



**T.C.
BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
EKONOMETRİ ANABİLİM DALI
İSTATİSTİK BİLİM DALI**

BAYESYEN KANTİL YAPISAL EŞİTLİK MODELLEMESİ

DOKTORA TEZİ

ZÜBEYDE ÇİÇEK

BURSA - 2022



T.C.

**BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
EKONOMETRİ ANABİLİM DALI
İSTATİSTİK BİLİM DALI**

**BAYESYEN KANTİL YAPISAL EŞİTLİK
MODELLEMESİ**

DOKTORA TEZİ

Zübeyde ÇİÇEK

**Danışman:
Prof. Dr. Nuran BAYRAM ARLI**

BURSA – 2022

T. C.
BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

Ekonometri Anabilim Dalı, İstatistik Bilim Dalı'nda 711717002 numaralı Zübeyde ÇİÇEK hazırladığı “Bayesyen Kantil Yapısal Eşitlik Modellemesi” başlıklı doktora tezi ile ilgili savunma sınavı, 17/11/2022 günü 10:00 – 12:00 saatleri arasında yapılmıştır. Alınan cevaplar sonunda adayın başarılı olduğuna oybirliği ile karar verilmiştir.

Üye
(Tez Danışmanı)
Prof. Dr. Nuran BAYRAM ARLI
Bursa Uludağ Üniversitesi

Üye
(Sınav Komisyonu Başkanı)
Prof. Dr. Veysel YILMAZ
Eskişehir Osmangazi Üniversitesi

Üye
Prof. Dr. Mehmet ERYILMAZ
Bursa Uludağ Üniversitesi

Üye
Prof. Dr. Sevda GÜRSAKAL
Bursa Uludağ Üniversitesi

Üye
Doç. Dr. Ulaş YAMANCI
Süleyman Demirel Üniversitesi

17/11/2022

YEMİN METNİ

Doktora tezi olarak sunduğum "Bayesyen Kantil Yapısal Eşitlik Modellemesi " başlıklı çalışmanın bilimsel araştırma, yazma ve etik kurallarına uygun olarak tarafımdan yazıldığına ve tezde yapılan bütün alıntıların kaynaklarının usulüne uygun olarak gösterildiğine, tezimde intihal ürünü cümle veya paragraflar bulunmadığına şerefim üzerine yemin ederim.

17/11/ 2022

Adı Soyadı: Zübeyde ÇİÇEK

Öğrenci No: 711717002

Anabilim Dalı: Ekonometri

Programı: İstatistik

Tezin Türü: Yüksek Lisans / Doktora
 Sanatta Yeterlilik

DOKTORA İNTİHAL YAZILIM RAPORU

SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ YÜKSEK LİSANS/DOKTORA İNTİHAL YAZILIM RAPORU

BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ EKONOMETRİ ANABİLİM DALI BAŞKANLIĞI'NA

Tez Başlığı / Konusu: BAYESYEN KANTİL YAPISAL EŞİTLİK MODELLEMESİ

Yukarıda başlığı gösterilen tez çalışmamın a) Kapak sayfası, b) Giriş, c) Ana bölümler ve d) Sonuç kısımlarından oluşan toplam 131 sayfalık kısmına ilişkin, 01/11/2022 tarihinde şahsım tarafından *Turnitin** adlı intihal tespit programından aşağıda belirtilen filtrelemeler uygulanarak alınmış olan özgünlük raporuna göre, tezimin benzerlik oranı %13'dür.

Uygulanan filtrelemeler:

- 1- Kaynakça hariç
- 2- Alıntılar hariç/dahil
- 3- 5 kelimedenden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç

Bursa Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Tez Çalışması Özgünlük Raporu Alınması ve Kullanılması Uygulama Esaslarını inceledim ve bu Uygulama Esasları'nda belirtilen azami benzerlik oranlarına göre tez çalışmamın herhangi bir intihal içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

Gereğini saygılarımla arz ederim.

Tarih: 17/11/2022

| | |
|----------------|---------------|
| Adı Soyadı: | Zübeyde ÇİÇEK |
| Öğrenci No: | 711717002 |
| Anabilim Dalı: | Ekonometri |
| Programı: | İstatistik |
| Statüsü: | Doktora |

Danışman
Prof. Dr. Nuran BAYRAM ARLI
17/11/2022

ÖZET

| | |
|-------------------------|-----------------------------|
| Yazar adı soyadı | Zübeyde ÇİÇEK |
| Üniversite | Bursa Uludağ Üniversitesi |
| Enstitü | Sosyal Bilimler Enstitüsü |
| Anabilim dalı | Ekonometri |
| Bilim dalı | İstatistik |
| Tezin niteliği | Doktora Tezi |
| Mezuniyet tarihi | 17/11/2022 |
| Tez danışmanı | Prof. Dr. Nuran BAYRAM ARLI |

BAYESYEN KANTİL YAPISAL EŞİTLİK MODELLEMESİ

Kantil regresyon istatistik ve ekonometri literatüründe sıklıkla kullanılan bir tekniktir. Ortalama regresyon modeline göre kapsamlı sonuçlar veren kantil regresyonun gizil değişken modellerinde kullanımı oldukça sınırlıdır. Yapılan bu tez çalışmasında gizil değişken modellerinden olan Yapısal Eşitlik Modellemesinin (YEM) kantil metodu ve Bayesyen tahmininin teorik olarak anlaşılması ve yaygınlaştırılması amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda simülasyon çalışması ve öznel iyi oluş üzerine uygulamalar gerçekleştirilmiştir. Her iki uygulamada da Bayesyen tahmin yapılırken sonsal dağılımı elde etmek için Markov Zinciri Monte Carlo metodu ve sonsal dağılımdan örneklem çekmek için Gibbs örnekleme kullanılmıştır.

Klasik YEM’de analizin yapılabilmesi için sağlanması gereken bazı varsayımlar mevcuttur, bunlardan biri de hata terimlerinin normal dağılıma uymasındır. Ayrıca, klasik YEM’de egzojen değişkenlerin endojen değişken üzerindeki etkilerini incelerken sadece ortalama değerler üzerinden yorumlanır. Kantil YEM’de (KYEM) hata terimlerinin dağılımının normallik varsayımı bulunmamakta ve endojen değişkenin farklı kantil değerleri için sonuçlar yorumlanmaktadır. Bu çalışmada yapılan simülasyon uygulamasında hata terimlerinin farklı dağılımlar gösterdiği durumlar ve farklı örneklem büyüklükleri için Bayesyen KYEM’in (BKYEM) performansı değerlendirilmiştir. Hata terimlerinin normallikten saptığı durumlarda BKYEM’in Bayesyen YEM’e (BYEM) göre daha iyi sonuçlar verdiği görülmüştür. Gerçek verilerle yapılacak olan uygulama için ise Türkiye İstatistik Kurumundan temin edilen 2020 yılı Yaşam Memnuniyeti Araştırması veri seti kullanılmıştır. Buna göre öznel iyi oluş etkilediği düşünülen değişkenler modele eklenerek BKYEM ve BYEM ile analiz edilmiş ve sonuçlar yorumlanmıştır. Yapılan uygulamalarda *R* ve *WinBUGS* programları kullanılmıştır. Ulusal literatürde BKYEM üzerine herhangi bir çalışma olmaması tezin özgün değerini oluşturmaktadır.

Anahtar kelimeler: Yapısal Eşitlik Modellemesi, Bayesyen Yaklaşım, Kantil Regresyon, Markov Zinciri Monte Carlo, Simülasyon, Öznel İyi Oluş

ABSTRACT

| | |
|-------------------------------|------------------------------|
| Name & surname | Zübeyde ÇİÇEK |
| University | Bursa Uludağ University |
| Institute | Institute of Social Sciences |
| Field | Econometrics |
| Subfield | Statistics |
| Degree awarded | PhD |
| Date of degree awarded | 17/11/2022 |
| Supervisor | Prof. Dr. Nuran BAYRAM ARLI |

BAYESIAN QUANTILE STRUCTURAL EQUATION MODELING

Quantile regression is a technique frequently used in statistics and econometrics literature. Quantile regression, which gives comprehensive results compared to the mean regression model, is very limited to use in latent variable models. This thesis aims to theoretically understand and expand the quantile method and Bayesian estimation of Structural Equation Modeling (SEM), which are latent variable models. For this purpose, a simulation study and applications on subjective well-being were carried out. In both applications, Markov Chain Monte Carlo method was used to obtain the posterior distribution and the Gibbs sampling was used to sample the posterior distribution while making Bayesian estimation.

In classical SEM, some assumptions must be met to perform the analysis, one of which is that the error terms fit the normal distribution. In addition, when examining the effects of exogenous variables on endogenous variables in classical SEM, only average values are interpreted. In quantile SEM (QSEM), there is no normality assumption of the distribution of error terms and the results are interpreted for different quantile values of the endogenous variable. In the simulation application, the performance of Bayesian QSEM (BQSEM) was evaluated for the cases where different sample sizes and error terms show different distributions. It has been observed that BQSEM gives better results than Bayesian SEM (BSEM) in cases where the error terms deviate from normality. For the application to be made with real data, the data set of the Life Satisfaction Survey-2020 obtained from the Turkish Statistical Institute was used. Accordingly, the variables thought to affect subjective well-being were added to the model and analyzed with BQSEM and BSEM, and the results were interpreted. *R* and *WinBUGS* programs were used in the applications. The fact that there is no study on BKYEM in the national literature constitutes the original value of the thesis.

Keywords: Structural Equation Modeling, Bayesian Approach, Quantile Regression, Markov Chain Monte Carlo, Simulation, Subjective Well-Being

TEŞEKKÜR

Doktora sürecim sırasında kıymetli bilgi, birikim ve tecrübeleri ile bana akademik olarak yol gösterici ve bu tez çalışması için özgün konuyu bulmamda ve tamamlamamda desteğini esirgemeyen kıymetli hocam Prof. Dr. Nuran BAYRAM ARLI'ya sonsuz teşekkür ve saygılarımı sunarım. Ayrıca, Prof. Dr. Özer ARABACI ve Prof. Dr. Sevda GÜRSAKAL'a teze yaptıkları yapıcı eleőtirilerinden dolayı teşekkür ederim.

Son olarak, tüm hayatım boyunca her türlü desteklerini esirgemeyen sevgili aileme ve özellikle zorlu doktora sürecimde gösterdiği sabır ve emeklerinden dolayı eőime teőekkürü bir borç bilirim.

Zübeyde ÇIÇEK

2022

İÇİNDEKİLER

| | Sayfa |
|-------------------|-------|
| ÖZET..... | i |
| ABSTRACT | ii |
| TEŞEKKÜR | iii |
| İÇİNDEKİLER | iv |
| TABLolar | vii |
| ŞEKİLLER | viii |
| KISALTMALAR | ix |
| SİMGELER | x |
| GİRİŞ | 1 |

BİRİNCİ BÖLÜM

YAPISAL EŞİTLİK MODELLEMESİ

| | |
|--|-----------|
| 1.1. YAPISAL EŞİTLİK MODELLEMESİNİN GENEL TANIMI VE TARİHÇESİ | 5 |
| 1.2. TEMEL KAVRAMLAR | 6 |
| 1.2.1. Gözlenen ve Gizil Değişkenler | 6 |
| 1.2.2. Endojen ve Egzojen Değişkenler | 7 |
| 1.2.3. Aracı ve Düzenleyici Değişken..... | 7 |
| 1.2.4. Yol Diyagramı ve Sembolleri | 9 |
| 1.3. ÖLÇÜM MODELİ VE YAPISAL MODEL | 11 |
| 1.3.1. Ölçüm Modeli | 11 |
| 1.3.2. Yapısal Model | 13 |
| 1.4. YAPISAL EŞİTLİK MODELİ VARSAYIMLARI..... | 14 |

İKİNCİ BÖLÜM

BAYESYEN YAPISAL EŞİTLİK MODELLEMESİ

| | |
|---|-----------|
| 2.1. BAYESYEN YÖNTEMLER..... | 16 |
| 2.2. BAYES TEOREMİ..... | 16 |
| 2.3. BAYESYEN YAKLAŞIM..... | 18 |
| 2.4. YAPISAL EŞİTLİK MODELLEMESİNDE BAYES YAKLAŞIMI..... | 20 |
| 2.4.1. Önsel Dağılım | 23 |
| 2.4.1.1. Bilgi İçermeyen Önsel..... | 23 |
| 2.4.1.2. Bilgi İçeren Önsel | 24 |
| 2.4.2. MCMC Metoduyla Sonsal Dağılımların Oluşturulması | 27 |
| 2.4.2.1. Metropolis Hasting Algoritması..... | 28 |
| 2.4.2.2. Gibbs Örnekleme..... | 29 |
| 2.4.3. MCMC Algoritması için Başlangıç Değeri, Yakma Periyodu ve İnceltme Kavramları..... | 30 |
| 2.4.4. Model Yakınsaması..... | 31 |
| 2.4.5. Model Uyumu | 34 |

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

BAYESYEN KANTİL YAPISAL EŞİTLİK MODELLEMESİ

| | |
|---|-----------|
| 3.1. LİTERATÜR ÇALIŞMALARI..... | 37 |
| 3.2. KANTİL REGRESYON..... | 41 |
| 3.3. KANTİL YAPISAL EŞİTLİK MODELLEMESİ..... | 42 |
| 3.4. KANTİL YAPISAL EŞİTLİK MODELLEMESİNDE BAYESYEN YAKLAŞIMI..... | 45 |

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

UYGULAMA

| | |
|---|------------|
| 4.1. ARAŞTIRMANIN KAPSAMI..... | 54 |
| 4.2. SİMÜLASYON ÇALIŞMASI..... | 54 |
| 4.2.1. Simülasyon Tasarımı..... | 54 |
| 4.2.2. Önsel Bilgiler | 58 |
| 4.2.3. Simülasyon Sonuçlarının Değerlendirilmesi..... | 58 |
| 4.2.4. Simülasyon Çalışması Çıktıları..... | 59 |
| 4.3. ÖZNEL İYİ OLUŞ ÜZERİNE BİR UYGULAMA | 69 |
| 4.3.1. Öznel İyi Oluş Çalışmasının Kapsamı | 69 |
| 4.3.2. Yakınsamanın Belirlenmesi | 74 |
| 4.3.3. Sonuçların Yorumlanması..... | 79 |
| SONUÇ..... | 87 |
| KAYNAKÇA | 91 |
| ÖZGEÇMİŞ..... | 115 |

TABLolar

| | |
|--|----|
| Tablo 1. YEM’de Kullanılan Temel Semboller | 10 |
| Tablo 2. Eşlenik Önsel Dağılımlar | 27 |
| Tablo 3. BYEM ile BKYEM’in Parametre Tahminleri (n=100) | 60 |
| Tablo 4. BYEM ile BKYEM’in Parametre Tahminleri (n=500) | 61 |
| Tablo 5. BYEM ile BKYEM’in Parametre Tahminleri (n=1000) | 62 |
| Tablo 6. BYEM ile BKYEM’in Parametre Tahminleri (n=3000) | 62 |
| Tablo 7. Durum (I) - BYEM ile BKYEM’in Tüm Parametrelerin Tahminleri..... | 65 |
| Tablo 8. Durum (II) - BYEM ile BKYEM’in Tüm Parametrelerin Tahminleri | 66 |
| Tablo 9. Durum (III) - BYEM ile BKYEM’in Tüm Parametrelerin Tahminleri | 67 |
| Tablo 10. Durum (IV) - BYEM ile BKYEM’in Tüm Parametrelerin Tahminleri..... | 68 |
| Tablo 11. Çalışmada Kullanılan Gizil ve Gözlenen Değişkenler..... | 70 |
| Tablo 12. BYEM ve Medyan-BKYEM İçin Tahmin Edilen Parametre Katsayıları ve %95 Güven Düzeyinde Güven Aralıkları | 79 |
| Tablo 13. BYEM ve BKYEM İçin Tahmin Edilen Parametre Katsayıları | 81 |

