

14706

T.C.  
ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
FİZİK ANABİLİM DALI

SONLU ORTAMLARDA BİR VEYA DAHA ÇOK SAÇILMA YAPMIŞ GAMMALARIN  
MONTE CARLO YÖNTEMİYLE İZLENMESİ

DOKTORA TEZİ

T. C.  
Yükseköğretim Kurulu  
Dokümantasyon Merkezi

Ömer GEMİCİ

BURSA - 1991

T.C.  
ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
FİZİK ANABİLİM DALI

SONLU ORTAMLARDA BİR VEYA DAHA ÇOK SAÇILMA YAPMIŞ GAMMALARIN  
MONTE CARLO YÖNTEMİYLE İZLENMESİ

DOKTORA TEZİ

Ömer GEMİCİ

Sınav Tarihi : 29 . 07 . 1991

Jüri Üyeleri :

Prof.Dr. Cihan ÖZMUTLU (Danışman - U.Ü.)

Prof.Dr. Salih DİNÇER (U.Ü.)

Prof.Dr. Yalçın SANALAN (H.Ü.)

## İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u> <u>No:</u>
ÖZET . . . . .	iv
ABSTRAC . . . . .	v
TEŞEKKÜR . . . . .	vi
1. GİRİŞ . . . . .	1
2. GAMMA IŞINLARI VE ETKİLEŞMELERİ . . . . .	4
2.A. Gamma Işınları . . . . .	5
2.B. Gamma Işınlarının Madde İle Etkileşmesi . . . . .	6
2.B.1. Etkileşmenin Sınıflandırılması . . . . .	6
2.B.2. Fotoelektrik Olay . . . . .	6
2.B.3. Compton Saçılması . . . . .	8
2.B.4. Elektron - Pozitron Çifti Oluşumu . . . . .	12
2.C. Tesir Kesiti . . . . .	13
2.C.1. Gamma Işınlarının Soğrulması . . . . .	13
2.C.2. Foton Tesir Kesiti . . . . .	14
2.C.3. Ortalama Serbest Yol . . . . .	16
2.C.4. Diferansiyel Tesir Kesiti . . . . .	17
3. GAMMALARIN DETEKSİYONU . . . . .	21
3.A. Sintilasyon Sayaçları . . . . .	21
3.A.1. Sintilasyon Detektörlerinin genel yapısı . . . . .	21
3.A.2. Sayım Elektronığı . . . . .	26
3.A.3. Sintilasyon Detektörü Sayma Düzenegi . . . . .	28
3.B. Detektör Özellikleri . . . . .	29
3.B.1. Detektör Duyarlığı . . . . .	29
3.B.2. Ölü Zaman . . . . .	33
3.B.3. Cevap Fonksiyonu . . . . .	33
3.B.4. Ayırma Gücü . . . . .	36
4. YÖNTEM . . . . .	37
4.A. Monte Carlo Benzetişim Yöntemi . . . . .	37
4.B. Gelişigüzel Sayıların Elde Edilmesi . . . . .	37
4.C. Temel Örneklem İlkesi . . . . .	39

	Sayfa No:
5. DENEY VE MONTE CARLO UYGULAMASI SONUÇLARI . . . . .	43
5.A. Deneysel Olarak Sonlu Geometrilik Ortamların Merkezindeki Noktasal Gamma Kaynaklarının Spektrumlarının Elde Edilmesi	43
5.A.1. Parafin Ortamların Hazırlanması . . . . .	43
5.A.2. Deney Düzenegi ve Deneyin Yapılışı . . . . .	44
5.B. Monte Carlo Benzetişim Yöntemi ile Sonlu Geometrilik Ortamların Merkezindeki Noktasal Gamma Kaynaklarının Cevap Fonksiyonlarının Elde Edilmesi . . . . .	51
5.B.1. Parafinin Tesir Kesitlerinin Hesabı . . . . .	51
5.B.2. NaI 'nın Tesir Kesitlerinin Hesabı . . . . .	57
5.B.3. İzotropik Kaynakta Fotonların Yayınlanma Doğrultusunun Örneklenmesi . . . . .	60
5.B.4. "Serbest Yol"un Örneklenmesi . . . . .	61
5.B.5. Etkileşme Türünün Örneklenmesi . . . . .	63
5.C. Fotonların İzlenmesi . . . . .	65
5.C.1. Noktasal Kaynak - Detektör Sistemi . . . . .	65
5.C.2. Parafin Ortam Merkezinde Noktasal Kaynak - Detektör Sistemi . . . . .	65
5.D. Detektörde Foton Takibi . . . . .	72
5.D.1. Fotonların Detektöre Ulaşma Koşulları . . . . .	72
5.D.2. Detektör Ortamında Fotonların İzlenmesi . . . . .	73
5.E. Monte Carlo Benzetişim Yöntemi ile Elde Edilen Verilerin İşlenmesi . . . . .	79
6. SONUÇ VE TARTIŞMA . . . . .	82
EKLER :	
EK-I Compton Saçılmasında Açısız Dağılım Örneklemesi . . . . .	93
EK-II Gauss Dağılımının Örneklenmesi . . . . .	100
EK-III Koordinat Dönüşümleri . . . . .	104
EK-IV Bilgisayar Programı Akış Diyagramları . . . . .	107
KAYNAKÇA . . . . .	113

## ÖZET

Cs-137 (0.661 MeV) , Na-22 (0.511 MeV , 1.275 MeV) ve Co-60 (1.173 MeV , 1.332 MeV) standart noktasal gamma kaynaklarının, çeşitli büyüklükte küre ve silindir geometrili parafin ortamların geometrik merkezine yerleştirilmesiyle elde edilen sistemlerden, bir veya birkaç kez saçılma yaparak kaçan gammaların enerji spektrumları, hem deneysel olarak hem de Monte Carlo benzetişim yöntemi ile elde edilmiştir.

Çalışmanın ilk aşaması deneysel olarak yürütülmüştür. Denejde, Canberra MCA serisi 8192 kanallı çok kanallı analizör ve gerekli elektronik donanımı ile birlikte 2.2 inch'lik NaI(Tl) detektörü kullanılmıştır. Sistemden kaçan gammaların toplam spektrumu elde edilmiştir. Toplam spektrumdan aynı fotopik alanına sahip cevap fonksiyonu çıkartılarak bir veya birkaç kez saçılmış gammaların spektrumları elde edilmiştir.

İkinci aşamada, deney düzeneği aynen taklit edilerek Monte Carlo benzetişim yöntemi uygulanmıştır. Kaynaktan yayınlanan gamma, önce parafin ortam içinde takip edilmiş; saçılarak veya saçılmadan ortamı terk eden gammalardan detektöre girenler, detektör ortamında da izlenip toplam spektrum elde edilmiştir. Denejde olduğu gibi, aynı büyüklükte fotopik alanı oluşuncaya kadar saçılmamış gamma, detektör içinde takip edilmiştir. Elde edilen spektrum, toplam spektrumdan çıkartılarak, bir veya birkaç kez saçılma yapmış gammaların spektrumu, Monte Carlo benzetişim yöntemiyle elde edilmiştir.

Deneysel olarak ve Monte Carlo benzetişim yöntemi ile elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır. Sonuçların büyük bir oranda uyum sağladığı görülmüştür.

## ABSTRACT

We obtain the energy spectra of the gamma rays escaping, after one or more scatterings, from the cylindrical or spherical shaped paraffin blocks, within their centres Cs-137 (0.661 MeV), Na-22 (0.511 MeV, 1.275 MeV) and Co-60 (1.173 MeV, 1.332 MeV) sources.

We use a 2.2" NaI(Tl) detector, together with the necessary electronical equipments and a Canberra MCA series 8192 multi-channel analyser. We observe the total spectra of gamma rays escaping from the system. We obtain the spectra of one or more scattered gamma rays, subtracting the response functions with same photopeak area, from the total spectra.

We simulate the experimental setup with a Monte Carlo computer program. We follow the gamma rays, emitted from source, within the paraffin blocks first. Then the gamma rays escaping from paraffin blocks and entering to the detector are followed in the detector. We determine the spectra similar to experimental results by counting the energies left in the detector.

We compare the experimental and the Monte Carlo results and observe very good similarities.

## TEŞEKKÜR

Çalışmaya başlarken biraz ürkek, kuşkulu ve tedirgindim. Bu karışık duygular, yılların öğretmeni olduğum halde bilimsel çalışmaların, bilim üretmek değil, sadece öğreticilik yanıyla ilgilendiğimdendi.

Geçen günler, aylar, yıllar içersinde ekip çalışması ruhu ve iş içinde eğitim ilkesiyle beni de eritmeye, eğitmeye çalışan; her sorunumuzla ilgilenip çözen; her yol ayrımında sağduyusu ve deneyimini kullanıp yönlendiren; "bilim adamlığının bir meslek değil, yaşam biçimi olduğu" fikrini somutlaştıran rehberim, danışman hocam Prof. Dr. Cihan ÖZMUTLU 'ya teşekkür gönül borcumdur.

Bilgisayar programcılığı ve Monte Carlo benzetişim yöntemine ilişkin bilgilerimizi temellendiren; her sorunumuzla, değerli zamanlarını esirgemeksizin ilgilenen hocam Doç. Dr. Emin N. ÖZMUTLU 'ya içtenlikle teşekkür ediyorum.

Sabırlı, dost, tartışmaya açık çalışma arkadaşlarım Ahmet CENGİZ, R. Suat İŞILDAK ve Remziye ERGÜL ile kendilerine ait olan zamanlarımı da bana bağışlayan eşim Sabiha ve kızım İlke 'ye de teşekkürün ötesinde ne denir. Var olsunlar...

Bursa - 1991

Ömer GEMİCİ

## 1. GİRİŞ

Fizik alanındaki bilimsel çalışmalar birisi çıplak gözle gözlenebilir olaylar ve özelliklerine ilişkin makroskobik fizik çalışmaları; diğeri ise nükleer olaylara ilişkin mikroskobik fizik çalışmaları olmak üzere iki kısma ayrılabilir.

Nükleer fizik çalışmaları:

- a) Çekirdeğin kütlesi, büyüklüğü ve içeriği;
- b) Değişik koşullar altında farklı çekirdekler tarafından yayınlanan radyasyon (ışınım) türlerini kapsayan yasaların ve bu radyasyonların madde ile etkileşmelerinin formüllendirilmesi;
- c) Çekirdek içeriğinin çekirdek içerisinde düzenlenmesi;
- d) Çekirdeği oluşturan nesnelere bir arada tutan nükleer kuvvetler gibi birbirinden ayrılamayan konularda sürdürülmektedir [1,2].

Çekirdek tepkimeleri sonucu ortaya çıkan radyasyonlar ve bu radyasyonların maddeyle etkileşmelerinin incelenmesi "Radyasyon Fiziği"nin konusudur.

Radyasyon fiziği çalışmaları ise üç ana grupta toplanabilir :

a) Gamma ışınlarının gözlenmesi, spektrumlarının elde edilmesi. Bu gruptaki çalışmalarda gamma spektrometresinin kanal sayısı, detektör verimi ve ayırma gücü temel sorunlardır. Deneysel çalışmalarda bu parametrelerin geliştirilmesi hedeflenir [3-7].

b) Gamma ışını spektrumlarının çözülmesi.

c) Tesir kesitinin elde edilmesi.

Gamma tesir kesitleri, gammaların sonlu ya da sonsuz ortamlardaki etkileşme olasılıkları ve enerji aktarımına ilişkin çok sayıda deneysel ve teorik çalışmaya rastlamak mümkündür [8-13].

Gamma kaynakları koruma ve kullanım aşamalarında çeşitli kalınlıkta ve cinsten maddelerle zırhlanırlar ("şilt"lenirler). Zırhlı kaynaktan salınan gammaların enerji dağılımı, kaynağı tümüyle örten zırh ortamında gammaların bazılarının etkileşmelerinden çıkan ikincil gammaların düşük enerjileri nedeniyle bozulur. Bu ikincil gammalardan dolayı saklanan kaynakların çevresinde oluşan radyasyon dozunda da değişme olur. Deneysel çalışmalarda gamma kaynaklarının çıplak olarak kullanılması genellikle olanaksız-



dır. Ne denli ince zırhla kaplanmış olursa olsun yine de kaynaktan yayınlanan gammaların enerji dağılımında zırh etkisi kendisini gösterir [14]. Bilinmesi çok önemli olan zırh etkisinin doğrudan ölçülmesi mümkün değildir. Elde edilen bu tür bir gamma spektrumu sayaç cevap fonksiyonu etkisi ile değiştiğinden deneysel sonuçların bu yönden de düzeltilmesi gerekir. Zırhlı gamma kaynaklarının gamma enerji spektrumlarının doğrudan elde edilmesi radyasyon fiziği çalışmalarında büyük önem taşır. Özellikle sağlık fiziği alanında, dokularda ikincil gammaların spektrum üzerindeki etkisi ve dolayısıyla bu etkinin bilinmesinden yararlanarak noktasal kaynağın dokudaki derinliğinin saptanmasına yönelik bir yöntem de geliştirilebilir.

Hekimlikte radyoizotopların teşhis (tanı) ve tedavi (sağaltım) amacı ile kullanılması yaygın bir uygulamadır. Radyoizotopların tanı işleminde kullanılmasında çoğu kere kaynak vücut içindedir ve doz ölçümü vücut dışındaki bir sayaçla yapılmaktadır. "Radyoterapi"de (ışınla sağaltımda) ise gamma kaynağı vücut dışında tutularak organ ışınlamaktadır. Bu durumda ise dokuda soğurulan doz miktarını ölçmek olanaksızdır. Çoğu kere organ yerine kullanılan bir fantom içerisine yerleştirilen sayaçla uygulanacak doz miktarına göre ışınlama yapılmaktadır [15,16].

İkincil gammaların yere ve enerjiye bağlı dağılımlarının deneysel ve teorik olarak belirlenmesini içeren çok sayıda araştırma vardır. Bu çalışmalarda genellikle insan vücudu yerine geçebilen dokuya eşdeğer bir fantom olarak su kullanılmaktadır [17-21].

Sintilasyon spektrumundaki değişmelerin bir insan vücudundaki noktasal kaynağın derinliğini belirlemede bir yöntem olabileceğine ilişkin çeşitli su derinlikleri için çalışmalar da yapılmıştır [22].

Tüm bu çalışmalarda ikincil gammalardan kaynaklanan, ortamda soğurulan maruz kalma dozları nedeniyle özellikle yüksek enerjilerde teorik hesaplamaların "Monte Carlo (MC) yöntemi"yle yapılması uygundur [23].

Çalışmaya başlarken "sonlu geometrilerde bir gammayı takip etmek; 1., 2., 3., ..., n. çarpışmalar sonunda kaçan gammaların enerji dağılımlarını elde etmek" ön amaç olarak ve bu uygun sonuç verdiği takdirde "gammalar vasıtasıyla bir ortama aktarılan radyasyon enerjisinin hesaplanmasında geometri ve büyüklüğe bağlı uygulanması kolay bir hesaplama yöntemi geliştirmek" nihai amaç olarak belirlenmiştir.

Ön amaca ilişkin olarak bu çalışmada, sonlu geometrili ortamlarda deneysel ve Monte Carlo benzetişim yöntemi ile elde edilen spektrumların uy-

gunluğu irdelenmiştir. İkincil gammaların spektrum üzerindeki etkisi, oluşturulan insan dokusuna çok yakın parafin ( $C_n H_{2n+2}$ ) ortamında incelenmiştir. Deneysel olarak değişik (5 - 7.5 ve 12.5 cm) yarıçaplı küresel ile değişik (2.5 - 5 - 7.5 - 10 cm) yarıçap ve (5 - 10 - 15 -20 cm) yükseklikte dik silindirik parafin ortamların geometrik merkezlerine yerleştirilen noktasal Cs-137, Na-22 ve Co-60 gamma kaynaklarının ortam dışındaki spektrumları elde edilmiştir. Daha sonra aynı geometrik yapı ve geometride teorik spektrumlar Monte Carlo yöntemiyle elde edilmiş; denel ve Monte Carlo benzetişim yöntemi ile elde edilen sonuçlar birbiriyle karşılaştırılmıştır. Ayrıca ortama aktarılan ve ortamdaki kaçan enerjilerin hesaplanmasına çalışılmıştır.

## 2. GAMMA IŞINLARI VE ETKİLEŞMELERİ

"Atom"un yapısına ilişkin kuramlar 1808'de Dalton'un doğru olduğunu tümüyle kanıtlayamadığı atom teorisi ile başlar. 1897'ye değin "atom, bölünemez bir birim" gibi düşünülmüştür. Aynı yıl Thomson'un "elektron"u buluşu "atom, pozitif ve negatif yüklerden oluşmuştur" biçimindeki bir spekülasyona yol açmıştır. Thomson'un modeline göre "elektron ve proton nötr bir çifttir; atom bütünüyle bu çiftlerin karışımından oluşmuştur". Elektronun kütlesinin çok küçük olduğu ortaya çıkarıldığına göre atomun kütlesinin büyük bir kısmını + yüklü protonların oluşturduğu açıktı.

1896'da Becquerel'in "radyoaktivite"yi keşfi, atomun elektron ve protonlardan oluştuğunu doğrulamakla birlikte 1909'da Geiger ve Marsden'in  $\alpha$  parçacıklarının ince metal levhalar tarafından saçılmalarına ilişkin deneylerini gerçekleştirmeleriyle Thomson'un modeli geçerliliğini yitirdi. Thomson'un atom modeline dayalı hesaplamalara göre  $\alpha$  parçacıkları ancak küçük açılarla saçılabilecekleri halde Geiger ve Marsden gördüler ki  $\alpha$  parçacıklarının çoğu levhayı delip geçmekte ve oldukça küçük sapmalara uğramakta, ancak gelen parçacıkların 10000'de 1'i geriye doğru saçılmaktaydı. Bu ender olayları açıklamanın görünür bir yolu yoktu. "Kütlesi bir elektronun kütlesinin yaklaşık 7300 katı kadar olan bir  $\alpha$  parçacığı hafif bir parçacığa çarparak geri dönemez, levha çok ince olduğundan art arda oluşan birkaç  $\alpha$  - elektron çarpışması büyük bir sapmaya yol açamazdı". Akla yatkın ilk açıklama 1911'de Rutherford tarafından yapıldı. Rutherford'a göre "atomun + yükü ve kütlesinin büyük bir kısmı çekirdek adı verilen çok küçük bir hacimde toplanmıştır; çekirdek dışında kalan kısmı hemen hemen boştur". Böylece  $\alpha$  parçacıklarının büyük açılı saçılmalarını açıklamak mümkün olmuştur [1].

"Nötron"un varlığına ilişkin ilk işaretler 1920'de Rutherford tarafından verildiyse de 1932'de Chadwick tarafından keşfedildi. Böylece çekirdek içersinde net bir + yükün bulunduğu ortaya çıktı. Heisenberg'e göre "nötron, tüm maddelerin temel bir yapı taşıdır; bütün çekirdekler proton ve nötronlardan yapılmıştır ve içlerinde elektron yoktur". Nötronun kütlesi hemen hemen protonunkine eşittir ve yükü sıfırdır. Buna göre bir çekirdeğin kütlesi, içerdiği proton ve nötronların kütleleri toplamına; yükü

ise protonların toplam yüküne eşittir.

Günümüzde çekirdeklerin "nükleon" adı verilen ve yapıları henüz tam olarak bilinmeyen "nötron" ve "proton"lardan oluştuğuna ilişkin Fermi Gaz Modeli, Nükleer Düzeyler Modeli, Birleşmiş Model, vb. gibi çeşitli modeller önerilmiştir.

## 2.A Gamma Işınları

Bir atomdaki elektronlar çekirdeğe olan uzaklıklarına göre değişmek üzere kesikli (kuantumlu) enerji düzeylerine yerleşmiştir. Bu enerji düzeylerinin herhangi birindeki bir elektron daha düşük enerjili bir düzeye inince düzeyler arasındaki enerji farkı dışarıya "foton" — boşlukta ışık hızıyla ilerleyen, durgun kütlesi 0, elektrik yükü 0, spini  $h$  ( $=1$ ) olan parçacık — olarak nitelendirilen bir elektromagnetik ışımaya şeklinde salınır. Salınan bu "foton"a "X ışını" denir. Bu ışın elektriksel ve mıknatıslık alanında sapmaz.

Birleşmiş Model'de çekirdeği oluşturan nükleonların elektronlarına benzeyen çeşitli enerji düzeylerinde buldukları kabul edilir.

Enerji düzeylerini alttan itibaren dolduran "nükleon"ların meydana getirdiği çekirdek taban enerjisindedir. Nükleonlardan biri ya da birkaçı daha üst seviyedeki muhtemel enerji düzeylerindeyse düşük enerji seviyelerinde boşluk bırakarak; daha üst enerji düzeylerindeyse çekirdek uyarılmış halde bulunduğundan bu halde kalamayıp daha alt boş enerji seviyelerine inerler. Çekirdek taban enerji düzeyine iner. Bu düzeyler arasındaki enerji farkı da bir foton olarak salınır. Bu fotona " $\gamma$  ışını" denir.  $\gamma$  ışınları da X ışınları gibi "elektromagnetik dalga"dır. Yalnızca kökenleri farklıdır. Yayınlanan  $\gamma$  ışını karakteristiktir ve yayımlandığı "radyoizotop"u karakterize eder. Taban enerji düzeyinde olup da kararlı olmayan çekirdeklere "radyoaktif çekirdekler" denir. Radyoaktif çekirdekler de tek ya da art arda yaptıkları radyoaktif parçalanmalarla kararlı hal ararlar. Radyoaktif parçalanmalarda genellikle  $\alpha$ ,  $\beta$  parçacıkları yayınlanır. Ürün element ya da ürün çekirdek genellikle uyarılmış enerji düzeyindedir; bu düzeyde karakteristik  $\gamma$  ışını ya da ışınları yayınlayarak taban enerji düzeyine iner.

"Radyoaktivite" olarak adlandırılan ışınım salma olayını yaratan "radyoaktif element"lerin saldığı çekirdek kökenli  $\alpha$ ,  $\beta$  ve  $\gamma$  ışınları — ki buna radyasyon denilmektedir — radyoaktif parçalanma ürünleridir. Bunlardan  $\alpha$  ışınlarının 2 elektronunu yitirmiş helyum çekirdekleri,  $\beta$  ışınlarının ise elektron olduğu saptanmıştır.

Atomların çekirdek enerji düzeyleri arasındaki farklar, elektron enerji düzeyleri arasındaki farklardan yaklaşık 1000 kez daha fazladır. Bu nedenle gamma ışını fotonları MeV , X ışını fotonları ise keV mertebesinde enerji taşırlar. Enerjileri, X ışınından daha düşük olan  $\gamma$  ışını da vardır.

## 2.B. Gamma Işınlarnının Madde ile Etkileşimi

### 2.B.1. Etkileşimin Sınıflandırılması

Gamma ışınları bir madde içerisine girdiklerinde enerjilerine bağlı olarak rastlantısal etkileşmelerle ortama enerji aktarırlar. Bu etkileşmeler "soğrulma", "saçılma" ve "çoklu foton etkileri" olarak üç grupta toplanabilir. Foton-madde etkileşmeleri Tablo 2-1'de gösterilmiştir. Bu etkileşmelerin çoğu yüksek foton enerjilerinde baskındır. Gamma ışınlarının enerjisi 0.010 - 2 MeV olduğunda bu etkileşmelerden üçü daha baskın olur. Bunlar sırasıyla:

- a) Fotoelektrik olay (0.010 - ~ 0.500 MeV aralığında);
- b) Compton saçılması (0.100 - ~ 10 MeV aralığında);
- c) Elektron - pozitron çifti oluşumu (1.020 MeV 'den itibaren) olayıdır.

Ayrıca düşük enerjilerde ve atom numarası büyük ortamlarda baskın olan bir başka etkileşme türü ise "Rayleight saçılması"dır.

Çalışılan enerji bölgesinde etkin olan üç olayı açıklamakta yarar vardır.

### 2.B.2. Fotoelektrik Olay

Fotoelektrik olay düşük enerjili fotonlarda etkindir. Gelen foton atomun bağlı elektronlarından biri tarafından soğrulur, yok olur. Atomdan "fotoelektron" adı verilen bir elektron yayınlanır. Serbest bir elektronun foton soğurması enerji ve momentumun ikisini birden korunumlu kılamayacağından olanaksızdır. Soğrulan fotonun ( $E_\gamma$ ) enerjisinin bir kısmı elektronu yörüngesinden koparmaya harcanır ki bu enerji "bağlanma enerjisi" ( $E_{bağ}$ ) olarak bilinir. Atomun kütlesi çok büyük olduğundan momentum korunumu nedeniyle beliren geri tepme enerjisi çok küçüktür, ihmal edilebilir. Enerjinin geri kalan kısmı da yayınlanan elektrona kinetik enerji ( $E_k$ ) olarak aktarılır. Bu enerjiler arasındaki ilişki Einstein tarafından aşağıdaki gibi verilmiştir [24].

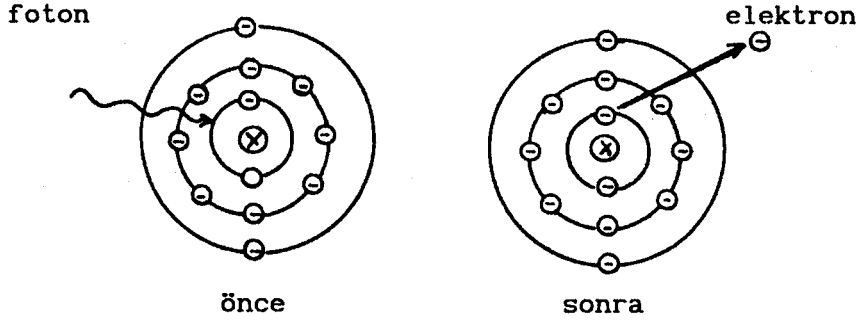
$$E_\gamma = E_k + E_{bağ} \quad (2-1)$$

Burada  $E_\gamma = h\nu$  ;  $E_k = \frac{1}{2} m_e v^2$  ;  $E_{bağ} = h\nu_0$  'dır.  $\nu_0$  elektronu kopartmaya

Tablo 2-1 Temel foton etkileşimlerinin sınıflandırılması.

Etkileşme türü	Soğrulma (a)	Saçılma		Çoklu foton etkileri (d)
		Esnek (coherent) (b)	Esnek olmayan (incoherent) (c)	
1)Atomik elektronlar	Fotoelektrik etki $\mu_f \begin{cases} \sim Z^4 \text{ (düşük enerjide)} \\ \sim Z^5 \text{ (yüksek enerjide)} \end{cases}$	Rayleigh saçılması $\sigma_R \sim Z^2 \text{ (düşük enerji sınırında)}$	Compton saçılması $\sigma_C \sim Z$	İki foton Compton saçılması $\sim Z$
2)Nükleonlar	Fotonükleer tepkimeler ( $\gamma, n$ ), ( $\gamma, p$ ), fotofisyon vb. $\sigma_{fn} \sim Z(E \geq 10 \text{ MeV})$	Esnek nükleer saçılma $(\gamma, \gamma) \sim Z^2$	Esnek olmayan nükleer saçılma $(\gamma, \gamma')$	
3)Yüklü parçacıkları saran elektriksel alan	1)Çekirdek alanında elektron - pozitron çifti oluşumu $X_n \sim Z^2 (E \geq 1.02 \text{ MeV})$ 2)Elektron alanında elektron - pozitron çifti oluşumu $X_e \sim Z (E \geq 2.04 \text{ MeV})$ 3)Nükleon - antinükleon çifti oluşumu ( $E > 3 \text{ GeV}$ )	Delbruck saçılması $\sim Z^4$		
4)Mezonlar	Fotomezon oluşumu ( $E > 150 \text{ MeV}$ )	Modifiye edilmiş $(\gamma, \gamma)$		

"Sürekli çizgili çerçeve içindekiler madde içinde foton zayıflamasına katkısı büyük olan etkileşimleri; noktalı çerçeve içindekiler ise belirtilen enerji bölgelerinde toplam etkileşmeye göre katkısı % 1 ya da daha az olan etkileşimleri göstermektedir."



Şekil 2.1 Fotoelektrik olay bir fotonun soğrulması ve bir K elektronu yayınlanması sonucunu doğurur.

yetecek en küçük frekans olup "eşik frekansı" olarak adlandırılır.

Yayınlanan elektronun enerjisi

$$E_k = h (\nu - \nu_0) \quad (2-2)$$

olarak elde edilir. Elektron bu kinetik enerjisiyle saçılır. Gamma ışınlarının ortaya çıkardığı fotoelektronlar izotropik şekilde değil, tercihli olarak gelen gamma ışınının elektriksel alan vektörü yönünde yayınlanırlar [1].

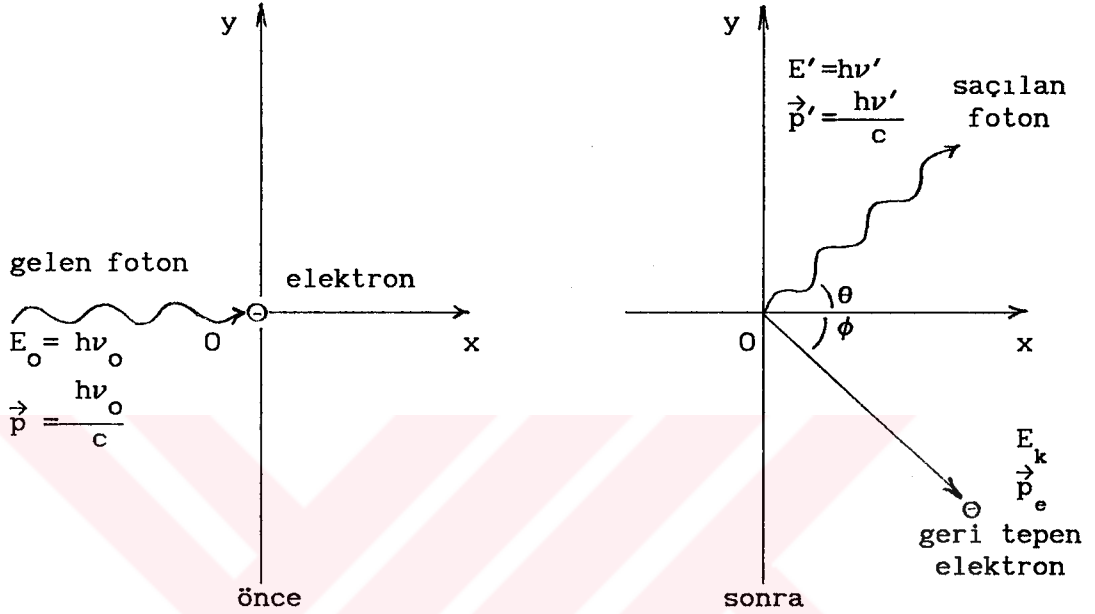
### 2.B.3. Compton Saçılması

Gamma saçılmaları temel olarak "coherent" saçılma ve "incoherent" saçılma olarak iki grupta toplanabilir. İkisi arasındaki temel fark, coherent saçılmada gamma enerjisinin değişmemesidir. Coherent saçılma düşük gamma enerji değerlerinde gerçekleşen bir olaydır.  $E > 0.6$  MeV enerji değerleri için toplam saçılmada coherent saçılma etkisi hiç gözlenmez. Incoherent saçılma, ya serbest elektronlarla ya da bağlanma enerjisi ihmal edilebilecek boyutta olan bağlı elektronlarla gerçekleşir. Serbest elektronlarla meydana gelen incoherent gamma saçılması aynı zamanda Compton saçılması olarak da adlandırılır. Olaydaki saçılma - enerji ilişkisi, çarpışmadaki çarpışma - enerji ilişkisini çağrıştırdığından coherent saçılma "esnek", incoherent saçılma ise "esnek olmayan" saçılma olarak da adlandırılır.

Compton saçılmasında gelen foton, bir serbest ya da bağlanma enerjisi ihmal edilebilecek denli küçük olan bağlı elektronla çarpışarak daha düşük bir enerji ile saçılır. Geri kalan enerji, geri tepen elektron tarafından alınır. Bu etkileşmeden sonra enerjisi azalan saçılmış foton, ortam



içinde ya tekrar bir Compton saçılması ya fotoelektrik olay yapar ya da ortamdaki kaçır. Saçılan elektron ise ortamda yüklü bir parçacık olarak etkileşimler gerçekleştirir; enerjisi tüküninceye değin iyonizasyon, eksitasyon yapar ve frenleme ışını oluşturur.



Şekil 2.2 Compton saçılması.

$E_0 = h\nu_0$  enerjili ve  $\vec{p}$  momentumlu bir gelen foton,  $m_e$  durgun kütleli bir serbest elektrona çarptığında  $E' = h\nu'$  enerjili ve  $\vec{p}'$  momentumlu bir foton geliş doğrultusuyla  $\theta$  açısı yaparak saçılır ve elektron  $E_k$  enerjisi ve  $\vec{p}_e$  momentumu ile  $\phi$  açısı yaparak geri teper (bak. Şekil 2.2). Relativistik anlatımla enerjinin korunumu için

$$E_0 = E' + E_k \quad (2-3.a)$$

$$h\nu_0 = h\nu' + m_e c^2 \left[ \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right] \quad (2-3.b)$$

ve momentumun korunumu için Şekil 2.2 'den



$$\frac{h\nu_0}{c} = \frac{h\nu'}{c} \cos\theta + \frac{m_e v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cos\phi \quad (\text{x bileşeni}) \quad (2-4.a)$$

$$0 = \frac{h\nu'}{c} \sin\theta + \frac{m_e v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \sin\phi \quad (\text{y bileşeni}) \quad (2-4.b)$$

yazılabilir.  $\beta = \frac{v}{c}$  alınarak (2-3.b), (2-4.a) ve (2-4.b) bağıntıları yeniden yazılırsa

$$h\nu = h\nu' + m_e c^2 \left[ \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right] \quad (2-5)$$

$$\frac{h\nu_0}{c} = \frac{h\nu'}{c} \cos\theta + \frac{m_e \beta c}{\sqrt{1 - \beta^2}} \cos\phi \quad (2-6)$$

$$0 = \frac{h\nu'}{c} \sin\theta + \frac{m_e \beta c}{\sqrt{1 - \beta^2}} \sin\phi \quad (2-7)$$

elde edilir. Dalga uzunlukları cinsinden  $\lambda_0 = \frac{c}{\nu_0}$  ve  $\lambda = \frac{c}{\nu}$  yazılarak (2-6) ve (2-7) bağıntıları

$$\frac{h}{\lambda_0} - \frac{h}{\lambda} \cos\theta = \frac{m_e \beta c}{\sqrt{1 - \beta^2}} \cos\phi$$

$$\frac{h}{\lambda} \sin\theta = \frac{m_e \beta c}{\sqrt{1 - \beta^2}} \sin\phi$$

haline getirilir ve bu son iki bağıntının kareleri alınıp toplanırsa

$$\frac{h^2}{\lambda_o^2} + \frac{h^2}{\lambda^2} - \frac{2h^2 \cos\theta}{\lambda_o \lambda} = \frac{m_e^2 \beta^2 c^2}{1-\beta^2} = \frac{m_e^2 c^2}{1-\beta^2} - m_e^2 c^2 \quad (2-8)$$

elde edilir. Benzer biçimde (2-5) bağıntısı

$$\frac{h}{\lambda_o} - \frac{h}{\lambda} + m_e c = \frac{m_e c}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

yazılıp karesi alınarak

$$\frac{h^2}{\lambda_o^2} + \frac{h^2}{\lambda^2} - \frac{2h^2}{\lambda_o \lambda} + 2m_e c h \left( \frac{1}{\lambda_o} - \frac{1}{\lambda} \right) + m_e^2 c^2 = \frac{m_e^2 c^2}{1-\beta^2} \quad (2-9)$$

elde edilir. Bundan (2-8) bağıntısı çıkarılırsa

$$\frac{2h^2}{\lambda_o \lambda} (\cos\theta - 1) + 2m_e c h \left( \frac{1}{\lambda_o} - \frac{1}{\lambda} \right) = 0$$

bulunur. Dalga uzunluğundaki değişme

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_o = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos\theta) \quad (2-10)$$

olur. (2-10) bağıntısında  $\lambda = c/\nu$  alınarak gerekli düzenlemeler yapılırsa

$$\nu = \frac{1}{\frac{1}{\nu_o} + \frac{h}{m_e c^2} (1 - \cos\theta)}$$

bulunur. Bağıntının sağ yanının pay ve paydası  $\nu_o$  ile çarpılıp elde edilen bağıntının iki yanı da  $h$  ile çarpılırsa saçılan fotonun enerjisi için

$$E' = h\nu' = \frac{h\nu_o}{1 + \frac{h\nu_o}{m_e c^2} (1 - \cos\theta)} \quad (2-11)$$

sonucuna varılır.

Geri tepen elektronun kinetik enerjisi

$$E_k = E_o - E'$$

$$\begin{aligned}
&= h\nu_0 - h\nu \\
&\quad (1-\cos\theta) \frac{h\nu_0}{m_e c^2} \\
E_k &= \frac{h\nu_0}{1 + \frac{h\nu_0}{m_e c^2} (1-\cos\theta)} \quad (2-12)
\end{aligned}$$

olur. Elektronun kinetik enerjisi,  $\cos\theta=-1$  veya  $\theta=180^\circ$  olduğunda en büyüktür ve foton geriye saçılmıştır. Elektron en az enerjiyi yalayıcı bir çarpışmada alır ki bu durumda foton ilk frekansı ile ileriye doğru yoluna devam eder ve elektron sıfıra çok yakın bir hızla, foton izine dik bir doğrultuda fırlatılır.

#### 2.B.4. Elektron - Pozitron Çifti Oluşumu

"Çift yaratılması" adı da verilen "Çift oluşumu" (pair production) yüksek enerjilerde görülen bir etkileşme türüdür. Çekirdek alanı içinde bir foton yok olur ve bir "elektron - pozitron çifti" oluşur. Olay sonucunda "elektron"un ve "pozitron"un durgun kütle enerjileri 0.511 MeV olduğundan çift oluşum için gerekli eşik enerji değeri 1.022 MeV 'dir.

Enerjinin korunumundan olayın matematiksel ifadesi

$$h\nu = 2m_e c^2 + E_+ + E_- + E_{\text{çek}} \quad (2-13)$$

olarak yazılabilir. Burada  $h\nu$  gelen fotonun enerjisi;  $2m_e c^2$  elektron ve pozitronun durgun kütleleri toplamına eşit enerji;  $E_+$ ,  $E_-$  ve  $E_{\text{çek}}$  sırasıyla pozitronun, elektronun ve geri tepen çekirdeğin kinetik enerjisidir. Çekirdeğin kütlesi çok büyük olup kinetik enerjinin çok az bir kısmını alacağından  $E_{\text{çek}}$  ihmal edilebilir. Böylece (2-13) bağıntısı

$$h\nu = 2m_e c^2 + E_+ + E_- \quad (2-14)$$

halini alır ki bu da çift oluşumu için eşik enerjisinin açıkça  $2m_e c^2$  yani 1.022 MeV olduğunu gösterir [1].

Hafif çekirdeklerin alanlarında da çift oluşum mümkün olmakla birlikte eşik enerjisi daha yüksektir. Örneğin bir elektronun alanında çift yaratılma eşik enerjisi  $4m_e c^2$  'dir [25].

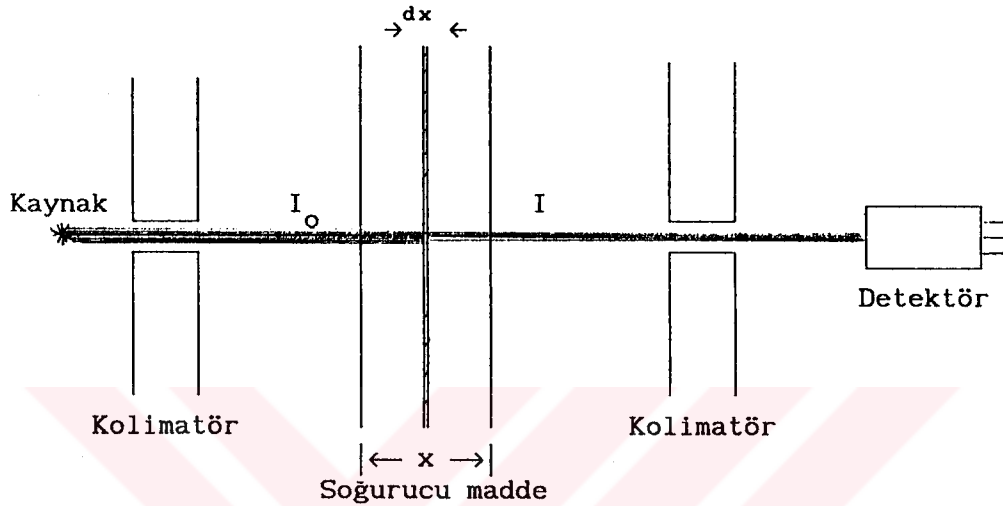
"Çift yaratılması" olayının tersi "yok olma" olayıdır. Kinetik enerjisini ortamda tüketen pozitron, ortamda serbest durumda bulunan bir elektronla birlikte yok olur ve 0.511 MeV enerjili; birbirine göre zıt doğrultuda devinen iki foton ortaya çıkar. Bu olaya "annihilation" (yok olma) adı verilir [1]. Söz konusu fotonlar ortamda Compton saçılması, fo-

toelektrik olay yapar ya da ortamdan kaçarlar [26].

## 2.C. Tesir Kesiti

### 2.C.1. Gamma Işınlarnının Soğurulması

Gamma ışınları bir madde içinden geçtiklerinde şiddetlerinde bir azalma gözlenir (bak. Şekil 2.3). Kolimatör (yönlendirici) ile ince demet haline getirilmiş şiddeti yani birim yüzeyden saniyede geçen foton sayısı



Şekil 2.3 Gamma ışınlarının soğurulmasını gösteren deneysel düzenek.

$I_0$  olan gamma ışınları kalınlığı  $x$  olan soğurucu maddeye ulaşsın. Demetin soğurucu ortamın bir  $dx$  kalınlığını geçtikten sonraki şiddeti  $I$  olsun.  $x$  derinliğinde ve  $dx$  içinde şiddetteki  $dI$  azalmasının,  $dx$  kalınlığı ve  $I$  ile orantılı olacağı bellidir. Bu ilişkiyi

$$dI = -I\mu dx \quad (2-15)$$

biçiminde gösterebiliriz. Buradaki (-) işareti geçilen kalınlık arttıkça  $I$  şiddetinin azaldığını gösterir. (2-15) bağıntısı integre edilip  $x=0$  'da  $I=I_0$  olduğu göz önünde bulundurulursa

$$I = I_0 e^{-\mu x} \quad (2-16)$$

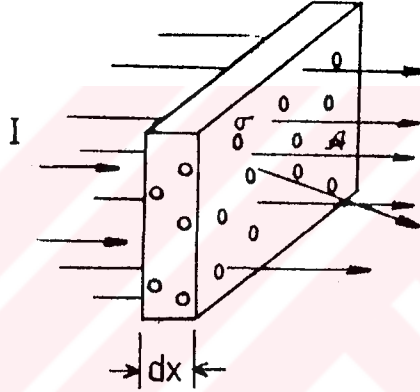
elde edilir [27]. Başlangıçtaki  $I_0$  şiddeti, ortamın kalınlığına bağlı olarak üstel bir azalma gösterir. Bağıntıdaki orantı sabiti  $\mu$ , "lineer zayıflama katsayısı" diye adlandırılır; "birim uzunluk başına etkileşme sayısı" olarak tanımlanır ve birimi  $\text{cm}^{-1}$  'dir. Gamma ışınlarının bir ortamdaki giricilikleri ve yayılma özelliklerinin anlaşılması bakımından lineer zayıflama katsayıları önemli bir nicelik olup soğurucu ortamın cinsine ve ışınların enerjisine bağlıdır. Kesim 5.B.2 'de NaI kristalinde gamma ışınları-

nın enerjiye bağılı lineer zayıflama katsayılarının elde edilmesi ve değerlerin grafiksel gösterimi verilmiştir.

