ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

KURŞUN TELLÜRÜR 'ÜN (PbTe) MAGNETO-OPTİKSEL ABSORBSİYONUNUN İNCELENMESİ

Sibel ÖZALP

DOKTORA TEZİ

FİZİK ANABİLİM DALI

BURSA, NİSAN 1996

ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

KURŞUN TELLÜR 'ÜN (PbTe) MAGNETO-OPTİKSEL ABSORBSİYONUNUN İNCELENMESİ

Sibel Özalp

DOKTORA TEZİ
FİZİK ANABİLİM DALI

Bu tez 19/04/1996 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oy birliği/~~oy çokluğu~~ ile kabul edilmiştir.

Danışman	Jüri Üyesi	Jüri Üyesi
Prof.Dr.Ali GÜNGÖR	Prof.Dr.AytaçYALÇINER	Prof.Dr.Ömer ERGİN

Jüri Üyesi	Jüri Üyesi
Prof.Dr.Servet EKMEKÇİ	Yrd.Doç.Dr.Naim DEREBAŞI

BURSA, NİSAN 1996

İÇİNDEKİLER SAYFA NO

ÖZET

Bu çalışmada, Kurşun Tellürürün (PbTe) magneto-optiksel özellikleri teorik olarak incelenmiştir. Dış statik magnetik alan ve elektromagnetik alan farklı kristal doğrultularında uygulandığı zaman, numunenin (PbTe) elektromagnetik dalgayı absorblaması incelenmiş ve absorbsiyonun magnetik alana bağlı olarak değişim eğrileri elde edilmiştir.

Kurşun Tellürür 'ün (PbTe) her bir elektron cebine ait etkin kütleleri ve buna bağlı olarak da iletkenlik tensörleri bulunmuştur. Daha sonra sistemin toplam iletkenlik tensörü hesaplanmış ve dielektrik tensörü ile iletkenlik tensörü arasındaki ifadeden yararlanarak, numunenin (PbTe) komplex kırma indisinin magnetik alan şiddetine bağlı olarak değişimi elde edilmiştir. Komplex kırma indisi ile absorbsiyon arasındaki ilişkiyi veren (2.14) no 'lu ifadeden de yararlanarak PbTe 'ün elektromagnetik dalgayı absorblaması aşağıdaki durumlar için incelenmiştir.

1) $\vec{B}//<111>$ iken ve ışık $\vec{q}//<001>$

2) $\vec{B}//<111>$ iken ve ışık $\vec{q}//<0\bar{1}1>$

3) $\vec{B}//<001>$ iken ve ışık $\vec{q}//<100>$

4) $\vec{B}//<110>$ iken ve ışık $\vec{q}//<001>$

Yukarıda sözü edilen işlemlerde gerekli bilgisayar hesaplamaları kullanılarak, PbTe için BaF_2 film üzerine büyütülen filmlerin çeşitli doğrultular için dielektrik sabitleri gelen ışığın frekansı ve uygulanan dış statik alanın fonksiyonu olarak elde edilmiş olup, sistemin absorbsiyonuna neden olan sebepler açıklanmaya çalışılmıştır.

ABSTRACT

In this work, we have theoretically studied the magneto-optical properties of Lead Telluride (PbTe) under high external magnetic field and different electromagnetic wave (light) frequencies. We have investigated the absorption properties of samples when applied external static magnetic field and electromagnetic wawe propagation vector are in the specific crystal orientations.

We have derived effective mass tensor for each carriers pockets for the investigated situations. The complex refractive index funtion is obtained by using the relation between dielectric and conductivity tensors. The external applied magnetic field dependence of complex refractive index and absorption of the sample are plotted for the orientation which are given below.

1) $\vec{B} // <111>$ ve $\vec{q} // <001>$

2) $\vec{B} // <111>$ ve $\vec{q} // <0\bar{1}1>$

3).$\vec{B} // <001>$ ve $\vec{q} // <100>$

4) $\vec{B} // <110>$ ve $\vec{q} // <001>$

SEMBOLLER LİSTESİ

$\vec{q}$	Dalga vektörü
$\vec{p}$	Momentum
g	Lande yapı faktörü
m^*	Etkin kütle
m_b^*	Bandın en alt noktasındaki etkin kütle
m_F^*	Fermi enerjisindeki etkin kütle
E_F	Fermi enerjisi
E_g	Enerji gapı
μ	Mobilite
ω	Frekans
τ	Çarpışma zamanı
ε	Dielektrik sabiti
e	Elektronun yükü
$\underline{\underline{v_g}}$	Grup hızı
m	Boyutsuz etkin kütle tensörü
J	Akım yoğunluğu
$\overline{\overline{\sigma}}$	İletkenlik tensörü
$\overline{\overline{I}}$	Birim tensör
$\vec{B}$	Magnetik alan
η	Komplex kırma indisi
A	Absorbsiyon
c	Işık hızı
ω_P	Plazma frekansı
ω_C	Siklotron frekansı
< >	Doğrultuyu gösterir
$\overline{\overline{R}}$	Dönüşüm matrisi
$\hbar$	Planck sabiti
ω_L	Boyuna modun frekansı
ω_T	Enine modun frekansı
I	Işık şiddeti

BÖLÜM 1

GİRİŞ

Kurşun Tellürür (PbTe) periyodik cetveldeki IV-VI gruplarının birleşmesi ile meydana gelmiş bir bileşik olup, teknolojik ve fiziksel özellikleri bakımından kendine özgü davranışları vardır. İletkenlik bakımından PbTe bir yarı iletken olup, yük taşıyıcılarının konsantrasyonunun gerek kristal büyütmesi ve gerekse kristal büyütüldükten sonra tavlama yöntemi ile kontrol edilebilmesi[36] farklı yük taşıyıcısı konsantrasyonunun transport özelliklerine etkisini inceleme olanağı vermiştir.

Kurşun Tellürür 'den infrared (kırmızı ötesi) laserlerin yapılması ve fotovoltaik dedektörlerin üretilmesi teknolojik olarak bu maddeyi önemli hale getirmiştir.[41]

Yarı iletken maddelerin özelliklerinin incelenmesinde fotoelektrik, fotomagnetik, galvomagnetik olaylar çok önemli olup çok geniş pratik uygulamaları vardır. Bu nedenle bu olayları araştıran gerek teorik gerekse deneysel çok sayıda makale yayınlanmıştır. Kurşun Tellürür 'ün enerji band yapısı incelenecek olursa 4 K 'da L noktaları arasında yaklaşık olarak 0.2 eV 'luk direk enerji gapı olduğu görülür ve $\hbar\omega > 2E_G$ olacak şekilde bandlar arası absorbsiyon ölçümü teorik çalışmaları doğrulamıştır.[14]

Band yapısı ile ilgili teorik çalışmalar daha çok iki band modelinin kullanılmasıyla yapılmıştır.[1] Bu hesaplamalarda sadece yakın olan iki bandın etkileşmesi ele alınmış diğer band etkileşmeleri ihmal edilmiştir. Çok bandlı modelde ise uzak aralıktaki bandların etkileşmesi $\vec{k}.\vec{p}$ metodu ile incelenmiş olup, PbTe için buna 6-band modeli de denilmektedir.

PbTe kristalinin sabit enerji yüzeyleri k-uzayında <111> doğrultusuna yerleşmiş elipsoidlerdir. Kristal yapı olarak elektriksel polarizasyonu yüksek olan polar kristallerdir. Yüksek frekans dielektrik sabiti 33 olup, boyuna optiksel fonon frekansı 4 K 'da $114 cm^{-1}$ 'dir. Enine fonon frekansı sıcaklığın fonksiyonu olup statik dielektrik sabiti 1000 civarındadır.[17]

PbTe üzerindeki magneto-optiksel çalışmalar ve deneysel bulgular özellikle epitaksiyel olarak büyütülen ince filmler üzerinde oldukça başarılı olmuştur. Deneysel neticeleri analiz edebilmek için numunenin dielektrik sabitini frekansa bağlı olarak incelemek gerekir. Dielektrik sabitine örgünün ve serbest elektron sisteminin katkılarından dolayı frekansa bağlılığı oldukça karmaşıktır. Bu sabit, numunenin gelen ışıkla etkileşmesinden dolayı, gelen ışığın frekansı yanında $\vec{q}$ dalga vektörünün doğrultusuna ve dış statik magnetik alanın şiddetine de bağlıdır.

Külçe halindeki PbTe numuneler yüksek statik dielektrik sabitinden dolayı oldukça yansıtıcıdır ve bu numuneler ile absorbsiyon ve geçirgenlik (transmisyon) deneyleri yapmak oldukça zordur. Yansıma deneylerinde ise gelen ışığın hemen hemen hepsi yansıtıldığı için ışık şiddetindeki küçük değişimleri gözlemek mümkün değildir.

Epitaksiyel olarak büyütülen PbTe numunelerin kalınlığı 3-5 μm olduğu için bu numunelerde absorbsiyon ve transmisyon olaylarını gözlemek daha kolay olup sistemin magneto-optiksel davranışı hakkında bilgi edinmek daha uygundur.

Çalışmamızda BaF_2 film üzerine büyütülen filmlerin çeşitli doğrultular için dielektrik sabitleri gelen ışığın frekansı ve uygulanan dış statik alanın fonksiyonu olarak elde edilmiş olup, sistemin absorbsiyonuna neden olan sebepler açıklanmaya çalışılmış-tır.

BÖLÜM 2

TEORİ

2.A PbTe (KURŞUN TELLÜRÜR)'ÜN YAPISI

Kurşun Tellürür (PbTe), ilginç yarı iletken özelliklere sahip, IV-VI grup bileşiklerin bir üyesidir. PbTe infrared laserlerin ve fotovoltaj dedektörlerin yapımında kullanılması nedeniyle çok önemli bir materyaldir.

PbTe, enerji gapı dar olan bir yarı iletkendir. Brillouin bölgesinin L noktalarındaki valans bandı ve iletkenlik bandı arasındaki enerji gapının değeri 4.2 K da 190 meV dur. (Şekil 2.1)[21,9]. PbTe, NaCl kristal yapısında olup, yüzey merkezli kübik (fcc) kristal yapıya sahiptir.[8,37,30] Yük taşıyıcı cepleri k-uzayında uzun ekseni <111> doğrultusunda olan elipsoidal yapıya sahip olup, L noktalarına yerleşmiştir.[19,10]

(Şekil 2.2a-b)[10,15]. Enerji gapının küçük olmasından dolayı $E(\vec{p})$, $\vec{k}.\vec{p}$ pertürbasyon teorisinden hesaplanırken, normal olarak diğer bandların etkisi göz önüne alınmalıdır.[22,23,24] Dimmock[11] $\vec{k}.\vec{p}$ metodu çerçevesinde iletkenlik ve valans bandlarından uzak diğer bandları 2. derece bir pertürbasyon gibi değerlendirerek, iletkenlik ve valans bandları-nın birbiri ile ve sözü edilen uzak bandlarla etkileşmesini hesaba katarak problemi incelemiştir. Bu hesaba katılan altı bandın dışında diğer tüm bandlar enerji gapından oldukça uzaktır ve taşıyıcı dispersiyon bağıntısında önemli bir etki göstermezler. Bu model, "altı band modeli" olarak bilinir. Uzak bandlar göz önüne alınmadığında ve sadece valans (L_6^+) ve iletkenlik (L_6^-) bandları arasındaki etkileşim göz önüne alındığı zaman model "iki band modeli "olarak bilinir.[22]

Genellikle, PbTe 'ün magnetik-optiksel özellikleri, parabolik band modeli veya iki band modeli kullanılarak verilebilir. PbTe, ister n tipi ister p tipi olsun $10^{16}-10^{18}$ cm^{-3} 'lük bir serbest taşıyıcı yük yoğunluğuna sahip olup, sıvı helyum sıcaklığında saf olmayan veya sadece n tipi veya p tipi yük taşıyıcısının etkin olduğu bir materyaldir. Böyle bir taşıyıcı yoğunluğu enerji diyagramında (5-30) meV aralığındaki bir seviyede fermi enerjisinin (E_F) yerleşmesine sebep olacaktır. n tipi ve p tipi PbTe 'ün her ikisi için de Lande g yapı faktörü[39] $g\langle(2/m^*)$ olduğundan yüksek magnetik alanlar etkisinde E_F, magnetik alanla artar. İki band modelinde Fermi seviyesindeki etkin kütle ifadesi aşağıda verilmiştir.[22,32]

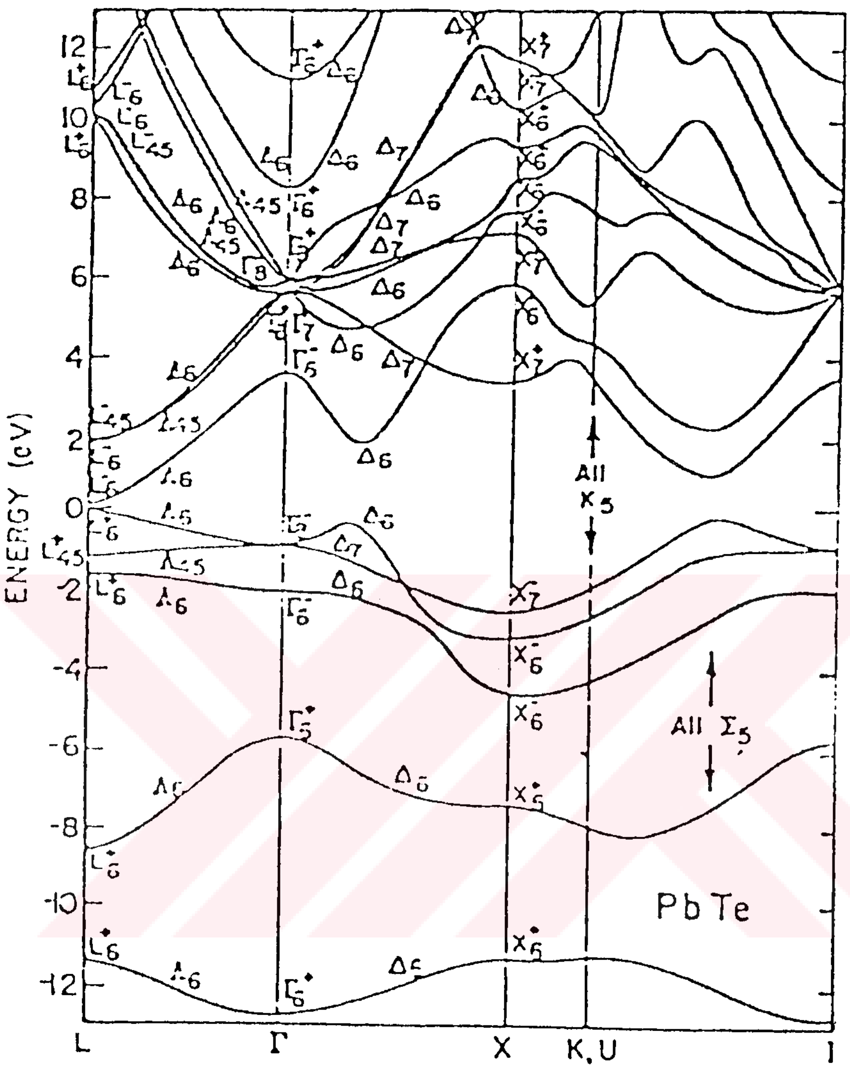
$$m_b^* = m_F^* \left(1+\frac{2E_F}{E_g}\right)$$

E_F bu ifade ile değişir. Burada m_b^* bandın en alt noktasındaki etkin kütledir. m_F^*, Fermi enerjisindeki etkin kütle olup, E_g enerji gapıdır (yani yasak enerji bölgesidir). Yüksek taşıyıcı yoğunluklarında taşıyıcıların etkileşmesi nedeniyle, taşıyıcı ceplerin elipsoidal sabit enerji yüzeylerinde bir bükülme olacaktır. Düşük yoğunluklu örneklerde $\left(\approx 10^{16}\ \mathrm{cm}^{-3}\right)$, parabolik ve elipsoidal olmayan Fermi yüzeylerin etkisi, bazı durumlar için kesinlikle ihmal edilebilir.[39]

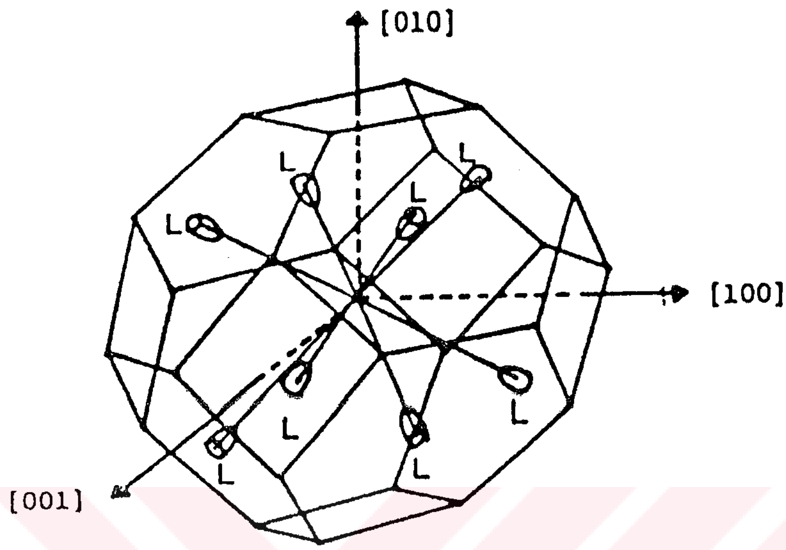
Enerji gapının dar olması, PbTe 'ün çok küçük bir etkin kütleye $\left(0.1 \times m_0\right)$ sahip olduğu neticesine götürür. Burada m_0 elektronun durgun kütlesi olup $m_0 = 9.1 \times 10^{-28}\,\mathrm{g}$ dır. Oldukça iyi hazırlanmış PbTe örnekleri, yüksek mobilitededirler ve mobilitenin sıcaklığa göre değişimi[25,38,40,31,12,29] $\mu(T) = \mu_0 T^{-n}$ (PbTe için sıvı helyum sıcaklığında $\approx 10^6$ cm²/V.s iken T=300K 'de Si için elektronların mobiliteleri 1300 cm²/V.s, hollerinki 500 cm²/V.s 'dir.)[18] ifadesi ile verilir. Burada n, 2 ve 2.4 arasında bir değere sahip bir sabit olup örneğe bağlıdır. Bu fiziksel özellikler PbTe 'e magnetoplazma çalışmaları için PbTe 'ün iyi bir materyal olduğunu gösterir. Böyle bir numune için magnetik-optiksel ölçümler, dielektrik anomali, hibrid rezonansı gibi magnetoplazma özelliklerine ilaveten, siklotron rezonansı, spin flip rezonansını ve siklotron+spin flip rezonansları gibi etkileri de içermektedir.

PbTe için siklotron rezonansı $\omega\tau >> 1$ koşulunu sağlamalıdır. Burada ω, uygulanan elektromagnetik alanın frekansıdır ve τ taşıyıcıların çarpışma zamanı veya ortalama ömrüdür. Bu özellik, PbTe 'ün incelenmesi için uzak infrared frekanslarda (FIR) elektromagnetik dalganın ve sıvı helyumun kullanılmasını gerektirir.

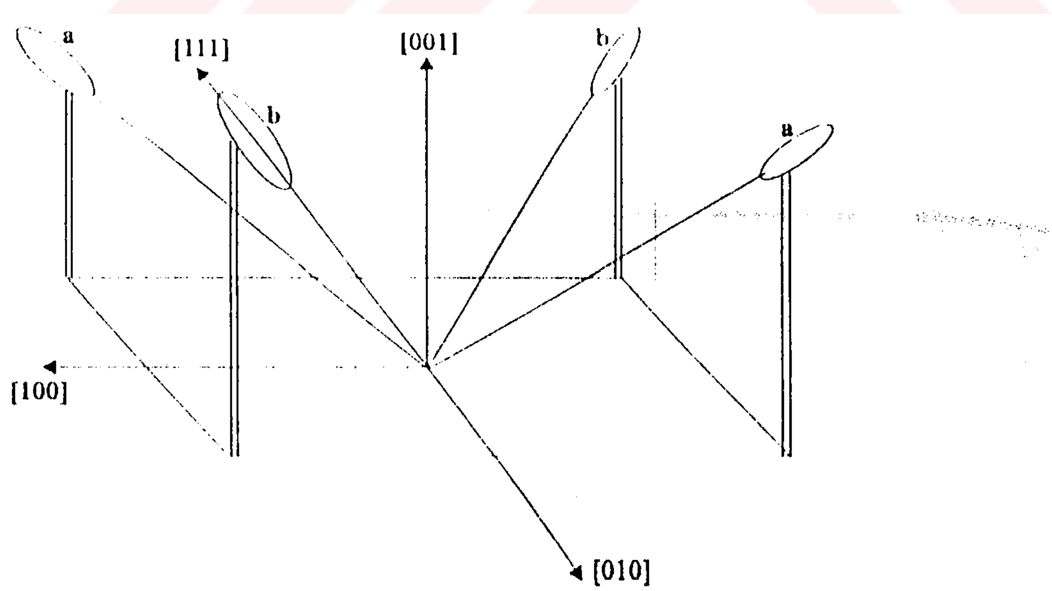
Büyük kütleler halinde PbTe numuneler ile magnetik-optiksel ölçümler yapıldığı zaman dielektrik sabitinin oldukça büyük olmasından ($\varepsilon_S \geq 1300$) ve TO (enine optiksel) ve LO (boyuna optiksel) fonon frekansları arasındaki büyük farktan dolayı, numuneler (FIR) dalga boyları için oldukça yansıtıcıdır. Bu yüksek yansıtıcılık ve yüksek taşıyıcı yoğunluğu, magnetik-optiksel ölçümler için yansıma olayının kullanışlığı üzerine bir kısıtlama getirir. Genelde yansımadaki küçük değişiklikler dedekte edilmemesine rağmen, (FIR) bölgesinde sinyalin %99 'u yansımaktadır. Bu, bulk örneklerdeki yansıma olayının kullanılmasını sınırlar. Fakat epitaksiyel PbTe filmler, sıcak duvar tekniği[20,4] kullanılarak BaF_2 ve NaCl gibi alt tabakalarda (substrate) büyütülmüştür. Yaklaşık 5µm kalınlıklı filmler, FIR frekanslarda transmisyon ölçümler için oldukça uygundur. Bu epitaksiyel filmlerin taşıyıcı yoğunluğu da, kristal büyütme sırasında (filmin elde edilmesi) farklı bileşenlerinin kısmi basınçlarının ayarlanmasıyla kontrol edilebilir. Bu yaklaşık $10^{16}\ \mathrm{cm}^{-3}$ taşıyıcı yoğunluklu örnekler almakla mümkünken, Bridgman tekniğiyle büyütülen bulk örnekler için mümkün değildir. Bu kalınlık ve çok düşük taşıyıcı yoğunluklu örnekler, genelde çok düşük oda sıcaklığı direncine (10Ω -15Ω) ve çok yüksek helyum sıcaklığı direncine (≈1000Ω) sahiptir. Epitaksiyel olarak büyütülmüş PbTe filmlerin magnetik-optiksel özelliklerin incelenmesi "foto-response" tekniğinin kullanılmasıyla mümkündür. Bu epitaksiyel numunelerin bir özelliği, substrate (taban) ve film arasındaki gerilme etkisidir. Bu etki, eşdeğer olmayan yük taşıyıcı ceplerin (valley) enerji seviyelerini değiştirir ve sistemin dejenereliğini[7] kaldırır. PbTe 'de valans ve iletkenlik bandı arasındaki enerji gapı direk gaptır.



Şekil 2.1 : PbTe'ün Enerji Bandları



Şekil 2.2a: Brillouin bölgesi ve PbTe 'ün Fermi yüzeyi



Şekil 2.2b: PbTe 'ün Fermi yüzeyi

2.B ETKİN KÜTLE

Elektron ve holler için önemli olan fiziksel büyüklüklerden biri de bu parçacıkların kütleleridir. Kristallerde veya yarı iletkenlerde kütle basit bir büyüklük olmayıp hemen verilemez. Bir kristal içinde bir elektronun görünen veya etkin olan kütlesi ele alınan yarı iletkene bağlıdır. Yani yarı iletkenin bir fonksiyonu olup, boşluktaki kütlesinden farklıdır.

Kristal içindeki bir elektronun hareketi, boşluktaki bir elektronun hareketinden farklı olacaktır. Uygulanan dış kuvvete ilave olarak, pozitif yüklü iyonlar veya negatif yüklü elektronlardan dolayı kristal içinde iç kuvvetler vardır. Bu kuvvetler de kristal içindeki elektronların hareketine etki edecektir. Buna göre kuvvet ifadesi,

$$\vec{F}_{toplam} = \vec{F}_{dış} + \vec{F}_{iç} = m\vec{a} \tag{2.1}$$

şeklini alacaktır. Burada $\vec{F}_{dış}$, dışarıdan uygulanan kuvvet; $\vec{F}_{iç}$ iç kuvvetler ve $\vec{F}_{toplam}$ ise toplam kuvvettir. $\vec{a}$, ivme ve m de parçacığın durgun kütlesidir.

İç kuvvetlerin tümünü hesaba katmak oldukça güç olduğundan, (2.1) no'lu denklem yerine

$$\vec{F}_{dış} = m^{*}\vec{a} \tag{2.2}$$

ifadesi yazılabilir. Burada $\vec{a}$ ivmesi, artık direk olarak dış kuvvetle ilgilidir. Etkin kütle olarak isimlendirilen m^{*}, parçacık kütlesini ve iç kuvvetlerin etkisini hesaba katar.

Bu nedenle boşlukta hareket eden bir elektron ile kristal içinde hareket eden bir elektron arasında ciddi farklılıklar vardır. Genel olarak yük taşıyıcının kütlesinin $\vec{k}$ uzayında $\vec{k}$ vektörüne veya enerjiye bağlı olduğu görülmüştür. Aksi taktirde elektronun hareketini ortalama bir hızla açıklamak mümkün olmamaktadır. Çünkü kristal içerisinde hareket eden elektronun hızı sabit değildir. Bu nedenle kristal içinde elektronların ortalama hızından bahsedilir. Bu da bizi etkin kütle kavramına götürür. Şekil 2.3 'de görüldüğü gibi, E=E(k) değişimi kristal içindeki bir elektronun etkin kütle ile arasındaki ilişkiyi vermektedir.

Kristal içinde bir elektron düşünelim: Dışarıdan $\vec{E}$ elektrik alan uygulandığında elektronlar grup halinde hareket edeceklerdir. Newton 'un 2. hareket yasasını kullanarak

$$m^{*}\frac{d\vec{v}_g}{dt} = -e\,\vec{E} \tag{2.3}$$

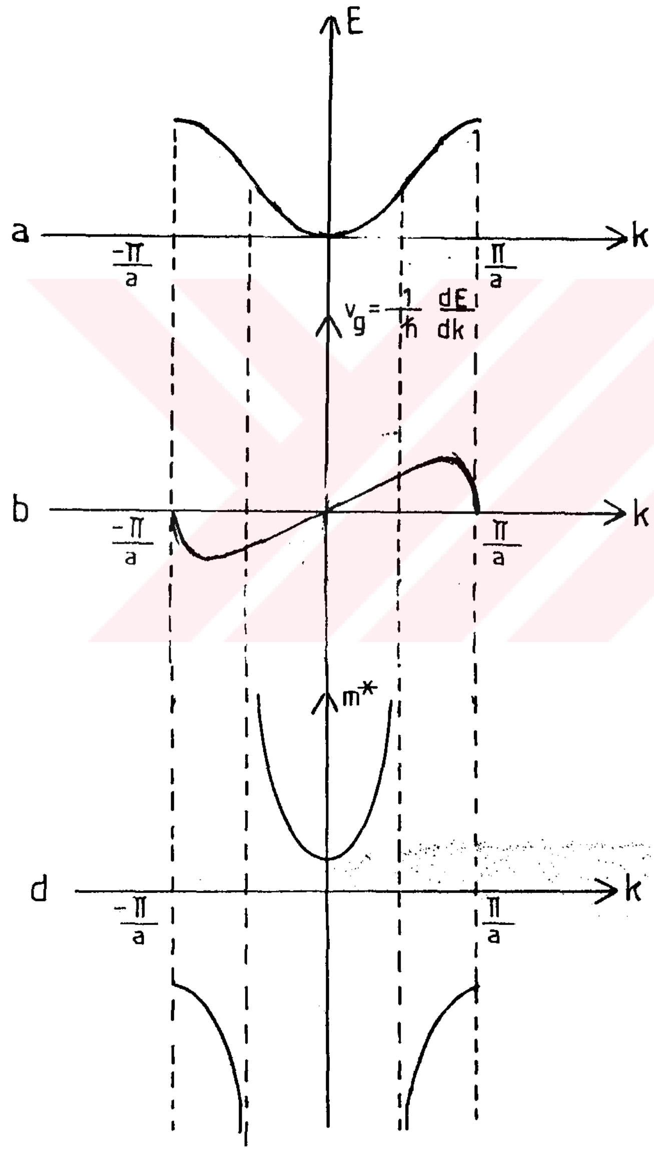
yazılır. Burada v_g, grup hızı olup

$$v_g = \frac{1}{\hbar}\frac{dE}{dk} \tag{2.4}$$

dır. Bu ifade (2.3) nolu ifadede yerine yazılıp, gerekli düzenlemeler yapılırsa etkin kütle için dır. Bu ifade (2.3) nolu ifadede yerine yazılıp, gerekli düzenlemeler yapılırsa etkin kütle için

$$m^{*} = \hbar^{2} \Bigg/ \left(\frac{d^{2}E}{dk^{2}} \right) \qquad (2.5)$$

ifadesi elde edilir. (2.4) ve (2.5) nolu ifadeleri elde ederken yapılan ara işlemler Ek 1 'de verilmiştir. Bir boyutlu k uzayında E (enerji) ile k-arasındaki ilişki Şekil 2.3-a 'daki gibi ise grup hızı ve kütle b ve d 'deki gibidir. Burada $-\pi/a$ ve π/a aralığı 1.Brillouin bölgesini temsil etmektedir.

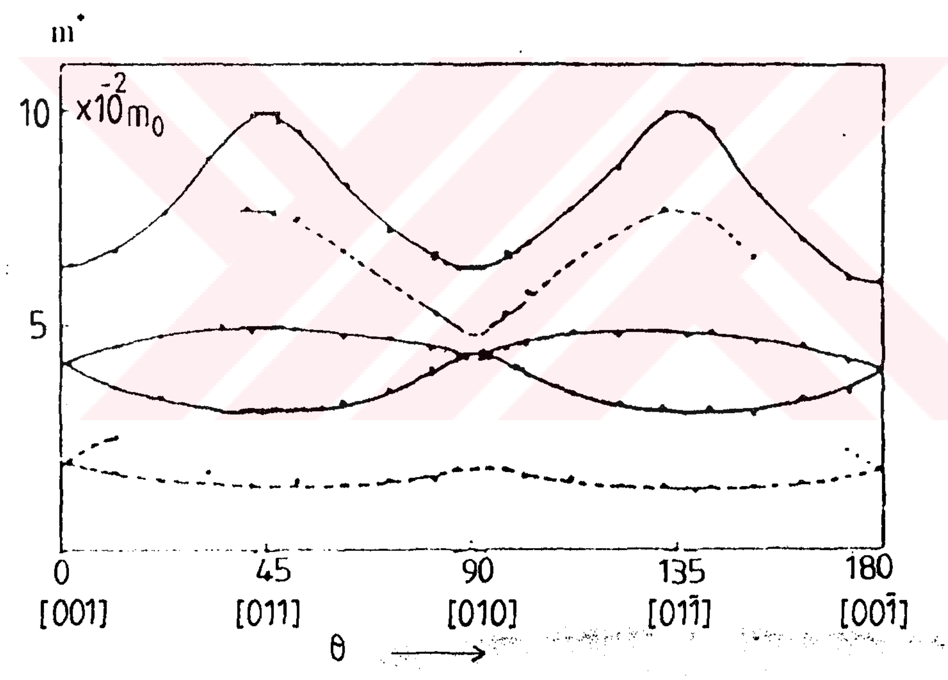


Şekil 2.3: Etkin kütlenin k dalga vektörüne göre değişimi

2.C ETKİN KÜTLENİN UYGULANAN DIŞ MAGNETİK ALANA GÖRE DEĞİŞİMİ

Magneto-optiksel ölçümlerde etkin kütle numuneye uygulanan dış mag-netik alanın doğrultusuna göre farklı değerler alabilmektedir. PbTe 'de yük taşıyıcı cepleri birbirine göre farklı doğrultularda yerleştiği için belli bir doğrultuda uygulanan magnetik alan nedeniyle, ceplerdeki yük taşıyıcılarının hareketleri sırasında farklı etkin kütle davranışları gösterirler.

