



T.C.
ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

128499

**FİBER DALGA KILAVUZLARI İÇERİSİNDE İLERLEYEN
OPTİKSEL ELEKTROMANYETİK DALGALARIN ANALİZİ**

Nilüfer AS

**T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ**

**DOKTORA TEZİ
FİZİK ANABİLİM DALI**

128499

BURSA 2002

T.C.
ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

FİBER DALGA KILAVUZLARI İÇERİSİNDE
İLERLEYEN OPTİKSEL ELEKTROMANYETİK
DALGALARIN ANALİZİ

NİLÜFER AS

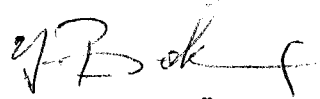
T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMAN YAYIN MERKEZİ

DOKTORA TEZİ
FİZİK ANABİLİM DALI

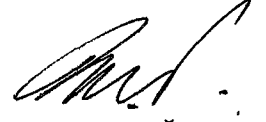
Bu tez 01/11/2002 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oybirliği/oy çokluğu ile kabul edilmiştir.



Prof. Dr. Ali GÜNGÖR
Danışman



Prof. Dr. Yüksel BEKTÖRE
Jüri Üyesi



Prof. Dr. Mehmet ÇAĞLAYAN
Jüri Üyesi



Prof. Dr. Ahmet AVINÇ
Jüri Üyesi



Doç Dr. Mehmet GÜNEŞ
Jüri Üyesi

ÖZET

Bu çalışmada, lazer ve optiksel fiber teknolojisinin ilerlemesi sonucu elde edilen farklı kırılma indisli profillere sahip silindirik fiberler içinde oluşturulan optiksel kiplerin, ilerleme sabitleri ve güç iletimi üzerine teorik hesaplamalar yapılmıştır.

Maxwell denklemlerinden başlayarak optiksel kipler için temel diferansiyel denklemler elde edilmiştir. Bu denklemlerin kesin çözümünü elde etmek mümkün olmadığı için sayısal çözümlerde kullanılacak yaklaşımlar yapılmış ve bu nedenle, fiberin kırılma indisinin ceketete doğru değişiminin oldukça yavaş olduğu kabul edilmiştir.

Elde edilen denklemlerden yararlanılarak bilgisayarla yapılan hesaplamalar ile elde edilen verilerin eğrileri çizilmiş ve irdelemesi yapılmıştır.



ABSTRACT

In this study we theoretically found the propagation constants and power transportation of different electromagnetic modes in the cylindrical fibers, which have various refractive index profiles. Recent developments in laser technology and fiber production techniques of optical fibers have started new interests on them.

We have developed differential equations for optical modes in the cylindrical fibers by using Maxwell equations and boundary conditions between fiber and cladding. The obtained differential equations are very complicated and it is not possible to solve them analytically. We have tried to make numerical calculation and used some approximations for computer calculations. In these approximations we assume slowly varying refractive index profile starting from center of the fiber to the cladding.

We used the calculated data to represent graphically different physical quantities as propagation constants and power transportation for various refractive index profiles and different optical modes inside fiber. We analysed our results and compared them with some previously found values.

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa No</u>
ÖZET.....	i
ABSTRACT.....	ii
İÇİNDEKİLER.....	iii
SİMGELER DİZİNİ.....	v
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	vii
1. GİRİŞ.....	1
2. KURAMSAL BİLGİLER.....	3
2.1. Maxwell Denklemlerinin Harmonik Formu.....	3
2.1.1. Enine Elektromanyetik Dalgalar.....	4
2.1.2. Dalga İlerleme Sabiti Genel ifadesi(γ)	8
2.2. Dalga Kılavuzu Teorisi.....	8
2.2.1. Dikdörtgen Şeklinde Dalga Kılavuzu.....	10
2.2.2. Enine Elektrik Kip (TE).....	12
2.3. Fiberdeki Optiksel Işınlr.....	15
2.3.1. Silindirik Fiberlerde Optiksel Kipler.....	16
2.4. Basamak İndisli Silindirik Fiberlerde Elektromanyetik Dalga Kipleri.....	25
2.5. Sınır Şartları.....	33
2.6. Optiksel Fiberlerin fabrikasyonu.....	40
2.6.1. Eritilmiş Silis Cam (Fused Silica).....	41
2.6.1.1. Üretim.....	41
2.6.1.2. Materyal İncelemesi.....	43
2.6.2. Temel Yapı Fabrikasyon Teknikleri.....	44
2.6.2.1. Buhar Faz Tekniği.....	45
2.6.2.1a MCVD Yöntemi.....	45
2.6.2.1b PCVD Yöntemi.....	48
2.6.2.1c OVD Yöntemi.....	49
2.6.2.1d VAD Yöntemi.....	50
2.6.2.2. Çift Eritme Kabı Tekniği.....	50
3. MATERYAL VE YÖNTEM.....	52
3.1. Değişken İndisli Optiksel Fiberlerin Sayısal Analiz Yöntemi ile incelenmesi.....	52

3.2. İlerleme Sabiti β 'nın hesaplanması.....	58
3.2.1. Yaklaşık Analitik Çözüm.....	61
3.2.2. İlerleme Sabitinin Sayısal Hesabı.....	63
3.3. Basamak İndisli Silindirik Fiberlerde Güç İletimi Hesabı.....	67
4. TARTIŞMA VE SONUÇ.....	81
TEŞEKKÜR.....	84
KAYNAKLAR.....	85
EKLER.....	87
ÖZGEÇMİŞ.....	112



SİMGELER DİZİNİ

- \vec{E} : Elektrik alan vektörü
 \vec{H} : Manyetik alan vektörü
 \vec{D} : Yer değiştirme vektörü
 \vec{B} : Manyetik indüksiyon vektörü
 I : Akım
 J_s : Kaynak ve iletkenlik akımı
 σ : İletkenlik
 η : Özgün empedans
 γ : $(\alpha + i\beta)$ şeklinde dalga ilerleme sabiti
 TE : Enine elektrik alan
 TM : Enine manyetik alan
 TEM : Enine elektromanyetik alan
 $n(r)$: r' ye bağlı kırılma indisi
 λ : Dalga boyu
 ν, f : Frekans
 ω : Açısal frekans
 ϑ_p : Faz hızı
 c_0 : Işık hızı
 k_0 : Boşluktaki dalga ilerleme sabiti
 x, y, z : Kartezyen koordinatlar
 r, ϕ, z : Silindirik koordinatlar
 k : Genel olarak dalga ilerleme sabiti
 k_r : Yarıçap doğrultusundaki dalga ilerleme sabiti
 β : z-doğrultusundaki dalga ilerleme sabiti
 ℓ : ϕ , azimutal doğrultuda alanın kaç kere döndüğünü ifade eden indis
 J_ℓ, Y_ℓ : 1. ve 2. tip Bessel fonksiyonları
 I_ℓ, K_ℓ : Modifiye olmuş (değişikliğe uğramış) 1. ve 2. tip Bessel fonksiyonları
 h : Çekirdek(core) içinde yarıçap doğrultusundaki dalga ilerleme sabiti

- q : Ceket(cladding) içinde yarıçap doğrultusundaki dalga ilerleme sabiti
 $n_1 = n_f$: Fiber (core) kırılma indisi
 $n_2 = n_c$: Fiber cladding kırılma indisi
 ρ : Ortamdaki serbest yük
 Q : Ortamdaki toplam serbest yük
 K_s : Ara yüzeydeki serbest akım
 \vec{P} : Elektriksel polarizasyon vektörü
 \vec{M} : Manyetik polarizasyon vektörü
 χ_m : Manyetik duyarlılık
 $\tilde{\mu}$: Manyetik geçirgenlik tensörü
 n_f : Fiber (core) kırılma indisi
 n_c : Ceket (cladding) kırılma indisi
 \vec{S} : İletilen enerjiyi ifade eden Poynting vektörü
 S_z : z-doğrultusundaki enerji transferi
 P_f : Fiber çekirdek(core) kısmındaki güç
 P_c : Fiber ceket(cladding) kısmındaki güç
 $LP_{\ell m}$: Lineer polarize kipler
 $u = ha$: Şeklinde yeni tanım
 u_c : Kesme (cutoff) durumundaki 'u' tanımı
 $w = qa$: Şeklinde yeni tanım
 v : Fiber V-sayısı
 β_f : Fiber (core) içindeki ilerleme sabiti
 β_c : Ceket içindeki ilerleme sabiti

ŞEKİLLER DİZİNİ**Sayfa No**

1- Şekil 2.1. Fiber dalga kılavuzu içinde elektrik alan ve kaynak akımının gösterimi.....	3
2- Şekil 2.1.1. Kartezyen koordinatlarda fiber dalga kılavuzu.....	4
3- Şekil 2.2.1. Kartezyen koordinatlarda dikdörtgensel dalga kılavuzu.....	10
4- Şekil 2.3.1. Silindirik koordinatlarda fiber dalga kılavuzu.....	16
5- Şekil 2.3.2. 1. ve 2. Tip Bessel fonksiyonları.....	24
6- Şekil 2.4.1. Basamak kırılma indisli silindirik fiber dalga kılavuzu profili.....	25
7- Şekil 2.4.2. Modifiye edilmiş Bessel fonksiyonları.....	26
8- Şekil 2.4.3. Foton anlayışında açılal momentumun yönelimi.....	28
9- Şekil 2.6.1. Eritilmiş silisten yapılmış camın vizkozitesinin sıcaklığa bağlı değişimi.....	42
10- Şekil 2.6.1.1. Farklı katkı materyalleri ile SiO ₂ kırılma indisi.....	43
11- Şekil 2.6.2.1a. MCVD yöntemi şeması.....	46
12- Şekil 2.6.2.1b. Tabaka tabaka indis dağılımı.....	47
13- Şekil 2.6.2.1c. Metal-klor bileşiklerinin buhar basıncının sıcaklıkla değişimi.....	48
14- Şekil 2.6.2.1d. Thermopheresis model.....	49
15- Şekil 2.6.2.2. Çift eritme kabı tekniğinin görünüşü.....	51
16- Şekil 3.1.1. Silindirik fiberin sayısal analiz yöntemi için geometrik yapısı.....	52
17- Şekil 3.1.2. Katmanlara bölünmüş fiber çekirdek bölgesinin gösterimi.....	56
18- Şekil 3.2.1. LP _{0m} ve LP _{1m} kiplerinin kesme şartlarının hesaplamasında kullanılan J ₀ (x), J ₁ (x) Bessel Fonksiyonlarının grafikleri.....	60
19- Şekil 3.2.2. Normalize edilmiş frekansın fonksiyonu olarak (v) normalize edilmiş ilerleme sabiti parametresinin [b(v)] çeşitli LP _{ℓm} kipleri için değişimi	65
20- Şekil 3.2.3. Fiberlerde $n(r) = n_{fo} \left[1 - 2\Delta \left(\frac{r}{a} \right)^q \right]^{1/2}$ şeklinde tipik kırılma indisinin üstsel olarak değişimi.....	66
21- Şekil 3.2.4. Değişken kırılma indisli fiberlerde fiber merkezinden uzaklığın fonksiyonu-r olarak normalize edilmiş frekans-v`nin değişimi.....	67
22- Şekil 3.3.1. Fiberlerde basamak kırılma indis dağılımı.....	67
23- Şekil 3.3.2. Güç hesaplamasında kullanılan α ,`nın $\ell = 0$ için gerçek değeri	

	(.....) ve yaklaşık olarak kullanılan değeri	
	(.....) arasındaki ilişki.....	77
24- Şekil 3.3.3.	Çeşitli LP_{lm} kipleri için fiber içerisinde (..... LP_{lm-f}) ve ceket içerisinde (..... LP_{lm-c}) normalize edilmiş frekansa bağlı olarak güç değişimi.....	78
25- Şekil 3.3.4.	Fiberlerde $n^2(r) = n_1^2 \left[1 - 2\Delta \left(\frac{r}{a} \right)^q \right]$ kırılma indisinin farklı q değerlerinde LP_{01} kipi için yarıçapa bağlı olarak güç dağılımı eğrileri.....	79
26- Şekil 3.3.5.	Çeşitli LP_{lm} kiplerinin $q=2$ değerine bağlı olarak kırılma indisi değişimi için yarıçap doğrultusunda r`ye bağlı olarak güç dağılımı.....	80
27- Şekil 4.1.	LP_{01} kipine ait gücün basamak indisli fiber içerisinde yarıçapa bağlı olarak dağılımı.....	82
28- Şekil 4.2.	Normalize edilmiş ilerleme sabiti b`nin LP_{01} kipi için r`ye göre değişimi.....	83

GİRİŞ

1964' te lazerlerin keşfi (Mainman 1960) ve arkasından optiksel fiberin 1980'lerden sonra kolay fabrikasyonu sayesinde, gerek teorik ve gerekse uygulamalı alanlarda ciddi araştırmalar başlatılmıştır. Bunun sebebi, laser ve optiksel fiberin çok geniş alanlardaki uygulamalarının kısa zamanda gelişmesi ve genişlemesidir. Haberleşme, algılama, askeri uygulamalar, hassas düzeneklerin yapılması, tıp ve benzer diğer sahalarda optiksel fiberlerin kullanılması, önemini her geçen gün arttırmaktadır.

İlk silindirik fiberin haberleşme için geliştirilmesi 1970 yılında gerçekleştirilmiştir (Kapnon ve ark. 1970). Üretim teknolojisinin gelişmesi ile fiberin ana malzemesi olan silika' nın (SiO_2) çok saf olarak elde edilmesi ve aynı zamanda yeni lazer dalga boylarının ve tiplerinin geliştirilmesi, optiksel fiberler üzerindeki araştırmaların daha da yoğunlaştırılmasına neden olmuştur.

Fiber içerisinde elektromanyetik dalgaların ilerlemesi uzun zamandır incelenen bir konudur (Heel 1954, Hopkins ve ark. 1955, Hicks ve ark. 1959, Osterberg ve ark. 1959). Fakat, fiber fabrikasyon tekniklerindeki gelişmeler ve kırılma indisi değişimi için fiber çekirdek (core) bölgesine yapılan katkı maddelerinin farklılaşması nedeni ile problem her an güncelliğini korumaktadır. Özellikle son zamanlarda geliştirilen "Yakın Alan Taramalı Optiksel Mikroskop" lar ["Near Field Scanning Optical Microscope" (NSOM)] ile fiber çekirdek (core) bölgesinin kırılma indisindeki değişim 0.0001 mertebesinde algılanabilmektedir (Betzig ve ark. 1991). Gerek teorik ve gerekse fabrikasyon olarak üretilen fiberlerin kırılma indisindeki değişimin deneysel olarak çok hassas şekilde incelenebilmesi, fiber içerisinde ilerleyen elektromanyetik dalgalar için daha güvenilir ve gerçekçi teorilerin oluşturulmasını sağlayacaktır.

Optiksel fiberler içerisinde ilerleyen elektromanyetik kiplerin teorik incelemesi oldukça zor olup, ağır hesaplamalar gerektirmektedir. En basit kırılma indisi değişiminde bile problemin kesin çözümünü elde etmek hemen hemen mümkün değildir. Bu nedenle problemin çözümü için çeşitli yaklaşımlar kullanılmaktadır (Marcuse 1978, Okamoto 1979, Marcuse 1979). Fiberler içerisinde kiplerin ilerlemesi ifadesi, Maxwell denklemlerinin incelenen sistem için yazılması, sınır şartlarının uygulanması ve kullanılan yaklaşım ile elde edilerek çözümlenir. En basit durum olan

basamak indisli fiberlerde bile çözümler oldukça imkansızlaşmakta ve çeşitli yaklaşımlar kullanılarak basit çözümlere gidilebilmektedir (Peng ve ark. 1991).

Son yirmi yıldır kişisel bilgisayarların gelişmesi ve yardımı ile analitik çözümleri mümkün olmayan problemlerin sayısal çözümleri yapılabilmektedir. Bu çalışmada fiberin kırılma indisinin, fiber merkezinden çekete doğru, oldukça yavaş şekilde azaldığı düşünülmüştür. Değişimin çok yavaş olması nedeni ile silindirik fiberler çok katmanlı basamak indisli fiberler gibi düşünülmüştür. Buradan hareketle basamak indisli fiberler için elde edilen çözüm yavaş değişen kırılma indisli fiberler için kullanılarak ilerleme sabiti ve güç gibi temel fiziksel büyüklükler hesaplanmıştır.

Hesaplamalar yapılırken gerekli olan programlar C-dilinde yazılmış ve grafikler de Origine-6.0 paket çizim programı kullanılarak elde edilmiştir. Çalışmanın ilk kısmı kuramsal bilgileri, ikinci kısmı materyal ve yöntemi, son bölümü de elde edilen sonuçların irdelenmesini içermektedir.



2.KURAMSAL BİLGİ

2.1. Maxwell Denklemlerinin Harmonik Formu

Bir elektromanyetik dalga için elektrik alan ve manyetik alan vektörleri

$$\vec{E}(x, y, z, t) = \vec{E}(x, y, z)e^{i\omega t} \quad \vec{H}(x, y, z, t) = \vec{H}(x, y, z)e^{i\omega t}$$

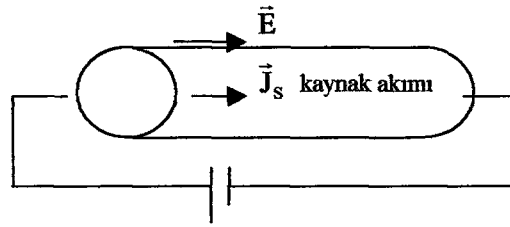
şeklinde verilirse, Maxwell denklemleri SI birim sisteminde aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \times \vec{E} &= -i\omega\mu\vec{H} & \vec{\nabla} \cdot \vec{D} &= \rho \\ \vec{\nabla} \times \vec{H} &= \vec{J} + i\omega\epsilon\vec{E} & \vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0 \end{aligned}$$

Buradaki \vec{J} , kaynak ve iletkenlik akımı, ϵ , ortamın dielektrik geçirgenliği, μ ise ortamın manyetik geçirgenliği olarak ifade edilir. Ayrıca \vec{E} , elektrik alan vektörü, \vec{H} , manyetik alan vektörü, \vec{D} , yer değiştirme vektörü, \vec{B} de manyetik indüksiyon vektörüdür. \vec{J} ,

$$\vec{J} = \vec{J}_s + \sigma\vec{E}$$

ile verilir. Buradaki \vec{J}_s kaynak akımı ve σ iletkenlik olduğundan $\sigma\vec{E}$ iletkenlik akımıdır.



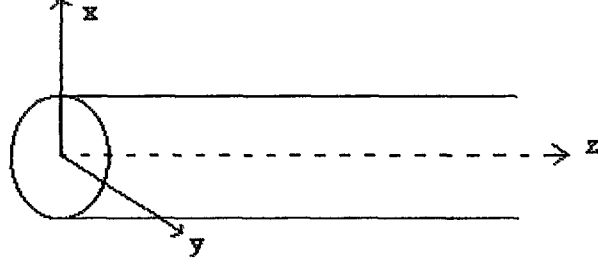
Şekil 2.1. Fiber dalga kılavuzu içinde elektrik alan ve kaynak akımının gösterimi

Eğer ilgilendiğimiz bölgede kaynak yok ise $\vec{J}_s = 0$ dir. Buradan hareketle

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -i\omega\mu \vec{H} \quad \vec{\nabla} \times \vec{H} = (\sigma + i\omega\epsilon)\vec{E}$$

şeklinde yazılır. Bunlar sırasıyla Faraday-Maxwell ve Ampere-Maxwell denklemleridir. İlgilenilen bölgede serbest akım kaynağı olmadığı farzedilmiştir ($\vec{J}_s = 0$).

2.1.1. Enine (transverse) Elektromanyetik Dalgalar



Şekil 2.1.1. Kartezyen koordinatlarda fiber dalga kılavuzu

$$\vec{E}(x, y, z) = [E_x(x, y)\hat{i} + E_y(x, y)\hat{j}]e^{-\gamma z} = \vec{E}_t(x, y)e^{-\gamma z}$$

$$\vec{H}(x, y, z) = [H_x(x, y)\hat{i} + H_y(x, y)\hat{j}]e^{-\gamma z} = \vec{H}_t(x, y)e^{-\gamma z}$$

Bu ifadeler, z-doğrultusunda ilerleyen x ve y düzlemindeki elektromanyetik (e.m) dalgayı temsil etmektedir. Şimdi biz $\vec{E}(x, y, z)$ ile $\vec{H}(x, y, z)$ arasındaki ilişkiyi arayalım ve γ 'nin anlamını vermeye çalışalım. Burada dikkat edilecek birkaç nokta aşağıdaki gibi açıklanabilir.

1) İlk anda $\gamma = \alpha + i\beta$ ve $\alpha = 0$ ise, alan ifadesi genel olarak şu şekilde yazılır.

$$\vec{E}_x(x, y, z, t) = \vec{E}_t(x, y)e^{-i\beta z + i\omega t} = \vec{E}_t(x, y)e^{i(\omega t - \beta z)}$$

Alan ifadesinin gerçel kısmı aşağıdaki gibidir ve +z doğrultusunda ilerlemektedir.

$$\text{Re}\vec{E}_x(x, y, z, t) = \vec{E}_t(x, y) \cos[\omega t - \beta z + \phi]$$

$$= \vec{E}_t(x, y) \cos\left[\beta\left(\frac{\omega}{\beta}t - z + \frac{\phi}{\beta}\right)\right]$$

2) $\vec{E}(x,y)$ tamamen xy düzleminindedir ve z' ye diktir. Bu dalga enine elektrik dalga (Transverse Electric Field \equiv TE) olarak adlandırılır. Manyetik alan için de $H_z = 0$ olup $\vec{H}(x,y)$ de z' ye diktir ve manyetik alan tamamen ilerleme doğrultusuna dik olup xy düzleminindedir. Böyle bir dalga enine manyetik dalga (Transverse Magnetic Field \equiv TM) olarak adlandırılır. Eğer elektromanyetik dalga hem TE hem de TM alan içeriyorsa bu dalgaya enine elektromanyetik dalga (Transverse Electromagnetic Field \equiv TEM) denir.

Şimdi bu alanlar arasındaki ilişkiyi araştıralım. İlgilenilen ortamda serbest akım ve serbest yük kaynağı olmadığı durumda Maxwell denklemleri,

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -i\omega\mu\vec{H} \quad \vec{\nabla} \times \vec{H} = (\sigma + i\omega\epsilon)\vec{E}$$

şeklinde ifade edilir.

$$\begin{aligned} \left(\hat{i} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial}{\partial z} \right) \times [E_x(x,y)\hat{i} + E_y(x,y)\hat{j} + E_z\hat{k}] e^{i(\omega t - \gamma z)} \\ = -i\omega\mu [H_x(x,y)\hat{i} + H_y(x,y)\hat{j} + H_z\hat{k}] e^{i(\omega t - \gamma z)} \end{aligned}$$

Yukarıdaki vektörel çarpım yapılır ve denklemlerdeki bileşenler eşitlenirse aşağıdaki eşitlikler elde edilir.

$$\begin{aligned} \hat{i} \Rightarrow \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} &= -i\omega\mu H_x & \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} &= (\sigma + i\omega\epsilon) E_x \\ \hat{j} \Rightarrow \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} &= -i\omega\mu H_y & \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} &= (\sigma + i\omega\epsilon) E_y \\ \hat{k} \Rightarrow \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} &= -i\omega\mu H_z & \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} &= (\sigma + i\omega\epsilon) E_z \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho=0 \quad \text{için} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 0 &\Rightarrow \vec{\nabla} \cdot (\epsilon \vec{E}) = 0 \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 &\Rightarrow \vec{\nabla} \cdot (\mu \vec{H}) = 0 \end{aligned}$$

Buradan,

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0 \quad \text{ve} \quad \frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} + \frac{\partial H_z}{\partial z} = 0$$

olur. Burada ϵ ve μ 'nün ilgilenilen sistemin her noktasında aynı olduğunu farz ettik. Bizim problemimiz için $E_z = 0$ ve $H_z = 0$ idi. Bu durumda yukarıdaki denklemlerden,

$$\gamma E_y = -i\omega\mu H_x \quad (2.1.1a)$$

$$-\gamma E_x = -i\omega\mu H_y \quad (2.1.1b)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = 0 \quad (2.1.1c)$$

$$\gamma H_y = (\sigma + i\omega\epsilon) E_x \quad (2.1.1d)$$

$$-\gamma H_x = (\sigma + i\omega\epsilon) E_y \quad (2.1.1e)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = 0 \quad (2.1.1f)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} = 0 \quad (2.1.2a)$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} = 0 \quad (2.1.2b)$$

denklemleri elde edilir. (2.1.1a) ve (2.1.1e) den

$$E_y = -\frac{i\omega\mu}{\gamma} H_x = -\frac{i\omega\mu}{\gamma} \left[-\frac{\sigma + i\omega\epsilon}{\gamma} E_y \right]$$

verilir. Buradan,

$$\gamma^2 = i\omega\mu (\sigma + i\omega\epsilon)$$

$$\gamma = \sqrt{i\omega\mu (\sigma + i\omega\epsilon)}$$

olarak bulunur.

$$\gamma = \alpha + i\beta, \quad \gamma^2 = \alpha^2 - \beta^2 + 2i\alpha\beta \quad \text{ve} \quad \gamma^2 = i\omega\mu\sigma - \omega^2\epsilon\mu$$

ise

$$\alpha^2 - \beta^2 = -\epsilon\mu\omega^2 \quad 2\alpha\beta = \omega\mu\sigma$$

olur. γ , dalganın genel yayılma (ilerleme) sabiti olarak tariflenmiş olup fiziksel anlamı çoktur. Biz bunları vermeye çalışacağız.

$$\vec{E}_t(x, y) = E_x(x, y)\hat{i} + E_y(x, y)\hat{j}, \quad E_z = 0$$

Eğer (2.1.1c)'yi incelersek,

$$\frac{\partial E_y(x, y)}{\partial x} - \frac{\partial E_x(x, y)}{\partial y} = 0 \text{ sonucu,}$$

$$\left(\hat{i} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial}{\partial z} \right) \times (E_x \hat{i} + E_y \hat{j}) = 0 \quad \text{ifadesinden elde edilmektedir.}$$

Rotasyon çarpımlarından $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{a}) = 0$ ifadesi, $\vec{E}_t(x, y) = \vec{\nabla} V(x, y)$ [V, skaler potansiyel] eşitliği bilindiğinden $\vec{\nabla} \times \vec{E}_t(x, y) = 0$ olur. Böyle bir potansiyel (sadece x ve y'ye bağlı) ancak paralel iki silindirik iletken arasında oluşur (Silindirlerin eksenine z eksenine paralel).

Denklemler (2.1.1b) ve (2.1.1a) veya (2.1.1d) ve (2.1.1e) aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$E_x = \eta H_y \quad E_y = -\eta H_x$$

$$\eta = \frac{i\omega\mu}{\gamma} = \sqrt{\frac{i\omega\mu}{\sigma + i\omega\epsilon}}$$

Buradaki η ortamın özgül empedansı olarak adlandırılır.

2.1.2. Dalga İlerleme Sabiti Genel İfadesi (γ)

Önceki kısımda γ şöyle tariflenmişti.

$$\gamma = \sqrt{i\omega\mu(\sigma + i\omega\epsilon)} = \alpha + i\beta$$

$\vec{E} \approx e^{-\gamma z}$ ile orantılıdır. γ 'nın birimi 1/m dir. $e^{-(\alpha + i\beta)z} = e^{-\alpha z} e^{-i\beta z}$ olup α 'ya sönümlenme sabiti ve β 'ya faz sabiti veya dalganın z-doğrultusundaki ilerleme sabiti denir. Genel olarak z doğrultusunda ilerleyen herhangi bir dalga hareketi,

$$\varphi(x, y, z) = A_0 \varphi(x, y) e^{-\alpha z} e^{-i\beta z}$$

şeklinde yazılabilir. Burada $A_0 = A_{0a} e^{i\phi_0}$ olarak kompleks genliktir. A_{0a} ise gerçel genliktir.

$$\varphi(x, y, z, t) = \text{Re}[\varphi(x, y, z) e^{i\omega t}] = A_{0a} \varphi(x, y) e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z + \phi_0)$$

şeklinde ifade edilir.

2.2. Dalga Kılavuzu Teorisi

Bundan önce yaptığımız açıklamaları, sınır şartları uygulanması oldukça kolay olan dikdörtgen şeklindeki dalga kılavuzuna ve sonra daha karmaşık olan silindirik dalga kılavuzuna uygulayalım.

Bu uygulamayı basitleştirmek için aşağıdaki kabulleri yapacağız.

1-Kılavuzun çeperleri mükemmel bir iletken ve içinde kalan kısım ise mükemmel bir yalıtkandır. Bu nedenle iletkenin kalınlığı hesaba girmeyecektir.

2-Dalga kılavuzunun z -doğrultusunda sonsuza kadar uzandığı kabul edilmiştir.

3-Sistemin içinde hiçbir serbest elektriksel yük ($\rho = 0$) ve serbest akım kaynağı ($J_s = 0$) olmadığı kabul edilmiştir.

Bu kabuller fiberler için geçerlidir. Sadece dış çeperin iletken alınması üzerinde biraz değişiklik yapmamız gerekir. Bu durumda Maxwell denklemleri

$$\begin{aligned}\vec{\nabla} \cdot \vec{D} &= 0 & \vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & \vec{\nabla} \times \vec{H} &= \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\end{aligned}$$

formunu alır. Oluşan dalga e.m. dalga olacağı için zamana bağlı kısmı $e^{i\omega t}$ şeklinde ifade edilebilir ve

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 0 \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} = -i\omega \vec{B} \quad \vec{\nabla} \times \vec{H} = i\omega \vec{D}$$

elde edilir. $\vec{B} = \mu \vec{H}$, $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$, $\mu_R = \frac{\mu}{\mu_0}$, $\epsilon_R = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$ şeklinde ifade edilirse

$$\begin{aligned}\vec{\nabla} \times \vec{E} &= -i\omega \mu_R \mu_0 \vec{H} \\ \vec{\nabla} \times \vec{H} &= i\omega \epsilon_R \epsilon_0 \vec{E}\end{aligned}$$

elde edilir.

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) - (\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla})\vec{A}$$

eşitliğini kullanarak,

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - (\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla})\vec{E} = -i\omega \mu_R \mu_0 \vec{\nabla} \times \vec{H}$$

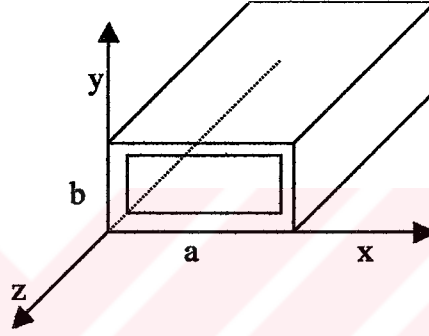
ifadesinden,

$$(\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla})\vec{E} + \omega^2 \mu_R \mu_0 \epsilon_R \epsilon_0 \vec{E} = 0 \quad (2.2.1)$$

$$(\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla})\vec{H} + \omega^2 \mu_R \mu_0 \epsilon_R \epsilon_0 \vec{H} = 0 \quad (2.2.2)$$

elde edilir. Bunlar genel denklemler olup dikdörtgen ve silindirik dalga kılavuzlarına aşağıdaki gibi uygulanır.