### 2.C.2. Foton Tesir Kesiti

Gamma ışınlarının madde ile etkileşmeleri, soğrulma ya da saçılma şeklinde olur. Işın demeti ile hedef arasındaki etkileşmenin incelenmesi aşamasında "tesir kesiti (crosssection)" önemli işlevi olan bir kavramdır. Belli bir etkileşmeye ilişkin tesir kesiti, o etkileşmenin ortaya çıkış olasılığı ile orantılıdır.

I şiddetindeki bir parçacık demetinin kalınlığı  $dx$  ve yüzey alanı  $A$  olan ince bir hedef levha üzerine düştüğünü varsayalım (bak. Şekil 2.4). Gelen parçacıkların bir kısmı hedef madde ile etkileşebilecek, bir kısmı ise hiç etkileşme yapmadan geçebilecektir. Böylece parçacık demetinde bir şiddet azalması gözlenecektir. Bir parçacığın bu ince hedef tabakadan ge-



Şekil 2.4 İnce bir hedef levhada parçacık demetinin davranışı.

çerken hedef maddenin bir atomu ile etkileşme olasılığı vardır. Bir atomun gelen parçacıklara gösterdiği "etkin alan" (tesir kesiti)  $\sigma$  olsun. Bu alana giren bir parçacık, atom ile etkileşme yapacaktır. Hedefte birim hacimdeki hedef çekirdeklerin sayısı  $n$  olsun. Hedefin çok ince olduğu ve dolayısıyla hiçbir atomun üst üste gelmediği kabul edilirse hedefin birim yüzeyindeki atom sayısı  $ndx$ ; hedefin  $A$  yüzeyindeki toplam atom sayısı  $An dx$  olacaktır. Her çekirdek  $\sigma$  kadar bir etkin alana sahip olduğundan herhangi bir etkileşmenin olabileceği toplam etkin alan  $An\sigma dx$  olacaktır. Etkin alan kesri  $df$  ise

$$df = \frac{\text{toplam etkin alan}}{\text{toplam yüzey alanı}} = \frac{An\sigma dx}{A} = n\sigma dx \quad (2-17)$$

olur. Etkin alan kesri, hedef levhadan geçen demetin I şiddetindeki değişiminin bir ölçüsüdür ve değişim miktarı,

$$dI = -I df \quad (2-18)$$

olur. (2-17) ve (2-18) bağıntıları birleştirilirse

$$-\frac{dI}{I} = n\sigma dx \quad (2-19)$$

elde edilir.  $x=0$  'da  $I=I_0$  olarak alınıp (2-19) integre edilirse

$$I = I_0 e^{-n\sigma x} \quad (2-20)$$

sonucuna varılır. Burada  $\sigma$  'ya "mikroskopik tesir kesiti" ya da yalnızca "tesir kesiti" denir. Tesir kesiti alan boyutunda olup birimi "barn"dır.  $1b=10^{-24} \text{ cm}^2$  'dir.

Gelen parçacıklar foton, hedef ise herhangi bir madde olmak üzere demetle hedef arasında saçılma dışında fotoelektrik olay, çift oluşumu gibi temel etkileşimler de olabilir. Bu durumda "toplam tesir kesiti  $\sigma_t$ , tüm etkileşmelerin tesir kesitleri toplamı" olarak tanımlanır

$$\sigma_t = \sigma_f + \sigma_c + \sigma_p \quad (2-21)$$

Burada  $\sigma_f$ , fotoelektrik olay;  $\sigma_c$ , Compton saçılması ve  $\sigma_p$  ise çift oluşum olayı tesir kesiti değerleridir.

$n$  ile  $\sigma$  'nın çarpımına "makroskopik tesir kesiti" denir ve  $\Sigma$  ile gösterilir.  $\Sigma$  'nin değeri

$$\Sigma = n\sigma \quad (2-22)$$

olur. Eğer hedefe gelen parçacık demeti bir foton demeti ise makroskopik tesir kesiti yerine

$$\mu = \Sigma = n\sigma$$

yazılır. Bu değer (2-21) bağıntısında yerine konursa (2-16) bağıntısına ulaşılır ki  $\mu$ , "lineer zayıflama katsayısı"dır.

Lineer zayıflama katsayısı  $\mu$ , gammaların etkileştiği ortamın cinsine bağımlı olduğundan ortamın yoğunluğu  $\rho$  ( $\text{g/cm}^3$ ) cinsinden

$$\mu_\rho = \frac{\mu}{\rho} \quad (\text{cm}^2/\text{g}) \quad (2-23)$$

olarak da yazılabilir [27]. Bu durumda  $\mu_\rho$  'ya "kütle soğurma katsayısı" denir ve "bir fotonun birim madde başına gösterdiği etkin alan" olarak tanımlanır; birimi  $\text{cm}^2/\text{g}$  'dir.

A hedefin kütle numarası,  $N_0$  Avagadro sayısı olmak üzere hedefte

birim hacimdeki atom sayısı

$$n = \frac{\rho N_o}{A} \quad (2-24)$$

kadardır. (2-23) ve (2-25) eşitliklerini (2-24) bağıntısında kullanırsak

$$\begin{aligned} \mu_\rho \left[ \frac{\text{cm}^2}{\text{g}} \right] &= \sigma \left[ \frac{\text{cm}^2}{\text{atom}} \right] \frac{N_o \left[ \frac{\text{atom}}{\text{atom g}} \right]}{A \left[ \frac{\text{g}}{\text{atom g}} \right]} \\ &= \sigma \left[ \frac{b}{\text{atom}} \right] \frac{N_o \left[ \frac{\text{atom}}{\text{atom g}} \right]}{A \left[ \frac{\text{g}}{\text{atom g}} \right]} 10^{-24} \end{aligned} \quad (2-25)$$

elde edilir.

Eğer soğurucu ortam bir bileşik ise kütle soğurma katsayısı  $\mu_\rho$ ,

$$\mu_\rho = \sum_i \frac{w_i \mu_i}{\rho_i} \quad (2-26)$$

bağıntısı ile verilir [27]. Burada  $w_i$ , i. elementin bileşikteki oranıdır. Örneğin "parafin ( $C_n H_{2n+2}$ )"nin kütle soğurma katsayısı, C ve H'nin atomik kütleleri sırasıyla

$$m_C = 12.0115 \text{ g/atom g} \quad ; \quad m_H = 1.00797 \text{ g/atom g}$$

olduğundan

$$\begin{aligned} \mu_\rho (C_n H_{2n+2}) &= \frac{n \cdot 12.0115}{n \cdot 12.0115 + (2n+2) \cdot 1.00797} \frac{\mu}{\rho} (C) \\ &+ \frac{(2n+2) \cdot 1.00797}{n \cdot 12.0115 + (2n+2) \cdot 1.00797} \frac{\mu}{\rho} (H) \end{aligned}$$

olur.

### 2.C.3. Ortalama Serbest Yol

Hedefe giren bir parçacığın soğurulmaya ya da saçılmaya uğramadan önce hedef ortamı içinde gidebileceği ortalama uzaklığa "ortalama serbest yol" denir. Ortalama serbest yol

$$\bar{x} = \frac{\int_0^{I_0} x dI}{\int_0^{I_0} dI} = \frac{\int_0^{I_0} x dI}{I_0} \quad (2-27)$$

bağıntısı ile verilir. (2-20) bağıntısının diferansiyeli alınırsa

$$dI = -n\sigma I_0 e^{-n\sigma x} dx$$

elde edilir. Bu (2-27) 'de yerine konursa

$$\bar{x} = \frac{1}{I_0} \left( - \int_{\infty}^0 x n\sigma I_0 e^{-n\sigma x} dx \right) = \int_0^{\infty} n\sigma x e^{-n\sigma x} dx$$

bulunur.  $y=n\sigma x$  dönüşümü yapılırsa

$$\bar{x} = \frac{1}{n\sigma} \int_0^{\infty} y e^{-y} dy$$

olur.  $y=u$  ve  $du=e^{-y} dy$  olarak kısmi integrasyon uygulanırsa

$$\bar{x} = \frac{1}{n\sigma} 1 \implies \bar{x} = \frac{1}{n\sigma}$$

elde edilir.  $\Sigma=n\sigma$  olduğundan  $\bar{x}=\frac{1}{\Sigma}$  bulunur. Foton için  $\Sigma$  yerine  $\mu$  alındığından

$$\bar{x} = \frac{1}{\mu} \quad (2-28)$$

sonucuna varılır. Fotonlar için ortalama serbest yol, tesir kesitinin tersine eşittir.

#### 2.C.4. Diferansiyel Tesir Kesiti

Hedefe gelen parçacıklar hedef atomları ile birden fazla türde etkileşme yapıyorsa her bir tür etkileşme için tesir kesitleri farklı olacaktır. Bu tesir kesitlerinin her birine "kısmi tesir kesiti" denir ve toplam tesir kesiti bunların toplamı kadar olacaktır. Toplam tesir kesiti hedefi geçtiğinde demetten ayrılmış parçacıkların sayısını belirler ama demetten ayrılan parçacıkların çeşitine, yönüne ilişkin bilgi vermez.

Gamma fotonunun madde ile etkileşmesi saçılma ise saçılan fotonlar

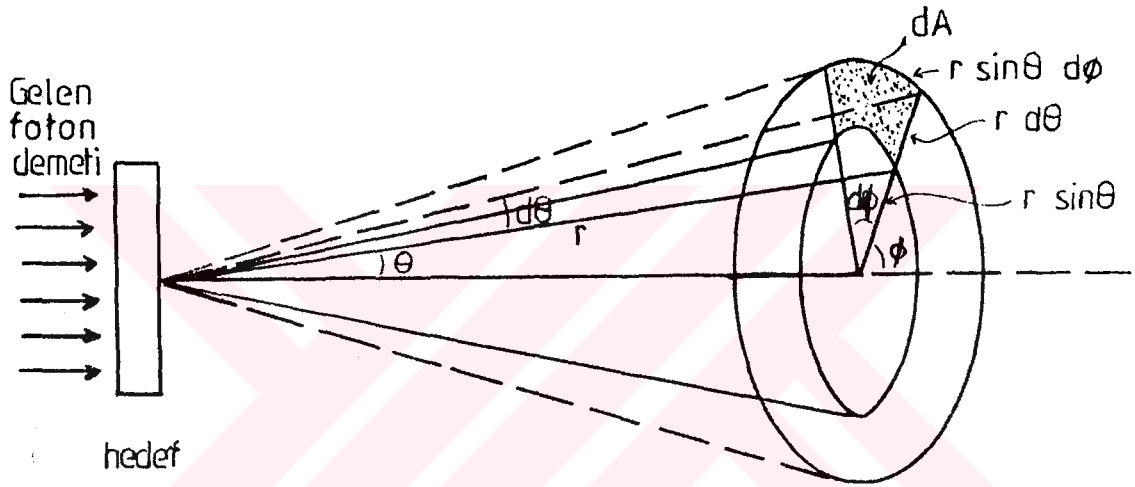


"anizotropik" (her yöne eşit olasılıkla olmayan) dağılım gösterirler ve aynı zamanda farklı açılarda farklı enerjilere sahip olurlar. Saçılan gamma'nın geliş doğrultusuna göre belli bir açıya saçılmasını belirleyen büyüklük "birim katı açı başına tesir kesiti" olarak tanımlanır ve "diferansiyel tesir kesiti" diye adlandırılır.

Geliş doğrultusu ile  $\theta$  açısı yapan ve saniyede  $d\Omega$  katı açısına saçılan parçacıkların sayısı diferansiyel tesir kesitinden elde edilir. Diferansiyel tesir kesitini  $\sigma(\theta, \phi)$  olarak gösterirsek

$$\sigma(\theta, \phi) = \frac{d\sigma}{d\Omega} \quad (\text{tesir kesiti/steradyan}) \quad (2-29)$$

olur.



Şekil 2.5  $d\Omega$  katı açısının hesabı.

Toplam saçılma tesir kesiti ise

$$\sigma_t = \int_{\omega} \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega \quad (2-30)$$

olur.  $d\Omega$  katı açısının değeri Şekil 2.5 'ten yararlanarak

$$d\Omega = \frac{dA}{r^2} = \frac{(r d\theta) (r \sin\theta d\phi)}{r^2} = \sin\theta d\theta d\phi \quad (2-31)$$

olarak bulunur. Toplam katı açıyı bulmak için  $d\Omega$  tüm yönelişler üzerinden integre edilmelidir.

$$\Omega = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi} \sin\theta d\theta = 4\pi \quad (2-32)$$

Katı açılı kesri ise

$$\frac{d\Omega}{\Omega} = \frac{A}{r^2} \frac{1}{4\pi} = \frac{A}{4\pi r^2} \quad (2-33)$$

olur.

Toplam tesir kesiti  $\sigma_t$ ; (2-30), (2-31) bağıntıları birleştirilerek

$$\sigma_t = \int \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega = \int \frac{d\sigma}{d\Omega} \sin\theta d\theta d\phi \quad (2-34)$$

olarak bulunur. Eğer diferansiyel tesir kesiti  $\phi$ 'den bağımsızsa toplam tesir kesiti ( $\phi$  üzerinden integral alındıktan sonra)

$$\sigma_t = 2\pi \int \frac{d\sigma}{d\Omega} \sin\theta d\theta \quad (2-35)$$

olur. Burada  $\sigma(\theta) = d\sigma/d\Omega$  diferansiyel tesir kesitidir.

Saçılma tesir kesitleri "coherent" (esnek) ve "incoherent" (esnek olmayan) olmak üzere ikiye ayrılır.

Esnek (coherent) saçılma tesir kesiti

$$\sigma_{coh} = \int_0^\pi d\sigma_t(\theta) \left[ F(q, Z) \right]^2 \quad (2-36)$$

ile verilir [33]. Burada  $d\sigma_t(\theta)$ ,

$$d\sigma_t(\theta) = \frac{r_e^2}{2} (1 + \cos\theta) d\Omega \quad (2-37)$$

olarak tanımlanır ve "diferansiyel Thomson saçılma tesir kesiti" diye adlandırılır.  $F(q, Z)$  atomik form faktörleri ve coherent saçılma tesir kesitlerine ilişkin değerler çizelgeler halinde çeşitli araştırmacılar tarafından çıkarılmıştır [33].

Incoherent (esnek olmayan) saçılmada "incoherent tesir kesiti

$$\sigma_{inc} = \int_0^\pi d\sigma^{KN}(\theta) S(q, Z) \quad (2-38)$$

ile verilir. Burada  $d\sigma^{KN}(\theta)$  "Klein-Nishina tesir kesiti"dir ve değeri

$$d\sigma^{KN}(\theta) = \frac{r_e^2}{2} \left[ 1 + k(1 - \cos\theta) \right]^{-2} \left[ 1 + \cos^2\theta + \frac{k^2(1 - \cos\theta)^2}{1 + k(1 - \cos\theta)} \right] \quad (2-39)$$

ile verilmiştir.  $S(q, Z)$ , "incoherent saçılma fonksiyonu"dur ve her element

için farklı değerlere sahiptir.  $S(q,Z)$  incoherent saçılma fonksiyonlarına ilişkin değerler de çizelgeler halinde çeşitli araştırmacılar tarafından verilmiştir [34]. Klein-Nishina tesir kesiti ifadesi serbest elektron için tesis edilmiştir.

Fotoelektrik olayın tesir kesitinin teorik hesaplamaları bağlı bir elektron için "Dirac bağıntısı"nın kullanımını gerektirir. Fotonların farklı enerji bölgelerine ait tesir kesitleri değişik araştırmacılar tarafından türetilmiştir [27-30].

Compton saçılması tesir kesitini hesaplamada elektron için Dirac bağıntısını kullanarak sorunu kuantum mekaniksel olarak çözmek gerekir. Klein-Nishina bu tür teorik hesaplamaları yapmışlardır [27,31].

Fotonun birim katı açı başına saçılma tesir kesiti Klein-Nishina açısal dağılım fonksiyonu ile

$$\frac{d\sigma^{KN}(\theta)}{d\Omega} = \frac{1}{2} r_e^2 \left(1+k(1-\cos\theta)\right)^2 \left(1+\cos^2\theta + \frac{k^2(1-\cos\theta)^2}{1+k(1-\cos\theta)}\right) \left(\frac{\text{cm}^2/\text{elektron}}{\text{steradyan}}\right) \quad (2-40)$$

olarak verilir. Burada  $k=h\nu/m_e c^2$  'dir.

Klein-Nishina açısal dağılım fonksiyonunun tüm yönelişler üzerinden integrasyonu "toplam Klein-Nishina tesir kesiti"ni verir ve aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\sigma_c^{KN} = 2\pi r_e^2 \left( \frac{1+k}{k^2} \left( \frac{2(1+k)}{1+2k} - \frac{\ln(1+2k)}{k} \right) + \frac{\ln(1+2k)}{2k} - \frac{1+3k}{(1+2k)^2} \right)^2 \left(\frac{\text{cm}}{\text{elektron}}\right) \quad (2-41)$$

Çift oluşum durumunda tesir kesiti için teorik hesaplamalar daha da zordur. Bu hesaplamalar H. Bethe ve W. Heitler tarafından yapılmıştır [32].

### 3. GAMMALARIN DETEKSİYONU

Radyasyonun güvenli olarak kullanılması, onun niceliksel deteksiyonuna ve ölçülmesine bağlıdır. Bu nedenle radyasyon fiziği çalışmalarında radyasyon sayaçları en önemli araçtır. Radyasyonun ve alınacak ölçümlerin türü gibi iki etken sayaç seçiminde belirleyicidir. Ölçümde gereken kimyeterler birim zamanda detektöre ulaşan parçacıkların sayısı ve enerjileridir [2]. Sayaçlar "elektroskop" gibi en ilkelinden değişik çalışma ilkelere göre düzenlenmiş "iyonlaşma odası", "orantılı sayaç", "Geiger-Müller sayacı", "sis odası", "difüzyon odası", "kabarcık odası", "nükleer emülsiyon", "sintilasyon (ışıldama) sayacı", "katı hal sayacı", "kıvılcım (spark) odası", "Cerenkov sayacı" gibi en gelişmişlerine değin çok çeşitlidir. Çalışmada kullanılan "sintilasyon sayacı"nın çalışma ilkesini ve elektronini anlatmakta yarar vardır.

#### 3.A. Sintilasyon Sayaçları

##### 3.A.1. Sintilasyon Detektörlerinin Genel Yapısı

Sintilasyon (ışıldama) sayaçları, iyonlayıcı parçacıkların bir ortamdan geçtiklerinde ortamda "eksitasyon" (uyarma) yapma özelliklerine dayanarak çalışırlar. Uyarılan atom taban düzeyine dönerken ışık, ışıldama (sintilasyon) oluşturur. Yüklü parçacıkların oluşturduğu uyarma sonucu görünür ışık veren kristallere veya "amorf" (biçimsiz) saydam maddelere "sintilatör" denir. Sintilasyon detektörünün çalışma ilkesi sintilatörde uyarılma sonucu oluşan görünür ışığın bir "elektrik pulsu"na dönüştürülerek sayılmasıdır. Böylece sintilatörde uyarma sonucu görünür ışık oluşturan tüm nükleer parçacıklar sayılabilir.

Sintilasyon sayaçlarının gazlı sayaçlara göre belli üstünlükleri vardır:

i) Duyarlı hacim genellikle katı halde olduğundan X ya da  $\gamma$  ışınları deteksiyonundaki verim daha yüksektir.

ii) Sayacın ayırma gücü kristalin türüne göre  $10^{-8}$  -  $10^{-9}$  s aralığında değişir. Bu kısa çözme zamanı, yüksek hızlı saymaların kayıpsız olarak yapılmasını sağlar.

iii) Sayacın "çıkış pulsu"nun büyüklüğü gelen gammanın enerjisiyle

doğru orantılı yapılabilir.

iv) Radyasyon kaynağı katı sintilatörün çok yakınında, hatta içinde bile tutulabileceğinden ince pencerelerin kullanılmasına gerek kalmaz [1].

İyi sintilatörlerde bazı nitelikler aranır. Nükleer parçacığın enerjisinin görünür ışık radyasyonunun enerjisine dönüşümü için yüksek verim, görünür ışık radyasyonuna ait ışığı geçiricilik, görünür ışık radyasyonu için kısa bozunma zamanı ve mevcut fotokatotların cevaplarının sintilasyonun spektral dağılımı ile uyumu bu özelliklerden birkaçıdır.

Kullanılan gereçlere göre bazı sintilatör türleri ve özellikleri Tablo 3.1 'de verilmiştir.

Tablo 3.1 Bazı sintilatörlerin özellikleri.

Gereçler	Yoğunluk $\rho$ (g/cm <sup>3</sup> )	Yayınlanan maksimum dalga boyu (Å)	Bağlı $\beta$ ışını puls boyu	$\alpha/\beta$ oranı	Bozunma zamanı (s)
1. Anthracene Crystal	1.25	4400	100	9	$3 \times 10^{-8}$
2. Trans-stilbene Crystal	1.15	4400	60	9	$4 - 8 \times 10^{-9}$ ( $\beta$ )
3. Sıvı Fosfor	0.86	3500-4500	40-60	9	$2 - 8 \times 10^{-9}$
4. Plastik Fosfor	1.06	3500-4500	28-48		$3 - 5 \times 10^{-9}$
5. NaI(Tl)	3.67	4200	210	44	$3 \times 10^{-7}$
6. LiI(Eu)	4.06	4700	70	95	$1.2 \times 10^{-6}$
7. CsI(Tl)	4.51	4200-5700	55-95		$1.1 \times 10^{-6}$ ( $\beta$ ) $0.43 \times 10^{-6}$ ( $\alpha$ )
8. ZnS(Ag) toz	4.10	4500	200	100	$4 - 10 \times 10^{-8}$ (hızlı) $4 - 10 \times 10^{-5}$ (yavaş)

Sintilatörleri iki ana grupta toplamak mümkündür:

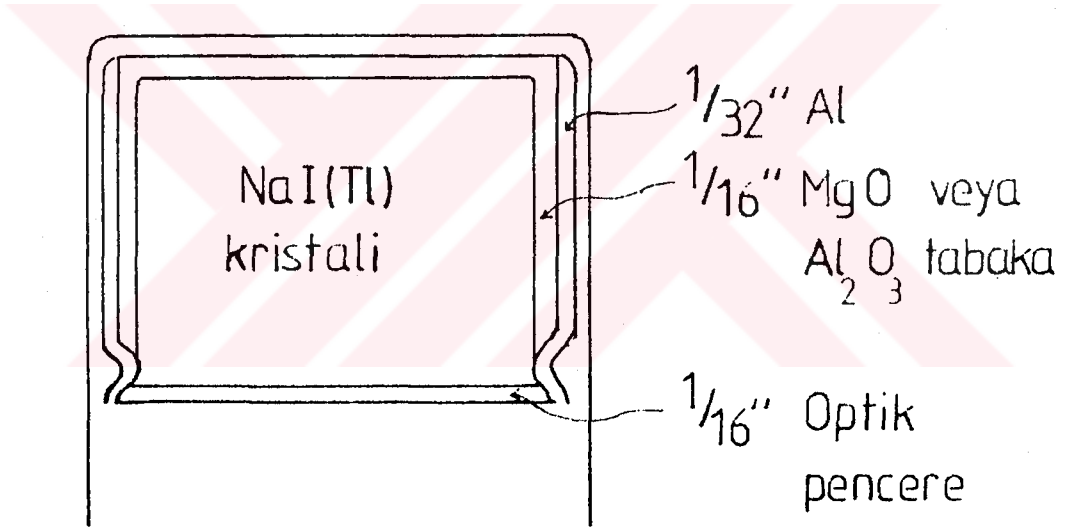
- Organik sintilatörler;
- İnorganik sintilatörler.

Tablo 3.1 'de ilk iki gereç organiklerin yalnızca kristal olanlarıdır. 3. ve 4. sırada yer alanlar organik sıvı ya da katı içinde erimiş gereçlerdir. 5., 6. ve 7. sıradakiler inorganik gereçlerin yalnızca kristal olanlarıdır. 8. sıradaki gereç ise bir inorganik tuzdur. Ayrıca bunlara ek

olarak Xenon ve diğer gazlarda kimyasal etkisi bulunmayan cevherler, sıvılar, katılar ve çeşitli camlar da sintilatör olarak kullanılmaktadır [28, 35,36].

Yüklü bir parçacığın madde içerisinde enerjisini yitirmesi çoğu kere iyonlama ya da uyarma şeklinde gerçekleşir. İyonize olmuş atomlarda elektron eksikliği vardır. Bu elektron boşluğunun madde içindeki serbest elektronlarca doldurulması elektron boşluğunun enerji düzeyine eş düzeyli enerjide bir foton yayınlanmasına neden olur. Sintilatörde bu foton enerjisi göze görünen bölgededir. Yüklü parçacığın sintilatörde oluşturacağı iyon çifti sayısı, giren parçacığın enerjisi ve dolayısıyla ışık şiddeti ile orantılı olduğundan sintilatör kullanılarak yapılan sayımlarda parçacıkların enerjiye bağlı dağılımları elde edilebilir.

Sintilatör mekanik dış etkilere karşı ve "ambient" (çevre) ışığın denetimi için bir koruyucu ile sarılmıştır (bak. Şekil 3.1). NaI(Tl) sintilatörü "higroskopik" (nem kapıcı) olduğundan optik bağlantı yapılan yüzü

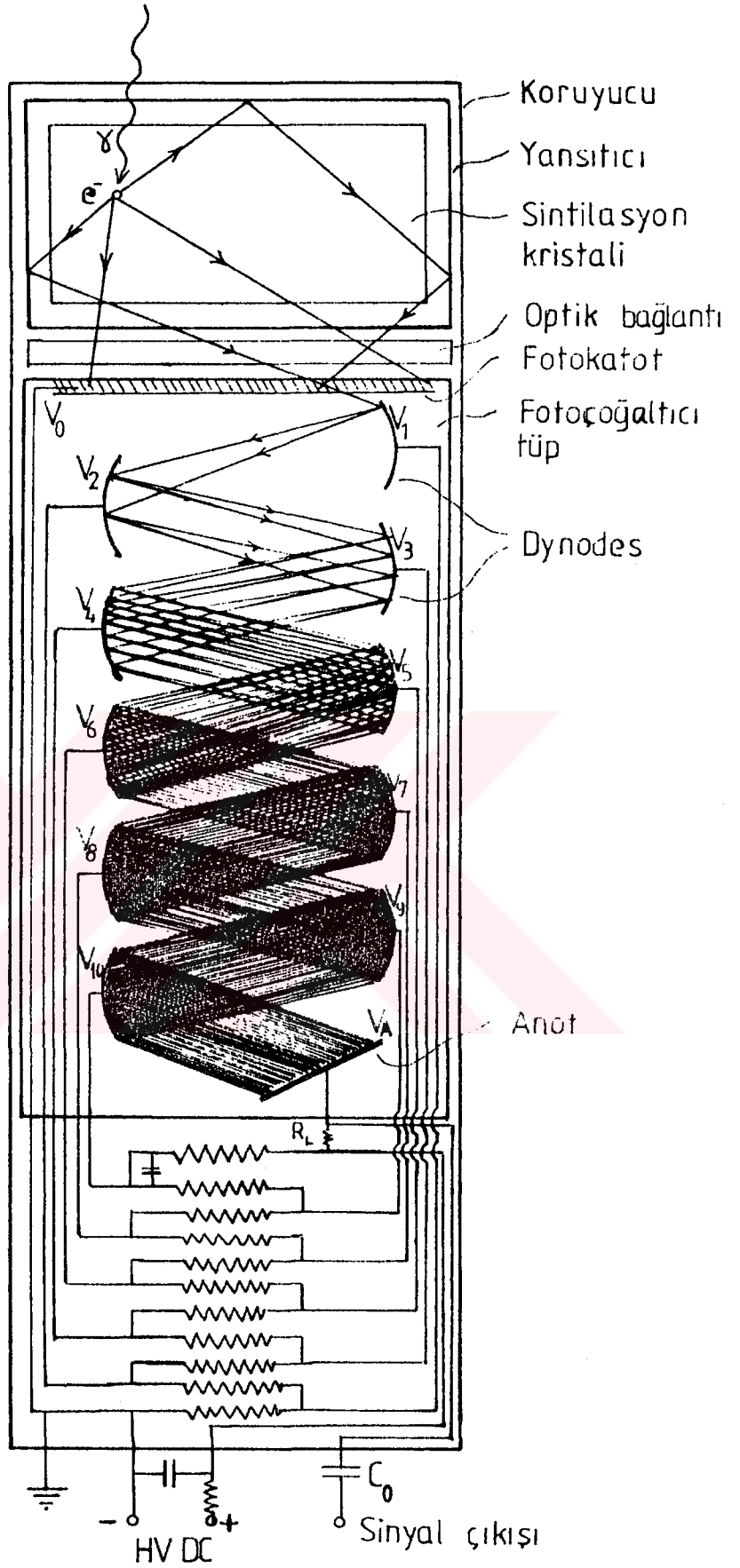


Şekil 3.1 Kılıflanmış bir NaI(Tl) kristali.

(optik pencere) camla, diğer tüm çevresi alüminyum levha ile kaplıdır. Koruyucu levhanın iç yüzü ışık yansıtıcısı işlevi gören MgO ya da Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> ile kaplıdır [36]. Sintilatörü saran kılıf, detektöre giren gamma ışınlarının şiddetinde bir miktar azalmaya neden olur ve detektör verimini çok az düşürür.

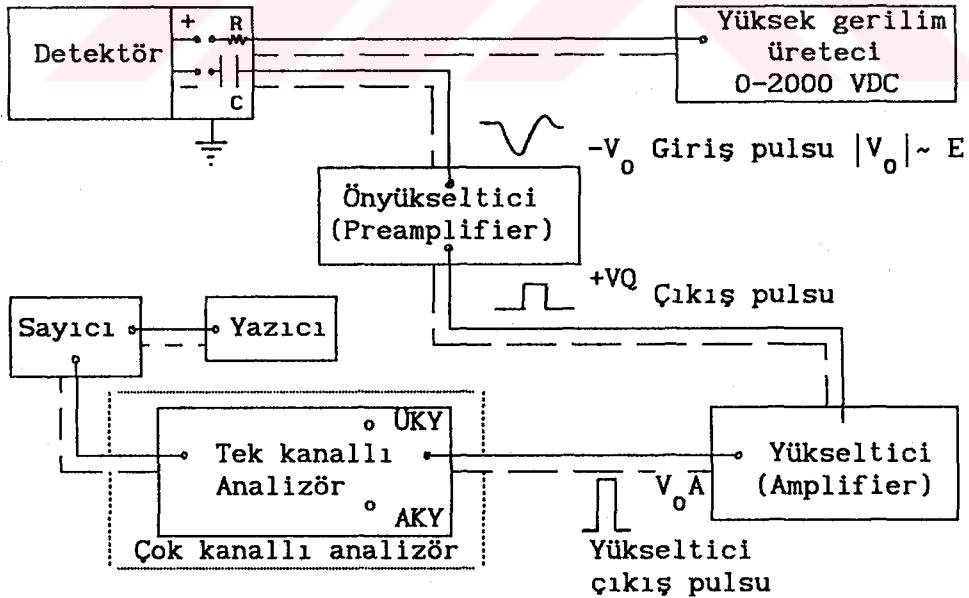
Bir sintilasyon detektörünün şematik görünüşü Şekil 3.2'de verilmiştir. Bir sintilatörle bir "fotoçoğaltıcı tüp" optik bir ortam aracılığı-

$$V_0 < V_1 < V_2 \dots < V_{10} < V_A$$



Şekil 3.2 Bir sintilasyon detektörünün şematik görünümü.

ğıyla uyumlu biçimde bağlanarak bir sintilasyon detektörü oluşturulur. Fotoçoğaltıcı tüp bir fotokatot ile 8-10 adet, gerilim uygulanabilen ve çoğaltıcı (dynod) adı verilen elektrottan meydana gelmiştir. Optik bağlantı aracılığıyla sintilatörde yüklü parçacıkların iyonizasyonundan oluşan mor ışık fotokatot üzerine düşürülür. Optik bağlantı sintilatör ve fotokatot arasındadır. Işığın sintilatörden kaçmasını engellemek ve fotokatota düzgün olarak gelmesini sağlamak için kullanılır. Fotokatottan sökülen elektronlar ışığın şiddeti — dolayısıyla yüklü parçacığın enerjisi— ile orantılıdır. Elektrotlar (dynodes) arasına uygulanan aşamalı gerilim nedeniyle fotokatotta oluşan elektronlar sırasıyla birinci elektrota varıncaya kadar elektriksel alanda hızlanır ve sahip olduğu enerjinin tümünü elektrottan elektronların koparılmasına harcar; sökülen elektronlar ikinci elektroda varıncaya değin elektriksel alanda yeniden hızlanarak ikinci elektroda çarparlar ve tüm enerjilerini bu elektrottan elektronların koparılmasına harcarlar. Böylece elektronlar birbirini izleyen her bir ardışık elektrot çifti arasında hızlandırılır, çarptırılır ve çoğaltılır. Her bir elektrotun çoğaltma katsayısı dört kadardır. Yani herhangi bir elektrota çarpan bir elektron dört yeni elektronun yayınlanmasına neden olur. Böylece çoğaltılmış ve hızlandırılmış elektronlar "toplayıcı elektrot (anot)" aracılığıyla toplanarak bir gerilim pulsu üretilmiş olur. Fotoçoğaltıcı tüpün ye-



Şekil 3.3 Detektörde oluşan pulsun elektroniksel çözümlenmesine ilişkin deneysel düzeneğin blok diyagramı.



rin magnetik alanından etkilenmemesi için dışı bir perdeleyici ile sarılmıştır. Fotoçoğaltıcı tüpte oluşan pulslar Şekil 3.3 'te gösterilen yolu izleyerek önce sığaç üzerinden "preamplifier"ye (önyükselticiye) girer ve "amplifier"den (yükselticiden) geçerek "seçici" (diskriminatör) sistemine ulaşır. Önyükselticide çok küçük boylu olan bu puls boyca büyütülür ve kare dalga şekline dönüştürülür. "Puls eni", sintilatörde bu pulsun oluşmasına neden olan yüklü parçacığın "menzil"i ile orantılı olduğundan önyükselticide "en" değişime uğramaz. Yükselticiden geçerken "puls boyu" daha da yükseltilir. Her bir "diskriminatör" (kesici) yalnız belirli enerji aralığındaki pulsları geçirir.

Sintilatörde, fotoelektrik olay, Compton saçılması ve çift oluşumu sonucu meydana gelen elektron ve pozitron uyarılmaya neden olurlar [37].

### 3.A.2. Sayım Elektroniği

Radyasyon fiziginde nükleer parçacıkların enerji, zaman ve çokluklarına bağlı değişimlerinin incelenmesinde nükleer elektronik temel parçalarının her bir deneye özgü elektroniği kullanılır. Deneyimizde kullanılan düzeneğin blok diyagramı Şekil 3.3 'te gösterilmiştir. Nükleer elektronik temel parçalarının işlevlerini kısaca tanımakta yarar vardır.

1) **Güç kaynağı** : Gerekli elektroniği ve sayıcıları beslemede kullanılan güç kaynakları olmak üzere iki kümede toplanabilir. Gerekli elektroniğin beslenmesinde kullanılan güç kaynakları genellikle her bir temel parça içine ya da blok raflarına yerleştirilir. Sayaçların beslenmesinde kullanılan yüksek gerilim güç kaynaklarında kaynağın gücü, istenilen gerilim değeri ve çıkış geriliminin düzenliliği önemlidir.

2) **Önyükseltici (Preamplifikatör)** : Sayacın elektronik ile empedans (sanal direnç) uygunluğunu, sayaç pulsunun zayıflamamasını sağlayan bileşendir. Zayıflamamayı sağlamak için yükseltici ile sayaç kısa kablolarla bağlantılanmalıdır. Önyükselticinin yükseltme faktörü çok küçüktür. Bazı durumlarda yükseltme etkeni 1 'e eşit veya 1 'den küçüktür.

3) **Linear yükseltici (Amplifikatör)** : Önyükselticiden gelen pulsların boyunu lineer olarak büyüten bileşendir. Her araçta farklı olan yükseltme etkeni  $10^5$  kadardır ve istenilen değere ayarlanabilir. Bu yükselticilerin kullanımında en önemli nokta "lineerite" (doğrusallık) sınırı içinde kalabilmektir.

4) **Kesici (puls boyu ayırıcı) çevrim (Diskriminatör)** : Belli yük-



12) Tetikleme çevrimi : Denel düzenekten alınan uyarı ile elektroniği çalışmaya başlatan ya da hem elektroniği hem de denel düzeneği çalışmaya başlatan çevrimdir.

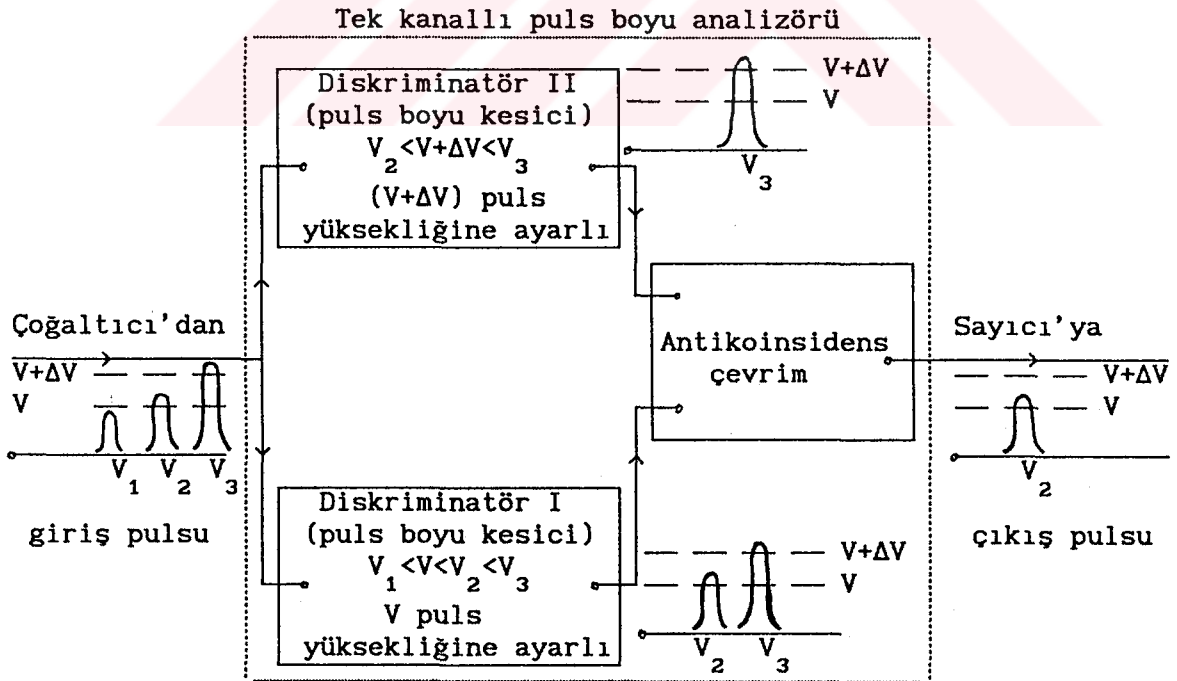
13) Çok kanallı analizör : Deneyde elde edilen pulsları boylarına göre sıralayan çevrimdir. Bu çevrimin bloku, elektroniğin sonuna bağlantılanarak nükleer parçacık enerji dağılımları elde edilir. Birden fazla sayıda tek kanallı analizörü içerir.

14) Zaman çözümleyici : Zaman-puls çevirici çevrim ile çok kanallı analizör çevriminin birlikte kullanılmasıyla oluşturulan çevrimdir. Pulslerin zamana bağlı çokluklarının değişiminin elde edilmesini sağlar.

15) Yazıcı-çizici : Denel verileri kağıda aktaran ya da sayma hızı çevriminin gösterdiği akım şiddetiyle orantılı olarak denel değerleri grafik olarak çizen birimdir.

### 3.A.3. Sintilasyon Detektörü Sayma Düzeneği

Sintilasyon detektörlerinin temel ölçme tipi parçacık sayma esasına dayanır. Sayma sisteminde "sayıcı"yla birlikte "puls boyu ayırıcısı", "tek kanallı puls boyu analizörü", çok kanallı analizör de bulunur.



Şekil 3.5 Tek kanallı puls yüksekliği analizörü blok elektroniği.

a) **Tek kanallı puls boyu analizörü** : Kesme yükseklikleri birbirinden farklı iki diskriminatör (puls boyu kesici) ile bir antikoinsidens çevrimin uygun şekilde bağlantılanmasıyla tek kanallı puls yüksekliği (boyu) analizörü oluşur. Diskriminatörlerin kesme yükseklikleri arasındaki  $\Delta V$  farkına "kanal" veya "pencere aralığı",  $V$  kesme yüksekliğine de "taban düzeyi" denir.

Olayı Şekil 3.5 'e göre kısaca anlatalım :

I ve II numaralı diskriminatörün girişlerine 1, 2, 3 numaralı puls-  
ların geldiğini ve pulsaların boylarının  $V_1 < V$  ,  $V < V_2 < V + \Delta V$  ve  $V + \Delta V < V_3$  olduğunu kabul edelim. I no'lu diskriminatör 2 ve 3 no'lu puls-  
ları; II no'lu diskriminatör ise 3 no'lu puls-  
u geçirir. I ve II no'lu kesicilerin çıkış-  
ları bir antikoinsidens çevrimine verilir. Her iki 3 no'lu puls eşzamanlı (aynı bir pulstan türemiş) olduğundan eşzamanlı olmayan (antikoinsidens) çevrim tarafından elenir. Sonuçta yalnızca  $V$  ile  $V + \Delta V$  arasında puls boyuna sahip 2 no'lu puls analizörden geçer ve sayıcıya ulaşır.  $\Delta V$  sabit tutularak  $V$  taban düzeyi çeşitli değerlerde gezdirilirse puls boyu analizörü sadece  $V$  ile  $V + \Delta V$  arasında puls boyuna sahip tüm puls-  
ları geçiren ve böylece puls adedinin puls yüksekliğine göre dağılımı, bir başka deyişle sayılan parçacıkların enerjiye bağlı dağılımları elde edilir.

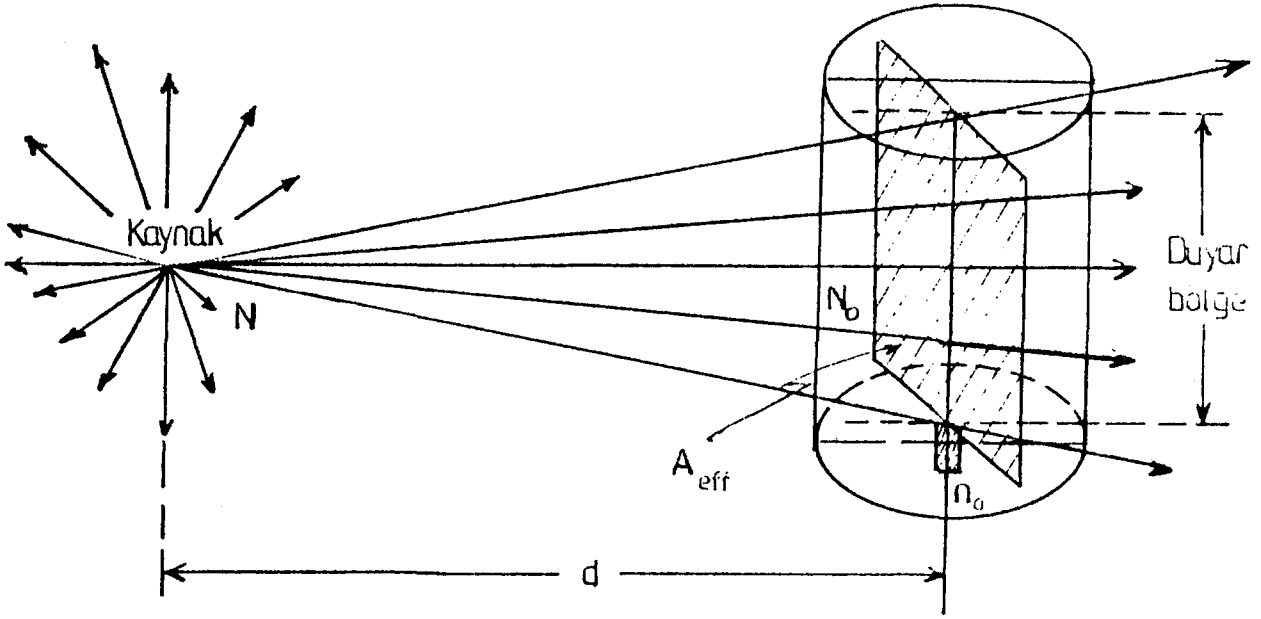
b) **Tek kanallı puls biçimi analizörü**: İki adet puls biçimi ayırıcısı kullanılarak istenilen biçimdeki puls-  
lar sayılır. Yüklü parçacığın türünü belirler.

c) **Çok kanallı analizör** : Tek kanallı puls boyu ve puls biçimi analizörün çok kanala genişletilmesidir. Kanal sayısı örneğin 1024, 2048, 4096, vs. olabilir. Çok kanallı analizör bir radyoaktif kaynaktan yayınlanan parçacıkların sintilatörde oluşturduğu puls-  
ları boylarına yani enerjilerine göre ayırır ve bu kaynağa ilişkin "enerji dağılımı"nı (spektrumu) verir. Eğer sistemle gamma ışınları sayılıyorsa kullanılan radyoaktif kaynağın o geometrik düzenlenişe ait "cevap fonksiyonu" elde edilir.