Şekil 2.4 'de n-tipi PbTe 'de, (100) düzleminde θ 'nın bir fonksiyonu olarak etkin kütlenin değişiminin deneysel sonucu verilmiştir.[35] Burada θ, <001> doğrultusu ve $\vec{B}$ dış magnetik alan arasındaki açıdır.



Şekil 2.4: Etkin kütlenin kristal doğrultusunun açısına göre değişimi

2.D İLETKENLİK VE DİELEKTRİK TENSÖRLERİ

Newton 'un 2. hareket yasası $\vec{F} = m\,\vec{a}$ ifadesi yarı iletkenler için $\vec{F} = \overline{\overline{m}}\,\vec{a}$ şeklinde yazılmalıdır. Burada $\overline{\overline{m}}$, numunenin etkin kütle tensörüdür.

Bir kristal içerisinde hareket eden ve dış magnetik alan etkisinde kalan bir elektron için hareket denklemi aşağıdaki gibidir.

$$\overline{\overline{m}}\left(\frac{d\vec{v}}{dt}+\frac{\vec{v}}{\tau}\right)=e\left(\vec{E}+\vec{v}\times\vec{B}\right) \qquad (2.6)$$

Burada $\overline{\overline{m}}$, boyutsuz etkin kütle tensörü; τ, elektronun çarpışmasının ortalama serbest zamanı; $\vec{E}$ kristal üzerine düşen ışığın elektrik alan vektörü olup, ışık elektromagnetik dalga olduğu için $\vec{E}$(elektrik alan) ve $\vec{H}$(magnetik alan) vektörlerine sahiptir. Bu nedenle ışığın $\vec{H}$ etkisi ihmal edilebilir. Işık için $|\vec{E}|_{ışık} >> |\vec{H}|_{ışık}$ dir ve yüksek frekansa sahiptir. $\vec{B}$ dışarıdan uygulanan magnetik alandır. $\vec{J}$ akım yoğunluğu olup

$$\vec{J}=\overline{\overline{\sigma}}\,\vec{E}=n\,e\,\vec{v} \qquad (2.7)$$

ifadesiyle verilir.[22] Burada n, serbest elektrik yük taşıyan elektronların veya hollerin yoğunluğudur. 2.6 'dan hareketle iletkenlik tensörü için

$$\overline{\overline{\sigma}}=\frac{n\,e^2}{(i\,\omega+\frac{1}{\tau})}\left(\overline{\overline{m}}+\vec{b}\times\overline{\overline{II}}\right)^{-1} \qquad (2.8)$$

ifadesi elde edilir.[26,28] Burada $\overline{\overline{m}}$, k- uzayında serbest elektronların etkin kütlelerinden oluşur. Uygulanan dış magnetik alanın doğrultusuna göre her cebe ait etkin kütle farklı olabilir. $\overline{\overline{II}}$ ise birim tensördür ve

$$\vec{b}=\frac{e\,\vec{B}}{\left(i\,\omega+\frac{1}{\tau}\right)} \qquad (2.9)$$

dur.[26] Sistemde birden fazla elektron cebi varsa, toplam iletkenlik tensörü , her bir elektron cebinin iletkenlik tensörlerinin toplanmasıyla elde edilir. (2.8) no'lu ifadeyi elde etmek için yapılan ara işlemler Ek 2 'de verilmiştir.

Elektronların bir katı içerisindeki hareketini açıklayan Drude modeline göre dielektrik tensörü

$$\overline{\overline{\varepsilon}}=\varepsilon_L\,\overline{\overline{II}}+\frac{4\,\pi\,\overline{\overline{\sigma}}}{i\,\omega} \qquad (2.10)$$

şeklinde verilir.[28] Burada ε_L, ortamın örgü dielektrik sabiti olup, PbTe için değeri Ek 5 'de verilmiştir. Maxwell denklemlerinden hareketle

$$\vec{\nabla}\times\left(\vec{\nabla}\times\vec{E}\right)=\frac{\omega^2}{c^2}\overline{\overline{\varepsilon}}\;\vec{E} \qquad (2.11)$$

ifadesi yazılabilir.[15] Burada $\overline{\overline{\varepsilon}}$, her doğrultuda değiştiği için tensör halinde yazılır.

Elektromagnetik dalganın elektrik alan vektörü, $\vec{E}=\left(E_x\;\hat{x}+E_y\;\hat{y}+E_z\;\hat{z}\right)\,e^{i\vec{q}.\vec{r}}$ için (2.11) no 'lu dalga denklemi aşağıdaki formu alır.

$$\overline{\overline{\varepsilon}}\;\vec{E}-\frac{q^2c^2}{\omega^2}\;\vec{E}=0 \qquad (2.12)$$

Burada ω, numune üzerine düşen elektromagnetik dalganın frekansı ve q dalga vektörüdür. Burada

$$\eta^2=\frac{q^2c^2}{\omega^2} \qquad (2.13)$$

dır. η, numunenin komplex kırma indisidir.[35]

Bölüm 3 'de PbTe için, farklı doğrultularda uygulanan dış magnetik alana göre iletkenlik tensörü elde edilmiş ve maddenin dielektrik tensörü ile komplex kırma indisi arasındaki bağıntıdan yararlanarak, komplex kırma indisinin magnetik alana göre değişim eğrisi elde edilmiş ve her bir doğrultu için uygulanan dış magnetik alan ($\vec{B}$) nin fonksiyonu olarak absorbsiyon eğrisi çizilmiştir. Absorbsiyon katsayısı[28,34] ise

$$A=\frac{4\;\mathrm{Re}(\eta)}{\left|1+\eta\right|^2} \qquad (2.14)$$

şeklinde verilir. $\omega_p^2 >> \omega$ için $|\eta| >>1$ ise absorbsiyon katsayısı iyi bir yaklaşımla

$$A=\frac{4}{\mathrm{Re}(\eta)} \qquad (2.15)$$

şeklinde ifade edilir. Denklem 2.15 'den de görüldüğü gibi, η^2 daima gerçeldir.

2 .E BİR MAGNETİK ALAN İÇERİSİNDE HAREKET EDEN PARÇACIĞIN SİKLOTRON REZONANSI

Elektron ve holler yarı iletken içerisindeki serbest yük taşıyıcılarıdır. Eğer yarı iletkene büyük bir statik dış magnetik alan $\vec{B}$ ve buna dik olarak sinüzoidal bir $\vec{E}$ alanı (bu alan genelde bir elektromagnetik dalganın yarattığı alandır) etkirse, yüklü parçacıklar magnetik alan etrafında dairesel veya helix şeklinde hareket ederler. Bu hareketin frekansı ile olayı yaratan elektromagnetik dalganın frekansı aynıdır. Yani yüklü parçacıklar rezonansa gelmiştir. Bu durumda yük taşıyıcıları elektromagnetik dalgadan en fazla enerjiyi absorblarlar. Bu olayın meydana geldiği frekansa da "siklotron frekansı" denir. Siklotron frekansı[27]

$$\omega_c = \frac{eB}{m^*} \tag{2.16}$$

Burada e, elektronun yükü; B, uygulanan dış magnetik alan; m^*, elektronun etkin kütle sidir.

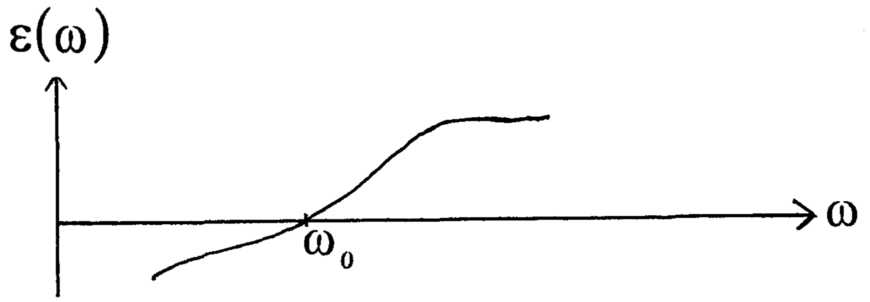
Elektronun magnetik alan etrafında dönmesi sonucu çizdiği yörünge etkin kütlesinin bir fonksiyonudur. Eğer enerjinin fonksiyonu olarak bu yörüngenin alanı- $A(\varepsilon, k_z)$ ise (k_z, elektronun $\vec{k}$ dalga vektörünün z bileşenidir.)

$$m^*(\varepsilon, k_z) = \frac{\hbar^2}{2\pi} \frac{\partial A(\varepsilon, k_z)}{\partial \varepsilon} \tag{2.17}$$

bağıntısı vardır.[2] Eğer biz siklotron frekansı yardımıyla etkin kütleyi bulursak elektronun veya holün hareket ettiği enerji yüzeylerini de bulmuş oluruz. Bu yüzeylere Fermi yüzeyleri denir. Bir sistemin etkin kütlesinin belirlenmesi ile Fermi yüzeyleri de belirlenmiş olur.

2.F DİELEKTRİK ANOMALİ

(2.10) formülünden dielektrik sabiti ε 'nun, ω 'nın bir fonksiyonu olduğu görülür. Dielektrik anomaliyi ω ve ε 'a bağlı olarak açıklamak için kabaca çizilmiş olan aşağıdaki grafiği inceleyelim.



Şekil 2.5: Dielektrik fonksiyonun ω 'a göre değişimini kabaca karakterize eden durum

Kırılma indisi $n = \sqrt{\varepsilon}$ ve $\omega<\omega_0$ ise ε tamamen negatif ve n ise sanaldır. Bu durumda sistem tamamen yansıtıcıdır. Eğer $\varepsilon>0$ ise n tamamen gerçel olup, madde gelen ışık için geçirgendir. Bu durumda geçen ışığın şiddeti de temsili olarak Şekil 2.6 'daki gibi gösterilebilir.

Şekil 2.6: Işığın şiddetinin ω 'a göre degişimini kabaca karakterize eden durum

Dielektrik fonksiyon $\varepsilon<0$ değerinden $\varepsilon>0$ değerine geçtiği nokta fiziksel olarak tamamen yansıtma olayından ışığı geçirme olayına dönüştüğü nokta olup, "dielektrik anomali" olarak bilinir.

BÖLÜM 3

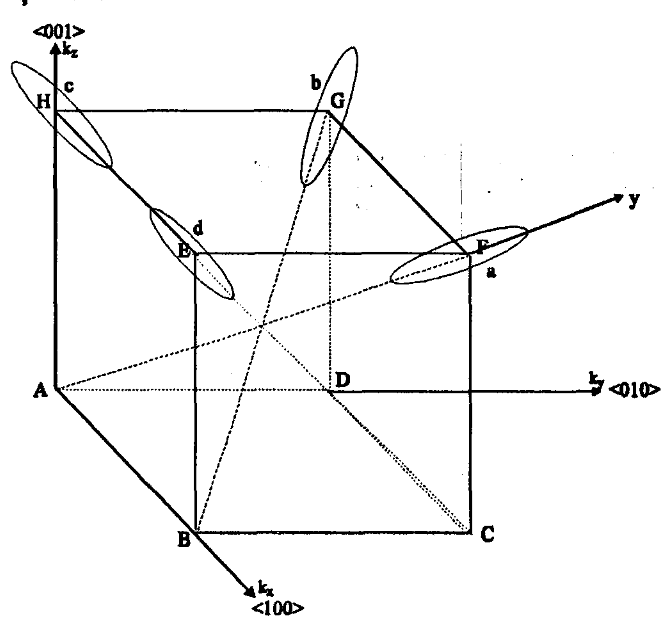
BULGULAR

PbTe İÇİN ETKİN KÜTLENİN VE İLETKENLİK TENSÖRÜNÜN HESABI

3.A BaF_2 ÜZERİNE BÜYÜTÜLEN PbTe FİLMİ İÇİN ETKİN KÜTLELERİN HESABI

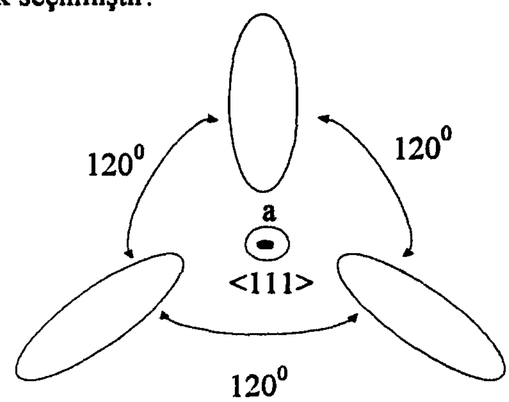
PbTe 'ü epitaksiyel (epitaxial) olarak BaF_2 taban (substrate) üzerine büyütmek mümkündür.[5] PbTe ve BaF_2 kristallerinin örgü sabitleri oda sıcaklığında birbirine yakındır. Bu nedenle PbTe, buhar haline getirilerek BaF_2 üzerinde epitaksiyel olarak büyütülebilir. Epitaksiyel olarak kristal büyütülürken taban olarak bir kristal alınır. Uygun basınç altında buharlaştırılan ve büyütülmek istenen kristal ile alınan ta-ban kristalin teması sağlanır. Taban kristali ile büyütülmek istenen kristal aynı kristal yapıya sahip olduğu için buhar halindeki asıl kristal tabanın örgü noktalarına yer-leşmeğe başlar ve böylece taban üzerinde bir film halinde epitaksiyel kristal büyütülmüş olur.[33]

Şekil 3.1 'de epitaksiyel olarak BaF_2 taban üzerinde büyütülen PbTe film numunelerinin k-uzayında elektron ceplerini gösteren geometrisi verilmiştir. Bu cep-lerden biri Şekil 3.2 'de belirtildiği gibi film düzlemine veya taban durumundaki BaF_2 düzlemine dik olup, diğerleri bunun etrafında yüzeyle aynı açıyı yapacak şekilde simetrik olarak dağılmışlardır.



Şekil 3.1 PbTe için, elektron ceplerini k- uzayında karakterize eden geometri

Yukarıdaki şekilde kristal eksenleri x//$\langle 01\bar{1}\rangle$, y//$\langle 111\rangle$, z//$\langle 2\bar{1}\bar{1}\rangle$ seçilmiştir. a,b,c,d harflerinin her biri PbTe için elektron ceplerini karakterize etmektedir. y doğrultusundan baktığımız zaman Şekil 3.2 'de görüldüğü gibi diğer üç elektron cebi arasındaki açı 120° olacak şekilde yerleşmiş gibi görülür. Epitaksiyel PbTe filmlerinde y doğrultusu film yüzeyine dik olarak seçilmiştir.[22,13]



Şekil 3.2 Elektron ceplerinin <111> doğrultusundan görünümü

Aşağıda elektron ceplerinin doğrultuları verilmiştir.

a- cebi : $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BF}$

$\overrightarrow{AF} = a\hat{k}_x + a\hat{k}_y + a\hat{k}_z$ ise a- cebi $\langle 111\rangle$ doğrultusundadır.

b-cebi: $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BG}$

$\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{AG} - \overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{BG} = a\hat{k}_z + a\hat{k}_y - a\hat{k}_x$ ise b- cebi $\langle \bar{1}11\rangle$ doğrultusundadır.

c- cebi: $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CH}$

$\overrightarrow{CH} = \overrightarrow{AH} - \overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{CH} = a\hat{k}_z - \left(a\hat{k}_x + a\hat{k}_y\right)$ ise c- cebi $\langle \bar{1}\bar{1}1\rangle$ doğrultusundadır.

d- cebi: $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DE}$

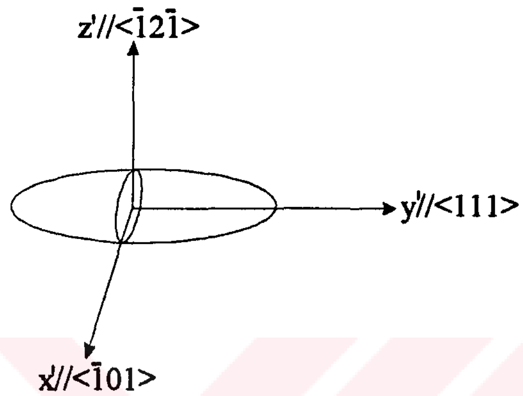
$\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AD}$

$\overrightarrow{DE} = a\hat{k}_x + a\hat{k}_z - a\hat{k}_y$ ise d- cebi $\langle 1\bar{1}1\rangle$ doğrultusundadır.

Bir cepteki elektronun etkin kütle tensörünü seçilen bir koordinat sistemine göre ifade etmek için önce elipsoidin asal eksenlerine göre seçilen kütle tensörü elde edilir ve bir rotasyonla (döndürme ile) bu tensör seçilen koordinat eksenine taşınır. Bu döndürme işlemi, R döndürme matrisi olmak üzere aşağıdaki gibi yapılır.

$$\overline{\overline{M}}_D = \overline{\overline{R}}^{-1}\,\overline{\overline{M}}\,\overline{\overline{R}} \qquad (3.1)$$

Burada $\overline{\overline{M}}$, asal eksenlere göre yazılan yani elipsode yerleştirilmiş x′, y′, z′ koordinat sistemindeki etkin kütle tensörü ve $\overline{\overline{M}}_D$ 'de seçilen sabit koordinat ekseni sistemindeki yani x,y,z kordinat sistemindeki etkin kütle tensörüdür.



Şekil 3.3 Elektron cebinin asal eksenleri

Şekil 3.3 'den de görüldüğü gibi y ekseni elektron cebinin uzun ekseni boyunca seçilirse, etkin kütle tensörü

$$\overline{\overline{M}} = \begin{pmatrix} m_T & 0 & 0 \\ 0 & m_L & 0 \\ 0 & 0 & m_T \end{pmatrix}$$

şeklinde olur. Burada m_T, Fermi yüzeyindeki enine kütle olup yük taşıyıcısının, elipsoidin uzun eksenine dik bir elips üzerinde ve elipsoidin yüzeyinde hareket ettiği zaman etkili olan kütlesidir. m_L, Fermi yüzeyindeki boyuna kütle olup yük taşıyıcısının elipsoidin uzun ekseni doğrultusunda bir elips üzerinde ve elipsoidin yüzeyinde hareket ettiği zaman etkili olan kütledir.

Aşağıda her bir elektron cebinin etkin kütle tensörleri bulunmuştur. Elektron ceplerinin asal eksenleri üslü sistemde, kristal eksenleri üssüz sistemde gösterilmiştir.

a-cebi:	x // <01$\bar{1}$>	x′ // <$\bar{1}$01>
	y // <111>	y′ // <111>
	z // <2$\bar{1}\bar{1}$>	z′ // <$\bar{1}2\bar{1}$>

Yukarıdan da görüleceği gibi y′ ile y eksenleri paralel olduğundan a-cebinin y′ ekseni ile kristal ekseni y çakışık demektir. Diğer iki eksen ise çakışık değildir. $y' \perp x'$, $y' \perp z'$

ve $y' \perp x$, $y' \perp z$ dir.

x ile x' arasındaki açı

$<01\bar{1}><\bar{1}01> = \sqrt{2}\sqrt{2}\cos\phi$

$$\cos\phi = -\frac{1}{2} \quad \text{olduğundan } \phi = \frac{2\pi}{3} \quad \text{olur.}$$

z ile z' arasındaki açı

$<2\bar{1}\bar{1}><\bar{1}2\bar{1}> = \sqrt{6}\sqrt{6}\cos\theta$

$$\cos\theta = -\frac{1}{2} \quad \text{olduğundan } \theta = \frac{2\pi}{3} \text{ olur.}$$

$\theta = \phi = \frac{2\pi}{3}$ olur. a ile belirlenmiş elektron cebi y' ekseni etrafında $(-\phi)$ kadar dönerse x' ile x ekseni ve z' ile z ekseni çakışır. Bu döndürme işlemi aşağıdaki döndürme (rotasyon) matrisi $\overline{\overline{R}}$ ile yapılır. Aşağıda dönüşüm matrisi yazılarak a-cebi için etkin kütle tensörü bulunmuştur.

$$\overline{\overline{R}} = \begin{pmatrix} \cos\phi & 0 & \sin\phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\phi & 0 & \cos\phi \end{pmatrix} \quad \text{ve} \quad \overline{\overline{R}}^{-1} = \begin{pmatrix} \cos\phi & 0 & -\sin\phi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\phi & 0 & \cos\phi \end{pmatrix}$$

olacaktır. a cebi için etkin kütle tensörü,

$$\overline{\overline{M}}_a = \begin{pmatrix} \cos\phi & 0 & -\sin\phi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\phi & 0 & \cos\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_T & 0 & 0 \\ 0 & m_L & 0 \\ 0 & 0 & m_T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\phi & 0 & \sin\phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\phi & 0 & \cos\phi \end{pmatrix}$$

$$\overline{\overline{M}}_a = \begin{pmatrix} m_T\cos^2\phi + m_T\sin^2\phi & 0 & m_T\sin\phi\cos\phi - m_T\cos\phi\sin\phi \\ 0 & m_L & 0 \\ m_T\cos\phi\sin\phi - m_T\sin\phi\cos\phi & 0 & m_T\sin^2\phi + m_T\cos^2\phi \end{pmatrix}$$

olarak verilir. Yukarıdaki denklemde ϕ yerine $(-\phi)$ yazılırsa

$$\overline{\overline{M}}_a = \begin{pmatrix} m_T & 0 & 0 \\ 0 & m_L & 0 \\ 0 & 0 & m_T \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

olur.

b- cebi: $x \,//\, <01\bar{1}>$ $\quad x' \,//\, <01\bar{1}>$
$y \,//\, <111>$ $\quad y' \,//\, <\bar{1}11>$
$z \,//\, <2\bar{1}\bar{1}>$ $\quad z' \,//\, <211>$

x'//x ise b-cebi x ekseni etrafında (-ϕ) kadar dönerse y' ile y ekseni ve z' ile z ekseni çakışacaktır. Aşağıda ϕ açısı ve b-cebi için etkin kütle tensörü bulunmuştur.
$x' \perp y$, $x' \perp y'$ ve $x' \perp z'$, $x' \perp z$ 'dir.

y ile y' arasındaki açı

$$<111><\bar{1}11> = \sqrt{3}\sqrt{3}\cos\phi$$

$$\cos\phi = \frac{1}{3}$$

ve

z ile z' arasındaki açı

$$<2\bar{1}\bar{1}><211> = \sqrt{6}\sqrt{6}\cos\theta$$

$$\cos\theta = \frac{1}{3}$$

ise b- cebi için etkin kütle tensörü

$$\overline{\overline{M}}_b = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & \sin\phi & \cos\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_T & 0 & 0 \\ 0 & m_L & 0 \\ 0 & 0 & m_T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi \end{pmatrix}$$

$$\overline{\overline{M}}_b = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_T & 0 & 0 \\ 0 & m_L\cos\phi & m_L\sin\phi \\ 0 & -m_T\sin\phi & m_T\cos\phi \end{pmatrix}$$

şeklinde yazılır. Üstteki ifade de ϕ yerine (- ϕ) yazılırsa bu çarpım,

$$\overline{\overline{M}}_b = \begin{pmatrix} m_T & 0 & 0 \\ 0 & m_L\cos^2\phi + m_T\sin^2\phi & (m_T - m_L)\sin\phi\cos\phi \\ 0 & (m_T - m_L)\sin\phi\cos\phi & m_L\sin^2\phi + m_T\cos^2\phi \end{pmatrix}$$

şeklinde olur. $\cos\phi = \frac{1}{3}$ ve $\sin\phi = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ olduğundan b-cebi için etkin kütle tensörü,

$$\overline{\overline{M}}_b = \begin{pmatrix} m_T & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{9}(m_L + 8m_T) & \frac{2\sqrt{2}}{9}(m_T - m_L) \\ 0 & \frac{2\sqrt{2}}{9}(m_T - m_L) & \frac{1}{9}(8m_T + m_L) \end{pmatrix} \qquad (3.3)$$

şeklinde olur.

c-cebi: $x \,//\, <01\bar{1}>$ $\quad x' \,//\, <21\bar{1}>$
$y \,//\, <111>$ $\quad y' \,//\, <\bar{1}\bar{1}1>$
$z \,//\, <2\bar{1}\bar{1}>$ $\quad z' \,//\, <011>$

olarak verilmektedir. Şekil 3.2 'de görüldüğü gibi y doğrultusundan bakılırsa, diğer üç cep, aralarındaki açı 120° olan bir simetride görülür.
b-cebi için etkin kütle tensörü biliniyorsa, b-cebini c-cebine +120° 'lik bir dönme ile taşıyarak, c-cebi için etkin kütle tensörü elde edilir. Saat yönünün tersine dönme pozitif kabul edilmiştir. Bu durumda c-cebi için etkin kütle tensörü

$$\overline{\overline{M}}_c = \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_T & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{9}(m_L + 8m_T) & \frac{2\sqrt{2}}{9}(m_L - m_T) \\ 0 & \frac{2\sqrt{2}}{9}(m_L - m_T) & \frac{1}{9}(8m_L + m_T) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix}$$

$$M_1 = m_T,\quad M_2 = \frac{1}{9}(m_L + 8m_T),\quad M_3 = \frac{1}{9}(8m_L + m_T),\quad M_4 = \frac{2\sqrt{2}}{9}(m_L - m_T)$$

olarak alınırsa ve de $\theta = 120° = \frac{2\pi}{3}$ olduğundan, yukarıdaki ifade aşağıdaki gibi yazılır.

$$\overline{\overline{M}}_c = \begin{pmatrix} \cos\frac{2\pi}{3} & 0 & -\sin\frac{2\pi}{3} \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\frac{2\pi}{3} & 0 & \cos\frac{2\pi}{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_1 & 0 & 0 \\ 0 & M_2 & M_4 \\ 0 & M_4 & M_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\frac{2\pi}{3} & 0 & \sin\frac{2\pi}{3} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\frac{2\pi}{3} & 0 & \cos\frac{2\pi}{3} \end{pmatrix}$$

Yukarıdaki üçlü matris çarpımı yapılırsa, c-cebi için etkin kütle tensörü

$$\overline{\overline{M}}_c = \begin{pmatrix} \frac{M_1+3M_3}{4} & -\frac{\sqrt{3}}{2}M_4 & \frac{\sqrt{3}}{4}(M_3-M_1) \\ -\frac{\sqrt{3}}{2}M_4 & M_2 & -\frac{M_4}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{4}(M_3-M_1) & -\frac{M_4}{2} & \frac{3M_1+M_3}{4} \end{pmatrix} \tag{3.4}$$

şeklinde olur.

d-cebi: Şekil 3.2 'de görüldüğü gibi, b-cebi y ekseni etrafında 240° ($\frac{4\pi}{3}$) veya -120° ($-\frac{2\pi}{3}$) döndürülerek d-cebi için etkin kütle tensörü elde edilir. d-cebi için etkin kütle tensörü aşağıda bulunmuştur.

$$\overline{\overline{M}}_d = \begin{pmatrix} \cos\frac{4\pi}{3} & 0 & -\sin\frac{4\pi}{3} \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\frac{4\pi}{3} & 0 & \cos\frac{4\pi}{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_1 & 0 & 0 \\ 0 & M_2 & M_4 \\ 0 & M_4 & M_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\frac{4\pi}{3} & 0 & \sin\frac{4\pi}{3} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\frac{4\pi}{3} & 0 & \cos\frac{4\pi}{3} \end{pmatrix}$$

$$\overline{\overline{M}}_d = \begin{pmatrix} \frac{M_1+3M_3}{4} & \frac{\sqrt{3}}{2}M_4 & \frac{\sqrt{3}}{4}(M_1-M_3) \\ \frac{\sqrt{3}}{2}M_4 & M_2 & -\frac{M_4}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{4}(M_1-M_3) & -\frac{M_4}{2} & \frac{3M_1+M_3}{4} \end{pmatrix} \tag{3.5}$$

3.B ELEKTRON CEPLERİ İÇİN İLETKENLİK TENSÖRÜ HESABI

3.B.1 $\vec{B}$//<111> İKEN İLETKENLİK TENSÖRÜ HESABI

$\vec{B}$ magnetik alan k-uazayında <111> doğrultusunda numunuye uygulanırsa ve gerçek uzaydaki $\hat{y}$ birim vektörü bu doğrultuda seçilirse $\vec{B} = B_0\hat{y}$ vektörü $\vec{B}$//<111> olacaktır.