2.2.1. Dikdörtgen Şeklinde Dalga Kılavuzu



Şekil 2.2.1. Kartezyen koordinatlarda dikdörtgensel dalga kılavuzu

Kartezyen koordinatlarda yukarıda bulduğumuz (2.2.1) ve (2.2.2) denklemleri

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} + \omega^2 \mu \epsilon \vec{E} = 0 \quad (2.2.3)$$

$$\frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial z^2} + \omega^2 \mu \epsilon \vec{H} = 0 \quad (2.2.4)$$

şeklini alır. +z doğrultusunda ilerleyen bir dalgayı düşünersek, z' ye bağlı kısım $e^{-i\beta z}$ şeklinde ifade edilir ve +z doğrultusunda sinüzoidal dalga olmalıdır. Bunun neticesi olarak şunlar yazılır.

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial y^2} + (\omega^2 \mu \epsilon - \beta^2) \vec{E} = 0 \quad (2.2.5)$$

$$\frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial y^2} + (\omega^2 \mu \epsilon - \beta^2) \vec{H} = 0 \quad (2.2.6)$$

Daha önce β 'nin tarifini yapmıştık.

$$\gamma = \alpha + i\beta = \sqrt{i\omega\mu(\sigma + i\omega\epsilon)}$$

Eğer $\sigma = 0$ ise (dalga kılavuzu içerisinde)

$$\gamma = \alpha + i\beta = i\omega\sqrt{\epsilon\mu} \Rightarrow \beta = \frac{\omega}{\mathfrak{v}_p}$$

olur. $\mathfrak{v}_p \rightarrow$ faz hızıdır. Dalga boyu tanımından,

$$\lambda = \frac{\mathfrak{v}}{f} = \frac{\mathfrak{v}_p}{\omega/2\pi} = \frac{2\pi\mathfrak{v}_p}{\omega} = \frac{2\pi}{\beta}$$

olup $\beta = 2\pi/\lambda$, ilerleme sabitinin z-doğrultusundaki bileşenidir. Aşağıdaki k_c tanımına göre denklemler şu hali alır:

$$k_c^2 = \omega^2 \mu \epsilon - \beta^2$$

$$\frac{\partial^2 \vec{E}_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}_z}{\partial y^2} = -k_c^2 \vec{E}_z \quad (2.2.7)$$

$$\frac{\partial^2 \vec{H}_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{H}_z}{\partial y^2} = -k_c^2 \vec{H}_z \quad (2.2.8)$$

Burada $\vec{E} = E_x \hat{i} + E_y \hat{j} + E_z \hat{k}$ kullanılmış ve her bir bileşen yukarıdaki denklem kullanılarak sıfıra eşitlenmiştir.

$$\begin{aligned}\nabla^2 \vec{A} &= \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \left(A_x(x, y, z) \hat{i} + A_y(x, y, z) \hat{j} + A_z(x, y, z) \hat{k} \right) \\ &= \left[\frac{\partial^2 A_x(x, y, z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_x(x, y, z)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_x(x, y, z)}{\partial z^2} \right] \hat{i} + [] \hat{j} + [] \hat{k} = 0\end{aligned}$$

Dalga kılavuzu içerisinde oluşan farklı frekans veya ilerleme sabitindeki alan konfigürasyonlarına kip(mode) denir. TEM kipini düşünersek, bunun için hem $E_z = 0$ hem de $H_z = 0$ olmalıdır (Collin 1996). E_z ve H_z aynı zamanda her ikisi de sıfır olamaz. Çünkü bu durumda ilerleyen dalga olmaz. Fakat $E_z = 0$ olabilir. Bu durumda TE kipi oluşur (Enine elektriksel dalga). Ya da $H_z = 0$ olabilir. Bu durumda da TM kipi oluşur (Enine Manyetik Dalga).

2.2.2. Enine Elektrik Kip (TE)

Bu durumda $E_z = 0$ ve $H_z \neq 0$ dir. $H_z = H_z(x, y) e^{-i\beta z}$ formundadır. Denklem (2.2.7) ve (2.2.8) kullanılarak,

$$\frac{\partial^2 \vec{H}_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{H}_z}{\partial y^2} = -k_c^2 \vec{H}_z(x, y) \quad (2.2.9)$$

yazılır. $H_z(x, y) = X(x) \cdot Y(y)$ denir ve yerine konursa

$$\frac{1}{X(x)} \frac{d^2 X(x)}{dx^2} + \frac{1}{Y(y)} \frac{d^2 Y(y)}{dy^2} = -k_c^2 \quad (2.2.10)$$

elde edilir. Bunun sağlanması için

$$\frac{1}{X(x)} \frac{d^2 X(x)}{dx^2} = -k_x^2 \quad \text{ve} \quad \frac{1}{Y(y)} \frac{d^2 Y(y)}{dy^2} = -k_y^2 \quad (2.2.11)$$

olmalıdır. Burada $k_x^2 + k_y^2 = k_c^2 = \omega^2 \mu \epsilon - \beta^2$ dir. (2.2.11) denklemlerinin çözümü,

$$X(x) = A \cos k_x x + B \sin k_x x$$

$$Y(y) = C \cos k_y y + D \sin k_y y$$

şeklinde bulunur. Burada A, B, C, D kompleks sayılar olan sabitlerdir ve sınır şartları kullanılarak bulunur. Şimdi başlangıç şartlarımıza dönelim ve sınır şartlarını uygulayalım. (sınırlarımız $x = 0$, $x = a$, $y = 0$, $y = b$ değerlerindedir.)

$$\frac{\partial H_z(x, y)}{\partial x} = 0, \quad x=0 \text{ ve } x=a \text{ da}$$

$$\frac{\partial H_z(x, y)}{\partial y} = 0, \quad y=0 \text{ ve } y=b \text{ de}$$

Bunun sebebi iletken yüzeylerde $\frac{\partial H}{\partial n} = 0$ olmasıdır. Süreklilik şartından dolayı

farklı ortamlardaki elektrik ve manyetik alanların yüzeye paralel ve dik bileşenleri için aşağıdaki bağıntılar geçerlidir.

$$E_{1\parallel} = E_{2\parallel}$$

$$D_{1\perp} = D_{2\perp} - \rho_s$$

$$H_{1\parallel} = H_{2\parallel} + J$$

$$B_{1\perp} = B_{2\perp}$$

Burada J, yüzeye paralel akım ve ρ_s , yüzey yük yoğunluğudur. Bu durumda

$$H_z(x, y, z) = H_z(x, y) e^{-i\beta z} = XY e^{-i\beta z}$$

ise ve yukarıdaki şartların sağlanması için

$$B = 0, \quad k_x = \frac{m\pi}{a}, \quad D = 0, \quad k_y = \frac{n\pi}{b}$$

olmalıdır. Burada m, n pozitif tam sayılardır. $AC = H_0$ dersek çözüm aşağıdaki gibidir.

$$H_z(x, y, z) = H_0 \cos \frac{m\pi}{a} x \cos \frac{n\pi}{b} y e^{-i\beta z}$$

$$k_c^2 = k_x^2 + k_y^2 = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -i\omega\mu\vec{H} \quad \text{ve} \quad \vec{\nabla} \times \vec{H} = i\omega\epsilon\vec{E}$$

kullanılarak ve $E_z = 0$ olduğundan bu vektörel çarpım denklemleri,

$$\begin{aligned} \beta E_y(x, y) &= -\omega\mu H_x(x, y) & ; & \quad \frac{\partial H_z(x, y)}{\partial y} + i\beta H_y = i\omega\epsilon E_x \\ \beta E_x(x, y) &= \omega\mu H_y(x, y) & ; & \quad i\beta H_x(x, y) + \frac{\partial H_z(x, y)}{\partial x} = -i\omega\epsilon E_y \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} &= -i\omega\mu H_z & ; & \quad \frac{\partial H_y(x, y)}{\partial x} - \frac{\partial H_x(x, y)}{\partial y} = 0 \end{aligned}$$

şeklinde yazılır ve

$$\begin{aligned} E_x(x, y, z) &= iH_0 \left(\frac{\omega\mu}{k_c^2}\right) \left(\frac{n\pi}{b}\right) \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{-i\beta z} \\ E_y(x, y, z) &= -iH_0 \left(\frac{\omega\mu}{k_c^2}\right) \left(\frac{m\pi}{a}\right) \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{-i\beta z} \\ H_x &= -\frac{\beta}{\omega\mu} E_y & \quad H_y &= \frac{\beta}{\omega\mu} E_x \end{aligned}$$

elde edilir.

$$E_z = 0 \quad \beta^2 = \omega^2\mu\epsilon - k_c^2 \quad k_c = \frac{2\pi}{\lambda_c}$$

Yukarıdaki eşitliklere göre dalga boyu ifadesi

$$\lambda_c = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{m}{2a}\right)^2 + \left(\frac{n}{2b}\right)^2}} \quad (\text{c; iletken madde içindir.})$$

olur. Bunun anlamı dikdörtgen dalga kılavuzu içinde belli dalga boyundaki dalgalar ilerleyebilir. Her bir m, n değeri dalga kılavuzu içinde ilerleyen dalgayı belirtir ve buna kip(mode) denir. Görüleceği gibi her bir kipi frekansı veya ilerleme sabiti farklıdır. Belli bir TE kipi TE_{mn} ile gösterilir. Şimdi β ' yı biraz daha ayrıntılı inceleyelim ve

anlamını kavramaya çalışalım. Dalga $E \approx e^{-\beta z}$ şeklinde verildiği için eğer $\beta^2 > 0$ ise dalga ilerleyen bir dalga olur. Aksi takdirde sönümlenir.

$$\beta^2 = \omega^2 \mu \epsilon - k_c^2 > 0$$

$$\omega^2 \mu \epsilon > k_c^2$$

$$\omega > (k_c / \sqrt{\mu \epsilon})$$

$$c_0 = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \text{ dan, } \mathfrak{S}_p = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} \text{ olur.}$$

\mathfrak{S}_p , dalganın, dielektrik içindeki faz hızıdır.

$$\lambda = \mathfrak{S}_p T = \frac{\mathfrak{S}_p}{f}$$

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi \mathfrak{S}_p}{\lambda}$$

$$\omega \sqrt{\mu \epsilon} > k_c \Rightarrow \frac{\omega}{\mathfrak{S}_p} > k_c \Rightarrow \frac{2\pi f}{\mathfrak{S}_p} > k_c \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda} > \frac{2\pi}{\lambda_c}$$

$$\lambda < \lambda_c \quad \text{veya} \quad f > f_c$$

Bu durumda dalga dielektrik içinde ilerleyebilir. Bu en düşük f_c frekansına kesme frekansı denir ve bu frekans $n = 1$, $m = 1$ durumunda kılavuzun a ve b boyutlarına bağlıdır.

2.3. Fiberdeki Optiksel Işıklar

Dikdörtgen yapıya sahip dalga kılavuzlarında öğrendiğimiz bilgileri gerçek hayata, fiberlere uygulamak istersek, fiberlerin yapısından dolayı silindirik koordinatları kullanmamız gerekmektedir.

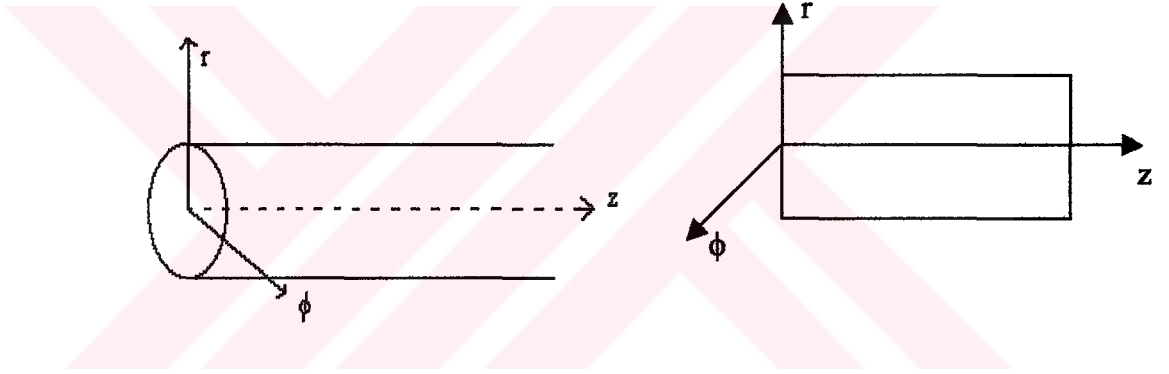
Genel olarak fiberlerin yapısı, silisyumdioksit (SiO_2) olup optiksel haberleşmede yüksek bilgi iletim yüzdesi (high-data-rate) bakımından bugünün teknolojisinde oldukça önemlidir. Bu yapılarda, optiksel bilgiler fiberlerin bir ucundan sisteme verilerek diğer ucundan alınmaktadır. Fiber kabloların uzunluğu gerçekleştirilen amaca göre birkaç metreden birkaç bin kilometreye çıkabilir. Bu nedenle fiberlerin ideal olması için ;

- a-Enerji kaybı minimum olmalı,
- b-Verilen sinyal minimum genişlemeye uğramalı,
- c-Verilen sinyale minimum gürültü (noise) eklenmelidir.

Fakat malzemenin yapısı nedeni ile yukarıda belirttiğimiz durumları ideal olarak elde etmek mümkün değildir. Özellikle SiO₂ malzemesindeki difraksiyon, grup hızı dağılımı ve lineer olmayan saçılma mekanizması oldukça önemli etkilerdir.

Genel olarak, fiberlerde kırılma indisi silindirik simetriye sahiptir. Bu nedenle, ilk olarak silindirik simetriye sahip kırılma indisi $n(r)$ bir fiberde oluşabilecek optiksel titreşimleri (kipleri) incelememiz gerekecektir.

2.3.1. Silindirik Fiberlerde Optiksel Kipler



Şekil 2.3.1. Silindirik koordinatlarda fiber dalga kılavuzu

Silindirik koordinatlarda elektrik ve manyetik alan ifadeleri,

$$\vec{E}(r, \phi, z) = E_r(r, \phi, z)\hat{r} + E_\phi(r, \phi, z)\hat{\phi} + E_z(r, \phi, z)\hat{k} \quad (2.3.1)$$

$$\vec{H}(r, \phi, z) = H_r(r, \phi, z)\hat{r} + H_\phi(r, \phi, z)\hat{\phi} + H_z(r, \phi, z)\hat{k} \quad (2.3.2)$$

şeklinde verilir. Maxwell denklemlerinden hareketle yük yoğunluğu ($\rho = 0$) ile elektrik akım yoğunluğu ($\vec{J} = 0$)' nun sifıra eşit olduğu olgusunu kullanırsak, alan vektörlerinin z-bileşenleri için zamana bağlı kısmı da dikkate alarak şu ifadeler kullanılır.

$$H_z(r, \phi, z, t) = H_z(r, \phi, z) e^{i\omega t} \quad (2.3.3)$$

$$E_z(r, \phi, z, t) = E_z(r, \phi, z) e^{i\omega t} \quad (2.3.4)$$

Dalga denklemi için maxwell denklemlerinden,

$$(\nabla^2 + k^2) \begin{Bmatrix} E_z(r, \phi, z, t) \\ H_z(r, \phi, z, t) \end{Bmatrix} = 0 \quad (2.3.5)$$

koşulu elde edilir. Burada k,

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad c = \lambda v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}}, \quad n = \frac{c}{v}$$

ifadelerinden yola çıkarak aşağıdaki şekilde bulunur.

$$k = \frac{\omega n}{c} \quad (2.3.6)$$

Burada n: fiberin kırılma indisi, c: ışığın boşluktaki hızı, ω : fiber içinde ilerleyen optiksel titreşimin (dalgaının) frekansdır.

$$\nabla^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (2.3.7)$$

Yukarıdaki forma uyarlanmış diferansiyel denklemleri çözmek için genel olarak E_z ve H_z bulunur ve bundan yararlanarak E_r, E_ϕ, H_r ve H_ϕ elde edilir.

Bir dalga kılavuzu boyunca ilerleyen dalga ile ilgilendiğimiz için ışığa ait elektrik ve manyetik alanların silindirik koordinatlardaki vektör ifadeleri

$$\begin{bmatrix} \vec{E}(\vec{r}, t) \\ \vec{H}(\vec{r}, t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{E}(r, \phi) \\ \vec{H}(r, \phi) \end{bmatrix} e^{i[\omega t - \beta z]} \quad (2.3.8)$$

şeklindedir (Jakson 1962). Bu alan vektörünün her bir bileşeni aynı z ve t fonksiyonu olan $e^{i[\omega t - \beta z]}$, ye bağlıdır. Maxwell denklemlerinin silindirik koordinatlarda kullanılması ile

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = [E_r(r, \phi)\hat{r} + E_\phi(r, \phi)\hat{\phi}]e^{i[\omega t - \beta z]} \quad (2.3.9)$$

alan denklemleri, Maxwell' in rotasyon ifadesiyle birlikte aşağıdaki bağıntıları verecektir.

$$i\omega\epsilon E_r = i\beta H_\phi + \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} \quad (2.3.10a)$$

$$i\omega\epsilon E_\phi = -i\beta H_r - \frac{\partial H_z}{\partial r} \quad (2.3.10b)$$

$$i\omega\epsilon E_z = -\frac{1}{r} \frac{\partial H_r}{\partial \phi} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rH_\phi) \quad (2.3.10c)$$

ve manyetik alan için de,

$$-i\omega\mu H_r = i\beta E_\phi + \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} \quad (2.3.11a)$$

$$-i\omega\mu H_\phi = -i\beta E_r - \frac{\partial E_z}{\partial r} \quad (2.3.11b)$$

$$-i\omega\mu H_z = -\frac{1}{r} \frac{\partial E_r}{\partial \phi} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rE_\phi) \quad (2.3.11c)$$

bağıntıları elde edilir. Şimdi, yukarıda bahsettiğimiz gibi (2.3.10a), (2.3.10b), (2.3.11a) ve (2.3.11b) denklemleri kullanılarak E_r, E_ϕ, H_r, H_ϕ ifadeleri E_z ve H_z cinsinden bulunabilir.

$$E_r = \frac{-i\beta}{\omega^2\mu\epsilon - \beta^2} \left(\frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{\omega\mu}{\beta} \frac{\partial H_z}{r\partial \phi} \right) \quad (2.3.12a)$$

$$E_{\phi} = \frac{-i\beta}{\omega^2\mu\epsilon - \beta^2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} - \frac{\omega\mu}{\beta} \frac{\partial H_z}{\partial r} \right) \quad (2.3.12b)$$

$$H_r = \frac{-i\beta}{\omega^2\mu\epsilon - \beta^2} \left(\frac{\partial H_z}{\partial r} - \frac{\omega\epsilon}{\beta} \frac{\partial E_z}{r\partial \phi} \right) \quad (2.3.12c)$$

$$H_{\phi} = \frac{-i\beta}{\omega^2\mu\epsilon - \beta^2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} + \frac{\omega\epsilon}{\beta} \frac{\partial E_z}{\partial r} \right) \quad (2.3.12d)$$

Eğer, E_z ve H_z çözümü biliniyorsa diğer bileşenler $E_r, E_{\phi}, H_r, H_{\phi}$ bu denklemlerden bulunabilir. $E_z(r, \phi, z)$ ve $H_z(r, \phi, z)$ ' nin z ' ye bağlı formu denklem (2.3.8) de verildiği gibi ise silindirik koordinatlarda,

$$E_z(r, \phi, z, t) = E_z(r, \phi) e^{i(\omega t - \beta z)}$$

$$H_z(r, \phi, z, t) = H_z(r, \phi) e^{i(\omega t - \beta z)}$$

şeklinde yazılır. ∇^2 operatörü kullanılırsa,

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} + (k^2 - \beta^2) \right] \cdot \begin{bmatrix} E_z(r, \phi) \\ H_z(r, \phi) \end{bmatrix} e^{i(\omega t - \beta z)} = 0 \quad (2.3.13)$$

elde edilir. E_z ve H_z ,

$$\begin{bmatrix} E_z(r, \phi) \\ H_z(r, \phi) \end{bmatrix} = \Psi(r) \cdot \Phi(\phi)$$

şeklinde tekrar yazılırsa üstel veya ossilasyon kısmı sıfır olamayacağına göre denklem (2.3.13)' den aşağıdaki bağıntı yazılır.

$$\left[r^2 \frac{\partial^2}{\partial r^2} + r \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} + r^2 (k^2 - \beta^2) \right] \cdot \Psi(r) \cdot \Phi(\phi) = 0$$

Buradan,

$$\frac{1}{\Psi(r)} \left[r^2 \frac{\partial^2 \Psi(r)}{\partial r^2} + r \frac{\partial \Psi(r)}{\partial r} + r^2 (k^2 - \beta^2) \Psi(r) \right] + \frac{1}{\Phi(\phi)} \left[\frac{\partial^2 \Phi(\phi)}{\partial \phi^2} \right] = 0$$

ifadesine geçilir. ϕ 'ye bağlı kısım,

$$\frac{\partial^2 \Phi(\phi)}{\partial \phi^2} = -\ell^2 \Phi \quad \text{ve} \quad \Phi(\phi) = e^{\pm i \ell \phi} \quad (2.3.14)$$

şeklinde elde edilir. Buradan r 'ye bağlı kısım ile birlikte dalga fonksiyonu,

$$\frac{d^2 \Psi(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\Psi(r)}{dr} + \left(k^2 - \beta^2 - \frac{\ell^2}{r^2} \right) \Psi(r) = 0 \quad (2.3.15)$$

şeklinde bulunur. Burada, Ψ 'nin $E_z(r)$ ve $H_z(r)$ 'nin yerine geçtiğini unutmamalıyız. Denklem (2.3.15) matematikte Bessel Diferansiyel denklemi olarak bilinmektedir (Arfken 1970).

Denklem (2.3.15) çözümü Bessel fonksiyonu olup ℓ . mertebeden Bessel fonksiyonu olarak adlandırılır ve aşağıdaki formda verilir. Burada $(k^2 - \beta^2)$ 'nin aldığı değere göre çözümler farklı formu almaktadır.

1. Çözüm: Eğer, $k^2 - \beta^2 = h^2 > 0$ ise denklem (2.3.15) çözümü

$$\Psi(r) = c_1 J_\ell(hr) + c_2 Y_\ell(hr) \quad (2.3.16)$$

olup c_1, c_2 sabitler ve J_ℓ ve Y_ℓ sırasıyla 1. ve 2. tip BESSEL FONKSİYON' ları olarak adlandırılır.

2. Çözüm: Eğer, $k^2 - \beta^2 = -q^2 < 0$ ise denklem (2.3.15) çözümü

$$\Psi(r) = c_1 I_\ell(qr) + c_2 K_\ell(qr) \quad (2.3.17)$$

c_1 ve c_2 sabitler olup I_ℓ ve K_ℓ sırasıyla değişikliğe uğramış ℓ . mertebeden 1. ve 2. tip BESSEL FONKSİYON' larıdır.

Yukarıdaki çözümlerde kullanılan fonksiyonların [$J_\ell(hr)$, $Y_\ell(hr)$, $I_\ell(qr)$ ve $K_\ell(qr)$] özellikle asimtotik olanları çözümlerde sık sık kullanılmaktadır.

Bessel fonksiyonları $J_\ell(x)$ ve $Y_\ell(x)$ aşağıdaki gibi ifade edilebilir (Zhang ve ark.1996).

$$x^2 \frac{d^2 F(x)}{dx^2} + x \frac{dF(x)}{dx} + (x^2 - \ell^2) F(x) = 0 \quad (2.3.18)$$

İkinci mertebeden olan bu diferansiyel denklem, Bessel diferansiyel denklemi olarak bilinir ve çözümlü Bessel fonksiyonlarını verir. Eğer ℓ bir tamsayı değilse çözümler,

$$J_\ell(x) = \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \frac{(x/2)^{2m+\ell}}{m! \Gamma(m+\ell+1)} \quad (2.3.19)$$

ve

$$J_{-\ell}(x) = \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \frac{(x/2)^{2m-\ell}}{m! \Gamma(m-\ell+1)} \quad (2.3.20)$$

şeklinde ve bunlara 1. tip Bessel fonksiyonları adı verilmektedir. Burada Γ , Gamma fonksiyonudur. 2. tip Bessel fonksiyonu ise, aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

$$Y_\ell(x) = \frac{J_\ell(x) \cos \ell\pi - J_{-\ell}(x)}{\sin \ell\pi} \quad (2.3.21)$$

Burada $Y_\ell(x)$ fonksiyonu NEUMANN fonksiyonu olarak da bilinmektedir ve bazı kaynaklarda $N_\ell(x)$ şeklinde gösterilmektedir. Bunlara ek olarak 3. tip Bessel fonksiyonları literatürde HENKEL fonksiyonları olarak bilinmekte olup aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

$$H_\ell^{(1)}(x) = J_\ell(x) + i Y_\ell(x) \quad (2.3.22)$$

$$H_\ell^{(2)}(x) = J_\ell(x) - i Y_\ell(x) \quad (2.3.23)$$

Burada $i = \sqrt{-1}$ dir. Eğer $\ell = n$ gibi bir tam sayı ise,

$$J_{-n}(x) = (-1)^n J_n(x)$$

şeklinde olup $J_{-n}(x)$ ve $J_n(x)$ lineer bağımlıdırlar. Bu durumda Bessel fonksiyonları aşağıdaki gibi ifade edilirler.

$$J_n(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m! (m+n)!} \left(\frac{x}{2}\right)^{2m+n} \quad (2.3.24)$$

$$Y_n(x) = \frac{1}{\pi} \left[\sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m! (m+n)!} \left(\frac{x}{2}\right)^{2m+n} \left(2 \ln \frac{x}{2} + 2\gamma - \sum_{k=1}^{n+m} \frac{1}{k} - \sum_{k=1}^m \frac{1}{k} \right) - \sum_{m=0}^{n-1} \frac{(n-m-1)!}{m!} \left(\frac{x}{2}\right)^{2m-n} \right] \quad (2.3.25)$$

Burada $\gamma \cong 0.57721566490153286$ olup EULER sabiti olarak bilinir.

$I_\ell(x)$ ve $K_\ell(x)$ Bessel fonksiyonları için de hemen hemen aynı açıklamalar yapılır.

Fiberler içerisinde ilerleyen elektromanyetik dalgaların çözümünde $J_\ell(x)$, $Y_\ell(x)$, $I_\ell(x)$ ve $K_\ell(x)$ fonksiyonlarının asimptotik formları kullanılır. O nedenle bu fonksiyonların $x \ll 1$ ve $x \gg 1$ formlarını belirtmekte fayda vardır.

Eğer, bir $\ell = n > 0$ tam sayı olarak alırsak $x \ll 1$ için

$$J_0(x) \approx 1$$

$$J_\ell(x) \approx \frac{1}{\ell!} \left(\frac{x}{2}\right)^\ell$$

$$Y_0(x) \approx \frac{2}{\pi} (\ln x + 0.5772)$$

$$Y_\ell(x) \approx -\frac{(\ell-1)!}{\pi} \left(\frac{2}{x}\right)^\ell \quad \ell = 1, 2, 3, \dots$$

$$I_0(x) \approx 1$$

$$I_\ell(x) \approx \frac{1}{\ell!} \left(\frac{x}{2}\right)^\ell$$

$$K_0(x) \approx -\left(\ln \frac{x}{2} + 0.5772\right)$$

$$K_\ell(x) \approx \frac{(\ell-1)!}{2} \left(\frac{2}{x}\right)^\ell \quad \ell = 1, 2, 3, \dots$$

Eğer, $x \gg 1$, ℓ

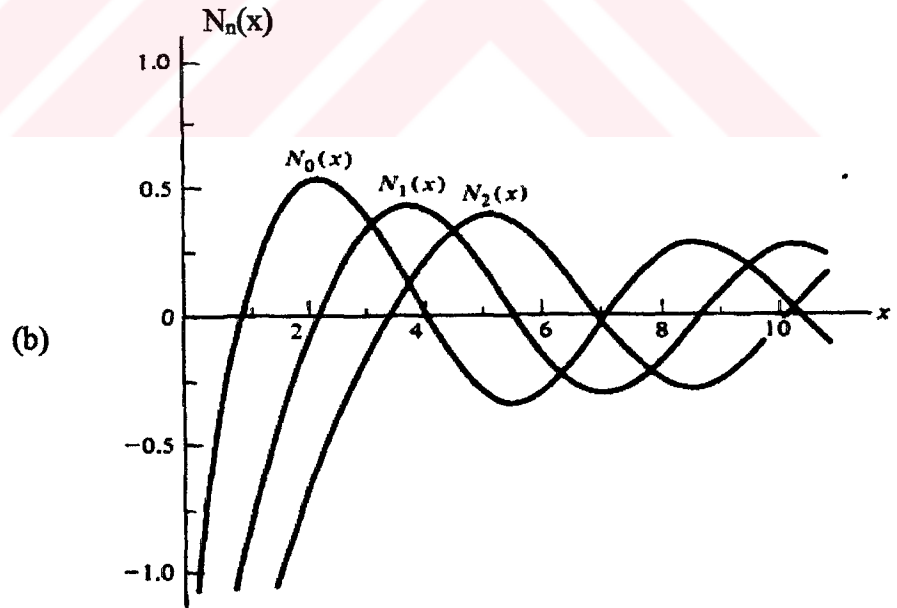
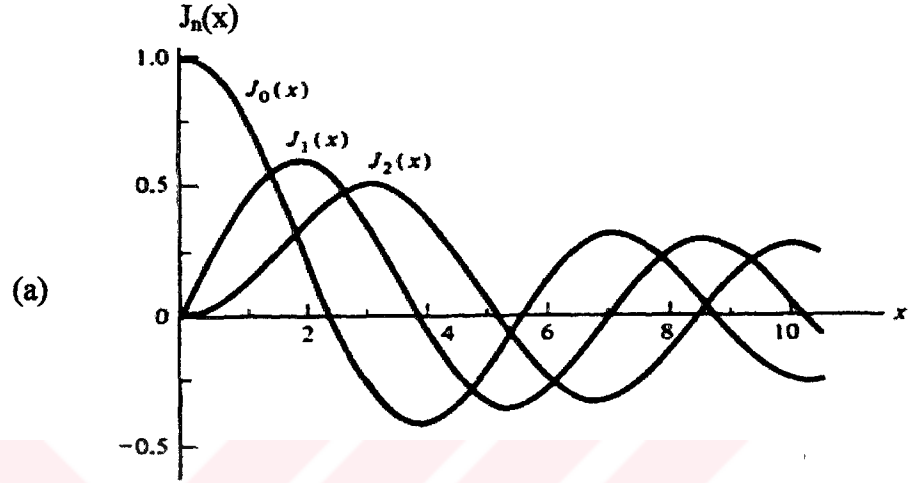
$$J_\ell(x) \approx \left(\frac{2}{\pi x}\right)^{1/2} \cos\left(x - \frac{\ell\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$Y_\ell(x) \approx \left(\frac{2}{\pi x}\right)^{1/2} \sin\left(x - \frac{\ell\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$I_\ell(x) \approx \left(\frac{1}{2\pi x}\right)^{1/2} e^x$$

$$K_\ell(x) \approx \left(\frac{1}{2\pi x}\right)^{1/2} e^{-x}$$

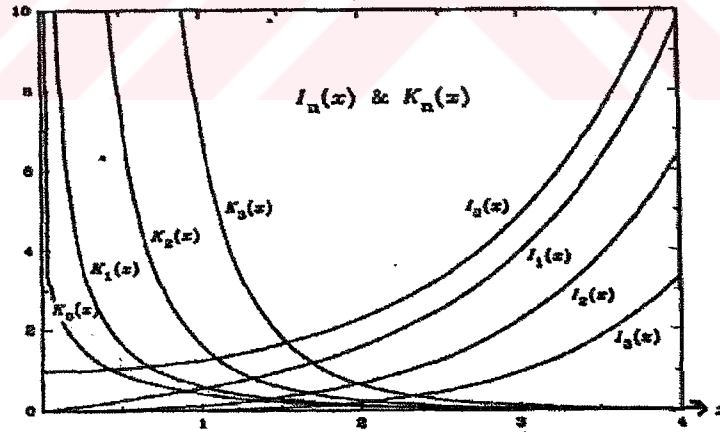
Bessel fonksiyonu $J_n(x)$ ve $Y_n(x)$ 'in bir kaçının grafiği şekil (2.3.2)a ve b' de gösterilmektedir.



