olarak bulmuştur. Üslü sayılarla bölme işleminde tabanlar aynı iken üslerin birbirinden çıkarılması formülü ile sonucu elde etmiştir. Öte yandan 5^5 in 3125 olduğunu bulmuş ve 5^5:5^5= işlemi için 5^5 üslü sayısı yerine 3125 i koyarak 3125 tamsayısını 3125 sayısına bölerek sonucu 1 olarak bulmuştur. İki işlemde de aynı sonuç elde edildiği için öğrenci bir sayının 0. Kuvvetinin 1 olduğunu matematiksel işlemler sonucu elde ettiği verilerin birbirine eşit olduğunu göstererek ispatını tamamlamıştır. Yani öğrenci eski bilgileri yardımıyla yeni bilgilere ulaşmıştır. Bundan dolayı kavramsal ilişkilendirme yapıldığı için daha üst seviyede ispat yapmıştır. Bu öğrenci cevabı 3. Seviye olan Sosyal Örnek ispat düzeyi kategorisine alınmıştır.



Yukarıdaki cevap incelendiğinde öğrenci 8^o ın 1 olduğunu üslü sayılarla bölme işleminde tabanlar aynı iken üslerin birbirinden çıkarılması formülünde 8^8 örneğini ele alarak üslerdeki 8'leri birbirinden çıkartarak 8^o'ı 1 olarak bulmuştur. Aynı sayıların birbirine bölümünde de 1 sonucunu elde ettiğimizi 5'i 5'e bölerek bulduğunu göstermiştir. Yine öğrenci kavramsal ilişkilendirme yaparak durumun varlığını ispatlamaya çalışmıştır. Bundan dolayı öğrenci cevabı 3. Seviye olan Sosyal Örnek ispat düzeyindedir.

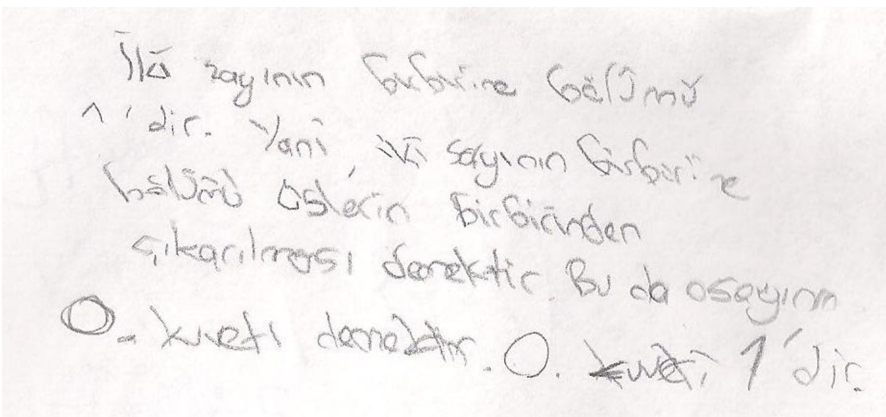


Yukarıdaki cevap incelendiğinde öğrenci ilkönce mevcut duruma uygun örnekler bulmuştur. 2, 3 ve 4 tamsayılarının 0. kuvvetlerini 1 olarak göstermiştir. Öte yandan ispatın devamında 2^2 üslü sayısını yine 2^2 üslü sayısına bölerek 1 i elde etmiştir. Açıklamasını da sözel olarak aşağıya yapmıştır. Öğrenci "Üslerdeki aynı sayıları birbirinden çıkarmak 0'ı verir" cümlesiyle tabanları aynı olan sayıların aynı üslerini birbirinden çıkardığımzda 0. Kuvveti elde ederiz demek istemiştir. 0. kuvvetin de 1'e eşit olduğunu yukarıda yaptığı işlemlere dayandırarak sözel olarak ifade etmiştir. Bundan dolayı kavramsal ilişkilendirme yapıldığı için 3. Seviye olan Sosyal Örnek ispat düzeyindedir.

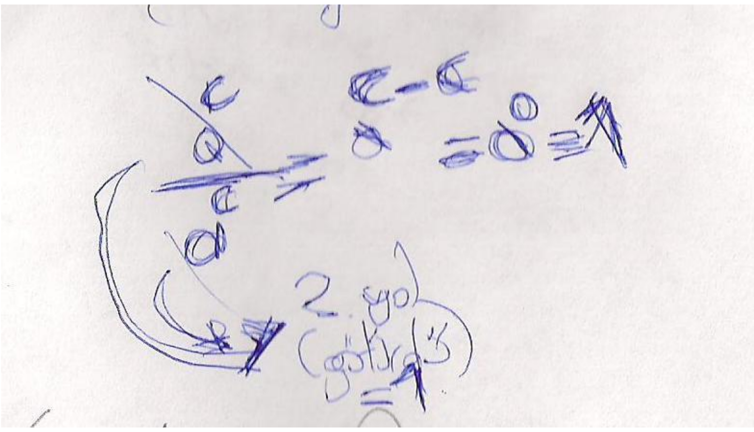


Bu örnekte öğrenci "aynı sayıları birbirine böldüğümüzde sonuç 1 olur" cümlesi ile ispatının tamamlandığını düşünerek ispatını bitirmiştir. Öğrenci bu cümlesiyle üsleri aynı ve tabanları aynı olan sayıların aynı sayılar olduğunu ve bu aynı sayıları birbirine böldüğümzde sonucun her zaman 1 olduğunu tamamen sözel ifade kullanarak açıklamaya çalışmıştır. Sözel bir şekilde ispat yapılmıştır ancak yeterli düzeyde kavramsal dayandırmalar olmadığı için 3. İspat seviyesi olan Sosyal Örnek ispat düzeyinde yer almaktadır.

Aşağıda en üst ispat düzeyi 4. İspat seviyesi olan Düşünce Deneyi ispat düzeyinde öğrenci cevapları bulunmaktadır.



Yukarıdaki öğrenci, cevabında tamamen sözel ifadeler kullanmıştır. "İki sayının birbirine bölümü birdir. Yani iki sayının birbirine bölümü üslerin birbirinden çıkarılması demektir. Bu da o sayının 0. kuvveti demektir. 0. kuvveti 1'dir" cümlesini yazmıştır. Bu cümle ile öğrenci iki sayının birbirine bölümü ifadesini kullanırken iki aynı sayının birbirine bölümünü ifade etmeye çalışmıştır. Diğer matematiksel bilgi olan üsleri aynı ve tabanları aynı olan sayıların birbirine bölümünde üslerin birbirinden çıkarılması gerektiği kuralını kullanarak bu iki ifadenin aslında aynı ilişkilendirmeye bizi götürdüğünü, 0. kuvveti ifade ettiğini ve 0. kuvvetin 1'e eşit olduğunu sözel olarak ifade etmişti. Öğrencinin bu cevabıyla neden-sonuç ilişkisine dayalı bir şekilde yalnızca matematiksel cümle ifadelerini kullanarak genellemeye gittiği görülmektedir. Bu öğrenci cevabı en üst düzey olan 4. İspat seviyesi Düşünce Deneyi ispat seviyesi kategorisinde yer almıştır.



Yukarıdaki cevap tam olarak 4. Seviye ispat olan Düşünce Deneyi ispat düzeyinin en belirgin örneğidir. Öğrenci c'yi ve a'yı herhangi bir tamsayı olarak almıştır. Bu iki tamsayıdan a^c şeklinde olacak şekilde ayrıca üslü bir sayı elde etmiştir. Daha sonra iki yolu da bu matematiksel ifadeler üzerinde uygulamıştır. İlkönce a^c sayısını kendisine bölmüştür. İki sayı birbirinin aynısı olduğu için bölüm esnasında birbirini götürdüğünü ifade ederek sonucun 1 olduğunu göstermiştir. Öte yandan üslerini birbirinden çıkartarak $a^{c-c}=a^o$ 'ı elde etmiştir. $a^o=1$ ifadesiyle 0. kuvvetin 1'e eşit olduğunu ispatlamıştır. Tamamen harfli ifadelerle kavramlar üzerinden matematiksel anlatım ile ispat yapılmıştır. Bundan dolayı bu öğrenci cevabı 4. İspat düzeyi yani en üst düzey olan Düşünce Deneyi ispat seviyesi basamağında yer almıştır. Birden çok kavramı birbiri ile neden-sonuç ilişkisine dayandırarak ispat etmiştir.

Öğrenci cevaplarının tamamına yukarıdaki örneklerde sunulduğu gibi nitel olarak analiz yapılmıştır.

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

4.BULGULAR VE YORUMLAR

4.1.Ders Kitabı İncelemesi Kısmı Bulgular ve Yorum

Çalışma dahilinde 6,7,8. sınıf ilköğretim matematik dersi kitaplarında yer alan bütün etkinlikler konu alanlarına göre gruplara ayrılıp Balacheff'in ispat seviyelendirmelerine göre tek tek incelenerek sınıflandırılmıştır. Elde edilen tüm veriler sınıflar ve konu alanına göre gruplandırılarak tablo haline getirilmiştir. Daha sonra bu tabloların sistematik bir yaklaşım ile sözel ve grafiksel yorumları yapılmıştır.

Bu bilgiler doğrultusunda ilköğretim 6, 7, 8. sınıf matematik ders kitabındaki etkinlikler sistematik bir şekilde incelenerek Balacheff'in hangi ispat seviyesi düzeyinde olduğu tespit edilmiştir. Daha sonra bu etkinlikler cebir, geometri, istatistik ve olasılık, kümeler ve mantık olmak üzere dört konu alanı başlığı altında toplanmıştır. Konu başlıkları dahilinde her sınıf kitabı ayrı ayrı tablolara aktarılmıştır. Her kademedeki kitap için hazırlanmış tablolar grafiklere aktarılarak daha düzgün daha anlaşılır bilgi elde edilmesi sağlanmıştır.

Aşağıda 6. sınıf matematik ders kitabı incelemesi sonucu elde edilmiş veri tablosu bulunmaktadır.

6. Sınıf	**Düzeyi**			
Etkinliğin Adı Sayfa Numarası	**NE (Saf Deneycilik)**	**CE (Önemli Deney)**	**GE (Sosyal Örnek)**	**TE (Düşünce Deneyi)**
Kalemliğimdeki eşyalar syf:2	X			
Çember Oyunu syf:2	X			
Hayvanlar Alemi 1 syf:3	X			
Hayvanlar Alemi 2 syf:4	X			
Yemek	X			

Yapıyoruz syf:6				
Öğrencilerimizin Kümesi syf:9	X			
Tablodaki Örüntü 1 syf:16		X		
Tablodaki Örüntü 2 syf:17	X			
9 ile Bölünebilme syf:18	X			
4 ile Bölünebilme syf:19		X		
Alanı Aynı Şekli Farklı syf:20	X			
100lük Tabloda Katlar syf:21	X			
Açılışa Hoşgeldiniz syf:23	X			
Tüm Dünya Çocuklarının Bayramı syf:28	X			
Arkadaş Toplantısı syf:32	X			
Hayvan Dostlarımızın Sağlığı syf:37	X			
Tahmin Edelim syf:40	X			
Boyalı Bölgeler syf:43	X			
Kesirleri Bölelim syf:48	X			
Dünya'nın En Eski Sporu Atletizm-1 syf:54	X			
Dünya'nın En Eski Sporu Atletizm-2 syf:57	X			
Ondalık Açılım syf:59	X			
Yiğitcan'ın	X			

Projesi syf:60				
Sebze ve Meyve Bahçeleri syf:62	X			
Ondalık Kesirleri Nasıl Çarparız? Syf:65	X			
Yağ Satarım Bal Satarım syf:71	X			
Matematikçe Konuşalım syf:84		X		
Örüntü Oluşturuyoruz syf:89		X		
Sayıların Üslü Gösterimi syf:91		X		
Denklem Kuruyorum syf:94	X			
Yük Taşıyorum syf:97	X			
Uzaklıkları Topluyorum-1 syf:108		X		
Oturma Planı syf:109	X			
Uzaklıkları Topluyorum-2 syf:111		X		
Birim Küp Sayısı syf:112	X			
Sıcaklıklar syf:118	X			
Tamsayıları Karşılaştıralım syf:119	X			
Uzaklığı Bulalım syf:121	X			
Orantılı Düşünelim syf:126	X			
Fındıklı Kurabiye syf:129	X			
Sağlığınız İçin	X			

Süt İçin syf:134				
Hangisi Daha Uzun syf:144		X		
Dereceli Kaplar syf:148	X			
Tek Nokta syf:156	X			
Doğru Nasıl Oluşur syf:156	X			
İki Noktadan Geçen Doğru syf:157	X			
Doğru Parçası ve Işın Oluşturalım syf:159	X			
Eş Doğru Parçası Oluşturalım syf:160	X			
Doğruların Durumları syf:162	X			
Doğru ile Düzlemin Durumları syf:163	X			
Açının Ayırdığı Bölgeler syf:166	X			
Bir Açıya Eş Bir Açı İnşa Ediyoruz syf:167	X			
Açıortay Oluşturalım syf:168	X			
Komşu Açılar syf:170	X			
Tümler Açılar syf:171	X			
Bütünler Açılar syf:171	X			
Ters Açılar syf:174	X			

Çokgenleri İsimlendirelim syf:176		X		
Kare ve Dikdörtgen Çizelim syf:177	X			
Benzer ve Eş Şekiller syf:179	X			
Eşit, Benzerlik syf:180		X		
Öteleme Yapalım syf:182	X			
Çokgenlerle Örüntü Oluşturalım syf:184		X		
Birbirini Tamamlayan Şekiller syf:185	X			
Çevre Uzunluğunu Tahmin Edelim syf:192	X			
Kenardan Çevreye syf:197	X			
Dikdörtgen Oluşturalım syf:199	X			
Tahmin Edelim syf:201	X			
Prizma Oluşturuyorum syf:206	X			
Prizma Yapıyorum syf:208	X			
Eş Küplerle Oluşturulmuş Yapılar syf:210	X			
Yüzey Alanı Hesaplayalım syf:212	X			
Küpleri Sayalım syf:216	X			
Küp Oluşturalım	X			

syf:221				
Hangisiyle Ölçelim syf:223	X			
Ne Alabilirim? syf:230	X			
Sayı Çarkı syf:232	X			
Marmara Denizi Oyunu syf:233	X			
Voleybol Turnuvası syf:238	X			
Grafik Çizelim syf:239	X			
Atık Piller syf:242	X			
Yeşil Alan syf:248	X			

Tablo 4.1: 6. Sınıf Ders Kitabı Etkinlikleri

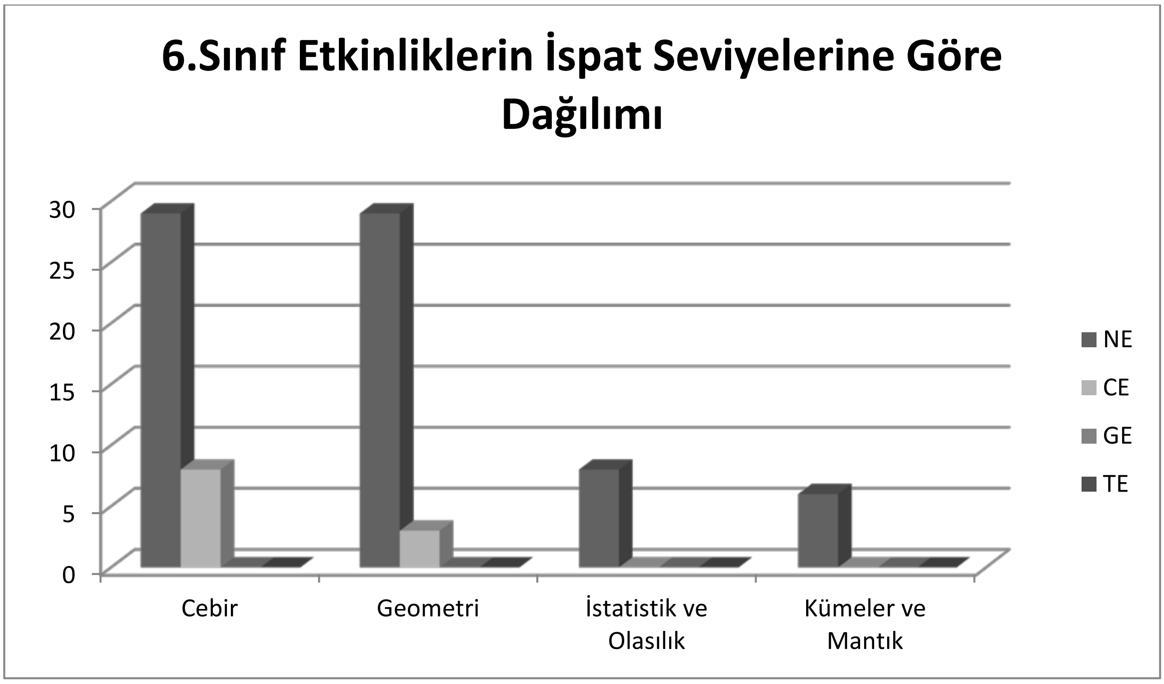
Yukarıdaki tablo cebir, geometri, istatistik ve olasılık, kümeler ve mantık olmak üzere 4 konu başlığı altında yeniden düzenlenerek aşağıdaki tabloya aktarılmıştır.

6.sınıf	**Düzeyi**				
Konu Alanı	**NE (Saf Deneycilik)**	**CE (Önemli Deney)**	**GE (Sosyal Örnek)**	**TE (Düşünce Deneyi)**	**Toplam**
Cebir	29	8	-	-	37
Geometri	29	3	-	-	32
İstatistik ve Olasılık	8	-	-	-	8
Kümeler ve Mantık	6	-	-	-	6
Toplam	72 (%86,7)	11 (%13,2)	-	-	83 (%100)

Tablo 4.2: 6. Sınıf Ders Kitabı Etkinlikleri İspat Düzeyleri

Tabloya göre 6.sınıf matematik ders kitabında toplam 83 etkinlik bulunmaktadır. Bu etkinliklerin 37'si cebir, 32'si geometri, 8'i istatistik ve olasılık, 6'sı kümeler ve mantık konusu kategorisinde yer almaktadır. Cebir konusunda yer alan 37 etkinliğin 29'u saf deneycilik, 8'i önemli deney ispat seviyesindedir. Geometri konusunda yer alan 32 etkinliğin 29'u saf deneycilik, 3'ü önemli deney ispat seviyesindedir. İstatistik ve olasılık konusunda yer alan 8 etkinliğin tümü saf deneycilik ispat seviyesinde, kümeler ve mantık konusunda ise yer alan 6 etkinliğin tümü yine saf deneycilik ispat seviyesinde olduğu görülmektedir.

Daha düzenli bir yapıda incelenmesi için tablodaki veriler grafiğe aktarılmıştır.



Grafik 4.1: 6. Sınıf Ders Kitabı Etkinliklerinin İspat Seviyelerine Göre Dağılımı

Grafikten de görüldüğü üzere 6.sınıf kitabında yer alan etkinlikler çoğunlukla saf deneycilik(naive empricism) seviyesinde kalmış ancak çok az bir kısmı önemli deney (crucial experiment) seviyesinde yer almaktadır.

Bazı konu başlıklarında bir konu ile ilgili verilen tek etkinlik önemli deney(crucial experiment) de yer almıştır. Öğrencinin anlamasını kolaylaştıracak daha alt seviyede bulunan alternatif ayrıca bir etkinliğe yer verilmemiştir. Kitabın başından sonuna kadar ardışık bir şekilde alt ispat seviyelendirmelerinden daha üst seviyelendirmelere gitme amacı güdülmemiştir.

7.sınıf matematik dersi kitabı etkinlikleri sistematik bir şekilde etkinlik adları ve Balacheff'in ispat seviyelerine göre incelenerek elde edilen veriler aşağıdaki tabloya aktarılmıştır.

7. Sınıf	**Düzeyi**			
Etkinlik Adı Sayfa Numarası	**NE (Saf Deneycilik)**	**CE (Önemli Deney)**	**GE (Sosyal Örnek)**	**TE (Düşünce Deneyi)**
Pullarla Toplama İşlemi syf:14		X		
Pullarla Çıkarma İşlemi syf:16		X		
Sayma Pulları ile Çarpma İşlemi syf:18	X			
Çarpma İşleminin Özellikleri syf:19		X		
Sayma Pulları ile Bölme İşlemi syf:22		X		
-1 ½ nerede? Syf:26	X			
Rasyonel Sayıların Gösterimi syf:27	X			
Rasyonel Sayıları Karşılaştır ve Sırala syf:29		X		
Dikme İnşa Edelim syf:34	X			

En Kısa Doğru Parçası syf :35	X			
Doğru Parçasının Orta Dikmesi syf:35	X			
Paralel Çizelim Syf:36	X			
Tahta Üzerinde Üç Doğru syf:38	X			
İki Paralel Doğru ve Bir Kesen syf:39	X			
İki Doğru ve Bir Kesen syf:39	X			
Eş Açılarım syf:42	X			
Bir Açının Ölçüsünü Biliyorsam Bütün Açıların Ölçüsünü Bulabilir miyim? Syf:43	X			
Boyalı Kısımlar syf:50	X			
Tablodaki Özellikler syf:51	X			
Toplama Kutusu syf:53		X		
Çıkarma Tablosu syf:54	X			
Kesirlerle Çarpma syf:57	X			
Çarpma Tablosu syf:58	X			
Çarpma Kutusu syf:60		X		
Çarpma ve Toplama İşlemleri	X			

Birarada syf:61				
Kesirlerle Bölme syf:62	X			
Benzerlerle Yapılan İşlemler syf:67	X			
Tekli ile Çiftlinin Çarpışması syf:68	X			
En Sade Eş Değer syf:69	X			
Çiftli İle Çiftlinin Çarpışması syf:70	X			
Müzeye Gidiyoruz syf:74	X			
Yarım Elmalar syf:77	X			
Elemanlarım ve Özellikleri syf:84		X		
Harflerim Nerede? Syf:85	X			
Doğru ile Çemberin Arkadaşlığı syf:86	X			
Çember ve Açıları syf:88	X			
Açıların İlişkisi syf:89	X			
Daire Keselim syf:90	X			
Kefelerdeki Oran 1 syf:100	X			
Kefelerdeki Oran 2 syf:101	X			
Gerçekten Ölçeğe syf:107	X			
Çokgenlerin	X			

Açıları Köşegenleri syf:111				
Çokgenlerin Açıları syf:112		X		
Eş ve Benzer syf:116	X			
Benzerlik Oranı syf:116		X		
Türk Bayrağının Çizilmesi syf:122	X			
Grafikleri Birleştirelim syf:125	X			
Dairenin Dilimleri syf:126	X			
Yanlış Yorumlanan Grafik syf:131	X			
Raptiye Nasıl Düşer? Syf:134		X		
Çok Adımlı İşlemler syf:144		X		
Karışık İşlemler syf:144	X			
Tablodan Denkleme syf:154		X		
Uzunlukdaki Değişim syf:154		X		
Aynı Şekli Oluşturma syf:158		X	?	
Kim, Nerede? Syf:159		X		
Sıralı ikililerden Doğruya		X		

syf:162				
Ders Sıralaması syf:166	X	?		
Nereye Gidelim? syf:169		X		
Sayılarla Olasılık syf:171	X			
Olasılık ve Alan syf:175		X		
Aynısını Bulalım syf:184	X			
Patates Baskısı syf:185	X			
Ok Nereyi Gösteriyor? Syf:186	X			
Yoncanın Hareketi syf:187	X			
Süsleyelim syf:189	X			
Çokgenlerle Süsleme syf:190	X			
Küçük Modelle Büyük Süsleme syf:191	X			
Tekrar ederek Artan Sayılar syf:194	X			
Sayıdan Şekle syf:195		X		
Önce Alışveriş Sonra Fiş syf:199	X			
Ödemelerde İndirim ve Taksit İmkanı syf: 200	X			