$\vec{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ B_0 \\ 0 \end{pmatrix}$ ise bu doğrultudaki birim vektör aşağıdaki ifade ile verilir.

$$\hat{B} = \frac{\vec{B}}{|\vec{B}|} \quad \text{ise}$$

$$\hat{B} = \frac{0\hat{x} + B_0\hat{y} + 0\hat{z}}{B_0}$$

$$\hat{B} = \hat{y}$$

olur. (2.9) no'lu ifade

$$\bar{\bar{b}} = \frac{e\vec{B}}{(i\omega + \frac{1}{\tau})}$$

idi.

$$\bar{\bar{b}} = \frac{eB_0}{(i\omega + \frac{1}{\tau})}\hat{B}$$

Burada $b = \dfrac{eB_0}{(i\omega + \frac{1}{\tau})}$ ise

$$\bar{\bar{b}} = b\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

şeklinde yazılır. Vektörel çarpımın tanımından hareketle

$$\vec{b}\times\vec{v}=\left(\vec{b}\times\overline{\overline{\mathrm{II}}}\;\vec{v}\right)=\left(\vec{b}\times\overline{\overline{\mathrm{II}}}\right)\;\vec{v} \tag{3.6}$$

şeklinde verilir. Bu ifade açılırsa

$$\vec{b}\times\vec{v}=\begin{vmatrix}\hat{x} & \hat{y} & \hat{z}\\ 0 & b & 0\\ v_x & v_y & v_z\end{vmatrix}=\begin{bmatrix}bv_z\\ 0\\ -bv_x\end{bmatrix} \tag{3.7}$$

şeklinde olur. (3.7) no'lu ifade (3.6) 'da yerine konulursa aşağıdaki formu alır.

$$\begin{bmatrix}bv_z\\ 0\\ -bv_x\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}b_{11} & b_{12} & b_{13}\\ b_{21} & b_{22} & b_{23}\\ b_{31} & b_{32} & b_{33}\end{bmatrix}\begin{pmatrix}v_x\\ v_y\\ v_z\end{pmatrix}$$

Bu ifadenin sağ tarafı düzenlenirse

$$\begin{bmatrix}bv_z\\ 0\\ -bv_x\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}b_{11}v_x+b_{12}v_y+b_{13}v_z\\ b_{21}v_x+b_{22}v_y+b_{23}v_z\\ b_{31}v_x+b_{32}v_y+b_{33}v_z\end{bmatrix}$$

şekline gelir. Buradan

$$\vec{b}\times\overline{\overline{\mathrm{II}}}=\begin{pmatrix}0 & 0 & b\\ 0 & 0 & 0\\ -b & 0 & 0\end{pmatrix} \tag{3.8}$$

elde edilir. (3.8) no'lu ifade elektron ceplerinin iletkenlik tensörlerinin bulunmasında kullanılacaktır. İletkenlik tensörü için ifade , bağıntı (2.8) 'de

$$\overline{\overline{\sigma}}=\sigma_0\left[\overline{\overline{M}}+\vec{b}\times\overline{\overline{\mathrm{II}}}\right]^{-1}$$

şeklinde verilmişti. Burada

$$\sigma_0 = \frac{n e^2}{\left(i\,\omega + \frac{1}{\tau}\right)}$$

ve siklotron rezonans koşulunda $\omega\tau >> 1$ olduğu için $\frac{1}{\tau}$ terimi ω 'nın yanında ihmal edilebilir, yani $\omega >> \frac{1}{\tau}$ 'dur.[35,26]

Yukarıdaki genel ifade kullanılarak her bir elektron cebi için iletkenlik tensörü ifadeleri elde edilmiş ve aşağıda verilmiştir.

a cebi için iletkenlik tensörü:

a elektron cebi <111> doğrultusunda olduğu için bu cebe ait etkin kütlesi (3.2) ifadesinde görüldüğü gibi

$$\overline{\overline{M}}_a = \begin{pmatrix} m_T & 0 & 0 \\ 0 & m_L & 0 \\ 0 & 0 & m_T \end{pmatrix}$$

şeklinde idi. a-cebi içn iletkenlik tensörü ifadesi

$$\overline{\overline{\sigma}}_a = \overline{\overline{\sigma}}_0 \left[\overline{\overline{M}}_a + \vec{b} \times \overline{\overline{II}}\right]^{-1}$$

bağıntısından elde edilir. Burada

$$\vec{b} \times \overline{\overline{II}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & b \\ 0 & 0 & 0 \\ -b & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

idi. Aşağıda $\overline{\overline{X}} = \left(\overline{\overline{M}}_a + \vec{b} \times \overline{\overline{II}}\right)$ alınarak $\overline{\overline{X}}^{-1}$ elde edilmiştir.

$$\overline{\overline{X}} = \overline{\overline{M}}_a + \vec{b} \times \overline{\overline{II}} = \begin{pmatrix} m_T & 0 & 0 \\ 0 & m_L & 0 \\ 0 & 0 & m_T \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & b \\ 0 & 0 & 0 \\ -b & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_T & 0 & b \\ 0 & m_L & 0 \\ -b & 0 & m_T \end{pmatrix}$$

ise bir matrisin tersi

$$\overline{\overline{X}}^{-1} = \frac{ekX^T}{\det \overline{\overline{X}}}$$

şeklinde verilir. Bir matrisin tersinin elde edilmesi Ek.3 'de verilmiştir. Buna göre ekX matrisi $\overline{\overline{X}}$ matrisinden şu şekilde elde edilir. Elde edilen bu matrisin transpozesi alınır. Bunun neticesi ekX matrisinin elemanları ise aşağıdaki gibi olur.

$$x_{11} = m_T m_L \qquad x_{21} = 0 \qquad x_{31} = -m_L b$$
$$x_{12} = 0 \qquad x_{22} = m_T^{\,2} + b^2 \qquad x_{32} = 0$$
$$x_{13} = b m_L \qquad x_{23} = 0 \qquad x_{33} = m_T m_L$$

Buradan ekX^T matrisi ise

$$ekX^T = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{21} & x_{31} \\ x_{12} & x_{22} & x_{32} \\ x_{13} & x_{23} & x_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_T m_L & 0 & -m_L b \\ 0 & m_T^{\,2} + b^2 & 0 \\ b m_L & 0 & m_T m_L \end{bmatrix}$$

şeklinde olur.

$$\det \overline{\overline{X}} = m_T^{\,2} m_L + m_L b^2 = m_L \left(m_T^2 + b^2 \right)$$

ise

$$\overline{\overline{X}}^{-1} = \left[\overline{\overline{M}}_a + \vec{b} \times \overline{\overline{II}} \right]^{-1} = \frac{\begin{bmatrix} m_T m_L & 0 & -m_L b \\ 0 & m_T^{\,2} + b^2 & 0 \\ b m_L & 0 & m_T m_L \end{bmatrix}}{m_L \left(m_T^{\,2} + b^2 \right)}$$

olur. Buna göre $\overline{\overline{\sigma}}_a$ iletkenlik tensörü,

$$\overline{\overline{\sigma}}_a = \sigma_0 \begin{bmatrix} \dfrac{m_T}{m_T^{\,2} + b^2} & 0 & \dfrac{-b}{m_T^{\,2} + b^2} \\ 0 & \dfrac{1}{m_L} & 0 \\ \dfrac{b}{m_T^{\,2} + b^2} & 0 & \dfrac{m_T}{m_T^{\,2} + b^2} \end{bmatrix} \tag{3.9}$$

formuna dönüşür.

b-cebi için iletkenlik tensörü:

$$\overline{\overline{\sigma}} = \sigma_0 \left[\overline{\overline{M}}_b + \vec{b} \times \overline{\overline{II}}\right]^{-1}$$

şeklinde verilen iletkenlik tensörü ifadesinde

$\overline{\overline{M}}_b + \vec{b} \times \overline{\overline{II}} = \overline{\overline{Y}}$ ise $\overline{\overline{Y}}^{-1}$ elde edildikten sonra aşağıda b-cebi için iletkenlik tensörü ifadesi çıkarılmıştır. b- cebi için etkin kütle tensörü (3.3) no'lu ifadeden de görüleceği gibi

$$\overline{\overline{M}}_b = \begin{pmatrix} m_T & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{9}(m_L + m_T) & \frac{2\sqrt{2}}{9}(m_L - m_T) \\ 0 & \frac{2\sqrt{2}}{9}(m_L - m_T) & \frac{1}{9}(8m_L + m_T) \end{pmatrix}$$

idi. $M_1 = m_T$, $M_2 = \frac{1}{9}(m_L + 8m_T)$, $M_3 = \frac{1}{9}(8m_L + m_T)$, $M_4 = \frac{2\sqrt{2}}{9}(m_L - m_T)$

ise,

$$\overline{\overline{Y}} = \overline{\overline{M}}_b + \vec{b} \times \overline{\overline{II}} = \begin{pmatrix} M_1 & 0 & b \\ 0 & M_2 & M_4 \\ -b & M_4 & M_3 \end{pmatrix}$$

olur.

$$\overline{\overline{Y}}^{-1} = \frac{ekY^T}{\det \overline{\overline{Y}}} \quad \text{ise,}$$

ekY matrisinin elemanları aşağıda verilmiştir.

$y_{11} = M_2M_3 - M_4^2$ $\quad$ $y_{21} = M_4 b$ $\quad$ $y_{31} = -bM_2$

$y_{12} = -bM_4$ $\quad$ $y_{22} = M_1M_3 + b^2$ $\quad$ $y_{32} = -M_1M_4$

$y_{13} = bM_2$ $\quad$ $y_{23} = -M_1M_4$ $\quad$ $y_{33} = M_1M_2$

O zaman

$$\mathrm{ek}Y^T = \begin{bmatrix} M_2M_3 - M_4^2 & bM_4 & -bM_2 \\ -bM_4 & M_1M_3 + b^2 & -M_1M_4 \\ bM_2 & -M_1M_4 & M_1M_2 \end{bmatrix}$$

şeklinde olur.

$$\det \overline{\overline{Y}} = M_1M_2M_3 + M_2b^2 - M_1 M_4^2 = \Delta_b$$

ise b-cebi için iletkenlik tensörü

$$\overline{\overline{\sigma}}_b = \frac{\sigma_0}{\Delta_b} \begin{bmatrix} M_2M_3 - M_4^2 & bM_4 & -b_2M_2 \\ -bM_4 & M_1M_3 + b^2 & -M_1M_4 \\ bM_2 & -M_1M_4 & M_1M_2 \end{bmatrix} \tag{3.10}$$

şeklinde olur

c-cebi için iletkenlik tensörü:

$\overline{\overline{\sigma}}_c = \sigma_0 \left[\overline{\overline{M}}_c + \vec{b} \times \overline{\overline{I}}\right]^{-1}$ şeklinde verilen iletkenlik tensörü ifadesinde

$\overline{\overline{Z}} = \overline{\overline{M}}_c + \vec{b} \times \overline{\overline{I}}$ ise, aşağıda $\overline{\overline{Z}}^{-1}$ matrisi elde edilerek c-cebi için iletkenlik tensörü verilmiştir. c-cebi için etkin kütle tensörü (3.4) no'lu ifadeden de görüleceği gibi

$$\overline{\overline{M}}_c = \begin{pmatrix} \frac{M_1 + 3M_3}{4} & \frac{\sqrt{3}}{2}M_4 & \frac{\sqrt{3}}{4}(M_1 - M_3) \\ \frac{\sqrt{3}}{2}M_4 & M_2 & -\frac{M_4}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{4}(M_1 - M_3) & -\frac{M_4}{2} & \frac{3M_1 + M_3}{4} \end{pmatrix}$$

şeklindeydi. $M_{C1} = \frac{M_1 + 3M_3}{4}$, $M_{C2} = \frac{\sqrt{3}}{2}M_4$, $M_{C3} = \frac{\sqrt{3}}{4}(M_1 - M_3)$, $M_{C4} = -\frac{M_4}{2}$

ve $M_{C5} = \frac{3M_1 + M_3}{4}$ şeklinde ifade edilirse, c-cebi için etkin kütle tensörü

$$\overline{\overline{M}}_c = \begin{pmatrix} M_{C1} & M_{C2} & M_{C3} \\ M_{C2} & M_2 & M_{C4} \\ M_{C3} & -M_{C4} & M_{C5} \end{pmatrix}$$

olur.

$$\overline{\overline{Z}} = \left[\overline{\overline{M}}_c + \vec{b} \times \overline{\overline{II}}\right] = \begin{pmatrix} M_{C1} & M_{C2} & M_{C3}+b \\ M_{C2} & M_2 & M_{C4} \\ M_{C3}-b & -M_{C4} & M_{C5} \end{pmatrix}$$

şeklinde ise, ek$\overline{\overline{Z}}$ matrisinin elemanları aşağıdaki gibidir.

$$z_{11} = M_2\, M_{C5} + M_{C4}^2$$

$$z_{12} = -\left[M_{C2}\, M_{C5} - M_{C4}(M_{C3}-b)\right]$$

$$z_{13} = -M_{C4}\, M_{C2} - M_2(M_{C3}-b)$$

$$z_{21} = -\left[M_{C2}\, M_{C5} + M_{C4}(M_{C3}+b)\right]$$

$$z_{22} = M_{C1}\, M_{C5} - (M_{C3}-b)(M_{C3}+b)$$

$$z_{23} = -\left[-M_{C4}\, M_{C1} - M_{C2}(M_{C3}-b)\right]$$

$$z_{31} = M_{C2}\, M_{C5} - M_2(M_{C3}+b)$$

$$z_{32} = -\left[M_{C1}\, M_{C4} - M_{C2}(M_{C3}+b)\right]$$

$$z_{33} = M_{C1}\, M_2 - M_{C2}^2$$

ve

$$\det\overline{\overline{Z}} = M_{C1}M_2M_{C5} + M_{C2}M_{C4}(M_{C3}-b) - M_{C2}M_{C4}(M_{C3}+b) - M_2(M_{C3}+b)(M_{C3}-b) - M_{C2}^2\, M_{C5} + M_{C4}^2\, M_{C1} = \Delta_c$$

şeklinde verilirse c-cebi için için iletkenlik tensörü

$$\overline{\overline{\sigma}}_c = \frac{\sigma_0}{\Delta_c}\begin{pmatrix} M_2\, M_{C5} + M_{C4}^2 & -M_{C2}\, M_{C5} - M_{C4}(M_{C3}+b) & M_{C2}\, M_{C5} - M_2(M_{C3}+b) \\ M_{C4}(M_{C3}-b) - M_{C2}\, M_{C5} & M_{C1}\, M_{C5} - (M_{C3}-b)(M_{C3}+b) & M_{C2}(M_{C3}+b) - M_{C1}M_{C4} \\ -M_{C4}\, M_{C2} - M_2(M_{C3}-b) & +M_{C4}\, M_{C1} + M_{C2}(M_{C3}-b) & M_{C1}\, M_2 - M_{C2}^2 \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

formunda olur.

d-cebi için iletkenlik tensörü

$\overline{\overline{\sigma}}_d = \sigma_0 \left[\overline{\overline{M}}_d + \vec{b} \times \overline{\overline{I}}\right]^{-1}$ şeklinde verilen iletkenlik tensörü ifadesinde parantez içindeki ifadeye $\overline{\overline{N}}$ denilirse , diğer ceplerdeki gibi ara işlemler yapılarak d-cebi için iletkenlik tensörü aşağıda verilmiştir.

d-cebi için etkin kütle tensörü (3.5) no'lu ifadeden de görüleceği gibi

$$\overline{\overline{M}}_d = \begin{pmatrix} \frac{M_1+3M_3}{4} & -\frac{\sqrt{3}}{2}M_4 & \frac{\sqrt{3}}{4}(M_3-M_1) \\ -\frac{\sqrt{3}}{2}M_4 & M_2 & -\frac{M_4}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{4}(M_3-M_1) & -\frac{M_4}{2} & \frac{3M_1+M_3}{4} \end{pmatrix}$$

şeklindeydi. $M_{D1} = \frac{M_1+3M_3}{4}$, $M_{D2} = -\frac{\sqrt{3}}{2}M_4$, $M_{D3} = \frac{\sqrt{3}}{4}(M_3-M_1)$,

$M_{D4} = -\frac{M_4}{2}$, $M_{D5} = \frac{3M_1+M_3}{4}$ ise

$$\overline{\overline{M}}_d = \begin{pmatrix} M_{D1} & M_{D2} & M_{D3} \\ M_{D2} & M_2 & M_{D4} \\ M_{D3} & M_{D4} & M_{D5} \end{pmatrix}$$

şeklinde yazılır.

Buna göre, $\overline{\overline{N}}$ matrisi

$$\overline{\overline{N}} = \begin{pmatrix} M_{D1} & M_{D2} & M_{D3}+b \\ M_{D2} & M_2 & M_{D4} \\ M_{D3}-b & M_{D4} & M_{D5} \end{pmatrix}$$

şeklinde yazılır. Aşağıda $\overline{\overline{N}}^{-1}$ matrisi elde edilmiş ve d-cebi için iletkenlik tensörü ifadesi verilmiştir.

$$\overline{\overline{N}}^{-1} = \frac{\mathrm{ek}N^T}{\det \overline{\overline{N}}}$$

şeklinde verilmektedir. ekN matrisinin elemanları

$$n_{11} = M_2\, M_{D5} - M_{D4}^2$$
$$n_{12} = -\left[M_{D2}\, M_{D5} - (M_{D3} - b)M_{D4}\right]$$
$$n_{13} = M_{D2}\, M_{D4} - M_2(M_{D3} - b)$$

$$n_{21} = -\left[M_2\, M_{D5} - M_{D4}^2\right]$$
$$n_{22} = M_{D1}\, M_{D5} - (M_{D3} - b)(M_{D3} + b)$$
$$n_{23} = -\left[M_{D1}\, M_{D4} - M_{D2}(M_{D3} - b)\right]$$

$$n_{31} = M_{D2}\, M_{D4} - M_2(M_{D3} + b)$$
$$n_{32} = -\left[M_{D1}\, M_{D4} - M_{D2}(M_{D3} + b)\right]$$
$$n_{33} = M_{D1}\, M_2 - M_{D2}^2$$

şeklinde ise ve

$$\det\overline{\overline{N}} = M_{D1}\, M_2\, M_{D5} + M_{D2}\, M_{D4}(M_{D3} - b) + (M_{D3} + b)\, M_{D2}\, M_{D4}$$
$$-M_2(M_{D3} - b)(M_{D3} + b) - M_{D2}^2\, M_{D5} - M_{D4}^2\, M_{D1} = \Delta_d$$

şeklinde veriliyorsa , d-cebi için iletkenlik tensörü

$$\overline{\sigma}_d = \frac{\sigma_0}{\Delta_d}\begin{bmatrix} M_2M_{D5} - M_{D4}^2 & M_{D4}^2 - M_2M_{D5} & M_{D2}M_{D4} - M_2(M_{D3} + b) \\ M_{D4}(M_{D3} - b) - M_{D2}M_{D5} & M_{D1}M_{D5} - (M_{D3} - b)(M_{D3} + b) & M_{D2}(M_{D3} + b) - M_{D1}M_{D4} \\ M_{D2}M_{D4} - M_2(M_{D3} - b) & M_{D2}(M_{D3} - b) - M_{D1}M_{D4} & M_{D1}M_2 - M_{D2}^2 \end{bmatrix} \qquad (3.12)$$

olur.

PbTe için, $\vec{B} = B_o\hat{y}$ yani $\vec{B}$//<111> doğrultusunda uygulandığı zaman iletkenlik tensörüne her bir elektron cebinin katkısı olacaktır. Toplam iletkenlik tensörü

$$\overline{\overline{\sigma}} = \overline{\overline{\sigma}}_a + \overline{\overline{\sigma}}_b + \overline{\overline{\sigma}}_c + \overline{\overline{\sigma}}_d$$

olur. Komplex kırma indisinin magnetik alanla değişimini görebilmek için iletkenlik tensöründen başka, dielektrik fonksiyonunun iletkenlik tensörü ile ilişkisi incelenmelidir. Problemimizde ışık $\vec{q}$//<001> ise

$$\varepsilon = \varepsilon_\ell\, \overline{\overline{I}} + \frac{\overline{\overline{\sigma}}}{i\,\omega\,\varepsilon_0} \qquad (3.13)$$

ifadesinde dielektrik fonksiyonunun bileşenleri bulunarak

$$\vec{\nabla}\times\vec{\nabla}\times\vec{E} - \frac{\omega^2}{c^2}\overline{\overline{\varepsilon}}\,\vec{E} = 0 \tag{3.14}$$

hareket denklemi çözülür. Burada $\vec{E}$ numune üzerine düşen ışığın elektrik alan vektörüdür. Genel olarak $\varepsilon_{<010>}$ dielektrik fonsiyonu

$$\varepsilon_{<010>} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{pmatrix}$$

şeklindedir. Numune üzerine düşen ışığın $\vec{E}$ elektrik alanı,

$$\vec{E} = E_x e^{iqz}\,\hat{x} + E_y e^{iqz}\,\hat{y} + E_z e^{iqz}\,\hat{z}$$

ise (3.14) denkleminin çözümü şöyle olur. Burada E_x, E_y, E_z elektrik alan vektörünün konumuna bağlı bileşenleri ve q ise dalga vektörü şiddetidir. Yani $\vec{q} = q\hat{z}$ dir.

$$\vec{\nabla} = \hat{x}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{y}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{z}\frac{\partial}{\partial z}$$

$$\nabla^2\vec{E} = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\left(E_x e^{iqz}\,\hat{x} + E_y e^{iqz}\,\hat{y} + E_z e^{iqz}\,\hat{z}\right)$$

$$\nabla^2\vec{E} = -q^2\vec{E} \tag{3.15}$$

ve

$$\vec{\nabla}\left(\vec{\nabla}.\vec{E}\right) = \left(\hat{x}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{y}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{z}\frac{\partial}{\partial z}\right)\left[\left(\hat{x}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{y}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{z}\frac{\partial}{\partial z}\right).\left(E_x e^{iqz}\,\hat{x} + E_y e^{iqz}\,\hat{y} + E_z e^{iqz}\,\hat{z}\right)\right]$$

$$= -q^2 E_z e^{iqz}\,\hat{z} \tag{3.16}$$

olur.(3.15) ve (3.16) no'lu deklemler (3.14) no'lu hareket denkleminde yerine konulursa denklemin çözümü aşağıdaki gibi olur.

$$\begin{pmatrix} q^2E_x \\ q^2E_y \\ 0 \end{pmatrix} - \frac{\omega^2}{c^2}\begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = 0$$

$$\frac{-q^2c^2}{\omega^2}\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{11}E_x + \varepsilon_{12}E_y + \varepsilon_{13}E_z \\ \varepsilon_{21}E_x + \varepsilon_{22}E_y + \varepsilon_{23}E_z \\ \varepsilon_{31}E_x + \varepsilon_{32}E_y + \varepsilon_{33}E_z \end{pmatrix} = 0$$

Burada $\eta^2 = \frac{q^2c^2}{\omega^2}$ olup, η komplex kırma indisidir.

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{11} - \eta^2 & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} - \eta^2 & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = 0 \qquad (3.17)$$

Yukarıdaki (3.17) no'lu denklemin çözümünü bulabilmek için solundaki matrisin katsayılar determinantı sıfıra eşitlenir ve ε 'nin bir fonksiyonu olan η denklemi çözülürse, çözüm iki mod (kip) içerir. Bu modlardan ilki olan "ordinary mod" uygulanan dış statik magnetik alana paraleldir ($\vec{E}//\vec{B}$) ve bu modun elektrik alanı yayılma doğrultusuna diktir. İkincisi ise "extraordinary mod" olarak bilinir. Bu mod, statik magnetik alana diktir ($\vec{E}\perp\vec{B}$) ve bu modun elektrik alan vektörü polarizasyonu $\vec{B}$ 'e dik olan düzlemdedir. Sonuç olarak bu mod, elektrik alanın hem enine hem de boyuna bileşenine sahiptir. $\vec{B}$//<111>//y ve ışık $\vec{q}$//<001>ise, PbTe için (3.17) no'lu denklemin çözümü oldukça komplekstir. Dolayısıyla η^2 'nin magnetik alana göre değişimini incelemek oldukça karmaşık olduğu için çözüm sadece a-cebi için elde edilecektir. a-cebi için çözüm elde edilirse ordinary modun elektrik alanı yayılma doğrultusuna (y) diktir. Extraordinary modun elektrik alan vektörünün polarizasyonu da (xz) düzleminde olacaktır. Gene bu cep için, $\vec{B}$//<111>//y ve ışık $\vec{q}$//<0$\bar{1}$1> olması durumunda komplex kırma indisinin ve absorbsiyonun dış magnetik alana göre değişimi incelenmiştir. Daha sonra 3.C konu başlığı altında $\vec{B}$//<001> ve ışık $\vec{q}$//<100> ve $\vec{B}$//<110> ve ışık $\vec{q}$//<001> ise ordinary mod ve extraordinary mod için kırma indisinin ve buna bağlı olarak absorbsiyonun magnetik alana bağlı olarak değişimi incelenecektir.

Aşağıda $\vec{B}$//<111>//y ve ışık $\vec{q}$//<001> ise, PbTe 'de a-cebi için B_0 'ın bir fonksiyonu olarak η^2 kırma indisinin ve absorbsiyonun değişimi incelenmiştir.

a-cebi için iletkenlik tensörü (3.9) no'lu ifadeden de görüleceği gibi

$$\overline{\overline{\sigma}}_{*} = \sigma_0 \begin{bmatrix} \dfrac{m_T}{m_T^2+b^2} & 0 & \dfrac{-b}{m_T^2+b^2} \\ 0 & \dfrac{1}{m_L} & 0 \\ \dfrac{b}{m_T^2+b^2} & 0 & \dfrac{m_T}{m_T^2+b^2} \end{bmatrix}$$

şeklinde bulunmuştu. Yukarıdaki ifade aşağıdaki

$$\varepsilon = \varepsilon_\ell \overline{\overline{II}} + \frac{\overline{\overline{\sigma}}}{i\,\omega\,\varepsilon_0}$$

ifadesinde yerine konulursa iletkenlik tensörünün elemanları şöyle olur. Buna göre

$$\varepsilon_{11} = \varepsilon_\ell + \frac{\sigma_0}{i\,\omega\,\varepsilon_0}\left[\frac{m_T}{m_T^{\,2}+b^2}\right]$$

olur. Burada $\sigma_0 = \dfrac{n\,e^2}{i\,\omega}$ ve $b = \dfrac{e\,B_0}{i\,\omega}$ dır.

$$\varepsilon_{13} = \frac{\sigma_0}{i\,\omega\,\varepsilon_0}\left[\frac{-b}{m_T^{\,2}+b^2}\right]$$

$$\varepsilon_{22} = \varepsilon_l + \frac{\sigma_0}{i\,\omega\,\varepsilon_0}\frac{1}{m_L}$$

dir. $\varepsilon_{11} = \varepsilon_{33}$ ve $\varepsilon_{13} = -\varepsilon_{31}$ dir. (3.14) no'lu

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E} - \frac{\omega^2}{c^2}\overline{\overline{\varepsilon}}\,\vec{E} = 0$$

hareket denkleminden çözüme gidilirse

$$\begin{pmatrix} q^2E_x \\ q^2E_y \\ 0 \end{pmatrix} - \frac{\omega^2}{c^2}\begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & 0 & \varepsilon_{13} \\ 0 & \varepsilon_{22} & 0 \\ \varepsilon_{31} & 0 & \varepsilon_{33} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = 0$$

elde edilir. Buradan

$$-\eta^2\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} E_x + \varepsilon_{13} E_z \\ \varepsilon_{22} E_y \\ \varepsilon_{31} E_x + \varepsilon_{33} E_z \end{pmatrix} = 0$$

$$\left(\varepsilon_{11} - \eta^2\right) E_x + \varepsilon_{13} E_z = 0 \qquad (3.18)$$

$$\left(\varepsilon_{22} - \eta^2\right) E_y = 0 \qquad (3.19)$$

$$\varepsilon_{31} E_x + \varepsilon_{33} E_z = 0 \qquad (3.20)$$

(3.19) no'lu denklemden

$$\eta_0^{\,2} = \varepsilon_{22} \qquad (3.21)$$

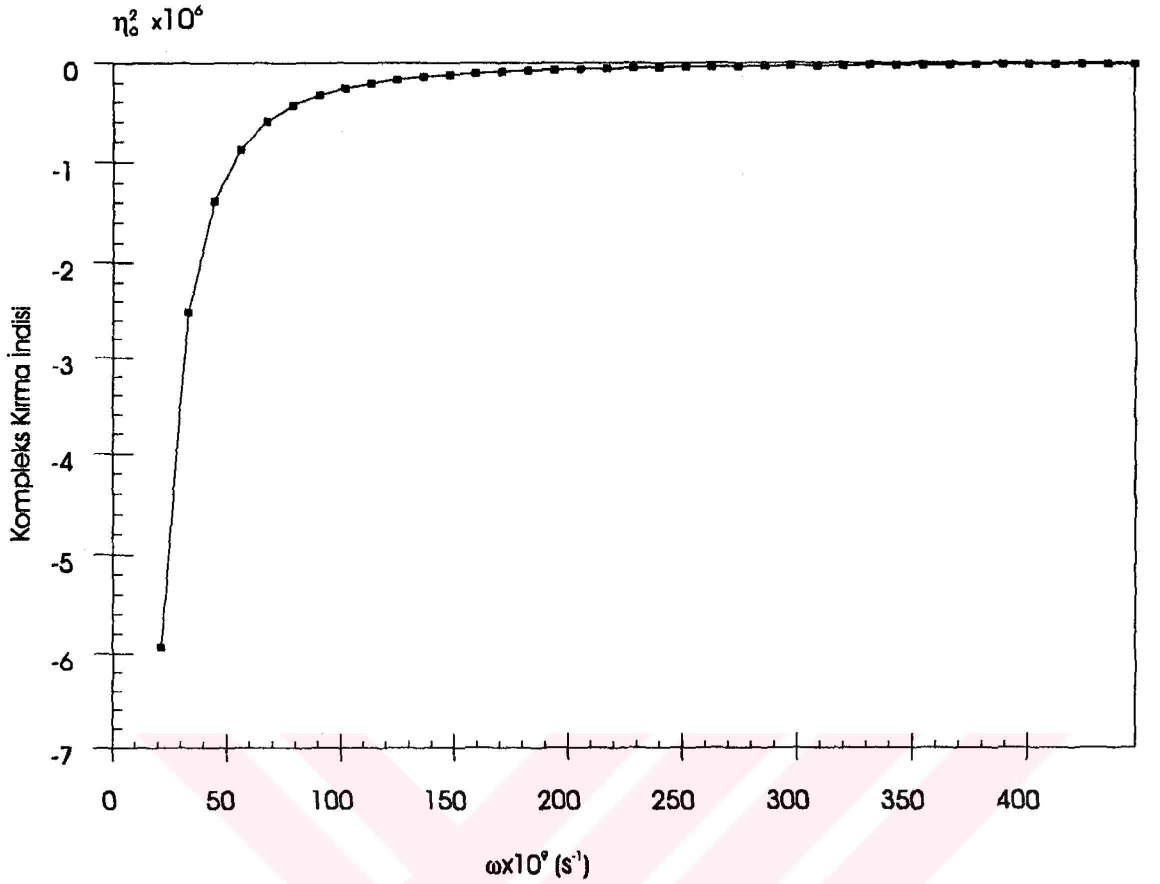
sonucu elde edilir. (3.18) ve (3.20) 'den

$$\eta_e^{\,2} = \varepsilon_{11} + \frac{\varepsilon_{13}^{\,2}}{\varepsilon_{33}}$$

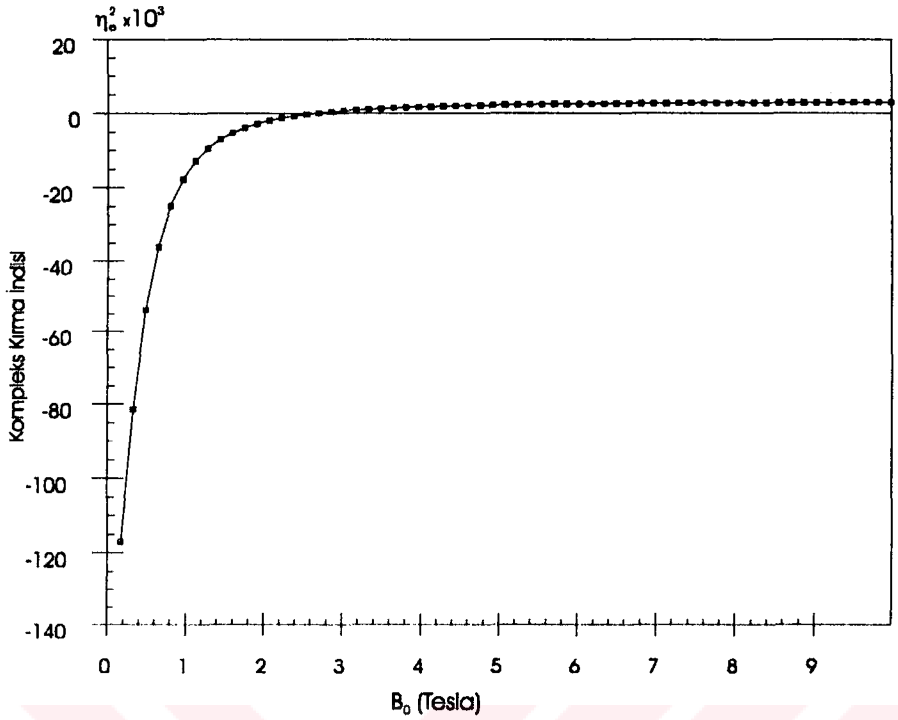
elde edilir. $\varepsilon_{33} = \varepsilon_{11}$ ise

$$\eta_e^{\,2} = \varepsilon_{11} + \frac{\varepsilon_{13}^{\,2}}{\varepsilon_{11}} \qquad (3.22)$$

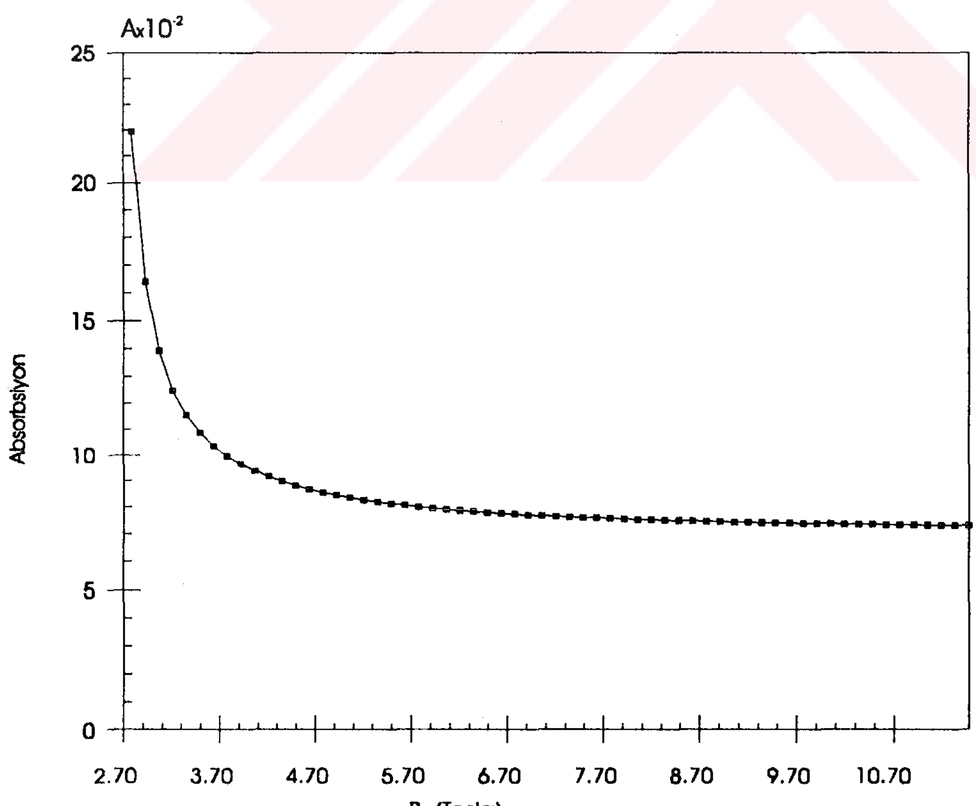
olur. Hesaplamalarda PbTe için $m_T = 0.024\ m_0$, $m_L = 0.24\ m_0$, $n = 2.07 \times 10^{23} m^{-3}$, $\omega = 4.4 \times 10^{11}\ s^{-1}$, $\varepsilon_\ell = 3.16 \times 10^3$ alınmıştır.[35,6] (3.21) no'lu denklemden de görüleceği gibi ordinary mod için kırma indisi (η_0) uygulanan dış magnetik alan şiddeti B_0 'dan bağımsız olup ω 'nın bir fonksiyonudur ve ω 'a bağlı olarak değişimi Şekil 3.4 'de görülmektedir. Extraordinary mod için kırma indisi $\eta_e^{\,2}$ 'nin $\vec{B}$ magnetik alana göre değişimi ise Şekil 3.5 'deki gibidir. Şekil 3.6 'da ise extraordinary mod için absorbsiyonun magnetik alana göre değişimi verilmiştir.