ŞEKİLLER

| | |
|---|----|
| Şekil 1. Aracı Değişken | 8 |
| Şekil 2. Düzenleyici Değişken..... | 9 |
| Şekil 3. Yol Diyagramına Bir Örnek | 10 |
| Şekil 4. Yapısal Eşitlik Modeline Bir Örnek | 11 |
| Şekil 5. Ölçüm Modeli 1 (Egzojen Gizil Değişkene Bir Örnek)..... | 12 |
| Şekil 6. Ölçüm Modeli 2 (Endojen Gizil Değişkene Bir Örnek)..... | 12 |
| Şekil 7. Yapısal Modele Bir Örnek..... | 13 |
| Şekil 8. S Örnek Uzayı | 17 |
| Şekil 9. Önsel, Sonsal ve Olabilirlik Dağılımı..... | 19 |
| Şekil 10. Örnek İz Grafikleri | 33 |
| Şekil 11. Simülasyon Tasarımı | 55 |
| Şekil 12. Histogram Grafikleri..... | 57 |
| Şekil 13. Araştırma Modeli..... | 72 |
| Şekil 14. Öznel İyi Oluş Üzerine Kurulan Yol Diyagramının Sembollerle Gösterimi .. | 73 |
| Şekil 15. Medyan-BKYEM Faktör Yüklerinin İz ve Yoğunluk Grafikleri | 75 |
| Şekil 16. Medyan-BKYEM Yapısal Model Parametrelerinin İz ve Yoğunluk Grafikleri | 76 |
| Şekil 17. BYEM Faktör Yüklerinin İz ve Yoğunluk Grafikleri | 77 |
| Şekil 18. BYEM Yapısal Model Parametrelerinin İz ve Yoğunluk Grafikleri..... | 78 |
| Şekil 19. Medyan-BKYEM Sonuçlarının Yol Diyagramında Gösterimi | 80 |
| Şekil 20. Her Bir Kantil Düzeyi İçin Tahmin Edilen Yapısal Model Regresyon Katsayıları ve %95 Güven Düzeyinde Güven Aralıklarının Grafikleri..... | 85 |

KISALTMALAR

| | | |
|--------------|---|--|
| ALD | : | Asimetrik Laplace Dağılımı |
| BKYEM | : | Bayesyen Kantil Yapısal Eşitlik Modellemesi |
| BYEM | : | Bayesyen Yapısal Eşitlik Modellemesi |
| CFI | : | Comparative Fit Index - Karşılaştırmalı Uyum İndeksi |
| DFA | : | Doğrulayıcı Faktör Analizi |
| EKK | : | En Küçük Kareler |
| KO | : | Karekök Ortalama |
| KEKK | : | Kısmi En Küçük Kareler |
| KYEM | : | Kantil Yapısal Eşitlik Modellemesi |
| MCMC | : | Markov Zinciri Monte Carlo |
| PPP | : | Posterior Predictive P Value - Sonsal Dağılım Kontrolü |
| PSR | : | Ölçek Azaltma Faktörü |
| RMSEA | : | Root Mean Square Error of Approximation - Yaklaşık Hataların Ortalama Karekökü |
| TLI | : | Tucker–Lewis İndeksi |
| TÜİK | : | Türkiye İstatistik Kurumu |
| YEM | : | Yapısal Eşitlik Modellemesi |
| YMA | : | Yaşam Memnuniyeti Araştırması |

SİMGELER

| | | | |
|---|-----------|---|--|
| \mathbf{y} | | : | Gözlenen değişkenler vektörü |
| $\boldsymbol{\eta}$ | (Eta) | : | Endojen gizil değişkenler vektörü |
| $\boldsymbol{\xi}$ | (Xi) | : | Egzojen gizil değişkenler vektörü |
| $\boldsymbol{\varepsilon}$ | (Epsilon) | : | Ölçüm hataları vektörü |
| $\boldsymbol{\delta}$ | (Delta) | : | Yapısal hatalar vektörü |
| $\boldsymbol{\beta}$ - \mathbf{B} | (Beta) | : | Endojen gizil değişkenler katsayı matrisi |
| $\boldsymbol{\mu}$ | (Mu) | : | Kesme değerleri vektörü |
| $\boldsymbol{\lambda}$ - $\boldsymbol{\Lambda}$ | (Lamda) | : | Faktör yükleri matrisi |
| $\boldsymbol{\omega}$ - $\boldsymbol{\Omega}$ | (Omega) | : | Gizil değişkenler vektörü |
| $\boldsymbol{\gamma}$ - $\boldsymbol{\Gamma}$ | (Gamma) | : | Egzojen gizil değişkenler katsayı matrisi |
| $\boldsymbol{\psi}$ - $\boldsymbol{\Psi}$ | (Psi) | : | Hatalara ait kovaryans matrisi |
| $\boldsymbol{\phi}$ - $\boldsymbol{\Phi}$ | (Phi) | : | Egzojen gizil değişkenlere ait kovaryans matrisi |
| $\boldsymbol{\theta}$ | (Theta) | : | Bilinmeyen parametre vektörü |
| $\boldsymbol{\Sigma}$ | (Sigma) | : | Varyans-kovaryans matrisi |
| $\boldsymbol{\tau}$ | (Tau) | : | Kantil değeri |

GİRİŞ

Yapısal Eşitlik Modellemesi (YEM), gözlenen ve gizil değişkenler arasındaki nedensel ilişkileri inceleyen daha çok davranış, eğitim, sağlık ve ekonomi bilimlerinde kullanılan çok değişkenli istatistiksel bir yöntemdir. Gizil değişkenler yaşam kalitesi, mutluluk, depresyon ve zekâ gibi soyut direkt olarak ölçülemeyen veya gözlenemeyen değişkenlerdir ve testler, anketler vb. kullanılarak gözlenen (ölçülebilen) değişkenlerden dolaylı olarak elde edilir (Schumacker ve Lomax, 2010:2-3). YEM gizil değişkenlerin gözlenen değişkenler üzerindeki etkileri görmek için ölçüm modeli; gizil değişkenler arasındaki ilişkileri ölçmek için ise yapısal model olmak üzere iki bileşenden oluşmaktadır.

YEM'in temel amacı, ele alınan verilerin önceden belirlenen teorik çerçeveye uygunluğunu ortaya koymak ve araştırmacı tarafından belirlenen hipotezleri test etmek için gizil-gizil, gözlenen-gizil ve gözlenen-gözlenen değişkenler arasındaki ilişkileri değerlendirmek için uygun bir model kurmaktır. YEM'in tarihsel gelişimi sırasıyla regresyon modelleri, gözlenen değişkenlerle kurulan yol modelleri, doğrulayıcı faktör analizi ve yapısal eşitlik modelleri şeklindedir (Bollen, 1989:4; Schumacker ve Lomax, 2010:10).

Gizil ve gözlenen değişkenler arasındaki neden-sonuç ilişkilerini ortaya koyan, karmaşık yapıdaki modelleri analiz edebilen ve ölçüm hatalarını da hesaba katan YEM paket programlarının da gelişmesiyle kullanımı her geçen gün artmakta ve gelişmeye devam etmektedir. Klasik (sıklıkçı, frekansçı) YEM'leri analiz ederken gözlemlenen verilerden hesaplanan kovaryans matrisinden yararlanılmaktadır. Burada, ele alınan analizler normallik varsayımı altında gerçekleşmekte ya da örneklem boyutu büyük olduğunda da dağılım normale yaklaştığı varsayılmaktadır (Song ve Lee, 2012:4-5). Ancak, kategorik verilerde, örneklemin küçük olduğu ve eksik gözlemleri olan yapılarda normallik varsayımı sağlanamamaktadır. Bunun yanı sıra, karmaşık yapıdaki modellerde kovaryans matrisi elde etmenin zor olduğu durumlarda bazı güçlüklerle karşılaşabilmektedir. Çeşitli Markov Zinciri Monte Carlo (MCMC) algoritmalarını geliştirilmesiyle birlikte, Bayesyen yaklaşım birçok karmaşık modelde kullanılmaya

başlanmıştır. Ele alınan tüm sorunlara yanıt olması açısından büyük önem taşıyan, ham veriler kullanılarak gerçekleştirilen Bayesyen Yapısal Eşitlik Modellemesi (BYEM) geniş kullanım alanına sahiptir.

Çalışmanın ana konusu olan Kantil Yapısal Eşitlik Modellemesinin (KYEM) çıkış noktası kantil regresyondur. Koenker ve Basset (1978) tarafından ortaya atılan kantil regresyon 2000'li yılların girmesiyle ekonomi, tıp ve ekoloji alanlarında büyük ilgi görmeye başlamıştır. Kantil regresyonun temel amacı açıklayıcı değişkenlerin açıklanan değişkenin farklı noktaları için kapsamlı sonuç vermektir. Doğrusal regresyonun varsayımları sağlanmadığı durumlarda kantil regresyon uygulamak daha sağlam sonuçlara ulaşmamızı sağlayacaktır. Klasik regresyonda koşullu dağılımın ortalaması tek bir eğri ile gösterilirken, kantil regresyonda dağılımın farklı yüzde noktaları (kantil noktaları) birden fazla eğri ile açıklanır, yani daha ayrıntılı sonuçlar elde etmemizi sağlar. Kantil regresyonun, gizil değişken modelleri için de geliştirilmesiyle ilk olarak Wang (2016) tarafından KYEM ortaya atılmıştır. Kantil regresyonda olduğu gibi KYEM'de de benzer şekilde egzogen gizil değişken(ler)in endojen gizil değişkenin farklı yüzde noktaları için birden fazla regresyon eğrisi hesaplar. Burada bilinen en özel durum, en küçük mutlak sapmayı veren %50 koşullu kantil değerini açıklayan medyan değeridir.

YEM'de en çok kullanılan tahmin metotları En Çok Olabilirlik, En Küçük Kareler (EKK) ve Genelleştirilmiş En Küçük Kareler olarak sıralanabilir. Bu yöntemleri kullanmak için ele alınan verilerin sağlaması gereken en önemli ve ilk varsayım normallik varsayımıdır. Fakat, yapılan YEM uygulamalarında rassal hataların ve egzogen gizil değişkenlerin normal dağılıma uymadığı durumlar ortaya çıkabilir. Bu varsayımların sağlanmadığı durumlarda klasik yaklaşımda Ağırlıklandırılmış En Küçük Kareler, Sağlam En Çok Olabilirlik, Sağlam Ağırlıklandırılmış En Küçük Kareler ve Kısmi En Küçük Kareler (KEKK) gibi tahmin metotları kullanılabilir. YEM'de klasik yaklaşımda ele alınan tüm bu tahmin metotlarının yanı sıra normal dağılımdan sapma olduğu durumlarda Bayesyen yaklaşım ve KYEM de alternatif olarak çözüm sunmaktadır. KYEM hata terimleri için daha esnek varsayımlara sahiptir. Ayrıca, uç veya aykırı değerler olduğu durumlarda KYEM, klasik YEM'e göre daha sağlam sonuçlar vermektedir. KYEM'in tüm bu avantajlarına rağmen YEM'e alternatif bir

teknik olarak düşünmek yerine tamamlayıcı bir metot olarak düşünmek doğru olacaktır. KYEM veriler normalliğe uymadığında, aykırı değerler varlığında ya da egzozjen değişkenlerin endojen değişken üzerindeki etkilerinin daha kapsamlı incelenmek istendiği durumlarda klasik YEM yerine tercih edilebilir. Bu tez çalışmasında KYEM'i tercih etmek için karmaşık modellerde de uygulanabilen Bayesyen tahmin metodundan yararlanılmıştır.

Yapılan bu tez çalışmasının temel amacı, yabancı literatürde kısıtlı çalışmaları olan ve ulusal literatürde henüz bir çalışma olmayan KYEM'in Bayesyen tahmin metodunun teorik bilgiler ve uygulamalarla tanıtılmasıdır. Bunun yanı sıra kurgulanan simülasyon çalışması ve gerçek verilerle yapılan uygulama için aynı modeller (ölçüm modeli ve yapısal model) BYEM ve BKYEM ile tahmin edilerek sonuçların karşılaştırılması amaçlanmıştır.

Yapılan simülasyon çalışmasıyla farklı dağılım türleri ve farklı örneklem büyüklüklerinde BYEM ve BKYEM'in performansları değerlendirilmiştir. Simülasyon çalışmasında ele alınan hata terimlerinin normal dağılıma uyduğu ve farklı dağılımlar (t, Log-Normal ve Beta dağılımı) gösterdiği durumlarda BKYEM'in klasik metotlara göre avantajlarını ortaya koymak amaçlanmıştır. Ayrıca, öznel iyi oluş üzerinde yapılan uygulamada da BYEM ve BKYEM tahmin sonuçları yorumlanmıştır.

Ele alınan tüm bu amaçlar doğrultusunda tez çalışması toplam beş bölümden oluşmaktadır. Tezin ilk bölümünde, YEM'in tarihsel gelişimi sunulmuş ve tezde ele alınacak olan temel sembol ve yapıların açıklanması amacıyla YEM'in teorik çerçevesine yer verilmiştir.

Tezin ikinci bölümünde, BYEM'de ele alınan önsel bilgiler, MCMC metodu, Metropolis Hasting Algoritması ve Gibbs örneklemesinin genel teorik yapısı hakkında bilgi verilmiştir. Tüm bunların yanı sıra BYEM'de başlangıç değeri, yakma periyodu ve inceltme kavramları tanıtılmıştır. Ayrıca, BYEM'de modelin yakınsaması ve modelin uyum yöntemleri anlatılmıştır.

BKYEM başlığı altında ele alınan üçüncü bölümde literatür araştırmaları, kantil regresyon ve KYEM hakkında teorik bilgiler verilmiştir. Literatür kısmında YEM'in

farklı metotların gelişiminden, Bayesyen tahmin metoduyla yapılan önemli çalışmalardan ve KYEM hakkında yabancı literatürde yapılan çalışmalardan bahsedilmiştir. Ayrıca, kantil regresyon ve KYEM'in Bayesyen yaklaşımı ayrıntılı bir şekilde ele alınmıştır.

Dördüncü bölümde, simülasyon ve gerçek verilerle yapılan uygulama aşamaları ve sonuçlarına yer verilmiştir. Simülasyon çalışmasında incelenen modelin simülasyon tasarımı ve önsel bilgileri tanıtılmıştır. Sonrasında farklı dağılımlar ve farklı örneklem büyüklüklerine göre hem BYEM hem de BKYEM için elde edilen sonuçlar karşılaştırılarak yorumlanmıştır. Ayrıca, Türkiye İstatistik Kurumundan (TÜİK) alınan 2020 yılı Yaşam Memnuniyeti Araştırması (YMA) anket çalışmasından alınan veriler kullanılarak öznel iyi oluş üzerine yapılan uygulamada BYEM ve BKYEM için yakınsamalarıyla birlikte tahmin sonuçları yorumlanmıştır. BYEM için *WinBUGS* (**W**indows version of **B**ayesian inference **U**sing **G**ibbs **S**ampling) programı, BKYEM için *R* programı kullanılarak analizler gerçekleştirilmiştir.

Son bölümde ise tezin öneminin yanı sıra simülasyon ile uygulama sonuçlarına yer verilmiştir. Ayrıca, ileride yapılacak olan çalışmalarda araştırmacıların karşılaşılabilecekleri problemlerden ve önerilerden bahsedilmiştir.

BİRİNCİ BÖLÜM

YAPISAL EŞİTLİK MODELLEMESİ

1.1. YAPISAL EŞİTLİK MODELLEMESİNİN GENEL TANIMI VE TARİHÇESİ

YEM, gözlenen değişkenler ve gözlenmeyen yani gizil değişkenler arasındaki nedensellik ilişkilerini araştıran kapsamlı bir istatistiksel yaklaşımdır (Schumacker ve Lomax, 2010:2). YEM ilk olarak özellikle psikoloji ve sosyoloji alanlarında olmak üzere sosyal bilimler alanında geliştirilmiş bir tekniktir. Sürekli gelişmekte olan bu analiz tekniği davranış bilimlerinde, eğitim bilimlerinde, pazarlama ve tıp alanlarında da sıklıkla kullanılmaktadır (Bayram, 2013:1).

İlk olarak regresyon analiziyle kullanılmaya başlayan nedensel modeller sonrasında yol analizi, doğrulayıcı faktör analizi ve YEM şeklinde tarihsel gelişim göstermiştir. Bollen (1989) yaptığı çalışmada, YEM'in tarihsel gelişiminin (1) yol analizi, (2) yapısal model ve ölçüm modellerinin kavramsal sentezi ve (3) genel tahmin süreçleri olmak üzere üç temel bileşenden oluştuğunu göstermiştir (Bollen, 1989:4; Çelik ve Yılmaz, 2016:1).

YEM'in tarihsel gelişiminde ilk başlangıç noktası olan regresyon analizinde parametre tahminlerini hesaplamak için EKK yöntemi ve korelasyon katsayısı kullanılmaktadır. Regresyon analizinde olası ölçüm hataları göz ardı edildiği için sonuçlar yanıltıcı veya yanlış olabilmektedir. Regresyon modelinin aksine YEM'de ölçüm hatalarının da modele katılmasından kaynaklı daha güvenilir sonuçlar ortaya çıkmaktadır. Hem gözlenen ve gizil değişkenler içeren gelişmiş bir teknik olmasından hem de ölçüm hatalarını da modele katan bir yöntem olmasından dolayı YEM bilimsel çalışmalarda sıklıkla tercih edilmekte ve kullanımı her geçen gün artmaktadır.