Aynı Ürünün Farklı Boyut ve Fiyatları syf:201	X			
Kredi Kartları Borçlarını Zamanında Ödeyelim syf:204	X			
Dairesel Silindir Nasıl Oluşur? Syf:212	X			
Dik Dairesel Silindirin Açınımı syf:213	X			
Görünüme Göre Yapı Oluşturuyorum syf:215	X			
Doğru Yapıyı Oluşturalım syf:215	X			
İplerden Dikdörtgenler syf:219		X		
Kareliler Takımı syf:219		X		
Alanda Tahmin syf:221		X		
Paralelkenarsal Bölgenin Alanı syf:221		X		
Eşkenar Dörtgensel Bölgenin Alanı syf:222		X		
Yamuksal Bölgenin Alanı syf:223		X		
Çemberin Uzunluğunu Tahmin	X			

Edelim syf:227				
Çember Yayının Uzunluğu syf:227		X		
Dairede Alan Tahmini syf:228	X			
Daire ve Daire Diliminin Alanı syf:229		X		
Dik Dairesel Silindirin Yüzey Alanı syf:232		X		
Paralarla Hacim Hesabı syf:233		X		

Tablo 4.3: 7. Sınıf Ders Kitabı Etkinlikleri

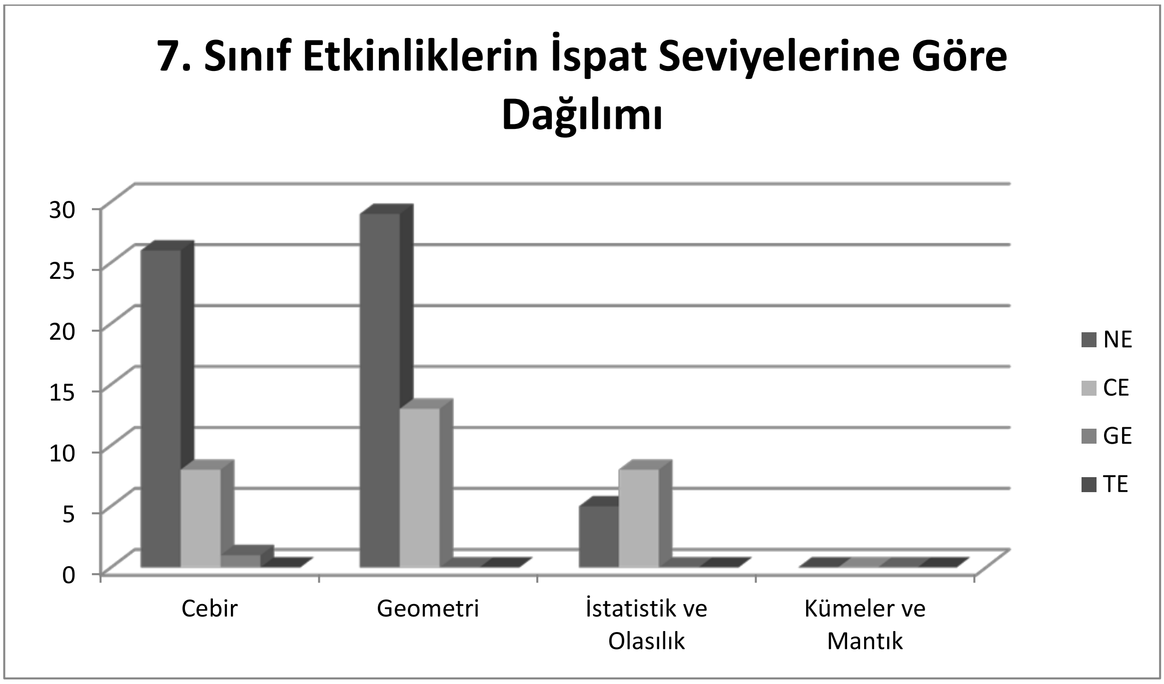
Yukarıdaki etkinlik tablosu cebir, geometri, istatistik ve olasılık, kümeler ve mantık olmak üzere 4 konu başlığı altında yeniden düzenlendiğinde aşağıdaki tablo elde edilir.

7.sınıf	**Düzeyi**				
Konu Alanı	**NE (Saf Deneycilik)**	**CE (Önemli Deney)**	**GE (Sosyal Örnek)**	**TE (Düşünce Deneyi)**	**Toplam**
Cebir	26	8	1	-	35
Geometri	29	13	-	-	42
İstatistik ve Olasılık	5	8	-	-	13
Kümeler ve Mantık	-	-	-	-	-
Toplam	60 (%66,6)	29 (%32,2)	1 (%1,11)	-	90 (%100)

Tablo 4.4: 7. Sınıf Ders Kitabı Etkinlikleri İspat Düzeyleri

Tabloya göre 7.sınıf matematik ders kitabında toplam 90 etkinlik bulunmaktadır. Bu etkinliklerin 35’i cebir, 42’si geometri, 13’ü istatistik ve olasılık konusu kategorisinde yer almaktadır. Kümeler ve mantık konu kategorisinde ise hiç etkinlik yer almamaktadır. Cebir konusunda yer alan 42 etkinliğin 26'sı saf deneycilik, 8'i önemli deney, 1'i ise sosyal örnek ispat seviyesindedir. Geometri konusunda yer alan 42 etkinliğin 29'u saf deneycilik, 13'ü önemli deney ispat seviyesindedir. İstatistik ve olasılık konusunda yer alan 13 etkinliğin 5'i saf deneycilik, 8'i ise önemli deney ispat seviyesinde yer almaktadır. Kümeler ve mantık konusunda ise etkinlik olmadığı için seviyelendirme yapılmamıştır.

Daha düzenli bir yapıda incelenmesi için tablodaki veriler grafiğe aktarılmıştır.



Grafik 4.2: 7. Sınıf Ders Kitabı Etkinliklerinin İspat Seviyelerine Göre Dağılımı

Grafik yorumlanacak olursa; kitabın genelinde etkinliklerin saf deneycilik(naive empricism) ile önemli deney(crucial experiment) arasında geçişlerle sınırlı kalmıştır. 7.sınıf kitabında cebir konusuna önemli deney(crucial experiment) seviyesindeki etkinliklerle giriş yapılırken, geometri konusuna daha alt seviye olan saf deneycilik(naive empricism) seviyesinden etkinliklere yer verilerek giriş yapıldığı görülmektedir. Tamsayılarla işlemler konusunda öğrenci önemli deney(crucial experiment) seviyesine taşınırken rasyonel sayılarla işlemler konusunda tekrar saf deneycilik(naive empricism) seviyesine geri dönülmüştür.

6.sınıf kitabındaki seviyelendirmelere göre daha üst gruptan daha fazla etkinlik örneğine yer verilmiş olmasına karşın Geometri konularında gözlenen alt seviyeden üst seviyeye doğru geçişin cebir konularında görülmediği, ardışıklık amacı güdülmediği görülmektedir.

8. Sınıf	**Düzeyi**			
Etkinliğin Adı Sayfa Numarası	**NE (Saf Deneycilik)**	**CE (Önemli Deney)**	**GE (Sosyal Örnek)**	**TE (Düşünce Deneyi)**
Devam Eden Kareler syf:14		X		
Koordinat Düzleminde Yansıma ve Öteleme Syf:17	X			
Şeklimizi Döndürelim syf: 18	X			
Öteleme ve Yabsıma syf:20	X			
Fazla Verilerle Tablo ve Grafik Oluşturalım syf:24	X			
Negatif Kuvvetler syf:28		X		
Sonuç Negatif mi Pzitif mi? syf:30			X	

Çarpımın Üslü Gösterimi syf:32		X		
Bölümün Üslü Gösterimi syf:32		X		
Çok Büyükler ve Çok Küçükler syf:33			X	
Yazı mı Tura mı? Syf:40		X		
Kağıt Çekelim syf:42		X		
Torbadaki Kalemler syf:43		X		
Karesel Bölgenin alanı ile Kenarı syf:47		X		
Karekök Tahmini syf:48	X			
Çokgenlerin Çevre Uzunlukları syf:51		X		
Kareköklü Sayılarla Çarpma İşlemi syf:53		X		
Farklı Gösterim syf:53			X	
Kareköklü Sayılarla Bölme İşlemi syf:54			X	
Her Ondalık Kesir Rasyonel Sayı mıdır? Syf:57			X	
Sayı Kümeleri syf:58			X	

Standart Sapma syf:62	X			
Üçkenar syf:70	X			
Bir Kenar İki Açı syf:70	X			
Üçgenin Elemanları syf:72	X			
Üçgenlerde Yükseklik syf:72		X		
Üçgen Oluşur mu? Syf:75	X			
Katlayıp Ölçelim syf:77	X			
Pisagor Bağıntısını Oluşturalım syf:80		X		
Karesel Sayılar syf:86		X		
Sayı Dizileri syf:87		X		
Fark ne? Syf: 88	X			
$(a+b)^2=?$ Sayfa 90		X		
Harfli İfadelerin Çarpanları syf:92			X	
Sadeleştirme syf:96	X			
Rasyonel İfadelerle İşlemler syf:97	X			
Renk Seçimi syf:106	X			
Denklem Çözelim syf:109	X			
Üçgenleri			X	

Karşılaştıralım syf:113				
Dik Üçgen Prizmanın Yüzey Alanı syf:127		X		
Dik Üçgen Prizmanın Hacmi syf:128		X		
Piramid Oluşturalım syf:132	X			
Koni Oluşturalım syf:133	X			
Küre Oluşturalım syf:134	X			
Piramidin Yüzey Alanını Bulalım syf:142		X		
Alanı Tahmin Edelim syf:143	X			
Dik Koninin Alanı syf:148		X		
Küreyi Kaplayalım syf:152		X		
Kum Piramit syf: 156		X		
Doldur Boşalt Sayfa: 160		X		
Pin pon topu ve Kutusu syf:163		X		
Bir nokta Perspektifi syf:167	X			
İki Nokta Perspektifi syf:169	X			
Kesik Cisimler	X			

syf:172				
Kaç Yüzlü? Syf:173	X			
Çok Küplülerle Yapı Oluşturalım syf:182	X			
Geometrik Cisimlerin Simetrileri syf:185			X	
Eğimi Keşfedelim syf:189		X		
Eğimi Belirlemenin Kısa Yolu syf:192		X		
Koordinat Sisteminde İki Grafik syf:193	X			
Terazide Denge ve Dengesizlik syf:198		X		
Dengesizlik syf:198		X		
Eşitsizlik Grafiğini Çizelim syf:200	X			
Trigonometrik Oranlar syf:209		X		

Tablo 4.5: 8. Sınıf Ders Kitabı Etkinlikleri

Yukarıdaki tablo cebir, geometri, istatistik ve olasılık, kümeler ve mantık olmak üzere 4 konu başlığı altında yeniden düzenlenirse;

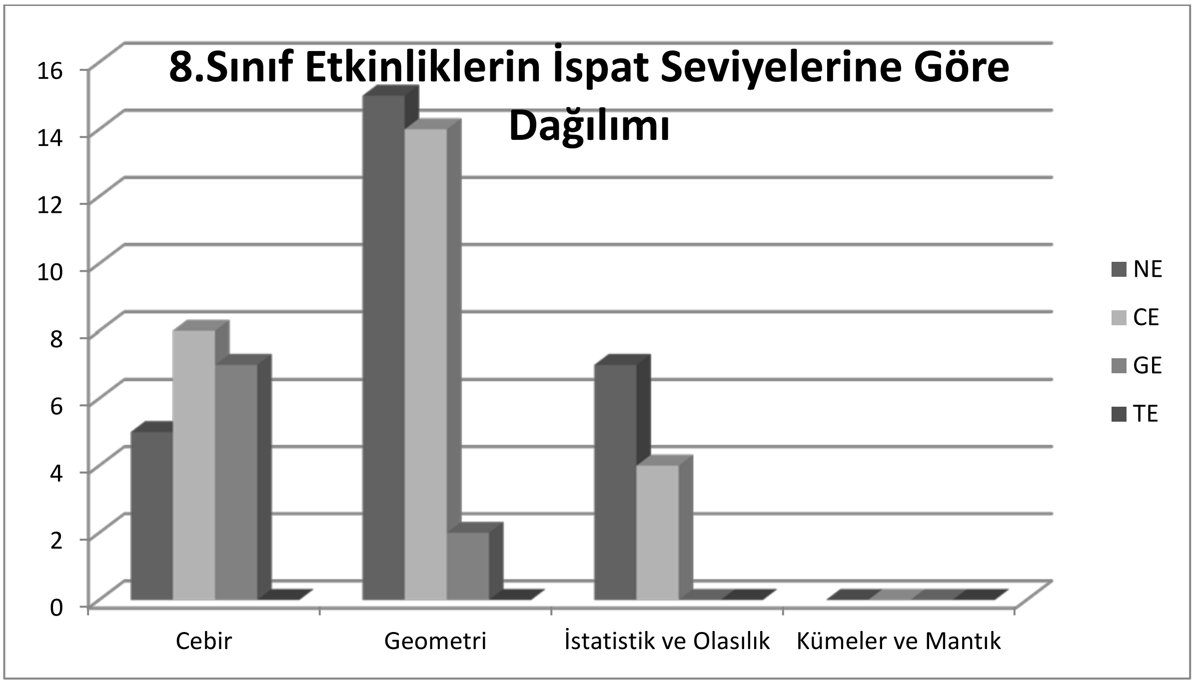
8.sınıf	Düzeyi				
Konu Alanı	**NE (Saf Deneycilik)**	**CE (Önemli Deney)**	**GE (Sosyal Örnek)**	**TE (Düşünce Deneyi)**	**Toplam**
Cebir	5	8	7	-	20
Geometri	15	14	2	-	31
İstatistik ve Olasılık	7	6	-	-	13
Kümeler ve Mantık	-	-	-	-	-
Toplam	27 (%42,18)	28 (%43,75)	9 (%14,06)	- (%0)	64 (%100)

Tablo 4.6: 8. Sınıf Ders Kitabı Etkinlikleri İspat Düzeyleri

Tabloya göre 8.sınıf matematik ders kitabında toplam 64 etkinlik bulunmaktadır. Bu etkinliklerin 20’si cebir, 31’i geometri, 13’ü istatistik ve olasılık konusu kategorisinde yer almaktadır. Kümeler ve mantık konu kategorisinde ise hiç etkinlik yer almamaktadır. Cebir konusunda yer alan 20 etkinliğin 5’i Saf Deneycilik, 8’i Önemli Deney, 7’si ise Sosyal Örnek düzeyindedir ve Düşünce Deneyi ispat seviyesinde hiçbir örnek yer almamaktadır. Geometri konusunda yer alan 31 etkinliğin 15’i Saf Deneycilik, 14’ü Önemli Deney, 2’si Sosyal örnek ispat seviyesindedir. İstatistik ve olasılık konusunda yer alan 13 etkinliğin 7’si Saf Deneycilik, 6’sı ise Önemli Deney ispat seviyesinde yer almaktadır. Kümeler ve mantık konusunda ise etkinlik olmadığı için seviyelendirme yapılmamıştır.

Tüm etkinliklerin %42,18’i Saf Deneycilik düzeyinde, %43,75’i Önemli Deney, %14,06’sı Sosyal Örnek seviyesinde yer almaktadır ve Düşünce Deneyi seviyesinde hiçbir örnek yer almadığı için %0 dır.

Tablodaki verileri grafiğe aktaracak olursak daha açık bir önizleme yapılmış olur.



Tablo 4.3: 8. Sınıf Ders Kitabı Etkinliklerinin İspat Seviyelerine Göre Dağılımı

8.sınıf kitabında önemli deney(crucial experiment) seviyesinden daha çok etkinliklere yer verildiği görülmüştür. Ayrıca hala saf deneycilik seviyesinde azımsanmayacak miktarda etkinlik olduğu görülmektedir. Buna karşılık bir sene sonra devam eden cebir ve geometri konularında sıklıkla karşılaşacakları 4.seviye olan düşünce deneyi(thought experiment) seviyesinde hiçbir örnekle karşılaşılmamıştır. Bu etkinliklerin istenilen ispat düzeyinde olmadığını gösterir.

Geometri konularının genelinde alt seviye ispat yöntemi olan saf deneycilik(naive empricism) seviyesinde çok fazla etkinlik sunulmuştur. Ardışık seviyelendirmeye uygun etkinlik örnekleri sıralanmamıştır. Yer yer üst seviyeye taşınan öğrencilerin yer yer yine alt seviyelere indirildiği gözlenmiştir. Aynı konuyla ilgili birden fazla etkinliğe yer verilen bölümlerde bütün etkinlikler aynı seviye grubunda kalmıştır. Aynı konu başlığı ile ilgili olan birden fazla verilen etkinlik örneklerinin farklı seviyelere uygun olarak hazırlanarak farklı seviye ispat grubundaki öğrencilere hitap edecek biçimde öğrencilerin bireyselliği göz önüne alınarak hazırlanmamıştır. Ayrıca ispat niteliği taşımayan, sadece öğrenciye genel tekrar amacı güdülerek hazırlanmış alıştırma kategorisine sokabileceğimiz etkinlikler de mevcuttur. Bu yüzden bu etkinlikler Balacheff seviyelendirmelerinde bir kategoriye sokulmamıştır.

Etkinlikler genel anlamda yapılandırmacılığı temele alarak hazırlanmış olsa da, ispatın yapısına tam olarak uygun düşmeyen etkinlik örneklerinin de bulunduğu görülmüştür. Etkinliklerin alt seviye gruplarında sıkışıp kaldığı sınıf düzeylerine uygun olarak üst seviyelerdeki etkinlik örneklerine yer verilmemiştir. Bir eğitim öğretim yılı boyunca ardışık düzende etkinliklerde gözlenen ispat seviyelerinin üst seviyelere taşınması beklenirken, dönem yılı sonunda dahi hala alt seviye ispat seviyesinde bulunan etkinlik örnekleri bulunmaktadır. Konu bütünlüğü esas alınmadan konuların yarım bırakılması nedeniyle istikrarlı bir ispat düzeni yoktur. Her konu başlığı ile ilgili birden fazla etkinlik bulunan bölümlerde tüm etkinlikler aynı ispat seviyesinde kalmış olup farklı ispat seviyelerinde etkinlik örnekleri öğrencilere sunulmamıştır. Her sınıf düzeyinde farklı şekillerde geometri ve matematik konuları incelenmiş olmasına karşın alt ispat seviyesinden üst ispat seviyelerine düzenli bir geçişe rastlanmamıştır. Öğrencilerin bireyselliğine uygun biçimde farklı ispat yolları ve farklı ispat seviyelerinde etkinlik örnekleri yoktur.

6.sınıf düzeyinde etkinliklerin çoğunluğuna hakim olması beklenen saf deneycilik ispat seviyesinde etkinlik örnekleri, küçük bir paya sahip olması beklenen önemli deney seviyesindeki etkinlik örnekleri ders kitabında olması gereken şekliyle yer almaktadır. 7. Sınıf kitabında artık bir üst seviyedeki etkinliklere daha fazla yer verilmiştir ancak bu fazlalık istenen seviyeyi yakalayamamıştır. Etkinliklerin çoğu alt seviyelerdeki ispat düzeylerinde kalmıştır. 8.sınıf kitabında en basit ispat seviyesinde fazlaca etkinlik yer almaktadır. Buna karşılık karşılaşılması beklenen en üst seviye ispat gerektiren etkinliğe rastlanmamıştır. Üst seviyeden düşünce deneyinden etkinlik örneklerinin sayıca yetersiz olduğu görülmektedir. Çoğunun sosyal örnek seviyesinde yer alması beklenen etkinliklerin, yine alt seviyeler olan saf deneycilik ve önemli deney seviyelerinde kalmış olduğu görülmektedir.

4.2.Öğrencilerin İspat Becerileri Düzeyleri Kısmı Bulgular ve Yorumlar

Öğrencilerin ispat yapabilme düzeyleri 2 soru sorularak değerlendirilmiştir. Öğrencilere numaralar verilerek daha anlaşılır veri analizi yapılmıştır. Ayrıca Balacheff'in seviyelendirmelerine düzey farkı göz önüne alınarak numaralar verilmiştir. Bu numaralandırma işlemine göre 1 numaralı ispat seviyesi Balacheff 1.İspat Düzeyini (Saf Deneycilik), 2 numaralı ispat seviyesi Balacheff 2.İspat Düzeyini (Önemli Deney), 3 numaralı ispat seviyesi Balacheff 3.İspat Düzeyini (Sosyal Örnek), 4 numaralı ispat seviyesi Balacheff 4.İspat Düzeyini (Düşünce Deneyi) temsil etmektedir.

Öğrencilerin 1 numaralı ispat sorusuna verdikleri cevaplar analiz edildiğinde aşağıdaki tablo elde edilmiştir.

Öğrenci Numaraları	**İspat Seviyeleri**
	Soru 1
Öğr 1	3
Öğr 2	1
Öğr 3	1
Öğr 4	1
Öğr 5	1
Öğr 6	2
Öğr 7	1
Öğr 8	2
Öğr 9	2
Öğr 10	2
Öğr 11	2
Öğr 12	1
Öğr 13	1

Öğr 14	1
Öğr 15	1
Öğr 16	1
Öğr 17	1
Öğr 18	1
Öğr 19	1
Öğr 20	1
Öğr 21	1
Öğr 22	1
Öğr 23	1
Öğr 24	1
Öğr 25	4
Öğr 26	1
Öğr 27	3
Öğr 28	1
Öğr 29	4
Öğr 30	3
Öğr 31	1
Öğr 32	1
Öğr 33	1
Öğr 34	4
Öğr 35	4
Öğr 36	1
Öğr 37	1
Öğr 38	2
Öğr 39	1

Öğr 40	3
Öğr 41	1
Öğr 42	1
Öğr 43	3
Öğr 44	2
Öğr 45	2
Öğr 46	3
Öğr 47	3
Öğr 48	2
Öğr 49	2
Öğr 50	1
Öğr 51	1
Öğr 52	1
Öğr 53	1
Öğr 54	1
Öğr 55	1
Öğr 56	1
Öğr 57	1
Öğr 58	1
Öğr 59	1
Öğr 60	1
Öğr 61	1
Öğr 62	1
Öğr 63	1
Öğr 64	1
Öğr 65	1

Öğr 66	2
Öğr 67	1
Öğr 68	1
Öğr 69	1
Öğr 70	1
Öğr 71	1
Öğr 72	1
Öğr 73	1
Öğr 74	1
Öğr 75	1
Öğr 76	1
Öğr 77	2
Öğr 78	1
Öğr 79	1
Öğr 80	2
Öğr 81	1
Öğr 82	1
Öğr 83	1
Öğr 84	1
Öğr 85	1
Öğr 86	1
Öğr 87	2
Öğr 88	1
Öğr 89	2
Öğr 90	2
Öğr 91	1

Öğr 92	1
Öğr 93	3
Öğr 94	2
Öğr 95	1
Öğr 96	2
Öğr 97	2
Öğr 98	2
Öğr 99	1
Öğr 100	2
Öğr 101	2
Öğr 102	2
Öğr 103	2
Öğr 104	2
Öğr 105	1
Öğr 106	1
Öğr 107	3
Öğr 108	3
Öğr 109	2
Öğr 110	2

Tablo 4.7: Bririnci Soruya Verilen Cevaplara İlişkin İspat Seviyeleri Tablosu

SORU1	Balacheff'e Göre İspat Seviyeleri	Öğrenci Sayısı (Frekans)	% (Yüzde)
	1.İspat Düzeyi (Saf Deneycilik)	**69**	**62,72..**
	2.İspat Düzeyi (Önemli Deney)	**27**	**24,54..**
	3.İspat Düzeyi (Sosyal Örnek)	**10**	**9,09..**
	4.İspat Düzeyi (Düşünce Deneyi)	**4**	**3,63..**
		Toplam: 110	Toplam: 100

Tablo 4.8: Birinci Soruya Verilen Cevaplara İlişkin Yüzde ve Frekans Tablosu

Elde edilen 110 öğrenci cevabının 69 tanesi %62,72'si 1 numaralı ispat seviyesinde, Balacheff'in Saf Deneycilik seviyesinde kalmıştır. Bu da öğrenci cevaplarının yarısından fazlasının 1. Düzeyde Saf Deneycilik seviyesinde yer aldığı görülmektedir.