### 3.B. Detektör Özellikleri

#### 3.B.1. Detektör Duyarlılığı (Efficiency)

Duyarlık, bir gammanın detektör tarafından sayılma olasılığıdır ve her bir gamma için farklıdır. Gammanın geliş doğrultusuna, açısına ve detektöre girdiği yere bağlıdır. Bununla birlikte duyarlılığı, ortalama bir sayılma olasılığı gibi kabul ederek aşağıdaki tanımları yapabiliriz.



Şekil 3.6 Radyoaktif noktasal kaynak - detektör sistemi.

Herhangi bir noktasal radyoaktif kaynaktan  $N$  adet foton yayınlandığını varsayalım. Detektörün duyar bölgesine giren foton sayısı  $N_0$ , detektörce sayılan foton sayısı  $n_0$ , detektöre tüm enerjisini bırakarak sayılan foton sayısı  $N E_0$  ve enerjisinin bir kısmını bırakarak sayılan foton sayısı  $N_E$  olsun.

i) Özduyarlık (Intirinsic Efficiency)  $\epsilon_0$ : "Özduyarlık", detektörde sayılan foton sayısının detektörün duyar bölgesine giren foton sayısına oranı olarak tanımlanır ve  $\epsilon_0$  ile gösteri gösterilir.

$$\epsilon_0 = \frac{n_0}{N_0} \quad (3-1)$$

ii) Geometrik duyarlık (Intirinsik olmayan efficiency)  $\epsilon$ : Detektörde sayılan foton sayısının kaynaktan yayınlanan fotonların sayısına oranı "geometrik duyarlık" (Intirinsic olmayan Efficiency) olarak tanımlanır [3] ve  $\epsilon$  ile gösterilir.

$$\epsilon = \frac{n_0}{N} \quad (3-2)$$

İzotropik bir kaynaktan yayınlanan fotonlar her doğrultuya eşit

olasılıkla yayınlanır. Detektöre giren  $\gamma$  ışını sayısı  $N_0$  ile yayınlanan  $\gamma$  ışını sayısı  $N$  arasında

$$N_0 = G N \quad (3-3)$$

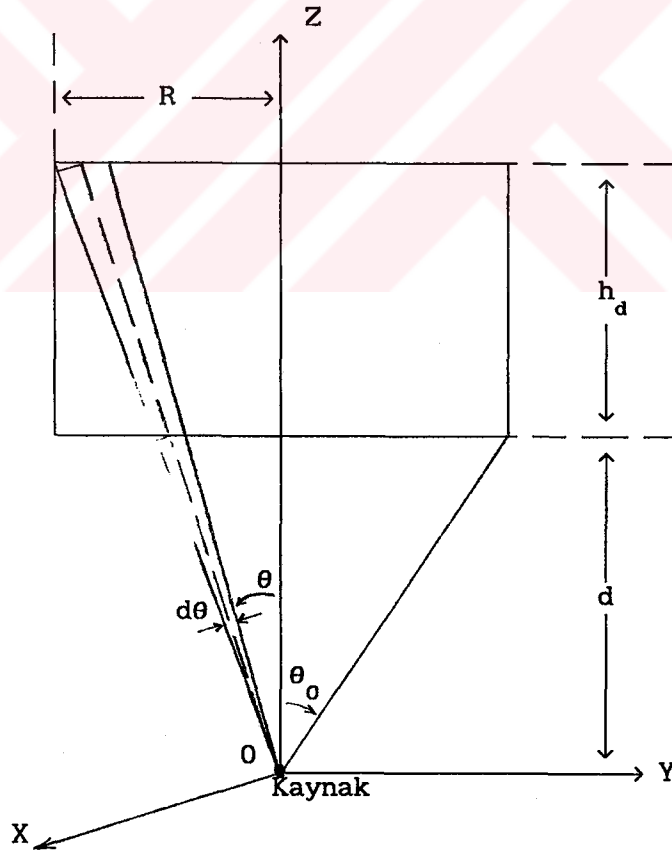
bağıntısı vardır. Burada  $G$ , "geometrik çarpan" olup detektör-kaynak uzaklığı  $d$  ve detektörün kaynak tarafından görülen duyar bölge alanı  $A_{eff}$  olmak üzere yaklaşık olarak

$$G = \frac{A_{eff}}{4 \pi d^2} \quad (3-4)$$

dir. (3-1), (3-2) ve (3-3) eşitliklerinden özduyarlık ile geometrik duyarlık arasında

$$\epsilon = G \epsilon_0 \quad (3-5)$$

bağıntısı bulunur.



Şekil 3.7 Noktasal kaynak-silindirik detektör sistemi.

Şekil 3.7 'deki noktasal kaynak-silindirik detektör sistemi için geometrik çarpan G tam olarak hesaplanabilir.

$$G = \frac{\int_0^{\theta_0} d\Omega}{\int_{\text{tüm}} d\Omega} \quad (3-6)$$

yöneller

(2-32) ve (2-33) eşitliklerindeki katı açı tanımı kullanılarak

$$G = \frac{1}{4\pi R^2} \int_0^{\theta_0} 2\pi R^2 \sin\theta d\theta$$

$$G = \frac{1}{2} (1 - \cos\theta_0) = \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{d}{[d^2 + R^2]^{1/2}} \right] \quad (3-7)$$

bulunur [36].

Bu çalışmada noktasal kaynak-silindirik detektör sisteminde  $d=5$  cm,  $R=1.5''=3.81$  cm olduğundan  $G=0.1023$  'dür.

iii) Tüm enerji pik duyarlığı (Full energy peak efficiency)  $\epsilon_t$  : Detektörde tüm enerjisini bırakarak sayılan foton sayısının detektöre giren foton sayısına oranı "Intirinsic tüm enerji pik duyarlığı" olarak tanımlanır ve

$$\epsilon_{fin} = \frac{NE_0}{N_0} \quad (3-8)$$

olarak ifade edilir.

Detektörde tüm enerjisini bırakarak sayılan foton sayısının kaynaktan yayınlanan foton sayısına oranı ise "Intirinsic olmayan tüm enerji pik duyarlığı" olarak tanımlanır ve

$$\epsilon_f = \frac{NE_0}{N} \quad (3-9)$$

olarak ifade edilir.

iv) Toplam duyarlık (Total efficiency)  $\epsilon_t$  : Detektörde enerjisinin bir kısmını bırakarak sayılan foton sayısının detektöre giren foton sayısına oranı "Intirinsic duyarlık" (intirinsic efficiency) olarak adlandırılır ve

$$\epsilon_{tin} = \frac{N_E}{N_0} \quad (3-10)$$

olarak gösterilir.

Detektörde enerjisinin bir kısmını bırakarak sayılan foton sayısının kaynaktan yayınlanan foton sayısına oranına ise "Intirinsic olmayan duyarlık" denir.

$$\epsilon_t = \frac{N_E}{N} \quad (3-11)$$

### 3.B.2. Ölü Zaman

Detektörde bir adet fotonun sayımı sırasında detektörün sağır kaldığı zaman aralığına "ölü zaman" (dead-time) denir ve  $\tau$  ile gösterilir. Ölü zaman büyüdükçe gözlenen sayım hızı azalır [38]. Ölü zaman art arda Compton saçılması oluşumu için geçen süreden çok daha büyüktür. Bu nedenle detektörde ardışık Comptonlar sonucu ortama aktarılan enerjiler tek tek sayılamaz; ortama aktarılan enerjinin toplamı sayılır.

### 3.B.3. Cevap Fonksiyonu

Gamma fotonlarınca detektör ortamına aktarılan enerjiler kaynağın cinsine, etkileşim türü ve sayısına bağlı olarak belli bir dağılım gösterirler. Detektörde sayılan monoenerjik gammaların enerjiye bağlı sayısal dağılımına "cevap fonksiyonu" denir. Çeşitli gammaların enerjiye bağlı sayısal dağılımına ise "gamma spektrumu" denir.

Gamma ışınlarının madde ile etkileşmesi sırasında olan fotoelektrik olay, Compton saçılması ve çift oluşumu olaylarının her birinde "serbest elektron"lar oluşur. Bu olaylar sintilatör içersinde gerçekleşirse serbest elektron aynen yüklü bir parçacık gibi sayılır. Her üç olayda da kristale aktarılan enerji ile puls boyu orantılı olmakla birlikte gamma enerjisi ile sintilasyon sayacında pulsun ilgisi her üç olay için farklıdır.

#### a) Fotoelektrik Olay

Fotoelektrik olayda gamma ışını, tüm  $E_\gamma$  enerjisini ortama aktararak yok olur.  $E_\gamma$  enerjisinin tümü  $E_k$  eksitasyon enerjisi ile elektronun  $E_e$  kinetik enerjisine dönüşür.

$$E_\gamma = E_e + E_k \quad \Longrightarrow \quad E_e = E_\gamma - E_k$$

$E_e$  kinetik enerjisi ile elektron sintilatör ortamında pekçok sayıda eksitasyona neden olur ve  $E_e$  enerjisini bu yolla yitirir. Eksite edilen (uyarılan) ilk atom dahil tüm uyarılmış atomlar ışık salarak taban enerji düzeyine gelirler. Sonuçta  $E_\gamma$  eksitasyon enerjisine dolayısıyla ışık şid-



detine dönüşür. Bu şekilde oluşmuş ışık fotonları fotoçoğaltıcı tüp yardımıyla puls haline sokulur. Oluşan pulsun boyu  $V$  , gamma enejesi  $E_\gamma$  ile orantılıdır. Orantı sabiti  $k$  ile gösterilirse bu ilişki

$$V = k E_\gamma \quad (3-12)$$

olur.

Sayaçta sayılan  $\gamma$  ışını sayısı  $n_0$  , fotoelektrik olay olma olasılığı  $p_{fe}$  ile gösterilirse oluşan fotoelektrik pulsu sayısı  $n_{fe}$  ,

$$n_{fe} = n_0 p_{fe} \quad (3-13)$$

kadar olur. O halde detektörde sayılan  $n_{fe}$  adet  $k E_\gamma$  gerilim değerinde fotoelektrik pulsu vardır.

### b) Compton Saçılması

Compton olayında, gamma ışını sintilatör içersinde bulunan ortamdaki elektronlarla bir ya da art arda birden fazla sayıda saçılma yapar. Tek bir saçılmada  $E_\gamma$  enerjisine sahip gamma ışını  $E'_\gamma$  enerjisi ile saçılır. Serbest elektron  $E_e = E_\gamma - E'_\gamma$  kadar bir kinetik enerji kazanmış olur. Saçılan elektronun  $E_e$  kinetik enerjisi, saçılma açısı  $\theta$  'ya bağlıdır ve sabit değildir [2]. Detektörde oluşan pulsun boyu,  $E_e = E_\gamma - E'_\gamma$  enerji, değeri ile orantılı olacaktır. Art arda Compton saçılması yapan bir foton sürekli enerji yitirir. Sonunda ya tüm enerjisini yitirerek yok olur ya da enerjisinin belli bir kısmını ortamda bırakarak detektör dışına kaçar. Foton art arda birkaç kez Compton saçılması yapıp ortamdan kaçmışsa her bir etkilemeden sonra ortama bırakılan enerji değeri sırasıyla  $E_1 = E_\gamma - E'_\gamma$  ,  $E_2 = E'_\gamma - E''_\gamma$  ,  $E_3 = E''_\gamma - E'''_\gamma$  ...  $E_i = E_{\gamma}^{i-1} - E_\gamma^i$  ve puls boyu  $E_\gamma - E_1$  ile orantılı olacaktır.

$p_c$  Compton saçılması olma olasılığı olmak üzere detektörde sayılan  $n_0$  fotondan oluşan Compton pulsu sayısı  $n_c$

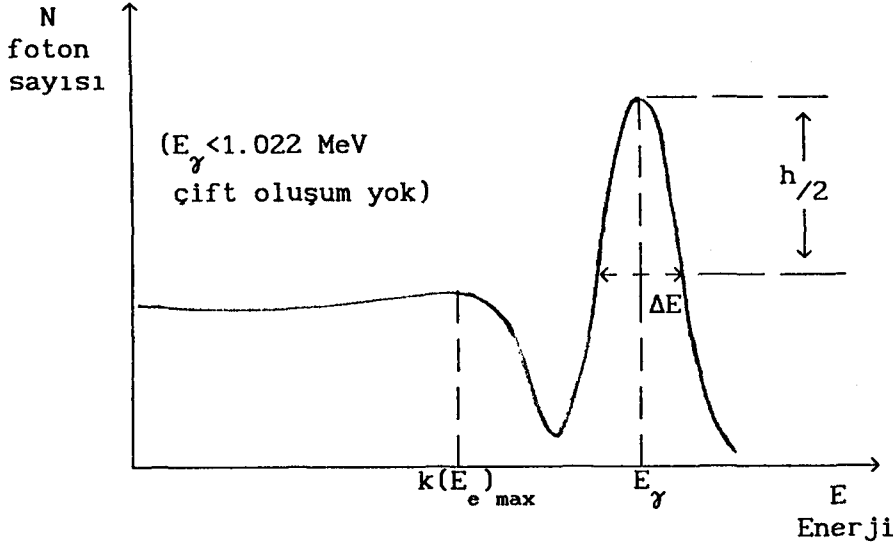
$$n_c = n_0 p_c \quad (3-14)$$

adet olur.  $n_c$  tane pulsun enerjisi tek değildir. Pulsun boyu enerjiye bağlı olarak  $k(0) < V < k(E)_{e \max}$  arasında değişir.

Compton saçılmasında her açıya saçılma olasılığı aynı değildir. Detektörün "ayırma gücü" nedeniyle tek enerjili elektronların oluşturduğu pulslar aynı boyda değildir ve Şekil 3.8 'deki gibi Gauss dağılımı gösterirler.

### c) Çift Oluşum Olayı

Çift oluşum olayında  $E_\gamma$  enerjili gamma ışını tümüyle yok olarak bir



Şekil 3.8 Tek enerjili gamma cevap fonksiyonu.

elektron ve bir pozitronun oluşmasına neden olur. Yok olan gammanın  $E_\gamma$  enerjisi elektron-pozitron çiftinin durgun kütle enerjisine ve elektronun  $E_e^-$ , pozitronun  $E_e^+$  kinetik enerjilerine dönüşür.

$$E_\gamma = 2m_e c^2 + E_e^- + E_e^+$$

Elektron-pozitron çifti,  $E_e^-$  ve  $E_e^+$  enerjilerini sintilatör içinde iyonizasyon yoluyla yitirerek bir puls yaratabilir. Bu çift oluşum pulsunun boyu  $(E_e^- + E_e^+) = E_\gamma - 2m_e c^2$  ile orantılıdır.

Durgun hale ulaşmış pozitron, durgun halde bulunan bir elektronla birleşerek her birinin enerjisi  $m_e c^2 = 0.511$  MeV olan iki gamma salınır (çift yok olma). Bu durumda üç olasılık vardır :

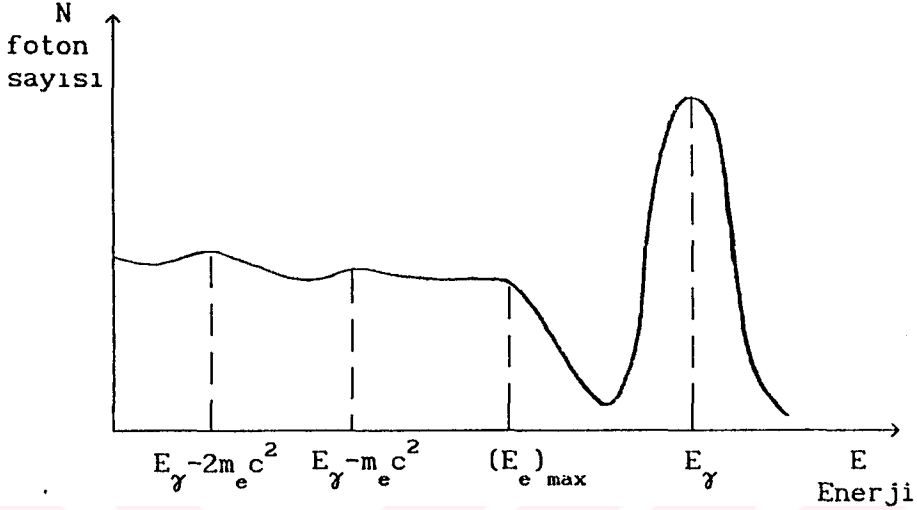
1) 0.511 MeV 'lik enerjiye sahip gammaların ikisi de sintilatörden kaçar. Bu durumda oluşan puls boyu  $(E_e^- + E_e^+) = E_\gamma - 2m_e c^2$  ile orantılı olacaktır (  $V = k(E_\gamma - 2m_e c^2)$  ).

2) Gammalardan biri sintilatörde etkileşir, diğeri kaçar. Etkileşen foton ya fotoelektrik yaparak tüm enerjini ortama aktarır ve puls boyu  $E_e^- + E_e^+ + m_e c^2 = E_\gamma - m_e c^2$  ile orantılı olur (  $V = k(E_\gamma - m_e c^2)$  ) ya tek bir Compton etkileşmesi yaparak ortama enerjisinin bir kısmını bırakır ya da art arda Compton saçılması yaparak tüm enerjisini  $(E_\gamma - m_e c^2)$  ortama aktarır.

3) Fotonlardan ikisi de kaçamaz, sintilatörde etkileşir ve enerjilerinin tümünü ortama aktarırlar. Bu durumda oluşacak puls boyu  $E_e^+ - E_e^- + 2m_e c^2$

ile orantılı olacaktır ( $V=kE_\gamma$ ).

Şekil 3.8 'deki tek enerjili gamma cevap fonksiyonu çift oluşum olayının da etkisiyle örneğin  $E_\gamma > 3 \text{ MeV}$  için Şekil 3.9'daki gibi olacaktır.



Şekil 3.9 Tek enerjili gamma cevap fonksiyonu.

Spektrumların (cevap fonksiyonlarının) şekli gamma enerjisine bağlı olarak karakteristik bir farklılık gösterir. Bu spektrumların incelenmesi ile gamma kaynağının cinsi bulunabilir.

#### 3.B.4. Ayırma Gücü (Rezülasyon)

"Ayırma gücü", detektör tarafından ayırt edilebilen birbirine yakın enerji değerine sahip iki fotonun  $\Delta E$  enerji farkının fotonun  $E$  enerjisine oranı  $\Delta E/E$  olarak tanımlanır. Detektörün saydığı aynı enerjili fotonların spektrometrede gözlenen enerjileri aynı değerli değildir. Spektrometreyi oluşturan basamakların her birinden gelen istatistiksel sapmalar nedeniyle fotonların enerji dağılımı yaklaşık bir Gauss eğrisi gibidir. Gauss eğrisinin genişliği spektrometrenin ayırma gücünün ölçüsüdür. Deneysel olarak ayırma gücü Gauss eğrisinin yarı yüksekliğinin yarı genişliği olarak verilir.

#### 4. YÖNTEM

##### 4.A. Monte Carlo Benzetişim Yöntemi

"Monte Carlo yöntemi"nin kesin bir tanımını yapmak — yalnızca kendi ögelerini kapsayan ve gayrısının girmesine engel olan lojik ve tarif vermek — olanaksızdır. Monte Carlo yöntemi, istatistiğın örnekleme tekniğini uygulayarak bazı fizik ve matematik problemlerinin çözümlerini bulmaya uygun bir yoldur. Bu yöntemle olasılıklara bağılı yapısı nedeniyle "Monte Carlo yöntemi" denmiştir. Anlambilimcilere göre zaten bir konunun adı ile kendisi arasında sıkı bir ilgi olması da gerekli değildir. Benzetişimli bir hesaplama yolu olan Monte Carlo yönteminde olasılı ya da bazı istatistiksel karakterler taşıyan doğıal bir olay yerine, olasılı ve matematiksel karakterli bir model alınır ve istatistik işlemler aracılığı ile rastgele fiziksel olay "taklit" (simüle) edilerek istenilen değışkenler hesaplanır [39].

Monte Carlo hesaplamalarının en belirgin özelliğı, hesaplamalardaki temel rolün gelişigüzel örnekleme yöntemlerinde oluşudur. Uygulamalarda belirli olasılık dağılımlarından örnekler seçmek gerekir. Bu dağılımlar ilerde göreceğimiz gibi bazen fotonun etkileşme türünün örneklenmesinde olduğı gibi kesikli, bazen de serbest yolun örneklenmesinde olduğı gibi süreklidir. İncelenen problem, genelde sonucu analitik olarak hesaplanamayacak denli karmaşık sistemler içerir. Sistemdeki gelişigüzellik ve olaya art arda birçok farklı fiziksel olgunun karışması, bu çözümsüzlüğe neden olabilir [40]. Bu durumda soruna kuramsal yaklaşım, yalnızca Monte Carlo yöntemi ile mümkündür. Olaya katılan her fiziksel olguya ilişkin olasılık yasaları biliniyorsa, her olayın katkısı Monte Carlo örnekleme teknikleri kullanılarak hesaplanıp sonuçta tüm olayların katkısı ile beliren sıklık dağılımı elde edilir.

##### 4.B. Gelişigüzel Sayıların Elde Edilmesi

Belli bir deneyde ya da ölçme işleminde bulunabilecek değıerler kümesi bir "gelişigüzel (rastgele) sayılar kümesi" oluşturur. Gelişigüzel sayılar kümesinde herhangi bir sayının gelme olasılığı diğer sayıların gelme olasılığından — hileli zarda olduğı gibi — farklı olabilir. Olası-

lıkların aynı olduğu rastgele sayılar kümesine "düzgün dağılımlı rastgele sayılar kümesi" denir.

Sayısal olarak bir deneyi ya da olayı benzetişim yoluyla çözümlmek için 0 - 1 arasında değerler alan sürekli, düzgün dağılımlı gelişigüzel sayılar gerekir. Gelişigüzel sayılar her bir rakamı aynı olasılıkla seçilmiş ve birbirinden bağımsız sayılardan oluşmuş bir kümenin elemanlarıdır. Bu sayıların elde edilmesi için kullanılan pek çok yöntem vardır [39,41, 42]. Benzetişim yönteminde çok sayıda gelişigüzel sayı gerektiğinden bu sayılar bilgisayarda üretilir [43]. Bilgisayarda tümüyle belirli bir yöntemle göre art arda oluşturulan bu sayılar gerçekte gelişigüzel olmamakla birlikte gelişigüzel sayıların istatistiksel özelliklerini içerirler. Bu tür sayılara "sözde (pseudo) gelişigüzel sayılar" denir.

Sözde gelişigüzel sayı üretme yöntemlerinin ilklerinden olan von Neumann'ın "karenin ortası (mid-square) yöntemi"nde çok basamaklı bir başlangıç sayısının karesinin ortasındaki n adet rakam alınarak işlem sürdürülüp bir sayı dizisi oluşturulur. Bu yöntemde sayıların yinelenmesi olasılığı yüksektir. Yinelenmeyi azaltmak için Lehmer tarafından "the multiplicative congruential method" geliştirilmiştir [44].

Bu yöntemin algoritması

$$x_i = a x_{i-1} \pmod{m} \quad (4-1)$$

olarak gösterilebilir. Burada  $x_1$ 'nin başlangıç değeri  $x_0$  ve a pozitif tamsayılar; m ise bu sayılardan büyük olan başka bir pozitif tamsayıdır.  $x_1$  pozitif tamsayılar dizisi;  $x_{i-1}$ , a ile çarpılıp çıkan sayının m'ye göre modu hesaplanarak elde edilir.

Bu yöntem, gelişigüzellğe daha da yaklaştırılarak

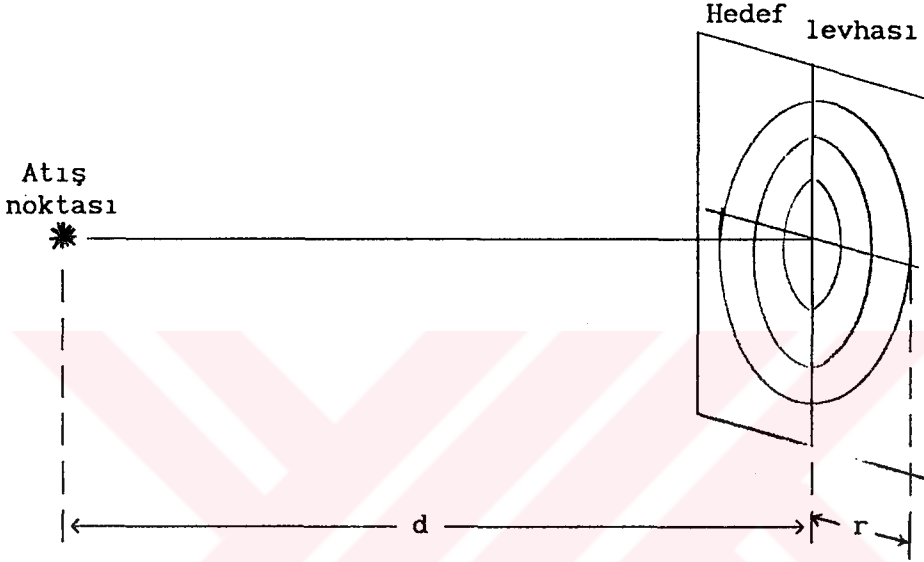
$$x_i = (a x_{i-1} + c) \pmod{m} \quad (4-2)$$

algoritmasıyla da rastgele sayı dizisi üretilebilir. "Mixed congruential method" adı verilen yöntemde başlangıç değeri olarak x pozitif bir tamsayı alınır. a ve c iki tamsayı, m de bu sayıların ikisinden de büyük bir tamsayıdır. Üretilen sayı dizisinin her sayısı m'ye bölünerek 0 - 1 aralığındaki sayılardan oluşan yeni bir dizi elde edilir. a, c, m ve  $x_0$ 'ın farklı değerleriyle üretilen diziler gelişigüzeldir ve bir  $x_i$  dizisi,  $x_0$ , a, c ve m ile tümüyle belirlenir. Dizinin en çok m adet farklı sayıdan oluştuğu ve sonuçta kendisini yineleyeceği açık olmakla birlikte periyot, m, a ve c'nin uygun değerleri seçilerek mümkün olduğunca büyütülebilir.

Bu çalışmada ilk örnek deneylerde Amstrad 6128 kişisel bilgisayarın ve diğer deneylerde "Quick Basic version 3.30 derleyicisi"nin hazır gelişigüzel (random) sayı fonksiyonu kullanılmıştır.

#### 4.C. Temel Örnekleme ilkesi

Monte Carlo yönteminin temelinde belirli bir olasılık dağılımına sahip gelişigüzel bir değişkenin değerlerinin örneklenmesi işlemi yatar. Bir örnek ile bu işlem akışını açıklamak yararlı olacaktır.

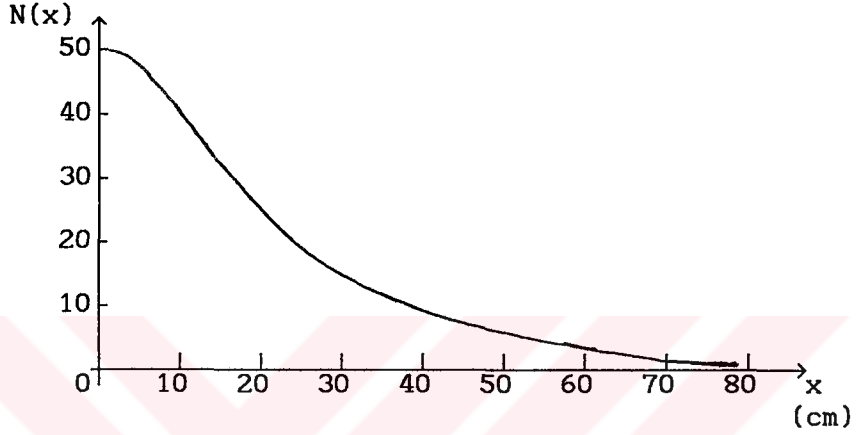


Şekil 4.1 Örnek deney düzeneği.

Bir atış eğitim merkezinde  $r$  yarıçaplı bir hedefin aynı tür silah kullanılarak mermilerle dövülmesini fiziksel olarak inceleyelim. Dairesel hedef levhasının merkezine hedef gözetilerek belli bir uzaklıktan çok sayıda ( $N_0$  kez) atış yapıldığını varsayalım (bak. Şekil 4.1). İdeal koşullarda merminin hep  $x=0$  noktasına düşmesi beklenir. Oysa gerçek bir deneyde olayı etkileyen — hava koşulları, sürtünme, mermi kütlesi ve barut hakkı üretim farklılıkları, atıcı ve silahtan kaynaklanan sistematik hatalar gibi — çeşitli etkenler nedeniyle mermiler  $x=0$  noktasının yakın çevresinde farklı noktalara çarparlar. Her bir atışta merminin hedefin neresine çarpacağını kestirmek mümkün olmadığı için merminin vuruş noktasının merkeze olan  $r$  uzaklığı gelişigüzel bir değişkendir. Atış yeterince tekrarlanırsa, mermilerin  $x$  'e bağlı sıklık dağılımı Şekil 4.2 'deki gibi olabilir. Şekilde yatay eksen, merkeze olan uzaklığı;  $N(x)$  ise herhangi bir  $x$

uzaklığına çarpan mermi sayısını göstermektedir.  $N(x)dx$  , belirli bir  $x$  ile  $x+dx$  aralığına çarpan mermi sayısıdır. Şekil 4.2 'deki eğrinin altında kalan alan deneme (atış) sayısına eşittir.  $N(x)$  fonksiyonu, "sıklık" ya da "dağılım fonksiyonu" olarak adlandırılır.

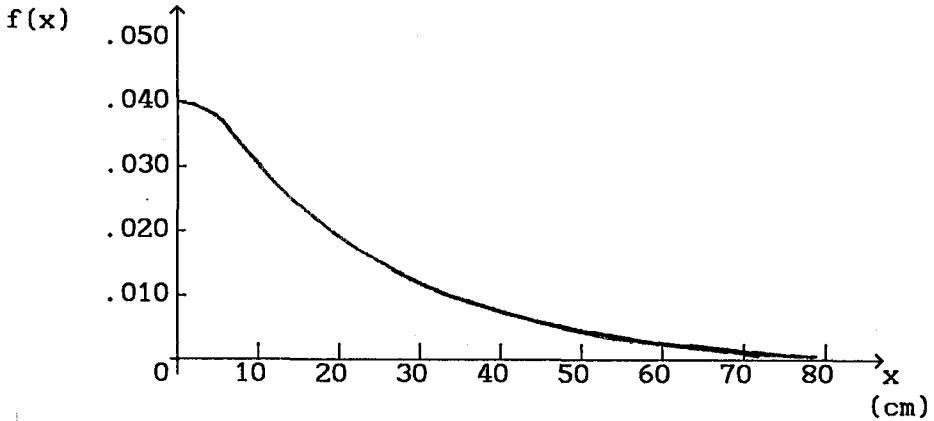
Söz konusu atış deneyini Monte Carlo yöntemi ile örneklemek için  $x$  değerlerini, Şekil 4.2 'deki sıklıkla sayısal olarak üretmek gerekir. Denel olarak bulunan  $N(x)$  sıklık fonksiyonu kullanılarak "olasılık yoğunluk fonksiyonu",



Şekil 4.2  $x$  'e bağlı  $N(x)$  "dağılım" (sıklık) fonksiyonu.

$$f(x) = \frac{N(x)}{\int_0^{\infty} N(x) dx} = \frac{N(x)}{N_0} \quad (4-3)$$

olarak tanımlanır.



Şekil 4.3 Olasılık yoğunluk fonksiyonu (Şekil 4.2 'den elde edilmiştir).

Genel olarak olasılık yoğunluk fonksiyonları

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1 \quad (4-4)$$

özelliğine sahiptir. Örnek deneyimizde sınırlar  $x=0$  ve  $x=\infty$  olduğuna göre

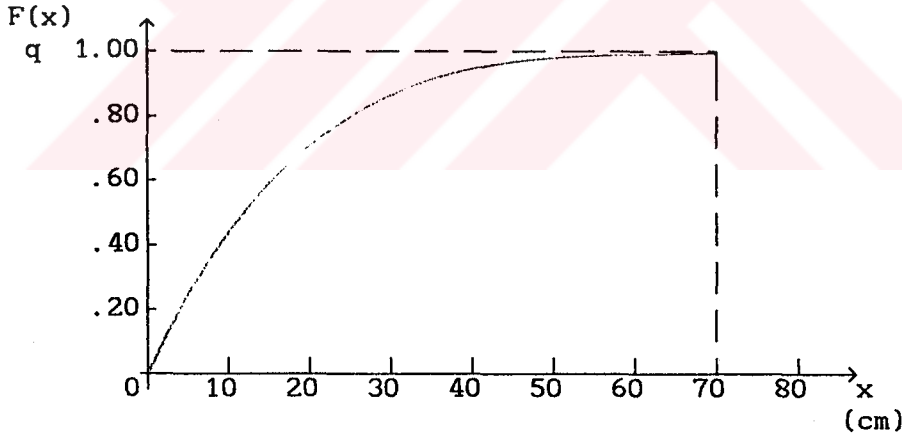
$$\int_0^{\infty} f(x) dx = 1 \quad (4-5)$$

olacaktır. Olasılık yoğunluk fonksiyonu  $f(x)$  olan gelişigüzel  $x$  değerlerini üretmek için temel olarak 0 - 1 arasında düzgün dağılımlı "q" gelişigüzel sayıları kullanılır. Belli bir q değeri üretildiğinde buna karşı gelen  $x$  değerini belirlemek için  $x$  değişkeninin  $F(x)$  "toplam olasılık fonksiyonu"ndan yararlanılır.

Toplam olasılık fonksiyonu,

$$F(x) = \int_0^{\infty} f(x') dx' \quad (4-6)$$

şeklinde tanımlanır. Bu toplam olasılık fonksiyonu monoton artan bir fonksiyondur ve  $F(0)=0$  ,  $F(\infty)=1$  'dir.



Şekil 4.4  $F(x)$  toplam olasılık fonksiyonu.

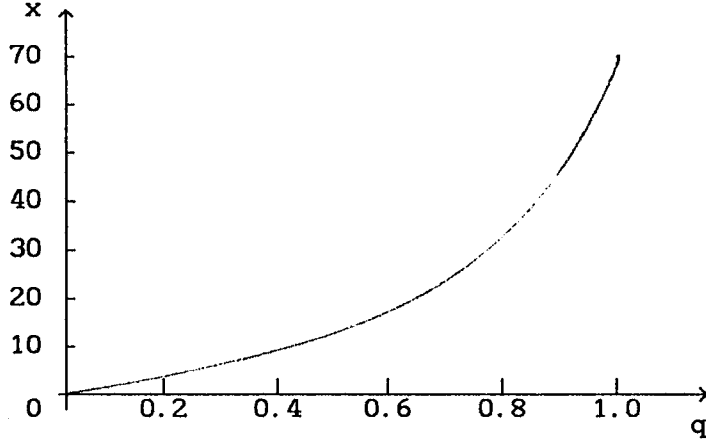
$F(x)$  'in değerleri 0 - 1 arasında olduğundan bu aradaki her noktayı eşit olasılıkla almak üzere seçerek  $x$  değerlerini belirlersek bu  $x$  değerleri  $f(x)$  olasılık yoğunluğu ile seçilmiş olur.  $q$ , 0 - 1 arasında düzgün dağılımlı gelişigüzel sayı olarak tanımlandığına göre  $F(x)$  'in değerleri  $q$  değişkenine eşitlenebilir.



$$F(x) = q \quad (4-7)$$

ifadesinin tersine çözümü ise  $x$  'i  $q$  cinsinden verir.

$$x = F^{-1}(q) \quad (4-8)$$



Şekil 4.5  $x = F^{-1}(q)$  fonksiyonu.

Temel örnekleme yöntemi ilke olarak basit olmakla birlikte uygulamada çoğu kere sorunlar çıkar. Bu sorunlar olasılık yoğunluk fonksiyonu  $f(x)$  'in integre edilemez ve/veya toplam olasılık fonksiyonu  $F(x)$  'in tersine çözülemez oluşundan kaynaklanabilir.

## 5. DENEY VE MONTE CARLO UYGULAMASI SONUÇLARI

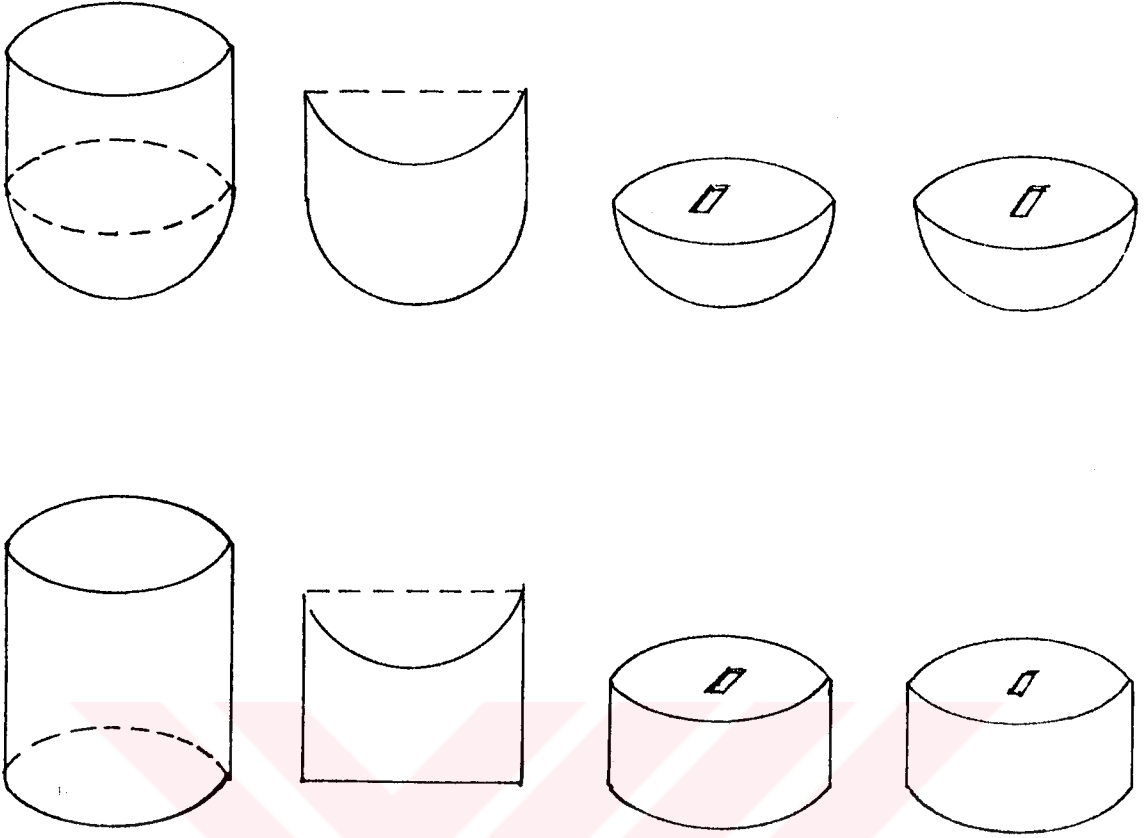
### 5.A. Deneysel Olarak Sonlu Geometrilik Ortamların Merkezindeki Noktasal Gamma Kaynaklarının Spektrumlarının Elde Edilmesi

#### 5.A.1. Parafin Ortamların Hazırlanması

Parafin küre ve silindirler oluşturabilmek için öncelikle hazır küresel cam balon ve metal silindirik kalıplarla örnek dökümler yapılmıştır. Bu amaçla piyasadan alınan levha şeklindeki parafin ergitilerek kalıplara dökülmüştür. Parafinin dıştan içe doğru gerçekleşen uzun süreli soğuma evresinde havayla temas eden yüzeyinde içe doğru çökme yaptığı gözlenmiştir. Bu ise bir seferde eşyapıda (homojen) küre elde edilmesini engellemektedir. Çöken kısma yeniden, yeniden ergitilmiş parafin eklenmesi ise farklı yoğunlukta katmanların oluşmasına, dolayısıyla ortamın heterojen olmasına neden olduğundan küresel ve silindirik ortam oluşturabilmek için yeni çözüm yolu aranmıştır. Bu amaçla bir seferde istenilen R yarıçapta küre ile istenilen R yarıçapta ve  $H=2R$  yükseklikte dik silindirler dökmek yerine; bir seferde istenilen yarıçapta iki adet yarıküre ile istenilen yarıçap ve  $H=R$  yüksekliğinde iki adet dik silindirin dökümü hedeflenmiştir. Bu amaçla Şekil 5.1'de şematik olarak gösterilen küresel kalıplar alüminyumdan "sıvama" yöntemiyle üretilmiştir. Silindirik kalıplar ise galvanizli saçtan, alt tabanları kapalı olacak biçimde lehimlenerek yapılmıştır.

Piyasadan alınmış levhalar halindeki parafin, elektrik ocağı üzerine yerleştirilmiş teneke kaplara konularak eritilmiş ve kalıplara dökülerek soğumaya bırakılmıştır. 1 - 3 gün gibi uzun süren soğuma döneminin sonunda dökümlerin kalıptan çıkarılabilmesi için kalıplar ılık su dolu küvetin içine daldırılarak kalıba değen kısımların yumuşaması ve dökümlerin kalıptan zedelenmeden çıkması sağlanmıştır. İstenilen yüksekliklerin elde edilebilmesi için dökümlerin fazla kısımları içinden akım geçirilen direnç telleriyle kesilmiş; sistre ve iskarpela ile düzeltilerek istenilen boyutlarda yarıküre ve silindirler elde edilmiştir.

