

TEKİL YÜK ETKİSİ ALTINDA EKSANTRİK MESNETLİ KİRİŞLERİN İNCELENMESİ

Hakan T TÜRKER* 

Alınma: 10.03.2022; düzeltme: 12.04.2022; kabul: 07.06.2022

Öz: Klasik kiriş teorilerinde kirişler bir boyutlu kabul edilir. Bu teoriye göre mesnetler tarafsız eksendedir. Ancak pratik uygulamalarda kirişler tarafsız eksenlerinden farklı noktalardan mesnetlenmektedir. Literatürde üniform yük etkisinde eksantrik mesnetlenme durumuna sahip kirişler için düzenlenmiş kiriş teorisi geliştirilmiştir. Bu çalışmada tekil yük altındaki eksantrik mesnetli kirişler MacLaurin serileri kullanılarak analitik olarak çözülmüştür. Eksantrik mesnetlerin kirişin eğilme rijitliği üzerindeki etkileri araştırılmıştır. Elde edilen analitik denklemler, mesnetlerin kiriş derinliğinde farklı konumlarında (eksantrisite) kirişlerin eğilme analizi üzerindeki etkisini araştırmak için kullanılmıştır. Bulgular, kirişlerin eğilme rijitliğinin eksantrik mesnet durumundan önemli ölçüde etkilendiğini göstermektedir. Elde edilen sonuçlar Sonlu Eleman çözümleri ile karşılaştırılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Eksantrik mesnet, Basit kiriş. Kiriş teorisi, Düzenlenmiş kiriş teorisi, MacLaurin serileri

Investigation of Eccentrically-Supported Simple Beam under Point Load

Abstract: According to the classical beam theories, beams are considered as one dimensional element. These theories assume that supports are placed at the mid-plane of the beam. However, in practice, the beams often are supported at the point different from their centers. In this study, an eccentrically simply-supported beam under transverse point load at the center of the beam was solved by the application of the MacLaurin series. This study presents a theoretical approach to the analysis of eccentrically supported beams. The effects of eccentric supports on the flexural rigidity of the beam have been investigated. Analytic equations derived were used to investigate the effect of varying support positions through the thickness on bending analysis of beams under transverse loading. The findings revealed that the flexural rigidity of beams is significantly influenced by eccentric pin-pin support. The accuracy of the equations was verified by comparing the results obtained with the Finite Element solutions.

Keywords: Eccentric support, Simple beam, Beam theory, modified beam theory, the MacLaurin series

1. GİRİŞ

Kiriş teorisi, birçok inşaat, uçak ve makine mühendisliği uygulamalarının analizinde ve tasarımında yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu nedenle kirişlerin teorisi ve analizi üzerine birçok çalışma yapılmıştır. En eski, en basit, en klasik ve en sık kullanılan kiriş teorisi, temel kiriş teorisi olarak da bilinen Euler-Bernoulli kiriş teorisidir (EBT) (Euler, 1744; Bernoulli, 1751; Gere and Timoshenko, 1991).

EBT, deformasyondan önce düzlem olan kesitin deformasyondan sonra düzlem kalır varsayımını kullanır ve kesme deformasyonunun etkilerini göz ardı eder. EBT'ye dayalı enine yüklü bir kirişin elastik eğri denklemleri MacLaurin serisi ile türetilbilir (Iyengar, 2008)

* Bursa Uludağ Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, 16059 Bursa, Turkey.
(hakanturker@uludag.edu.tr)

(Iyengar, 2008, Turker, 2022). Sınır koşullarının değiştirilmesi, kiriş problemlerine doğrudan bir çözüm sağlar.

EBT, kiriş uzunluğunun yüksekliğe oranının (L/h) büyük olduğu narin kirişler için doğru sonuçlar verir. Ancak, EBT, kesme etkilerinin göz ardı edilemediği küçük uzunluk/yükseklik oranlarına (L/h) sahip derin kirişlerde ciddi hatalara neden olabilir. Birinci dereceden kayma deformasyon teorisi (FSDT) olarak da bilinen Timoshenko kiriş teorisi, ilk kayma deformasyon teorisidir (Timoshenko, 1923; Gere and Timoshenko, 1991; Wang, Reddy and Lee, 2000).

Literatürde iyi bilinen ikinci ve daha yüksek dereceli kiriş teorileri mevcuttur (Stephen and Levinson, 1979; Levinson, 1981, 1985; Bickford, 1982; Rehfield and Murthy, 1982; Krishna Murty, 1985; Kant and Gupta, 1988; Reddy, 1997; Wang, Reddy and Lee, 2000). İkinci ve daha yüksek dereceli teoriler, FSDT'ye göre daha iyi sonuçlar verebilir ancak bu teorileri kullanarak istenilen çözüm işlemleri oldukça fazladır (Heyliger and Reddy, 1988; Wang, Reddy and Lee, 2000). Genel olarak, bir boyutlu (1B) kiriş modeli, daha karmaşık iki boyutlu (2B) ve üç boyutlu (3B) modellere tercih edilir (Wang, Reddy and Lee, 2000; Carrera et al., 2015).

