

**T.C.  
ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ  
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ  
İŞLETME ANABİLİM DALI  
MUHASEBE-FİNANSMAN BİLİM DALI**

**FAİZ ORANI OPSİYONLARI  
VE  
TÜRKİYE'DE UYGULANABİLİRLİĞİ**

**T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU  
DOKÜMANTASYON MERKEZİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

113022

**TOLUNAY KAĞAN ERGİN**

**DANIŞMAN: Prof. Dr. ALİ CEYLAN**

**BURSA 2002**

**İÇİNDEKİLER**

<b>İÇİNDEKİLER</b>	<b>I</b>
<b>GİRİŞ</b>	<b>1</b>
<b>BÖLÜM 1. FAİZ ORANI OPSİYONLARININ TEMEL UNSURLARI</b>	<b>3</b>
<b>1.1. Opsiyon Kavramı</b>	<b>3</b>
<b>1.2. Değişkenlik</b>	<b>7</b>
<b>1.3. Faiz Oranı Opsiyonları İçin Diğer Fiyatlama Bileşenleri</b>	<b>21</b>
<b>1.3.1. Konu Olan Menkul Kıymetin Cari Fiyatı</b>	<b>21</b>
<b>1.3.2. Kullanım Fiyatı</b>	<b>22</b>
<b>1.3.3. Vadeye Kalan Zaman</b>	<b>23</b>
<b>1.3.4. Beklenen Getiri Değişkenliği</b>	<b>24</b>
<b>1.3.5. Risksiz Faiz Oranı ve Getiri Oranları</b>	<b>24</b>
<b>1.4. Faiz Oranı Opsiyonunun Fiyatını Etkileyen Duyarlılık Ölçütleri</b>	<b>28</b>
<b>1.4.1. Delta</b>	<b>29</b>
<b>1.4.2. Gamma</b>	<b>30</b>
<b>1.4.3. Lambda</b>	<b>30</b>
<b>1.4.4. Theta</b>	<b>31</b>
<b>1.4.5. Kappa</b>	<b>31</b>
<b>1.5. Faiz Oranı Opsiyonları İçin Düzeltilmiş Vade ve Dışbükeylik</b>	<b>32</b>
<b>1.5.1. Opsiyonun Düzeltilmiş Vadesi</b>	<b>32</b>
<b>1.5.2. Opsiyonun Dışbükeyliği</b>	<b>33</b>
<b>BÖLÜM 2. FİYATLAMA MODELLERİ</b>	<b>35</b>
<b>2.1. Ho ve Lee Modeli (1986)</b>	<b>36</b>
<b>2.2. Black, Derman ve Toy Modeli (1990)</b>	<b>38</b>
<b>2.3. Hull ve White Modeli (1990)</b>	<b>42</b>
<b>2.4 Heath, Jarrow ve Morton Modeli(1992)</b>	<b>46</b>

**BÖLÜM 3.****KISIM 1**

<b>FAİZ ORANI OPSİYONLARININ TÜRLERİ VE FİYATLAMASI</b>	<b>51</b>
<b>3.1. Borsada İşlem Gören Faiz Oranı Opsiyonları</b>	<b>53</b>
<b>3.1.1. Hazine Bonosu ve Kağıdı Gelecek Sözleşmesi Opsiyonu</b>	<b>53</b>
<b>3.1.2. Eurodolar Gelecek Sözleşmesi Opsiyonu</b>	<b>54</b>
<b>3.1.3. Opsiyon Özelliği Gösteren Tahviller</b>	<b>55</b>
<b>3.2. Tezgahüstü Faiz Oranı Opsiyonları</b>	<b>57</b>
<b>3.3. Faiz Oranı Garantileri</b>	<b>62</b>
<b>3.4. Tavan Sözleşmeleri, Taban Sözleşmeleri ve Yaka Sözleşmeleri</b>	<b>65</b>
<b>3.5. Swap Opsiyonları</b>	<b>77</b>
<b>3.6. Faiz Oranı Opsiyonları İle İlgili Örnekler</b>	<b>81</b>
<b>3.6.1. Faiz Oranı Satın Alma Opsiyonu Örneği</b>	<b>82</b>
<b>3.6.2. Faiz Oranı Satma Opsiyonu Örneği</b>	<b>84</b>
<b>3.6.3. Faiz Oranı Opsiyonlarını Fiyatlama Örneği</b>	<b>86</b>
<b>3.6.4. Faiz Oranı Tavan Sözleşmesi İçin Örnek</b>	<b>88</b>
<b>3.6.5. Faiz Oranı Taban Sözleşmesi İçin Örnek</b>	<b>92</b>
<b>3.6.6. Faiz Oranı Yaka Sözleşmesi İçin Örnek</b>	<b>94</b>

**BÖLÜM 3.****KISIM 2**

<b>FAİZ ORANI OPSİYONLARININ TÜRKİYE'DE UYGULANABİLİRLİĞİ</b>	<b>97</b>
<b>SONUÇ</b>	<b>104</b>
<b>KAYNAKLAR</b>	<b>107</b>

## GİRİŞ

Faiz oranı opsiyonları, önemi giderek artan finansal türev ürünlerdir. Bunun nedenlerinden biri, küçük bir prim ödemek suretiyle, borçlanmaları, dalgalanan faiz oranlarına karşı korumasıdır. Opsiyon sözleşmelerinde, opsiyonun sahibinin zararı, opsiyonu kullanmazsa, ödediği primle sınırlı kalacaktır.

Faiz oranı opsiyonları, sabit getirili menkul kıymetler üzerine opsiyonları ve doğrudan faiz oranları üzerine opsiyonları kapsamaktadır. Faiz oranı opsiyonlarını diğer opsiyon sözleşmelerinden ayıran en önemli özellik, faizin, menkul kıymet değil, bir getiri oranı olmasıdır.

Bu çalışmanın amacı, faiz oranı opsiyonlarının farklı özelliklerini anlatmak ve Türkiye’de uygulanabilirliği hakkında bir görüşe ulaşmaya çalışmaktır.

Opsiyonların kullandığı başlıca amaç, opsiyona konu olan menkul kıymetin fiyat dalgalanmalarından meydana gelen risklere karşı, yatırımcıyı korumaktır. Aynı şekilde, dalgalanmalar çok büyük olursa, büyük karlar sağlama imkanı elde edilir.

Faiz oranı opsiyonları ise, faiz dalgalanmalarındaki risklerden korunmayı sağlar. Bunun yanı sıra, borçlanma maliyetini azaltır ve kar elde etme imkanı verir. Tahvil, bono gibi sabit getirili menkul kıymetler üzerine opsiyonlar ise, menkul kıymetin fiyatındaki değişimlere bağlıdır. Ancak, faiz oranları ile bu tür menkul kıymet fiyatları arasında ters yönlü bir ilişki vardır. Faiz oranı yükselirken, tahvil fiyatı düşer. Faiz oranı düşerken, tahvil fiyatı yükselir. Bu durum, hem diğer opsiyonlarla karşılaştırıldığında, hem de değerlendirme modellerinde farklılıklar meydana getirir.

Çalışmanın birinci bölümünde, faiz oranı opsiyonlarının fiyatlanması için gereken unsurların neler olduğu anlatılacaktır. Riskin zararlı yönlerinden korunup, kar sağlama olanağı veren yönlerinden yararlanmak için gereken riskten korunma ölçütleri, faiz oranı opsiyonlarına yönelik olarak verilecektir. İkinci bölümde, faiz oranı opsiyonu fiyatlama modellerinin gelişimi üzerinde durulacaktır. Modeller, faiz oranının ve faiz oranı değişkenliğinin tahmin edilmesi için geliştirilmiş, kesikli zaman ve sürekli zaman modellerinden oluşacaktır. Üçüncü bölümde, faiz oranı opsiyonlarının türleri açıklanacaktır. Faiz oranı opsiyonlarını değerlemek için uygulamada kullanılan model

üzerinde durulacak ve fiyatlama örneği verilecektir. Ayrıca, her faiz oranı opsiyonu türü için verilen örnekler yoluyla, faiz oranı opsiyonlarının kullanım şekli ve amacı ortaya konulacaktır. Bu sayede, borçlanma maliyetinin nasıl düştüğü de gösterilecektir.

Son kısımda, Türkiye’de faiz oranı opsiyonlarının nasıl kullanılacağı anlatılmaya çalışılacaktır. Konu ile ilgili olarak, İstanbul Menkul Kıymetler Borsası ve bankalararası piyasa hakkında bir durum değerlendirmesi yapılacaktır.



## **BÖLÜM 1**

### **FAİZ ORANI OPSİYONLARININ TEMEL UNSURLARI**

Bu bölümde, genel olarak tüm opsiyon sözleşmelerinin, özel olarak da faiz oranı opsiyon sözleşmelerinin değerlendirilmesi ve riskten korunması için yararlanılan temel unsurlara değinilecektir. Faiz oranı opsiyonlarının anlaşılması ve değerlendirme farklılıklarının neler olduğu üzerinde durulacaktır.

#### **1.1.Opsiyon Kavramı**

Koşullu hak (contingent claim), itfası veya net ödemesi (payoff), değeri dışsal olarak belirlenen bir başka varlığın değerine bağlı olan bir varlıktır.<sup>1</sup> Bu durumda, örneğin bir anonim şirketin tasfiyesi sırasında, tasfiyeden öncelikli olarak pay ayrılan tahviller, şirketin o andaki veya o zaman dilimi içindeki değerine bağlı olarak bu ödeme tahakkuk ettirildiği için, koşullu hak tanımı içinde yer alırlar. Başka bir deyişle, toplam sermaye yapısı içindeki menkul kıymetler, şirket varlıklarının değer süreci hakkındaki bir varsayım kullanılarak fiyatlandırılır. Riskten koruma öğeleri kullanılarak, şirketin borcu ve özsermayesi (equity), koşullu haklar gibi değerlendirilirler.<sup>2</sup>

Koşullu hak, opsiyonun kavramsal tanımıdır. Finansal sözleşme olarak ele alındığında, opsiyon sözleşmesi, sahibine, sözleşmeye konu olan varlığı, gelecekte belirlenmiş bir tarihte veya bu tarihten önce, satın almak veya satmak için, yükümlülük getirmeyen ve bir hak veren sözleşmedir. Opsiyon kullanıldığı zaman, opsiyona konu olan varlık için ödenen fiyata, “kullanım fiyatı” (exercise-strike price) adı verilir. Kullanım, opsiyonu satın alan açısından uygun koşullar oluştuğunda gerçekleşir.

Opsiyon sözleşmelerinin başlıca iki türü bulunmaktadır. Bunlar, satın alma ve satma opsiyonlarıdır. Satın alma opsiyonu, sahibine, opsiyona konu olan varlığı belli bir fiyata, belli bir tarihte veya bu tarihten önce satın alma hakkı verir. Satma opsiyonu ise, sahibine, opsiyona konu olan varlığı belli bir fiyata, belli bir tarihte veya bu tarihten önce satma hakkı verir. Sözleşmedeki tarih, kullanım tarihi ya da vade tarihi olarak

<sup>1</sup> Brennan M.J., the Pricing of Contingent Claims in Discrete time Models, Journal of Finance, January 1979, s.53.

<sup>2</sup> Toft, Klaus Bjerre, Brian Prucyk, Options on Leverage Equity: Theory and Empirical Tests, Journal of Finance, December 1997, s.1151.

ifade edilir.<sup>3</sup> Opsiyonlar, yalnız bu tarihte kullanılabiliriyorsa, Avrupa tipi, bu tarihten önceki herhangi bir tarihte kullanılabiliriyorsa, Amerikan tipi olarak adlandırılır. Opsiyonun kullanım fiyatı, başlangıçtan vade tarihine kadar, opsiyona konu olan menkul kıymetin fiyat ortalamasına göre belirleniyorsa, opsiyon, Asya tipidir.<sup>4</sup>

Bir opsiyon sözleşmesinde, opsiyonu düzenleyip satan taraf, opsiyon satıcısı ya da yazıcısı olarak bilinir. Alıcı ve satıcının konumları açısından, örneğin, bir gelecek sözleşmesinin tarafları, sözleşmeyi eşit statüyle paylaşırlar. Oysa, opsiyon sözleşmesinin alıcısı, satıcıdan daha iyi bir konuma sahiptir. Opsiyon alıcısı, aslında, bu daha iyi konum için satıcıya bir fiyat ödemiştir. Bu fiyat, prim olarak adlandırılır ve birkaç faktörün fonksiyonudur.<sup>5</sup>

- a. Opsiyonun kullanım fiyatı.
- b. Opsiyonun vadesine kadar geçecek gün sayısı.
- c. Yatırım getirisi: Opsiyona konu olan menkul kıymeti elde tutmanın getirisi.
- d. Alternatif getiri: Opsiyonun vadesiyle aynı zamanda vadesi dolan bir enstrümanın getirisi.
- e. Fiyat değişkenliği: Opsiyona konu olan varlığın fiyatının tarihsel ya da modelden elde edilen değişkenliği.<sup>6</sup>

Bir opsiyonun teorik değeri, opsiyonun içsel değeri ile zaman değerinin toplamıdır. Opsiyon hemen kullanılırsa, içsel değer, opsiyonun ekonomik değeri olacaktır.

Bir satın alma opsiyonu için içsel değer, konu olan menkul kıymetin cari fiyatı, kullanım fiyatından daha büyük olursa pozitifdir. Satma opsiyonunda ise, kullanım fiyatının, menkul kıymet fiyatının üstünde olması ile içsel değer oluşur.

Aşağıdaki tablo, menkul kıymetin fiyatı, opsiyonun kullanım fiyatı ve içsel değeri arasındaki ilişkiyi vermektedir:

<sup>3</sup> Hull, John C., *Options, Futures and Other Derivatives*, 1997, s.5.

<sup>4</sup> Vorst, Ton C., *Averaging Options, Handbook of Exotic Options*, 1996, s.196.

<sup>5</sup> Zipf, Robert, *How the Bond Market Work?*, 1997, s. 76.

<sup>6</sup> a.g.e. s.77.

Menkul Kıymet Fiyatı > Kullanım Fiyatı ise	Satın Alma Opsiyonu	Satma Opsiyonu
Opsiyonun içsel değeri =	Menkul kıymet fiyatı - Kullanım fiyatı	Sıfır
Durumu :	Karda	Zararda
Menkul Kıymet Fiyatı < Kullanım Fiyatı ise	Satın Alma Opsiyonu	Satma Opsiyonu
Opsiyonun içsel değeri =	Sıfır	Kullanım fiyatı - Menkul kıymet fiyatı
Durumu :	Zararda	Karda
Menkul Kıymet Fiyatı = Kullanım Fiyatı ise	Satın Alma Opsiyonu	Satma Opsiyonu
Opsiyonun içsel değeri =	Sıfır	Sıfır
Durumu :	Başa başta	Başa başta

Tablo 1. Menkul Kıymet Fiyatı, Kullanım Fiyatı Ve İçsel Değer Arasındaki İlişki  
Kaynak: Fabozzi, Frank J., Measuring and Controlling Interest Rate Risk, 1996, s.191.

Bir sözleşme olarak düzenlenmemiş olsalar bile, opsiyonlar, bir çok durumda doğal bir şekilde, koşullu haklar olarak ortaya çıkabilir. Opsiyon fiyatlamasının öncüleri olan Black ve Scholes(1973), makalelerinde, bir koşullu hak çerçevesi içinde bir anonim şirketin pasif yapısını oluşturan kıymetlerin de opsiyon olarak görülebileceğini ifade etmiştir.<sup>7</sup> Verilen örnekte, yalnız adi hisse senedi ve tahvil çıkarmakta olan ve aktifi, diğer bir şirketin adi hisse senetlerinden oluşan bir şirket söz konusudur. Şirketin çıkardığı tahviller, eğer şirket ödeyebilirse, sahibine sabit bir para tutarını alma hakkı veren, 10 yıl vadeli, kupon ödemesi olmayan, iskontolu tahvillerdir. Şirketin, tahvillerin itfasından önce herhangi bir kar payı ödeyemeyeceği sınırlaması dışında, tahvillerin şirket üzerinde sınırlaması yoktur. Şirket, 10 yılın sonunda elinde tuttuğu hisse senetlerinin tümünü satmayı, eğer mümkünse tahvil sahiplerine itfayı gerçekleştirmeyi ve kalan parayı, hisse senedi sahiplerine nakit karpayı olarak ödemeyi planlamaktadır. Bu koşullar altında aşağıdaki sonuçlara varılmıştır:

<sup>7</sup> Black, Fischer, Myron Scholes, The Pricing of Options and Corporate Liabilities, Journal of Political Economy 1973, 81 (3), s. 649.



1.Hisse senedi sahipleri, şirketlerinin varlıkları üzerine bir opsiyonun eşdeğerine sahiptir.

2.Aslında, tahvil sahipleri şirketin varlıklarının sahibidir; ama hisse senedi sahiplerine, varlıkları geri satın almaları için opsiyonlar vermiştir.

3.10 yılın sonunda adi hisse senedinin değeri,

a)Şirketin varlıklarının değeri eksi tahvillerin nominal değeri,

b)Hangisi daha büyük olursa olsun sıfır olacaktır.

Son ifade (b), şirketin iflas ettiği ve tasfiyesine başlanacağı anlamına gelir. Şirketin piyasa değeri sıfıra düşmüştür. Aynı durum, konu olan bir menkul kıymet üzerine düzenlenmiş bir opsiyon sözleşmesi için de geçerli olur. Ele alınan opsiyonun türüne, kullanım şekline ve alınan pozisyonlara göre; bir opsiyon sözleşmesi çerçevesi içinde, kullanım fiyatı, konu olan menkul kıymetin fiyatıyla karşılaştırılarak, opsiyonun bir değerinin olup olmadığı belirlenir.

Opsiyonun sürekliliği, iki belirleyici faktöre bağlıdır. Bunlardan ilki, opsiyona konu olan varlığın dışsal değeridir. Bu değeri elde etmek için, opsiyona konu olan varlığın fiyat serisi ve belli bir fiyatlama modeli gereklidir. İkincisi ise, ödenebilirliktir. Opsiyon sayesinde, bu hakkın kullanıcısının yararına oluşan değer, ödenebilirse anlamlıdır. Ödenmeme (default) riski, iki şekilde ortaya çıkabilir. Birincisi, opsiyona konu olan varlıktan kaynaklanır. İkincisi ise, ödemeyi yapmakla yükümlü taraftan kaynaklanır.

Tanım gereği, fon sağlama amacıyla ihraç edilmiş tahvil, hisse senedi vb. menkul kıymetler ve hatta tek başına faiz oranları (olağanüstü makroekonomik koşullar haricinde negatif olmadıklarından)<sup>8</sup> dahi opsiyon çerçevesi içinde yer alırlar. Opsiyonlar, bunların yanında, gelecek sözleşmeleri, endeksler, döviz ve mallar üzerinden de yapılabilir.<sup>9</sup>

<sup>8</sup> Black, Fischer, ,Interest Rates as Options ,Journal of Finance, December 1995, Vol.50, No:5, s.1371.

<sup>9</sup> Ceylan, Ali, Turhan Korkmaz, Sermaye Piyasası ve Menkul Değer Analizi, 2000, s.203.

## 1.2. Değişkenlik

Değişkenlik, verilen bir zaman döneminde, bir finansal enstrümanın fiyatının beklenen değişebilirliğinin ölçüsüdür. Değişkenlik, genellikle, günlük yüzdelerlik fiyat değişmelerinin, yıllık hale getirilmiş standart sapması olarak hesaplanır. Birbirini izleyen iki fiyatın oranının doğal logaritması ( $\ln P_0/P_1$ ), yüzdelerlik fiyat değişimini hesaplamak için kullanılır. Günlük yüzdelerlik fiyat değişmelerinin standart sapması, yıl içinde ticaret yapılan gün sayısının kare kökü ile çarpılmak suretiyle yıllık değişkenliğe dönüştürülür.<sup>10</sup>

Oluşturduğu etki açısından, değişkenlik, bir fiyat gelişim eğrisinin üzerindeki tek bir nokta etrafındaki fiyatların dağılımının genişliğidir. Genellikle, bu dağılım, cari fiyatın etrafında, geçmiş ya da beklenen gelecek fiyatlarının dağılımıdır. Bilindiği gibi, fiyatlar, yükselir ve düşer. Değişkenlik, fiyatların ne kadar yükseldiğini ve ne kadar düştüğünü gösterir.<sup>11</sup>

Opsiyon değerlemesinde, değişkenlik, temel olarak üç farklı anlamda kullanılır. Bunlar, tarihsel değişkenlik, modelden elde edilen değişkenlik ve beklenen değişkenliktir.

Tarihsel değişkenlik, geçmişteki belli bir dönem boyunca, opsiyona konu olan varlığın fiyatlarının yıllık hale getirilmiş değişkenliğidir. Tarihsel değişkenliğin hesaplanmasında kullanılan en yaygın yöntem, fiyat getirilerinin logaritmasının standart sapmasıdır.<sup>12</sup>

Tarihsel değişkenlikte, geçmiş zaman aralığının ne uzunlukta alınacağı önemlidir. Tarihsel değişkenlik genellikle, karşılaştırılacağı dönemin uzunluğuna eşit bir dönem uzunluğu ile hesaplanır.

Fiyatların standart sapması, fiyat değişmelerinin dağılımının bir göstergesi ve tarihsel değişkenliğin iyi bir tahminidir. Bir dönemin ya da yıllık hale getirilmiş dönem değerlerinin, başka bir dönem değeriyle karşılaştırılabilmesi için, incelenmiş olan

<sup>10</sup> Redhead, Keith, Financial Derivatives: Introduction to Futures, Forwards, Options and Swaps, 1997, s.285.

<sup>11</sup> Smith, Courtney D., Option Strategies, 1996, s.72.

<sup>12</sup> [www.numa.com/ref/volatili.htm](http://www.numa.com/ref/volatili.htm) 25.07.2000

fiyatların bir ortalamasına gerek duyulur. Bu ortalama, temel olarak, fiyat değişmeleri dağılımının orta noktasında yer alır. Standart sapma, çeşitli değişkenliklerin aynı ölçek üzerinde karşılaştırılabilmeleri için yıllık hale getirilir.<sup>13</sup>

Aşağıda, tarihsel değişkenlik hesaplamada genelleştirilmiş olan formül verilmiştir.<sup>14</sup>

$$X_t = \ln \left( \frac{P_t + D}{(1 + r/52)(P_{t-1})} \right)$$

Burada,  $P_t$ , cari fiyatı,  $P_{t-1}$ , önceki dönem fiyatını,  $D$ , kar payını,  $r$ , faiz oranını, 52, bir yıldaki hafta sayısını gösterir.  $X_t$ , önceki döneme göre, cari dönemdeki standart sapmadır.  $\ln$ , tabanı  $e$  olan doğal logaritma simgesidir.

Tarihsel değişkenliğin hesaplanmasında kullanılacak zaman aralığının belirlenmesinde diğer bir yol, yakın geçmişin, örneğin, bugünden 10,20,30,60 gün önceki dönemini almaktır. Bunun amacı, opsiyonun bitiş tarihine kalan gün sayısını tam olarak karşılayacak bir geçmiş gün sayısını belirlemektir. Opsiyonun bitiş tarihine 45 gün kaldıysa, geçmiş 45 günün tarihsel değişkenliği hesaplanacak ve bundan sapma olup olmadığının karşılaştırması yapılacaktır. Eğer, bir gün geçerse, karşılaştırma 44 gün üzerinden yapılacak ve bu böyle devam edecektir.<sup>15</sup>

Tarihsel değişkenlik, hem uzun dönemli bir ortalama vererek, bu ortalamaya göre karşılaştırma yapmayı sağlayan, hem de opsiyonun vadesine kalan gün sayısına göre, opsiyondaki sapmaları görme olanağını veren, önemli bir veridir.

Bir diğer değişkenlik türü, modelden elde edilen değişkenliktir. Bu değişkenlik, belli bir opsiyon fiyatlama modelini kullanmak yoluyla, bu modele cari bir opsiyon fiyatının katılmasıyla belirlenir. Burada, modele (örneğin Black-Scholes (1973) veya Black (1976) modelleri) bir değişkenlik parametresi eklemek yerine, hesaplama tersine çevrilerek, opsiyon fiyatı girdi haline getirilip, değişkenlik çıktı olarak elde edilir.

Bu hesaplama, farklı opsiyonları karşılaştırmada çok kullanışlı olabilir.

<sup>13</sup> Smith, a.g.e. s.73

<sup>14</sup> a.g.e. s.81

<sup>15</sup> a.g.e. s.82

Modelden elde edilen değişkenlik, piyasadaki bir opsiyonun pahalılığının bir ölçüsü olarak görülebilir. Opsiyonlar, farklı vadelere sahip olsalar bile, modelden elde edilen değişkenlik, birbirlerine göre ucuz ve pahalı opsiyonların tanımlanmalarının gerektiği kombinasyon stratejilerini oluşturan piyasa işlemcileri tarafından kullanılır. Modelden elde edilen değişkenlik, opsiyonun değerinin, opsiyona konu olan varlığın fiyat değişkenliğinin bir fonksiyonu olduğunu gösterir.<sup>16</sup> Buna göre, opsiyonların ticaretinden elde edilecek karların ana belirleyicilerinden biri, modelden elde edilen değişkenlikteki değişmeleri tahmin etme yeteneğine sahip olunmasıdır.

Başka bir değişkenlik türü, beklenen değişkenliktir. Beklenen değişkenlik, opsiyon yatırımcısının beklediği, gelecekteki belli bir dönem boyunca (genellikle opsiyonun vade sonuna kadar olan dönem) opsiyona konu olan varlığın, yıllık hale getirilmiş değişkenliğidir. Bu değişkenlik, aslında, bir öngörü ya da beklentidir. Örneğin, tahvil piyasasında opsiyon işlemi yapmakta olan bir kişi, elindeki Avrupa tipi satın alma veya satma opsiyonunun bitiş tarihine kadar, kalan altı hafta boyunca, faiz oranı değişkenliğinin yüzde 20 olacağını düşünebilir.<sup>17</sup> Bu değer, yüksek bir risk aralığını gösterir. Örneğin, faiz oranı pozitif yönde değişirse, yani yüzde 20 artarsa, tahvilin fiyatı düşecektir. Bu durum, satın alma opsiyonunun değerinin düşmesine, satma opsiyonunun değerinin artmasına neden olacaktır.

Beklenen gelecek değişkenliğini doğru olarak tahmin edebilmek, anlamlı finansal kararlar almak için önemlidir. Finans araştırmacıları, genellikle önceki değişkenlikle ve/veya yatırımcıların bilgi kümesindeki değişkenler arasında mantıksal bağ kurup, değişkenlikteki hareketleri belgeleyerek, değişkenlik hakkında beklentiler geliştirmek için, varlık fiyatlarının geğmişteki hareketini temel alırlar.<sup>18</sup> Böyle araştırmalar, kullanışlı oldukları kadar, ileriye ışık tutmak için geçmiş verileri kullanan, geriye bakışlı araştırmalardır.

Literatürde daha az rastlansa da, alternatif bir yaklaşım, değişkenlik beklentilerini ortaya çıkarmak için, raporlanmış opsiyon fiyatlarını kullanmaktır.

<sup>16</sup> a.g.e. s.72

<sup>17</sup> a.g.e. s.72

<sup>18</sup> Dumas, Bernard, J. Fleming ve Robert Whaley, Deterministic Volatility Functions, Journal of Finance 1999,s.2059.

Opsiyon değeri, beklenen gelecek değişkenliğine kritik olarak bağlı olduğu için, piyasa katılımcılarının değişkenlik beklentisi, opsiyon değerleme formülü tersine çevrilerek yeniden belirlenebilir. Buradaki yaklaşım, yukarıda bahsettiğimiz, modelden elde edilen değişkenliğin elde edilmesinde kullanılan yaklaşımdan daha farklıdır. Modelden elde edilen değişkenlikte, piyasadan alınan opsiyon fiyatı modele katılırken, burada, daha önceden oluşarak raporlanmış opsiyon fiyatları kullanılır. Bu yöntem, tarihsel değişkenliğin bulunmasıyla, modelden elde edilen değişkenliğin bulunması yöntemlerinin “opsiyon fiyatları” temelinde birleştirilmiş bir şeklidir.

Raporlanmış opsiyon fiyatlarından üretilen değişkenlik beklentisi, opsiyon değerleme formülünün temelinde yatan varsayımlara dayanır. Örneğin, Black-Scholes modeli, varlık fiyatının sabit değişkenlikli geometrik Brown hareketi izlediğini varsayar. Bunun sonucunda, aynı varlık üzerine tüm opsiyonların, aynı model değişkenliğini sağlaması gerekir. Ancak, uygulamada, Black-Scholes modeli değişkenlikleri, opsiyonların kullanım fiyatlarına ve vade sonuna kalan zamanlarına göre farklılaşma eğilimi gösterir. Burada, Black-Scholes modelinin değişkenlik varsayımından bugüne kadar gelen gelişim süreci içindeki model farklılıklarını konuya katmakta yarar vardır. Esas olarak, bu farklılıkların önemli bir kısmını, yeni nesil modellerindeki değişkenlik farklılıkları ve faiz oranı (değişkenliği) eğrileri oluşturmaktadır.

Konu, faiz oranı opsiyonları açısından incelendiğinde, standart tahvil opsiyonlarından, tavan sözleşmelerine(caps), taban sözleşmelerine(floors) ve swap opsiyonlarına (swaptions) kadar; faiz oranına bağımlı tüm opsiyonların fiyatlamasına faiz oranı eğrilerinin ve değişkenlik eğrilerinin dahil edilmesi, son zamanlarda önemli ölçüde artış göstermiştir. Bir sonraki bölümde ele alacağımız ikinci nesil faiz oranı opsiyon değerleme modellerinin önde gelenlerinden olan, Ho ve Lee(1986), Black, Derman ve Toy(1990) ve Heath, Jarrow ve Morton(1992)'nin görüşlerine dayalı modellerin büyük başarısına bu sayede ulaşılmıştır.<sup>19</sup>

Eğer, bir modele, değişkenliğin sabit olmadığı varsayımı yerleştirilmişse, modelden elde edilen değişkenlik değerlerinin, piyasada oluşacak gelecek

<sup>19</sup> Brenner, Robin J., Volatility is not Constant , Handbook of Exotic Options, 1996, s.294.

değişkenliğinin en iyi tahmini olduğuna yaygın bir biçimde inanılır. Opsiyon fiyatından elde edilen değişkenliğin, beklenen gelecek değişkenliğini iyi bir şekilde tahmin edebilmesi, bu değişkenlikteki iki unsura bağlıdır:

- a. Değişkenlikteki bilgi içeriği.
- b. Tahmin gücü.<sup>20</sup>

Değişkenlik tahmininin kestirim gücü, gerçekleşmiş (gelecek) değişkenliğinin, tahmin değişkenliği üzerinde regresyona tabi tutulmasıyla belirlenebilir.<sup>21</sup>

$$\sigma_{t,T} = \alpha + b\sigma'_t + \varepsilon_{t,T}$$

Burada,  $\alpha$ , değişkenlikteki sabit terimi,  $b$ , gerçekleşmiş değişkenliğin, tahmin değişkenliğine regresyon derecesini,  $\varepsilon$ , hata terimini göstermektedir.  $T$ , incelenen dönemin sonunu ifade eder.

Sabit olmayan değişkenlik, genel olarak üç ana kategoriye ayrılır: Değişkenlik gülcükleri, değişkenlik eğrileri ve stokastik (rassal) değişkenlik.<sup>22</sup>

Değişkenlik gülcüğü (volatility smile), aynı vadeli opsiyonların oluşturduğu fiyat grafiğinin adıdır.<sup>23</sup> Değişkenlik gülcüğü, kullanım fiyatları karda veya zararda olan standart opsiyonların modelden elde edilen değişkenliklerinin, başa başta opsiyonunun modelden elde edilen değişkenliğini belirgin biçimde aşmasını ifade eder.<sup>24</sup> Böyle bir grafik, insan gülüşüne benzeyen bir şekil alır. Örneğin, S&P 500 endeks opsiyonundan elde edilen değişkenlik, Ekim 1987 piyasa krizinden önce, “gülücük” grafiği görünümündedir.<sup>25</sup>

Bu grafiğin dikey ekseninde değişkenlikteki yüzdelik değişim, yatay ekseninde ise “karda olma oranı” yer alır. Karda olma oranı,  $X/(S-PVD)-1$  ile gösterilir.  $X$ , opsiyonun kullanım fiyatıdır ve varlık fiyatının net değerine (varlık hisse senedi ise

<sup>20</sup> Jorion, Philippe, Predicting Volatility in the Foreign Exchange Market, Journal of Finance, Vol.50, No.2, 1995, s.507.

<sup>21</sup> Jorion, a.g.m. s.510.

<sup>22</sup> Brenner, a.g.e. s.294.

<sup>23</sup> Tompkins, Robert G., Option Analysis, 1994, s.155.

<sup>24</sup> Brenner, a.g.e. s.305-306.

<sup>25</sup> Dumas, Fleming ve Whaley, a.g.m. s.2060.

karpaylarının bugünkü değeri düşüldükten sonra kalan tutara) oranlanır. Bu orandan 1 çıkarılarak, opsiyonun karda olma oranı bulunur.

Bir hisse senedi opsiyonunun ömrü boyunca ödenen karpaylarının bugünkü değerini hesaplamak için, günlük kar payları, kar payı ödemesi olmayan tarihlere karşılık gelen oranlar üzerinden iskonto edilir ve kümülatif olarak toplanır.<sup>26</sup>

$$PVD = \sum_{i=1}^n D_i \cdot e^{-r_i T_i}$$

$D_i$ , i'inci nakit kar payı ödemesi,  $T_i$ , cari tarihten kar payı ödemesi olmayan tarihe kadar geçen zaman,  $r_i$ ,  $T_i$  döneminin risksiz faiz oranı, n, opsiyonun ömrü boyunca kar payı ödemelerinin sayısıdır.

Eğer, değişkenlik grafiği bulunacak olan enstrüman, bir S&P 500 endeks opsiyonu olsaydı; önce, bu endeksin vadeli fiyatı bulunup, sonra karda olma oranı hesaplanacaktı:

$$F = (S - PVD) \cdot e^{r \cdot T}$$

Burada, S, raporlanmış endeks düzeyini, T, opsiyonun bitiş tarihine kalan zamanı, F, vadeli endeks düzeyini, PVD, endeksten beklenen toplam kar payını göstermektedir.