Eş yarıçaplı yarıkürelerin dairesel alın yüzlerinin merkezine noktasal gamma kaynaklarının hapsedileceği yuvalar oyulmuştur. Dik silindirlerin birbiri üzerine kapanan yüzlerinin merkezine de sözkonusu yuvalar

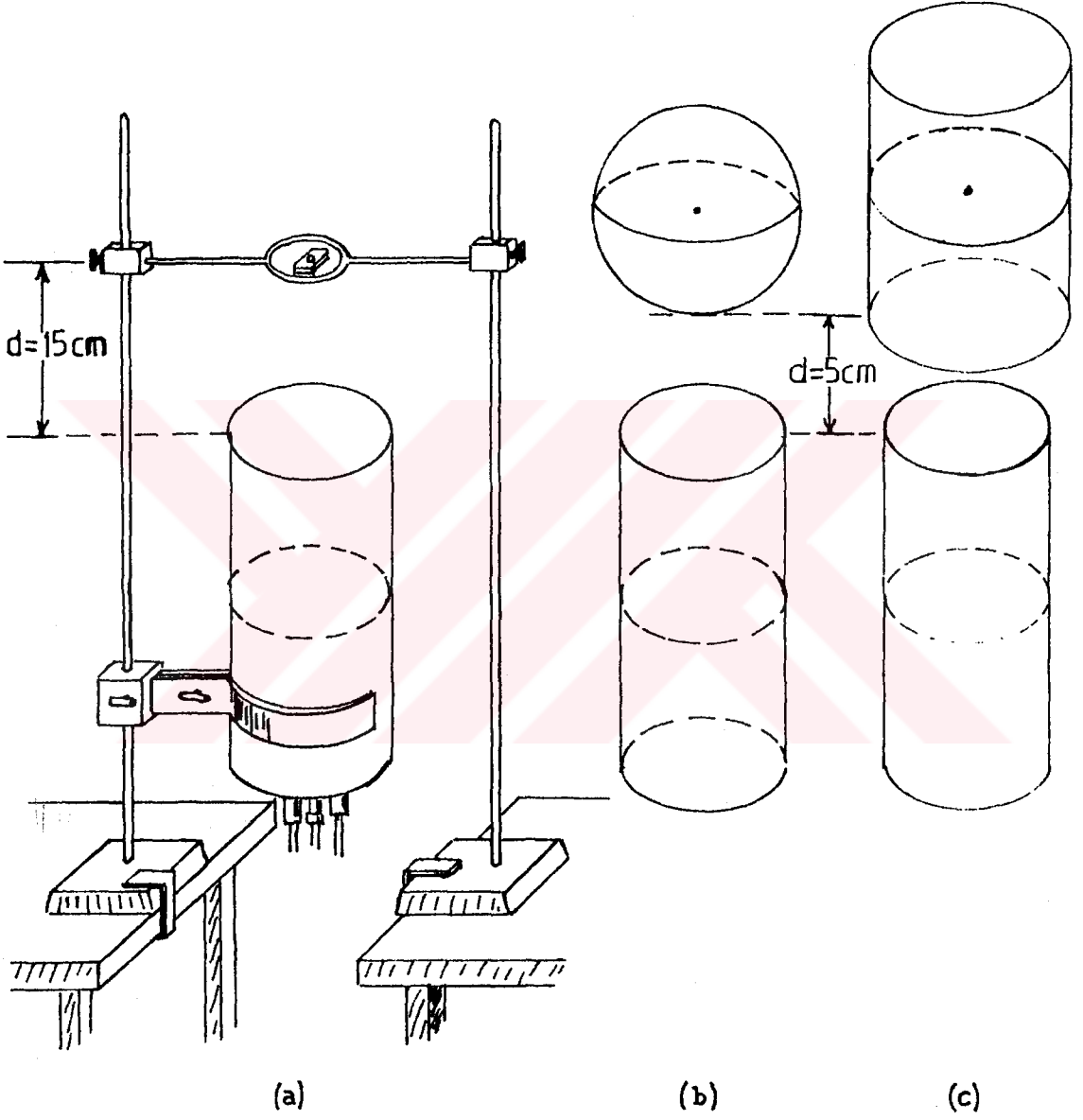


Şekil 5.1 Küresel ve silindirik döküm kalıpları ile parafin dökümlerin kalıptan çıkmış ve işlenmiş görünüşleri.

oyulmuştur. Eş yarıçaplı yarıküreler dairesel yüzeyleri üst üste kapatılarak küresel parafin ortamlar ve eş yarıçaplı ,  $H=R$  yüksekliğinde iki dik silindirin yuva oyulmuş yüzleri bir araya getirilerek  $R$  yarıçaplı ve  $H=2R$  yüksekliğinde dik silindirler oluşturulmuştur.

#### 5.A.2. Deney Düzenegi ve Deneyin Yapılışı

Deneyde Bölüm 3 'te blok diyagramı verilen ve çalışma ilkesi anlatılan 8192 kanallı Canberra MCA 40 serisi çok kanallı analizör, silindirik 2,2 inch'lik NaI(Tl) detektörü ve gerekli elektroniksel donanım ile standart gamma kaynakları ( Cs-137, Na-22, Co-60) ve üretilen parafin ortamlar kullanılmıştır.



Şekil 5.2 Noktasal kaynak ve parafin ortam ile detektör deney düzenekleri : a) Çıplak noktasal kaynak; b) Küresel ortam ve c) Silindirik ortam merkezinde nokta kaynak ile detektör düzenekleri.

Deneyde silindirik detektör, Şekil 5.2.a'da görüldüğü gibi düşey doğrultuda ve duyar alın yüzü yukarıya bakacak biçimde yerleştirilerek sabitleştirilmiştir. Standart noktasal gamma kaynağı önce çıplak olarak, detektörün alın yüzünün merkezinden çıkılan dikme doğrultusunda  $d=15$  cm uzaklığa konularak ve kaynak çıkış enerjisi yaklaşık aynı kanal numarasıyla çakışacak biçimde kazanç ayarı yapılarak 1000 s 'lik süre için ölçüm yapılmıştır. Elde edilen spektrumun her bir kanalına ait içerik analizörün belleklerinden birine kaydedilmiştir. Ayrıca spektrumun fotopik sınırları belirlenerek fotopik alanı, tarama yoluyla sınır içindeki kanalların içerikleri toplanarak hesaplanmıştır. Bu amaçla sayısal bir yol olan "Covell yöntemi" esas alınmıştır [45]. Bu yöntemde Şekil 5.3'te görüldüğü gibi tüm enerji piki, dikdörtgenler halinde bir histogram formunda gösterilir. Piki tepe noktasına karşılık gelen sayma  $a_0$  ; pikin sağında ve solundaki kanal içerikleri  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ve  $b_1, b_2, \dots, b_n$  ise fotopik alanı (toplam sayma)  $P$ ,

$$P = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i + \sum_{i=1}^n b_i$$

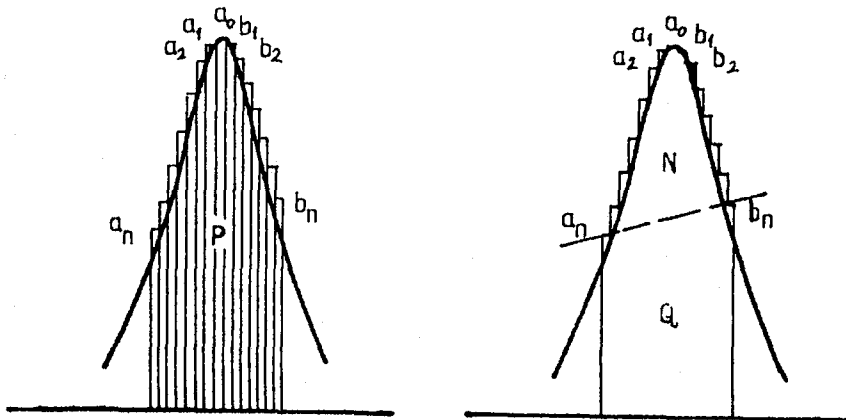
dir.  $P$  alanı  $a_n$  ve  $b_n$  'den geçen bir doğru ile bölünürse oluşan  $N$  alanı, istatistiksel değişmeler içinde, toplam pik alanı ve dolayısıyla gammanın şiddetiyle orantılı olacaktır.

$$Q = \frac{(2n-1)(a_n + b_n)}{2} (a_n + b_n) = (n + \frac{1}{2})(a_n + b_n)$$

ve

$$N = P - Q = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i + \sum_{i=1}^n b_i - (n + \frac{1}{2})(a_n + b_n)$$

olur.



Şekil 5.3 Covell yöntemi ile pik alanının hesabı.

Aynı noktasal gamma kaynağı bu kez eş parafin yarıkürelerin bir araya getirilmesiyle oluşturulan küresel parafin ortamın geometrik merkezine yerleştirilmiştir. Küresel ortam bu haliyle geometrik merkezi, detektörün duyar alın yüzünün ortasından çıktığı kabul edilen dikme üzerinde olacak biçimde ve parafin ortam ile silindirik detektörün en yakın uzaklığı  $d=5$  cm tutularak ölçüm yapılmıştır (bak. Şekil 5.2.b). Ölçüm, sonlu geometrili ortamın merkezine yerleştirilmiş noktasal gamma kaynağının spektrumunun fotopik alanı, yaklaşık olarak çıplak kaynağın spektrumunun fotopik alanına eşit oluncaya değin sürdürülmüştür.

Küresel ortam merkezindeki kaynağın spektrumundan çıplak kaynağın spektrumu, hacimsel ortama ait spektrumun fotopik alanı sıfır oluncaya dek çıkartılmıştır. Bu deneysel soyma işleminde, hacimsel ortamın spektrumundaki her bir kanal içeriğinden çıplak kaynağın spektrumundaki aynı kanala ait içerik çıkartılmıştır. Böylece geriye kalan spektrumun, yalnızca bir ya da daha fazla saçılma yapmış gammalarca oluşturulmuş spektruma indirgenmesi sağlanmıştır. Soyma işleminden geriye kalan fotopiksiz spektrumun her bir kanalına ait içerik yazıcı ile kağıda aktarılmıştır.

Bu işlem, her bir kaynak ve değişik yarıçaplı küresel parafin ortam için yinelenmiştir. Aynı işlemler bu kez, eş yarıçap ve yükseklikte dik silindirlerin bir araya getirilmesiyle oluşturulan R yarıçap ve ( $H=2R$ ) yükseklikte dik silindirlerle ve her bir standart gamma kaynağı için yinelenmiştir (bak. Şekil 5.1.c).

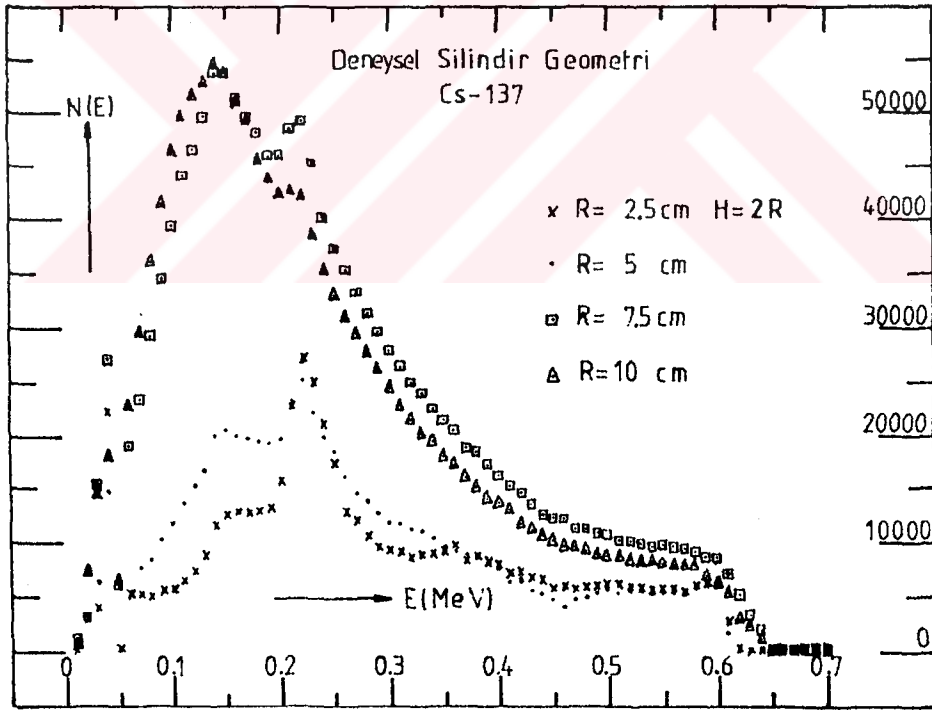
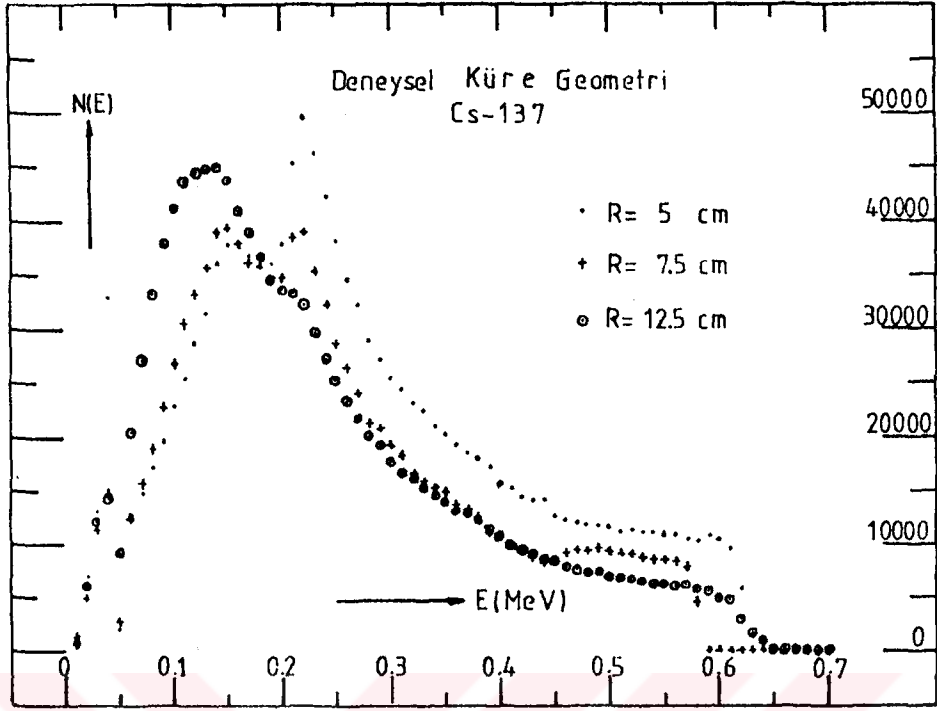
Her bir kaynakla, küresel ve silindirik ortamlar için elde edilen soyulmuş spektrumlar Yule tarafından önerilen "düzgünleştirme tekniği", 5 nokta için

$$D_i = \left( -3(n_{i-2} + n_{i+2}) + 12(n_{i-1} + n_{i+1}) + 17n_i \right) / 35 \quad (5-1)$$

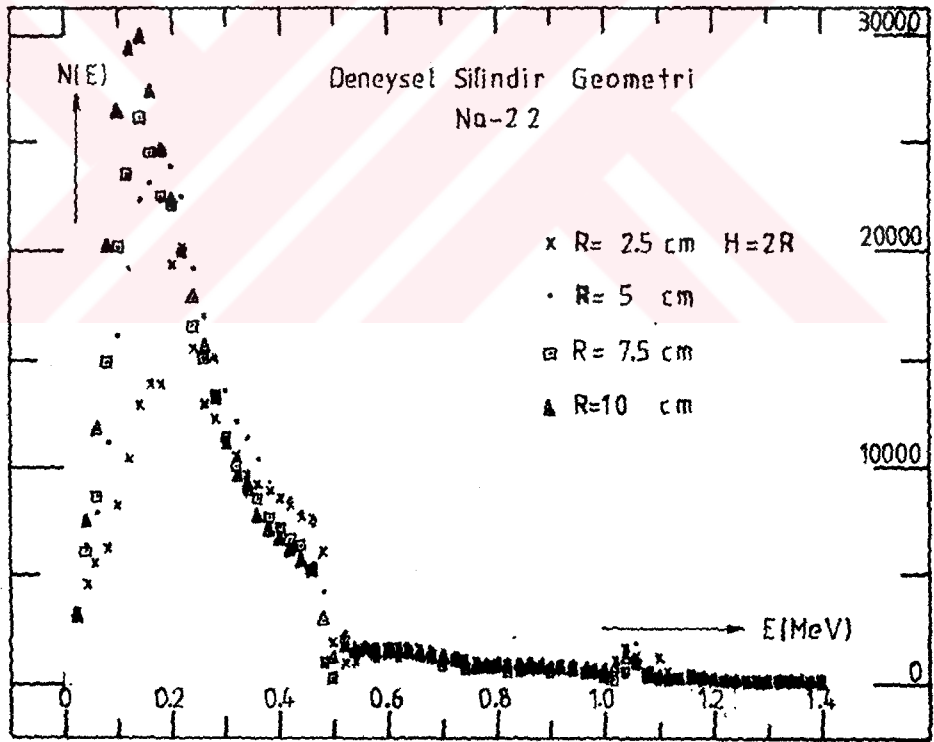
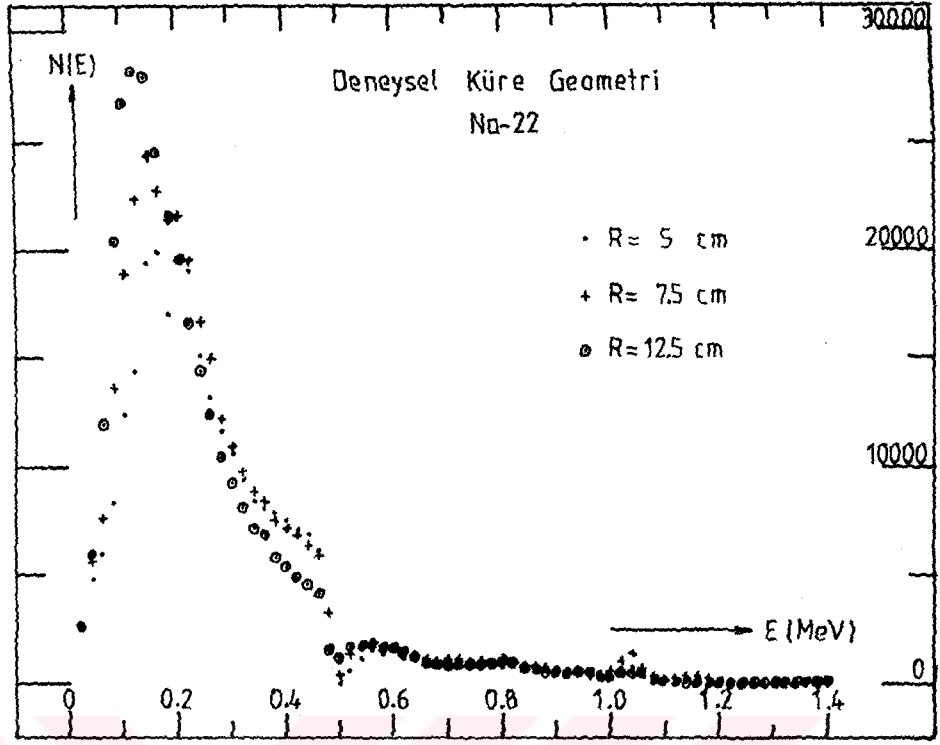
bağıntısı kullanılarak düzeltilmiştir [46]. Burada  $D_i$ ,  $i$ . kanaldaki düzgünleştirilmiş sayma;  $n_i$  ise  $i$ . kanaldaki orijinal saymadır.

Düzgünleştirilmiş spektrumun verileri, 10 'ar keV ' lik aralıklardaki enerji değerlerine karşı gelen saymaları elde etmek için "sıkıştırma" işlemi uygulanmıştır. Bu işlemde, deney aşamasında analizörün kazanç ayarı yaklaşık her bir kanalı 1 keV olacak şekilde ayarlandığından, 10 aralığın içeriği toplanarak 10 keV 'lik bir kanal içeriği elde edilmiştir.

Her bir kaynakla, küresel ve silindirik ortamlar için elde edilen soyulmuş, düzgünleştirilerek sıkıştırılmış spektrumlar Şekil 5.4 , 5.5 ve 5.6 'da gösterilmiştir.

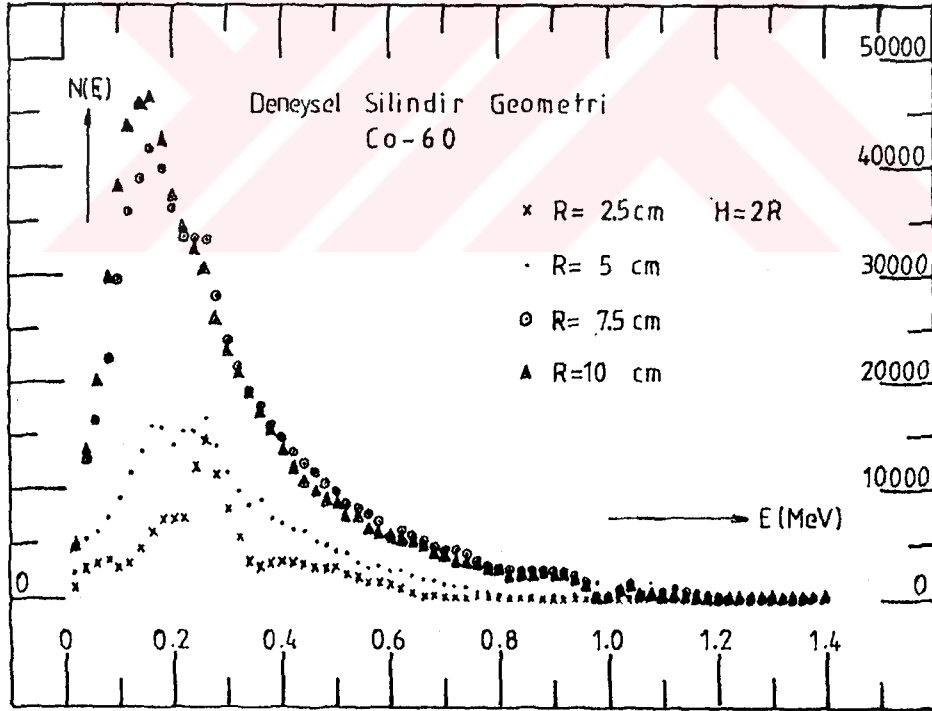
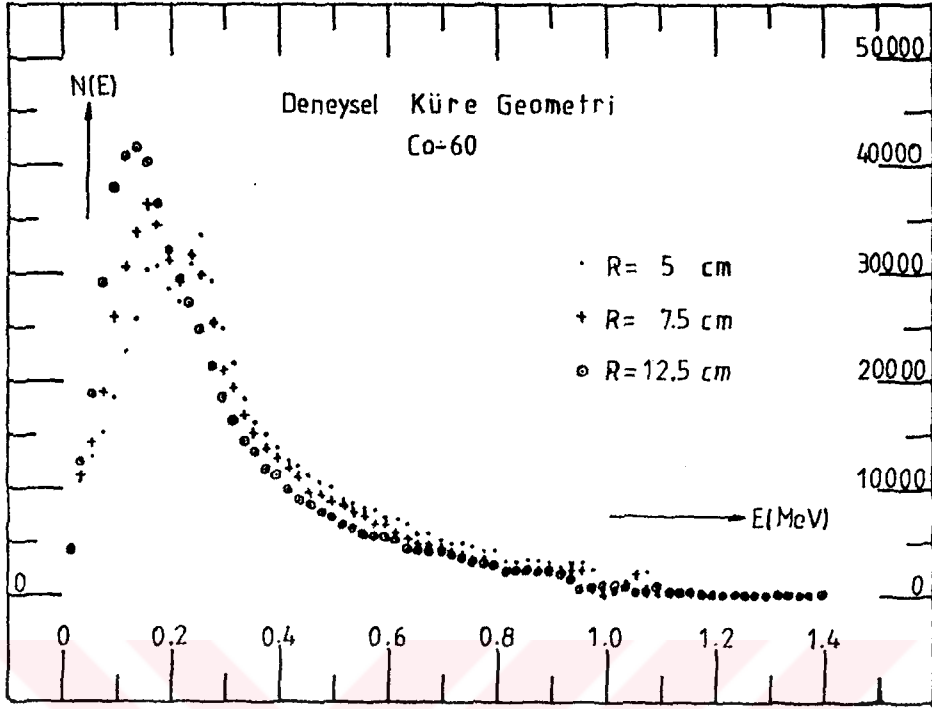


Sekil 5.4 Parafin ortamın merkezine yerleştirilmiş Cs-137 noktasal gamma kaynağına ait bir veya daha fazla saçılma yapmış gammaların deneysel olarak elde edilmiş ve düzeltilmiş spektrumları (a- Küresel; b- Silindirik ortamlar için).



Şekil 5.5 Parafin ortamın merkezine yerleştirilmiş Na-22 noktasal gamma kaynağına ait bir veya daha fazla saçılma yapmış gammaların deneysel olarak elde edilmiş ve düzeltilmiş spektrumları ( a- Küresel; b- Silindirik ortamlar için).





Şekil 5.6 Parafin ortamın merkezine yerleştirilmiş Co-60 noktasal gamma kaynağına ait bir veya daha fazla saçılma yapmış gammaların deneysel olarak elde edilmiş ve düzeltilmiş spektrumları ( a- Küresel; b- Silindirik ortamlar için).

## 5.B. Monte Carlo Benzetişim Yöntemiyle Sonlu Geometrilili Ortamların Merkezindeki Noktasal Gamma Kaynaklarının Cevap Fonksiyonlarının Elde Edilmesi

### 5.B.1. Parafinin Tesir Kesitlerinin Hesabı

Fotonların küresel ve silindirik "parafin ( $C_n H_{2n+2}$ )" ortamlarda izlenebilmesi için parafinin Compton saçılması, fotoelektrik ve — çalışılan enerji bölgesinde olmamakla birlikte — çift oluşum olayları tesir kesiti değerlerine gerek vardır. Literatürde parafinin 1, 3 ve 6 MeV için toplam tesir kesiti değerlerinin dışında başkaca tesir kesiti değerleri bulunmamaktadır [27].

Ortam, bir bileşik olduğundan parafinin tesir kesitlerinin hesaplanabilmesi amacıyla bileşiklerin kütle soğurma katsayısını veren (2-27) numaralı bağıntı kullanılmıştır.

$$\frac{\mu}{\rho} = \sum_i \frac{w_i \mu_i}{\rho_i}$$

Bu bağıntıda  $w_i$ , bileşikteki i. elementin kütle oranı;  $\mu_i$ , tesir kesiti ve  $\rho_i$  ise yoğunluğudur. Kullanılan ortam parafin ( $C_n H_{2n+2}$ ); C (karbon) ve H (hidrojen)den oluştuğu için (2-27) bağıntısı parafinin yoğunluğu  $\rho$ , karbonun yoğunluğu  $\rho_C$  ve hidrojenin yoğunluğu  $\rho_H$  olmak üzere açık olarak

$$\frac{\mu}{\rho} (C_n H_{2n+2}) = \frac{n m_C}{n m_C + (2n+2)m_H} \frac{\mu}{\rho_C} (C) + \frac{(2n+2) m_H}{n m_C + (2n+2)m_H} \frac{\mu}{\rho_H} (H) \quad (5-2)$$

yazılabilir. Burada n, doymuş hidrokarbonun bileşimine giren elementlerin bir moleküldeki sayısını veren bir tamsayıdır.

Karbonun atomik kütlesi için  $w_C = 12.01115$  g/atom g ,

Hidrojenin atomik kütlesi için  $w_H = 1.00797$  g/atom g

değerleri yerine konur ve  $\rho$  eşitliğin sağına aktarılırsa (5.2) bağıntısı

$$\mu(C_n H_{2n+2}) = \left[ \frac{n 12.01115}{n 12.01115 + (2n+2)1.00797} \frac{\mu}{\rho_C} (C) + \frac{(2n+2)1.00797}{n 12.01115 + (2n+2)1.00797} \frac{\mu}{\rho_H} (H) \right] \rho_{(C_n H_{2n+2})} \quad (5-3)$$

haline gelir.

Karbon (C) ve hidrojen (H) için literatürde [27] b/atom cinsinden verilen Compton saçılması, fotoelektrik ve çift oluşum tesir kesitlerinin 0.010 - 10.000 MeV aralığındaki enerjilere karşı gelen değerleri, aynı maddelere ilişkin dönüşüm katsayılarıyla çarpılarak  $\text{cm}^2/\text{g}$  cinsinden yeniden listelenmiştir.

Oluşturulan çizelgedeki veriler Şekil EK-4.1 'de akış diyagramı verilen "Parafinin Tesir Kesitini Hesaplama Programı"na veri olarak girilip parafinin tesir kesitleri  $n=1,2,3,\dots,75$  değerleri için hesaplanmıştır. Bu hesaplama işleminde temel olarak (5-3) bağıntısı kullanılmıştır. Parafinin yoğunluğu için deneysel olarak ölçülen  $\rho_{\text{C}_n\text{H}_{2n+2}} = 0.80 \text{ g/cm}^3$  değeri kullanılmıştır.

Bilgisayar çıktısı olarak elde edilen toplam tesir kesiti değerlerinden 1, 3 ve 6 MeV 'lik enerji değerlerine karşı gelen tesir kesiti değerleri literatürde [27] verilen aynı enerji değerlerine karşı gelen toplam tesir kesiti değerleriyle karşılaştırılarak n için en uygun değer 30 olduğuna karar verilmiştir.  $n=30$  değeri,  $(\text{C}_{30}\text{H}_{62})$  "Ozokerit" (Doğal parafin)'e karşı gelmektedir [47].

Parafin  $(\text{C}_{30}\text{H}_{62})$  'nin bilgisayarla elde edilen Tablo 5.1'deki tesir kesiti değerlerinden Compton tesir kesiti değerleri için enerjiye bağlı

$$\mu_c = p_1 / (1 + p_2 \sqrt{E} + p_3 E + p_4 E^2 + p_5 E^3) \quad (5-4)$$

fonksiyonu önerilerek fit yapılmıştır. Burada  $p_1$  'ler parametreleri ve E (MeV) enerji değerlerini göstermektedir.

Fotoelektrik tesir kesiti değerleri için ise enerjiye bağlı değişim çok hızlı olduğundan tesir kesiti değerleri yerine doğal logaritmalarının değerleri üzerine fit yapılmıştır.

$$y_{fe} = p_1 + p_2 E + p_3 \exp(-p_4 E^{p_5}) \quad (5-5. a)$$

$$\mu_{fe} = \exp(y_{fe}) \quad (5-5. b)$$

Compton ve fotoelektrik tesir kesitlerine ilişkin:

0.010 - 1.500 MeV arasında  $n=18$  ;

0.010 - 6.000 MeV arasında  $n=23$  ;

0.010 - 10.000 MeV arasında  $n=25$

değişik nokta için ayrı ayrı fit yapılarak elde edilen parametre ve  $\chi^2$  de-

Tablo 5.1 "Parafin (C<sub>30</sub>H<sub>62</sub>)"nin enerjiye bağılı  
lineer zayıflama katsayıları.

$\rho=0.80 \text{ g/cm}^3$

Enerji E (MeV)	Lineer Zayıflama Katsayıları			Toplam $\mu$ (cm <sup>-1</sup> )
	Compton $\mu_c$ (cm <sup>-1</sup> )	Fotoelektrik $\mu_{fe}$ (cm <sup>-1</sup> )	Çiftoluşum $\mu_{pp}$ (cm <sup>-1</sup> )	
0.010	1.768×10 <sup>-1</sup>	1.343		1.520
0.015	1.733×10 <sup>-1</sup>	3.628×10 <sup>-1</sup>		5.361×10 <sup>-1</sup>
0.020	1.704×10 <sup>-1</sup>	1.371×10 <sup>-1</sup>		3.075×10 <sup>-1</sup>
0.030	1.649×10 <sup>-1</sup>	3.416×10 <sup>-2</sup>		1.991×10 <sup>-1</sup>
0.040	1.595×10 <sup>-1</sup>	1.296×10 <sup>-2</sup>		1.725×10 <sup>-1</sup>
0.050	1.548×10 <sup>-1</sup>	6.601×10 <sup>-3</sup>		1.614×10 <sup>-1</sup>
0.060	1.504×10 <sup>-1</sup>	3.934×10 <sup>-3</sup>		1.543×10 <sup>-1</sup>
0.080	1.422×10 <sup>-1</sup>	1.541×10 <sup>-3</sup>		1.438×10 <sup>-1</sup>
0.100	1.358×10 <sup>-1</sup>	7.364×10 <sup>-4</sup>		1.365×10 <sup>-1</sup>
0.150	1.220×10 <sup>-1</sup>	1.964×10 <sup>-4</sup>		1.222×10 <sup>-1</sup>
0.200	1.119×10 <sup>-1</sup>	7.841×10 <sup>-5</sup>		1.119×10 <sup>-1</sup>
0.300	9.722×10 <sup>-2</sup>	2.209×10 <sup>-5</sup>		9.724×10 <sup>-2</sup>
0.400	8.732×10 <sup>-2</sup>	9.478×10 <sup>-6</sup>		8.733×10 <sup>-2</sup>
0.500	7.991×10 <sup>-2</sup>	5.094×10 <sup>-6</sup>		7.991×10 <sup>-2</sup>
0.600	7.394×10 <sup>-2</sup>	3.171×10 <sup>-6</sup>		7.394×10 <sup>-2</sup>
0.800	6.475×10 <sup>-2</sup>	1.602×10 <sup>-6</sup>		6.476×10 <sup>-2</sup>
1.000	5.833×10 <sup>-2</sup>	9.887×10 <sup>-7</sup>		5.833×10 <sup>-2</sup>
1.500	4.736×10 <sup>-2</sup>	4.616×10 <sup>-7</sup>	5.781×10 <sup>-5</sup>	4.742×10 <sup>-2</sup>
2.000	4.038×10 <sup>-2</sup>	2.946×10 <sup>-7</sup>	2.314×10 <sup>-4</sup>	4.061×10 <sup>-2</sup>
3.000	3.178×10 <sup>-2</sup>	1.650×10 <sup>-7</sup>	6.764×10 <sup>-4</sup>	3.246×10 <sup>-2</sup>
4.000	2.650×10 <sup>-2</sup>	1.125×10 <sup>-7</sup>	1.120×10 <sup>-3</sup>	2.762×10 <sup>-2</sup>
5.000	2.292×10 <sup>-2</sup>	8.591×10 <sup>-8</sup>	1.533×10 <sup>-3</sup>	2.445×10 <sup>-2</sup>
6.000	2.026×10 <sup>-2</sup>	6.887×10 <sup>-8</sup>	1.911×10 <sup>-3</sup>	2.217×10 <sup>-2</sup>
8.000	1.659×10 <sup>-2</sup>	4.923×10 <sup>-8</sup>	2.559×10 <sup>-3</sup>	1.914×10 <sup>-2</sup>
10.000	1.410×10 <sup>-2</sup>	3.832×10 <sup>-8</sup>	3.091×10 <sup>-3</sup>	1.720×10 <sup>-2</sup>

gerleri Tablo 5.2 ve Tablo 5.3 'te gösterilmiştir. Burada  $\chi^2$ ,

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n (\mu_i - f(E_i, p_j))^2 \quad (5-6)$$

bir optimizasyon programı ile belirlenmiştir.  $\chi^2$ ,  $\chi^2(p_j)$  'yi en küçük yapan  $p_j$  değerleridir.  $p_j$ , parametreleri;  $\mu_i$ , parafinin bilgisayardan alınan tesir kesiti değerlerini ve  $E_i$  ise fotonun enerjisini göstermektedir.

Tablo 5.2 Parafinin Compton tesir kesiti fit sonuçları.

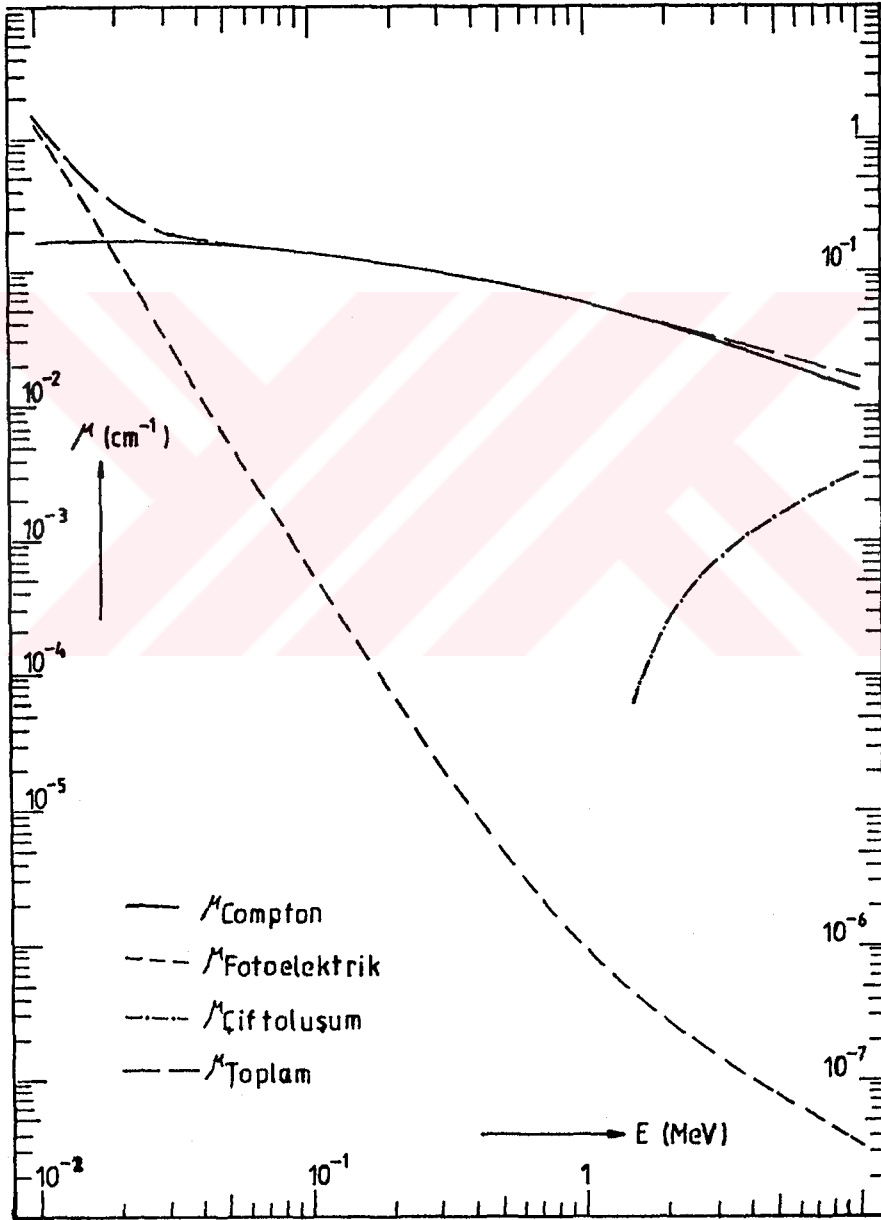
Enerji aralığı (MeV) ve nokta sayısı	P a r a m e t r e l e r					$\chi^2$
	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$	$p_5$	
0.010- 1.500 (18 nokta)	$2.19 \times 10^{-1}$	$8.07 \times 10^{-1}$	2.0201	$-5.08 \times 10^{-1}$	$8.22 \times 10^{-2}$	$7.22 \times 10^{-4}$
0.010- 6.000 (23 nokta)	$2.26 \times 10^{-1}$	1.1295	1.5464	$-1.82 \times 10^{-1}$	$1.69 \times 10^{-2}$	$1.85 \times 10^{-3}$
0.010-10.000 (25 nokta)	$2.31 \times 10^{-1}$	1.3186	1.3147	$-8.28 \times 10^{-2}$	$4.77 \times 10^{-3}$	$2.89 \times 10^{-3}$

Tablo 5.3 Parafinin fotoelektrik tesir kesiti fit sonuçları.

Enerji aralığı (MeV) ve nokta sayısı	P a r a m e t r e l e r					$\chi^2$
	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$	$p_5$	
0.010- 1.500 (18 nokta)	$-1.59 \times 10^1$	$-1.59 \times 10^{-1}$	$2.71 \times 10^1$	2.4475	$3.36 \times 10^{-1}$	$1.16 \times 10^{-1}$
0.010- 6.000 (23 nokta)	$-1.59 \times 10^1$	$-1.40 \times 10^{-1}$	$2.70 \times 10^1$	2.4652	$3.38 \times 10^{-1}$	$1.18 \times 10^{-1}$
0.010-10.000 (25 nokta)	$-1.65 \times 10^1$	$-7.68 \times 10^{-2}$	$3.05 \times 10^1$	2.3638	$2.99 \times 10^{-1}$	$7.64 \times 10^{-1}$

Monte Carlo Benzetişim yönteminin uygulanması sırasında Compton tesir kesitine ilişkin (5-4) bağintısı ve Tablo 5.2 'deki 25 nokta için elde edilen parametre değerleri; fotoelektrik tesir kesitine ilişkin olarak ise (5-5.a,b) bağintıları ile Tablo 5.3 'teki 25 nokta için elde edilen parametre değerleri kullanılmıştır.

şekil 5.7'de parafin için tesir kesiti değerlerinin enerjiye bağlı değişimi görülmektedir.



şekil 5.7 Parafinin tesir kesitlerinin enerjiye bağlı değişimi.

Tablo 5.4 NaI 'de gammaların enerjiye bağılı lineer zayıflama katsayıları.

$$\rho=3.67 \text{ g/cm}^3$$

$$(Z/A)_{\text{eff}}=0.428$$

Enerji E (MeV)	Lineer Zayıflama Katsayıları			Toplam $\mu$ ( $\text{cm}^{-1}$ )
	Compton $\mu_c$ ( $\text{cm}^{-1}$ )	Fotoelektrik $\mu_{fe}$ ( $\text{cm}^{-1}$ )	Çiftoluşum $\mu_{pp}$ ( $\text{cm}^{-1}$ )	
0.010	$6.050 \times 10^{-1}$	$4.987 \times 10^2$		$4.987 \times 10^2$
0.015	$5.940 \times 10^{-1}$	$1.676 \times 10^2$		$1.683 \times 10^2$
0.020	$5.830 \times 10^{-1}$	$7.737 \times 10^1$		$7.774 \times 10^1$
0.030	$5.647 \times 10^{-1}$	$2.457 \times 10^1$		$2.516 \times 10^1$
0.0332	$5.574 \times 10^{-1}$	$1.844 \times 10^1$		$1.903 \times 10^1$
* 0.0332	$5.574 \times 10^{-1}$	$1.111 \times 10^2$		$1.115 \times 10^2$
0.040	$5.464 \times 10^{-1}$	$6.894 \times 10^1$		$6.931 \times 10^1$
0.050	$5.280 \times 10^{-1}$	$3.777 \times 10^1$		$3.850 \times 10^1$
0.060	$5.134 \times 10^{-1}$	$2.303 \times 10^1$		$2.354 \times 10^1$
0.080	$4.877 \times 10^{-1}$	$1.052 \times 10^1$		$1.100 \times 10^1$
0.100	$4.657 \times 10^{-1}$	5.574		6.014
0.150	$4.180 \times 10^{-1}$	1.746		2.165
0.200	$3.850 \times 10^{-1}$	$7.664 \times 10^{-1}$		1.151
0.300	$3.333 \times 10^{-1}$	$2.450 \times 10^{-1}$		$5.794 \times 10^{-1}$
0.400	$2.989 \times 10^{-1}$	$1.137 \times 10^{-1}$		$4.107 \times 10^{-1}$
0.500	$2.728 \times 10^{-1}$	$6.491 \times 10^{-2}$		$3.377 \times 10^{-1}$
0.600	$2.523 \times 10^{-1}$	$4.180 \times 10^{-2}$		$2.941 \times 10^{-1}$
0.800	$2.218 \times 10^{-1}$	$2.156 \times 10^{-2}$		$2.431 \times 10^{-1}$
1.000	$1.991 \times 10^{-1}$	$1.342 \times 10^{-2}$		$2.127 \times 10^{-1}$
1.500	$1.621 \times 10^{-1}$	$6.087 \times 10^{-3}$	$2.699 \times 10^{-3}$	$1.709 \times 10^{-1}$
2.000	$1.382 \times 10^{-1}$	$3.740 \times 10^{-3}$	$9.131 \times 10^{-3}$	$1.511 \times 10^{-1}$
3.000	$1.089 \times 10^{-1}$	$2.002 \times 10^{-3}$	$2.347 \times 10^{-2}$	$1.342 \times 10^{-1}$
4.000	$9.058 \times 10^{-2}$	$1.324 \times 10^{-3}$	$3.627 \times 10^{-2}$	$1.284 \times 10^{-1}$
5.000	$7.847 \times 10^{-2}$	$9.901 \times 10^{-4}$	$4.730 \times 10^{-2}$	$1.269 \times 10^{-1}$

\* I 'nın K yörüngesi.

### 5.B.2. NaI 'nın Tesir Kesitlerinin Hesabı

Monte Carlo Benzetişim yöntemi ile fotonların detektörde izlenebilmesi için sintilatör kristali NaI'nın Compton ve fotoelektrik tesir kesitlerinin de bilinmesi gerekir.