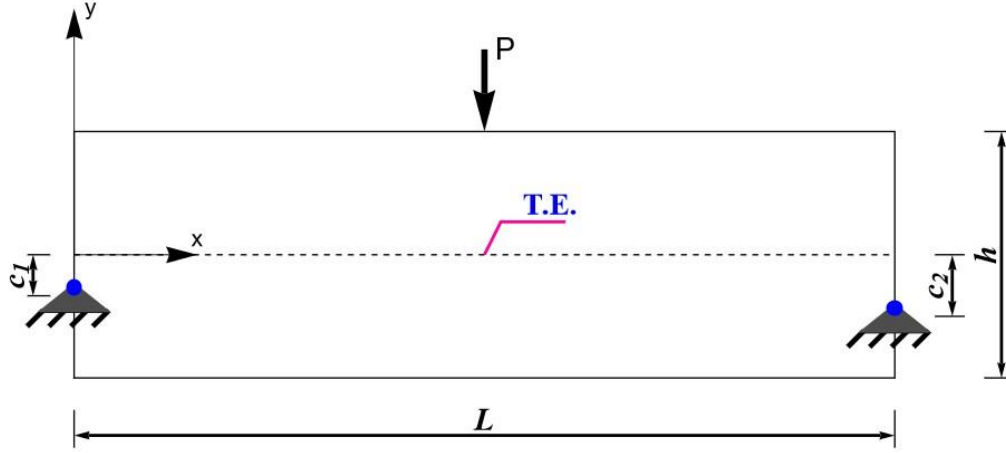
Klasik kiriş teorilerinde kiriş, kirişin merkez eksenini boyunca uzanan 1B çizgi olarak kabul edilir (Şekil 1); bu nedenle, enine deplasman, dönme ve diğer nicelikler x 'e bağlıdır. Kiriş kesitinin tarafsız eksenini için denklemler oluşturulur ve mesnetlerin kirişin tarafsız ekseninde (merkezinde) olduğu varsayılır. Klasik kiriş teorilerinin varsayımının aksine, kirişler, ağırlık merkezinden farklı bir konumda mesnetlene bilmektedir (Şekil 1). Böyle bir durumda temel soru, kiriş merkezinden farklı olan mesnet pozisyonunun sonuçları etkileyip etkilemediğidir.

Literatürde eksantrik mesnet durumu ile ilgili az sayıda çalışma bulunmaktadır. Eksantrik mesnet durumunda kirişlerin yangın altında tepkisi (Dwaikat and Kodur, 2010), kirişlerin doğal titreşimindeki etki (Radice, 2012) ve fonksiyonel olarak derecelendirilmiş malzemeye (FGM) sahip kirişlerin titreşimi (Zhang and Zhou, 2008; Eltaher, Alshorbagy and Mahmoud, 2013; Larbi et al., 2013; Wang et al., 2017; Fernando, Wang and Roy Chowdhury, 2018) çalışılmıştır. Türker (2022) statik yükleme altında eksantrik mesnet durumundaki kirişler için yeni bir kiriş teorisi önermiştir. Türker'in çalışmasında uniform yükleme etkisindeki kirişler için kapalı formda analitik denklemler elde etmiştir. Değişen mesnet eksantrikliğinin statik analiz ve kirişlerin elastik eğrisi üzerindeki etkileri araştırılmamıştır.

Bu çalışmada Türker'in üniform yük altında eksantrik mesnetli kirişler için çıkardığı denklemler Tekil yük durumu için çıkarılmıştır. Eksantrik mesnetli kirişlerin eğilmesi için kesin analitik çözümler sunulmuştur. Eksantrik mesnetlerin kirişin eğilme rijitliği üzerindeki etkileri araştırılmıştır. Teorik sonuçlar, kirişler için bir sonlu eleman simülasyonu ile karşılaştırılmış ve karşılaştırmanın sonuçları verilmiştir.

2. TEORİ

Şekil 1'de gösterilen tekil yüklü tek açıklıklı, sabit mesnetli kiriş, elastik eğri denklemlerini elde etmek için dikkate alınmıştır. Dikdörtgenin aksenal koordinatı x , ($0 \leq x \leq L$) ile gösterilir. Enine koordinatı, y olarak gösterilmiştir. $x = 0$ ve $x = L$ 'deki dikey kenarlar, kirişin merkezinden c_1 ve c_2 mesafelerinde mesnetlidir. Basit mesnetli kiriş genellikle bir ucunda sabit mesnet (hareketsiz) ve diğer ucunda kayıcı mesnet (hareketli) durumu bulunan kiriş olarak tanımlanır. Uygulamada, kirişler genellikle her iki ucunda sabit mesnete sahip olabilir. Önceki çalışmalarda (Türker, 2022) kayıcı mesnet durumunda eksantrik mesnet durumunun bir etkisi olmadığı gösterildiğinden bu çalışmada sadece iki ucunda sabit mesnetli eksantrik mesnet durumu dikkate alınmıştır.



Şekil 1:
Kirişin genel görünüşü ve mesnet yerleri

Klasik kiriş teorisinde kirişler tek boyutlu olarak kabul edilir; dolayısıyla deplasman, dönme gibi elastik eğri ifaderi x 'in fonksiyonlarıdır (Şekil 1). MacLaurin serisinde ifade edilen x yönündeki bir kirişin deplasman ($w(x)$) eğrisi aşağıdaki gibidir;

$$w(x) = w(0) + w'(0)x + \frac{x^2}{2!} w''(0) + \frac{x^3}{3!} w'''(0) + \frac{x^4}{4!} w''''(0) + \frac{x^n}{n!} w^n(0) + \dots \quad (1)$$

Burada, w^n , $w(x)$ 'in n 'inci türevini gösterir. Temel kiriş teorisi, x 'in fonksiyonudur ve düzlem kesitinin deformasyondan sonra düzlem kaldığı varsayılır. Basit lineer-elastik kiriş davranışını yöneten diferansiyel denklem aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$q(x) = EI \frac{d^4 w}{dx^4} \quad (2)$$

Dönme, eğilme momenti, kesme kuvveti sırasıyla şu şekilde tanımlanır;

$$\theta(x) = \frac{dw}{dx} \quad (3)$$

$$M(x) = -EI \frac{d^2 w}{dx^2} \quad (4)$$

$$V(x) = -EI \frac{d^3 w}{dx^3} \quad (5)$$

$q(x)$, $w(x)$, $\theta(x)$, $M(x)$, $V(x)$ kirişin sırasıyla yayılı yük, enine yer değiştirmeler, dönme, eğilme momenti ve kesme kuvvetleridir. Aşağıdaki denklem, Denklemler yerine kullanılarak elde edilir;

$$w(x) = w_0 + \theta_0 x - \frac{M_0 x^2}{EI} + \frac{x^3 V_0}{6 EI} + \frac{x^4 q_0}{24 EI} \quad (6)$$

Kiriş kesitinin merkezinden (Tarafsız Eksen) mesnetlenen kirişler için, Denk. (6) deplasman eğrisini bulmak için kullanılabilir.