Şekil 3.4: PbTe 'de $\vec{B}$//[111] ve ışık $\vec{q}$//<001> iken ordinary dalga için kompleks kırma indisinin karesinin (η_o^2), gelen ışığın frekansına (ω) göre değişimi



Şekil 3.5: $\vec{B}//[111]$ ve ışık $\vec{q} < 001 >$ iken extraordinary mod için komplex kırma indisinin karesinin (η_e^2) uygulanan dış magnetik alana (B_0) 'a göre değişimi



Şekil 3.6: PbTe 'de $\vec{B}//[111]$ ve ışık $\vec{q}//<001>$ iken extraordinary dalga için absorbsiyonun uygulanan dış magnetik alana (B_0) göre değişimi

3.B.2: $\vec{B}$//<111> VE $\vec{q}$//<0$\bar{1}$1> İSE KOMPLEX KIRMA İNDİSİNİN VE ABSORBSİYONUN DIŞ MAGNETİK ALANA GÖRE DEĞİŞİMİ

Numune üzerine düşen ışığın $\vec{E}$ elektrik alanı,

$$\vec{E} = E_x e^{iq(-y+z)}\,\hat{x} + E_y e^{iq(-y+z)}\,\hat{y} + E_z e^{iq(-y+z)}\,\hat{z}$$

ise (3.14) denkleminin çözümü şöyle olur. Burada E_x, E_y, E_z elektrik alan vektörünün konumuna bağlı bileşenleri ve q ise dalga vektörü şiddetidir. Yani $\vec{q} = q(-\hat{y} + \hat{z})$ dir.

$$\vec{\nabla} = \hat{x}\,\frac{\partial}{\partial x} + \hat{y}\,\frac{\partial}{\partial y} + \hat{z}\,\frac{\partial}{\partial z}$$

$$\nabla^2\vec{E} = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\left(E_x e^{iqz}\,\hat{x} + E_y e^{iqz}\,\hat{y} + E_z e^{iqz}\,\hat{z}\right)$$

$$\nabla^2\vec{E} = -2q^2\vec{E} \tag{3.15}$$

ve

$$\vec{\nabla}\left(\vec{\nabla}.\vec{E}\right) = \left(\hat{x}\,\frac{\partial}{\partial x} + \hat{y}\,\frac{\partial}{\partial y} + \hat{z}\,\frac{\partial}{\partial z}\right)\left[\left(\hat{x}\,\frac{\partial}{\partial x} + \hat{y}\,\frac{\partial}{\partial y} + \hat{z}\,\frac{\partial}{\partial z}\right).\left(E_x e^{iqz}\,\hat{x} + E_y e^{iqz}\,\hat{y} + E_z e^{iqz}\,\hat{z}\right)\right]$$

$$= -q^2 E_y e^{iq(-y+z)}\hat{y} - q^2 E_z e^{iq(y+z)}\,\hat{z} \tag{3.24}$$

olur.(3.23) ve (3.24) no'lu deklemler (3.14) no'lu hareket denkleminde yerine konulursa denklemin çözümü aşağıdaki gibi olur.

$$\begin{pmatrix} 2q^2E_x \\ q^2E_y \\ q^2E_z \end{pmatrix} - \frac{\omega^2}{c^2}\begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & 0 & \varepsilon_{13} \\ 0 & \varepsilon_{22} & 0 \\ \varepsilon_{31} & 0 & \varepsilon_{33} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = 0$$

$$-\eta^2\begin{bmatrix} 2E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{11}E_x + \varepsilon_{13}E_z \\ \varepsilon_{22}E_y \\ \varepsilon_{31}E_x + \varepsilon_{33}E_z \end{bmatrix} = 0$$

Burada $\eta^2 = \frac{q^2c^2}{\omega^2}$ olup, η komplex kırma indisidir

$$\left(\varepsilon_{11} - 2\eta^2\right)E_x + \varepsilon_{13}E_z = 0 \qquad (3.25)$$

$$\left(\varepsilon_{22} - \eta^2\right)E_y = 0 \qquad (3.26)$$

$$\varepsilon_{31}E_x + \left(\varepsilon_{33} - \eta^2\right)E_z = 0 \qquad (3.27)$$

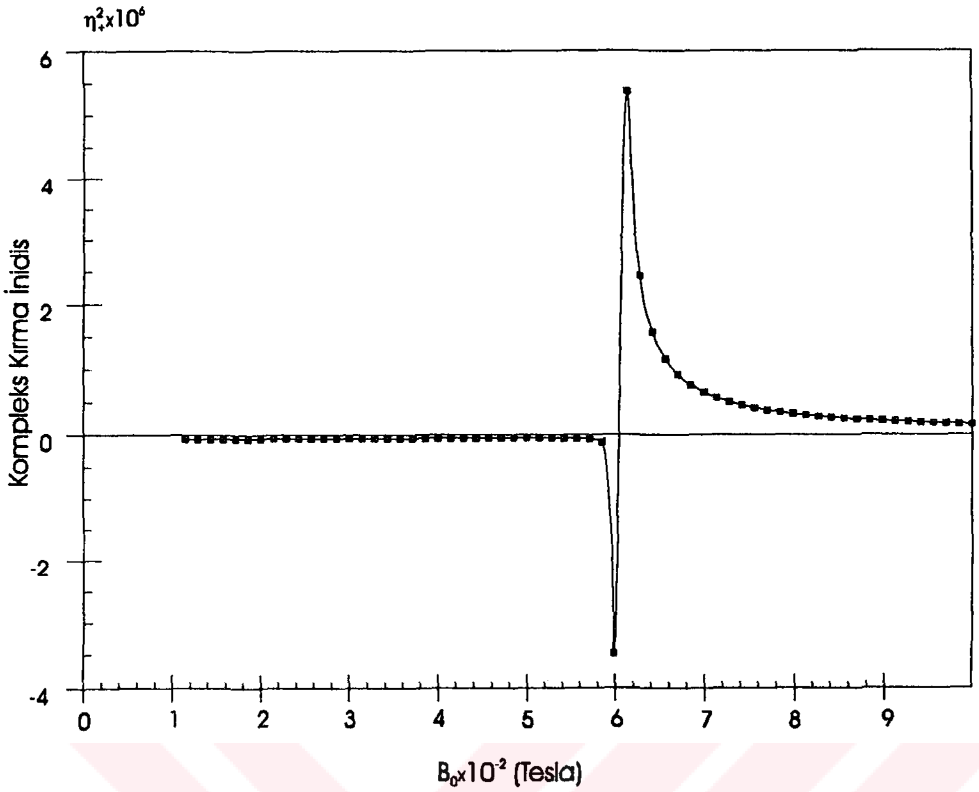
(3.26) no 'lu denklemden

$$\eta_0^2 = \varepsilon_{22} \qquad (3.28)$$

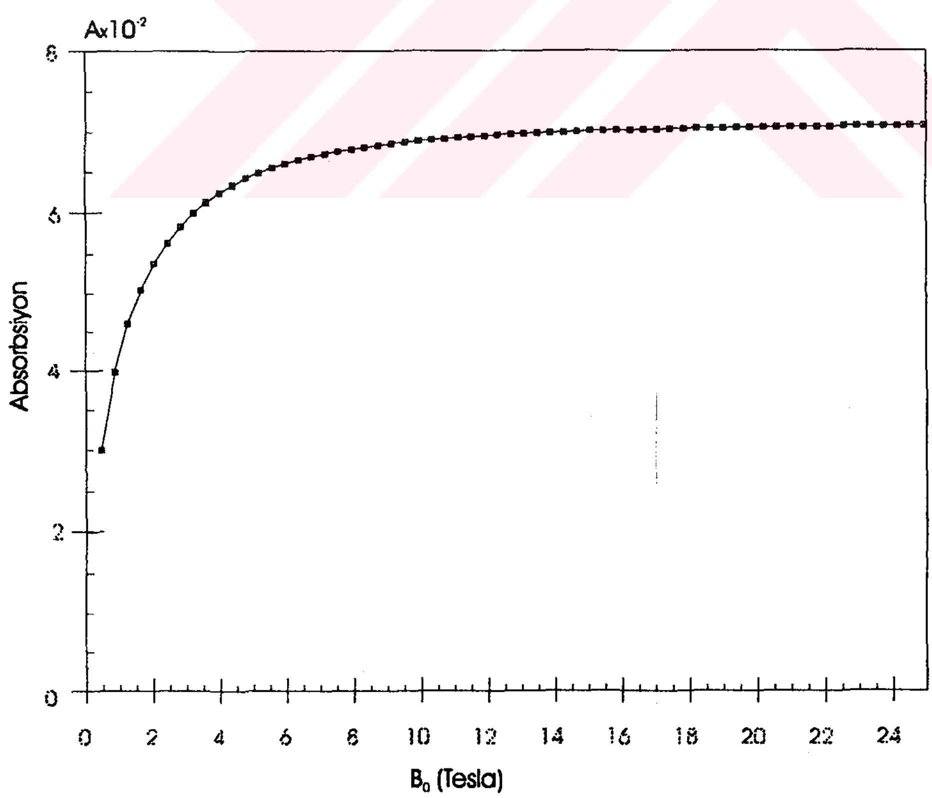
sonucu elde edilir. (3.25) ve (3.27) no 'lu denklem ortak çözülürse

$$\eta_\pm^2 = \frac{3\varepsilon_{11} \pm \sqrt{\varepsilon_{11}^2 - 8\varepsilon_{13}^2}}{4} \qquad (3.29)$$

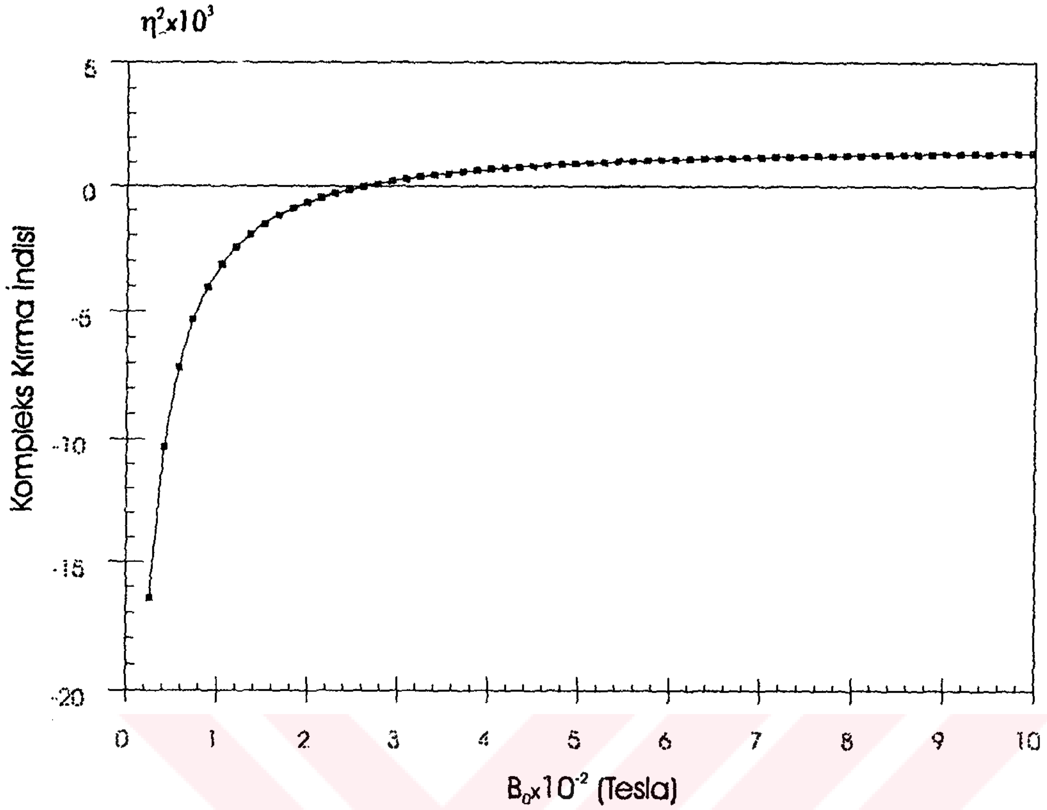
elde edilir. Hesaplamalarda PbTe için $m_T = 0.024\ m_0$, $m_L = 0.24\ m_0$, $n = 2.07 \times 10^{23} m^{-3}$, $\omega = 4.4 \times 10^{11}\ s^{-1}$, $\varepsilon_\ell = 3.16 \times 10^3$ alınmıştır.[35,6] (3.28) no'lu denklemden de görüleceği gibi ortamın ordinary mod için kırma indisi (η_0) uygulanan dış magnetik alan şiddeti B_0 'dan bağımsız olup ω 'nın bir fonksiyonudur ve ω 'a bağlı olarak değişimi Şekil 3.4 'dekinin aynısıdır. Denklem (3.29) 'a göre η_+^2 'nin B_0 'a göre değişimi Şekil 3.7 'deki gibidir. Şekil 3.8 'de ise Şekil 3.7 'e bağlı olarak absorbsiyonun B_0 'a göre değişimi elde edilmiştir. η_-^2 'nin B_0 'a göre değişimi ise Şekil 3.9 'daki gibi elde edilmiştir. Şekil 3.10 'da ise η_-^2 için absorbsiyon eğrisi elde edilmiştir.



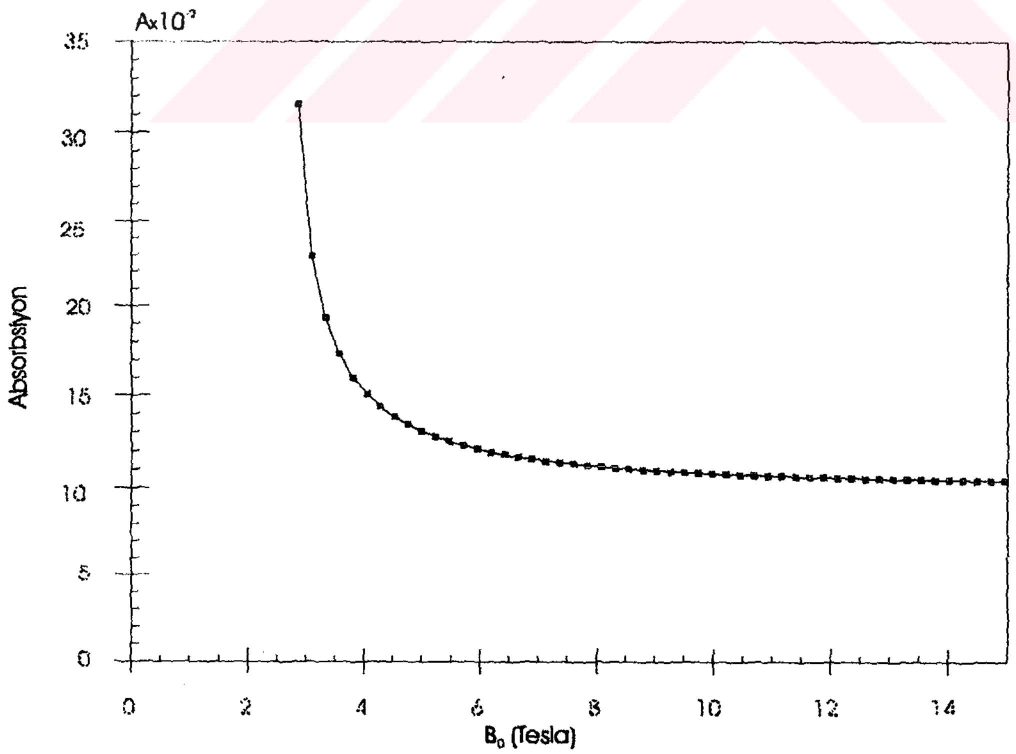
Şekil 3.7: $\vec{B}$// <111> ve $\vec{q}$// <0$\bar{1}$1> iken kompleks kırma indisinin karesinin (η_+^2) dış statik magnetik alana (B_0) göre değişimi



Şekil 3.8: $\vec{B}$//<111> ve $\vec{q}$ //<0$\bar{1}$1> iken absorbsiyonun (A) dış statik magnetik alana (B_0) göre değişimi



Şekil 3.9: $\vec{B}$// <111> ve $\vec{q}$// <0$\bar{1}$1> iken kompleks kırma indisinin karesinin (η^2) dış statik magnetik alana (B_0) göre değişimi



Şekil 3.10: $\vec{B}//<111>$ ve $\vec{q}//<0\bar{1}1>$ iken absorbsiyonun (A) dış statik magnetik alana göre değişimi

3.C $\vec{B}$ DIŞ MAGNETİK ALAN <001> DOĞRULTUSUNDA UYGULANDIĞI ZAMAN ETKİN KÜTLE VE İLETKENLİK TENSÖRLERİNİN ELDE EDİLMESİ

3.C.1 $\vec{B}$ DIŞ MAGNETİK ALAN k-UZAYINDA <001> DOĞRULTUSUNDA UYGULANDIĞI ZAMAN PbTe 'DE ETKİN KÜTLE TENSÖRÜNÜN BULUNMASI

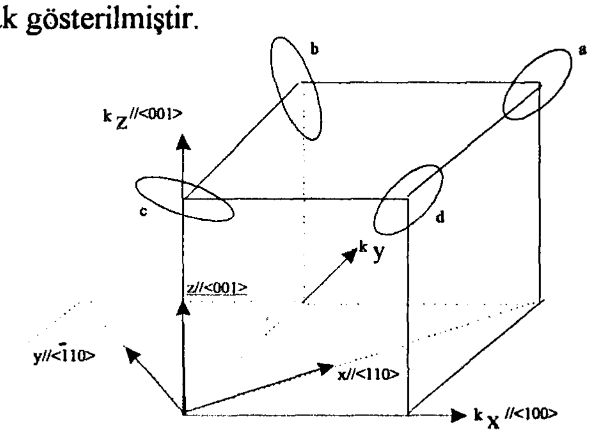
$\vec{B}$ magnetik alan <001> doğrultusunda iken , gerçek uzay koordinat eksenleri kristalin k-uzayındaki <110>, $\langle\bar{1}10\rangle$, <001> doğrultuları boyunca alınmıştır. x', y', z' elektron ceplerini temsil eden elipsoidlerin temel eksenleri , x, y, z ise gerçek uzayda seçilen koordinat eksenleri olarak verilmektedir. Etkin kütle tensörü, cep olarak adlandırdığımız elipsoidlerin temel eksen koordinatlarından, problemin geometrisine uygun olarak seçilen koordinat sistemine dönüştürülmelidir. Temel eksen sisteminde (x', y', z'), $\overline{\overline{m}}$ etkin kütle

$$\overline{\overline{m}} = \begin{pmatrix} m_T & 0 & 0 \\ 0 & m_T & 0 \\ 0 & 0 & m_L \end{pmatrix}$$

olur. Dört elipsoid (elektron cebi) için temel eksenler ise şöyledir.

a-cebi:	$x' // \langle 11\bar{2}\rangle$	$y' // \langle\bar{1}10\rangle$	$z' // \langle 111\rangle$
b-cebi:	$x' // \langle 1\bar{1}2\rangle$	$y' // \langle 110\rangle$	$z' // \langle\bar{1}11\rangle$
c-cebi:	$x' // \langle 112\rangle$	$y' // \langle\bar{1}10\rangle$	$z' // \langle\bar{1}\bar{1}1\rangle$
d-cebi:	$x' // \langle 1\bar{1}\bar{2}\rangle$	$y' // \langle 110\rangle$	$z' // \langle 1\bar{1}1\rangle$

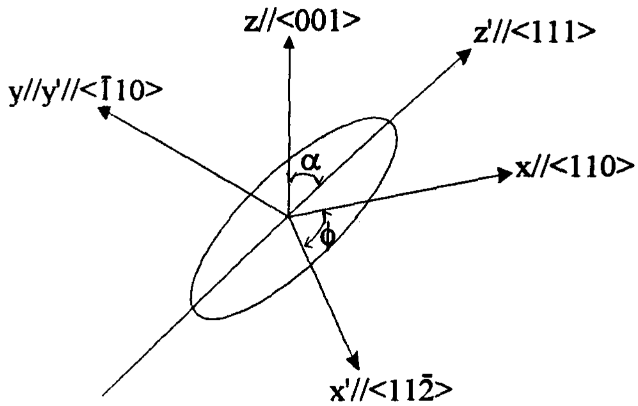
Elipsoidlerin temel eksenleri sisteminde bilinen etkin kütle tensörünü x,y,z koordinat sistemine dönüştürmek için dönüşüm mat-risine ihtiyaç vardır. Aşağıda her bir elektron cebi için açıkça etkin kütlelerinin elde edilişi verilmiştir. Şekil 3.11 'de görüldüğü gibi k-uzayındaki birim hücre üzerinde koordinat eksenleri ve dört elektron cebi şematik olarak gösterilmiştir.



Şekil 3.11: Problemin koordinat eksenlerinin ve elektron ceplerinin k-uzayında birim hücre üzerinde gösterilmesi

:

a-cebi:



Şekil 3.12 a-cebi ve bu cebe ait temel eksen koordinatları ile problemin koordinat eksenlerini karakterize eden geometri

Yukarıdaki şekilde a-cebinin temel eksen koordinatları ve gerçek uzaydaki koordinat eksenleri gösterilmiştir. Şekildeki α ve ϕ açıları için aşağıdaki değerler bulunmuştur.

x ile x′ arasındaki açı

$$x.x' = |x|.|x'|\cos\phi$$
$$<110><11\bar{2}> = \sqrt{2}\sqrt{6}\cos\phi$$

$$\cos\phi = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

ve

z ile z' arasındaki açı

$$z.z' = |z|.|z'|\cos\alpha$$
$$<001><111> = \sqrt{3}\sqrt{1}\cos\alpha$$

$$\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

ise bu netice bizi $\phi = \alpha$ sonucuna götürür. Bu arada $y' \perp x'$ ve $y' \perp z'$ 'dür. Ayrıca $y'//y \perp x \perp z$ 'dir. O halde y' etrafında $(-\phi)$ kadar dönme yapılırsa z', z ekseni ile çakışırken, $\phi = \alpha$ olduğu için de x' ile de x ekseni çakışacaktır. Saat yönündeki dönme (-) alınmıştır. Aşağıda a-cebinin etkin kütlesi elde edilmiştir.

$$\overline{\overline{M}}_a = \overline{\overline{R}}^{-1}\,\overline{\overline{M}}\,\overline{\overline{R}}$$

ise

$$\overline{\overline{M}}_a = \begin{pmatrix} \cos\phi & 0 & -\sin\phi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\phi & 0 & \cos\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_T & 0 & 0 \\ 0 & m_T & 0 \\ 0 & 0 & m_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\phi & 0 & \sin\phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\phi & 0 & \cos\phi \end{pmatrix}$$

şeklinde yazılır. Bu üçlü matris çarpımı yapılırsa

$$\overline{\overline{M}}_a = \begin{pmatrix} m_T\cos^2\phi + m_L\sin^2\phi & 0 & -(m_T - m_L)\sin\phi\cos\phi \\ 0 & m_T & 0 \\ -(m_T - m_L)\sin\phi\cos\phi & 0 & m_T\sin^2\phi + m_L\cos^2\phi \end{pmatrix}$$

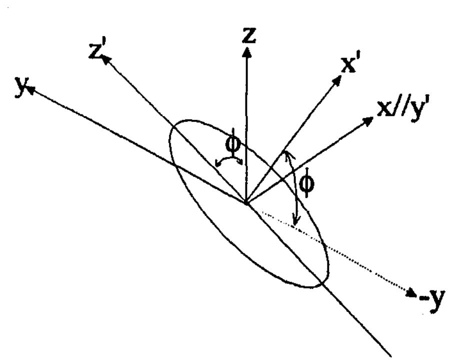
elde edilir. Burada $\cos\phi = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $\cos^2\phi = \frac{1}{3}$, $\sin\phi = \sqrt{\frac{2}{3}}$, $\sin^2\phi = \frac{2}{3}$ olduğundan

a-cebi için etkin kütle tensörü

$$\overline{\overline{M}}_a = \begin{pmatrix} \frac{1}{3}(m_T + 2m_L) & 0 & -\frac{\sqrt{2}}{3}(m_T - m_L) \\ 0 & m_T & 0 \\ -\frac{\sqrt{2}}{3}(m_T - m_L) & 0 & \frac{1}{3}(2m_T + m_L) \end{pmatrix} \tag{3.30}$$

şeklide verilir.

b-cebi :

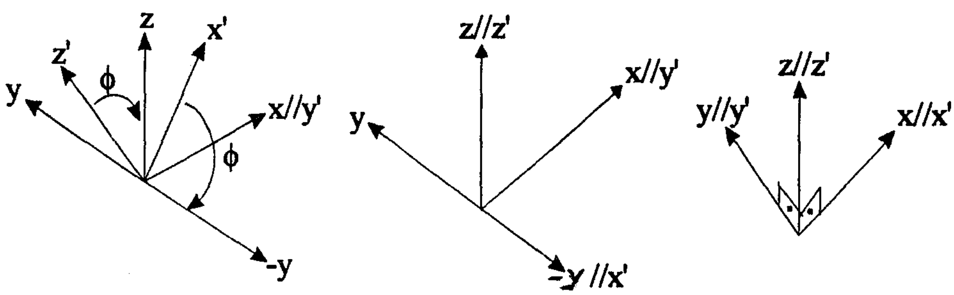


Şekil 3.13: b-cebi ve bu cebe ait temel eksen koordinatları ile gerçek uzaydaki koordinat eksenlerini karakterize eden geometri

Şekil 3.13 'den de görüldüğü gibi z' ile z arasındaki ϕ açısının değeri

$$<\bar{1}11><001> = \sqrt{3}\sqrt{1}\cos\phi$$
$$1 = \sqrt{3}\cos\phi$$
$$\cos\phi = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

olarak bulunursa, x' ile $-y$ arasındaki açı z' ile z arasındaki açıya eşittir. Yani x etrafında $+\phi$ dönmesi yapılırsa z', z ekseniyle çakışırken x' ekseni de $-y$ 'ye kayacaktır.