Çalışmada NaI bileşiğinin tesir kesitlerine ilişkin literatürden alınan ( $\text{cm}^2/\text{g}$ ) cinsinden sayısal veriler [27], NaI'nın yoğunluğu olan  $\rho=3.67 \text{ g/cm}^3$  ile çarpılarak lineer zayıflama katsayısına dönüştürülmüştür. Buna ait tesir kesiti verileri Tablo 5.4 ve değişimi Şekil 5.8'de gösterilmiştir.

Compton tesir kesiti için bu verilere

$$\mu_c = \frac{p_1}{(1 + p_2 E_b + p_3 E_b^2 + p_4 E_b^3)} \quad (5-7)$$

fonksiyonu önerilerek 0.010 - 5.000 MeV arasında 24 nokta için fit yapılarak Tablo 5.5 'deki parametreler ve  $\chi^2$  değerleri bulunmuştur.

Tablo 5.5 NaI'nın Compton tesir kesiti fit sonuçları.

Enerji aralığı (MeV) ve nokta sayısı	P a r a m e t r e l e r				$\chi^2$
	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$	
0.010- 5.000 (24 nokta)	$6.005 \times 10^{-1}$	2.661	$-6.105 \times 10^{-1}$	$7.055 \times 10^{-2}$	$5.094 \times 10^{-4}$

Fotoelektrik tesir kesiti için ise

$$y_{fe} = p_1 + p_2 E_b + p_3 \exp(-p_4 E_b^5) \quad (5-8)$$

$$\mu_{fe} = \exp(y_{fe}) \quad (5-9)$$

fonksiyonu önerilmiş; fotoelektrik tesir kesitinin enerjiye bağlı değişimi çok hızlı olduğundan tesir kesiti değerleri yerine doğal logaritmalarının



üzerine fit yapılmıştır.

Fotoelektrik tesir kesiti fonksiyonundaki K yörüngesi elektronundan kaynaklanan kesiklik nedeniyle (bak. Şekil 5.8),  $E_b \leq 0.0332$  MeV için 0.010 -0.0332 MeV arasında 5 noktaya fit yapılmış ve parametreler için Tablo 5.6 daki değerler bulunmuştur.

Tablo 5.6 NaI'nın fotoelektrik tesir kesiti fit sonuçları  
(  $E_b \leq 0.0332$  MeV için).

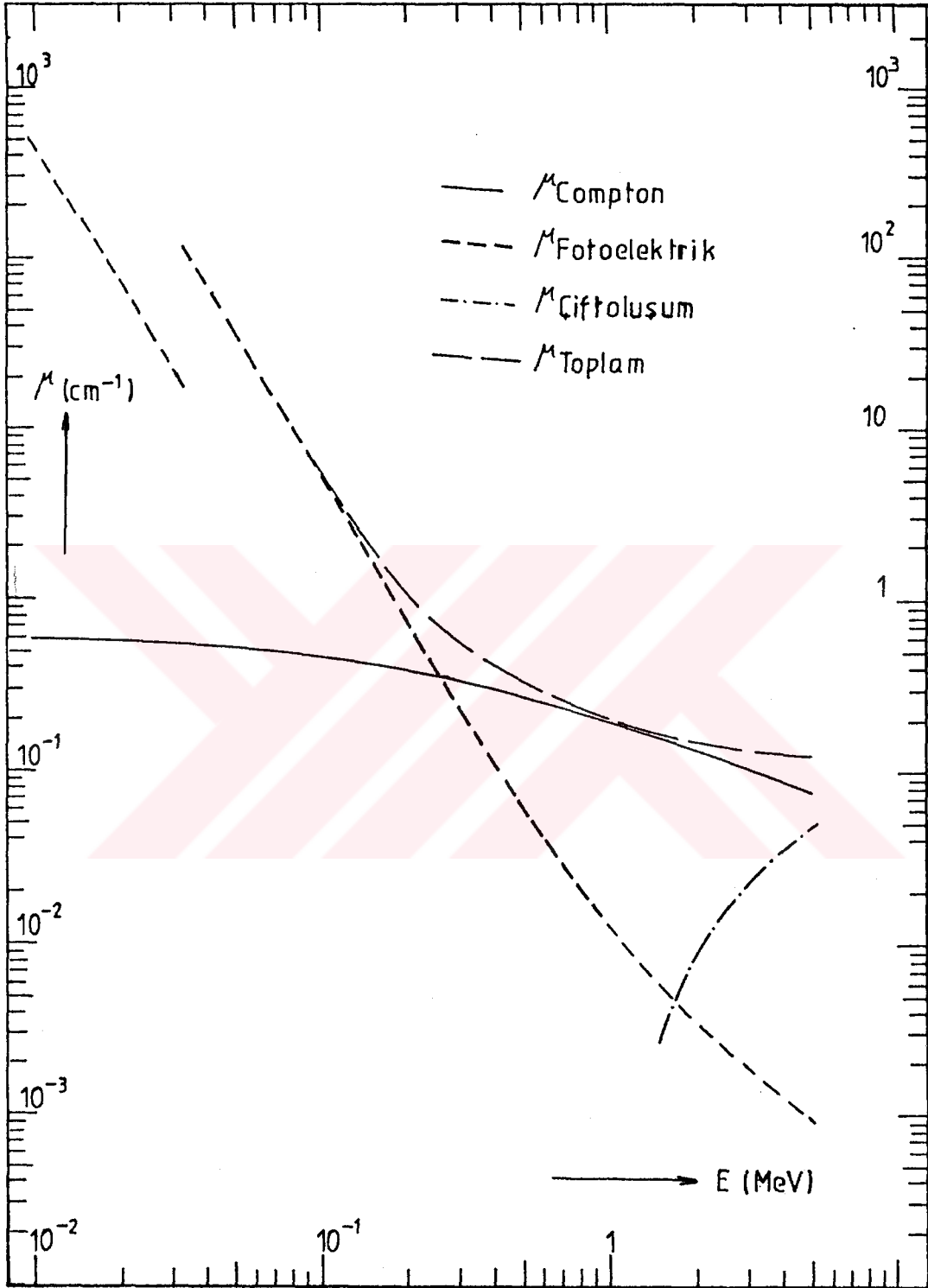
Enerji aralığı (MeV) ve nokta sayısı	P a r a m e t r e l e r					$\chi^2$
	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$	$p_5$	
0.010-0.0332 (5 nokta)	1.6349	$-1.12 \times 10^1$	8.5027	$2.85 \times 10^1$	$8.40 \times 10^{-1}$	$1.25 \times 10^{-3}$

$E_b > 0.0332$  MeV için ise 0.0332 - 5.000 MeV arasında 19 noktaya fit yapılmış ve Tablo 5.7 'deki değerler bulunmuştur.

Tablo 5.7 NaI'nın fotoelektrik tesir kesiti fit sonuçları  
(  $E_b > 0.0332$  MeV için).

Enerji aralığı (MeV) ve nokta sayısı	P a r a m e t r e l e r					$\chi^2$
	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$	$p_5$	
0.0332-5.000 (19 nokta)	-6.4373	$-1.71 \times 10^{-1}$	$2.04 \times 10^1$	2.1856	$3.79 \times 10^{-1}$	$2.37 \times 10^{-2}$

Çalışmada NaI'nın Compton tesir kesiti benzetişimi için (5-7) bağıntısı ile Tablo 5.5 'teki parametre değerleri; fotoelektrik tesir kesiti için ise (5-8, 5-9) bağıntıları ile Tablo 5.6 ve Tablo 5.7 'deki parametre değerleri kullanılmıştır.

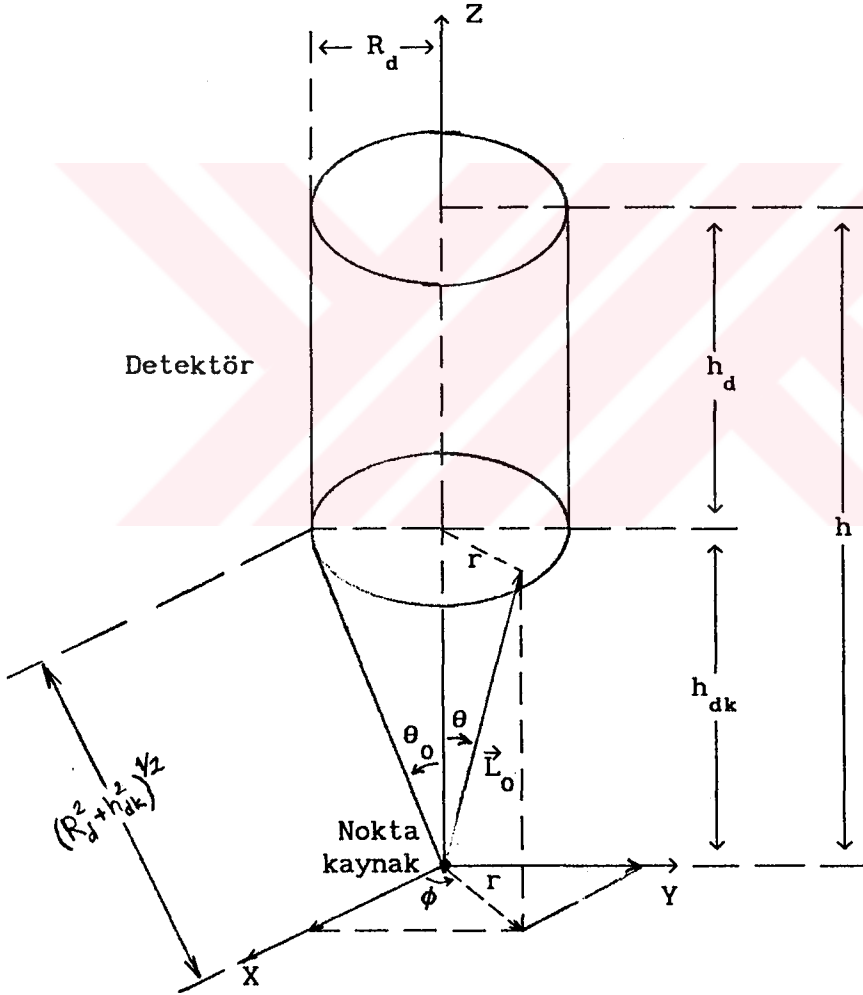


Şekil 5.8 NaI'da gamma ışınının enerjiye bağlı lineer zayıflama katsayısının değişimi.

### 5.B.3. İzotropik Kaynakta Fotonların Yayınlanma Doğrultusunun Örneklenmesi

Monte Carlo benzetiminde işlemler monoenerjik (tek enerjili) ve izotropik gamma kaynakları için geliştirilmiştir. İzotropik noktasal gamma kaynağından uzayın her yönünde  $\gamma$  ışını yayınlanması eşit olasılıklıdır. İzotropik kaynak merkezli herhangi küre yüzeyi üzerinde birim yüzeye gelen gamma fotonu sayısı aynıdır.

Noktasal kaynaktan yayınlanan herhangi bir  $\gamma$  ışınının hareket doğrultusu Şekil 5.9'dan görüldüğü gibi kutupsal koordinatlarda "kutup açısı" ( $\theta$ ) ve "azimüt (açıklık) açısı" ( $\phi$ ) ile bellidir. Kutup açısı 0 'dan  $\pi$ 'ye



Şekil 5.9 Nokta kaynak - detektör düzeni için koordinat eksen seçimi.

ve açıklık (azimüt) açısı 0 'dan  $2\pi$  'ye değin değişince tüm yönelişler bölgesi taranmış olur.

Olasılık yoğunluk fonksiyonu

$$f(\theta, \phi) = \frac{\int_1 d\Omega}{\int_{\text{tüm}} d\Omega} = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^\theta \sin\theta d\theta d\phi}{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin\theta d\theta d\phi}$$

$$= \frac{2\pi \int_0^\theta \sin\theta d\theta}{4\pi}$$

bulunur. Yoğunluk fonksiyonu integre edilip elde edilen toplam olasılık fonksiyonu q gibi bir rastgele değişkene eşitlenerek tersine çözülrse

$$F(\theta) = \frac{1}{2} \int_0^\theta \sin\theta d\theta = q$$

$$q = \frac{1}{2} (-\cos\theta) \Big|_0^\theta$$

$$q = \frac{1}{2} (1 - \cos\theta) \quad (5-10. a)$$

ya da

$$\cos\theta = 1 - 2q \quad (5-10. b)$$

bulunur. Eşitlik (5-10) 'dan görüldüğü gibi  $\gamma$  ışınının doğrultusu açıklık (azimüt) açısı  $\phi$  'den bağımsızdır. O halde  $\gamma$  ışınlarının  $\phi$  'ye göre dağılımları düzgündür ve

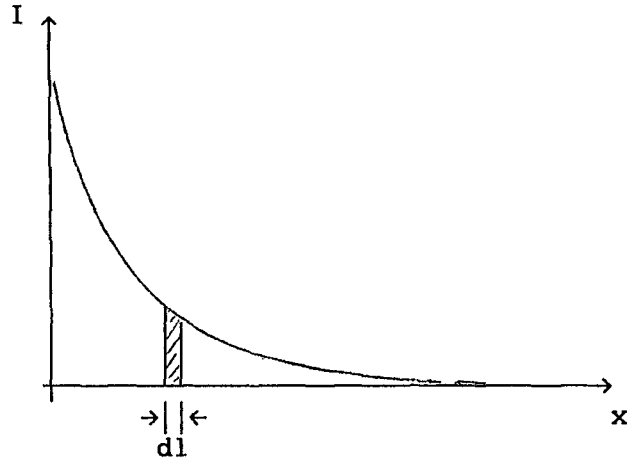
$$\phi = 2\pi q \quad (5-11)$$

olarak örneklendir.

(5-10) ve (5-11) eşitlikleri kullanılarak örneklenen  $\gamma$  ışını doğrultuları izotropiktir.

#### 5.B.4. "Serbest Yol"un Örneklenmesi

Fotonların belli bir ortamda etkileşme yapıncaya değin aldıkları yolların — ki bu yol "serbest yol" olarak adlandırılır — örneklenmesini açalım. Ortamın kalınlığı arttıkça ortamı geçen parçacık şiddetinde bir azalma olur ve bu değişim Şekil 5.10'daki gibi "üstel"dir (  $I = I_0 e^{-\mu x}$  ).



Şekil 5.10  $I=I_0 e^{-\mu x}$  fonksiyonu.

Serbest yolun  $l$  ile  $dl$  arasında olma olasılığı

$$q = \frac{\int_0^l I dx}{\int_0^{\infty} I dx} = \frac{\int_0^l I_0 e^{-\mu x} dx}{\int_0^{\infty} I_0 e^{-\mu x} dx} \quad (5-12)$$

integrali alınarak

$$q = - (e^{-\mu l} - 1) \quad (5-13)$$

bulunur. Buradan  $l$  çekilirse

$$l = - \ln(1-q)/\mu \quad (5-14)$$

elde edilir. Burada

$$\begin{array}{lll} q = 0 & \text{için} & l = 0 \\ q = 1 & \text{için} & l = \infty \end{array}$$

olmaktadır.

Örnekleme işlemini

$$F(x) = \int I dx = \int I_0 e^{-\mu x} dx = \frac{-I_0}{\mu} e^{-\mu x} \quad (5-15)$$

bağıntısını, N normalizasyon katsayısı olarak alıp  $F(x)=qN$  şeklinde yazıp  $x$  çözülürse

$$x = F^{-1}(qN)$$

$$qN = -\frac{I_0}{\mu} e^{-\mu x} \quad \Longrightarrow \quad -\frac{\mu}{I_0} qN = e^{-\mu x}$$

$$x = -\ln\left(-\frac{\mu}{I_0} q \quad N/\mu\right) \quad (5-16)$$

bulunur. Burada  $l=x$  alıp ilk (5-14) örneklemesinin tersine

$$\begin{array}{lll} q = 1 & \text{için} & l = 0 \\ q = 0 & \text{için} & l = \infty \end{array}$$

seçilirse bu seçimin gerçekleşmesi için

$$-\frac{\mu}{I_0} N = 1$$

olmalıdır. O halde

$$l = -(\ln q)/\mu \quad (5-17)$$

olur. (5-14), (5-17) bağıntıları birbirinden farklı olmamakla birlikte sadeliği nedeniyle bu çalışmada serbest yolun örnekleme işlemi (5-17) eşitliği kullanılmıştır. Burada  $q$ , gelişigüzel sayı;  $\mu$  ( $\text{cm}^{-1}$ ) ise toplam lineer zayıflama katsayısıdır.

Çalışmada (5-17) bağıntısındaki  $\mu$  için ortam içinde foton takibinde parafinin toplam tesir kesitleri, detektör ortamında ise NaI'nın toplam tesir kesiti değerleri esas alınmıştır.

### 5.B.3. Etkileşme Türünün Örneklenmesi

Parafin ortam ya da detektör içinde  $l$  kadar serbest yol alan  $\gamma$  ışınının bu yolu ortam içinde sonlanmışsa etkileşir. Bu nedenle serbest yol ortam içinde sonlanmışsa etkileşme türü örneklenir.

$\gamma$  ışınının ortamdaki fotoelektrik tesir kesiti  $\mu_{fe}$ , Compton tesir kesiti  $\mu_C$ , çift oluşumu tesir kesiti  $\mu_{pp}$  ve toplam tesir kesiti  $\mu$  olsun. Toplam tesir kesiti  $\mu$ 'nün değeri (2-22) bağıntısında belirtildiği gibi  $\mu = \mu_{fe} + \mu_C + \mu_{pp}$  olacaktır.

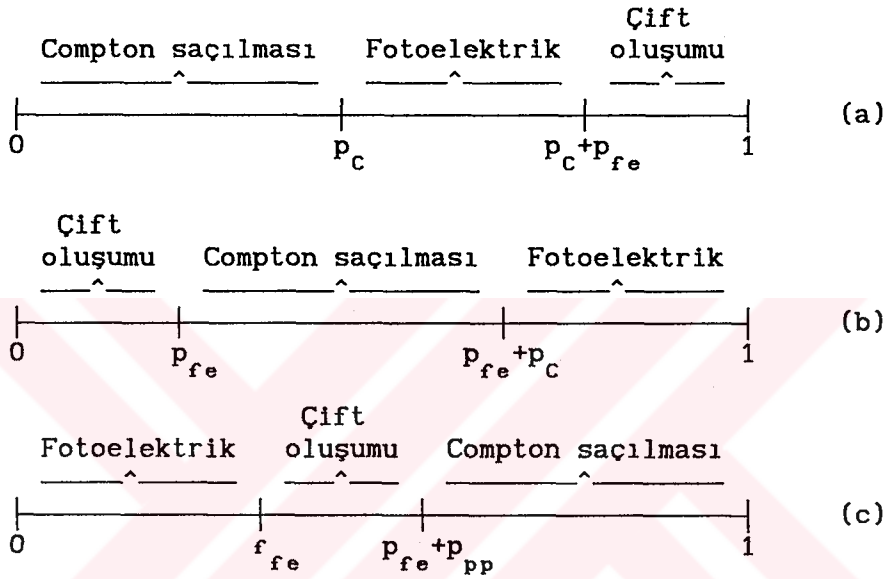
Serbest yolun sonlandığı noktadaki etkileşmenin :

$$\text{Fotoelektrik olay olma olasılığı} \quad p_{fe} = \frac{\mu_{fe}}{\mu} \quad (5-18.a)$$

$$\text{Compton saçılması olma olasılığı} \quad p_c = \frac{\mu_c}{\mu} \quad (5-18. b)$$

$$\text{Çift oluşumu olma olasılığı} \quad p_{pp} = \frac{\mu_{pp}}{\mu} \quad (5-18. c)$$

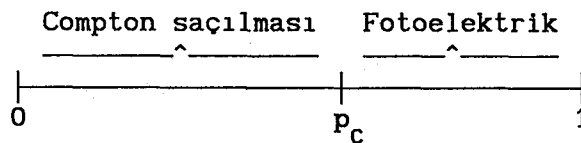
olacaktır. (5-18. a, b, c) eşitliklerinden hesaplanan  $p_{fe}$ ,  $p_c$  ve  $p_{pp}$  olasılıklarının toplamı 1 'dir. Gelişigüzel sayıların gelme olasılıkları aynı olduğundan gelişigüzel sayılar eksenini, istenilen sırada ve fakat büyüklüğü  $p_{fe}$ ,  $p_c$ ,  $p_{pp}$  kadar olan üç bölgeye ayrılabilir.



Şekil 5.11 Gelişigüzel sayılar ekseninde üç etkileşme bölgesinin üç değişik biçimde seçimi.

Çekilen gelişigüzel sayı örneğin Şekil 5.11. a örneksenerek  $p_c$  'den küçükse olay Compton saçılması;  $p_c$  'den büyük,  $p_c+p_{fe}$  'den küçükse olay fotoelektrik ve  $p_c+p_{fe}$  'den büyükse çift oluşumdur.

Çalışılan enerji aralığı (0.010 - 1.500 MeV) çift oluşumu bölgesini dışladığı için gelişigüzel sayılar eksenini ikili olarak Şekil 5.12'deki gibi seçilmiştir.



Şekil 5.12 Monte Carlo benzetişiminde kullanılan gelişigüzel sayılar ekseninde iki etkileşme bölgesinin seçimi.

## 5.C. Fotonların İzlenmesi

### 5.C.1. Noktasal Kaynak - Detektör Sistemi

Noktasal kaynak - detektör düzeneğinde koordinat eksenlerinin merkezi olarak Şekil 5.9'da görüldüğü gibi noktasal kaynağın bulunduğu nokta seçilmiştir.

Çıplak noktasal kaynaktan yayınlanan gammaların yayınlanma doğrultuları kutup açısını veren  $\cos\theta=1-2q$  ve azimüt (açıklık) açısını veren  $\phi=2\pi q$  bağıntılarıyla örneklenmiş ve gammanın doğrultman kosinüsleri  $\alpha$ ,  $\beta$  ve  $\gamma$  sırasıyla

$$\alpha = \sin\theta \cos\phi \quad (5-19.a)$$

$$\beta = \sin\theta \sin\phi \quad (5-19.b)$$

$$\gamma = \cos\theta \quad (5-19.c)$$

bağıntıları kullanılarak hesaplanmıştır. Şekil 5.9'dan görüldüğü gibi yayınlanan gamma — bir sonraki kesimde irdelenecek — detektöre yönelme koşullarını taşıyorsa fotonun detektöre ulaşıncaya değin aldığı yol

$$\ell_o = \frac{h_{dk}}{\cos\theta} \quad (5-20)$$

kadardır.

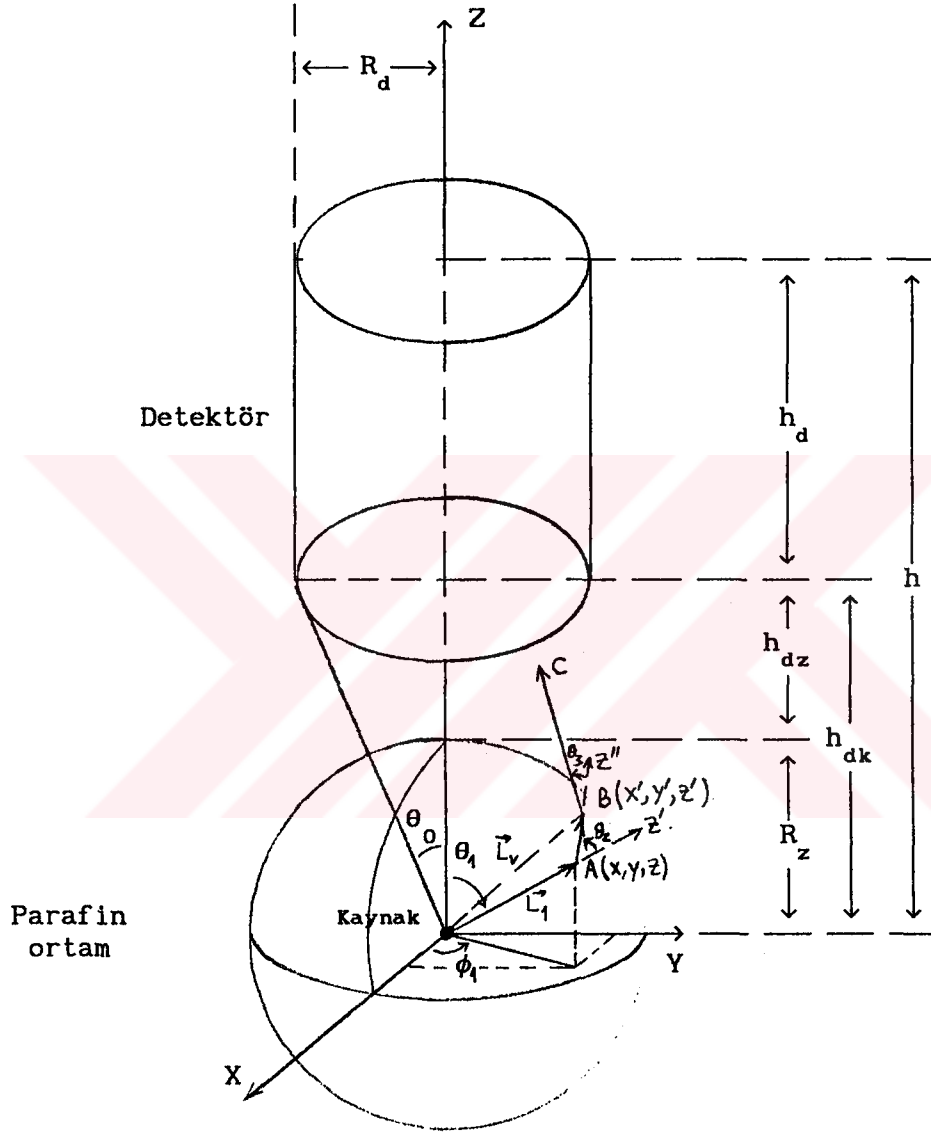
### 5.C.2. Parafin Ortam Merkezinde Noktasal Kaynak - Detektör Sistemi

Parafin küresel ortamın geometrik merkezine yerleştirilen noktasal gamma kaynağından yayınlanan gammalar izotropiktir. Bu sistem için de koordinat sisteminin merkezi olarak noktasal kaynağın bulunduğu nokta seçilmiştir (bak. Şekil 5.13).

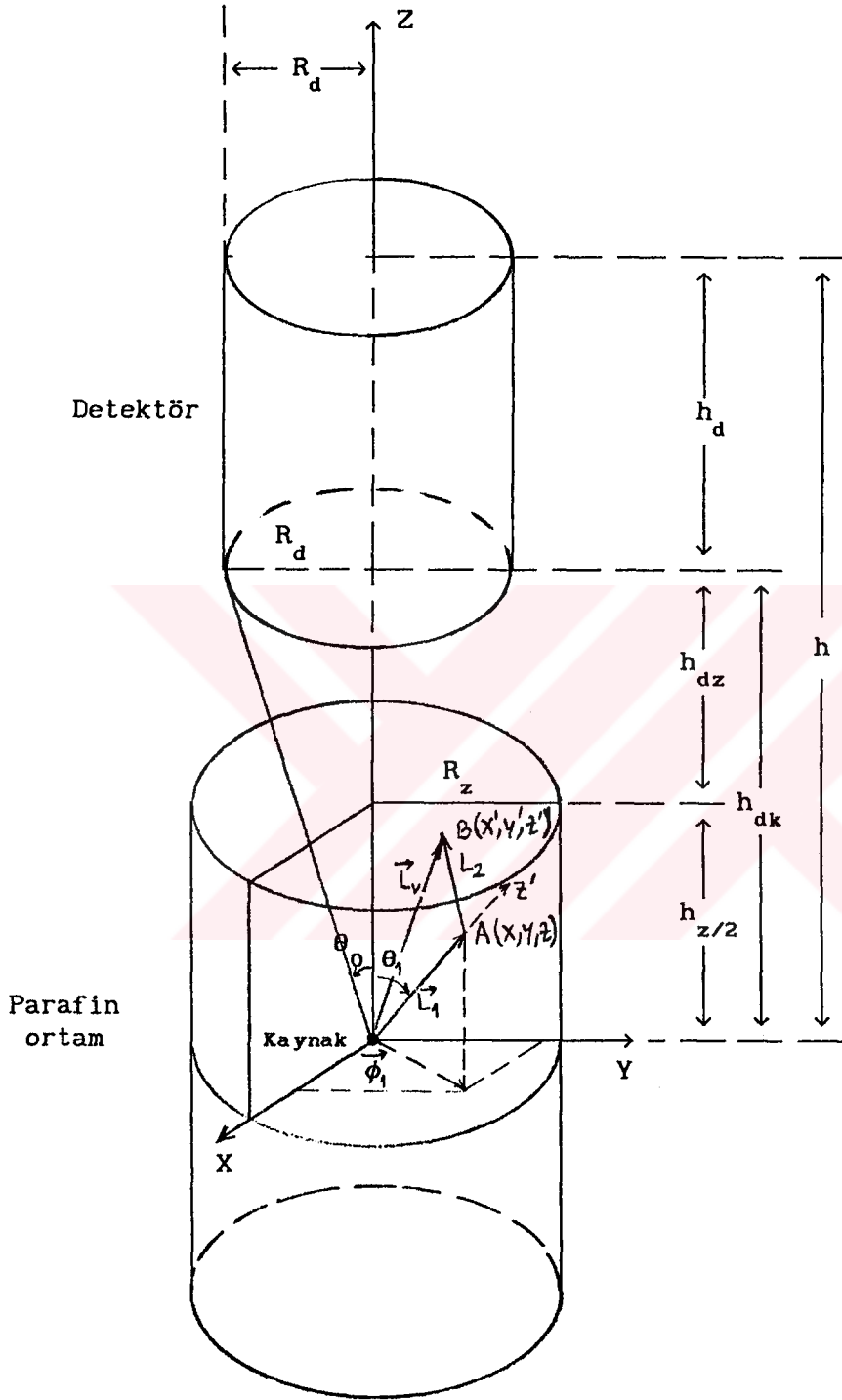
Parafin dik silindirik ortamın geometrik merkezine yerleştirilen noktasal kaynak - detektör sistemi için de koordinat sisteminin merkezi olarak kaynağın bulunduğu nokta seçilmiştir (bak. Şekil 5.14).

Küresel ortamın merkezine yerleştirilen ( $X=0$ ,  $Y=0$ ,  $Z=0$ ) noktasal gamma kaynağının yayınladığı gammaların izlenmesi aşamasında, öncelikle — sonlanma noktasının ortamın dışında kalabileceği düşüncesinden yola çıkılarak işlem sayısını gereksiz yere arttırmamak için — yayınlanan gammanın serbest yolu örneklenmiştir. Kaynak monoenerjik kabul edildiği için gammanın kaynaktan çıkış enerjisi  $E_o$  'a karşı gelen  $\mu_{fe}$ ,  $\mu_c$  ve  $\mu$  tesir kesiti





Şekil 5.13 Küresel ortam merkezinde noktasal kaynak ile detektör sistemi.



Şekil 5.14 Silindirik ortamın merkezine yerleştirilmiş noktasal kaynak ile detektör sistemi.

değerleri Kesim 5.B-1 ve 5.B-2'de anlatıldığı gibi hesaplanmış ve (5-17) bağıntısı kullanılarak serbest yol örneklenmiştir.

$$l = -(\ln q)/\mu$$

Serbest yolun örneklenmesi sonucunda elde edilen değer, küresel ortamın yarıçapıyla kıyaslanmıştır.

$$l^2 > R_z^2 \quad (5-21)$$

halinde etkileşmenin küresel ortamın dışında olduğuna karar verilmiştir. Bu durumda küresel ortamdan hiç etkileşme yapmadan kaçan fotonların sayısı ( $N_{hes}$ ), bir artırılmış ve ortamdan kaçan fotonun detektöre yönelip yönelmediği araştırılmıştır (bak. Şekil EK-4.2).

Serbest yol, bu karşılaştırmaya göre küresel ortam içinde sonlanmışsa yayınlanan fotonun doğrultusu ( $\theta$  ve  $\phi$  açıları), küre geometride kaynaktan yayınlanan gammanın karşılaştığı geometrik koşullar küresel simetriden dolayı aynı olduğundan örneklenmeksizin sabit bir değer olarak seçilmesi mümkünse de deneye sadık kalmak bakımından kutup açısı ( $\theta$ ) ve azimüt açısı ( $\phi$ ) örneklenmiştir. Kaynaktan yayınlanan fotonun kutup açısı ( $\theta$ ) ve azimüt açısı ( $\phi$ ) 'nin örneklenmesi (5-10) ve (5-11) bağıntılarıyla yapılmıştır.

$$\cos\theta = 1-2q$$

$$\phi = 2\pi q$$

Bu doğrultuya ilişkin doğrultmanları  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$

$$\alpha = \sin\theta \cos\phi \quad (5-22.a)$$

$$\beta = \sin\theta \sin\phi \quad (5-22.b)$$

$$\gamma = \cos\theta \quad (5-22.c)$$

bağıntılarıyla hesaplanarak serbest yolun sonlanma noktasının X , Y ve Z koordinatları

$$X = l \alpha \quad (5-23.a)$$

$$Y = l \beta \quad (5-23.b)$$

$$Z = l \gamma \quad (5-23.c)$$

bağıntılarıyla elde edilmiştir.

Dik silindir biçimindeki parafin ortamın geometrik merkezine yerleştirilen ( $X=0$  ,  $Y=0$  ,  $Z=0$ ) noktasal gamma kaynağının (bak. Şekil 5.14)

yayınladığı gammaların ilk serbest yolu (5-17) bağıntısıyla; yayınlanma doğrultusu kutup açısı  $\theta$ , (5-10) ve açıklık açısı  $\phi$ , (5-11) bağıntısıyla örneklenmiştir. Yayınlanma doğrultusu belirlenen gammanın doğrultmanları (5-22) bağıntılarıyla hesaplanarak sonlanma noktasının koordinatları X, Y, Z küresel ortamda olduğu gibi (5-23.a,b,c) bağıntılarıyla bulunup sonlanma noktasının silindirik ortamda sonlanıp sonlanmadığı araştırılmıştır.

$$X^2+Y^2 > R_z^2 \quad (5-24)$$

veya

$$Z < -R_z \quad (5-25)$$

veya

$$Z > R_z \quad (5-26)$$

olması halinde gammanın hiç etkileşme yapmaksızın silindir ortamından kaçtığına karar verilmiş ve "hiç etkileşmeden kaçan foton sayısı" ( $N_{hes}$ ) bir artırılıp foton detektörde izlenmeye başlanmıştır.

Serbest yolun küresel ya da silindirik ortam içinde sonlanması durumunda fotonun etkileşme türünün örneklenmesine geçilmiştir. Önce etkileşen fotonun sahip olduğu  $E_0$  kaynak enerjisine ait tesir kesitleri Kesim 5.B.1 'de elde edilen parametreler kullanılarak

$$\mu_c = p_1 / (1 + p_2 E_0^{1/2} + p_3 E_0 + p_4 E_0^2 + p_5 E_0^3) \quad (5-27.a)$$

$$\mu_{fe} = \exp(p_1 + p_2 E_0 + p_3 \exp(p_4 E_0^5)) \quad (5-27.b)$$

$$\mu = \mu_c + \mu_{fe} \quad (5-27.c)$$

bağıntılarıyla hesaplanmıştır. Fotonun bu enerjiyle Compton saçılması yapma olasılığı ise tesir kesiti değerleri kullanılarak

$$p_c = \frac{\mu_c}{\mu} \quad (5-28)$$

elde edilmiştir.

Çekilen bir gelişigüzel sayı (5-28) bağıntısından elde edilen Compton saçılması yapma olasılığı  $p_c$  ile kıyaslanarak etkileşme türü örneklenmiştir.

$$q > p_c \quad (5-29)$$

halinde etkileşmenin fotoelektrik olay olduğuna karar verilmiş ve fotonun

tüm enerjisini ortama bırakarak yok olduğu kabul edilerek fotoelektrik yapan foton sayısı bir artırılıp takipten vazgeçilmiştir. Kaynaktan yayınlanan yeni bir fotonun izlenmesine başlanmıştır.

Aksi halde olayın Compton saçılması olduğuna karar verilerek fotonun saçılma açısının örneklenmesi, saçılmadan sonraki enerjisi  $E'$  ve yeni doğrultusuna ilişkin doğrultman açıları  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  'nın hesabına geçilmiştir.

Saçılma doğrultusu kutup açısı  $\theta'$  'nün örneklenmesi Klein-Nishina (2-41) bağıntısı temel alınarak yapılmıştır (bak. EK-1).

$$k = \frac{E_o}{m_e c^2} = \frac{E_o}{0.511} \frac{(\text{MeV})}{(\text{MeV})}$$

olarak alınıp EK-1 'de elde edilmesi anlatılan parametreler ve üretilen gelişigüzel sayı kullanılarak fotonun geliş doğrultusu ile yapılan saçılma kutup açısı  $\theta'$

$$\cos\theta' = 2q-1+(q-q^2) (p_1+p_2, q+p_3, q^2+p_4, q^3) \quad (5-30)$$

ve azimüt (açıklık) açısı  $\phi'$  yeni bir rastgele sayı çekilip

$$\phi' = 2\pi q \quad (5-31)$$

bağıntılarıyla örneklenmiştir.

Fotonun saçılmadan önceki geliş (yayıma) doğrultusu ilk serbest yolun sonlanma noktası A başlangıç kabul edilerek oluşturulan yeni (üslü) koordinat sisteminin  $Z'$  doğrultusu olarak kabul edilmiştir. Üslü koordinat sisteminde örneklenen saçılma açıları  $\theta'$  ve  $\phi'$  ile yönelme açıları  $\alpha'$ ,  $\beta'$ ,  $\gamma'$  Ek-3 'te anlatılan koordinat dönüşümleri kullanılarak üssüz (laboratuvar) koordinat sistemine göre olan yeni doğrultmanları  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  hesaplanarak saçılma enerjisi  $E'$ , MeV cinsinden

$$k' = 1/(1+(1/k)-\cos\theta') \quad (5-32)$$

$$E' = k' 0.511 \quad (5-33)$$

bağıntılarıyla hesaplanmıştır.

Saçılma enerjisi  $E'$ , tesir kesiti hesaplamalarında kullanılan en düşük enerji olan  $E_{\min}$  ile kıyaslanmıştır.

$$E' < E_{\min}$$

olması durumunda fotonun tüm enerjisini ortama aktardığı (soğurulduğu) kabul edilip bu fotonun takibinden vazgeçilerek kaynaktan yayınlanan yeni bir fotonun izlenmesine başlanmıştır.

$$E' \geq E_{\min}$$

olması halinde ise fotonun bu yeni enerjisine ilişkin tesir kesiti ve etkileşim olasılıkları (5-27) ve (5-28) bağıntılarıyla hesaplanmıştır.

Fotonun yeni serbest yolu (5-17) bağıntısıyla örneklenerek yeni sonlanma noktasının başlangıç koordinat sistemine göre koordinatları

$$X = X + l \alpha \quad (5-34. a)$$

$$Y = Y + l \beta \quad (5-34. b)$$

$$Z = Z + l \gamma \quad (5-34. c)$$

bağıntılarıyla hesaplanmıştır.

Sonlanma noktasının :

Küre için

$$X^2 + Y^2 + Z^2 > R_z^2 \quad (5-35)$$

Silindir için ise (5.24, 5.25 ve 5.26) bağıntılarına göre

$$X^2 + Y^2 > R_z^2$$

veya

$$Z < -R_z$$

veya

$$Z > R_z$$

olması halinde gammanın  $E'$  enerjisi ile ortamdan kaçtığı kabul edilerek detektörde izlenmesine geçilmiştir. Aksi halde serbest yolun ortam içinde sonlandığı kabul edilmiş ve  $E'$  enerjisine karşılık gelen tesir kesiti değerleri kullanılarak (5-29) bağıntısıyla olay türü örneklenmiştir. Bu suretle gamma kaçınıcaya, soğruluncaya ya da enerjisi  $E_{\min}$  'den daha küçük değere ininceye kadar izlenmiştir. Kullanılan programın akış diyagramı Şekil EK-4.2 ve EK-4.3'te verilmiştir.

## 5.D. Detektörde Foton Takibi

### 5.D.1. Fotonların Detektöre Ulaşma Koşulları

Çıplak kaynak - detektör sisteminde kaynaktan yayınlanan gammaların detektöre ulaşması için deney düzeneğine sadık kalınarak  $h_{dk}=15$  cm için öncelikle Şekil 5-9 'da görüldüğü gibi bu geometriye ilişkin  $\gamma_0 (= \cos\theta_0)$  açısı hesaplanmıştır.

$$\gamma_0 = \frac{h_{dk}}{(R_d^2 + h_{dk}^2)^{1/2}} \quad (5-36)$$

Düzenekteki  $h_{dk}=15$  cm ,  $R_d=(2'' = 2 \times 2.54 \text{ cm})=5.08$  cm değerleri (5-36) 'da yerine konarak

$$\gamma_0 = \frac{15}{(15^2 + 5.08^2)^{1/2}} = 0.94715695$$

bulunur.  $\gamma_0$  'ın bu değeri kaynaktan yayınlanan gammanın doğrultusunu belirleyen kutup açısı  $\theta$  ve açıklık açısı  $\phi$  'nin örneklenmesiyle elde edilen  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  doğrultmanlarından  $\gamma$  doğrultmanı ile kıyaslanmıştır.

$$\gamma \geq \gamma_0$$

koşulu sağlanmışsa fotonun detektöre yöneldiği kabul edilerek detektöre yönelen foton sayısı ( $N_{dy}$ ) bir arttırılıp fotonun detektörde takip edilmesi işlemine geçilmiştir. Aksi halde bu foton terk edilerek kaynaktan çıkan yeni bir foton izlenmeye başlanmıştır.

Ortam merkezine yerleştirilmiş noktasal kaynak ile detektör sistemlerinde de öncelikle her bir yarıçapa ilişkin  $\gamma_0 = \cos\theta_0$  açıları (5-36) bağıntısıyla hesaplanmıştır. Bu kez sayısal değerler bağıntıda yerine konurken detektör - kaynak uzaklığı Şekil 5.14 ve Şekil 5.15'teki geometrilere uygun olarak :

Küresel ortamlar için

$$h_{dk} = h_{dz} + R_d \quad (5-37.a)$$

Silindirik ortamlar için

$$h_{dk} = h_{dz} + \frac{h_z}{2} \quad (5-37.b)$$

ve  $h_{dz} = 5$  cm alınmıştır. Şekil 5.14'ten görüldüğü gibi  $h_{dz} = 2R_z$  'dir.

Her üç geometriye ilişkin  $R_z$  ve  $h_{dk}$  değerleriyle bunların  $\gamma_0 (= \cos\theta)$  değerlerini içeren detektöre yönelme verileri Tablo 5.8'de gösterilmiştir.

Tablo 5.8 Detektöre yönelme verileri.

Ortamın yarıçapı $R_z$ (cm)	Detektör-kaynak uzaklığı $h_{dk}$ (cm)	Yönelme doğrultmanı sınır değeri $\gamma_o = \cos\theta_o$
0	15.00	0.94715695
2.50	7.50	0.82795176
4.20	9.20	0.87541109
5.00	10.00	0.89155601
7.50	12.50	0.92641811
10.00	15.00	0.94715695
12.50	17.50	0.96035571

Gerek parafin küresel, gerekse parafin silindirik ortamda bir  $E_o$  kaynak çıkış enerjisi ya da  $E'$  saçılma enerjisi ile ortam dışına kaçan fotonların son durumlarına ilişkin laboratuvar (üssüz) koordinat sistemine dönüştürülmüş  $\gamma$  doğrultmanı, izlenen fotonun geometrisine ait yönelme doğrultmanı  $\gamma_o$  değeri ile kıyaslanmıştır.

$$\gamma \geq \gamma_o$$

koşulunu taşıyan fotonun detektöre yöneldiği kabul edilerek detektöre yönelen foton sayısı ( $N_{dy}$ ) bir artırılıp bu fotonun detektörde izlenmesine geçilmiştir. Aksi halde kaynaktan yayınlanan yeni bir fotonun takibine başlanmıştır.