Bu çalışmada kirişler, eksantrik mesnet durumu için 2 boyutlu bir problem olarak dikkate alınmıştır. Bir x-y düzleminin herhangi bir noktasında, enine yer değiştirme ($w(x)$) ve eksenel yer değiştirme ($u(x,y)$) olmak üzere iki yer değiştirme bileşeni vardır. Bu nedenle, kesitin deforme olmuş konumu, (x,y)-koordinat sisteminde $w(x)$ ve $u(x,y)$ konum vektörleri tarafından tanımlanır.

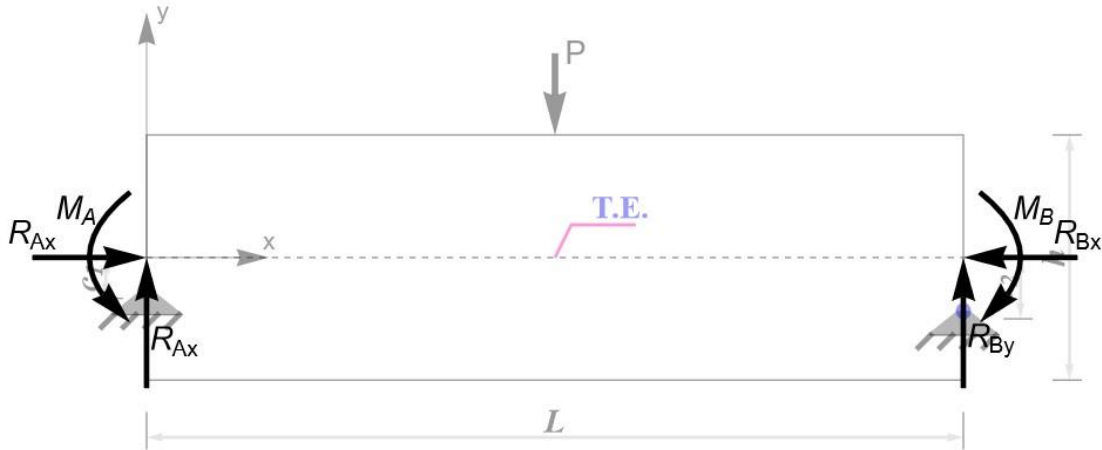
MacLaurin serisinde ifade edilen x-y düzlemi yönünde bir kirişin eksenel sapsması aşağıdaki gibidir:

$$u(x, y) = (u_0 + \theta_0 y) - \frac{M_0}{EI} yx - \frac{T_0}{EI} y * \frac{x^2}{2!} + \frac{q_0}{EI} y * \frac{x^3}{3!} - R_x \frac{x}{EA} \quad (7)$$

Burada, R_x ve u_0 , sırasıyla mesnet yatay reaksiyon kuvveti ve eksenel yer değiştirmedir. Burada x ve y eksenel ve enine koordinat yönleridir ve x ekseninin kirişin tarafsız ekseninde olduğu varsayılır. Normal yer değiştirme denklemi, düzlem içi yer değiştirme bileşenlerinde lineer terimler ve normal yer değiştirmede sadece sabit tutularak elde edilmiştir.

Enine yerdeğiştirme denklemine ek olarak (6), eksenel yer değiştirme Denk. (7) de elde edilmiştir. Bir x-y düzlemindeki herhangi bir noktadaki yer değiştirmeler Denklem (6) ve Denklem (7) ile temsil edilebilir. Klasik kiriş teorisi yaklaşımında 4 bilinmeyen (w_0, θ_0, M_0, T_0) bulunurken, önerilen yaklaşımda altı bilinmeyen ($w_0, \theta_0, M_0, T_0, u_0, R_x$) bulunmaktadır.

Eksantrik olarak mesnetlenen kiriş Şekil 1'de gösterilmiştir, burada c_1 ve c_2 tarafsız eksenden mesnetlere olan mesafelerdir. Şekil 2, Şekil 1'de gösterilen kirişin serbest cisim diyagramını göstermektedir.



Şekil 2:
Eksantrik mesnetli kirişin serbest cisim diyagramı

Enine deplasmana ek olarak, sınır koşulları için kiriş doğrultusundaki deplasmanlar (u) kullanılmıştır. En genel durumlar için sınır koşulları aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$u(0, c_1) = 0, \quad u(L, c_2) = 0, \quad w(0) = 0, \quad w(L) = 0, \quad (8)$$

$$\theta(0) = \frac{u(0,0)}{c_1}, \quad \theta(L) = \frac{u(L,0)}{c_2}$$

6 bilinmeyen için türetilen altı denklemin çözümünden sonra bilinmeyenler için aşağıdaki çözümler elde edilir:

$$w(x) = \frac{\left[Px \left(\frac{6EI(-3L^2 + 4x^2) + EAx(-9L + 11x)c_1^2 + EA(3L^2 - 9Lx + 8x^2)c_1c_2 + EA(-3L^2 + 5x^2)c_2^2}{96EI(3EI + EA(c_1^2 + c_1c_2 + c_2^2))} \right) \right]}{96EI(3EI + EA(c_1^2 + c_1c_2 + c_2^2))} \quad (9)$$