Şekil 3.14: Dönme sonucu eksenlerin yeni durumu

Şekil 3.14 'den de görüleceği gibi henüz x ile x' ve y ile y' çakışmamıştır. $x \perp x'$ ve $y \perp y'$ olduğu için ve de $z' \perp x' \perp y'$ ise z' etrafında $+\frac{\pi}{2}$ kadar ikinci bir dönme yapılırsa y', y ekseni ile çakışırken x' ile de x ekseni çakışacaktır.İlk olarak y' etrafında $+\phi$ kadar dönme yapılırsa ve ilk rotasyon sonucunda $\overline{\overline{M}}_{R_1}$ etkin kütlesi için

$$\overline{\overline{M}}_{R_1} = \overline{\overline{R}}_1^{-1}\,\overline{\overline{M}}\,\overline{\overline{R}}_1$$

ifadesi yazılırsa , ilk rotasyon sonucunda etkin kütle tensörü şöyle olur.

$$\overline{\overline{M}}_{R_1} = \begin{pmatrix} \cos\phi & 0 & -\sin\phi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\phi & 0 & \cos\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_T & 0 & 0 \\ 0 & m_T & 0 \\ 0 & 0 & m_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\phi & 0 & \sin\phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\phi & 0 & \cos\phi \end{pmatrix}$$

$$\overline{\overline{M}}_{R_1} = \begin{pmatrix} m_T\cos^2\phi + m_L\sin^2\phi & 0 & (m_T - m_L)\sin\phi\cos\phi \\ 0 & m_T & 0 \\ (m_T - m_L)\sin\phi\cos\phi & 0 & m_T\sin^2\phi + m_L\cos^2\phi \end{pmatrix}$$

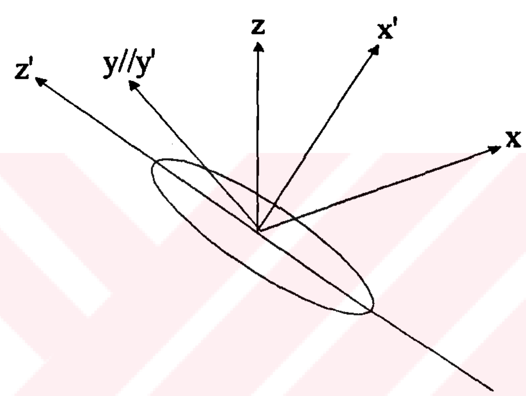
İkinci olarak da z' etrafında $+\frac{\pi}{2}$ kadar bir dönme yapılırsa

$$\overline{\overline{M}}_{R_2} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_T \cos^2\phi + m_L \sin^2\phi & 0 & (m_T - m_L)\sin\phi\cos\phi \\ 0 & m_T & 0 \\ (m_T - m_L)\sin\phi\cos\phi & 0 & m_T \sin^2\phi + m_L \cos^2\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

olur. Bu çarpım yapılırsa b- cebi için etkin kütle tensörü

$$\overline{\overline{M}}_b = \begin{pmatrix} m_T & 0 & 0 \\ 0 & m_T \cos^2\phi + m_L \sin^2\phi & (m_T - m_L)\sin\phi\cos\phi \\ 0 & (m_T - m_L)\sin\phi\cos\phi & m_T \sin^2\phi + m_L \cos^2\phi \end{pmatrix} \tag{3.31}$$

c-cebi:



Şekil 3.15 c-cebi ve bu cebe ait temel eksen koordinatları ile gerçek uzaydaki koordinat eksenlerini karakterize eden geometri

z' ile z arasındaki açı

$z' . z = |z'| . |z| \cos\phi$

$\cos\phi = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

x' ile x arasındaki açı

$x' \cdot x = |x'| . |x| \cos\alpha$

$\cos\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

ise ve y' // y ⊥z ⊥ x olduğuna göre, sistem y' etrafında +ϕ kadar döndürülürse z' ile z ekseni çakışırken $\phi = \alpha$ olduğu için de x' ile de x ekseni çakışacaktır. Bu cebin a-cebinden tek farkı +ϕ dönmesinin yapılmasıdır. Buna göre c-cebi için etkin kütle tensörü

$$\overline{\overline{M}}_c = \begin{pmatrix} m_T \cos^2\phi + m_L \sin^2\phi & 0 & (m_T - m_L)\sin\phi\cos\phi \\ 0 & m_T & 0 \\ (m_T - m_L)\sin\phi\cos\phi & 0 & m_T \sin^2\phi + m_L \cos^2\phi \end{pmatrix}$$

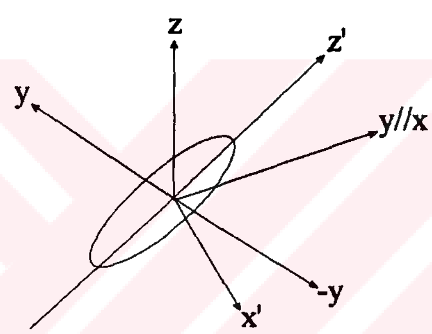
olur.Burada $\cos\phi = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $\cos^2\phi = \frac{1}{3}$, $\sin\phi = \sqrt{\frac{2}{3}}$, $\sin^2\phi = \frac{2}{3}$ olduğundan

c-cebi için etkin kütle tensörü

$$\overline{\overline{M}}_c = \begin{pmatrix} \frac{1}{3}(m_T + 2m_L) & 0 & \frac{\sqrt{2}}{3}(m_T - m_L) \\ 0 & m_T & 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{3}(m_T - m_L) & 0 & \frac{1}{3}(2m_T + m_L) \end{pmatrix} \tag{3.32}$$

şeklinde olur.

d-cebi:



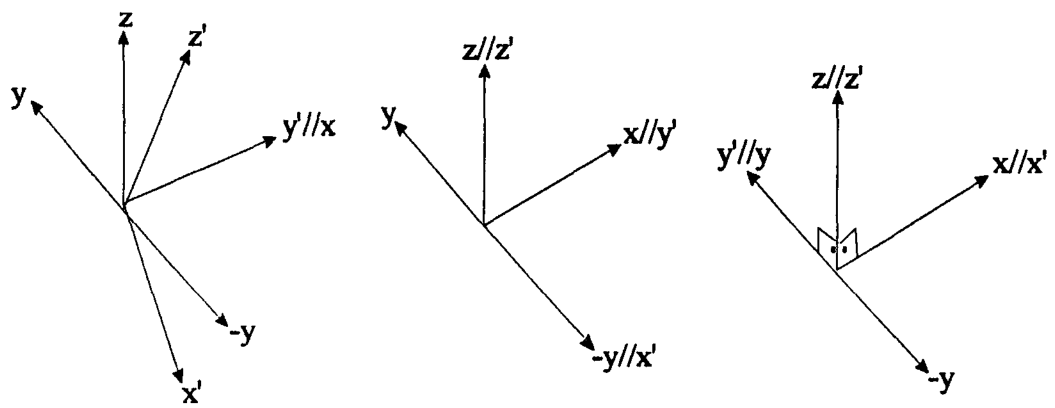
Şekil 3.16: d-cebi ve bu cebe ait temel eksen koordinatları ile problemin koordinat eksenlerini karakterize eden geometri

z ile z' arasındaki açı ve x' ile x arasındaki açı $\cos\phi = \cos\beta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ dür. Ayrıca

$y' \perp z' \perp x'$ $\qquad$ $x \perp y \perp z$

$y' \perp z' \perp z$ $\qquad$ $y' \perp y \perp -y$

olduğu görülmektedir. z ile z' arasındaki açı x' ile -y arasındaki açıya eşit ise y' etrafında (-ϕ) dönmesi yapılırsa , z' ile z ekseni çakışırken x' ekseni ise -y konumuna gelecektir. Çünkü $\phi = \beta$ 'dır. Eksenlerin dönmesi aşağıda şematik olarak gösterilmiştir.



Şekil 3.17: Dönme sonucu eksenlerin yeni durumu

x' ile x ekseninin ve y' ile y ekseninin çakışması için z' etrafında $+\frac{\pi}{2}$ kadar ikinci bir rotasyon daha yapılmalıdır. Böylece üç eksende problemin koordinat eksenleriyle çakışmış olacaktır. İlk olarak y' etrafında $(-\phi)$ dönmesi yapılırsa

$$\overline{\overline{M}}_{R1} = \begin{pmatrix} \cos\phi & 0 & -\sin\phi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\phi & 0 & \cos\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_T & 0 & 0 \\ 0 & m_T & 0 \\ 0 & 0 & m_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\phi & 0 & \sin\phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\phi & 0 & \cos\phi \end{pmatrix}$$

$$\overline{\overline{M}}_{R1} = \begin{pmatrix} m_T\cos^2\phi + m_L\sin^2\phi & 0 & -(m_T - m_L)\sin\phi\cos\phi \\ 0 & m_T & 0 \\ -(m_T - m_L)\sin\phi\cos\phi & 0 & m_T\sin^2\phi + m_L\cos^2\phi \end{pmatrix}$$

olur. Sonra z' etrafında $+\frac{\pi}{2}$ kadar daha döndürülürse d-cebi için etkin kütle tensörü için aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\overline{\overline{M}}_d = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_T\cos^2\phi + m_L\sin^2\phi & 0 & -(m_T - m_L)\sin\phi\cos\phi \\ 0 & m_T & 0 \\ -(m_T - m_L)\sin\phi\cos\phi & 0 & m_T\sin^2\phi + m_L\cos^2\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Bu işlem yapılırsa

$$\overline{\overline{M}}_d = \begin{pmatrix} m_T & 0 & 0 \\ 0 & m_T \cos^2\phi + m_L \sin^2\phi & -(m_T - m_L)\sin\phi\cos\phi \\ 0 & -(m_T - m_L)\sin\phi\cos\phi & m_T \sin^2\phi + m_L \cos^2\phi \end{pmatrix} \qquad (3.33)$$

olur.

3.C.2: $\vec{B}$//<001>VE IŞIK $\vec{q}$//<100>İSE PbTe 'DE İLETKENLİK TENSÖRÜ HESABI

a-cebi: a- cebi için etkin kütle tensörü (3.30) no'lu ifadeden de görüleceği gibi

$$\overline{\overline{M}}_a = \begin{pmatrix} \frac{1}{3}(m_T + 2m_L) & 0 & -\frac{\sqrt{2}}{3}(m_T - m_L) \\ 0 & m_T & 0 \\ -\frac{\sqrt{2}}{3}(m_T - m_L) & 0 & \frac{1}{3}(2m_T + m_L) \end{pmatrix}$$

$$\overline{\overline{M}}_a = \begin{bmatrix} \alpha & 0 & -\gamma \\ 0 & m_T & 0 \\ -\gamma & 0 & \beta \end{bmatrix}$$

şeklindeydi. Burada $\alpha = \frac{1}{3}(m_T + 2m_L)$, $\beta = \frac{1}{3}(2m_T + m_L)$, $\gamma = \frac{\sqrt{2}}{3}(m_T - m_L)$ olarak alınmıştır. a-cebi için

$$\overline{\overline{\sigma}}_a = \sigma_0 \left[\overline{\overline{M}}_a + \vec{b} \times \overline{\overline{I}}\right]^{-1}$$

ifadesinden iletkenlik tensörü bulunur. Eğer $\vec{B}$/ /<001> ise

$$\vec{b} \times \overline{\overline{I}} = \begin{pmatrix} 0 & -b & 0 \\ b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

olur. Bu ifade elde edilirken yapılan ara işlemler Ek 4 'deki gibi elde edilir.

$$\overline{\overline{G}}^{-1} = \left[\overline{\overline{M}}_a + \vec{b} \times \overline{\overline{I}}\right]^{-1} = \begin{pmatrix} \alpha & -b & -\gamma \\ b & m_T & 0 \\ -\gamma & 0 & b \end{pmatrix}^{-1}$$

şeklindeki matrisin tersini bulalım.

$$\overline{\overline{G}}^{-1} = \frac{ekG^T}{\det \overline{\overline{G}}}$$

şeklinde elde edilir. Aşağıda ek$\overline{\overline{G}}$ matrisinin elemanları bulunmuştur.

$g_{11} = m_T \beta$ $\quad$ $g_{21} = b\,\beta$ $\quad$ $g_{31} = \gamma\, m_T$

$g_{12} = -b\,\beta$ $\quad$ $g_{22} = (\alpha\,\beta - \gamma^2)$ $\quad$ $g_{32} = -b\,\gamma$

$g_{13} = m_T \gamma$ $\quad$ $g_{23} = \gamma\, b$ $\quad$ $g_{33} = (\alpha\, m_T + b^2)$,

$$\det\overline{\overline{G}} = \alpha\,\beta\, m_T - \gamma^2 m_T + b^2\beta = \Delta$$

ise a-cebi için iletkenlik tensörü

$$\overline{\overline{\sigma}}_a = \frac{\sigma_0}{\Delta}\begin{bmatrix} m_T\beta & b\,\beta & \gamma\, m_T \\ -b\,\beta & \alpha\,\beta-\gamma^2 & -b\,\gamma \\ m_T\gamma & \gamma\, b & \alpha\, m_T + b^2 \end{bmatrix} \tag{3.34}$$

olarak verilir.

b-cebi: b-cebi için etkin kütle tensörü (3.31) no'lu ifadeden de görüleceği gibi

$$\overline{\overline{M}}_b = \begin{pmatrix} m_T & 0 & 0 \\ 0 & m_T\cos^2\phi + m_L\sin^2\phi & (m_T - m_L)\sin\phi\cos\phi \\ 0 & (m_T - m_L)\sin\phi\cos\phi & m_T\sin^2\phi + m_L\cos^2\phi \end{pmatrix}$$

şeklindeydi. $\cos\phi = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $\cos^2\phi = \frac{1}{3}$, $\sin\phi = \sqrt{\frac{2}{3}}$, $\sin^2\phi = \frac{2}{3}$ olduğundan

$$\overline{\overline{M}}_b = \begin{pmatrix} m_T & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & \gamma \\ 0 & \gamma & \beta \end{pmatrix}$$

olur. Burada, $\alpha = \frac{1}{3}(m_T + 2m_L)$, $\beta = \frac{1}{3}(2m_T + m_L)$, $\gamma = \frac{\sqrt{2}}{3}(m_T - m_L)$ dir.

b-cebi için iletkenlik tensör ifadesi

$$\overline{\overline{\sigma}}_b = \sigma_0\left[\overline{\overline{M}}_b + \vec{b}\times\overline{\overline{I}}\right]^{-1}$$

şeklinde idi. $\overline{\overline{X}}^{-1} = \left[\overline{\overline{M}}_b + \vec{b} \times \overline{\overline{II}}\right]^{-1}$ ise aşağıda ara işlemler yapılarak b-cebi için iletkenlik tensörü elde edilmiştir.

$$\overline{\overline{X}}^{-1} = \frac{ekX^T}{\det \overline{\overline{X}}}$$

olarak verilir.

$$\overline{\overline{X}} = \begin{pmatrix} m_T & -b & 0 \\ b & \alpha & \gamma \\ 0 & \gamma & \beta \end{pmatrix}$$

ise ekX matrisinin elemanları da aşağıdaki gibi olur.

$$x_{11} = (\alpha\beta - \gamma^2) \qquad x_{21} = b\beta \qquad x_{31} = -b\gamma$$

$$x_{12} = -b\beta \qquad x_{22} = m_T\beta \qquad x_{32} = -m_T\gamma$$

$$x_{13} = b\gamma \qquad x_{23} = -m_T\gamma \qquad x_{33} = (m_T\alpha + b^2)$$

$$\det \overline{\overline{X}} = m_T\,\alpha\,\beta + b^2\beta - m_T\gamma^2 = \Delta$$

ise b-cebi için iletkenlik tensörü

$$\overline{\overline{\sigma}}_b = \frac{\sigma_0}{\Delta}\begin{bmatrix} \alpha\beta - \gamma^2 & b\beta & -b\gamma \\ -b\beta & m_T\beta & -m_T\gamma \\ b\gamma & -m_T\gamma & m_T\alpha + b^2 \end{bmatrix} \tag{3.35}$$

şeklinde olur.

c-cebi: c-cebi için etkin kütle tensörü (3.32) no'lu ifadeden de görüleceği gibi

$$\overline{\overline{M}}_c = \begin{pmatrix} \frac{1}{3}(m_T + 2m_L) & 0 & \frac{\sqrt{2}}{3}(m_T - m_L) \\ 0 & m_T & 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{3}(m_T - m_L) & 0 & \frac{1}{3}(2m_T + m_L) \end{pmatrix}$$

şeklindeydi. Burada, $\alpha = \frac{1}{3}(m_T + 2m_L)$, $\beta = \frac{1}{3}(2m_T + m_L)$, $\gamma = \frac{\sqrt{2}}{3}(m_T - m_L)$ ise

$$\overline{\overline{M}}_c = \begin{pmatrix} \alpha & 0 & \gamma \\ 0 & m_T & 0 \\ \gamma & 0 & \beta \end{pmatrix}$$

şeklinde de yazılabilir. c-cebi için iletkenlik tensörü ifadesi

$$\overline{\overline{\sigma}}_c = \sigma_0 \left[\overline{\overline{M}}_c + \vec{b} \times \overline{\overline{I}}\right]^{-1}$$

şeklinde ise ve parantez içindeki ifadeye de $\overline{\overline{Y}}$ denilirse

$$\overline{\overline{Y}} = \begin{pmatrix} \alpha & -b & \gamma \\ b & m_T & 0 \\ \gamma & 0 & \beta \end{pmatrix}$$

olur.

$$\overline{\overline{Y}}^{-1} = \frac{ekY^T}{\det \overline{\overline{Y}}}$$

ifadesinden hareketle ekY matrisinin elemanları aşağıda bulunarak $\overline{\overline{Y}}^{-1}$ matrisi oluşturulmuş ve c-cebi için iletkenlik tensörü ifadesi elde edilmiştir. ekY matrisinin elemanları ise aşağıdaki gibi verilir.

$$\begin{array}{lll} y_{11} = m_T\,\beta & y_{21} = b\,\beta & y_{31} = -m_T\,\gamma \\ y_{12} = -b\,\beta & y_{22} = \alpha\,\beta - \gamma^2 & y_{32} = b\,\gamma \\ y_{13} = -\gamma\ m_T & y_{23} = -\gamma\ b & y_{33} = \alpha\,m_T + b^2 \end{array}$$

şeklindedir.

$$\begin{aligned} \det \overline{\overline{Y}} &= \alpha\,\beta\ m_T - m_T\,\gamma^2 + b^2\,\beta \\ &= m_T{}^2\,m_L + b^2\beta - m_T\,\gamma^2 \end{aligned}$$

ise ve $\det \overline{\overline{Y}} = \Delta$ denilirse c-cebi için iletkenlik tensörü

$$\overline{\overline{\sigma}}_c = \frac{\sigma_0}{\Delta} \begin{pmatrix} m_T\,\beta & b\,\beta & -m_T\,\gamma \\ -b\,\beta & \alpha\,\beta - \gamma^2 & b\,\gamma \\ -\gamma\ m_T & -\gamma\,b & \alpha\,m_T + b^2 \end{pmatrix} \tag{3.36}$$

olur.

d-cebi: d-cebi için etkin kütle tensörü (3.33) no'lu ifadeden de görüleceği gibi

$$\overline{\overline{M}}_d = \begin{pmatrix} m_T & 0 & 0 \\ 0 & m_T\cos^2\phi + m_L\sin^2\phi & -(m_T - m_L)\sin\phi\cos\phi \\ 0 & -(m_T - m_L)\sin\phi\cos\phi & m_T\sin^2\phi + m_L\cos^2\phi \end{pmatrix}$$

idi. Burada, $\cos\phi = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $\cos^2\phi = \frac{1}{3}$, $\sin\phi = \sqrt{\frac{2}{3}}$, $\sin^2\phi = \frac{2}{3}$ ise ve de

$\alpha = \frac{1}{3}(m_T + 2m_L)$, $\beta = \frac{1}{3}(2m_T + m_L)$, $\gamma = \frac{\sqrt{2}}{3}(m_T - m_L)$ alınırsa d-cebi için etkin kütle tensörü aşağıdaki formu alır.

$$\overline{\overline{M}}_d = \begin{pmatrix} m_T & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & -\gamma \\ 0 & -\gamma & \beta \end{pmatrix}$$

İletkenlik tensör ifadesi de

$$\overline{\overline{\sigma}}_d = \sigma_0 \left[\overline{\overline{M}}_d + \vec{b} \times \overline{\overline{II}}\right]^{-1}$$

şeklinde yazılır. Burada parantez içindeki ifadeye $\overline{\overline{Z}}$ denilirse

$$\overline{\overline{Z}}^{-1} = \frac{ekZ^T}{\det\overline{\overline{Z}}}$$

ifadesiyle bulunur. Aşağıda sırasıyla ekZ matrisinin elemanları bulunmuş ve d-cebi için iletkenlik tensörü ifadesi elde edilmiştir. ekZ matrisinin elemanları ise şöyledir.

$z_{11} = \alpha\beta - \gamma^2$ $\quad z_{21} = b\beta$ $\quad z_{31} = b\gamma$

$z_{12} = -b\beta$ $\quad z_{22} = m_T\beta$ $\quad z_{32} = m_T\gamma$

$z_{13} = -b\gamma$ $\quad z_{23} = m_T\gamma$ $\quad z_{33} = m_T\alpha + b^2$

$\det\overline{\overline{Z}} = m_T\alpha\beta + b^2\beta - m_T\gamma^2 = \Delta$

ise, d-cebi için iletkenlik tensörü

$$\overline{\overline{\sigma}}_d = \frac{\sigma_0}{\Delta}\begin{pmatrix} \alpha\beta - \gamma^2 & b\beta & b\gamma \\ -b\beta & m_T\beta & m_T\gamma \\ -b\gamma & m_T\gamma & m_T\alpha + b^2 \end{pmatrix} \qquad (3.37)$$

olur.
Toplam iletkenlik tensörü ise dört elektron cebinin iletkenlik tensörlerinin toplamına eşit olacaktır. Yani,

$$\overline{\overline{\sigma}}_{\langle 001\rangle} = \overline{\overline{\sigma}}_a + \overline{\overline{\sigma}}_b + \overline{\overline{\sigma}}_c + \overline{\overline{\sigma}}_d \qquad (3.38)$$

şeklinde yazılacaktır. (3.38) no'lu ifaden hareketle

$$\overline{\overline{\sigma}}_{\langle 001\rangle} = \frac{\sigma_0}{\Delta}\begin{pmatrix} 2\left(m_T\,\beta+\alpha\,\beta-\gamma^2\right) & 4b\,\beta & 0 \\ -4b\,\beta & 2\left(m_T\,\beta+\alpha\,\beta-\gamma^2\right) & 0 \\ 0 & 0 & 4\left(m_T\,\alpha+b^2\right) \end{pmatrix}$$

olur. Burada, $\alpha = \frac{1}{3}(m_T + 2m_L)$, $\beta = \frac{1}{3}(2m_T + m_L)$, $\gamma = \frac{\sqrt{2}}{3}(m_T - m_L)$ dır. Tekrar düzenleme yapılırsa, toplam iletkenlik tensörü

$$\overline{\overline{\sigma}}_{\langle 001\rangle} = \frac{2\sigma_0}{\Delta}\begin{pmatrix} \frac{2}{3}m_T(m_T+2m_L) & \frac{2}{3}b(2m_T+m_L) & 0 \\ -\frac{2}{3}b(2m_T+m_L) & \frac{2}{3}m_T(m_T+2m_L) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{3}\left[m_T(m_T+2m_L)+3b^2\right] \end{pmatrix}$$

$$\overline{\overline{\sigma}}_{\langle 001\rangle} = \frac{4\sigma_0}{3\Delta}\begin{pmatrix} m_T(m_T+2m_L) & b\,(2m_T+m_L) & 0 \\ -b\,(2m_T+m_L) & m_T(m_T+2m_L) & 0 \\ 0 & 0 & m_T(m_T+2m_L)+3b^2 \end{pmatrix} \qquad (3.39)$$

olur. Burada

$$\Delta = \alpha\,\beta\;\; m_T - \gamma^2\, m_T + b^2\beta$$

$$\Delta = m_T{}^2 m_L + \frac{1}{3}b^2(2m_T + m_L)$$

$\vec{B}$ magnetik alan <001> doğrultusuna paralel ise ve ışık $\vec{q}$ //<100> ise, kırma indisinin ve absorbsiyonun magnetik alana göre değişimini incelemek için (3.13), (3.14), no'lu ifadeleri kendi problemimize uygulayalım.
Işık $\vec{q}$ //<100> ise, elektrik alan için

$$\vec{E} = E_x\, e^{iqx}\,\hat{x} + E_y\, e^{iqx}\,\hat{y} + E_z\, e^{iqx}\,\hat{z}$$

yazılabilir. (3.14) no'lu ifade

$$\vec{\nabla}\left(\vec{\nabla}.\vec{E}\right)-\nabla^2\vec{E}-\frac{\omega^2}{c^2}\;\overset{=}{\varepsilon}\;\vec{E}=0 \qquad (3.40)$$

şeklinde de yazılabilir. (3.40) no'lu ifade açılırsa

$$\vec{\nabla}(\vec{\nabla}.\vec{E})=\left(\hat{x}\frac{\partial}{\partial x}+\hat{y}\frac{\partial}{\partial y}+\hat{z}\frac{\partial}{\partial z}\right)\left[\left(\hat{x}\frac{\partial}{\partial x}+\hat{y}\frac{\partial}{\partial y}+\hat{z}\frac{\partial}{\partial z}\right).\left(E_x e^{iqx}\hat{x}+E_y e^{iqx}\hat{y}+E_z e^{iqx}\hat{z}\right)\right]$$

$$=\left(\hat{x}\frac{\partial}{\partial x}+\hat{y}\frac{\partial}{\partial y}+\hat{z}\frac{\partial}{\partial z}\right)\left(i\,q\,E_x e^{iqx}\right)$$

$$\vec{\nabla}\left(\vec{\nabla}.\vec{E}\right)=-q^2 E_x e^{iqx}\,\hat{x}$$

ve

$$\nabla^2\vec{E}=\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\left(E_x e^{iqx}\hat{x}+E_y e^{iqx}\hat{y}+E_z e^{iqx}\hat{z}\right)$$

$$=\left(-q^2E_x\hat{x}-q^2E_y\hat{y}-q^2E_z\hat{z}\right)e^{iqx}$$

$$\nabla^2\vec{E}=-q^2\vec{E}$$

ise (3.40) no'lu ifade aşağıdaki formu alır.

$$-q^2E_x e^{iqx}\hat{x}+q^2\left(E_x e^{iqx}\hat{x}+E_y e^{iqx}\hat{y}+E_z e^{iqx}\hat{z}\right)-\frac{\omega^2}{c^2}\overset{=}{\varepsilon}\;\vec{E}=0$$

Gerekli sadeleştirmeler yapılırsa

$$\begin{pmatrix}0\\ q^2E_y\\ q^2E_z\end{pmatrix}-\frac{w^2}{c^2}\begin{pmatrix}\varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & 0\\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & 0\\ 0 & 0 & \varepsilon_{33}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}E_x\\ E_y\\ E_z\end{pmatrix}=0$$

$$-\frac{q^2c^2}{\omega^2}\begin{pmatrix}0\\ E_y\\ E_z\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\varepsilon_{11}E_x+\varepsilon_{12}E_y\\ \varepsilon_{21}E_x+\varepsilon_{22}E_y\\ \varepsilon_{33}E_z\end{pmatrix}=0 \qquad (3.41)$$

(3.41) no'lu denklemde $\eta^2=\frac{q^2c^2}{\omega^2}$ ise bu denklemin çözümü iki mod içerir. (3.41) no'lu denklemi açarsak

$$\varepsilon_{11}E_x + \varepsilon_{12}E_y = 0 \tag{3.42}$$

$$-\eta^2 E_y + \varepsilon_{21}E_x + \varepsilon_{22}E_y = 0 \tag{3.43}$$

$$-\eta^2 E_z + \varepsilon_{33}E_z = 0 \tag{3.44}$$

olmak üzere üç denklem elde edilir. (3.44) no'lu denklemin çözümü

$$\eta_0^2 = \varepsilon_{33} \tag{3.45}$$

olur ki bu çözüm ordinary mod için kırma indisini verir. (3.42) ve (3.43) no'lu denklemlerin ortak çözümü de

$$\eta_e^2 = \varepsilon_{22} - \frac{\varepsilon_{12}\varepsilon_{21}}{\varepsilon_{11}} \tag{3.46}$$

şeklinde olur. Burada $\varepsilon_{22} = \varepsilon_{11}$ ve $\varepsilon_{12} = -\varepsilon_{21}$ ise (3.46) no'lu bağıntı aşağıdaki formu alır.

$$\eta_e^2 = \varepsilon_{11} + \frac{\varepsilon_{12}^2}{\varepsilon_{11}} \tag{3.47}$$

(3.47) no'lu ifade ise extraordinary mod için kırma indisine karşılık gelir. ε_{33} , ε_{11} ve ε_{12} (3.13) no'lu bağıntı kullanılarak elde edilir. Buna göre $\vec{B}$ magnetik alan <001> doğrultusunda iken $\varepsilon_{\langle 001\rangle}$ dielektrik tensörü ifadesi

$$\varepsilon_{\langle 001\rangle} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & 0 \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{pmatrix} \tag{3.48}$$

formunda olacaktır. Burada $\varepsilon_{12} = -\varepsilon_{21}$ ve $\varepsilon_{11} = \varepsilon_{22}$ dir. (3.13) no'lu denklemden

$$\varepsilon_{11} = \varepsilon_\ell - \frac{\omega_{p11}^2}{\omega^2 \quad \omega_c^2}$$

$$\varepsilon_{12} = i\frac{\omega_{p12}^2}{\left(\omega^2 - \omega_c^2\right)}\frac{\omega_c}{\omega}$$

$$\varepsilon_{33} = \varepsilon_\ell - \frac{\omega_{p11}^2\left(\omega^2 - \omega_{c33}^2\right)}{\omega^2\left(\omega^2 - \omega_c^2\right)}$$

ifadeleri elde edilir. Burada

$$\omega_c = e\,B\left(\frac{2m_T + m_L}{3m_T^{\,2}\, m_L}\right)^{1/2}$$

$$\omega_{C33} = e\,B\left(\frac{3}{m_T\left(m_T + 2m_L\right)}\right)^{1/2}$$

$$\omega_{p11}^2 = \frac{n\,e^2}{\varepsilon_0}\frac{\left(m_T + 2m_L\right)}{3m_T m_L}$$

$$\omega_{p12}^2 = \frac{n\,e^2}{\varepsilon_0}\left(\frac{2m_T + m_L}{3m_T^{\,2}\, m_L}\right)^{1/2}$$

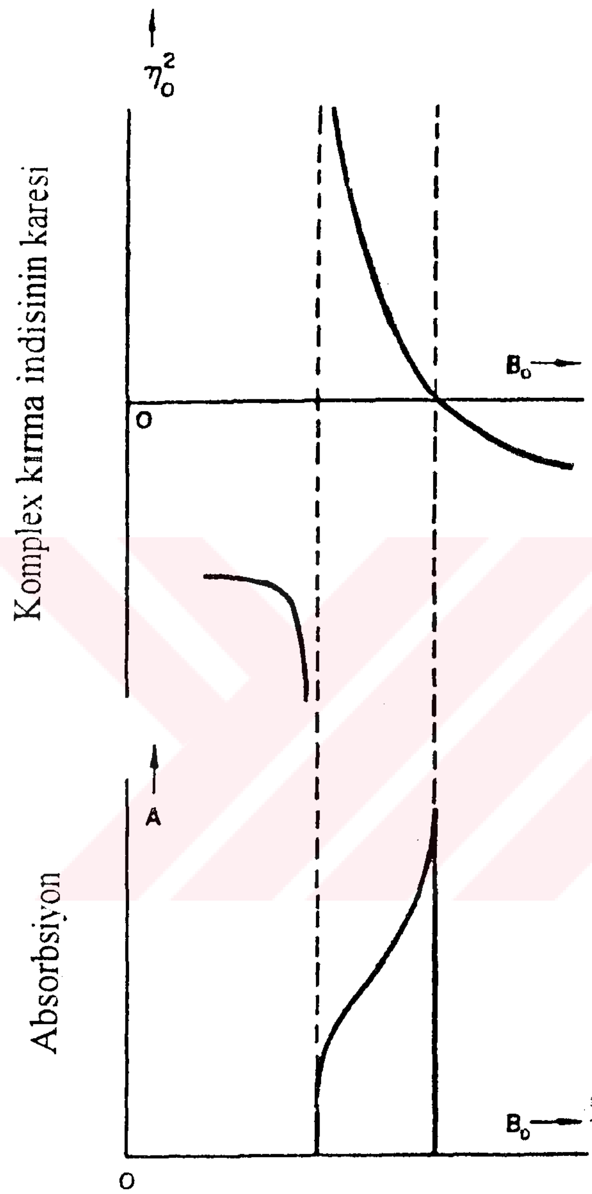
olarak verilir. Burada ω_c, $\vec{B}$//<001> durumuna karşılık gelen siklotron frekansı ve ε_ℓ. hücre dielektrik sabitidir. Hesaplamalarda PbTe için $m_T = 0.024\ m_0$, $m_L = 0.24\ m_0$, $n = 2.07 \times 10^{23} m^{-3}$, $\omega = 4.4 \times 10^{11}\ s^{-1}$, $\varepsilon_\ell = 3.16 \times 10^3$ alınmıştır.[35,6] Bu durumda ordinary mod için komplex kırma indisi yani (3.45) no'lu bağıntı , daha açık bir şekilde aşağıdaki formda olur.

$$\eta_0^2 = \varepsilon_{33} = \varepsilon_\ell - \frac{\omega_{p11}^2\left(\omega^2 - \omega_{c33}^2\right)}{\omega^2\left(\omega^2 - \omega_c^2\right)} \qquad (3.49)$$

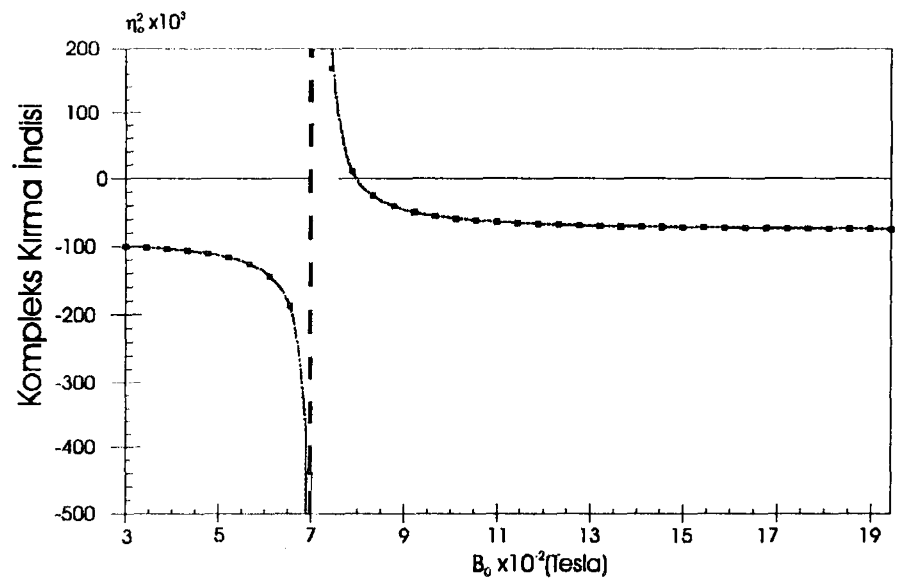
(3.47) no'lu ifade ise daha açık yazılırsa aşağıdaki formu alır.

$$\eta_e^2 = \varepsilon_\ell - \frac{\omega_{p11}^2\left[\omega^2 - \left(\omega_{p12}/\omega_{p11}\right)^4 \omega_c^2\right]}{\omega^2\left(\omega^2 - \omega_c^2\right)} \qquad (3.50)$$

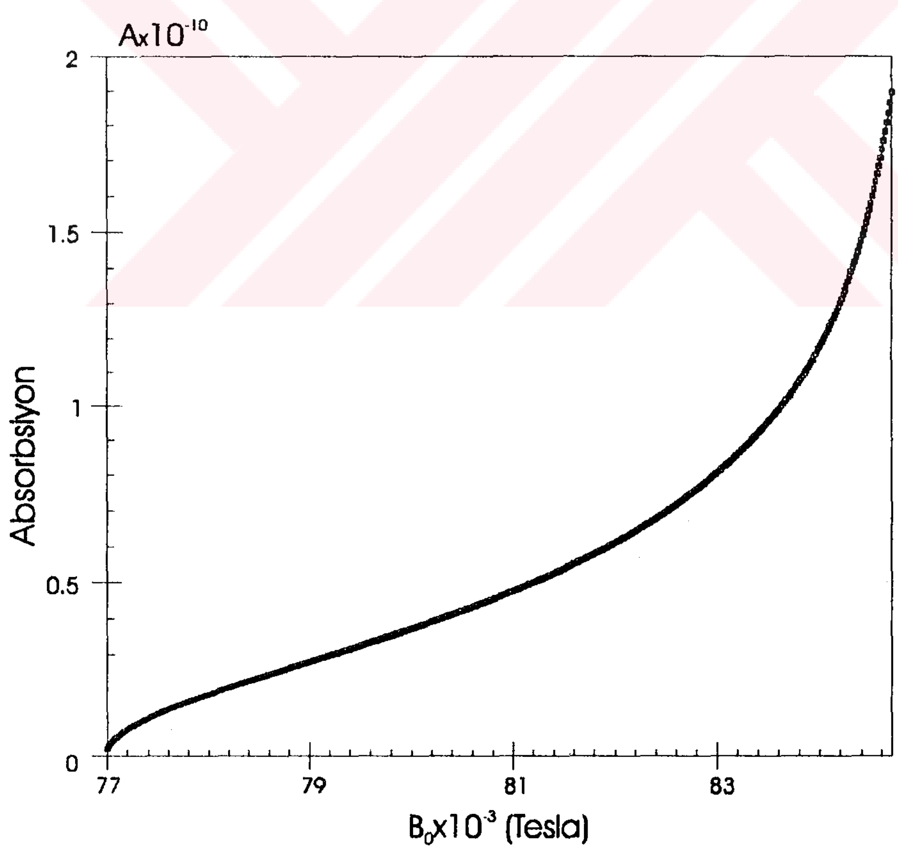
(3.49) ve (3.50) no'lu ifadelerinin ve absorbsiyonun magnetik alana göre değişim eğrileri sistematik olarak Şekil 3.18 'de[35] verilmiş olup verilerden elde ettiğimiz grafikleri yorumlamak açısından her bir grafik ayrı ayrı çizilmiştir. Buna göre ordinary mod için, Şekil 3.19 'da η_0^2 'nin magnetik alana göre değişimi elde edilmiştir. Şekil 3.20 'de ise (2.14) no'lu ifadeden yararlanarak absorbsiyonun magnetik alana göre değişimi çizilmiştir. Extraordinary mod için komplex kırma indisinin ve absorbsiyonun magnetik alana göre değişimi ise Şekil 3.21 ve Şekil 3.22 'de verilmiştir.