Öğrenci cevaplarının 27 tanesi %24,54'ü 2 numaralı ispat seviyesinde Balacheff'in Önemli Deney seviyesinde kalmıştır. Bu da öğrenci cevaplarının dörtte birlik kısmının 2. Düzey Önemli Deney seviyesinde yer aldığı görülmektedir.

Öğrenci cevaplarının 10 tanesi %9,09'u 3 numaralı ispat seviyesinde Balacheff'in Sosyal Örnek seviyesindedir. Bu da öğrenci cevaplarının onda birlik kısmının 3. düzey olan Önemli Deney seviyesinde yer aldığı görülmektedir.

Öğrenci cevaplarının ancak 4 tanesi %3,63'ü 4 numaralı ispat seviye en üst ispat seviyesi olan Balacheff'in Düşünce Deneyi seviyesine ulaşabilmiştir. Bu da öğrenci cevaplarının çok az bir kısmının en üst ispat seviyesinde yer aldığını göstermektedir.

Öğrencilerin bir sonraki eğitim-öğretim seviyesinde tamamıyla 4. Seviyede ispat gerektiren matematik öğretiminin yer aldığı bir eğitim-öğretim sürecine gireceği düşünülürse, üst düzey ispat yapan öğrencilerin sayısal değerinin çok az kaldığını, öğrencilerin olması gereken kadarının üst seviyedeki ispat seviyesine ulaşamadığı düşündürücü bir sonuç elde etmemizi göstermiştir.

Aynı şekilde sorulan 2. ispat sorusu için öğrenci cevapları analiz edildiğinde aşağıdaki tablo elde edilmiştir.

Öğrenci Numaraları	**İspat Seviyeleri**
	Soru 2
Öğr 1	3
Öğr 2	1
Öğr 3	1
Öğr 4	1
Öğr 5	1
Öğr 6	1
Öğr 7	1
Öğr 8	2
Öğr 9	2
Öğr 10	2
Öğr 11	1
Öğr 12	1
Öğr 13	1
Öğr 14	1
Öğr 15	1

Öğr 16	1
Öğr 17	1
Öğr 18	1
Öğr 19	1
Öğr 20	1
Öğr 21	1
Öğr 22	1
Öğr 23	1
Öğr 24	1
Öğr 25	3
Öğr 26	1
Öğr 27	3
Öğr 28	1
Öğr 29	4
Öğr 30	2
Öğr 31	1
Öğr 32	1
Öğr 33	1
Öğr 34	4
Öğr 35	4
Öğr 36	1
Öğr 37	1
Öğr 38	3
Öğr 39	1
Öğr 40	4
Öğr 41	1

Öğr 42	1
Öğr 43	3
Öğr 44	3
Öğr 45	2
Öğr 46	3
Öğr 47	4
Öğr 48	2
Öğr 49	3
Öğr 50	1
Öğr 51	1
Öğr 52	1
Öğr 53	1
Öğr 54	1
Öğr 55	1
Öğr 56	2
Öğr 57	1
Öğr 58	1
Öğr 59	1
Öğr 60	1
Öğr 61	1
Öğr 62	1
Öğr 63	1
Öğr 64	1
Öğr 65	1
Öğr 66	2
Öğr 67	1

Öğr 68	1
Öğr 69	1
Öğr 70	1
Öğr 71	1
Öğr 72	1
Öğr 73	1
Öğr 74	1
Öğr 75	1
Öğr 76	1
Öğr 77	2
Öğr 78	1
Öğr 79	1
Öğr 80	2
Öğr 81	1
Öğr 82	1
Öğr 83	1
Öğr 84	1
Öğr 85	1
Öğr 86	1
Öğr 87	2
Öğr 88	1
Öğr 89	3
Öğr 90	1
Öğr 91	1
Öğr 92	1
Öğr 93	3

Öğr 94	2
Öğr 95	1
Öğr 96	2
Öğr 97	2
Öğr 98	2
Öğr 99	1
Öğr 100	2
Öğr 101	2
Öğr 102	2
Öğr 103	2
Öğr 104	2
Öğr 105	1
Öğr 106	1
Öğr 107	2
Öğr 108	2
Öğr 109	2
Öğr 110	2

Tablo 4.9: İkinci Soruya Verilen Cevaplara İlişkin İspat Seviyeleri Tablosu

SORU2	**Balacheff'e Göre İspat Seviyeleri**	**Öğrenci Sayısı (Frekans)**	**% (Yüzde)**
	1.İspat Düzeyi (Saf Deneycilik)	**71**	**64,54..**
	2.İspat Düzeyi (Önemli Deney)	**24**	**21,81..**
	3.İspat Düzeyi (Sosyal Örnek)	**10**	**9,09..**
	4.İspat Düzeyi (Düşünce Deneyi)	**5**	**4,54..**
		Toplam: 110	Toplam: 100

Tablo 4.10: İkinci Soruya Verilen Cevaplara İlişkin Yüzde ve Frekans Tablosu

Elde edilen 110 öğrenci cevabının 71 tanesi yüzde olarak %64,54'ü 1 numaralı ispat seviyesinde, Balacheff'in Saf Deneycilik seviyesinde kalmıştır. Bu da öğrenci cevaplarının yarısından fazlasının 1. Düzeyde Saf Deneycilik seviyesinde yer aldığı görülmektedir.

Öğrenci cevaplarının 24 tanesi %21,81'i 2 numaralı ispat seviyesinde Balacheff'in Önemli Deney seviyesinde kalmıştır. Bu da öğrenci cevaplarının dörtte birlik kısmının 2. Düzey Önemli Deney seviyesinde yer aldığı görülmektedir.

Öğrenci cevaplarının 10 tanesi %9,09'u 3 numaralı ispat seviyesinde Balacheff'in Sosyal Örnek seviyesindedir. Bu da öğrenci cevaplarının onda birlik kısmının 3. düzey olan Önemli Deney seviyesinde yer aldığı görülmektedir.

Öğrenci cevaplarının ancak 5 tanesi %4,54'ü 4 numaralı ispat seviye en üst ispat seviyesi olan Balacheff'in Düşünce Deneyi seviyesine ulaşabilmiştir. Bu da öğrenci cevaplarının çok az bir kısmının en üst ispat seviyesinde yer aldığını göstermektedir. Öğrencilerin bir sonraki eğitim-öğretim seviyesinde tamamıyla 4. Seviyede ispat gerektiren matematik öğretiminin yer aldığı bir eğitim-öğretim sürecine gireceği düşünülürse, üst düzey ispat yapan öğrencilerin sayısal değerinin çok az kaldığını, öğrencilerin olması gereken kadarının üst seviyedeki ispat seviyesine ulaşamadığı düşündürücü bir sonuç elde etmemizi göstermiştir.

4.3.Ders Kitabı Etkinlikleri İspat Düzeyleri ile Öğrencilerin İspat Düzeyleri Arasındaki İlişki Bulgular ve Yorum

Ders kitabındaki etkinliklerin ispat seviyeleri genel anlamda yetersiz ve istenilen düzeylerde değildir. Bazı etkinlikler ispat seviyesi kategorilendirmesine bile girmediği için analizi yapılamamış sadece konu ile ilgili örnek olması vasfından çıkamamıştır. Kitaptaki etkinliklerin ispat becerilerinin alt seviyede olanlarına yönelik hazırlanmıştır. Üst seviyedeki ispat becerilerini kazandırır nitelikte değildir. Bu yoksunluk öğrencilerin ispat sorularına verdikleri cevaplara da yansımıştır. Öğrenciler matematik ders kitaplarındaki etkinlikler düzeyinde ispat seviyeleri cevapları uygulamışlardır. Araştırma esnasında bazı öğrenci cevapları kitapta gösterilen örnekler gibi alıştırma yapma çerçevesinden çıkamamış, kanıtlama süreçlerini uygulayamamıştır. Genel anlamda matematik ders kitabı etkinliklerinde görülen durum öğrenci cevaplarında da görülmüştür. Tüm etkinliklerin %42,18'i Saf Deneycilik düzeyinde, %43,75'i Önemli Deney, %14,06'sı Sosyal Örnek seviyesinde yer almaktadır ve Düşünce Deneyi seviyesinde hiçbir örnek yer almadığı için %0 dır.

Öğrencilerin yaklaşık olarak %60'ı 1.İspat Düzeyi (Saf Deneycilik) nde cevap vermişlerdir. 8.sınıf matematik ders kitaplarında ise tüm etkinliklerin % %42,18'i Saf Deneycilik düzeyinde yer almaktadır. Bu da öğrencilerin matematik başarıları ile matematik ders kitabı etkinliklerinin ispat düzeyleri arasındaki yaklaşık olarak %20'lik bir fark bulunmaktadır. Bu da öğrencilerin yüzde olarak çok daha fazlası 2. Seviye olan Önemli Deney seviyesine geçiş yaptığı mematematik ders kitapları etkinliklerinin öğrencilerin seviyesinin çok altında kaldığı görülmektedir.

Öğrencilerin yaklaşık olarak %30'u 2.İspat Düzeyi Önemli Deney düzeyinde cevap vermişlerdir. 8.sınıf matematik ders kitaplarında ise tüm etkinliklerin %43,75'i Önemli Deney düzeyinde yer almaktadır. Bu da öğrencilerin matematik başarıları ile matematik ders kitabı etkinliklerinin ispat düzeyleri arasında %10'luk bir fark olduğu görülmektedir. İlişki birbirine paraleldir ancak çok büyük bir fark olmadığını söylenebilir. Yine mematematik ders kitapları etkinliklerinin öğrencilerin seviyesinin çok altında kaldığı görülmektedir.

Öğrencilerin yaklaşık olarak %10'u 3.İspat Düzeyi Sosyal Örnek düzeyinde cevap vermişlerdir. 8.sınıf matematik ders kitaplarında ise tüm etkinliklerin %14,06'sı Sosyal Örnek düzeyinde yer almaktadır. Bu da öğrencilerin matematik başarıları ile matematik ders kitabı etkinliklerinin ispat düzeyleri arasındaki ilişki birbirine paralel olduğunu gösterir.

Öğrencilerin yaklaşık olarak %3'ü 4.İspat Düzeyi Düşünce Deneyi düzeyinde cevap vermişlerdir. 8.sınıf matematik ders kitaplarında ise tüm etkinliklerin hiçbiri Düşünce Düzeyi düzeyinde yer almamaktadır. Bu da öğrencilerin üst seviyede ispat seviyesine geçiş yaptıkları ancak matematik ders kitabı etkinliklerinin öğrenci seviyesinin çok altında kaldığı görülmektedir.

Yukarıdaki sonuçlardan da anlaşılacağı üzere, ders kitabı etkinliklerinin, öğrenci ispat düzeylerinin çok altında kaldığı, öğrencinin muhakeme yapma becerilerini geliştirici nitelikte olmadığı görülmüştür. Tüm etkinlerin alt seviye gruplarında sıkışıp kaldığı sınıf düzeylerine uygun olarak üst seviyelere doğru çıkamadığı görülmüştür.

Çoğunun Sosyal Örnek ve Düşünce Deneyi seviyesinde yer alması beklenen etkinliklerin, yine alt seviyeler olan saf deneycilik ve önemli deney seviyelerinde kalmış olduğu görülmektedir. Etkinliklerin öğrenciyi geliştirici nitelikte değil sadece genel tekrar niteliğinde olduğu söylenebilir.

4.4.İki İspat Sorusu Arasındaki İlişki Bulgular ve Yorumlar

Soru 1 ve soru 2 için sonuçları yan yana getirdiğimizde öğrencilerin iki soruya da tutarlı cevaplar vermiş olduğu gözlenmektedir. Her öğrencinin iki ispat sorusu için de paralel cevaplar verdiği birbirine paralel ispat seviyelerinde yer aldıkları görülmektedir.

Öğrenci Numaraları	İspat Seviyeleri	
	Soru 1	**Soru 2**
Öğr 1	3	3
Öğr 2	1	1
Öğr 3	1	1
Öğr 4	1	1
Öğr 5	1	1
Öğr 6	2	1
Öğr 7	1	1
Öğr 8	2	2
Öğr 9	2	2
Öğr 10	2	2
Öğr 11	2	1
Öğr 12	1	1
Öğr 13	1	1
Öğr 14	1	1
Öğr 15	1	1
Öğr 16	1	1
Öğr 17	1	1
Öğr 18	1	1
Öğr 19	1	1
Öğr 20	1	1
Öğr 21	1	1
Öğr 22	1	1
Öğr 23	1	1

Öğr 24	1	1
Öğr 25	4	3
Öğr 26	1	1
Öğr 27	3	3
Öğr 28	1	1
Öğr 29	4	4
Öğr 30	3	2
Öğr 31	1	1
Öğr 32	1	1
Öğr 33	1	1
Öğr 34	4	4
Öğr 35	4	4
Öğr 36	1	1
Öğr 37	1	1
Öğr 38	2	3
Öğr 39	1	1
Öğr 40	3	4
Öğr 41	1	1
Öğr 42	1	1
Öğr 43	3	3
Öğr 44	2	3
Öğr 45	2	2
Öğr 46	3	3
Öğr 47	3	4
Öğr 48	2	2
Öğr 49	2	3

Öğr 50	1	1
Öğr 51	1	1
Öğr 52	1	1
Öğr 53	1	1
Öğr 54	1	1
Öğr 55	1	1
Öğr 56	1	2
Öğr 57	1	1
Öğr 58	1	1
Öğr 59	1	1
Öğr 60	1	1
Öğr 61	1	1
Öğr 62	1	1
Öğr 63	1	1
Öğr 64	1	1
Öğr 65	1	1
Öğr 66	2	2
Öğr 67	1	1
Öğr 68	1	1
Öğr 69	1	1
Öğr 70	1	1
Öğr 71	1	1
Öğr 72	1	1
Öğr 73	1	1
Öğr 74	1	1
Öğr 75	1	1

Öğr 76	1	1
Öğr 77	2	2
Öğr 78	1	1
Öğr 79	1	1
Öğr 80	2	2
Öğr 81	1	1
Öğr 82	1	1
Öğr 83	1	1
Öğr 84	1	1
Öğr 85	1	1
Öğr 86	1	1
Öğr 87	2	2
Öğr 88	1	1
Öğr 89	2	3
Öğr 90	2	1
Öğr 91	1	1
Öğr 92	1	1
Öğr 93	3	3
Öğr 94	2	2
Öğr 95	1	1
Öğr 96	2	2
Öğr 97	2	2
Öğr 98	2	2
Öğr 99	1	1
Öğr 100	2	2
Öğr 101	2	2

Öğr 102	2	2
Öğr 103	2	2
Öğr 104	2	2
Öğr 105	1	1
Öğr 106	1	1
Öğr 107	3	2
Öğr 108	3	2
Öğr 109	2	2
Öğr 110	2	2

Tablo 4.11: Birinci Ve İkinci Soruların İspat Düzeyleri Karşılaştırması

Yukarıdaki tabloda da görüldüğü üzere öğrencilerin ispat sorusu 1 ve ispat sorusu 2 ye verdikleri cevapların paralellik gösterdiği görülmektedir. İki ispat sorusu cevaplarını kıyaslayacak olursak;
1 numaralı öğrenci birinci ve ikinci ispat sorularına da sosyal örnek seviyesinde ispat uygulayarak cevap vermiştir. 2, 3, 4, 5 numaralı öğrenciler birinci ve ikinci ispat sorularına saf deneycilik seviyesinde ispat cevapları vermişlerdir. 6 numaralı öğrenci birinci ispat sorusuna 2. Seviyede Önemli Deney seviyesinde ispat yapmış olmasına rağmen ikinci ispat sorusuna verdiği cevapla ancak 1. Seviye olan Saf Deneycilik seviyesinde uygulama yapabilmiştir. Bu da öğrencinin ispat yapabilme becerisi düzeyinde fazla bir fark olmadığını göstermektedir. 7 numaralı öğrenci birinci ve ikinci ispat sorularına 1. Düzeyde Saf Deneycilik seviyesinde ispat cevapları uygulamıştır. 8, 9 ve 10 numaralı öğrenciler birinci ve ikinci ispat sorularına 2. Düzey olan Önemli Deney seviyesinde ispat cevapları vermişlerdir. 11 numaralı öğrenci birinci ispat sorusunun cevabında 2. Düzey olan Önemli Deney seviyesinde, ikinci ispat sorusunun cevabında 1. Düzey olan Saf Deneycilik seviyesinde cevaplar vermiştir. Bu öğrencinin ispat cevaplarında da fazla bir fark gözlenmemiştir. 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24 numaralı öğrenciler her iki ispat sorusunun cevabında 1.Düzey olan Saf

Deneycilik seviyesinde cevaplar vermişlerdir. En basit yöntem olan tek örnekle kanıtlama yolunu kullanmışlardı. 25 numaralı öğrenci birinci sorunun ispatında 4. Düzey olan Düşünce Deneyi yani en üst düzeyde ispat yapmıştır. İkinci sorunun ispatında ise yine 4. Düzeye yakın olan 3. Düzey Sosyal Örnek seviyesinde ispat yöntemi kullanmıştır. Büyük bir fark gözlenmemiştir. Birbirine paralel ispat seviyesinde çözümler yapmıştır. 26 numaralı öğrenci birinci ve ikinci ispat sorularında 1. Düzey olan Saf Deneycilik seviyesinde ispat yöntemi kullanmıştır. 28, 31, 32, 33, 36, 37, 39, 41, 42 numaralı öğrenciler her iki sorunun ispatında 1. Düzey olan Saf Deneycilik seviyesinde ispat yapmıştır. Yani tek bir örnekle verileni kanıtlamaya çalışmıştır. 27 numaralı öğrenci iki sorunun ispatında da 4. Düzeye yakın olan 3. Düzey Sosyal Örnek seviyesinde ispat yöntemi kullanmıştır. 29 numaralı öğrenci her iki sorunun ispatında 4. Düzey olan Düşünce Deneyi yani en üst düzeyde ispat yapmıştır. 30 numaralı öğrenci birinci sorunun ispatında 3. Düzey olan Sosyal Örnek seviyesinde ispat yöntemi, ikinci sorunun ispatında ise 2. Düzey olan Önemli Deney seviyesinde ispat yöntemi kullanmıştır. 34, 35 numaralı öğrenciler iki sorunun ispatında da 4. Düzey olan Düşünce Deneyi yani en üst seviyede ispat yöntemi kullanmıştır. İstenilen seviyede ispat yöntemi uygulamışlardır. 38, 44, 49 numaralı öğrenciler birinci soru için 2. Düzey olan Önemli Deney seviyesinde, ikinci sorunun ispatında 3. Düzey olan Sosyal Örnek seviyesinde ispat uygulamıştır. 40, 47 numaralı öğrenciler birinci sorunun ispatında 3. Düzey olan Sosyal Örnek, ikinci sorunun ispatında 4. Düzey olan Düşünce Deneyi seviyesinde ispat yöntemini kullanmıştır. 43, 46 numaralı öğrenciler her iki sorunun ispatında 3. Düzey olan Sosyal Örnek seviyesinde ispat yöntemini uygulamıştır. 48 numaralı öğrenci her iki sorunun ispatında 2. Düzey olan Önemli Deney seviyesinde ispat yöntemi uygulamıştır. 50,51, 52, 53, 54, 55, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 78, 79, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 88, 91, 92, 95, 99, 105, 106 numaralı öğrenciler her iki sorunun ispatında 1. Düzey olan Saf Deneycilik seviyesinde ispat yapmıştır. Yani tek bir örnekle verileni kanıtlamaya çalışmıştır. 56 numaralı öğrenci birinci ispat sorusunda 1. Düzey olan Saf Deneycilik seviyesinde ispat yöntemini buna karşın sorulan ikinci ispat sorusunda ise 2. Düzey olan Önemli Deney seviyesinde ispat uygulaması yapmıştır. 66, 77, 80, 87, 94, 96, 97, 98, 100, 101, 102, 103, 104, 109, 110 numaralı öğrenciler her iki ispat sorusunun uygulamasında 2. Düzey olan Önemli

Deney yöntemini kullanmıştır. 89 numaralı öğrenci birinci ispat sorusunda 2. Düzey olan Önemli Deney yöntemini kullanmıştır. İkinci soruda ise ispatında 3. Düzey olan Sosyal Örnek seviyesinde ispat yapmıştır. 90 numaralı öğrenci birinci soru için 2. Düzey olan Önemli Deney yöntemini uygulayabilmiş olmasına rağmen ikinci soru için 1. Düzey olan Saf Deneycilik yöntemine geri dönmüştür. 93 numaralı öğrenci her iki soru için 3. Düzey olan Sosyal Örnek seviyesinde ispat yöntemini uygulamıştır. 107 ve 108 numaralı öğrenciler birinci soru için 3. Düzey olan Sosyal Örnek seviyesinde ispat yapabilmiş olmalarına rağmen ikinci soruda ispat yönteminde bu seviyeyi bir alt düzeye yani 2. Düzey olan Önemli Deney yöntemine indirgemiştir. Tablodan da görüldüğü üzere öğrencilerin birinci ve ikinci ispat soruları için uyguladıkları ispat yöntemlerinin sorudan soruya bir farklılık göstermediği, öğrencinin ispat seviyelerinin düzeyinin saptanmasında tutarlı bir veri analizi elde ettiğimiz için öğrencilerin ispat seviyeleri belirlenmiş olmuştur.

4.5.Öğrencilerin İspat Düzeyleri ile SBS Sınavı Sonuçları Arasındaki İlişki Bulgular ve Yorum

Öğrencilerin sorulara verdikleri cevapların Balacheff'in ispat seviyelendirmelerine göre kategorilendirildikten sonra araştırma kapsamına alınan 8. Sınıf öğrencilerinin her öğrencinin kendi öğrenim gördüğü 8.sınıf eğitim-öğretim yılı sonunda girdikleri SBS sınavından aldıkları puanlar tabloda açıklanmıştır. Bu araştırma 2 sene sürdüğü için araştırma kapsamına alınan öğrencilerin 60'ı 2009-2010 eğitim-öğretim yılında, 50 tanesi 2010-2011 eğitim öğretim yılında SBS sınavlarına girmişlerdir. Araştırma kapsamına alınan öğrencilerin matematik başarılarının ölçülmesinde en tarafsız, en güvenilir ve geçerli ölçek sınav SBS sınavı olduğu için öğrencilerin matematik başarılarının ölçülmesinde kıyaslama yapılacak kriter olarak SBS sınavı sonuçları kullanılmıştır. Öğrencilerin ispat seviyeleri ve SBS sınavından aldıkları puanlar daha kolay, daha açık ve anlaşılır veri analizi için aynı tabloda sunulmuştur. Ayrıca tablo üzerinde 1 numaralı ispat düzeyi olan Saf Deneycilik düzeyinde yani en alt seviyede ispat yapan öğrenciler beyaz, 2 numaralı ispat düzeyinde Önemli Deney düzeyinde ispat yapan öğrenciler kahverengi, 3 numaralı ispat düzeyinde Sosyal Örnek düzeyinde ispat yapan öğrenciler açık gri ve 4 numaralı ispat düzeyi olan Düşünce Deneyi düzeyinde yani en üst düzeyde ispat yapan öğrenciler koyu gri ile boyanmıştır. Bu renk farkı ayrımın daha kolay farkedilmesi için yapılmıştır.