$$u(x, y) = \frac{\left[\frac{P(24EI(-6EIL^2 + x^2)y + c_1(6EIL(-L + x) + EAx(-6L + 11x)yc_1) + (6EILx + EAc_1(24EIL^2y - 6Lxy + 8x^2y + L^2c_1))c_2 - EA(24EIL^2y - 5x^2y + L^2c_1)c_2^2}{32EI(3EI + EA(c_1^2 + c_1c_2 + c_2^2))} \right]}{32EI(3EI + EA(c_1^2 + c_1c_2 + c_2^2))} \quad (10)$$

$$M(x) = - \frac{\left[\frac{P(EA(-3L + 11x)c_1^2 + EA(-3L + 8x)c_1c_2 + x(24EI + 5EAc_2^2))}{16(3EI + EAc_1^2 + EAc_1c_2 + EAc_2^2)} \right]}{16(3EI + EAc_1^2 + EAc_1c_2 + EAc_2^2)} \quad x < L/2 \quad (11)$$

$$M(x) = - \frac{\left[\frac{P(24EI(L - 2x) + 5EA(L - 2x)c_1^2 + 2EA(L - 8x)c_1c_2 + EA(5L - 22x)c_2^2)}{32(3EI + EAc_1^2 + EAc_1c_2 + EAc_2^2)} \right]}{32(3EI + EAc_1^2 + EAc_1c_2 + EAc_2^2)} \quad x > L/2 \quad (12)$$

Mesnet A'daki reaksiyon kuvvetleri aşağıdaki gibi elde edilir;

$$R_{Ay} = - \frac{(11c_1^2EA + 8c_1c_2EA + 5c_2^2EA + 24EI)P}{16(c_1^2EA + c_1c_2EA + c_2^2EA + 3EI)} \quad (13)$$

$$R_{Ax} = - \frac{3PL EA (c_1 + c_2)}{16(3EI + EAc_1^2 + EAc_1c_2 + EAc_2^2)} \quad (14)$$

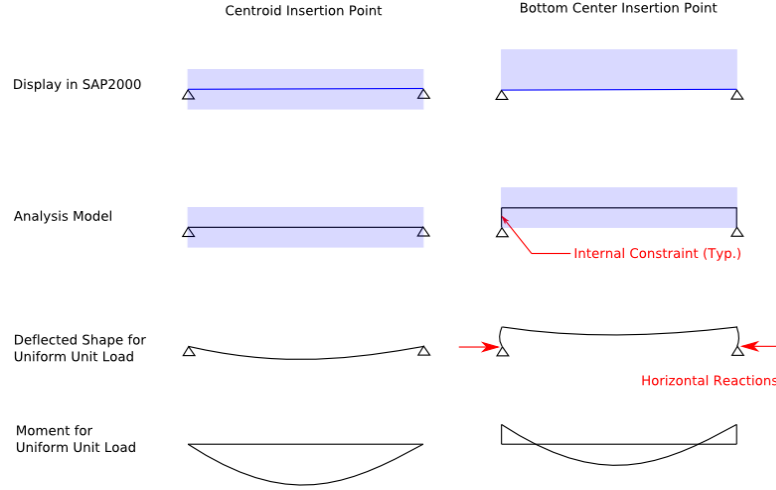
Gerinim ve gerilim denklemleri aşağıdaki gibi elde edilir;

$$\epsilon_{xx}(x, y) = - \frac{Py(24Ix x + A((-3L + 11x)c_1^2 + (-3L + 8x)c_1c_2 + 5xc_2^2))}{16Ix(3Ix + A(c_1^2 + c_1c_2 + c_2^2))} \quad (15)$$

$$\sigma_{xx}(x, y) = \epsilon_{xx}(x, y) E \quad (16)$$

2. EKSANTRİK MESNET DURUMU İÇİN ÇIKARILAN DENKLEMLERİN DOĞRULANMASI

Eksantrik mesnet durumunun genel kiriş davranışı üzerindeki etkisini tahmin etmek için türetilen denklemler, Sonlu elemanlar analiz yazılımı SAP2000 kullanılarak doğrulanmıştır. Mesnet konumunun kirişin altına veya üstüne yerleştirilmesi gerektiğinde, dikey kaymayı etkileyen kısıtlamalar kullanılmıştır (Şekil 3).



Şekil 3:

Eksantrik mesnetli basit kiriş. (CSi Knowledge Base:

https://wiki.csiamerica.com/display/tp/Effect+of+insertion+point+on+beam+reactions).

Doğrulama için, 10 kN tekil yüke sahip 2 m açıklıklı sabit-sabit destekli kiriş için iki farklı kesit dikkate alınmıştır. Model-I de 50mm x100mm, Model-II de 50mm x 200mm boyutlarına sahip dikdörtgen kesitler kullanılmıştır. Elde edilen denklemler kullanılarak hesaplanan sonuçlar, ticari FEM yazılımından elde edilenlerle karşılaştırılmıştır (Tablo 1). Elde edilen denklemler ile bulunan sonuçlar, SAP2000'den elde edilenlerle çok yakın çıkmıştır.

Tablo 1. Önerilen analitik denklemlerle elde edilen sonuçların ve Sonlu Elemanlar analizinden elde edilen sonuçların karşılaştırılması.

Model	Mesnet Eksantrisitesi, c	Metot	w(L/2) (mm)	M(L/2) (kNm)	M _A (kNm)	R _{Ax} (kN)
I	0	Bu çalışma	2	5	0	0
		FEM (2-eleman)	2	5	0	0
	-h/2=-50	Bu çalışma	0,875	3,125	-1,875	37,5
		FEM (4 eleman)	0,8752	3,13	-1,875	37,5
II	-h/2=-100	Bu çalışma	0,1094	3,125	-1,875	18,75
		FEM (4 eleman)	0,1094	3,13	-1,88	18,75