Şekil 2.3.2 a) 1. Tip Bessel fonksiyonları
b) 2. Tip Bessel fonksiyonları

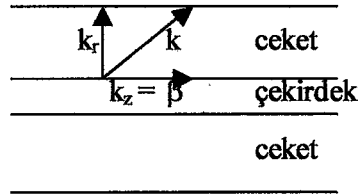
Şekilde görüldüğü gibi çekirdek kısmının yarıçapı a ve bu bölgenin kırılma indisi sabit olup n_1 veya n_1' dir. Ceket kısmının yarıçapı b olup bu bölgenin sabit kırılma indisi n_2 veya n_2' dir. Genel olarak bir fiberde çekirdek kısmının yarıçapı birkaç mikrometre ve ceket kısmının yarıçapı birkaç milimetre mertebesindedir. Elektromanyetik dalga çekirdek kısmında kılavuzlandığı için ceket bölgesinde herhangi bir elektromanyetik dalga yoktur ve özellikle $r = b$ ' de sıfırdır. Bu nedenle $b = \infty$ olarak işlem yapmanın fiziksel bir etkisi olmayıp matematiksel işlemleri oldukça kolaylaştıracaktır.

Daha önce açıkladığımız gibi β , z doğrultusundaki ilerleme sabiti bileşeni olmak üzere dalga kılavuzu içerisindeki çözümleri aşağıdaki uyarılar doğrultusunda bulabiliriz. Dalga fonksiyonunun yarıçap doğrultusundaki çözümleri denklemler (2.3.16) ve (2.3.17)' deki gibi yazılabilir. Bu denklemleri kullanırken $k^2 - \beta^2$ teriminin pozitif veya negatif olma durumuna dikkat ederek hareket etmeliyiz. Ayrıca sınır bölgelerinde $J_\ell(x)$, $Y_\ell(x)$, $I_\ell(x)$ ve $K_\ell(x)$ fonksiyonlarının davranışı ve fiziksel olarak olabilecek olaylara göre seçim yapmalıyız. Bu fonksiyonların genel davranışı şekil (2.3.2) ve şekil (2.4.2)' de gösterilmektedir.



Şekil 2.4.2. Modifiye edilmiş Bessel fonksiyonları

Dalganın çekirdek kısmında (asıl kılavuzluk yapan kısmında) enerji kaybına uğramadan ilerleyebilmesi için ceket kısmında sönümlü olması, yani ceket içerisinde dalganın yarıçap doğrultusundaki ilerleme sabitinin sanal olması gerekmektedir.



$$k_r^2 = k^2 - \beta^2 < 0 \quad \Rightarrow \quad \beta^2 > k^2 = \omega^2 \mu \epsilon \quad \text{veya} \quad \beta > \omega \frac{n}{c}$$

Burada k , genel olarak dalga ilerleme sabitidir. k_r , yarıçap doğrultusundaki ilerleme sabiti ve β ise, z doğrultusundaki ilerleme sabitidir.

Ceket içerisinde dalganın olmaması için yani dalganın tamamen çekirdek tarafından kılavuzlanması için $\beta > \omega \frac{n_2}{c}$ olmalıdır. Burada ω , dalganın açısal frekansı, n_2 , ceketin kırılma indisi, c , boşlukta ışık hızıdır. Bu durumda ceket bölgesindeki çözüm için $k^2 - \beta^2 < 0$ koşulundan dolayı denklem (2.3.17) formundaki çözümü kullanmamız gerekmektedir. Bu durumda $r > a$ bölgesi için çözüm şekil (2.4.2)' nin de incelenmesiyle $x \rightarrow \infty$ iken $I(x) \rightarrow \infty$ için fiziksel değildir ve bunun sonucu olarak $E_z(\vec{r}, t)$ ve $H_z(\vec{r}, t)$ aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$E_z(\vec{r}, t) = C K_\ell(qr) e^{i(\omega t + \ell\phi - \beta z)} \quad (2.4.1)$$

$$H_z(\vec{r}, t) = D K_\ell(qr) e^{i(\omega t + \ell\phi - \beta z)}$$

Burada C , D , başlangıç koşullarından ve sınır şartlarından bulunacak sabitler olup q da aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$q^2 = \beta^2 - k^2 = \beta^2 - \omega^2 \epsilon \mu \quad \text{veya} \quad q^2 = \beta^2 - n_2^2 k_0^2 \quad (2.4.2)$$

Çekirdek içerisindeki alan ise yine fiziksel koşulların incelenmesinden elde edilir. Bu durumda $r < a$ bölgesi için $k^2 - \beta^2 > 0$ olmalıdır. Bu fiziksel koşullar için

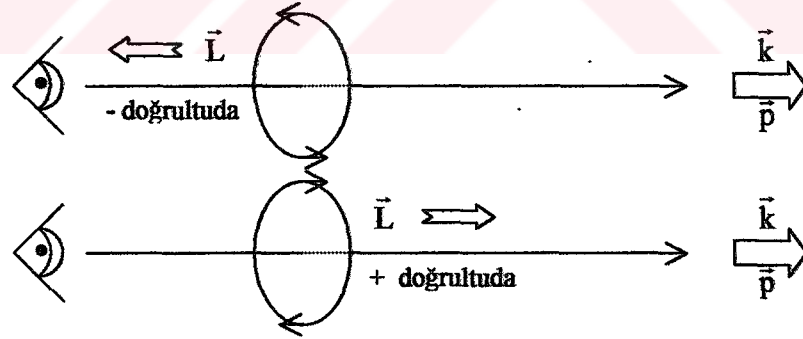
$r \rightarrow 0$, $Y_\ell \rightarrow \infty$ bu nedenle dalga fonksiyonunun sınırlı kalması için $c_2 = 0$ olmalıdır. Bunun sonucu olarak $r < a$ bölgesi için elektromanyetik dalganın $E_z(\vec{r}, t)$ ve $H_z(\vec{r}, t)$ bileşenlerinin ifadesi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{aligned} E_z(\vec{r}, t) &= A J_\ell(hr) e^{i(\omega t + \ell\phi - \beta z)} \\ H_z(\vec{r}, t) &= B J_\ell(hr) e^{i(\omega t + \ell\phi - \beta z)} \end{aligned} \quad (2.4.3)$$

Yine burada A ve B sınır şartlarından bulunacak sabitler olup h, aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$h^2 = \omega^2 \epsilon \mu - \beta^2 = n_1^2 k_0^2 - \beta^2 \quad (2.4.4)$$

Bu çözümlerde $\ell\phi$ kısmı silindirik koordinatlardaki ϕ 'ye bağlı çözümdür. İşaret olarak + veya - çözüm alınabilir. Pozitif çözüm fotonun +z ekseninde saat yönünde dönerek ilerlediğini göstermektedir. Buradaki \pm işaretinin anlamı, ışığın açısal momentum ve foton anlayışından kaynaklanmaktadır.



Şekil 2.4.3. Foton anlayışında açısal momentumun yönelimi

Denklem (2.4.1) ve (2.4.3) de bize $h^2 > 0$ ve $q^2 > 0$ olması gerektiğini belirtmektedir ve bu koşullar

$$n_1 k_0 > \beta > n_2 k_0 \quad (2.4.5)$$

şekline dönüştürülebilir. Bunlar fiber içerisinde dalganın ilerlemesi koşulu olup fiberde hapsedilmiş kipleri temsil etmektedir. Bu sonuç, ışığın fiberin çekirdek (core) ile ceket (cladding) ara yüzeyinde tam yansımaya uğraması ile elde edilmiştir.

Denklem (2.4.1), (2.4.3), (2.3.12a, b, c, d) yardımıyla ve normal dielektrik maddeler için $\mu = \mu_0$ olma şartı kullanılarak fiber sisteminin çekirdek ve ceket bölgelerindeki dalga bileşenleri için aşağıdaki ifadeler elde edilir.

• Çekirdek (core) bölgesinde ($r < a$) :

$$E_r = \frac{-i\beta}{h^2} \left[Ah J'_\ell(hr) + \frac{i\omega\mu_0\ell}{\beta r} BJ_\ell(hr) \right] e^{i(\omega t + \ell\phi - \beta z)} \quad (2.4.6a)$$

$$E_\phi = \frac{-i\beta}{h^2} \left[\frac{i\ell}{r} AJ_\ell(hr) - \frac{\omega\mu_0}{\beta} Bh J'_\ell(hr) \right] e^{i(\omega t + \ell\phi - \beta z)} \quad (2.4.6b)$$

$$E_z = AJ_\ell(hr) e^{i(\omega t + \ell\phi - \beta z)} \quad (2.4.6c)$$

$$H_r = \frac{-i\beta}{h^2} \left[Bh J'_\ell(hr) - \frac{i\omega\epsilon_1\ell}{\beta r} AJ_\ell(hr) \right] e^{i(\omega t + \ell\phi - \beta z)} \quad (2.4.7a)$$

$$H_\phi = \frac{-i\beta}{h^2} \left[\frac{i\ell}{r} BJ_\ell(hr) + \frac{\omega\epsilon_1}{\beta} Ah J'_\ell(hr) \right] e^{i(\omega t + \ell\phi - \beta z)} \quad (2.4.7b)$$

$$H_z = BJ_\ell(hr) e^{i(\omega t + \ell\phi - \beta z)} \quad (2.4.7c)$$

Burada $J'_\ell(hr) = \frac{d[J_\ell(hr)]}{d(hr)}$ ve $\epsilon_1 = \epsilon_0 n_1^2$, dir.

• Ceket (cladding) bölgesinde ($r > a$) :

$$E_r = \frac{i\beta}{q^2} \left[Cq K'_\ell(qr) + \frac{i\omega\mu_0\ell}{\beta r} DK_\ell(qr) \right] e^{i(\omega t + \ell\phi - \beta z)} \quad (2.4.8a)$$

$$E_\phi = \frac{i\beta}{q^2} \left[\frac{i\ell}{r} CK_\ell(qr) - \frac{\omega\mu_0}{\beta} Dq K'_\ell(qr) \right] e^{i(\omega t + \ell\phi - \beta z)} \quad (2.4.8b)$$

$$E_{\phi} = \frac{i\beta}{q^2} \left[\frac{i\ell}{r} C K_{\ell}(qr) - \frac{\omega\mu_0}{\beta} D q K'_{\ell}(qr) \right] e^{i(\omega t + \ell\phi - \beta z)} \quad (2.4.8b)$$

$$E_z = C K_{\ell}(qr) e^{i(\omega t + \ell\phi - \beta z)} \quad (2.4.8c)$$

$$H_r = \frac{i\beta}{q^2} \left[D q K'_{\ell}(qr) - \frac{i\omega\epsilon_2\ell}{\beta r} C K_{\ell}(qr) \right] e^{i(\omega t + \ell\phi - \beta z)} \quad (2.4.9a)$$

$$H_{\phi} = \frac{i\beta}{q^2} \left[\frac{i\ell}{r} D K_{\ell}(qr) + \frac{\omega\epsilon_2}{\beta} C q K'_{\ell}(qr) \right] e^{i(\omega t + \ell\phi - \beta z)} \quad (2.4.9b)$$

$$H_z = D K_{\ell}(qr) e^{i(\omega t + \ell\phi - \beta z)} \quad (2.4.9c)$$

Aynı şekilde burada da

$$K'_{\ell}(qr) = \frac{d[K_{\ell}(qr)]}{d(qr)} \quad \text{ve} \quad \epsilon_2 = \epsilon_0 n_2^2 \text{ dir.}$$

Ara yüzeyde de \vec{E} 'nin ve \vec{H} 'nin bilinen genel sınır şartları sağlanmalıdır. Ara yüzeyde yüzey akım yoğunluğu olmadığı için E_{paralel} ve H_{paralel} sürekli olmalıdır. Yani ara yüzeyde ($r = a$) E_{ϕ} , E_z , H_{ϕ} ve H_z süreklilik şartını sağlamalıdır. Bu koşulu (2.4.6c), (2.4.8c); (2.4.6b), (2.4.8b); (2.4.7b), (2.4.9b) ve (2.4.7c), (2.4.9c) denklemlerini eşleştirerek uygularsak aşağıdaki sonuçları elde ederiz.

$$A J_{\ell}(ha) - C K_{\ell}(qa) = 0 \quad (2.4.10a)$$

$$A \left[\frac{i\ell}{h^2 a} J_{\ell}(ha) \right] + B \left[-\frac{\omega\mu_0}{h\beta} J'_{\ell}(ha) \right] + C \left[\frac{i\ell}{q^2 a} K_{\ell}(qa) \right] + D \left[-\frac{\omega\mu_0}{q\beta} K'_{\ell}(qa) \right] = 0 \quad (2.4.10b)$$

$$B J_{\ell}(ha) - D K_{\ell}(qa) = 0 \quad (2.4.10c)$$

$$\begin{aligned}
& A \left[\frac{\omega \epsilon_1}{h \beta} J_\ell'(ha) \right] + B \left[\frac{i \ell}{h^2 a} J_\ell(ha) \right] + \\
& C \left[\frac{\omega \epsilon_2}{q \beta} K_\ell'(qa) \right] + D \left[\frac{i \ell}{q^2 a} K_\ell(qa) \right] = 0
\end{aligned} \tag{2.4.10d}$$

Tekrar burada,

$$J_\ell'(ha) = \left\{ \frac{d[J_\ell(hr)]}{d(hr)} \right\}_{r=a} \quad \text{ve} \quad K_\ell'(qa) = \left\{ \frac{d[K_\ell(qr)]}{d(qr)} \right\}_{r=a}$$

türevlerin $r = a$ 'daki değerleridir.

Yukarıdaki (2.4.6a, b, c); (2.4.7a, b, c); (2.4.8a, b, c) ve (2.4.9a, b, c) numaralı denklemlerde A, B, C, D sabitleri yukarıdaki sınır şartlarından bulunabilir. $A=B=C=D=0$ çözümünün dışında gerçekçi bir çözüm olabilmesi için (2.4.10a, b, c, d) denklemlerindeki A, B, C, D' nin katsayılar determinanı sıfır olmalıdır.

$$\begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} & \alpha_{14} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} & \alpha_{24} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} & \alpha_{34} \\ \alpha_{41} & \alpha_{42} & \alpha_{43} & \alpha_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{pmatrix} = 0$$

α_{ij} ($i = 1, 2, 3, 4$; $j = 1, 2, 3, 4$) yukarıdaki denklemlerden tariflenir.

$$\det \begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} & \alpha_{14} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} & \alpha_{24} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} & \alpha_{34} \\ \alpha_{41} & \alpha_{42} & \alpha_{43} & \alpha_{44} \end{vmatrix} = 0$$

şartı bize aşağıdaki bağıntıyı verir. Bu bağıntı fiber içerisinde kılavuzlanacak kip şartıdır(Ek1).

$$\left[\frac{J'_\ell(\text{ha})}{\text{ha} J_\ell(\text{ha})} + \frac{K'_\ell(\text{qa})}{\text{qa} K_\ell(\text{qa})} \right] \left[\frac{n_1^2 J'_\ell(\text{ha})}{\text{ha} J_\ell(\text{ha})} + \frac{n_2^2 K'_\ell(\text{qa})}{\text{qa} K_\ell(\text{qa})} \right] = \ell^2 \left[\left(\frac{1}{\text{qa}} \right)^2 + \left(\frac{1}{\text{ha}} \right)^2 \right]^2 \left(\frac{\beta}{k_0} \right)^2 \quad (2.4.11)$$

Denklem (2.4.11), denklemler (2.4.4) ve (2.4.2) ile beraber her ℓ değeri için

β ' nin transendental fonksiyonudur. $\left[\frac{J'_\ell(x)}{x J_\ell(x)} \right]$ fonksiyonu $x = \text{ha}$ 'da osilasyon yapan

bir fonksiyondur. Bu nedenle denklem (2.4.11) $\frac{J'_\ell(\text{ha})}{\text{ha} J_\ell(\text{ha})}$, 'nın 2. dereceden bir

fonksiyonudur. Verilen bir ℓ değeri ve frekans ω için β ' nin sınırlı sayıda (öz) değeri vardır. Her bir β değeri için denklem (2.4.10a, b, c, d) kullanılarak A, B, C, D sabitleri arasındaki oran aşağıdaki gibi bulunabilir.

$$\frac{C}{A} = \frac{J_\ell(\text{ha})}{K_\ell(\text{qa})} \quad (2.4.12a)$$

$$\frac{B}{A} = \frac{i\beta\ell}{\omega\mu_0} \left(\frac{1}{q^2 a^2} + \frac{1}{h^2 a^2} \right) \left[\frac{J'_\ell(\text{ha})}{\text{ha} J_\ell(\text{ha})} + \frac{K'_\ell(\text{qa})}{\text{qa} K_\ell(\text{qa})} \right]^{-1} \quad (2.4.12b)$$

$$\frac{D}{A} = \frac{J_\ell(\text{ha})}{K_\ell(\text{qa})} \frac{B}{A} \quad (2.4.12c)$$

Burada B /A yazılımı önemlidir. Bu ifade E_z ile H_z arasındaki moda ait relatif orandır ve şu şekilde verilir.

$$\frac{B_z}{A} = \frac{H_z}{E_z}$$

Bu arada E_z ile H_z arasındaki faz farkının $\pi/2$ olduğunu hatırlamamız gerekir.

2.5. Sınır Şartları

Fiber içerisinde elektromanyetik dalganın ilerlemesini anlayabilmemiz için farklı dielektrik ortamları ayıran ara yüzeye gelen bir dalganın etkisinde kalacağı sınır şartlarının anlaşılması gerekmektedir. Elektromanyetik dalganın bir ara yüzeyde karşılaştığı sınır şartlarını açıklayabilmek için Maxwell denklemlerinden başlamak gerekir. SI birim sisteminde $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ (m l q}^{-2}\text{)}$ ve $\epsilon_0 = 10^{-7} / 4\pi c^2 \text{ (q}^2 \text{t}^2 \text{m}^{-1} \text{l}^{-3}\text{)}$ olmak üzere,

1- Gauss Yasası

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho_{\text{serbest}}}{\epsilon_0}$$

2- Manyetik Monopolün Olmaması

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

3- Faraday Kanunu

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

4- Amper Kanunu (Maxwell Düzeltmesi ile)

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

şeklinde ifade edilir. Eğer biz $\rho_{\text{serbest}} = 0$; $\vec{J} = 0$ olan bir ortam veya boş uzay ile ilgileniyorsak, Maxwell denklemleri aşağıdaki formu alacaktır.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Bir madde içindeki Maxwell denklemleri aşağıdaki tanımların ışığı altında şöyle ifade edilir:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_{\text{ortamdaki serbest yük}}$$

\vec{D} , yer değiştirme vektörü,

\vec{P} , maddenin polarizasyon vektörü

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_{\text{serbest}}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}_{\text{serbest akım}} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

Bir madde için elektrik ve manyetik polarizasyon vektörleri,

$$\vec{P} = \kappa_e \epsilon_0 \vec{E} = \kappa_e \vec{D}$$

$$\vec{M} = \kappa_m \vec{H}$$

şeklinde yazılır. κ_e ve κ_m sırasıyla elektrik ve manyetik geğirgenliği ifade ederler.

Kapalı bir hacim için aşağıdaki integral ifadesi yazılır.

$$\int_V (\vec{\nabla} \cdot \vec{D}) \cdot dV = \int_V \rho_{\text{serbest}} \cdot dV$$

Gauss teoremini hatırlarsak, hacim üzerinden alınan integrali kapalı bir S yüzeyi üzerinden alınan integral ile eşleştirebiliriz.

$$\int_V (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) \cdot dV = \oint_S \vec{A} \cdot d\vec{S}$$

Buradan,

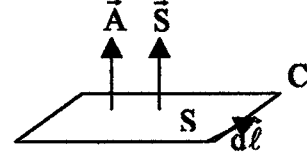
$$\int_V (\vec{\nabla} \cdot \vec{D}) \cdot dV = \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_V \rho_{\text{serbest}} \cdot dV = Q_{\text{serbest}}$$

olur. Q_{serbest} , hacim içindeki toplam serbest yüküdür. Aynı şekilde manyetik alan için de aşağıdaki ifade yazılır.

$$\int_V (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) \cdot dV = \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

Stokes teoremini yazarsak,

$$\int_S (\vec{\nabla} \times \vec{A}) \cdot d\vec{S} = \oint_C \vec{A} \cdot d\vec{\ell}$$



olur. Burada S, açık yüzey, C, açık yüzeyi sınırlayan kapalı eğridir.

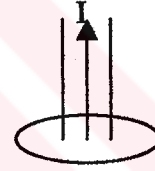
$$\int_S (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \cdot d\vec{S} = \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -\frac{\partial}{\partial t} \underbrace{\int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}}_{\phi, \text{ toplam manyetik induksiyon çizgisi}}$$

Aynı şekilde,

$$\int_S (\vec{\nabla} \times \vec{H}) \cdot d\vec{S} = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S} + \frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{D} \cdot d\vec{S}$$

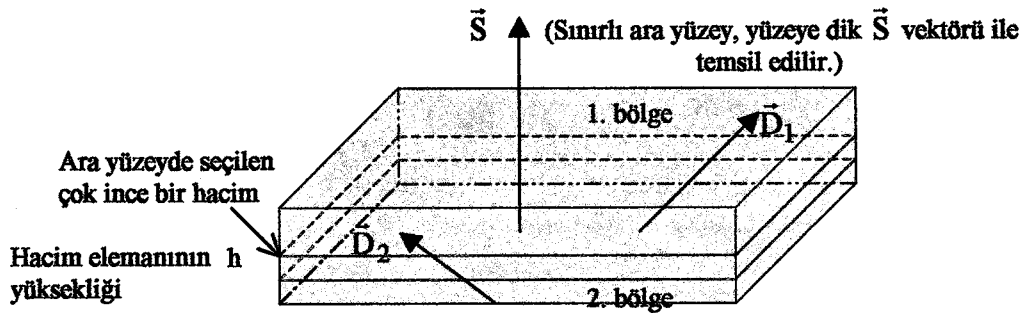
olarak yazılır. İfadeyi stokes teoremine bağlarsak şu şekilde de yazılabilir:

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = I + \frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{D} \cdot d\vec{S}$$



burada I, sınırlanmış akımdır.

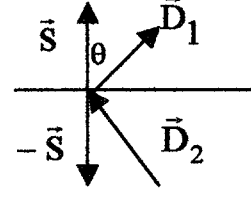
Şimdi, iki ortamı ayıran ara yüzeyi düşünelim.



Eğer, seçilen bu ince bölgenin kalınlığı sıfıra götürülürse ($h \rightarrow 0$) hacim sıfır olur. Yani sadece alt ve üst yüzey kalırsa o zaman,

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q_{\text{serbest}}$$

$$Q_{\text{serbest}} = \sigma_{\text{serbest}} \cdot S$$



şeklinde yazılır. σ_{serbest} , sözü edilen yüzeydeki yüzeyce yük yoğunluğudur. Yukarıda bahsedilenlerden hareketle,

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \oint_S D_{\perp} S = \sigma_{\text{serbest}} S \quad D_{\perp}, \text{ yüzeye dik bileşendir.}$$

$$(D_{1\perp} - D_{2\perp})S = \sigma_{\text{serbest}} S$$

$$D_{1\perp} - D_{2\perp} = \sigma_{\text{serbest}}$$

olarak yazılır. Aynı düşünce ile manyetik indüksiyon \vec{B} ile ilgili ifadeler de aşağıdaki bağıntılarla verilir.

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \oint_S B_{\perp} S = 0$$

$$(B_{1\perp} - B_{2\perp})S = 0$$

$$B_{1\perp} - B_{2\perp} = 0$$

Sonuç olarak bir ara yüzeyde \vec{D} 'nin ve \vec{B} 'nin dik bileşenindeki süreksizlik aşağıdaki şekilde olur.

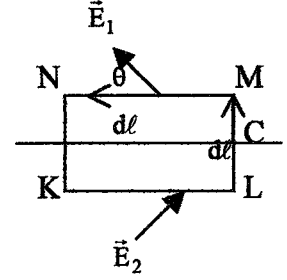
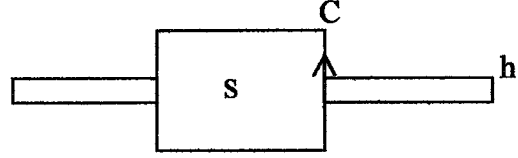
$$D_{1\perp} - D_{2\perp} = \sigma_{\text{serbest}}$$

$$B_{1\perp} - B_{2\perp} = 0$$

Eğer, ara yüzeyde yüzey serbest yük yoğunluğu yok ise ($\sigma_{\text{serbest}} = 0$)

$$D_{1L} - D_{2L} = 0$$

ifadesinden \vec{D} de sürekli olur. Şimdi yine aynı ara yüzeyi ele alalım ve bu ara yüzeye dik olan bir C kapalı halkası seçelim.



Eğer, biz bu halkayı $\overline{LM} \rightarrow 0$ ve $\overline{KN} \rightarrow 0$ olacak şekilde küçültecek olursak $S \rightarrow 0$ olur ve sadece $d\ell$ 'nin \overline{MN} ve \overline{KL} integrasyonu kalır. Bunun sonucu aşağıdaki eşitlik kullanılarak şöyle yazılır.

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

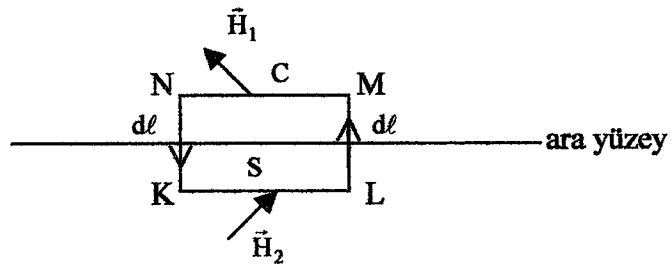
$$\oint_C E_{\parallel} \ell = -\frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

E_{\parallel} , yüzeye paralel bileşendir. $S \rightarrow 0$ olduğu için

$$(E_{1\parallel} - E_{2\parallel})\ell = 0$$

$$E_{1\parallel} - E_{2\parallel} = 0$$

şeklini alır. Bu da \vec{E} alanının ara yüzeye paralel bileşeninin sürekli olduğunu gösterir. Aynı şekilde manyetik alan için aşağıdaki bağıntı yazılır.



$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = I_{KLMN} + \frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{D} \cdot d\vec{S}$$

Eğer $\overline{LM} \rightarrow 0$ ve $\overline{KN} \rightarrow 0$ ve bu yüzden $S \rightarrow 0$ ise ifade aynı inceleme ile

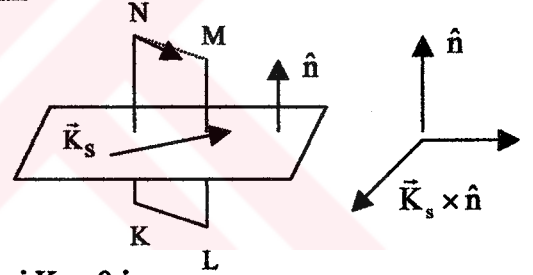
$$\oint_C H_{//} \ell = I_{KLMN}$$

$$H_{1//} - H_{2//} = I_{KLMN}$$

şeklini alır ve \vec{H} 'nin ara yüzeye paralel bileşeninin süreksizliğini ifade eder. I_{KLMN} , KLMN halkasından geçen serbest akımdır.

Burada akım sadece ara yüzeyden geçmektedir. Eğer ara yüzeydeki serbest akım yoğunluğu \vec{K}_s ise, $(\vec{K}_s \times \hat{n})$ ara yüzeyde \vec{K}_s 'nin dik vektörüdür. $(\vec{K}_s \times \hat{n}) \cdot \vec{\ell}$ bize yüzeyde $\vec{\ell}$ ye paralel bileşeni verir. Sonuç olarak

$$\vec{H}_{1//} - \vec{H}_{2//} = \vec{K}_s \times \hat{n}$$



olur. Eğer ara yüzeyde serbest akım yok ise yani $K_s = 0$ ise

$$\vec{H}_{1//} - \vec{H}_{2//} = 0$$

olup ara yüzeye paralel manyetik alan vektörü süreklidir. Eğer ara yüzeyin ayırdığı bölgeler (ϵ_1, μ_1) ve (ϵ_2, μ_2) fiziksel büyüklükleri ile belirleniyorsa,

$$1- D_{1\perp} - D_{2\perp} = \sigma_{\text{serbest}} \Rightarrow \epsilon_{1\perp} E_{1\perp} - \epsilon_{2\perp} E_{2\perp} = \sigma_{\text{serbest}}$$

$$2- B_{1\perp} - B_{2\perp} = 0$$

$$3- \vec{E}_{1//} - \vec{E}_{2//} = 0$$

$$4- \vec{H}_{1//} - \vec{H}_{2//} = \vec{K}_s \times \hat{n} \Rightarrow \frac{1}{\mu_1} \vec{B}_1 - \frac{1}{\mu_2} \vec{B}_2 = \vec{K}_s \times \hat{n}$$

bağıntıları ifade edilir. Eğer, $\sigma_s = 0$ ve $\vec{K}_s = 0$ ise bu denklemler

$$\begin{aligned} 1- \epsilon_1 E_{1\perp} - \epsilon_2 E_{2\perp} &= 0 \\ 2- B_{1\perp} - B_{2\perp} &= 0 \\ 3- \vec{E}_{1\parallel} - \vec{E}_{2\parallel} &= 0 \\ 4- \frac{1}{\mu_1} \vec{B}_{1\parallel} - \frac{1}{\mu_2} \vec{B}_{2\parallel} &= 0 \end{aligned}$$

şeklini alır.