#### 5.D.2. Detektör Ortamında Fotonların İzlenmesi

Detektöre yöneldiği kesim 5.D.1 'deki koşulları sağlamasıyla belirlenen fotonun izlenmesi, düzeneğin geometrisine göre genel yaklaşımı aynı olmakla birlikte iki değişik durumda açıklanabilir :

Noktasal kaynak - silindirik detektör düzeneğinde detektöre yöneldiği  $\gamma \geq 0.94711569$  koşulunu sağlamasıyla saptanan fotonun sahip olduğu kaynak çıkış enerjisi ile örneklenen doğrultuda detektöre ulaşınca değin



aldığı yol Şekil 5.2'den görülebileceği gibi (5-20) bağıntısıyla

$$\ell_o = \frac{h_{dk}}{\cos\theta}$$

olacaktır. Bu  $\ell_o$  yolunun sonunda detektöre ulaşmış olan fotonun kaynak çıkış enerjisiyle sahip olduğu NaI tesir kesiti ve etkileşim olasılıkları Kesim 5.B.2 'de anlatıldığı gibi hesaplanarak detektördeki ilk serbest yol (5-17) eşitliği ile örneklenmiştir.

$$\ell_d = - \ln q/\mu$$

Fotonun serbest yolunun sonlanma noktasının kaynağın bulunduğu — koordinat sisteminin başlangıcı olan — noktaya uzaklığı

$$\ell = \ell_o + \ell_d \quad (5-38)$$

kadar olacaktır. Sonlanma noktasının koordinatları X, Y ve Z; (5-34.a,b,c) bağıntıları kullanılarak hesaplanıp bu noktanın detektörün içinde olup olmadığı araştırılmıştır.

Küresel ve silindirik ortamların merkezine yerleştirilmiş noktasal kaynak ile detektör sistemlerinde ise detektöre yöneldiği belirlenen fotonun son serbest yolunun sonlanma noktasının koordinatları X , Y ve Z 'nin detektör içinde olup olmadığına bakılmıştır.

$$Z < h_{dk} \quad (5-39.a)$$

veya

$$Z > h_{dk} + h_d \quad (5-39.b)$$

ve

$$X^2 + Y^2 > R_d^2 \quad (5-39.c)$$

ise fotonun serbest yolunun detektör dışında sonlandığına karar verilmiş ve foton terk edilerek kaynaktan yayınlanan yeni bir foton izlenmeye başlanmıştır. Aksi halde fotonun  $EE_o$  enerjisi ile detektör içinde kaldığına karar verilerek detektörde sayılan foton sayısı  $N_{ds}$  bir arttırılıp fotonun bu sonlanma noktasındaki etkileşim türü örneklenmiştir.

$$q > p_c$$

ise fotonun fotoelektrik olay yaptığı kabul edilmiş ve detektörde fotoe-

lektrik olay yapan foton sayısı  $N_{dfe}$  ve detektörde hiç saçılma yapmaksızın sayılan foton sayısı  $N_{dhes}$  birer arttırılmıştır. Bu durumda fotonun sahip olduğu kaynak çıkış enerjisinin tümü detektör ortamına bırakıp yok olduğu kabul edilerek foton, bu  $E_b = EE_c$  enerjisi ile EK-2'de anlatıldığı gibi Gauss dağılımı kutulama işlemi uygulanarak hangi enerji aralığına ("kanal" a) düştüğü belirlenerek sayılmıştır, detekte edilmiştir. Sayma işlemi, enerji eksenini  $AG=0.010$  MeV 'lik

$$KS = \text{int}(E_o / AG) + 20 \quad (5-40)$$

kanala bölünerek yapılmıştır. Detektörde  $E_b$  kadar enerji bırakmış bir fotonun sayılması sırasında foton  $E_b$  enerjisi ile sayılmak yerine fotonun enerjisinin ne olacağı detektörün ayırma gücü hesaba katılarak belirlenmiştir.  $\Delta E$ ,  $E_b$  enerji değeri için fotopikin yarı yüksekliğinin yarı genişliği olmak üzere fotonun enerjisi

$$\sigma = \frac{\Delta E}{2 \sqrt{2 \ln 2}} \quad (5-41)$$

standart sapmalı ve  $E_b$  ortalama değerli Gauss dağılımına sahip gelişigüzel bir değişken olarak örneklenmiştir. Kullanılan  $2 \times 2$  inch'lik NaI(Tl) detektörünün ayırma gücü  $\Delta E/E_b$  'nin enerjiye bağlı değişimi deneysel olarak elde edilen noktalar üzerine bir fonksiyon fit edilerek bulunmuştur. Sonuçta bağıntı, ayırma gücü için kullanılan parametrelerle

$$\frac{\Delta E}{E_b} = 0.1023 \exp(-0.59 E_b) + \frac{0.0011}{E_b^{1.314}} \quad (5-42)$$

olarak elde edilmiştir. Ayrıca kaynak çıkış enerjisiyle detekte edilen fotonların sayısı  $N_{fp}$ , bir arttırılarak fotopik alanı FPA 'nın da belirlenmesi sağlanmıştır. Böylece sayılma işlemi biten foton bırakılarak kaynaktan yayınlanan yeni bir fotonun takibine başlanmıştır.

Etkileşim türü örnekleme Compton saçılması olarak belirmişse detektör içindeki bu fotona ilişkin Compton saçılması sayısı  $N_{cd}=1$  ve detektör ortamına aktarılan enerji miktarı  $E_b=0$  alınmıştır.

#### İkincil Etkileşimlerin İzlenmesi :

Fotonun sahip olduğu enerji ile saçılma açısı EK-1'de anlatıldığı gibi Klein-Nishina (2-41) bağıntısı temel alınarak örneklenmiştir. Fotonun saçılmadan sonraki enerjisi  $E'$ , (5-32) ve (5-33) bağıntıları kullanılarak

$$k = \frac{E}{m_e c^2} \quad ; \quad k' = \frac{1}{(1 + (\frac{1}{k}) - \cos\theta)}$$

$$E' = k' m_e c^2$$

bulunmuştur. Burada  $\theta'$ , gelen fotonun hareket doğrultusuyla saçılan fotonun hareket doğrultusu arasındaki açıdır. E, gelen fotonun enerjisi ve  $m_e c^2$  ise elektronun durgun kütle enerjisidir.

Saçılan fotonun hareket doğrultusunun başlangıçtaki (laboratuvar) koordinat sistemine göre koordinat dönüşümü yapılarak yeni doğrultmaları hesaplanmıştır.

Detektörde izlenen bu fotonun yaptığı Compton saçılması sayısı  $N_{Cd}=1$  olduğundan E ile E' arasındaki enerji farkı  $\Delta E$ ,

$$\Delta E = E - E' = E E_0 - E' \quad (5-43)$$

bağıntısıyla hesaplanarak detektör ortamına aktarılan enerji miktarı  $E_b$ ,

$$E_b = E_b + \Delta E \quad (5-44)$$

olarak bulunmuştur.

Saçılan fotonun yeni enerjisi E', seçilen en küçük enerji miktarı  $E_{min}=0.010$  MeV değeri ile kıyaslanmıştır.

Saçılma enerjisinin

$$E' < E_{min}$$

olması halinde fotonun tüm enerjisini detektör ortamına bıraktığı ( $E_b = E E_0$ ) kabul edilerek takipten vazgeçilmiş ve foton bu  $E_b$  enerjisi ile Gauss dağılımı kutulama örnekleme yoluyla sayılarak kaynaktan yayınlanan yeni bir foton izlenmeye başlanmıştır.

$$E' \geq E_{min}$$

olması durumunda fotonun bu yeni enerjisine ait NaI'nın tesir kesiti ve etkileşim olasılıkları Kesim 5.B.2'deki gibi hesaplanarak yeni serbest yolu örneklenmiştir.

Fotonun detektördeki yeni serbest yolunun sonlanma noktasının başlangıç koordinat sistemine göre koordinatları X, Y, Z; (5-34.a,b,c) bağıntıları kullanılarak

$$X = X + l \alpha$$

$$Y = Y + l \beta$$

$$Z = Z + l \gamma$$

hesaplanıp sonlanma noktasının detektör içinde kalıp kalmadığı araştırılmıştır.

$$Z < h_{dk}$$

veya

$$Z > h_{dk} + h_d$$

ve

$$X^2 + Y^2 > R_d^2$$

olması halinde fotonun sahip olduğu E' enerjisi ile kaçtığına karar verilmiş ve bu foton, ortama aktardığı

$$E_b = E - E'$$

enerjisi ile Gauss dağılımı kutulama örnekleme yapılarak sayılmış; kaynaktan yayınlanan yeni bir fotonun takibine başlanmıştır. Aksi durumda fotonun son serbest yolunun detektör içinde sonlandığı kabul edilerek etkileşme türü örneklenmiştir.

Etkileşme, fotoelektrik olay olarak belirmişse detektörde gerçekleşen fotoelektrik olay sayısı  $N_{dfe}$  bir artırılıp detektör ortamına aktarılan enerji  $E_b = EE_0$  alınarak foton bu ortama bırakılan enerjisiyle Gauss dağılımı kutulamasına göre örneklenerek sayılmış ve kaynaktan yayınlanan yeni bir foton izlenmeye başlanmıştır.

Etkileşme Compton saçılması olarak belirmişse detektörde izlenen bu fotonun yaptığı Compton saçılması sayısı  $N_{cd}$ , bir artırılmış ( $N_{cd} = N_{cd} + 1$ ) ve fotonun saçılmadan sonraki doğrultu açılarının örneklenmesi, saçılma enerjisi E'' ve koordinat dönüşümlerinin hesabı yapılmıştır.

İzlenen fotonun detektörde gerçekleştirdiği Compton saçılması sayısı  $N_{cd} > 1$  olduğu için saçılmadan önceki ve sonraki enerjiler farkı  $\Delta E$ , bu kez

$$\Delta E = E' - E'' \quad (5-45)$$

olacağından detektör ortamına aktarılan enerji miktarı  $E_b$ , yine (5-45) bağıntısından

$$E_b = E_b + \Delta E$$

olarak bulunur.

Fotonun detektörde bu yeni Compton saçılmasından sonraki enerjisi  $E''$ ,  $E_{\min}$  ile kıyaslanarak

$$E'' < E_{\min}$$

olması halinde fotonun tüm enerjisini detektör ortamına bıraktığı kabul edilip takipten vazgeçilerek foton  $E_b = EE_0$  enerjisi ile sayılmış ve yeni bir kaynak fotonu izlenmeye başlanmıştır.

$$E'' \geq E_{\min}$$

olması durumunda bu enerjisine ilişkin NaI tesir kesiti ve etkileşim olasılıkları hesaplanarak yeni serbest yolu örneklenip bu serbest yolun sonlanma noktasının koordinatları hesaplanmıştır. Sonlanma noktasının detektör içinde sonlanıp sonlanmadığı araştırılmıştır.

Foton, detektör dışında kalmışsa ortama bıraktığı enerji  $E_b$  ile sayılmıştır. Foton  $C_d = 1$  tane Compton saçılması sonunda detektörden kaçarsa detektöre bıraktığı  $E_b$  enerjisi,

$$E_b = (E - E'_1) + (E'_1 - E'_2) + \dots + (E'_{i-1} - E'_i) = E - E'_i \quad (5-46)$$

olur.

Fotonun son serbest yolu detektör içinde sonlanmışsa etkileşim türü örneklenmiştir. Olay fotoelektrik ise detektörde gerçekleşen fotoelektrik olay sayısı  $N_{dfe}$ , bir artırılıp fotonun tüm enerjisini ortama aktardığı kabul edilerek foton  $E_b = EE_0$  enerjisiyle sayılmıştır. Olay Compton saçılması ise detektörde gerçekleşen Compton saçılması sayısı  $N_{cd}$ , bir artırılarak ( $N_{cd} = N_{cd} + 1$ ) ve "İkincil Etkileşimlerin İzlenmesi" alt başlığıyla verilen kesime dönülerek izleme işlemi sürdürülmüştür.

İzleme işlemine foton detektörden kaçınıcaya, fotoelektrik yapıncaya ya da saçılmadan sonraki enerjisi  $E'_1 < E_{\min}$  oluncaya değin devam edilmiştir.

Foton takibi noktasal kaynak ile silindirik detektör düzeneklerinde her bir gamma kaynağı ve her bir enerji değeri için  $10^6$  fotonla gerçekleştirilmiştir.

Parafinden küresel ya da silindirik ortamlar ile silindirik detektör düzeneklerinde ise her bir yarıçap için spektrumun fotopik alanı, kullanılan kaynağın enerjisi ile elde edilen çıplak noktasal kaynağın spektrumunun fotopik alanına eşit oluncaya değin foton takibi sürdürülmüştür.

## 5.E. Monte Carlo Yöntemi ile Elde Edilen Verilerin İşlenmesi

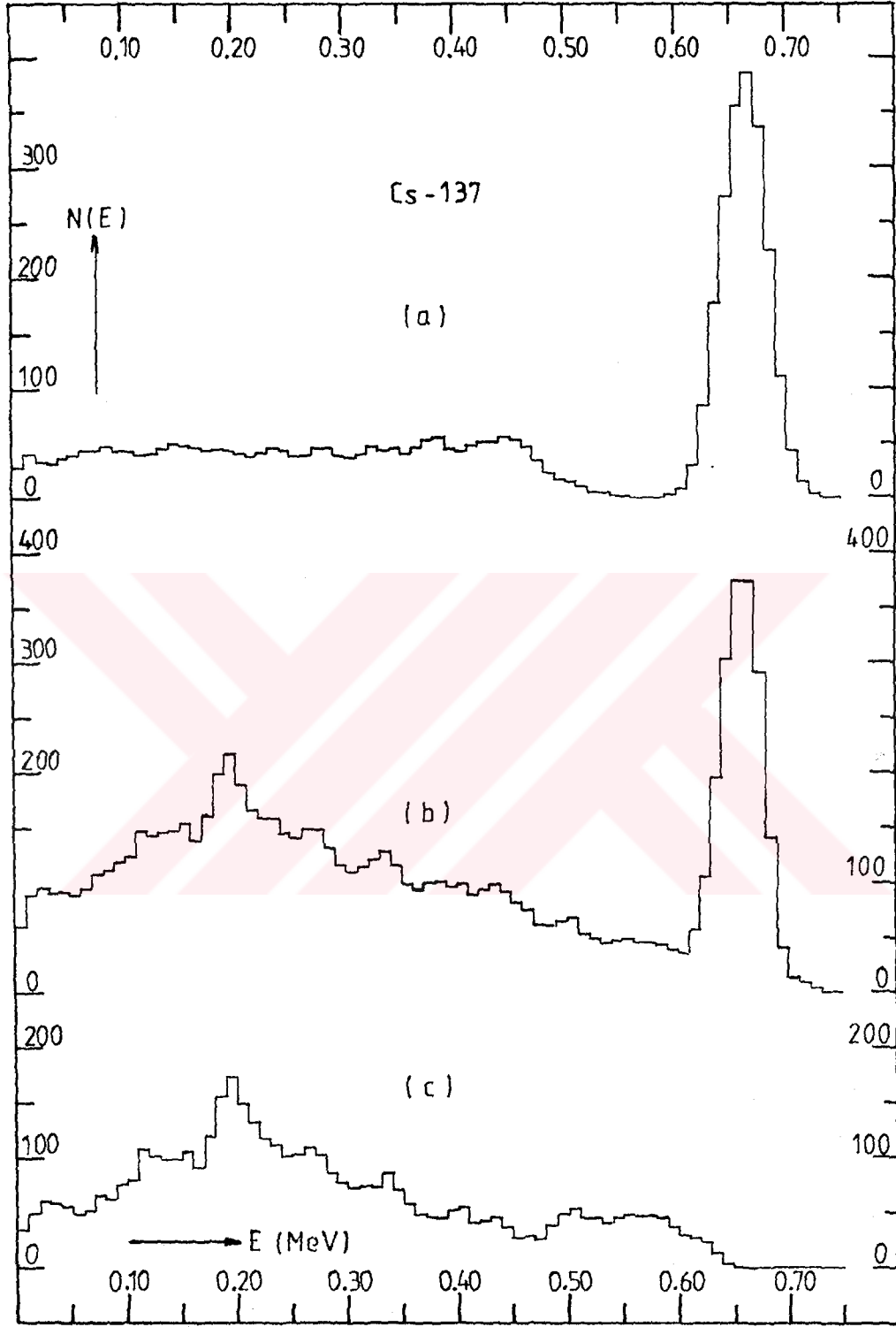
Parafinden küresel ya da silindirik ortamın merkezine yerleştirilmiş noktasal kaynağın cevap fonksiyonundan bu spektruma ait fotopik alanı sıfır oluncaya kadar çıplak kaynağa ait spektrum çıkarılmıştır. Bu soyma işlemi, deneysel sonuçların elde edilmesinde anlatıldığı gibi hacimsel ortamın spektrumuna ait her bir kanalın içeriğinden çıplak kaynağın spektrumuna ilişkin aynı kanal içeriği çıkartılarak yapılmıştır. Böylece soyma işleminden geriye kalan spektrumun bir veya daha fazla saçılma yapmış gammalarca oluşturulmuş spektruma indirgenmesi sağlanmıştır.

Şekil 5.15'te Cs-137 noktasal gamma kaynağına ait Monte Carlo yöntemiyle elde edilmiş: a) Çıplak noktasal kaynağın; b) R=5 cm yarıçaplı küresel ortamın merkezine yerleştirilmiş noktasal kaynağın spektrumları ile; c) Soyulmuş spektrum görülmektedir.

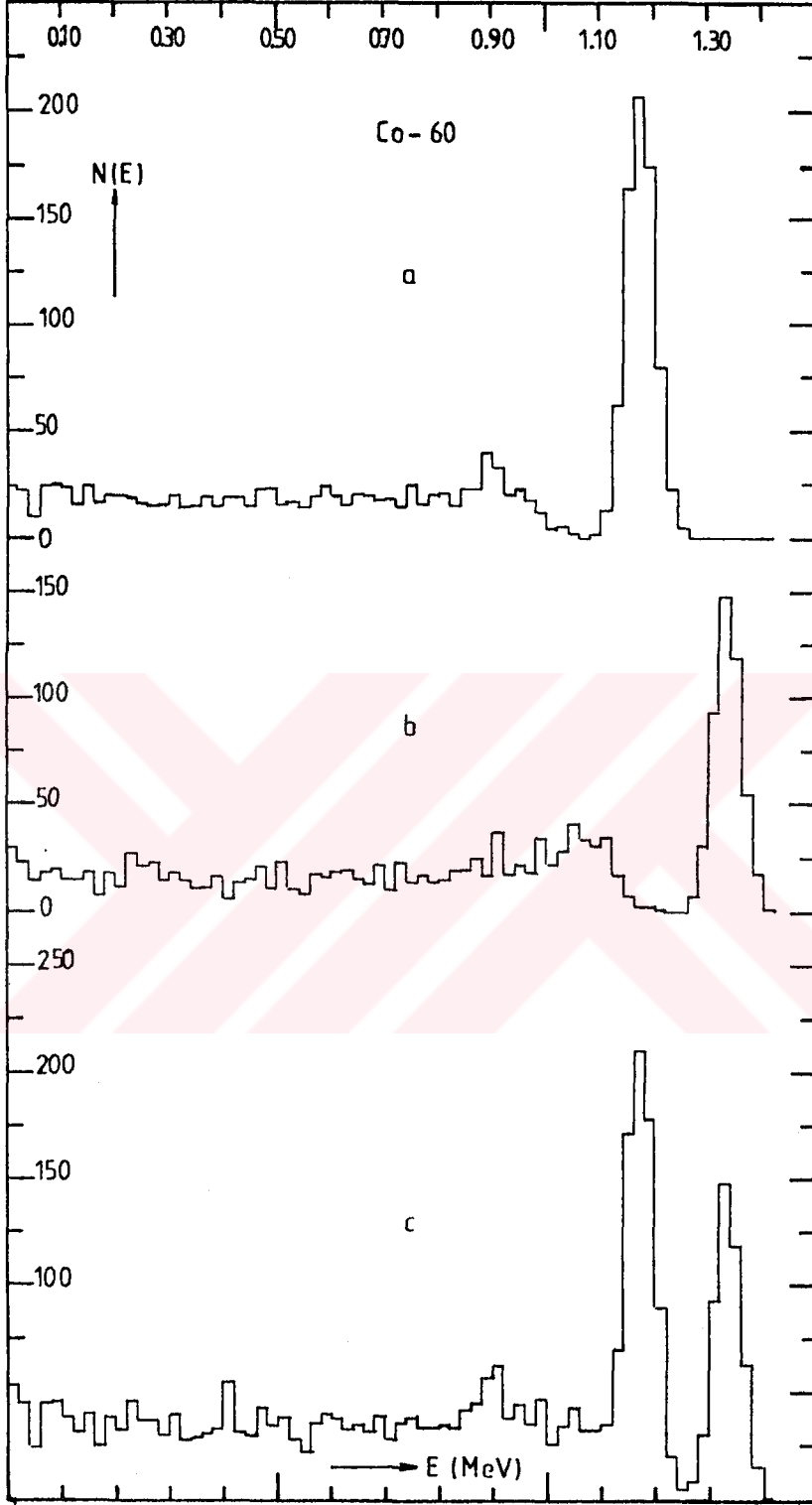
Na-22 ve Co-60 kaynaklarında her bir enerjiye karşı gelen spektrum ayrı ayrı elde edilmiş; her iki enerjiye ait spektrum verileri, aynı numaralı kanal içerikleri toplanarak birleştirilmiş; sonra da soyma işlemi uygulanmıştır. Şekil 5.16 'da Co-60 noktasal gamma kaynağının Monte Carlo benzetişim yöntemiyle elde edilmiş 1.173 ve 1.332 MeV enerji değerleri için spektrumları ile birleştirilmiş spektrum görülmektedir.

Bu işlemler, her bir noktasal kaynak ile değişik yarıçaplı küresel ve değişik yarıçap ve 2R yükseklikte silindirik ortamlar için tekrarlanmıştır.

Ayrıca her bir enerji değeri ve parafin ortam için gammanın ortamda takibinden vazgeçilme noktalarında sayaç kullanılarak ortama aktarılan ve ortamdaki kaçan enerjiler toplanmıştır. Böylece noktasal kaynaktan yayınlanan gamma başına ortama aktarılan (soğrulan) ve ortamdaki kaçan enerjiler belirlenmiş; bunun ortama, geometriye ve gamma enerjisine bağımlılığı incelenmiştir.



Şekil 5.15 Cs-137 kaynağına ait Monte Carlo yöntemiyle elde edilmiş: a) Çıplak kaynağın; b)  $R=5$  cm yarıçaplı Küresel ortam merkezindeki noktasal kaynağın spektrumları; c) Soyulmuş spektrum.



Şekil 5.16 Co-60 noktasal gamma kaynağının Monte Carlo yöntemiyle elde edilmiş: a) 1.173 MeV ; b) 1.332 MeV enerji değerleri için spektrumları ile c) Birleştirilmiş spektrum.



## 6. SONUÇ VE TARTIŞMA

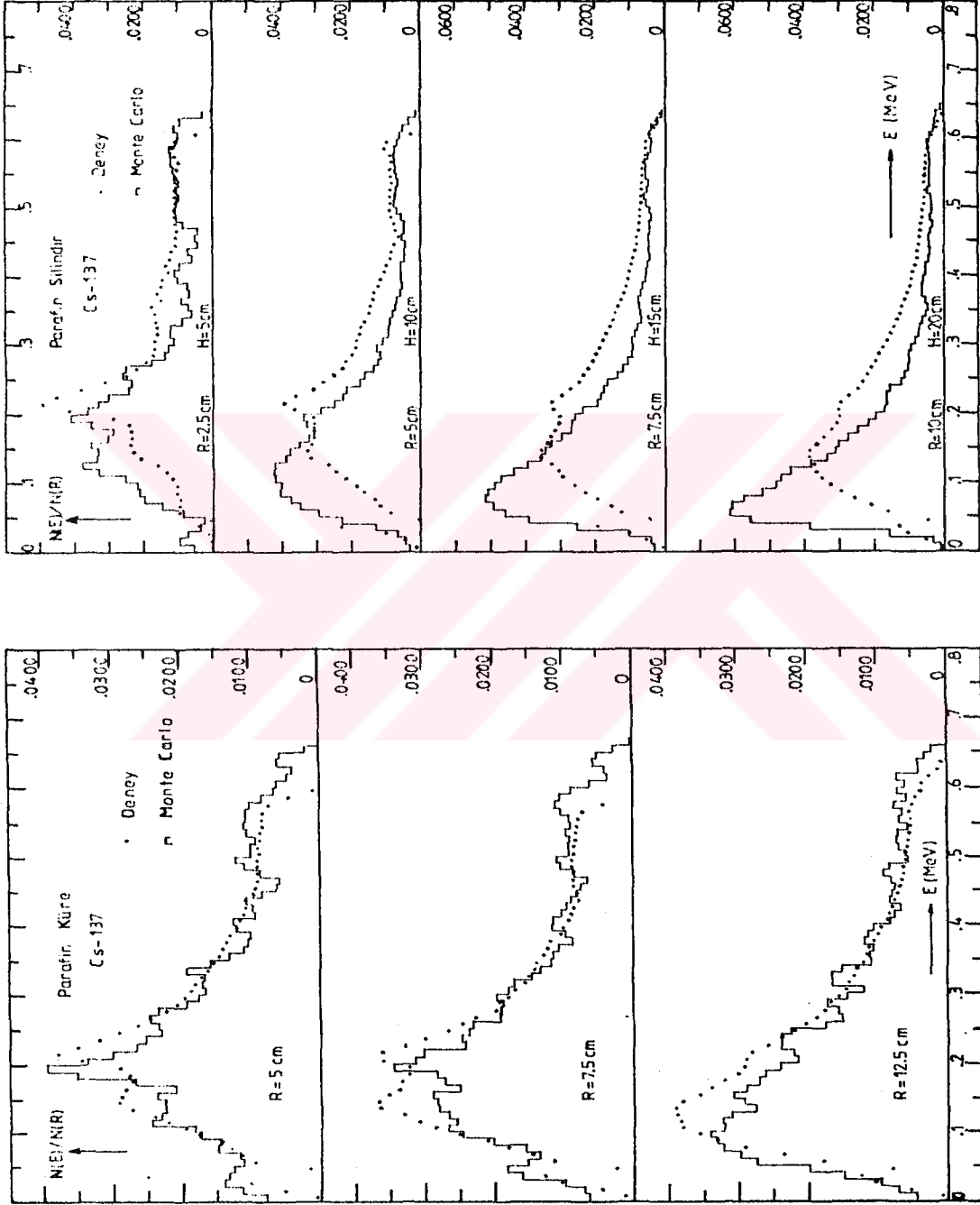
Bir ortamda art arda etkileşmeler sonucunda ortama aktarılan radyasyon enerjisi ile ortamdan kaçan radyasyon enerjisi; detektör cevap fonksiyonu, doz hesabı, radyoaktif kaynak ve sistemlerin şiltlenmesi konularında büyük önem taşımıştır. Gammaların art arda etkileşmelerde ortama aktardığı (soğrulan) enerjinin belirlenmesinde Monte Carlo benzetişim yöntemi, en duyarlı yöntem olarak kendini göstermiştir.

Çalışmaya başlarken belirlenen "sonlu geometrilerde bir gammayı takip etmek; 1., 2., 3., ..., n. çarpışmalar sonunda kaçan gammaların enerji dağılımlarını elde etmek" ön amacına ilişkin olarak yürütülen bu çalışmada sonlu geometriye sahip ortam ve bu ortamın geometrik merkezine yerleştirilmiş noktasal gamma kaynağı ile oluşturulan sistemlerden art arda etkileşmeler sonucunda kaçan gammaların spektrumları deneysel olarak elde edilmiş; bu spektrumları çok iyi bir yaklaşıklıkla elde edebileceğimiz ve Monte Carlo benzetişimini içeren tümüyle kendi eserimiz bir bilgisayar programının geliştirilmesi hedeflenmiştir.

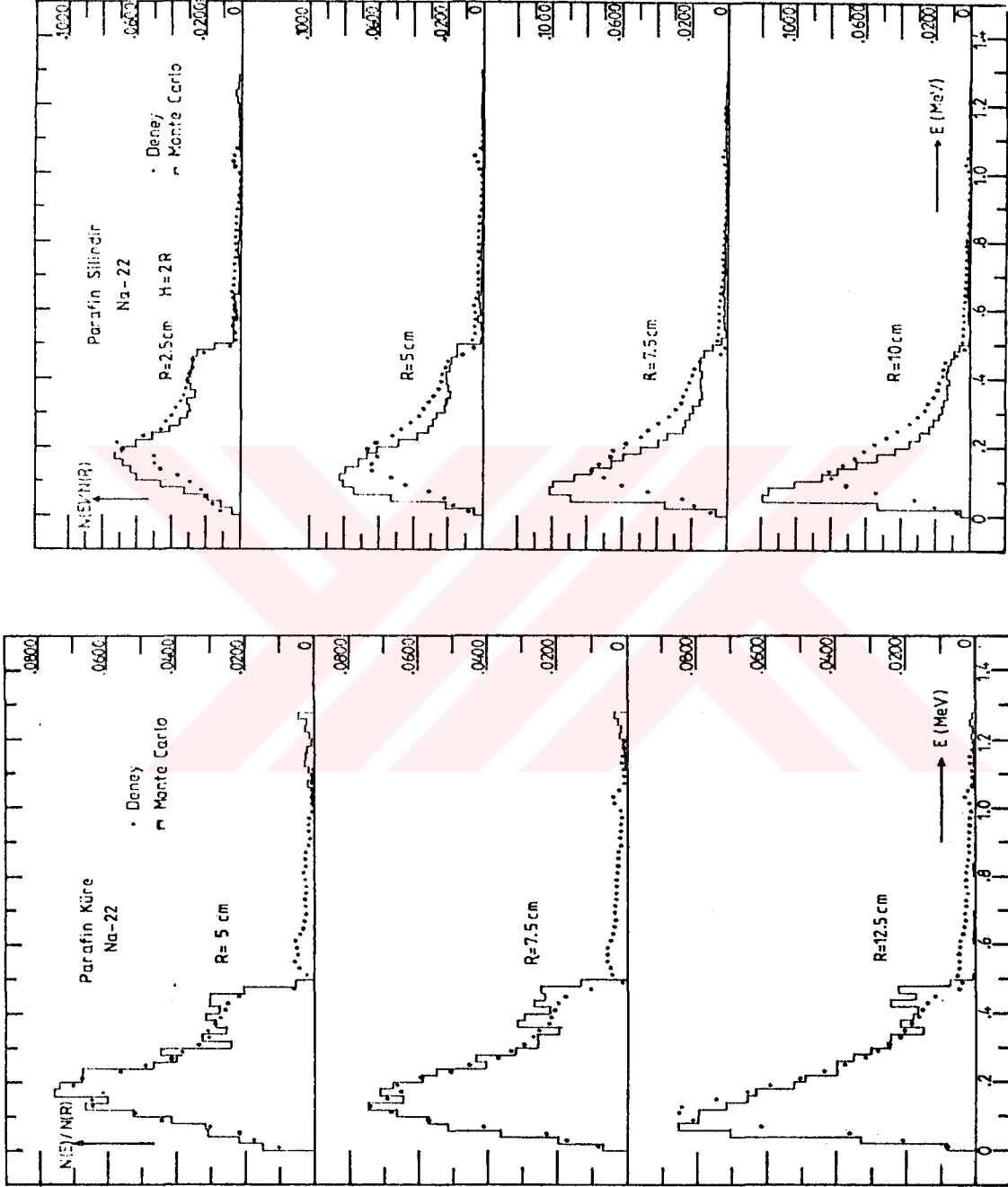
Deneyde, 8192 kanallı Canberra MCA 40 serisi çok kanallı analizör ve gerekli elektronik donanımı, silindirik 2 2 inch'lik NaI(Tl) sintilasyon detektörü ile Cs-137, Na-22, Co-60 standart noktasal gamma kaynakları ve tarafımızdan hazırlanan küresel ve silindirik parafin ortamlar kullanılmıştır.

Deneysel olarak ve Monte Carlo benzetişim yöntemiyle elde edilen spektrumlar soyulmuştur. Böylece soyma işleminden geriye kalan spektrumun bir veya daha fazla saçılma yapmış gammalarca oluşturulmuş spektruma indirgenmesi sağlanmıştır.

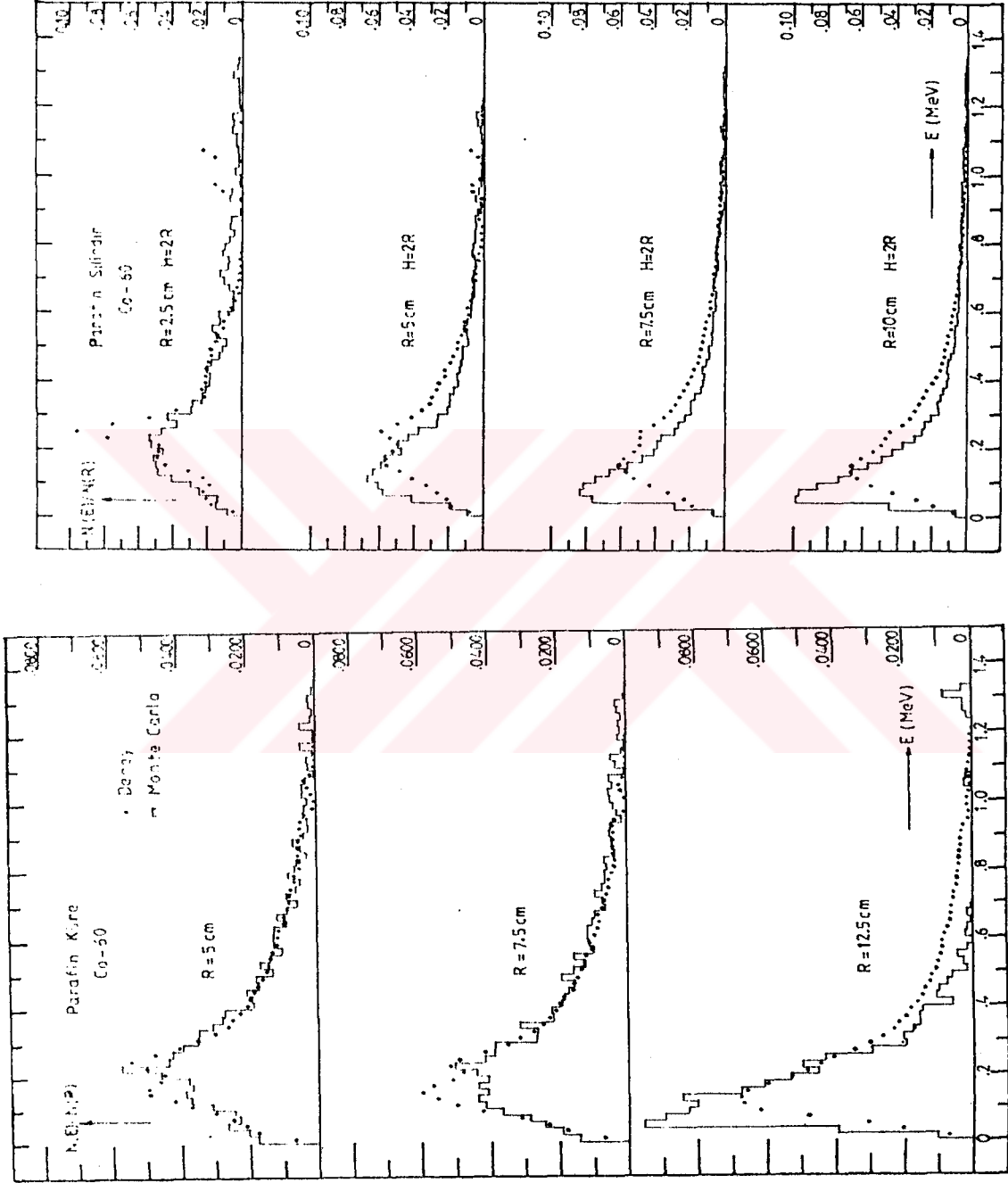
Deneysel olarak ve Monte Carlo benzetişim yöntemiyle Cs-137, Na-22 ve Co-60 için elde edilen soyulmuş, düzgünleştirilmiş spektrumlar sırası ile Şekil 6.1, 6.2 ve 6.3'te karşılaştırmalı olarak gösterilmiştir. Spektrumlar, karşılaştırmayı kolaylaştırmak için "her bir saçılmamış gamma başına saçılarak çıkmış gammaların oluşturduğu spektrum"lar halinde çizilmiştir. Bunu sağlamak için soyulmuş ve düzgünleştirilmiş spektrumun alanı hesaplanmış; her bir kanaldaki sayma bu alana bölünerek  $N(E)/N(R)$  değerleri E 'ye karşı grafiğe geçirilmiştir.



Şekil 6.1 Merkezinde noktasal Cs-137 gamma kaynağı içeren ortamlar için her bir saçılmamış gamma başına saçılmış gammaların deneysel ve Monte Carlo ile elde edilmiş spektrumları.



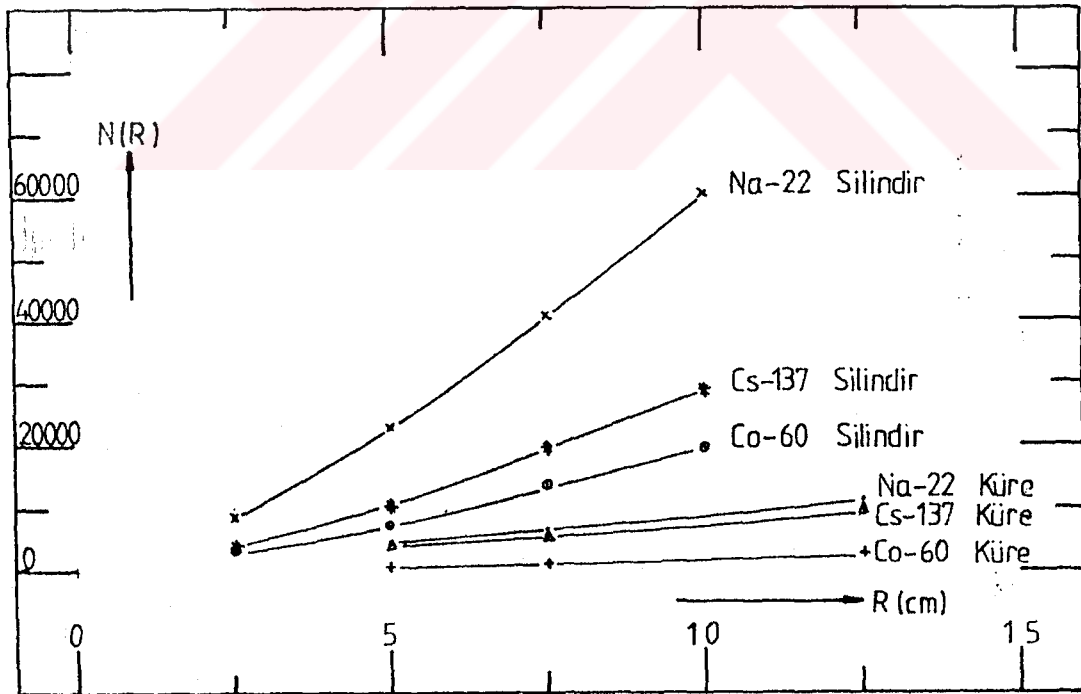
Şekil 6.2 Merkezinde noktasal Na-22 gamma kaynağı içeren ortamlar için her bir saçılmamış gamma başına saçılmış gammaların deneysel ve Monte Carlo ile elde edilmiş spektrumları.



Şekil 6.3 Merkezinde noktasal  $Co-60$  gamma kaynağı içeren ortamlar için her bir saçılmamış gamma başına saçılmış gammaların deneysel ve Monte Carlo ile elde edilmiş spektrumları.

Karşılaştırmalı grafiklerden de açıkça görüldüğü gibi deneysel olarak ve Monte Carlo benzetimi ile elde spektrumlar oldukça iyi bir uyum içindedir. Bu uyum küresel ortamlara ait karşılaştırmalı grafiklerde daha belirgindir. Silindirik ortamlara ait deneysel olarak ve Monte Carlo ile elde edilen spektrumların piklerindeki kayma, deneyde kullanılan çok kanallı analizörün kalibrasyon eğrisinin lineerlikten ayrılmasındandır. Her bir standart gamma kaynağı spektrumundaki fotopikin maksimum değerinin kaynak çıkış enerjisi ile keV cinsinden aynı kanal numarasına rastlaması için kazanç ayarı yapıldığından ve bu ayar her kaynak için yinelendiğinden elde edilen nihai grafikte kalibrasyon düzeltmesi yapılmamıştır.

Her bir ortam için deneysel olarak ve Monte Carlo benzetim yöntemi ile elde edilen spektrumlarda bir tepelenme tespit edilmektedir. Bu maksimum, geometrik ortam büyüdükçe küçük enerjiye doğru kaymaktadır. Spektrumlarda, tepe değeri civarındaki dağılıma fonksiyon önerilmeye çalışıldı ise de çok belirgin bir fonksiyona fit edilemediğinden ortamdaki bir ya da daha fazla saçılma yaparak kaçan gammalar için etkin enerji tanımına gidilmemiştir.



Şekil 6.4 Hiç etkileşme yapmadan kaçan foton başına saçılarak çıkan foton sayısının yarıçapa bağlı değişimi.

Şekil 6.4'teki hiç etkileşme yapmadan kaçan foton başına saçılarak çıkan foton sayısının  $N(R)$ , yarıçapa  $(R)$  göre değişimi incelendiğinde, küre geometriye nazaran silindir geometride hiç etkileşme yapmadan kaçan foton başına saçılarak çıkan foton sayısının daima daha çok olduğu görülmüştür. Aynı grafiklerden kaynak çıkış enerjisine bağlı olarak enerji değeri büyüdükçe hiç etkileşmeksizin kaçan foton başına saçılarak çıkan foton sayısının azaldığı görülmektedir.

Aynı yarıçaplı küre ve silindirik ortamların karşılaştırılması durumunda küre geometriye nazaran silindir geometride ikincil etkileşmeler sonucunda kaçan gammaların sayısının daha çok olduğu görülmüştür (bak Şekil 6.5). Bunun nedeni, küre geometride kaynaktan yayınlanan gammanın karşılaştığı giriş uzunluğu her yönde  $R$  olduğu halde, silindir geometride gammanın karşılaştığı giriş uzunluğunun en az  $R$  olup bu uzunluğun  $\sqrt{2}R$  değerine ulaşmasıdır [3,14].