3. MESNET EKSANTRİKLİĞİNİN ETKİSİ

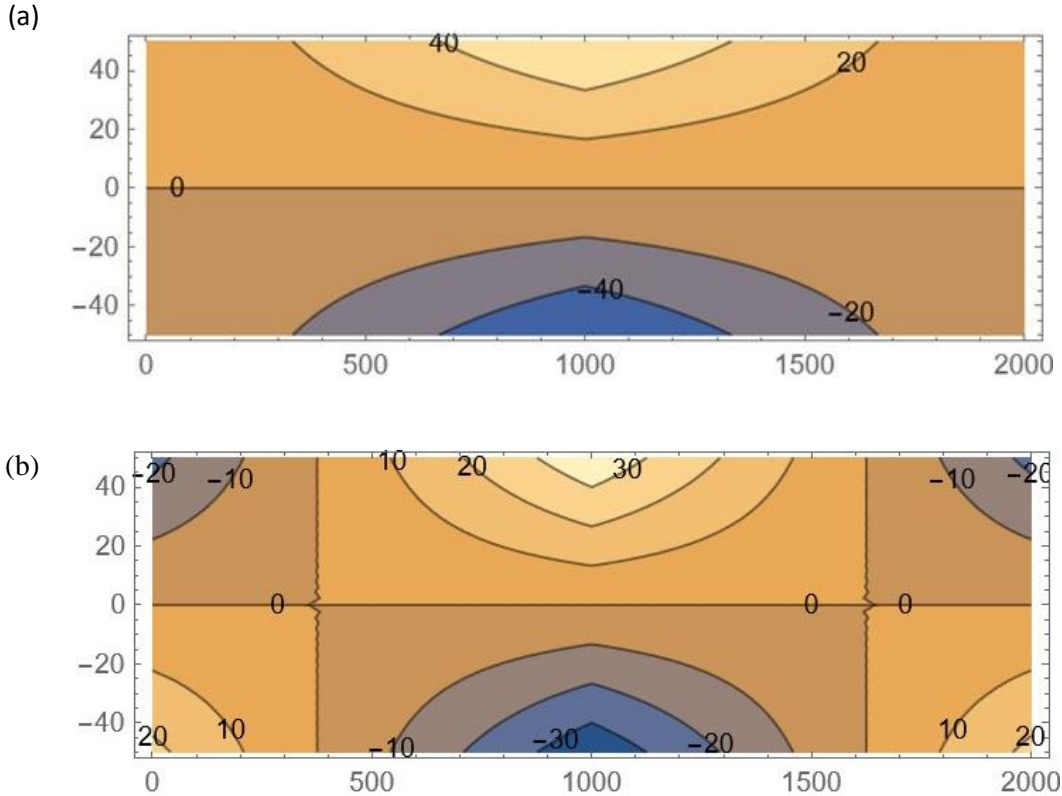
Her mesnet koşulu, mesnet eksantrikliği sıfırdan sonsuza değiştirilerek basit mesnet durumu ile ankastre mesnet durumu arasında değişir. Mesnetteki sıfır eksantriklik (c), eş merkezli sabit mesnetli kirişi gösterir. Mesnet eksantrikliklerinin sonsuza giden durum (c_1 & $c_2 \rightarrow \infty$), her iki tarafta ankastre mesnetli bir kirişin standart durumunu sunar. İyi bilinen çözüm aşağıdaki gibi elde edilebilir;

$$R_{Ay} = \frac{P}{2}, R_{Ax} = 0, M_A = -\frac{LP}{8}, R_{By} = \frac{LP}{2}, M_B = -\frac{PL}{8}, w\left(\frac{L}{2}\right) = -\frac{L^3P}{192EI} \quad (17)$$

Mesnetteki sıfır eksantriklik (c), eş merkezli sabit mesnetli kirişi gösterir. Mesnet eksantrikliklerinin sıfıra giden durum (c_1 & $c_2 \rightarrow 0$), her iki tarafta sabit mesnetli bir kirişin standart durumuna karşılık gelir. İyi bilinen çözüm aşağıdaki gibi elde edilebilir;

$$M(L/2) = -\frac{LP}{4}, w(L/2) = \frac{PL^3}{48EI} \quad (18)$$

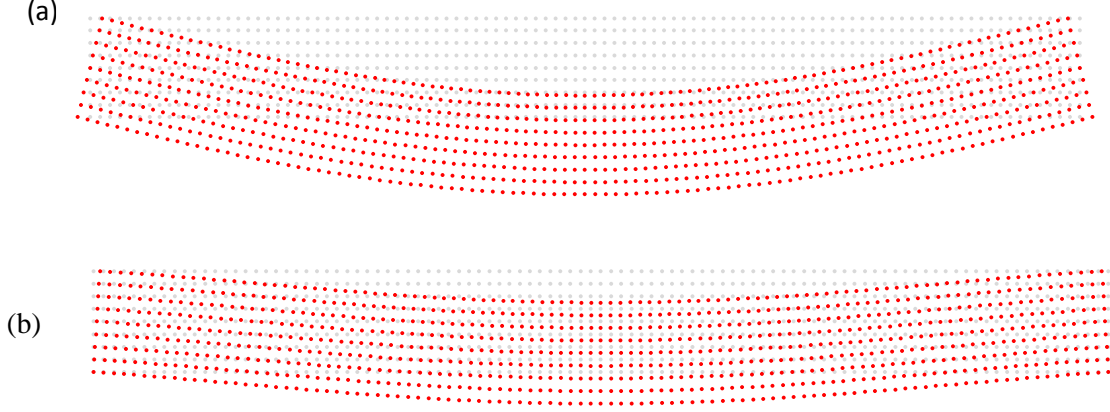
Önerilen yaklaşımın büyük bir avantajı, kirişin kolayca 2 boyutlu bir problem olarak kabul edilebilmesidir. 2m açıklığında, dikdörtgen kesitli (10mmx100mm) ortasından 2kN tekil yük etkilmiş iki ucu sabit mesnetli bir kiriş dikkate alalım. Denklem 16'ı kullanılarak elde edilen kontur normal gerilme grafiği, sırasıyla konsantrik ve eksantrik mesnetler için Şekil 4a ve 4b'de gösterilmiştir.