Öğrenci Numaraları	**Soru Bazında İspat Seviyeleri**		**SBS'den Aldıkları Puanlar**
	Soru 1	**Soru 2**	
Öğr 1	**3**	**3**	**465.822**
Öğr 2	1	1	308.721
Öğr 3	1	1	218.432
Öğr 4	1	1	296.985
Öğr 5	1	1	247.822
Öğr 6	**2**	**1**	**362.017**
Öğr 7	1	1	259.190
Öğr 8	**2**	**2**	**392.556**
Öğr 9	**2**	**2**	**399.260**
Öğr 10	**2**	**2**	**427.323**
Öğr 11	**2**	**1**	**399.733**
Öğr 12	1	1	283.358
Öğr 13	1	1	290.992
Öğr 14	1	1	292.056
Öğr 15	1	1	231.998
Öğr 16	1	1	234.674
Öğr 17	1	1	244.034
Öğr 18	1	1	209.678
Öğr 19	1	1	238.705
Öğr 20	1	1	290.023
Öğr 21	1	1	318.123
Öğr 22	1	1	298.097
Öğr 23	1	1	222.828
Öğr 24	1	1	265.674
Öğr 25	**4**	**3**	**430.256**
Öğr 26	1	1	231.459
Öğr 27	**3**	**3**	**370.602**
Öğr 28	1	1	290.278
Öğr 29	**4**	**4**	**480.741**
Öğr 30	**3**	**2**	**322.342**

Öğr 31	1	1	224.445
Öğr 32	1	1	227.057
Öğr 33	1	1	215.973
Öğr 34	**4**	**4**	**489.674**
Öğr 35	**4**	**4**	**487.390**
Öğr 36	1	1	268.047
Öğr 37	1	1	294.487
Öğr 38	**2**	**3**	**421.506**
Öğr 39	1	1	247.368
Öğr 40	**3**	**4**	**465.029**
Öğr 41	1	1	247.102
Öğr 42	1	1	212.335
Öğr 43	**3**	**3**	**426.077**
Öğr 44	**2**	**3**	**354.265**
Öğr 45	**2**	**2**	**325.829**
Öğr 46	**3**	**3**	**353.992**
Öğr 47	**3**	**4**	**482.887**
Öğr 48	**2**	**2**	**399.599**
Öğr 49	**2**	**3**	**415.143**
Öğr 50	1	1	230.082
Öğr 51	1	1	253.047
Öğr 52	1	1	285.681
Öğr 53	1	1	255.266
Öğr 54	1	1	294.470
Öğr 55	1	1	227.150
Öğr 56	**1**	**2**	**322.489**
Öğr 57	1	1	264.767
Öğr 58	1	1	204.231
Öğr 59	1	1	210.960
Öğr 60	1	1	209.172
Öğr 61	1	1	165.776
Öğr 62	1	1	183.805
Öğr 63	1	1	164.680
Öğr 64	1	1	245.583
Öğr 65	1	1	229.081
Öğr 66	**2**	**2**	**349.646**
Öğr 67	1	1	203.503
Öğr 68	1	1	204.289
Öğr 69	1	1	192.180
Öğr 70	1	1	171.805
Öğr 71	1	1	223.099

Öğr 72	1	1	183.915
Öğr 73	1	1	167.166
Öğr 74	1	1	216.377
Öğr 75	1	1	183.917
Öğr 76	1	1	278.160
Öğr 77	**2**	**2**	**424.140**
Öğr 78	1	1	203.344
Öğr 79	1	1	229.014
Öğr 80	**2**	**2**	**414.025**
Öğr 81	1	1	211.633
Öğr 82	1	1	231.619
Öğr 83	1	1	233.207
Öğr 84	1	1	213.046
Öğr 85	1	1	211.014
Öğr 86	1	1	197.082
Öğr 87	**2**	**2**	**322.489**
Öğr 88	1	1	275.161
Öğr 89	**2**	**3**	**425.996**
Öğr 90	**2**	**1**	**346.725**
Öğr 91	1	1	248.687
Öğr 92	1	1	240.342
Öğr 93	**3**	**3**	**479.673**
Öğr 94	**2**	**2**	**397.978**
Öğr 95	1	1	203.594
Öğr 96	**2**	**2**	**364.989**
Öğr 97	**2**	**2**	**363.745**
Öğr 98	**2**	**2**	**397.126**
Öğr 99	1	1	246.039
Öğr 100	**2**	**2**	**399.075**
Öğr 101	**2**	**2**	**401.423**
Öğr 102	**2**	**2**	**386.463**
Öğr 103	**2**	**2**	**399.977**
Öğr 104	**2**	**2**	**396.197**
Öğr 105	1	1	265.384
Öğr 106	1	1	293.461
Öğr 107	**3**	**2**	**468.260**
Öğr 108	**3**	**2**	**462.432**
Öğr 109	**2**	**2**	**442.365**
Öğr 110	**2**	**2**	**422.996**

Tablo 4.12: Öğrencilerin SBS Sınavından Aldıkları Puanlar Tablosu

Buna göre yukarıdaki, öğrencilerin SBS puanlarını gösteren tabloda ispat seviyeleri ile kıyaslayacak olursak;

1 numaralı öğrenci SBS'den 465.822 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan almıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, ispat sorusuna verdiği cevaplar incelendiğinde her iki soruya da 3 numara ile temsil edilen Sosyal Örnek düzeyinde cevaplar verdiği görülmüştür. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, elde edilen veriler analiz edildiğinde üst seviyede ispat yapan öğrencinin SBS sınavındaki matematik başarısının da yüksek olduğu görülmektedir. Öğrenci olması gereken, beklenen ispat düzeyindedir ve istenen matematik başarısını elde etmiştir. 8. Sınıf öğrencisinin yeniden düzenlenmiş müfredat programına göre uygun ispat düzeyinde ve uygun matematik başarısına sahip olduğu görülmektedir.

2 numaralı öğrenci SBS'den 308.721 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

3 numaralı öğrenci SBS'den 218.432 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

4 numaralı öğrenci SBS'den 296.985 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir.

Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

5 numaralı öğrenci SBS'den 247.822 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

6 numaralı öğrenci SBS'den 362.017 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Orta bir matematik başarısına sahip olduğu söylenebilir. Bu öğrenci birinci ispat sorusuna 2 numara ile sembolize edilen Önemli Deney düzeyinde, ikinci soruya ise en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyinde cevaplar vermiştir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, orta düzeyde ispat düzeyine sahip olan bu öğrencinin SBS sınavından da orta düzeyde bir başarı elde etmiştir.

7 numaralı öğrenci SBS'den 259.190 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

8 numaralı öğrenci SBS'den 392.556 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Orta bir matematik başarısına sahip olduğu söylenebilir. Bu öğrenci her iki ispat sorusuna da 2 numara ile sembolize edilen Önemli Deney düzeyinde cevaplar vermiştir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, orta düzeyde ispat düzeyine sahip olan bu öğrencinin SBS sınavından da orta düzeyde bir başarı elde etmiştir.

9 numaralı öğrenci SBS'den 399.260 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Orta bir matematik başarısına sahip olduğu söylenebilir. Bu öğrenci her iki ispat sorusuna da 2 numara ile sembolize edilen Önemli Deney düzeyinde cevaplar vermiştir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, orta düzeyde ispat düzeyine sahip olan bu öğrencinin SBS sınavından da orta düzeyde bir başarı elde etmiştir.

10 numaralı öğrenci SBS'den 427.323 puan almıştır. Öğrenci orta üstü bir puan alamamıştır. Orta bir matematik başarısına sahip olduğu söylenebilir. Bu öğrenci her iki ispat sorusuna da 2 numara ile sembolize edilen Önemli Deney düzeyinde cevaplar vermiştir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, orta düzeyde ispat düzeyine sahip olan bu öğrencinin SBS sınavından da orta düzeyde bir başarı elde etmiştir.

11 numaralı öğrenci SBS'den 399.733 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Orta bir matematik başarısına sahip olduğu söylenebilir. Bu öğrenci birinci ispat sorusuna 2 numara ile sembolize edilen Önemli Deney düzeyinde, ikinci soruya ise en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyinde cevaplar vermiştir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, orta düzeyde ispat düzeyine sahip olan bu öğrencinin SBS sınavından da orta düzeyde bir başarı elde etmiştir.

12 numaralı öğrenci SBS'den 283.358 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

13 numaralı öğrenci SBS'den 290.992 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

14 numaralı öğrenci SBS'den 292.056 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

15 numaralı öğrenci SBS'den 231.998 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

16 numaralı öğrenci SBS'den 234.674 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

17 numaralı öğrenci SBS'den 244.034 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir.

Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

18 numaralı öğrenci SBS'den 209.678 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

19 numaralı öğrenci SBS'den 238.705 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

20 numaralı öğrenci SBS'den 290.023 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

21 numaralı öğrenci SBS'den 318.123 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

22 numaralı öğrenci SBS'den 298.097 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize

edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

23 numaralı öğrenci SBS'den 222.828 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

24 numaralı öğrenci SBS'den 265.674 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

25 numaralı öğrenci SBS'den 430.256 puan almıştır. Bu öğrenci yükseğe yakın bir puan elde etmişti. Bu öğrencinin ispat sorularına verdiği cevaplar incelendiğinde birinci soruya 4 ile sembolize edilen Düşünce Düzeyi seviyesinde, ikinci soruya ise 3.ispat düzeyinde yani Sosyal Örnek düzeyinde cevaplar verdiği görülmüştür. Öğrenci ispat becerisi bakımından üst düzey cevaplar vererek üst beceriyi yakalamıştır, ancak SBS başarısı açısından üst seviyeyi yakalayamamıştır. Bundan dolayı öğrencinin SBS puanı alan alan incelendiğinde matematik başarısının çok yüksek olduğu ancak sosyal bilgiler ve İngilizce alanlarında istenen başarıyı yakalayamadığı için yüksek bir SBS puanı elde edemediği görülmüştür. Öğrencinin matematik başarısı ile ispat seviyeleri karşılaştırıldığında ise paralel bir sonuç elde edilmektedir. Yani matematik başarısı ile ispat yapabilme düzeyleri arasında anlamlı bir tutarlılık olduğu görülmektedir.

26 numaralı öğrenci SBS'den 231.459 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize

edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

27 numaralı öğrenci SBS'den 370.602 puan almıştır. Öğrenci orta düzeyde, yükseğe yakın bir puan almıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, ispat sorusuna verdiği cevaplar incelendiğinde her iki soruya da 3 numara ile temsil edilen Sosyal Örnek düzeyinde cevaplar vermiştir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel sonuçlar elde edildiği görülmektedir.

28 numaralı öğrenci SBS'den 290.278 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

29 numaralı öğrenci SBS'den 480.741 puan almıştır. Bu öğrenci yüksek bir puan elde etmişti. Bu öğrencinin ispat sorularına verdiği cevaplar incelendiğinde her iki soruya da 4 ile sembolize edilen Düşünce Düzeyi seviyesinde cevaplar verdiği görülmüştür. Bu da öğrencinin üst düzeyde ispat yaptığını aynı zamanda da üst seviyede bir matematik başarısına sahip olduğunu gösterir. Yani bu iki unsurun verileri analiz edildiğinde birbirlerine paralel sonuçlar elde edildiği görülmüştür.

30 numaralı öğrenci SBS'den 322.342 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan almıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, ispat sorusuna verdiği cevaplar incelendiğinde birinci soruya 3 numara ile temsil edilen Sosyal Örnek düzeyinde ve ikinci soruya ise 2 numara ile temsil edilen Önemli Deney düzeyinde cevaplar verdiği görülmüştür. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, elde edilen veriler analiz edildiğinde orta ve üst düzeyde ispat yapan öğrencinin SBS sınavındaki matematik başarısının da orta düzeyde olduğu görülmektedir. Öğrenci olması gereken, beklenen

ispat düzeyinin biraz altında olduğu görülmektedir. Öğrencinin matematik başarısı ile ispat yapabilme düzeyinin sonuçları birbiriyle tutarlıdır.

31 numaralı öğrenci SBS'den 224.445 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

32 numaralı öğrenci SBS'den 227.057 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

33 numaralı öğrenci SBS'den 215.973 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

34 numaralı öğrenci SBS'den 489.674 puan almıştır. Bu öğrenci yüksek bir puan elde etmiştir. Bu öğrencinin ispat sorularına verdiği cevaplar incelendiğinde her iki soruya da 4 ile sembolize edilen Düşünce Düzeyi seviyesinde cevaplar verdiği görülmüştür. Bu da öğrencinin üst düzeyde ispat yaptığını aynı zamanda da üst seviyede bir matematik başarısına sahip olduğunu gösterir. Yani bu iki unsurun verileri analiz edildiğinde birbirlerine paralel sonuçlar elde edildiği görülmüştür

35 numaralı öğrenci SBS'den 487.390 puan almıştır. Bu öğrenci yüksek bir puan elde etmişti. Bu öğrencinin ispat sorularına verdiği cevaplar incelendiğinde her iki soruya da

4 ile sembolize edilen Düşünce Düzeyi seviyesinde cevaplar verdiği görülmüştür. Bu da öğrencinin üst düzeyde ispat yaptığını aynı zamanda da üst seviyede bir matematik başarısına sahip olduğunu gösterir. Yani bu iki unsurun verileri analiz edildiğinde birbirlerine paralel sonuçlar elde edildiği görülmüştür

36 numaralı öğrenci SBS'den 268.047 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

37 numaralı öğrenci SBS'den 294.487 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

38 numaralı öğrenci SBS'den 421.506 puan almıştır. Öğrenci yükseğe yakın, orta üstü bir puan almıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, ispat sorusuna verdiği cevaplar incelendiğinde birinci soruya 2 numara ile temsil edilen Önemli Deney düzeyinde ve ikinci soruya ise 3 numara ile temsil edilen Sosyal Örnek düzeyinde cevaplar verdiği görülmüştür. Yani bu öğrenci ispat yapabilme becerisinde de orta ve üstü bir beceri sergilemişti. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Elde edilen veriler analiz edildiğinde orta ve üst düzeyde ispat yapan öğrencinin SBS sınavındaki matematik başarısının da orta ve üst düzeyde olduğu görülmektedir.

39 numaralı öğrenci SBS'den 247.368 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir.

Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

40 numaralı öğrenci SBS'den 465.029 puan almıştır. Bu öğrenci yüksek bir puan elde etmişti. Bu öğrencinin ispat sorularına verdiği cevaplar incelendiğinde birinci soruya 3 numara ile sembolize edilen Sosyal Örnek düzeyinde, ikinci soruya ise 4 numara ile sembolize edilen Düşünce Düzeyi seviyesinde cevaplar verdiği görülmüştür. Bu da öğrencinin üst düzeyde ispat yaptığını aynı zamanda da üst seviyede bir matematik başarısına sahip olduğunu gösterir. Yani bu iki unsurun verileri analiz edildiğinde birbirlerine paralel sonuçlar elde edildiği görülmüştür.

41 numaralı öğrenci SBS'den 247.102 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

42 numaralı öğrenci SBS'den 212.335 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

43 numaralı öğrenci SBS'den 426.077 puan almıştır. Öğrenci yükseğe yakın, orta üstü bir puan almıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, ispat sorusuna verdiği cevaplar incelendiğinde her iki soruya da 3 numara ile temsil edilen Sosyal Örnek düzeyinde cevaplar verdiği görülmüştür. Yani bu öğrenci ispat yapabilme becerisinde de orta üstü bir beceri sergilemişti. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Elde edilen veriler analiz edildiğinde üst düzeyde ispat yapan öğrencinin SBS sınavındaki matematik başarısının da üst düzeye yakın olduğu görülmektedir.

44 numaralı öğrenci SBS’den 354.265 puan almıştır. Öğrenci orta bir puan almıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, ispat sorusuna verdiği cevaplar incelendiğinde birinci soruya 2 numara ile temsil edilen Önemli Deney düzeyinde ve ikinci soruya ise 3 numara ile temsil edilen Sosyal Örnek düzeyinde cevaplar verdiği görülmüştür. Yani bu öğrenci ispat yapabilme becerisinde de orta ve üstü bir beceri sergilemişti. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa SBS’den ispat düzeyiyle paralel olucak şekilde istenen düzeyde bir başarı sergileyememiştir. Öğrencinin SBS sınavından aldığı puanlar branş branş incelendiğinde matematik başarısının yüksek ancak İngilizce ve sosyal bilgiler test bölümlerinde çok düşük bir başarı sergilediği için tüm puanın etkilediği görülmektedir. Yani öğrencinin başarısı tüm sınav puanı değeri olarak değil, matematik branşı başarısı olarak düşünüldüğünde istenen başarıyı gösterdiği, ispat sorularına verdiği cevaplardaki orta üstü düzeye paralel bir matematik başarısına sahip olduğu görülmektedir.

45 numaralı öğrenci SBS’den 325.829 puan almıştır. Öğrenci orta ve hatta orta altı bir puan almıştır. Orta bir matematik başarısına sahip olduğu söylenemez. Bu öğrenci her iki ispat sorusuna da 2 numara ile sembolize edilen Önemli Deney düzeyinde cevaplar vermiştir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edilmemiştir. Bundan dolayı öğrencinin SBS’de matematik branşında öğrencinin matematik başarısının tüm sınavda aldığı puandan yüksek olduğu yani orta olarak sınıflayabileceğimiz bir başarısı olduğunu görmekteyiz. Yani, orta düzeyde ispat düzeyine sahip olan bu öğrencinin matematik başarısının da orta düzeyde olduğu görülmektedir.

46 numaralı öğrenci SBS’den 353.992 puan almıştır. Öğrenci yükseğe yakın, orta üstü bir puan almıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, ispat sorusuna verdiği cevaplar incelendiğinde her iki soruya da 3 numara ile temsil edilen Sosyal Örnek düzeyinde cevaplar verdiği görülmüştür. Yani bu öğrenci ispat yapabilme becerisinde de orta üstü bir beceri sergilemişti. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Elde edilen

veriler analiz edildiğinde üst düzeyde ispat yapan öğrencinin SBS sınavındaki matematik başarısının da üst düzeye yakın olduğu görülmektedir.

47 numaralı öğrenci SBS'den 482.887 puan almıştır. Bu öğrenci yüksek bir puan elde etmişti. Bu öğrencinin ispat sorularına verdiği cevaplar incelendiğinde birinci soruya 3 numara ile sembolize edilen Sosyal Örnek düzeyinde, ikinci soruya ise 4 numara ile sembolize edilen Düşünce Düzeyi seviyesinde cevaplar verdiği görülmüştür. Bu da öğrencinin üst düzeyde ispat yaptığını aynı zamanda da üst seviyede bir matematik başarısına sahip olduğunu gösterir. Yani bu iki unsurun verileri analiz edildiğinde birbirlerine paralel sonuçlar elde edildiği görülmüştür

48 numaralı öğrenci SBS'den 399.599 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Orta bir matematik başarısına sahip olduğu söylenebilir. Bu öğrenci her iki ispat sorusuna da 2 numara ile sembolize edilen Önemli Deney düzeyinde cevaplar vermiştir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, orta düzeyde ispat düzeyine sahip olan bu öğrencinin SBS sınavından da orta düzeyde bir başarı elde etmiştir.

49 numaralı öğrenci SBS'den 415.143 puan almıştır. Öğrenci yükseğe yakın, orta üstü bir puan almıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, ispat sorusuna verdiği cevaplar incelendiğinde birinci soruya 2 numara ile temsil edilen Önemli Deney düzeyinde ve ikinci soruya ise 3 numara ile temsil edilen Sosyal Örnek düzeyinde cevaplar verdiği görülmüştür. Yani bu öğrenci ispat yapabilme becerisinde de orta ve üstü bir beceri sergilemişti. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Elde edilen veriler analiz edildiğinde orta ve üst düzeyde ispat yapan öğrencinin SBS sınavındaki matematik başarısının da orta ve üst düzeyde olduğu görülmektedir.

50 numaralı öğrenci SBS'den 230.082 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir.

Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

51 numaralı öğrenci SBS'den 253.047 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

52 numaralı öğrenci SBS'den 285.681 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

53 numaralı öğrenci SBS'den 255.266 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

54 numaralı öğrenci SBS'den 294.470 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

55 numaralı öğrenci SBS'den 227.150 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize

edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

56 numaralı öğrenci SBS'den 322.017 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Orta bir matematik başarısına sahip olduğu söylenebilir. Bu öğrenci birinci ispat sorusuna en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyinde, ikinci soruya ise 2 numara ile sembolize edilen Önemli Deney düzeyinde cevaplar vermiştir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, orta düzeyde ispat düzeyine sahip olan bu öğrencinin SBS sınavından da orta düzeyde bir başarı elde etmiştir.

57 numaralı öğrenci SBS'den 264.767 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

58 numaralı öğrenci SBS'den 204.231 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

59 numaralı öğrenci SBS'den 210.960 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir.

Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

60 numaralı öğrenci SBS'den 209.172 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

61 numaralı öğrenci SBS'den 165.776 puan almıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

62 numaralı öğrenci SBS'den 183.805 puan almıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

63 numaralı öğrenci SBS'den 164.680 puan almıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

64 numaralı öğrenci SBS'den 245.583 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir.

Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

65 numaralı öğrenci SBS'den 229.081 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

66 numaralı öğrenci SBS'den 349.646 puan almıştır. Öğrenci orta ve hatta orta altı bir puan almıştır. Orta bir matematik başarısına sahip olduğu söylenemez. Bu öğrenci her iki ispat sorusuna da 2 numara ile sembolize edilen Önemli Deney düzeyinde cevaplar vermiştir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edilmemiştir. Bundan dolayı öğrencinin SBS'de matematik branşında öğrencinin matematik başarısının tüm sınavda aldığı puandan yüksek olduğu yani orta olarak sınıflayabileceğimiz bir başarısı olduğunu görmekteyiz. Yani, orta düzeyde ispat düzeyine sahip olan bu öğrencinin matematik başarısının da orta düzeyde olduğu görülmektedir.

67 numaralı öğrenci SBS'den 203.503 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

68 numaralı öğrenci SBS'den 204.289 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

69 numaralı öğrenci SBS’den 192.180 puan almıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

70 numaralı öğrenci SBS’den 171.805puan almıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

71 numaralı öğrenci SBS’den 223.099 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

72 numaralı öğrenci SBS’den 183.915 puan almıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

73 numaralı öğrenci SBS’den 167.166 puan almıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

74 numaralı öğrenci SBS’den 216.377 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize

edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

75 numaralı öğrenci SBS’den 183.917 puan almıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

76 numaralı öğrenci SBS’den 278.160 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

77 numaralı öğrenci SBS’den 424.140puan almıştır. Öğrenci yükseğe yakın bir puan almıştır. Orta bir matematik başarısına sahip olduğu söylenebilir. Bu öğrenci her iki ispat sorusuna da 2 numara ile sembolize edilen Önemli Deney düzeyinde cevaplar vermiştir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, orta düzeyde ispat düzeyine sahip olan bu öğrencinin SBS sınavından da orta düzeyde bir başarı elde etmiştir

78 numaralı öğrenci SBS’den 203.344 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

79 numaralı öğrenci SBS’den 229.014puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

80 numaralı öğrenci SBS’den 414.025 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Orta bir matematik başarısına sahip olduğu söylenebilir. Bu öğrenci her iki ispat sorusuna da 2 numara ile sembolize edilen Önemli Deney düzeyinde cevaplar vermiştir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, orta düzeyde ispat düzeyine sahip olan bu öğrencinin SBS sınavından da orta düzeyde bir başarı elde etmiştir

81 numaralı öğrenci SBS’den 211.633 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

82 numaralı öğrenci SBS’den 231.619 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

83 numaralı öğrenci SBS’den 233.207 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir.

Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

84 numaralı öğrenci SBS'den 213.046 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

85 numaralı öğrenci SBS'den 211.014 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

86 numaralı öğrenci SBS'den 197.082 puan almıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

87 numaralı öğrenci SBS'den 322.489 puan almıştır. Öğrenci orta ve hatta orta altı bir puan almıştır. Orta bir matematik başarısına sahip olduğu söylenemez. Bu öğrenci her iki ispat sorusuna da 2 numara ile sembolize edilen Önemli Deney düzeyinde cevaplar vermiştir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edilmemiştir. Bundan dolayı öğrencinin SBS'de matematik branşında öğrencinin matematik başarısının tüm sınavda aldığı puandan yüksek olduğu yani orta olarak sınıflayabileceğimiz bir başarısı olduğunu görmekteyiz. Yani, orta düzeyde ispat düzeyine sahip olan bu öğrencinin matematik başarısının da orta düzeyde olduğu görülmektedir.

88 numaralı öğrenci SBS'den 275.161 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

89 numaralı öğrenci SBS'den 425.996 puan almıştır. Öğrenci yükseğe yakın, orta üstü bir puan almıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, ispat sorusuna verdiği cevaplar incelendiğinde birinci soruya 2 numara ile temsil edilen Önemli Deney düzeyinde ve ikinci soruya ise 3 numara ile temsil edilen Sosyal Örnek düzeyinde cevaplar verdiği görülmüştür. Yani bu öğrenci ispat yapabilme becerisinde de orta ve üstü bir beceri sergilemişti. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Elde edilen veriler analiz edildiğinde orta ve üst düzeyde ispat yapan öğrencinin SBS sınavındaki matematik başarısının da orta ve üst düzeyde olduğu görülmektedir.

90 numaralı öğrenci SBS'den 346.725 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Orta bir matematik başarısına sahip olduğu söylenebilir. Bu öğrenci birinci ispat sorusuna 2 numara ile sembolize edilen Önemli Deney düzeyinde, ikinci soruya ise en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyinde cevaplar vermiştir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, orta düzeyde ispat düzeyine sahip olan bu öğrencinin SBS sınavından da orta düzeyde bir başarı elde etmiştir.

91 numaralı öğrenci SBS'den 248.687 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

92 numaralı öğrenci SBS'den 240.342 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

93 numaralı öğrenci SBS'den 479.673 puan almıştır. Öğrenci yükseğe yakın, orta üstü bir puan almıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, ispat sorusuna verdiği cevaplar incelendiğinde her iki soruya da 3 numara ile temsil edilen Sosyal Örnek düzeyinde cevaplar verdiği görülmüştür. Yani bu öğrenci ispat yapabilme becerisinde de orta üstü bir beceri sergilemişti. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Elde edilen veriler analiz edildiğinde üst düzeyde ispat yapan öğrencinin SBS sınavındaki matematik başarısının da üst düzeye yakın olduğu görülmektedir.

94 numaralı öğrenci SBS'den 397.978 puan almıştır. Öğrenci yükseğe yakın bir puan almıştır. Orta bir matematik başarısına sahip olduğu söylenebilir. Bu öğrenci her iki ispat sorusuna da 2 numara ile sembolize edilen Önemli Deney düzeyinde cevaplar vermiştir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, orta düzeyde ispat düzeyine sahip olan bu öğrencinin SBS sınavından da orta düzeyde bir başarı elde etmiştir

95 numaralı öğrenci SBS'den 203.594 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

96 numaralı öğrenci SBS'den 364.989 puan almıştır. Öğrenci orta düzeyde puan almıştır. Orta bir matematik başarısına sahip olduğu söylenebilir. Bu öğrenci her iki

ispat sorusuna da 2 numara ile sembolize edilen Önemli Deney düzeyinde cevaplar vermiştir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, orta düzeyde ispat düzeyine sahip olan bu öğrencinin SBS sınavından da orta düzeyde bir başarı elde etmiştir

97 numaralı öğrenci SBS'den 363.745 puan almıştır. Öğrenci orta düzeyde puan almıştır. Orta bir matematik başarısına sahip olduğu söylenebilir. Bu öğrenci her iki ispat sorusuna da 2 numara ile sembolize edilen Önemli Deney düzeyinde cevaplar vermiştir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, orta düzeyde ispat düzeyine sahip olan bu öğrencinin SBS sınavından da orta düzeyde bir başarı elde etmiştir

98 numaralı öğrenci SBS'den 397.126 puan almıştır. Öğrenci yükseğe yakın bir puan almıştır. Orta bir matematik başarısına sahip olduğu söylenebilir. Bu öğrenci her iki ispat sorusuna da 2 numara ile sembolize edilen Önemli Deney düzeyinde cevaplar vermiştir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, orta düzeyde ispat düzeyine sahip olan bu öğrencinin SBS sınavından da orta düzeyde bir başarı elde etmiştir.

99 numaralı öğrenci SBS'den 246.039 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

100 numaralı öğrenci SBS'den 399.075 puan almıştır. Öğrenci yükseğe yakın bir puan almıştır. Orta bir matematik başarısına sahip olduğu söylenebilir. Bu öğrenci her iki ispat sorusuna da 2 numara ile sembolize edilen Önemli Deney düzeyinde cevaplar vermiştir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa

birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, orta düzeyde ispat düzeyine sahip olan bu öğrencinin SBS sınavından da orta düzeyde bir başarı elde etmiştir

101 numaralı öğrenci SBS'den 401.423 puan almıştır. Öğrenci yükseğe yakın bir puan almıştır. Orta bir matematik başarısına sahip olduğu söylenebilir. Bu öğrenci her iki ispat sorusuna da 2 numara ile sembolize edilen Önemli Deney düzeyinde cevaplar vermiştir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, orta düzeyde ispat düzeyine sahip olan bu öğrencinin SBS sınavından da orta düzeyde bir başarı elde etmiştir.

102 numaralı öğrenci SBS'den 386.463 puan almıştır. Öğrenci yükseğe yakın bir puan almıştır. Orta bir matematik başarısına sahip olduğu söylenebilir. Bu öğrenci her iki ispat sorusuna da 2 numara ile sembolize edilen Önemli Deney düzeyinde cevaplar vermiştir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, orta düzeyde ispat düzeyine sahip olan bu öğrencinin SBS sınavından da orta düzeyde bir başarı elde etmiştir.

103 numaralı öğrenci SBS'den 399.977 puan almıştır. Öğrenci yükseğe yakın bir puan almıştır. Orta bir matematik başarısına sahip olduğu söylenebilir. Bu öğrenci her iki ispat sorusuna da 2 numara ile sembolize edilen Önemli Deney düzeyinde cevaplar vermiştir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, orta düzeyde ispat düzeyine sahip olan bu öğrencinin SBS sınavından da orta düzeyde bir başarı elde etmiştir.

104 numaralı öğrenci SBS'den 396.197 puan almıştır. Öğrenci yükseğe yakın bir puan almıştır. Orta bir matematik başarısına sahip olduğu söylenebilir. Bu öğrenci her iki ispat sorusuna da 2 numara ile sembolize edilen Önemli Deney düzeyinde cevaplar vermiştir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, orta düzeyde

ispat düzeyine sahip olan bu öğrencinin SBS sınavından da orta düzeyde bir başarı elde etmiştir

105 numaralı öğrenci SBS'den 265.384 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

106 numaralı öğrenci SBS'den 293.461 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan alamamıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, en alt seviye olan 1 numara ile sembolize edilen Saf Deneycilik düzeyidir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, alt seviyede ispat yapan öğrenci SBS sınavından da alt düzeyde bir başarı elde etmiştir.

107 numaralı öğrenci SBS'den 468.260 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan almıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, ispat sorusuna verdiği cevaplar incelendiğinde birinci soruya 3 numara ile temsil edilen Sosyal Örnek düzeyinde, ikinci soruya ise 2 numara ile temsil edilen Önemli Deney düzeyinde cevaplar verdiği görülmüştür. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, elde edilen veriler analiz edildiğinde üst seviyede ispat yapan öğrencinin SBS sınavı başarısının da yüksek olduğu görülmektedir. Öğrenci olması gereken, beklenen ispat düzeyindedir ve istenen matematik başarısını elde etmiştir.

108 numaralı öğrenci SBS'den 462.432 puan almıştır. Öğrenci çok yüksek bir puan almıştır. Bu öğrencinin ispat düzeyi, ispat sorusuna verdiği cevaplar incelendiğinde birinci soruya 3 numara ile temsil edilen Sosyal Örnek düzeyinde, ikinci soruya ise 2 numara ile temsil edilen Önemli Deney düzeyinde cevaplar verdiği görülmüştür. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine paralel olarak bir sonuç elde edildiği görülmektedir. Yani, elde edilen veriler analiz

edildiğinde üst seviyede ispat yapan öğrencinin SBS sınavı başarısının da yüksek olduğu görülmektedir. Öğrenci olması gereken, beklenen ispat düzeyindedir ve istenen matematik başarısını elde etmiştir.

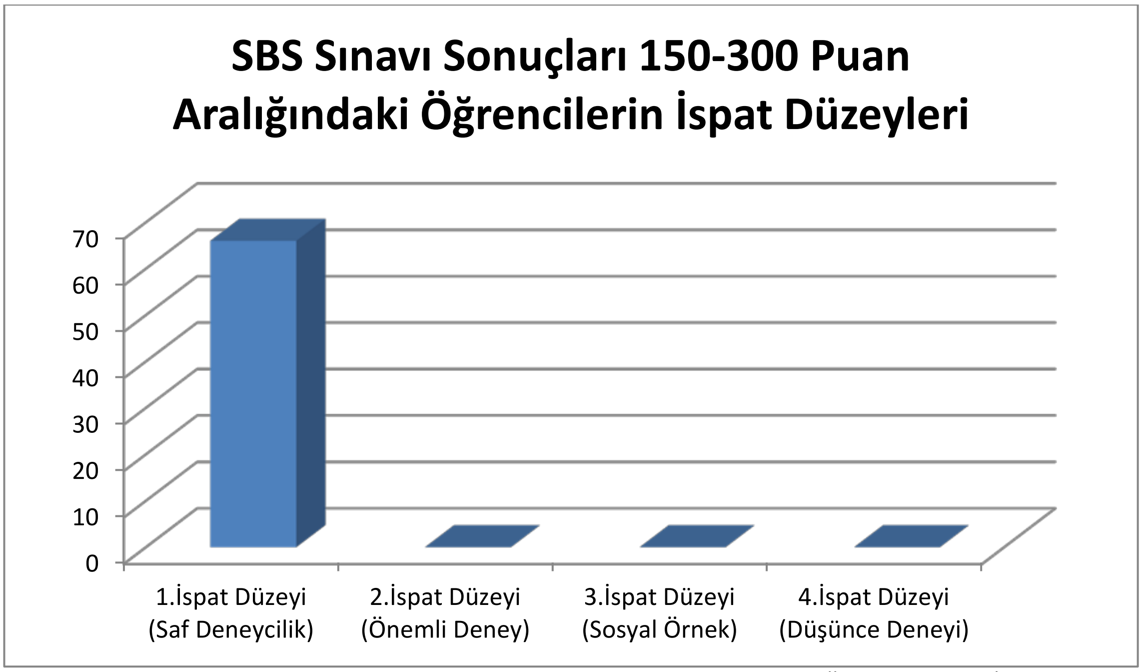
109 numaralı öğrenci SBS'den 442.365 puan almıştır. Öğrenci yükseğe yakın bir puan almıştır. Orta üstü bir matematik başarısına sahip olduğu söylenebilir. Bu öğrenci her iki ispat sorusuna da 2 numara ile sembolize edilen Önemli Deney düzeyinde cevaplar vermiştir. Ancak öğrencinin verdiği cevaplar incelendiğinde diğer öğrencilerin cevaplarıyla kıyaslandığında diğer öğrencilere göre daha farklı bir yaklaşım sergilemiştir. Diğer öğrencilere göre daha farklı örnekler kullanarak ispat yapmayı tercih etmiştir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine ispat düzeyi açısından orta seviyede kaldığı ancak SBS başarısı açısından da yükseğe yakın bir başarı elde ettiği görülmüştür. Öğrencinin SBS puanı ders ders incelendiğinde diğer derslere göre matematik alanında daha çok yanlış yaptığı yani matematik başarısı açısından incelendiğinde ispat düzeyine yakın, ispat düzeyiyle paralel olacak şekilde bir matematik başarısı elde ettiği görülmüştür. Yapılan analiz sonucunda yine öğrencinin matematik başarısı ile ispat becerisi birbirine paralel sonuçlar doğurmuştur.

110 numaralı öğrenci SBS'den 422.996 puan almıştır. Öğrenci yükseğe yakın bir puan almıştır. Orta üstü bir matematik başarısına sahip olduğu söylenebilir. Bu öğrenci her iki ispat sorusuna da 2 numara ile sembolize edilen Önemli Deney düzeyinde cevaplar vermiştir. Ancak öğrencinin verdiği cevaplar incelendiğinde diğer öğrencilerin cevaplarıyla kıyaslandığında diğer öğrencilere göre daha farklı bir yaklaşım sergilemiştir. Diğer öğrencilere göre daha farklı örnekler kullanarak ispat yapmayı tercih etmiştir. Öğrencinin SBS puanı ile ispat yapabilme düzeyi kıyaslanacak olursa birbirlerine ispat düzeyi açısından orta seviyede kaldığı ancak SBS başarısı açısından da yükseğe yakın bir başarı elde ettiği görülmüştür. Öğrencinin SBS puanı ders ders incelendiğinde diğer derslere göre matematik alanında daha çok yanlış yaptığı yani matematik başarısı açısından incelendiğinde ispat düzeyine yakın, ispat düzeyiyle paralel olacak şekilde bir matematik başarısı elde ettiği görülmüştür. Yapılan analiz

sonucunda yine öğrencinin matematik başarısı ile ispat becerisi birbirine paralel sonuçlar doğurmuştur.

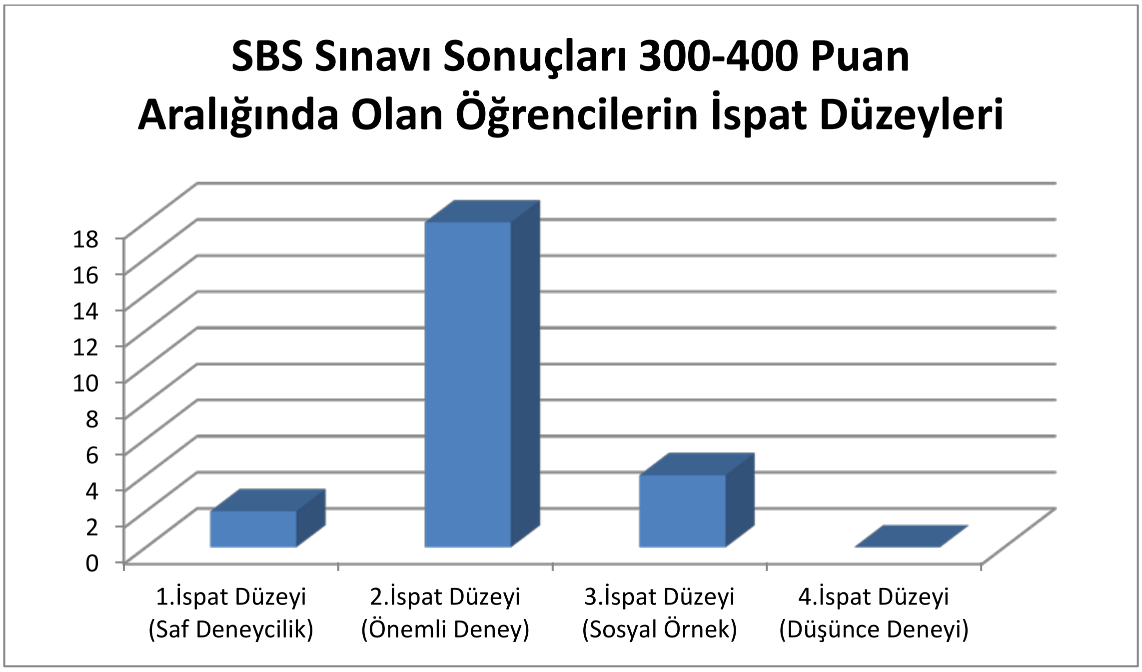
Tüm bu verileri genel anlamda yorumlayacak olursak öğrencilerin ispat becerileri ile SBS sınavından aldıkları puanların birbirlerine paralel olduğu görülmüştür. Bazı öğrencilerin daha yüksek ispat seviyesinde kaldığı, bazı öğrencilerin ise SBS'den aldıkları puanların ispat düzeylerine göre yüksek olduğu görülmüştür. Bu öğrencilerin SBS puanlarını diğer branşlardan aldıkları puanlar da etkilediği için diğer branş puanları ortamdan çıkarıldığında, bu öğrencilerin sadece matematik bölümünden aldığı puanlara bakıldığında ispat düzeyleri ile matematik başarıları arasında anlamlı bir tutarlılık olduğu görülmektedir. İspat düzeyleri ile öğrencilerin matematik başarıları arasında anlamlı bir ilişkilendirme olduğu açıkça gözlenmektedir.

Yukarıdaki verileri 150-300, 300-400, 400-500 puan aralıklarına bölerek ispat düzeyi dağılımları grafiğe aktarılmıştır.



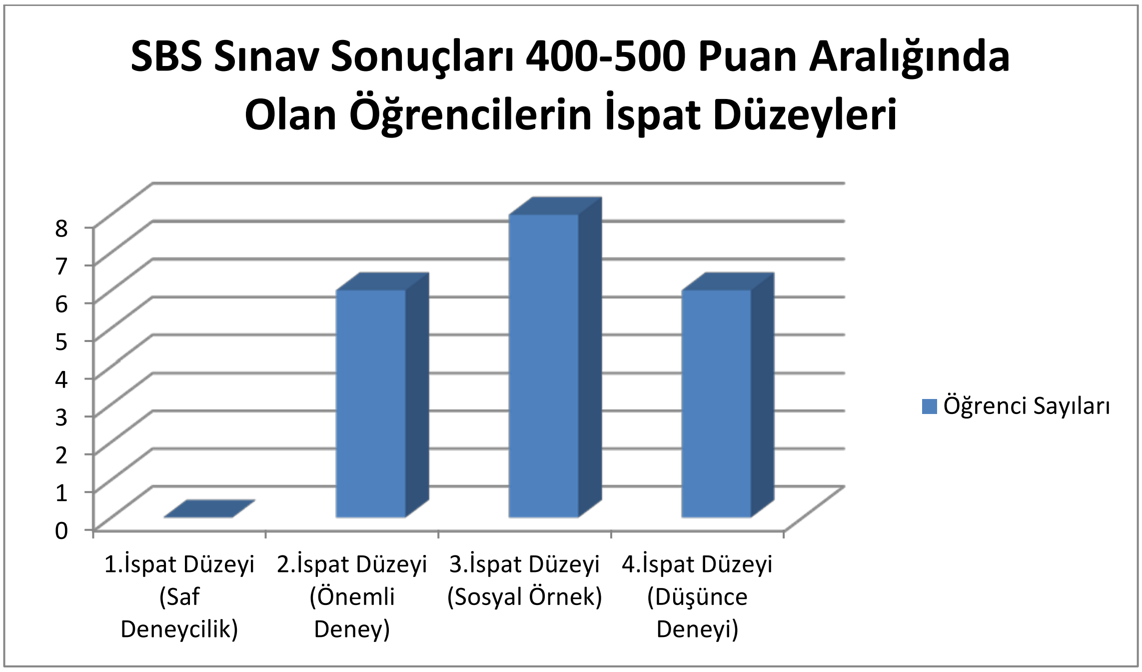
Grafik 4.4: SBS Sınavı Sonuçları 150-300 Puan Aralığındaki Öğrencilerin İspat Düzeyleri

Yukarıdaki grafiğe göre SBS puanı 150 ile 300 aralığında yani düşük sınav puanı olan 64 öğrencinin tümünün 1. İspat düzeyinde kaldığı görülmektedir.



Grafik 4.5: SBS Sınavı Sonuçları 300-400 Puan Aralığındaki Öğrencilerin İspat Düzeyleri

Yukarıdaki grafiğe göre SBS sınav puanı 300-400 puan aralığında olan yani orta sınav başarısına sahip 24 öğrencinin 2'si 1. İspat düzeyi olan Saf Deneycilik, 18'i 2. İspat düzeyi olan Önemli Deney, 4'ü ise 3. İspat düzeyi olan Sosyal Örnek düzeyinde ispat yapmıştır, hiçbir öğrenci ise 4. İspat düzeyi olan Düşünce Deneyi düzeyinde ispat yapamamıştır.



Grafik 4.6: SBS Sınavı Sonuçları 400-500 Puan Aralığındaki Öğrencilerin İspat Düzeyleri

Yukarıdaki grafiğe göre SBS sınav sonuçları 400-500 puan aralığında olan yüksek başarıya sahip 20 öğrencinin hiçbiri 1. İspat düzeyi olan Saf Deneycilik düzeyinde ispat yapmamıştır. 6'sı 2. İspat düzeyi olan Önemli Deney, 8'i ise 3. İspat düzeyi olan Sosyal Örnek düzeyinde ispat yapmıştır. Bu öğrencilerin 6'sı ise 4. İspat düzeyi olan Düşünce Deneyi düzeyinde ispat yapmıştır. Görüldüğü gibi sınav puanları arttıkça öğrencilerin ispat düzeyleri de artmış, üst seviyede ispat yapmışlardır.

4.6.Alt Problemler ve Sonuçları

Problem 1: Öğrenciyi merkeze alarak yapılandırmacı eğitim yaklaşımı çerçevesinde yeniden düzenlenen matematik öğretim programı öğrencilerin ispat becerilerini geliştirmede ne derecede yeterlidir?

Öğrenciyi merkeze alarak yapılandırmacı eğitim yaklaşımı çerçevesinde yeniden düzenlenen matematik öğretim programı öğrencilerin ispat becerilerini geliştirmede yeterli düzeyde olmadığı görülmüştür. Ders kitabında yer alan etkinlik örneklerinin öğrenci seviyesi altında olduğu tespit edilmiştir.

Öğrencilerin yaklaşık olarak %60’ı 1.İspat Düzeyi (Saf Deneycilik) nde cevap vermişlerdir. 8.sınıf matematik ders kitaplarında ise tüm etkinliklerin %42,18’i Saf Deneycilik düzeyinde yer almaktadır. Bu da öğrencilerin matematik başarıları ile matematik ders kitabı etkinliklerinin ispat düzeyleri arasındaki yaklaşık olarak %20’lik bir fark bulunmaktadır. Bu da öğrencilerin yüzde olarak çok daha fazlası 2. Seviye olan Önemli Deney seviyesine geçiş yaptığı mematematik ders kitapları etkinliklerinin öğrencilerin seviyesinin çok altında kaldığı görülmektedir.

Öğrencilerin yaklaşık olarak %30’u 2.İspat Düzeyi Önemli Deney düzeyinde cevap vermişlerdir. 8.sınıf matematik ders kitaplarında ise tüm etkinliklerin %43,75’i Önemli Deney düzeyinde yer almaktadır. Bu da öğrencilerin matematik başarıları ile matematik ders kitabı etkinliklerinin ispat düzeyleri arasında %10’luk bir fark olduğu görülmektedir. İlişki birbirine paraleldir ancak çok büyük bir fark olmadığını söylenebilir. Yine mematematik ders kitapları etkinliklerinin öğrencilerin seviyesinin çok altında kaldığı görülmektedir.