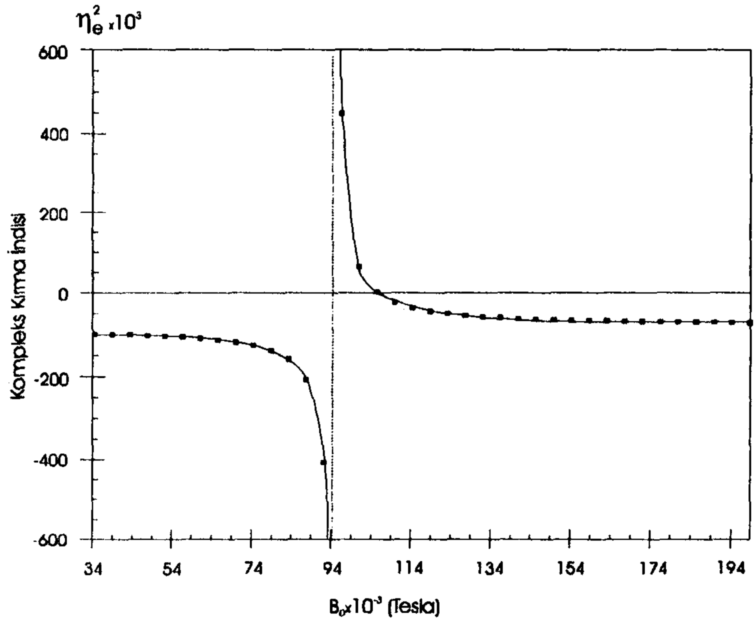
Şekil 3.18: PbTe 'de $\vec{B}$// <001> ve ışık $\vec{q}$//<100> ise ordinary dalga için komplex kırma indisinin karesinin (η_0^2) uygulanan dış magnetik alana (B_0) göre değişiminin genel davranışı



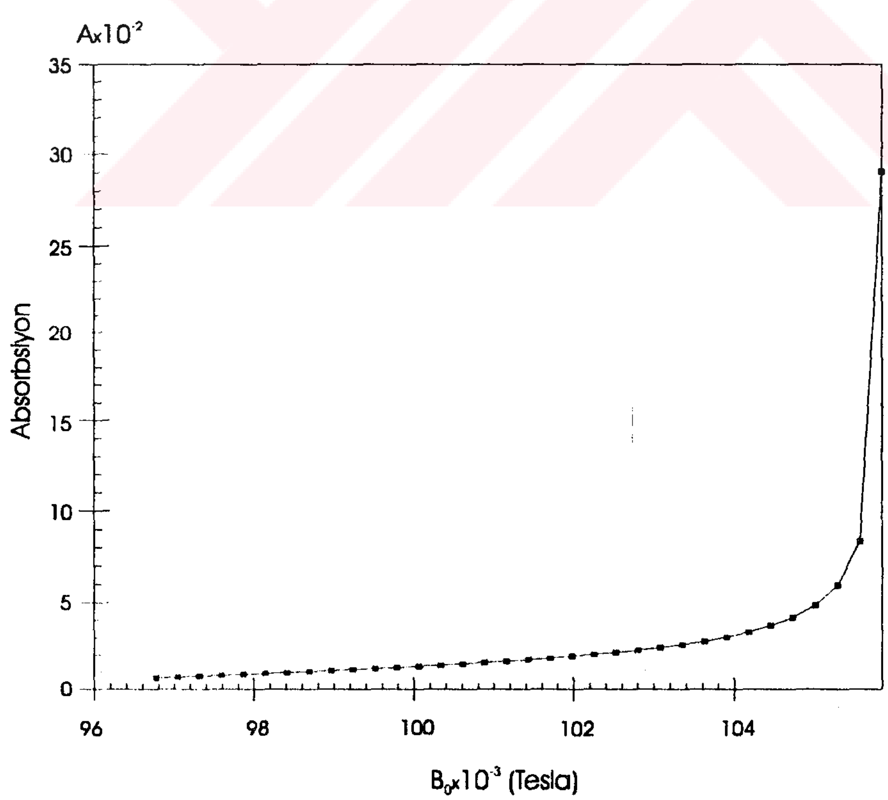
Şekil 3.19: $\vec{B}//[001]$ ve ışık $\vec{q}//<100>$ iken ordinary mod için komplex kırma indisinin karesinin (η_0^2), dış statik magnetik alana (B_0) göre değişimi



Şekil 3.20: PbTe 'de, $\vec{B}//[001]$ ve ışık $\vec{q}//<100>$ iken ordinary mod için absorbsiyonun (A), dış statik magnetik alana (B_0) göre değişimi



Şekil 3.21: PbTe 'de $\vec{B}//[001]$ ve ışık $\vec{q}//<100>$ iken extraordinary mod için komplex kırma indisinin karesinin (η_0^2), uygulanan dış magnetik alana (B_0) göre değişimi



Şekil 3.22: PbTe 'de, $\vec{B}//[001]$ ve ışık $\vec{q}//<100>$ iken extraordinary mod için absorbsiyonun (A), dış statik magnetik alana (B_0) göre değişimi

3.D $\vec{B}$ DIŞ MAGNETİK ALAN <110>DOĞRULTUSUNDA UYGULANDIĞI ZAMAN PbTe 'DE ETKİN KÜTLE VE İLETKENLİK TENSÖRLERİNİN ELDE EDİLMESİ

3.D.1 $\vec{B}$ DIŞ MAGNETİK ALAN k-UZAYINDA <110> DOĞRULTUSUNDA UYGULANDIĞI - ZAMAN VE IŞIK $\vec{q}$//<001> İSE PbTe 'DE İLETKENLİK TENSÖRÜNÜN ELDE EDİLMESİ

$\vec{B}$ dış magnetik alan <110> doğrultusunda uygulandığı zaman gerçek uzaydaki koordinat eksenleri kristalin <110>, <$\bar{1}$10> ve <001> eksenleri boyunca alınmıştır. Bir önceki konu başlığı altında her bir elektron cebi için etkin kütle tensörleri bulunmuştu. Bu kez $\vec{B}$//<110> olduğu için her bir elektron cebinin de iletkenlik tensörü değişecektir. Aşağıda her bir cebe ait iletkenlik tensörlerinin elde edilişi ara işlemlerle birlikte verilmiştir.

a-cebi: a-cebi için etkin kütle tensörü

$$\overline{\overline{M}}_a = \begin{pmatrix} \alpha & 0 & -\gamma \\ 0 & m_T & 0 \\ -\gamma & 0 & \beta \end{pmatrix}$$

şeklindeydi. Eğer $\vec{B}$// <110> ise

$$\vec{b} \times \overline{\overline{II}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -b \\ 0 & b & 0 \end{pmatrix}$$

olacaktır. Bir üstteki ifadenin elde edilişi Ek 5 'de verilmiştir. Buna göre a-cebi için iletkenlik tensörü ifadesi

$$\overline{\overline{\sigma}}_a = \sigma_0 \left[\overline{\overline{M}}_a + \vec{b} \times \overline{\overline{II}} \right]^{-1}$$

şeklinde yazılır. Parantez içindeki ifade ise

$$\left[\overline{\overline{M}}_a + \vec{b} \times \overline{\overline{II}} \right]^{-1} = \begin{pmatrix} \alpha & 0 & -\gamma \\ 0 & m_T & -b \\ -\gamma & b & \beta \end{pmatrix}^{-1}$$

şeklinde verilir. Burada

$$\overline{\overline{G}}^{-1} = \left[\overline{\overline{M}}_a + \vec{b} \times \overline{\overline{II}}\right]^{-1}$$

dir. $\overline{\overline{G}}^{-1}$ ise

$$\overline{\overline{G}}^{-1} = \frac{ekG^T}{\det\overline{\overline{G}}}$$

ifadesiyle elde edilir. ekG matrisinin elemanları aşağıda verilmiştir.

$$g_{11} = \left(m_T\ \beta + b^2\right) \qquad g_{21} = -b\,\gamma \qquad g_{31} = m_T\,\gamma$$

$$g_{12} = \gamma\, b \qquad g_{22} = \left(\alpha\,\beta - \gamma^2\right) \qquad g_{32} = \alpha\, b$$

$$g_{13} = m_T\,\gamma \qquad g_{23} = -\alpha\, b \qquad g_{33} = \alpha\ m_T$$

$$\det\overline{\overline{G}} = \alpha\,\beta\, m_T - m_T\,\gamma^2 + b^2\alpha$$

Burada $\alpha = \frac{1}{3}(m_T + 2m_L)$, $\beta = \frac{1}{3}(2m_T + m_L)$, $\gamma = \frac{\sqrt{2}}{3}(m_T - m_L)$ ise

$$\det\overline{\overline{G}} = \Delta_a = m_T^2\ m_L + \frac{1}{3} b^2 (m_T + 2m_L)$$

olur. Böylece a-cebi için iletkenlik tensörü

$$\overline{\overline{\sigma}}_a = \frac{\sigma_0}{\Delta_a}\begin{pmatrix} m_T\ \beta + b^2 & -b\ \gamma & m_T\ \gamma \\ \gamma\, b & \alpha\,\beta - \gamma^2 & \alpha\, b \\ m_T\gamma & -\alpha\, b & \alpha\, m_T \end{pmatrix} \qquad (3.51)$$

şeklinde olur.

b-cebi: b-cebi için etkin kütle tensörü

$$\overline{\overline{M}}_b = \begin{pmatrix} m_T & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & \gamma \\ 0 & \gamma & \beta \end{pmatrix}$$

idi. b-cebi için iletkenlik tensörü ifadesi

$$\overline{\overline{\sigma}}_b = \sigma_0\ \left[\overline{\overline{M}}_b + \vec{b} \times \overline{\overline{II}}\right]^{-1}$$

ise

$$\left[\overline{\overline{M}}_b+\vec{b}\times\overline{\overline{II}}\right]^{-1}=\begin{pmatrix} m_T & 0 & 0\\ 0 & \alpha & \gamma-b\\ 0 & \gamma+b & \beta\end{pmatrix}^{-1}$$

olur. Parantez içindeki ifadeye $\overline{\overline{X}}$ denilirse

$$\overline{\overline{X}}^{-1}=\frac{ekX^T}{\det\overline{\overline{X}}}$$

ifadesiyle elde edilir. ekX matrisinin elemanları ise aşağıda verilmiştir.

$x_{11}=\alpha\ \beta-\gamma^2+b^2$ $\qquad x_{21}=0$ $\qquad x_{31}=0$

$x_{12}=0$ $\qquad x_{22}=m_T\ \beta$ $\qquad x_{32}=-m_T(\ \gamma\ -b)$

$x_{13}=0$ $\qquad x_{23}=-m_T(\ \gamma\ +b)$ $\qquad x_{33}=m_T\ \alpha$

$\det\overline{\overline{X}}$ $\qquad \det\overline{\overline{X}}=m_T^2\ m_L\ +m_T\ b^2$

$$\Delta_b=m_T\left(m_T\ m_L\ +b^2\right)$$

ise ve $\alpha\beta-\gamma^2+b^2=m_Tm_L+b^2$
ise b-cebi için iletkenlik tensörü

$$\overline{\overline{\sigma}}_b=\frac{\sigma_0}{\Delta_b}\begin{pmatrix} m_T\,m_L+b^2 & 0 & 0\\ 0 & m_T\,\beta & -m_T(\gamma-b)\\ 0 & -m_T(\gamma+b) & m_T\,\alpha\end{pmatrix} \qquad (3.52)$$

sonucu elde edilir.

c-cebi: c-cebi için etkin kütle tensörü

$$\overline{\overline{M}}_c=\begin{pmatrix}\alpha & 0 & \gamma\\ 0 & m_T & 0\\ \gamma & 0 & \beta\end{pmatrix}$$

idi. İletkenlik tensörü ifadesi ise

$$\overline{\overline{\sigma}}_c=\sigma_0\left[\overline{\overline{M}}_c+\vec{b}\times\overline{\overline{II}}\right]^{-1}$$

verilirse parantez içindeki ifade aşağıdaki formda olur.

$$\left[\overline{\overline{M}}_c + \vec{b}\cdot\overline{\overline{II}}\right] = \begin{pmatrix} \alpha & 0 & \gamma \\ 0 & m_T & -b \\ \gamma & b & \beta \end{pmatrix}$$

Bu oluşan matrise $\overline{\overline{Y}}$ denilirse $\overline{\overline{Y}}^{-1}$ aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\overline{\overline{Y}}^{-1} = \frac{ekY^T}{\det\overline{\overline{Y}}}$$

Burada ekY matrisinin elemanları ise

$$y_{11} = \left(m_T\ \beta + b^2\right) \qquad y_{21} = b\,\gamma \qquad y_{31} = -m_T\,\gamma$$

$$y_{12} = -\gamma\ b \qquad y_{22} = \left(\alpha\ \beta - \gamma^2\right) \qquad y_{32} = \alpha\,b$$

$$y_{13} = -\gamma\ m_T \qquad y_{23} = -\alpha\ b \qquad y_{33} = \alpha\,m_T$$

olur. $\det\overline{\overline{Y}}$ ise

$$\det\overline{\overline{Y}} = \alpha\,\beta\,m_T - m_T\,\gamma^2 + \alpha\,b^2$$

$$\Delta_C = m_T^2 m_L + \frac{1}{3}b^2\left(m_T + 2m_L\right)$$

$$\Delta_c = \Delta_a$$

şeklinde ifade edilirse c-cebi için iletkenlik tensörü

$$\overline{\overline{\sigma}}_c = \frac{\sigma_0}{\Delta_a}\begin{pmatrix} m_T\,\beta + b^2 & b\,\gamma & -m_T\gamma \\ -\gamma\ b & \alpha\,\beta - \gamma^2 & \alpha\,b \\ -\gamma\,m_T & -\alpha\,b & \alpha\,m_T \end{pmatrix} \tag{3.53}$$

şeklinde olur.

d-cebi: d-cebi için etkin kütle tensörü

$$\overline{\overline{M}}_d = \begin{pmatrix} m_T & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & -\gamma \\ 0 & -\gamma & \beta \end{pmatrix}$$

idi. İletkenlik tensörü ifadesi ise

$$\overline{\overline{\sigma}}_d = \sigma_0 \left[\overline{\overline{M}}_d + \vec{b} \times \overline{\overline{II}} \right]^{-1}$$

verilirse parantez içindeki ifade aşağıdaki formda olur

$$\left[\overline{\overline{M}}_d + \vec{b} \times \overline{\overline{II}} \right] = \begin{pmatrix} m_T & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & -\gamma - b \\ 0 & -\gamma + b & \beta \end{pmatrix}$$

Bu oluşan matrise $\overline{\overline{Z}}$ denilirse $\overline{\overline{Z}}^{-1}$ aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\overline{\overline{Z}}^{-1} = \frac{ekZ^T}{\det \overline{\overline{Z}}}$$

Burada $ek\overline{\overline{Z}}$ matrisinin elemanları ise

$$z_{11} = \alpha\,\beta - \gamma^2 + b^2 \qquad z_{21} = 0 \qquad z_{31} = 0$$

$$z_{12} = 0 \qquad z_{22} = m_T\ \beta \qquad z_{31} = -m_T(-\gamma - b)$$

$$z_{13} = 0 \qquad z_{23} = -m_T(-\gamma + b) \qquad z_{33} = m_T\ \alpha$$

olur. $\det \overline{\overline{Z}}$

$$\det \overline{\overline{Z}} = \alpha\,\beta\, m_T - m_T\,(\gamma^2 - b^2)$$

$$\det \overline{\overline{Z}} = \Delta_d = m_T(m_T\alpha + b^2)$$

$$\Delta_d = \Delta_b$$

ise ve $\alpha\beta - \gamma^2 + b^2 = m_T m_L + b^2$
ise d-cebi için iletkenlik tensörü

$$\overline{\overline{\sigma}}_d = \frac{\sigma_0}{\Delta_b} \begin{pmatrix} m_T\, m_L + b^2 & 0 & 0 \\ 0 & m_T\, \beta & -m_T(-\gamma - b) \\ 0 & -m_T(-\gamma + b) & \alpha\, m_T \end{pmatrix} \tag{3.54}$$

şeklinde olur.
Buna göre sistemin toplam iletkenlik tensörü

$$\overline{\overline{\sigma}}_{\langle 110 \rangle} = \overline{\overline{\sigma}}_a + \overline{\overline{\sigma}}_b + \overline{\overline{\sigma}}_c + \overline{\overline{\sigma}}_d$$

olacaktır.

$$\overline{\overline{\sigma}}_{\langle 110\rangle}=\frac{\sigma_0}{\Delta_a}\begin{pmatrix} 2(m_T\,\beta+b^2) & 0 & 0 \\ 0 & 2(\alpha\,\beta-\gamma^2) & 2\alpha\,b \\ 0 & -2\alpha\,b & 2\alpha\,m_T \end{pmatrix}+\frac{\sigma_0}{\Delta_b}\begin{pmatrix} 2(m_T\,m_L+b^2) & 0 & 0 \\ 0 & 2m_T\beta & 2m_T\,b \\ 0 & -2m_T\,b & 2m_T\,\alpha \end{pmatrix}$$

olur. Gerekli düzenlemeler yapılırsa ve de

$$\alpha=\frac{1}{3}(m_T+2m_L)\ ,\ \beta=\frac{1}{3}(2m_T+m_L)\ ,\ \gamma=\frac{\sqrt{2}}{3}(m_T-m_L)$$

alınırsa yeni durum aşağıdaki formda olur.

$$\overline{\overline{\sigma}}_{\langle 110\rangle}=\frac{2\sigma_0}{\Delta_a}\begin{pmatrix} \frac{1}{3}m_T(2m_T+m_L)+b^2 & 0 & 0 \\ 0 & m_T\,m_L & \frac{1}{3}b(m_T+2m_L) \\ 0 & -\frac{1}{3}b(m_T+2m_L) & \frac{m_T}{3}(m_T+2m_L) \end{pmatrix}$$

$$+\frac{2\sigma_0}{\Delta_b}\begin{pmatrix} (m_Tm_L+b^2) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{m_T}{3}(2m_T+m_L) & m_Tb \\ 0 & -m_Tb & \frac{1}{3}m_T(m_T+2m_L) \end{pmatrix} \qquad (3.55)$$

Burada $\Delta_a=m_T\left(m_Tm_L+b^2\right)$ ve $\Delta_b=m_T^2m_L+\frac{1}{3}b^2(m_T+2m_L)$
dir.

$\vec{B}$ magnetik alan <110> doğrultusuna paralel ve ışık $\vec{q}$ //<001> ise kırma indisinin ve absorbsiyonun magnetik alana göre değişimini incelemek için (3.13) ve (3.14) no'lu ifadeleri kendi problemimize uygulayalım.

Işık $\vec{q}$ //<001> ise ışığın elektrik alanı için

$$\vec{E}=E_x\,e^{iqz}\,\hat{x}+E_y\,e^{iqz}\,\hat{y}+E_z\,e^{iqz}\,\hat{z}$$

yazılabilir. (3.14) no'lu ifade

$$\vec{\nabla}\left(\vec{\nabla}.\vec{E}\right)-\nabla^2\vec{E}-\frac{\omega^2}{c^2}\,\overline{\overline{\varepsilon}}\,\vec{E}=0 \qquad (3.56)$$

şeklinde de ifade edilebilir. (3.56) denklemini kendi problemimiz için çözersek

$$\vec{\nabla}\left(\vec{\nabla}.\vec{E}\right)=\left(\hat{x}\frac{\partial}{\partial x}+\hat{y}\frac{\partial}{\partial y}+\hat{z}\frac{\partial}{\partial z}\right)\left[\left(\hat{x}\frac{\partial}{\partial x}+\hat{y}\frac{\partial}{\partial y}+\hat{z}\frac{\partial}{\partial z}\right).\left(E_x\, e^{iqz}\,\hat{x}+E_y\, e^{iqz}\,\hat{y}+E_z\, e^{iqz}\,\hat{z}\right)\right]$$

$$=\left(\hat{x}\frac{\partial}{\partial x}+\hat{y}\frac{\partial}{\partial y}+\hat{z}\frac{\partial}{\partial z}\right)\left(i\,q\,E_z\,e^{iqz}\right)$$

$$\vec{\nabla}\left(\vec{\nabla}.\vec{E}\right)=-q^2E_z\,e^{iqz}\,\hat{z} \tag{3.57}$$

ve

$$\nabla^2\vec{E}=\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^{\,2}}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\left(E_x\;e^{iqz}\,\hat{x}+E_y\;e^{iqz}\,\hat{y}+E_z\;e^{iqz}\,\hat{z}\right)$$

$$=\left(-q^2E_x\,\hat{x}-q^2E_y\,\hat{y}-q^2\,E_z\,\hat{z}\right)e^{iqz}$$

$$\nabla^2\,\vec{E}=-q^2\,\vec{E} \tag{3.58}$$

olur. (3.57) ve (3.58) no'lu ifadeler (3.56) 'da yerine konulursa

$$\begin{pmatrix} q^2E_x \\ q^2E_y \\ 0 \end{pmatrix}-\frac{\omega^2}{c^2}\begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ 0 & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix}=0 \tag{3.59}$$

elde edilir. $\eta^2=\dfrac{q^2c^2}{\omega^2}$ ise (3.59) denklemi

$$-\eta^2\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ 0 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} \varepsilon_{11}E_x \\ \varepsilon_{22}E_y+\varepsilon_{23}E_z \\ \varepsilon_{32}E_y+\varepsilon_{33}E_z \end{pmatrix}=0 \tag{3.60}$$

şekline dönüşür. (3.60) denklemi çözülürse, ordinary mod için

$$\eta_o^2=\varepsilon_{11} \tag{3.61}$$

ve extraordinary mod için

$$\eta_e^2=\varepsilon_{22}-\frac{\varepsilon_{23}\,\varepsilon_{32}}{\varepsilon_{33}} \tag{3.62}$$

elde edilir. Burada $\varepsilon_{32}=-\varepsilon_{23}$ ise (3.62) no'lu denklem

$$\eta_e^2 = \varepsilon_{22} - \frac{\varepsilon_{23}^2}{\varepsilon_{33}} \tag{3.63}$$

şekline dönüşür. Burada η komplex kırma indisi idi. $\varepsilon_{\langle 110\rangle}$ dielektrik tensörü (3.13) no'lu ifade yardımıyla

$$\varepsilon_{\langle 110\rangle} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ 0 & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{pmatrix} \tag{3.64}$$

olur. Burada

$$\varepsilon_{32} = -\varepsilon_{23}$$

$$\varepsilon_{11} = \varepsilon_\ell - \frac{n\,e^2}{2\,\varepsilon_0\, m_T\, \omega^2}\left(\frac{\omega^2 - \omega_{cb}^2 + \left[(2m_T + m_L)/3m_L\right]\left(\omega^2 - \omega_{cb11}^2\right)}{\omega^2 - \omega_{cb}^2}\right)$$

$$\varepsilon_{22} = \varepsilon_\ell - \frac{\omega_{pa22}^2}{\omega^2 - \omega_{ca}^2} - \frac{\omega_{pb22}^2}{\omega^2 - \omega_{cb}^2}$$

$$\varepsilon_{33} = \varepsilon_\ell - \omega_{pa33}^2\left(\frac{1}{\omega^2 - \omega_{ca}^2} + \frac{1}{\omega^2 - w_{cb}^2}\right)$$

$$\varepsilon_{23} = i\frac{\omega_{pa23}^2\ \omega_{ca}}{\left(\omega^2 - \omega_{ac}^2\right)\omega} + i\frac{\omega_{pb23}^2\ \omega_{cb}}{\left(\omega^2 - \omega_{cb}^2\right)\omega}$$

ve

$$\omega_{ca} = \frac{e\,B}{(m_T m_L)^{1/2}}$$

$$\omega_{cb} = eB\left(\frac{m_T + 2m_L}{3m_T^2 m_L}\right)^{1/2}$$

$$\omega_{cb11} = eB\left(\frac{3}{m_T(2m_T + m_L)}\right)^{1/2}$$

$$\omega^2_{pa22} = \frac{n\,e^2(2m_T + m_L)}{2\,\varepsilon_0\,3m_T\,m_L}$$

$$\omega^2_{pb22} = \frac{n\,e^2}{2\,\varepsilon_0\,m_T}$$

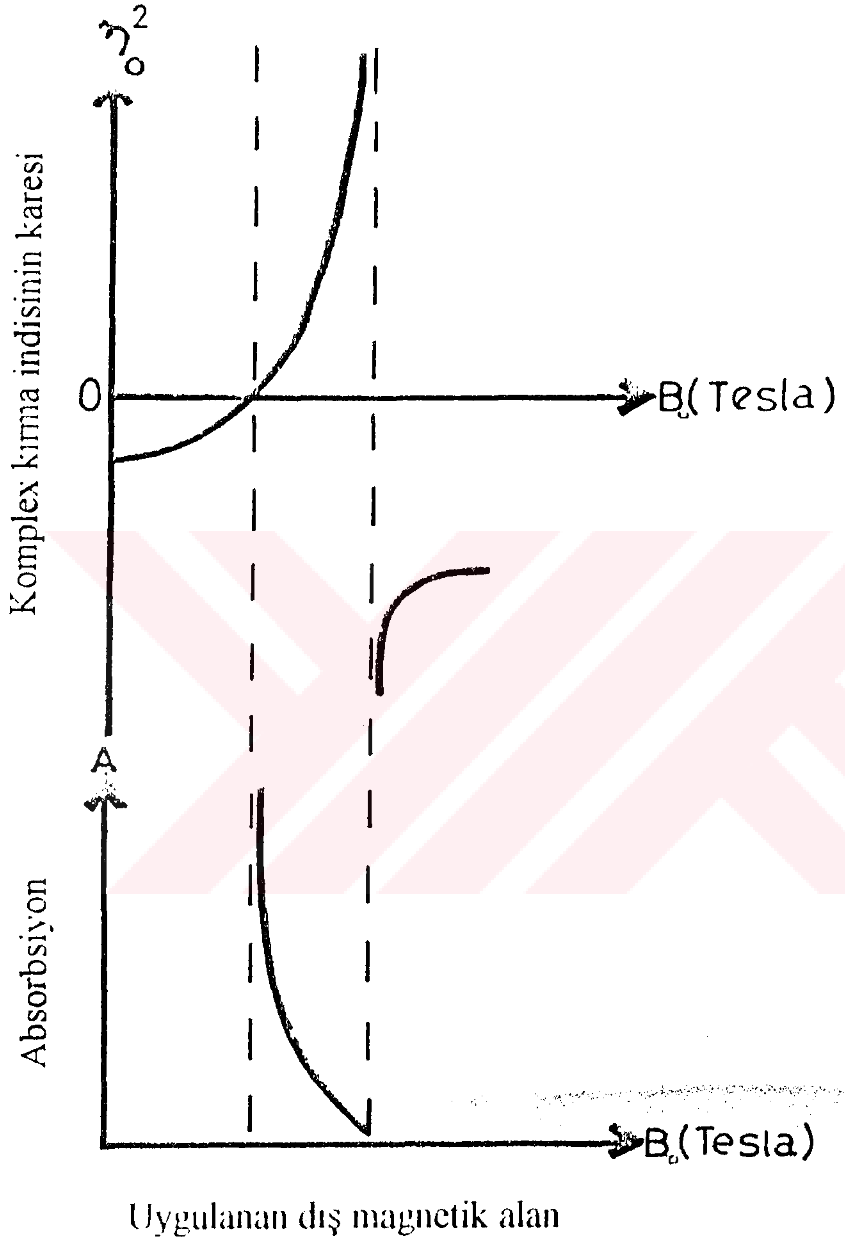
$$\omega^2_{pa33} = \frac{n\,e^2(m_T + 2m_L)}{2\,\varepsilon_0\,3m_T m_L}$$

$$\omega^2_{pa23} = \frac{n\,e^2}{2\,\varepsilon_0(m_T m_L)^{1/2}}$$

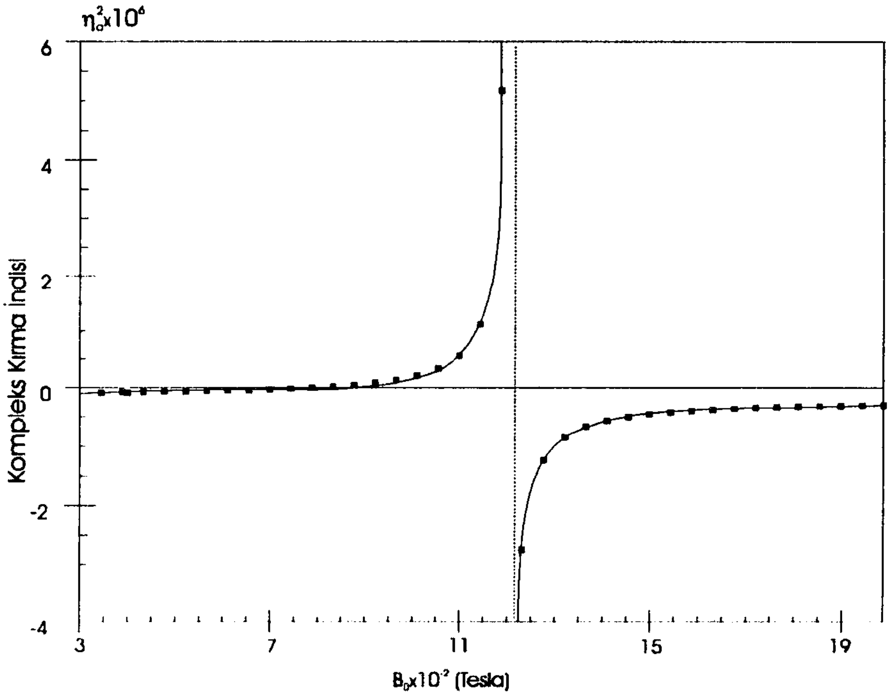
$$\omega^2_{pb23} = \frac{n\,e^2}{2\,\varepsilon_0}\left(\frac{m_T + 2m_L}{3\,m_T^2 m_L}\right)^{1/2}$$

(3.61) no'lu ifade de verilen ordinary moda ait PbTe 'ün komplex kırma indisinin karesinin (η_0^2) ve absorbsiyonun magnetik alana göre değişim eğrileri genel olarak Şekil 3.23 'de verilmiş olup grafikleri yorumlamak açısından her bir grafik ayrı ayrı çizilmiştir. Buna göre ordinary mod için, Şekil 3.24 'de η_0^2 'nin magnetik alana göre değişimi gerekli bilgisayar hesaplamaları ile elde edilmiştir. Şekil 3.25 'de ise absorbsiyonun magnetik alana göre değişimi çizilmiştir. Ayrıca (3.63) no'lu ifadenin ve absorbsiyonun da magnetik alana göre değişim eğrileri de sistematik olarak Şekil 3.26 'da[35] verilmiş olup grafikleri yorumlamak açısından her bir grafik ayrı çizilmiştir. Extra-ordinary mod için, Şekil 3.27 'de η_e^2 'nin magnetik alana göre değişimi elde edilmiştir. Şekil 3.28a 'da ve Şekil 3.28b 'de ise absorbsiyonun magnetik alana göre değişimi çizilmiştir.