Şekil 4:

Normal gerilme dağılımı σ_x (MPa)(a)mesnet merkezde (b)eksantrik mesnet

Denklemler 9-10 kullanılarak elde edilen konsantrik ve eksantrik mesnetli kirişlerin 2B yer değiştirme alanı, sırasıyla Şekil 5a ve 5b'de gösterilmiştir.



Şekil 5:

Basit kiriş deplasman eğrisi (a)mesnet merkezde (b)eksantrik mesnet

Dikdörtgen kesitli kirişler için mesnet yatay reaksiyon kuvveti (R_x), mesnet momenti (M_A) ve orta açıklık deplasman ($w(L/2)$) denklemleri, mesnet eksantrisiteyi aşağıda verildiği gibi boyutsuzlaştırılmıştır:

$$R_{xn} = \frac{R_x}{R_y=P/2} = \frac{3(c_{1n} + c_{2n})Lh}{2 + 8(c_{1n}^2 + c_{1n}c_{2n} + c_{2n}^2)} = \frac{c_n}{8(c_n^2 \frac{1}{4Lh^2} + \frac{1}{\lambda^2})Lh} \quad (19)$$

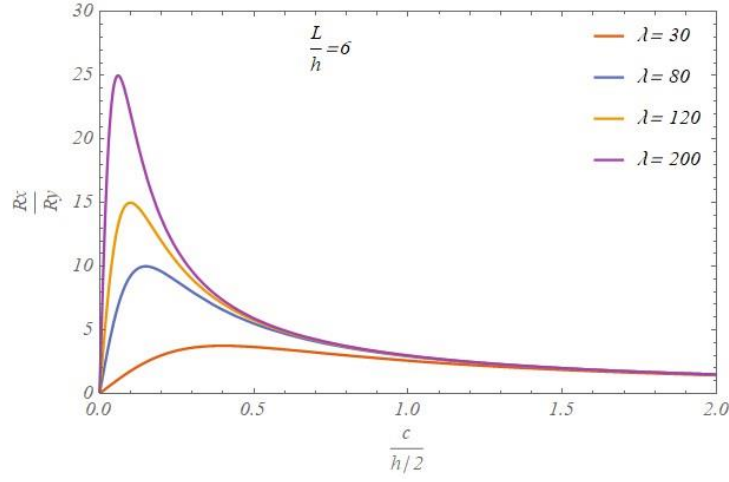
$$M_{An} = \frac{M_A}{P L/4} = \frac{3 c_{1n}(c_{1n}+c_{2n})}{1+4(c_{1n}^2+c_{1n}c_{2n}+c_{2n}^2)} = \frac{c_n^2 \lambda^2}{8Lh^2+2ch^2 \lambda^2} \quad (20)$$

$$w_n = \frac{w(L/2)}{L^3 P/(48 EI)} = \frac{4 + 7c_{1n}^2 - 2 c_{1n}c_{2n} + 7 c_{2n}^2}{4 + 16(c_{1n}^2 + c_{1n}c_{2n} + c_{2n}^2)} = \frac{1}{4} + \frac{3Lh^2}{4Lh^2 + c_1h^2 \lambda^2} \quad (21)$$

Denklemlerde $c_{1n}=c_1/(h/2)$, $c_{2n}=c_2/(h/2)$, $Lh=L/h$, $\lambda = L/i$, $i = \sqrt{I_x/A}$

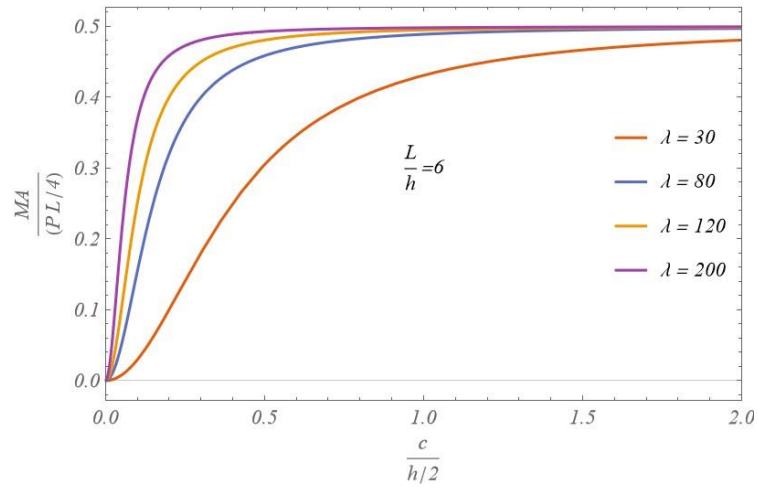
Yatay reaksiyon R_{xn} , c_{1n} , c_{2n} ve Lh 'nin fonksiyonudur. Normalize edilmiş yatay reaksiyon kuvvetinin (R_{Ax}), normalize edilmiş eksantrisiteye ($c_{1n}=c_{2n}$) göre değişimini gösteren eğrisi Şekil 6'da verilmiştir. Mesnet yatay reaksiyon kuvveti (R_{Ax}) kirişin mesnet düzey reaksiyonu ile normalleştirilir. Şekil 7 normalize edilmiş mesnet momenti (M_{An}) ile normalize edilmiş mesnet eksantrisitesine bağlı değişimini göstermektedir. Şekil 8'de normalize edilmiş orta noktadan deplasmanı (w_n) ile normalize edilmiş mesnet eksantrisitesi arasındaki ilişkiyi göstermektedir. Şekillerde mesnet eksantrisitesinin (c_n) artışı ile R_{xn} ve M_{An} 'in arttığını ve w_n azaldığını göstermektedir. Lh değerleri, R_{xn} farklı c_n değerlerinde farklı büyüklüklerde sabit değerlere ulaşmaktadır. R_{xn} eğrisi daha düşük Lh değerleri için daha yüksek zirve değerlerine

ulaşmaktadır. Şekilde görüldüğü gibi yatay mesnet reaksiyonu R_{xn} mesnet eksantrikliği ($c/h/2$) arttıkça artar ve c_n $1/(\sqrt{3})$ 'e eşit olduğunda maksimum değere ulaşmaktadır. Maksimum değerden sonra c_n arttıkça, R_{xn} azalmaya başlar ve asimptotik olarak sifıra ulaşır.