YEM'in tarihsel gelişiminde önemli bir yere sahip olan yol analizi, ilk olarak biyometrisyen Wright (1918, 1921, 1934, 1960) tarafından ortaya atılmıştır. Bu konuda yapılan ilk çalışma hayvan davranışları modellemesi üzerine yapılmıştır. Yol analizi gözlenen değişkenler arasındaki karmaşık ilişkilerin modellenmesi için kullanılmaktadır. Bir başka ifade ile yol analizi, gözlemlenen değişkenler arasındaki

ilişkiyi teorik olarak oluşturan bir dizi eşanlı regresyon denkleminin çözülmesiyle belirlenir (Bollen, 1989:4; Schumacker ve Lomax, 2004:4).

Doğrulayıcı faktör analizi (DFA-Confirmatory Factor Analysis) Howe (1955), Anderson ve Rubin (1956) ve Lawley (1958) tarafından yapılan çalışmalara dayanmaktadır. 1960 yılında ise Karl Jöreskog tarafından geliştirilmiştir. Açıklayıcı faktör analizi, birçok disiplinde kullanılan ölçüm araçlarını oluşturmak için 100 yılı aşkın süredir kullanılırken, DFA günümüzde bu teorik yapıların varlığını test etmek için kullanılmaktadır (Schumacker ve Lomax, 2004:4).

YEM ilk olarak JKW Karl Jöreskog (1973), Ward Keesling (1972) ve David Wiley (1973) modeli olarak bilinmektedir. Ancak, 1973'te ilk yazılım programı olan LISREL'in geliştirilmesiyle "Doğrusal Yapısal İlişkiler Modeli (LISREL - Linear Structural RELation)" olarak tanımlanmıştır (Bollen, 1989:6; Schumacker ve Lomax, 2004:4). YEM doğrulayıcı faktör analizi ve yol analizinin birleştirilmesiyle oluşmaktadır. Bu model, doğrudan ölçülemeyen gizil yapılar ile gözlenen değişkenler arasındaki ilişkileri kapsamaktadır. YEM, gözlenen değişkenler vasıtasıyla açıklanan gizil yapılar arasındaki nedensel ilişkileri inceleyen ve araştırmanın temelinde yer alan problemleri çözmek için çok farklı disiplinlerde kullanılabilen bir yapı olarak tanımlanabilir (Çelik ve Yılmaz, 2016:4).

1.2. TEMEL KAVRAMLAR

YEM diğer çok değişkenli istatistiksel modellemelere göre farklı terimsel metodolojiye sahiptir. Kendine özgü kavramları olan bu modellemenin daha iyi anlaşılması için öncelikle bazı terimlerin bilinmesi önemlidir. Bu sebeple YEM'de kullanılan temel kavramlara bu bölümde yer verilecektir.

1.2.1. Gözlenen ve Gizil Değişkenler

YEM'de ele alınan değişkenler gözlenen ve gizil değişkenler olmak üzere iki türdedir.

Gözlenen (observed, ölçülebilen) değişkenler, gizil değişkeni veya yapıyı tanımlamak için ölçülebilen değişkenlerdir. Bu değişkenler anakütle veya örneklemden doğrudan

elde edilebilmektedir. Gayrisafi milli hasıla, gelir, perakende satışlar veya ihracat satışları gözlenen değişkenlere örnek olarak verilebilir (Schumacker ve Lomax, 2010:3; Bayram, 2013:2).

Gizil (latent, örtük) değişkenler, doğrudan gözlemlenemeyen veya ölçülemeyen değişkenlerdir. Dolaylı olarak gözlemlenen veya ölçülen gizil değişkenler test, anket vb. kullanarak ölçülen bir dizi gözlemlenen değişkenden elde edilir. Örneğin, zekâ psikolojik yapıyı gösteren gizil bir değişkendir (Schumacker ve Lomax, 2010:3).

1.2.2. Endojen ve Egzojen Değişkenler

Karmaşık yapıdaki modellemelerin ele alındığı YEM’de bağımlı ve bağımsız değişkenin hangisi olduğuna karar vermek oldukça zor olmaktadır. Gözlenen ve gizil değişken olmasına bakmaksızın değişkenler egzojen (bağımsız, dışsal, açıklayıcı) veya endojen (bağımlı, içsel, açıklanan) değişkenler olarak da tanımlanabilmektedir. Egzojen (exogenous) ve endojen (endogenous) kelimeleri yunanca dışsal ve içsel anlamına gelen sırasıyla “exo” ve “endos” kelimelerinden türetilmiştir. Endojen değişkenler, modeldeki başka değişkenden en az bir yol (tek yönlü ok) alan ve modeldeki bir başka değişken tarafından tahmin edilen değişkenlerdir. Egzojen değişkenler, modeldeki başka değişkenler tarafından açıklanamayan değişkenlerdir. Egzojen değişkenlere modeldeki herhangi bir değişkenden yol gelmez, fakat kendi aralarında (iki yönlü oklarla) ilişkilendirilebilirler. Endojen bir değişken başka bir değişkene göre egzojen olarak işlev görebilir, ancak bu endojen değişken olma durumunu değiştirmez (Raykov ve Marcoulides, 2006:11; Grace vd., 2012:3).

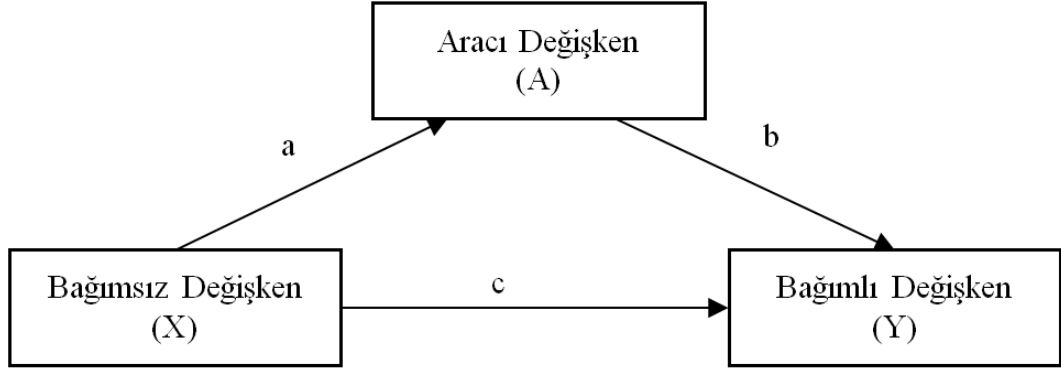
1.2.3. Aracı ve Düzenleyici Değişken

Baron ve Kenny (1986) çalışmasında, aracı etkinin olduğunu saptamak için aşağıdaki üç şartın sağlanması gerektiğini vurgulamıştır. Aracı (Mediatör) değişken ve diğer değişkenlere giden yollar Şekil 1’de gösterilmiştir.

1. Bağımsız değişken (X), aracı değişken (A) ile anlamlı bir yola (a) sahiptir.
2. Aracı değişken, bağımlı değişken (Y) ile anlamlı bir yola (b) sahiptir.

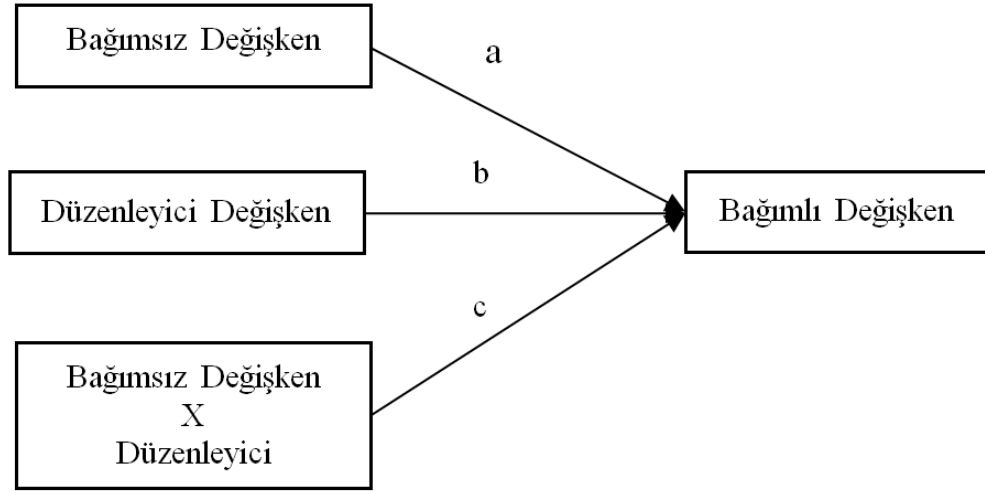
3. Modele aracı değişken eklendiğinde, X ile Y arasındaki (c) eskiden anlamlı olan ilişki artık anlamlı değildir.

Tek ve dominant aracı, c yolu sıfıra yaklaştığında; çoklu aracı etkisi ise c yolu sıfır olmadığında ortaya çıkar (Baron ve Kenny, 1986:1176; Little, Bovaird ve Card, 2007:208; Bayram, 2013:6).



Şekil 1. Aracı Değişken

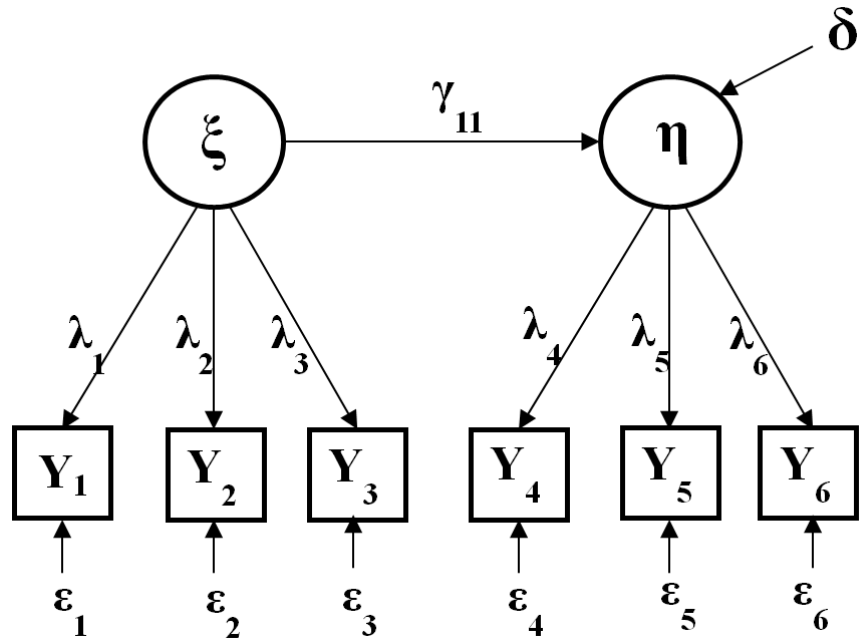
Düzenleyici (Moderatör) değişken ise bağımlı ve bağımsız değişken arasındaki ilişkinin yönünü veya gücünü etkilemektedir. Düzenleyici değişken ve diğer değişkenlere giden yollar Şekil 2’de gösterilmiştir. Bağımsız değişken ile düzenleyici değişkenin etkileşimi bağımlı değişkeni anlamlı bir şekilde etkiliyorsa (c yolu anlamlı ise) düzenleyici etki söz konusudur. Düzenleyici değişkenin kategorik olması yorumlama açısından daha kolay olmasına rağmen, bu değişken sürekli veya kategorik olabilir. Ayrıca, etkileşim teriminin kolayca yorumlanabilmesi için, düzenleyici değişkenin bağımlı ve bağımsız değişken ile ilişkisiz olması beklenmektedir (MacKinnon, 2008:276; Bayram, 2013:7).



Şekil 2. Düzenleyici Değişken

1.2.4. Yol Diyagramı ve Sembolleri

YEM’de kavramsal modelin test edilmesinde yol diyagramlarından yararlanır. Yol diyagramı, değişkenler arası nedensel ilişkileri belirten görsel bir ifadedir. Şekil 3’de örnek bir yol diyagramı verilmiştir. Modeldeki karmaşık ilişkileri göstermek ve analiz sonuçlarını bir bütün olarak görsel ifadeyle belirtmek araştırmacılara büyük avantaj sağlamaktadır. Yol diyagramlarını anlamak için kullanılan şekilleri ve sembolleri tanımak modeli yorumlamak açısından önemlidir. Yol diyagramında söz konusu gözlenen ve gizil değişkenler için kullanılan semboller, hata, regresyon katsayıları, nedensel ilişkiler ve korelasyonları gösteren semboller Tablo 1’de gösterilmektedir (Bollen, 1989:32-33).



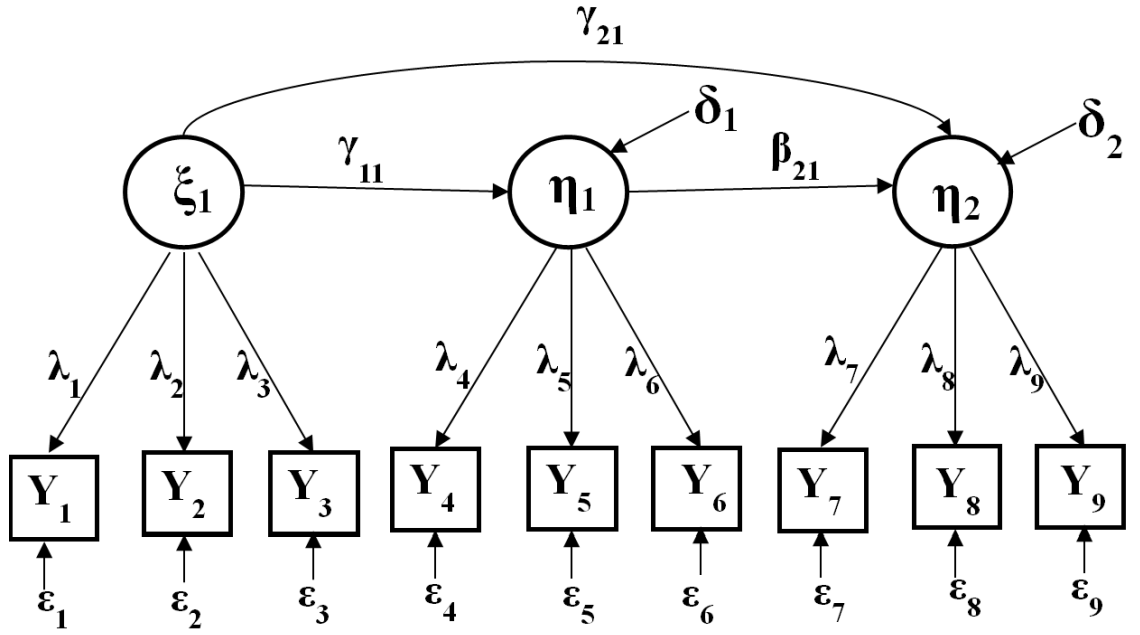
Şekil 3. Yol Diyagramına Bir Örnek

Tablo 1. YEM’de Kullanılan Temel Semboller

| | |
|--|---|
| | Kare veya dikdörtgen kutu gözlenen değişkenleri ifade eder. (y) |
| | Daire veya elips gizil değişkenleri ifade eder. (η , ξ) |
| | Gizil değişkendeki (δ) ve gözlenen değişkendeki (ε) hata |
| | Gözlenen değişkenin gizil değişken üzerine regresyon katsayısı |
| | Gizil değişkenler arasındaki nedensel ilişki |
| | İki değişken arasındaki korelasyon |
| | Değişkenler arası karşılıklı ilişki |

1.3. ÖLÇÜM MODELİ VE YAPISAL MODEL

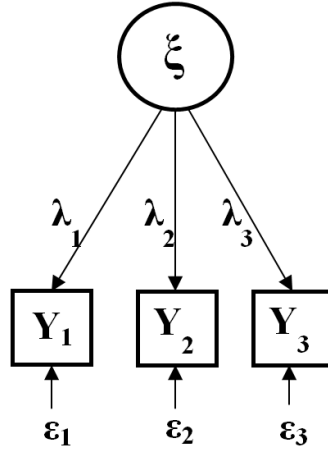
Klasik YEM’de doğrudan ölçülemeyen değişkenlerin (gizil değişken) literatürde tanımlandığı şekilde doğrudan ölçülebilen değişkenler (gözlenen değişken) yardımıyla modellenmesi ve aralarındaki ilişkilerin incelenmesi amaçlanmaktadır. Gizil ve gözlenen değişkenlerin yer aldığı YEM, ölçüm modeli ve yapısal model olmak üzere iki temel bileşenden oluşmaktadır. Örnek teşkil etmesi için üç gizil ve dokuz gözlenen değişkenden oluşan bir YEM Şekil 4’de verilmiştir.