Öğrencilerin yaklaşık olarak %10’u 3.İspat Düzeyi Sosyal Örnek düzeyinde cevap vermişlerdir. 8.sınıf matematik ders kitaplarında ise tüm etkinliklerin %14,06’sı Sosyal Örnek düzeyinde yer almaktadır. Bu da öğrencilerin matematik başarıları ile matematik ders kitabı etkinliklerinin ispat düzeyleri arasındaki ilişki birbirine paralel olduğunu gösterir.

Öğrencilerin yaklaşık olarak %3’ü 4.İspat Düzeyi Düşünce Deneyi düzeyinde cevap vermişlerdir. 8.sınıf matematik ders kitaplarında ise tüm etkinliklerin hiçbiri Düşünce Düzeyi düzeyinde yer almamaktadır. Bu da öğrencilerin üst seviyede ispat seviyesine geçiş yaptıkları ancak matematik ders kitabı etkinliklerinin öğrenci seviyesinin çok altında kaldığı görülmektedir.

Yukarıdaki sonuçlardan da anlaşılacağı üzere, ders kitabı etkinliklerinin, öğrenci ispat düzeylerinin çok altında kaldığı, öğrencinin muhakeme yapma becerilerini geliştirici nitelikte olmadığı görülmüştür. Tüm etkinlerin alt seviye gruplarında sıkışıp kaldığı sınıf düzeylerine uygun olarak üst seviyelere doğru çıkamadığı görülmüştür.

Problem 2: Öğrenciyi merkeze alarak yapılandırmacı eğitim yaklaşımı çerçevesinde yeniden düzenlenen matematik öğretim programı öğrencilerin ispat becerilerine yönelik etkinliklere ne derecede yer verilmiştir?

6.sınıf	**Düzeyi**				
Konu Alanı	**NE (Saf Deneycilik)**	**CE (Önemli Deney)**	**GE (Sosyal Örnek)**	**TE (Düşünce Deneyi)**	**Toplam**
Cebir	29	8	-	-	37
Geometri	29	3	-	-	32
İstatistik ve Olasılık	8	-	-	-	8
Kümeler ve Mantık	6	-	-	-	6
Toplam	72 (%86,7)	11 (%13,2)	-	-	83 (%100)

Tablo 4.2: 6. Sınıf Ders Kitabı Etkinlikleri İspat Düzeyleri

Tabloya göre 6.sınıf matematik ders kitabında toplam 83 etkinlik bulunmaktadır. Bu etkinliklerin 37'si cebir, 32'si geometri, 8'i istatistik ve olasılık, 6'sı kümeler ve mantık konusu kategorisinde yer almaktadır. Cebir konusunda yer alan 37 etkinliğin 29'u saf deneycilik, 8'i önemli deney ispat seviyesindedir. Geometri konusunda yer alan 32 etkinliğin 29'u saf deneycilik, 3'ü önemli deney ispat seviyesindedir. İstatistik ve olasılık konusunda yer alan 8 etkinliğin tümü saf deneycilik ispat seviyesinde, kümeler ve mantık konusunda ise yer alan 6 etkinliğin tümü yine saf deneycilik ispat seviyesinde olduğu görülmüştür.

Yeterli sayıda ispat etkinliği vardır ancak etkinliklerin alt seviyede ispat düzeyinde kaldığı görülmüştür.

7.sınıf	Düzeyi				
Konu Alanı	**NE (Saf Deneycilik)**	**CE (Önemli Deney)**	**GE (Sosyal Örnek)**	**TE (Düşünce Deneyi)**	**Toplam**
Cebir	26	8	1	-	35
Geometri	29	13	-	-	42
İstatistik ve Olasılık	5	8	-	-	13
Kümeler ve Mantık	-	-	-	-	-
Toplam	60 (%66,6)	29 (%32,2)	1 (%1,11)	-	90 (%100)

Tablo 4.4: 7. Sınıf Ders Kitabı Etkinlikleri İspat Düzeyleri

Tabloya göre 7.sınıf matematik ders kitabında toplam 90 etkinlik bulunmaktadır. Bu etkinliklerin 35'i cebir, 42'si geometri, 13'ü istatistik ve olasılık konusu kategorisinde yer almaktadır. Kümeler ve mantık konu kategorisinde ise hiç etkinlik yer almamaktadır. Cebir konusunda yer alan 42 etkinliğin 26'sı saf deneycilik, 8'i önemli deney, 1'i ise sosyal örnek ispat seviyesindedir. Geometri konusunda yer alan 42 etkinliğin 29'u saf deneycilik, 13'ü önemli deney ispat seviyesindedir. İstatistik ve olasılık konusunda yer alan 13 etkinliğin 5'i saf deneycilik, 8'i ise önemli deney ispat seviyesinde yer almaktadır. Kümeler ve mantık konusunda ise etkinlik olmadığı için seviyelendirme yapılmamıştır. Tüm konularla ilgili ispat etkinliği yoktur.

Kitabın genelinde etkinliklerin saf deneycilik(naive empricism) ile önemli deney(crucial experiment) arasında geçişlerle sınırlı kalmıştır. 7.sınıf kitabında cebir konusuna önemli deney(crucial experiment) seviyesindeki etkinliklerle giriş yapılırken, geometri konusuna daha alt seviye olan saf deneycilik(naive empricism) seviyesinden etkinliklere yer verilerek giriş yapıldığı görülmektedir. Tamsayılarla işlemler konusunda öğrenci önemli deney(crucial experiment) seviyesine taşınırken rasyonel sayılarla işlemler konusunda tekrar saf deneycilik(naive empricism) seviyesine geri dönülmüştür. Genel anlamda tüm etkinlikler alt düzey ispat seviyelerinde kalmıştır.

8.sınıf	Düzeyi				
Konu Alanı	**NE (Saf Deneycilik)**	**CE (Önemli Deney)**	**GE (Sosyal Örnek)**	**TE (Düşünce Deneyi)**	**Toplam**
Cebir	5	8	7	-	20
Geometri	15	14	2	-	31
İstatistik ve Olasılık	7	6	-	-	13
Kümeler ve Mantık	-	-	-	-	-
Toplam	27 (%42,18)	28 (%43,75)	9 (%14,06)	- (%0)	64 (%100)

Tablo 4.6: 8. Sınıf Ders Kitabı Etkinlikleri İspat Düzeyleri

Tabloya göre 8.sınıf matematik ders kitabında toplam 64 etkinlik bulunmaktadır. Bu etkinliklerin 20'si cebir, 31'i geometri, 13'ü istatistik ve olasılık konusu kategorisinde yer almaktadır. Kümeler ve mantık konu kategorisinde ise hiç etkinlik yer almamaktadır. Cebir konusunda yer alan 20 etkinliğin 5'i Saf Deneycilik, 8'i Önemli Deney, 7'si ise Sosyal Örnek düzeyindedir ve Düşünce Deneyi ispat seviyesinde hiçbir örnek yer almamaktadır. Geometri konusunda yer alan 31 etkinliğin 15'i Saf Deneycilik, 14'ü Önemli Deney, 2'si Sosyal örnek ispat seviyesindedir. İstatistik ve olasılık konusunda yer alan 13 etkinliğin 7'si Saf Deneycilik, 6'sı ise Önemli Deney ispat seviyesinde yer almaktadır. Kümeler ve mantık konusunda ise etkinlik olmadığı için seviyelendirme yapılmamıştır.

Tüm etkinliklerin %42,18'i Saf Deneycilik düzeyinde, %43,75'i Önemli Deney, %14,06'sı Sosyal Örnek seviyesinde yer almaktadır ve Düşünce Deneyi seviyesinde hiçbir örnek yer almadığı için %0 dır.

8.sınıf kitabında önemli deney(crucial experiment) seviyesinden daha çok etkinliklere yer verildiği görülmüştür. Ayrıca hala saf deneycilik seviyesinde azımsanmayacak miktarda etkinlik olduğu görülmektedir. Buna karşılık bir sene sonra devam eden cebir ve geometri konularında sıklıkla karşılaşacakları 4.seviye olan düşünce deneyi(thought experiment) seviyesinde hiçbir örnekle karşılaşılmamıştır. Bu etkinliklerin istenilen ispat düzeyinde olmadığını göstermiştir.

Geometri konularının genelinde alt seviye ispat yöntemi olan saf deneycilik(naive empricism) seviyesinde çok fazla etkinlik sunulmuştur. Ardışık seviyelendirmeye uygun etkinlik örnekleri sıralanmamıştır. Yer yer üst seviyeye taşınan öğrencilerin yer yer yine alt seviyelere indirildiği gözlenmiştir. Aynı konuyla ilgili birden fazla etkinliğe yer verilen bölümlerde bütün etkinlikler aynı seviye grubunda kalmıştır. Aynı konu başlığı ile ilgili olan birden fazla verilen etkinlik örneklerinin farklı seviyelere uygun olarak hazırlanarak farklı seviye ispat grubundaki öğrencilere hitap edecek biçimde öğrencilerin bireyselliği göz önüne alınarak hazırlanmamıştır. Ayrıca ispat niteliği taşımayan, sadece öğrenciye genel tekrar amacı güdülerek hazırlanmış alıştırma kategorisine sokabileceğimiz etkinlikler de mevcuttur. Bu yüzden bu etkinlikler Balacheff seviyelendirmelerinde bir kategoriye sokulmamıştır. Yeterli sayıda etkinlik vardır ancak bu etkinliklerin ispat düzeyleri üst gruplarda yer almamaktadır.

Problem 3: Öğrencilere uygulanan ispat sorularının her biri öğrenci seviyelerini ne derecede tutarlı olarak yansıtmıştır?

Bulgular yorumlar başlığı altındaki öğrenci cevapları tablosu incelendiğinde aşağıdaki veriler elde edilir:

1 numaralı öğrenci birinci ve ikinci ispat sorularına da sosyal örnek seviyesinde ispat uygulayarak cevap vermiştir. 2, 3, 4, 5 numaralı öğrenciler birinci ve ikinci ispat sorularına saf deneycilik seviyesinde ispat cevapları vermişlerdir. 6 numaralı öğrenci birinci ispat sorusuna 2. Seviyede Önemli Deney seviyesinde ispat yapmış olmasına rağmen ikinci ispat sorusuna verdiği cevapla ancak 1. Seviye olan Saf Deneycilik seviyesinde uygulama yapabilmiştir. Bu da öğrencinin ispat yapabilme becerisi düzeyinde fazla bir fark olmadığını göstermektedir. 7 numaralı öğrenci birinci ve ikinci ispat sorularına 1. Düzeyde Saf Deneycilik seviyesinde ispat cevapları uygulamıştır. 8, 9 ve 10 numaralı öğrenciler birinci ve ikinci ispat sorularına 2. Düzey olan Önemli Deney seviyesinde ispat cevapları vermişlerdir. 11 numaralı öğrenci birinci ispat sorusunun cevabında 2. Düzey olan Önemli Deney seviyesinde, ikinci ispat sorusunun cevabında 1. Düzey olan Saf Deneycilik seviyesinde cevaplar vermiştir. Bu öğrencinin

ispat cevaplarında da fazla bir fark gözlenmemiştir. 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24 numaralı öğrenciler her iki ispat sorusunun cevabında 1.Düzey olan Saf Deneycilik seviyesinde cevaplar vermişlerdir. En basit yöntem olan tek örnekle kanıtlama yolunu kullanmışlardı. 25 numaralı öğrenci birinci sorunun ispatında 4. Düzey olan Düşünce Deneyi yani en üst düzeyde ispat yapmıştır. İkinci sorunun ispatında ise yine 4. Düzeye yakın olan 3. Düzey Sosyal Örnek seviyesinde ispat yöntemi kullanmıştır. Büyük bir fark gözlenmemiştir. Birbirine paralel ispat seviyesinde çözümler yapmıştır. 26 numaralı öğrenci birinci ve ikinci ispat sorularında 1. Düzey olan Saf Deneycilik seviyesinde ispat yöntemi kullanmıştır. 28, 31, 32, 33, 36, 37, 39, 41, 42 numaralı öğrenciler her iki sorunun ispatında 1. Düzey olan Saf Deneycilik seviyesinde ispat yapmıştır. Yani tek bir örnekle verileni kanıtlamaya çalışmıştır. 27 numaralı öğrenci iki sorunun ispatında da 4. Düzeye yakın olan 3. Düzey Sosyal Örnek seviyesinde ispat yöntemi kullanmıştır. 29 numaralı öğrenci her iki sorunun ispatında 4. Düzey olan Düşünce Deneyi yani en üst düzeyde ispat yapmıştır. 30 numaralı öğrenci birinci sorunun ispatında 3. Düzey olan Sosyal Örnek seviyesinde ispat yöntemi, ikinci sorunun ispatında ise 2. Düzey olan Önemli Deney seviyesinde ispat yöntemi kullanmıştır. 34, 35 numaralı öğrenciler iki sorunun ispatında da 4. Düzey olan Düşünce Deneyi yani en üst seviyede ispat yöntemi kullanmıştır. İstenilen seviyede ispat yöntemi uygulamışlardır. 38, 44, 49 numaralı öğrenciler birinci soru için 2. Düzey olan Önemli Deney seviyesinde, ikinci sorunun ispatında 3. Düzey olan Sosyal Örnek seviyesinde ispat uygulamıştır. 40, 47 numaralı öğrenciler birinci sorunun ispatında 3. Düzey olan Sosyal Örnek, ikinci sorunun ispatında 4. Düzey olan Düşünce Deneyi seviyesinde ispat yöntemini kullanmıştır. 43, 46 numaralı öğrenciler her iki sorunun ispatında 3. Düzey olan Sosyal Örnek seviyesinde ispat yöntemini uygulamıştır. 48 numaralı öğrenci her iki sorunun ispatında 2. Düzey olan Önemli Deney seviyesinde ispat yöntemi uygulamıştır. 50,51, 52, 53, 54, 55, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 78, 79, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 88, 91, 92, 95, 99, 105, 106 numaralı öğrenciler her iki sorunun ispatında 1.Düzey olan Saf Deneycilik seviyesinde ispat yapmıştır. Yani tek bir örnekle verileni kanıtlamaya çalışmıştır. 56 numaralı öğrenci birinci ispat sorusunda 1. Düzey olan Saf Deneycilik seviyesinde ispat yöntemini buna karşın sorulan ikinci ispat sorusunda ise 2. Düzey olan Önemli Deney seviyesinde ispat uygulaması yapmıştır. 66, 77, 80, 87, 94, 96, 97, 98, 100, 101, 102, 103, 104, 109, 110 numaralı öğrenciler her iki ispat sorusunun uygulamasında 2. Düzey olan Önemli Deney yöntemini kullanmıştır. 89 numaralı öğrenci birinci ispat sorusunda 2. Düzey olan Önemli Deney yöntemini kullanmıştır. İkinci soruda ise ispatında 3. Düzey olan Sosyal Örnek seviyesinde ispat yapmıştır. 90 numaralı öğrenci birinci soru için 2. Düzey olan Önemli Deney yöntemini uygulayabilmiş olmasına rağmen ikinci soru için 1. Düzey olan Saf Deneycilik yöntemine geri dönmüştür. 93 numaralı öğrenci her iki soru için 3. Düzey olan Sosyal Örnek seviyesinde ispat yöntemini uygulamıştır. 107 ve 108 numaralı öğrenciler birinci soru için 3. Düzey olan Sosyal Örnek seviyesinde ispat yapabilmiş olmalarına rağmen ikinci soruda ispat yönteminde bu seviyeyi bir alt düzeye yani 2. Düzey olan Önemli Deney yöntemine indirgemiştir. Tablodan da görüldüğü üzere öğrencilerin birinci ve ikinci ispat soruları için uyguladıkları ispat yöntemlerinin sorudan soruya bir farklılık göstermediği, öğrencinin ispat seviyelerinin düzeyinin saptanmasında tutarlı bir veri analizi elde ettiğimiz için öğrencilerin ispat seviyeleri belirlenmiş olmuştur.

Genel anlamda tüm bu verileri yorumlayacak olursak birinci ve ikinci ispat düzeyi tespiti soruları arasında bir tutarsızlık görülmemiştir. Öğrenciler birinci soru için hangi ispat düzeyi seviyelendirmesini aldıysa ikinci soru için de aynı ispat düzeyi seviylendirmesini almıştır. İspat sorularının öğrenci ispat seviyelerini tutarlı bir şekilde yansıttığı görülmüştür.

Problem 4: Öğrencilerin SBS sınavı sonuçları ile öğrencilere uygulanan ispat soruları sonucu elde edilen ispat düzeyleri arasında bir ilişki var mıdır?

Tüm veriler genel anlamda yorumlanacak olursa; öğrencilerin ispat becerileri ile SBS sınavından aldıkları puanların birbirlerine paralel olduğu görülmüştür. Bazı öğrencilerin daha yüksek ispat seviyesinde kaldığı, bazı öğrencilerin ise SBS'den aldıkları puanların ispat düzeylerine göre yüksek olduğu görülmüştür. Bu öğrencilerin SBS puanlarını diğer branşlardan aldıkları puanlar da etkilediği için diğer branş puanları ortamdan çıkarıldığında, bu öğrencilerin sadece matematik bölümünden aldığı puanlara bakıldığında ispat düzeyleri ile matematik başarıları arasında anlamlı bir paralellik olduğu görülmüştür. İspat düzeyleri ile öğrencilerin matematik başarıları arasında anlamlı bir ilişkilendirme olduğu açıkça görülmüştür.

BEŞİNCİ BÖLÜM

5.SONUÇ VE ÖNERİLER

Çalışmanın sonuçları ve yapılacak çalışmalar için öneriler kısmı da yine iki kısımdan oluşmaktadır.

5.1.Ders Kitabı İncelemesi Kısmı ve Öğrenci Cevapları Karşılaştırması Sonuç ve Öneriler

1. Ders kitabında yer alan örneklerin çoğu tek bir örnek üzerinden öğrencilerin genellemeye varmalarını beklemektedir. Öğrencilerin birden fazla örnek ile genelleme yapmalarına olanak sağlayacak etkinlikler yeterince yer almamıştır. Buna göre özellikle alt sınıflarda ders kitabında yer alan bu tarz etkinliklerin sayıları arttırılmalıdır.

2. 6, 7 ve 8. Sınıf ders kitaplarında yer alan matematik dersi etkinliklerinin alt ispat seviyelerinden üst seviyelere doğru ardışıklık sırası güdülmeden hazırlanmıştır. Bir konu başlığı ile ilgili bazı bölümlerde yalnız üst seviyede ispat gerektiren etkinlikler bulunurken bazı bölümlerde ise yalnız alt seviyede ispat gerektiren etkinlikler bulunmaktadır. Buna göre; etkinlikler yeniden düzenlenmeli ve yenilenmelidir.

3. Ders kitabında yer alan etkinliklerin yerleri kitabın konu dağılımı açısından Türkiye'nin her heryerinde bölgeden bölgeye farklılıklar gösterdiği için bazı konuların etkinlikleri çözümünde üst seviyede ispat gerektiren etkinlik örnekleri ile başlamıştır. Her konu içinde etkinliklerin ispat seviyelerinin de kendi içinde tutarlı bir hale gelmesi ve etkinliklerin seviye seviye üst gruplara doğru taşınan

uygun bir ispat düzeninde yer alması için kitaptaki konu sıralaması yeniden düzenlenmelidir.

4. Türkiye'de 2000 yılındaki müfredat programı değişikliği kapsamında yeniden düzenlenen kitapların tümdengelim ispat yolu uygulanmaya çalışılmış, ispatlanması istenen durumun öğrencinin bulmasını, keşfetmesini, öğrencinin eski bilgileri üzerinde muhakeme yapmasını sağlamak yerine etkinliğin başında bu durum açıkça verilerek sadece doğrulamasının yapılması istenmiştir. Kitaplarda daha yapısalcı anlayış benimsenerek öğrencinin muhakeme yapması, keşfederek öğrenmesi ve kendi bildiklerinden yola çıkarak genelleme yapabilmesini temele alan etkinlikler yer almalıdır.

5. 6, 7 ve 8. Sınıf kitaplarının tümünde yer alan 3-boyutlu geometrik cisimler konu başlığı ile ilgili etkinlikler tamamen öğrencinin 3-boyutlu düşünebilme kapasitesine, yeteneğine bırakılmıştır. Ne etkinliğin uygulama aşamasında, ne de sonuç çıkarma, muhakeme yapma, genelleme aşamalarında dinamik geometri yazılımları aracılığıyla çizilmiş, öğrencilerde görsel zekayı destekleyici unsurlar, 3-boyutlu şekillendirmelerden yararlanılmıştır. Buna göre, katlama ve zihinde canlandırmaya dayalı eski etkinliklerin kaldırılıp yerine 3-boyutlu görsellere dayalı materyal etkinlikleri, dinamik geometri yazılımlarına dayalı etkinlik örnekleri veya öğrencilerin 3-boyutlu cisimleri görselleştirebilmeleri için yazılımlar yardımıyla inşa edilmiş 3-boyutlu cisimlerin çizim örneklerini içeren etkinlikler yer almalıdır.

6. 6, 7 ve 8. Sınıf düzeylerindeki kitapların tümünde müfredat programının yoğunluğu tespit edilmiştir. Müfredat programı, etkinlikler ile matematik öğretimi ders saatleri düşünüldüğünde etkili ve verimli bir şekilde bu etkinliklerin uygulanabilmesi için yeterli ders zamanın olmadığı görülmüştür. Bu unsur öğrencilerin ispat yapabilme becerilerinin tam olarak gelişmesine

imkan vermeyeceği için, matematik dersi müfredat programında matematik dersi dışında ders içi etkinliklere ayrıca zaman ayırılmalıdır.

7. Matematik ders kitabında yer alan etkinliklerin bazıları hiçbir ispat seviyesi kategorisine konulamamıştır. Bu etkinliklerin öğrencileri ispat yapmaya yönelten bir içeriğinin olmadığı, yalnızca o konuyu pekiştirmek amacı ile hazırlanmış bilgi seviyesinde testler olduğu görülmüştür. Bu tarz öğrenciyi sadece alıştırma yapmaya yönelten, öğrencilerin muhakeme yapma süreçlerine katkıda bulunmayan etkinlikler tespit edilmeli, kitaplardan çıkarılmalı veya bu etkinliklerin içeriği öğrenciyi düşünmeye sevkedecek şekilde, öğrenciyi ispat yapmaya yöneltecek bilgi seviyesinin üstünde olacak şekilde yeniden düzenlenmelidir.

8. Kitapta çok sayıda yer alan alt düzey ispat seviyesindeki etkinliklere çok fazla yer verilmiştir. Bu etkinliklerin daha yapılandırmacı, dinamik yazılımlarla desteklenen daha üst seviyelerde ispat gerektiren alternatif etkinliklerin oluşturulması için yeni çalışmalar yapılmalıdır.

9. Etkinliklerin senaryo kısımları birbirleri ile benzerlikler göstermektedir. Aynı etkinlik senaryoları küçük değişikliklerle aynı kitap içerisinde birden fazla konu için birden fazla yerde kullanılmıştır. Bu etkinlikler, daha farklı senaryolara sahip, öğrenciye seviyesine daha uygun, eğlenceli bir formatta sunumuyla hazırlanmış yeni senaryolarla değiştirilmelidir.

10. Matematik ders kitaplar içinde yer alan etkinliklerin çözümünde üst seviyede ispat gerektirmediği için öğrencileri üst seviyede ispat yapmaya yönelmemektedir. Özellikle 8. sınıf matematik dersi kitabında öğrenci seviyesinin altında yer alan etkinliklerin sayısı oldukça fazladır. Öğrencilerin bir sonraki yıl matematik dersinde tamamen üst düzey ispat yapmasyı gerektiren bir müfredat programı ile karşı karşıya kalacakları için üst düzey ispat gerektiren etkinliklerin sayısı oldukça arttırılmalıdır.