Çalışmalarımızda kullanacağımız sınır şartlarını bu şekilde belirledikten sonra, manyetik alan vektörü \vec{H} ile manyetik indüksiyon vektörü \vec{B} arasındaki farkı açıklayalım:

\vec{B} ile \vec{H} vektörleri manyetizma ile ilgili vektörlerdir. Zaman zaman kavram kargaşası içerisinde yanlış kullanılmakta veya birbiri ile karıştırılmaktadır. Normal olarak deneysel fizikte kullanılan ve manyetik alan olarak adlandırılan \vec{B} vektörüdür. \vec{B} vektörüne “manyetik akı yoğunluğu” veya “manyetik indüksiyon” denir. Birimi ise SI birim sisteminde $\frac{\text{Newton} \cdot \text{s}}{\text{coulomb} \cdot \text{m}}$ veya $\frac{\text{Newton}}{\text{Amper} \cdot \text{m}}$ veya $\frac{\text{Weber}}{\text{m}^2}$ ’dir.

\vec{B} ile \vec{H} vektörü arasındaki ilişki aynı şekilde \vec{E} elektrik alan şiddeti vektörü ile yer değiştirme vektörü \vec{D} arasında da vardır.

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad (\vec{P}, \text{ maddenin elektriksel polarizasyon vektörüdür.})$$

\vec{H} alanı, madde içerisindeki manyetizasyon (\vec{M}) ile uygulanan manyetik alan şiddeti arasındaki ilişkiyi açıklamak için tariflenmiş bir büyüklüktür. Genel olarak,

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

şeklinde tariflenir. SI birim sisteminde \vec{M} ile aynı birime sahip olup Amper/m dir. Görüleceği gibi \vec{B} ile \vec{H} vektörleri aynı kavramlar olmayıp farklı fiziksel büyüklüklerdir ve birimleri de farklıdır.

İzotropik (her doğrultudaki özellikleri aynı olan) maddelerde genelde \vec{B} ile \vec{H} vektörleri birbirine paraleldir. \vec{B} ile \vec{M} arasında, verilen bağıntı kullanılarak \vec{H} alanı aşağıdaki şekilde tekrar yazılabilir [χ_m , birimsiz bir parametre olup manyetik duyarlılık (magnetic susceptibility) olarak bilinmektedir].

$$\vec{M} = \frac{\chi_m}{1 + \chi_m} \cdot \frac{\vec{B}}{\mu_0}$$

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \frac{\chi_m}{1 + \chi_m} \cdot \frac{\vec{B}}{\mu_0} = \frac{1}{\mu_0(1 + \chi_m)} \vec{B} = \frac{\vec{B}}{\mu}$$

Burada \vec{B} , manyetik madde içerisindeki toplam manyetik indüksiyondur. Anizotropik (özellikleri doğrultuya göre değişen) maddeler için \vec{B} vektörü ile \vec{H} vektörü paralel olmayıp birbirine tensör notasyonu ile bağlıdır.

$$\vec{B} = \tilde{\mu} \vec{H}$$

Burada $\tilde{\mu}$, manyetik geçirgenlik tensörüdür.

2.6. Optiksel Fiberlerin Fabrikasyonu

Bu bölümde, düşük kayıp ve yüksek frekans bant genişliğine sahip fiber üretiminde kullanılan fabrikasyon teknikleri ve materyaller üzerinde durulacaktır.

Optiksel fiberler çeşitli fabrikasyon tekniklerinde ve genellikle birkaç basamakta üretilir. Üretim aşamasını fiberin optiksel, geometrik ve mekanik yapısına en uygun olarak seçmek gerekmektedir. Bunu hızlı ve ekonomik üretimin seçilmesi izler. Bunlar optiksel haberleşme kablo teknolojisinin temel şartlarıdır.

Bugün kullanılan tüm tekniklerde öncelikle bir temel yapı üretilir. Bu yapı, 'core' adı verilen bir çekirdek (ışığı asıl kılavuzlayan kısım) ve 'cladding' adı verilen ve çekirdeği çevreleyen bir ceketten oluşan cam çubuktur.

Temel yapının enine kesiti fiberin kırılma indis profilini ve geometrik bölgelerini gösteren bir modeldir. Bu yapının bir ucu yüksek sıcaklıklara kadar ısıtılıp

çekilirken aynı zamanda üzerine koruyucu tabaka olarak bir kaplama yapılıır.

Üretim tekniklerine geçmeden, burada kullanılan ve sıkça adı geçecek olan eritilmiş silisyumun katılaştırılmasıyla yapılmış camdan (fused silica glass) bahsedelim.

2.6.1. Eritilmiş Silis (fused silica) Cam

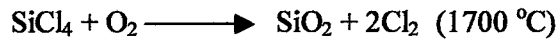
Yer kabuğunun dış katı tabakası ½ oksijen ve ¼ silisyumdan oluşmaktadır. Periyodik tabloda oksijen 8. , silisyum ise 14. elementtir. Dünya başlıca kuvarz ve bunun metalik oksit ve silisli bileşiklerinden oluştuğundan dolayı bu elementlerden meydana gelmiştir.

Kuvarz, silisyum dioksit olarak isimlendirilir ve kimyasal bileşiği SiO₂ olarak verilir. Bu bir kum bileşiğidir ve dünya tarihindeki başkalaşım kayalarından granit de bu kumdan oluşmuştur. Kristal kuvarz en saf halde kaya kristali olarak bulunur. Bunun optiksel ve mekaniksel özellikleri anizotropiktir. Kuvarz teknolojide çok çeşitli uygulamalarda kullanıldığından bugün kristal büyütme ile suni olarak da üretilir.

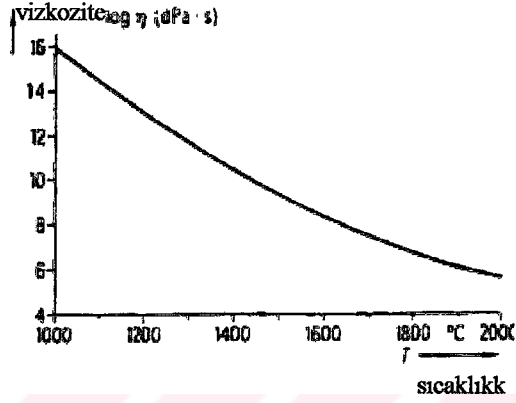
Kuvarz ile karşılaştırıldığında eritilmiş silis' ten yapılmış cam amorf yapıdır. Yani kristal yapı yoktur ve silisyum dioksitin eritilip katılaştırılmasıyla oluşan cam gibi bir yapıya sahiptir. Sadece yüksek viskozluğu sebebiyle katı görünümündedir. İzotropiktir çünkü, fiziksel özellikleri doğrultudan bağımsızdır ve ortaktır. Erime noktası yoktur. Yüksek sıcaklıklara kadar ısıtıldığında giderek yumuşar ve bu noktada sıvı hale geçmeksizin buharlaşır. Ani sıcaklık değişimindeki davranışı oldukça iyidir. Çünkü doğrusal termal yayılma katsayısı çok küçüktür. Bu sebepten sıcaklık değişimine olağanüstü direnç gösterir. Eritilmiş silis camda viskozite artan sıcaklık ile tekdüze olarak azalır. Bu değişim şekil (2.6.1)' de logaritmik olarak verilmiştir.

2.6.1.1. Üretim

Optiksel haberleşmede kullanılan fiber kılavuzların üretildiği eritilmiş saf silis' ten yapılmış cam aşağıdaki tepkime ile elde edilir.



Fiberin kırılma indisi ışığın optiksel dalga kılavuzu içinde yayılmasında önemli bir faktördür. Fiber üretim yöntemlerinde indis değişimi, üretim esnasında yapılan değişik orandaki katkılarla ayarlanır. Örneğin, F ve B₂O₃ ilavesi kırılma indisi değerini düşürürken GeO₂ ya da P₂O₅ katkıları bu değeri yükseltmektedir.



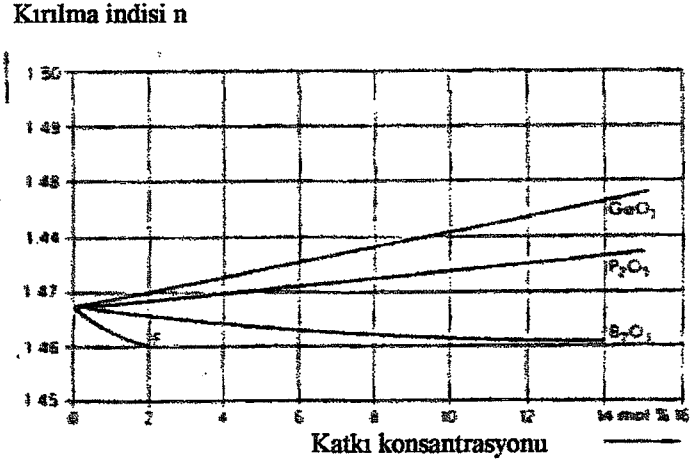
Şekil 2.6.1. Eritilmiş silisten yapılmış camın viskozitesinin sıcaklığa bağlı değişimi (Mahlke 1993).

Fiber çekirdek bölgesi için de böyle bir indis değişimine ihtiyaç vardır. P ve B, eritilip birleştirme işleminin sıcaklığını ve viskoziteyi azalttığı için kullanılacak en iyi katkı elemanlarıdır. Erimiş silis' ten yapılan camda yukarıdaki gibi ayarlanan kırılma indis farkı nispeten sınırlıdır. Şekil (2.6.1.1) bu camın kırılma indisinin katkı yoğunluğuna bağlı değişimini vermektedir.

Bu katkılar saf silisyum ile birleştiğinde kırılma indisinden başka faktörler de etkilenir. Sıcaklık değişimleri nedeni ile oluşan doğrusal yayılma karakteristikleri katkılanmış ve katkılanmamış silis camda farklıdır. İlave olarak ışığın yayılmasındaki saçılma ve bu yüzden oluşan sönüm de artmaktadır. Ayrıca geçiş metalleri dediğimiz Fe, Cu, Co, Cr, Ni, Mn ve OH iyonlarının cama çok küçük miktarda bulaşmaları ışığın ilerlerken sönümlenip kaybolmasına sebep olurlar.

Bu safsızlık yoğunlukları ppm ya da ppb (ana maddenin milyonda ya da milyarda biri) olarak ölçülebilir. Örneğin 1 ppm Cu, 80 nm de km başına birkaç yüz desibel, 1 ppm OH 800 nm de 0.1 dB /km-950 nm 2 dB/km sönüme sebep olmaktadır. Bu yüzden safsızlıkların fiber yapısından temizlenmesi gerekmektedir. Hammadde

olarak saf silisyum yerine ağır alkali silisler gibi çok bileşenli cam kullanılması da safsızlıklar sebebi ile yüksek sönüm oluşturur (Mahlke ve ark.1993).



Şekil 2.6.1.1. Farklı katkı materyalleri ile SiO₂ kırılma indisi (Mahlke 1993).

2.6.1.2. Materyal İncelemesi

Haberleşme amaçlı fiberler aşağıdaki temel şartları sağlayan materyal sistemlerinden yapılırlar.

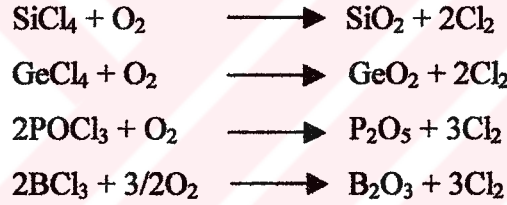
- 1- Çekirdek (core) olarak kullanılan dielektrik materyal, ceket (cladding) materyalinden daha büyük kırılma indisine sahip olmalıdır. Fiberin bir kılavuz yapısında olması için bu şarttır.
- 2- Kullanılan dielektrik materyal optiksel spektrumun kırmızı ötesi bölgesinde düşük kayıplı olmalıdır (< 10 dB/km). Bu bölgede kullanılan ekonomik ışık kaynakları mevcuttur (0.8-0.9 μm ve 1.3-1.6 μm).
- 3- Yüksek bant genişlikli fiber elde etmek için materyaller ve fabrikasyon teknikleri fiber çekirdek bölgesi için değişken indis dağılımını sağlayacak şekilde olmalıdır.
- 4- Dielektrik materyaller fiber çekme işlemine uygun olmalıdır. Yani çekirdek ve ceket materyalleri termal ve mekanik özellikleri açısından uyumlu olmalıdır.

Bu şartlar nedeniyle plastikler ve camlar için kullanılacak dielektrik materyal seçimi sınırlanır. Bazı plastikler, yapılarındaki hidrojenin varlığından dolayı kayıpları

arttırdıklarından ve moleküler hacimleri geniş saçılma kayıplarına götürdüğünden bu incelemenin dışında tutulmuştur. Bu sebeple biz çekirdek ve ceket bölgesinin her ikisinin de cam olduğu fiberler ile ilgileneceğiz.

Bugün kullanılan cam sistemlerinin genelde iki tipi vardır. Bunlardan birincisi, buhar-faz depolama tekniği ile oluşturulan cam sistemleridir (Miller ve ark. 1979, Bendow ve ark. 1979). Burada oksijenin, SiCl_4 , GeCl_4 , BCl_3 ve POCl_3 gibi metal-klor bileşikleriyle yaptığı buhar-faz reaksiyonu sonucu bir dizi işlem ile temel yapı olarak adlandırılan oldukça saf bir cam çubuk oluşur.

Reaksiyonlar aşağıdaki şekildedir. Bu temel yapı genel olarak katkılanmış SiO_2 çekirdek ile saf SiO_2 ceketten oluşur. Kırılma indis dağılımını değiştirmek için çekirdeğe yarıçap doğrultusunda değişen katkı konsantrasyonları ilave edilir (GeO_2 , P_2O_5 ve B_2O_3). Daha sonra bu temel yapı yüksek sıcaklıklarda (tipik olarak $2000\text{ }^\circ\text{C}$) fiber şeklinde çekilir. Bugün var olan haberleşme sistemlerinin çoğunda bu tip fiberler kullanılmaktadır (Gallawa ve ark. 1979, Partus ve ark. 1980).



İkinci tip cam sistemi ise saf hammadde tozları ile yapılan çift eritme kabı tekniği ile oluşturulandır. Bu hammadde tozları silikat bileşimli ($\text{Na}_2\text{O}-\text{B}_2\text{O}_3-\text{SiO}_2$ ve $\text{Na}_2\text{O}-\text{CaO}-\text{SiO}_2$ buna iki örnektir) camlar üretmek için klasik cam yapma teknikleri kullanılarak işlenmiştir. Bu teknik ile çok bileşenli cam fiberler üretilmektedir (Midwinter ve ark. 1979).

2.6.2. Temel Yapı Fabrikasyon Teknikleri

Burada temel yapının fabrikasyonu için kullanılan iki farklı teknik ele alınacaktır. Yukarıda bahsettiğimiz gibi, birincisi buhar-faz depolama, ikincisi de çift eritme kabı tekniğidir. Biz daha çok 'buhar-faz tekniği' üzerinde duracağız.

2.6.2.1. Buhar-Faz Tekniği

Bu teknikte cam depolama, dönen bir hedef çubuğun dış yüzeyine yapılırsa ‘Outside Vapor Deposition (OVD) Yöntemi’, eritilmiş silisten yapılmış cam çubuğun uç yüzeyine yapılırsa ‘Vapor deposition (VAD) Yöntemi’, dönen eritilmiş silisten yapılmış cam çubuğun iç yüzeyine yapılırsa ‘Intra Vapor Deposition (IVD) Yöntemi’ adı verilir. IVD yöntem de cam depolama için gerekli enerji dışardan bir oksihidrojen gaz kaynağından alınırsa ‘Modified Chemical Vapor Deposition (MCVD) Yöntemi’, içerde plazma ateşi ile sağlanıyorsa ‘Plazma-actived Chemical Vapor Deposition (PCVD) Yöntemi’ denilmektedir (Mahlke ve ark. 1993).

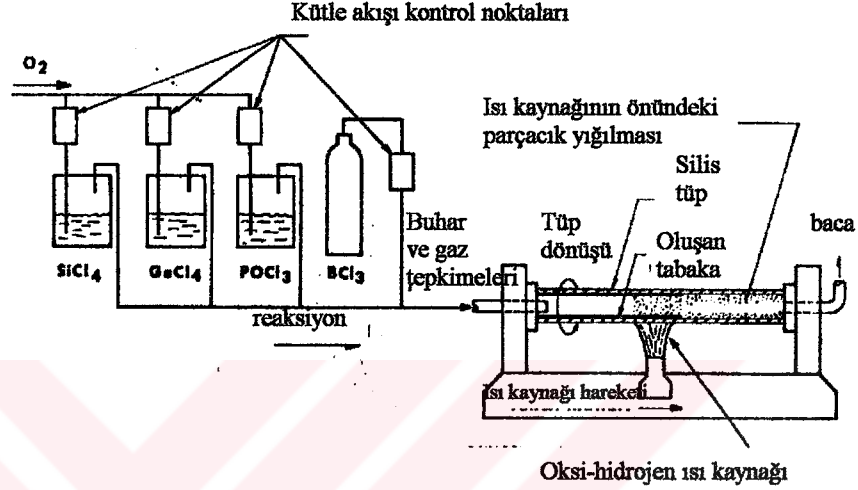
Bu yöntemlerde cam depolama işlemi bir oksihidrojen kaynak ya da plazma ateşindeki saf bileşenlerin kolayca gaz haline dönuştüğü reaksiyonlar ile meydana gelir. Bu yöntemler bugün endüstride çok kipli ve tek kipli fiberler için temel yapı üretiminde kullanılmaktadır. Üretilen bu fiberlerin sönümleri oldukça düşük (1550 nm de 0.2 dB/km), bant genişliği yüksek (1300 nm de >2GHz.km) ya da dispersiyonu düşüktür(1285-1330 nm arasında<3.5 ps/nm.km). Diğer taraftan dakikada depolanan partikül miktarı tipik olarak 1-5 g/min bölgesindedir. Yukarıdaki üretim şekillerinden aşağıda sırasıyla bahsedilecektir.

2.6.2.1a MCVD Yöntemi (Değişimli Kimyasal Buhar-Faz Depolama)

MCVD, IVD(İç Kısım Buhar-Faz Depolama)yönteminin alt kolu olup oldukça sık kullanılan yöntemlerden bir tanesidir (MacChesney 1974). Şekil (2.6.2.1a) bu yöntemi şematik olarak göstermektedir. En genel anlamda bu yöntem, silisten yapılmış tüp içinde katkılanmış silisli tabakaların oluşturulmasından ibarettir.

Bu işlemede eşzamanlı bir torna tezgahının kolları arasına monte edilen tüp, boyuna eksenini etrafında döndürülür ve aynı zamanda dışarıdan ısıtılır. Bunun için ilk olarak bölüm 2.6.1.2’ de adı geçen reaksiyonlarda oluşan gaz halindeki metal-klor bileşikleri katkı maddesi olarak tüp içine gönderilir . Bu maddeler ısı etkisiyle termal olarak uyarılır ve yüksek sıcaklıktaki(1300-1600 °C ve üzeri) tüp içinde hem homojen(gaz-faz) hem de homojen olmayan(farklı fazlar) reaksiyonlar oluşur (Partus 1980).

Sıcak bölgedeki heterojen reaksiyonda tüp duvarına ince bir cam film depolanır. Bir homojen oksit reaksiyonunda ise cam materyal ince partiküllere bölünür. Bu partiküllere 'is' adı verilir. Sıcak olan cam partikülleri tüp içinde akıntı yönünde akarken daha soğuk olan bazı partiküller tüpün soğuk duvarına tutunurlar ve burada ince gözenekli bir tabaka oluştururlar. Geri kalan partiküller tüp sonundaki bacadan dışarı atılırlar.



Şekil 2.6.2.1a MCVD yöntemi şeması (Cherin 1983).

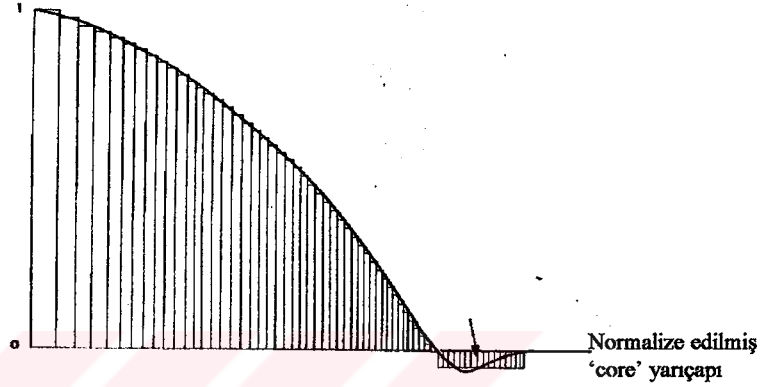
Daha sonra tüpün altındaki ısı kaynağı akıntı yönünde hareketlenir. Isı kaynağı gözenekli tabakadan geçerken partiküller eriyerek tüpün cam duvarına yapışırlar. Böylece ısıtılan bölgede saf parçacıklardan oluşan temiz bir tabaka meydana gelir.

Isıtıcı tüp sonundaki bacaya ulaştığında girişe tekrar geri döner ve işlem bu şekilde tekrarlanır. Bu sayede tüp içinde çok sayıda tabaka depolanır. Çok kipli fiberlerde silisten yapılmış tüp, fiberin ceket bölgesini oluştururken buhar-faz depolama ile oluşan tabakalar fiberin çekirdek kısmını oluşturur.

Fiberin kırılma indis dağılımının değişimi için depolama sırasında değişik oranda katkıları yapılabilir. Örneğin değişken kırılma indisli çekirdek oluşturulurken GeCl₄ katkısı akışı ısı kaynağının tüpü her bir geçişi sırasında sistematik olarak artırılır. Bu sırada diğer katkıları, SiCl₄ ve POCl₃ akışı nispeten sabittir. Bu sayede çekirdeği oluşturan her bir tabakada kırılma indis artmaktadır. Yukarıda tanımlandığı gibi ısı kaynağının toplu geçişlerinde (50-100 defa) indis dağılımının sürekli olarak değişimi sağlanır. Bu şekil (2.6.2.1b)'de gösterilmektedir (Partus ve ark. 1980).

MCVD yönteminin ikinci basamağında, ilk aşamada oluşan tüp boyu üzerinden bölge bölge (yaklaşık 2000 °C dereceye kadar) ısıtılır. Bu işlem ısı kaynağının hızının yavaşlatılmasıyla mümkün olur. Isı tüpü gevşetirken yüzey gerilmesi onun çekilmesine sebep olur ve böylece temel yapı tüpü bir çubuk(fiber) şeklinde çekilir. Normal olarak ısı kaynağının düşük hızlardaki üç ya da dört geçişi sonucu tüp temel yapı şeklinde sabitlenir.

Normalize edilmiş indis farkı



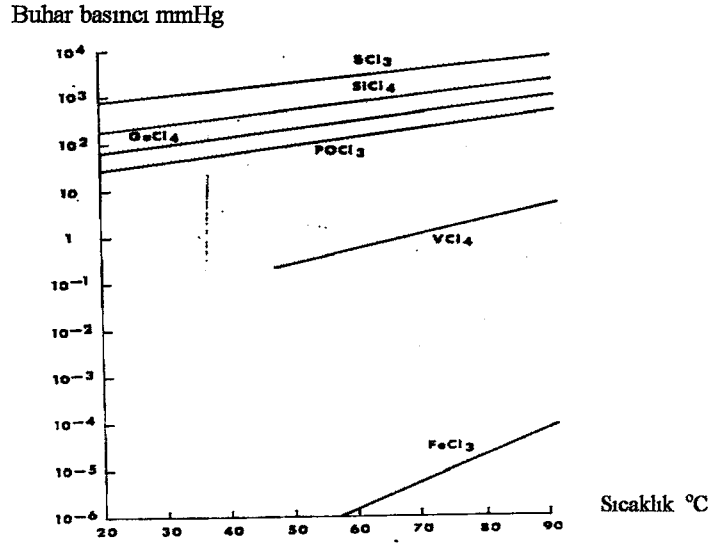
Şekil 2.6.2.1b Tabaka tabaka indis dağılımı (Cherin 1983).

MCVD yönteminde kullanılan hammadde yukarıdaki işlemlerin tümü için uygun saflıkta olmalıdır. Ayrıca tüp içinde akan metal-klor bileşiklerinin saflaştırma tepkimeleri tüp içine girmeden yapılmalıdır. Bundan başka geçiş metalleri ile oluşan klor bileşiklerinin safsızlıklarının çoğunda buhar basıncı SiCl_4 ve diğer katkı maddelerinden oldukça düşük olduğundan [şekil (2.6.2.1c)] ayrıca saflaştırma tepkimeleri meydana gelir.

MCVD yöntemi tüp içinde gerçekleştiği için ne kadar kontrol edilse de depolama sırasında su içeren cam oluşumu mümkündür. Fakat depolama işlemi sırasındaki reaksiyon ister homojen isterse de heterojen olsun ısı kaynağının her bir geçişi ile camda hava kabarcığı oluşumu oldukça düşer.

Yöntem fabrikasyon maliyeti, başlangıç tüpü ihtiyacı ve depolama oranları gibi sorunlarda geri planda iken depolama verimini arttırmak için geliştirilen tekniklerden sonra tekrar öne çıkmıştır. Bu yöntem için ayrıca cam partiküllerinin tüp duvarında

niçin toplandığını açıklayan bir model geliştirilmiştir. Buna "Thermophoresis" model denilmektedir (Walker ve ark. 1978).



Şekil 2.6.2.1c Metal-klor bileşiklerinin buhar basıncının sıcaklıkla Değişimi (Cherin 1983).

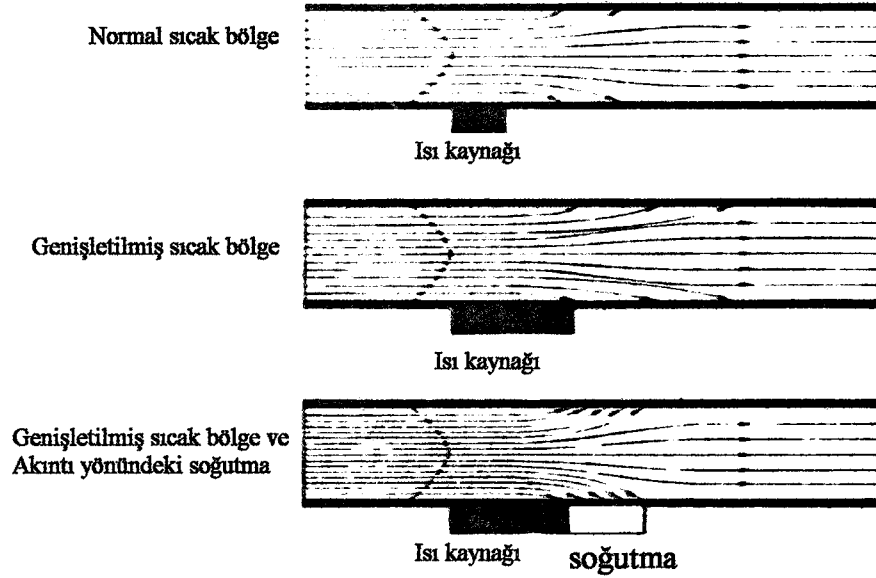
Aşağıdaki eşitlik ile verilen depolama verimi, ısı kaynağının hareket yönündeki duvar sıcaklığının azalmasıyla artar (Miller ve ark. 1979, Geittner ve ark. 1976).

$$E \propto (1 - T_{\min} / T_{\text{react}})$$

Burada E, depolama verimi ve T_{\min} , minimum tüp sıcaklığıdır. T_{react} ise 1500 °K' dir. Şekil (2.6.2.1d) genişletilmiş bir sıcak bölge ve soğutulmuş bir akıntı yönü olduğu zaman cam partiküllerinin akış eğrilerini göstermektedir. Bu teknikte kaydedilen depolama oranları 0.3-0.45 g/min' dur.

2.6.2.1b. PCVD Yöntemi (Kimyasal Yardımlı Buhar-Faz Depolama)

PCVD yöntemi de IVD yönteminin diğer alt koludur. Ayrıca MCVD yönteminde tanımlanan ve temel olarak aynı olan üretim basamaklarını içerir. Fakat reaksiyon tekniğinde farklılık vardır. Örneğin gaz, mikrodalga ile uyarıldığında plazma



Şekil 2.6.2.1d Thermophoresis model (Cherin 1983).

oluşur. Bu bir gaz iyonizasyonudur. Yani gazın elektrik yük taşıyıcılarına ayrılmasıdır. Bu yük taşıyıcıları tekrar birleştiklerinde termal enerji serbest kalır ve bu da materyalleri yüksek bir erime noktasında eritmek için kullanılır. Plazma metodunda metal-klor bileşikleri düşük basınçlı plazma yardımı ile reaksiyona girerler ve oksijen ile SiO_2 yapısını oluştururlar(gaz basıncı yaklaşık 10 mbar). Bu şekilde meydana gelen is parçacıkları doğrudan cam tabakaları olarak depolanmışlardır(yaklaşık 1000°C).

Plazma ateşi tüpün aşağı ve yukarısına hızlıca hareket ettiğinden dolayı 1000° den fazla ince tabaka meydana gelebilir ve bu da bizi kırılma indisi profilindeki artışa götürür.

2.6.2.1c. OVD Yöntemi (Outside Vapor Deposition)

OVD yöntemi ile temel yapı üretimi iki basamakta olmaktadır. İlk olarak bir torna tezgahına bağlı hedef çubuk, boyuna ekseni boyunca döndürülür ve dışarda küçük bir bölgede bir oksihidrojen ya da propan gaz kaynağı ile ısıtılır. Bu hedef çubuk eritilmiş silisyum grafit ya da seramik kristali olabilir.

Oksijen ve SiCl_4 , GeCl_4 , BCl_3 , PCl_3 gibi katkıları istenilen kırılma indisi dağılımı için ısı kaynağından metal oksitlere dönüşerek çıkarlar. Bu sayede dönen çubuğun üzerine is parçacıkları olarak depolanırlar. Bu sırada hedef çubuk boyuna

olarak ileri geri hareket ettirilerek depolanan tabakalarda gözenekli bir cam yapı oluşturulur. Herbir tabaka farklı farklı olarak katkılanabilir. Yani temel materyal ve SiO_2 ' e belirli miktarlarda safsızlık materyalleri ilave edilir.

Değişen kırılma indisi için çekirdeğin GeO_2 ile katkılanması ilk tabakadan itibaren saf SiO_2 ile katkılanan çekete kadar azaltılır. Bu işlem fiberde yeterince tabaka depolanınca durdurulur ve is parçacıklarından oluşan tüp hedef çubuktan ayrılır.