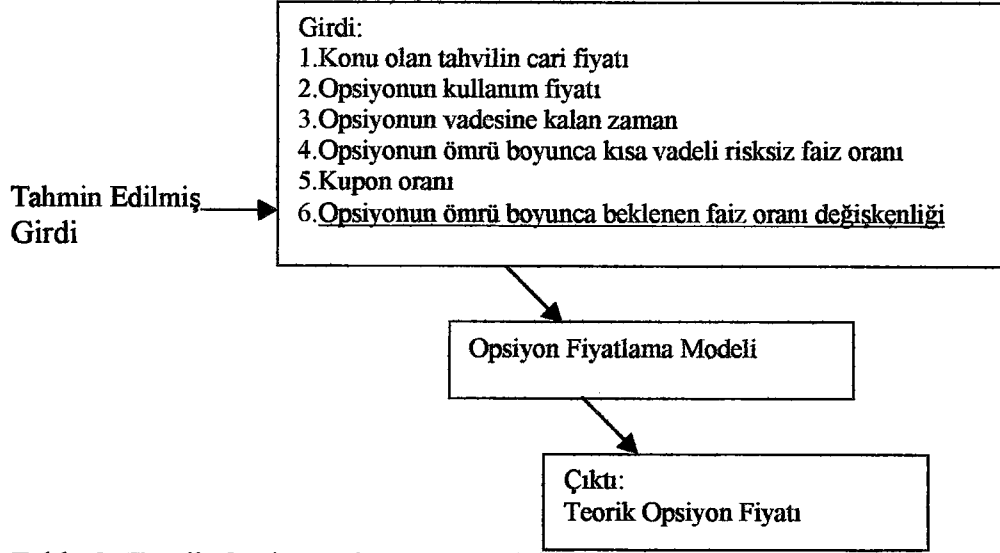
Endeks için karda olma oranı,  $X/F-1$  olacaktır.<sup>27</sup>

Modelden elde edilen değişkenlikler, faiz oranı opsiyonları açısından düşünüldüğünde, faiz oranı değişkenliğini elde edebilmek için, yukarıda örneği verilen hisse senedi ve endeks opsiyonlarından farklı olarak, faiz oranlı menkul kıymetlere ve borçlanma senetlerine özgü faktörlerden yararlanmak gerekir.

Faiz oranı opsiyonları için gerekli olan faktörler aşağıdaki iki tabloda yerleştirilerek, faiz oranı değişkenliğinin önemi ve elde edilme süreci gösterilebilir:

<sup>26</sup> a.g.m. s.2070.

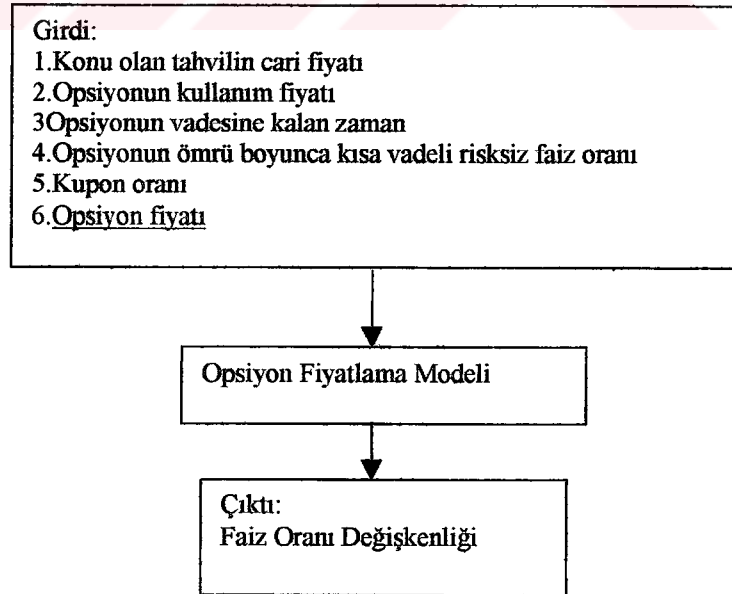
<sup>27</sup> a.g.m. s.2070.



Tablo 2. Teorik Opsiyon Fiyatının Modelden Elde Edilmesi

Tahmin edilen değişkenliğinin, bir opsiyon fiyatlama modeli için en önemli fiyatlama faktörü olduğu, açıkça görülmektedir. Modelden elde edilen opsiyon değeri, gerçek piyasa değeri ile karşılaştırılır ve opsiyonun düşük ya da yüksek değerlenmiş olduğuna karar verilir.

Modelden elde edilen faiz oranı değişkenliği için de benzer bir yol izlenebilir:



Tablo 3.Faiz Oranı Değişkenliğinin Modelden Elde Edilmesi



Görüldüğü gibi, opsiyon fiyatlaması için gerekli olan faktörlerden beşi sabit bırakılıp, bilinmeyen faktör olan değişkenlik, modelden, opsiyon fiyatı sayesinde elde edilmektedir.

Örneğin, elinde ilk beş faktör ve cari opsiyon fiyatı ile bir opsiyon fiyatlama modeli olan bir finansal kurum, faiz oranı değişkenliğinin %10 olduğunu belirlemiştir. Bu kurum, opsiyonun ömrü boyunca faiz oranı değişkenliğinin, modelden elde edilen %10'luk değişkenlikten daha büyük olacağını bekliyorsa, bu opsiyon düşük değerlenmiş demektir.<sup>28</sup>

Sonuç olarak, bir faiz oranı opsiyon piyasasındaki işlemlerin tümünün temelinde, faiz oranı değişkenliğinin satın alınması ve satılması davranışı yatmaktadır.

Ancak, bu tablo süreci bir opsiyon fiyatlama modeline uygulandığında, bazı sorunlarla karşılaşılabilir. Black-Scholes modeli ve bu modelin varsayımları, onun faiz oranı enstrümanları üzerine opsiyonları fiyatlamada ve modelden değişkenlik elde etmede kullanılmasını sınırlandırmaktadır.

Black-Scholes modeli, fiyatların olasılık dağılımının, bu fiyatların herhangi bir pozitif değer almaları olasılığına izin veren lognormal bir dağılım olduğunu varsayar. Örneğin, üç yıllık bir sıfır kuponlu tahvil üzerine, üç aylık bir Avrupa tipi satın alma opsiyonu düşünelim. Opsiyona konu olan tahvilin vade değeri 100 milyon lira olsun. Opsiyonun kullanım fiyatı ise 120 milyon lira varsayalım. Tahvilin cari fiyatının 75.130.000 lira, üç yıllık risksiz faiz oranının yıllık %10 ve beklenen fiyat değişkenliğinin %4 olduğunu düşünelim.

Tahvil sıfır kuponlu olduğu için, vade değeri olan 100 milyon liradan daha yüksek bir değere sahip olmayacaktır. Opsiyonun kullanım fiyatı 120 milyon lira olduğundan, opsiyon zarardadır ve kullanılmayacaktır. Ancak, Black-Scholes modeli kullanıldığında, 5.600.000 liralık bir opsiyon değerine ulaşılacaktır.

Opsiyona konu olan tahvil kupon ödemeli olursa; fiyatı, kupon ödemeleri toplamı artı vade değerini aşmayacaktır. Örneğin, üç yıllık, % 10 kupon ödemeli, 100 milyon liralık bir kuponlu tahvilin fiyatı, 130 milyon liradan daha fazla olamaz.

<sup>28</sup> Fabozzi, Frank J., *Measuring and Controlling Interest Rate Risk*, 1996, s. 267-268.

Tahvilin fiyatının en yüksek değeri aşmasının tek yolu, faiz oranlarının negatif olmasıdır. Ancak, bu durum, fiyatlama modelinin anlamsız opsiyon değerleri türetmesine neden olacaktır.

Diğer taraftan, tahvilin vadesi dolarken, fiyat değişkenliği azalır. Yani, sabit kalmaz. Ayrıca, faiz oranları değişirken, faiz oranı opsiyonunun fiyatı da değişir. Aynı zamanda, kısa vadeli faiz oranındaki değişimler de, getiri eğrisi üzerindeki oranları değiştirir.

Böyle bir modelden sağlıklı bir faiz oranı değişkenliği elde etmek de mümkün olmayacaktır. Negatif faiz oranlarından kurtulmanın bir yolu, fiyatlar yerine, getirilerin dağılımını temel alan bir model kullanmaktır.<sup>29</sup>

Değişkenlik hakkında üzerinde durulması gereken bir diğer konu, değişkenlik matrisinin kullanılmasıdır. Bir değişkenlik matrisi, değişkenlikle ilgili tüm verilerin biraraya getirilerek, modelden elde edilen değişkenliklerin, farklı kullanım fiyatları ve vadeler arasında nasıl değiştiğini gösteren kolay bir yoldur.<sup>30</sup>

Bir değişkenlik matrisinin sol dikey sütununda vadeler yer alır. Üst yatay sütununda ise, % 5'lik aralıklarla, zararda ve karda olan opsiyon düzeyleri arasında bir sıralama yapılır. Bu sıralamanın ortasında, opsiyonun kullanım fiyatının, cari piyasa düzeyine en yakın olduğu başa başta opsiyonun değeri yer alır. (Tabloda ATM olarak)

Son bölümde faiz oranları üzerine satma opsiyonların serisi olarak incelenecek faiz oranı tavan anlaşmalarının modelden elde edilen değişkenliklerini içeren bir değişkenlik matrisinin, 1994 yılı için nasıl oluştuğunu aşağıda verilmiştir.<sup>31</sup>

	20%	15%	10%	5%	ATM	5%	10%	15%	20%
1 Month			21	19.09	18.2	20.5	21		
3 Months		18.88	17.82	18.09	17.97	18.14	18.14	18.32	
1 Month		21	20.4	19.3	18.82	18.69	18.11	18.01	
1 Year	21.72	21.52	21.69	21.56	21.5	21.37	21.34	21.26	
2 Years	22.72	22.62	22.49	22.49	22.5	22.38	22.36	22.32	22.32
3 Years	23.72	23.52	23.59	23.72	23.72	23.59	23.54	23.54	23.54
4 Years	24.72	24.4	24.4	24.5	24.5	24.5	24.5	24.5	24.5
5 Years	25.72	25.35	25.35	25.72	25.72	25.72	25.72	25.72	25.72
7 Years	27.72	27.22	27.22	27.72	27.72	27.72	27.72	27.72	27.72
10 Years	28	28	28	28	28	28	28	28	28

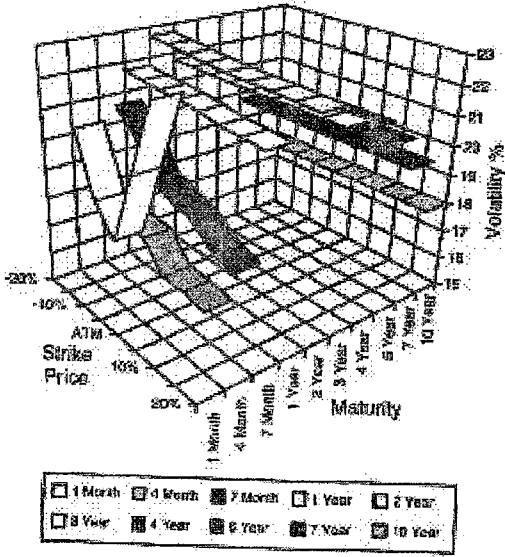
Tablo 4.Faiz Oranı Tavan Sözleşmeleri İçin Değişkenlik Matrisi

<sup>29</sup> a.g.e. s. 266

<sup>30</sup> Tompkins, a.g.e s. 174.

<sup>31</sup> a.g.e s. 160.

Böyle bir matrisin, değişkenlik gülcükleri grafiği de üç boyutlu olacaktır:



Şekil1. Değişkenlik Matrisi

Böyle bir matris yardımıyla, tavan sözleşmelerinin LIBOR'daki değişmelere göre aldığı değerlerle, LIFFE'de işlem gören ve dolayısıyla vadeleri ve fiyat artış oranları standart olan Eurodolar gelecek sözleşmeleri üzerine opsiyonların modelden elde edilen değişkenliklerini karşılaştırmak mümkündür.

Bu matris ve oluşan grafik yardımıyla, daha kısa tarihli faiz oranı opsiyonlarının daha eğimli bir değişkenlik eğrisi gösterdikleri, bir yıllık vadeye kadar değişkenliğin yükseldiği ve daha sonra düştüğü görülür. Daha uzun vadeli opsiyonlar için oluşan düz değişkenlik modeli, faiz oranları için lognormal bir dağılım süreci varsayımının uygun olduğunu gösterecektir.<sup>32</sup> Ancak, konuya tahviller açısından bakıldığında, daha uzun vadeli tahvillerin, değişkenlikte yukarı doğru bir trend göstermeleri, diğer deyişle, risk aralıklarının geniş olması, kısa vadeli tahvillerden biraz daha mümkündür. Elbette tek bir seriye bakıldığında, farklı risk dereceli tahviller, risk ve değişkenlik arasındaki ilişki tam olarak görülmediği için kabaca aynı değişkenliği gösterirler.<sup>33</sup>

Değişkenlik matrisi yardımıyla, tüm mevcut vadeler için, başa başta opsiyonların modelden elde edilen değişkenlikleri bulunabilir. Bir faiz oranı opsiyonunun fiyatlaması için binomial model kullanılırsa, gözlemlenmiş başlangıç vade yapısıyla uyumlu olan gelecek spot faiz oranlarının elde edilmesi gerekir. Böyle bir modelde, aşağıda göstereceğimiz tabloda olduğu gibi, farklı gelecek zaman aralıklarındaki değişkenliklerin oluşturulması gerekecektir.

<sup>32</sup> a.g.e. s. 162

<sup>33</sup> Pryor, Frederic L. ve Elliot Sulcove, A Note on Volatility, Journal of Post Keynesian Economics, Vol.17,No.4, 1995, s.535

Değişkenlik için oluşturulan bu zaman aralığı sıralaması, “değişkenliğin vade yapısı” olarak adlandırılır. Aşağıdaki tabloda, farklı vadeleri olan, ödenmeme riskleri olmayan sıfır kuponlu tahvillerle ilgili veriler bulunmaktadır. Vadeye kadar getiriler, bileşik getirilerdir. Faiz oranlarının normal dağıldığı varsayılmıştır:

Başlangıç Verileri			
Vade(Yıllar)	Tahvil Fiyatları(Bf(0,T))	Getiri(Yüzde)	Değişkenlik
1	93,99	6,1982	0.017
2	87,88	6,4030	0.015
3	81,37	6.8721	0.011
4	75.52	7.0193	0.0075

Tablo 5. Değişkenlik Vade Yapısı Başlangıç Verileri Tablosu

Bu tablodaki değişkenlik, spot faiz oranı değişkenliğidir.<sup>34</sup>

Bir hesaplama dizisi yardımıyla ve binomial modeli kullanarak, değişkenliğin nasıl bulunacağı, aşağıdaki örnekle açıklanabilir. Öncelikle, bir yıllık cari faiz oranı şöyle bulunur:

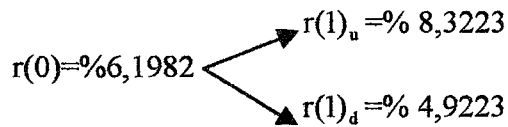
$$93,99 = 100.e^{-r_0 \cdot T}$$

$$r_0 = \%6,1982$$

Binomial modele bağlı kalarak, ilk yılın sonunda faiz oranlarının iki olası değeri,  $r(1)_u$  ve  $r(1)_d$  olarak verilsin. Örneğin, deneme yanılma yoluyla bu değerler aşağıdaki yüzdeleri alsın:

$$r(1)_u = \% 8,3223$$

$$r(1)_d = \% 4,9223$$



$$B_f(1,2)_u = 100.e^{-r(1)_u} = 92,0146$$

$$B_f(1,2)_d = 100.e^{-r(1)_d} = 95,1969$$

Birinci yılın sonunda, faiz oranları, sıfır kuponlu tahviller için yukarıdaki üst ve alt değerlere ulaşacaktır.

<sup>34</sup> Jarrow, Robert ve Stuart Turnbull, Derivative Securities, 1996, s.456

Örneğin, hisse senedi opsiyonları için hem Binomial model, hem de Black-Scholes modeli kullanıldığında, her iki modelde de hisse senedi ile para piyasası hesabı (başka bir deyişle, örneğin hisse senedine yatırılacak paranın alternatif olarak yatırılabilceği bir banka hesabı ya da özellikle Black-Scholes modelinin temelinde yatan şekliyle, hisse senedinin satın alınması için kaynak çekilen bir kredi hesabı) arasında arbitraj fırsatı olmaması ve para piyasası hesabının değerinin “normal hale getirdiği” hisse senedi fiyatının, “tek bir olasılığının” olması gerektiği yer alır. Bu olasılık, denge olasılığı olarak adlandırılır ve para piyasası hesabının değerinin normal hale getirdiği tüm sıfır kuponlu, ödenmeme riski olmayan tahvil fiyatlarının\* bir denge olasılığı süreci izlemesi için, tüm sıfır kuponlu tahviller ile para piyasası hesabı arasında arbitrajın olmadığı tek faktörlü bir model için de düşünülebilir.

Faiz oranlarının vade yapısının gelişiminde arbitrajın olmamasını sağlamak için, normal hale gelmiş ( faiz oranları negatif olmamış ve aşırı değerlere ulaşmamış) sıfır kuponlu tahvil fiyatlarının bir denge olasılığı varsayılabilir.<sup>35</sup>

Bu koşul uygulanarak, aşağıdaki eşitliğe ulaşılır:

$$B_f(0,2)/A(0) = [B_f(1,2)/A(1)]$$

$A(t)$ , para piyasası hesabının  $t$  tarihindeki değerini gösterir. Her durumun meydana gelmesindeki denge olasılığını 0,5 olarak alalım. Tanım gereği,

$$\begin{aligned} A(0) &= 1 \\ A(1) &= e^{-0,061982} \end{aligned}$$

Bu durumda, ikinci yılın başındaki sıfır kuponlu tahvil değeri şöyle bulunur:

$$\begin{aligned} B_f(0,2) &= e^{(-0,061982)(0,5,92,0146+0,5,95,1969)} \\ &= 87,98 \end{aligned}$$

[ $e = \exp = \text{eksponent} = \text{üssel fonksiyon (doğal logaritma tabanı)}$ ]

Görüldüğü gibi, Binomial model yardımıyla, tahvil değerlerine sırasıyla ulaşılabilir. Bu sayede, buradaki tablo tahminlerinin ve üst-alt değer tahminlerinin, belirlenen değişkenlikle uyumlu olup olmadığını da kontrol edebilir ve sırasıyla

\* Arrow-Debreu fiyatları.

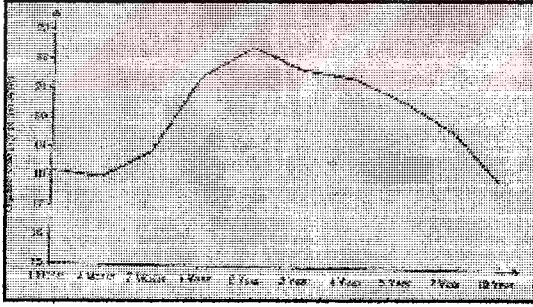
<sup>35</sup> Jarrow ve Turnbull, a.g.e. s.458

değişkenlik vade yapısı içinde yer alan tüm değişkenlik değerleri, aşağıdaki formül yardımıyla elde edilebilir:

$$\begin{aligned}\sigma(0) &= [r(1)_1 - r(1)_2] / 2 \\ &= (0,083223 - 0,49223) / 2 \\ &= 0,017\end{aligned}$$

Bu hesaplamada, hem menkul kıymet fiyatı, hem de opsiyon sözleşmesi için en önemli faktör olan değişkenliğin hesaplanma amacı ortaya konulmuştur. Dikkat edilirse, sürekli bileşik faiz oranının kullanılmasının yanısıra, sıfır kuponlu farklı vadeli tahvillerin değeri giderek düşmektedir. Böyle bir sıfır kuponlu tahvil üzerine bir Avrupa tipi satın alma opsiyonu düzenlenseydi; bu opsiyonun karda sona ermesi için, kullanım fiyatının, her vadedeki tahvil fiyatlarının altında olması gerekecekti.

Yukarıdaki başlangıç vade yapısı verileri tablosunda, değişkenliğin bir önceki vadenin değişkenliğine göre daha düşük olduğu görülmektedir. Ancak, bundan önceki kısımlarda verdiğimiz değişkenlik matrisine ilişkin olarak aşağıda vereceğimiz vade yapısı grafiğinde, vade uzadıkça sürekli bir düşüşün olmadığı, dönemler uzadıkça vade yapısının dalgalı bir seyir izlediği görülmektedir:



Şekil 2. Faiz Oranları Üzerine Opsiyonların Vade Yapısı<sup>36</sup>

Grafikten görüldüğü gibi, faiz oranı değişkenliği, zaman boyunca sabit değildir. Bu da, Black-Scholes kısmi diferansiyel modeli gibi ya da basit Binomial model gibi sabit varsayımlı modellerin, opsiyon fiyatını belirlemede hatalı olabileceklerini gösterir. Bu nedenle, vade yapısını, opsiyon fiyatlama modeliyle uyumlu hale getirebilmek için, ileride değinilecek vade yapısı modellerine ihtiyaç vardır.

<sup>36</sup> Tompkins, a.g.e. s.173.

Temel opsiyon fiyatlama modellerinin ele aldıkları başlıca sınırlayıcılardan biri de, değişkenliğin kısa dönemde uç değerlere ulaşmazken, uzun vadede, veri bir piyasanın uzun vadeli ortalama değişkenliğine geri dönme eğiliminde olacaktır. Bu varsayıma, “ortalamaya geri dönüş etkisi”(mean reverting effect) adı verilmektedir.

Yukarıdaki değişkenlik matrisinde, zaman geçtikçe, faiz oranları üzerine başabaşta opsiyonların modelden elde edilen değişkenliklerinin azaldığı görülmektedir. Bir varlığın fiyatının varyansı (standart sapma çarpı zamanın kare kökü), opsiyonun bitiş tarihine kalan zaman uzarken kesinlikle artmaz. Ancak, standart opsiyon fiyatlama modellerinde, modelden elde edilen değişkenliğin vadeye kalan zamandaki artışın etkilerinin karşılamak için düşmesi gerektiği sonucu yoktur. Modelden elde edilen değişkenlikteki böyle bir düşüş, standart modellerde olmayan ortalamaya geri dönüş etkisini yapay olarak artırmanın uygun bir yoludur.

Ortalamaya geri dönüş varsayımını, hesaplama için uygun hale getirmede kullanılan çeşitli opsiyon fiyatlama modellerinin bilinmesi gerekir.

İncelenecek bu modellerin tümü için, aynı sonuca ulaşmalarına yardım edecek değişiklikler yapılır. Ortalamaya geri dönüşün meydana geldiği varsayıldığında, piyasayı buna yönlendiren stokastik sürecin de bilinmesi gerekir. Bu stokastik süreci veren temel formül, varlık fiyatlarının hareketleri için şu şekilde yazılabilir.<sup>37</sup>

$$\Delta S / S = \mu \Delta t + \sigma \sqrt{\Delta t}$$

S, varlığın fiyatı,  $\sigma$ , değişkenlik terimi ve  $\mu$ , orta değer terimidir.

Hem orta değer terimi hem de değişkenlik terimi için, modellerde farklı değerler verilerek, ortalamaya geri dönüş etkisinin daha doğru tahminlerine ulaşılmaya çalışılmıştır.

Son olarak, ekonomik değişkenlerdeki dalgalanmaların yüksek olduğu ülkemizde, bu tip ayarlamaların, varsayımsal model belirlemede ve model uygunluğunu sağlamada, gelişmiş ülke piyasaları örneklerine göre çok daha önemli hale geleceği söylenebilir.

<sup>37</sup> Tompkins, a.g.e. s.178

Değişkenlik, hem bir ortalama değerinin olabilmesi, hem de uzun vadeli bir değerinin olabilmesi için, opsiyonların fiyatlama amaçlarına uygun olarak büyük bir geçmiş veri potansiyeline sahip olmalıdır. Ülkemizde, özellikle faiz oranları için, böyle bir bilginin mevcut olduğunu, en azından para piyasası açısından söylemek mümkündür. Buna karşılık, modelden elde edilen opsiyon değerleriyle karşılaştırılabilecek piyasa değerleri yoktur.

Bu nedenle, belli bir opsiyon fiyatlama modelinden elde edilecek faiz oranı değişkenliklerinin önemi büyük olacaktır. Bununla birlikte, bu değişkenlikleri elde edebilmek için de opsiyonların piyasada oluşan değerlerine ihtiyaç olacaktır. Sadece bu opsiyon değerlerini rastgele vererek, faiz oranı değişkenliklerine ulaşmak mümkün olabilir.

### **1.3.Faiz Oranı Opsiyonları İçin Diğer Fiyatlama Bileşenleri**

Faiz oranı opsiyonlarının fiyatlamasında, değişkenliğin yanında hangi temel bileşenlerin ve araçların rol oynadığı ortaya konulmaya çalışılacaktır.

#### **1.3.1.Konu Olan Menkul Kıymetin Cari Fiyatı**

Opsiyonun fiyatı, opsiyona konu olan menkul kıymetin fiyatı değiştiğinde, değişecektir. Satın alma opsiyonu için, konu olan menkul kıymetin fiyatı artarsa, opsiyonun fiyatı da artar. Bunun tam tersi, satma opsiyonu için geçerlidir. Başka bir ifadeyle, opsiyona konu olan menkul kıymetin fiyatı artarsa, satma opsiyonunun fiyatı düşer.

Tahvil opsiyonları gibi, faiz oranına duyarlı menkul kıymetler üzerine opsiyonlarda, menkul kıymetin iki tür cari fiyatı söz konusudur. Bunlardan birincisi, tahvilin başlangıç fiyatı veya nominal değeridir. Bu fiyat üzerine opsiyon sözleşmesi düzenlenebilmesi için, tahvil opsiyonunun Avrupa tipi olması ve tahvilin nominal bedelle satıldığı tarihte sona ermesi gerekir. İkinci fiyat ise, tahvilin satışından sonra piyasada oluşan ikinci el alım satım fiyatıdır. Bu fiyat üzerine düzenlenen opsiyon



sözleşmeleri ise, Avrupa tipi, Amerikan tipi olabilir ve belli bir tarihte ya da bu tarihten önce kullanılmaları söz konusu olabilir.

Tahvilin cari fiyatı, tahvil türlerine göre de farklılık gösterecektir. Tahviller, primli tahviller, ikramiyeli tahviller, teminatlđ tahviller, şirket kazancına iştirak hakkı veren tahviller, enflasyondan korunmuş tahviller, hisse senedi satın alma hakkı veren tahviller ve hisse senetleriyle değiştirilebilir tahviller olarak sınıflandırılabilir.<sup>38</sup> Bu tahvillerin ortak özelliği, daha yüksek cari fiyatlarının olması ve getiri oranlarının düşük olmasıdır. Bu tür tahviller üzerine opsiyonların fiyatları da, tahvilin özelliği ölçüsünde etkilenecektir. Örneğin, ikramiyeli tahvil üzerine satın alma opsiyonunun fiyatı, ikramiyenin kura ile çıkma olasılığına ve tutarına göre, sıradan bir tahvil üzerine bir opsiyona göre daha düşük olabilecektir.

Opsiyon sözleşmeleri açısından önemli olan bir başka tahvil türü, değişken faizli tahvildir. Özellikle, enflasyonun yüksek olduğu dönemlerde, borçlanma maliyetleri de artacağından, değişken faizli tahviller, sabit faizli tahvillere göre, gelecekteki piyasa oranlarının düşük çıkacağı beklentisi ile ihraç edilir. Değişken faizli tahvillerin faiz oranı, başlangıçta kısa vadeli faiz oranına bağlı olarak, sabit faiz oranıyla borçlanmaya kıyasla daha yüksektir.<sup>39</sup> Bu nedenle, fiyatları, nisbeten daha düşük olacaktır.

Bu tür tahviller üzerine opsiyon sözleşmelerinin fiyatları, daha yüksek olacaktır. Bir yandan, değişken faizli tahviller, yatırımcı açısından, gelecekteki borçlanma oranlarının yükselmesinden avantaj sağlarken, bu tahviller üzerine yazılan satma opsiyonları da, fiyatlardaki düşüşe karşı, tahvilleri daha yüksek fiyattan satma olanağı verecektir.

### 1.3.2.Kullanım Fiyatı

Kullanım fiyatı, opsiyona konu olan enstrümanın satın alınabileceği ya da satılabileceği fiyattır.<sup>40</sup> Tüm diğer faktörler sabitken, daha düşük kullanım fiyatı, daha yüksek satın alma opsiyonu primine yol açar. Aynı şekilde, daha yüksek kullanım fiyatı

<sup>38</sup> Akgüç, Öztin, Finansal Yönetim, Muhasebe Enstitüsü Yayın No:65, 1998, s.649.

<sup>39</sup> a.g.e. s.673.

<sup>40</sup> Fabozzi, Fixed Income Mathematics, 1997, s.258.

söz konusu olduğunda, satın alma opsiyonunun primi daha düşük olacaktır. Satma opsiyonları için ise, opsiyonun kullanım fiyatı ile opsiyonun primi arasında eş yönlü bir bağlantı vardır. Satma opsiyonunun kullanım fiyatı daha yüksek olduğunda, opsiyonun primi de yüksek olacaktır. Satma opsiyonunun kullanım fiyatı düştüğünde, opsiyonun primi de düşecektir.

Opsiyon kullanıldığında, söz konusu menkul kıymet, opsiyonun kullanım fiyatı ile satın alınacak veya satılacak ya da aradaki fiyat farkı kadar bir net ödeme, opsiyon yazıcısı tarafından, opsiyon sahibine ödenecektir.

Örneğin, 110 milyar TL kullanım fiyatlı, Avrupa tipi bir tahvil satma opsiyonunun vadesinde, tahvilin fiyatı 100 milyar TL. olarak gerçekleşmiştir. Bu durumda, satma opsiyonu kardadır. Opsiyon kullanıldığında, opsiyon yazıcısının, tahvili 110 milyara satın alması gerekir. Bunun sonucunda, opsiyon yazıcısının büyük bir zararı söz konusudur. Bu nedenle, satma opsiyonları, genellikle, tahvili daha önce yatırımcıya satmış olan bir finansal kurum tarafından düzenlenir.

### **1.3.3.Vadeye Kalan Zaman**

Vadeye kalan zaman, opsiyon sözleşmesinin geçerli olduğu herhangi bir tarih ile vade sonu arasındaki zaman aralığıdır. Örneğin, 1 Ocak 2001 tarihinde başlayan, 90 günlük bir Avrupa tipi tahvil satma opsiyonu, 31 Mart 2001 tarihinde sona erer. 17 Şubat 2001 tarihinde opsiyonun değeri belirlenmek istendiğinde, vadeye kalan zaman, 42 gün olarak alınacaktır.

Vadesi dolan opsiyonun değeri yoktur. Opsiyonun vade sonuna kalan zaman ne kadar uzunsa, opsiyonun fiyatı da o kadar büyük olacaktır. Örneğin, aynı opsiyon, vadesine 120 gün kaldığında, vadesine 30 gün kaldığı zamandan daha pahalı olacaktır. Bunun nedeni, uzun dönemdeki belirsizliğin, kısa döneminkinden daha büyük olmasıdır. Belirsizlik arttıkça, beklentiye ulaşamama riski de artacaktır. Bu risk, fiyata belli bir risk karşılığının eklenmesini gerektirecektir.

Opsiyon sözleşmeleri, sözleşmenin başlangıç tarihinde itibaren, değeri giderek azalan sözleşmelerdir.

### **1.3.4.Beklenen Getiri Değişkenliği**

Fiyat değişkenliğinden farklı olarak, getiri değişkenliği, opsiyona konu olan menkul kıymetin düzenli dönemsel getirilerinde oluşan sapmanın bir ölçüsüdür. Bir menkul kıymeti satın alan ya da satın alma kararını verecek olan her yatırımcı için esas olan, menkul kıymetin verimi ya da getirisidir. Getiri değişkenliği ise, getiri hareketlerinde oluşan dalgalanmayı vererek, bunun fiyat üzerindeki etkisinin ne olacağı konusunda, yatırımcıya bilgi sağlar.

Örneğin, sonraki dönem için getiri değişkenliği %10 olarak verilmişse, bu getrinin o dönem boyunca %10 yükselebileceğini ya da %10 düşebileceğini gösterir.

Daha yüksek beklenen getiri değişkenliği söz konusu olduğunda, yatırımcı, opsiyon için daha fazla ödemeye istekli olacak ve opsiyon yazıcısı, onun için daha yüksek fiyat talep edecektir. Bunun nedeni, daha yüksek getiri değişkenliğinin olması durumunda, opsiyona konu olan menkul kıymetin fiyatının, kullanım tarihinden önceki bir zamanda, opsiyonu satın alanın lehinde hareket edecek olma olasılığının daha büyük olmasıdır.

Buna karşılık, tahvil opsiyonlarında, zaman boyunca daha yüksek beklenen getiri değişkenliğinin olabilmesi, iki şekilde mümkündür. Birincisi, tahvilin iskontolu bir tahvil olması ve vade sonuna kadar, ikinci el piyasada serbestçe alınıp satılabilmesidir. İkincisi ise, tahvilin, belli bir endeks oranında değişen, değişken oranlı bir tahvil olmasıdır. Tahvil fiyatıyla faiz oranı arasındaki ters yönlü ilişki de, opsiyon değerlemesinde farklılık oluşturacaktır.

### **1.3.5.Risksiz Faiz Oranı Ve Getiri Oranları**

Opsiyona konu olan menkul kıymeti satın almak, satın alan için bir yatırımdır. Yüksek düzeyde bir kısa vadeli risksiz faiz oranı, opsiyona konu olan menkul kıymeti satın almada ve satın alma opsiyonunun vadesine kadar onu elde tutmada daha büyük maliyete neden olur.

Bu yüzden, daha yüksek kısa vadeli risksiz faiz oranı, konu olan menkul kıymetin doğrudan satın alınmasına kıyasla, satın alma opsiyonu satın almayı daha

çekici kılar. Sonuç olarak, daha yüksek kısa dönem risksiz faiz oranı, daha büyük satın alma opsiyonu fiyatı anlamına gelir.<sup>41</sup> Bunun tersi bir durum, satma opsiyonu için geçerlidir. Kısa dönem risksiz faiz oranındaki bir artış, satma opsiyonunun fiyatını düşürecektir.<sup>42</sup>

Konuya riske kayıtsız değerlendirme ilişkisi açısından bakarsak, örneğin Avrupa tipi satın alma opsiyonunun fiyatı şöyle yazılabilir:

$$c = e^{-rt} E(c'_T)$$

$c$ , satın alma opsiyonunun fiyatını,  $c'$ , opsiyonun beklenen değerini,  $r$ , risksiz faiz oranını,  $T$ , opsiyonun vadesini göstermektedir.

Bu formülde kullanılan temel yaklaşım, önce satın alma opsiyonunun son değerinin tahmin edilmesi, daha sonra beklenen son değer bugüne iskonto edilmesidir.

Bu yaklaşımda, her tür opsiyon için tüm değerlendirme modellerinin temelini oluşturan öğeler bulunmaktadır. Opsiyona konu olan varlığın beklenen getiri oranının, risksiz faiz oranına eşit olduğu varsayılır.<sup>43</sup> Bu varsayım, riske kayıtsızlık olarak bilinir. Çünkü, bir getirinin risksiz faiz oranına eşit olacağını varsaymak, yukarıdaki sürekli zaman koşuluna ( $e$ ) göre, getirinin elde edilmesindeki herhangi bir riski göz ardı etmek ve getirinin her koşulda elde edileceğini varsaymak anlamını taşır. Aynı şekilde, risksiz oran ne kadar yüksek olursa, opsiyona konu olan varlığın getirisinin de o kadar yüksek olması gerektiği anlaşılır. Opsiyona konu olan varlığın getirisi yüksek ise, varlığın değeri de artacak; bu durum, satın alma opsiyonunun kullanım fiyatıyla, konu olan varlığın fiyatı arasındaki açıklığı artıracığından, satın alma opsiyonunun değerini yükseltecektir.