11. Öğrencilerin sorulara verdikleri cevaplar incelendiğinde cevapların çoğunun alt ispat düzeylerinde yoğunlaştığı görülmektedir. 8.sınıf öğrencilerinin üst seviyede yani Sosyal Örnek ve Düşünce Deneyi seviyelerinde ispat yapmaları beklenirken çoğunun Saf Deneycilik ve Önemli Deney seviyelerinde kalması, öğrencilerin beklenen düzeyin altında olduğunu göstermektedir. Özellikle 8. Sınıf ders kitabına en son düzey olan Düşünce Deneyi seviyesinde etkinlikler eklenmeli ve 3. İspat düzeyi olan Sosyal Örnek seviyesindeki etkinliklerinin sayısı arttırılmalıdır.

12. İspat soruları uygulamalarında öğrencilerin uygulama esnasında ispatları bilinçli bir şekilde uygulamaya dökemediklerini, nasıl bir yol izleyeceği konusunda zorlandıkları görülmüştür. Öğrencilere sadece matematik dersi öğretimi vermek yerine bilgiler arası bağlantı, neden sonuç ilişkisine dayayı düşünsel, muhakeme yeteneklerini geliştirici ve ispata dayalı bir matematik eğitim öğretim programı hazırlanmalı ve gerekirse matematik uygulamaları veya ispat yöntemleri içeriğine sahip olan başka ek dersler eğitim-öğretim ders programına eklenmelidir.

13. Öğrencilerin cevapları incelendiğinde ispat sürecinde sürekli aynı örnekleri verdikleri, çoğunun aynı yöntemleri kullandıkları, tek örneklendirmeyle ispat yapmaya çalıştıkları görülmüştür. Ders kitapları incelendiğinde bu problemin kaynağının ders kitaplarında kullanılan etkinlik örneklerinin hep aynı türden olduğu, farklı konularda aynı örneklere ve ispatlama modellerine başvurulduğu görülmektedir. Farklı örneklendirmelerle öğrencilere farklı öğrenme seçenekleri sunulmalıdır. Öğrencilerin bireysel farklılıkları göz önüne alınarak farklı yönergeler sahip etkinlik örnekleri kitaplarda yer almalıdır.

14. Kitaplardaki etkinliklerin dizaynı öğrencilerin bireysel öğrenimine yönelik hazırlanmamıştır. Etkinlikler, öğrencilerin anlama, algılama düzeylerine yönelik yönergelerle hazırlanmamıştır. Etkinliklerin uygulanması basamağında bir

rehber öğretmenin bulunması gerekliliği etkinliğin uygulanması esnasında hissedilmektedir. Bundan dolayı bazı etkinlikler öğrencilerin anlama, algılama, kavrama düzeyleri göz önüne alınarak, bireysel olarak kendi kendilerine uygulamalarını yapabilecekleri şekilde yeniden düzenlenmelidir.

15. Kitaptaki etkinlik örneklerinin büyük bir kısmı o konuyla ilgili tek örnek gösterildikten sonra etkinliğe son verilmiştir. O konuyla ilgili birden fazla örnek olabileceği düşüncesini hissettirmemektedir ve öğrenciyi bu düşünce ile bireysel olarak harekete geçirecek kendine özgü yeni örneklendirmelerle kanıtlama yoluna gideceği yönergeler bulunmamaktadır. Öğrencileri aktive edecek, onları yeni özgün etkinlik örnekleri bulmaya yöneltecek yönergeler yer almalıdır.

16. Bazı etkinliklerde, etkinlikler uygulanırken öğrenciye ispat yapıldığı, kanıtlama doğrulama yapıldığı hissettirilmemektedir. Öğrencinin neyi neden yaptığı, sonucunda neyi elde edeceğini bilmemeleri, öğrencilerin neden-sonuç ilişkisini zihinlerinde kuramalarına neden olmayacağı düşünülmektedir. Öğrencilerin amaçsızca uygulamaya döktükleri etkinliklerin sonucunda neyi elde ettiklerini daha önceki öğrendikleri hangi konularla ilişkilendirme yapmaları gerektiğini bilmemelerine neden olmayacağı düşünülmektedir. Bu etkinlikler öğrenciyi üst bilişsel süreçlere taşımaktan çok sadece pratik yapma, genel tekrar gibi alt seviylerdeki süreçlerde kısılıp kalmalarına sebep olmaktadır. Bundan dolayı etkinlikler neden-sonuç ilişkilerine bağlı öğelerle donatılmalıdır, yönergeleri öğrenciye onu nereye götüreceğini, neyi kanıtlaya çalıştığını hissettirir nitelikte olacak şekilde değiştirilmelidir.

5.2. Öğrencilerin Matematik Başarıları ile İspat Yapabilme Becerileri İlişkilendirmesi Kısmı Sonuç ve Öneriler

1. Öğrencilerin ispat becerileri ile SBS sınavından aldıkları puanların birbirlerine paralel olduğu görülmüştür. Öğrencilerin matematik başarıları ile ispat düzeyleri arasında pozitif ve aynı yönde bir ilişki bulunmuştur. SBS puanı yüksek olan öğrencinin ispat yapabilme düzeyi de yüksektir. SBS puanı düşük olan öğrencinin ispat becerisi seviyesinin de alt grupta olduğu görülmüştür. Ancak matematik başarılarının mı ispat yapabilme düzeylerini olumlu bir şekilde etkileyerek yükselttiği veya ispat yapabilme becerilerinin mi öğrencilerin matematik başarılarını etkilediği ancak başka bir çalışmayla SBS soruları Balacheff ispat düzeylerine göre incelendiğinde bulunabilir.

2. Öğrencilerin matematik başarısı ile ispat seviyesi arasında bir ilişklendirme olduğu görülmüştür. İki yönlü bir etkileşim söz konusudur. Bu etkileşimin doğrudan hangi yönü pozitif yönde etkilediği iki şekilde düşünülerek yorumlanacak olursa iki senaryo oluşturulabilir. Bu senaryolardan ilki öğrencilerin matematik başarılarının ispat yapabilme becerilerini etkilediği düşünülürse, öğrencilerin matematik başarılarını arttırıcı nitelikte eğitim öğretim tedbirleri alınmalıdır. Öğrencilerin bilgi seviyelerine yönelik daha üst düzeyde, muhakeme, akıl yürütme, problem çözme gibi bilişsel süreçlere dayalı matematik öğretim programları uygulanmalıdır.

3. Bazı öğrencilerin daha yüksek ispat seviyesinde kaldığı, bazı öğrencilerin ise SBS'den aldıkları puanların ispat düzeylerine göre yüksek olduğu görülmüştür. Bu öğrencilerin SBS puanlarını diğer branşlardan aldıkları puanlar da etkilediği için diğer branş puanları ortamdan çıkarıldığında, bu öğrencilerin sadece matematik bölümünden aldığı puanlara bakıldığında ispat düzeyleri ile matematik başarıları arasında anlamlı bir tutarlılık olduğu görülmektedir. İspat düzeyi üst seviyede olan öğrencinin matematik

başarısının da yüksek olduğu söylenebilir. Bu ilişki dahilinde matematik eğitim-öğretim süreçleri yeniden düzenlenerek öğrencilerin ispat yapma becerilerini geliştirecek şekilde yeniden düzenlenmelidir.

4. Matematik dersi soyut kavramlar üzerine kurulu bir ders olduğu için öğrenci kağıtlarında özellikle karşı karşıya gelinen başlıca hatalardan biri öğrencilerin matematiksel kavramları bilmedikleri, tanımadıkları, yeterince somutla ilişkilendiremedikleri, kavramsal yanlış öğrenmelere sahip oldukları görülmüştür. En üst ispat seviyesi olan Düşünce Deneyi düzeyi kavramsal ilişkilendirmeler üzerine kurulu bir basamaktır. Öğrencilerin bu eksikliği doğrudan öğrenci ispat seviyelerinin neden üst basamaklara ulaşamadığının sebeplerinden biri olarak görülebilir. Öğrencilerin kavramsal ilişkilendirme yapmalarına olanak sağlayacak etkinliklerle, öğrencilerin soyut bilgilerini somutlaştırabilecekleri materyal kullanımıa dayalı, bireysel farklılıklar göz önüne alınarak aktif öğrenmeye dayalı bilişsel süreçlerle matematik dersi öğretimi yapılmalıdır.

5. Öğrencilerin çoğu ispat, doğrulama, sorgulama, kanıtlama kavramlarını bilememektedirler. İspatın nasıl yapıldığı konusuyla ilgili bir konu matematik dersi müfredat programında yer almamaktadır. Bundan dolayı bazı öğrencilerin cevapları kategorilendirmeye dahi tabi tutulamamıştır. Öğrencilerin muhakeme yapma, kavramsal ilişkilendirme kurma, akıl yürütme, kanıtmala, tahmin etme, açıklama yapma gibi üst bilişsel davranışlarının geliştirilmesi için matematik ders programlarına ispat konusu dahil edilmeli ve sadece ispat konusu ile ilgili matematik ders kitaplarında özel uygulamalar, etkinikler yer almalıdır.

9. KAYNAKLAR

Alkan, H. ve Bukova Güzel, E. (2005). *Öğretmen Adaylarında Matematiksel Düşünmenin Gelişimi.* Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi, 25(3), 221-236.

Altun, M., (1998). *Matematik Öğretimi, 6. baskı,* Alfa Yayın, Bursa.

Altun, M., (2002). *Matematik Öğretimi.* Bursa, Alfa Yayınları, Bursa

Altun, M.,(2004). *İlköğretim İkinci Kademede (6,7,8. Sınıflarda) Matematik Öğretimi*, *3.Baskı*, Alfa Yayınevi.

Altun, M.,(2006).*Matematik Öğrtiminde Gelişmeler,* Eğitim Fakültesi Dergisi XIX(2),223-238, Uludağ Üniversitesi, Bursa.

Aksu, M. (1995). *Matematik Öğretiminde Oyun-Bilmece Yöntemi.* Ankara: Acar Matbaacılık.

Altıparmak, K. ve Öziş, T. (2005). *Matematiksel ispat ve matematiksel muhakemenin gelişimi üzerine bir inceleme.* Ege Eğitim Dergisi, 6(1), 25-37.

Almeida, D. (2000). A survey of mathematics undergraduates' interaction with proof: some implications form mathematics education. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 31(6), 869–890.

Almeida, D. (2003). "Engendering proof attitudes: can the genesis of mathematical knowledge teach us anything?", *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology,* vol. 34, no.4, p. 479–488.

Asiala, M., Dubinsky, E., Mathews, D., Mories, C. And Oktac, A. (1997). Student understanding of cosets, normality and quotient groups, *Journal of Mathematical Behaviour* 16,241-309.

Arslan C., Tapan-Broutin M.S. (2012) Educational Research And Trends On Proof And Proving In Turkey: 2000-2011 Period, *In Education and Science in a Globalizing World: A case study of Turkey*, Paradigma Eds., Sofia, Bulgaria

Arslan C., (2007). *The Development of Elementary School Students on Their Reasoning and Proof Ideas*, Uludag University.

Artigue, M., Menigaux, J. and Viennot, L. (1990) Some aspects of students' conceptions and difficulties about differentials. *European Journal Physics,* 11, 262–267.

Aydoğdu, T. Olkun, S., & Toluk, Z. (2003). *İlköğretim Öğrencilerinin Çözdükleri Matematik Problemlerini Kanıtlama Süreçleri,* Eğitim Araştırmaları, 4(12),64-74.

Başer N.(1996).Ders Geçme ve Kredi Sisteminde Lise Öğrencileri için Bir Matematik Başarı Testi Tasarımı Ve Uygulanabilirliğinin Araştırılması, Yayınlanmamış Doktora Tezi D.E.Ü. Sosyal Bilimler Enstitüsü. İzmir.

Baki, A. (2006). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi*. Trabzon, Derya Kitabevi.

Baki, A. (2008). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi.* Ankara: Harf Eğitim Yayıncılık.

Baki, A. (2001). *Bilişim teknolojisi Işığı Altında Matematik Eğitiminin değerlendirilmesi,* Milli Eğitim Dergisi, 149, 26-31.

Baki,A., Guven, B., Karatas, I., Akkan Y. & Cakıroglu, U. (2011). Trends in Turkish mathematics education research: from 1998 to 2007, *Hacettepe University Journal of Education ,* 40, 57-68.

Baker, J. D. (1996) Students' difficulties with proof by mathematical induction, *The Annual Meeting of American Educational Research Association,* New York.

Baykul, Y. (2001). *İlköğretimde Matematik Öğretimi.* (5. baskı) Ankara: Pegem A yayınevi Tic. Ltd. Şti.

Bacanlı, H. (1999). *Gelişim ve Öğrenme.* Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.

Bilen, M. (1999). *Plandan Uygulamaya Öğretim.* Ankara: Sistem Ofset.

Blitzer, R. (2003). *Thinking mathematically*. New Jersey: Prentice Hall.

Balacheff, N. (1988). 'Aspects of Proof in Pupils' Practice of School Mathematics'in *D. Pimm, Mathematics, Tecahers and Children.* Hodder & Stoughton, London. 216-230

Balacheff, N. (1991). Treatment of refutations: Aspects of the complexity of a constructivist approach to mathematics learning. In E. von Glasersfeld (Ed.), *Radical constructivism in mathematics* education (pp. 89-110). The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Balacheff, N. (1987). Processus De Preuve Et Situations De Validation. *Educational Studies İn Mathematics.* 18, 147-146.

Balacheff, N. (1988). *'Thèse:Une Ètude Des Processus De Preuve En Mathèmatique Chez Les Élèves De Collège'.* Universite Joseph Fourier, Grenoble.

Baykul, Y. (2000). *İlköğretimde Matematik Öğretimi,* 4. Baskı, Pegem Yayıncılık. Ankara.

Baykul, Y. (2002). *İlköğretimde Matematik Öğretimi(1–5 Sınıfları İçin*). 6. Baskı. Pegem Yayıncılık. Ankara.

Boulton-Lewis, G. M. (1998). Children's strategy use and interpretations of mathematical representations. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(2), 219–237.

Burger. W. F. (1986) and Shaughnessy, J. M. (1986) Characterising the Van Hiele levels of development in geometry. *Journal for Research in Mathematics Education,* 17, 31-48.

Calude, C. S.,& Marcus, S., (2004). *Mathematical Proofs at a Crossroad?* LNCS 3113, pp.15–28, Springer-Verlag Berlin Heidelberg.

Chazan, D. : (1993), 'High school geometry students' justification for their views of empirical evidence and mathematical proof', *Educational Studies in Mathematics* 24(4), 359–387.

Conradie J. and Frith, J. (2000). Comprehension Tests in Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 42, ss 225-235, Kluwer Academic Publishers. Printed in the Netherlands.

Caprotti, O., Oostdijk, M., (2001), *On Communicating Proofs In Interactive Mathematical Documents* AISC 2000, LNAI 1930, pp. 53–64, Springer-Verlag Berlin Heidelberg.

Christou, C., Mousoulides, N., Pittalis, M., Pantazi, D., (2004). Proofs Through Exploration In Dynamic Geometry Environments, *International Journal of Science and Mathematics Education 2*, 339–352, National Science Council, Taiwan.

Clements, D. H. ve Battista, M. T. (1990). The effects of logo on children's conceptualization of angels and polygon. *Journal for Research in Mathematics Education*. 21(5), 356-371.

Clements, D. H. , Swaminathan, S., Hannibal, M. A. Z. ve Sarama, J. (1999). Young children's concept of shape. *Journal for Research in Mathematics Education*. 30(2), 192-212.

Clement, D. H, ve McMillen, S. (1996). Rethinking concrete materials, *Teaching Children Mathematics,* 8, 340-343.

Crowley, M. L. (1987). The Van Hiele Model Of The Development Of Geometric Thought. *Learning Teaching Geometry* K–12. Edited By: Mary M. Lindquist And Albert P. Shulte. Reston. Nctm.

DFE (1995). *Department for Education, Mathematics in the National Curriculum,* London: HMSO.

Dikici, R. &İşleyen, T. (2004) *Bağıntı ve fonksiyon konusundaki öğrenme güçlüklerinin bazı değişkenler açısından incelenmesi.* Kastamonu Eğitim Dergisi, 12(1), 105–116.

Durmuş, S. (2004a) *Matematikte Öğrenme Güçlüklerinin Saptanması Üzerine Bir Çalışma.* Kastamonu Eğitim Dergisi, 12(1), 125–128.

Durmuş, S. (2004b) *İlköğretim Matematiğinde Öğrenme Zorluklarının Saptanması ve Zorlukların Gerisinde Yatan Nedenler Üzerine Bir Çalışma.* VI. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi.

Duval.R. & Egret M.A. (1989). Organisation déductive du discours, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives 2,* pp. 25-40, Strasbourg : IREM de Strasbourg.

Duval, R. (1993). Registres De Représentation Sémiotique Et Fonctionnement Cognitif De LaPensée. *Annales De Didactique Et De Sciences Cognitives*, 5, 37-65.

Duval, R. (1996). Quel Cognitif Retenir En Didactique Des Mathématiques ? *Recherches En Didactique Des Mathématiques*, 16 (3), 349-382.

Duval, R. (1998). *Geometry From A Cognitive Point Of View.* C. Mammana .

Duval, R. (1999), *Representation, Vision And Visualization: Cognitive Functions İn Mathematical Thinking.* Basic İssues For Learning, Proceedings Of The Twentyfirst Annual Meeting Of The North American Chapter Of The International Group For The Psychology Of Mathematics Education. PME21-Mexico, P. 3 – 26.

Duval, R. (2000). Coordination of Semiotic Representation Registers. In J.L.Dorier (Ed.), *On the teaching of linear algebra,* 247-264. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Duvall, S. A. (2005). A Case Study Two Students’ Concept Images Of Parameter İn A Multi-Representational Differential Equations Course. University Of Northern Colorado (Yayınlanmamış Doktora Tezi).

Duatepe, A. (2000). Van Hiele Geometrik Düşünme Seviyeleri Üzerine Niteliksel Bir Araştırma. IV. Fen Bilimleri Eğitim Kongresi Bildirileri 6-8 Eylül 2000. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Yayınlar.* Ankara.

Edwards, L. (1997). Exploring the Territory Before Proof: Students’ Generalizationd in a Computer Microworld for Transformation Geometry. *International Journal of Computers for Mathematical Learning,* 2, 187-215.

Edwards, L. (1999). *Odds and Evens: Mathematichal Reasoning and Informal Proof among High School Students*, California.

Edwards, B.S. & Ward, M.B.(2004). Surprises from Mathematics Education Research:Student (Mis)use of Mathematical Definitions. *The American Mathematical Monthly,* 111, 411-424.

English, L.D., Halford, S. (1995). *Mathematics Education Models and Processes*. NewJersey: Lawrence Erblaum Associates Publishers.

Ernest, P. (1991). *The philosophy of mathematics education*. Hampshire: *The Falmer Press.*

Ersoy, Y. ve Erbaş, K. (1998*) İlköğretim okullarında cebir öğretimi: öğrenmede güçlükler ve öğrenci başarıları*, Cumhuriyetin 75. yılında İlköğretim I. Ulusal Sempozyumu, Başkent Öğretmen Evi, Ankara.

Ersoy, M. (2009). *The Effect of Computer Aided Aplications On Elementary Mathematics Teacher Candidates' Geometry Success and Their Perceptions About Learning and Teaching*, Eskisehir Osmangazi University

Fuys, D., Geddes, D., Lovett, C. J. & Tischler, R. (1988) The Van Hiele model of thinking in geometry among adolescents. *Journal for Research in Mathematics Education* [monograph number 3]. Reston, Va: Nctm.

Franke, L. ve Kazemi, E. (2001). Learning to Teach Mathematics: Focus on Student Thinking. *Theory into Practice.* Spring, 40 (2), 102-109.

Frerking, B. G. (1994). Conjecturing and Proof- Writing in Dynamic Geometry. *Dissertation Abstracts International.* 55: 12,.

Fuson, K. C., Carroll, W. M., & Drueck, J. V. (2000). Achievement results for second and third graders using the standards-based curriculum everyday mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education,* 31(3), 277-295.

Gilbert, R. & Bush, W. (1988). Familiarity, availability, and use of manipulative devices in mathematics at the primary level. *School Science and Mathematics.* 88(6), 459-469.

Gunes, F. (2011). *Günümüz Eğitim Yaklaşımlarının Yüksek Lisans ve Doktora Tezlerine Yansıma Durumu,* V. Lisansüstü Eğitim Sempozyumu, 157-171.

Gutierrez, A., Jaime, A., & Fortuny, J. (1991). An alternative paradigm to evaluate the acquisition of the van Hiele levels. *Journal for Research in Mathematics Education,* 22, 237- 251.

Gutierrez, A., & Jaime, A. (1998). On the assessment of the van Hiele levels of reasoning. *Focus on Learning Problems in Mathematics,* 20(2, 3), 27-45.

Güven, B. and Karataş, İ. (2003). Learning Geometry with Dynamic Geometry Software Cabrı: Students‘ perceptions, *The Turkish Online Journal of Educational Technology,* 2 (2).

Güven, B., Çelik D. ve Karataş İ. (2005). *Ortaöğretimdeki Çocukların Matematiksel İspat Yapabilme Durumlarının İncelenmesi,* Çağdaş Eğitim Dergisi. 316, (35–45).

Han, T. (1986). The Effects on Achievement and Attitude of a Standart Geometry Textbook and a Textbook Consistent with the Van Hiele Theory. *Dissertation Abstracts International.*

Hacısalihoğlu, H., Mirasyedioğlu, Ş. ve Akpınar, A. (2003). *Matematik öğretimi: Matematikte yapılandırıcı öğrenme ve öğretme.* Ankara: Asil Yayın Dağıtım.

Halat, E. (2006), Geometri. Matematik Öğretimi. (Ed: H. Gür*) Matematik Öğretimi*. İstanbul: Lisans Yayıncılık.

Halat, E., (2006). Sex-related differences in the acquisition of the Van Hiele levels and motivation in learning geometry. *Asia Pacific Education Review*, 7 (2), 173-183.

Halat, E., (2007). Reform-based curriculum & acquisition of the levels. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education,* 3 (1), 41-49.

Harel, G. (1998). *Two dual assertions: The first on learning and the second on teaching (or vice versa), American Mathematical Monthly* 105, 497-507.

Harel, G. and Sowder, L.: (1998), ‘Students’ proof schemes: Results from exploratory studies’, in A.H. Schoenfeld, J. Kaput, and E. Dubinsky (eds.), *CBMS Issues in Mathematics Education,* Vol. 3, American Mathematical Society, Providence, RI, pp. 234–283.

Harel, G. and Sowder, L., (2007). Toward Comprehensive Perspective on Learning and Teaching Proof, In F. Lester (Ed.), *Handbook of Research on Teaching and Learning Mathematics* (2nd Edition). Greenwich, CT: Information Age Publishing.

Hanna, G. (1991). Mathematical proof. In D. Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking.* Hingham, MA: Kluwer Academic Publishers.

Hanna, G., (2000a). Proof, Explanation and Exploration: An Overview, *Educational Studies in Mathematics* 44, 5–23.

Hanna, G., 2000b. *A Critical Examination Of Three Factors In The Decline Of Proof, Interchange,* 31(1), 21-33.

Hanna, G., 2008. *Beyond verification: Proof can teach new methods Symposium on the Occasion of the 100th Anniversary of ICMI* (Rome, 5–8 March 2008).

Hanna,G.,& Barbeau, E. *(2009). Proof In Mathematics University Of Toronto*, Canada http://www.math.toronto.edu/barbeau/hannajoint.pdf

Hanna, G. & De Villiers, M. (2012). *Proof and providing in Mathematics Education,* The 19th ICMI Study, New ICMI Studies Series (v.15). Springer, New York.