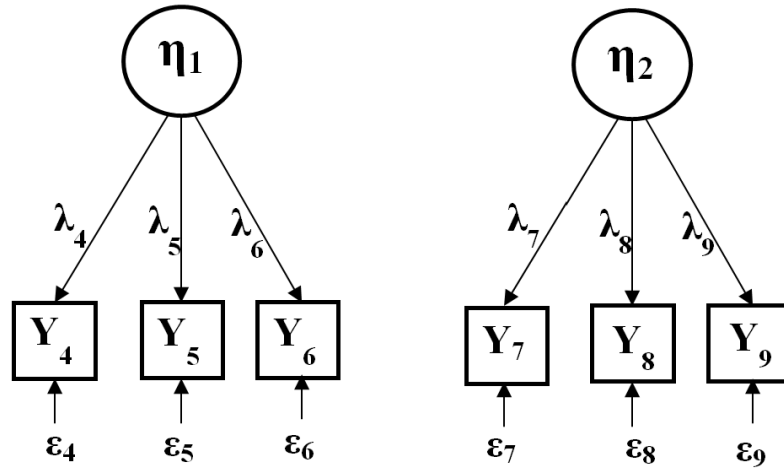
Şekil 4. Yapısal Eşitlik Modeline Bir Örnek

1.3.1. Ölçüm Modeli

Ölçüm modeli gizil değişkenler ile bu değişkenlerin gözlenen ölçümleri arasındaki bağlantıyı göstermektedir (Byrne, 2010:7). Bir başka ifadeyle, modelin, gözlemlenen değişkenlerin gizil değişkenlere nasıl bağlı olduğunu belirten bölümüne ölçüm modeli denir (Arbuckle, 2009:84). Şekil 4’de ele alınan YEM’in egzogen gizil değişkeninin ölçüm modeli Şekil 5’de ve endojen gizil değişkenlerin ölçüm modeli ise Şekil 6’da verilmiştir.



Şekil 5. Ölçüm Modeli 1 (Egzojen Gizil Değişkene Bir Örnek)



Şekil 6. Ölçüm Modeli 2 (Endojen Gizil Değişkene Bir Örnek)

Y_i gözlenen değişkenler vektörü ve $\omega_i = (\eta_i^T, \xi_i^T)$ gizil değişkenler vektörü olarak tanımlandığında, doğrusal YEM için ölçüm modeli genel formu aşağıdaki gibidir.

$$Y_i = \mu + \Lambda \omega_i + \varepsilon_i \quad (1.1)$$

Burada ele alınan semboller; Y_i ($p \times 1$) boyutlu gözlenen değişkenler vektörünü, μ ($p \times 1$) boyutlu kesme değerleri vektörü, Λ ($p \times q$) boyutlu faktör yükleri matrisi ve ω_i ($q \times 1$) boyutlu gizil değişkenler vektörüdür. ε_i ise ($p \times 1$) boyutlu ölçüm hataları vektörüdür (Lee, 2007:95).

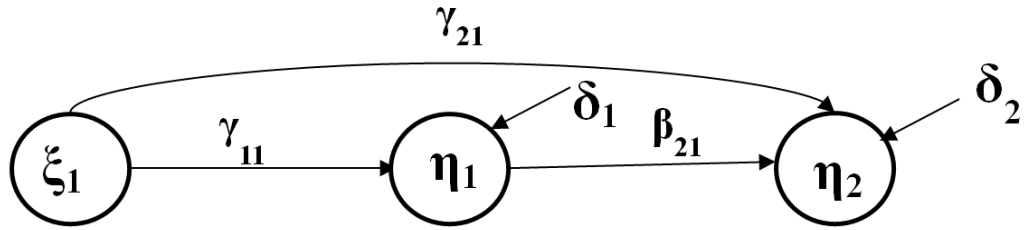
Ölçüm modelinde aşağıdaki varsayımlar sağlanmalıdır.

$E(\eta) = 0$, $E(\xi) = 0$ ve $E(\varepsilon) = 0$ olmalı, ayrıca

ε : η ve ξ ile ilişkisiz olmalıdır (Bollen, 1989:20; Çelik ve Yılmaz, 2016:19).

1.3.2. Yapısal Model

Gizil değişkenler (endojen ve egzojen) arasındaki dolaylı ve direkt nedensel ilişkileri belirleyen bu model yapısal model veya nedensel model olarak adlandırılmaktadır (Schumacker ve Lomax, 2010:187; Bayram, 2013:46; Çelik ve Yılmaz, 2016:12). Şekil 4’de verilen YEM modeline ilişkin yapısal model Şekil 7’de verilmiştir.



Şekil 7. Yapısal Modele Bir Örnek

Doğrusal YEM için yapısal modelin genel gösterimi aşağıdaki gibidir.

$$\eta_i = B\eta_i + \Gamma\xi_i + \delta_i \quad (1.2)$$

Burada ele alınan semboller; B ($q_1 \times q_1$) boyutlu endojen gizil değişkenler bilinmeyen katsayı matrisi, Γ ($q_1 \times q_2$) boyutlu egzojen gizil değişkenler bilinmeyen katsayı matrisi, η ($q_1 \times 1$) boyutlu endojen gizil değişkenler vektörü, ξ ($q_2 \times 1$) boyutlu egzojen gizil değişkenler vektörü ve δ ($q_1 \times 1$) boyutlu ölçüm hataları vektörüdür (Wall, 2007:2; Wall ve Amemiya, 2007:322; Song ve Lee, 2012:17-18).

Klasik YEM’de yapısal model için bazı varsayımlar sağlanmalıdır. Bunlar; $E(\eta) = 0$, $E(\xi) = 0$, $E(\delta) = 0$, $Cov(\xi^T, \delta) = 0$ ve $(1-B)$ tersi alınabilir matris olmalıdır (Bollen, 1989:11; Bollen vd., 2010:2).

η_2 üzerine olan toplam etkiler ξ_1 ’in direkt ve dolaylı etkilerinin toplamı olacak şekilde aşağıdaki gibi hesaplanır.

Toplam Etki = Direkt Etki + Dolaylı Etki

$$\text{Toplam Etki} = \gamma_{21} + \gamma_{11} \beta_{21} \quad (1.3)$$

1.4. YAPISAL EŞİTLİK MODELİ VARSAYIMLARI

Çoğu istatistiksel çalışmadaki gibi YEM’de de bazı varsayımlar sağlanmak zorundadır. Hatırlatmak gerekirse bu varsayımlar: modeldeki değişkenler arasındaki nedensel bağlantıları belirten bir grup stokastik doğrusal denklemlerden oluşması, rassal örnekleme dayanması ve gözlemlerin bağımsız olması şeklindedir.

Klasik YEM literatürde ilk olarak “Doğrusal Yapısal Eşitlik Modeli” olarak tanınmıştır. Bu sebeple karşılaşılan farklı çalışmalarda klasik YEM olarak uygulanan yöntemin aslında doğrusal YEM’i ifade ettiğini bilmek gerekmektedir. Burada denklemler doğrusal olduğundan, herhangi bir etki ve sebep arasındaki doğrudan bağlantı söz konusu iki değişkeni bağlayan katsayı değeri ile belirlenir (Sobel, 1987:155). Doğrusal YEM, ölçüm modeli ve gizil değişkenler arasında kurulan yapısal modelin doğrusal olduğu modellerdir. Ayrıca, doğrusal YEM’de gözlenen değişkenlerin sürekli, bağımsız ve normal dağıldığı varsayımı sağlanmalıdır (Lee, 2007:17).

y_i ($i = 1, 2, \dots, n$), örneklem büyüklüğü n olan gözlenen veri kümesi, η_i ve ξ_i gizil değişkenleri, ε_i ve δ_i hataları göstermektedir. Ele alınan tüm bu varsayımları özetlemek gerekirse $i = 1, 2, \dots, n$ için doğrusal YEM varsayımları;

Varsayım 1: Ölçüm hataları ε_i rassal vektörleri bağımsız ve $N[0, \Psi_\varepsilon]$ olmak üzere bağımsız özdeş dağılmışlardır. Burada, Ψ_ε köşegen kovaryans matristir.

Varsayım 2: Gizil egzojen değişken ξ_i rassal vektörleri $N[0, \Phi]$ olmak üzere bağımsız özdeş dağılmışlardır. Φ genel kovaryans matrisini göstermektedir.

Varsayım 3: Yapısal model hataları δ_i rassal vektörleri $N[0, \Psi_\delta]$ olmak üzere bağımsız özdeş dağılmışlardır. Burada, Ψ_δ köşegen kovaryans matristir.

Varsayım 4: δ_i, ξ_i ’den bağımsızdır.

ε_i, ω_i ve δ_i ’den bağımsızdır.

olarak sıralanabilir. Bu varsayımlar Ψ_ε , Φ ve Ψ_δ olmak üzere üç bilinmeyen parametre matrisini içermektedir. η_i gizil değişkeni, ξ_i ve δ_i ile doğrusal ilişkili olduğundan, η_i gözlemleri B , Γ , Φ ve Ψ_δ değerlerine dayanan bir kovaryans matrisi ile normal dağılmaktadır. Sonuç olarak, varsayım 2 ve 3'e bağlı olarak, ω_i 'ler normal dağılıma göre bağımsız özdeş dağılmaktadır. Ayrıca, y_i 'ler bağımsız özdeş normal dağılıma uymalıdır (Song ve Lee, 2012:20).

İKİNCİ BÖLÜM

BAYESYEN YAPISAL EŞİTLİK MODELMESİ

2.1. BAYESYEN YÖNTEMLER

YEM ve istatistiksel diğer analizlerde asimptotik teoriye ihtiyaç duymayan Bayesyen yöntemler günümüzde sıklıkla tercih edilmektedir. Bayesyen tahmin metodu kullanılarak yapılan tüm analizlerde bazı temel adımların gerçekleştirilmesi gerekmektedir. Bu adımlar aşağıdaki gibi sıralanabilir (Song ve Lee, 2012:43-45):

1. İlk olarak veri için olasılık modeli formülize edilir.
2. Bilinmeyen veya açıklanmak istenen parametreler belirlenir.
3. Bu parametreler için önsel dağılımlara karar verilir.
4. Gözlenen değişkenlere dayanan olabilirlik fonksiyonu oluşturulur ve böylece olasılık modeli formülize edilir.
5. Sonsal dağılımları belirlemek için olabilirlik ve önsel dağılımlar birleştirilir.
6. Sonsal dağılımlardan istenen özellikler özetlenir.

Bayesyen yöntemleri diğer analiz metotlarından ayıran en önemli özellik önsel dağılımların yardımıyla sonsal dağılımların elde edilmesidir. Sonsal dağılımları simüle etmek için MCMC teknikleri kullanılır. Belirlenen sonsal dağılımlardan farklı algoritmalar yardımıyla örneklem çekilerek sonsal istatistikler hesaplanmaktadır. Bayesyen yöntemlerle analiz edilen diğer istatistiksel tekniklerde olduğu gibi BYEM’de de benzer aşamalardan geçilmektedir. Bu bilgiler doğrultusunda önsel dağılımların belirlenmesi, MCMC tekniklerinden Metropolis Hasting algoritması ve Gibbs örnekleme hakkında ayrıntılı bilgiler bu bölümde ele alınmıştır. Tüm bunların yanı sıra özellikle YEM’de Bayesyen tahmin metoduna geçmeden önce Bayes teoremi ve Bayesyen yaklaşım hakkında bilgiler verilecektir.

2.2. BAYES TEOREMİ

1763 yılında Thomas Bayes tarafından ortaya atılan Bayes teoremi, koşullu olasılıkları kullanarak formüle edilmektedir (Gill, 2002:9). Bayes teoreminde bir olayın gerçekleşme olasılıkları deney sonucunda belirlenen ek bilgiyi kullanarak son

olasılıkların elde edilmesine dayanır. Bir başka ifade ile nedenlerden sonuçlara olan mantık zinciri sonuçlardan nedenlere şeklinde işler.

A ve B olaylarının olasılıkları $P(A)$ ve $P(B)$ olduğu varsayıldığında, A olayı bilindiğinde B'nin koşullu olasılığı;

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad (2.1)$$

olur. Ayrıca,

$$\bullet P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}) \quad (2.2)$$

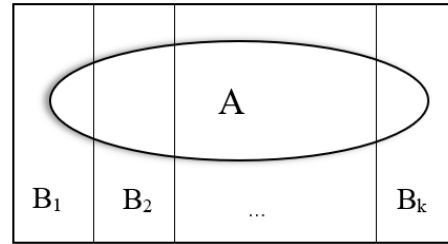
$$\bullet P(A \cap B) = P(A|B)P(B) \quad (2.3)$$

$$\bullet P(A \cap \bar{B}) = P(A|\bar{B})P(\bar{B}) \quad (2.4)$$

olduğundan;

$$P(B|A) = \frac{P(A|B)P(B)}{P(A|B)P(B) + P(A|\bar{B})P(\bar{B})} \quad (2.5)$$

eşitliği tek bir olay için Bayes teoremini göstermektedir.



Şekil 8. S Örnek Uzayı

S örnek uzayında B_1, B_2, \dots, B_k ayrık olaylardır (Şekil 8). Bu olayların bileşimi S ($B_1 \cup B_2 \dots \cup B_k = S$) ve iki olayın kesişimi boş küme ($B_i \cap B_j = \emptyset, i = 1, 2, \dots, k, j = 1, 2, \dots, k$ ve $i \neq j$ için) olsun. A, S örneklem uzayında herhangi bir olay ise, A verildiğinde B'nin koşullu olasılığı aşağıdaki gibidir.

$$P(B_i|A) = \frac{P(B_i \cap A)}{P(B_1 \cap A) + P(B_2 \cap A) + \dots + P(B_k \cap A)} \quad (2.6)$$

$$P(B_i|A) = \frac{P(A|B_i)P(B_i)}{P(A|B_1)P(B_1) + P(A|B_2)P(B_2) + \dots + P(A|B_k)P(B_k)} \quad (2.7)$$

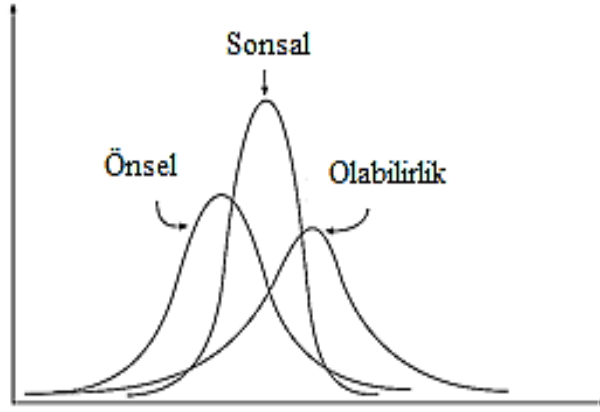
$$P(B_i|A) = \frac{P(A|B_i)P(B_i)}{\sum_{j=1}^k P(A|B_j)P(B_j)} \quad (2.8)$$

(2.8)'de verilen eşitlik Bayes Teoremi olarak adlandırılmaktadır (Gill, 2002:13; Zeytinoglu, 2019:70). Burada $P(B_j)$ B'nin marjinal olasılığı olup B'nin önsel olasılığını ve $P(A|B_j)$ B'nin gerçekleştiği bilindiğinde A'nın olasılığı olup ek bilgiyi veren olabilirlik fonksiyonu olarak ifade edilmektedir. Ayrıca, $P(B_i|A)$ A'nın gerçekleştiği bilindiğinde B'nin olasılığı olup A'nın sonsal olasılıklarını belirtmektedir.

2.3. BAYESYEN YAKLAŞIM

Bayesyen yaklaşım istatistik literatüründe çok çeşitli modelleri analiz etmek için önemli bir yaklaşım olarak bilinmektedir. Bayesyen yaklaşım tahminleri klasik yaklaşımdan farklılaşmaktadır. Klasik yaklaşımda tahmin edilen parametreler sabit kabul edilerek yorumlar yapılırken, Bayesyen yaklaşımda $p(y|\theta)$ gözlenen verileri $p(\theta)$ önsel olasılıklarıyla ağırlıklandırılarak tahmin edilmektedir. Ayrıca, örneklem büyüklüğü n olan bilinmeyen parametre vektörü $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)$ klasik yaklaşımda sabit bir parametre olarak belirlenirken, Bayesyen yaklaşımda rassal bir değişken olarak belirlenir (Gill, 2002:17; Congdon, 2003:3; Kaplan ve Depaoli, 2012:652).