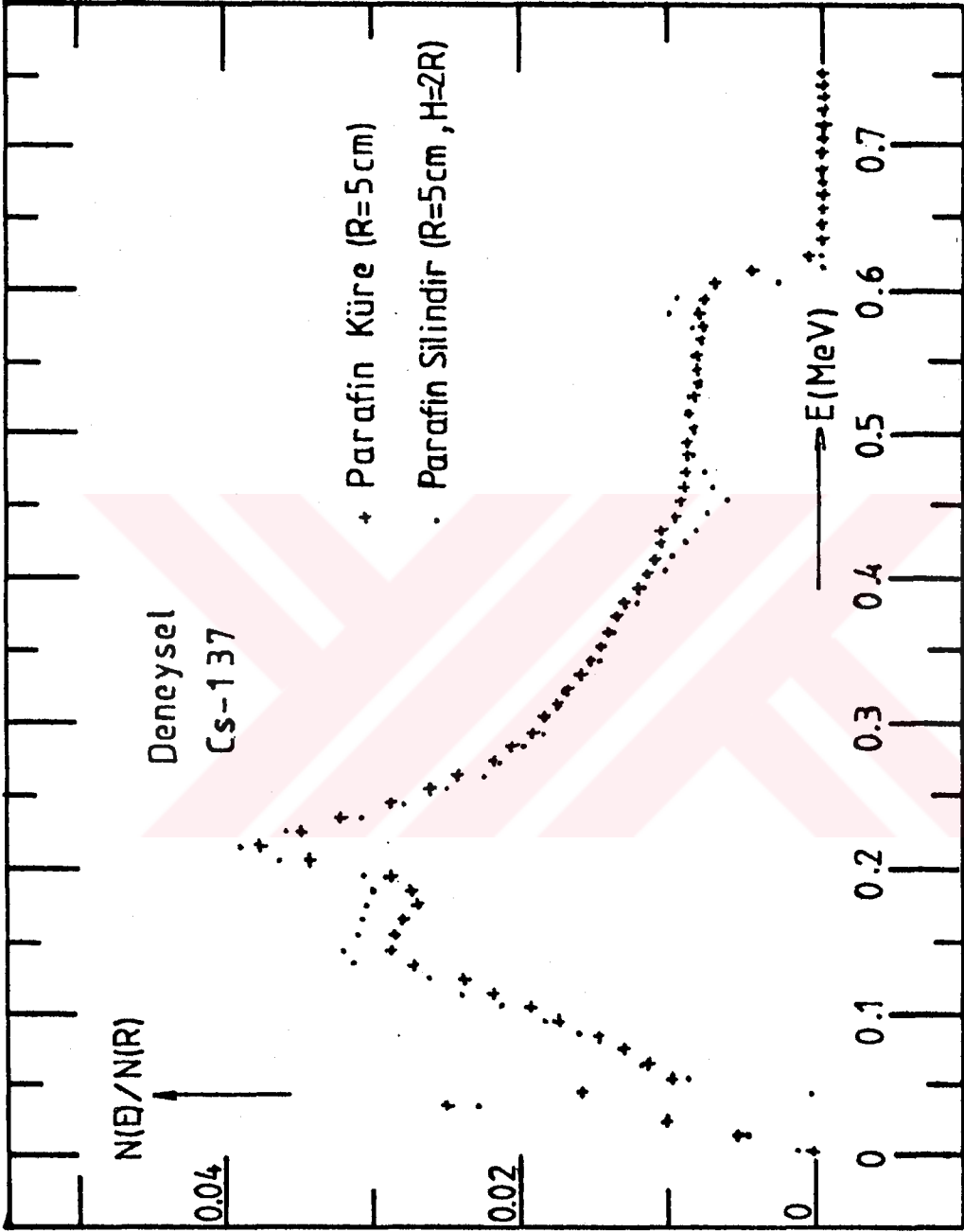
Yayınlanan gamma başına ortama bırakılan (soğrulan) ve ortamdaki kaçan enerjilerin geometriye bağımlılığını incelemek üzere oluşturulan birim gamma başına soğrulan ve kaçan enerjinin yarıçapa bağlı grafiğinde ortam büyüdükçe soğrulan enerjinin arttığı görülmektedir (bak Şekil 6.6). Birim gamma başına ortamdaki kaçan enerji ise ortam büyüdükçe azalmaktadır (bak Şekil 6.7).

Aynı yarıçaplı ortamlarda gammanın kaynak çıkış enerjisi büyüdükçe birim gamma başına soğrulan enerjinin azaldığı, ortamdaki kaçan enerjinin ise büyüdüğü görülmektedir.

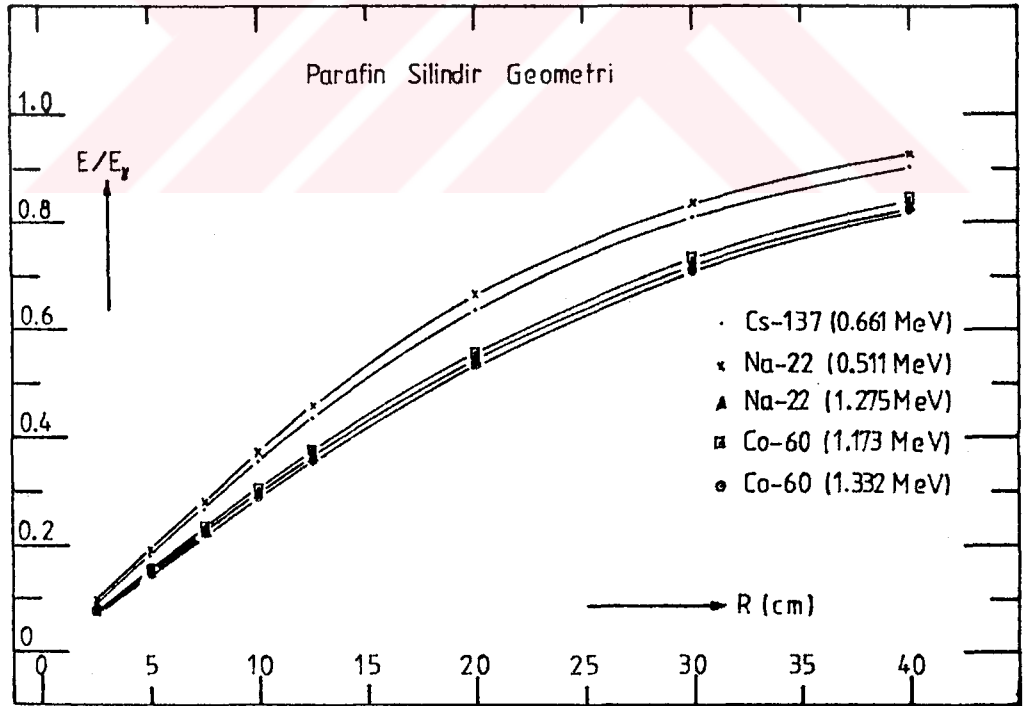
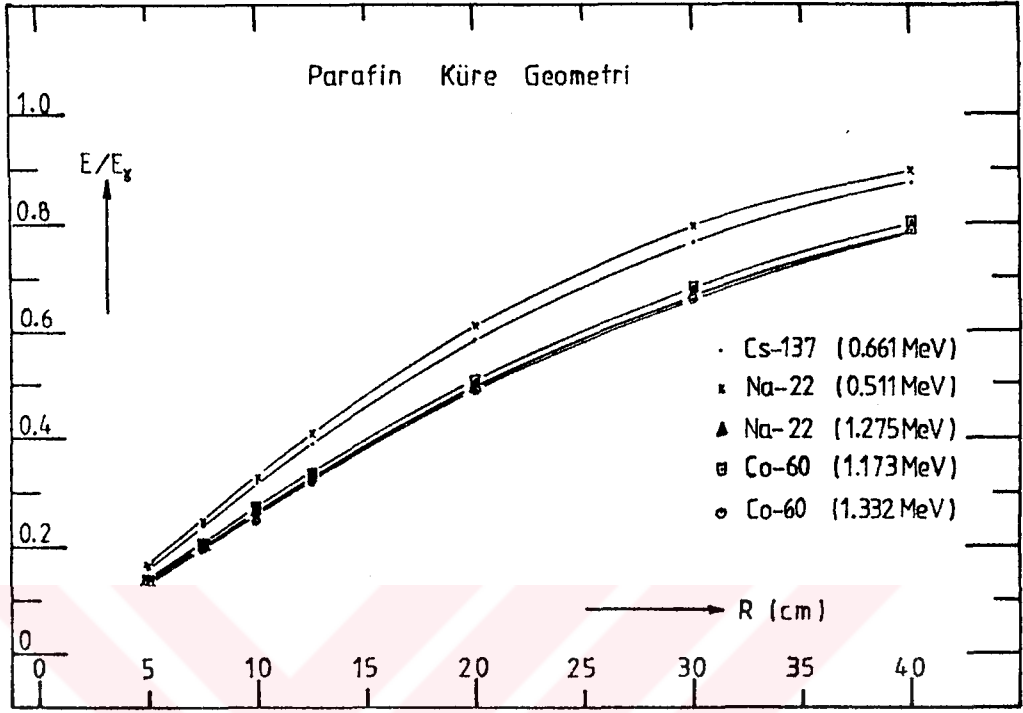
Geometriye bağlı olarak birim gamma başına soğrulan enerji, aynı yarıçaplı küre geometride, aynı yarıçap ve  $2R$  yükseklikte silindir geometriye nazaran daha az; birim gamma başına ortamdaki kaçan enerji ise daha fazladır (bak Şekil 6.8).

Çalışma sonuçlarını, gamma kaynaklarının saklanma ya da kullanım aşamasındaki şiltleme olayında dikkate alırsak karşılaştırmalı deneysel ve Monte Carlo ile elde edilen spektrumlardan kolayca görülebileceği gibi enerji spektrumlarında zırah etkisi ihmal edilemeyecek derecede etkilidir. Ortam büyüdükçe, ortam içindeki art arda saçılma olasılığı artmakta ve bunun sonucu sistemden yayınlanan ikincil gammaların adetleri artarak enerji spektrumları düşük enerjilere doğru yığılma yapmaktadır.

Birbirine karşı gelen küresel ve silindirik ortamlarda, kaynaktan yayınlanan gammaların karşılaştıkları ortalama giriş uzunluğu her iki geometride de aynıdır. Ortalama giriş uzunluğu; ortamın hacmi  $V$  ve yüzey ala-

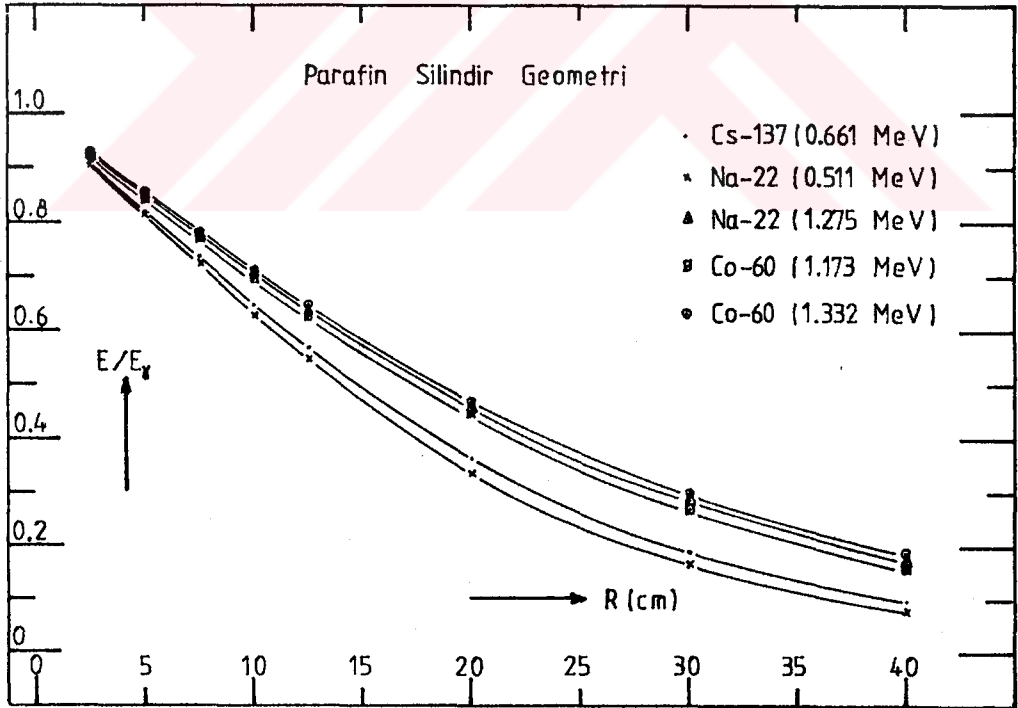
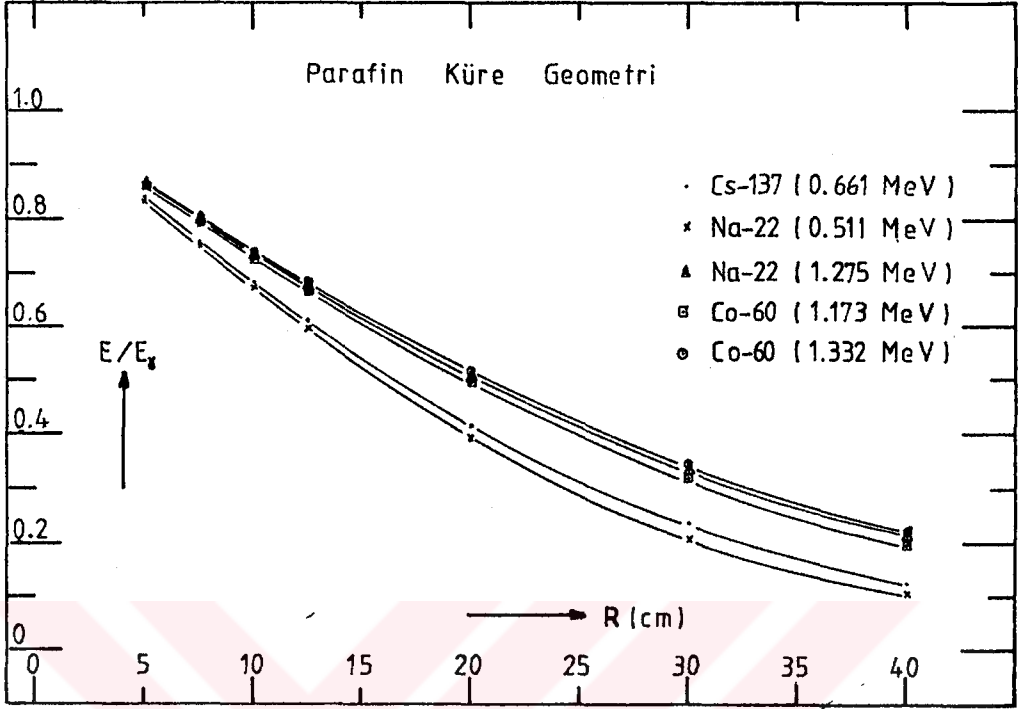


Şekil 6.5 Aynı yarıçaplı küresel ve silindirik ortamlarda her bir saçılmamış gamma başına saçılarak çıkmış gammaların enerjiye bağlı denel olarak elde edilmiş spektrumları.

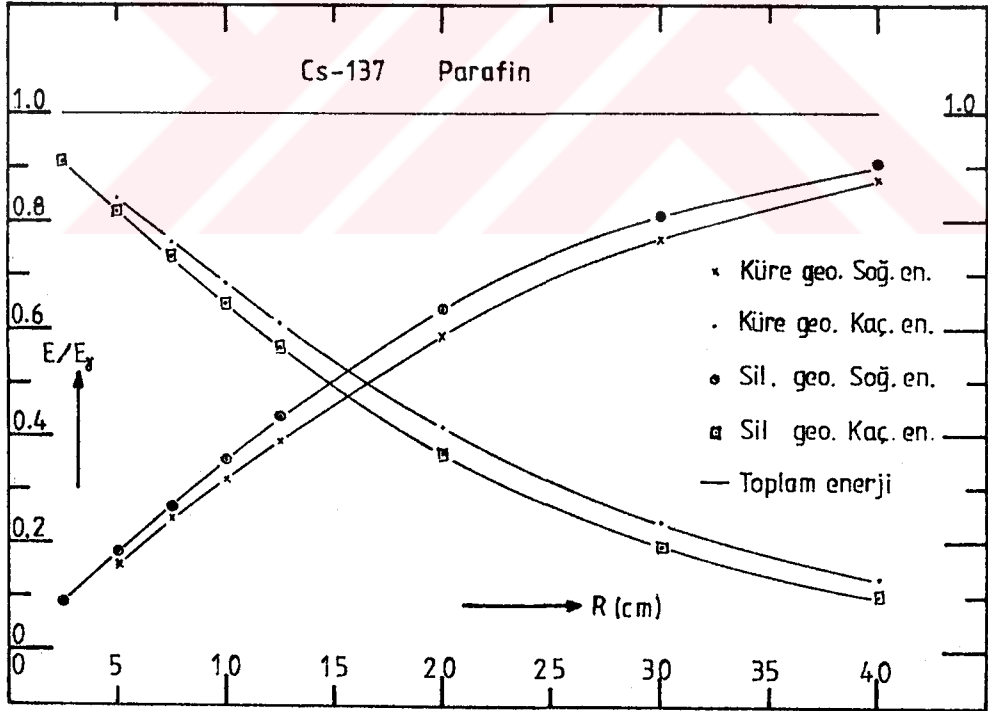
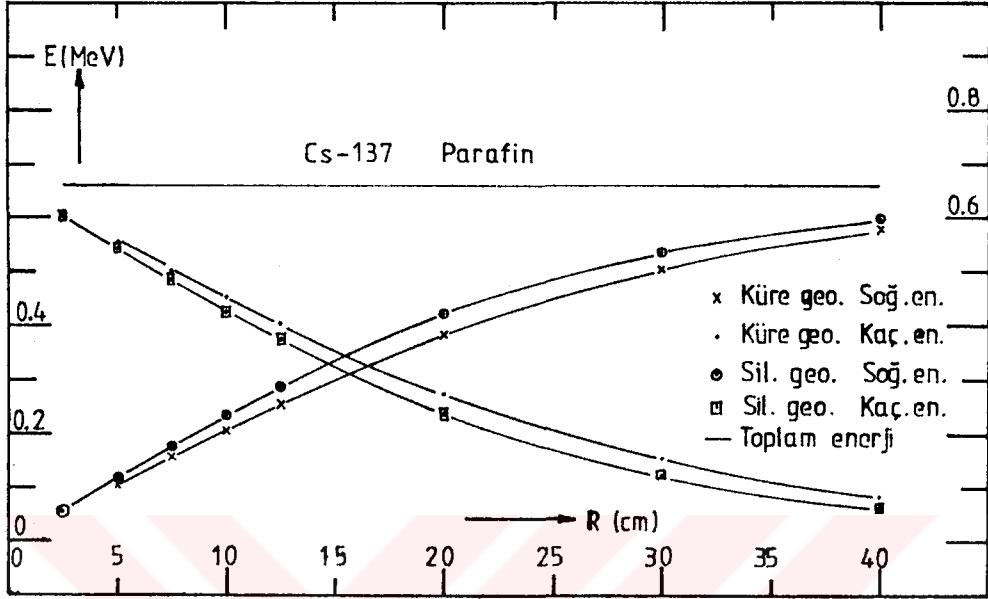


Şekil 6.6 Sonlu parafin ortamında birim gamma başına soğrulan enerjinin yarıçapa bağlı değişimi.





Şekil 6.7 Sonlu parafin ortamında birim gamma başına ortamdaki kaçan enerjinin yarıçapa bağlı değişimi.



Şekil 6.8 Sonlu parafin ortamında birim gamma başına ortama bırakılan ve ortamdaki kaçan enerjinin aynı kaynak çıkış enerjisi için geometriye bağımlılığı.

nı S olmak üzere  $\bar{L}=4V/S=4R/3$  kadardır. Bu durum, "zırhlama ya da şiltlemede küre geometrinin silindire nazaran gamma spektrumunda daha az değişme meydana getireceği sonucunu doğurur" [14] şeklindeki yargımızı da doğrulamaktadır.

Bu çalışmada, denel spektrumlar ile iyi uyum gösteren ve Monte Carlo benzetişimini içeren yöntemin geliştirilmesine ve tümüyle kendi ürünü-müz olan bilgisayar programının yazılımına öncelik verilmiştir. Elde edilen spektrumların denel spektrumlarla oldukça iyi uyum gösterdiğine bakılarak hedefe ulaşıldığı söylenebilir. Geliştirdiğimiz yöntemin en olumlu yanı programın tümüyle denetlenebilir; parametrelerinin yeni koşullara uyum sağlayabilir ve sonlu ortamlar için geliştirilmesiyle birlikte gerektiğinde sınır koşullarının değiştirilmesiyle sonsuz ortamlarda ya da küresel ve silindirik ortamların dışında başka geometriler için de kullanılabilir olmasıdır.

Geliştirilen bu yöntemin kullanılmasıyla sonlu ya da sonsuz çeşitli ortam, geometri, büyüklük ve gamma enerjisi değerleri için gammalar vasıtasıyla bir ortama aktarılan radyasyon enerjisinin söz konusu veri ve parametrelere bağımlılığı incelenebilecek; sonsuz ortamda bir gamma soğruluncaya değin izlenebilecek; 1., 2., 3., ..., n. saçılmadan sonraki enerji dağılımı elde edilebilecek; her bir çarpışmadan sonra en muhtemel enerji tanımına yönelenebilecektir.

## EK-1. COMPTON SAÇILMASINDA AÇISAL DAĞILIMIN ÖRNEKLENMESİ

Monte Carlo Benzetişim Yöntemi'nde Compton saçılmasının örneklenebilmesi için E enerjili bir fotonun saçılma açısı  $\theta$  'nın değerinin bilinmesi gerekir. Bu değer kullanılıp korunum yasalarından yararlanarak fotonun saçılmadan sonraki enerjisi E' hesaplanabilir. Compton saçılması olayı incelenirse, makroskobik ölçekte saçılma açısı  $\theta$  , rastgele bir değişkendir. Bu değişkenin sıklık fonksiyonu, diferansiyel tesir kesitidir. (2-40) bağıntısıyla ifade edilen bu tesir kesiti, Klein-Nishina tarafından kuantum mekaniksel olarak hesaplanmıştır [27,31,33].

$$d\sigma^{KN}(\theta) = \frac{r_e^2}{2} \left[ 1+k(1-\cos\theta) \right]^{-2} \left[ 1 + \cos^2\theta + \frac{k^2(1-\cos\theta)^2}{1+k(1-\cos\theta)} \right] d\Omega$$

Burada  $d\Omega = 2\pi \sin\theta d\theta = -2\pi d(\cos\theta)$  ;  $r_e^2$  , elektronun klasik yarıçapı ve  $k=E/0.511$  (MeV/MeV) 'dir.

Compton saçılması benzetişiminde,  $\theta$  açısının örneklenmesi işleminde karşılaşılan sorunların ilki, (2-40) bağıntısının integrali alınabildiği halde tersine çözülemesidir. Bir diğer sorun ise sıklık fonksiyonunun gelen fotonun enerjisine bağlı olmasından kaynaklanır.

Çözüm için kabaca bir yaklaşım Carlson tarafından verilmiştir [43]. Sorun değişik araştırmacılarca farklı yöntemlerle çözümlenmeye çalışılmıştır [4,48-52].

(2-40) bağıntısında

$$\cos\theta = x \quad \longrightarrow \quad d(\cos\theta) = dx \quad (EK-1-1)$$

değişken dönüşümü uygulanarak

$$\begin{aligned} \sigma(k) &= \pi r_e^2 \int_{-1}^1 \frac{1 + x^2 + \frac{k^2(1-x)^2}{1+k(1-x)}}{[1+k(1-x)]^2} dx \\ &= \pi r_e^2 \int_{-1}^1 A(k,x) dx \quad (EK-1-2) \end{aligned}$$

yazılabilir. Bu ifadenin integrali alınır

$$\sigma(k) = \pi r_e^2 \left[ \frac{1}{2k} \frac{1}{[1+k(1-x)]^2} + \frac{1+2k}{k^2} - \frac{1}{[1+k(1-x)]} - \frac{1}{k^3} [1+k(1-x)] - \frac{(k-1)^2-3}{k^3} \ln[1+k(1-x)] \right]_{-1}^1 \quad (\text{EK-1-3})$$

bulunur. Bu sonuç kullanılarak olasılık yoğunluk fonksiyonu

$$f(k, x) = \frac{\pi r_e^2 \int_{-1}^x A(k, x') dx'}{\pi r_e^2 \int_{-1}^1 A(k, x') dx'} \quad (\text{EK-1-4})$$

elde edilebilir. Bu ifade kullanılarak çeşitli k değerleri için

$$f(k, x) = q \quad (\text{EK-1-5})$$

fonksiyonu tersinden çözülerek

$$x = f^{-1}(k, q) \quad (\text{EK-1-6.a})$$

x 'in değeri yerine konarak

$$\cos\theta = f^{-1}(k, q) \quad (\text{EK-1-6.b})$$

fonksiyonu, sayısal değerleri ile bulunabilir. (EK-1-6.b) fonksiyonunun k=0.01, 0.1, 1, 10, 40 değerleri için değişimi Şekil EK-1.1 'de gösterilmiştir.

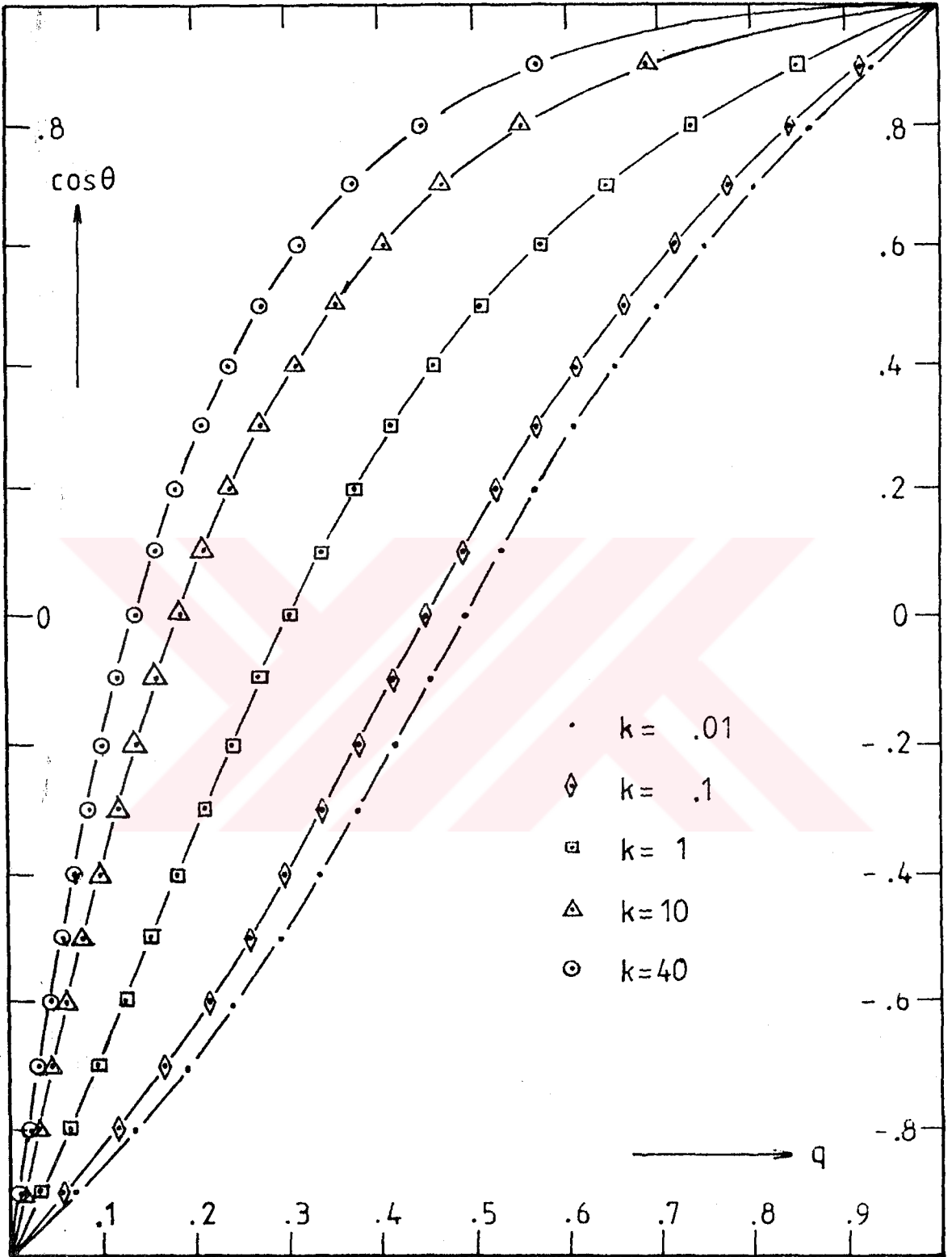
Burada temel sorun değişik k değerlerine karşılık bu eğrilerin tümünü birden verebilecek analitik bir ifade bulmaktır. Çözümüne varmak üzere

$$f^{-1}(k, q) = 2q - 1 + (q - q^2) [p_1(k) + p_2(k)q + p_3(k)q^2 + p_4(k)q^3] \quad (\text{EK-1-7})$$

ifadesi önerilerek

$$\chi^2(p_j(k)) = \sum_{i=1}^{21} (y_i - f^{-1}(k, q_i))^2 \quad (\text{EK-1-8})$$

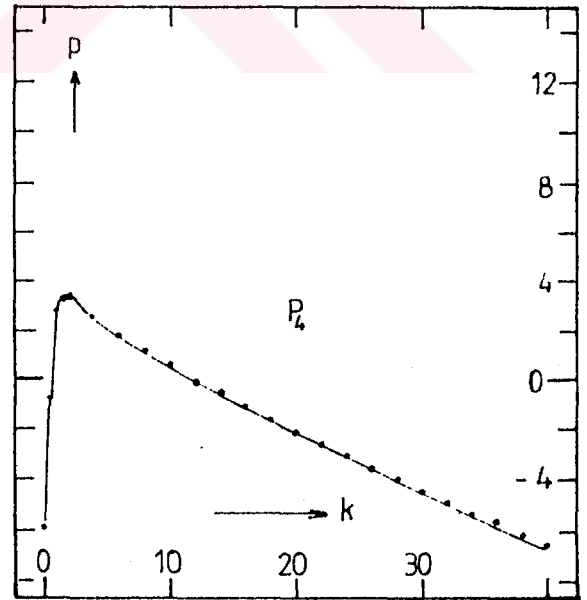
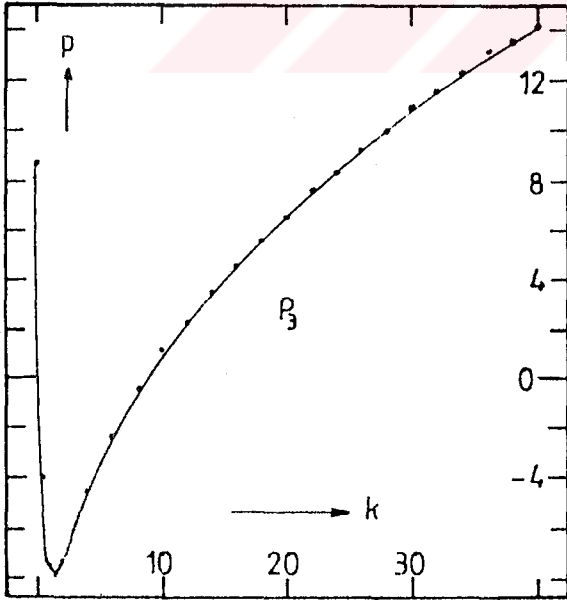
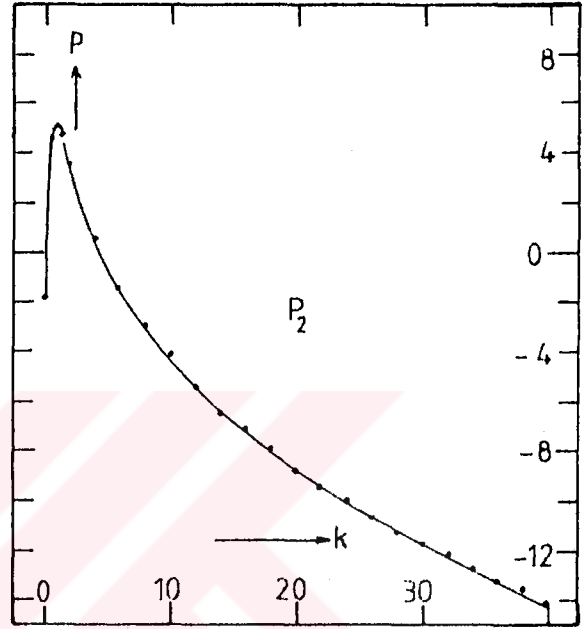
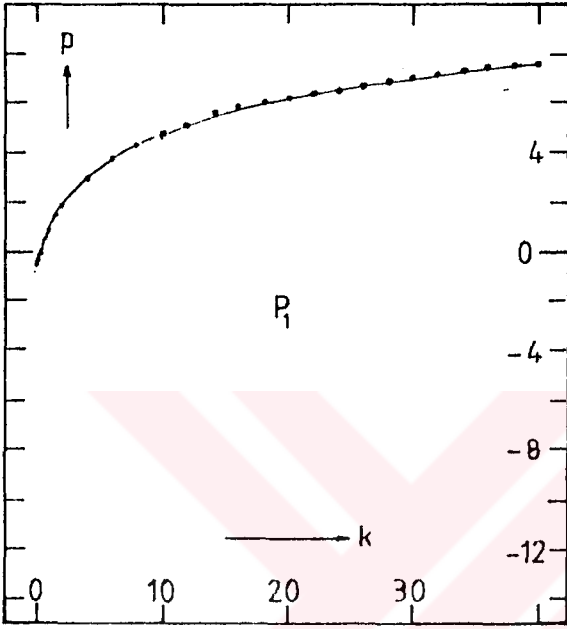
fonksiyonunu en küçük yapan  $p_j(k)$  değerleri belirlenmiştir. Burada  $y_i$ ,  $f^{-1}(k, q)$  fonksiyonunun sayısal değerleri ve  $j=1, 2, 3, 4$ 'tür. (EK-1-7) bağıntısının kullanılmasıyla elde edilen veriler Tablo EK-1.1 ve değişimi Şekil EK-1.2 'de gösterilmiştir.



Şekil EK-1.1  $\cos \theta = f^{-1}(k, q)$  fonksiyonunun  $k$  'ya göre değişimi.

Tablo EK-1.1  $j=1, 2, 3, 4$  için  $p_j(k)$  değerleri.

$k = \frac{E}{0.511}$	P a r a m e t r e l e r				$\chi^2$
	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	
$1.0 \cdot 10^{-2}$	$-4.814 \cdot 10^{-1}$	-1.820	8.786	-5.989	$9.04 \cdot 10^{-5}$
$2.0 \cdot 10^{-2}$	$-4.779 \cdot 10^{-1}$	-1.591	8.505	-5.931	$9.74 \cdot 10^{-5}$
$4.0 \cdot 10^{-2}$	$-4.656 \cdot 10^{-1}$	-1.160	7.944	-5.797	$1.18 \cdot 10^{-4}$
$6.0 \cdot 10^{-2}$	$-4.512 \cdot 10^{-1}$	$-7.429 \cdot 10^{-1}$	7.359	-5.627	$1.46 \cdot 10^{-4}$
$8.0 \cdot 10^{-2}$	$-4.307 \cdot 10^{-1}$	$-3.746 \cdot 10^{-1}$	6.833	-5.480	$1.81 \cdot 10^{-4}$
$1.0 \cdot 10^{-1}$	$-4.218 \cdot 10^{-1}$	$8.831 \cdot 10^{-2}$	6.036	-5.126	$2.17 \cdot 10^{-4}$
$2.0 \cdot 10^{-1}$	$-3.231 \cdot 10^{-1}$	1.875	2.711	-3.577	$3.84 \cdot 10^{-4}$
$3.0 \cdot 10^{-1}$	$-1.943 \cdot 10^{-1}$	3.189	-1.502	-2.046	$4.67 \cdot 10^{-4}$
$4.0 \cdot 10^{-1}$	$-4.843 \cdot 10^{-1}$	4.091	-2.394	$-7.457 \cdot 10^{-1}$	$4.79 \cdot 10^{-4}$
$5.0 \cdot 10^{-1}$	$1.075 \cdot 10^{-1}$	4.664	-4.050	$2.752 \cdot 10^{-1}$	$4.52 \cdot 10^{-4}$
$6.0 \cdot 10^{-1}$	$2.636 \cdot 10^{-1}$	5.020	-5.297	1.096	$4.08 \cdot 10^{-4}$
$7.0 \cdot 10^{-1}$	$4.141 \cdot 10^{-1}$	5.221	-6.204	1.722	$3.06 \cdot 10^{-4}$
$8.0 \cdot 10^{-1}$	$5.623 \cdot 10^{-1}$	5.295	-6.841	2.200	$3.14 \cdot 10^{-4}$
$9.0 \cdot 10^{-1}$	$7.055 \cdot 10^{-1}$	5.274	-7.246	2.534	$2.72 \cdot 10^{-4}$
1.0	$8.401 \cdot 10^{-1}$	5.211	-7.540	2.803	$2.35 \cdot 10^{-4}$
1.5	1.424	4.487	-7.808	3.375	$1.12 \cdot 10^{-4}$
2.0	1.888	3.592	-7.310	3.411	$5.35 \cdot 10^{-5}$
4.0	3.119	$5.654 \cdot 10^{-1}$	-4.534	2.627	$2.25 \cdot 10^{-6}$
6.0	3.884	-1.532	-2.344	1.860	$1.56 \cdot 10^{-7}$
8.0	4.439	-3.131	$-5.788 \cdot 10^{-1}$	1.189	$7.05 \cdot 10^{-7}$
$1.0 \cdot 10^+1$	4.876	-4.438	$9.351 \cdot 10^{-1}$	$5.669 \cdot 10^{-1}$	$8.86 \cdot 10^{-7}$
$1.2 \cdot 10^+1$	5.235	-5.549	2.278	$-1.762 \cdot 10^{-2}$	$7.86 \cdot 10^{-7}$
$1.4 \cdot 10^+1$	5.541	-6.520	3.492	$-5.730 \cdot 10^{-1}$	$5.90 \cdot 10^{-7}$
$1.6 \cdot 10^+1$	5.806	-7.389	4.620	-1.116	$3.94 \cdot 10^{-7}$
$1.8 \cdot 10^+1$	6.041	-8.173	5.662	-1.632	$2.33 \cdot 10^{-7}$
$2.0 \cdot 10^+1$	6.252	-8.889	6.635	-2.128	$1.18 \cdot 10^{-7}$
$2.2 \cdot 10^+1$	6.443	-9.554	7.568	-2.621	$4.73 \cdot 10^{-8}$
$2.4 \cdot 10^+1$	6.618	$-1.017 \cdot 10^+1$	8.449	-3.097	$1.47 \cdot 10^{-8}$
$2.6 \cdot 10^+1$	6.778	$-1.075 \cdot 10^+1$	9.283	-3.555	$1.40 \cdot 10^{-8}$
$2.8 \cdot 10^+1$	6.927	$-1.129 \cdot 10^+1$	$1.009 \cdot 10^+1$	-4.008	$3.95 \cdot 10^{-8}$
$3.0 \cdot 10^+1$	7.066	$-1.180 \cdot 10^+1$	$1.086 \cdot 10^+1$	-4.450	$8.60 \cdot 10^{-8}$
$3.2 \cdot 10^+1$	7.196	$-1.228 \cdot 10^+1$	$1.160 \cdot 10^+1$	-4.888	$1.49 \cdot 10^{-7}$
$3.4 \cdot 10^+1$	7.318	$-1.276 \cdot 10^+1$	$1.234 \cdot 10^+1$	-5.336	$2.28 \cdot 10^{-7}$
$3.6 \cdot 10^+1$	7.433	$-1.320 \cdot 10^+1$	$1.304 \cdot 10^+1$	-5.758	$3.15 \cdot 10^{-7}$
$3.8 \cdot 10^+1$	7.541	$-1.361 \cdot 10^+1$	$1.368 \cdot 10^+1$	-6.133	$4.03 \cdot 10^{-7}$
$4.0 \cdot 10^+1$	7.645	$-1.402 \cdot 10^+1$	$1.432 \cdot 10^+1$	-6.528	$5.02 \cdot 10^{-7}$



Şekil EK-1.2  $p_1$  ,  $p_2$  ,  $p_3$  ,  $p_4$  katsayılarının  $k$  'ya bağlı değişimi.



(EK-1-7) bağıntısındaki bağıntısındaki parametrelere ilişkin uygun analitik ifadeler bulabilmek için, Şekil EK-1.2 'deki noktalara en uygun düşen parametreler, minimum bulma (minimizer) yöntemiyle belirlenerek aşağıdaki bağıntılar elde edilmiştir.

$$p_1(k) = 5.66 [1.52 - \exp(-0.0433 k)] - 3.54 \exp(-0.39) \quad (\text{EK-1-9})$$

$$(n=36 \text{ nokta için} \quad \chi^2 = 5.5 \times 10^{-2})$$

$$p_2(k) = -36.56 + 97.48001(k + 0.35) / (1 + 1.7 k + 0.4544 k^{1.47}) \quad (\text{EK-1-10})$$

$$(n=36 \text{ nokta için} \quad \chi^2 = 9.91 \times 10^{-1})$$

$$p_3(k) = 40.24(1 + 0.0035 k) - \frac{104.51 (k + 0.2855)}{(1 + 1.227 k + 0.6 k^{1.3436})} \quad (\text{EK-1-11})$$

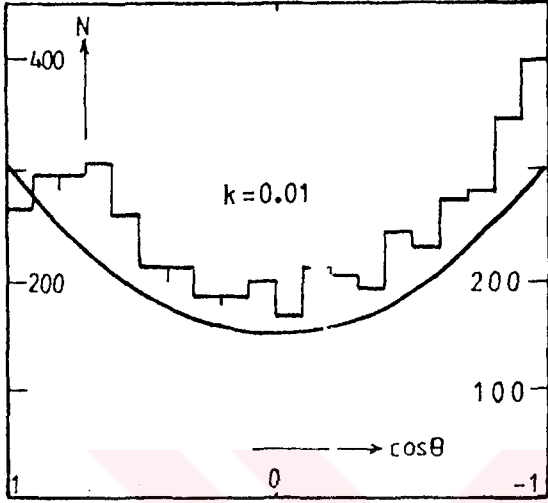
$$(n=36 \text{ nokta için} \quad \chi^2 = 5.945)$$

$$p_4(k) = -20.9 + \frac{54.28(k + 0.226)^{0.924}}{(1 + 1.79 k + 0.0252 k^2)} \quad (\text{EK-1-12})$$

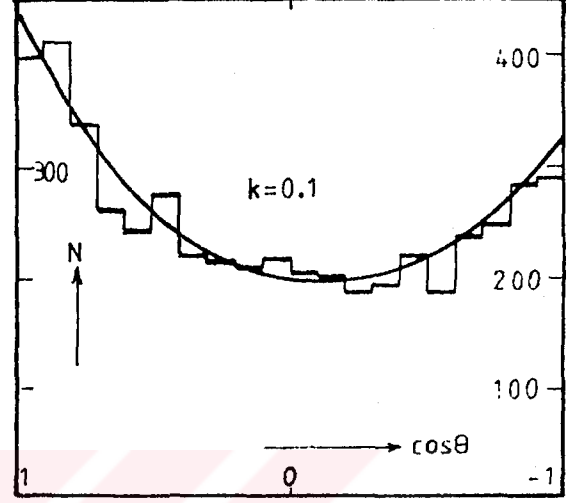
$$(n=36 \text{ nokta için} \quad \chi^2 = 4.555)$$

Bu çözümle gerçekleştirilen açısal dağılım benzetişimi örneklemeleri Şekil EK-1.3'te gösterilmiştir.

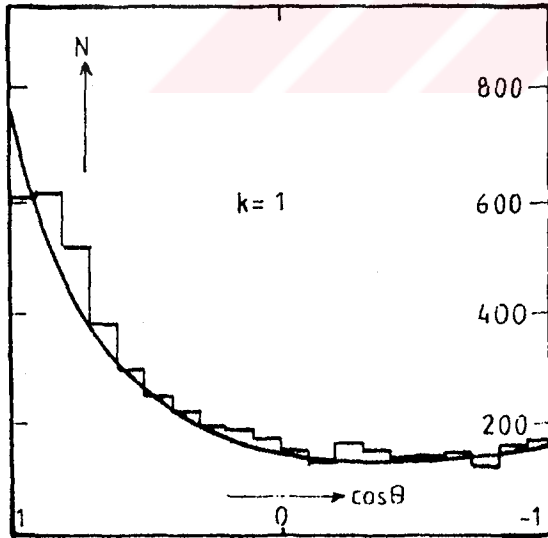
Çözüm,  $k=0.10 - 40$  aralığında saçılma açısının örneklenebilmesi için yeterince hızlı ve duyarlıdır.



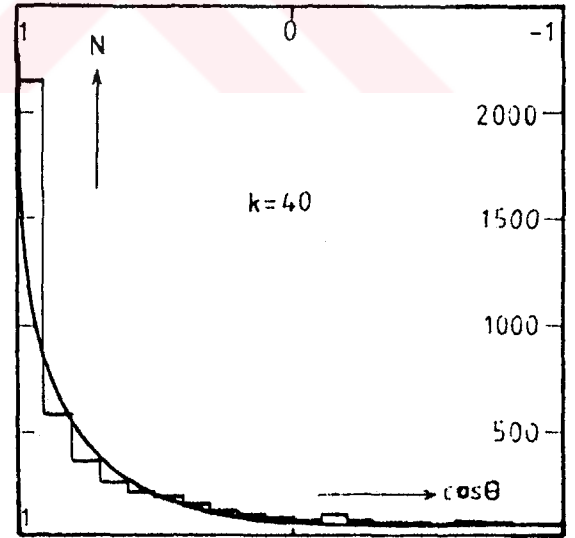
( a )



( b )



( c )



( d )

Şekil EK-1.3 Çeşitli  $k$  değerleri için açısıl dağılım benzetişim örnekleri.