Yöntemin ikinci basamağında ise temel yapı tüpün bütün boyu üzerinden parçalar halinde ısıtılır(1400-1600 °C arasında) ve bu yapı katı, kabarcıksız ve saydam bir cam çubuk olarak çekilir. Partiküllerin ısı ve basınçla yapışıp temel yapı oluşturduğu sırada meydana gelen su zerreciklerini ayırmak için bu yapı içinden klor gazı akıtılır. Çünkü bu su zerrecikleri büyük kayıplara sebep olmaktadır.

2.6.2.1d. VAD Yöntemi (Vapor Deposition)

VAD yönteminde oksihidrojen kaynakta üretilen is parçacıkları dönmekte olan eritilmiş silis cam çubuğun uç yüzeyine depolanırlar.

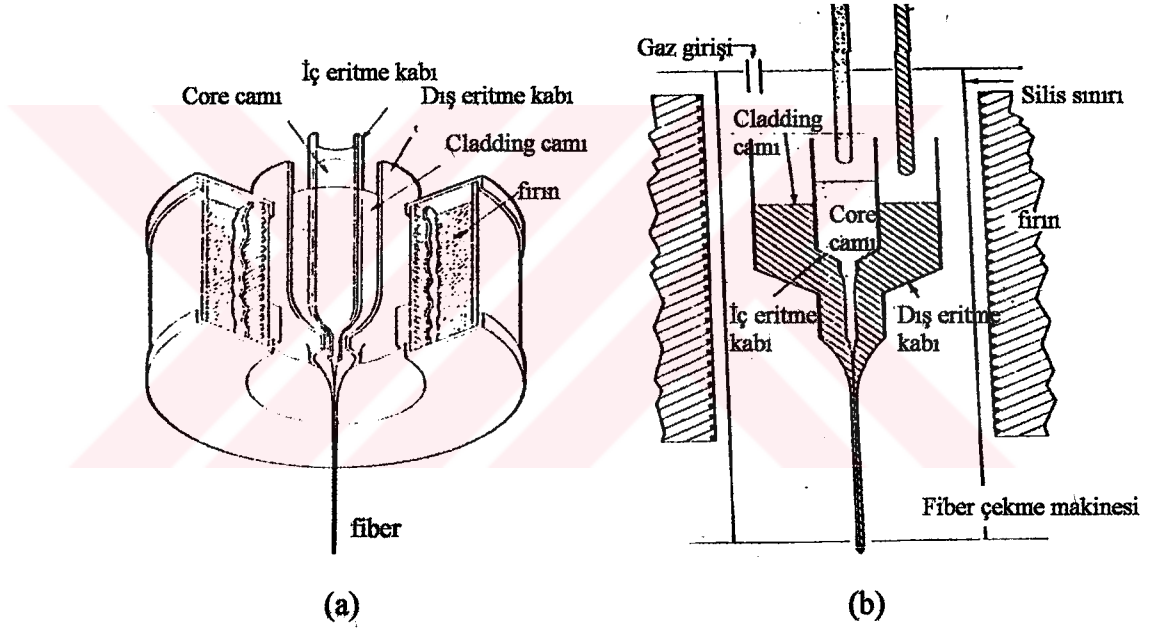
Bu yolla oluşturulan gözenekli temel yapı yukarı doğru çekilir. Bu sırada kaynak ve temel yapı arasındaki mesafe sabit kalmalıdır. Çekirdek ve çeket kırılma indislerini oluşturmak için aynı anda birkaç kaynak kullanılabilir. Kaynakların yapısına, çubuk ile arasındaki mesafeye ve depolama anındaki sıcaklığa bağlı olarak farklı kırılma indis profilleri oluşturulabilir. Depolama işlemi takip eden gözenekli yapı, saydam bir cam oluşturmak için halka şeklindeki ısıtıcı boşluğuna çekilir. Bu arada çekilen temel yapıyı kurutmak için etraftan klor gazı akar.

2.6.2.2. Çift Eritme Kabı Tekniği

Bu teknikte farklı kimyasal bileşime sahip iki cam çubuk ('core' ve 'cladding' çubukları) aynı merkezli duran ve altlarında bir delik bulunan çift eritme kabının ayrı bölmelerine yerleştirilir[Şekil (2.6.2.2a)]. Cam çubuklar saf hammadde tozları karıştırılarak bilinen cam üretim teknikleri ile üretilmişlerdir. Düşük sıcaklıklarda (850-1100 °C) ayrı ayrı eritilen çubuklar homojen bir eriyik oluşturmak için iyice çalkalanırlar. Bu işlemden sonra eriyik kapların altındaki delikten yavaşça bir soğutma

halkası içine çekilir. Böylece cam çubuk katılaştırılır ve fiber yapısı tamamlanmış olur. Böyle fiberler tipik olarak 5-10 mm çap ve birkaç metre uzunluğundadırlar. Kullanılan cam tipleri saf çok bileşenli camlar(alkali silikat ve sodyum-borosilikat vb.) olduğu için oluşan fiber 'çok bileşenli cam fiber' olarak isimlendirilir (Partus ve ark. 1980).

Değişken kırılma indisli optiksel fiber üretimi, çekirdek ve ceket camı arasında difüzyon ya da iyon değişimi oluşturmak ile mümkündür (Selfoc metot). Bu şekil (2.6.2.2b)' de gösterilmektedir. Eritme kaplarının içi mutlak temiz tutulamazsa, fibere ilave olarak geçiş metal safsızlıkları ilave olur ve bu da sönümü artırır (850 nm de 5-20 dB/km). Bu teknik genelde çekirdek bölgesi geniş olan fiberlerin üretiminde kullanılır (Mahlke ve ark. 1993, Miller ve ark. 1979).



Şekil 2.6.2.2. Çift eritme kabı tekniğinin görünüşü (Cherin 1983).

Bu teknik ile değişken indisli fiberler üretilebilir. Bunun için erimiş haldeki camlar fiber olarak çekilecekleri uca doğru ilerlerken çekirdek ve ceketini oluşturan camlar arasındaki ara yüzeyde iyonik difüzyon oluşur ve indis farkı sağlanmış olur.

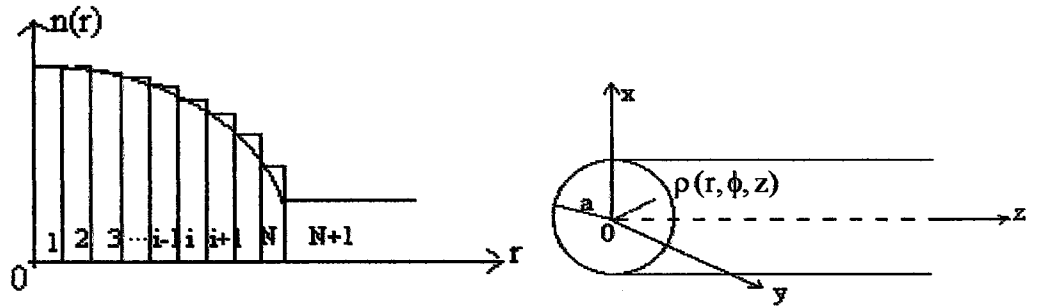
3.MATERYAL VE YÖNTEM

3.1. Değişken İndisli Optiksel Fiberlerin Sayısal Analiz Yöntemi ile İncelenmesi

Silindirik optiksel fiberlerin teorik olarak incelenmesi çok karmaşık diferansiyel denklemlerin çözümünü gerektirmektedir. Fiberlerin analizi ile ilgili ilk çalışmalar genelde doğrudan maxwell denklemlerinin sonucundan ortaya çıkan diferansiyel denklemlerin çözümü şeklinde yapılmak istenmiştir (Okamoto ve ark. 1978). Fakat belli sınır şartları altında bu denklemlerin çözümü genel anlamda hemen hemen mümkün olmadığı için çözümler, bazı özel yaklaşımlar veya özel kırılma indisi fonksiyonları kabul edilerek elde edilebilmiştir (Hill ve ark. 1972).

Bilgisayarın günümüzde çok yaygın kullanılması, oldukça geniş hacimli hesaplamalar yapabilmesi ve hesaplamadaki hassasiyeti nedeniyle analitik hesaplamalara yakın sonuçlar alınabilmektedir. Silindirik optiksel fiberler ile ilgili güç ilerlemesi, kip(mode) ilerlemesi, kip genişlemesi ve bant genişlemesi gibi kavramların hesaplanmasında sayısal analiz yönteminin kullanılması ve bazı özel şartlar altında hesaplanan analitik sonuçlarla karşılaştırılması önem arz etmektedir. Sayısal yöntemin kullanılmasında kırılma indisi fonksiyonunun genel şekli hesaplamaları fazla zorlamayacaktır. Sadece bilgisayar zaman ve hafızasına ihtiyaç duyulacaktır.

Silindirik optiksel fiberlerde kırılma indisi değişimi sadece merkezden olan uzaklığa bağlıdır [$n=n(r)$]. Sayısal analiz yönteminde silindirik fiber yapısının katmanlardan oluştuğu düşünülmüştür. Şekil (3.1.1)' de silindirik fiberin ve kırılma indisinin geometrik yapısı gösterilmektedir.



Şekil 3.1.1. Silindirik fiberin sayısal analiz yöntemi için geometrik yapısı

Silindirik koordinatlar r , ϕ , z olup z -ekseni silindirik fiber eksenine paraleldir. Önceki bölümlerde yapılan incelemeler doğrultusunda yeniden ele alırsak silindirik koordinatlarda elektrik alan vektörü,

$$\vec{E} = \vec{E}_r + \vec{E}_\phi + \vec{E}_z \quad (3.1.1)$$

şeklinde yazılabilir. Burada \vec{E}_r , yarıçap doğrultusundaki elektrik alan bileşeni olup enine elektrik alan bileşeni de denilmektedir. Aynı zamanda r , ϕ , z nin fonksiyonudur ve

$$E_r = E_r(r, \phi, z) \quad (3.1.2)$$

şeklinde ifade edilebilir. Önceki bölümler incelenecek olursa Maxwell denklemlerinin kullanılması ile aşağıdaki ifade yazılabilir.

$$\nabla^2 E_r + \left[\omega^2 \epsilon(r) \mu_0 - \beta^2 \right] E_r = 0 \quad (3.1.3)$$

$E_r(r, \phi, z)$ nin en genel formu aşağıdaki şekilde verilir.

$$E_r(r, \phi, z, t) = R(r) \exp [i(\omega t + \ell \phi - \beta z)] \quad (3.1.4)$$

Burada $i = \sqrt{-1}$, ω , açısal frekans, R , alan fonksiyonunun r 'ye bağlı kısmı, β ise kılavuzlanmış dalganın fiber içerisinde ilerleme sabitidir. Bunun açıklaması daha önceki bölümlerde detaylı olarak verilmişti. ℓ bir tam sayı olup ϕ (azimutal doğrultu) doğrultusunda alanın kaç defa değiştiğinin sayısıdır. Eğer fiberin elektriksel geçirgenliği $\epsilon = \epsilon(r)$ ve manyetik geçirgenliği μ_0 ise Maxwell denklemlerinin uygulanması ile enine elektrik alan için denklem (3.1.4) kullanılarak silindirik koordinatlarda,

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dR}{dr} \right) + \left[\omega^2 \epsilon(r) \mu_0 - \beta^2 - \frac{\ell^2}{r^2} \right] R = 0 \quad (3.1.5)$$

diferansiyel denklemi elde edilir. Eğer, $\varepsilon(r)$ çok katlı ve çok ince bir yapı olarak düşünülür ve her aralıkta $\varepsilon(r)$ sabit kabul edilirse, buradan hareketle $a_{i-1} \leq r \leq a_i$ aralığını i. aralık ve bu aralık için $\varepsilon(r) = \varepsilon_i = \text{sbt}$ kabul edersek bu bölge için denklem (3.1.5) aşağıdaki formda yazılabilir.

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dR}{dr} \right) + \left[\omega^2 \varepsilon_i \mu_0 - \beta^2 - \frac{\ell^2}{r^2} \right] R = 0 \quad (3.1.6)$$

veya

$$\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} + \left[k_0^2 n_i^2 - \beta^2 - \frac{\ell^2}{r^2} \right] R = 0 \quad (3.1.7)$$

Burada $k_0 = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$, n_i , i. katmanın kırılma indisini temsil eder ve sabit alınmıştır. Verilen bir frekans için k ve n_i sabit olduğundan denklem (3.1.7) tam olarak çözülebilir ve bu çözüm Bessel fonksiyonları tarafından verilir. (3.1.7) denklemi 2. mertebeden bir diferansiyel denklem olduğu için ara yüzeylerde R ve $\frac{dR}{dr}$ 'nin sürekli olması ve sınır şartlarının kullanılması ile ilerleme sabiti β ve R yukarıdaki diferansiyel denklemin çözümünden elde edilebilir. Sınır şartlarının uygulanması bölüm 2.5' te ele alınmıştır. i.nci katman için R ve $\frac{1}{\beta} \frac{dR}{dr}$ ifadesi Bessel fonksiyonlarının kullanılması ile aşağıdaki şekilde verilebilir.

$$\begin{bmatrix} R_i \\ \frac{1}{\beta} \frac{dR_i}{dr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_\ell(U_i r) & \bar{Z}_\ell(U_i r) \\ \frac{U_i}{\beta} Z'_\ell(U_i r) & \frac{U_i}{\beta} \bar{Z}'_\ell(U_i r) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_i \\ B_i \end{bmatrix} \quad (3.1.8)$$

Burada A_i ve B_i bilinmeyen sabitlerdir. Z_ℓ ve \bar{Z}_ℓ Bessel fonksiyonlarınca ifade edilen bağıntılar olup aşağıdaki gibi verilmektedir.

$$U_i^2 = h_i^2 = k_0^2 n_i^2 - \beta^2 > 0 \quad (3.1.9)$$

için

$$Z_\ell(U_i r) = J_\ell(U_i r) \quad (3.1.10)$$

$$\bar{Z}_\ell(U_i r) = N_\ell(U_i r) \quad (3.1.11)$$

$$-U_i^2 = -q^2 = k_0^2 n_i^2 - \beta^2 < 0 \quad (3.1.12)$$

için

$$Z_\ell(U_i r) = I_\ell(U_i r) \quad (3.1.13)$$

$$\bar{Z}_\ell(U_i r) = K_\ell(U_i r) \quad (3.1.14)$$

olarak yazılır. Burada (Z_ℓ') , ifadesi r' ye göre birinci türevi işaret eder. Benzer şekilde

$a_{i-2} \leq r \leq a_{i-1}$ aralığı için de R ve $\frac{1}{\beta} \frac{dR}{dr}$ ifadelerinin çözümünü şöyle yazılır.

$$\begin{bmatrix} R_{i-1} \\ \frac{1}{\beta} \frac{dR_{i-1}}{dr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_\ell(U_{i-1} r) & \bar{Z}_\ell(U_{i-1} r) \\ \frac{U_{i-1}}{\beta} Z_\ell'(U_{i-1} r) & \frac{U_{i-1}}{\beta} \bar{Z}_\ell'(U_{i-1} r) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{i-1} \\ B_{i-1} \end{bmatrix}$$

(A_i, B_i) ve (A_{i-1}, B_{i-1}) bağıntısı bu iki bölgeye ait çözümler arasındaki ilişkiyi vermektedir. R ve $\frac{dR}{dr}$, nin sağladığı sınır şartlarını kullanarak bu bağıntıyı bulabiliriz.

$$\begin{bmatrix} Z_\ell(U_i a_{i-1}) & \bar{Z}_\ell(U_i a_{i-1}) \\ \frac{U_i}{\beta} Z_\ell'(U_i a_{i-1}) & \frac{U_i}{\beta} \bar{Z}_\ell'(U_i a_{i-1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_i \\ B_i \end{bmatrix} = \quad (3.1.15)$$

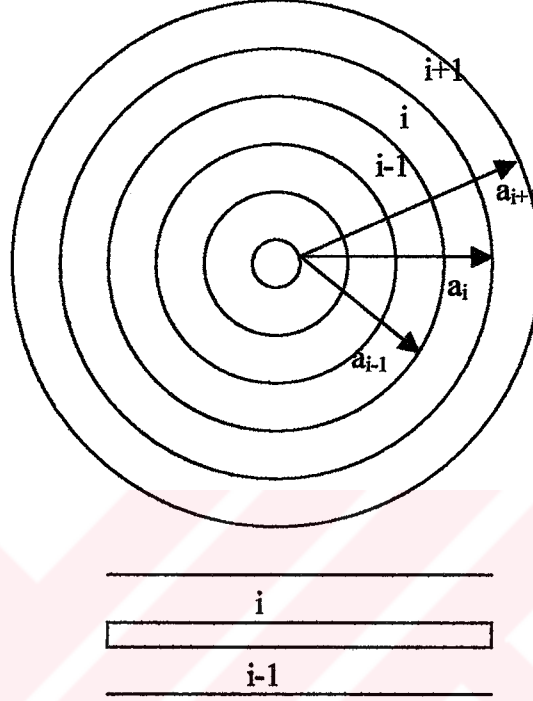
$$\begin{bmatrix} Z_\ell(U_{i-1} a_{i-1}) & \bar{Z}_\ell(U_{i-1} a_{i-1}) \\ \frac{U_{i-1}}{\beta} Z_\ell'(U_{i-1} a_{i-1}) & \frac{U_{i-1}}{\beta} \bar{Z}_\ell'(U_{i-1} a_{i-1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{i-1} \\ B_{i-1} \end{bmatrix}$$

Yazılan bu denklemden hareketle (A_i, B_i) arasındaki bağıntı

$$\begin{bmatrix} A_i \\ B_i \end{bmatrix} = P_{i-1} \begin{bmatrix} A_{i-1} \\ B_{i-1} \end{bmatrix}$$

(3.1.16)

şeklinde ifade edilebilir.



Şekil 3.1.2. Katmanlara bölünmüş fiber çekirdek bölgesinin gösterimi

$$P_{i-1} = \begin{bmatrix} Z_\ell(U_i a_{i-1}) & \bar{Z}_\ell(U_i a_{i-1}) \\ \frac{U_i}{\beta} Z'_\ell(U_i a_{i-1}) & \frac{U_i}{\beta} \bar{Z}'_\ell(U_i a_{i-1}) \end{bmatrix}^{-1}$$

$$\times \begin{bmatrix} Z_\ell(U_{i-1} a_{i-1}) & \bar{Z}_\ell(U_{i-1} a_{i-1}) \\ \frac{U_{i-1}}{\beta} Z'_\ell(U_{i-1} a_{i-1}) & \frac{U_{i-1}}{\beta} \bar{Z}'_\ell(U_{i-1} a_{i-1}) \end{bmatrix}$$

(3.1.17)

(3.1.16) bağıntısını tekrar ele alırsak diğer tabaka için aynı şekilde

$$\begin{bmatrix} A_{i-1} \\ B_{i-1} \end{bmatrix} = P_{i-2} \begin{bmatrix} A_{i-2} \\ B_{i-2} \end{bmatrix}$$

olarak yazılır. Bunu ardışık olarak uygularsak,

$$\begin{bmatrix} A_i \\ B_i \end{bmatrix} = P_{i-1} P_{i-2} \begin{bmatrix} A_{i-2} \\ B_{i-2} \end{bmatrix} \quad (3.1.18)$$

elde edilir. Sonuç olarak aşağıdaki ifade bulunur.

$$\begin{bmatrix} A_i \\ B_i \end{bmatrix} = P_{i-1} P_{i-2} \dots P_3 P_2 P_1 \begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \end{bmatrix} \quad (3.1.19)$$

Fiber içerisindeki elektromanyetik dalga $r=0$ ve $r=\infty$ ile sınırlıdır. O nedenle $J_\ell(U_i r)$, $N_\ell(U_i r)$, $I_\ell(U_i r)$, $K_\ell(U_i r)$ fonksiyonlarının $r=0$ ve $r=\infty$ da davranışları incelenecektir. Denklemler (2.4.1) ve (2.4.3) hatırlanırsa, R' nin sınırlı bir çözümü olması için $B_1 = 0$ ve $A_{N+1} = 0$ olmalıdır.

Sonuç olarak ilk katman ile (N+1). katman[cladding(ceket)] katsayıları arasındaki ilişki

$$\begin{bmatrix} 0 \\ B_{N+1} \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} A_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.1.20)$$

şeklinde olur. Burada P, denklem (3.1.19)' dan hatırlanırsa tekrar şöyle yazılır.

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} = P_N P_{N-1} \dots P_1$$

Denklem (3.1.20)' nin çözüm olması için aşağıdaki eşitlik sağlanmalıdır.

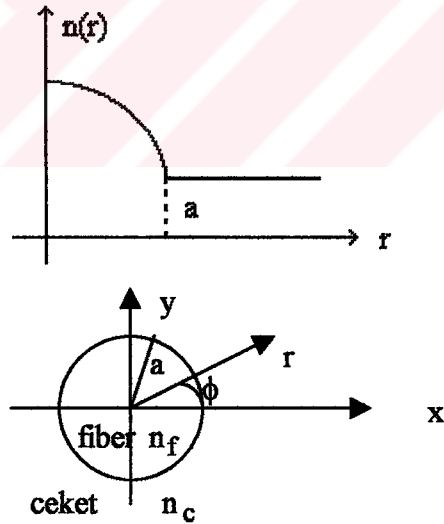
$$\begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{B}_{N+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{B}_{N+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11} \cdot \mathbf{A}_1 & P_{12} \cdot 0 \\ P_{21} \cdot \mathbf{A}_1 & P_{22} \cdot 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{B}_{N+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11} \cdot \mathbf{A}_1 \\ P_{21} \cdot \mathbf{A}_1 \end{bmatrix}$$

Bu eşitliğin sağlanması için görülüyor ki $P_{11} = 0$ olmalıdır. Böylece silindirik fiberler içerisinde kılavuzlanan elektromanyetik dalgaların sayısal çözümü için genel bağıntılar elde edilmiş oldu. Buradan hareketle bilgisayar yardımı ile bulunan neticeleri diğer metotlarla elde edilen neticelerle karşılaştırıp metodun kullanılabilirliğini belirleyeceğiz.

3.2. İlerleme Sabiti β ' nin Hesaplanması



$n_f k_0 \geq \beta \geq n_c k_0$ ifadesini hatırlayalım. Burada $k_0 = 2\pi/\lambda$ olarak boşluktaki dalga numarası, n_f , fiber(core) kırılma indisi, n_c , ceket(cladding) kırılma indisini ifade etmektedir. Şimdi (2.4.2) ve (2.4.4) denklemlerini hatırlayarak aşağıdaki yeni parametreleri tarifleyelim.

$$u = ha = a(k_0^2 n_f^2 - \beta^2)^{1/2} \quad (3.2.1)$$

$$w = qa = a(\beta^2 - k_0^2 n_c^2)^{1/2} \quad (3.2.2)$$

Bu tanımların kullanılmasıyla kiplere ait alanlar bölüm 2.4' ten hatırlanırsa fiber içerisinde $J(ur/a)$ Bessel fonksiyonu ve çeket bölgesinde de $K(wr/a)$ modifiye edilmiş Bessel fonksiyonu ile ifade edilebilir. Buradan fiber için v -sayısı olarak tanımlanan parametre de şöyle verilir.

$$v^2 = u^2 + w^2 \quad (3.2.3)$$

Bu bağıntı indislere bağlı olarak düzenlenirse şu şekli alır.

$$v = ak_0 (n_f^2 - n_c^2)^{1/2} \quad (3.2.4)$$

Fiber-çeket ara yüzeyinde sınır şartlarını uygulayarak $u(v)$ ve $w(v)$ karakteristik fonksiyonları bulunabilir. Ara yüzeyde $n_f = n_c$ alınarak alan kipleri için çözümler olan J_ℓ ve K_ℓ arasındaki ilişki LP(lineer polarize) kiplerde yüzeye paralel bileşenler için aşağıdaki şekilde verilir.

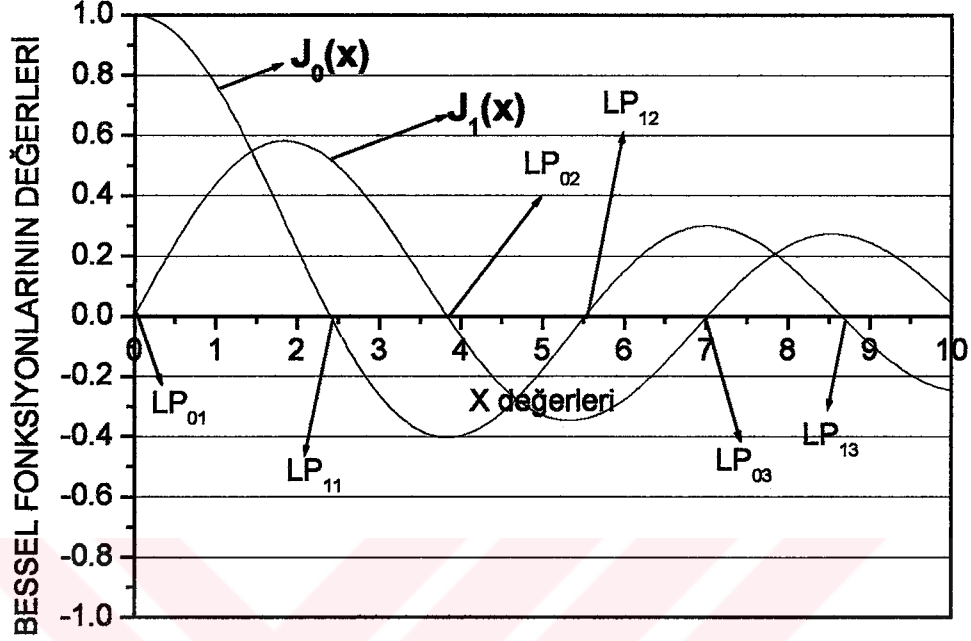
$$u \frac{J_{\ell-1}(u)}{J_\ell(u)} = -w \frac{K_{\ell-1}(w)}{K_\ell(w)} \quad (3.2.5)$$

Eğer $w = 0$ ise (3.2.5) denkleminde $J_{\ell-1}(u) = 0$ olur ve bu da kesme şartını verir. $\ell = 0$ için $J_{-1}(u) = 0$ olur. Burada,

$$J_{-1}(u) = -J_1(u)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Bu çözüm $u = 0$ değerini de içine almaktadır. $J_1(0)$ ilk köktür. Şimdi LP_{0m} ve LP_{1m} kipleri için kesme(cutoff) değerlerini bulacağız. Bu değerlerin hesabında kullanılacak olan $J_0(x)$ ve $J_1(x)$ Bessel fonksiyonlarının grafikleri

LP_{0m} ve LP_{1m} kipleri için hazırlanan bilgisayar programı vasıtasıyla şekil (3.2.1)' de görüldüğü gibi çizdirilmiştir[Ek-2].



Şekil 3.2.1. LP_{0m} ve LP_{1m} kiplerinin kesme şartlarının hesaplamasında kullanılan $J_0(x)$, $J_1(x)$ Bessel Fonksiyonlarının grafikleri.

Bu fonksiyonların ilgili kökleri de aşağıdaki tabloda verilmektedir (Arfken 1970, Beattie 1958). Denklem (3.2.5)' te $w \rightarrow \infty$ ise bu bize $J_\ell(u) = 0$ olmasını verir. Bunun neticesi olarak 'u' için çözüm $J_{\ell-1}(u)$ ve $J_\ell(u)$ sıfırları arasındadır.

Bessel Fonksiyonlarının Kökleri

Kök Numarası	$J_0(x)$	$J_1(x)$
1	2.4048	3.8317
2	5.5201	7.0156
3	8.6537	10.1735

3.2.1-Yaklaşık Analitik Çözüm

Denklem (3.2.3) kullanılarak ve denklem (3.2.5)' in v ' ye göre türevi alınarak aşağıdaki ifadeler yazılabilir (Snyder 1969).

$$\frac{du}{dv} = \frac{u}{v} [1 - K_\ell(w)] \quad (3.2.6)$$

$$K_\ell(w) = K_\ell^2(w) / [K_{\ell-1}(w) \cdot K_{\ell+1}(w)] \quad (3.2.7)$$

w , çok büyük ise

$$K_\ell(w \rightarrow \infty) \cong 1 - \frac{1}{v} \quad (3.2.8)$$

olur. Bu değeri (3.2.6) denklemini çözmekte kullanabiliriz. Fakat β ilerleme sabiti' ($v^2 - u^2$) ye bağlıdır. Eğer ($v^2 - u^2$) çok küçük ise $K_\ell(w \rightarrow \infty)$ yaklaşımındaki hata büyük olur. Hatayı azaltmak için bu yaklaşımı,

$$K_\ell \approx 1 - (w^2 + \ell^2 + 1) \quad (3.2.9)$$

olarak almak uygundur (Synder 1969). Bu yaklaşımla denklem (3.3.7) tüm bölgelerde ifade edilmiştir. Daha öncede belirttiğimiz gibi u ' nun çözümü $J_{\ell-1}(u)$ ve $J_\ell(u)$ sıfır değerlerini aldığı bölgededir ve çok dar bir bölgedir. O nedenle $u \approx u_c$ yaklaşımı yapılabilir. Burada u_c kesme(cutoff) durumundaki u ifadesidir. Bunun sonucu olarak,

$$w \approx (v^2 - u_c^2)^{1/2} \quad (3.2.10)$$

olur. $LP_{\ell m}$ kipi için u_c , $J_{\ell-1}(u)$ bessel fonksiyonunun m . köküdür.