Örneklem büyüklüğü n olan $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ vektörü gözlemlenen veri setini oluşturmak üzere, bilinmeyen parametre θ verildiğinde y 'nin görülme olasılığı $p(y|\theta)$ olarak belirtilir. Önsel dağılım olan $p(\theta)$ 'yla birlikte θ ve y 'nin bileşik olasılık yoğunluk fonksiyonunu $p(\theta, y)$ 'yi kullanarak sonsal dağılımı bulmak amaçlanır (Lee ve Song, 2003:3076; Lee, 2007:70; Kaplan ve Depaoli, 2012:651). Önsel, sonsal ve olabilirlik dağılım fonksiyonu dağılımı Şekil 9'da verilmiştir (Muthen ve Asparouhov, 2012:57).



Şekil 9. Önsel, Sonsal ve Olabilirlik Dağılımı

y gözlem değerleri verildiğinde θ bilinmeyen parametresinin olasılık yoğunluk fonksiyonu $p(\theta|y)$ 'nin sonsal dağılımı Bayes teoremiyle aşağıdaki gibi formülize edilir.

$$p(\theta|y) = \frac{p(\theta, y)}{p(y)} = \frac{p(y|\theta)p(\theta)}{p(y)} \quad (2.9)$$

Burada $p(y)$, y gözlem değerlerinin marjinal olasılık yoğunluk fonksiyonunu verir. Kesikli değişkenler için;

$$p(y) = \sum_{\theta} p(y|\theta)p(\theta) \quad (2.10)$$

olarak ifade edilirken, sürekli değişkenler için;

$$p(y) = \int_{\theta} p(y|\theta)p(\theta)d\theta \quad (2.11)$$

olarak yazılabilir. Eşitlik (2.9)'da paydada bulunan $p(y)$ olasılık fonksiyonu model parametrelerini içermediği için bu ifadeyi göz ardı ettiğimizde sonsal dağılım orantılı bir şekilde aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$p(\theta|y) \propto p(y|\theta)p(\theta) \quad (2.12)$$

$P(y|\theta)$ olasılık yoğunluk fonksiyonu $L(\theta)$ olabilirlik fonksiyonuna eşittir. Böylece,

$$p(\theta|y) \propto L(\theta)p(\theta) \quad (2.13)$$

şeklinde de belirtilebilir (Gill, 2002:17; Congdon, 2003:3; Kaplan ve Depaoli, 2012:652).

Eşitlik (2.12)'de yer alan $p(y|\theta)$ olabilirlik fonksiyonu, θ parametresi bilindiğinde y_1, y_2, \dots, y_n koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonudur. Sonsal yoğunluk fonksiyonu örneklem bilgisi ve önsel bilgiyi, olabilirlik fonksiyonu $p(y|\theta)$ ve önsel yoğunluk fonksiyonu $p(\theta)$ aracılığıyla birleştirmektedir. Aynı zamanda olabilirlik fonksiyonu örneklem büyüklüğüne bağlı iken önsel dağılım örneklem büyüklüğüne bağlı değildir. Örneklem büyüklüğü çok büyük olduğunda önsel dağılımın etkisi azalarak sonsal yoğunluk fonksiyonu olabilirlik fonksiyonuna yaklaşmaktadır (Lee, 2007:70; Song ve Lee, 2012:137).

Bayes teoreminde sonsal dağılım olabilirlik fonksiyonu ve önsel dağılımın çarpımı olarak elde edilmektedir. Bayes teoremi daha açık bir şekilde aşağıdaki gibi yazılır.

$$p(\theta|Y) = \frac{p(y|\theta)p(\theta)}{\int_{-\infty}^{+\infty} p(y|\theta)p(\theta)d\theta} \propto p(\theta)p(Y|\theta) \quad (2.14)$$

Burada paydada yer alan ifade normalleştirme sabitidir ve hesaplaması oldukça zordur. Bu zorluktan dolayı, sonsal dağılım olabilirlik fonksiyonu ve önsel olasılığın çarpımı olarak hesaplanır (Liang, 2014:17).

2.4. YAPISAL EŞİTLİK MODELLEMESİNDE BAYES YAKLAŞIMI

YEM tarihsel gelişiminde genel olarak iki nesle ayrılabilir. Birinci nesil YEM doğrulayıcı faktör analizi ve eşanlı denklem modellerinin birleşmesiyle birlikte kullanılmaya başlanmıştır. Birinci nesil YEM, verilerin normal dağılıma uymadığı, eksik veri ve örneklem büyüklüğü hassasiyeti problemleriyle başa çıkma gibi metodolojik gelişmelere tanık olmuştur. YEM'in uygulamasının artmasıyla ve veri setlerinin karmaşıklaşmasıyla birlikte farklı tahmin metotları geliştirilerek ikinci nesil YEM ortaya atılmıştır. Birinci ve ikinci nesil YEM'e paralel olarak gelişen Bayesyen yaklaşım, karmaşık istatistiksel modeller için alternatif bir çözüm oluşturmuştur (Muthen, 2001:298; Kaplan ve Depaoli, 2012:650).

Karmaşık bir yapıya sahip olan YEM, çalışmalarda kullanılan verilerin kesikli veya sürekli olmasıyla birlikte çözümlenmesi güç bir analiz haline gelmiştir. Klasik YEM’de en çok tercih edilen tahmin metotları çok değişkenli normal dağılıma sahip veriler için geliştirilmiştir. YEM analizlerinde ham veriden çok kovaryans ya da korelasyon matrisi kullanılır. Özellikle davranış ve sosyal bilimlerde yapılan uygulamalarda kullanılan veriler karmaşık yapıda olup sürekli ve kesikli değişkenlerden oluşabilmektedir. Bu durumda normallik varsayımı ihlal edilecek ve kovaryans matris hesabı güçleşecektir (Lee, 2007:67). BYEM analizlerinde ise kovaryans matrisi yerine ham veriler kullanılmaktadır. Böylece karmaşık veriler içeren çalışmalarda Bayesyen yaklaşım kullanmak daha uygun olacaktır.

Bayesyen yaklaşımın en temel özelliği daha iyi sonuçlar elde etmek için önsel bilginin kullanılmasıdır (Lee, 2007:67). Önsel bilgiler kullanılarak model çıkarımını sağlayan sonsal dağılımlar elde edilir (Alkış, 2016:112). Parametrelerin ve gizil değişkenlerin sonsal dağılımları çeşitli MCMC yöntemleri kullanılarak simüle edilir. Simüle edilmiş verilerden farklı örnekleme teknikleri kullanılarak, ele alınan tüm bilinmeyen parametreler için tam koşullu sonsal dağılımdan örnekleme yapılır. Bu örneklemlerle sonsal tahminler yapılarak sonuçlar elde edilir (Ozechowski, 2014:855).

BYEM doğrusal olmayan, çok düzeyli, sürekli, ikili ve sıralı verilerin olduğu, eksik gözlemlerin olduğu, normalliğin sağlanmadığı ve küçük örneklemlerin olduğu modellerde kullanım avantajı sağlamaktadır. Ayrıca dört önemli nokta Bayesyen yaklaşımı kullanmayı avantajlı kılmaktadır. Bunlar:

- i. Bayesyen yaklaşım parametre tahminleri ve modele uyum hakkında daha fazla bilgi vermektedir.
- ii. Diğer metotlara göre küçük örneklemlerde daha iyi sonuçlar elde edilir ve büyük örneklem teorisine ihtiyaç duymaz.
- iii. Yapılan analizler daha az hesaplama gerektirir.
- iv. Yeni model türleri BYEM’de analiz edilebilir.

şeklinde sıralanabilir (Lee, 2007:69; Muthen ve Asparouhov, 2012:5). BYEM bu avantajlar sayesinde birçok farklı alanda çalışmaya hitap etmektedir. BYEM R, AMOS,

Mplus, SAS, OpenBUGS ve WinBUGS programları kullanılarak uygulamaları gerçekleştirilebilir.

Diğer Bayesyen modelleme tekniklerinde olduğu gibi, BYEM’de de sonsal olasılık dağılımını elde etmek için olabilirlik fonksiyonu ve önsel dağılımdan yararlanılmaktadır. BYEM’de sonsal dağılımı belirlerken ele alınan terimlerin anlaşılması için ilk olarak birinci bölümde gösterilen ölçüm ve yapısal model sırasıyla (2.15) ve (2.16)’da verilmiştir.

$$Y_i = \mu + \Lambda \omega_i + \varepsilon_i \quad (2.15)$$

$$\eta_i = B\eta_i + \Gamma\xi_i + \delta_i \quad (2.16)$$

Tüm bu bilgiler ele alındığında gizil değişkenler de dahil edildiğinde BYEM için olabilirlik fonksiyonu;

$$L(y, \eta, \xi; \theta) = \prod_{i=1}^n \{N_p(y_i; \mu + \Lambda\omega_i, \psi_\varepsilon) N_m(\eta_i; B\eta_i + \Gamma\xi_i, \psi_\delta) N_n(\xi_i; \mu_\xi, \phi)\} \quad (2.17)$$

olarak yazılabilir. Burada $\theta = (B, \Gamma, \mu, \Lambda, \psi_\varepsilon, \psi_\delta, \mu_\xi, \phi)$ model parametreleri vektörüdür. η ve ξ sırasıyla endojen ve egzojen gizil değişkenler vektörü, B ve Γ sırasıyla endojen ve egzojen değişkenlerin katsayı vektörü, Λ^T ilişki katsayısı matrisi, μ kesişim vektörünü göstermektedir. Modelin Bayesyen tahminini yapmak için θ ’da ki tüm elemanlar için önsel dağılım ($p(\theta)$) belirlenmesi gerekmektedir (Palomo, Dunson ve Bollen, 2007:168).

Parametrelerin ve gizil değişkenlerin ortak sonsal dağılımı Bayes teoremine göre açık bir şekilde aşağıda verilmiştir.

$$p(\theta, \xi, \eta | y) = \frac{L(y, \eta, \xi; \theta) p(\theta)}{\int L(y, \eta, \xi; \theta) p(\theta) d\eta d\xi d\theta} \quad (2.18)$$

$$p(\theta, \xi, \eta | y) \propto L(y, \eta, \xi; \theta) p(\theta) \quad (2.19)$$

Eşitlik (2.18)'in paydasındaki teriminin hesabının zor olmasından kaynaklı marjinal olasılığın hesabı oldukça güçtür. Ancak, sonsal dağılımın elde edilmesinde kullanılan MCMC teknikleri marjinal olasılığın hesaplanmasına gerek kalmadan ortak sonsal dağılımdan (2.19) örnek çekilmesi için kullanılabilir (Ma, 2006:32; Palomo, Dunson ve Bollen, 2007:168).

Sonsal dağılımın elde edilmesinde kullanılan MCMC metodu Bayesyen tahmini için kullanılan en yaygın algoritmadır. Gibbs örneklemeyle ise, parametreler ve gizil değişkenler dahil olmak üzere her bilinmeyen için sonsal dağılımlarından örnekleme yapılır (Palomo, Dunson ve Bollen 2007:169; Kaplan, 2012:656). Tüm bu aşamalara geçmeden önce BYEM'in uygulanabilmesi için önsel bilgilerin belirlenmesi gerekmektedir. İfade edilen bu bilgiler ışığında gelecek bölümde önce önsel dağılım sonrasında MCMC metodu, Metropolis Hasting algoritması ve Gibbs örnekleme hakkında bilgi verilecektir.

2.4.1. Önsel Dağılım

Bayesyen yaklaşımın en temel ayırt edici özelliği önsel dağılımların kullanılmasıdır. Klasik yaklaşımda ele alınan olasılıklar sabit kalmaktadır. Bayesyen yaklaşımda ise araştırmacının geçmiş deneyimine, kişisel sezgiye, aynı kitleye yapılan önceki çalışmalara veya uzman görüşüne dayanan önsel dağılımlar kullanılır. Burada zorluk araştırmacının model parametreleri için önsel dağılımları nasıl bulacağı konusunda ortaya çıkar (Kaplan ve Depaoli, 2012:652; Muthen ve Asparouhov, 2012:8). Model parametreleri için $p(\theta)$ önsel olasılıklarının olabilirlik fonksiyonlarıyla çarpılmasıyla sonsal dağılım elde edilir (Gill, 2002:97).

Veri toplamadan önce ne kadar bilgiye sahip olduğuna ve bu bilgilerin ne kadar doğru olduğuna inanıldığına bağlı olarak önsel dağılımlar bilgi içermeyen (uninformative) ve bilgi içeren (informative) olmak üzere ikiye ayrılmaktadır.

2.4.1.1. Bilgi İçermeyen Önsel

Bilgi içermeyen önsel dağılım, sonsal dağılımların oluşturulmasında yeterli ön bilgiye sahip olunmadığı durumlarda kullanılır. Model parametresi hakkında herhangi bir bilgi olmadığı durumlarda açıklayıcı olmayan önsel dağılımlar sonsal dağılım üzerine en az

etki edecek şekilde belirlenmektedir (Avcı, 2012:10). Klasik Bayes olarak da adlandırılan bu önsel dağılımlarda, eldeki veriden başka herhangi bir bilgiye sahip olmadığı için klasik yaklaşımlarda elde edilen sonuçlara benzer sonuçlar vermektedir (Lee, 2007:71). Tekdüze (Düzgün-Uniform) önsel dağılımı ve Jeffreys önsel dağılımı en yaygın kullanılan bilgi içermeyen önsel dağılımlardır (Gill, 2002:106; Kaplan ve Depaoli, 2012:652; Altındağ, 2015:38).

Bilgi içermeyen dağılımlar içinde en çok tercih edilen tekdüze dağılım, belirli sınırlar arasında rassal bir sonucun bulunduğu bir deneyi tanımlamaktadır. Parametreler hakkında herhangi bir bilginin olmadığı veya yetersiz olduğu durumlarda kullanılmaktadır. Tekdüze dağılım Bayes-Laplace'ın önermesi olan “yetersiz neden prensibine” dayanmaktadır. Burada tüm olaylar için aynı önsel dağılım ele alınmaktadır. Parametrenin aralığı $[0:\infty]$ olduğunda, bu aralık sınırlandırılabilirse değer $[0:k]$ ile sınırlandırılır ve $p(\theta)$ olarak ifade edilen tekdüze önsel dağılım $1/k$ olur (Gill, 2002:105; Avcı, 2012:11).

Jeffreys önsel dağılımı da tekdüze dağılımla benzer şekilde çalışsa da, Jeffreys önsel dağılımı orantısal olarak elde edilmektedir. Bu önsel dağılım Fisher bilgi matrisinin kareköküne eşit olarak aşağıdaki gibi elde edilmektedir (Gill, 2002:106; Kaplan ve Depaoli, 2012:652).

$$p(\theta) \propto [J(\theta)]^{1/2} \quad (2.20)$$

Eşitlik (2.20)'de yer alan Fisher'in bilgi matrisi olan $J(\theta)$, tek bir θ parametresi için aşağıdaki gibi elde edilmektedir (Gelman vd., 2013:52).

$$J(\theta) = -E\left(\frac{d^2 \log p(y|\theta)}{d\theta^2} \mid \theta\right) \quad (2.21)$$

2.4.1.2. Bilgi İçeren Önsel

Bir model parametresinin dağılımının şekli ve ölçeği hakkında önsel dağılıma sistematik olarak dahil edilebilecek yeterli ön bilgi bulunduğu durumlarda bilgi içeren önsel dağılımlar ele alınır (Lee, 2007:75, Kaplan ve Depaoli, 2012:652). Bilgi içeren

önsel dağılımlar; önceden yayınlanmış çalışmalar, araştırmacının sezgileri, konuyla ilgili uzmanların görüşleri gibi yollarla elde edilebilir. Fakat burada en büyük endişe yazarın istenilen sonuca göre önsel bilgileri manipüle edebilmesidir. Bu sebeple ele alınan önsel bilgilerin açıkça verilmesi önem arz etmektedir (Gill, 2002:114). Bayesyen yaklaşımda en yaygın kullanılan bilgi içeren önsel dağılım eşlenik (conjugate) önsel dağılımdır (Lee, 2007:71). Bu sebeple eşlenik önsel dağılımlar aşağıda ayrıntılı bir şekilde ele alınmıştır.

Eşlenik Önsel Dağılımlar

Önsel ve sonsal dağılımın aynı aileden olduğu dağılımlara eşlenik önsel dağılımlar denilmektedir. Yani bilinmeyen θ parametresine ait sonsal dağılım ile $p(\theta)$ önsel dağılımı aynı aileden geldiği durumlardır. Sonsal dağılımların analitik olarak elde edilmesi istenildiğinden bu durum uygulamalarda büyük kolaylık sağlamaktadır. Birden fazla önsel dağılım söz konusu olduğunda hangi dağılımın kullanılacağı kesin olarak bilinmiyorsa varyansı küçük olan tercih edilir (Gill, 2002:114).

YEM'in Bayesyen tahminleri için yapılan çalışmalarında genellikle hiperparametreler için eşlenik önsel dağılım tercih edilmektedir. Bu tez çalışmasında da hem BYEM hem de BKYEM analizlerinde eşlenik önsel dağılım tercih edildiğinden ayrıntılarıyla ele alınmıştır.