## EK-2. GAUSS DAĞILIMININ ÖRNEKLENMESİ

NaI(Tl) detektörü ile tek enerjili (monoenerjik) fotonlar sayılırken spektrumdaki "tüm enerji piki"nin biçimi, istatistiksel dağılımların bir birleşimi olarak belirir [36]. Tüm enerji pikinin biçimi yaklaşık olarak bir Gauss eğrisidir.

Detektörün "ayırma gücü" (rezülasyon), tüm enerji pikinin genişliğinin ölçüsüdür. Deneysel olarak "ayırma gücü" ya da "çizgi genişliği" olarak adlandırılan atma yüksekliğinin düzgünlük derecesi, tüm enerji pikinin yarı yüksekliğinin yarı genişliği olarak verilir.

Kesim 3.B.4'te değinildiği gibi ayırma gücü  $\Delta E$ ,

$$f(x) = \frac{\Delta E}{2 \sqrt{2 \pi} \sigma} \exp\left[-(x-x_0)^2 / (2\sigma^2)\right] \quad (\text{EK-2-1})$$

olarak verilen  $x_0$  ortalama değerli ve  $\sigma$  standart sapmalı normal dağılım için

$$\sigma = \frac{\Delta E}{2 \sqrt{2 \ln 2}} \quad (\text{EK-2-2})$$

olarak verilir.

Olasılık yoğunluk fonksiyonu (EK-2.1) bağıntısıyla verilen gelişigüzel bir değişkenin örneklenmesi işlemi, bu ifadenin integrali analitik olarak bulunamadığından doğrudan yapılamaz. Çeşitli araştırmacılar tarafından amacı belli ölçüde karşılayacak biçimde değişik "yapay dağılım örneklemeye yöntemleri" önerilmiştir [5,14,43,53-55].

Olasılık yoğunluk fonksiyonu Gauss dağılımı olarak verilen gelişigüzel bir değişkenin örneklenmesi işleminde (EK-2-1) bağıntısında

$$u = \frac{1}{\sqrt{2} \sigma} (x-x_0) \quad (\text{EK-2-3})$$

değişken dönüşümü uygulanırsa,

$$\frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-u^2) du = 1$$

olduğundan

$$P(u) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^u \exp(-u'^2) du' \quad (\text{EK-2-4})$$

olur.

(EK-2-4) integrali, (-2, 2) aralığında Simpson yöntemiyle hesaplanmıştır.

$$P(u) = q \quad (\text{EK-2-5.a})$$

fonksiyonunun tersine çözülmesiyle

$$u = P^{-1}(q) \quad (\text{EK-2-5.b})$$

elde edilen noktalar Şekil EK-2.1'de gösterilmiştir. Bu noktalardan geçen fonksiyonu temsil edebilecek analitik bir ifade bulabilmek için eğri ( $q=0.5$ ,  $u=0$ ) noktasına göre tek fonksiyon;  $q=0$  değerinde asimptotik olarak  $-\infty$  ve  $q=1$  değerinde asimptotik olarak  $+\infty$  'a gittiğinden  $P^{-1}(q)$  fonksiyonu için

$$u = P^{-1}(q) = p_1(q-0.5) + p_2q^3 + p_3 \left[ \frac{1}{(p_4-q)} - \frac{1}{(q+p_5)} \right] \quad (\text{EK-2-6})$$

ifadesi önerilmiştir.

$(q_j, u_j)$ 'ler Şekil EK-2.1'deki noktaların koordinatları ve (EK-2-6) bağıntısıyla Şekil EK-2.1'deki noktalara uygun olacak biçimde belirlenecek  $p_i$  parametreleri,

$$\chi^2(p_i) = \sum_{j=1}^n \left( \frac{P^{-1}(q_j) - u_j}{u_j} \right)^2 \quad (\text{EK-2-7})$$

ifadesini en küçük yapan değerler olarak belirlenmiştir.

$n=41$  nokta için  $\chi^2$  ve parametrelerin değerleri

$$\chi^2(p_1, p_2, \dots, p_5) = 1.4055 \times 10^{-4}$$

$$p_1 = 1.6341, \quad p_2 = 2.0438, \quad p_3 = 0.016063,$$

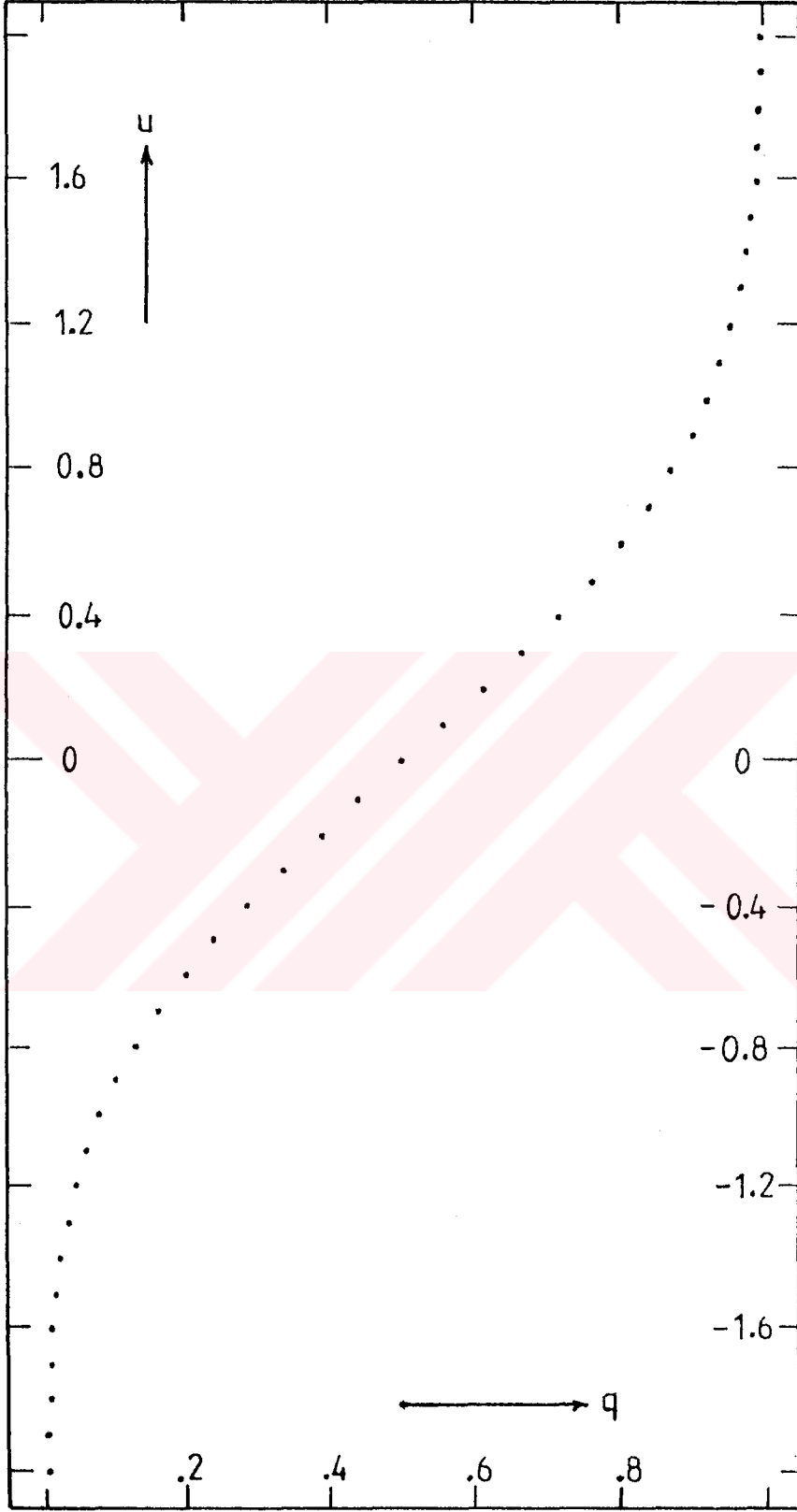
$$p_4 = 1.015174 \quad \text{ve} \quad p_5 = 0.015174$$

olarak bulunmuştur.

Örnekleme işlemi için önce detektör ortamına aktarılacak  $E_b$  enerjisine bağlı olarak ayırma gücü (rezülasyon),

$$\Delta E = 0.1023 \exp(-0.59 E_b) + 0.0011/E_b^{1.314} \quad (\text{EK-2-8})$$

bağıntısıyla ve standart sapma,



Şekil EK-2.1  $u=P^{-1}(q)$  fonksiyonu.

$$\sigma = 0.60056 \Delta E E_b$$

(EK-2-9)

bağintısıyla hesaplanır.  $q$  rastgele sayısı çekilerek (EK-2-6) bağıntısı uygulanıp,  $E_b$  ortalama değeri ve  $\sigma$  standart sapmalı

$$EE_b = \sigma u + E_b$$

(EK-2-10)

enerji değeri bulunur.





Çalışma sırasında gerek noktasal kaynak ile silindirik detektör, gerekse parafin küresel ya da silindirik ortam merkezinde noktasal kaynak ile silindirik detektör düzeneklerinde laboratuvar koordinat sisteminin başlangıç noktası olarak noktasal kaynağın bulunduğu nokta esas alınmıştır (bak. Şekil 4.1). Detektörün taban merkezlerinden geçen eksenin koordinat sisteminin Z eksenini ile çakıştığı kabul edilmiştir. Koordinat eksen takımı olarak kartezyen koordinat sistemi kullanılmıştır.

Noktasal kaynaktan yayınlanan bir foton A(x,y,z) noktasında Compton saçılması yapmış olsun. Saçılan fotonun hareket doğrultusunun örneklenebilmesi için yeni bir koordinat sistemine gerek vardır. Yeni, üslü koordinat sistemi X',Y',Z'; gelen fotonun hareket doğrultusu Z' ve Y' || XOY düzlemi olacak biçimde seçilmiştir. Böylece üslü (X',Y',Z') koordinat sisteminde birim vektörler

$$i' = \frac{\alpha \gamma}{\sqrt{1-\gamma^2}} i + \frac{\beta \gamma}{\sqrt{1-\gamma^2}} j - \sqrt{1-\gamma^2} k \quad (\text{EK-3-1.a})$$

$$j' = -\frac{\beta}{\sqrt{1-\gamma^2}} i + \frac{\alpha}{\sqrt{1-\gamma^2}} j \quad (\text{EK-3-1.b})$$

$$k' = \alpha i + \beta j + \gamma k \quad (\text{EK-3-1.c})$$

olur. Burada  $\alpha$ ,  $\beta$  ve  $\gamma$  gelen fotonun "doğrultman kosinüsleri" olup büyüklükleri gelen fotonun saçılma ve azimüt açısı cinsinden

$$\alpha = \sin\theta \cos\phi \quad (\text{EK-3-2.a})$$

$$\beta = \sin\theta \sin\phi \quad (\text{EK-3-2.b})$$

$$\gamma = \cos\theta \quad (\text{EK-3-2.c})$$

bağıntılarıyla bellidir.

Üslü koordinat sisteminden laboratuvar koordinat sistemine dönüşüm matrisi aşağıdaki gibi olur.

$$T = \begin{bmatrix} \frac{\alpha \gamma}{\sqrt{1-\gamma^2}} & -\frac{\beta}{\sqrt{1-\gamma^2}} & \alpha \\ \frac{\beta \gamma}{\sqrt{1-\gamma^2}} & \frac{\alpha}{\sqrt{1-\gamma^2}} & \beta \\ -\sqrt{1-\gamma^2} & 0 & \gamma \end{bmatrix} \quad (\text{EK-3-3})$$



Compton saçılması yapan fotonun geliş doğrultusu ile yaptığı saçılma kutup açısı,  $\theta'$ , Klein-Nishina (2-40) bağıntısı temel alınarak EK-1'de anlatıldığı gibi

$$\cos\theta' = 2q - 1 + (q - q^2)(p_1 + p_2q + p_3q^2 + p_4q^3) \quad (\text{EK-3-4. a})$$

$$\sin\theta' = \sqrt{1 - \cos^2\theta'} \quad (\text{EK-3-4. b})$$

ve açıklık (azimüt) açısı  $\phi'$

$$\phi' = 2\pi q \quad (\text{EK-3-5})$$

olarak örneklenmiştir. Burada  $q$ , çekilen gelişigüzel sayıyı;  $p_i$ 'ler ise EK-1'de elde edilişleri anlatılan parametreleri göstermektedir.

Üslü koordinat sisteminde saçılan fotonun doğrultman kosinüsleri

$$\alpha' = \sin\theta' \cos\phi' \quad (\text{EK-3-6. a})$$

$$\beta' = \sin\theta' \sin\phi' \quad (\text{EK-3-6. b})$$

$$\gamma' = \cos\theta' \quad (\text{EK-3-6. c})$$

olur. Saçılan fotonun laboratuvar (üssüz) koordinat sistemindeki doğrultman kosinüsleri (EK-3-3) dönüşüm matrisi kullanılarak

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} \alpha' \\ \beta' \\ \gamma' \end{bmatrix}$$

bağıntısıyla hesaplanmıştır.

#### EK-4. BİLGİSAYAR PROGRAMI AKIŞ DİYAGRAMLARI

Çalışma sırasında Monte Carlo Benzetişim Yöntemi kullanıldığı için işlemlerin tüm yükü, hamallığı bilgisayarlara yaptırılmıştır. İşlemin her bir aşaması önce elle gerçekleştirilmiş, sonra program bilgisayara yüklenerek düşük istatistikle örnek deney yapılmış, daha sonra ise istatistik artırılıp sonuca götürecek veriler elde edilmiştir.

Parafin ( $C_n H_{2n+2}$ )'nin tesir kesitlerinin hesabı, basit bir BASIC programıyla gerçekleştirilmiştir.

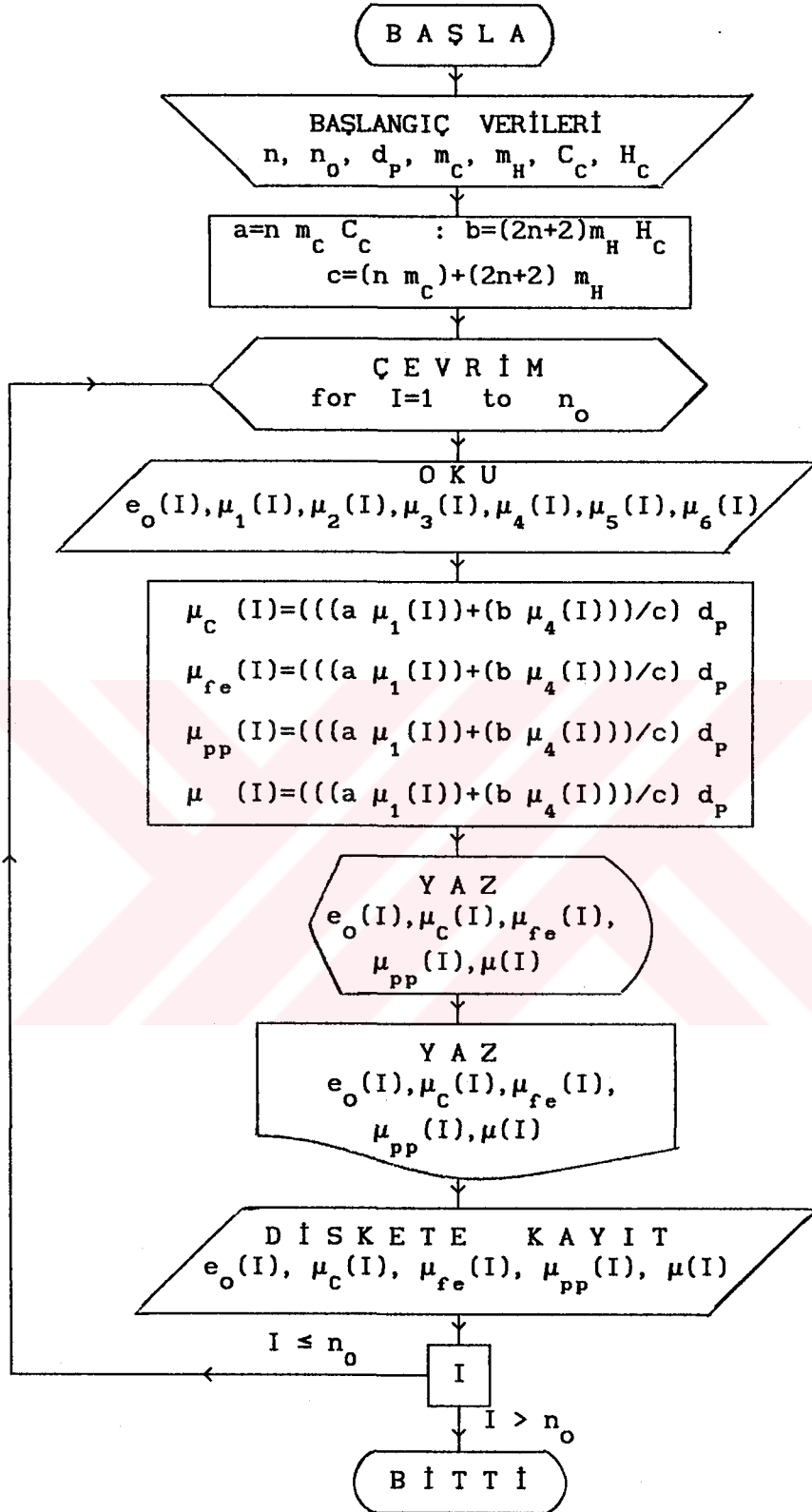
Çıplak ve ortamlar merkezinde noktasal kaynaklar ile detektör düzeneklerinin cevap fonksiyonlarını veren programlarda ise işlemlerin hemen hemen her bir adımı "alt program"lar kullanılarak çözümlenmiştir.

"Quasi-Newton Minimizer Fit Programı" dışındaki tüm programlar tarafımızdan yazılmıştır. İlk çalışmalar AMSTRAD 6128 tipi kişisel bilgisayarla, yüksek istatistikli veriler ise MS-DOS Version 3.30 ile QUICK BASIC kullanılarak elde edilmiştir.

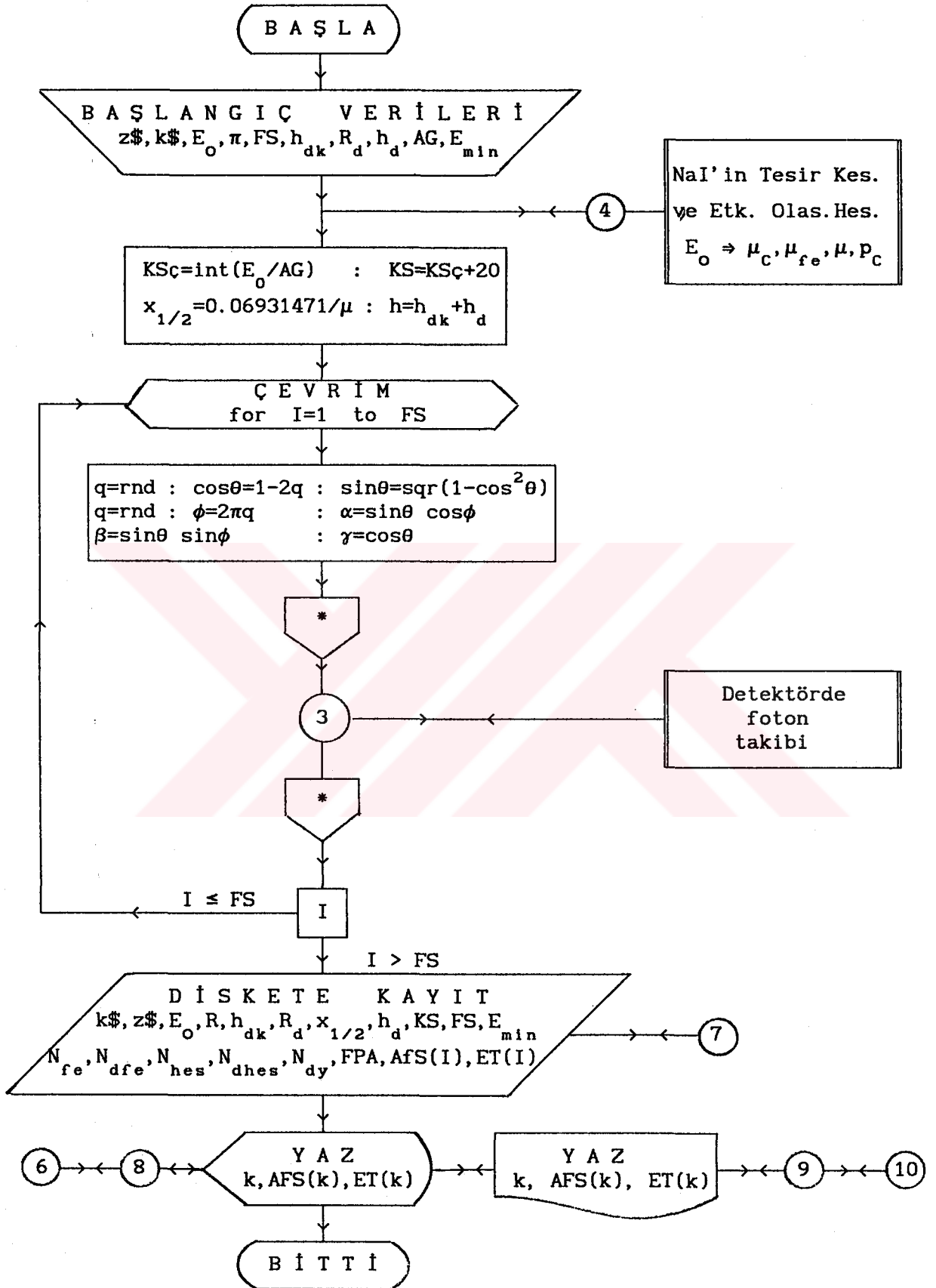
Bu bölümde sırasıyla:

- a) Parafinin tesir kesitlerini hesaplama programı;
- b) Çıplak noktasal kaynak- silindirik detektör düzeneği cevap fonksiyonu programı;
- c) Küresel ortam merkezinde noktasal kaynak ile silindirik dedektör düzeneği cevap fonksiyonu programı ve
- d) Silindirik ortam merkezinde noktasal kaynak ile silindirik detektör düzeneği cevap fonksiyonu programı ile detektörde fotonların izlenmesi alt programına ait akış diyagramı verilmiştir.

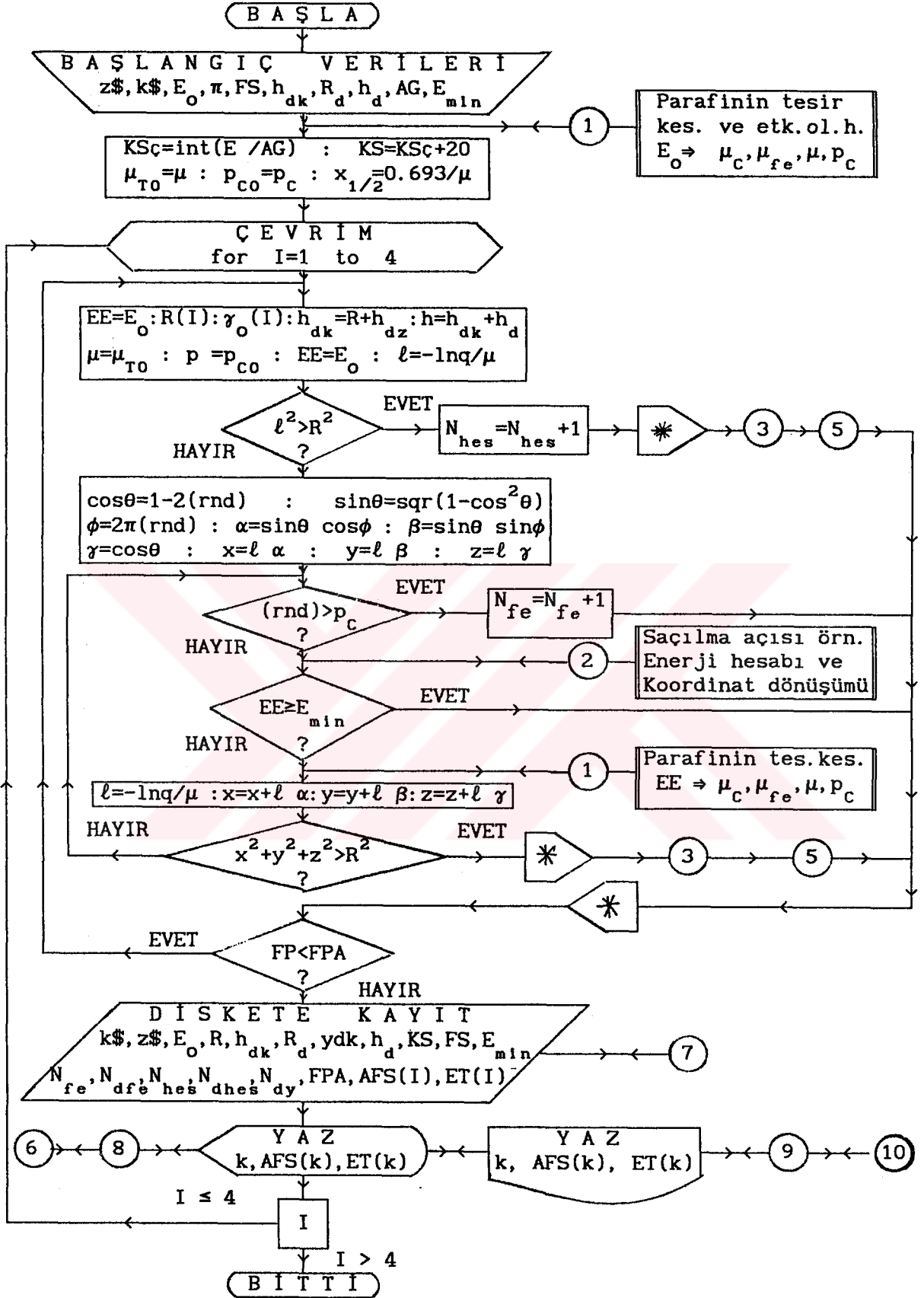
c ve d şıklarındaki programların akış diyagramları birbirinin benzeri gibi görünmekle birlikte küresel ortamdaki küresel simetri nedeniyle foton izlemede farklılık vardır. Detektörde fotonu izleme; tesir kesiti ve etkileşim olasılıklarının hesabı; Gauss dağılımı kutulaması; saçılma açısının örneklenmesi, enerji hesabı ve koordinat dönüşümü b, c, d şıklarında aynı alt programla gerçekleştirilmiştir.



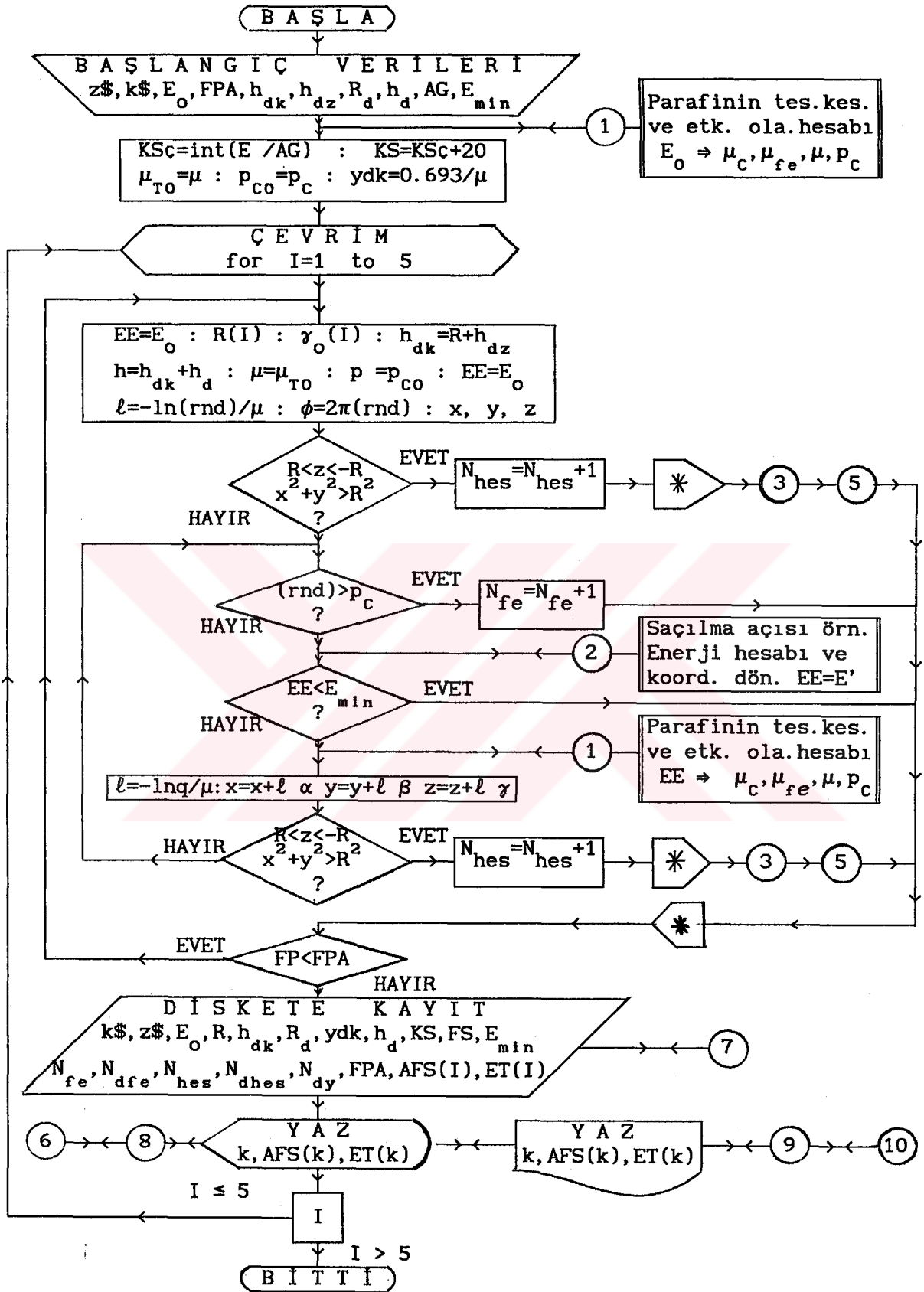
Şekil EK-4.1 Parafin (C<sub>n</sub>H<sub>2n+2</sub>)'nin tesir kesitlerini hesaplama programı akış diyagramı.



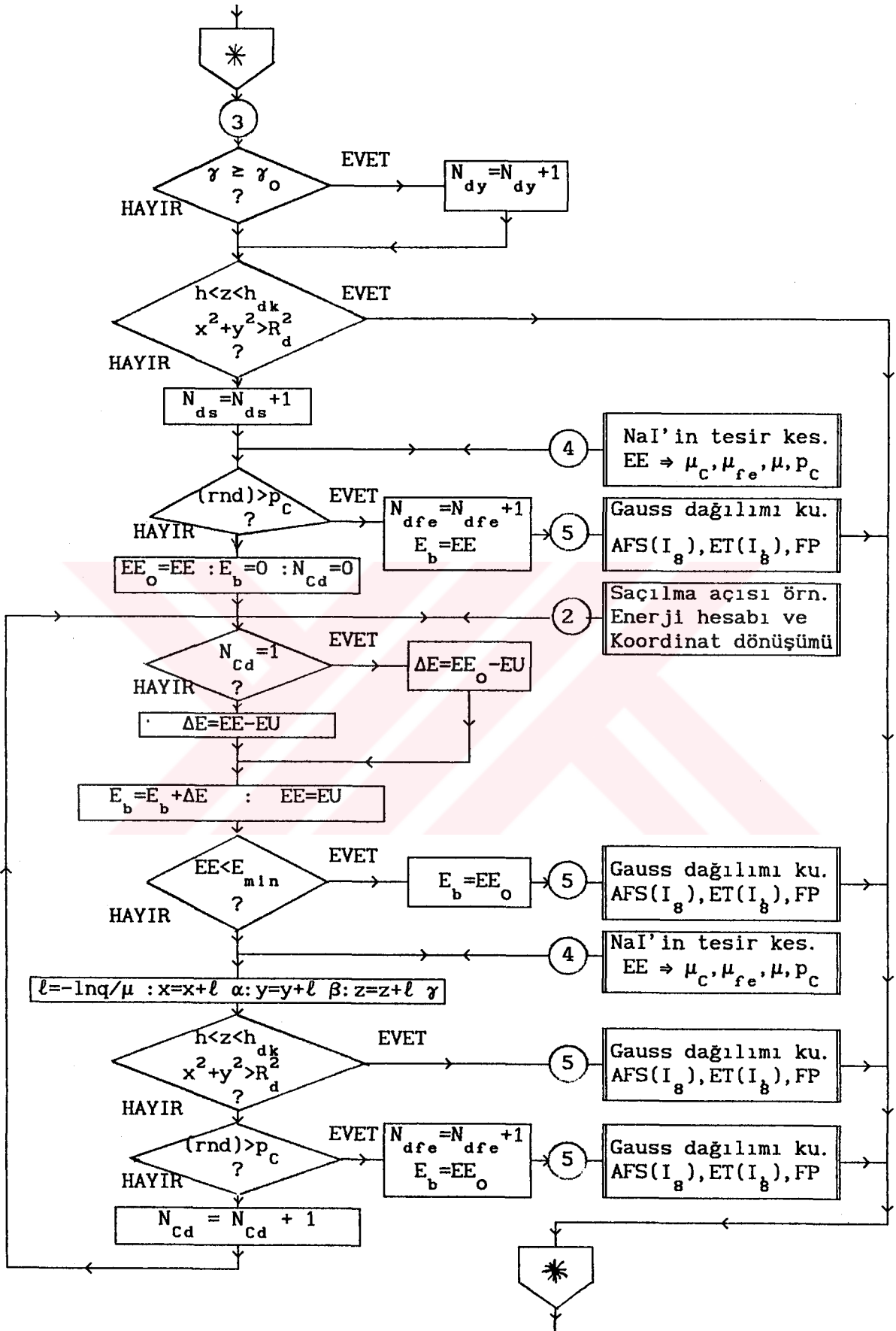
Şekil EK-4.2 Noktasal kaynak-silindirik detektör düzeneği cevap fonksiyonu akış diyagramı.



Şekil EK-4.3 Küresel ortam merkezinde noktasal kaynak ile silindirik detektör düzeneği cevap fonksiyonu akış diyagramı.



Şekil EK-4.4 Silindirik ortam merkezinde noktasal kaynak ile silindirik detektör düzeneği cevap fonksiyonu programı akış diyagramı.



Şekil EK-4.5 Detektörde fotonların takibi alt programı akış diyagramı.

## KAYNAKÇA

- [1] Arya A.P., Fundamentals of Nuclear Physics, Allyn&Bacon, Inc., (1970).
- [2] Kaplan I., Nuclear Physics, Addison -Wesley Publishing Company, Inc., London, (1964).
- [3] Özmütlu C. and Ortaovalı A.Z., "Calculation of Total and Full Energy Peak Efficiencies of Ge(Li) and Na(Tl) Detectors by Introducing the Mean Chord Length.", Nucl.Instr. and Meth., 133, 149 (1976).
- [4] Nakamura T., "Monte - Carlo Calculation of Peak Efficiencies and Response Functions of Coaxial Type Ge(Li) Detectors for Disk Gamma - Ray Sources", Nucl. Instr. and Meth., 131, 521 (1975).
- [5] Cengiz A., "NaI(Tl) Dedektörleri için Gamma Cevap Fonksiyonunun Monte Carlo Metodu ile Elde Edilmesi", Yüksek Lisans Tezi, Uludağ Üniversitesi - Fen Bilimleri Enstitüsü, (1986).
- [6] Ergül N.R., "NaI(Tl) Dedektörleri için Toplam Verim ve Tüm Enerji Pik Duyarlığının Monte Carlo Metodu ile Elde Edilmesi", Yüksek Lisans Tezi, Uludağ Üniversitesi- Fen Bilimleri Enstitüsü, (1987).
- [7] Aydın E.A., "Hacimli Gamma Kaynağı için Dedektör Duyarlığı ve Cevap Fonksiyonunun İncelenmesi", Yüksek Lisans Tezi, Uludağ Üniversitesi - Fen Bilimleri Enstitüsü, (1989).
- [8] Özmütlu C., "NaI(Tl) Kristalinin Am-241 Radyoizotobunun 59.6 keV 'lık Gammaları için Differansiyel Tesir Kesitinin İncelenmesi", Bursa Tıp Fakültesi Dergisi, 2, 1 (1982).
- [9] İde S., "Sonsuz Ortamlarda Art Arda Saçılma Yapmış; Gammaların En Muhtemel Enerji Değerlerinin Belirlenmesi", Yüksek Lisans Tezi, Uludağ Üniversitesi- Fen Bilimleri Enstitüsü, (1988).
- [10] Swarup J. and Peshory L.H., "Transmitted Photon Spectra of Low - Energy Gamma Rays Through Water", Int. J. Appl. Radiat. Isot., 36/7, 531 (1985).
- [11] Brust R., Kernenergie, (Germany), 15, 193 (1972).
- [12] Davisson C., Alpha-, Beta-, and Gamma Ray Spectroscopy, K. Siegbahn,



Ed., 1, 37, North Holland Pub. Company, Amsterdam, (1965).

- [13] Karr P.R. and Lamkin J.C., Phys. Rev., 76, 1843 (1949).
- [14] Gemici Ö., Özmütlu C. ve Özmütlu E., "Zırhlanmış Gamma Kaynaklarının Gamma Enerji Spektrumları Üzerindeki Zırh Etkisinin İncelenmesi", Bilgisayar Benzetişim Yöntemlerinin Fizik ve Mekanik Problemlerine Uygulanması Sempozyumu Bildirileri, 129, İstanbul, (1987).
- [15] Önen S., Mono - Enerjili Gamma Işınımlarının Muhtelif Dokularda Saçılmasının İncelenmesi, Doktora Tezi, İ.Ü. Cerrahpaşa Tıp Fak., İstanbul, (1975).
- [16] Salman L., Gamma Spektroskopisinin Radioaktivasyon Analizine Tatbiki, çev. Karadeniz M.C., Rumelili G., Fizik Monog., 13, İstanbul, (1962).
- [17] Bieszk J. A. and Lim C. B., "Point Source Scatter Contributions from Finite Size Objects in Radioisotope Imaging", Int. Workshop on Physics and Engineering in Medical Imaging, 20 (1982).
- [18] Stanef I. and Oncescu M., "Calculation of Doses in Intracavitary Therapy", Int. J. Nucl. Med. Biol., vol. 10/2-3, 133 (1983).
- [19] Hine G.J., Instrumentation in Nuclear Medicine, vol. 1, Academic Press, Newyork, (1967).
- [20] Bruce W.R. and Pearson M.L., "Spectral Distribution of Scattered Radiation in a Water Phantom Irradiated with Cs-137 Gamma Rays", Radiation Research, 17, 555 (1962).
- [21] Bhati S., Sharma R.C. and Somasundaram S., "Monte Carlo Calculations of the Response of an External Detector to a Phantom Source in the Lungs of a Heterogeneous Phantom", Health Physics, vol. 37, 145 (1979).
- [22] Rundo J., "Body Radioactivity Measurement as an Aid in Assessing Contamination by Radionuclides", Paper P/1467, 23, 201, 2. Genevre Conf. on Peaceful Uses of Atomic Energy, (1958).
- [23] Berger M.J. and Raso D.J., "Monte Carlo Calculation of Gamma - ray Back - scattering", Radiation Research, 12, 20 (1960).
- [24] Lapp R.E., Andrews H.L., Nuclear Radiation Physics, Prentice-hall, Inc, Englewood Cliffs, NJ.
- [25] Perrin F., Compt. Rend., 197, 1100 (1933), Watson K.M., Phys. Rev., 72, 1060 (1947).
- [26] Tait W.C., Radiation Detection, Ph.D. Butterwarths,

- [27] Hubbell J.H., Photon Cross Sections, Attenuation Coefficients from 10 keV to 10 GeV, NSRDS-NBS (U.S), 29, (1969).
- [28] Hall H., Phy. Rev., 45, 620 (1951).
- [29] Hulme H.R., Mc Daugall J., Buckingham R.A. and Fowler R.H., Proc. Roy. Soc., London, 149 A, 131 (1935).
- [30] Heitler W., The Quantum Theory of Radiation, Chapter 3.119, London, Oxford Press, (1936).
- [31] Klein O., Nishina Y., Z. Physik., 52, 853 (1929).
- [32] Bethe H. and Heitler W., Proc. Roy. Soc., London, 146 A, 83 (1954).
- [33] Hubbell J.H. et al., "Scattering Factors and Cross Sections", J. Phys. Chem. Ref. Data, vol. 4, No. 3, (1975).
- [34] Hubbell J.H. and øverbo I., Relativistic Atomic Form Factors and Photon Coherent Scattering Cross Sections, J. of Phys. and Chem. Ref. Data, vol. 8, No. 1, (1979).
- [35] Chandra R., Introductory Physics of Nuclear Medicine, Lea & Febiger, Philadelphia, (1976).
- [36] Price W.J., Nuclear Radiation Detection, Mc Graw-Hill Book Company, (1964).
- [37] Özmutlu C., Dinçer S., Sayaçlar ve Sayma Tekniği, ANAM
- [38] Özmutlu C., Radyasyon Biyofiziği Ders Notları, Bursa, (1988).
- [39] Yücel M.N., Monte Karlo Metodu, İTÜ Elektronik Hesap Bilimleri Ens., İstanbul, (1973).
- [40] Malcolm F., Markov Chains and Monte Carlo Calculations in Polymer Science, Marcel Dekker, INC Newyork, (1970).
- [41] Nakamura T., "Monte Carlo Calculation of Peak Efficiencies and Response Functions of Coaxial Type Ge(Li) Detectors for Disk Gamma - ray Sources" , Nucl. Instr. and Meth., 131, 521 (1975).
- [42] Binder K., Topics in Current Physics Monte Carlo Methods in Statistical Physics, Springer - Verlag, Newyork, (1979).
- [43] Cashwell E.D. and Everett C.J., A Practical Manual on the Monte Carlo Method for Random Walk Problems , Bergamon Press, (1959).
- [44] Spanier J., Gelberd E.M., Monte Carlo Principles and Neutron Transport Problems, Addison - Wesley Publ. Comp., (1969).
- [45] Covell D.F., "Determination of Gamma-Ray Abundance Directly from the Total Absorption Peak", Anal. Chem., 31, 1785 (1959).

- [46] Yule H.P., "Data Convulation and Peak Location, Peak Area and Peak Energy Measurements in Scintillation Spectrometry", Anal. Chem., 38, 103 (1966).
- [47] Royals E.E., Advanced Organic Chemistry, Prentice-Hall, Inc., (1964).
- [48] Lal B., Iyengar K.V.K., Nucl. Instr. and Meth., 79, 19 (1970).
- [49] Belluscio M. et al., Nucl. Instr. and Meth., 118, 553 (1974).
- [50] Chen C., Lockwood A., Hsieh L., Nucl. Instr. and Meth., 138, 363 (1976).
- [51] Alkhafaji S.M., Nucl. Instr. and Meth., 187, 543 (1981).
- [52] Saito K., Moriuchi S., Nucl. Instr. and Meth., 226, 449 (1984).
- [53] Carnahan B., Luther H.A., Wilhes J.O., Applied Numerical Methods, John Wiley and Sons, (1969).
- [54] Beeler J.R., Radiation Effects Computer Experiments, North Holland, (1983).
- [55] Özmutlu E., "A Practical Way of Simulation of Gaussian Distribution", Uludağ Üniversitesi - Fen Bilimleri Enstitüsü Bilimsel Raporlar Serisi: 3, (1989).

**T. C.**  
**Yükseköğretim Kurulu**  
**Dokümantasyon Merkezi**