Ancak, kupon ödemeli tahvil opsiyonları gibi opsiyonlarda, tahvilin getirisi olan faiz oranı yükselirken, tahvilin fiyatı düşecektir. Bu durum, başka varlıklar üzerine düzenlenen opsiyonlara göre bir zıtlık oluşturur. Bu, aynı şekilde, faiz oranları üzerine opsiyonlarla aralarındaki farkı gösterir.

<sup>41</sup> Fabozzi, *Measuring and Controlling Interest Rate Risk*, 1996, s.192.

<sup>42</sup> Fabozzi, Frank J., *Fixed Income Mathematics*, 1997, s.265.

<sup>43</sup> Stoll, Hans R. Ve Robert E. Whaley, , *Futures and Options: Theory and Applications*, 1993., s.213.

Kupon ödemeli tahvil opsiyonları gibi sabit getirili menkul kıymetler üzerine opsiyonların, faiz oranları karşısındaki durumları, şu şekilde sıralanabilir:

A. Sabit getirili bir enstrüman üzerine bir satın alma opsiyonunun durumu:

A1. Faiz oranları yükselirse, sabit getirili enstrümanın fiyatı düşer; satın alma opsiyonunun değeri düşer.

A2. Faiz oranları düşerse, sabit getirili enstrümanın fiyatı artar; satın alma opsiyonunun değeri düşer.

B. Sabit getirili bir enstrüman üzerine bir satma opsiyonunun durumu.

B1. Faiz oranları artarsa, sabit getirili enstrümanın fiyatı düşer; satma opsiyonunun değeri artar.

B2. Faiz oranları düşerse, sabit getirili enstrümanın fiyatı artar; satma opsiyonunun değeri düşer.

Bu durumlar, bir tabloda özetlenebilir:

(Değeri)	Faiz Oranları	
	Artarsa	Düşerse
Uzun satın alma opsiyonu	Düşer	Artar
Kısa satın alma opsiyonu	Artar	Düşer
Uzun satma opsiyonu	Artar	Düşer
Kısa satma opsiyonu	Düşer	Artar

Tablo 6. Durum Özeti( sabit getirili enstrümanlar üzerine opsiyonlar için)

Karşılaştırma yapmak amacıyla, aynı tablo, faiz oranı opsiyon serileri olan tavan sözleşmeleri ve taban sözleşmeleri için şöyle düzenlenebilir:

(Değeri)	Faiz Oranları	
	Artarsa	Düşerse
Uzun tavan sözleşmesi	Artar	Düşer
Kısa tavan sözleşmesi	Düşer	Artar
Uzun taban sözleşmesi	Düşer	Artar
Kısa taban sözleşmesi	Artar	Düşer

Tablo 7. Durum Özeti( faiz oranı opsiyon serileri için) .<sup>44</sup>

<sup>44</sup> Fabozzi, a.g.e. s.213.

Konu, Avrupa tipi satma opsiyonu için yeniden ele alındığında, riske kayıtsız değerlendirme ilişkisini ve satma-satın alma opsiyon paritesi ilişkisini temel almak gerekir.

Piyasada arbitraj fırsatlarının olmadığı varsayımı altında bir Avrupa tipi satma-satın alma paritesi ilişkisi şöyle yazılabilir:<sup>45</sup>

$$p(S, T; X) = c(S, T; X) - S(b - r)^T + Xe^{-rT}$$

Formülde, P, satma opsiyonunun değerini, C, satın alma opsiyonunun değerini, S, konu olan varlığın gelecek fiyatını, X, opsiyonun kullanımının gelecek fiyatını, b, elde tutma ya da taşıma maliyetini gösterir.

Bu parite ilişkisi, kupon ödemeli tahviller üzerine Avrupa tipi opsiyonlar için şöyle yazılabilir:

Satma opsiyonunun fiyatı= Satın alma opsiyonunun fiyatı+Kullanım fiyatının bugünkü değeri+Kupon ödemelerinin bugünkü değeri-Konu olan tahvilin fiyatı<sup>46</sup> dır.

Hem satın alma opsiyonu, hem de satma opsiyonu için gelecekteki fiyata ulaşma olasılığını veren,  $N(d_1, d_2)$  değerleri de bu formüle ilave edildiğinde, Black-Scholes opsiyon fiyatlama modeline ulaşılır:<sup>47</sup>

$$C(V, t) = VN(d_1) - L \exp(-r[T - t]) \times \underbrace{N(d_1 - \sigma\sqrt{T - t})}_{N(d_2)}$$

$$dV = [\alpha V - D_1(V, t)dt] + \sigma V dZ$$

Bu opsiyon fiyatlama modelinde, V, opsiyona konu olan varlığın fiyatı,  $N(d_1)$ , lognormal dağılım gösteren bu fiyata ulaşma olasılığıdır. L, satın alma opsiyonunun fiyatı,  $\exp(-r[T-t])$ , satın alma opsiyonunun fiyatını bugüne indirme faktörü ve  $N(d_2)$ , bu fiyata ulaşma olasılığıdır. İkinci formülde, dV, fiyattaki değişim oranını vermektedir. Esas olarak, hisse senedi fiyat dalgalanmaları için geçerli olan bu formülde, D, hisse senedine ödenen kar payını, alfa, ortalamaya geri dönüş hızını ve dZ, değişimdeki sapma hareketini veren, Wiener sürecini (Brown hareketini) temsil eder. Her iki formülde de, değişkenliği temsil eden sigma, sabit bırakılmıştır. Model, bu

<sup>45</sup> Stoll, Hans R. Ve Robert E. Whaley, a.g.e. s. 218.

<sup>46</sup> Fabozzi, a.g.e. s.208

<sup>47</sup> Merton, Robert C., Applications of Option-Pricing Theory: Twenty-Five Years Later, The American Economic Review, Vol.88, No.3, 1998, s.327

açıdan, hisse senetleri için bile hatalı sonuçlar vermektedir. Ayrıca, tahviller gibi menkul kıymetler düşünüldüğünde, özellikle faiz oranlarının ve dolayısıyla tahvil fiyatlarının yüksek bir değişkenliği vardır.

#### **1.4. Faiz Oranı Opsiyonunun Fiyatını Etkileyen Duyarlılık Ölçütleri**

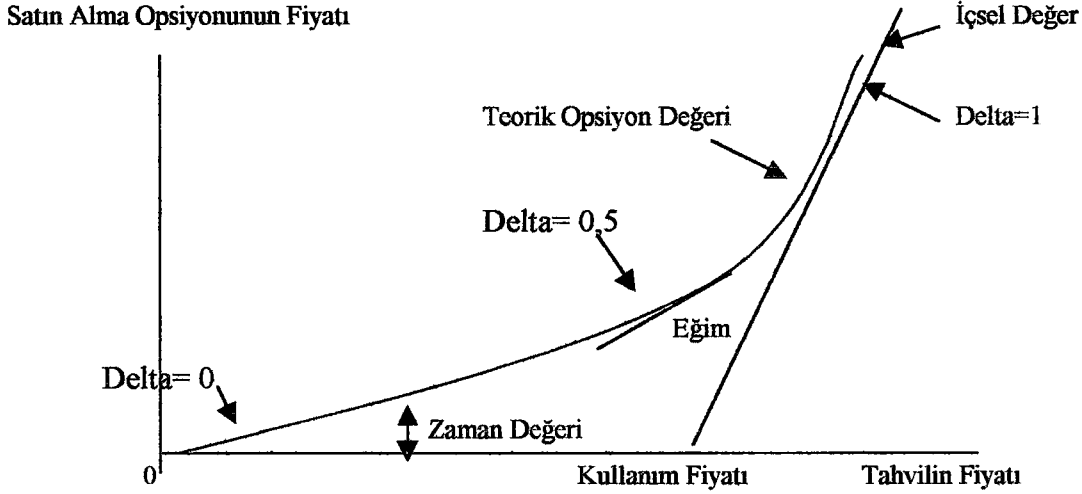
Faiz oranı opsiyonlarını değerlemek için, opsiyonun çeşitli değerlere ulaşma olasılıklarını değiştiren bazı ölçütlerden yararlanılabilir. Bu ölçütlere, “duyarlılıklar” adı verilmektedir. Faiz oranı opsiyonunun değerine etki eden faktörlerin, birbirlerine göre değişimleri de opsiyon fiyatının değerini etkileyecektir. Duyarlılık ölçütleri, tahvil fiyatına göre elde edilir. Bu durumda, duyarlılık ölçütleri, faiz oranı opsiyonları başlığı altında yer alan, faiz oranına duyarlı enstrümanlar üzerine opsiyonlar için geçerli olacaktır. Örneğin, duyarlılıklar, tahvil satın alma opsiyonu için, tahvil fiyatıyla opsiyon fiyatı arasındaki ilişkiyi verebilir. Doğrudan faiz oranları üzerine opsiyonlar için duyarlılık ölçütlerinin belirlenmesi daha zordur. Bunun birkaç nedeni vardır:

a. Faiz oranları, tahvil fiyatlarıyla zıt yönde değişir. Ancak, aynı oranda değişmez. Bu durumda, faiz oranı üzerine opsiyonun duyarlılık ölçütü, bu faizi veren tahvilin üzerine opsiyonun duyarlılık ölçütünden farklı çıkacaktır.

b. Faiz oranları üzerine opsiyonların değerlemesi, faiz oranları için belirlenen tavan ve taban oranlarına, başka bir ifadeyle, opsiyonun kullanım oranına göre yapılır. Duyarlılıkların da, bu kullanım oranlarına göre hesaplanmaları gerekir. Bu durumda, kullanım oranları için değişme söz konusu olmadığından, duyarlılık, anlamını yitirecektir.

c. Faiz oranları üzerine opsiyonlar, genellikle, faiz oranları üzerine tavan ve taban sözleşmeleri şeklinde düzenlenirler. Bunlar, sırasıyla satın alma ve satma opsiyonu serileridir ve çok dönemlidirler. Buna karşılık, duyarlılık ölçütleri, tek dönem için geçerli olabilirler.

Aşağıdaki şekil, Avrupa tipi satın alma opsiyonunun, tahvil fiyatına göre değerini göstermektedir:<sup>48</sup>



Şekil 3. Satın Alma Opsiyonunun Fiyatı ile Tahvil Fiyatı Arasındaki İlişki

#### 1.4.1. Delta

Delta, satın alma opsiyonunun fiyatındaki değişimin, opsiyona konu olan tahvilin fiyatındaki değişmeye oranıdır.

Örneğin, opsiyonun kullanım fiyatı 100 milyon lira ise ve opsiyona konu olan tahvilin fiyatı 100 milyon liradan 101 milyon liraya çıkıyorsa, opsiyonun içsel değeri 1 milyon lira artacaktır.

Eğer tahvilin fiyatı, 101 milyon liradan 110 milyon liraya çıkarsa, opsiyonun içsel değeri de 1 milyon liradan 10 milyon liraya çıkacaktır. Böylece, kullanım fiyatına ulaştıktan sonra, içsel değeri temsil eden doğrunun eğimi 1 olacaktır.

Dikey ekseninde, satın alma opsiyonunun fiyatının, yatay ekseninde konu olan tahvilin fiyatının yer aldığı karşılaştırmalı opsiyon fiyatı grafiğinde, satın alma opsiyonunun fiyatı, dışbükey bir eğriyle gösterilir. Opsiyona konu olan tahvilin herhangi bir veri fiyatında, teorik satın alma opsiyonu fiyatı ile içsel değeri arasındaki fark, opsiyonunun zaman değeridir. Opsiyon fiyatıyla, konu olan tahvilin fiyatı

<sup>48</sup> Yılmaz, Mustafa Kemal, Hisse Senedi Opsiyonları ve İstanbul Menkul Kıymetler Borsası'nda Uygulanabilirliği, 1998, s.162.



arasındaki ilişkinin dışbükeyliği yüzünden, tahvil fiyatı değişimini veren doğru, konu olan tahvilin fiyatındaki küçük bir değişim için, yeni opsiyon fiyatının yaklaşık tahminini verir.

Ancak, büyük değişimler için bu doğru, yeni opsiyon fiyatının tahminini sağlamayabilir. Bu doğrunun eğimi, teorik opsiyon fiyatının, konu olan tahvilin fiyatındaki küçük bir değişmeye göre nasıl değişeceğini gösterir. Bu eğim, genellikle “delta” olarak adlandırılır.

Örneğin, konu olan tahvilin fiyatındaki bir milyon liralık değişimin, satma opsiyonunun fiyatını 500 bin lira değiştirecek olması, deltanın 0,5 olduğu anlamına gelir. Böylece, tahvil fiyatındaki bir milyon liralık değişim için, kabaca iki opsiyon sözleşmesi elde tutmak, riskten tam korunmayı sağlar. Bu nedenle delta, aynı zamanda, opsiyonun riskten korunma oranıdır ve konu olan tahvilin fiyatındaki değişmeye göre, opsiyonun fiyatındaki değişimin birinci türevidir.

#### **1.4.2. Gamma**

Gamma, deltadaki değişimin, konu olan tahvilin fiyatındaki değişmeye oranıdır.

Gamma, opsiyona konu olan tahvilin fiyatındaki değişmeye göre, deltadaki değişimi verir ve teorik satın alma opsiyonu fiyatının dışbükey eğrisinin herhangi bir noktasından geçen teğetin eğimini gösterir.

Örneğin, bir tahvilin dışbükeyliği, onun, süresindeki değişmeye oranını ölçer. Satın alma opsiyonları için ise, dışbükeylik, deltadaki değişim oranını ölçer. Opsiyonlar için dışbükeyliğin ölçüsü “gamma”dır.

#### **1.4.3. Lambda**

Lambda, satın alma opsiyonunun fiyatındaki yüzdelik değişimin, opsiyona konu olan tahvilin fiyatındaki yüzdelik değişmeye oranıdır.

Bazı durumlarda, opsiyonun kullanım fiyatı, tahvilin fiyatını çok büyük oranlarda aşabilir. Bu durumda, satın alma opsiyonu yüksek düzeyde zarardadır. Tam

tersine, tahvil fiyatı, opsiyonun kullanım fiyatını çok büyük tutarlarda aşabilir. Bu durumda, satın alma opsiyonu yüksek düzeyde karda olacaktır. Birinci durumda delta sifira, ikinci durumda ise 1'e yaklaşacak ve duyarlılığını kaybedecektir. Burada, yatırımcıya bir başka ölçüt yardımcı olmaktadır. Bu ölçüt, fiyatlardaki yüzdellik değişimin oranını vererek gerçek değişimi ölçmeye yardımcı olur. Örneğin, opsiyona konu olan tahvilin fiyatı artarken, opsiyonunun lambdası düşer. Lambda 1,5 değerinde ise, opsiyona konu olan tahvilin fiyatı yüzde 1 değişirken, satın alma opsiyonunun fiyatının yüzde 1,5 değişeceğini gösterir. Bu durumda, satın alma opsiyonunun lambdası, opsiyonun kaldıraç etkisi yüzünden, 1'den daha büyük olacaktır.

#### 1.4.4. Theta

Theta, opsiyonun fiyatındaki değişimin, opsiyonun vadesine kalan zamandaki azalmaya oranıdır.

Yukarıdaki duyarlılık ölçütlerinden farklı olarak, theta, opsiyonun fiyatındaki değişimin, opsiyonun vadesine kalan zamandaki azalışa göre değişmesini ölçer.

Önceki üç duyarlılık ölçütü, opsiyonun içsel değerini temel alırken, theta, opsiyonun zaman değerini de hesaba katar. Opsiyonun vadesine kalan daha uzun zaman, opsiyonun fiyatının yüksek olacağını gösterir.

Vadesine kalan zaman azalırken, opsiyonun fiyatındaki değişim olasılığı azalacağından, opsiyonun zaman değeri düşer. Theta, opsiyonun içsel değerinin değişmemesi için, opsiyona konu olan tahvilin fiyatının da değişmemesi gerektiğini varsayarak, opsiyonun zaman değerinin, opsiyonun vadesine yaklaşırken ne kadar hızlı değiştiğini ölçer.

#### 1.4.5. Kappa

Kappa, opsiyon fiyatındaki değişimin, beklenen faiz oranı değişkenliğindeki yüzde 1'lik değişmeye oranıdır.

Temelde, opsiyon fiyatı için en önemli değişken olarak varsayılan, beklenen faiz oranı değişkenliğindeki değişmeye göre, opsiyonun fiyatının nasıl değişeceğini gösterir. Genellikle değişkenlikteki bu değişme için yüzde 1'lik değişme aralıkları kullanılır.

Örneğin, faiz oranı değişkenliği, bu yıldan gelecek yıla 0,19'dan 0,20'ye çıkarsa, opsiyonun fiyatı da 100 milyon liradan 80 milyon liraya düşerse, opsiyonun kappası, eksi 0,2 olacaktır.

### **1.5. Faiz Oranı Opsiyonları İçin DüzeltilmişVade ve Dışbükeylik**

Bu bölümde, yukarıdaki duyarlılık ölçütlerinin, faiz oranı opsiyonlarının değerlendirme sürecindeki önemi, düzeltilmiş vade ve dışbükeylik açılarından açıklanacaktır.

#### **1.5.1.Opsiyonun Düzeltilmiş Vadesi**

Tahvilin düzeltilmiş vadesi, fiyatının, faiz oranlarındaki değişmelere duyarlılığını gösterir. Benzer şekilde, opsiyon için düzeltilmiş vade de şöyle tanımlanabilir:

Opsiyonun düzeltilmiş vadesi= (Opsiyona konu olan tahvilin düzeltilmiş vadesi)X Delta  
X (Konu olan tahvilin fiyatı/Opsiyonun fiyatı)

Formüldeki son ifade,opsiyonun kaldıraç ölçüsü olarak düşünülebilir. ("Karda olma" ölçüsünün tersi)

Tahvilin düzeltilmiş vadesi, opsiyonun deltasıyla benzer biçimde düşünülebilir. Tahviller de faiz oranlarına duyarlı opsiyonlar olarak görülebileceklerinden, tahvil fiyatının faiz oranlarındaki değişmelere duyarlılığı da tahmin edilmelidir. Bu göreceli duyarlılığı veren ölçü ise, düzeltilmiş vadedir. Risksiz getirili tahvillerde düzeltilmiş vade, vadeye eşittir. Düzeltilmiş vade, tahvilin risk ölçülerinden biridir.

Tahvil opsiyonunda ise, delta, opsiyona konu olan tahvilin fiyatındaki bir değişme ile opsiyonun fiyatındaki değişmeler arasındaki ilişkiyi ölçer. Ancak, fiyattaki değişmeye bağlı bu ölçü, getiriler değiştikçe de değişim gösterir. Bu etki, fiyattaki

değişmelere karşı deltadaki değişmeleri ölçen gamma tarafından verilir. Esas olarak, opsiyonlar için, getiri değişimlerinin etkisini veren ölçü, dışbükeyliktir.

### 1.5.2. Opsiyonun Dışbükeyliği

Tahvil fiyatları artarken, faiz oranları düşer; yükselirken, azalır. Ancak bu değişme, aynı oranlarda olmaz. Bu değişimin nasıl olacağını veren ölçü, düzeltilmiş vadenin getirilere göre ne kadar değişeceğini gösteren dışbükeyliktir. Dışbükeylik, tahvil fiyatının getiriye göre ikinci türevidir ve opsiyonlar için gammaya karşılık gelir. Opsiyonların dışbükeyliğini veren formül şudur:

Tahvil Opsiyonunun Dışbükeyliği = Tahvilin Dışbükeyliği X Opsiyonun Deltası + Tahvilin Fiyatı X Opsiyonun Gamması X Tahvilin Düzeltilmiş Vadesinin Karesi

Hem delta ve gammanın, hem de düzeltilmiş vade ve dışbükeyliğin düzeylerini bilmeden bir tahvil ya da faiz oranı opsiyonunun pozisyonunu yönetmek akılcı değildir.<sup>49</sup> Tüm bu ölçütler, tahvil ya da faiz oranı opsiyonunun değerini belirlemede kritik düzeyde önemlidir ve ödenmeme riskinin başlıca göstergeleridir.

Aşağıdaki tablo, sabit getirili bir enstrümanın üzerine bir opsiyonun değerine etki eden faktörlerin her birini, diğer faktörleri sabit tutarak inceleyip sıralamaktadır:

Diğer faktörler sabit tutulduğunda her bir faktördeki artış:	Satın alma opsiyonunun değerine etkisi	Satma opsiyonunun değerine etkisi
Konu olan menkul kıymetin cari fiyatı	Artırır	Azaltır
Kullanım fiyatı	Azaltır	Artırır
Opsiyonun bitiş tarihine kalan zaman	Artırır	Artırır
Beklenen getiri değişkenliği	Artırır	Artırır
Kısa vadeli risksiz faiz oranı	Artırır	Azaltır
Kupon faizi ödemeleri	Azaltır	Artırır

Tablo 8. Sabit Getirili Enstrümanlar Üzerine Opsiyonların Fiyat Girdilerinin Karşılaştırmalı Etkisi

<sup>49</sup> Tompkins, a.g.e. s.439

Bu bölümün başından sonuna kadar, faiz oranı opsiyon fiyatının belirlenmesi için gerekli olan temel faktörler, genel opsiyon fiyatlama modellerinden ayıklanmaya ve anlamlı bir bütün halinde biraraya getirilmeye çalışılmıştır.

Black- Scholes modelinden bu yana, bu modelin tüm sınırlayıcı varsayımlarının eleştirisi yapılmış ve opsiyon fiyatlama literatürü, bu varsayımlara karşı çıkılarak ve içerikleri genişletilerek geliştirilmiştir. Faiz oranı opsiyonları için ise önemli olan iki varsayım, opsiyona konu olan varlığın fiyat ya da getiri değişkenliğiyle ilgili olan ve karşı taraf riskiyle ( ya da ödenmeme riski olmayan tahvil fiyatı dinamikleriyle) verilmiş olan varsayımdır. Bundan sonraki bölümlerde, faiz oranı ve onun değişkenliği ile ilgili değişimleri ele alan fiyatlama modelleri anlatılarak, faiz oranı opsiyonlarının Türkiye`de uygulanabilirliği üzerinde durulacaktır.



## BÖLÜM 2 FİYATLAMA MODELLERİ

Son yıllarda faiz oranlarında meydana gelen dalgalanmalar, faiz oranı riskine karşı korunmak için birçok aracın ortaya çıkmasına yol açmıştır. Bu araçlar arasında yer alan ve üçüncü bölümde incelediğimiz tavan sözleşmeleri, taban sözleşmeleri ve swap opsiyonları, aslında, faiz oranlarının vade yapısı üzerine düzenlenmiş opsiyonlardır. Faiz oranı opsiyonları kullanıldıkları zaman nakit olarak ödenir. Bu işlemde, fiziki bir teslim söz konusu değildir. Bunun yanı sıra, çeşitli devlet tahvilleri üzerine opsiyonlar ve faiz oranı gelecek sözleşmeleri üzerine opsiyonlar, fiziksel olarak opsiyon satıcısı tarafından teslim edilebilir. Ancak, opsiyonun kullanımı her ne şekilde gerçekleşirse gerçekleşsin, tüm menkul kıymetler, faiz oranlarının vade yapısına göre değerlendirilir. Faiz oranlarına duyarlı opsiyonları değerlemek için ilk modeller Vasicek (1977) ve Brennan-Schwartz (1982) fiyatlama modellerini temel almışlardır. Vade yapısını temel alarak opsiyonların değerlendirilmesinde, iki aşamalı bir prosedür izlenir; ilk aşama tek faktörlü (Vasicek gibi) veya iki faktörlü (Brennan ve Schwartz gibi) bir model temelinde, vade yapısının teorik bir temsilini elde etmeyi amaçlar. İkinci aşama ise vade yapısı üzerine opsiyonları değerlendirir.<sup>1</sup>

Tahvil opsiyonlarına uygulanan iki aşamalı bir yaklaşım, teoremin verilerle uygunluk şansını artırır. Bu iki aşamalı modeller, riske kayıtsız yada riske ayarlı olasılık kavramına dayanır. Riske kayıtsız olasılık ölçüsünü kısaca açıklamak gerekirse, böyle bir olasılıkla her menkul kıymetin bugünkü fiyatı, bu olasılık altında risksiz faiz oranıyla iskonto edilmiş yarınki fiyatının beklenen değerine eşittir. Diğer deyişle, tüm menkul kıymetlerin iskonto edilmiş fiyatları, bir denge olasılığına sahiptir. Yani, bu olasılık altında tüm varlıkların beklenen getiri oranı risksiz faiz oranına eşittir. Bu ifadeyi bir opsiyonun fiyatı için yeniden düzenlersek, Black-Scholes kısmi diferansiyel eşitliğinin çözümü, risksiz faiz oranında iskonto edilen son net ödemesinin beklenen değeri olarak yazılabilir. Böylece beklenen değer ayarlanmış olasılık ölçüsü altında, fiyat aşağıdaki süreci izler:

<sup>1</sup> Dumas, Bernard ve Blaise Allaz, Financial Securities: market equilibrium and pricing methods, 1996, s.353-354

$$dS/S = rdt + \sigma dZ$$

Burada olasılık değişiminin çok önemli bir özelliği vardır. Getiri oranının değişkenliği sabit kalmaktadır.<sup>2</sup> Çünkü bu model sadece faiz oranını etkileme faktörü olarak alan, tek faktörlü bir modeldir.

Faiz oranı opsiyonlarının fiyatlanmasıyla ilgili bir yaklaşım, tahvilin değişkenliğinin, tahvilin süresine bağlı olduğu, Schaefer ve Schwartz modelinin yaklaşımıdır. Bu modelde süre, bir opsiyonun deltası, yani, riskten korunma oranı gibidir. Faiz oranları değiştiği zaman süre de değişebilir. Süre kavramı, faiz oranlarının vade yapısının sadece tek bir şekilde değişebileceğini varsayar. Bu, her faiz oranının vadesi için aynı değişim oranıyla gerçekleşir. Örneğin, doksan günlük faiz oranı % 1 değişirken, 20 yıllık faiz oranı da % 1 değişir. Faiz oranları bu modeli izlemezse, yaklaşım geçerliğini kaybedecektir.<sup>3</sup>

Faiz oranlarının, vade yapısı üzerinde aynı oranda her zaman değişmeyeceğini dikkate alan bir başka yaklaşım vardır. Bu yaklaşımın temeli, faiz oranlarının tüm vade yapısındaki muhtemel değişimleri model yardımıyla belirlemeye çalışmaktır. Bu konudaki modeller, dört başlık altında incelenebilir.

### 2.1. Ho ve Lee Modeli (1986)

Bu model, kesintisiz bir vade yapısını veri olarak alır. Arbitraj fırsatlarının olmadığını, vade yapısının tesadüfi olarak değiştiğini varsayar. Modelin temeli Cox, Ingersoll ve Ross (1985) genel denge modelinin, kısa vadeli faiz oranlarının tarihsel ortalamaya geri dönüş gösterdiği varsayımına dayanır. Tüm faiz oranı opsiyonları, sadece kısa dönemli faiz oranına koşullu olarak fiyatlandırılır. Ayrıca, model, bir genel denge modeli için sınırlı varsayımlar da içerir. Bu yaklaşımın temel avantajı, opsiyonları fiyatlamak için vade yapısının tam bilgisinden yararlanmaya olanak sağlamasıdır.<sup>4</sup>

<sup>2</sup> Dumas ve Allaz, a.g.e. s. 355

<sup>3</sup> Tompkins a.g.e s. 428

<sup>4</sup> Ho ve Lee a.g.m s. 1011-1012

Ayrıca bu model, opsiyonların fiyatlamasıyla düz tahvillerin fiyatlaması arasında önemli bir bağlantı sağlar. Modelin başlangıç noktası, arbitrajsız faiz oranlarının hareketleridir. Bu modele göre, iskontolu tahvili fiyatlamak için arbitrajsız faiz oranı modeli kullanılıyorsa, tahvilin fiyatı, başlangıç iskonto fonksiyonuyla belirlenen fiyata eşit olmalıdır.<sup>5</sup>

Modelin temel varsayımları şunlardır:

1. Vergiler ve işlem maliyetleri yoktur ve tüm menkul kıymetler mükemmel bir biçimde bölünebilirler.

2. Piyasa, birbirlerinden eşit zaman aralıklarıyla ayrılmış tarihlerde açıktır. T vadeli iskontolu tahvilin, T döneminin sonunda 1 milyon lira ödediği tanımlanır.

3. Tahvil piyasası mükemmeldir. Her n vadesi için bir iskontolu tahvil mevcuttur (n=0,1,2,...)

4. Her n zamanında sonlu sayıda durum değişkeni vardır. i durumu için iskontolu tahvilin denge fiyatı  $P_i(T)$ 'dir. Bu fiyat, iskontolu tahvilin fiyatının vadeye göre bir fonksiyonu olduğunu gösterir. Bu iskonto fonksiyonu, n zamanındaki i'inci durumda, faiz oranlarının vade yapısını tam olarak tanımlar.<sup>6</sup>

Bu model, faiz oranlarının vade yapısının belli olasılıklarla aşağı yada yukarı hareketini verirken, negatif faiz oranlarının oluşma olasılığını ortadan kaldırmaz. Modeldeki faiz oranı hareket süreci, aşağıdaki formül yardımıyla gösterilebilir:

$$dR = \theta dt + \sigma dZ$$

$dR$ , faiz oranındaki mutlak değişimdir.

$\theta$ , zamanın bir fonksiyonu olarak, hareket sürecinin orta değeridir.

$dt$ , zamandaki değişimdir.

$\sigma$ , mutlak faiz oranı değişiminin değişkenliğidir.

$dZ$ ,  $\sqrt{t}$ 'nin fonksiyonu olan standart Wiener sürecidir.<sup>7</sup>

Bu modelin en önemli yanı, gelecek sözleşmesi üzerine opsiyonlar için kullanılan Black(1976) modeliyle aynı sonuçları vermesidir. Bu model, faiz oranı

<sup>5</sup> a.g.m, s. 1026.

<sup>6</sup> a.g.m, s. 1013.

<sup>7</sup> Tompkins, a.g.e. s.429



opsiyon fiyatlarının belirlenmesinde daha doğru faiz oranı değerleri verir. Ama bu değerler negatif de olabilir.

Tahvil fiyatlarının zaman içinde tesadüfi bir süreç izlediğini veren diğer modeller, faiz oranlarının değişkenliğinin ortalama değere geri dönmesine izin vererek, ortalamaya dönüşü ayarlamak için değişik yaklaşımlar getirmektedir.

## 2.2. Black, Derman ve Toy Modeli(1990)

Bu model, hazine bonoları üzerine opsiyonları değerlemeye yoğunlaşır. Üç temel özelliğe sahiptir. Bunların birincisi, temel değişkenin kısa dönem oranı, yani yıllık hale getirilmiş bir dönemlik faiz oranı olmasıdır. Kısa dönem faiz oranı, modelin bir faktörüdür ve değişimleri, tüm menkul kıymet fiyatlarını etkiler. İkincisi, model, çeşitli vadeler için bir uzun dönemli oran dizisini (sıfır kuponlu hazine bonolarının getirilerini) ve aynı tahviller için bir getiri değişkenlikleri dizisini temel alır. Birinci dizi getiri eğrisi, ikinci dizi değişkenlik eğrisidir. Bu eğriler birlikte vade yapısını oluştururlar. Üçüncü olarak, gelecek değişkenliği değişirken, gelecekteki ortalamaya geri dönüş değişkenliği de değişir.

Bu modelde, faiz oranlarının vade yapısı fiyatlar yerine getirilerle elde edilir.  $y_u$  ve  $y_d$ ,  $S_u$  ve  $S_d$  sıfır kuponlu tahvil fiyatlarının getirileri olarak verilirse, bu modelin temelini oluşturan binomial yaklaşıma göre, getiriden fiyatları veren formül şu olur:

$$S_{u,d} = \frac{100}{(1 + y_{u,d})^{N-1}}$$

Bu zamandan bir yıl sonrasına,  $S$ 'nin beklenen fiyatı,  $\frac{1}{2}(S_u + S_d)$ 'dir. Beklenen getiri,  $\frac{1}{2}(S_u + S_d)/S$ 'dir. Tüm beklenen getirilerin eşit olduğunu varsayıldığında, bugünün kısa dönem faiz oranı  $r$ 'den borç alındığında, aşağıdaki fiyata ulaşılır:

$$S = \frac{\frac{1}{2}S_u + \frac{1}{2}S_d}{1 + r}$$

Bu modelden bulunan en önemli sonuç, binomial model yardımıyla, kısa dönem oranlarının modelin vade yapısını, bugünün vade yapısıyla eşleştirmesidir.

Model, aşağıdaki gibi örnek bir vade yapısını kullanır:<sup>8</sup>

Vade(yıllar)	Getiri(%)	Getiri Değişkenliği(%)
1	10	20
2	11	19
3	12	18
4	12,5	17
5	13	16

Örneğin,  $S_u = S_d = 100$  olsaydı,  $r = \%10$  alındığında, binomial modele göre bugünün  $s$  değeri 90,91 olacaktı. Burada gelecekteki fiyat tahminlerinden, binomial modelde bir geriye dönüş yapılarak, bugünün değerlerini bulmak mümkündür.

Hazine bonusu opsiyonlarını değerlemek için bu modeli kullanmak gerektiğinde, öncelikle hazine bonosunun, binomial ağaç üzerindeki çeşitli ayrımlardaki gelecek fiyatlarını bulmak gerekir.  $\%10$  kupon ödemeli 100 milyon lira nominal değerli ve vadesine üç yıl kalan bir hazine bonosunu düşünelim. Bu modelde, kolaylık sağlaması amacıyla hazine bonusu, üç tane sıfır kuponlu tahvilin bir portföyü olarak düşünülmüştür. Yani, 10 milyon lira nominal değerli bir yıllık iki adet sıfır kuponlu bono ve 110 nominal değerli üç yıllık bir sıfır kuponlu bono. Bu portföy vadesi üç yıl kalan  $\%10$ 'luk hazine bonusu ile eşit yıllık net ödemelere sahiptir.