Bu yaklaşım $LP_{01} = HE_{11}$ hariç tüm kipler için geçerlidir. Çünkü bu kip için u, v, w' nin hepsi birden sıfıra yaklaşmaktadır. $LP_{01} = HE_{11}$ dışındaki kipler için (3.2.6), (3.2.9), (3.2.10) bağıntılarını kullanarak $u(v)$ çözülebilir. Bildiğimiz

$$\frac{du}{dv} = \frac{u}{v} [1 - K_\ell(w)]$$

$$K_\ell(w) \approx 1 - \frac{1}{(w^2 + \ell^2 + 1)^{1/2}}$$

$$w^2 = v^2 - u_c^2$$

ifadelerinden hareketle şunları yazabiliriz.

$$K_\ell(w) \approx 1 - \frac{1}{[v^2 - u_c^2 + \ell^2 + 1]^{1/2}} = 1 - \frac{1}{[v^2 - (u_c^2 - \ell^2 - 1)]^{1/2}}$$

$$s^2 = u_c^2 - \ell^2 - 1 \quad \text{ise,}$$

$$K_\ell(w) \approx 1 - \frac{1}{[v^2 - s^2]^{1/2}} \quad (3.2.11)$$

Buradan türev,

$$\frac{du}{dv} = \frac{u}{v(v^2 - s^2)^{1/2}} \quad (3.2.12)$$

$$\frac{du}{u} = \frac{dv}{v(v^2 - s^2)^{1/2}}$$

şeklini alır. Çözüme gidilirse

$$\ln u = -\frac{1}{s} \arcsin \frac{s}{v} + \ln c \quad (3.2.13)$$

$$\ln \frac{u}{c} = -\frac{1}{s} \arcsin \frac{s}{v}$$

$$\ln \frac{c}{u} = \frac{1}{s} \operatorname{arcSin} \frac{s}{v} \quad (3.2.14)$$

olur. $w = 0$ bize kipi fiber içerisinde ilerlemesini verir. Bunun sonucu olarak $v \cong u_c$ olur. Buradan (3.2.14) denkleminin çözümü,

$$\ln \frac{c}{u_c} = \frac{1}{s} \operatorname{arcSin} \frac{s}{u_c}$$

şeklindedir.

$$\ln c - \ln u_c = \frac{1}{s} \operatorname{arcSin} \frac{s}{u_c}$$

$$\ln u - \ln c = -\frac{1}{s} \operatorname{arcSin} \frac{s}{v}$$

Bu iki ifade taraf tarafa toplanırsa,

$$\ln \frac{u}{u_c} = \frac{1}{s} \left[\operatorname{arcSin} \frac{s}{u_c} - \operatorname{arcSin} \frac{s}{v} \right]$$

$$u(v) = u_c \exp \left[\frac{\operatorname{arcSin} \frac{s}{u_c} - \operatorname{arcSin} \frac{s}{v}}{s} \right] \quad (3.2.15)$$

sonucuna ulaşılır. Daha dikkatli yaklaşımla $LP_{01} = HE_{11}$ kipi için aşağıdaki bağıntı elde edilir.

$$u(v) = \left[(1 + \sqrt{2})v \right] / \left[1 + (4 + v^4)^{1/2} \right] \quad (3.2.16)$$

3.2.2. İlerleme Sabitinin Sayısal Hesabı

Türetilen $u(v)$ bağıntıları kullanılarak β hesaplanabilir ve farklı kipler için grafikleri çizilebilir. Denklem (3.2.1) ve (3.2.3)' den hareketle

$$\frac{u^2}{v^2} = \frac{n_f^2 - (\beta^2 / k_0^2)}{n_f^2 - n_c^2}$$

$$1 - \frac{u^2}{v^2} = 1 - \frac{n_f^2 - (\beta^2 / k_0^2)}{n_f^2 - n_c^2}$$

ifadeleri yazılır. Eşitliğin sol tarafını b ile gösterirsek

$$b = 1 - \frac{u^2}{v^2} = \frac{(\beta^2 / k_0^2) - n_c^2}{n_f^2 - n_c^2} \quad (3.2.17)$$

olarak ifade edilir. Küçük kırılma indisi farkı kabulü ve $n_f k_0 \geq \beta \geq n_c k_0$ şartından, ayrıca $n_f \approx n_c$ ile $\beta \approx n_f k_0$ yaklaşımından hareketle b, aşağıdaki bağıntıya dönüşür.

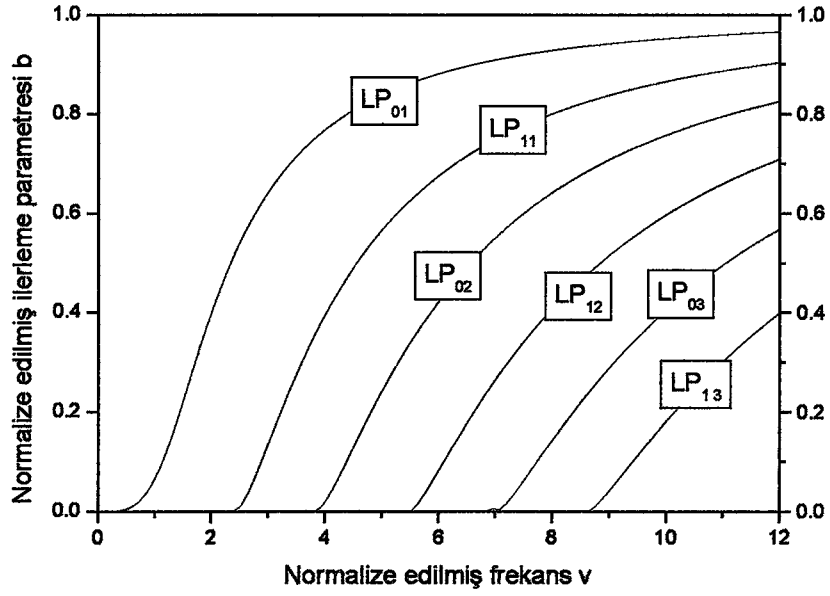
$$b = 1 - \frac{u^2}{v^2} \cong \frac{(\beta / k_0) - n_c}{n_f - n_c} \quad (3.2.18)$$

$LP_{\ell m}$ kipleri için $u(v)$ bilindiğinden b, hesaplanabilir ve bulunan neticeden de β hesaplanabilir. LP_{01} kipi için aşağıdaki denklem (3.2.16) kullanılarak

$$u(v) = \left[\frac{(1 + \sqrt{2}) \cdot v}{1 + (4 + v^4)^{1/2}} \right]$$

b' nin v ile değişimini, dolayısıyla β' nin v ile (yani n_f ve n_c ile) değişimini inceleyeceğiz. Bu değişim bilgisayar programı yardımıyla hesaplanmış ve şekil (3.2.2)'de görüldüğü gibi çizdirilmiştir [Ek-3].

Buraya kadar kırılma indisinin değişimini hesaplamalara direkt olarak etki ettirmemiştik. b' nin v' ye bağlı değişimini çizdirirken de v' nin tek başına bir büyüklük olarak değiştiğini kabul etmiştik.



Şekil 3.2.2. Normalize edilmiş frekansın $[v = ak_0(n_f^2 - n_c^2)^{1/2}]$ fonksiyonu olarak normalize edilmiş ilerleme sabiti parametresinin $b(v) = 1 - (u^2/v^2) = [(\beta^2/k_0^2) - n_c^2]/(n_f^2 - n_c^2)$ çeşitli LP_{lm} kipleri için değişimi.

Fiberlerde kırılma indisinin yarıçapa bağlı olarak değiştiğini ele alırsak bu değişim aşağıdaki formülle verilir.

$$n_f(r) = n_{f0} \left[1 - 2\Delta \left(\frac{r}{a} \right)^q \right]^{1/2} \quad (3.2.19)$$

Burada n_{f0} , fiber çekirdek bölgesinin (core) $r = 0$ ' daki kırılma indis değeridir.

Bu durumda normalize edilmiş frekans v , aşağıdaki forma dönüşür.

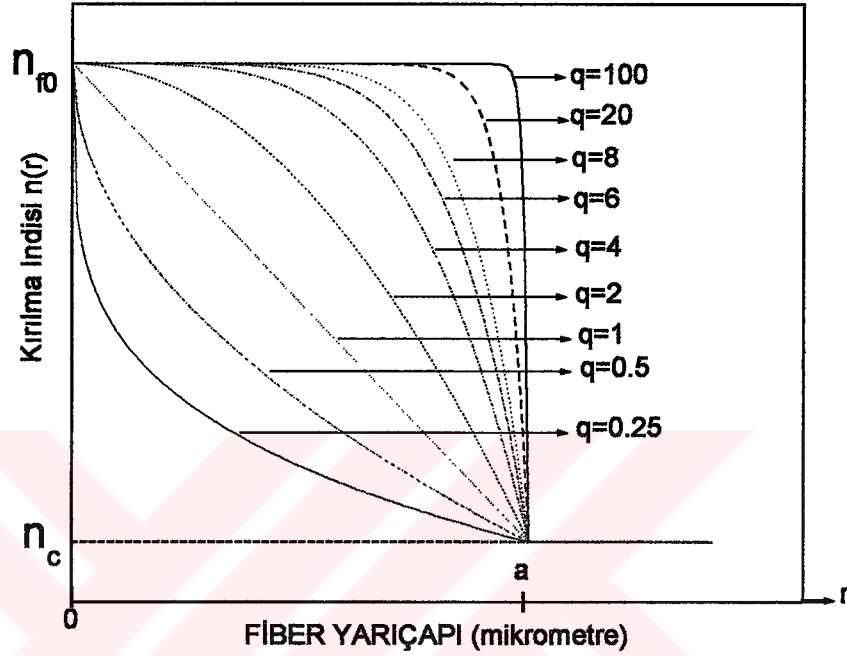
$$v = \frac{2\pi a}{\lambda} \sqrt{n_{f0}^2 \left[1 - 2\Delta \left(\frac{r}{a} \right)^q \right] - n_c^2} \quad (3.2.20)$$

ve

$$\Delta = \frac{n_{f0}^2 - n_c^2}{2n_{f0}^2}$$

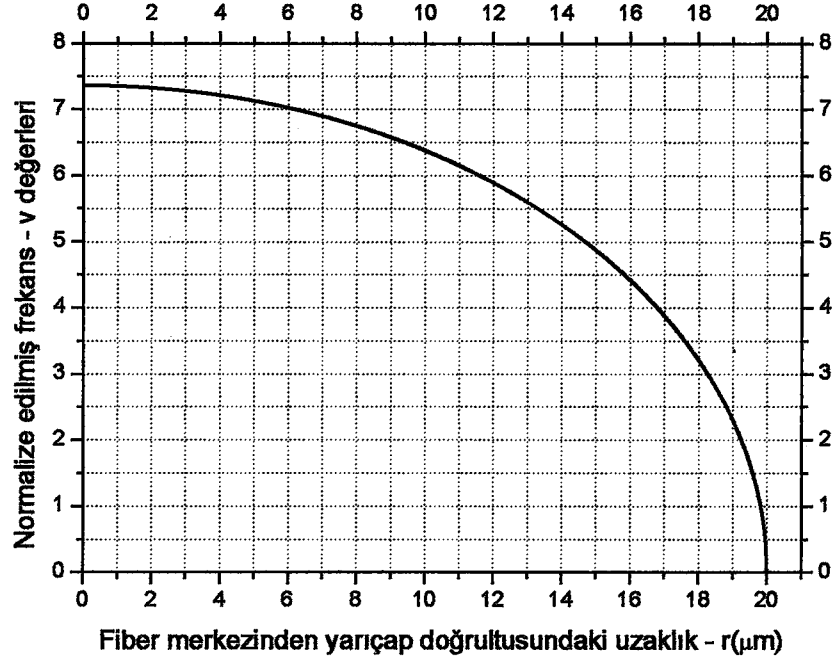
şeklinde ifade edilir.

Fiberlerde kırılma indisi değişimi (3.2.19) denklemindeki q ' nun değişik değerleri için farklı şekillerdedir. Kırılma indisinin q değerine bağlı olarak gösterdiği değişim hazırlanan bir program yardımıyla hesaplanıp şekil (3.2.3)' de görüldüğü gibi çizdirilmiştir [Ek-4].



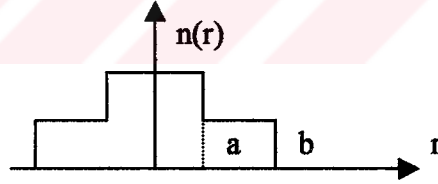
Şekil 3.2.3. Fiberlerde $n(r) = n_{fo} \left[1 - 2\Delta \left(\frac{r}{a} \right)^q \right]^{1/2}$ şeklinde tipik kırılma indisinin üstsel olarak değişimi.

Değişken kırılma indisli fiberlerde normalize edilmiş frekans v de denklem (3.2.20)' den hareketle, yarıçap r ' ye bağlı olarak değişir. Bu değişim bilgisayar programı ile hesaplanmıştır. Grafiği ise şekil (3.2.4)' te görüldüğü gibidir [Ek-5].



Şekil 3.2.4. Değişken kırılma indisli fiberlerde fiber merkezinden uzaklığın fonksiyonu-r olarak normalize edilmiş frekans-v'nin değişimi.

3.3. Basamak İndisli Silindirik Fiberlerde Güç İletimi Hesabı



Şekil 3.3.1. Fiberde basamak kırılma indis dağılımı

$$E_z(\vec{r}, t) = C K_\ell(qr) e^{i(\omega t + \ell\phi - \beta z)}$$

$$H_z(\vec{r}, t) = D K_\ell(qr) e^{i(\omega t + \ell\phi - \beta z)}$$

$r > a$ için

$$q^2 = \beta^2 - n_c^2 k_0^2 \quad k_0 = \frac{\omega}{c}$$

$$\begin{aligned} E_z(\vec{r}, t) &= A J_\ell(hr) e^{i(\omega t + \ell\phi - \beta z)} \\ H_z(\vec{r}, t) &= B J_\ell(hr) e^{i(\omega t + \ell\phi - \beta z)} \end{aligned} \quad r < a \text{ için}$$

$$h^2 = n_f^2 k_0^2 - \beta^2$$

Burada A ve B keyfi sabitlerdir. Ayrıca $h^2 > 0$ ve $q^2 > 0$ olduğundan

$$n_f k_0 > \beta > n_c k_0$$

şekindedir. Diğer alan bileşenleri de aşağıdaki gibi yazılabilir.

$r < a$ için

$$E_r = \frac{-i\beta}{h^2} \left[Ah J'_\ell(hr) + \frac{i\omega\mu\ell}{\beta r} B J_\ell(hr) \right] e^{i(\omega t + \ell\phi - \beta z)}$$

$$E_\phi = \frac{-i\beta}{h^2} \left[\frac{i\ell}{r} A J_\ell(hr) - \frac{\omega\mu}{\beta} B h J'_\ell(hr) \right] e^{i(\omega t + \ell\phi - \beta z)}$$

$$E_z = A J_\ell(hr) e^{i(\omega t + \ell\phi - \beta z)}$$

$$H_r = \frac{-i\beta}{h^2} \left[B h J'_\ell(hr) - \frac{i\omega\varepsilon_1\ell}{\beta r} A J_\ell(hr) \right] e^{i(\omega t + \ell\phi - \beta z)}$$

$$H_\phi = \frac{-i\beta}{h^2} \left[\frac{i\ell}{r} B J_\ell(hr) + \frac{\omega\varepsilon_1}{\beta} A h J'_\ell(hr) \right] e^{i(\omega t + \ell\phi - \beta z)}$$

$$H_z = B J_\ell(hr) e^{i(\omega t + \ell\phi - \beta z)}$$

Burada $J'_\ell(hr) = \frac{d[J_\ell(hr)]}{d(hr)}$ ve $\varepsilon_1 = \varepsilon_0 n_f^2$, dir.

$r > a$ için

$$E_r = \frac{i\beta}{q^2} \left[Cq K'_\ell(qr) + \frac{i\omega\mu\ell}{\beta r} D K_\ell(qr) \right] e^{i(\omega t + \ell\phi - \beta z)}$$

$$E_\phi = \frac{i\beta}{q^2} \left[\frac{i\ell}{r} C K_\ell(qr) - \frac{\omega\mu}{\beta} D q K'_\ell(qr) \right] e^{i(\omega t + \ell\phi - \beta z)}$$

$$E_z = CK_\ell(qr)e^{i(\omega t + \ell\phi - \beta z)}$$

$$H_r = \frac{i\beta}{q^2} \left[DqK_\ell'(qr) - \frac{i\omega\varepsilon_2\ell}{\beta r} CK_\ell(qr) \right] e^{i(\omega t + \ell\phi - \beta z)}$$

$$H_\phi = \frac{i\beta}{q^2} \left[\frac{i\ell}{r} DK_\ell(qr) + \frac{\omega\varepsilon_2}{\beta} CqK_\ell'(qr) \right] e^{i(\omega t + \ell\phi - \beta z)}$$

$$H_z = DK_\ell(qr)e^{i(\omega t + \ell\phi - \beta z)}$$

Aynı şekilde burada da

$$K_\ell'(qr) = \frac{d[K_\ell(qr)]}{d(qr)} \quad \text{ve} \quad \varepsilon_2 = \varepsilon_0 n_c^2, \text{ dir.}$$

Herhangi bir doğrultudaki enerji transferi POYNTING VEKTÖRÜ ile verilir ve aşağıdaki gibi ifade edilir (Wesley 1998).

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$$

Enerji transferi hesaplamaları yapılırken enerjinin bir periyotluk zaman aralığındaki transferi hesaplanır. Ayrıca kompleks ifadelerin zamansal ortalaması için de aşağıdaki bağıntı kullanılır.

$$\begin{aligned} f &= f_0 e^{i\omega t} & \text{ve} & & f_0 &= u + iv \\ g &= g_0 e^{i\omega t} & \text{ve} & & g_0 &= m + in \end{aligned}$$

$$\langle \text{Re} f \text{ Re} g \rangle = \frac{1}{2} \text{Re} f^* g$$

Bu bağıntıdan hareketle poynting vektörünün zamansal ortalaması veya enerji transferinin zamansal ortalaması aşağıdaki şekilde ifade edilir (Reitz ve ark. 1967).

$$\langle \vec{S} \rangle = \frac{1}{2} \text{Re} [\vec{E} \times \vec{H}^*]$$

Buna göre z-doğrultusundaki enerji transferi,

$$S_z = \frac{1}{2} \text{Re} [E_r H_\phi^* - E_\phi H_r^*]$$

şeklini alır. İfade $r > a$ ve $r < a$ bölgelerine uygulanırsa şu denklemler elde edilir [Ek-6].

$$S_z = \frac{\beta^2}{2q^4} \left\{ \frac{\omega \epsilon_2}{\beta} |C|^2 \left[q^2 K_\ell'^2(qr) + \frac{\ell^2}{r^2} K_\ell^2(qr) \right] + \frac{\omega \mu}{\beta} |D|^2 \left[q^2 K_\ell'^2(qr) + \frac{\ell^2}{r^2} K_\ell^2(qr) \right] \right\} \quad r > a$$

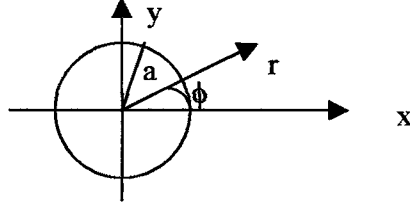
ve

$$S_z = \frac{\beta^2}{2h^4} \left\{ \frac{\omega \epsilon_1}{\beta} |A|^2 \left[h^2 J_\ell'^2(hr) + \frac{\ell^2}{r^2} J_\ell^2(hr) \right] + \frac{\omega \mu}{\beta} |B|^2 \left[h^2 J_\ell'^2(hr) + \frac{\ell^2}{r^2} J_\ell^2(hr) \right] \right\} \quad r < a$$

Görüleceği gibi bu bağıntılar basit basamak indisli fiberler için dahi oldukça karmaşıktır ve hesaplamalar da oldukça zor olacaktır. İşimizi kolaylaştırmak için temel fizik olayı olan polarizasyondan yararlanacağız ve silindirik fiberde $\vec{E}(\vec{r}, t)$ alanının lineer olarak polarize olduğunu düşüneceğiz. Bu durumda

$$n_f - n_c \ll 1 \quad \text{için} \quad q, h \ll \beta$$

olur. $n_f - n_c \ll 1$ koşulunu sağlamak üzere alan bileşenleri Gloge (Gloge 1971) tarafından çözülmüş olup aşağıdaki şekilde yazılır.



$r < a$ için

$$E_x = 0$$

$$E_y = A J_\ell(hr) e^{i\ell\phi} e^{i(\omega t - \beta z)}$$

$$E_z = \frac{h A}{\beta 2} \left[J_{\ell+1}(hr) e^{i(\ell+1)\phi} + J_{\ell-1}(hr) e^{i(\ell-1)\phi} \right] e^{i(\omega t - \beta z)}$$

$$H_x = -\frac{\beta}{\omega\mu} A J_\ell(hr) e^{i\ell\phi} e^{i(\omega t - \beta z)}$$

$$H_y \cong 0$$

$$H_z = -\frac{ih A}{\omega\mu 2} \left[J_{\ell+1}(hr) e^{i(\ell+1)\phi} - J_{\ell-1}(hr) e^{i(\ell-1)\phi} \right] e^{i(\omega t - \beta z)}$$

$r > a$ için

$$E_x = 0$$

$$E_y = B K_\ell(qr) e^{i\ell\phi} e^{i(\omega t - \beta z)}$$

$$E_z = \frac{q B}{\beta 2} \left[K_{\ell+1}(qr) e^{i(\ell+1)\phi} - K_{\ell-1}(qr) e^{i(\ell-1)\phi} \right] e^{i(\omega t - \beta z)}$$

$$H_x = -\frac{\beta}{\omega\mu} B K_\ell(qr) e^{i\ell\phi} e^{i(\omega t - \beta z)}$$

$$H_y \cong 0$$

$$H_z = -\frac{iq B}{\omega\mu 2} \left[K_{\ell+1}(qr) e^{i(\ell+1)\phi} + K_{\ell-1}(qr) e^{i(\ell-1)\phi} \right] e^{i(\omega t - \beta z)}$$

Bu durumda enerji transferine tekrar dönersek eşitlik aşağıdaki şekli alır.

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}^* = \left[(E_x \hat{i} + E_y \hat{j} + E_z \hat{k}) \times (H_x^* \hat{i} + H_y^* \hat{j} + H_z^* \hat{k}) \right]$$

$$S_z = \frac{1}{2} \text{Re}(E_x H_y^* - E_y H_x^*)$$

Şimdi hesaplamaları kolaylaştırmak için çeşitli bölgelerdeki alan ifadelerini aşağıdaki gibi seçelim. Burada modifiye edilmiş Bessel fonksiyonu $K_\ell(x)$ ile Henkel fonksiyonu $H_\ell(ix)$ arasındaki $K_\ell(x) = \frac{\pi}{2} i^{\ell+1} H_\ell^{(1)}(ix)$ bağıntısı kullanılmıştır.

$$E_y = -\frac{\omega\mu_0}{\beta_f} H_x = E_\ell \frac{J_\ell(hr)}{J_\ell(ha)} \cos \ell\phi \quad r < a \text{ için}$$

$$\begin{aligned} E_y = -\frac{\omega\mu_0}{\beta_c} H_x &= E_\ell \frac{H_\ell^{(1)}(iqr)}{H_\ell^{(1)}(iw)} \cos \ell\phi \\ &= E_\ell \frac{K_\ell(qr)}{K_\ell(w)} \cos \ell\phi \end{aligned} \quad r > a \text{ için}$$

E_ℓ , fiber-çeket ara yüzeyindeki elektrik alan şiddeti, β_f ve β_c sırasıyla fiber ve çeket içerisindeki ilerleme sabitidir. Enerji transferi için gerekli diğer bileşeni de şu şekilde tanımlarsak

$$H_x = -\frac{\beta_f}{\omega\mu_0} E_y \quad r < a \text{ için}$$

$$H_x = -\frac{\beta_c}{\omega\mu_0} E_y \quad r > a \text{ için}$$

aşağıdaki bilgilerin yardımıyla poynting vektörü tekrar yazılır.

$$u = ha = a(k_0^2 n_f^2 - \beta^2)^{1/2}$$

$$w = qa = a(\beta^2 - k_0^2 n_c^2)^{1/2}$$

$$v^2 = u^2 + w^2$$

$$k_0 = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Burada $E_x = 0$ olduğu hatırlanmalıdır ve λ , ışığın boşluktaki dalga boyudur. z-doğrultusundaki enerji transferi aşağıdaki şekilde ise

$$S_z = -\frac{1}{2} \text{Re}(E_y H_x^*) = \frac{\beta}{2\omega\mu_0} |E_y|^2$$

$$= \frac{\beta}{2\omega\mu_0} E_\ell^2 \left[\frac{J_\ell(hr)}{J_\ell(ha)} \right]^2 \text{Cos}^2 \ell\phi \quad r < a \text{ için}$$

fiber (core) içinde iletilen güç (P_f) şu şekilde ifade edilir.

$$P_f = \int_0^{2\pi} \int_0^a \frac{\beta}{2\omega\mu_0} E_\ell^2 \left[\frac{J_\ell(hr)}{J_\ell(ha)} \right]^2 \text{Cos}^2 \ell\phi \, r dr d\phi$$

$$= \pi \frac{\beta}{2\omega\mu_0} E_\ell^2 A_\ell \int_0^a \left[\frac{J_\ell(hr)}{J_\ell(ha)} \right]^2 r dr$$

$$= \pi \frac{\beta}{2\omega\mu_0} \frac{E_\ell^2 A_\ell}{J_\ell^2(ha)} \left[\int_0^a r J_\ell^2(hr) dr \right]$$

İntegral çözümü (Ramo ve ark. 1965)

$$\int_0^a r J_\ell^2(hr) dr = \left[\frac{r^2}{2} \left[J_\ell^2(hr) - J_{\ell-1}(hr) \cdot J_{\ell+1}(hr) \right] \right]_0^a$$

şeklinde ise güç (P_f),

$$P_f = \frac{\pi a^2}{2} \frac{\beta}{2\omega\mu_0} E_\ell^2 A_\ell \frac{1}{J_\ell^2(ha)} \left[J_\ell^2(ha) - J_{\ell-1}(ha) \cdot J_{\ell+1}(ha) \right]$$

olarak tekrar yazılır. Burada $\ell = 0$ için $A_\ell = 2$ ve $\ell = 1, 2, 3, \dots$ için $A_\ell = 1$ ' dir. u, v, w' nın tarifinden hareketle güç aşağıdaki şekilde tekrar yazılır.

$$\begin{aligned}
 u &= ah \\
 w &= qa \\
 v &= a(h^2 + q^2)^{1/2}
 \end{aligned}$$

$$P_f = \frac{\pi a^2}{2} \frac{\beta}{2\omega\mu_0} E_\ell^2 A_\ell \left[1 - \frac{J_{\ell-1}(u) \cdot J_{\ell+1}(u)}{J_\ell^2(u)} \right]$$

Şimdi çeketteki gücü (P_c) hesaplayalım.

$$S_z = \frac{\beta}{2\omega\mu_0} |E_y|^2$$

ve

$$E_y = E_\ell \frac{K_\ell(qr)}{K_\ell(qa)} = E_\ell \frac{K_\ell(wr/a)}{K_\ell(w)}$$

şeklinde ise z-doğrultusundaki enerji transferi

$$S_z = \frac{\beta}{2\omega\mu_0} E_\ell^2 \frac{K_\ell^2(wr/a)}{K_\ell^2(w)} \cos \ell\phi \quad r > a \text{ için}$$

olarak yazılır ve çeketteki güç (P_c),

$$\begin{aligned}
 P_c &= \int S_z dS = \int_0^{2\pi} \int_a^\infty \frac{\beta}{2\omega\mu_0} E_\ell^2 \frac{K_\ell^2(wr/a)}{K_\ell^2(w)} \cos \ell\phi r dr d\phi \\
 &= \pi \frac{\beta}{2\omega\mu_0} \frac{E_\ell^2 A_\ell}{K_\ell^2(w)} \int_a^\infty r K_\ell^2(wr/a) dr
 \end{aligned}$$

şeklinde ifade edilir. İntegral için genel ifade (Ramo ve ark. 1965) kullanılarak güç için aşağıdaki bağıntı elde edilir.

$$\begin{aligned}
P_c &= \pi \frac{\beta}{2\omega\mu_0} \frac{E_\ell^2 A_\ell}{K_\ell^2(w)} \left| \frac{r^2}{2} \left[K_\ell^2(wr/a) - K_{\ell-1}(wr/a) \cdot K_{\ell+1}(wr/a) \right] \right|_a^\infty \\
&= \frac{\pi a^2 \beta}{4\omega\mu_0} E_\ell^2 A_\ell \frac{1}{K_\ell^2(w)} \left[-K_\ell^2(w) + K_{\ell-1}(w) \cdot K_{\ell+1}(w) \right] \\
&= \frac{\pi a^2 \beta}{4\omega\mu_0} E_\ell^2 A_\ell \left[\frac{K_{\ell-1}(w) \cdot K_{\ell+1}(w)}{K_\ell^2(w)} - 1 \right]
\end{aligned}$$

Burada,

$$\alpha = \frac{K_\ell^2(w)}{K_{\ell-1}(w) \cdot K_{\ell+1}(w)}$$

tarifini yapalım. E_z elektrik alanın teğetsel bileşeni olduğu için $r = a$ da sürekli olmalıdır. Bu noktada $n_f \approx n_c$ 'dir. Ayrıca E_z için Gloge tarafından verilen çözümler ve

$$\begin{aligned}
J_{\ell+1}(u) &= \left(\frac{2\ell}{u} \right) J_\ell(u) - J_{\ell-1}(u) \\
K_{\ell+1}(w) &= \left(\frac{2\ell}{w} \right) K_\ell(w) + K_{\ell-1}(w)
\end{aligned}$$

bağıntıları kullanılarak E_z 'nin $(\ell-1)$ 'e bağlı teriminden

$$u \frac{J_{\ell-1}(u)}{J_\ell(u)} = -w \frac{K_{\ell-1}(w)}{K_\ell(w)}$$

$(\ell+1)$ 'e bağlı teriminden

$$u \frac{J_{\ell+1}(u)}{J_\ell(u)} = w \frac{K_{\ell+1}(w)}{K_\ell(w)}$$

bağıntıları elde edilir. Bu bağıntılardan

$$\frac{J_{\ell-1}(u)}{J_{\ell}(u)} \cdot \frac{J_{\ell+1}(u)}{J_{\ell}(u)} = \left[-\frac{w K_{\ell-1}(w)}{u K_{\ell}(w)} \right] \cdot \left[\frac{w K_{\ell+1}(w)}{u K_{\ell}(w)} \right] = -\left(\frac{w}{u} \right)^2 \frac{1}{\alpha}$$

yazılır. Fiber ve ceket bölgesindeki güç ifadeleri u , w , α ' ya bağlı olarak tekrar yazılırsa

$$P_c = P_{oc} \left[\frac{1}{\alpha} - 1 \right]$$

$$P_f = P_{of} \left[1 + \frac{w^2}{u^2} \frac{1}{\alpha} \right]$$

şeklindedir. Bu tanımlarda $P_{oc} = P_{of}$ ' dir. Buradan toplam güç (P_t),

$$P_t = P_{oc} \left[\frac{w^2}{u^2} \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha} \right] = \frac{P_{oc}}{\alpha} \left(\frac{v^2}{u^2} \right)$$

olarak verilir. Burada $v^2 = u^2 + w^2$, dir. Fiber içinde ilerleyen normalize edilmiş güç

$$P_f = \frac{P_f}{P_t} = \frac{P_{oc} \left[1 + \frac{w^2}{u^2} \frac{1}{\alpha} \right]}{\frac{P_{oc}}{\alpha} \left(\frac{v^2}{u^2} \right)} = 1 - \frac{u^2}{v^2} (1 - \alpha)$$

ve ceket içindeki normalize edilmiş güç de

$$P_c = \frac{P_c}{P_t} = \frac{P_{oc} \left(\frac{1}{\alpha} - 1 \right)}{\frac{P_{oc}}{\alpha} \frac{v^2}{u^2}} = \frac{u^2}{v^2} (1 - \alpha)$$

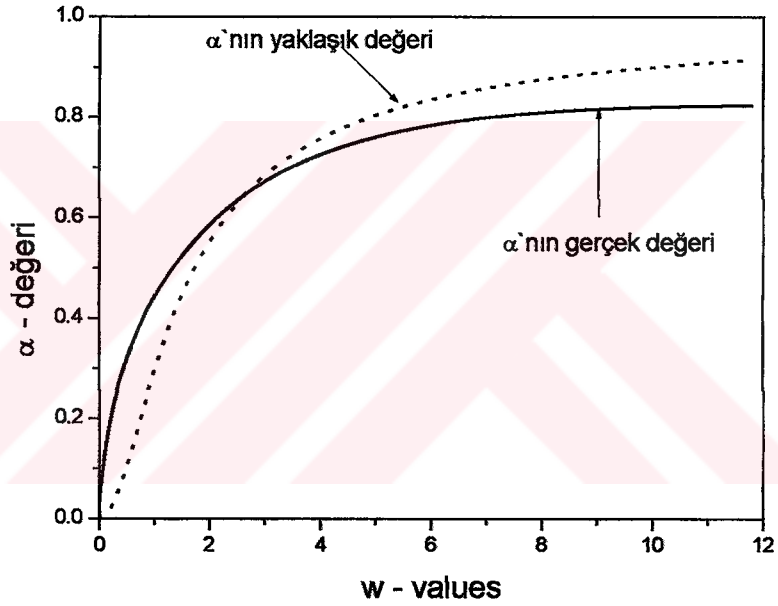
olarak verilir. Burada α aşağıdaki şekilde tanımlanan bir büyüklüktür.

$$\alpha = \frac{K_{\ell}^2(w)}{K_{\ell-1}(w) \cdot K_{\ell+1}(w)} = -\frac{w^2}{u^2} \frac{J_{\ell}^2(u)}{J_{\ell-1}(u) \cdot J_{\ell+1}(u)}$$

$K_{\ell}(w)$ fonksiyonunun büyük w ' lar için değeri $K_{\ell} \approx 1 - \frac{1}{v}$ alınabilir. Fakat genel olarak

$$K_{\ell}(w) \approx 1 - \frac{1}{(w^2 + \ell^2 + 1)^{1/2}}$$

yaklaşımı her u, v değeri için kabul edilebilir. α ' nın aldığı değerler hazırlanan bir program ile hesaplanarak davranışı da şekil (3.3.2)'de gösterilmektedir [Ek-7].