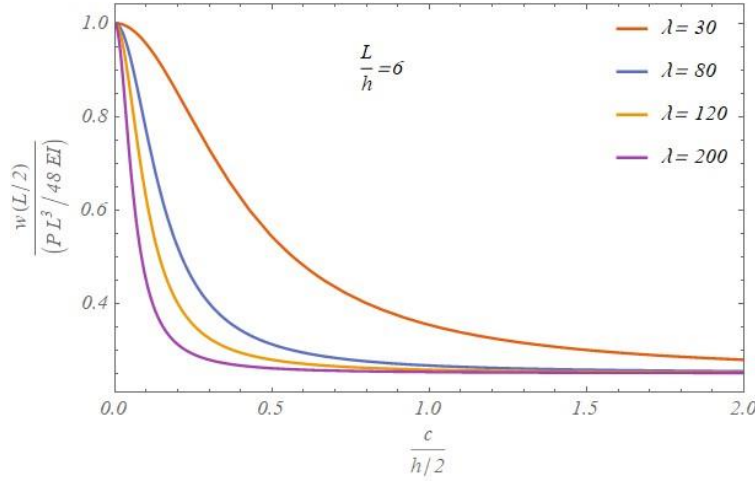
Şekil 6:

Normalize edilmiş mesnet yatay reaksiyon kuvvetinin mesnet eksantrisine bağlı değişimi



Şekil 7:

Normalize edilmiş mesnet momenti mesnet eksantrisine bağlı değişimi.



Şekil 8:
Normalize edilmiş açıklık deplasmanının mesnet eksantrisine bağlı değişimi.

4. SONUÇ

Tekil yük etkisi altında eksantrik mesnetli kirişlerin statik analizi için denklemler çıkarılmıştır. Eksantrik mesnetlenen bir kirişin eğilme rijitliği üzerindeki etkileri araştırılmıştır. Elde edilen analitik denklemler, kiriş derinliğince değişen mesnet konumlarının düzlem içi yükleme etkisindeki kirişin eğilme analizi üzerindeki etkilerini araştırmak için kullanılmıştır. Mevcut denklemlerin doğruluğu, Sonlu Eleman çözümleri ile karşılaştırılarak yapılmıştır.

Yapılan çalışmalardan şu gözlemler ve sonuçlar çıkarılabilir:

- (1) Sonuçlar, çalışmada kullanılan düzenlenmiş kiriş teorisinin sadece doğru değil, aynı zamanda basit olduğu sonucuna varmıştır.
- (2) İki ucu sabit mesnetli basit bir kiriş için mesnet konumları, kirişin tepkisi ve rijitliği üzerinde önemli bir etkiye sahiptir.
- (3) Mesnet eksantritesi, mesnetlerde yatay reaksiyon kuvvetine R_{Ax} ve negatif momentlere neden olmaktadır.
- (4) Çözümler, eksantrik sabit mesnetli bir kirişin statik analizi için klasik kiriş teorilerinin kullanılamayacağını göstermektedir.
- (5) Bu çalışmada çıkarılan denklemler, eksantrik mesnetli bir kirişin statik eğilme analizi üzerindeki etkilerini doğru bir şekilde hesaplayabilmektedir. Elde edilen denklemler, mesnet eksantrikliklerinin (c_1 , c_2) fonksiyonlarıdır. Denklemler mesnet eksantrikliği 0'dan sonsuza giderken mesnet tipi sabit mesnetten ankastre mesnete değişmektedir.
- (6) Önerilen yöntemde, kirişin xy düzlemindeki herhangi bir nokta, iki ortogonal doğrultudaki gerilmeler ve yer değiştirmeler kolaylıkla gösterilebilmektedir.

ÇIKAR ÇATIŞMASI

Yazar, bilinen herhangi bir çıkar çatışması veya herhangi bir kurum/kuruluş ya da kişi ile ortak çıkar bulunmadığını onaylamaktadır.

YAZAR KATKISI

Tüm görevler, yazar Hakan T. Türker tarafından yapılmıştır.