Bu yüzden portföy ve hazine bonusu aynı değere sahip olmalıdırlar. Menkul kıymetin beklenen fiyatını bulduğumuz eşitlik yardımıyla, beklenen iki yıllık fiyatı ru ve rd ile iskonto ederek, bir yıllık fiyatları bulabiliriz. Bu fiyatlar, 87,47 milyon lira ve 91,08 milyon liradır. Bugünün kısa dönem oranının  $\%10$  olduğunu biliyoruz.  $r_u = 14,32$  ve  $r_d = 9,79$  olduğunu da, bu fiyatları  $S_{u,d}$  eşitliğine koyarak bulabiliriz. Bu iki yıllık fiyatlar yardımıyla, bugünün fiyatını aşağıdaki eşitlik yardımıyla buluruz:<sup>9</sup>

<sup>8</sup> Black, Fischer, Emanuel Derman ve William Toy, A One-Factor Model of Interest Rates and Its application to Treasury Bond Options, Financial Analysts Journal, Jan-Feb 1990. s.34

<sup>9</sup> a.g.m. s.35

$$\frac{\frac{1}{2}(87,47) + \frac{1}{2}(91,08)}{1,1} = 81,16$$

Aşağıdaki şekil, iki yıllık sıfır kuponluları kullanarak, bir yıllık kısa dönem oranlarını nasıl bulduğumuzu gösterir:

		100	
	14,32	87,47	14,32
10		81,16	11
	9,79	91,08	9,79
Oran Ağacı		Fiyat Ağacı	Getiri Ağacı

Daha, önceki örnek vade yapısı tablosundaki değişkenlik değerlerine ulaşmak da mümkündür:

$$\sigma_2 = \frac{\ln \frac{14,32}{9,79}}{2} = \%19$$

Üç yıllık hazine bonosu yerine kullanılan portföyün değeriyle, hazine bonosunun fiyatı, 95,51 milyon lira olarak bulunur:

		110
		102,11
	101,33	110
95,51		106,69
	108,79	110
		110,22
		110

Şimdi, bulunan bu değer üzerine iki yıllık Avrupa tipi satın alma ve satma opsiyonları düzenlenerek sonuca ulaşılabilir. Bu opsiyonların her ikisinin de kullanım

fiyatları 95 milyon liradır. Yukarıdaki 3 yıllık hazine bonosunun, ikinci yılda şu üç fiyattan birine sahip olması gerekir. Tahakkuk eden 10 milyon liralık faizi çıkarttığımızda fiyatlar, 100,22 milyon lira, 96,69 milyon lira, 92,11 milyon liradır. Vade sonunda 95 milyon liralık satın alma opsiyonu, hazine bonusu 100,22 ya da 96,69 milyon lira değerinde olursa parada olacaktır. Satın alma opsiyonunun değeri ise, hazine bonosunun fiyatı ile kullanım fiyatı arasındaki fark olacaktır. 95 milyon liralık satın alma opsiyonu, vade sonunda ya 5,22 milyon lira ya da 1,69 milyon lira değerinde olacaktır. Diğer yanda hazine bonusu, vade sonunda 92,11 milyon liradan işlem görüyorsa, satın alma opsiyonu para dışı ve sıfır değerinde olacaktır. Satma opsiyonu da, tahakkuk eden faiz olmaksızın, hazine bonusu vade sonunda 92,11 milyon lira değerinde ise parada olacaktır. Satma opsiyonunun değeri, 2,89 milyon liradır. Diğer fiyatlarda ise, satma opsiyonu değersiz olacaktır. Kısa dönem oranının, bugünden bir yıl sonrasına % 14,32 olduğu verilirse, vade sonundan bir yıl önce satın alma opsiyonunun değeri şöyle olacaktır:

$$\frac{\frac{1}{2}(0,00) + \frac{1}{2}(1,69)}{1,1432} = 0,74$$

Bugünden 1 yıl sonrasına kısa dönem faiz oranı %9,79 olursa, satın alma opsiyonunun değeri şöyle olacaktır:

$$\frac{\frac{1}{2}(1,69) + \frac{1}{2}(5,22)}{1,0979} = 3,15$$

Bu modelin en önemli özelliği, binomial model yardımıyla hem opsiyona konu olan menkul kıymetin değerini hem de opsiyonun değerini hesaplama olanağı sağlamasıdır. Aynı zamanda bu model, herhangi bir zamanda kullanılabilen Amerikan tipi opsiyonlar için de fiyat değerleri verebilir. Bunun için opsiyonun herhangi bir zamandaki fiyatı, hazine bonusu fiyatından çıkarılarak, kullanım değeri bulunabilir.<sup>10</sup>

Faiz oranları değiştiğinde, tahvillerin fiyatları ve tahvil opsiyonlarının da fiyatları değişir. Tahvil opsiyonu yatırımcıları, konu olan tahvilin fiyatındaki

<sup>10</sup> Black, Derman ve Toy a.g.m. s.38

değişmelere göre opsiyon fiyatlarının ne kadar değiştiği ile doğal olarak ilgilendirler. Bu ilişki, riskten korunma oranı da denilen delta ile ölçülür.

Her tahvilin satın alma opsiyonunun ve satma opsiyonunun, tek adımlı bir binomial ağaç üzerinde üst-alt değerlerinin oluştuğunu düşünelim. Üst değerler  $u$  ile, alt değerler  $d$  ile gösterildiğinde,  $T$  fiyatlı tahvilin,  $c$  değerli satın alma opsiyonunun riskten korunma oranı(delta hedging) şöyledir:

$$\Delta_{\text{call}} = \frac{C_u - C_d}{T_u - T_d}$$

Satın alma opsiyonunun fiyatları,tahvilin fiyatı düştüğü zaman arttığından, satın alma opsiyonunun riskten korunma oranı pozitif olacaktır. Tersine, satma opsiyonunun riskten korunma oranı, tahvil fiyatı artarken satma opsiyonunun değeri azaldığından, negatif olacaktır.

Black, Derman ve Toy modelinin dağılım sürecini veren formül aşağıdadır:

$$\Delta R / R = \theta dt + \sigma dZ$$

$dR/R$ , faiz oranındaki orantılı değişimdir.

$\theta_t$ , zamanın fonksiyonu olarak yayılma sürecinin orta değeridir.

$dt$ , zamandaki değişimdir.

$\sigma$ , orantılı faiz oranı değişiminin değişkenliğidir.

$dZ$ ,  $\sqrt{t}$  'nin fonksiyonu olarak standart Wiener sürecidir.

Bu formülün bir öncekinden farkı, faiz oranları için, faiz oranındaki değişimin yeniden faiz oranına oranlanmış olmasıdır.

### 2.3. Hull ve White Modeli (1990)

Genişletilmiş Vasicek modeli, Hull ve White modelinin temelidir ve aşağıdaki formülle ifade edilir:

$$dr = a(b - r)dt + \sigma r^\beta dZ$$

Burada  $a, b, \sigma$  ve  $\beta$  pozitif sabitlerdir ve  $dZ$ , Wiener sürecidir. Bu modellerde faiz oranı  $r$ 'nin,  $a$  oranı yardımıyla, tarihsel ortalamayı simgeleyen bir  $b$  düzeyine doğru hareket ettiği varsayılır. Bu hareket, zaman birimi başına,

$$\sigma^2 r^{2\beta}$$

varyansıyla tesadüfi olarak gerçekleşir. Betanın <sup>$\beta$</sup>  0 ve 0,5 olduğu özel durumlar vardır. Vasicek (1977)'de, iskontolu bir tahvilin analitik çözümünü veren beta, 0 olarak düşünülmüştür.

Jamshidian(1989), betanın bu değeri için, hem iskontolu hem de kupon ödemeli tahviller üzerine Avrupa satın alma ve satma opsiyonlarının fiyatları için analitik çözümler üretmiştir. Jamshidian, aşağıdaki eşitliği kullanmıştır:

$$r' = r_0 + \lambda \sigma / a$$

Sabit  $r_0$ ,  $b$ 'nin yerine geçmiştir ve tarihsel ortalama anlık oran olarak yorumlanır.  $a$  ise, bu ortalamaya geri dönüş hızı olarak verilir. Tahvil fiyatlarının ve onların türev menkul kıymetlerinin, tek durum değişkeni olan  $r$ 'ye bağlı oldukları varsayılır. Lambda, riskin piyasa fiyatıdır ve tüm menkul kıymetler için aynıdır.<sup>11</sup>

Ancak, beta sifira eşit olduğunda, kısa dönem faiz oranı  $r$ , negatif hale gelebilir.<sup>12</sup>

Hull ve White, Vasicek modelini şu şekilde genişletmişlerdir:

$$dr = [\theta(t) + a(t)(b - r)]dt + \sigma(t)dZ$$

$\theta(t)$ , zamanın bir fonksiyonu olarak, hareket sürecinin orta değeridir. Diğer bir deyişle, zamana bağlı değişmezdir.

$a(t).(b-r)$ ,  $r$ 'yi uzun vadeli orana çeviren bir ayarlama sabitidir.

Jamshidian(1989),  $s$  zamanında vadesi gelen pür iskontolu bir tahvilin fiyatını  $P$  ile gösterir. Bu modele göre, bu iskontolu tahvil üzerine  $K$  kullanım fiyatlı ve  $T < S$  bitiş

<sup>$\beta$</sup>  Beta, değişkenliğin ortalamaya geri dönme süreci izlemesinde, faiz oranının nasıl değiştiğine yönelik olarak, ampirik çalışmalarla elde edilmiş üssel bir tahmindir. Örneğin, betanın 0,5 olması, faiz oranının, oranın kare kökü ile değiştiğini gösterir.

<sup>11</sup> Jamshidian, Farshid, An Exact Bond Option Pricing Formula, Journal of Finance, 1989, s.205

<sup>12</sup> Hull, John ve Alan White, Pricing Interest Rate Derivative Securities, Review of Financial Studies, Vol.3, No.4, 1990, s.576

tarihli bir satın alma opsiyonunun t zamanındaki fiyatını bulabilmek için, önce tahvilin t zamanındaki vadeli fiyatının bulunması gerekir. Beklenen vadeli fiyattan ( $P'$ ) kullanım fiyatı çıkartılır ve bu, iskontolu tahvilin T zamanındaki değeriyle ( $P$ ) çarpılarak, opsiyonun fiyatı bulunur.<sup>13</sup>

$$C = P(P' - K)$$

Hull ve White modelinde ise, T zamanında 1 milyon lira veren iskontolu tahvil için vadeli fiyat şöyle bulunur:

$$f = A(t, T)e^{-B(t, T)r}$$

$A(t, T)$ , t-T arasındaki para piyasası hesabının değeridir ve bulunması, karmaşık bir matematiksel modelleme gerektirir.

Hull ve White modeli, hem tahvil opsiyonları için, hem de faiz oranı tavan sözleşmeleri için, uygun net ödeme değerlerine ulaşmayı sağlar. Model, genişletilmiş Vasicek modelinden ve Cox, Ingersoll ve Ross modelinden elde edilen vade yapısı değerlerini karşılaştırır ve birinci modelin ikincisinden daha yüksek fiyatlar verdiğini bulur. Bunun nedeni çok düşük faiz oranlarının meydana gelme olasılıklarının, Vasicek modelinde daha yüksek olmasıdır.

Model, tahvil opsiyonlarını değerlemek için uygulamacılar tarafından çok sık kullanılan Black modeliyle, bu modellerin değerlerini karşılaştırır. Black'in modelinde opsiyon fiyatlarından elde edilen vadeli tahvil fiyatı değişkenlikleri kullanılır. Modelden elde edilen bu değişkenlikler, opsiyonun vadesine kalan zaman artarken düşerler. Eğer opsiyonun vade sonu, tahvilin vade tarihine eşit olursa, modelden elde edilen değişkenlik, sürekli zaman limitinde sıfır olacaktır. Vasicek modelinde ise, modelden elde edilen değişkenlikler, farklı kullanım fiyatları için sabittir. Bunun nedeni, tahvil fiyat dağılımlarının yaklaşık olarak lognormal olmasıdır.

İskontolu bir tahvil için, tahvil fiyat dağılımı tam olarak lognormaldir. Yani, fiyat logaritmalarının normal dağılımında sağa veya sola çarpıklık yoktur. Kupon ödemeli bir tahvil içinse bu dağılım, lognormal dağılımların toplamıdır.

<sup>13</sup> Jamshidian, a.g.m. s.205-206

Cox, Ingersoll ve Ross (CIR) modelinde ise, modelden elde edilen değişkenlikler, kullanım fiyatının artan bir fonksiyonudur. Aynı değişkenlik, Black'in modelinde, belli vade tarihli tüm tahvil opsiyonları için kullanılırsa; CIR tipi bir ekonomi altında, para opsiyonların düşük fiyatlandırıldığı, para dışı opsiyonların yüksek fiyatlandırıldığı sonucuna ulaşılacaktır.

Bu model, faiz oranı tavan sözleşmelerine şöyle uyarlanabilir:  $t_1$  ve  $t_2$  zamanları arasında,  $R_x$  oranıyla 1 milyon lira üzerine faiz oranı tavanı olan bir opsiyon sözleşmesi düşünelim. Bu sözleşmenin,  $t_2$  zamanındaki net ödemesi şöyledir:

$$\Delta_t \text{enyüksek}(R - R_x, 0)$$

$R$ ,  $t_1$  zamanındaki faiz oranıdır. Her iki faiz oranının da dönem sonunda bileşik olduğu varsayılır. Net ödemenin iskonto edilmiş değeri ise şöyledir:

$$(1 + R_x \Delta_t) \text{enyüksek} \left[ \frac{1}{1 + R_x \Delta_t} - \frac{1}{1 + R \Delta_t}, 0 \right]$$

Faiz oranı tavan sözleşmesi, iskontolu tahviller üzerine Avrupa tipi satın alma opsiyonlarının bir portföyü olarak düşünülebilir. Böyle bir sözleşmenin değerlemesinde, uygulamacılar yine Black modelini kullanırlar.

Hull ve White modelinin karşılaştırmalı analizinde, Vasicek ve CIR modellerinin her ikisinde de tavan sözleşmesinin ömrü yükselirken, modelden elde edilen değişkenliklerin düştüğü görülür. Bu durum, faiz oranlarının ortalamaya geri dönüşünün, vadeli sözleşmeler vade tarihlerine uzak olduklarında, vadeli oranın değişkenliğinin düşmesine neden oluşunun bir yansımasıdır. Modelden elde edilen değişkenlikler, her iki modelde de, tavan sözleşmesi oranı artarken düşerler. Bunun anlamı, aynı değişkenlik belli bir ömre sahip tüm tavan sözleşmeleri için kullanılmış olursa, Black modelinin para tavan sözleşmeleri için düşük, para dışı tavan sözleşmeleri için de yüksek fiyat vereceğidir. <sup>14</sup>Bu durumda, uygulamacıların tercih ettiği Black modeli, hatalı sonuçlar verebilecektir. Hull ve White modeli, bu eksikliği gidermeyi amaçlamıştır.

<sup>14</sup> Hull, John ve Alan White, Pricing Interest Rate Derivative Securities, Review of Financial Studies, 1990, Vol.3, s.585-586.



#### 2.4. Heath, Jarrow ve Morton Modeli(1992)

Faiz oranlarının vade yapısı ile ilgili olarak, arbitraj fiyatlandırma modelinin iki amacı vardır. Birinci amaç, sonlu sayıda ekonomik değişkenden yararlanarak, değişik vadelerdeki, ödenmeme riski olmayan tüm sıfır kuponlu tahvilleri fiyatlamaktır. İkinci amaç, bu sıfır kuponlu tahvil fiyatlarını veri alarak, tüm faiz oranına duyarlı koşullu hakları fiyatlamaktır. Heath, Jarrow ve Morton modeli, bu ikinci problemi çözmek için diğer arbitraj fiyatlandırma modellerine göre yeni bir yöntem sunar.

Bu yöntem, şu nedenlerden dolayı yenilik olarak kabul edilmiştir:

1. Kendi tesadüfi yapısını, vadeli oran eğrisinin gelişimine doğrudan katar.
2. Opsiyon değerlerinden, riskin piyasa fiyatlarını arındırmak için, “vade yapısının tersine çevrilmesi”ni gerektirmez.
3. Vade yapısını etkileyen çok sayıda faktörü olan bir tesadüfi spot oran sürecine sahiptir.

Vasicek modeli gibi arbitraj fiyatlandırma modelleri, opsiyonları fiyatlarken, riskin piyasa fiyatlarını ortadan kaldırmak için, vade yapısını tersine çevirmeyi gerektirir.

Riskin piyasa fiyatı, daha yüksek beklenen getirinin, risksiz faiz oranı üzerinde bir değerinin olmasından ve beklenen getiriye ulaşmak için yatırımcıların daha fazla fiyat ödemeye istekli olmalarından kaynaklanır. Riskin piyasa fiyatı, beklenen getiri oranıyla risksiz faiz oranı arasındaki farkı, getirinin değişkenliği kadar artırır. Bunu ortadan kaldırarak, menkul kıymetin getirisini risksiz faiz oranına eşitlemek ve arbitraj fırsatını ortadan kaldırmak için, modellere ya bir ortalamaya geri dönüş sabiti ya da faiz oranı gelişimini dönem boyunca sabitleyen bir kare kök yada üssel süreç eklenir.

Ho ve Lee modeli, başlangıç tahvil fiyatlarını ve tahvil fiyatı süreçlerini dışsal olarak veri alıp, sonuca iki aşama yerine tek aşamada ulaşır. Bu model, aynı zamanda kesikli ticaret ekonomisini (yani sadece belli dönemlerde işlem yapılan ekonomiyi ) kullanır ve binomial modeller için uygundur.

Heath, Jarrow ve Morton modeli ise, Ho ve Lee modelini, çok faktörlü sürekli zaman ekonomisi için yeniden düzenler. Ayrıca, çok önemli bir farklılık olarak, sıfır

kuponlu tahvil fiyatlarını kullanmak yerine, vadeli sözleşme oranlarını kullanır. Gerçekte, sıfır kuponlu tahvil fiyatlarının vadede sabit bir tutarları olduğundan, değişkenliklerinin zaman boyunca değişmeleri gerekir. Oysa, vadeli faiz oranı değişkenlikleri, vadedeki sıfır kuponlu bir tahvilin sabit değerine daha uygundur. Bu model de başlangıç vadeli oran yapısını veri alır.<sup>15</sup>

Model, vadeli oranların zaman içindeki gelişimi için, genel bir sürekli zaman süreci belirler. Bir genel denge sağlamak ve bu süreci arbitrajsız bir ekonomiyle uyumlu hale getirmek için, vadeli oran süreci üzerindeki koşulları belirlemede tek bir denge olasılık ölçüsü kullanır. Bu koşullar altında, piyasa mükemmeldir. Denge olasılık ölçüsünün tüm tahviller için tek olmasını için, riskin piyasa fiyatının model dışında bırakılması gerekir. Model, para piyasası hesabının ve tahvil fiyat sürecinin belirlenmesini, sürekli zaman koşulu altında ve tahvil getirileri için Ito'nun yardımcı önermesini kullanarak gerçekleştirir. Bundan sonra, riskin piyasa fiyatlarını spot oran getirilerinin bulunduğu formülden ayırarak, yerine, vadeli oranların farklı vadelerindeki değişkenlikleri (yani, değişkenliklerin vade yapısını) içeren bir ifade yerleştirir. Böylece, riskin piyasa fiyatlarından bağımsız olarak, opsiyon değerlerini hesaplayabilir.

K kullanım fiyatlı,  $P(t,T)$  tahvili üzerine  $t^*$  vade tarihli bir Avrupa satın alma opsiyonunun nakit akışı şöyledir:

$$C(t^*) = \text{enyüksek}[P(t^*, T) - K, 0]$$

Bu opsiyonun  $t$  zamanındaki değeri  $C(t)$  ile gösterilir. Satın alma opsiyonunun  $t$  zamanındaki değeri şudur.<sup>16</sup>

$$C(t) = \tilde{E}(\text{enyüksek}[P(t^*, T) - K, 0] B(t) / B(t^*) | F_t) \\ 0 \leq t \leq t^* \leq T$$

$B(t, t^*)$ , para piyasası hesabının,  $t-t^*$  dönemindeki değeridir.  $F_t$ , vadeli faiz oranını ifade etmektedir.

Tüm bu modellerde, belli bir vade yapısı, çeşitli faktörler altında oluşturularak, koşullu hak kavramı içine giren tüm faiz oranına bağımlı varlıkların “doğru” olarak

<sup>15</sup> Heath, David, Robert Jarrow ve Andrew Morton, Bond Pricing and The Term Structure Of Interest Rates: A New Methodology For Contingent Claims Valuation, Econometrica, 1992, Vol.60, 77-79.

<sup>16</sup> a.g.m. s.91.

fiyatlanabilmeleri için gerekli olan altyapı kurulur. Tek başına hangi modelin, bir ekonomi tek başına mi için yeterli veri sağlayabileceğini söylemek mümkün değildir. Sadece, sınırlamalar ve varsayımlar yoluyla, değişen her durum için farklı seçenekler üretilebilir.

Geliştirilmiş bir model yardımıyla, farklı durumlar için nasıl bir yol izleneceğine ilişkin bir örnek, aşağıda verilmiştir.

Ho ve Lee modelinin, tahvilleri ve faiz oranı opsiyonlarını fiyatlamak için, kullanışlı bir kesikli zaman yaklaşımını ve bir binomial modeli kullandığı açıklanmıştır. Model, temel bir eksikliğe sahiptir. İskonto fonksiyonunun hareketine getirilen sınırlamalar, faiz oranlarının negatif-dışı kalmaları için yeterli değildir.

Ritchken ve Boenawan(1990), bu eksikliğin giderilmesi için, yeni bir önerme dizisinin yardımına başvururlar. Ho ve Lee modelinin öne sürdüğü sınırlamalar, riske kayıtsız olasılık parametresi ve faiz oranı risk primi parametresi gibi iki yeni parametre yardımıyla, tüm tahvillerin fiyatlanabileceği bir şekle dönüştürülür. Bu parametrelerin ilkinin değeri 0,4, ikincisinin değeri 0,8 olarak alınır. Bazı iskontolu tahvillerin fiyatları, seçilen bu değerler için 1'i aşar; yani faiz oranları negatif hale gelir. Arbitraj fırsatı, bu tahviller üzerine Avrupa tipi ve Amerikan tipi opsiyonların fiyat farklılıklarının oluşmasından meydana gelir. Yani, faiz oranlarının negatif hale geleceği biliniyorsa, Amerikan tipi opsiyonların kullanılması yerine Avrupa tipi opsiyonların kullanılması tercih edilir. Çünkü, faiz oranları negatif olursa, vade tarihine kadar beklenip, nominal değeri aşan tahvil fiyatı yüzünden daha değerli hale gelen Avrupa tipi opsiyon kullanılacaktır. Amerikan tipi opsiyonların satılması ve Avrupa tipi opsiyonların alınması sonucu, arbitraj gerçekleşir. Satma-satın alma opsiyon paritesinin geçerli olduğu bir genel denge modelinde, böyle bir durum mümkün olamaz.

Bu modelde, iki dönemli bir arbitraj fırsatının mevcut olduğu varsayılsa, iki dönem sonraki tüm erişilebilir durumlar için, dinamik bir ticaret stratejisi, negatif olmayan nakit akımları elde etmek üzere oluşturulabilir (yani en azından bir durumda tamamen pozitif nakit akışları vererek) ve herhangi bir başlangıç yatırımını gerektirmemesi gerekir. Böyle bir strateji olanaksızdır. Çünkü, tek dönemli arbitrajdan kaçınılmasıyla, ikinci dönemdeki nakit akışlarının tamamen negatif dışı (sıfır ya da

pozitif) olmasından dolayı, ilk dönemin değerlerinin de negatif dışı olması gerekir. Ancak, ilk dönemdeki negatif dışı değerler, tek dönemli arbitraj fırsatlarının olmaması nedeniyle, cari değer negatif olmaması gerektiğini gösterir. Bu durumda, tek dönemli arbitraj fırsatlarının yokluğu, iki dönemli arbitraj fırsatlarını da ortadan kaldırır.

Verilen iki önerme yoluyla, yukarıdaki ifade çok dönemli arbitraj fırsatlarının olmaması durumu için genişletilmiştir. Ayrıca, faiz oranı risk primi altında kalan bir değer yardımıyla, faiz oranlarının negatif olması önlenmiştir. Bu önermeler, tüm tek dönemli tahvillerin 1'in altında değere sahip olmasının, tüm vadelerdeki pür iskontolu tahvilleri de kapsamaması ve her kesikli zaman noktası için, iskonto fonksiyonunun monoton artmayan bir fonksiyon olmasıdır.

Faiz oranı risk primi parametresinden daha düşük olan yeni parametre, tek dönemli tahvili temel alarak, negatif faiz oranlarını önlemek için, risk primi parametresinin alabileceği en düşük değerdir. Bu parametre aynı zamanda, faiz oranı değişkenliğinin yükselmemesini de sağlar.

Modelin örneğinde, 3 dönemli ve 85 milyar lira kullanım fiyatlı birer satın alma ve satma opsiyonu verilir. Bu opsiyonlar, 5 dönemli iskontolu tahviller üzerine yazılmışlardır. Modelde, Avrupa tipi opsiyonlar için satma-satın alma opsiyon paritesi geçerlidir. Riske kayıtsız olasılık parametresi 0,4 olduğunda, Amerikan ve Avrupa opsiyonları için uygun olan ( $\Delta=0,97$ ) ve uygun olmayan ( $\Delta=0,8$ ) değerlerine ulaşılır. Aşağıdaki tablo, karşılaştırmalı değerleri gösterir:

Delta değeri	Tahvil fiyatı	Amerikan opsiyonu		Avrupa opsiyonu	
		Satın Alma	Satma	Satın Alma	Satma
0,97	69.655,86	2784,57	15344,13	2784,57	604,5
0,80	69.655,86	15088,63	21941,23	12.448,05	10267,93

Tablo 9. Farklı Delta Değerleri İçin Tahvil Ve Opsiyon Fiyatları(Milyar TL)  
Tahvil nominal değeri=100 milyar lira, cari fiyatı=69.655,86 milyar lira

Delta değeri 0,8 olduğunda, faiz oranları negatif olduğundan, Amerikan tipi opsiyonun fiyatı, Avrupa tipi karşılığının fiyatını aşar. Çok sayıda dönemde arbitraj fırsatı olamayacağından, bu mümkün değildir ve faiz oranları asla negatif olamaz.<sup>17</sup> Bu sayede, model, Ho ve Lee modelinin eksiklerini gideren bir örnek oluşturur. Genellikle, literatürdeki benzer çalışmalar, ikinci nesil modellerin, varsayımlarından ve kullandıkları yöntemlerinden gelen eksiklikleri gidermeye çalışır.

Faiz oranı opsiyonlarının türleri ve fiyatlaması incelendiği zaman, özellikle tahviller, faiz oranları ve faiz oranı opsiyonlarının değerlemesinin, aslında aynı temelde gerçekleştiği ve birbirleriyle sıkı sıkıya bağlantılı olduğu görülecektir. Yukarıdaki tüm fiyatlama modelleri de, hem tahvilleri, hem de faiz oranı opsiyonlarını değerlemek için kullanılır.



---

<sup>17</sup> Ritchken, Peter, Kiekie Boenawan, On Arbitrage-Free Pricing of Interest Rate Contingent Claims, Journal of Finance, 1990, s.259-263

### BÖLÜM 3 FAİZ ORANI OPSİYONLARININ TÜRLERİ VE FİYATLAMASI

Bu bölümde, faiz oranı opsiyonlarının türleri ve fiyatlanması incelenecektir. Esas olarak, faiz oranı opsiyonunun, faiz oranı riskine karşı nasıl kullanılacakları üzerinde durulacaktır.

Faiz oranı opsiyonları, net ödemeleri, faiz oranlarının düzeyine herhangi bir şekilde bağlı olan enstrümanlardır. 1980'lerde ve 1990'ların başında, faiz oranı opsiyonlarının işlem hacmi, hem tezgahüstü piyasalarda hem de borsalarda çok hızlı artmıştır.<sup>1</sup>

	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996
Faiz Oranı Gelecek Sözleşmeleri	370,0	487,7	895,4	1200,8	1454,5	2156,7	2913,0	4958,7	5777,6	5863,4	5931,1
Faiz Oranı Opsiyonları*	146,5	122,6	279,2	387,9	599,5	1072,6	1385,4	2362,4	2623,6	2741,8	3277,8
Döviz Gelecek Sözleşmeleri	10,2	14,6	12,1	16,0	17,0	18,3	26,5	34,7	40,1	38,3	50,3
Döviz Opsiyonları*	39,2	59,5	48,0	50,2	56,5	62,9	71,1	75,6	55,6	43,2	46,5
Hisse Senedi Endeksi Gelecek Sözleşmeleri	14,5	17,8	27,1	41,3	69,1	76,0	79,8	110,0	127,3	172,2	198,6
Hisse Senedi Endeksi Opsiyonları	37,8	27,7	42,9	70,7	93,7	132,8	158,6	229,7	238,3	329,3	380,2
Toplam	618,3	729,9	1304,8	1766,9	2290,4	3519,3	4634,4	7771,1	8862,5	9188,2	9884,6
Kuzey Amerika	518,1	578,1	951,7	1155,8	1268,5	2151,7	2694,7	4358,6	4819,5	4849,6	4839,7
Avrupa	13,1	13,3	177,7	251,0	461,2	710,1	1114,3	1777,9	1831,7	2241,6	2831,7
Asya-Pasifik	87,0	138,5	175,4	360,0	560,5	657,0	823,5	1606,0	2171,8	1990,1	2154,0
Diğer	0,0	0,0	0,0	0,1	0,2	0,5	1,8	28,7	39,5	106,8	59,3

\*Satın alma ve satma opsiyonları.

Tablo 10. Faiz Oranı Opsiyonlarının Dünyadaki İşlem Hacmi (1986-1996) (milyar dolar)  
Kaynak: Scholes, Myron S., Derivatives in a Dynamic Environment, American Economic Review, vol. 88, no. 3, June 1998, s. 362

Yukarıdaki tablo, tüm dünya piyasalarında 1986-1996 yıllarını kapsayan 11 yıllık dönemde, opsiyonlar ve gelecek sözleşmeleri için gerçekleşen işlem hacimlerini ve zaman içindeki büyümelerini göstermektedir. Ayrıca, dünyadaki belli başlı büyük ticaret bölgelerindeki gelişim de karşılaştırmalı olarak verilmektedir.

Tabloda, hem satın alma, hem de satma opsiyonları olarak faiz oranı opsiyonlarının toplam içindeki payı, 1986 yılında 146,5 milyar dolar ile %23,69 iken,

<sup>1</sup> Hull, a.g.e, s. 387

1996 yılında 3277,8 milyar dolar ile % 33,16'ya yükselmiştir. İşlem tutarı, 10 yılda 22,4 kat artmıştır.

1980'lerde, bir ekonomik şoklar dizisiyle ortaya çıkan, tahmin edilemeyen faiz oranı, mal ve döviz riskleri, tamamen yeni bir opsiyon piyasasının gelişmesine neden olmuştur. Bu piyasa, "tezhahüstü" opsiyon piyasası olarak bilinir. Borsada işlem gören opsiyonlarla, tezhahüstü opsiyonların arasındaki temel fark, borsa opsiyonlarının daha aktif işlem görmesi, buna karşın, çok esnek olmaması(sınırlı vadeler, kullanım fiyatları ve standart satış fiyatları, standart fiyat artış ve azalışları), oysa, tezhahüstü opsiyonlarının isteğe göre düzenlenebilen vadeler ve şartlar sunması, ama daha düşük likiditeli ve daha yüksek maliyetli olmasıdır.<sup>2</sup> Bir başka önemli fark ise, borsada işlem gören opsiyonların, genellikle, sabit getirili menkul kıymet gelecek sözleşmeleri üzerine opsiyonlar olmasıdır. Bunun nedeni, vade risklerini azaltmak ve aynı borsa katında işlem gören türev ürünleri, daha kullanışlı hale getirmektir. Şartlarının yerine getirilmesi yükümlülüğü olan ve her işlem için koruma teminatı verilmesi gereken gelecek sözleşmelerinin, satın alınma veya satma kararının alınabilmesi için gereken düşünme süresini uzatan ve yatırımcı lehine kolaylık sağlayan opsiyon sözleşmeleri, türev ürün borsalarının gelişmesinde de büyük pay sahibidir.

Faiz oranı opsiyonlarını değerlemek, hisse senedi ve döviz opsiyonlarını değerlemekten daha zordur. Bunun birkaç nedeni vardır:

1. Tek bir faiz oranının olasılıklı hareketi, bir hisse senedi fiyatınınkinden veya bir döviz kurundan çok daha karmaşıktır.
2. Birçok ürünün değerlemesi için, bütün getiri eğrisinin olasılıklı hareketini gösterecek bir model geliştirmek gereklidir.
3. Getiri eğrisi üzerindeki farklı noktaların değişkenlikleri farklıdır.
4. Faiz oranları, hem iskonto etmek için, hem de opsiyondan gelen net ödemeyi belirlemek için kullanılır.<sup>3</sup>

<sup>2</sup> Tompkins, a.g.e s.423.

<sup>3</sup> Hull, a.g.e. s.337.

Bundan sonraki kısımlarda, önce borsada işlem gören faiz oranı opsiyonları, ardından tezgahüstü piyasalarda işlem gören faiz oranı opsiyonları incelenecektir. İncelenen konuların bazılarında, birkaç değerlendirme modeli ele alınmıştır. Bu modeller, Black-Scholes(1973) ve Black(1976) modellerini temel alan modeller olacaktır. Modeller, belli bir zaman noktasında gözlemlenen tek bir değişkenin (örneğin, bir faiz oranı veya bir tahvil fiyatı) değerine bağlı olan opsiyonlar için uygundur. Fiyat artış ve azalışlarında aynı sabit değeri kullanarak modeli sınırlandırmak için, genellikle tahvil fiyatlarının lognormal dağıldığı (fiyat logaritmalarının normal dağıldığı) varsayılır.

### **3.1.Borsada İşlem Gören Faiz Oranı Opsiyonları**

Borsada işlem gören en popüler faiz oranı opsiyonları, hazine bonusu gelecek sözleşmeleri (T-bond futures), hazine kağıdı gelecek sözleşmeleri (T-note futures) ve Eurodolar gelecek sözleşmeleri üzerine opsiyonlardır.<sup>4</sup>

#### **3.1.1.Hazine Bonusu ve Kağıdı Gelecek Sözleşmesi Opsiyonu**

Hazine bonusu gelecek sözleşmesi opsiyonu, bir hazine bonusu gelecek sözleşmesini almak için yazılan bir opsiyondur. 1 adet hazine bonusu gelecek sözleşmesi, 100.000 dolarlık hazine bonosunu teslim etmek üzere yapılır. Hazine bonusu gelecek sözleşmesinin fiyatı, konu olan hazine bonosunun nominal değerinin %1`inin 1/64`üne en yakın standart fiyat ile, borsada ilan edilir. Örneğin,opsiyonun kullanım fiyatı 108.000 olduğunda, hazine bonoları üzerine Eylül ayı gelecek sözleşmesi satın alma opsiyonunun fiyatı, borç ana parasının %2 40/64`ü ya da 2-40 olarak bulunur. Bu değer, her sözleşmenin 2.625 dolar maliyeti olacağını gösterir. Hazine kağıtları üzerine yazılan opsiyonların koteleri de buna benzerdir. Ancak, hazine bonoları genellikle çok kısa vadeli ya da standart olarak 13 haftalık (1/4 yıl) iken<sup>5</sup>, hazine kağıtları daha uzun vadeli devlet iç borçlanma senetleridir. Bu tür sözleşmeler, teslim amaçlıdır ve teslim günü, hazine

<sup>4</sup> Ülkemizde, devlet tarafından ihraç edilen faiz oranlı borçlanma senetlerinin tanımlanmasında, 1 yıldan kısa vadeli hazine menkul kıymetleri için "bono", 1 yıldan uzun vadeli hazine menkul kıymetleri için tahvil adları kullanılmaktadır. Amerika Birleşik Devletleri'ndeki sınıflandırmada, 1 yıldan kısa vadeli hazine menkul kıymetleri "hazine senedi(bonusu)(treasury bill)", 1-10 yıl arası vadeli hazine menkul kıymetleri "hazine kağıdı(treasury note)", 10 yıldan uzun vadeli(genellikle 30 yıla kadar) hazine menkul kıymetleri "hazine tahvili(treasury bond) olarak adlandırılmaktadırlar.