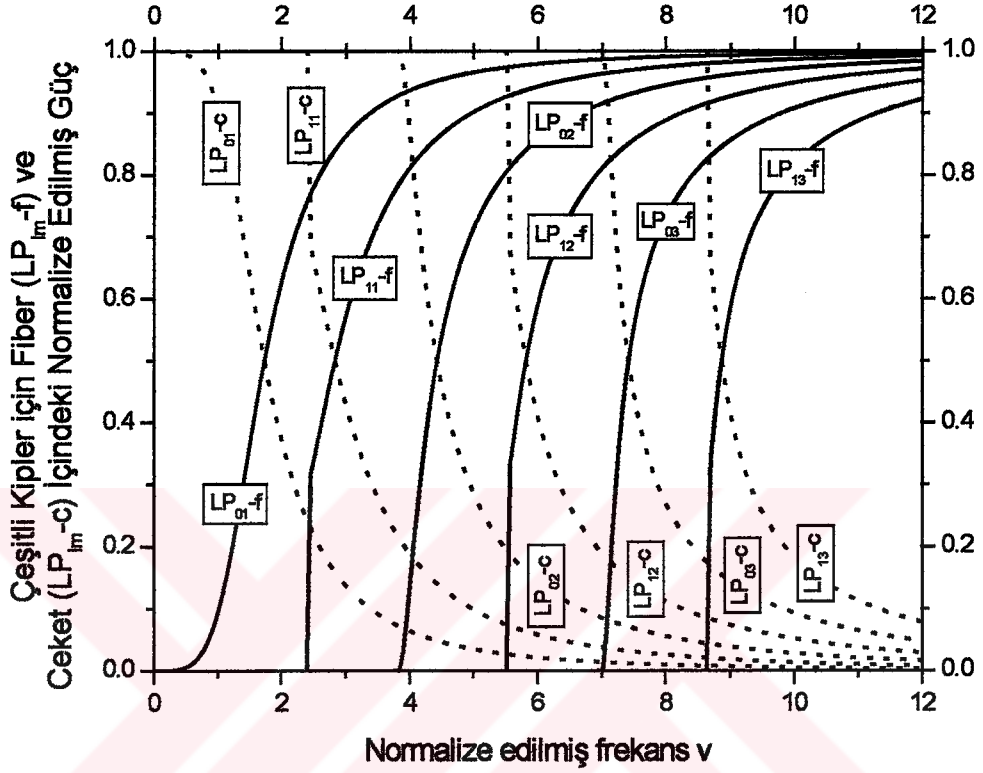
Şekil 3.3.2. Güç hesaplamasında kullanılan α , 'nin $\ell = 0$ için gerçek

değeri ($\alpha = \frac{K_{\ell}^2(w)}{K_{\ell-1}(w) \cdot K_{\ell+1}(w)}$) (————) ve yaklaşık olarak kullanılan

değeri ($\alpha = 1 - \frac{1}{(w^2 + \ell^2 + 1)^{(1/2)}}$) dan hareketle (... ..)

arasındaki ilişki.

Bu hesaplamalar sonucu normalize edilmiş v frekansına göre fiber ve ceket içinde ilerleyen güç, lineer polarize olmuş LP_{lm} kipleri için bilgisayar programı ile hesaplanmış ve grafikleri şekil (3.3.3)' te verilmiştir [Ek-8].

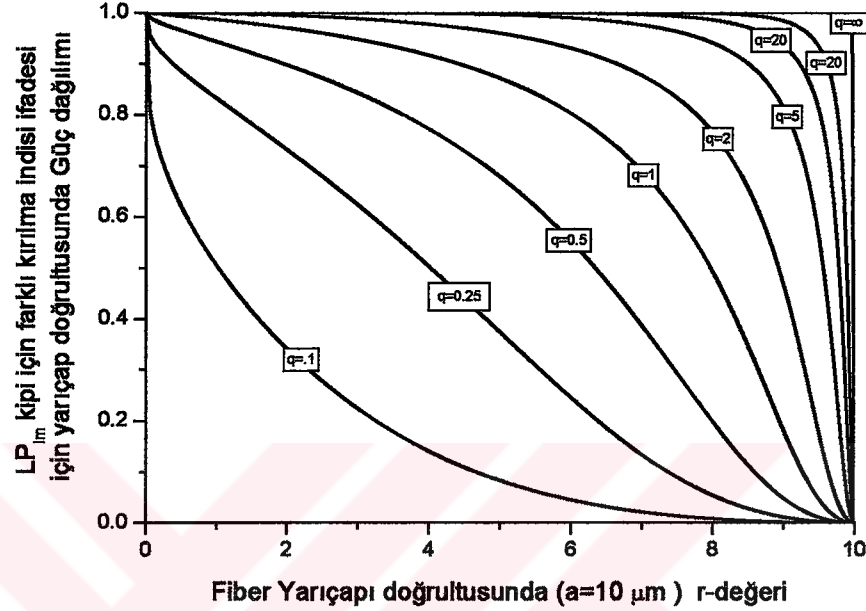


Şekil 3.3.3. Çeşitli LP_{lm} kipleri için fiber içerisinde (———— LP_{lm-f}) ve ceket içerisinde (———— LP_{lm-c}) normalize edilmiş frekansa bağlı olarak güç değişimi.

Buraya kadar olan tüm hesaplamalarda yine kırılma indis değişimi dikkate alınmamıştı. Fakat kırılma indisi yarıçapa bağlı olarak değişecek olursa normalize edilmiş frekansın da r' ye bağlı olarak değişeceğini aşağıdaki (3.2.20) denklemlerle vermiştik

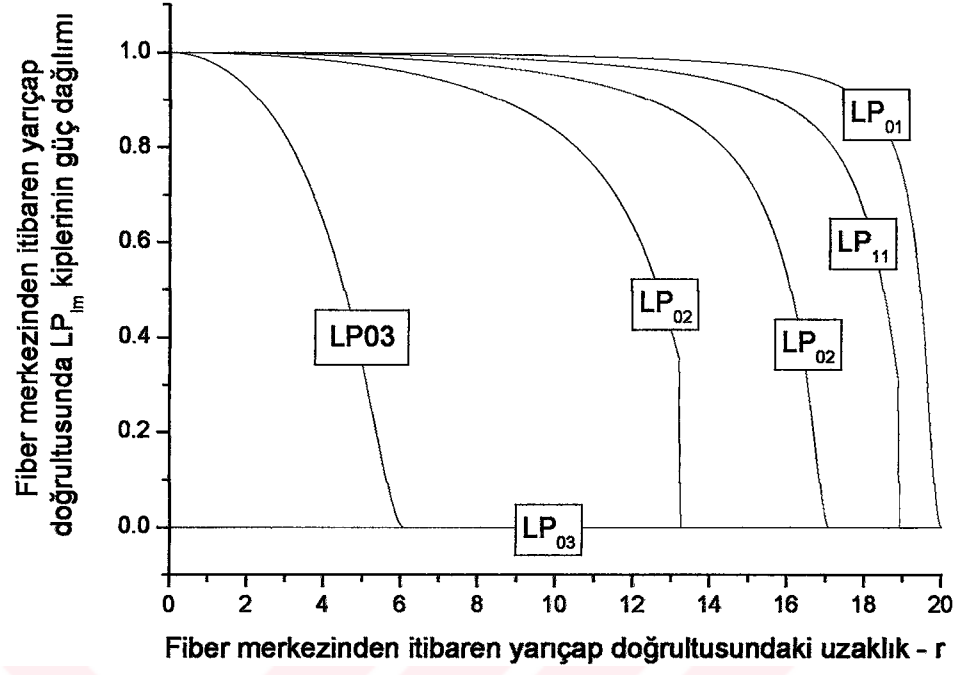
$$v = \frac{2\pi a}{\lambda} \sqrt{n_{f0}^2 \left(1 - 2\Delta \left(\frac{r}{a}\right)^q\right) - n_c^2}$$

Bu formu kullanarak farklı q değerleri için LP_{01} kipine ait güç dağılımı hazırlanan bir programla hesaplanmış ve yarıçapın fonksiyonu olarak Şekil (3.3.4)' te görüldüğü gibi çizdirilmiştir [Ek-9]. Burada $n_f = 1.452$, $n_c = 1.450$ ve $\lambda = 1.3 \mu\text{m}$ değerleri kullanılmıştır.



Şekil 3.3.4. Fiberlerde $n^2(r) = n_{f0}^2 \left[1 - 2\Delta \left(\frac{r}{a} \right)^q \right]$ kırılma indisinin farklı q değerlerinde LP_{01} kipi için yarıçapa bağlı olarak güç dağılım eğrileri.

Yukarıdaki ifadede $q = 2$ olarak alırsak, buna bağlı olarak kırılma indisinin değişimi ile yarıçap doğrultusundaki güç değişimi eğrileri bilgisayar ile yapılan hesaplamalar sonucu elde edilmiş [Ek-10] ve farklı LP_{lm} kipleri için bu güç eğrileri şekil (3.3.5)' te verilmiştir. Burada $a = 20 \mu\text{m}$, $\lambda = 1.3 \mu\text{m}$, $n_1 = 1.452$, $n_c = 1.450$ değerleri kullanılmıştır.



Şekil 3.3.5. Çeşitli LP_{ℓ_m} kiplerinin $q=2$ değerine bağlı olarak kırılma indisi değişimi için yarıçap doğrultusunda $r(\mu\text{m})$ 'ye bağlı olarak güç dağılımı.

4. TARTIŞMA ve SONUÇ

Temel olarak, Maxwell denklemlerinden başlayarak dielektrik, değişken kırılma indisli silindirik fiberler içerisinde ilerleyen kiplerin çözümü hemen hemen imkansız bulunmaktadır. Bu nedenle çalışmalarımızda fiberlerin kırılma indisinin oldukça yavaş değiştiğini kabul ettik. Bu yavaş değişim nedeni ile her katmanın kırılma indisini sabit kabul edilerek fiber yapısının, çok katmanlı iç içe geçmiş silindirlere olduğu modelini geliştirdik. Böylece hesaplamalarımızda basamak indisli fiberler için bulduğumuz çözümleri her bir katmana uygulayarak kiplerin fiber içerisindeki ilerleme sabiti β ile kipler tarafından taşınan gücü, kırılma indisi ve fiber yarıçapına bağlı olarak inceleyebildik.

Bu metotla bulunan ve çeşitli $LP_{\ell m}$ kipleri için fiber içerisindeki gücü gösteren eğriler şekil (3.3.3)' te gösterilmektedir. Bu hesaplamalar, silindirik optik dalga kılavuzlarında yapılan "Kaçak Işıklar Teorisi" (Snyder 1974) ve fiber içerisinde ilerleyen ışınların asal eksenle yaptıkları açıdan faydalanılarak yapılan güç hesapları (Snyder ve ark. 1973) ile çeşitli v -değerleri için uyum içerisinde.

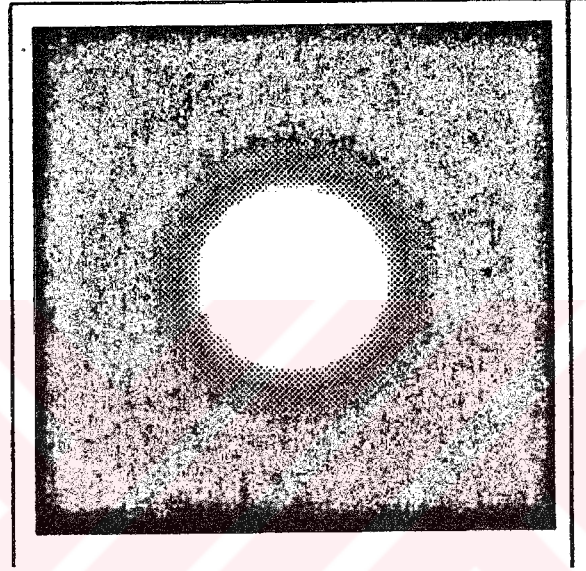
Kırılma indisinin fiber merkezinden itibaren yarıçap doğrultusunda değiştiği kabul edilerek çeşitli $LP_{\ell m}$ kipleri için normalize edilmiş güç dağılımı şekil (3.3.5)' te verilmektedir. Görüleceği gibi LP_{01} kipi hemen hemen homojen şekilde fiber içerisine yayılmış durumdadır. Bu kip için $v = 0.5$ değerinde normalize edilmiş b -ilerleme sabiti sıfırdır [şekil (3.2.2)]. Şekil (3.2.2), (3.2.4) ve (3.3.5)' in incelenmesinden elde edilen değerlerin bir tutarlılık içinde olduğu görülmektedir.

Şekil (3.3.5)' te enteresan olan eğrilerden biri LP_{03} kipinin taşıdığı güçtür. Şekilden de görüleceği gibi bu güç sıfır değerindedir. Yani verilen a , n_{f0} ve n_c değerleri için fiber içerisinde bu kip ilerleyemez ve uyarılamaz. Gerçekten şekil (3.2.2)' nin incelenmesinden görüleceği gibi yaklaşık olarak $v = 7.2$ değerinde normalize edilmiş ilerleme sabiti $b = 0$ ' dir. Yine yaklaşık olarak verilen a , n_{f0} ve n_c değerleri için $r = 0$ ' da $v = 7.3$ değerindedir ve bu kipi fiber içerisinde ilerleyebilmesi mümkün değildir. O nedenle enerji taşınması da söz konusu değildir.

Metin içerisinde şekil (3.2.2)' ten görüldüğü gibi dalganın z -doğrultusundaki ilerleme sabiti β , (şekilde normalize edilmiş ilerleme parametresi b , kullanılmıştır.)

verilen bir l değerine göre m arttıkça azalmaktadır ve genel olarak düşük lm değerli kipler fiber içerisinde enerji taşımaktadır.

Yavaş değişen kırılma indisli fiberlerde yarıçapa bağlı olarak kırılma indisi değişimine ve LP_{01} kipine ait güç dağılımı Şekil (3.2.3) ve Şekil (3.3.4)' te gösterilmektedir. Şekillerin incelenmesinden anlaşılacağı gibi basamak indisli fiberlerde yarıçapa göre güç dağılımı hemen hemen homojendir. Buna ait fiber şiddet dağılımı şekil (4.1)' te gösterilmektedir.



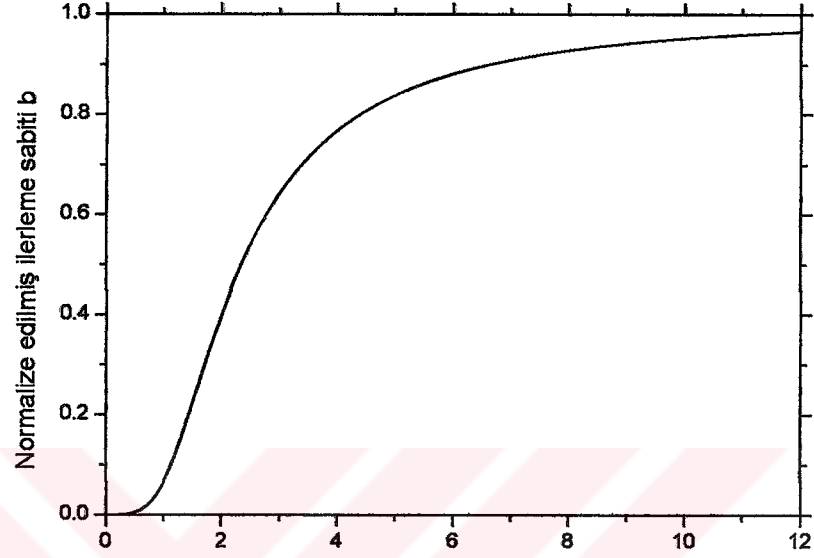
Şekil 4.1. LP_{01} kipine ait gücün basamak indisli fiber içerisinde yarıçapa bağlı olarak dağılımı (Chatak ve ark. 1994).

q' nun diğer değerlerine göre fiber içerisindeki kırılma indisinin değişimine bağlı olarak güç dağılımı da değişmekte ve küçük q değerleri için güç daha çok asal eksen civarında yoğunlaşmaktadır.

Optiksel fiberlerin içerisinde oluşturulan kiplerin ilerlemeleri oldukça karmaşıktır. İlerleyen dalganın, normalize edilmiş ilerleme sabitinin r' ye göre değişimi hazırlanan bilgisayar programı yardımı ile hesaplanmış ve şekil (4.2)' te görüldüğü gibi çizdirilmiştir [Ek-11].

Kırılma indisi cekete doğru yaklaşıldığında azaldığı için ve kırılma indisinin temel tarifi olan $n = c_0/c$ (c_0 , boşluktaki ışık hızı, c , madde içindeki ışık hızı) ifadesinden hareketle yarıçapa yakın ışınlar daha yavaş ilerlemekte ve asal eksenle büyük açı yaparak fibere giren ışınlar daha hızlı ilerlemektedir. Bu nedenle optiksel olarak

gönderilen bilgilerde dispersiyon olayı oluşmaktadır. Teorik çalışmaların çeşitli kırılma indisi profilleri için geliştirilmesi ve elde edilen teorik verilerin gelişmekte olan NSOM deneysel verileri ile uyum içerisinde olup olmadığı araştırılmalıdır.



LP_{01} kipi için normalize edilmiş ilerleme sabiti b 'nin yarıçapa göre değişimi

Şekil 4.2. Normalize edilmiş ilerleme sabiti b 'nin LP_{01} kipi için r 'ye göre değişimi.

TEŞEKKÜR

Bugün benim bu konumda olmamda ve ileriye dönük kariyer sahibi olabilmemde büyük çaba gösteren, aynı zamanda tezimde baştan sona olan tüm çalışmalarım sırasında bilgi ve tecrübelerinden yararlandığım danışman hocam Sayın Prof.Dr. Ali GÜNGÖR' e ve yine desteğini gördüğüm eşi, Sayın Günay GÜNGÖR' e sonsuz teşekkür ederim. Tezimin yürütülmesi sırasındaki kontrollerde uyarı ve tavsiyelerinden faydalandığım başta tez izleme komitesi üyelerim sayın Prof. Dr. Yüksel BEKTÖRE ve Prof. Dr. Mehmet ÇAĞLAYAN olmak üzere emeği geçen diğer hocalarım ve arkadaşlarıma ayrıca teşekkür ederim. Tezimin yazımında ve tez yürütme ile ilgili seyahatlerim sırasında bana katkıda bulunan başta Komiser Mustafa YAŞAR, Faruk EMREM, Uğur ARGUN, Polis Memuru Metin BAYIR ve Sefer BOLAT olmak üzere tüm Olay Yeri İnceleme Şube müdürlüğü personeline teşekkürü bir borç bilirim. Ayrıca tahsil hayatım boyunca benden desteklerini esirgemeyen ve lisans üstü eğitimime başlamamda büyük payı olan babam merhum İsmail BURSA ve annem Hatice BURSA ile kardeşlerime sonsuz minnettarım. Doktora çalışmalarım sırasında gösterdikleri fedakarlıklarından ötürü eşim ve oğluma da en içten dileklerle teşekkür ederim.

KAYNAKLAR

ARFKEN, G. 1970. *Mathematical Methods for Physicists*. Academic Press, p.93.

BEATTIE, C.L. 1958. Table of First 700 Zeros of Bessel Functions. *Bell Tech*, J.37, 689.

BENDOW, B., S. MÍTRA. 1979. *Fiber Optics. Research and Development*. Plenum Press, New York.

BETZIG, E., H. TRAUTMAN, T.D. WEIGNER, R.L. KOSTELAK. 1991. *Science*. 251, 1468.

CHERIN, A.H. 1983. *An Introduction to Optical Fibers*. ISBN 0-07-010703-3, USA, p.147-184.

COLLIN, R.E. 1962. *Foundations for Microwave Engineering*. Mc Graw-Hill Book CO., New York, vol 3.6.

GALLAWAY, R.L., J.E. MIDWINTER, S. SHIMADA, 1979. A Survey of World-Wide Optical Wave Guide Systems. *Topical Meeting on Optical Fiber Communication, OSA. Paper, Tu A1*.

GEITNER, P., D. KUPPERS, H. LYDTIN. 1976. *Appl. Phys. Lett.*, 28(11), 645-646.

GHATAK, A., A. SHARMA, R. TEWARI. 1994. *Fiber Optic on a PC*. New Delhi, ISBN 81-85617-26-0, p.31.

GLOGE, D. 1971. Weakly Guiding Fibers, *App. Opt.*, 10:2252.

GRADSHTEYN, I.S., I.M. RYZHIK. 1965. *Table of Integrals Series and Products*. Academic Press, New York, p.634, Eq.(5.54-2).

HECT, E. 1998. *Optics*. Adison Wesley Longman, 3rd Edition, p.47.

HEEL, A.C.S van. 1954. *Nature*, 173, 39.

HILL, K.O., A. WATANABE, J.G. CHAMBERS. 1952. *Appl. Opt. Lett.*, 11, (1972).

HICKS, J.W., R.J. POTTER. 1959. *J. Opt. Soc. Am.* 49, 507.

HOPKINS, H.H., N.S. KAPANY. 1955. *Optica Acta*. 1, 164.

JAKSON, J.D. 1962. *Classical Electrodynamics*. John Wiley&Sons, p.241.

KAPNON, F.P., D.B. KECK, R.D. MAURER. 1970. *App. Phys. Lett.*, 17, 423.

- MaC CHENNEY, J.B. 1974. A New Technigue for Preparation of Low-Loss and Graded Index Optical Fibers. Proc. IEEE, 62:1280.
- MAHLKE, G., P. Gössing. 1993. Fundamentals Cable Engineering Systems.Siemens Aktienges, Berlin, München, ISBN 3-8009-4127.9, p.27-30, p.83-89.
- MAINMAN, T.H. 1960. Nature, 187, 493.
- MARCUSE, D. 1978. J. Opt. Soc.. Am. 68, 103.
- MARCUSE, D. 1979. J. Appl. Opt.. 18, 2073.
- MILLER, S.E., A.G. CHYNOWETH. 1979. Optical Fiber Telecominications. Academic Press, New York.
- OKAMOTO, K., T. OKOSHÍ. 1978. Microwave Theory Tch.. IEE Trans, MTT-26, 109.
- OKAMOTO, K. 1979. J. Appl. Opt.. 18, 2199.
- OSTERBERG, H., E. SNÍTZER, M. POLANYÍ, R. HÍLBERG, J.W. HÍCK. 1959. J. Opt. Soc.. Am.49, 1128.
- PARTUS, F.P., M.A. SAÍFÍ. 1980. Light Guide Preform Manufacture. West-Elect. Eng.
- PENG, G.D., A. ANKIEWÍCZ. 1991. IEE Proceedings-J. 138, 33.
- RAMO, S., J.R. WHINNERY. 1965. Field and Waves in Commnication Electronics. John Wiley&Sons, New York, Sydney, P.214.
- REÍTZ, J.R., F.J. MÍLFORD. 1967. Adisson Wesley Publishing Company, 2nd Edition, p.337.
- SNYDER, A.W., D.J. MÍTCHELL. 1973. J. Opt. Soc. Am. 63, 59.
- SNYDER, A.W. 1969. Microwave Theory Tecniques. IEEE Trans, MTT-17, 1138.
- SNYDER, A.W. 1974. Appl. Phys. 4, 273.
- WALKER, K.L., G.M. HANSY, S.R. NOGEL, F.T. GEYLING. 1978. Electrochem Soc. Mtg.. Absract 137, Fiber Optics Symposium, Pittsburg.
- ZHANG, S., J. JÍN. 1996. Computation of Special function. John Wiley&Sons, New York.

EKLER

Ek-1 Bu ekte basamak indisli fiberde katsayılar determinantının çözümü olan (2.4.11) denkleminin çıkarılışı gösterilecektir.

$$\begin{vmatrix} J_\ell(ha) & 0 & -K_\ell(qa) & 0 \\ \frac{i\ell}{h^2a} J_\ell(ha) & -\frac{\omega\mu}{h\beta} J'_\ell(ha) & \frac{i\ell}{q^2a} K_\ell(qa) & -\frac{\omega\mu}{q\beta} K'_\ell(qa) \\ 0 & J_\ell(ha) & 0 & -K_\ell(qa) \\ \frac{\omega\epsilon_1}{h\beta} J'_\ell(ha) & \frac{i\ell}{h^2a} J_\ell(ha) & \frac{\omega\epsilon_2}{q\beta} K'_\ell(qa) & \frac{i\ell}{q^2a} K_\ell(qa) \end{vmatrix} = 0 \quad (E1.1)$$

Şimdi aşağıdaki tanımları yapalım.

$$\begin{aligned} A &= J_\ell(ha) & D &= K_\ell(qa) \\ B &= \frac{i\ell}{h^2a} & E &= \frac{i\ell}{q^2a} \\ C &= -\frac{\omega}{h\beta} J'_\ell(ha) & F &= \frac{\omega}{q\beta} K'_\ell(qa) \end{aligned} \quad (E1.2)$$

Buradan matris yeniden şöyle yazılır.

$$\begin{vmatrix} A & 0 & -D & 0 \\ AB & \mu C & DE & -\mu F \\ 0 & A & 0 & -D \\ -\epsilon_1 C & AB & \epsilon_2 F & DE \end{vmatrix} = 0 \quad (E1.3)$$

(E1.3) matrisinin çözümüne aşağıdaki denklemden ulaşılır.

$$A \begin{vmatrix} \mu C & DE & -\mu F \\ A & 0 & -D \\ AB & \epsilon_2 F & DE \end{vmatrix} - D \begin{vmatrix} AB & \mu C & -\mu F \\ 0 & A & -D \\ -\epsilon_1 C & AB & DE \end{vmatrix} = 0 \quad (E1.4)$$

Buradan,

$$\begin{aligned} \mu\epsilon_2 ACDF - A^2 D^2 E^2 - \mu\epsilon_2 A^2 F^2 - 2A^2 BD^2 E \\ - A^2 B^2 D^2 - \mu\epsilon_1 C^2 D^2 + \mu\epsilon_1 ACDF = 0 \end{aligned} \quad (E1.5)$$

(E1.5) eşitliğini $A^2 D^2$ ye bölersek aşağıdaki eşitliği elde ederiz.

$$\mu\epsilon_2 \frac{CF}{AD} - E^2 - \mu\epsilon_2 \frac{F^2}{D^2} - 2BE - B^2 - \mu\epsilon_1 \frac{C^2}{A^2} + \mu\epsilon_1 \frac{CF}{AD} = 0$$

Tüm harfler yerine (E1.2) eşitliklerini ve aşağıdaki bağıntıları kullanıp daha sonra elde ettiğimiz eşitliği her bileşenini $\frac{\beta^2}{a^2 k_0^2}$ ile çarpıp düzenlersek (2.4.11) denklemini elde ederiz.

$$\begin{aligned} \epsilon_1 &= \epsilon_0 n_1^2 & \epsilon_2 &= \epsilon_0 n_2^2 \\ k_1^2 &= \omega^2 \mu \epsilon_1 & k_2^2 &= \omega^2 \mu \epsilon_2 \\ n_1^2 k_0^2 &= \omega^2 \mu \epsilon_1 & n_2^2 k_0^2 &= \omega^2 \mu \epsilon_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left[\frac{J'_\ell(ha)}{ha J_\ell(ha)} + \frac{K'_\ell(qa)}{qa K_\ell(qa)} \right] \left[\frac{n_1^2 J'_\ell(ha)}{ha J_\ell(ha)} + \frac{n_2^2 K'_\ell(qa)}{qa K_\ell(qa)} \right] = \\ \ell^2 \left[\left(\frac{1}{qa} \right)^2 + \left(\frac{1}{ha} \right)^2 \right]^2 \left(\frac{\beta}{k_0} \right)^2 \end{aligned} \quad (2.4.11)$$

Ek-2 Bu program $J_0(x)$ ve $J_1(x)$ bessel fonksiyonlarının grafiklerini çizmek için gerekli sayısal değerleri hesaplar. Formülü George ARFKEN sayfa 479 bölüm 11'den alınmıştır ve aşağıda seri tarif şeklinde verilmektedir.

```
#include <stdio.h>
#include <stdio.h>
#include <iostream.h>
#include <iomanip.h>
#include <math.h>
#define FILENAME "BesselGrafik .xls"

main()
{
    FILE *BesselGrafik ;

    int i,s,N;
    double sfac0,sfac1,sfac2,sfs0,sfs1,a;
    double x,x1,c0,d0,J0,c1,d1,J1;
    N=200;
    BesselGrafik =fopen(FILENAME,"w");

    // fprintf(BesselGrafik ," delta=%12.8f\n", delta);
    // fprintf(BesselGrafik ," r,          nr\n");

    // Bessel Fonksiyonunun seri tarifi
    //  $J_n = \text{Toplam}(s=0 \rightarrow s=\infty) [(-1)^s / s!(n+s)!] (x/2)^{n+2s}$ 

    for(i=0; i<=N; i++)
    {
        J0=0;
        J1 =0;
        sfac0=1;
        sfac1=1;
        sfac2=1;
        x1= 10.00/N;
        x = i*x1;
        for(s=0; s<=100; s++)
        {
            a=pow(-1,s);
            sfac0=sfac0*s;
            sfac1=sfac1*s;
            if(s==0) sfac0=1;
            sfs0=sfac0*sfac0;
            if(s==0) sfac1=1;
            sfac2=sfac2*(1+s);
            sfs1=sfac1*sfac2;
            c0=a/sfs0;
```

```

    d0=pow((x/2),(2*s));
    c1=a/sfs1;
    d1=pow((x/2),(1+2*s));
//    printf(" %12.8f\n",x);
//    printf(" %d %d \n",s,sfac);
    J0= J0 + c0*d0;
    J1 = J1 + c1*d1;
//    printf(" %12.8f\n",J0);
//    fprintf(BesselGrafik , "%g %12.8g \n",x,J0);
    }

//    fprintf(BesselGrafik , " %g \n",x);
//    fprintf(BesselGrafik , " %g \n",J0);
    fprintf(BesselGrafik , " %g \n",J1);
}
fclose(BesselGrafik );

return 0;
}
```