Ölçüm modelinde (2.15) ve yapısal modelde (2.16) yer alan μ , Λ , B ve Γ parametreleri bilinmeyen ortalama vektörlerini, Φ , Ψ_ε ve Ψ_δ parametreleri bilinmeyen kovaryans matrislerini göstermektedir. Λ_k^T parametresi Λ 'nın k . satırını, $\Psi_{\varepsilon k}$ parametresi Ψ_ε 'nin k . köşegen elemanlarını göstermek üzere, ölçüm modelinin parametreleri olan μ , Λ ve Ψ_ε 'nin önsel dağılımları (μ , Λ_k ve $\Psi_{\varepsilon k}$);

$$\mu \sim N(\mu_0, \Sigma_0)$$

$$(\Lambda_k | \psi_{\varepsilon k}) \sim N(\Lambda_{0k}, \psi_{\varepsilon k} H_{0yk}) \quad (2.22)$$

$$\psi_{\varepsilon k} \sim \text{Ters Gamma}(\alpha_{0\varepsilon k}, \beta_{0\varepsilon k}) \quad \text{veya} \quad \psi_{\varepsilon k}^{-1} \sim \text{Gamma}(\alpha_{0\varepsilon k}, \beta_{0\varepsilon k})$$

olarak belirlenir. Burada $\alpha_{0\epsilon k}$ ve $\beta_{0\epsilon k}$ Gamma dağılımının parametrelerini göstermektedir. μ_0 , Λ_{0k} , Σ_0 ve H_{0yk} hiperparametreler olmak üzere, Σ_0 ve H_{0yk} pozitif tanımlı matrislerdir.

Yapısal modelde yer alan parametreler $\Lambda_\omega = (\beta, \Gamma)$ 'dır. $\Lambda_{\omega k}^T$ parametresi Λ_ω 'nın k. satırını, $\Psi_{\delta k}$ parametresi Ψ_δ 'nin k. köşegen elemanlarını göstermek üzere, yapısal model parametreleri Φ , Λ_ω ve Ψ_δ 'nin eşlenik önsel dağılımları (Φ , $\Lambda_{\omega k}$ ve $\Psi_{\delta k}$);

$$\Phi \sim \text{Ters Wishart}(R_0^{-1}, \rho_0) \quad \text{veya} \quad \Phi^{-1} \sim \text{Wishart}(R_0, \rho_0)$$

$$(\Lambda_{\omega k} | \psi_{\delta k}) \sim N(\Lambda_{0\omega k}, \psi_{\delta k} H_{0\omega k}) \quad (2.23)$$

$$\psi_{\delta k} \sim \text{Ters Gamma}(\alpha_{0\delta k}, \beta_{0\delta k}) \quad \text{veya} \quad \psi_{\delta k}^{-1} \sim \text{Gamma}(\alpha_{0\delta k}, \beta_{0\delta k})$$

olarak gösterilir. Burada ρ_0 ve pozitif tanımlı R_0 matrisi Wishart dağılımın hiperparametreleridir. $H_{0\omega k}$ pozitif tanımlı matris olmak üzere, ρ_0 , R_0^{-1} , $\alpha_{0\delta k}$, $\beta_{0\delta k}$ ve $\Lambda_{0\omega k}$ - $H_{0\omega k}$ 'nin elemanları hiperparametreleri göstermektedir (Song ve Lee, 2012:38). θ bilinmeyen parametreleri ve W bilinmeyen kovaryans matrisini göstermek üzere burada ele alınan Gamma ve Wishart dağılımlarının olasılık fonksiyonları aşağıdaki gibidir (Song ve Lee, 2012:53).

$$\theta \sim \text{Gamma}(\alpha, \beta) \quad p(\theta) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \theta^{\alpha-1} e^{-\beta\theta} \quad (2.24)$$

$$W \sim \text{Wishart}(R_0, \rho_0) \quad p(W) = \left[2^{\frac{\rho_0 q}{2}} \pi^{\frac{q(q-1)}{4}} \prod_{i=1}^q \Gamma\left(\frac{\rho_0+1-i}{2}\right) \right]^{-1} \quad (2.25)$$

$$x |R_0|^{-\frac{\rho_0}{2}} x |W|^{\frac{\rho_0-q-1}{2}} x \exp\left\{-\frac{1}{2} \text{tr}(R_0^{-1}W)\right\}$$

En sık kullanılan dağılımlara ilişkin eşlenik önsel dağılımlar ve bu dağılımlara ait ortalama ve varyans parametreleri Tablo 2'de verilmiştir. Bu olasılık dağılımlarının her biri, dağılımın ortalamasını ve varyansını etkileyen hiperparametreler adı verilen kendi parametrelerine sahiptir (Evermann ve Tate, 2012:9).

Tablo 2. Eşlenik Önsel Dağılımlar

| Olabilirlik Fonksiyonu | Eşlenik Önsel Dağılım | Ortalama | Varyans |
|--|-------------------------------------|-----------------------------------|--|
| Normal (Varyans biliniyor) | Normal $N(\mu, \sigma^2)$ | μ | σ^2 |
| Normal (Ortalama biliniyor) (Ortalama ve varyans kullanarak parametreleştirme) | Ters Gamma $IG(\alpha, \beta)$ | $\frac{\beta}{\alpha - 1}$ | $\frac{\beta^2}{(\alpha - 1)^2(\alpha - 2)}$ |
| Normal (Ortalama biliniyor) (Ortalama ve kesinlik kullanarak parametreleştirme) | Gamma $G(\alpha, \beta)$ | $\frac{\alpha}{\beta}$ | $\frac{\alpha}{\beta^2}$ |
| Çok Değişkenli Normal (Ortalama ve ters kovaryans kullanarak parametreleştirme) | Wishart $W(R_0, \rho_0)$ | $\rho_0 R_0$ | |
| Çok Değişkenli Normal (Ortalama ve kovaryans kullanarak parametreleştirme) | Ters Wishart $IW(R_0^{-1}, \rho_0)$ | $\frac{R_0^{-1}}{\rho_0 - q - 1}$ | $\propto \frac{1}{(\rho_0 - q)(\rho_0 - q - 1)^2(\rho_0 - q - 3)}$ |
| Üstel, Gamma | Gamma $G(\alpha, \beta)$ | $\frac{\alpha}{\beta}$ | $\frac{\alpha}{\beta^2}$ |
| | Uniform $U(\alpha, \beta)$ | $\frac{1}{2}(\alpha + \beta)$ | $\frac{1}{12}(\beta - \alpha)^2$ |

Kaynak: Evermann, J., & Tate, M. (2012). Bayesian Structural Equation Models for Cumulative Theory Building in Information Systems. 18th Americas Conference on Information Systems.sf:9.

2.4.2. MCMC Metoduyla Sonsal Dağılımların Oluşturulması

Bayesyen analizde önsel dağılım ($p(\theta)$) ve gözlemlenen veri setinden (Y) alınan bilgilerin birleştirilmesiyle elde edilen sonsal dağılım ($p(Y|\theta)$) tüm tahmin ve kararların verilmesinde kullanılır (Berger, 1985:126). Bayesyen tahmin sonsal dağılımın ortalaması, modu ve medyanı alınarak hesaplanır (Lee ve Song, 2003:3076; Muthen ve Asparouhov, 2012:8). Bayesyen yaklaşımda sonsal dağılım karmaşık bir yapıda olduğu için sonsal dağılımlar MCMC algoritmaları kullanılarak elde edilir.

MCMC koşullu dağılımlardan simülasyonla örneklem çekerek parametre tahminleri elde etmeye yarayan bir tekniktir. MCMC yönteminde Markov zincirleri, önceki örneklem grubu ile bir Markov zinciri oluşturarak üretilir. Bilinmeyen her bir parametre için iterasyon yapılarak hassas tahminler yapılmasına olanak sağlar. İterasyonlar arasından tesadüfi olarak örneklem çekmek için kullanılan rassal yürüyüş (random

walk) yöntemine göre parametrelere ait örneklemeler çekilir. Böylece, elde edilen örneklemelerden özet istatistikler belirlenir ve hedeflenen sonsal dağılıma yakınsanır (Gelman ve Rubin, 1996:3, Şehribanoğlu, 2012:30).

Daha önce de belirtildiği gibi, MCMC tekniğinde sonsal dağılımdan örneklem çekmek ve sonsal istatistikleri hesaplamak için kullanılan en yaygın iki teknik Metropolis-Hasting algoritması (Metropolis, 1953; Hastings, 1970) ve Gibbs (Geman ve Geman, 1984) örneklemesidir. Metropolis-Hastings algoritması, doğrudan örneklemenin zor olduğu bir olasılık dağılımından rastgele örnekler elde etmek için kullanılan bir tekniktir. Gibbs örneklemesi ise Metropolis-Hasting örneklemesinin özel bir durumudur. Gibbs örneklemesinde ele alınan parametrelerin şartlı önsel dağılımları sabit bir dağılıma sahip olduğunda kullanılırken, şartlı önsel dağılımları sabit bir dağılıma sahip olmadığı durumlarda ise Metropolis-Hastings algoritması kullanılmaktadır (Gelman vd., 2013:446; Öngen Bilir, 2016:27). Gibbs örneklemesi, gizil değişkenler de dahil olmak üzere tüm bilinmeyen parametreler için tam koşullu sonsal dağılımlarından örnekleme yapan bir MCMC tekniğidir (Gelman ve Rubin, 1996:11-12)

2.4.2.1. Metropolis Hasting Algoritması

Yoğunluk fonksiyonu $p(\cdot)$ olan koşullu dağılımdan, X_j ($j = 1, 2, \dots$) gözlemlerini simüle etmek için Metropolis Hasting algoritmasının aşamaları aşağıdaki gibidir (Gill, 2002:354).

1.Adım: X_j j.iterasyon değerini göstermek üzere, X_{j+1} değeri olarak $q(\cdot|X_j)$ koşullu öneri dağılımdan Y noktası belirlenir.

2.Adım: X_{j+1} değeri seçilerek belirlenen Y noktası kullanılarak kabul olasılığı aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\min \left(1, \frac{p(Y)q(X_j|Y)}{p(X_j)q(Y|X_j)} \right) \quad (2.26)$$

3.Adım: Eğer belirlenen Y noktası kabul edilirse, zincir çalışmaya devam eder. Y noktası reddedilirse, yani min. değeri 1 olursa, $X_{j+1} = X_j$ olur. Yani zincir çalışmayı keser.

Burada $q(\cdot|\cdot)$ öneri dağılımı herhangi bir dağılım olabilir. Markov zincirinin sabit dağılımı ise $p(\cdot)$ yoğunluk dağılımına sahip hesaplanması amaçlanan dağılımdır.

2.4.2.2. Gibbs Örneklemesi

YEM'i diğer regresyon modellerinden ve eşanlı denklem modellerinden ayıran en önemli özellik, gizil değişkenlerin varlığıdır. Bununla birlikte gizil değişkenlerin varlığı modeli analiz etmede zorluklara neden olmaktadır. BYEM'de sonsal olasılık fonksiyonu $p(\theta|Y)$ yerine, Ω gizil değişkenler kümesini de dahil ederek $p(\theta, \Omega|Y)$ sonsal olasılık fonksiyonu ile çalışılmaktadır. $\theta = \theta_1, \dots, \theta_a$ parametre vektörü ve $\Omega = \Omega_1, \dots, \Omega_b$ gizil değişken matrisini mevcut değerler ile Gibbs algoritmasıyla j. iterasyona $\theta^{(j)} = (\theta_1^{(j)}, \dots, \theta_a^{(j)})$ ve $\Omega^{(j)} = (\Omega_1^{(j)}, \dots, \Omega_b^{(j)})$ kadar simüle edilir (Lee, 2007:77-78).

$$\theta_1^{(j+1)} \rightarrow p(\theta_1 | \theta_2^{(j)}, \dots, \theta_a^{(j)}, \Omega^{(j)}, Y) \quad (2.27)$$

$$\theta_2^{(j+1)} \rightarrow p(\theta_2 | \theta_1^{(j+1)}, \dots, \theta_a^{(j)}, \Omega^{(j)}, Y)$$

⋮

$$\theta_a^{(j+1)} \rightarrow p(\theta_a | \theta_1^{(j+1)}, \dots, \theta_{a-1}^{(j+1)}, \Omega^{(j)}, Y)$$

$$\Omega_1^{(j+1)} \rightarrow p(\Omega_1 | \theta^{(j+1)}, \Omega_2^{(j)}, \dots, \Omega_b^{(j)}, Y)$$

$$\Omega_2^{(j+1)} \rightarrow p(\Omega_2 | \theta^{(j+1)}, \Omega_1^{(j+1)}, \dots, \Omega_b^{(j)}, Y)$$

⋮

$$\Omega_b^{(j+1)} \rightarrow p(\Omega_b | \theta^{(j+1)}, \Omega_1^{(j+1)}, \dots, \Omega_{b-1}^{(j+1)}, Y)$$

Her adımda θ ve Ω 'daki her bileşen diğer bileşenlerin en son değerlerine göre güncellenen Gibbs örneklemesinin j . iterasyonuna kadar toplam $a + b$ tane adım vardır. $(\theta^{(j)}, \Omega^{(j)})$ 'nin ortak dağılımlarının yeterince fazla sayıda yinelemeden sonra $[\theta, \Omega|Y]$ sonsal dağılımına yakınsamaktadır. Gibbs örneklemesinin yakınsamasını elde etmek için gereken yineleme sayısının belirlenmesi önem arz etmektedir. Yakınsamanın sağlanabilmesi için her bir parametrenin farklı başlangıç değerleri ile üretilen paralel çizgiler birbiri içine girmelidir, yani birbirine karışmalıdır. Bu iterasyonlarda koşullu dağılımlar genel olarak standart normal, Gamma veya Wishart dağılımı göstermekte ve bu dağılımlardan gözlemleri simüle etmek oldukça basit olmaktadır (Geman ve Geman, 1984:724; Lee, 2007:78-79; Song ve Lee, 2012:138).

Daha öncede belirtildiği gibi, Bayesyen yaklaşımda en çok kullanılan MCMC yöntemleri Gibbs örnekleme ve Metropolis-Hasting algoritmasıdır. Sonsal dağılımlardan örneklem almayı sağlayan bu simülasyon algoritmalarıyla sonsal momentler elde edilir. Bu çalışmada da literatürde sıklıkla tercih edilen Gibbs örnekleme kullanılmıştır. Gibbs örneklemesinin WinBUGS ve OpenBUGS programlarında varsayılan yöntem olmasından kaynaklı sıklıkla tercih edilmektedir.

2.4.3. MCMC Algoritması için Başlangıç Değeri, Yakma Periyodu ve İnceltme Kavramları

MCMC algoritmaları uygulamasında zincirin başlangıç değerinin belirlenmesi, zincirin ne zaman sonlandırılacağı ve zincir değerlerinin inceltip inceltilmeyeceği belirlenmesi gereken önemli hususlardır (Gill, 2002:476). Bayes tabanlı yapılan çalışmalarda sonsal dağılımda yakınsamanın sağlanabilmesi için ele alınacak olan bu değerler kullanıcı tarafından belirlendiği için seçilmesi önem arz etmektedir.

Başlangıç değeri benzer çalışmalardaki ilişkili değerlere, araştırmacının deneyimlerine ve aynı verilerle yapılan eski çalışmalara bakılarak karar verilebilir. Bu değer zincirdeki iterasyon uzunluğuna bağlı olarak etkisini kaybetmektedir. Öte yandan, simülasyonda iterasyon sayısı çok fazla ($n \rightarrow \infty$) ise başlangıç değerinin sonsal dağılıma etkisi az olacaktır. Ancak uygulamada sonsuz sayıda iterasyon mümkün olmadığı için başlangıç değerini doğru belirlemek önemlidir. Birkaç farklı başlangıç noktasını deneyerek ve sonsal dağılımdaki farklı etkileri incelenerek karar verilebilir (Gill, 2002:477).

Simülasyon çalışmasında başlangıç değeri belli bir iterasyondan sonra sabit bir değere yakınsamaya başlar. Sonsal dağılımın belirlenmesinde başlangıç değerinin etkisinin ortadan kaldırılması için zincirin ilk kısmındaki örneklemin modelden çıkarılması işlemi yakma periyodu (burn-in) olarak ifade edilmektedir. Uygulanan yakma periyodu sayesinde, başlangıç değerinin sonsal değerler üzerindeki etkisi minimize edilir.