<sup>5</sup> Ersan, İhsan, Finansal Türevler, 1997, s.137.



bonosunun, opsiyon yazıcısı tarafından satın alınması sırasında, hazine bonosunun kalitesi (teslim için en ucuz olup olmadığı ve vade uygunluğu) ve teslim zamanlaması (daha uygun bir satın alma koşulunun olup olmaması) önem taşımaktadır.

### 3.1.2.Eurodolar Gelecek Sözleşmesi Opsiyonu

Eurodolar gelecek sözleşmesi opsiyonunda, opsiyona konu olan gelecek sözleşmesi, aslında 3 ay vadeli, 1 milyon dolarlık bir tahvil gelecek sözleşmesidir. Eurodolar faizi, yüzde 0,01 ya da 1 baz puan değiştiğinde, sözleşmede 25 dolarlık bir kazanç ya da kayıp vardır. Benzer şekilde, eurodolar gelecek sözleşmesi üzerine opsiyonların fiyatlanmasında 1 baz puan, 25 doları temsil eder. Kullanım fiyatı, örneğin, 935.000 dolar olduğu zaman, eurodolar gelecek sözleşmesi üzerine satın alma opsiyonunun fiyatı %0,56 olarak verilsin. Bu, bir sözleşmenin,  $56 \times 25 = 1400$  dolara mal olacağını gösterir. Faiz oranı gelecek sözleşmelerinin fiyatları, tahvil fiyatları arttığı zaman artar; tahvil fiyatları düştüğü zaman düşer.

Kısa vadeli faiz oranlarının yükseleceğini düşünen bir yatırımcı, eurodolar gelecek sözleşmeleri üzerine satma opsiyonları satın alarak, spekülasyon yapar. Faiz oranlarının düşeceğini düşünen bir yatırımcı da, eurodolar gelecek sözleşmeleri üzerine satın alma opsiyonları satın alarak spekülasyon yapabilir.

Uzun vadeli faiz oranlarının yükseleceğini düşünen bir yatırımcı, hazine kağıdı gelecek sözleşmeleri veya hazine bonusu gelecek sözleşmeleri üzerine satma opsiyonları satın alarak spekülasyon yaparken, uzun vadeli faiz oranlarının düşeceğini düşünen bir yatırımcı, bu enstrümanlar üzerine satın alma opsiyonları satarak spekülasyon yapabilir.

Örneğin, Ağustos ayında CBOT`ta işlem gören Aralık ayı hazine bonusu gelecek sözleşmesinin fiyatının, 96-09 ( veya  $96 \frac{9}{32} = 96,28125$ ) olduğu varsayalım. Uzun vadeli devlet tahvillerinin getirisi yıllık olarak yaklaşık yüzde 8,4`tür. Bu getirinin Aralık ayı sonuna kadar düşeceğini hisseden bir yatırımcı, 98 dolar kullanım fiyatlı Aralık ayı satın alma opsiyonlarını satın almayı seçebilir.<sup>6</sup> Bu satın alma opsiyonlarının fiyatının 1-04 olduğunu (veya  $1 \frac{4}{64}$ , anaparamın yüzde 1,0625`i) varsayalım. Eğer, uzun vadeli faiz

<sup>6</sup> Hull, a.g.e. s.388

oranları yıllık yüzde 8'e düşerse ve hazine bonosu gelecek sözleşmesi fiyatı 100-00'a yükselirse, yatırımcı, bono gelecek sözleşmesinin her 100 doları için,

$$100,00-98,00-1,0625= 0,9375 \text{ net kar elde edecektir.}$$

Bir opsiyon sözleşmesi, 100.000 dolar nominal değerli enstrümanların satın alınması veya satılması için yazıldığından, yatırımcı, satın alınan her opsiyon sözleşmesi başına 937,50 dolar kar edecektir.

### 3.1.3.Opsiyon Özelliği Gösteren Tahviller

Bazı tahviller, satın alma ve satma opsiyonu özelliği içerirler. Örneğin, geri çağrılabilir bir tahvil (callable bond-ihbarlı bono) ihraç eden firma, gelecekte belli tarihlerde, önceden belirlenmiş bir fiyata, ihraç etmiş olduğu tahvili geri satın alma olanağına sahiptir. Aslında, tersten düşünüldüğünde, böyle bir tahvili satın alan yatırımcının, tahvili ihraç eden firmaya, farkında olmadan bir satın alma opsiyonu sattığı söylenebilir. Opsiyondaki kullanım fiyatı, tahvili ihraç eden firma tarafından opsiyon sahibine ödenmesi gereken, önceden belirlenmiş fiyattır. Geri çağrılabilir tahviller, genellikle, ömürlerinin ilk birkaç yılında çağrılmazlar. Satın alma opsiyonunun fiyatı, genellikle zamanın azalan bir fonksiyonudur.

Örneğin, 10 yıl vadeli, geri çağrılabilir bir tahvilde, ilk iki yıl boyunca, geri çağırma hakkı olmayabilir. Bundan sonra, ihraççı, 100 milyon lira nominal değerli bir tahvili, ömrünün üçüncü ve dördüncü yılında, 110 milyon liraya; beşinci ve altıncı yılında 107,5 milyon liraya, yedinci ve sekizinci yılında 106 milyon liraya ve dokuzuncu ve onuncu yılında 103 milyon liraya geri satın alma hakkına sahip olabilir. Satın alma opsiyonunun değeri, tahvil faizlerine yansır ve yükselmesine neden olur. Satın alma opsiyonu özelliği olan tahviller, genel olarak, satın alma opsiyonu özelliği olmayan tahvillerden daha yüksek getiri sağlar.

Geri satılabilir (puttable) bir tahvil, satın alan yatırımcıya, gelecekte belli tarihlerde, önceden belirlenmiş bir fiyattan erken ödeme talep etme hakkı verir. Böyle bir tahvilin sahibi, hem tahvilin kendisini, hem de aslında, tahvil üzerine bir satma opsiyonunu satın almıştır. Satma opsiyonu, tahvilin değerini artırdığından, satma opsiyonu özelliği olan

tahviller, satma opsiyonu özelliği olmayan tahvillerden daha düşük getiri sağlar. Geri satılabilir bir tahvilin basit bir örneği, 10 yıl vadeli, geri satılabilir tahvildir. Burada, tahvili satın almış olan yatırımcı, 5 yılın sonunda tahvili geri satma hakkına sahiptir.

Birkaç faiz oranı enstrümanı, tahvil opsiyonlarına benzer özellik gösterir. Örneğin, sabit oranlı mevduatlarda, erken ödeme hakları, bir tahvildeki satma opsiyonu özelliklerine benzer. Sabit oranlı borçlardaki ön ödeme hakları, tahvildeki satın alma opsiyonunun özelliklerine benzer. Ayrıca, bir banka ve başka bir finansal kurum tarafından yapılan borç taahhütleri, satma opsiyonlarıdır. Örneğin, bir bankanın, potansiyel bir kredi kullanıcısına, yıllık % 12'den, 5 yıllık bir faiz oranı ile borç vermeyi teklif ettiğini ve teklifinin gelecek iki ay boyunca değişmeyeceğini ifade ettiğini düşünelim. Müşteri, gerçekte, iki ay içerisinde herhangi bir zamanda, yüzde 12 kuponlu, 5 yıllık bir tahvili, nominal değeri üzerinden finansal kuruma satma hakkını elde etmiştir.<sup>7</sup>

Faiz oranı gelecek sözleşmeleri üzerine opsiyonlar, ya gelecek sözleşmesinin teslim edilmesiyle ya da gelecek sözleşmesinin pozisyonunun kapatılmasıyla sona erdirilebilir. Kısa dönemli faiz oranı gelecek sözleşmeleri üzerine düzenlenen opsiyonlarda nakit ödeme, gelecek opsiyonunda vade sonuna kadar beklenirse yapılır. Tüm borsa opsiyonlarında olduğu gibi, opsiyonun vade tarihine kadar tutulmasına gerek yoktur ve eğer içsel değeri varsa, nakite veya gelecek sözleşmesine çevrilmesinin gereği yoktur. Bir karşılık pozisyonu alınarak, pozisyon kapatılabilir.

LIFFE'de, aşağıdaki faiz oranı opsiyon sözleşmelerinin ticareti yapılır:

#### 1.Kısa Vadeli Faiz Oranı Gelecek Sözleşmeleri Üzerine Opsiyonlar

- Üç aylık sterlin gelecek sözleşmesi,
- Üç aylık Eurodolar gelecek sözleşmesi,

#### 2.Uzun Vadeli Tahvil Gelecek Sözleşmeleri Üzerine Opsiyonlar

- Birleşik Krallık gilt (yıldızlı tahvil) gelecek sözleşmesi(başlangıç1986),
- Alman Devlet Tahvili(Bund) gelecek sözleşmesi,
- İtalyan Devlet Tahvili gelecek sözleşmesi,

CBOT/CBOE'de ise aşağıdaki sözleşmeler işlem görür:

<sup>7</sup> Hull, a.g.e. s.389

### 1.Uzun- Orta Vadeli Tahvil Gelecek Sözleşmeleri Üzerine Opsiyonlar

- ABD hazine tahvili gelecek sözleşmesi(başlangıç1982),
- On yıllık ABD hazine kağıdı gelecek sözleşmesi(başlangıç1985),
- Beş yıllık ABD hazine kağıdı gelecek sözleşmesi(başlangıç1990),

### 2.Kısa Vadeli Faiz Oranlı Tahviller Üzerine Opsiyonlar

- İki yıllık ABD hazine kağıdı gelecek sözleşmesi üzerine opsiyonlar(1992),
- CFTC'nin (Commodity Futures Trading Commission) uygun bulunduğu konuda başlatılabilen, birkaç ABD tahvil ve hazine kağıdı gelecek sözleşmesi üzerine esnek opsiyonlar,

CME'de ise, aşağıdaki faiz oranı opsiyonlarının ticareti yapılır:

- Bir aylık ABD doları LIBOR gelecek sözleşmesi üzerine opsiyonlar,
- 13 haftalık ABD hazine senedi gelecek sözleşmesi üzerine opsiyonlar,
- Üç aylık Eurodolar gelecek sözleşmesi üzerine opsiyonlar.<sup>8</sup>

Bu opsiyonların işlem gördüğü borsalarda, bazı standart sözleşme büyüklükleri, Eurodolar sözleşmeleri için, CME (Chicago Merchantile Exchange) ve LIFFE( London International Financial Futures Exchange)'de, 1 milyon dolar, üç aylık Sterlin gelecek sözleşmesi üzerine opsiyonlar için, LIFFE'de 500.000 Sterlindir.<sup>9</sup>

### 3.2.Tezgahüstü Faiz Oranı Opsiyonları

Dünyada varolan tezgahüstü (over-the-counter) faiz oranı opsiyonlarından, sabit getirili menkul kıymetler, portföyler ve borçlanmalar üzerine opsiyonlar, en popüler olanlar arasındadır. Opsiyonlar, uzun zaman, birçok tahvilin sahip olduğu satın alma opsiyonu özellikleriyle, sabit getirili menkul kıymetlerle bir arada olmuştur.

Satın alma opsiyonu özelliği, tipik olarak, tahvil çıkarana, tahvilin ihracında ve belli bir dönem için belirlenen bir fiyata, elde tutulan tahvilleri geri satın alma hakkı verir. Geri çağrılabilir tahvili elinde tutan, esas olarak, tahvilde “uzun”, bu tahvil üzerine bir satın alma opsiyonunda ise “kısa” pozisyona sahip olacaktır. Sentetik opsiyon

<sup>8</sup> Winston, David, Futures, Forwards, Options and Swaps,1996, s.207-208.

<sup>9</sup> Alpan, Fulya, Örneklerle Futures Anlaşmalar ve Opsiyonlar, 1999, s.34.

stratejilerinde olduğu gibi, kısa satın alma opsiyonu ile bir tahvildeki uzun pozisyon birleştirildiğinde, oluşan bu portföyün net ödemesi, kısa satma opsiyonuna özdeş olacaktır. Bu yüzden, simetrik olarak, geri çağrılabilir bir tahvili çıkaran, tahviller üzerine bir satma opsiyonu satın almaya benzer bir pozisyona sahip olmalıdır.

Genellikle, satın alma (veya satma) opsiyonu özellikleri, opsiyona konu olan tahvilden ayrılarak ve tezgahüstü tahvil opsiyonları gibi ayrı olarak satılır. Bu tekniğin son örneği, Alman piyasasında olmuş; burada Alman hükümeti, Schuldscheindarlehen diye adlandırılan Bundesanleihen'i (Hükümet tahvillerini) çıkarmıştır. Bu tahviller, satın alana bir, iki ve üç yıl sonra, tahvili, Alman hükümetine geri satma olanağı veren bir satma opsiyonu özelliği içerir. Birkaç yatırım bankası, bu menkul kıymetleri satın almış ve tezgahüstü Bundesanleihen opsiyonları olarak bunları piyasaya satıp, satma opsiyonu özelliğini ayırmıştır. Bu teknik, İtalyan hükümetinin, tahvili hükümete sabit tarihlerde geri satmak için bir satma opsiyonu da içeren Certificati di Credito del Tesoro Con Opzione (CTOs)'yi ihraç ettiği İtalyan piyasasında da uygulanmıştır.

Aynı şekilde, birkaç İtalyan yatırım bankası bu tahvili satın alarak, opsiyon özelliğini ayırmış ve Liret swap opsiyonu olarak piyasaya satmıştır. Satılan swap opsiyonu (tahvil üzerine satma opsiyonu), CTO'daki opsiyonun vadelerine tam olarak eşit düzenlendiğinden, yatırım bankasının vade riski yoktur.

Tezgahüstü tahvil opsiyonlarında, üzerinde anlaşmaya varılabilen maddeler, konu olan enstrümanı (özellikle sabit getirili enstrüman), konu olan tutarın büyüklüğünü (minimum bir tutara bağlı olarak), Avrupa ya da Amerikan tarzı olan satma veya satın alma opsiyonlarının (veya diğer bir tür) kullanım özelliklerini, tam olarak esnek bir vadeyi (genellikle bir yıldan uzun) ve fiziksel teslim veya kullanım sonucu nakit ödeme şeklinde olabilen ödemeyi kapsar.

Aşağıdaki tablo, tezgahüstü tahvil opsiyonları için oluşturabilecek çeşitli koşulları gösterir:

Büyükük	Minimum 100.000 dolarlık nominal tahvile bağı olarak değişir.
Satma veya Satın Alma Opsiyonu	Avrupa veya Amerikan tipi olabilir.
Kullanım Fiyatı	Tahvilin nominal fiyatı üzerinden ifade edilen, mevcut herhangi bir fiyattır.
Kullanım/Vade Tarihi	5 yıla kadar olan bir zaman aralığında belirlenebilir.
Ödeme	Tahvilin teslimiyle gerçekleşir ya da ödeme fiyatının kullanım gününde sabitlenen nakit piyasa fiyatı olacağı bir durumda, aradaki fark kadar ödeme yapılır.

Tablo 11. Tezgaüstü Tahvil Opsiyonu için Oluşturulabilecek Koşullar

Kaynak: Tompkins, Robert G., Option Analysis, 1994, s. 425.

Esas olarak, faiz oranı opsiyonları, genellikle tezgaüstü piyasa işlemcileri tarafından yazılır ve müşterinin ihtiyaçlarına göre biçimlendirilir. Burada, faiz oranı opsiyonları ile faize duyarlı enstrümanlar üzerine opsiyonlar arasına bir ayırım yapmak gerekir. Faiz oranı opsiyonları, vadeli oran anlaşmaları ve swaplar gibi, hazine bonusu yada devlet tahvili fiyatını esas alarak değil, belli bir faiz oranını esas alarak karda veya zararda olur.<sup>10</sup> Oysa, faize duyarlı enstrümanlar üzerine opsiyonlar, tahviller, finansman bonoları ve hazine bonoları gibi, sabit getirili menkul kıymetlerin fiyat değişkenliklerinin esas alındığı opsiyonlardır. Ancak, genellikle, her iki tür sözleşme de faiz oranı opsiyonu adı altında incelenir.

Eğer, sadece faiz oranları üzerine opsiyonların geçerli olduğu tanımı alırsak, bir faiz oranı opsiyonu, bir faiz oranını alma ve bir diğerini ödeme hakkı veren bir opsiyondur. Örneğin, bir faiz oranı satın alma opsiyonu, cari faiz oranları, vade sonunda üzerinde anlaşılan oranın üstünde olursa, karda olacaktır. Opsiyonun sahibi, üzerinde anlaşılan oranı öder ve genellikle LIBOR (London Interbank Offering Rate) olan piyasa oranını alır. Faiz oranı satma opsiyonu, cari faiz oranları, kullanım tarihinde, üzerinde anlaşılan oranın altında olursa karda olur. Sahibi, piyasa oranını öder ve üzerinde anlaşılan oranı alır. Üzerinde anlaşılan bu oran da, “kullanım oranı” (exercise rate) olarak adlandırılır.

<sup>10</sup> Chance, Don M., An Introduction To Derivatives, 1996, s..516.

Opsiyonlar, sadece vade tarihinde kullanılabilmeleri yüzünden, özellikleri gereği Avrupa tipi opsiyonlardır. Vade tarihi seçilir ve kullanım oranı genellikle spot veya vadeli faiz oranının cari düzeyinde tutulur. Görüldüğü gibi, satın alma opsiyonu, genellikle LIBOR faiz oranı ile kullanım oranı arasındaki fark temelinde karda olur. Böylece, faiz oranı satın alma opsiyonunun ödemesi şöyle ortaya çıkacaktır:<sup>11</sup>

(Nominal Anapara)En yüksek(0, LIBOR-E)(Gün sayısı/360)

Buradaki E, kullanım oranıdır. Faiz oranı satın alma opsiyonu kullanıldığı zaman, opsiyon yazıcısının ödemesi vade tarihinde değil, konu olan spot enstrümanın vadesine karşılık gelen bir gelecek tarihinde yapılır.

Bu işlemlerde, aslında faiz oranlarının ve faiz oranı değişkenliğinin satın alındığı ve satıldığı görülmektedir.

Örneğin, cari LIBOR, %10'a eşittir ve bir satın alma opsiyonunun kullanım oranı olarak belirlenmiştir. Opsiyon sözleşmesi, 20.000.000 dolarlık bir nominal anapara için, 90 günlük LIBOR'a karşılık yazılmıştır. Bu opsiyon, 30 günde sona ermektedir. Bu zaman sonunda, satın alınan 90 günlük LIBOR'un, %10'un üstünde olup olmamasına bağlı olarak, opsiyonun kullanılıp kullanılmamasına karar verilir. Ancak, opsiyon kullanılırsa, yazıcıdan satın alana ödeme, kullanımdan 90 gün sonra, yani bugünden 120 gün sonra yapılır.<sup>12</sup>

Bu opsiyonun kullanılması ile ilgili başka bir örnek şöyle verilebilir:

1.Firmanın aldığı karar:30 günlüğüne, LIBOR+1 puana 20.000.000 dolar borç almak.

2.Beklenen risk:LIBOR'un yükselmesi.

3.Korunma stratejisi: Firma, bir tezgahüstü piyasa işlemcisine, örneğin bir yatırım bankası "dealer"ına, LIBOR üzerine bir satın alma opsiyonu yazmasını söyler.

4.Opsiyonun vadesi ve ödeme tarihi: Opsiyon, 30 günde sona erecektir ve bu zamandan 90 gün sonra ödenecektir.

<sup>11</sup> a.g.e. s.517.

<sup>12</sup> a.g.e. s.517.

5.Yatırım bankasının istediği prim: Banka, 50.000 dolarlık bir prim istemektedir.

6.Opsiyonun kullanılabilme koşulu:30 günde, LIBOR % 10`u aşarsa, firma opsiyonu kullanır.

Ödeme, 90 günü ve 360 günlük bir yılı temel alır. Opsiyonun vade tarihinden 90 gün sonra ödenen tutar, şu olacaktır:

$$20.000.000 \text{ dolar. En yüksek}(0, \text{LIBOR}-0,10).(90/360)$$

Opsiyon kullanılırsa, bu tutar, borçlanmanın artan maliyetini düşürmeye yardımcı eder. Bunun sonucu, aşağıdaki gibi belirlenir:

7.Opsiyonun vade tarihindeki LIBOR=%6

8.Prim 30 gün sonraki değeri:Prim bugün ödenirken, borç 30 gün sonra alınır. Prim 30 gün için, bugünün spot oranı artı 1 puanlık spread`den vadeli olarak bileşik hale getirilmelidir.  $(0,10+0,01=0,11)$

$$50.000 \text{ dolar} \times [1+0,11.(60/360)]= 50.458 \text{ dolar}$$

9.Alınacak borcun efektif tutarı:

$$20.000.000- 50.458=19.949.542 \text{ dolar}$$

10.Spot borcun faizi=%6`lık LIBOR+ 1 puan=%7

11.Ödenecek faiz tutarı:

$$20.000.000 \text{ dolar} \times [0,07(90/360)]= 350.000 \text{ dolar}$$

12.Sonuç:Satın alma opsiyonu, zarardadır. Opsiyon kullanılmaz. Firmanın toplam faiz ödemesi, 350.000 dolardır.

13.Borçlanmanın yıllık maliyeti: 20.350.000 dolar geri ödenir ve 19.949.542 dolar alınır.

$$(20.350.000/19.949.542)^{(365/90)} - 1 = 0,0839$$

Borçlanmanın yıllık maliyeti, %8,39 olur.

Bu örnek, opsiyonun vade tarihinde LIBOR`un, kullanım oranından yüksek çıktığı bir durum için, 7`den itibaren, yeniden düzenlenebilir:



7.Opsiyonun vade tarihindeki LIBOR=%11

8.Sonuç: Satın alma opsiyonu kardadır. Firma opsiyonu kullanır.

9.Satın alma opsiyonunun olmaması durumunda, firmanın ödeyeceği faiz:

$$\text{LIBOR} + 1 \text{ puan} = \%11 + \%1 = \%12$$

$$20.000.000 \times 0,12(90/360) = 600.000 \text{ dolar}$$

10.Borcun vadesinde, firmaya yapılacak net ödeme:

$$20.000.000 \times (0,11 - 0,10)(90/360) = 50.000 \text{ dolar}$$

Bu sayede, borcun vadesinde faiz olarak ödenen tutar, 600.000 dolardan, 550.000 dolara düşer.

11.Borcun yıllık maliyeti:

$$(20.550.000 / 19.949.542)^{(365/90)} - 1 = 0,1278$$

Borçlanmanın yıllık maliyeti, %12,78 olur.

Satın alma opsiyonu, faiz maliyetini yüzde 12,78'de tutar. Satın alma opsiyonu olmaksızın, borçlanmanın yıllık maliyetinin doğrudan LIBOR'a çıktığına dikkat edilmelidir. Bu maliyet, 20.000.000 dolar artı faizin, 20.000.000 dolara bölünmesi ve yıllık hale getirilmesiyle belirlenir.<sup>13</sup>

### 3.3.Faiz Oranı Garantileri

Bir vadeli oran anlaşması, gelecekte belirlenmiş bir zaman dönemi için belli bir faiz oranını garanti eder. Vadeli oran anlaşması üzerine bir opsiyona, faiz oranı garantisi denilir ve sahibine, aşağıdaki iki faiz oranı arasında seçim yapma hakkı verir:

a)Spesifik bir faiz oranı

b)Geçerli olan faiz oranı

Bir kredi kullanıcısı, belli bir faiz oranında kullanılmak üzere, vadeli oran anlaşması üzerine bir satın alma opsiyonu satın alabilir. Sonuçta, kullanım oranı daha yüksek çıkarsa, kredi alan, opsiyonu kullanacak ve borçlanma maliyetini bir tavanla

<sup>13</sup> Chance, a.g.e. s.517

sınırlamak için, opsiyona konu olan vadeli oran anlaşmasını kullanacaktır. Oranlar düşük çıkarsa, kredi alan opsiyonun sona ermesine izin verecek ve yalnızca piyasa oranlarından borç alacaktır. Benzer biçimde, bir yatırımcı da minimum bir yatırım oranını garantilemek için, bir satma opsiyonu kullanabilir.

Bir firmanın, altı aylık bir zaman sonunda başlayan altı aylık bir dönem için (6\*12) borç almaya ihtiyaç duyduğunu varsayalım. Firmanın seçenekleri şunlardır:

Seçenek 1: Firma, % 8'de kote edilen 6\*12 vadeli oran anlaşması satın alabilir.

Vadeli oran anlaşması bir kez satın alındığında, artık firma için oranlar altı ay boyunca sabit kalır. Firma, %8'lik altı aylık LIBOR esasına göre borç alacaktır.

Seçenek 2: Firma, aynı vadeli oran anlaşması üzerine, %8'de kullanılmak üzere bir satın alma opsiyonu satın alabilir.

Nominal anaparanın 16 baz puanlık bir tutarı olan primin ödenmesinden sonra, firma gelecek altı ay boyunca faiz oranlarının nasıl geliştiğini görmek için bekler. Faiz oranları %8'den daha yüksek çıkarsa, firma, opsiyonu kullanır ve vadeli oran anlaşmasını satın alır. Ödeme, %8'lik bir LIBOR'a dayanan borçlanmayı hemen sağlamak için nakit yapılır. Oranlar %8'den düşük çıkarsa, firma, opsiyonun sona ermesine izin verir ve piyasada geçerli olan orandan borç alır. Faiz oranı garantisinin özelliği, firmanın, vade sonunda, cari piyasa faiz oranının veya %8'lik kullanım oranının hangisi daha düşükse, o orandan borç alabilmesidir.<sup>14</sup>

Tablo 12, cari altı aylık oranın ve 6\*12 vadeli oran anlaşmasının her ikisinin de tam olarak %8'den kote edildiği bir zamanda, faiz oranı garantileri için ödenen primleri sıralar. Her enstrüman, altı aylık zaman sonunda altı aylık oranı garanti eder. Satın alma opsiyonları, maksimum borçlanma oranını garanti ederlerken, satma opsiyonları minimum yatırım oranını garanti ederler. Tablo, %7'den %9'a kadar değişen, beş farklı kullanım oranı için aktüel (6 aylık) ve yıllık hale getirilmiş primleri gösterir. Örneğin, %7,5'lik satın alma opsiyonu için prim, nominal anaparanın 32 baz puanı kadar bir ön

<sup>14</sup> Galitz, Lawrence, Financial Engineering: tools and techniques to manage financial risk, 1995, s.401.

ödemedir. Garantinin kapsadığı dönem tam olarak altı ay sürerken, bu 32 baz puanlık prim, yıllık temelde 64 baz puana eşdeğerdir.<sup>15</sup>

Kullanım Oranları	Satın Alma Opsiyonları ( Borç Alanların Garantisi)		Satma Opsiyonları ( Yatırımcıların Garantisi)	
	Aktüel(6 aylık)	Yıllık	Aktüel(6 aylık)	Yıllık
7,0	51	102	4 ½	9
7,5	32	64	8 ½	17
8,0	16	32	16	32
8,5	9 ½	19	33	66
9,0	6 ½	13	53	106

Tablo 12. Faiz Oranı Garantileri İçin Örnek Primler(Tüm primler baz puan olarak alınmıştır.)

Kullanım oranları yıllık temelde belirlendiğinden, yıllık sayılara bakarak bu primleri yorumlamak daha kolaydır. %7’de kullanılan satın alma opsiyonu, daha kardadır ve gerçekte, tam 102 baz puan(bp) içsel değere sahiptir. İlk bakışta, forward oran %8,00 olduğu zaman, %7’de kullanılan bir satın alma opsiyonu için, içsel değer 100 bp olması gerektiği beklenebilir.

Gerçekte, içsel değer 92 1/2bp’dir. Çünkü, opsiyon primi başlangıçta ödenir. Faiz oranı garantisi altındaki opsiyon ödemesi, vadeli oran anlaşmasındaki ödeme tutarıyla aynı yolla, normal olarak iskonto edilir ( $100/1,08=92\ 1/2$ ). %7’de kullanılan satın alma opsiyonunun durumunda, nominal 100 bp’lik içsel değer, bu yüzden garantinin kapsadığı altı aylık dönemin %8’lik forward oranıyla ve daha sonra, opsiyonun vadesi dolana kadarki altı aylık dönem için, %8’lik para piyasası oranıyla iskonto edilir. Bu işlem sonucunda, yukarıda sözü edilen 92 1/2 bp’lik içsel değer ve 9 1/2’lik bir zaman değeri bulunur ( $92\ 1/2 + 9\ 1/2=102\ bp$ ). Faiz oranı garantisi, başa başta kullanıldığında, zaman değeri bileşeni en yükseğe ulaşır. Buna karşılık, kullanım oranı yükselirken, satın alma opsiyonu primleri düşer. Satma opsiyonu primleri ise, kullanım oranı yükselirken artar.

<sup>15</sup> a.g.e, s.402.

Bir uğta, borę alan, boręlanma oranını sabitleyen vadeli oran anlaşmasını satın alarak, faiz oranlarındaki değişmenin etkilerine karşı tam korunma sağlayabilir. Çoğu karda faiz oranı garantisi, %7'lik kullanım oranının yukarısındaki faiz oranları için benzer bir özelliğe sahiptir. Ayrıca, oranlar bu düzeyin altına düşerse, borę alana bundan da yararlanma olanağı tanır. Başka bir ifadeyle, borę alan, daha düşük piyasa oranından boręlanmayı seçebilir.

Diğer uğta, riskten korunmamayı seçen kredi kullanıcısı, faiz oranlarındaki herhangi bir değişmenin tüm etkilerine katlanacaktır. Faiz oranları düşükse, boręlanma maliyeti de düşük olacaktır. Faiz oranları yüksekse, efektif maliyet de doğrusal olarak büyüyecektir.

Çoğu zararda faiz oranı garantisi, %9 kullanım oranına ulaşıncaya kadar, faiz oranlarındaki yükselişle karşı korunma sağlamaz. Sadece, borę alanın maliyetini bir tavanla sınırlar.

İki uç arasındaki diğer faiz oranı garantileri, daha yüksek oranlara karşı korunmanın derecesi, prim maliyeti ve daha düşük oranlardan kar sağlama yeteneği arasında çeşitli seçenekler sağlar. Yüksek düzeyde karda opsiyonlarla riskten korunma, benzer bir vadeli oran anlaşması ile neredeyse aynı etkiyi gösterir. Yüksek düzeyde zararda olan opsiyonlar, düşük maliyetlidir. Buna karşılık, korunma açısından da zayıftırlar. Bu iki uç arasındaki faiz oranı garantileri, korunma ve “yararlı risk” arasında gerçek bir denge sağlar.<sup>16</sup>

### **3.6.Tavan Sözleşmeleri, Taban Sözleşmeleri ve Yaka Sözleşmeleri**

Bu bölüm, faiz oranı riskinden korunmak için oldukça geniş ölçüde kullanılan şu sözleşmeleri kapsar: tavan sözleşmeleri (caps), taban sözleşmeleri (floors) ve yaka sözleşmeleri (collars). Tavan sözleşmeleri ve taban sözleşmeleri, aynı türde, genellikle aynı kullanım fiyatlı ama çakışmayan dönemlerin bir serisini kapsayan opsiyon gruplarıdır. Diğer deyişle, faiz oranı satma opsiyonları ve satın alma opsiyonları serileridir.(“sözleşme” tamlanımı, bu opsiyonlar üzerine düzenlenen opsiyonların da

<sup>16</sup> a.g.e. s.404.

bulunması nedeniyle, ifadeyi bunlardan ayırmak için kullanılmıştır. Captions, Flootions, Collartions, Caput, Cacall vb.)

Eğer bir kredi kullanıcısı, gelecekteki tek bir kısa dönem için finansmana gerek duyduysa ve faiz oranlarındaki yükselmeye karşı korunmayı istediye, mevcut birkaç seçimi vardır. Bir strateji, ya doğrudan sabit bir oranla borç alarak, vadeli oran anlaşmaları satın alarak ya da gelecek sözleşmeleri satın alarak, faiz oranını şimdiden sabitlemek olacaktır. Borç alan, riskten tam olarak kaçınır. Buna karşılık, borç alan, oranların gelecekte düşmesinden yararlanma fırsatını kaybeder. Alternatif bir strateji, faiz oranı koruması sağlayan bir opsiyon satın almaktır. Bu tür bir strateji, şu yönlerden de avantaja sahiptir:

1. Teminat (margin) gerektirmemektedir.
2. Vadeden önce nakit akımı söz konusu değildir.
3. Hedger'in ihtiyacına göre ayarlanabilmektedir.
4. Esas riski (basis risk) azaltmaktadır.<sup>17</sup>

Önceki bölümde incelenen, faiz oranı garantisi olarak adlandırılan, vadeli oran anlaşması üzerine bir satın alma opsiyonu, borç alma oranının sabitlendiği tarihte, bir vadeli oran anlaşması satın almak için, yükümlülüğü olmayan bir hak sağlayacaktır. Bu tarihten itibaren, oranlar kullanım oranının üstüne çıkarlarsa opsiyon kullanılacaktır. Bu durumda, borç alma oranı, kullanım düzeyinde tavanla sınırlanır. Faiz oranı gelecek sözleşmesi üzerine bir satın alma opsiyonu da benzer bir etkiye sahiptir. Öte yandan, oranlar düşerse, kredi kullanıcısı, sadece opsiyonu sonlandıracak ve piyasadaki daha düşük borçlanma oranlarından yararlanacaktır.

Borç alanın gereksinimi daha uzun vadeli olursa, finansman normal olarak sadece değişken bir oran temelinde olacaktır. Bu durumda, vade birkaç periyoda bölünür. Birbirini izleyen her periyodun faiz oranı, bu periyodun başında sabitlenir. Bu koşullar altında, korunma elde etmeyi isteyen kredi kullanıcısı, vadeli oran anlaşmaları dizisi satın alarak veya gelecek sözleşmeleri dizisi satın alarak, faiz oranını sabitleyebilir. Her

<sup>17</sup> Parasız, İlker, Para, Banka ve Finansal Piyasalar, s.656.

vadeli oran anlaşması ya da gelecek sözleşmesi, borçlanmanın ömrü boyunca bir faiz periyodunu kapsayacaktır.

. Ancak, bu çözüm de, kredi kullanıcıya, borçlanmanın ömrü boyunca faiz oranlarındaki herhangi bir düşüştten yarar sağlama fırsatı vermez. Başka bir seçenek, opsiyonun vade tarihlerini borcun sabit tarihleriyle eşleyen, vadeli oran anlaşmaları üzerine satın alma opsiyonları dizisi (ya da faiz oranı gelecek sözleşmeleri üzerine satın alma opsiyonları dizisi) satın almaktır. Her sabit tarihte, kredi kullanıcısı, cari faiz oranıyla kullanım oranını karşılaştıracak ve eğer kardaysa ilgili opsiyonu kullanacak, aksi taktirde, onu sona erdirecektir.<sup>18</sup> Periyotları belirleyen sabit tarihlere, “yeniden başlama tarihi” adı verilir. Tavan ve taban sözleşmeleri üzerinde uzmanlaşmış, New York ve Londra’daki büyük yatırım bankaları, uygulamada, ödemeleri, bu periyotların başındaki tarihlerde yaparlar. Kullanım oranı için esas alınan orana, “referans oranı” adı verilir. Bu oran, genellikle LIBOR’dur.<sup>19</sup> LIBOR için referans oranı, yeniden başlama tarihinin iki işgünü öncesinden, bir sonraki yeniden başlama tarihine geçen günlerin sayısının 360’a bölümü esas alınarak hesaplanır.<sup>20</sup> Bunun amacı, sözleşme dışı risklere (ödenmeme riski) karşı küçük bir risk primi oluşturmaktır.