EK-3 Silindirik fiberlerde LP_{lm} kipleri için ilerleme sabitini hesaplayan program

```

#include <stdio.h>
#include <stdio.h>
#include <iostream.h>
#include <iomanip.h>
#include <math.h>
#define FILENAME "bilerSabiti.xls"

main()
{
    FILE *bilerSabiti;

    int i, l, m, N;
    double nco, ncl, delta, b, nco2, ncl2, v, u, kok2, u1, u2, v1;
    double uc, s, sucv;
    printf(" LP nin l and m degerini gir ---->");
    scanf("%d %d", &l, &m);
    printf(" LP nin gerekli uc kokunu gir ---->");
    scanf("%lf", &uc);
    printf("uc = %12.8f\n", uc);
//    l = 1;
    nco = 1.452;
    ncl = 1.45;
    nco2 = nco*nco;
    ncl2 = ncl*ncl;
    delta = (nco2 - ncl2)/(2*nco2);
    N=100;
    bilerSabiti=fopen(FILENAME,"w");

// Şimdi Normalize edilmiş İlerleme Sabitinin hesaplamasını yaptıracağız

    kok2= sqrt(2);
    if(l==0 && m ==1)
    {
        for(i=1; i<=N; i++)
        {
            v1 = 12.00/N;
            v = i*v1;
            u1 = (1 + kok2)*v;
            u2 = (1 + pow((4 + pow(v,4)),0.25));
            u = u1/u2;
            b = 1 - (u * u)/(v * v);
            if(b<0) b=0;
            fprintf(bilerSabiti," %12.8f\n",b);
//            fprintf(bilerSabiti," %12.8f\n",v);
        }
    }
}

```

```
if(m != 0)
{
    for(i=1; i<=N; i++)
    {
        v1 = 12.00/N;
        v = i*v1;
        if(v>=2) s = sqrt(uc*uc-1*1-1);
        sucv= (asin(s/uc)-asin(s/v))/s;
        u = uc*exp(sucv);
        b = 1 - (u * u)/(v * v);
        if(v<2) b=0;
        if(b<0) b=0;
        fprintf(bllerSabiti, " %12.8f\n", b);
    }
}

fclose(bllerSabiti);

return 0;
}
```

Ek-4 Değişken kırılma indisli fiberlerde farklı q değerleri için kırılma indis grafiğini çizim için gerekli hesaplamaları yapan program.

```

#include <stdio.h>
#include <stdio.h>
#include <iostream.h>
#include <iomanip.h>
#include <math.h>
#define FILENAME "Index.xls"

main()
{
    FILE *Index;

    int i, N, M;
    double nco,ncl, delta,a,b,nr,nr2,nco2,ncl2,r,q;
    nco = 1.452;

    ncl = 1.45;
    nco2 = nco*nco;
    ncl2 = ncl*ncl;
    delta = (nco2 - ncl2)/(2*nco2);
    N=100, M=40;
    a=5;
    b=7;
    Index=fopen(FILENAME,"w");

    // fprintf(Index," delta=%12.8f\n", delta);
    // fprintf(Index," r,          nr\n");
    q=0.25;

    if(r<=a)
    {
        for(i=0; i<=N; i++)
        {
            r = i*(a/N);
            nr2= nco2*(1-2*delta*pow(r/a,q));
            nr= sqrt(nr2);
            // fprintf(Index," %12.8f\n",r);
            // fprintf(Index," %12.8f\n",nr);
        }
    }

    r=5.001;
    if(r>5)
    {
        for(i=1; i<=M; i++)
        {

```

```

r=a+i*((b-a)/M);
nr= nco*sqrt(1-2*delta);
//      fprintf(Index, "%12.8f\n",r);
//      fprintf(Index, "%12.8f\n",nr);
    }
}
for(i=0; i<=(N+M); i++)
{
    nr=nco*sqrt(1-2*delta);
    fprintf(Index, "%12.8f\n",nr);
}
fclose(Index);

return 0;
}
```



Ek-5 Değişken kırılma indisli fiberlerde yarıçapa bağlı olarak normalize edilmiş v frekansının değişimini hesaplayan program

```
#include <stdio.h>
#include <stdio.h>
#include <iostream.h>
#include <iomanip.h>
#include <math.h>
#define FILENAME "Fiberguc.xls"

main()
{
    FILE *Fiberguc;

    int i, l,m,N;
    double a,FiberGuc,FiberGuc0,CeketGuc,u,v,w,c1,c2,c3,c4,c5,c6,c7,c8,n1,n2;
    double q,lamda, delta,r,r1;
    double uc,s,sucv,alfa,v2,u2,u12,u21,kare,payda,kok2,uv;

    l=0; // Farklı LP kipleri için lve m değerlerini gir!.....
    m=2;
    uc =3.8317; //Farklı LP kipleri için kesme değeri uc değerini gir!.....

    Fiberguc=fopen(FILENAME,"w");

    a=20; // Fiberin yarıçapı
    n1=1.452; // r=0 da fiberin kırılma indisi
    n2=1.450; // Ceketin kırılma indisi
    lamda=1.3; // boşlukta laser ışığı dalga boyu
    c1=(2*3.141592654*a)/lamda;
    c2=n1*n1;
    c3=n2*n2;
    delta=(c2-c3)/(2*c2);
    c4=2*delta;
    q=2; // kırılma indisi profili için üstsel kuvvet

    N = 500;

    printf("l= %d m=%d uc=%g q=%g\n",l,m,uc,q);

    for(i=0; i<=N; i++)
    {
        r1 = a/N;
        r = i*r1;
        c5=r/a;
        c6=pow(c5,q);
```

```

c7=1-c4*c6;
c8= sqrt(c2*c7-c3);
v=c1*c8;

if(l==0 && m>1)
{
    s = sqrt(uc*uc-l*1-1);
    sucv= (asin(s/uc)-asin(s/v))/s;
    u = uc*exp(sucv);
    printf("l=0 and m>1");
}

if(l>0&&m>=1)
{
    s = sqrt(uc*uc-l*1-1);
    sucv= (asin(s/uc)-asin(s/v))/s;
    u = uc*exp(sucv);
    printf("l>0 and m=1");
}

if(l==0&&m==1)
{
    kok2= sqrt(2);
    u12 = (1 + kok2)*v;
    u21 = (1 + pow((4 + pow(v,4)),0.25));
    u = u12/u21;
    printf("l=0 and m=1");
}

v2 = v*v;
u2 = u*u;
uv = u2/v2;
w = sqrt(v2-u*u);
kare = _j0(w)*_j0(w); // Bessel fonksiyonu değerini

payda = -( _j1(w)*_j1(w)); // Bessel fonksiyonu değerini

alfa = (1-v2/u2)*(kare/payda);
alfa = 1 - (1/sqrt(w*w+l*1+1));
if(alfa<0) alfa = 0;
FiberGuc = 1-(u2/v2)*(1-alfa);
if(r==0) FiberGuc0=FiberGuc;
FiberGuc=FiberGuc/FiberGuc0;
if(FiberGuc<0) FiberGuc=0;
if(v<uc) FiberGuc=0;
CeketGuc=1-FiberGuc;
// fprintf(Fiberguc, "%g \n",r);
// fprintf(Fiberguc, " %g \n",FiberGuc);

```

```
//          fprintf(Fiberguc," %g \n",CeketGuc);  
          fprintf(Fiberguc," %g \n",v);  
        }  
        fclose(Fiberguc);  
  
    return 0;  
}
```



Ek 6: $r < a$ ve $r > a$ bölgeleri için güç formülünün çıkarılışı

Fiberde z- doğrultusunda ilerleyen güç aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$S_z = \frac{1}{2} \text{Re} [E_r \cdot H_\phi^* - E_\phi \cdot H_r^*]$$

* $r < a$ (çekirdek(core)) için

$$E_r \cdot H_\phi^* = -\frac{i\beta}{h^2} \left[AhJ_\ell'(hr) + \frac{i\omega\mu\ell}{\beta r} BJ_\ell(hr) \right] e^{i(\omega t + \ell\phi - \beta z)}$$

$$\cdot \frac{i\beta}{h^2} \left[-\frac{i\ell}{r} B^* J_\ell(hr) + \frac{\omega\varepsilon_1 h}{\beta} A^* J_\ell'(hr) \right] e^{-i(\omega t + \ell\phi - \beta z)}$$

$$= \frac{\beta^2}{h^4} \left[-\frac{i\ell h}{r} AB^* J_\ell'(hr) J_\ell(hr) + \frac{\omega\varepsilon_1 h^2}{\beta} A^2 J_\ell'^2(hr) \right]$$

$$+ \frac{\omega\mu\ell^2}{\beta r^2} B^2 J_\ell^2(hr) + \frac{i\omega^2\mu\varepsilon_1\ell h}{\beta^2 r} A^* BJ_\ell'(hr) J_\ell(hr)$$

$$E_\phi \cdot H_r^* = -\frac{i\beta}{h^2} \left[\frac{i\ell}{r} AJ_\ell(hr) - \frac{\omega\mu h}{\beta} BJ_\ell'(hr) \right] e^{i(\omega t + \ell\phi - \beta z)}$$

$$\cdot \frac{i\beta}{h^2} \left[B^* h J_\ell'(hr) + \frac{i\omega\varepsilon_1\ell}{\beta r} A^* J_\ell(hr) \right] e^{-i(\omega t + \ell\phi - \beta z)}$$

$$= \frac{\beta^2}{h^4} \left[\frac{i\ell h}{r} AB^* J_\ell(hr) J_\ell'(hr) - \frac{\omega\varepsilon_1\ell^2}{\beta r^2} A^2 J_\ell^2(hr) \right]$$

$$- \frac{\omega\mu h^2}{\beta} B^2 J_\ell'^2(hr) - \frac{i\omega^2\mu\varepsilon_1\ell h}{\beta^2 r} A^* BJ_\ell(hr) J_\ell'(hr)$$

ise z-doğrultusunda ilerleyen güç S_z , yukarıdaki tanımdan hareketle aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned}
S_z = & \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \frac{\beta^2}{h^4} \left[\frac{i\ell h}{r} AB^* J_\ell(hr) J_\ell'(hr) + \frac{\omega \epsilon_1 h^2}{\beta} A^2 J_\ell'^2(hr) \right. \right. \\
& + \frac{\omega \mu \ell^2}{\beta r^2} B^2 J_\ell^2(hr) + \frac{i\omega^2 \mu \epsilon_1 \ell h}{\beta^2 r} A^* B J_\ell(hr) J_\ell'(hr) \\
& - \frac{i\ell h}{r} AB^* J_\ell(hr) J_\ell'(hr) + \frac{\omega \epsilon_1 \ell^2}{\beta r^2} A^2 J_\ell^2(hr) \\
& \left. \left. + \frac{\omega \mu h^2}{\beta} B^2 J_\ell'^2(hr) + \frac{i\omega^2 \mu \epsilon_1 \ell h}{\beta^2 r} A^* B J_\ell(hr) J_\ell'(hr) \right] \right\}
\end{aligned}$$

bu ifade düzenlenirse

$$\begin{aligned}
S_z = & \frac{1}{2} \left\{ \frac{\beta^2}{h^4} \left[\frac{\omega \epsilon_1}{\beta} |A|^2 (h^2 J_\ell'^2(hr) + \frac{\ell^2}{r^2} J_\ell^2(hr)) \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{\omega \mu}{\beta} |B|^2 (h^2 J_\ell'^2(hr) + \frac{\ell^2}{r^2} J_\ell^2(hr)) \right] \right\}
\end{aligned}$$

şeklini alır. Aynı hesaplama çeket(cladding) içinde yapılabilir.

$r > a$ (çeket(cladding)) için,

$$\begin{aligned}
E_r \cdot H_\phi^* = & \frac{i\beta}{q^2} \left[qCK_\ell'(qr) + \frac{i\omega \mu \ell}{\beta r} DK_\ell(qr) \right] e^{i(\omega t + \ell \phi - \beta z)} \\
& - \frac{i\beta}{q^2} \left[\frac{i\ell}{r} D^* K_\ell(qr) + \frac{\omega \epsilon_2 q}{\beta} C^* K_\ell'(qr) \right] e^{-i(\omega t + \ell \phi - \beta z)} \\
= & \frac{\beta^2}{q^4} \left[\frac{i\ell q}{r} CD^* K_\ell(qr) K_\ell'(qr) + \frac{\omega \epsilon_2 q^2}{\beta} C^2 K_\ell'^2(qr) \right. \\
& \left. + \frac{\omega \mu \ell^2}{\beta r^2} D^2 K_\ell^2(qr) + \frac{i\omega^2 \mu \epsilon_2 \ell q}{\beta^2 r} C^* DK_\ell(qr) K_\ell'(qr) \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_\phi \cdot H_r^* &= \frac{i\beta}{q^2} \left[\frac{i\ell}{r} CK_\ell(qr) - \frac{\omega\mu q}{\beta} DK_\ell'(qr) \right] e^{i(\omega t + \ell\phi - \beta z)} \\
&\quad - \frac{i\beta}{q^2} \left[qD^*K_\ell'(qr) + \frac{i\omega\varepsilon_2\ell}{\beta r} C^*K_\ell(qr) \right] e^{-i(\omega t + \ell\phi - \beta z)} \\
&= \frac{\beta^2}{q^4} \left[\frac{i\ell q}{r} CD^*K_\ell(qr)K_\ell'(qr) - \frac{\omega\varepsilon_2\ell^2}{\beta r^2} C^2K_\ell^2(qr) \right. \\
&\quad \left. - \frac{\omega\mu q^2}{\beta} D^2K_\ell'^2(qr) - \frac{i\omega^2\mu\varepsilon_2\ell q}{\beta^2 r} C^*DK_\ell(qr)K_\ell'(qr) \right]
\end{aligned}$$

ise güç,

$$\begin{aligned}
S_z &= \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \frac{\beta^2}{q^4} \left[-\frac{i\ell q}{r} CD^*K_\ell(qr)K_\ell'(qr) + \frac{\omega\varepsilon_2 q^2}{\beta} C^2K_\ell'^2(qr) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{\omega\mu\ell^2}{\beta r^2} D^2K_\ell^2(qr) + \frac{i\omega^2\mu\varepsilon_2\ell q}{\beta^2 r} C^*DK_\ell(qr)K_\ell'(qr) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \frac{i\ell q}{r} CD^*K_\ell(qr)K_\ell'(qr) + \frac{\omega\varepsilon_2\ell^2}{\beta r^2} C^2K_\ell^2(qr) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{\omega\mu q^2}{\beta} D^2K_\ell'^2(qr) + \frac{i\omega^2\mu\varepsilon_2\ell q}{\beta^2 r} C^*DK_\ell(qr)K_\ell'(qr) \right] \right\}
\end{aligned}$$

ifadelerinden sonra düzenlenirse,

$$\begin{aligned}
S_z &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\beta^2}{q^4} \left[\frac{\omega\varepsilon_2}{\beta} |C|^2 (q^2K_\ell'^2(qr) + \frac{\ell^2}{r^2} K_\ell^2(qr)) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{\omega\mu}{\beta} |D|^2 (q^2K_\ell'^2(qr) + \frac{\ell^2}{r^2} K_\ell^2(qr)) \right] \right\}
\end{aligned}$$

olarak bulunur.

Ek-7 Silindirik fiberlerde ilerleyen kiplere ait güç ifadesinde yer alan α 'nın gerçek ve yaklaşık değerlerinin karşılaştırılması için gereken hesaplamayı yapan program.

```
#include <stdio.h>
#include <stdio.h>
#include <iostream.h>
#include <iomanip.h>
#include <math.h>
#define FILENAME "AlfaInceleme.xls"

main()
{
    FILE *AlfaInceleme;

    int i, N;
    int n=2;
    double a,AlfaInceleme,u,v,w;
    double l,uc,s,sucv,alfa,alfa1,v1,v2,u2,u12,u21,kare,payda,kok2,uv;
    l = 1;
    uc = 2.4048;
    AlfaInceleme=fopen(FILENAME,"w");

    a= 10;
    N = 200;
    for(i=0; i<=N; i++)
    {
        v1 = 12.00/N;
        v = i*v1;
        if(l>0)
        {
            s = sqrt(uc*uc-l*l-1);
            sucv= (asin(s/uc)-asin(s/v))/s;
            u = uc*exp(sucv);
            if(u<0) u=0;
        }
        if(l==0)
        {
            kok2= sqrt(2);
            u12 = (1 + kok2)*v;
            u21 = (1 + pow((4 + pow(v,4)),0.25));
            u = u12/u21;
            if(u<0) u=0;
        }

        v2 = v*v;
        u2 = u*u;
        uv = u2/v2;
    }
}
```

```

w = sqrt(v2-u2);
// w = sqrt(v2-uc*uc);
kare = _j1(u)*_j1(u); // 1 değerini gir!.....
payda = (_j0(u))*(_jn(2,u)); // 1 değerini GIR!..
alfa = (1-v2/u2)*(kare/payda);
alfa1=1-1/sqrt(w*w+2);
// alfa = 1 - sqrt(1/(w*w+1*1+1));
if(alfa<0) alfa = 0;
// Alfainceleme = 1-(u2/v2)*(1-alfa);
// if(Alfainceleme<0) Alfainceleme=0;
// fprintf(Alfainceleme," %g \n",v);
// fprintf(Alfainceleme," %g \n",Alfainceleme);
// fprintf(AlfaInceleme," %g \n",alfa);
// fprintf(AlfaInceleme," %g \n",alfa1);
// fprintf(AlfaInceleme," %g \n",w);
// printf(" %d      %g \n",i,alfa);
}

fclose(AlfaInceleme);

return 0;
}

```


Ek-8 Silindirik fiberlerde ilerleyen $LP_{\ell m}$ kiplerine ait güç hesabı ile ilgili program.

```

#include <stdio.h>
#include <stdio.h>
#include <iostream.h>
#include <iomanip.h>
#include <math.h>
#define FILENAME "Fiberguc.xls"

main()
{
    FILE *Fiberguc;

    int i, l,m,N;
    double a,FiberGuc,CeketGuc,u,v,w;
    double uc,s,sucv,alfa,v1,v2,u2,u12,u21,kare,payda,kok2,uv;

    // Farklı LP kiplri için dalganın ileleyememe kesme koşulu
    // LP01 için kesme değeri uc=0.0;
    // LP02 için kesme değeri uc=3.8317;
    // LP03 için kesme değeri uc=7.0156;
    // LP11 için kesme değeri uc=2.4048;
    // LP12 için kesme değeri uc=5.5201;
    // LP13 için kesme değeri uc=8.6537;

    l=1; // Farklı LP kipleri için lve m değerlerini gir!.....
    m=3;
    uc = 8.6537; //Farklı LP kipleri için kesme değeri uc değerini gir!.....

    Fiberguc=fopen(FILENAME, "w");

    N = 200;

    printf("l= %d m=%d uc=%g\n",l,m,uc);

    for(i=0; i<=N; i++)
    {
        v1 = 12.00/N;
        v = i*v1;

        if(l==0 && m>1)
        {
            s = sqrt(uc*uc-l*l-1);
            sucv= (asin(s/uc)-asin(s/v))/s;
            u = uc*exp(sucv);
        }
    }
}

```

```

if(l>0&& m>=1)
{
    s = sqrt(uc*uc-1*1-1);
    sucv= (asin(s/uc)-asin(s/v))/s;
    u = uc*exp(sucv);
}

if(l==0&& m==1)
{
    kok2= sqrt(2);
    u12 = (1 + kok2)*v;
    u21 = (1 + pow((4 + pow(v,4)),0.25));
    u = u12/u21;
}

v2 = v*v;
u2 = u*u;
uv = u2/v2;
w = sqrt(v2-u*u);
// kare = _j0(w)*_j0(w); // Bessel fonksiyonu değerini GİR!....
// payda = -(_j1(w)*_j1(w)); // Bessel fonksiyonu değerini GİR!...
// alfa = (1-v2/u2)*(kare/payda);
// alfa = 1 - (1/sqrt(w*w+1*1+1));
// if(alfa<0) alfa = 0;
// FiberGuc = 1-(u2/v2)*(1-alfa);
// if(FiberGuc<0) FiberGuc=0;
// if(v<uc) FiberGuc=0;
// CeketGuc=1-FiberGuc;
// fprintf(Fiberguc, " %g \n", v);
// fprintf(Fiberguc, " %g \n", FiberGuc);
// fprintf(Fiberguc, " %g \n", CeketGuc);
// fprintf(Fiberguc, " %g \n", alfa);
}

fclose(Fiberguc);

return 0;
}

```

EK-9 Silindirik fiberlerde ilerleyen kiplere ait farklı q değerleri için güç hesabı ile ilgili program.

```

#include <stdio.h>
#include <stdio.h>
#include <iostream.h>
#include <iomanip.h>
#include <math.h>
#define FILENAME "Fiberguc.xls"

main()
{
    FILE *Fiberguc;

    int i, l,m,N;
    double a,FiberGuc,FiberGuc0,CeketGuc,u,v,w,c1,c2,c3,c4,c5,c6,c7,c8,n1,n2;
    double q,lamda, delta,r,r1;
    double uc,s,sucv,alfa,v2,u2,u12,u21,kare,payda,kok2,uv;

    l=0; // Farklı LP kipleri için lve m değerlerini gir!.....
    m=2;
    uc =3.8317; //Farklı LP kipleri için kesme değeri uc değerini gir!.....

    Fiberguc=fopen(FILENAME,"w");

    a=20; // Fiberin yarıçapı
    n1=1.452; // r=0 da fiberin kırılma indisi
    n2=1.450; // Ceketin kırılma indisi
    lamda=1.3; // boşlukta laser ışığı dalga boyu
    c1=(2*3.141592654*a)/lamda;
    c2=n1*n1;
    c3=n2*n2;
    delta=(c2-c3)/(2*c2);
    c4=2*delta;
    q=2; // kırılma indisi profili için üstsel kuvvet

    N = 500;

    printf("l= %d m=%d uc=%g q=%g\n",l,m,uc,q);

    for(i=0; i<=N; i++)
    {
        r1 = a/N;
        r = i*r1;
        c5=r/a;
        c6=pow(c5,q);
    }
}

```

```

c7=1-c4*c6;
c8= sqrt(c2*c7-c3);
v=c1*c8;

if(l==0 && m>1)
{
    s = sqrt(uc*uc-l*l-1);
    sucv= (asin(s/uc)-asin(s/v))/s;
    u = uc*exp(sucv);
    printf("l=0 and m>1");
}

if(l>0&&m>=1)
{
    s = sqrt(uc*uc-l*l-1);
    sucv= (asin(s/uc)-asin(s/v))/s;
    u = uc*exp(sucv);
    printf("l>0 and m=1");
}

if(l==0&&m==1)
{
    kok2= sqrt(2);
    u12 = (1 + kok2)*v;
    u21 = (1 + pow((4 + pow(v,4)),0.25));
    u = u12/u21;
    printf("l=0 and m=1");
}

v2 = v*v;
u2 = u*u;
uv = u2/v2;
w = sqrt(v2-u*u);
kare = _j0(w)*_j0(w); // Bessel fonksiyonu degerini

payda = -(_j1(w)*_j1(w)); // Bessel fonksiyonu degerini

alfa = (1-v2/u2)*(kare/payda);
alfa = 1 - (1/sqrt(w*w+l*l+1));
if(alfa<0) alfa = 0;
FiberGuc = 1-(u2/v2)*(1-alfa);
if(r==0) FiberGuc0=FiberGuc;
FiberGuc=FiberGuc/FiberGuc0;
if(FiberGuc<0) FiberGuc=0;
if(v<uc) FiberGuc=0;
CeketGuc=1-FiberGuc;
fprintf(Fiberguc,"%g \n",r);
printf(Fiberguc," %g \n",FiberGuc);

```

```
//          fprintf(Fiberguc," %g \n",CeketGuc);  
//          fprintf(Fiberguc," %g \n",u);  
          }  
          fclose(Fiberguc);  
  
      return 0;  
}
```



Ek-10 Silindirik fiberlerde ilerleyen kiplere ait güç hesabı ile ilgili program. Kırılma indisinin yarıçap doğrultusundaki değişimine göre teorik olarak bulunan güç ifadesinin hesaplamalarında kullanılmıştır.

```
#include <stdio.h>
#include <stdio.h>
#include <iostream.h>
#include <iomanip.h>
#include <math.h>
#define FILENAME "Fiberguc.xls"

main()
{
    FILE *Fiberguc;

    int i, l,m,N;
    double a,FiberGuc,FiberGuc0,CeketGuc,u,v,w,c1,c2,c3,c4,c5,c6,c7,c8,n1,n2;
    double q,lamda, delta,r,r1;
    double uc,s,sucv,alfa,v2,u2,u12,u21,kare,payda,kok2,uv;

    l=1; // Farklı LP kipleri için lve m değerlerini gir!.....
    m=3;
    uc =8.6537 //Farklı LP kipleri için kesme değeri uc değerini gir!.....

    Fiberguc=fopen(FILENAME,"w");

    a=20; // Fiberin yarıçapı
    n1=1.452; //r=0 da fiberin kırılma indisi
    n2=1.450; // Ceketin kırılma indisi
    lamda=1.3; // boşlukta laser ışığı dalga boyu
    c1=(2*3.141592654*a)/lamda;
    c2=n1*n1;
    c3=n2*n2;
    delta=(c2-c3)/(2*c2);
    c4=2*delta;
    q=2; // kırılma indisi profili için üstsel kuvvet
    N = 500;
    printf("l= %d m=%d uc=%g q=%g\n",l,m,uc,q);

    for(i=0; i<=N; i++)
    {
        r1 = a/N;
        r = i*r1;
        c5=r/a;
        c6=pow(c5,q);
        c7=1-c4*c6;
        c8= sqrt(c2*c7-c3);
        v=c1*c8;
    }
}
```

```

if(l==0 && m>1)
{
    s = sqrt(uc*uc-l*l-1);
    sucv= (asin(s/uc)-asin(s/v))/s;
    u = uc*exp(sucv);
    printf("l=0 and m>1");
}

if(l>0&&m>=1)
{
    s = sqrt(uc*uc-l*l-1);
    sucv= (asin(s/uc)-asin(s/v))/s;
    u = uc*exp(sucv);
    printf("l>0 and m=1");
}

if(l==0&&m==1)
{
    kok2= sqrt(2);
    u12 = (1 + kok2)*v;
    u21 = (1 + pow((4 + pow(v,4)),0.25));
    u = u12/u21;
    printf("l=0 and m=1");
}

v2 = v*v;
u2 = u*u;
uv = u2/v2;
w = sqrt(v2-u*u);
// kare = _j0(w)*_j0(w); // Bessel fonksiyonu değerini GİR!.....
// payda = -(_j1(w)*_j1(w)); // Bessel fonksiyonu değerini GİR!...
// alfa = (1-v2/u2)*(kare/payda);
alfa = 1 - (1/sqrt(w*w+l*l+1));
if(alfa<0) alfa = 0;
FiberGuc = 1-(u2/v2)*(1-alfa);
if(r==0) FiberGuc0=FiberGuc;
FiberGuc=FiberGuc/FiberGuc0;
if(FiberGuc<0) FiberGuc=0;
if(v<uc) FiberGuc=0;
CeketGuc=1-FiberGuc;
// fprintf(Fiberguc, "%g \n",r);
// fprintf(Fiberguc, " %g \n",FiberGuc);
// fprintf(Fiberguc, " %g \n",CeketGuc);
// fprintf(Fiberguc, " %g \n", alfa);
}

fclose(Fiberguc);

return 0;
}

```

Ek-11 Silindirik fiberlerde $\ell = 0$ için ilerleme sabitinin yarıçapa göre değişimini hesaplayan program

```
#include <stdio.h>
#include <stdio.h>
#include <iostream.h>
#include <iomanip.h>
#include <math.h>
#define FILENAME "IlerSabiti.xls"

main()
{
    FILE *IlerSabiti;

    int i, N, M;
    double nco,ncl, delta,a,b,nr,nr2,nco2,ncl2,v,u,kok2,u1,u2,u02,v1;
    double l,uc,s,suc,sv,sucv;
    l = 0;
    uc = 0;
    nco = 1.452;
    ncl = 1.45;
    nco2 = nco*nco;
    ncl2 = ncl*ncl;
    delta = (nco2 - ncl2)/(2*nco2);
    a = 12;
    N=100;
    IlerSabiti=fopen(FILENAME,"w");

//    fprintf(IlerSabiti," delta=%12.8f\n", delta);
//    fprintf(IlerSabiti," r,          nr\n");

// Şimdi Normalize edilmiş İlerleme Sabitinin hesaplamasını yaptıracağız

    for(i=1; i<=N; i++)
    {
        r=i*(a/N)
        v1 = 12.00/N;
        v = i*v1;
        if(v>3)      s = sqrt(uc*uc-l*1-1);
        sucv= (asin(s/uc)-asin(s/v))/s;
        u = uc*exp(sucv);
        b = 1 - (u * u)/(v * v);
        if(v<3) b=0;
        if(b<0) b=0;
//        printf(" %d %12.8f %12.8f%12.8f\n",i,u,v,b);
//        nr2= nco2*(1-2*delta*pow(r/a,q));
//        nr= sqrt(nr2);
    }
}
```



```
//          fprintf(IlerSabiti," %12.8f\n",v);  
          fprintf(IlerSabiti," %12.8f\n",b);  
      }  
      fclose(IlerSabiti);  
  
      return 0;  
}
```



ÖZGEÇMİŞ

Araştırmacı, 8 Mart 1970' de Karabiga' da dünyaya gelmiştir. İlk, orta ve lise öğrenimini Bursa' da tamamlamış, 1988' de U.Ü. Fen-Edebiyat Fakültesi Fizik Bölümünü kazanarak lisans öğrenimine başlamıştır. Temmuz 1992' de bu öğrenimini dönem ikincisi olarak tamamlayarak, Eylül 1992' de U.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim Dalı' nda yüksek lisans öğrenimine başlamıştır. Şubat 1993' te ise Fizik Bölümüne araştırma görevlisi olarak atanmıştır. Temmuz 1994' te yüksek lisansını tamamlamış ve Eylül 1994' te aynı Anabilim Dalı' nda doktora öğrenimine başlamıştır. Halen araştırma görevlisi olarak çalışmaktadır.