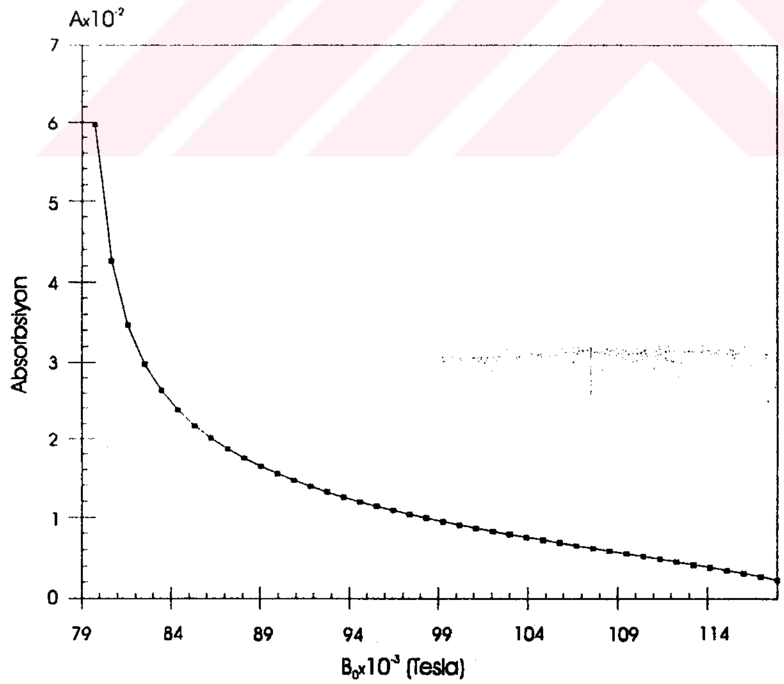
Grafiklerin çiziminde turbo basic ile hazırladığımız progran kullanılmış ve elde edilen veriler Harvard Graphics (versiyon 4) programına aktarılarak çizimler gerçekleştirilmiştir. Turbo basic ile hazırlanan programlar Ek 6 'da verilmiştir.



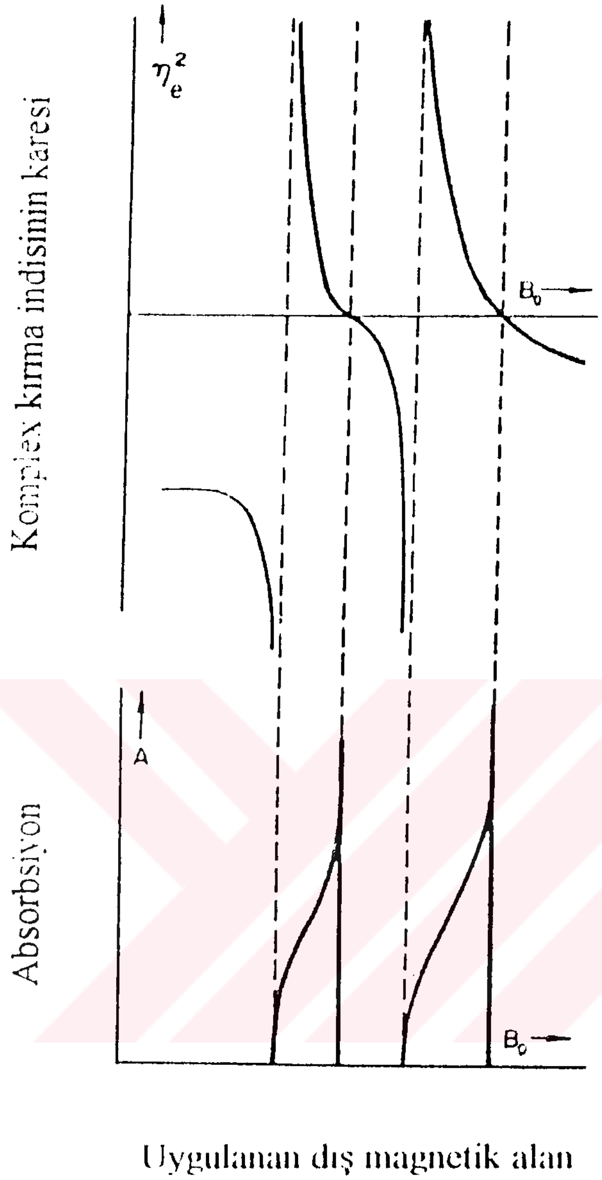
Şekil 3.23: PbTe 'de $\vec{B}$ // <110> iken ve ışık $\vec{q}$ //<001> ise ordinary dalga için komplex kırma indisinin karesinin (η_0^2) uygulanan dış magnetik alana (B_0) göre değişiminin genel davranışı



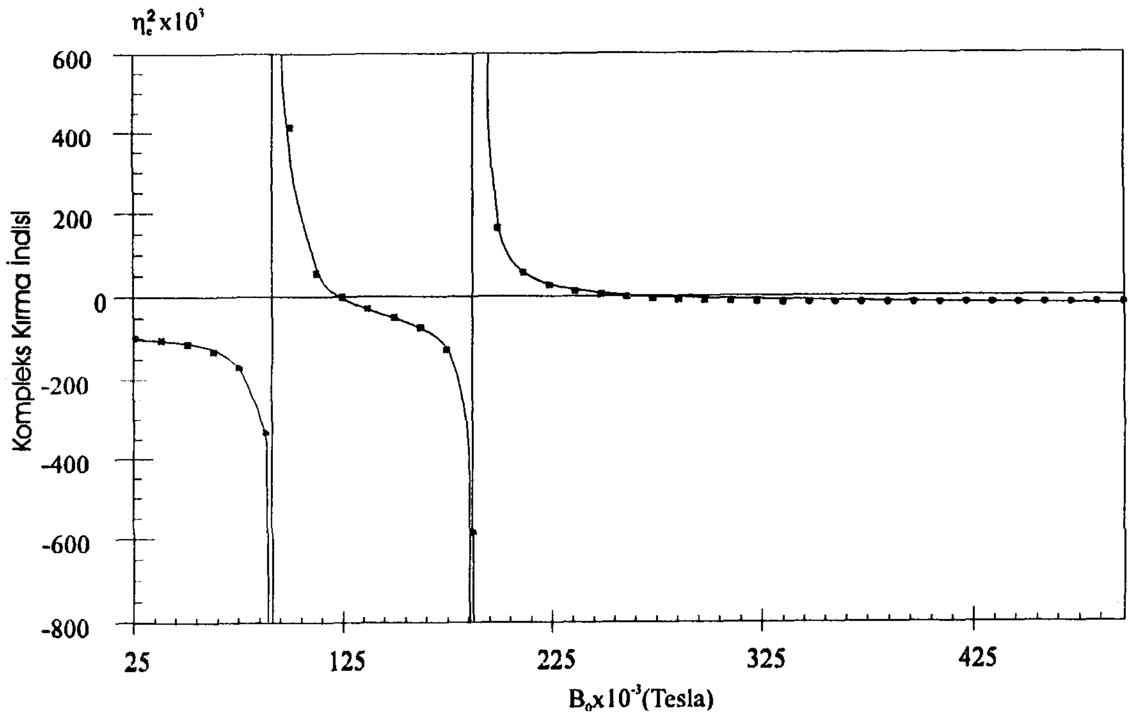
Şekil 3.24: PbTe 'de, $\vec{B}//[110]$ ve ışık $\vec{q}// <001>$ iken ordinary mod için komplex kırma indisinin karesinin (η_0^2), dış statik magnetik alana (B_0) göre değişimi



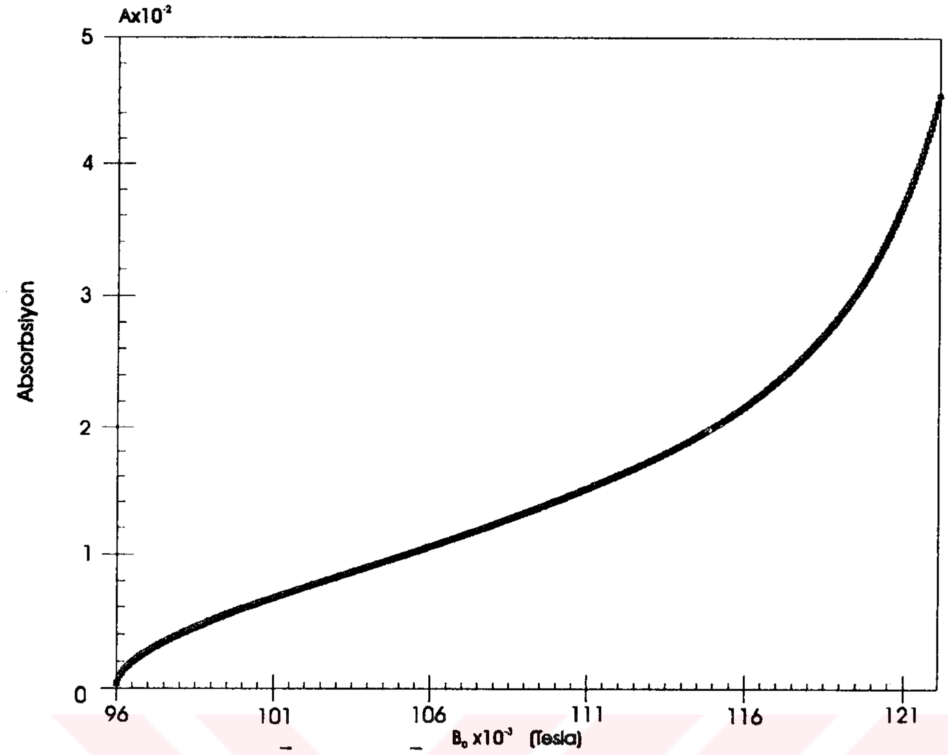
Şekil 3.25: PbTe 'de, $\vec{B}//[110]$ ve ışık $\vec{q}// <001>$ iken ordinary mod için absorbsiyonun (A), dış statik magnetik alana (B_0) göre değişimi



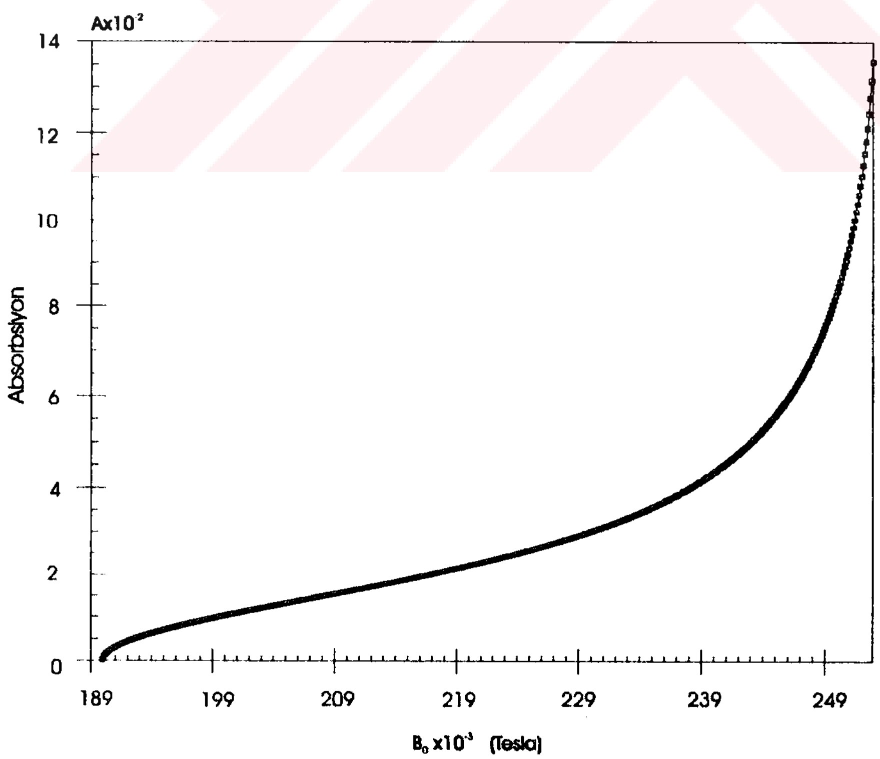
Şekil 3.26: PbTe 'de $\vec{B}//[110]$ ve ışık $\vec{q}// < 001 >$ iken η_e^2 'nin B_0 'a göre değişiminin genel davranışı



Şekil 3.27: PbTe 'de, $\vec{B}//[110]$ ve ışık $\vec{q}// <001>$ iken extraordinary mod için komplex kırma indisinin karesinin$\left(\eta_e^2\right)$, dış statik magnetik alana $\left(B_0\right)$ göre değişimi



Şekil 3.28a: PbTe 'de, $\vec{B}//[110]$ ve ışık $\vec{q}//<001>$ iken extraordinary mod için absorbsiyonun (A), dış statik magnetik alana (B_0) göre değişimi



Şekil 3.28b: PbTe 'de, $\vec{B}//[110]$ ve ışık $\vec{q}//<001>$ iken extraordinary mod için absorbsiyonun (A), dış statik magnetik alana (B_0) göre değişimi

SONUÇ VE TARTIŞMA

PbTe 'de magneto-optiksel absorbsiyonu gözlemek için, PbTe 'ün komplex kırma indisinin ve buna bağlı olarak da absorbsiyonun uygulanan dış magnetik alana göre değişimi incelenmiştir. Bu teorik incelemeler bizi şu sonuçlara götürmüştür.

a) $\vec{B}$//<111>//y ve ışık $\vec{q}$//<001>

(3.21) no 'lu denklem ordinary dalga için komplex kırma indisini veren bağıntı olup, bu mod dış magnetik alana paraleldir ($\vec{E}//\vec{B}$) ve bu modun elektrik alanı yayılma doğrultusuna diktir. (3.21) no 'lu bu denklem B_0 'dan bağımsız olup ω 'nın bir fonksiyonudur. Şekil (3.4) 'den de görüleceği gibi ω 'nın küçük değerleri için η_0^2 komplex kırma indisi negatif değer alırken, ω 'nın değeri arttıkça η_0^2 komplex kırma indisi gittikçe sıfıra doğru yaklaşmaktadır. Dolayısıyla komplex kırma indisi ω 'a bağlı olarak değiştiği zaman negatif değerler almakta, bu da PbTe 'de bir absorbsiyon olayının gözlenmediğinin bir göstergesidir. Bu durumda numune yansıtıcı durumundadır. Denklem (3.22), extraordinary dalga için komplex kırma indisinin dış magnetik alana göre değişimini veren ifadedir. Bu mod statik magnetik alana diktir ($\vec{E}\perp\vec{B}$) ve bu modun elektrik alan vektörünün polarizasyonu $\vec{B}$ 'e dik olan düzlemdedir. Ayrıca bu mod, elektrik alanın hem enine hem de boyuna bileşenine sahiptir. Denklem (2.15) 'den de görüleceği gibi $\eta_0^2 \geq 0$ durumu absorbsiyonun varlığını göstermektedir. Şekil 3.5 ve Şekil 3.6 'dan da görüleceği gibi $\eta_0^2 \geq 0$ olduğu durumda bir absorbsiyon gözlenmiştir. Yani B_0=2.7 Tesla değerinden önceki magnetik alan değerlerinde hiç bir absorbsiyon olayı gözlenmez. Çünkü $\eta_0^2 < 0$ dır ve numune yansıtıcı durumundadır. B_0=2.7 Tesla değerinden itibaren absorbsiyon olayı başlar. İşte komplex kırma indisinin negatif değerden (ε<0), pozitif değere (ε>0) geçtiği nokta tamamen yansıtma olayından ışığı geçirme olayına dönüştüğü nokta olup, "dielektrik anomali" olarak bilinir. Buna göre, B_0=2.7 Tesla değerinde bir dielektrik anomali sözkonusudur. Bundan sonraki magnetik alan değerlerinde absorbsiyonda azalma başlar ve belli bir değerden sonra da sabit kaldığı görülmektedir.

b) $\vec{B}$//<111>//y ve ışık $\vec{q}$//<0$\bar{1}$1>

(3.28) no 'lu denklem ordinary dalga için komplex kırma indisini veren bağıntı olup, bu mod dış magnetik alana paraleldir ($\vec{E}//\vec{B}$) ve bu modun elektrik alanı yayılma doğrultusuna diktir. (3.28) no 'lu bu denklem B_0 'dan bağımsız olup ω 'nın bir fonksiyonudur. Şekil (3.4) 'dekine eşdeğer bir değişim verir. (3.29) no 'lu denklem için komplex kırma indisinin B_0 'a göre değişim eğrileri Şekil 3.7 ve Şekil 3.9 'da verilmiştir. Şekil 3.8 'de ise η_+^2 komplex kırma indisine bağlı olarak elde edilen absorbsiyonun B_0 'a göre değişimi verilmiştir. Şekil 3.10 'da da η_-^2 için absorbsiyon eğrisi elde edilmiştir. Şekil 3.9 'dan da görüldüğü gibi $\eta_-^2 < 0$ olduğu magnetik alan değerlerinde numune tamamen yansıtıcıdır. Sadece $\eta_-^2 = 0$ olduğu magnetik alan değerinde bir dielektrik anomali vardır. Şekil 3.10 'da ise $\eta_-^2<0$ olduğu magnetik alan değerlerinde bir absorbsiyon olayı gözlenmez. Numune tamamen yansıtıcı durumdadır.

Şekil 3.7 ve Şekil 3.8 birlikte incelenirse şu sonuçlara varılır. B_0 <0.061 Tesla değerinde $\eta_+^2<0$ olduğu için bir absorbsiyon olayı gözlenmez. Absorbsiyon piki B_0=0.061 Tesla 'dan itibaren başlar ve $\eta_+^2\to 0$ ulaşıncaya kadar bir değişim gösterir. η_+^2 =0 olmadığı için "dielektrik anomali" 'den burada bahsedemeyiz.

c) $\vec{B}$//<001>//z ve ışık $\vec{q}$//<100>

(3.41) no 'lu denklemin çözümü de iki mod içerir. Bunlardan ilki olan ve (3.45) no 'lu deklem ile verilen "ordinary mod", uygulanan dış magnetik alana paraleldir ($\vec{E}//\vec{B}$) ve bu modun elektrik alanı yayılma doğrultusuna (z) diktir. İkincisi ise (3.47) no 'lu denklem ile verilen "extraordinary mod" olup, bu mod statik magnetik alana diktir ($\vec{E}\perp\vec{B}$) ve bu modun elektrik alan vektörünün polarizasyonu $\vec{B}$ 'e dik olan düzlemdedir(xy). Sonuç olarak bu mod, elektrik alanın hem enine hem de boyuna bileşenine sahiptir.

Şekil 3.19 ve Şekil 3.20 ordinary moda ait komplex kırma indisinin ve absorbsiyonun dış magnetik alana göre değişimini vermektedir. Bu değişim eğrilerinden de görüleceği gibi, absorbsiyon piki $\eta^2=\infty$ 'dan başlar ve $\eta^2\to 0$ ulaşıncaya kadar bir değişim gösterir. $\eta^2=0$ değerinde absorbsiyon birdenbire kesilir. Bundan sonra numune yansıtıcı durumundadır, yani bir iletim olayından bahsedilemez. Buna göre de B_0 =0.77 Tesla ile B_0 =0.85 Tesla arasında bir absorbsiyon gözlenir. η^2 'nin negatif değer aldığı magnetik alan değerlerinde absorbsiyondan söz edemeyiz. Daha önce de belirtildiği gibi $\eta^2=0$ olduğu nokta "dielektrik anomali" olarak bilinirken, $\eta^2=\infty$ olduğu noktada da ise bir rezonanstan bahsedilir. Yani B_0 =0.77 Tesla iken $\omega=\omega_c$ 'dir. Bu nokta da "siklotron rezonans" olayının gerçekleştiği noktadır denir. Burada ω, gelen ışığın frekansı ve ω_c siklotron rezonans frekansıdır.

Benzer şekilde Şekil 3.21 ve Şekil 3.22 'de incelenirse şu sonuçlar çıkarılabilir. B_0 =0.97 Tesla 'da iken absorbsiyon olayı başlar ve B_0 ≈0.104 Tesla iken absorbsiyon olayı tamamlanır. $\eta^2<0$ değerlerinde absorbsiyon olayı gözlenmez. Yukarı da söz edildiği gibi $\eta^2=0$ anı "dielektrik anomali" olarak bilinir. $\eta^2=\infty$ anı ise bir rezonansın göstergesidir. Şekil 3.21 'de de absorbsiyonun gözlendiği magnetik alan değerleri arasında absorbsiyon eğrisi çizilmiştir. Bu değerlerin dışında absorbsiyon sıfırdır. Yani numune yansıtıcı durumdadır.

d) $\vec{B}$//<110>//x ve ışık $\vec{q}$//<001>

(3.60) no 'lu denklemin çözümü de iki mod içerir. Bunlardan ilki olan ve (3.61) no 'lu deklem ile verilen "ordinary mod", uygulanan dış magnetik alana paraleldir ($\vec{E}//\vec{B}$) ve bu modun elektrik alanı yayılma doğrultusuna (x) diktir. İkincisi ise (3.63) no 'lu denklem ile verilen "extraordinary mod" olup, bu mod statik magnetik alana diktir ($\vec{E}\perp\vec{B}$) ve bu modun elektrik alan vektörünün polarizasyonu $\vec{B}$ 'e dik olan düzlemdedir(yz). Sonuç olarak bu mod, elektrik alanın hem enine hem de boyuna bileşenine sahiptir.

Şekil 3.24 ordinary mod için PbTe 'de komplex kırma indisinin dış magnetik alana göre değişim eğrisini vermektedir. Bu değişim eğrisi de $\eta_0^2 \geq 0$ durumunda bir absorbsiyonun varlığını ortaya koymaktadır. Bu da Şekil 3.25 'de görülmektedir.

Şekil 3.27 'de extraordinary dalga için PbTe 'de komplex kırma indisinin dış magnetik alana göre değişim eğrisi elde edilmiştir. Bu değişim eğrisinden de görüleceği gibi absorbsiyon olayının gözlendiği iki bölge vardır. Absorbsiyonun gözlendiği bu bölgeler için absorbsiyon eğrilerini açık bir şekilde görmek için Şekil 3.28a ve Şekil 3.28b 'deki gibi ayrı ayrı çizilmiştir. Buna göre $B_0 \approx 0.096$ Tesla ile $B_0 \approx 0.125$ Tesla arasında $\eta^2 > 0$ olduğu için absorbsiyon olayı gözlenir. $B_0 \approx 0.125$ Tesla ile $B_0 \approx 0.189$ Tesla aralığında absorbsiyon sıfırdır. Sonra $B_0 \approx 0.189$ Tesla ile $B_0 \approx 0.249$ Tesla aeasında tekrar bir absorbsiyon gözlenir. Bundan sonraki magnetik alan değerlerinde $\eta^2 < 0$ olduğu için bir absorbsiyon gözlenmez. Aynı şekilde $B_0 \approx 0.096$ Tesla 'dan daha düşük magnetik alan değerlerinde de $\eta^2 < 0$ olduğu için absorbsiyonun varlığından söz edemeyiz.
Şekil 3.27 ile Şekil 3.28a ve Şekil 3.28b 'i bir bütün olarak Şekil 3.23 'deki gibi daha genel bir şekilde görmek mümkündür.

Bu çalışmada, magnetik alan keyfi doğrultuda alındığı zaman, analiz karmaşık olmaktadır. Bu yüzden teorik hesaplamalar sadece <111>, <001> ve <110> doğrultularında yapılmıştır. Gerçek uzaydaki koordinat eksenleri de keyfi doğrultuda alınmıştır.

KAYNAKLAR

1. Anderson, W.W., 1977. IEEE J. Quantum Electronics, 13, 532.
2. Aschroft, N.W., .David, N., 1976. Solid State Physics, 233. .
3. Ayres, F., 1980. Teori ve Problemlerle Matrisler, Sanem Çözümlü Serisi, Güven Kitabevi Yayınları, 55.
4. Burkhard H., Bauer G., Grusse P., 1976. Proc. of Bth. Int.Conf. on Physics of Semiconductors, 439.
5. Burkhard H., Bauer G., Grusse P., 1976. Proc. of Bth.Int.Conf. on Physics of Semiconductors, 439.
6. Burkhard, H., Bauer, G., P.Grasse, Lopez-Otero, A., 1976. Free Carrier Magneto-Optical Effects in The Restrahlen Region of n-PbTe, 263.
7. Burko, J.R., and Carver, G.P., 1978. Phys. Rev., 1317,2719.
8. Cuff, K.F., Ellet, M.R. and Kuglin, C.D., 1962. Proceedings of Int.Conference of The Physics of Semiconductors, Exeter.
9. Dimmock, J., and Wright, G. B., 1964. Band Edge Structure of PbS, PbSe and PbTe, Physical Rev. , Vol. 135, 821-828.
10. Dimmock, J.O., 1971. The Physics of Semimetals and Narrow Gap Semiconductor, eds. Pergamon, Newyok. Carter, D.L., and .Bate, R.T., McKnight, S.W., 1980. Magneto- Optical Studies of PbTe in The Far Infrared, Physical Review B, Vol.21, No.8, 3448.
11. Dimmock, J.O., Carter, D.L., Bate, R.T., 1971. The Physics of Semimetals and Narrow Gap Semiconductor.
12. Finlayson, D.M. and .Grero, D., 1956. Proc. Phys. Soc., 1369,796.
13. Foley, G.M.T. and Langenberg, D.N., 1977. Microwave Magnetoplasma Study of Lattice and Electronic Properties of PbTe, Physical Review B, Vol.15, No.10, 4831,4832,4833.
14. Genzow, D., Mironov, A.G., and .Ziep, O., 1978. Phys. Stat. Sol.(b), 90,535.
15. Güngör, A., 1982. Far Infrared Magneto-Optical Studies of Narrow Gap Semiconductor: PbTe, 2.
16. Ichiguchi, T., 1981. Investigation of Lattice Properties and Band-Edge Structures in Pb1-xSnxTe by Submillimeter-Magneto Spectroscopy, 22,80.
17. Jantsch W., Loper Otero A.,1976. Physics of Semiconductors, Proc. of 13th Int. Conf. 487.
18. Kittel, C., 1976. Introduction Solid State Physics, 231.
19. Kleinman, L. and .Lin,P.J., 1964. Energy Bands in PbTe, 63.
20. Lopez-Otero, A., 1975. Appl.Phys.Lett., 26,470.
21. Martinoz, G., Schlüter, M., and Cohen, M.L., 1975. Phys.Rev., B11, 651.
22. McKnight, W. S., 1972. Far Infrared Cyclotron Rezonance in Semiconducting Lead Telluride, 3-11, 41-42.
23. Mitchell, D. L., and Wallis, R. F., 1966. Phys.Rev., 151,581.
24. Mitchell, D. L., and Wallis, R. F., 1966. Theoretical Energy-Band Parameters for the Lead Salts, Physical Rev., Vol.151, 581-582.
25. Neomen, D. A., 1992. Semiconductor Physics and Devices, 162.
26. Numata, H., and Uemara, Y., 1964 Analysis of Cyclotron Absorbsion in Lead Telluride, Journal of The Physical Society of Japan, Vol.19, 2140,2141,2142.
27. Omar, M.A., 1975. Elemantary Solid State Physics: Principles and Applications, 160.