Değişken faizle borçlana firmalar veya swap anlaşmaları ile değişken faiz ödeme yükümlülüğünü üstlenen taraf, faizlerin yükseleceği beklentisinin bulunduğu dönemlerde, tavan sözleşmeleri yapma gereğini duyarlar. Firmalar, bankalarla, diğer finansal kurumlarla ve hatta diğer firmalarla tavan sözleşmeleri yapabilir.<sup>21</sup>

Swap, vadeli oran anlaşmaları dizisine eşdeğer, esnek bir enstrüman iken, bir faiz oranı tavan sözleşmesi, bir opsiyon dizisine eşdeğer, standart bir üründür. Tablo 13, vadeli oran anlaşmaları, swaplar, faiz oranı garantileri ve tavan sözleşmeleri arasındaki ilişkiyi özetler.

<sup>18</sup> Galitz, a.g.e.s.280

<sup>19</sup> Briys, Eric, Michael Crouhy ve Rainer Schöbel, The Pricing of Default-free Interest Rate Cap, Floor and Collar Agreements, Journal of Finance, Vol.46, No.5, December 1991, s.1879.

<sup>20</sup> a.g.m, s.1881.

<sup>21</sup> Akgüç, Öztin, Finansal Yönetim, 1998, s.716.

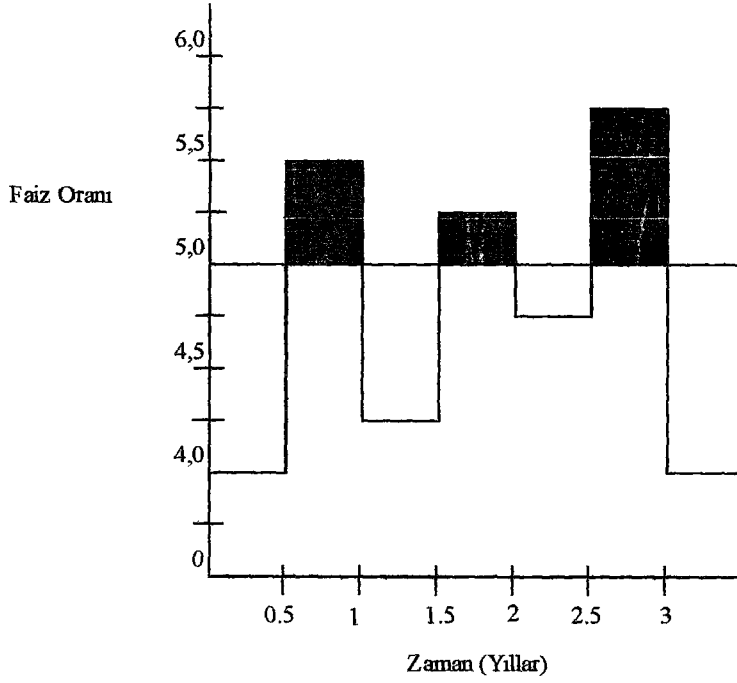
	<u>Tek Dönem</u>	<u>Cok Dönem</u>
Garanti edilmiş faiz oranı	Vadeli oran anlaşması veya gelecek sözleşmesi	Swap
Yüksek oranlara karşı korunma artı daha düşük oranlardan yararlanma fırsatı	Faiz Oranı Garantisi Opsiyonu veya Gelecek Sözleşmesi Opsiyonu	Cap (Tavan Sözleşmesi)

Tablo 13. Faiz Oranı Ürünlerinin Sınıflandırılması

Faiz oranı opsiyonu kullanan kredi kullanıcısı, daha yüksek oranlara karşı korunma sağlar. Buna karşılık, faiz oranları düşerse yarar da sağlayabilir. Şekil 4, % 5'lik, üç yıllık bir tavan sözleşmesinin etkisini gösterir. Her yeniden başlama tarihinde, faiz oranları, tavan sözleşmesi oranının altına düşerse, borç alan sadece cari piyasa oranlarını öder ve bu düşük oranlardan avantaj sağlar. Öte yandan, faiz oranları herhangi bir yeniden başlama tarihinde, tavan sözleşmesi oranından daha yüksek olursa, tavan sözleşmesi, borç alma oranını tavan düzeyinde sınırlayarak, daha yüksek oranın sonucunu karşılamak için bir net ödeme sağlayacaktır.

Borç alan, daha yüksek faiz oranlarına karşı korunma sağlarken, daha düşük faiz oranlarından yarar sağlar. Şekil 5`de gösterilen oranların özel sıralamasına bağlı olarak, borç alan, % 5'e tavanlanmış % 4'lük LIBOR'u, % 5'e tavanlanmış % 4,25'lik LIBOR'u ve % 5'e tavanlanmış % 4,5'lik LIBOR'u esas alan faizi ödeyecektir. Bu oranların basit ortalaması % 4,625 iken; ağırlıklı ortalaması, buna neredeyse eşit olan % 4,616'dır.<sup>22</sup>

<sup>22</sup> Galitz, a.g.e. s.281.



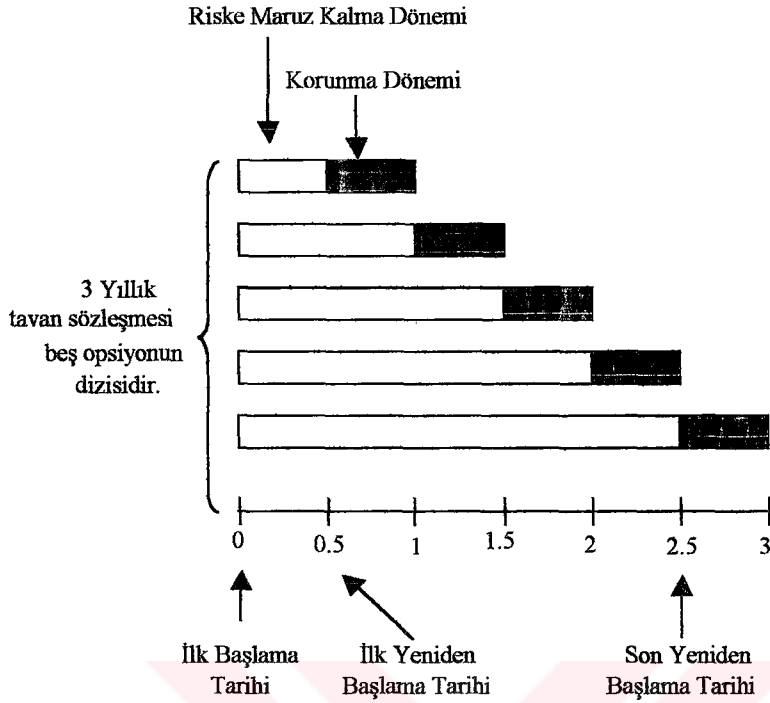
Şekil 4. Faiz Oranı Tavan Sözleşmesinin Sağladığı Korunmanın Örneği

Eğer piyasa, bu şekilde meydana gelen bir faiz oranı dizisini önceden tahmin edebilirse, swap oranı % 4,86 olacaktır. Diğer yandan, tavan sözleşmesi, bundan yaklaşık 24 baz puan daha ucuz bir sonuç verecektir.<sup>23</sup>

Tavan sözleşmesini fiyatlama, bir bütün olarak tavan sözleşmesinin içindeki tek tek opsiyonların herbirinin fiyatı hesaplanarak yapılır. Şekil 5, üç yıl süreli, yarı yıllık bir tavan sözleşmesinin şematik sunumunu, beş ayrı opsiyondan veya tavanlıktan (caplets) oluştuğunu göstererek verir:

<sup>23</sup> a.g.e. s.282.





Şekil 5. Üç Yıllık Tavan Sözleşmesinin Şematik Sunumu

Tavan sözleşmesi, ilk faiz dönemini içermez. Bunun iki nedeni vardır. Birincisi, borçlanma hemen başlarsa, ilk dönemin faiz oranı zaten bilinir. İlk dönemi içeren bir opsiyonun, vadeye kalan zamanı sıfır olacaktır. Bu nedenle, opsiyon, sıfır zaman değerine sahip olacaktır. İkincisi, çoğu tavan opsiyonlarının kullanım oranı, ilk faiz döneminde, opsiyonun zararda olması için belirlenir. İlk dönemi kapsayan bir opsiyon, bu nedenle içsel değere de sahip olmayacaktır.<sup>24</sup>

Her tavanlık, iki farklı dönem içerir: Riske maruz kalma dönemi ve korunma dönemi. Bir tavanlığın riske maruz kalma dönemi, tavan sözleşmesi satın alındığı zaman başlar ve bir sonraki borçlanma döneminin, yeniden başlama tarihinde sona erer. Bu nedenle, riske maruz kalma dönemlerinin uzunluğu birbirlerinden farklıdır. En kısa riske maruz kalma dönemi, uzunluğu bir faiz dönemi olan birinci dönemdir. En uzun riske maruz kalma dönemi, faiz dönemi tavan sözleşmesinin vadesine yakın olan sonuncu dönemdir.<sup>25</sup>

<sup>24</sup> Eğer kullanım oranı, ilk dönemin karda olması için belirlenirse, tavan sözleşmesinin ek maliyeti, bir vadeli oran anlaşmasının ödeme toplamını belirlemek için kullanılan bir formül yardımıyla hesaplanabilir.

<sup>25</sup> Galitz, a.g.e. s.283.

Tavancığın korunma dönemi, borçlanmanın faiz dönemlerinin birine karşılık gelir ve normal olarak üç, altı veya oniki ay uzunluktadır. Bu nedenle, korunma dönemlerinin tümü, sadece takvim etkisi yüzünden, bir dönem, sonraki dönemden birkaç gün daha uzun veya daha kısa olabildiği için farklılık göstererek, genellikle benzer uzunluktadır.

Şekil 6, tek bir tavancık için riske maruz kalma ve korunma dönemlerini ayrıntılı olarak gösterir. Tavan sözleşmesinin, borçlanmanın meydana gelmesiyle aynı gün düzenlendiği varsayılır. Şekil, dört farklı tarih gösterir:

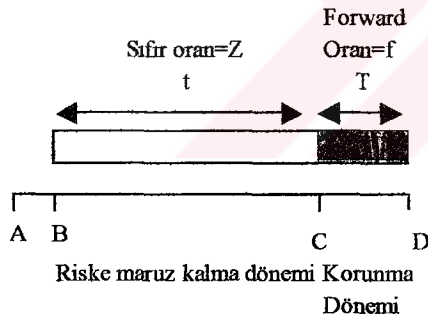
A, anlaşma tarihidir.

B, faizin, borçlanmanın meydana gelmesiyle tahakkuk etmeye başladığı valör tarihidir.

C, faizin, tavancıkla korunan dönemde tahakkuk etmeye başladığı tarihtir.

D, döneme tahakkuk eden faizin durduğu tarihtir.

t uzunluğundaki riske maruz kalma dönemi, B ve C arasındayken, T uzunluğundaki korunma dönemi, C'de başlayıp D'de biter.<sup>26</sup>



Şekil 6. Tavancığın Ayrıntılı Diyagramı

Eğer kullanım oranı, ilk dönemin karda olması için konulursa, tavan, opsiyonunun ek maliyeti, bir vadeli oran anlaşmasının ödeme toplamını belirlemek için kullanılan aynı formül kullanılarak hesaplanabilir.

Çoğu uygulamacılar, tavancıkları (caplets) değerlemek için, standart Black-Scholes (B-S) modelinin değiştirilmiş bir versiyonunu kullanırlar. B-S formülünün

<sup>26</sup> a.g.e. s.283.

dayandığı tüm varsayımlar, bu uygulamaya tam olarak destek olmasa bile, modelin hızlı ve kullanışlı sonuç vermesi, teorik kusurun olumsuzluğunu giderir.

$$C = SN(d_1) - Xe^{-rt}N(d_2)$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot t}{\sigma\sqrt{t}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{t}$$

burada,

C, satın alma opsiyonunun değeridir.

S, konu olan varlığın cari fiyatıdır.

X, kullanım fiyatıdır.

r, sürekli bileşik risksiz faiz oranıdır.

t, vadeye kalan zamandır.

$N(d_1, d_2)$ , kümülatif normal olasılık fonksiyonudur.

$\sigma$ , opsiyona konu olan varlık getirilerinin değişkenliğidir.

Bu formülü kullanmak için, önce tavancık için uygun değerleri S ve X'in yerine koymak gereklidir. Tavancık kullanılırsa, borçlanma meydana geldiğinde ödenen ekstra faizi karşılamak için, korunma döneminin sonunda bir para tutarı alınmalıdır. Bu tutar, aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\text{tavancık ödemesi} = A \cdot (1-x) \cdot T$$

Burada,

A, anapara miktarıdır.

i, korunma döneminin yeniden başlama tarihindeki faiz oranıdır.

x, tavan sözleşmesi oranıdır.

T, korunma döneminin uzunluğudur.

Bu durum, tavancığın sahibinin  $A \cdot x \cdot T$  ödemesine ve  $A \cdot i \cdot T$  almasına eşdeğerdir.<sup>27</sup> Bu hesaplama, opsiyon sahibinin kullanım fiyatını ödediği ve opsiyona konu olan varlığı

<sup>27</sup> a.g.e. s.283.

aldığı, sıradan bir satın alma opsiyonunun kullanımıyla karşılaştırılabilir. Bu karşılaştırma, tavancık ile satın alma opsiyonunun aralarındaki benzerliği gösterir.

A.x.T, sıradan bir opsiyonun kullanım fiyatına karşılık gelir ve A.i.T, opsiyona konu olan varlığa benzer.

Sıradan bir opsiyonun kullanım fiyatı, opsiyonun vadesi dolduğu zaman ödenir. Buna karşılık, A.x.T ödemesi, korunma döneminin sonuna kadar ertelenir. Bu nedenle, tavancık ödemesini, korunma döneminin başlangıcından geriye doğru iskonto etmek gereklidir. İskonto için kullanılacak uygun oran,  $i$ 'nin en iyi tahminini veren, korunma döneminin forward (vadeli) oranıdır. Bu oran, bir bankanın risksiz korunma sağlayabileceği bir orandır. Bu sayede, X'in yerine aşağıdaki ifadeyi yerleştirebiliriz:

$$X \equiv \frac{A.x.T}{(1 + f.T)}$$

Burada,  $f$ , korunma döneminin forward (vadeli) oranıdır.

B-S modelinde,  $S$ , opsiyona konu olan varlığın cari fiyatıdır. A.i.T ifadesi, korunma döneminin en sonunda alınan miktarı gösterir. İkisini eşdeğer yapmak için, önce,  $i$  gelecek faiz oranının yerine  $f$  forward oranı konulmalı ve ardından, ifade, bugüne iskonto edilmelidir.

Bu hesaplama, aşağıdaki ikameyi verir:

$$S \equiv \frac{A.f.T.e^{-z.t}}{(1 + f.T)}$$

Burada,  $z$ , riske maruz kalma dönemi boyunca, sıfır kuponlu tahvilin sürekli bileşik faiz oranıdır.<sup>28</sup>

Eşitliklerde bu yer değiştirmeleri yapılarak, tavancık primi için aşağıdaki ifade elde edilir:

$$\text{TAVANCIK} = \frac{T.e^{-z.t}}{(1 + f.T)} [f.(N(d_1)) - x.(N(d_2))]$$

<sup>28</sup> a.g.e s.285.

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{f}{x}\right) + \left(\frac{\sigma^2}{2}\right)t}{\sigma\sqrt{t}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{t}$$

Burada,

TAVANCIK, anapara miktarının bir yüzdesi olarak ifade edilen tavancık primidir.

T, korunma döneminin uzunluğudur.

t, riske maruz kalma döneminin uzunluğudur.

z, riske maruz kalma dönemi boyunca sürekli bileşik sıfır kuponlu tahvil oranıdır.

f, korunma döneminin forward (vadeli) oranıdır.

X, tavan opsiyonunun kullanım oranıdır.

$\sigma$ , forward faiz oranının değişkenliğidir.

z, risksiz oran gibi kullanılmış ve süre boyunca r'nin yerine geçmiştir. Ayrıca, tavancık primi, mutlak bir tutar yerine, anaparanın bir yüzdesi olarak ifade edildiğinden, A, ortadan kalkmıştır.<sup>29</sup>

Bu sayede, eşitlikler, tavan sözleşmesi içindeki her ayrı tavancığın fiyatlanmasını sağlar. Bir bütün olarak, tavan sözleşmesi primi, tüm tavancık primlerinin toplamıdır. Tablo 14, % 5 kullanım oranlı bir faiz oranı tavan sözleşmesinin fiyatlamasını gösterir.

Dönem	Zaman	Swap Oranı (%)	Sfır Oranı (%)	Forward Oran %	Volatilite (%)	Tavancık Primi (%)
1	0,5	3,25	3,25			
2	1,0	3,50	3,53	3,75	15	0,00
3	1,5	3,69	3,73	4,07	14	0,01
4	2,0	3,88	3,92	4,46	14	0,06
5	2,5	4,02	4,08	4,64	13	0,09
6	3,0	4,17	4,23	4,95	13	0,17
7	3,5	4,31	4,39	5,26	12	0,24
8	4,0	4,46	4,55	5,59	12	0,34
9	4,5	4,60	4,71	5,91	12	0,45
10	5,0	4,75	4,87	6,25	12	0,55
TOPLAM						1,91

Tablo 14. Tavan Sözleşmesi Fiyatlama Örneği

<sup>29</sup> a.g.e. s.285.

Tablo, her tavancık dönemi için sıfır kupon tahvil oranlarını, forward oranları ve ayrıca tamamlayıcılık için, swap oranlarını gösterir. Bu oranlar kullanılarak ve modelden elde edilen değişkenlik değerleri verilerek, tavan opsiyonu içindeki her dönemin tavancık primleri hesaplanmıştır. Burada kullanılan sayılar, piyasanın kısa dönemde faiz oranlarının daha değişken olmasını beklediğini, buna karşılık, vadeli oranların yükselmesinin sabitlenmesini beklediğini gösterir.

% 5'lik bir tavan opsiyonu kullanım oranı ile altı aydan dokuz aya % 3,75'lik vadeli oran, ikinci faiz dönemini kapsayan ilk tavancık priminin ihmal edilebilir olması için, zarardadır.<sup>30</sup>

Bundan sonra, bu örnekteki tavancık primi büyür. Çünkü, forward oranlar yavaş yavaş kullanım oranını aşarlar ve ayrıca, riske maruz kalma dönemleri daha uzun hale gelir.

Toplam tavan sözleşmesi primi, borçlanılan miktarın % 1,91'ine ulaşır. Bu prim, cari faiz oranı % 3,25 olduğu zaman, % 5'lik bir tavan sözleşmesi için oldukça büyük bir prim gibi görülebilir; ama burada iki önemli faktör vardır.

Birincisi, cari faiz oranı % 3,25 iken; vadeli oranlar, faiz oranlarının tavan sözleşmesi döneminin sonuna kadar % 6,25'e yükselmiş olacağını gösterirler. İlk birkaç tavancık, ilgili dönemlerin forward oranlarıyla karşılaştırıldığında zararda iken, sonrakiler çok fazla kardadır. Bu nedenle, kullanım oranıyla karşılaştırmak için uygun oran cari kısa vade oranı değil, onun yerine tavan sözleşmesi döneminin "swap oranıdır". Bu örnekte, beş yıllık swap oranı % 4,75'tir. O yüzden, tavan sözleşmesi hemen hemen başa başadadır.

İkincisi, % 1,91, tam beş yıllık dönemi kapsayan bir primdir. Bu biraz, beş yıllık bir borçlanmanın faizinin, yıllık % 5 olduğu zaman, % 25 olduğunu söylemek gibidir. Eğer tavan sözleşmesi, bir seferde ödenmiş olmak yerine, tavan sözleşmesinin ömrü boyunca amorti edilseydi; bakiye içinde yarı yıllık olarak ödenen prim, % 0,43 (yani, her yarı yıl ödenen anaparanın % 0,215'i) olacaktı.<sup>31</sup>

<sup>30</sup> Faiz oranlarının lognormal olarak dağıldığı varsayıldığında, ilk tavancığın karda sonuçlanması için % 5'ten daha düşük olması gerekir.

<sup>31</sup> Galitz, s.286.

Uygulamada, faiz oranı tavan opsiyonlarının birçok kullanıcısı, daha düşük kullanım oranlı bir taban sözleşmesi satarak, korunmanın maliyetini düşürmeyi isterler. Taban sözleşmesi satmak, vadeli oran anlaşmaları üzerine satma opsiyonları dizisi satmak gibidir. Faiz oranları, herhangi bir yeniden başlama tarihinde taban düzeyinin altına düşerse, ilgili tabancık (floorlet), cari oranlar ile taban oranı arasındaki farkı ödemek zorunda olan satıcıya karşı kullanılacaktır. Bir taban opsiyonu satmanın etkisi, bir kere taban düzeyi yükseldiğinde, faiz oranlarındaki düşüşün yararını sınırlamaktır.

Önceki örnekteki sayıları kullandığımızda, % 3,75'e bir taban sözleşmesi satan kredi kullanıcısı, tavan sözleşmesinin net maliyetini, yaklaşık üç aylık bir korumayla % 1,91'den % 1,46'ya düşürerek, % 0,45'lik bir prim geliri kazanacaktır. Ancak, başta % 3,25'teki faiz oranları yüzünden, ilk faiz dönemi zaten karda olacak ve tabanın altında % 0,25'lik ani bir ödeme gerektirecektir (altı ay için karda miktarın % 50'si). Bu örnekte taban sözleşmesinin değerinin yarısından fazlası, gerçekte tamamen ilk faiz döneminden gelir.

Eğer kredi kullanıcısı, başlangıçta düşük cari oranlardan yarar sağlamayı dilediyse, taban sözleşmesi yalnızca daha sonraki dönemleri kapsamaları için düzenlenebilir, ama taban sözleşmesi primi o zaman % 0,20'ye düşecektir. Bir taban sözleşmesi kullanmayı dileyen kredi kullanıcısı için, bu örnekte kullanılan getiri eğrisinin dikliği, tavan sözleşmelerini nisbeten pahalı ve taban sözleşmelerini nisbeten değersiz kılar.

Daha düşük kullanım oranlı bir taban sözleşmesi satmanın ve daha yüksek kullanım oranlı bir tavan sözleşmesi satın almanın kombinasyonuna yaka sözleşmesi denilir. Yaka sözleşmeleri, oranlardaki yükselmeye karşı korunma ve oranlardaki düşmeden yarar sağladıklarından dolayı, faiz oranı riskinden korunmak için popüler araçlardır. Tavan sözleşmesi oranını, kredi kullanıcısının zarar eşiğinin (treshold of pain) altında veya tam üstünde belirleyerek ve yeterli prim geliri kazanmak için yeterince yüksek bir taban sözleşmesi oranı belirleyerek, yaka sözleşmesi faiz oranı koruması ve maliyeti arasında uygun bir uzlaşma sağlamak için biçimlendirilebilir.<sup>32</sup>

<sup>32</sup> a.g.e. s.287.

Tavan sözleşmesi ve taban sözleşmesi oranlarıyla oynayarak, ödenecek net primin olmadığı, sıfır maliyetli bir yaka sözleşmesi yaratmak olasıdır. Tablo 14'te gösterilen oranlar kümesini kullanarak, % 6,00'lık bir tavan opsiyonu ve % 4,01'lik bir taban opsiyonu ile beş yıllık, sıfır maliyetli bir yaka sözleşmesi yaratılabilir. Kredi kullanıcısı, yaka opsiyonu için ne başlangıçta, ne de borçlanmanın ömrü boyunca hiçbir şey ödemeyecektir. Buna karşılık, beş yıl boyunca % 6,00'dan daha yüksek ve % 4,01'den daha düşük olmayacak bir borçlanma oranını garantiye alacaktır. Bu strateji, % 4,75'te sabit kalan swaptan daha cazip bir riskten korunma çözümdür.

### 3.5. Swap Opsiyonları

Uzun vadeli faiz oranı korunmasının alternatif bir biçimi, swap opsiyonudur. Adından anlaşılacağı gibi, bir swap opsiyonu, faiz oranı swapına bir gelecek tarihte başlamak için düzenlenen bir opsiyon sözleşmesidir. Başlıca iki türü vardır. ödeyicilerin swap opsiyonu (payers swaption), swapta sabit faiz oranı ödeme hakkı iken, alıcıların (receivers swaption) swap opsiyonu, sabit faiz oranı alma hakkıdır.<sup>33</sup>

Swap opsiyonları, diğer opsiyonlara benzer. Swap opsiyonuna konu olan enstrüman, faiz oranı swapıdır. Vade tarihi, swap opsiyonunun, opsiyona konu olan swap için kullanılabilirliği tarihtir. Swap opsiyonunun kullanım fiyatı, opsiyona konu olan swapın sabit oranıdır. Tavan sözleşmelerinin ve taban sözleşmelerinin primleri gibi, swap opsiyonunun primi, nominal anaparanın bir yüzdesi olarak belirlenir ve başlangıçta ödenir.

Avrupa swap opsiyonları, opsiyona konu olan swapı başlatmak şeklinde kullanılabilirler ya da swap opsiyonunun vade tarihinde nakit ödenirler. Amerikan ve yarı-Amerikan swap opsiyonları da mevcuttur ve bunlar iki çeşide ayrılırlar: Değişken swap opsiyonunda (variable swaption), konu olan swap, sabit bir trende (tenor) sahiptir. swap opsiyonunun ne zaman kullanıldığının önemi yoktur. Kısalan swap opsiyonunda

<sup>33</sup> Bazen, satın alma swap opsiyonu (call swaption) ve satma swap opsiyonu (put swaption) terimleri kullanılır, ama bu terimler çift taraflıdır ve uygulamacılar, satın alma swap opsiyonunun sabit oran ödeme hakkı mı, yoksa sabit oran alma hakkı mı olduğuna kendileri karar verirler.



(wasting swaption), konu olan swapın trendi, swap opsiyonu daha sonra kullanıldığında daha kısa hale gelir.<sup>34</sup>

Swap opsiyonları, faiz oranı riskini yönetmek için başka bir finans mühendisliği aracı sağlarlar ve bu nedenle çok sık olarak, swaplar ve tavan sözleşmeleri ile karşılaştırılırlar. Bunlarla swap opsiyonları arasında nasıl bir ilişki olduğu, bir örnekle anlatılabilir. Bir inşaat firmasının, hemen olması yerine bir yıl sonra başlayarak, dört yıl boyunca değişken (floating) oranlı fonları borç almak zorunda kalacağını bildiği varsayalım. Firma, faiz oranlarının gelecek beş yıl boyunca dalgalanması riskiyle karşı karşıyadır. Firmanın, bu problemin üstesinden geleceği yolların bazıları şöyledir:

**a. Hiçbir şey yapma:** Bu, en basit stratejidir. Borçlanmanın süresi boyunca oranlar yükselirse, daha yüksek oran ödemek zorunda kalacaktır; buna karşılık firma, oranlar her ne zaman düşerse yarar sağlayacaktır.

**b. Ertelenmiş başlangıçlı (deferred-start) swapa gir:** Firma, bir yıl ertelenmiş dört yıllık bir swapa girebilir; bu sayede sabit oran öder ve değişken oran alır. Bu firma şimdi bir oran içinde tutacaktır. Firma, oranlardaki bir yükselmeye karşı tam olarak korunur. Buna karşılık, oranlardaki düşüşten yararlanamaz.

**c. Ertelenmiş başlangıçlı tavan sözleşmesi satın al:** Bir yıl ertelenmiş dört yıllık bir tavan sözleşmesi satın almak, borçlanmanın ömrü boyunca, oranlardaki herhangi bir yükselişe karşı korunma sağlar. Aynı zamanda da, oranlar düşerse, firmaya kazanç sağlama olanağı verir.

**d. Bir swap opsiyonu satın al:** Firma, dört yıllık bir swap için, bir yıllık bir ödeyici swap opsiyonu (payers swaption) satın alabilir. Bir yıl sonunda, firma, swap oranları kullanım oranının üstüne çıkmış swap opsiyonu kullanacaktır ya da öbür türlü, swap opsiyonunun sona ermesine izin verecektir.

Tablo 14'te listelenmiş oranlar kümesini kullandığımızda ve swap opsiyonunun değişkenliğinin % 12 olduğunu varsaydığımızda, Tablo 15 ve 16, bu farklı alternatifler arasında bir karşılaştırma sağlarlar.

<sup>34</sup> Galitz, a.g.e. s.288.

4 yıllık swap	% 4,46
---------------	--------

5 yıllık swap	% 4,75
---------------	--------

1 yıl ertelenmiş 4 yıllık swap	% 5,10
--------------------------------	--------

Tablo 15. Örnek Swap Oranları

	Swap opsiyonu	Ertelemiş Başlangıçlı Tavan Sözleşmesi
Kullanım oranı =	% 5,10	% 0,85
Kullanım oranı =	% 6,00	% 0,09

Tablo 16. Örnek Tavan Sözleşmesi ve Swap Opsiyonu Primleri

Tablo 15'te, bir tarafta, dört ve beş yıllık vadeler için düzenli swap oranları ve diğer tarafta, bir yıl ertelenen dört yıllık bir swap arasındaki fark görülmektedir. Ertelemiş swap oranı, kullanılan getiri eğrisinin dikliği yüzünden, dikkate değer ölçüde daha yüksektir. Ertelemiş swaptaki nakit akımları, ilk iki yarı yıllık ödemelerin ihmal edilmeleri dışında, beş yıllık düzenli swapınkilere benzerler. Bunlar, sabit oran ödeyen için önemli net ödemeler içereceğinden; ihmal edilmelerinin, kalan dönemler boyunca daha yüksek sabit ödemeler ile karşılanması gerekir.

Tablo 16, iki farklı kullanım oranı için, swap opsiyonu ile ertelenmiş başlangıç tavan sözleşmesi arasında bir karşılaştırma verir. % 6 kullanım oranı, zararda kalmışken; % 5,10'luk kullanım oranı karda olarak seçilmiştir. Tavan sözleşmesi primi, swap opsiyonunun priminden önemli ölçüde daha pahalıdır. Bu durum, iki önemli noktaya işaret eder.

Birincisi, bir swap opsiyonu yalnız ilk riske maruz kalma döneminde, faiz oranlarındaki hareketlere karşı korunma sağlar. Dört yıllık bir swapa girmek için bir yıllık swap opsiyonunun durumunda, riske maruz kalma dönemi tam bir yıl

uzunluğundadır. Aksine, tavan sözleşmesi, son tavancığın vade tarihine kadar, faiz oranı hareketlerine karşı korunma sağlar. Şimdiki örnekte bu dönem, dört buçuk yıla uzar.<sup>35</sup>

İkincisi, bir swap opsiyonu yalnız bir kere kullanılabilir; oysa bir tavan sözleşmesi çoklu kullanım tarihlerine sahiptir. Tavan sözleşmesi, çok daha büyük bir koruma sağlar. Örneğin, faiz oranları ilk iki yıl düşük kalsın ve daha sonra keskin biçimde yükselsin. Swap opsiyonu, bir yıl sonra değersiz olarak sona erecek ve aynı şekilde ilk iki tavancık da değersiz olacaktır. Ancak, kalan tavancıklar, koruma sağlamaya devam edecektir ve taahhüdün son üç yılı boyunca, borç alanın maliyetlerini sınırlayacaktır.

Daha uzun bir riske maruz kalma dönemi ve çoklu kullanım tarihlerinden dolayı, tavan sözleşmeleri, eşdeğer bir swap opsiyonundan daha fazla zaman değeri içerirler. Tavan sözleşmesi daha pahalıdır. Buna karşılık, satın alana, sayıca daha çok opsiyon sunar. Bir swap opsiyonu ile diğer ürünler arasındaki seçim, satın alanın amaçlarına bağlıdır.

Swap opsiyonları, tavancıkların fiyatlaması için kullanılan benzer bir yöntem kullanılarak fiyatlanabilirler.<sup>36</sup> Eğer, ödeyici swap opsiyonu kullanılırsa, opsiyonun sahibi, swap opsiyonunun kullanım oranını ödeyerek ve değişken oranı olarak, opsiyona konu olan swapı başlatır. Eğer  $S$ , opsiyona konu olan swapa eşdeğer olan, ertelenmiş bir swapın cari swap oranı ise, değişken oran alma, onun yerine  $s$  almaya eşdeğerdir. Swap opsiyonunu kullanmak, bu nedenle, kullanım oranını ödemeye ve  $s$ 'yi almaya eşdeğerdir. Kullanım oranını ödemenin bugünkü değeri şudur:

$$X \cdot \sum_{i=t_1}^{i=t_2} \frac{V_i}{F}$$

$X$ , swap opsiyonunun kullanım oranıdır.

$V_i$ , bugün itibarıyla,  $i$ 'inci dönemin sonundaki iskonto faktörüdür.

$t_1$ , bugünden ertelenmiş swapın başlayacağı dönemdir.

$t_2$ , bugünden ertelenmiş swapın sona ereceği dönemdir.

<sup>35</sup> a.g.e. s.289.

<sup>36</sup> Burada sunulan yöntem, opsiyona konu olan swapın vadesine karşılık gelen kısa bir opsiyon dönemine sahip swap opsiyonları için uygundur. Diğer durumlarda, binomial bir fiyatlama modeli kullanılmalıdır.

F, kuponların ödendiği, yıl başına dönemlerin sayısıdır.

Dört yıllık, yarı yıl swapına girmek için kullanılacak bir yıllık bir swap opsiyonunun yukarıdaki örneğinde,  $t_1=3$ ,  $t_2=10$  ve  $F=2$ 'dir. Bundan dolayı,  $V_3$  ile  $V_{10}$  iskonto faktörleri kullanılacaktır. Yukarıdaki toplam,  $X.e^{-rt}$  ifadesinin yerine konulabilir. Böylece, S'nin şimdiki değeri, şöyle yazılabilir:

$$S \sum_{i=t_1}^{i=t_2} \frac{V_i}{F}$$

S, konu olan swapa karşılık gelen ertelenmiş swapın swap oranıdır ve buradan, ödeyici swap opsiyonu için tam bir formüle ulaşılır:

$$\text{ödeyici} = [S.N(d_1) - X.N(d_2)] \sum_{i=t_1}^{i=t_2} \frac{V_i}{F}$$

Benzer bir ifade, alıcı swap opsiyonu için şöyle yazılabilir:

$$\text{alıcı} = [X.N(-d_1) - S.N(-d_2)] \sum_{i=t_1}^{i=t_2} \frac{V_i}{F}$$

$d_1$  ve  $d_2$  için formüller,  $f$ 'nin olduğu yere S konulması dışında aynı şekildedir.<sup>37</sup>

### 3.6.Faiz Oranı Opsiyonları İle İlgili Örnekler

Bu bölümde, faiz oranı opsiyonları için çeşitli örnekler ve uygulamada karşılaşılabilecek durumlar verilmiştir. Esas amaç, faiz oranı opsiyonlarının, faizlerdeki dalgalanmalara karşı sağladıkları korumayı göstermektir. Faiz oranı opsiyonları, borçlanma maliyetini azaltacak ya da belli bir sınırın altında tutacaktır. Bu durum, faiz oranı opsiyonlarının olmadığı durumla karşılaştırma yapılarak verilmiştir.