Markov sürecinde uzun simülasyonda gözlenen zincir değerlerinde depolama sorunları, yakınsama problemleri ve iterasyonların birbirleriyle ilişkili olması sonucu otokorelasyon sorunu ortaya çıkmaktadır. Bu sorunu ortadan kaldırmak için, örneklemin kaçınıcı gecikmede otokorelasyondan kurtulduğuna göre sabit bir k değeri belirlenir. k küçük bir tam sayı olmak üzere, her bir k . iterasyon değeri örnekleme alınması işlemine inceltme (thin) adı verilir. Sadece k . iterasyon değerleri kaydedildiğinden depolama sorunu ve otokorelasyon sorunu ortadan kaldırılmış olur. Bu yöntem tahminin kalitesini artırmaya da sonsal değerlerin bağımsızlığını artırır, zinciri hızlandırır ve yakınsamaya yardımcı olmayı amaçlar (Gill, 2002:478; Link ve Eaton, 2012:112, Evermann ve Tate, 2014:18).

2.4.4. Model Yakınsaması

MCMC tahmininde, parametrelerin yakınsamasının değerlendirilmesi tahminlerin tutarlığı açısından oldukça önemlidir. Burada istenilen sonuca ulaşmak için kaç iterasyon sonunda yakınsama sağlanacağı; başlangıç değerine, zincir sayısına ve modelin etkinliğine bağlıdır. Yakınsamanın belirlenmesi için tek zincirli ve birden fazla zincirli modeller için farklı tanı testleri geliştirilmiştir. Tek zincirli durum için geliştirilen Geweke (1992), Heidelberger ve Welch (1983) ve Raftery ve Lewis (1992) yakınsama tanı testleridir (Avcı, 2012:5; Kaplan ve Depaoli, 2012:657).

Çok zincirli durumlarda en yaygın kullanılan yakınsama tanı testlerinden biri Brooks, Gelman ve Rubin'in ölçek azaltma faktörü (PSR) testidir. Bu test, varyans analizine dayanır ve çeşitli başlangıç değerlerine sahip birkaç paralel zincir arasındaki yakınsamayı değerlendirmeyi amaçlar (Kaplan ve Depaoli, 2012:657). MCMC yakınsaması uygun bir şekilde belirlenebiliyorsa, parametreler sonsal dağılımdan etkin bir şekilde tahmin edilir. Uygun bir modelde keyfi bir başlangıç değerinden başlanarak zincir istenilen sonsal dağılıma doğru hızlı bir şekilde yaklaşır. Yakınsama

sağlandığında, ortalama, medyan, mod ve çeyrekler gibi sonsal dağılımın istatistiksel özellikleri parametre tahminleri olarak kullanılabilir. PSR testi, yakınsamayı belirleyebilmek için yaygın olarak kullanılan bir yöntemdir. En az iki zincire dayanan PSR faktörü, zincir içi varyasyon (W) ile zincirler arası varyasyonun (B) oranı alınarak elde edilir. m zincir sayısını, n iterasyon sayısını ve $\hat{\theta}_{ij}$ j. zincirdeki i. iterasyonun parametre tahmin değerini vermek üzere, belirli bir parametre için PSR değerinin hesaplanması aşağıdaki gibidir (Gelman, 1996:137; Liang, 2014:18).

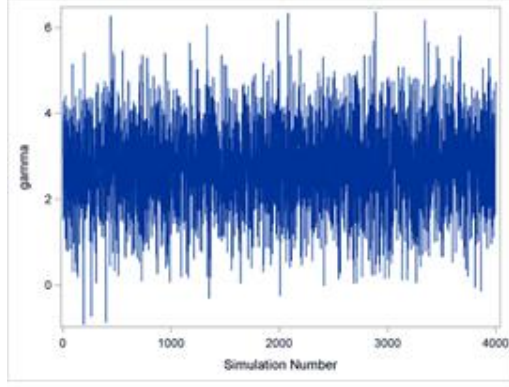
$$PSR = \sqrt{\frac{\hat{W} + \hat{B}}{W}} \quad (2.28)$$

$$\hat{B} = \frac{1}{m-1} \sum_{j=1}^m (\bar{\theta}_{.j} - \bar{\theta}_{..})^2 \quad (2.29)$$

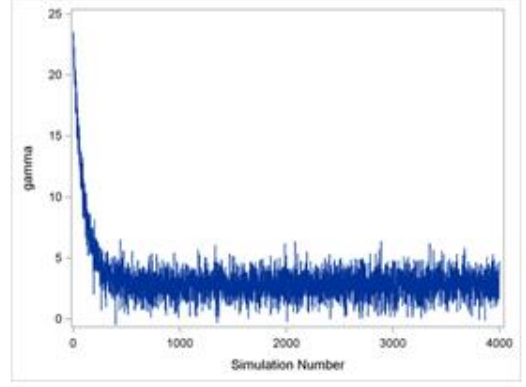
$$\hat{W} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\theta_{ij} - \bar{\theta}_{.j})^2 \quad (2.30)$$

Gelman vd. (2004)'e göre yakınsamanın sağlanması için tüm parametrelerin PSR değerinin 1,1 veya daha küçük olması gerekmektedir. Bu yakınsamanın, zincirler arası varyasyonun zincir içi varyasyona göre küçük olduğunda elde edildiği anlamına gelir (Muthen ve Asparouhov, 2012:52). Liang (2014)'da PSR değerinin, her parametre için 1'e yakın olduğunda tahminin iyi yakınsadığı anlamına geldiğini belirtmektedir (Liang, 2014:18).

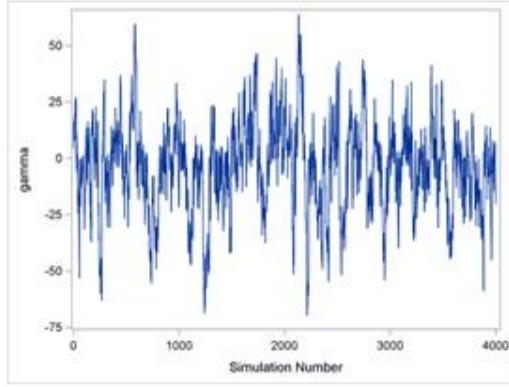
Yakınsamanın belirlenmesi için geliştirilen bir diğer tanı yöntemi de iz (trace plot) grafiğidir. Bu grafiklerde salınımın ve titreşimin çok olması algoritmanın sonsal dağılıma yaklaştığı anlamına gelir. Zincir ilerledikçe noktaların dağılımı değişmezse zincir durağanlığa ulaşmış demektir. Eğer parametre sayısı çok ise yakınsamanın sağlanabilmesi için iterasyon sayısının daha fazla olması gerekmektedir. Şekil 10'da bazı simülasyonların yakınsamalarını gösteren iz grafikleri verilmiştir.



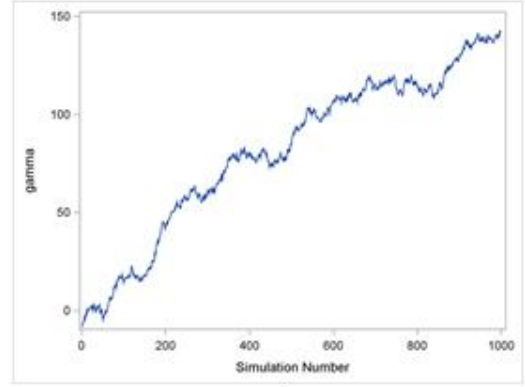
-1-



-2-



-3-



-4-

Şekil 10. Örnek İz Grafikleri

Kaynak: SAS/STAT® 14.3 User's Guide Introduction to Bayesian Analysis Procedures (sf. 143-146).

Şekin 10'da yer alan (1) numaralı iz grafiğinde, kısa sürede değer mükemmel yakınsama sağladığı görülmektedir. Zincir merkezinin çok küçük dalgalanmalarla 3 değerinin etrafında dağıldığı görülmekte ve bu durum zincirin doğru dağılıma ulaşmış olabileceğini göstermektedir. Şekil 10'da verilen (2) numaralı iz grafiğinde ise, uzak bir başlangıç değerinden başlayan ve hedef dağılıma giden bir zincir görülmektedir. İlk birkaç yüz gözlem simülasyondan atıldığında yani yakma periyodu işlemi uygulandığında yakınsama sağlanabilir. Şekil 10'da verilen (3) numaralı marjinal bir karışımı gösteren iz grafiğinde, zincir küçük adımlar atmakta ve yavaş hareket etmektedir. Bu tip iz grafiğinde tipik olarak örneklemeler arasında yüksek otokorelasyon olduğu söylenebilir. Bağımsız örnek elde etmek için zinciri daha uzun süre çalıştırmak gerekir. Şekil 10'da verilen (4) numaralı iz grafiğinde ise, kötü bir karışıma sahip olan bu modelde, ciddi sorunları olan bu zincirin herhangi bir yakınsama durumunun olmadığı görülmektedir. Böyle bir modelde parametre çıkarımları yapmak söz konusu değildir (SAS, 2017:143-146).

2.4.5. Model Uyumu

Klasik YEM’de model uyumunun değerlendirilmesinde Ki-kare testi ve diğer uyum indeksleri kullanılmaktadır. BYEM’in değerlendirilmesinde genel kabul görmüş test bulunmamaktadır. Levy (2011), BYEM model değerlendirme yaklaşımları üzerine yaptığı çalışmasında, model değerlendirme tekniklerinin henüz yeteri seviyede gelişmemiş olduğu sonucuna ulaşmıştır. BYEM modellemesinin özellikle karmaşık modelleri çözümlenebilmesinden kaynaklı kullanımının artmasıyla birlikte ele alınan modellerin geçerliliğini değerlendirmek önem kazanmıştır. Bayesyen çıkarımda model değerlendirme amacıyla geliştirilen model uyum ölçütleri olarak PPP (Posterior Predictive P value - Sonsal Dağılım Kontrolü) değerinin yanı sıra RMSEA, CFI ve TLI’nın Bayes uyarlaması kullanılmaktadır (Levy, 2011:663; Evermann ve Tate 2012:7; Garnier-Villarreal ve Jorgensen, 2020:9).

Bayesyen yaklaşımda en sık kullanılan model değerlendirme ölçütü PPP’dir (Gelman, Meng ve Stern, 1996; Asparouhov ve Muthen, 2010). BYEM için elde edilen PPP değeri, klasik YEM’deki model değerlendirmede ele alınan Ki-kare testinin p-değeri ile karşılaştırıldığında, BYEM’de ki PPP testinin daha güçsüz ve kısıtlı kaldığı görülmektedir (Liang, 2014:3; Asparouhov ve Muthen, 2021:1).

PPP değeriyle model uyumu, gerçek veriler ile model tarafından üretilen veriler arasındaki sapmaya göre karar verilmesine dayanmaktadır. H_0 model parametre tahminlerinin i . iterasyonunu kullanarak, modelin ortalaması (μ_i), varyans-kovaryans matrisi (Σ_i) ve gözlenen verilerin fark fonksiyonu $D_i^g = D(m, S, \mu_i, \Sigma_i)$ şeklinde hesaplanmaktadır. H_0 modelinin i . iterasyonu kullanılarak orijinal veri setiyle aynı büyüklükte tekrarlanmış veri seti oluşturularak, tekrarlanan verinin m_i ve S_i olmak üzere ortalama ve varyansı hesaplanmaktadır. Tekrarlanmış verilerin fark fonksiyonu $D_i^t = D(m_i, S_i, \mu_i, \Sigma_i)$ olarak hesaplanır. Bunlara göre PPP değeri aşağıdaki gibi belirlenir.

$$PPP = P(D^g < D^t) \approx \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \delta_i \quad (2.31)$$

Burada L, MCMC tahmininde toplam iterasyon sayısını göstermektedir. Eğer $D^g < D^t$ ise $\delta_i = 1$ değerini alır, diğer durumlarda 0 değerini alır. Elde edilen PPP değeri 0,5

civarında ise model iyi uyum göstermektedir (Muthen ve Asparouhov, 2012:10; (Asparouhov ve Muthen, 2021:1).

BYEM'in değerlendirilmesinde PPP değerine ek olarak, ayrıca Yaklaşık Hataların Ortalama Karekökü (Root Mean Square Error of Approximation-RMSEA), Karsılaştırmalı Uyum İndeksi (Comparative Fit Index-CFI) ve Tucker–Lewis İndeksi (Tucker–Lewis Index-TLI) uyum indekslerinin Bayes uyarlaması kullanılabilir. Her bir MCMC iterasyonu için RMSEA aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$RMSEA_i = \sqrt{\max\left(0, \frac{D_i^g - p^*}{(p^* - pD)N}\right)} \sqrt{G} \quad (2.32)$$

D_i^g , i. MCMC iterasyonunda gözlemlenen veriler için hesaplanan fark fonksiyonudur. G modeldeki grup sayısını ve p^* H_1 modelindeki parametre sayısını göstermektedir. Modeldeki bağımsız değişken sayısı p ve kontrol değişkeni sayısı da q ile ifade edilmektedir. Bu durumda $p^* = G(p(p+3)/2+pq)$ şeklinde hesaplanır. pD ise H_0 modelindeki tahmin edilen parametre sayısını göstermektedir. RMSEA güven aralığını kullanarak modelin uyumunu üç farklı şekilde değerlendirilebilir: (1) uyum indeksi sonuçsuzdur (alt limit < 0,06 < üst limit), (2) model iyi uyum göstermektedir (alt limit ve üst limit < 0,06), (3) model ve veri arasında zayıf bir ilişkinin olduğunu göstermektedir (alt limit ve üst limit > 0,06) (Hoofs vd., 2018:544; Asparouhov and Muthen 2021:9).

Benzer şekilde CFI ve TLI aşağıdaki gibi elde edilir.

$$CFI_i = 1 - \frac{D_i^g - p^*}{D_{B,i}^g - p^*} \quad (2.33)$$

$$TLI_i = \frac{\frac{(D_{B,i}^g - pD_B)}{(p^* - pD_B)} - \frac{(D_i^g - pD)}{(p^* - pD)}}{\frac{(D_{B,i}^g - pD_B)}{(p^* - pD_B)} - 1} \quad (2.34)$$

Eşitlik (2.33) ve (2.34)'de yer alan, $D_{B,i}^g$ MCMC tahmin modelinin i . iterasyonunun gözlemlenen verileri için fark fonksiyonunu göstermektedir. Ayrıca, $pD_B = 2pG$ 'dir. Model uyumları değerlendirilirken CFI ve TLI için, %90 güven aralığındaki değerin 0,95'in üzerinde olması beklenmektedir. Bu durumda, modelin %95 veya daha fazla kesinlik ile iyi uyum gösterdiği söylenebilir. Güven aralığı 0,95'in altındaysa, modelin verilere uymadığını %95 kesinlikle söylemek mümkündür (Asparouhov and Muthen 2021:9).

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

BAYESYEN KANTİL YAPISAL EŞİTLİK MODELLEMESİ

3.1. LİTERATÜR ÇALIŞMALARI

20. yüzyılın başlarında ilk olarak yol analizi modelleme tekniği olarak ortaya atılan YEM, oldukça fazla gelişme göstermiştir. Literatürde günümüze kadar gelindiğinde genel çerçevenin YEM olduğu fakat farklı teknikleri barındıran onlarca çeşit çalışmaya rastlamak mümkündür. İlk olarak ortaya atılan YEM, verinin kovaryans yapısının ele alındığı, normallik varsayımının olduğu, yeterli örneklem büyüklüğüne sahip, sürekli değişkenlerin olduğu, doğrusallık varsayımının geçerli olduğu ve kayıp gözlemlerin olmadığı durumlarda kullanılmaktadır. Bu varsayımların gerçek çalışmalarda karşılaması oldukça zor olduğundan, YEM'in farklı türleri ortaya atılmıştır. Karmaşık yapıdaki verilerin daha doğru bir şekilde analiz edilebilmesi için yeni modeller ve istatistiksel metotlar geliştirilmiştir. Bu amaçla geliştirilen metotlar : (i) Doğrusal Olmayan YEM (Kenny ve Judd, 1984; Schumacker ve Marcoulides, 1998), (ii) Karma (Mixture) YEM (Dolan ve van der Maas, 1998), (iii) Çok Düzeyli (Multilevel) YEM , (iv) Yarı Parametrik (Semiparametrik) YEM (Lee, Lu ve Song, 2008), (v) Sürekli, Sıralı veya Kategorik Değişkenlerle YEM (Shi ve Lee, 2000), (vi) Boylamsal (Longitudinal) YEM (Dunson, 2003), (vii) Kayıp Verili YEM (Jamshidian ve Bentler, 1999) olarak görülmektedir.