28. Perkowitz, S.1969. Local and Nonlocal Magnetoplazma Effects in n-Type Lead Telluride, Physical Review, Vol.182, No.3, 830.
29. Petritz, R.L., Scanlon, W.W., 1955. Phys. Rev., 97,1620.
30. Scanlan, W.W., In Solid State Physics, Academic Press, Inc., New York, to be published.
31. Putley, E.H., 1952. Proc. Phys.Soc., B65, 388.
32. Ramage,J. C., .Kuchar, F. R., Stradling, A., .Lopez-Otero, A., 1977. Far Infrared Magneto Optics of Thin Film p-PbTe, J.Phys.C., Solid State Phys., Vol. 10, 5096.
33. Restorff, J.B., .Allgaier, R. S., and Houston, B., 1981. Thermal Cycling Induced Changes In The Electrical Transport Properties of (111) epitaxial, n-type PbTe films, J.Appl.Phys. 52(10), 6116,6185.
34. Riro N_{II} ,1963. Electrical Communication Laboratary, Musashinoshi, Tokyo.
35. Riro N_{II} , 1964. Cyclotron Absorbtion in Lead Telluride, .J.Physics, Soc., Japan, Vol.19, 60,61,63.
36. Riro, $N_{II.}$,1964. Journal of the Physical Society of Japan, Vol:19, No:1, 58.
37. Scanlon, Brebrick and Petritz, 1954. In Proceedings of the Conference on Photo Conductivity, Atlantic City.
38. Scanlon, W W., 1958. Mobility of Electrons and Holes in Pbs,PbSe and PbT between Room Temperature and 4.2 °K, Phys. Rev., Vol. 111, No. 4, 1029.
39. Schilz, W. ,1969. Magneto-Acoustic Investigation of the Fermi Surface and Spin Splitting of the Landau Levels in p-type and n-type PbTe, J. Physics, Chem. Solids, Vol. 30, 893-901.
40. Silverman, S.J., and Levinstein, H., 1954. Phys. Rev., 94,871.
41. Smith, R.A., 1951. In Semiconducting Materials, Butterworths Scientific Publications Ltd., 198.

TEŞEKKÜR

Bu çalışmada, bana her türlü problemimde yardımcı olan, beni yönlendiren ve destekleyen hocam Sayın Prof.Dr.Ali GÜNGÖR 'e , grafiklerin çiziminde kullandığım Harvard Graphics (Versiyon 4) programında bana yardımcı olan kıymetli arkadaşım Arş.Gör.Taner Tannsever 'e, Recep Turan 'a ve maddi ve manevi olarak bana destek olan sevgili aileme teşekkürü bir borç bilirim.

ÖZGEÇMİŞ

16.11.1968 yılında İzmir 'de doğdum. Orta öğrenimimi Isparta 'da tamamladıktan sonra U.Ü.Necatibey Eğitim Fakültesi, Fizik Eğitimi Bölümünde lisans eğitimimi tamamladım.Haziran 1992 'de yüksek lisansımı U.Ü.Fen Bilimleri Enstitüsü, Katıhal Fiziği Anabilim Dalında tamamladım. Halen U.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsünde doktora öğrencisi olup, Balıkesir Üniversitesi Necatibey Eğitim Fakültesinde araştırma görevlisi olarak çalışmaktayım.

EKLER

EK 1: GRUP HIZI VE ETKİN KÜTLE İFADESİNİN ELDE EDİLMESİ

Enerji ve momentum arasındaki

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} = \frac{P^2}{2m^*} \tag{Ek1.1}$$

ifadesinden hareketle

$$\frac{dE}{dk} = \frac{\hbar^2 k}{m^*} = \frac{\hbar P}{m^*} \tag{Ek1.2}$$

ifadesi elde edilir. (Ek1.2) 'den

$$\frac{1}{\hbar}\frac{dE}{dk} = \frac{P}{m} = v_g \tag{Ek1.3}$$

sonucuna ulaşılır. Burada v_g, parçacığın grup hızıdır. (Ek1.2) denkleminin k 'ya göre bir daha türevi alınırsa

$$\frac{d^2E}{dk^2} = \frac{\hbar^2}{m^*} \tag{Ek1.4}$$

elde edilir. Bu ifade

$$\frac{1}{\hbar^2}\frac{d^2E}{dk^2} = \frac{1}{m^*}$$

$$m^* = \frac{\hbar^2}{\dfrac{d^2E}{dk^2}} \tag{Ek1.5}$$

şeklinde de ifade edilebilir.[18] Burada m^*, parçacığın etkin kütlesidir.

EK 2: İLETKENLİK TENSÖRÜ İFADESİNİN ELDE EDİLMESİ

Hareket denklemi

$$\overline{\overline{m}}\left(\frac{d\vec{v}}{dt}+\frac{\vec{v}}{\tau}\right)=e\left(\vec{E}+\vec{v}\times\vec{B}\right)$$

idi . Yukarıdaki ifade de gerekli düzenlemeler yapılırsa

$$\overline{\overline{m}}\left(\frac{d\vec{v}}{dt}+\frac{\vec{v}}{\tau}\right)+e(\vec{B}\times\vec{v})=e\vec{E} \qquad \text{(Ek2.1)}$$

olur. Burada $\vec{v}\times\vec{B}=-\vec{B}\times\vec{v}$ alınmıştır.

Akım yoğunluğu ise

$$\vec{J}=ne\vec{v}=\overline{\overline{\sigma}}\vec{E}$$

ifadesiyle verilir. Bu ifadenin her iki tarafı e ile çarpılırsa aşağıdaki ifade elde edilir.

$$e\vec{J}=ne^2\vec{v}=\overline{\overline{\sigma}}e\vec{E} \qquad \text{(Ek2.2)}$$

Eğer $\vec{v}=\vec{v}_0\,e^{i\omega t}$ ise (Ek1.1) denklemi

$$\overline{\overline{m}}\left(i\omega+\frac{1}{\tau}\right)\vec{v}+e(\vec{B}\times\vec{v})=e\vec{E}$$

$$\left[\overline{\overline{m}}\left(i\omega+\frac{1}{\tau}\right)+e\vec{B}\times\overline{\overline{I}}\right]\vec{v}=e\vec{E} \qquad \text{(Ek2.3)}$$

şekline dönüşür. Burada $\vec{v}=\overline{\overline{I}}\vec{v}$ alınmıştır. (Ek2.2) denkleminden

$$e\vec{E}=\frac{ne^2\vec{v}}{\overline{\overline{\sigma}}} \qquad \text{(Ek2 .4)}$$

ifadesi elde edilir. (Ek 2.4) 'nolu ifade (Ek2.3) 'nolu ifade de yerine konulursa

$$\overline{\overline{\sigma}}=\frac{ne^2}{(i\omega+\frac{1}{\tau})}(\overline{\overline{m}}+\vec{b}\times\overline{\overline{I}})^{-1} \qquad \text{(Ek2.5)}$$

ifadesi elde edilir. Burada

$$\vec{b} = \frac{e\vec{B}}{\left(i\omega + \frac{1}{\tau}\right)}$$

$$\sigma_0 = \frac{ne^2}{(i\omega + \frac{1}{\tau})}$$

dır. $\frac{1}{\tau} = 0$[26]. Bu yaklaşımla Sistemdeki toplam elektron cepleri gözönüne alınırsa toplam iletkenlik tensörü en genel halde

$$\overline{\overline{\sigma}} = \sum_i \frac{n_i e^2}{i\omega}\left[\overline{\overline{m}} + \vec{b} \times \overline{\overline{II}}\right]^{-1}$$

yazılır.

EK 3: BİR MATRİSİN TERSİNİN ELDE EDİLMESİ

Tersi bulunacak matristen hareketle ek matris bulunur. Sonra bu ek matrisin transpozesi alınır ve tersi bulunacak matrisin determinantına bölünür. Yani A gibi bir matrisin tersi

$$A^{-1} = \frac{ekA^{T}}{detA}$$

ifadesiyle verilir.[3] Ek matris ekA ise şöyle elde edilir.
A matrisi

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

olsun. Ek matrisin elemanları $A_{11}, A_{12}, A_{13}, A_{21}, A_{22}, A_{23}, A_{31}, A_{32}, A_{33}$ ise şöyle bulunur. Önce A_{11} elemanını elde etmek için 1.satır ve 1.sütun kapatılır. Geriye kalan matrisin determinantı bulunur. 1.satır ve 1. sütun kapatılınca geriye kalan matrisin başına $(-1)^{1+1}$ şeklinde bir çarpan gelir. (-1) ifadesinin üzerindeki rakamlar kapatılan satır ve sütunları ifade eder. Buna göre A_{11} elemanı ,

$$A_{11} = (-1)^{1+1}\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -3$$

şeklinde olur. A_{12} 'de benzer şekilde

$$A_{12} = (-1)^{1+2}\begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} = 6$$

şeklinde yazılır. Diğer elemanlarda bu şekilde elde edilerek ekA matrisi

$$ekA = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix}$$

şelinde verilir. ekA^T ise ekA matrisinin satır ve sütunları yer geğiştirilerek elde edilir.

Yani $ekA^T = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{bmatrix}$ olur. Bu açıklamalar dikkate alınarak bir matrisin tersini bulmak mümkündür.

EK 4: $\vec{B}$// <110>İKEN $\vec{b}\times\overline{\overline{II}}$ İFADESİNİN ELDE EDİLMESİ

$\vec{B}$ dış magnetik alan k-uzayında <110> doğrultusunda iken, gerçek uzay koordinat eksenlerinden x ekseni kristalin k-uzayındaki <110> doğrultusunda seçilmiştir. Buna göre (2.9) no'lu ifadeden yaralanarak $\vec{b} = b\hat{B}$ şeklinde yazılabilir. Burada

$$\vec{B} = \begin{pmatrix} B_0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

ve

$$\hat{B} = \frac{\vec{B}}{|\vec{B}|}$$

ise

$$\hat{B} = \frac{B_0\hat{x} + 0\hat{y} + 0\hat{z}}{B_0} \Rightarrow \hat{B} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

olarak verilir. Vektörel çarpımın tanımından

$$\vec{b}\times\vec{v} = \vec{b}\times\overline{\overline{II}}.\vec{v} = \left(\vec{b}\times\overline{\overline{II}}\right)\vec{v} \qquad \text{(Ek4.1)}$$

yazılabilir.

$$\overline{\overline{II}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

ise

$$\overline{\overline{II}}.\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix}$$

olur. Böylece (Ek 4.1) 'in sol tarafi şöyle olur.

$$\vec{b}\times\vec{v} = \vec{b}\times\overline{\overline{II}}.\vec{v} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ b & 0 & 0 \\ v_x & v_y & v_z \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -bv_z \\ bv_y \end{bmatrix} \qquad \text{(Ek 4.2)}$$

(Ek 4.2) no'lu ifade (Ek 4.1) no'lu ifadenin sağ tarafına eşitlenirse

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -bv_z \\ bv_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{11}v_x + b_{12}v_y + b_{13}v_z \\ b_{21}v_x + b_{22}v_y + b_{23}v_z \\ b_{31}v_x + b_{32}v_y + b_{33}v_z \end{pmatrix}$$

ifadesi elde edilir. Sol taraf ve sağ taraf birbirine eşitlenirse

$$b_{11} = 0,\ b_{12} = 0,\ b_{13} = 0$$
$$b_{21} = 0,\ b_{22} = 0,\ b_{23} = -b$$
$$b_{31} = 0,\ b_{32} = b,\ b_{33} = 0$$

olur. Bu neticeden hareketle, $\vec{b} \times \overline{\overline{II}}$ matrisi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\vec{b} \times \overline{\overline{II}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -b \\ 0 & b & 0 \end{pmatrix}$$

EK 5: PbTe İÇİN HÜCRE DİELETRİK SABİTİNİN ELDE EDİLMESİ

Genelde $\varepsilon_\ell(\omega)$ bir tensördür. Fakat kübik simetrili kristalde skaler bir büyüklük olarak ele alınabilir. Hücre dielektrik sabiti $\varepsilon_\ell(\omega)$[16]

$$\varepsilon_\ell(\omega) = \varepsilon_\infty \frac{\omega_L^2 - \omega^2 + i\Gamma\omega}{\omega_T^2 - \omega^2 + i\Gamma\omega}$$

ifadesiyle verilir. ε_∞ yüksek frekans dielektrik sabiti, ω_L boyuna modun frekansı, ω_T enine modun frekansıdır. $\Gamma = \frac{1}{\tau_\ell}$ olup τ_ℓ örgü titreşiminin ömrüdür.[35]

PbTe için $\omega_L = 114 cm^{-1}$, $\omega_T = 18.8 cm^{-1}$, $\omega = 14.7 cm^{-1} (4.4 \times 10^{11} s^{-1})$[30], $\varepsilon_\infty = 33$ [40,12] alınırsa hücre dielektrik sabiti $\varepsilon_\ell = 3.16 \times 10^3$ bulunur.

EK 6: TURBO BASIC 'DE HAZIRLANAN GRAFİKLERİN PROGRAMLARI

Şekil 3.4 'e ait programdır

```
defdbl a-z
input "grafik aralığı? t0,t=";t0,t
'grafiği 1e10 ile 4.5e11 arasında çalıştır
def fneta02(t)=3.16e3-0.2742e28/(t*t) xc=632/(t-t0):ymax=0:ymin=1e12
'input, a$
'open a$ for output as #1
for i=4 to 636 step 16.5 :t=(i-4)/xc+t0:y=fneta02(t) 'print #1,using "####^^^^.####^^^^";t,y
'100 a$=inkey$:if a$="" then 100
if y>ymax then ymax=y
if y<ymin then ymin=y
next i
'close #1
screen 9:yc=342/(ymax-ymin):pset (2,2):line-(638,2)
line-(638,348):line-(2,348):line-(2,2)
pset(2,348-(0-ymin)*yc):line-(638,348-(0-ymin)*yc),4
y=fneta02(t0):iy=348-(y-ymin)*yc
pset (4,iy)
for ix=4 to 636:t=(ix-4)/xc+t0
y=fneta02(t):iy=348-(y-ymin)*yc
line-(ix,iy),10
150 next ix
end
```

```
'Sekil 3.5'e ait program
input "grafik aralığı? t0,t=";t0,t:el=3.16e3
'grafiği 0 1 ile 10 arasinda çalıştır
def fnep11(t)=el-(1.31e-35/(9.23e-41-2.56e-38*t*t))
def fnep132(t)=9.56e-54*(-1.32e-61*t*t/(4.77e-64-1.32e-61*t*t)^2)
def fnetae2(t)=fnep11(t)+fnep132(t)/fnep11(t)
xc=632/(t-t0):ymax=0:ymin=1e12
for i=4 to 636 step 10:t=(i-4)/xc+t0:y=fnetae2(t):print t,y
100 a$=inkey$:if a$="" then 100
if y>ymax then ymax=y
if y<ymin then ymin=y
next i
screen 9:yc=342/(ymax-ymin):pset (2,2):line-(638,2)
line-(638,348):line-(2,348):line-(2,2)
y=fnetae2(t0):iy=348-(y-ymin)*yc
pset (4,iy)
for ix=4 to 636:t=(ix-4)/xc+t0
y=fnetae2(t):iy=348-(y-ymin)*yc
line-(ix,iy),10
150 next ix
end
```

```
'Sekil 3.6'a ait programdır.
input "grafik aralığı? t0,t=";t0,t
grafiği 2.7 ile 10 arasinda calıştır
def fnep11(t)=3.16e3-(1.31e-35/(9.23e-41-2.56e-38*t*t))
def fnep132(t)=9.56e-54*(-1.32e-61*t*t/(4.77e-64-1.32e-61*t*t)^2)
def fnetae2(t)=fnep11(t)+fnep132(t)/fnep11(t)
xc=632/(t-t0):ymax=0:ymin=1e12
'input;a$
'open a$ for output as #1
for i=4 to 636 :t=(i-4)/xc+t0:y=fnetae2(t):if y<0 then 10
y=4/sqr(y)
'print t,y
'100 a$=inkey$:if a$="" then 100
if y>ymax then ymax=y
if y<ymin then ymin=y
'print #1, using"####^^^.####^^^";t;y
10 next i
'close
screen 9:yc=342/(ymax-ymin):pset (2,2):line-(638,2)
line-(638,348):line-(2,348):line-(2,2)
locate 3,5:print "t0=";:print using "##.####";t0 locate 4,5 :print"t=";:print using "##.####";t
pset(2,348-(0-ymin)*yc):line-(638,348-(0-ymin)*yc),4
y=fnetae2(t0):iy=348-(y-ymin)*yc
for ix=4 to 636 step .1:t=(ix-4)/xc+t0 y=fnetae2(t):if y<0 then 150
y=4/sqr(y)
iy=348-(y-ymin)*yc
if ix=4 then pset(ix,iy)
line-(ix,iy),10
150 next ix
end
```

```
'Sekil 3.7 'e ait grafik programdır.
defdbl a-z
input "grafik araığı? t0,t=";t0,t
'grafigi 0.01 ile 0.1 arasında çalıştır.
def fnep132(t)=9.56e-54*(-1.32e-61*t*t/(4.77e-64-1.32e-61*t*t)^2)
def fnep11(t)=3.16e3-(1.31e-35/(9.23e-41-2.56e-38*t*t))
def fnep112(t)=fnep11(t)*fnep11(t)
def fnetae2(t)=(3*fnep11(t)+sqr(fnep112(t)-8*fnep132(t)))/4
'input;a$
'open a$ for output as #1
xc=632/(t-t0):ymax=0:ymin=1e12
for i=4 to 636 step 10:t=(i-4)/xc+t0:y=fnetae2(t)':print t;y
'100 a$=inkey$:if a$="" then 100
if y>ymax then ymax=y
if y<ymin then ymin=y
'print #1,using"####^^^.####^^^";t,y
next i
'close #1
screen 9:yc=342/(ymax-ymin):pset (2,2):line-(638,2)
line-(638,348):line-(2,348):line-(2,2)
pset(2,348-(0-ymin)*yc):line-(638,348-(0-ymin)*yc),4
y=fnetae2(t0):iy=348-(y-ymin)*yc
pset (4,iy)
for ix=4 to 636:t=(ix-4)/xc+t0
y=fnetae2(t):iy=348-(y-ymin)*yc
line-(ix,iy),10
150 next ix
end
```

```
'Sekil 3.8 'e grafik programıdır.
defdbl a-z
input "grafik aralığı? t0,t=";t0,t
'grafigi 6.13e-2 ile 25 arasìnda çalıştır
def fnep132(t)=9.56e-54*(-1.32e-61*t*t/(4.77e-64-1.32e-61*t*t)^2)
def fnep11(t)=3.16e3-(1.31e-35/(9.23e-41-2.56e-38*t*t))
def fnep112(t)=fnep11(t)*fnep11(t)
def fnetae2(t)=(3*fnep11(t)+sqr(fnep112(t)-8*fnep132(t)))/4
'input;a$
'open a$ for output as #1
xc=632/(t-t0):ymax=0:ymin=1e12
for i=4 to 636 step 10:t=(i-4)/xc+t0:y=fnetae2(t):if y<0 then 10
y=4/sqr(y)':print t,y
'100 a$=inkey$:if a$="" then 100
if y>ymax then ymax=y
if y<ymin then ymin=y
'print #1,using"####^^^.####^^^";t,y
10 next i
'close #1
screen 9:yc=342/(ymax-ymin):pset (2,2):line-(638,2)
line-(638,348):line-(2,348):line-(2,2)
pset(2,348-(0-ymin)*yc):line-(638,348-(0-ymin)*yc),4
y=fnetae2(t0):iy=348-(y-ymin)*yc
for ix=4 to 636:t=(ix-4)/xc+t0
y=fnetae2(t):if y<0 then 150
y=4/sqr(y)
iy=348-(y-ymin)*yc
line-(ix,iy),10
150 next ix
end
```

```
'Sekil 3.9 'e ait grafik programıdır.
defdbl a-z
input "grafik aralığı? t0,t=";t0,t
'grafiği 0.1 ile 10  arasında çalıştır
def fnep132(t)=9.56e-54*(-1.32e-61*t*t/(4.77e-64-1.32e-61*t*t)^2)
def fnep11(t)=3.16e3-(1.31e-35/(9.23e-41-2.56e-38*t*t))
def fnep112(t)=fnep11(t)*fnep11(t)
def fnetae2(t)=(3*fnep11(t)-sqr(fnep112(t)-8*fnep132(t)))/4
'input;a$
'open a$ for output as #1
xc=632/(t-t0):ymax=0:ymin=1e12
for i=4 to 636 step 10:t=(i-4)/xc+t0:y=fnetae2(t)':print t;y
'100 a$=inkey$:if a$="" then 100
if y>ymax then ymax=y
if y<ymin then ymin=y
'print #1,using"####^^^.####^^^";t,y
next i
'close #1
screen 9:yc=342/(ymax-ymin):pset (2,2):line-(638,2)
line-(638,348):line-(2,348):line-(2,2)
pset(2,348-(0-ymin)*yc):line-(638,348-(0-ymin)*yc),4
y=fnetae2(t0):iy=348-(y-ymin)*yc
pset (4,iy)
for ix=4 to 636:t=(ix-4)/xc+t0
y=fnetae2(t):iy=348-(y-ymin)*yc
line-(ix,iy),10
150 next ix
end
```

```
'Şekil 3.10 'a ait grafiğin programıdır.
defdbl a-z
input "grafik aralığı? t0,t=";t0,t
'grafiği 0.01 ile 15 arasında çalıştır.
def fnep132(t)=9.56e-54*(-1.32e-61*t*t/(4.77e-64-1.32e-61*t*t)^2)
def fnep11(t)=3.16e3-(1.31e-35/(9.23e-41-2.56e-38*t*t))
def fnep112(t)= fnep11(t)*fnep11(t)
def fnetae2(t)=(3*fnep11(t)-sqr(fnep112(t)-8*fnep132(t)))/4
'input;a$
'open a$ for output as #1
xc=632/(t-t0):ymax=0:ymin=1e12
for i=4 to 636 step 10:t=(i-4)/xc+t0:y=fnetae2(t):if y<0 then 10
y=4/sqr(y)':print t,y
'100 a$=inkey$:if a$="" then 100
if y>ymax then ymax=y
if y<ymin then ymin=y
'print #1,using"####^^^.####^^^";t,y
10 next i
'close #1
screen 9:yc=342/(ymax-ymin):pset (2,2):line-(638,2)
line-(638,348):line-(2,348):line-(2,2)
pset(2,348-(0-ymin)*yc):line-(638,348-(0-ymin)*yc),4
y=fnetae2(t0):iy=348-(y-ymin)*yc
for ix=4 to 636:t=(ix-4)/xc+t0
y=fnetae2(t):if y<0 then 150
y=4/sqr(y)
iy=348-(y-ymin)*yc
line-(ix,iy),10
150 next ix
end
```

```
'Sekil 3.19 'a ait programdır.
defdbl a-z
input "grafik aralığı? t0,t=";t0,t
'grafiği .03 ile .2 arasında çalıştır
def fngr(t)=3.16e3-(1.92e28*(1.936e23-.81*2.15e25*t*t))/(1.936e23*(1.936e23-
2.15e25*t*t)) xc=632/(t-t0):ymax=0:ymin=1e12
'input;a$
'open a$ for  output as #1
for i=4 to 636 step 16.5 :t=(i-4)/xc+t0:y=fngr(t)
'print  #1,using "####^^^.####^^^";t,y
'100 a$=inkey$:if a$="" then 100
if y>ymax then ymax=y
if y<ymin then ymin=y
next i
'close #1
screen 9:yc=342/(ymax-ymin):pset (2,2):line-(638,2)
line-(638,348):line-(2,348):line-(2,2)
pset(2,348-(0-ymin)*yc):line-(638,348-(0-ymin)*yc),4
y=fngr(t0):iy=348-(y-ymin)*yc
pset (4,iy)
for ix=4 to 636:t=(ix-4)/xc+t0
y=fngr(t):iy=348-(y-ymin)*yc
line-(ix,iy),10
150 next ix
end
```

```
'Sekil 3.20 'e ait programdır
input "grafik aralığı? t0,t=";t0,t
'grafigi .075,.085 arasında çalıştır
def fngr(t)=3.16e3-(5.55e21*(2.15e6-3.6e8*t*t+.4*(2.15e6-1.29e8*t*t)))/(2.15e6-3.6e8*t*t)
xc=632/(t-t0):ymax=0:ymin=1e12
'input;a$
'open a$ for output as #1
for i=4 to 636 :t=(i-4)/xc+t0:y=fngr(t):if y<0 then 10
y=4/sqr(y)
'100 a$=inkey$:if a$="" then 100
if y>ymax then ymax=y
if y<ymin then ymin=y
'print #1, using"####^^^.####^^^";t;y
10 next i
'close
screen 9:yc=342/(ymax-ymin):pset (2,2):line-(638,2)
line-(638,348):line-(2,348):line-(2,2)
locate 3,5:print "t0=";:print using "##.####";t0 locate 4,5 :print"t=";:print using "##.####";t
pset(2,348-(0-ymin)*yc):line-(638,348-(0-ymin)*yc),4
y=fngr(t0):iy=348-(y-ymin)*yc
for ix=4 to 636 step .1:t=(ix-4)/xc+t0
y=fngr(t):if y<0 then 150
y=4/sqr(y)
iy=348-(y-ymin)*yc
if ix=4 then pset(ix,iy)
line-(ix,iy),10
150 next ix
end
```

```
'Sekil 3.22 'e ait programdır
defdbl a-z
input "grafik aralığı? t0,t=";t0,t
'grafigi .0965 ile .107 arasında çalıştır
def fngr(t)=3.16e3-(1.92e28*(1.936e23-.81*2.15e25*t*t))/(1.936e23*(1.936e23-2.15e25*t*t))
xc=632/(t-t0):ymax=0:ymin=1e12
'input ,a$
'open a$ for output as #1
for i=4 to 636 step 16.5:t=(i-4)/xc+t0:y=fngr(t):if y<0 then 10
y=4/sqr(y)
'print #1,using "####^^^^.####^^^^";t,y
'100 a$=inkey$:if a$="" then 100
if y>ymax then ymax=y
if y<ymin then ymin=y
10 next i
'close #1
screen 9:yc=342/(ymax-ymin):pset (2,2):line-(638,2)
line-(638,348):line-(2,348):line-(2,2)
pset(2,348-(0-ymin)*yc):line-(638,348-(0-ymin)*yc),4
y=fngr(t0):iy=348-(y-ymin)*yc
for ix=4 to 636:t=(ix-4)/xc+t0
y=fngr(t):if y<0 then 150
y=4/sqr(y)
iy=348-(y-ymin)*yc
line-(ix,iy),10
150 next ix
end
```

```
'Sekil 3.24 'e ait programdır
defdbl a-z
input "grafik aralığı? t0,t=";t0,t
'grafiği .03 ile .2 arasında çalıştır.
def fngr(t)=3.16e3-70807.47*((1.936e23-3.76e25*t*t)+.4*(1.936e23-1.34e25*t*t))/(1.936e23-
1.34e25*t*t)
xc=632/(t-t0):ymax=0:ymin=1e12
'input ,a$
'open a$ for output as #1
for i=4 to 636 step 16.5 :t=(i-4)/xc+t0:y=fngr(t)
'print #1,using "####^^^.####^^^";t,y
'100 a$=inkey$:if a$="" then 100
if y>ymax then ymax=y
if y<ymin then ymin=y
next i
'close #1
screen 9:yc=342/(ymax-ymin):pset (2,2):line-(638,2)
line-(638,348):line-(2,348):line-(2,2)
pset(2,348-(0-ymin)*yc):line-(638,348-(0-ymin)*yc),4
y=fngr(t0):iy=348-(y-ymin)*yc
pset (4,iy)
for ix=4 to 636:t=(ix-4)/xc+t0
y=fngr(t):iy=348-(y-ymin)*yc
line-(ix,iy),10
150 next ix
end
```

```
'Sekil 3.25 'e ait programdır
defdbl a-z
input "grafik aralığı? t0,t=";t0,t
'grafiği .0788 ile .118 arasında çalıştır
def fngr(t)=3.16e3-70807.47*((1.936e23-3.76e25*t*t)+.4*(1.936e23-1.34e25*t*t))/(1.936e23-
1.34e25*t*t)
xc=632/(t-t0):ymax=0:ymin=1e12
'input a$
'open a$ for output as #1
for i=4 to 636 step 15 :t=(i-4)/xc+t0:y=fngr(t):if y<0 then 10
y=4/sqr(y)
'print #1,using "####^^^.####^^^"; t,y
'100 a$=inkey$:if a$="" then 100
if y>ymax then ymax=y
if y<ymin then ymin=y
10 next i
'close #1
screen 9:yc=342/(ymax-ymin):pset (2,2):line-(638,2)
line-(638,348):line-(2,348):line-(2,2)
pset(2,348-(0-ymin)*yc):line-(638,348-(0-ymin)*yc),4
y=fngr(t0):iy=348-(y-ymin)*yc
for ix=4 to 636:t=(ix-4)/xc+t0
y=fngr(t):if y<0 then 150
y=4/sqr(y)
iy=348-(y-ymin)*yc
line-(ix,iy),10
150 next ix
end
```

```
'Sekil 3.27 'e ait programdır
defdbl a-z
input "grafik aralığı? t0,t=";t0,t 'grafiği
0.026 ile .5 arasında çalıştır
el=3.16e3
def fnep22(t)=el-(5.4833e27/(1.936e23-5.3670e24*t*t))-(1.3708e28/(1.936e23-3.7569e25*t*t))
def fne33(t)=el-(9.5958e27*(1/(1.936e23-5.3670e24*t*t)+1/(1.936e23-3.7569e25*t*t)))
def fne232(t)=-5.2098e56*t*t/(1.936e23-5.3670e24*t*t)^2-2.5526e58*t*t/(1.936e23-
3.7569e25*t*t)^2-7.2935e57*t*t/((1.936e23-5.3670e24*t*t)*(1.936e23-3.7569e25*t*t))
def fnetae2(t)=fnep22(t)+fne232(t)/fne33(t)
xc=632/(t-t0):ymax=0:ymin=1e12
for i=4 to 636 step 16.5 :t=(i-4)/xc+t0:y=fnetae2(t):
'print t;y
'100 a$=inkey$:if a$="" then 100
if y>ymax then ymax=y
if y<ymin then ymin=y
next i
'print ymax,ymin
'stop
screen 9:yc=342/(ymax-ymin):pset (2,2):line-(638,2)
line-(638,348):line-(2,348):line-(2,2)
pset(2,348-(0-ymin)*yc):line-(638,348-(0-ymin)*yc),4
y=fnetae2(t0):iy=348-(y-ymin)*yc
pset (4,iy)
for ix=4 to 636:t=(ix-4)/xc+t0 y=fnetae2(t):iy=348-(y-ymin)*yc
line-(ix,iy),10
150 next ix
end
```

```
'Sekil 3.28a ve 3.28b 'e ait programdır
defdbl a-z
 input "grafik aralığı? t0,t=";t0,t
'grafiği .087 ile .122 ve .18 ile .253 arasında çalıştır
el=3.16e3
def fnep22(t)=el-(5.4833e27/(1.936e23-5.3670e24*t*t))-(1.3708e28/(1.936e23-3.7569e25*t*t))
def fne33(t)=el-(9.5958e27*(1/(1.936e23-5.3670e24*t*t)+1/(1.936e23-3.7569e25*t*t)))
def fne232(t)=-5.2098e56*t*t/(1.936e23-5.3670e24*t*t)^2-2.5526e58*t*t/(1.936e23-
3.7569e25*t*t)^2-7.2935e57*t*t/((1.936e23-5.3670e24*t*t)*(1.936e23-3.7569e25*t*t))
def fnetae2(t)=fnep22(t)+fne232(t)/fne33(t)
xc=632/(t-t0):ymax=0:ymin=1e12
'input ;a$
'open a$ for output as #1
for i=4 to 636 :t=(i-4)/xc+t0:y=fnetae2(t):if y<0 then 10
y=4/sqr(y)
'100 a$=inkey$:if a$="" then 100
if y>ymax then ymax=y
if y<ymin then ymin=y
'print #1, using"####^^^.####^^^";t,y
10 next i
'close
screen 9:yc=342/(ymax-ymin):pset (2,2):line-(638,2)
line-(638,348):line-(2,348):line-(2,2)
pset(2,348-(0-ymin)*yc):line-(638,348-(0-ymin)*yc),4
y=fnetae2(t0):iy=348-(y-ymin)*yc
for ix=4 to 636 step .1:t=(ix-4)/xc+t0
y=fnetae2(t):if y<0 then 150
y=4/sqr(y)
iy=348-(y-ymin)*yc
line-(ix,iy),10
150 next ix
end
```