Örnekler, varsayımsal bir piyasa üzerinedir. Bu piyasa, Türkiye tezgahüstü opsiyon piyasasıdır. Sözleşme bedelleri, Türk Lirası cinsindedir. Aynı zamanda, bir uygulama önerisi olarak düşünülebilir.

<sup>37</sup> Galitz, a.g.e. s.290.

Sözleşmeler için referans oranı, Londra ve Dünya piyasaları için LIBOR'un, Avustralya finans piyasaları için BBSW'nin (Bank Bill Swap Rate)<sup>38</sup> işlevini yerine getirebilecek bir faiz oranı olan, TBFO'dur. (Türkiye Bankalararası Faiz Oranı)

Tüm oranların düzeyleri, gelişmiş ülke piyasalarındaki düzeylerle aynıdır. Örneklerin alındığı kaynaktaki oranlarda ve anlatım şeklinde değişiklikler yapılmıştır. Örnekler, firmanın borçlanma planından, sonuçta gelinen duruma doğru, aşamalar yardımıyla anlatılmıştır.

### 3.6.1.Faiz Oranı Satın Alma Opsiyonu Örneği

1.Borç alma planı: Firma, 30 gün vadeli olarak, 20 trilyon lira borç alacaktır.

2.Faiz oranı: 90 günlük TBFO artı 1 puanlık risk primi.

3.Vade: Borcun vadesi, 90 gün sonra dolmaktadır.

4.Risk:90 günlük TBFO'nun yükselmesi.

5.Korunma şekli: Firma, 90 günlük TBFO'yu referans alan bir faiz oranı satın alma opsiyonu satın alır.

6.Opsiyonun şartları:Satın alma opsiyonu, 30 günlük dönem için, TBFO'yu esas alan bir faiz ödemesi yapma hakkını verir. Opsiyonun, yüzde 10'luk bir kullanım oranı vardır. Ödemede, bir yıl 360 gün kabul edilir ve 90 gün temel alınır.

7.Prim:Satın alma opsiyonu primi, 50 milyar liradır.

8.TBFO:Cari TBFO faiz oranı, % 10'dur.

9.Net ödeme: $20.000.000.000.000 \times \text{En Yüksek}(TBFO-0,10)(90/360)$

Opsiyonun vade tarihinde, TBFO'nun %11 olduğu varsayılınsın.

10.Satın alma opsiyonunun değeri:

$$20.000.000.000.000(0,11-0,10)(90/360)=50\text{milyar TL.}$$

<sup>38</sup> Manual from AFMA, 1999.

Prim, başlangıçta ödenecektir. Primin, opsiyonun vade tarihindeki değerini bulmak için, TBFO + 1 risk primi ile bileşik hale getirilmesi gerekir. ( $\%11+\%1=\%12$ )

**11. Primin gelecekteki değeri:**

$$50.000.000.000.000[1+0,12(90/360)]=51,5\text{milyar TL.}$$

**12. Bankanın, 30 gün sonra vereceği toplam borç:**

$$20.000.000.000.000-51.500.000.000=19.949.500.000.000\text{ TL.}$$

**13. Firmanın ödeyeceği faiz:**

$$20.000.000.000.000[0,12(90/360)]=600.000.000.000\text{ TL.}$$

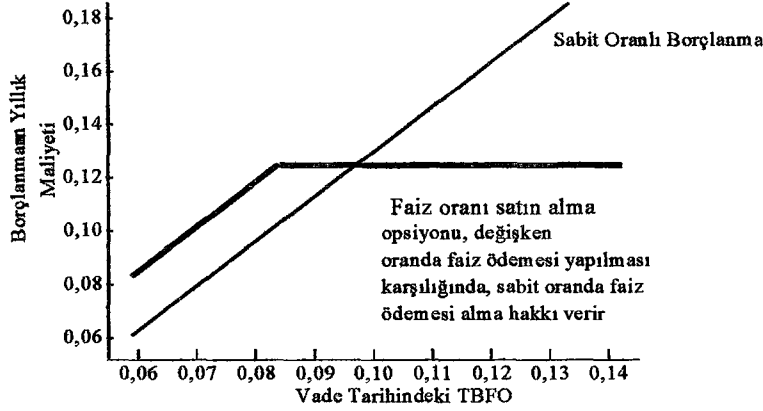
Aşağıdaki tabloda, 30 günlük TBFO oranları için, satın alma opsiyonunun olduğu ve olmadığı durumlardaki yıllık borçlanma maliyetleri karşılaştırılır:

30 Günlük TBFO	Borçun Vadesinde Satın Alma Opsiyonunun Ödemesi	Borçun Vadesindeki Faizi	Toplam Efektif Faiz	Satın Alma Opsiyonlu Borçun Yıllık Maliyeti	Satın Alma Opsiyonu Olmayan Borçun Yıllık Maliyeti
% 6,00	0	350	350	% 8,39	7,29%
6,50	0	375	375	8,93	7,82
7,00	0	400	400	9,48	8,36
7,50	0	425	425	10,02	8,90
8,00	0	450	450	10,57	9,44
8,50	0	475	475	11,12	9,99
9,00	0	500	500	11,67	10,53
9,50	0	525	525	12,22	11,08
10,00	0	550	550	12,78	11,63
10,50	25	575	550	12,78	12,18
11,00	50	600	550	12,78	12,74
11,50	75	625	550	12,78	13,29
12,00	100	650	550	12,78	13,85
12,50	125	675	550	12,78	14,41
13,00	150	700	550	12,78	14,97
13,50	175	725	550	12,78	15,54
14,00	200	750	550	12,78	16,10

**Tablo17. Faiz Oranı Satın Alma Opsiyonu ile Planlanan Borçlanmanın Riskten Korunması (milyar TL)**

Tablo 17, faiz oranı satın alma opsiyonuyla ve olmadan planlanmış borçlanmanın maliyetini göstermektedir. Borçlanma artı satın alma opsiyonu, TBFO vade sonunda yüzde

10 veya üstünde olursa, en fazla yüzde 12,78'lik bir maliyet meydana getirir. Bu ödeme şekli, örtülü bir satın alma opsiyonuna ya da satma opsiyonu satmaya benzer.<sup>39</sup>



Şekil7: Faiz Oranı Satın Alma Opsiyonuyla ve Olmadan Planlanmış Borçlanmanın Maliyeti<sup>40</sup>

### 3.6.2.Faiz Oranı Satma Opsiyonu Örneği

- 1.Borç verme planı:Banka, 90 günlük vadeli, 10 trilyon lira borç verecektir.
- 2.Faiz oranı: 180 günlük TBFO artı 1,5 puanlık risk primi.
- 3.Vade:Borcun vadesi, 180 gün sonra dolmaktadır.
- 4.Risk:180 günlük TBFO'nun düşmesi.
- 5.Korunma şekli:Banka, 90 günlük TBFO'yu referans alan bir satma opsiyonu satın alır.
- 6.Opsiyonun şartları:Satma opsiyonu, 90 günlük dönem için, TBFO'yu esas alan bir faiz ödemesi alma hakkı verir. Opsiyonun, %9'luk bir kullanım oranı vardır. Ödemede, bir yıl 360 gün kabul edilir ve 180 gün esas alınır.
- 7.Prim:Satma opsiyonu primi, 26,5 milyar liradır.
- 8.TBFO:Cari TBFO faiz oranı, %9'dur.
- 9.Net ödeme: $10.000.000.000.000 \times \text{En Yüksek}(0, 0,09 - \text{TBFO})(180/360)$

<sup>39</sup> Chance, a.g.e. s.518.

<sup>40</sup>,a.g.e. s.518

Opsiyonun vade tarihinde, TBFO'nun %7 olduğu varsayılınsın.

**10. Satma opsiyonunun değeri:**

$$10.000.000.000.000(0,09-0,07)(180/360)=100 \text{ milyar lira}$$

Satma opsiyonunun primi, başlangıçta ödenir. Bu primin, opsiyonun vade tarihindeki değerini bulmak için, bugünkü TBFO artı 1,5 risk primiyle bileşik hale getirilmesi gerekir.

**11. Primin gelecekteki değeri:**

$$26.500.000.000[1+0,105(90/360)]=27.196.000.000 \text{ lira}$$

**12. Bankanın, 90 gün sonra vereceği toplam borç:**

$$10.000.000.000.000+27.196.000.000=10.027.196.000.000 \text{ lira}$$

**13. Bankanın aldığı faiz:**

$$10.000.000.000.000[0,085(180/360)]=425.000.000.000 \text{ lira}$$

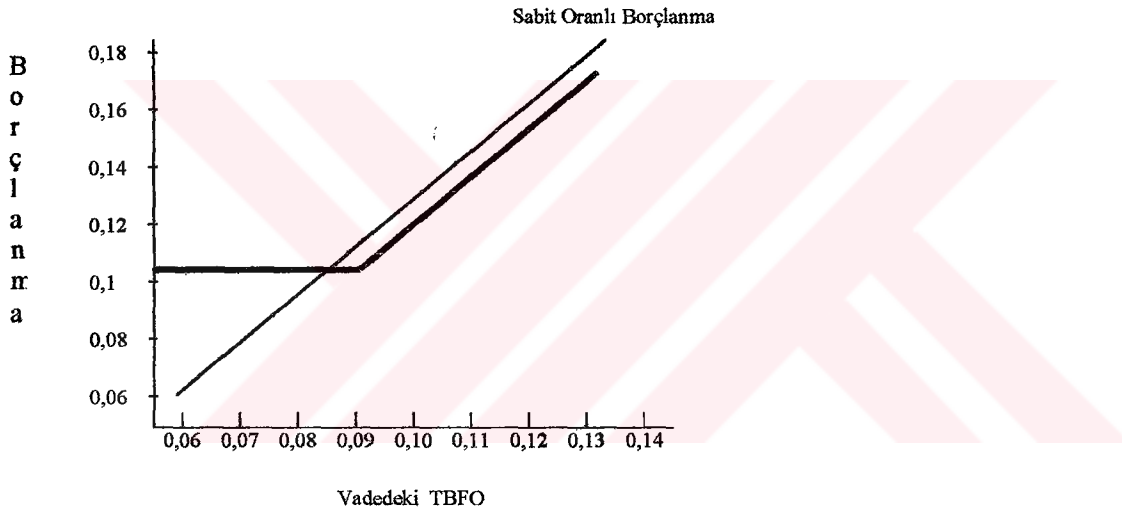
90 Günlük LIBOR	Borcun Vadesinde Satma Opsiyonunun Ödemesi	Borcun Vadesindeki Faizi	Toplam Efektif Faiz	Satma Opsiyonlu Borçlanmanın Yıllık Getirisi	Satma Opsiyonu Olmadan Borçlanmanın Yıllık Getirisi
% 5,00	200	325	525	% 10,32	% 6,70
5,50	175	350	525	10,32	7,22
6,00	150	375	525	10,32	7,75
6,50	125	400	525	10,32	8,28
7,00	100	425	525	10,32	8,81
7,50	75	450	525	10,32	9,34
8,00	50	475	525	10,32	9,87
8,50	25	500	525	10,32	10,40
9,00	0	525	525	10,32	10,93
9,50	0	550	550	10,86	11,47
10,00	0	575	575	11,39	12,00
10,50	0	600	600	11,92	12,54
11,00	0	625	625	12,46	13,08
11,50	0	650	650	13,00	13,62
12,00	0	675	675	13,54	14,16
12,50	0	700	700	14,08	14,71
13,00	0	725	725	14,62	15,25

**Tablo18. Değişken Oranlı Borç Vermenin, Faiz Oranı Satma Opsiyonuyla Riskten Korunması(Milyar TL)**



Satma opsiyonunun ödemesine karşılık, alınan faiz, efektif olarak 525 milyar Türk Lirasıdır. Bu sayede, 10.027.196.000.000 Türk Lirası ödenmiş ve 10.425.000.000.000 Türk Lirası alınmıştır. Yıllık bazda getiri,  $(10.425.000/10.027.196)^{(365/180)} - 1 = 0,1032$ 'dir. Satma opsiyonu olmadığında, borçlanmanın yıllık bazda getirisi, doğrudan TBFO ile birlikte yükselir. Bu oran, 10.000.000.000.000 Türk Lirası artı faiz hesaplanıp, 10.000.000.000.000 Türk Lirasına bölünerek ve yıllık hale getirilerek belirlenir.

Şekil 8., faiz oranı satma opsiyonlu ve satma opsiyonsuz planlanmış sabit oranlı borçlanmanın getirisini örnekler. Net ödeme (payoff), satın alma opsiyonu ya da koruyucu satma opsiyonu (protective put) olarak kabul edilebilecek opsiyona benzer. Taban (floor), TBFO % 9'da veya altında ise, yüzde 10,32'lik bir minimum getiri sağlar.<sup>41</sup>



Şekil3.5. Faiz Oranı Satma Opsiyonlu ve Opsiyonsuz Planlanmış Sabit Oranlı Borçlanmanın Getirisi

### 3.6.3.Faiz Oranı Opsiyonlarını Fiyatlama Örneği

Black-Scholes modeli, varsayımları nedeniyle, faiz oranları üzerine opsiyonlar için uygun sonuçlar vermez. Esas sorun, bu opsiyonların bir kısmının uzun ömürlü olması ve değişkenliğinin, ömürleri boyunca sabit olmamasıdır. Ancak, kısa vadeli opsiyonlar için, Black modeli, özellikle piyasa uygulamacılarının başarılı bir biçimde kullandığı bir modeldir. Bu bölümde, Black modelinin kullanımı verilecektir. Bununla birlikte, ikinci

<sup>41</sup> Chance, a.g.e. s.520.

bölümde incelenen fiyatlama modelleri gibi, daha karmaşık modeller gerektirebilen gerçek dünya uygulamalarının olabileceğini bilmek gerekir.

Black modeli, opsiyona konu olan varlığın forward fiyatını, kullanım fiyatını, risksiz oranı, vadeye kadar zamanı ve forward fiyatın değişkenliğini bilmeyi gerektirir. Bu modeli, faiz oranı opsiyonları için kullanmak, oldukça kolaydır. Sadece, forward fiyat yerine forward oranı, kullanım fiyatı yerine kullanım oranı ve forward fiyatın değişkenliği yerine forward oranının değişkenliği konular. Risksiz oran ve vadeye kalan zaman, aynı kalan değişkenlerdir. Opsiyonun vade tarihi ile net ödemenin gerçekten yapıldığı gün arasındaki gecikmeden dolayı, hesaplanan fiyat, forward oran kullanılarak iskonto edilmelidir.

Örneğin, bir faiz oranı satın alma opsiyonunun vadesi 30 günde dolmaktadır ve yüzde 10'luk bir kullanım oranı vardır. 30 günlük sürekli bileşik risksiz oranın yüzde 8 olduğu ve forward TBFO'nun değişkenliğinin (standart sapmasının) 0,2 olduğu varsayalım. 90 günlük mevduat için 30 günlük forward TBFO yüzde 11,01 olsun. Vadeye kalan zaman  $30/365=0,0822$  olacaktır. Bu değerler, Black modeline katılabilir ve bir opsiyon fiyatı elde edilebilir. Opsiyon için aktüel (şimdiki) prim ödemesi, nominal anapara üzerinden olmalı ve opsiyonun net ödemesinin, 90 günlük TBFO'yu temel alacağını yansıtmalıdır.

$$(Nominal Anapara)(Günler/360)C$$

Buradaki "günler", konu olan TBFO enstrümanındaki günlerin sayısıdır. Bu örnekte, Günler = 90'dır. Opsiyon, 90 günlük TBFO'ya göre net ödeme yapacaktır. Bir hesaplama dizisinin yardımıyla, faiz oranı satın alma opsiyonunun değeri bulunabilir. Aynı yolla, bir faiz oranı satma opsiyonunun değerini bulmak da mümkündür. Önce, adım 5'e kadar gelerek satın alma opsiyonunun fiyatı hesaplanacaktır. Daha sonra, gelecek sözleşmeleri üzerine opsiyonlar için satma-satın alma paritesi kullanılarak,  $p = c - (f - E)e^{-r_c \cdot T}$  satma opsiyonu fiyatı elde edilir. Diğer şekilde, gelecek sözleşmeleri üzerine satma opsiyonları için Black'in modeli doğrudan kullanılabilir.<sup>42</sup>

$$\text{Veriler: } f=0,1101 \quad E=0,10 \quad r_c=0,08 \quad T=0,0822$$

<sup>42</sup> a.g.e. s.522.

$$d_1 = \frac{\ln(f/E) + r_c \cdot T}{\sigma \sqrt{T}}$$

1.  $d_1$ 'i hesapla.  $d_1 = \frac{\ln(0,1101/0,10) + (0,0412) \cdot 0,0822}{0,2 \sqrt{0,0822}} = 1,71$

2.  $d_2$ 'i hesapla.  $d_2 = 1,71 - 0,2 \sqrt{0,0822} = 1,65$

3.  $N(d_1)$ 'e bak.  $N(1,71) = 0,9564$

4.  $N(d_2)$ 'ye bak.  $N(1,65) = 0,9505$

5.  $C$ 'yi bulmak için, yukarıdaki verileri formüle ekle ve opsiyonun vade tarihi ile net ödeme tarihi arası dönemdeki forward oranı kullanarak, bu değeri iskonto et.

$$C = \left( e^{-(0,08)(0,0822)} [0,1101 \cdot (0,9564) - 0,10 \cdot (0,9505)] \right) e^{-0,1101 \cdot (90/365)} = 0,0099$$

6. Nominal anapara çarpı günler bölü 360 ile çarp.

$$20.000.000.000.000 \text{ TL} (90/360) (0,0099) = 49.500.000.000 \text{ TL}$$

### 3.6.4. Faiz Oranı Tavan Sözleşmesi İçin Örnek

Faiz oranı yükselişine karşı korunmak için kullanılabilen bir diğer işlem türü, tavan sözleşmesidir. Tavan sözleşmesi, bir borçlanmanın faiz ödeme tarihlerine karşılık gelen tarihlerde vadeleri dolan, Avrupa tipi faiz oranı satın alma opsiyonları serisidir. Her bir faiz ödeme tarihinde, tavan sözleşmesinin sahibi, faiz oranının kullanım oranının yukarısına yükselip yükselmediğini temel alarak, opsiyonu kullanıp kullanmamaya karar verir. Tavan sözleşmesinin başında bir fiyat ödenir. Bu fiyat, tavan sözleşmesini oluşturan opsiyonların serisindeki fiyatların toplamına karşılık gelir. Her bir opsiyon, ayrı bir faiz oranı satın alma opsiyonudur. Tek tek birleşen bu opsiyonlara, tavancık adı verilir.

Örnek: 2 Ocakta, bir şirket 1 yılına 25 trilyon lira borç alır. Ödemeleri 2 Nisanda, 2 Temmuzda, 2 Ekimde ve gelecek 2 Ocakta yapacaktır. 2 Ocaktan başlayarak, her bir tarihte, o gün yürürlükte olan TBFO, gelecek üç ayda ödenecek faiz oranı olacaktır. Cari TBFO, yüzde 10'dur. Şirket, borç aldığı faiz oranını yüzde 10'da sabitlemeyi isteyerek, 70.000.000.000 TL'lik ön ödemeye karşılık, bir tavan sözleşmesi satın alır. Net

ödemeler, 360 günlük bir yılı ve “günlerin tam sayısını” temel alacaktır. Her bir ödeme tarihinde, tavan sözleşmesinin değeri şöyle bulunur:<sup>43</sup>

$$25.000.000.000.000 \left[ \frac{\text{Günler}}{360} \right] \text{Enyüksek}(0, \text{TBFO} - 0,10)$$

Formülde, TBFO, her çeyreğin başlangıcında yürürlükte olan orandır. Böylece, faiz oranı opsiyonunda olduğu gibi, kullanım kararı çeyreğin (üç aylık dönemin) başında verilir; ama, net ödeme, çeyreğin sonunda meydana gelir. Eğer, TBFO yüzde 10'dan daha büyükse, şirket opsiyonu kullanacak ve bu eşitliğin verdiği bir tutarı alacaktır. Bu, borçlanma üzerine daha yüksek faiz oranını karşılamayı sağlar. Tablo, faiz oranı tavan anlaşmaları ile ilgili ödemeleri gösterir.

İlk çeyrekte, 2 Ocakta yürürlükte olan yüzde 10'luk TBFO'yu ödeyecektir. Böylece, 2 Ocak ile 2 Nisan arasındaki 91 gün temel alındığında  $25.000.000.000.000 \times (0,10) \cdot (91/360) = 631.944.000.000$  TL borcu olacaktır. 2 Nisanda, TBFO yüzde 10,68'dir.

Örnek: 2 Ocakta, şirket TBFO'dan üç ayda bir faiz ödemeli, bir yıllık bir borçlanmaya girer. Nominal değer 25 trilyon liradır. Şirket, 70.000 Türk Lira bir prime karşılık, yüzde 10 kullanım oranlı bir faiz oranı tavan sözleşmesi satın alır. Net ödemeler, 360 günlük bir yılı ve günlerin tam sayısını temel alır.

Efektif yıllık oran tavan sözleşmeli: % 11,7 tavan sözleşmesiz: % 10,8

Tarih	Üç Aylardaki Günler	TBFO	Tahakkuk Eden Faiz	Tavan Söz Ödemesi	Anapara Yeniden Ödemesi	Net Nakit Akışı	Tavan S.'siz Nakit Akışı
2/1	-	% 10,00	-	-70,000	0	24.930.00	25.000.000
2/4	91	10,68	631.944	0	0	-631,944	-631,944
2/7	91	12,31	674.917	42,972	0	-631,944	-674,917
2/10	92	11,56	786.472	147,583	0	-638,889	-786,472
2/1	92	-	738.556	99,667	25.000.000	-25.638.889	-25.738.556

Tablo19. Faiz Oranı Tavan Sözleşmesi İçin Ödeme Çizelgesi(x milyon TL)

Bu, yüzde 10'dan daha büyük olduğundan, tavan sözleşmesi sonraki faiz ödeme tarihinde parada olacaktır ve tavan sözleşmesinin sahibi, şu ödemeyi alacaktır:

$$25.000.000.000.000 \left[ \frac{91}{360} \right] (0,1068 - 0,10) = 42.972.000.000 \text{ TL}$$

<sup>43</sup> a.g.e. s.523.

Bu, 2 Nisandan 2 Temmuz'a kadar 91 gün için yüzde 10,68'lik bir orandan, 674.917.000.000 TL 'lik faiz verecektir. 2 Temmuz'daki TBFO yüzde 12,31'dir; böylece tavan sözleşmesi, 2 Ekim'de parada olacaktır. Bu nakit akımlarının net etkisi, Tablo 3.10, sütun 7'de görülmektedir. 2 Ocakta, şirket, borç verenden 25.000.000.000.000 TL almış; tavan sözleşmesi için 70.000.000.000 TL ödemiş ve 24.930.000.000.000 TL 'lik toplam net nakit akışı almıştır. Görüldüğü gibi, periyodik ödemeler yapmış ve sonraki 2 Ocakta anaparayı geri ödemiş ve tavan sözleşmesinin net ödemesini düşerek, son faiz ödemesini yapmıştır. Tavan sözleşmesinden dolayı, faiz ödemeleri oran yüzünden değil, sadece her faiz ödeme dönemi boyunca oluşan farklı sayıda günler yüzünden farklılaşır. Faiz oranı, yüzde 10'luk TBFO'da tavanla sınırlandırılmıştır.

Şirketin, gerçekte ödediği yıllık oranın ne olduğu bulunmak istenirse, ilk olarak içsel getiri oranını elde etmek gerekir. Başlangıçta alınan dört ödemeyi (payout), bugünkü değere eşitleyen nakit akımları şöyle bulunacaktır:

$$24.930.000.000.000 = \frac{631.944.10^6}{(1+y)^1} + \frac{631.944.10^6}{(1+y)^2} + \frac{638.889.10^6}{(1+y)^3} + \frac{25.638.889.10^6}{(1+y)^4}$$

Çözüm,  $y = 0,026$ 'dır. Sonuç yıllık hale getirildiğinde,  $(1,026)^4 - 1 = 0,108$ 'lik bir orana ulaşılabilecektir. Tablodaki son sütun, tavan sözleşmesinin satın alınmamış olması durumunda, nakit akışlarının ne olacağını gösterir. Bu sayılar ve yıllık hale getirilmiş sonuç kullanılarak içsel getiri oranı çözüldüğünde, 0,177'lik bir oran elde edilir. Böylece tavan sözleşmesi, şirketi 90 baz puan (1 baz puan = % 0,01) korumuş olacaktır. Bu korunma, borçlanmanın ömrü boyunca olduğundan, faiz oranları, borçlanmanın başlatıldığı zamanda olduklarından genellikle daha yüksektir.<sup>44</sup>

Tavan sözleşmelerini fiyatlamada, faiz oranı satın alma opsiyonlarını fiyatlamada izlenen yolun aynısı izlenir. Her bir tavancık, ayrı birer faiz oranı satın alma opsiyonudur. Tavan sözleşmesinin toplam değeri, tek tek tavancıkların değerlerinin toplamıdır. Bu tablo, Black modelinin, faiz oranı tavan sözleşmesini fiyatlamak için nasıl kullanılabildiğini örnekler. Tavan sözleşmesi, önceki tabloda incelediğimiz aynısıdır. 2 Nisanda, 2 Temmuz'da ve 2 Ekim'de sona eren üç tavancıktan oluşmaktadır. Gerekli olan beş değişken, her bir tavancığın vade tarihi, her bir vade tarihi için 90 günlük forward oran,

<sup>44</sup> a.g.e. s.524.

her bir vade tarihi için risksiz faiz oranı, tümünün kullanım oranı olan 0,10 ve 0,196 olduğu varsayılan değişkenliktir.

Her bir tavancık, Black modeli kullanılarak, ayrı birer faiz oranı satın alma opsiyonu gibi fiyatlandırılır. Her bir tavancığın fiyatı hesaplanır. Daha sonra, tavancık net ödemesi, 90 günlük TBFO'yu esas aldığından, 90/360 ile çarpılan nominal anapara ile çarpılarak Türk Lirasına çevrilir. Hesaplamanın ayrıntıları tabloda gösterilmiştir. Tüm tavan sözleşmesinin 68.750.000.000 Türk Liralık değeri, opsiyon dealerının verdiği fiyattan birazcık daha düşüktür. Herhangi bir opsiyonda olduğu gibi, fiyattaki farklar, değişkenlik hakkındaki farklı düşüncelerden kaynaklanabilir.

Girdiler:

Cari Gün	2 Ocak
Değişkenlik ( $\sigma$ )	0,196
Nominal Anapara	25trilyon Türk Lirası
Kullanım Oranı (E)	0,10

Tavancık Verileri:

Forward Oran (F)	0,0968	0,0969	0,0972
Risksiz Oran ( $r_c$ )	0,0920	0,0922	0,0919
Vade Günü	2 Nisan	2 Temmuz	2 Ekim
Vadeye kalan günler	91	182	274
Vadeye kalan zaman (T)	0,2493	0,4986	0,7507

Sonuçlar:

$d_1$	-0,2834	-0,1583	-0,0823
$N(d_1)$	0,3897	0,4364	0,4681
$N(d_2)$	0,3520	0,3821	-0,2521
Tavancık Değeri <sup>1</sup>	0,0024	0,0038	0,0048
Türk Lirası Değeri <sup>2</sup>	15milyar TL	23,75milyar TL	30milyar TL

Tavan Opsiyonunun Toplam Değeri:  $(15.000+23.750+30.000).10^6=68,75$  milyar TL

1. Black modeli kullanılarak hesaplanmıştır.

2.  $[(25 \text{ trilyon}).(90/360).(tavancık \text{ değeri})]$  olarak hesaplanmıştır.

### 3.6.5.Faiz Oranı Taban Sözleşmeleri İçin Örnekler

Borç alanın perspektifinde, faiz oranı tavan sözleşmesi, faiz oranları artarsa borç alanı koruyan bir satın alma opsiyonları serisidir. Değişken oranlı bir borçlanmada, borç verenin görüş noktasında, faiz oranlarındaki yükselme borç verene yarar; ama faiz oranlarındaki düşüş zararlıdır. Bu nedenle, borç veren, oranlardaki düşüşlere karşı korunmayı isteyebilir. Korunmanın bu tipi, faiz ödeme tarihlerinde vadeleri sona eren faiz oranı satma sözleşmelerinin bir serisi olan, faiz oranı taban sözleşmesi ile satın alınabilir. Her bir satma opsiyonu, tabancık (floorlet) olarak adlandırılır.

Her bir faiz ödeme tarihinde, TBFO'ya bağlanmış, yüzde 8 kullanım oranlı bir faiz oranı taban sözleşmesinin net ödemesi, 360 günlük bir yılı ve günlerin tam sayısını temel alan net ödemelere ve 15 trilyon liralık bir nominal anaparaya göre şöyle olacaktır:

$$15.000.000.000.000 \left[ \frac{92}{360} \right] (0,08 - 0,75) = 19.167.000.000\text{TL}$$

Bir bankanın bir yıllık, 15 Mart, 16 Haziran, 15 Eylül ve gelecek 16 Aralıktaki ödemeleri TBFO üzerinden olan, 15 trilyon liralık bir borç verdiği varsayalım. Başlangıç tarihi, 16 Aralıktır ve TBFO, yüzde 7,93'tür. Böylece, 16 Martta banka,  $15.000.000.000.000 \cdot [0,793 \cdot (90/360)] = 297.375.000.000$  Türk Lirası faiz alacaktır. O gün, yeni oran, yüzde 7,50'dir. Bu durumda, taban sözleşmesi paradadır ve gelecek faiz ödeme gününde şunu ödeyecektir:

$$15.000.000.000.000 \left[ \frac{92}{360} \right] (0,08 - 0,75) = 19.167.000.000\text{TL}$$

Bu tutar, faiz oranlarındaki düşüşten dolayı, daha düşük olan 287500 Türk Liralık faiz ödemesine eklenecektir. Bir yıllık borçlanma için tam sonuçlar, tabloda gösterilmiştir. Taban sözleşmesi kardadır ve bu yüzden, son üç faiz ödeme tarihlerinin herbirinde kullanılır. Bunun nedeni, bu örnekteki yılın, faiz oranlarının yüzde 8'den daha düşük olduğu bir yıl olmasıdır.<sup>45</sup>

Borç veren, borç alana başlangıçta 15.000.000.000.000 Türk Lirası ve taban sözleşmesi için ayrıca 30.000.000.000 Türk Lirası ödemiştir. Tablodaki sütun 7, "taban

<sup>45</sup> a.g.e. s.526.

konulmuş borçlanmaya” ilişkin periyodik nakit akımlarını gösterir. Tavan sözleşmesindeki aynı gidiş yolunu izleyerek, giren akışların şimdiki değerini bulabiliriz. Bu oran, yaklaşık yüzde 1,97 olarak çıkar. Bunu yıllık hale getirmek,  $(1,0197)^4 - 1 = 0,81$ ’lik bir oran verir. Son sütun, taban sözleşmesinin kullanılmaması durumunda oluşan nakit akımlarını gösterir.

Bu nakit akımlarına ilişkin yıllık hale getirilmiş getiri, yüzde 7,4’tür. Böylece, taban sözleşmesi bankanın getirisini 70 baz puan yükseltir. Elbette, oranların yükseldiği bir dönemde, banka, faiz oranındaki artıştan daha az kazanacaktır.

Tavan sözleşmelerinde olduğu gibi, faiz oranı taban sözleşmeleri de, Black modeli kullanılarak fiyatlandırılabilir. Önce, her bir tabancığa (floorlet) karşılık gelen değer fiyatlandırılır. Daha sonra satma-satın alma opsiyon paritesi ile tavancığın değeri belirlenir. Tabancık değerleri toplanır ve toplam değer, TBFO’nun geçerli olduğu günlerin sayısını gösteren 90’ın olduğu 90/360 çarpı nominal anapara ile çarpılarak Türk Lirasına çevrilir.

Örnek: 16 Aralıkta, bir banka TBFO üzerinden üç ayda bir faiz ödemeli, bir yıllık bir borç (kredi) vermektedir. Borcun nominal değeri, 15 trilyon liradır. Şirket, 30.000.000.000 Türk Liralık prime karşılık yüzde 8 kullanım oranlı bir faiz oranı taban sözleşmesi satın alır. Net ödemeler, 360 günlük bir yılı ve günlerin tam sayısını temel alır.<sup>46</sup>

Tarih	Üç Aylardaki Günler	TBFO	Alınan Faiz	Taban Sözleşmesi Ödemesi	Anapara Geri Ödemesi	Net Nakit Akışı	Taban Sözleşmesiz Net Nakit Akışı
16/12	-	% 7,93	-	-30.000	0	-15.030.000	-15.000.000
16/3	90	7,50	297.375	0	0	297,375	297,375
16/6	92	7,06	287,500	19,167	0	306,667	287,5
15/9	91	6,06	267,692	35,642	0	303,333	267,692
16/12	92	-	232,300	74,367	15.000.000	15.306.667	15.232.300

#### Efektif yıllık oran:

Taban sözleşmesiz: % 7,4

Taban sözleşmeli: % 8,1

Tablo 20.Faiz Oranı Taban Sözleşmesi İçin Ödeme Çizelgesi

<sup>46</sup> a.g.e. s.526.



### 3.6.6.Faiz Oranı Yaka Sözleşmeleri İçin Örnekler

Borç almayı planlayan bir şirket, bir faiz oranı tavan sözleşmesini satın almaya karar verdiğinde, eğer imkanı varsa, borcuna karşılık ödeyeceği faiz oranına bir tavan koymayı deneyebilir. Ama, tavan sözleşmeleri, çok dönemli koruma getirdiğinden, çok pahalı olabilir. Ancak, kimi durumlarda bir şirket, tavan sözleşmesinin maliyetini düşürmek için, düşen oranlardan kazanç sağlama hakkından vazgeçmeyi daha avantajlı bulacaktır. Bunu yapmanın bir yolu, bir taban sözleşmesi satmaktır. Uzun bir tavan sözleşmesi ile kısa bir taban sözleşmesinin bu kombinasyonuna, yaka sözleşmesi denilir. Taban sözleşmesinin satışından alınan prim, tavan sözleşmesinin maliyetini karşılamaya yardım eder. Taban sözleşmesinin satışından alınan primi, tavan sözleşmesinin satın alınmasında ödenen prime eşitlemek için yaka sözleşmesi üzerinde kullanım oranları oluşturmak mümkündür. Buna, sıfır maliyetli yaka sözleşmesi (zero cost collar) denilir. Faiz oranları düşerse, taban sözleşmesinin oluşturduğu opsiyonlar kullanılacaktır. Bu sözleşmenin net etkisi, stratejinin, faiz maliyeti üzerine hem bir taban hem de bir tavan kuracak olmasıdır.

Tablo 21, iki yıl için 50 trilyon lira borç alan bir şirketin, yüzde 10 kullanım fiyatlı, 250.000.000.000 Türk Liralık bir tavan sözleşmesi satın aldığı ve yüzde 8 kullanım fiyatlı, 175.000.000.000 Türk Liralık bir taban sözleşmesi sattığı bir yaka sözleşmesini göstermektedir.

Borçlanma, 15 Martta başlamaktadır ve TBFO üzerinden, yaklaşık 91 günlük aralıklarla faiz ödemesi yapılmasını gerektirecektir.