KAYNAKLAR

1. Bernoulli, D. (1751) 'Commentarii Academiae Scientiarum', In: Petropoli. Chap. De vibrationibus et sono laminarum elasticarum.
2. Bickford, W. B. (1982) 'A Consistent Higher Order Beam Theory', in And, T. C. and Karr, G. (eds) Developments in theoretical and applied mechanics: Proceedings of the eleventh southeastern conference on theoretical and applied mechanics. Huntsville, Alabama, pp. 137–150.
3. Carrera, E. et al. (2015) 'Recent developments on refined theories for beams with applications', Mechanical Engineering Reviews, advpub. doi: 10.1299/mer.14-00298.
4. Carrera, E., Valvano, S. and Kulikov, G. M. (2018) 'Multilayered plate elements with node-dependent kinematics for electro-mechanical problems', International Journal of Smart and Nano Materials. Taylor & Francis, 9(4), pp. 279–317. doi: 10.1080/19475411.2017.1376722.
5. Dwaikat, M. and Kodur, V. (2010) 'Effect of Location of Restraint on Fire Response of Steel Beams', Fire Technol 46, pp. 109–128. doi: 10.1007/s10694-009-0085-9.
6. Eltahir, M. A., Alshorbagy, A. E. and Mahmoud, F. F. (2013) 'Determination of neutral axis position and its effect on natural frequencies of functionally graded macro/nanobeams', Composite Structures. Elsevier, 99, pp. 193–201. doi: 10.1016/J.COMPSTRUCT.2012.11.039.
7. Euler, L. (1744) De curvis elasticis, In: Bousquet. Chap. Methodus Inveniendi Lineas Curvas Maximi Minimive Proprietate Gaudentes, Sive Solutio Problematis Isoperimetrici Lattissimo Sensu Accept.
8. Fernando, D., Wang, C. M. and Roy Chowdhury, A. N. (2018) 'Vibration of laminated-beams based on reference-plane formulation: Effect of end supports at different heights of the beam', Engineering Structures. Elsevier, 159, pp. 245–251. doi: 10.1016/J.ENGSTRUCT.2018.01.004.
9. Filippi, M., Carrera, E. and Valvano, S. (2018) 'Analysis of multilayered structures embedding viscoelastic layers by higher-order, and zig-zag plate elements', Composites Part B: Engineering. Elsevier, 154, pp. 77–89. doi: 10.1016/J.COMPOSITESB.2018.07.054.
10. Gere, J. M. and Timoshenko, S. P. (1991) 'Mechanics of Materials, 3rd Ed.', in.
11. Heyliger, P. R. and Reddy, J. N. (1988) 'A higher order beam finite element for bending and vibration problems', Journal of Sound and Vibration. Academic Press, 126(2), pp. 309–326. doi: 10.1016/0022-460X(88)90244-1.
12. Iyengar, K. T. S. R. (2008) 'APPLICATION OF MACLAURIN SERIES IN STRUCTURAL ANALYSIS', Journal of the Indian Institute of Science, 8(3), pp. 879–887.
13. Jena, S. K. et al. (2019) 'Stability analysis of single-walled carbon nanotubes embedded in winkler foundation placed in a thermal environment considering the surface effect using a new refined beam theory', Mechanics Based Design of Structures and Machines. Taylor & Francis, pp. 1–15. doi: 10.1080/15397734.2019.1698437.
14. Jun, L. and Hongxing, H. (2009) 'Variationally Consistent Higher-Order Analysis of Harmonic Vibrations of Laminated Beams', Mechanics Based Design of Structures and Machines. Taylor & Francis, 37(3), pp. 299–326. doi: 10.1080/15397730902932608.

15. Kant, T. and Gupta, A. (1988) 'A finite element model for a higher-order shear-deformable beam theory', *Journal of Sound and Vibration*. Academic Press, 125(2), pp. 193–202. doi: 10.1016/0022-460X(88)90278-7.
16. Kim, N.-I. and Lee, J. (2015) 'Refined Series Methodology for the Fully Coupled Thin-Walled Laminated Beams Considering Foundation Effects', *Mechanics Based Design of Structures and Machines*. Taylor & Francis, 43(2), pp. 125–149. doi: 10.1080/15397734.2014.931811.
17. Krishna Murty, A. V. (1985) 'On the shear deformation theory for dynamic analysis of beams', *Journal of Sound and Vibration*. Academic Press, 101(1), pp. 1–12. doi: 10.1016/S0022-460X(85)80033-X.
18. Larbi, L. O. et al. (2013) 'An Efficient Shear Deformation Beam Theory Based on Neutral Surface Position for Bending and Free Vibration of Functionally Graded Beams', *Mechanics Based Design of Structures and Machines*. Taylor & Francis, 41(4), pp. 421–433. doi: 10.1080/15397734.2013.763713.
19. Levinson, M. (1981) 'A new rectangular beam theory', *Journal of Sound and Vibration*. Academic Press, 74(1), pp. 81–87. doi: 10.1016/0022-460X(81)90493-4.
20. Levinson, M. (1985) 'On Bickford's consistent higher order beam theory', *Mechanics Research Communications*. Pergamon, 12(1), pp. 1–9. doi: 10.1016/0093-6413(85)90027-8.
21. Radice, J. J. (2012) 'On the effect of local boundary condition details on the natural frequencies of simply-supported beams: Eccentric pin supports', *Mechanics Research Communications*. Elsevier Ltd., 39(1), pp. 1–8. doi: 10.1016/j.mechrescom.2011.08.007.
22. Reddy, J. N. (1997) 'On locking-free shear deformable beam finite elements', *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. North-Holland, 149(1–4), pp. 113–132. doi: 10.1016/S0045-7825(97)00075-3.
23. Rehfield, L. W. and Murthy, P. L. N. (1982) 'Toward a new engineering theory of bending - Fundamentals', *AIAA Journal*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 20(5), pp. 693–699. doi: 10.2514/3.7938.
24. Stephen, N. G. and Levinson, M. (1979) 'A second order beam theory', *Journal of Sound and Vibration*. Academic Press, 67(3), pp. 293–305. doi: 10.1016/0022-460X(79)90537-6.
25. Timoshenko, S. P. (1923) 'On the correction for shear of differential equation for transverse vibration of prismatic bars.', *Philosophical Magazine*, 6(41), pp. 744–746.
26. Türker, H. T. (2022) A modified beam theory for bending of eccentrically supported beams, *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, 50:2, 576-587, DOI: 10.1080/15397734.2020.1738246
27. Wang, C. M. et al. (2017) 'Critical examination of midplane and neutral plane formulations for vibration analysis of FGM beams', *Engineering Structures*. Elsevier, 130, pp. 275–281. doi: 10.1016/J.ENGSTRUCT.2016.10.051.
28. Wang, C. M., Reddy, J. N. and Lee, K. H. (2000) *Shear deformable beams and plates: relationships with classical solutions*. Elsevier.
29. Zhang, D.-G. and Zhou, Y.-H. (2008) 'A theoretical analysis of FGM thin plates based on physical neutral surface', *Computational Materials Science*. Elsevier, 44(2), pp. 716–720. doi: 10.1016/J.COMMATSCI.2008.05.016.