Hazan, O. And Leron, U. (1994). Students' use and misuse of mathematical theorems: *The case of Lagrange's Theorem, For the Learning of Mathematics* 16, 23-26.

Harel, G., (1989a). Learning and Teaching Linear Algebra: Difficulties and an Alternative Approach to Visualizing Concepts and Processes, *Focus on Learning Problems in Mathematics,* 11(2), s.139-148.

Harel, G. (1998). Two dual assertions: The first on learning and the second on teaching (or vice versa), *American Mathematical Monthly* 105, 497-507.

Harel, G. & Sowder, L (2007). Toward a comprehensive perspective on proof, In F. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, National Council of Teachers of Mathematics.

Henderson, P. B., Marion, B. Fritz, S. J., Riedesel, C., Hamer, J., Scharf, C., et al. (2004). *Materials development in support of mathematical thinking.*

Hawkins, V. (2007). The Effects of Math Manipulative on Student Achievement in Mathematics. Doktora tezi, Capella University, USA.

Hiebert, J., & Carpenter, T .P. (1992). Learning and teaching with understanding. In D.A. Grouws (Ed.), Handbook of research in mathematics teaching and learning (pp. 65-97). New York: Macmillan.

Hoffer, A. (1981). Geometry is more than proof. *Mathematics Teacher,* 74, 11-18.

Hoffer, A. (1986). Geometry and visual thinking. In T. R. Post (Ed.), *Teaching mathematics in grades K-8: Research based methods* (pp.233-261). Newton, MA: Allyn and Bacon.

Healy, L. and Hoyles, C. 2000, 'Proof conceptions in algebra', *Journal for Research in Mathematics Education* 31(4), 396–428.

Iskenderoglu, T.A. & Baki, A.(2011). Quantitative analysis of pre-service elemantary mathematics teachers' opinions about doing mathematical proof*, Educational Sciences:Theory & Practice,* 11(4), 2275-2290.

Iskenderoglu, T.A., Baki, A. & Palanci, M. (2011). Questionnaire for Constructing Proof at Mathematics Course: *Study of the Reliability and Validity,* Necatibey

Faculty of Education Electronic Journal of Science and Mathematics Education, 5(1), 181-202.

Iskenderoglu, T.A., (2010). *Proof Schemes Used by Preservice Mathematics Teachers and Their Ideas About Proof*, Karadeniz Technical University.

Jones, K. (1997). Student-Teachers' Conceptions of Mathematical Proof, *Mathematics Education Review*, 9, 16-24.

Jones, K. (2000). The student experience of mathematical proof at university level, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 31,1, 53-60.

Karaçay, T. (1985). "Matematik öğretiminin bugünkü durumu ve değerlendirilmesi". *Matematik Öğretimi ve Sorunlan, Türk Eğitim Derneği III. Öğretim Toplantısı,* Ankara: Yorum Basın-Yayın.

Kay, C. S. (1986). Is a Square a Rectangle? The Development of First Grade Students' Understanding of Quadrilaterals with Implications For the van Hiele Theory of the Development of Geometric Thought. *Dissertation Abstracts International*.

Kapetanas, E., & Zachariades, T. (2007). *Students' beliefs and attitudes about studying and learning mathematics*. Woo, Jeong-Ho (ed.) et al., Proceedings of the 31st annual conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.

Kılıç, Ç. (2003). İlköğretim 5.Sınıf Matematik Dersinde Van Hiele Düzeylerine Göre Yapılan Geometri Öğretiminin Öğrencilerin Akademik Başarıları, Tutumları ve Hatırda Tutma Düzeyleri Üzerindeki Etkisi. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

Knapp, J. (2005*). Learning to Prove in order to Prove to Learn*. [Online]: Retrieved on 16-April-2007 at URL: http://mathpost.asu.edu/~sjgm/issues/2005_spring/SJGM_knapp.pdf

Knuth, E. J. and Eliot, R. L. (1998). Characterizing students' understandings of mathematical proof, *Mathematics Teacher* 91, 14-17 .

Knuth, E. J. (2002). Teachers' conceptions of proof in the context of secondary school mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 5, 61-88.

Knight, K.C. (2006). An investigation into the change in the Van Hiele level of understanding geometry of pre-service elementary and secondary mathematics teachers. Unpublished Masters Thesis. University of Main.

Kober, N. (1991). What we know about mathematics teaching and learning. Washington, D.C.: *Council for Educational Development and Research, Department of Education*. (ERIC Document Reproduction Service No. ED

343 793).

Lappan, G, Fey, J. T., Fitzgerald, W. M., Friel, S. N., & Phillips, E. D. (1996). Shapes and design. *Two-dimensional geometry*. Palo Alto, CA: Dale Seymour Publications.

Lee, J. K. (2002). *Philosophical perspectives on proof in mathematics education,* Philosophy of Mathematics Education, vol.16, http://www.ex.ac.uk/~PErnest/pome16/docs/lee.pdf

Lowry, J. A. (1988). An Investigation of Nine- Year Olds' Geometric Concepts of Area and Perimeter. *Dissertation Abstracts International.*

Mansi, K.E., (2003). Reasoning And Geometric Proof In Mathematics Education A Review Of The Literature A hesis submitted to the Graduate Faculty of North Carolina State University in partial fulfillment of the Degree of Master of Science.

Milli Eğitim Bakanlığı, Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı. (2007). *İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı (Eğitim Amacıyla Hazırlanan Taslak Baskı).* Ankara: Devlet Kitapları Basımevi.

MEB (Millî Eğitim Bakanlığı) (2005*). İlköğretim Matematik Dersi (1–5) Öğretim Programı.*

MEB, (2005). *İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı ve Klavuzu 6-8.Sınıflar,* MEB, Ankara.

MEB (Millî Eğitim Bakanlığı), TTKB (Talim ve Terbiye kurul Başkanlığı). (2005). *lköğretim Matematik Dersi (1–5) Öğretim Programı.* Devlet Kitapları Müd. Bas. Evi. Ankara.

Mayberry, J. (1983). The Van Hiele levels of geometric thought in undergraduate preservice teachers. *Journal for Research in Mathematics Education,* 14, 58-69.

Mason, M. M. (1997). The Van Hiele model of geometric understanding and mathematically talented students. *Journal for the Education of the Gifted,* 21(1), 39-53.

McMillan, J. H. (2000). *Educational Research. Fundamentals for the consumers (3rd ed.).* New York: Addison Wesley.

Matthews, N. F. (2004). *A Comparsion Of Mira Phase-Base Instruction, Textbook Instruction, And No Instruction On The Van Hiele Levels Of Fifth Grade Students.* Ph D, Tennessee Stade Üniversty.

Martin, G.W. and Harel G. (1989) Proof frames of preservice elemantry teachers, *Journal for Research in Mathematics Education* 20, 41-51.

Moralı, S., Uğurel, I., Türnüklü, E. ve Yeşildere, S. (2006). *Matematik öğretmen adaylarının ispat yapmaya yönelik görüşleri*. Kastamonu Eğitim Dergisi, 14(1), 147-160.

Moore, R.C.: (1994), 'Making the transition to formal proof', *Educational Studies in Mathematics* 27, 249–266.

Moran, G. J. W. (1993). Identifying the van Hiele Levels of Geometric Thinking in Seventh Grade Students Through the Use of Journal Writing. *Dissertation Abstracts International.*

Moyer, P. S. (2001). Are we having fun yet? How teachers use manipulative to teach mathematics, *Educational Studies in Mathematics,* 47, 175–197.

Mısretta, R. M. (2000). Enhancing Geometric Reasoning. *Adolescence,* 35–138: 365–380. (2002 EBSCO Research Database).

Nyaumwe, L., & Buzuzi, G., (2007) Teachers' Attitudes towards Proof of Mathematical Results in the Secondary School Curriculum: *The Case of Zimbabwe Mathematics Education Research Journal,* 19(3), 21–32.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics.* Reston, VA: Author.

Nasibov, F. and Kaçar, A. (2005*). Matematik ve Matematik Eğitimi Hakkında,* Gazi Üniversitesi. Kastamonu Eğitim Dergisi, Ekim 2005 Cilt: 13, No: 2 s. 339–346.

NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics.* USA.

Olkun, S., Toluk, Z. ve Durmuş, S. (2002). *Sınıf öğretmenliği ve matematik öğretmenliği öğrencilerinin geometrik düşünme düzeyleri*. Orta Doğu Teknik Üniversitesi'nce düzenlenen 5. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik eğitimi Kongresi'nde sunulmuş bildiri, 16-18 Eylül: ODTÜ, Ankara.

Olkun, S. Ve Toluk, Z. (2001). *İlköğretimde Matematik Öğretimi.* Artım Yayınları. Ankara.

Olkun, S., ve Toluk, Z., (2003) *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi*. Ankara: Anı Yayıncılık.

Orton, A. and Wain, G., (1994). Learning Mathematics: Implications for Teaching. *Issues in Teaching Mathematics*, 1-20. Cassell, New York.

Orton, A. ve Wain, G. (1994). Issues in teaching mathematics: *The aims of teaching mathematics*. London: Cassell.

Oxford American Dictionary, (2004), *Oxford University Press Inc,* 2nd Revised Edition.

Öner, D., (2008). *Supporting students' participation in authentic proof activities in computer supported collaborative learning (CSCL) environments.*

Özer, Ö., & Arıkan, A., (2002). *Lise Matematik Derslerinde Öğrencilerin İspat Yapabilme Düzeyleri.* V. Ulusal Fen Bilimleri Ve Matematik Eğitimi Kongresi 16-18 Eylül ODTÜ Kültür Ve Kongre Merkezi ANKARA.

Özdaş, Aynur ve diğerleri (2005); *Yeni ilköğretim matematik dersi (1-5) öğretim programının öğretmen görüşlerine dayalı olarak değerlendirilmesi,* Yeni İlköğretim Programlarını Değerlendirme Sempozyumu, Ankara.

Özdaş, A (1996). “*Ülkemizdeki Genel Eğitim Sorunları İçerisinde Matematik Eğitimi Ve Sorunları*”, Anadolu Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, Güz, C. 6, S. 2, 55-69.

Öziş, T., & Altınparmak, K., (2005). *Matematiksel ispat ve Matematiksel Muhakemenin Gelişimi Üzerine Bir İnceleme*, Ege Eğitim Dergisi,6(1),25-37.

Pesen, C. (2006). *Matematik Öğretimi*. (Gözden geçirilmiş 10. baskı) Ankara: Pegema Yayıncılık .

Pusey, E. L. (2003). The Van Hiele Model Of Reasoning in Geometry: *A Literature Review.* North Carolna: North Carolna State University. U.S.A.

Raman, M. (2001). *Beliefs about proof in collegiate calculus, in Robert Speiser (Ed.), Proceedings of the Twenty Second Annual Meeting,* North American Chapter for the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Snowbird, Utah.

Raman, M. J. (2002). *Proof and Justification in Collegiate Calculus*. Doctoral dissertation, University of California: Berkeley

Raman, M.(2003). Key ideas: What are they and how can they help us understand how people view proof?. *Educational Studies in Mathematics,* 52, 319–325.

Rasmussen, C. L., (1998), *Reform in Differential Equations: A Case Study of Students' Understandings and Difficulties.* The Annual Meeting of American Educational Research Association. San Diego, CA, 13–17 April.

Recio, M. A.,& Godino, J. D., (2001). *Institutional And Personal Meanings Of Mathematical Prof Educational Studies in Mathematics* 48: 83–99, Kluwer Academic Publishers, Printed in the Netherlands.

Reys, R., Reys, B., Lapan, R., Holliday, G., & Wasman, D. (2003). Assessing the impact of standards-based middle grades mathematics curriculum materials on the student achievement. *Journal for Research in Mathematics Education,* 34(1), 74-95.

Rodriguez, A.V.R.(2006). Ways of reasoning and types of proofs that mathematics teachers Show in technology-enhanced instruction. *Proceedings of the 28th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.*

Romberg, T. A., & Shafer, M. C. (2003). Mathematics in context (MiC)-Prelimery evidence about student outcome. In S. L. Senk & D. R. Thompson (Eds.), *Standards-based school mathematics curricula.* What are they? What do students learn? (pp. 224-250). Lawrence Erlbaum Associates: NJ.

Ross, Kenneth A(1998). *The place of Algorithms and Proofs in School Mathematics*. Doing and Proving. March, 252-255

Sabella, M.S.,& Redish, E. F., (1995). *Student understanding of topics in linearalgebra, Physics Education Research Group Unıversity of Maryland Physics Departmant College Park,* 1-6.

Sari, M., Altun, A. & Askar, P., (2007), *Undergraduate Students' Mathematical Proof Processes in a Calculus Course:* A Case Study, 40(2),295-318.

Sari, M., (2011). *Undergraduate Students' Difficulties with Mathematical Proof and Teaching of Proof,* Hacettepe University.

Smith, M.(2000). *Redefinıng Success In Mathematics Teachıng And Learning*. Mathematics Teaching in the Middle School. February, 5 (6).

Senk, S.L. (1985). How well do students write geometry proofs?, *Mathematics Teacher* 78, 448-456

Soycan, S. B. (2006). *2005 Yılı ilköğretim 5.sınıf matematik programının değerlendirilmesi.* Yüksek Lisans Tezi, Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bursa.

Senk, S. L. (1983). Proof-Writing Achievement and Van Hiele Levels Among Secondary School Geometry Students. 44: 2. *Dissertation Abstracts International.*

Smyser, E. M. (1994). The Effects of "The Geometric Supposers": Spatial Ability, Van Hiele Levels, and Achievement. 55: 6, *Dissertation Abstract International.*

Stover, N. F. (1989). An Exploration of Students' Reasoning Ability and Van Hiele Levels as Correlates of Proof-Writing Achievement in Geometry. *Dissertation Abstract International.*

Soon, Y-P. (1989). An Investigation of Van Hiele Like Levels of Learning in Transformation Geometry of Secondary School Students in Singapore. 50: 3. *Dissertation Abstracts International.*

Scally, S. P. (1990). The Impact of Experience in a Logo Learning Environment on Adolescents' Understanding of Angle: a Van Hiele Based Clinical Assessments. 52: 3.*Dissertation Abstracts International.*

Senk S. (1989). Van Hiele levels and achievement in writing geometry proofs. *Journal for Research in Mathematics Education,* 20(3), 309-321.

Senk, S. L., & Thompson, D. R. (2003). *Middle school mathematics curriculum reform.* In S. L.

Senk S.L. & D. R. Thompson (Eds.), Standards-based school mathematics curricula. *What are they? What do students learn?* (pp.181-192). Lawrence Erlbaum Associates: NJ.

Swafford, O. J., Jones, G. A., & Thornton, C. A. (1997). Increased knowledge in geometry and instructional practice. *Journal for Research in Mathematics Education,* 28(4), 467-483.

Solomon, Y. (2006). Deficit or difference? The role of students' epistemologies of mathematics in their interactions with proof. *Educational Studies in Mathematics*, 61(3), 373–393.

Strauss A. and J. Corbin. (1998). *Basizcs of Qualitative Research, Techniques and Procedures' of Developing Grounded Theory. Second Edition*. London: Sagepublications.

Stylianides, G. J., Stylianides, A. J., & Philippou, G.N. (2007). Preservice teachers' knowledge of proof by mathematical induction. *Journal of Mathematics Teacher Education,* 10, 145-166.

Schoenfeld, A. (1994). Reflections on Doing and Teaching Mathematics. In A. Schoenfeld (Ed.), *Mathematical Thinking and Problem Solving* (pp. 53-70). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Stacey, K., (1985). *Strategies for problem solving.* Burwood, Victoria (Australia): VICTRACC Ltd.

Stein, M. S. & Bovalino, J. W. (2001). Manipulatives: One piece of the puzzle. *Mathematics Teaching in the Middle School.* 6(6), 356-359.

Schorr, R. Y., Firestone, W. & Monfils, L. (2001). "An analysis of the teaching practices of a group of the fourth grade teachers." *Paper presented at the annual meeting of the North american chapter of the IGPME*, USA.

Şahin F.Y. (2000).*Matematik kaygısı*, Eğitim Araştırmaları, (1) 2, 75-79..

Tapan Broutin, M. S.(2003). *Formation des enseignants a l'integration des TICE dans l'enseignement des mathematiques: quel impact pour des situations de prise en compte des erreurs de demonstration?,* Actes du Congres Europeen ITEM, IUFM de Reims, Reims, Fransa

Tapan Broutin, M. S.(2003). *Integration of ICT in teaching fo mathematics in situation for treatment of difficulties in proving, Proceedings of CERME 3* (3rd Conference of the European Society for Research in Mathematics Education), Bellaria, Italya.

Tapan, S. [2004] *Three different types of training to the use of an artefact for trainee teachers,* Proceedings of Cabri-World 3, Roma, Italya

Tapan, S. [2004] *Approaching the transformations as black-box in Cabri-geometry at elementary school and at the beginning of secondary school:* the case of reflection, Proceedings of Cabri-World 3, Roma, Italya

Tapan M.S.&Arslan C. [2008] *Preservice Teachers' Mathematical Knowledge Need for Justification on a Geometrical Construction Problem,* XIII.IOSTE International Organization for Science and Technology Education Symposium The Use of Science and Technology Education for Peace and Sustainable Development, 21-26 September 2008, Izmir, Turkey

Tapan M.S.&Arslan C. [2008] *What you see isn' t always what you expect to see - A case study on the use of the spatio-visual properties by preservice teachers,* International Conference on Educational Sciences ICES08, 23-25 June 2008, Famagusta, North Cyprus

Tapan Broutin, M. S. (2010*). Bilgisayar Etkileşimli Geometri Öğretimi(Cabri Geometri ile Dinamik Geometri Etkinlikleri)* Ezgi Kitabevi Yayınları/Eğitim Dizisi, Bursa,1.Basım.

Tapan Broutin, M. S. (2010). *Mathematics or creativity: Make a choice!*. Uludag University, Turkey

Tall, D., (2009). *Cognitive and social development of proof through embodiment, symbolism & formalism.* ICMI Conference on Proof

Tall, D., (1998). *The Cognitive Development of Proof: Is Mathematical Proof For All or For Some?,* Conference of the University of Chicago School Mathematics Project.

Tall, D., (1993). *Students' Difficulties in Calculus, Proceedings of working Group 3 on Students' Difficulties in Calculus,* Universite Laval, Quebec, Canada.

Tall, D.O. ve Razali, M.R., (1993), Diagnosing Students' Difficulties In Learning Mathematics, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, Vol 24, No. 2, 209-222.

Temiz, N. (2005*). İlköğretim 4. Sınıf Matematik Dersi Yeni İlköğretim Programının Yansımaları.* XIV. Eğitim Bilimleri Kongresi, Pamukkale Üniversitesi. Denizli, 28-30 Eylül.

Thompson, P.W. (1992). Notation, conventions, and constraints: Contributions to effective uses of concrete materials in elementary mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education.* 23(2), 123-147.

Tooke, D., Hyatt, B., Leigh, M., Snyder, B. & Borda, T. (1992). Why aren't manipulatives used in every middle school mathematics classroom? *Middle School Journal*, 24(2), 61-62.

Thucker, T. (1999). *On the Role of Proof in Calculus Courses Contemporary Issues in Mathematics education,* Vol 36, s.31-35

Ulutas, F. & Ubuz, B. (2008). Research and Trends in Mathematics Education: 2000 to 2006, *Elemantary Education Online*, 7(3), 614-626.

Umay A, (2003), *Matematiksel Muhakeme Yeteneği*, Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi 24 : 234-243.

Umay, A., Kaf, Y., (2005). *Matematikte Kusurlu Akıl Yürütme Üzerine Bir Çalışma* Hacettepe Üniversitesi Egitim Fakültesi Dergisi 28:188-195.

Van Hıele, P. M. (1986). *Structure and Insight. A Theory of Mathematics Education*. Orlando, Florida. Academic Pres. U.S.A.

Van Hıele, P. M. (1999). Developing Geometric Thinking through Activities that Begin with Play. *Teaching Children Mathematics*. 5–6: 310–317. February. <http://web16.epnet.com/resultlist.asp?>. (EBSCO-HOST Research Database). (2005.03.25).

Yeşildere, S., & Türnüklü, E. B., (2007). *Öğrencilerin Matematiksel Düşünme ve Akıl Yürütme Süreçlerinin İncelenmesi*, Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi, 40(1), 181-213s.

Yılmaz, M. (2006). *İlkoğretim Altıncı Sınıf öğrencilerinin Matematik Dersine İlişkin Tutumlarının Bazı Değişkenlere Gore İncelenmesi*. Milli Eğitim Üç Aylık Eğitim ve Sosyal Bilimler Dergisi, 240, Guz, Yıl:35, Sayı:172.

Yusof, Y. M., Rahman, R. A., Razali, M. R., Abu, M. S., Bakar, M. N. and Tiong, O. C. (1999) *Overcoming mathematical learning difficulties: a case study of collaborative research*. Proceeding 8th Southeast Asian Conference, 375–380, Manila, Phillippine.

Yusof, Y. M. and Rahman, R. A. (2001) *Students' difficulties with multiple integration: a preliminary study.* 3rd Southern Hemisphere Symposium, South Africa.

Yudariah, M.Y. ve Roselainy, A.R., Razali, M.R.M., Abu, S.M., Bakar., M.N. & Tiong, O.C., (1999*) Overcoming Mathematical Learning Difficulties: A Case Study of Collaborative Research*, Proceeding 8 th Sountheast Asian Coonference, 375-380, Manila, Phillippine.

Yudariah, M.Y. ve Roselainy, A.R., (2001a), Matematics Education at University Technology Malaysia (UTM): *Learning From Experience*, *Journal Technology* 34 (E): 9-24.

Yudariah, M.Y. ve Roselainy, A.R., (2001b), *Students' Difficulties with Multiple Integration: A Preliminary Study*, 3rd Southern Hemisphere Symposium, South Africa.

Weber, K.(2001). Student difficulty in constructing proof: The need for strategic knowledge. *Educational Studies in Mathematics*, 48, 101–119.

Weber, K. & Alcock, L.J., (2004). Semantic and syntactic proof productions. *Educational Studies in Mathematics*, 56(3),209-234.

Zaslavsky, O. and Peled, I. (1996) Inhibiting factors in generating examples by mathematics teachers and student teachers: the case of binary operation. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27, 67–78.

Zachariades, T., Christou, C., and Papageorgiou, E. (2002) *The difficulties and reasoning of undergraduate mathematics students in the identification of functions.* Proceedings in the 10th ICME Conference, Crete, Greece.

EKLER

EK 1

ÖĞRENCİLERE UYGULANAN İSPAT SORULARI KAĞIDI

SORULAR

Soru1)Bir karenin iç açılarının ölçülerinin toplamının 360^o olduğunu gösteriniz.

Soru2) Herhangi bir sayının 0. Kuvvetinin 1 olduğunu gösteriniz.

ÖZGEÇMİŞ

Doğum Tarihi	: 16/06/1984
Doğum Yeri	: VAN
Lise	:(1998-2001), Kadıköy Anadolu Lisesi/İSTANBUL
	(2001-2003), Turgut Özal Anadolu Lisesi/MALATYA
Lisans Fakültesi	:(2003-2007), Gazi Üniversitesi/Gazi Eğitim Fakültesi/İlköğretim Matematik Öğretmenliği
Yüksek Lisans	:(2009-2012), Uludağ Üniversitesi/Eğitim Bilimleri Enstitüsü

Bildiği Yabancı Diller ve Düzeyi: İngilizce (B), Fransızca(C)

Çalıştığı Kurum	:(2007- devam ediyor), Milli Eğitim Bakanlığı, Tahirağa İlköğretim Okulu, Yenişehir/BURSA

Yurtiçi ve Yurtdışı Katıldığı Projeler: Comenius LLP Programme (İngiltere)

30/07/2012

Çiğdem ÇALIŞKAN