Örnek: 15 Martta, bir şirket TBFO'dan üç ayda bir faiz ödemeli 50 trilyon lira borç alır. Şirket, 250.000.000.000 Türk Lirasına, yüzde 10 kullanım oranlı bir faiz oranı tavan sözleşmesi satın alır. Tavan sözleşmesinin maliyetini karşılamaya yardım etmek için, 175.000.000.000 Türk Lirasına, yüzde 8 kullanım oranlı bir faiz oranı taban sözleşmesi satar. Net ödeme 360 günlük bir yılı ve günlerin tam sayısını temel alır.<sup>47</sup>

<sup>47</sup> a.g.e. s.527.

Tarih	Üç Aylardaki Günler	TBFO	Faiz Tahakkuku	Tavan Söz. Ödemesi	Taban Söz. Ödemesi	Anapara Geri Ödemesi	Yaka Söz.li Net Nakit Akışı	Tavan Söz. Net Nakit Akışı	Tavan veya Taban Söz.Olmaksızın Net Nakit Akışı
15/3	-	%10,50	0	-250,000	175,000	0	49.925.000	49.750.000	50.000.000
15/6	92	11,56	1.341.667	0	0	0	-1.341.667	-1.341.667	-1.341.667
14/9	91	11,75	1.461.056	197,167	0	0	-1.263.889	-1.263.889	-1.461.056
14/12	91	9,06	1.485.069	222,181	0	0	-1.263.889	-1.263.889	-1.485.069
15/3	91	9,50	1.145.083	0	0	0	-1.145.083	-1.145.083	-1.145.083
14/6	91	7,62	1.200.694	0	0	0	-1.200.694	-1.200.694	-1.200.694
14/9	92	8,31	973.667	0	-48,556	0	-1.022.222	-973,667	-973.667
15/12	92	7,93	1.061.833	0	0	0	-1.061.833	-1.061.833	-1.061.833
14/3	89	-	980.236	0	-8,653	50.000.000	-50.988.889	-50.980.236	-50.980.236

Efektif yıllık oran: Tavan veya Taban sözleşmesi olmaksızın: % 10,08

Yaka sözleşmesiyle: % 9,76

Tavan sözleşmesiyle: % 9,91

Tablo 21. Faiz Oranı Yaka Sözleşmesi İçin Ödemeler Çizelgesi

. 15 Haziranda ödenen faiz, 15 Marttaki yüzde 10,5'lik TBFO'yu ve 92 günü temel alır. Tavan sözleşmesi, 14 Eylülde ve 14 Aralıkta parada olacaktır (net ödeme verecektir). Çünkü bu tarihler, periyodun başlangıcında TBFO'nun yüzde 10'dan daha büyük çıktığı dönemlerin sonlarıdır. Taban sözleşmesi, gelecek yılın 14 Eylülünde ve takip eden yılın 14 Martında, yani borcun ödeme tarihinde net ödeme verir. Taban sözleşmesi net ödeme verdiği zaman, firma, aldığından daha çok ödeme yapmış olacaktır.

Tablodaki sütun 8, yaka sözleşmesi ile ilgili nakit akışlarını göstermektedir. İçsel getiri oranını bulmak için, daha önce tanımlanan gidiş yolunu izlemek, yaka sözleşmesi için, yıllık hale getirilmiş yüzde 9,76'lık bir oran verecektir. Sütun 9, şirketin, sadece tavan sözleşmesi kullanarak ödemiş olduğu nakit akışlarını gösterir. Bu stratejiyle ilgili getiri, yüzde 9,91 olacaktır. Son sütun, tavan ve taban sözleşmesi olmadan, şirketin ödediği nakit akışlarını gösterir. Bu stratejiyle ilgili oran, yüzde 10,08 olacaktır.

Tavan sözleşmesi, tek başına firmanın borçlanma maliyetini düşürmektedir. Buna karşılık, sözleşmeden kaynaklanan maliyetleri azaltmak da mümkün olacaktır. Taban sözleşmesi satarak ve böylece bir yaka sözleşmesi yaratarak, borcun maliyeti yüzde 9,91'den yüzde 9,76'ya düşürülmüştür. <sup>48</sup>

<sup>48</sup> a.g.e.s.528.

Bu bölümde ele alınan ve fiyatlama ve riskten korunma örnekleri verilen, faiz oranları üzerine opsiyonlar ve opsiyon serileri, özellikleri gereği Avrupa tarzı opsiyonlardan oluşmaktadır ve sıfır kuponlu, vergilendirmesi ve ödenmeme riski olmayan opsiyonlar olarak düşünülebilir.



### BÖLÜM 3

#### KISIM 2

### FAİZ ORANI OPSİYONLARININ TÜRKİYE'DE UYGULANABİLİRLİĞİ

Dünyadaki türev ürünlerin işlem hacmi içinde, faiz oranı gelecek sözleşmeleri birinci, faiz oranı opsiyonları ikinci sırada yer almaktadır. Faiz oranı opsiyonlarının toplam içindeki payı, 1996 yılında, %33,16'dır. Döviz gelecek sözleşmelerinin, döviz opsiyonlarının, hisse senedi endeksi gelecek sözleşmelerinin ve hisse senedi endeksi opsiyonlarının işlem hacimleri toplamının, tüm işlem hacmi içindeki payı ise, aynı yıl için % 6,83'tür. Faiz oranı opsiyonlarının işlem hacminin, bu toplamın 4,85 katı olduğu görülmektedir. 1986 yılı baz alındığında, faiz oranı opsiyonlarının işlem hacmi, söz konusu toplamın 1,44 katıdır. Diğer yıllarda (1987 yılı dışında), faiz oranı opsiyonlarının işlem hacmi, hem sürekli olarak artış göstermiş, hem de döviz ve hisse senedi endeksi gelecek sözleşmelerinin ve opsiyonlarının toplam işlem hacminin, giderek daha fazla üstünde yer almıştır. 1987 yılında ise, faiz oranı opsiyonlarının işlem hacmi, önceki yıla göre düşerken, döviz opsiyonlarının işlem hacmi, büyük ölçüde artış göstermiştir. 1987 yılında, faiz oranı opsiyonlarının işlem hacmi, yukarıda sözü edilen toplamın sadece 1,02 katıdır. Bu durum, Ekim 1987 piyasa krizinin bir yansıması olabilir.

Faiz oranı opsiyonları, 1990 yılından 1991 yılına, işlem hacminde neredeyse iki kat artış göstermiştir. Yukarıda saydığımız diğer gelecek sözleşmeleri ve opsiyonların işlem hacimleri ise, tek tek ele alındıklarında, faiz oranı opsiyonlarının işlem hacminin yanına bile yaklaşamamıştır. Faiz oranı opsiyonlarının işlem hacmi, 1986 yılından 1996 yılının sonuna kadar geçen 11 yıllık dönemde, 22,4 katına çıkmıştır. Oysa, aynı dönemde, döviz gelecek sözleşmeleri 4,93, hisse senedi endeksi gelecek sözleşmeleri 13,69, hisse senedi endeksi opsiyonları 10,05 katına çıkmıştır. Döviz opsiyonları ise, işlem hacmi bakımından dalgalı bir seyir izlemiş ve 1986 ile 1996 yılları karşılaştırıldığında, ancak 1,18 kat artış gösterebilmiştir.

Görüldüğü gibi, faiz oranı opsiyonları, hem işlem hacmi bakımından, hem de döviz ve hisse senedi endeksi gelecek sözleşmelerine ve opsiyonlarına oranı bakımından, çok büyük bir artış göstermiştir. Bu durumda, dünya piyasalarındaki yatırımcıların gözünde çok büyük bir popülerlik kazandıkları söylenebilir. Bunun bir

nedeni, faiz oranı opsiyonlarının, yatırımcıları, küçük bir tutar ödemek suretiyle, borçlanma maliyetlerindeki artışa karşı korumasıdır. Buna karşılık, diğer sözleşmelerin, daha çok spekülasyon amaçlı olduğu ya da uluslararası ticaretteki döviz kuru dalgalanmalarına karşı koruma sağladıkları ve bu nedenle, işlem hacimlerinin daha dar kaldığı söylenebilir.

Organize olmuş piyasalarda, faiz oranı opsiyonları, genellikle faiz oranı gelecek sözleşmeleri üzerine düzenlenmekte ve bu sözleşmeleri başlatmaktan doğacak riskleri önlemektedir. Faiz oranı opsiyonlarının bu şekilde kullanılması, faiz oranı gelecek sözleşmelerinin işlem hacminin, türev ürün işlem hacminde ilk sırada yer almasının bir nedeni olarak gösterilebilir. (Bu değerlendirme, üçüncü bölüm, Tablo 10'deki verilere dayanılarak yapılmıştır. Faiz oranı swapları ve döviz swapları, değerlendirmeye alınmamıştır.)

Konu, Türkiye'de İMKB bünyesindeki bir opsiyon borsası için düşünüldüğünde, şu görüşlere ulaşmak mümkündür:

Türkiye'de, İMKB bünyesinde vadeli işlemler piyasası faaliyete başlamıştır. Ancak, bu piyasada henüz opsiyon işlemleri gerçekleştirilememektedir. Gelecek sözleşmeleri ise, sadece Amerikan doları üzerine düzenlenmektedir. Dünyadaki büyük ve önemli işlem hacmiyle karşılaştığımızda, faiz oranı opsiyon sözleşmelerinin, piyasada, tüm diğer gelecek sözleşmeleri ve opsiyon sözleşmelerinden çok daha önce işlem görmesinin sağlanması gerektiği söylenebilir.

İMKB, spekülasyon temelli bir borsadır. İşlemler, ne hisse senetleri ne de tahvil ve bonolar için, yatırımcının risklerini azaltmaya yönelik olarak değil, belli bir analiz yardımıyla, gelecek ile ilgili kazanç beklentilerini karşılamaya yönelik olarak yapılmaktadır. Yatırımcılar, borsaya, beklentilerinin gerçekleşmesi ümidiyle, aracı kurumların tavsiye ettiği ve kendilerinin de izlediği menkul kıymetlerden belli tutarlarda satın alarak girmektedir. Bunun yanı sıra, portföy yönetim şirketleri ve yatırım fonları, yatırımcılara, riskten koruma amacıyla, hisse senetleri, tahviller ve diğer menkul kıymetlerle çeşitlendirilmiş portföyler sunmaktadır. Ancak, tüm bu aracılık türleri, riski azaltabileceği gibi, yatırımcıların getirilerini de azaltabilmektedir.

Tahvil ve bono gibi sabit getirili menkul kıymetler üzerine satın alma opsiyonları, faiz oranlarındaki düşümlere karşı, yatırımcıları, fiyatlardaki yükselme riskinden korur. Böylece, yatırımcı, bu menkul kıymetleri daha düşük bir fiyata satın alabilir ya da opsiyon satıcısından, aradaki fark kadar bir net ödeme alabilir. Satma opsiyonuyla da, faiz oranlarındaki yükselişten doğan fiyat düşüşünden korunabilir. Aynı şekilde, tahvil ya da finansman bonusu ihraç ederek fon sağlayan firmalar da, ihraç edecekleri bu tür menkul kıymetler için, piyasadan satma opsiyonları satın alarak, daha yüksek fiyata, daha düşük maliyetli ihraçlar yapabilir. Hazine de, ihracına teminat getirdiği finansman bonoları için, opsiyonları da içine alan yeni bir düzenlemeye gidebilir.

Tavan sözleşmeleri, borç alanı, yüksek faiz oranlarından korurken, düşük faiz oranlardan kazanç sağlama fırsatı sağlayacaktır. Taban sözleşmeleri de borç vereni, düşük faiz oranlarından korurken, yüksek faiz oranlarından kazanç sağlama fırsatı verecektir. Sonuç olarak, tüm faiz oranı opsiyon sözleşmeleri, hem borç alanların, hem de borç verenlerin, piyasaya etkin katılımlarını sağlayabilecektir.

Opsiyonlar, yatırımcıları risklerden korurken, herhangi bir ödeme yükümlülüğü altına girmeden, başka alternatiflere yönelme olanağı sağlamaktadır. Yüksek maliyetler, yerli ve küçük yatırımcıların borsaya girmelerine engel olmaktadır. Bu nedenle, Türk sermaye piyasasının büyük kısmında, yabancı yatırımcıların spekülasyon amaçlı sermaye hareketleri görülmektedir. Böyle bir durum, döviz kurlarının düşmesi gibi olumlu ekonomik göstergelerin, yabancı yatırımcılar lehine sonuçlanmasına yol açmaktadır. Ulusal ekonomik göstergeler olumsuz hale gelince de, yabancı yatırımcıların yatırım hacimleri daralmaktadır. Her iki durumda da, borsanın ve ülke ekonomisinin kaybı söz konusudur. Bu koşullar, İMKB'yi, yabancı sermayeye bağımlı hale getirmektedir.

Piyasa faiz oranı, yabancı paranın değerinin, yerli para değerine oranına göre belirlenmektedir. Yabancı para, yerli paraya göre değerlendirildiğinde, yerli para cinsinden borçlanabilmek ve yatırımcının yabancı para talebini kısmak için, piyasa faiz oranının yükseltilmesi gerekecektir. Devlet iç borçlanma senetlerinin faiz oranları yükselip, vadeleri kısılırken, uzun dönemli yatırımlar için gereken borçlanma gereksinimine

ulaşmak, giderek daha güç bir hal almaktadır. Bu durum, devletin reel yatırımlarının net bugünkü değerlerinin negatif olmasına neden olmakta ve bütçenin büyük bir kısmı, borç itfalarına ve faiz ödemelerine ayrılmaktadır. Devletin gerçekleştirmesi gereken reel yatırımlar, borçlanma yoluyla finanse edilemediğinde, yapılacak işler, ihaleler yoluyla yabancı kuruluşlara bırakılmaktadır.

Faiz oranı opsiyonlarının kullanılması, hem yerli yatırımcının piyasaya katılımını sağlayacak; hem de piyasadaki borçlanma maliyetlerini belli bir aralık içinde tutup, aşırı kazanç ve kayıpların oluşmasını önleyecektir. Aynı zamanda, Türkiye sermaye piyasasındaki risklerden etkilenen yabancı yatırımcıları da piyasaya çekecektir. Böylece, piyasanın derinlik kazanması sağlanacak ve yabancı yatırımcıların piyasadaki rolü azaltılabilecektir.

Türkiye Cumhuriyeti'nin, İMKB aracılığıyla uluslararası borsalara ihraç ettiği, 39 farklı tahvili bulunmaktadır. Bu tahviller, borsanın bulunduğu ülkede, konsorsiyum lideri olarak belirlenmiş bir aracı tarafından satılmaktadır. Tahvillerin 9 tanesi Japon Yeni cinsinden, 1 tanesi İngiliz Sterlini cinsinden, 10 tanesi Amerikan doları cinsinden, 8 tanesi Alman Markı cinsinden, 1 tanesi İtalyan Lireti cinsinden ve 9 tanesi Euro cinsindedir. Euro cinsinden ihraç edilen değişken faiz oranlı (Euribor + %2) bir tahvil dışında, diğer tahviller sabit faiz oranlıdır. Tahvillerin vadeleri, 3 ila 30 yıl arasında değişmektedir.

Örneğin, bu ülkelerin para birimleri, Türk Lirası karşısında değer kazandığında, kupon ödeme tarihlerinde Türkiye Cumhuriyeti'nin geri ödeme maliyetleri yükselecektir. Başka bir ifadeyle, ödemenin yapılması için satın alınması gereken yabancı para için, daha fazla Türk Lirası verilecektir.

Kurlardaki değişmeye bağlı olarak, gerçekte Türk Lirası ile katlanılacak faiz yükü hesaplanabilir. Aynı zamanda, bu faiz üzerine bir tavan sözleşmesi satın alınabilir. Kurlarda, Türk Lirası aleyhine bir değişme söz konusu olduğunda, Türk Lirası karşılığında gerçekte ödenecek faiz oranı bulunup, tavan sözleşmesi yardımıyla belli bir üst sınırdan tutulur. Bu tür bir sözleşme, uluslararası piyasadaki opsiyon yazıcıları tarafından düzenlenebilir.

Bu çözüm, kupon ödeme tarihlerinde, yerli piyasada Türk Lirası karşılığında yabancı para satın alınmasından oluşan zararı karşılayabilir. Ayrıca, kur farkından kaynaklanan gerçek faiz yükü, tavan sözleşmesinden yabancı para birimiyle net ödeme alınması yoluyla da karşılanabilir.

Devlet, ihraç ettiği her tahvile birlikte, yatırımcıya bir satın alma opsiyonu (varant) satabilir. Bunun yanında, önceki bölümlerde bahsedildiği gibi, devlet, opsiyon özelliği içeren geri satılabilir tahvilleri, yatırım bankalarına satabilir. Bu şekilde, tahvili satın alan yatırım bankası, aslında, devlete bir satın alma opsiyonu satmış olur. Devlet, bu satın alma opsiyonunu, önceden belirlenmiş tarihlerde kullanabilir. Başka bir ifadeyle, geri çağırma hakkını kullanabilir. Böyle bir satın alma opsiyonunun fiyatı, tahvilin vadesine yaklaştıkça azalacaktır. Bu durumda, devlet, piyasadaki yatırım bankalarından borç almasının yanısıra, onlara bir likidite esnekliği sunmakta, vadeden daha önce itfa alabilmelerini sağlamakta ve daha güçlü hale gelmelerine imkan vermektedir.

Başka bir teknik, bu tahvillerin opsiyon özelliklerinin tahvilden ayrılıp, tezgahüstü piyasada satılmasıdır. Örneğin, devlet, geri satılabilir bir tahvili yatırım bankasına satarsa, yatırım bankası, bu tahvili önceden belirlenmiş bir tarihte, önceden belirlenmiş bir fiyata devlete satma hakkını içeren bir satma opsiyonunu da, tahvile birlikte satın almış olur. Yatırım bankası, satma opsiyonu özelliğini tahvilden ayırıp, tezgahüstü tahvil opsiyonları gibi, ayrı olarak satabilir. Geri satılabilir tahviller, satma opsiyonu özellikleri sayesinde, diğer tahvillerden daha pahalıdır. Ayırma tekniği sayesinde, yatırım bankası, elde ettiği prim kazancıyla, hem bu maliyeti karşılayacak, hem de yatırımdan kaynaklanan riskini azaltacaktır. Ayrılmış satma opsiyonlarını tezgahüstü piyasada satın alan müşteriler, satma haklarını kullandıkları zaman, yatırım bankaları da tahvilleri devlete geri satma haklarını kullanabilir.

İMKB'de, türev ürünler için işlemler, vadeli işlem (gelecek) sözleşmeleri ve opsiyon sözleşmeleri olarak, aynı başlık altında toplanmıştır. İşlem türü kodları, aracı kuruluşlar için 3006, portföy yönetim şirketleri için 3106, diğer borsa aracı kuruluşları için 3206 olarak belirlenmiştir.<sup>1</sup> Tüm işlemler için, işlemi yapan kişiye, vergi kimlik

<sup>1</sup> İMKB, Haftalık Bülten, 24 Ağustos 2001, yıl: 16, No:33, s.119



numarası bildirme zorunluluğu getirilmiştir. Aracı kurumların yapacağı transfer işlemlerinde, menkul kıymetin değeri belgelendirilirken, gün içinde oluşan ortalama değeri esas alınacaktır.

Ancak, vadeli işlemler ve opsiyon sözleşmeleri için ayrı başlıklar açılmamıştır. Bu durumda, opsiyon sözleşmelerinin tek başına nasıl ele alınacağı kesin değildir. Ayrıca, transfer işlemlerinde menkul kıymet bedelinin belirlenmesi ve kaydedilmesi için, işlem gününde borsada oluşan ağırlıklı ortalama işlem fiyatının, yüksek dalgalanma yaşanan günlerde sağlıklı olarak hesaplanması güç görünmektedir.

İMKB’de, opsiyon sözleşmelerinin uygulanabilmesi için, ayrı bir opsiyon borsasının oluşturulması zorunluluğu vardır. Bunun yanında, hem yabancı yatırımcıları, hem yerli yatırımcıları opsiyon borsasına çekebilmek için, bürokratik işlemlerin azaltılması gereklidir.

Faiz oranı opsiyonları, dünyada büyük bir gelişme göstermektedir. Buna karşın, ülkemizde, hem akademik alanda, hem de borsa düzeyinde, daha çok hisse senedi, hisse senedi piyasa endeksi ve döviz opsiyonları ele alınmakta ve bu konularda eğitim çalışmaları ve eserler verilmektedir. Halbuki, faiz oranı opsiyonları, değerlemesinin diğer opsiyon türlerine göre zor olması bir yana, yatırımcıların en fazla yatırım yaptıkları opsiyondur. Çünkü, yatırımcılar, fiyatları ya da bağlı oldukları değişken keskin iniş çıkışlar gösteren opsiyonları tercih etmektedirler. Türkiye sermaye piyasası, bu yönden, faiz oranı opsiyonlarının uygulanması için en uygun dünya piyasalarından biridir.

21 Şubat 2001 tarihinde dalgalı kur sistemine geçilmiş ve kur artışları, fiyatlara yansımıştır.<sup>2</sup> Girdi fiyatlarının yükselmesi, özel sektörü yeni borçlanma arayışlarına yöneltmiştir. Ancak, ekonomideki talep beklenenden düşük gerçekleşmiş ve bu nedenle, faiz oranlarında çok büyük bir artış gözlenmemiştir. Borçlanma talebinin yüksek çıktığı dönemlerde, tavan sözleşmeleri satın almak, yükselen faiz oranlarına karşılık, borçlanmaların maliyetinin sınırlanmasını sağlayabilir.

<sup>2</sup> Gürses, Uğur, Kur-Faiz Dengesi ve Fiyatlar, Radikal 6.6.2001, s.11.

Yüksek faiz riski, opsiyon yazıcısının yüksek risk üstlenmesine neden olacaktır. Bu durumda da, uluslararası yatırım bankalarının opsiyon yazıcıları, ya Türkiye piyasasına gereken ilgiyi göstermeyecek, ya da yüksek primler karşılığında sözleşme düzenleyecektir. Bu olumsuzluktan kurtulmak, Türkiye’de güçlü yatırım bankalarının kurulmasına ve desteklenmesine bağlıdır.

Faiz oranı opsiyonlarının değerlendirilmesinde referans alınacak oranın ne olacağı da önemlidir. Örneğin, Türkiye bankalararası piyasasında ortak olarak belirlenecek ve tüm sözleşmeleri kapsayacak bir faiz oranı, başka bir ülkenin ekonomisine göre belirlenen faiz oranlarından korunmayı sağlayabilir. Ayrıca, tavan ve taban sözleşmelerinin değerlendirilmesinde karşılaştırma yapılabilecek bir swap oranına ve değerlendirme modellerine dahil edilecek bir forward piyasa oranına ihtiyaç vardır.

Tüm türev ürünler, amaçların aynı, yöntemlerin farklı olduğu finansal enstrümanlardır. Aynı piyasa içinde, tüm türev ürünlerin bir arada bulunması ve işlem görmesi, değerlendirme işlemlerini de kolaylaştıracak ve piyasaların gelişimine katkıda bulunacaktır.

## SONUÇ

Opsiyonun tanımına, koşullu hak kavramı ile başlanmıştır. Bunun amacı, tüm opsiyon sözleşmelerinin ve özel olarak faiz oranı opsiyon sözleşmelerinin, bu kavram çatısı içinde aynı şekilde değerlendirilmesini, Black- Scholes (1973) makalesinin temel örneği ile bağlantı kurarak göstermektir.

Koşullu hak kavramı, sabit getirili menkul kıymetlerle ( bono, tahvil vs.), faiz oranı opsiyonlarının ve tahvil opsiyonlarının, aslında aynı türden varlıklar olduğunu göstermektedir. Bu nedenle, değerlendirme modellerinin de birbirleriyle bağlantılı olması gerekir.

Bir menkul kıymet ya da finansal varlık değerlendirme modeli, bu varlığın piyasa değeri ile karşılaştırılabilecek bir teorik değer verecektir. Modelin doğru olduğu kabul edilirse, elde edilen sonucun, beklenen değeri vermesi ya da buna yaklaşması gerekir. Modellerde, her zaman karşılaştırma yapılabilecek bir alternatif getiri kaynağına gerek duyulur. Genel denge modellerinde, piyasada arbitraj olmayacağı varsayımı yapılır ve beklenen değer, piyasadaki risksiz faiz oranıyla bugüne indirgenen değeri aşmayacağı kabul edilir. Sonuçta, modelden elde edilen, opsiyona konu olan varlık değerine göre, opsiyonun düşük ya da yüksek değerlendirilip değerlendirilmediğine karar verilir.

Sabit getirili menkul kıymetler ve bu menkul kıymetler üzerine opsiyonlar için, vade yapısı modelleri bize, varsayımlarının sınırları içinde tutarlı sonuçlar verirler.

Fiyatlama modelleri içinde, binomial vade yapısı modellerinden sürekli zaman vade yapısı modellerine doğru sıralanan bir aralıkta, faiz oranı koşullu hakları için geliştirilen modellerin neler olduğunu anlatılmaya çalışılmıştır.

Modeller, esas olarak sıfır kuponlu, ödenmeme riski olmayan tahviller ve bu tahviller üzerine opsiyonlar ve opsiyon serileri için değerlendirme yaklaşımları vermektedir.

Faiz oranı opsiyonları, dünya üzerinde işlem hacmi en yüksek olan finansal opsiyonlardır. Bunun nedeni, faiz oranı dalgalanmalarından kaynaklanan riskleri azaltması ve borçlanma maliyetlerinin düşmesini sağlamasıdır.

Türkiye’de, faiz oranları üzerine opsiyonlar için bir başlangıç vade yapısı ve tarihsel ortalama bulmak mümkündür. Ancak, elde edilecek veriler, opsiyon sözleşmelerinin ve diğer türev ürünlerin olmadığı dönemlere ait olacağından, opsiyonların kullanımının, bu veriler üzerine herhangi bir etkisi söz konusu olmayacak ve opsiyon fiyatlaması için sağlıklı temel elde etmek zorlaşacaktır. Aynı şekilde, bir faiz oranı swap piyasasının olmaması, özellikle opsiyon serileri ve swap opsiyonları için, kıyaslama yapılabilecek bir oran elde etmeyi olanaksız hale getirecektir.

Opsiyon verileri olmadan, fiyatlama modellerinden değişkenlik elde etmek de mümkün değildir. Ülkemizde, faiz oranları için geçmiş veriler elde edilerek, tahviller ve diğer sabit getirili menkul kıymetler için bir ortalamaya geri dönüş modeli oluşturulabilir. Ancak, özellikle sermaye piyasasında ve opsiyon sözleşmelerinin olmadığı bir ortamda, bir anda başlatılacak opsiyonlar için bir değişkenlik vade yapısını geçmiş veriler yardımıyla oluşturmak, uzun vade için mümkün değildir. Model tahminleri ya ertelenecek ya da örneğin, piyasa başlangıcından önce oluşturulacak bir simülasyon borsası yardımıyla raporlanan veriler, gerçek piyasa için temel oluşturabilecektir. Opsiyon verileri oluştuktan sonra da değişkenlik verilerine ulaşmak mümkündür.

Uygulanacak fiyatlama modeli ya da modellerinin negatif faiz oranına izin vermesi demek, yapılacak itfanın üst sınırının üzerinde tahminlere ulaşılması demektir. Bunun da anlamlı bir yanı olmayacaktır. Arbitrajsız bir temelde, faiz oranları negatif olmamalı, diğer deyişle, modelin içerdiği, örneğin sıfır kuponlu bir tahvilin vadedeki değeri, başlangıçta ilan edilen değerini aşmamalıdır. Bu olursa, risksiz faiz oranı içinde risk priminin olması gibi bir durum söz konusu olur.

Ama bu noktada, ülkemiz için daha değişik bir sonuca ulaşılabılır. Son dönemde yaşanan ekonomik sıkıntılar, devletin borçlanma senetlerine olan güveni göreceli olarak azaltmış ve hazinenin, dövize endeksli alternatif kağıtlar ihraç etmesine neden olmuştur. Talep, sıfır kuponlular için daha ağır bassa da, hazine birkaç gün içinde ihracı durdurmuş ve gereken önlemleri almıştır. Belki, sınırsız ihraçlarda negatif olma tehlikesi, yani dönem sonunda, belirlenenden daha yüksek itfa yapma tehlikesi oluşabilir ve ödenmeme riski doğabilir. Bu durumda da satma opsiyonları satın alınarak

ya da tahvil ile birlikte satın alma opsiyonları satılarak, dengeye ulaşmak mümkün olabilir. Uygulanacak bir fiyatlama modelinin, faiz oranlarının negatif olmasına izin vermemesi gerekirse de, Türkiye için, negatif faiz oranına izin veren bir model, reel anlamda olumlu sonuç verebilir.

Uzun vadede ise, bir tavan sözleşmesi ya da sıfır maliyetli yaka sözleşmesi, faiz oranlarını belli bir sınırın altında tutarak korunmaya ve borçlanma maliyetini düşürmeye katkı sağlayabilir. Aynı şekilde, gelecek sözleşmeleri üzerine düzenlenen opsiyonlar, yatırımcılara, böyle bir yükümlülük altına girmeme şansını tanıyabilir. Son olarak, faiz oranlarını tabana yaymak ve tasarruf sahibi geniş kitlelere sunabilmek için, faiz oranı opsiyonlarını da içine alabilecek tezgahüstü piyasalar gereklidir. Bunun için de, güçlü yatırım bankalarına ihtiyaç vardır.



**KAYNAKLAR**

- Akgüç, Öztin, Finansal Yönetim, Muhasebe Enstitüsü Yayın No:65, 1998.**
- Alpan, Fulya, Örneklerle Futures Anlaşmalar ve Opsiyonlar, Literatür Yayınları, No:26, 1999.**
- Black, Fischer and Myron Scholes, The Pricing of Options and Corporate Liabilities, Journal of Political Economy, 81(3), May-June 1973.**
- Black, Fischer, Emanuel Derman and William Toy, A One-Factor Model of Interest Rates and Its Application to Treasury Bond Options, Financial Analysts Journal, Jan-Feb 1990.**
- Black, Fischer, Interest Rates as Options, Journal of Finance, Vol.50, No.5, December 1995.**
- Brennan M.J., The Pricing of Contingent Claims in Discrete Time Models, Journal of Finance, Vol. 34, No.1, January 1979.**
- Brenner, Robin J., Volatility is Not Constant, Handbook of Exotic Options(Ed:Izzy Nelken), McGraw- Hill, USA 1996.**
- Briys, Eric, Michael Crouchy and Rainer Schöbel, The Pricing of Default-free Interest Rate Cap, Floor and Collar Agreements, Journal of Finance, Vol.46, No.5, December 1991.**
- Ceylan, Ali ve Turhan Korkmaz, Sermaye Piyasası ve Menkul Değer Analizi, Ekin Kitabevi, 2000.**
- Chance, Don M., Default Risk and The Duration of Zero Coupon Bonds, Journal of Finance, Vol.45, No.1, 1990.**
- Chance, Don M., An Introduction to Derivatives, Chapman and Hall, 1996.**
- Cox, John C., Jonathan E. Ingersoll and Stephen A. Ross, A Theory of The Term Structure of Interest Rates, Econometrica, Vol.53, No.2, March 1985.**
- Dumas, Bernard, Jeff Fleming and Robert E. Whaley, Implied Volatility Functions: Empirical Tests, Journal of Finance, Vol.53, No.6, December 1998.**
- Dumas, Bernard, Blaise Allaz, Financial Securities: Market Equilibrium and Pricing Methods, 1<sup>st</sup> English Edition, Chapman and Hall, London 1996.**
- Euromoney, Lessons from NatWest, Derivatives, May 1997.**
- Ersan, İhsan, Finansal Türevler, Literatür Yayınları, No:18, 1997.**
- Fabozzi, Frank J., Measuring and Controlling Interest Rate Risk, Frank J. Fabozzi Associates, New Hope 1996.**

- Fabozzi, Frank J., Fixed Income Mathematics, Wiley& Sons, 1997.**
- Galitz, Lawrence, Financial Engineering:Tools and Techniques to Manage Financial Risk, Pitman Publishing, Revised Edition, London, 1995.**
- Gürses, Uğur, Kur-Faiz Dengesi ve Fiyatlar, Radikal 6.6.2001.**
- Heath, David, Robert Jarrow and Andrew Morton, Bond Pricing and The Term Structure of Interest Rates: A New Methodology for Contingent Claims Valuation, Econometrica, Vol.60, No.1, January 1992.**
- Ho, Thomas S.Y. and Sang-Bin Lee, Term Structure Movements and Pricing Interest Rate Contingent Claims, Vol.41, No.5, December 1986.**
- Hull,John C., Options, Futures and Other Derivatives, Prentice Hall, Third Edition, USA, 1997.**
- Hull, John and Alan White, Pricing Interest Rate Derivative Securities, Review of Financial Studies, Vol.3, No.4, 1990.**
- İMKB, Haftalık Bülten, yıl:16, No:33, 24 Ağustos 2001.**
- Jamshidian, Farshid, An Exact Bond Option Formula, Journal of Finance, Vol.44, No.5, March 1989.**
- Jarrow, Robert and Stuart Turnbull, Derivative Securities, South Western College Publishing, Ohio, 1996.**
- Jorion, Philippe, Predicting Volatility in the Foreign Exchange Market, Journal of Finance, Vol.50, No.2, 1995.**
- Manual from AFMA, Australian Financial Markets Association, 1999.**
- Merton, Robert C., Applications of Option-Pricing Theory: Twenty-Five Years Later, The American Economic Review, Vol.88, No.3, 1998.**
- Parasız, İlker, Para, Banka ve Finansal Piyasalar, 7. Baskı, Ezgi Kitabevi Yayınları, 2000.**
- Pryor, Frederic L. and Elliot Sulcove, A Note on Volatility, Journal of Post Keynesian Economics, Vol.17, No.4, Summer 1995.**
- Redhead, Keith, Financial Derivatives:An Introduction to Futures, Forwards, Options and Swaps, Prentice-Hall, London 1997.**
- Ritchken, Peter and Kiekie Boenawan, On Arbitrage-Free Pricing of Interest Rate Contingent Claims, Journal of Finance, Vol.45, No.1, March 1990.**
- Smith, Courtney D., Options Strategies, Second Edition, Wiley Finance Editions, New York 1996.**

**Stoll, Hans R., Robert E. Whaley, Futures and Options: Theory and Applications, South Western Publishing, Ohio 1993.**

**Toft, Klaus Bjerre and Brian Prucyk, Options on Leverage Equity: Theory and Empirical Tests, Journal of Finance, Vol.49, No.5, December 1997.**

**Tompkins, Robert G., Options Analysis, Revised Edition, Irwin Publishing, Chicago 1994.**

**Vasicek, Oldrich, An Equilibrium Characterization of The Term Structure, Journal of Financial Economics, Vol.5, 1977.**

**Vorst, Ton C., Averaging Options, Handbook of Exotic Options (Ed: Izzy Nelken), McGraw-Hill, USA 1996.**

**Winstone, David, Futures, Forwards, Options and Swaps, Prentice Hall, 1996.**

**Yılmaz, Mustafa Kemal, Hisse Senedi Opsiyonları ve İstanbul Menkul Kıymetler Borsasında Uygulanabilirliği, İMKB, 1998.**

**Zipf, Robert, How the Bond Market Work?, New York Institute of Finance, 1997.**

**[www.numa.com/ref/volatili.htm](http://www.numa.com/ref/volatili.htm)**