YEM analizinde kullanılan paket programlarında klasik YEM varsayımlarının sağlandığı düşünülerek ve kovaryans yapısı ele alınarak analizler gerçekleştirilmektedir. Varsayımlar sağlanmasa bile paket programlarında sonuçlar elde edilmekte ve bu sonuçlar hatalı olabilmektedir. Gerçek hayatta ele alınan veriler sıklıkla bu temel varsayımları sağlamamaktadır. Bu amaçla karmaşık yapıdaki verileri analiz etmek için daha sağlam tekniklere ihtiyaç duyulmaktadır. Öte yandan, yukarıda bahsedilen tekniklerin yanı sıra, analizde ham verilerin kullanıldığı ve varsayımları olmayan Bayesyen yaklaşımın her geçen gün popülaritesinin arttığı görülmektedir.

Bayesyen tahmin metodu ilk kez Edwards, Lindman ve Savage (1963) tarafından yapılan çalışmada ortaya koyulmuştur. 1990'ların başında MCMC yöntemi ve Gibbs

örneklemesinin yaygınlaşmasıyla birlikte Bayesyen tahmin metodu daha popüler bir metod haline gelmiştir. YEM’de Bayesyen yaklaşım ilk kez doğrusal olmayan YEM’de (Arminger ve Muthen, 1998) kullanılmıştır. Bunun yanı sıra, Scheines, Hoijtink ve Boomsma (1999), Lee (2007), Muthen ve Asparouhov (2012), Zhang, McArdle, Wang ve Hamagami (2008), Kaplan ve Depaoli (2012), Song ve Lee (2012) BYEM alanında yapılmış önemli çalışmalardır. Ulusal literatürde ise; Şehribanoğlu (2012), Murat (2012), Öztaner (2014), Altındağ (2015), Alkış (2016), Doğan (2017) ve Erkan (2019)’ın BYEM üzerine çalışmaları mevcuttur.

BYEM üzerine ulusal literatürde yapılan çalışmalar incelenmiştir. Şehribanoğlu (2012), yaptığı tez çalışmasında üniversite öğrencilerinin kırmızı et tüketimi tercihlerini araştırmak için klasik YEM ve BYEM uygulamıştır. BYEM ulusal literatürde ilk kez bu tez çalışmasında ayrıntılı bir şekilde ele alınmıştır. Murat (2012), çalışmasında Samsun Ticaret ve Sanayi Odası üye memnuniyeti üzerine yaptığı uygulamada doğrusal ve doğrusal olmayan YEM kurmuştur. Parametre tahminlerinde ise klasik ve Bayesyen yaklaşımını ele alarak sonuçları karşılaştırarak yorumlamıştır. Öztaner (2014), ilaç doz tahmini yapmak üzere Hiyerarşik Doğrusal Olmayan Karışım Modeli ve YEM’in Bayesyen yaklaşımını kullanmıştır. Altındağ (2015), ikametgâh memnuniyetini açıklamak üzere en uygun modeli bulmak için Doğrusal Olmayan YEM’de Bayes yaklaşımını ele almıştır. Alkış (2016), yaptığı çalışmada BYEM’in genel kavramları hakkında teorik bilgilere yer vermiştir. Doğan (2017), Teknoloji Kabul Modelini test etmek üzere YEM’de klasik tahmin metodları ve Bayesyen tahmini kullanarak analiz gerçekleştirmiştir. Erkan (2017), sıralı kategorik verilerde klasik YEM ve BYEM kurarak parametre tahminlerini karşılaştırmıştır.

BYEM’in yanı sıra bu çalışmada ulusal literatürde yer almayan KYEM’in Bayesyen yaklaşımı ele alınmıştır. KYEM kantil regresyonun genişletilmesi üzerine ortaya çıkmış bir tekniktir. Açıklayıcı değişken veya değişkenlerin açıklanan değişken üzerindeki etkilerini ayrıntılı bir şekilde inceleyen kantil regresyon, uygulamadaki esnekliği nedeniyle literatürde oldukça önemli bir yere sahiptir. Kantil regresyonun farklı alanlardaki popülaritesine rağmen gizil değişken içeren istatistiksel modellerde özellikle YEM’de kullanım alanı oldukça kısıtlıdır. Dunson, Watson ve Tylor (2003) çalışmasında gizil değişkenler modeli için Bayesyen medyan regresyon tekniğini

kullanmışlardır. Chen ve Portnoy (1996) YEM için iki aşamalı kantil regresyon adı altında yaptığı çalışmada, YEM diye adlandırdıkları modelin aslında eşanlı denklem modeli olduğu göze çarpmaktadır. Yani yaptıkları çalışmanın bir KYEM uygulaması olduğu söylenemez. Benzer şekilde, Ma ve Koenker (2005) “Özyinelemeli (Recursive) YEM için kantil regresyon metodu” adlı çalışmada gözlenen değişkenlerle kurulan modelin tahmini yapılmıştır. Xu ve Zhu (2019), KYEM yaklaşımı adı altında yaptıkları çalışmada gizil değişkenler içermeyen bir kantil regresyon modeli üzerine çalışmışlardır. Bu çalışmalarda gizil değişken olmadığı için kurulan model klasik YEM olarak düşünülmemektedir. Bu noktada literatüre yeni kazandırılmış olan Wang (2016)’ın yapmış olduğu tez çalışması gizil değişkenler içeren KYEM’de yapılan ilk çalışma olduğu göze çarpmaktadır.

Kantil regresyonu analiz etmek için birçok farklı metot geliştirilse de, Bayesyen tahmin metodu özellikle son yıllarda büyük ilgi görmektedir (Yu ve Mooyed, 2001:437; Zhang ve Tang, 2017:123). Kantil regresyonda Bayesyen tahmin metodu ilk olarak Yu ve Mooyed (2001) tarafından ortaya atılmıştır. Kantil regresyonu Bayesyen tahmin etmenin en büyük zorluğu, Bayesyen tahminde ele alınan olabilirlik fonksiyonun belirlenememesinden kaynaklıdır. Literatürde bu sorunun üstesinden gelebilmek için farklı yaklaşımlar geliştirilmiştir. Bu amaçla geliştirilen ilk ve en çok kullanılan yaklaşım Koenker ve Bassett (1978) tarafından ortaya atılan Asimetrik Laplace Dağılımıyla (ALD) sahte olabilirlik fonksiyonunun üretilmesidir. Kantil regresyonda geliştirilen bu yaklaşım, Wang’ın (2016) yapmış olduğu tez çalışmasında KYEM ve rassal etkili değişen katsayı modelleri olmak üzere gizil değişken modelleri için uyarlanmıştır. Literatürde oldukça yeni bir teknik olarak karşımıza çıkan KYEM için incelenen çalışmaların neredeyse tümünde Bayesyen tahmin metodu kullanıldığı göze çarpmaktadır.

Wang (2016), yaptığı tez çalışmasında KYEM’in teorik yapısını geniş çerçevede ele almıştır. Klasik BKYEM, Bayesyen düzenlenmiş (regularized) KYEM ve boylamsal verilerde kantil regresyon tekniklerini kullanarak farklı veri setleri üzerine uygulamalar yapmış ve simülasyonla desteklemiştir. Klasik BKYEM’i tahmin etmek için ALD’ye dayanan Bayesyen kantil regresyon yaklaşımını kullanmıştır. Bayesyen tahmin için MCMC tekniklerinden Gibbs örneklemesinden yararlanılmıştır. Ele alınan tekniklerin

performansının değerlendirilmesi için yapılan simülasyon çalışmaları sonucunda, hata terimlerinin normallikten saptığı durumlarda BKYEM'in performansının oldukça iyi olduğu görülmüştür. Ayrıca, klasik BKYEM modelini test etmek için diyabetik hastalarda kronik böbrek hastalıkları üzerine gerçek verilerle çalışma gerçekleştirmiştir. Bu modelde bir endojen değişken, dört egzogen değişken ve bir kontrol değişkeni mevcuttur. BYEM ve BKYEM'de tau değerleri 0,05, 0,1, 0,25, 0,5, 0,75, 0,90 ve 0,95 olacak şekilde tahminler elde edilerek yorumlanmıştır. Çalışmanın ikinci bölümünde, Bayesyen düzenlenmiş KYEM üzerine simülasyon ve gerçek verilerle uygulama gerçekleştirilmiştir. Simülasyon çalışmasında farklı dağılım tipleri altında BLasso ve BaLasso tahminleri karşılaştırılmıştır. Gerçek verilerle yapılan uygulamada sermaye yapısı üzerine bir endojen değişken, altı egzogen değişken ve iki kontrol değişkenin olduğu model kurularak farklı tau değerleri için model yorumlanmıştır. Son bölümde ise, boylamsal verilerde hata teriminin farklı dağılım tipleri altında yapılan simülasyon çalışmalarıyla Bayesyen ve klasik yaklaşımlar kıyaslanmıştır.

Wang, Feng ve Song (2016) çalışmasında, Wang (2016)'ın yapmış olduğu tez çalışmasının ilk bölümüne benzer şekilde BKYEM'i tahmin etmek için ALD'ye dayanan BKYEM modelinin simülasyon ve gerçek verilerle uygulamasını gerçekleştirmişlerdir. Feng, Wang, Lu ve Song (2017) çalışmasında da Wang (2016)'ın çalışmasının ikinci bölümünde ele aldığı Bayesyen düzenlenmiş KYEM üzerine simülasyon ve gerçek verilerle uygulama yapmışlardır.

Shafeeq ve Muhammed (2022) çalışmasında KYEM'in Bayesyen çıkarımda sonsal tahminler yapmak için Wang (2016)'ın kullanmış olduğu ALD yaklaşımını kullanmışlardır. Örneklem sayısı az olduğu ($n = 25$) durumlar için modelin performansını simülasyon çalışması yardımıyla değerlendirmişlerdir. Sonuç olarak küçük örneklerde de elde edilen tahmin değerlerinin tutarlı olduğu görülmüştür.

Kim ve Choi (2018), parametrik ve parametrik olmayan BYEM ve parametrik BKYEM'in sonsal dağılımlarının tutarlılığını ölçmek için simülasyon çalışması yapmışlardır. Yapılan diğer BKYEM çalışmalarından farklı olarak gizil değişken arasındaki ilişkileri ve hata dağılımlarının kantilleri üzerindeki kontrol değişkeni etkilerini incelemişlerdir.

Yazdi, Roohafza, Feizi ve Sarafzadegan (2018), çalışmasında ise gizil değişkenler içeren psikolojik bir problem üzerine yapılan uygulamada BKYEM metodunu kullanarak analizlerini gerçekleştirmişlerdir. Psikolojik problem profilinin farklı kantil değerleri ($\tau = 0,05, 0,25, 0,5, 0,75$ ve $0,95$) için sosyoekonomik ve kişisel stresin etkilerini incelemişlerdir.

Bayesyen kantil regresyonda olabilirlik fonksiyonunun elde edilmesi için Yang ve He (2012) tarafından geliştirilen bir diğer yaklaşım Bayesyen deneysel olabilirlik (Bayesian empirical likelihood) yaklaşımıdır. Zhang ve Tang (2017) çalışmasında parametreleri ve gizil değişkenleri tahmin etmek için Bayesyen deneysel olabilirlik yaklaşımını BKYEM'e uyarlamışlardır. Bu yaklaşımları sayesinde gizil değişkenler ve rassal hataların uyması gereken herhangi bir varsayım bulunmamaktadır. MCMC tekniklerinden Gibbs örnekleme yöntemini ve Metropolis Hastings algoritmalarını birlikte kullanmışlardır. Çalışmada hata terimlerinin farklı dağılım tipleri için ele alınan yaklaşımın etkinliği bir simülasyon çalışmasıyla incelenmiştir. BKYEM'in klasik metotlara göre daha yansız sonuçlar verdiği görülmüştür. Ayrıca, gerçek veri seti kullanılarak da uygulama gerçekleştirilmiştir. Burada Dünya Değerler Anket'i verileri kullanılarak yapılan çalışmada yaşam memnuniyetini etkilediği düşünülen iş tatmini ve dini inanç gizil değişkenleri modele eklenmiştir. Yaşam memnuniyetinin farklı τ ($0,05, 0,1, 0,25, 0,5, 0,75, 0,90$ ve $0,95$) değerleri için model yorumlanmıştır.

Literatürde yapılan çalışmalara bakıldığında KYEM üzerine çok fazla çalışma olmadığı ve gelişmeye açık olduğu aşikârdır. Bu tez çalışmasında da BKYEM üzerine yapılacak olan simülasyon ve gerçek verilerin uygulamalarına geçmeden önce teorik olarak açıklanması özellikle ulusal literatür için önem arz etmektedir. Bu doğrultuda KYEM ve BKYEM'in teorik olarak ele alınmasından önce kantil regresyonu kısaca tanıtmak akış için doğru olacaktır.

3.2. KANTİL REGRESYON

Koenker ve Basset (1978) tarafından geliştirilen kantil regresyon, bağımlı değişkenin farklı kantil değerleri (%10, %25, %50, %75, %90 vb.) için bağımsız değişken(ler)in bağımlı değişken üzerindeki değişen etkilerini incelemektedir. Kantil regresyonun en

çok bilinen özel durumu, %50 kantil değeri için kurulan model yani medyan regresyonudur.

Regresyon analizinde sıklıkla tercih edilen EKK tahmin metodunda Y'nin X'e göre koşullu ortalamasını ($E(Y|X=X_i) = \beta_0 + \beta_1 \cdot X_i$) belirlemektedir. Kantil regresyonda ise, her bir kantil değeri için Y'nin X'e göre koşullu dağılımı ($Q_{(\tau)}(Y_i|X_i) = \beta_{0(\tau)} + \beta_{1(\tau)} \cdot X_i$) hakkında bilgi verilmektedir. Bu sebeple diğer tahmin metodlarına göre birçok avantajı mevcuttur. Kantil regresyon, hata terimleri normal dağılmadığında, EKK sonuçlarına göre daha güvenilir sonuçlar vermektedir. Ayrıca, uç ve aykırı değerlere karşı daha sağlam (robust) sonuçlar elde edilmesine olanak tanımaktadır (Koenker ve Bassett, 1978:33; Chen, 2005:4; Wang, 2016:3).

Kantil regresyon tahmininde popüler hale gelen Bayesyen çıkarım, Yu ve Mooyed (2001) tarafından ortaya atılmıştır (Yu, Kerm ve Zhang, 2005:363). Kantil regresyonda Bayesyen yaklaşımı uygulamanın zorluğunun en önemli nedeni, Bayesyen yaklaşımda ele alınan olabilirlik fonksiyonunun elde edilememesinden kaynaklanmaktadır. Bunun için, Yu ve Mooyed (2001) tarafından geliştirilen ilk ve en popüler yöntem sahte olabilirlik (pseudo-likelihood) fonksiyonunu geliştirmek için kullanılan ALD'dir. Kantil regresyonda olduğu gibi KYEM'de de sonsal dağılımın Bayesyen tahminini yapabilmek için ALD tabanlı tahmin yapmak daha etkin olacaktır (Yu ve Mooyed, 2001:438; Wang, 2016:3).

Kantil regresyonun farklı alanlardaki popüleritesine rağmen KYEM ve gizil değişken modellerinde kantil yaklaşımı üzerine çok fazla çalışma mevcut değildir. Çalışmanın bu bölümünde, KYEM'in teorisi ve KYEM'de Bayesyen tahmin metodu ele alınacaktır. Bu şekilde yapılan tahmin Bayesyen Kantil Yapısal Eşitlik Modellemesi (BKYEM) olarak adlandırılacaktır.

3.3. KANTİL YAPISAL EŞİTLİK MODELLEMESİ

Klasik YEM, birden fazla gözlemlenen değişken aracılığıyla gizil değişkenleri açıklamak için ölçüm denklemlerini içermektedir. Ayrıca, egzojen gizil değişkenlerin ilgilenilen sonuçları nasıl etkilediğini araştırmak için ise aslında ortalama üzerine

kurulan regresyon modeli olan yapısal denklemlerden oluşmaktadır. Yani klasik YEM, gizil değişkenler arasındaki ilişkinin kapsamlı bir analizini sunmamaktadır. KYEM’de egzojen gizil değişkenler ve kontrol (covariates) değişkenleri göz önüne alındığında endojen gizil değişkenin koşullu kantil değerleri incelenmektedir. Böylece endojen gizil değişkenin her bir düzeyi için, egzojen değişkenlerin etkileri karşılaştırılabilmektedir (Lee, 2007:2; Wang, 2016:7).

$y_i = (y_{i1}, \dots, y_{ip})^T$ (px1) boyutlu örneklem büyüklüğü n olan i. gözlemlenen değişkenler vektörünü göstermek üzere, $\omega_i = (\omega_{i1}, \dots, \omega_{iq})^T$ (qx1) boyutlu gizil değişkenler vektörüdür ($q < p$). y_i ve ω_i arasındaki ilişkiyi gösteren ölçüm modeli aşağıdaki gibidir.

$$y_i = Ac_i + \Lambda\omega_i + \varepsilon_i \quad (3.1)$$

A (pxr₁) ve Λ (pxq) boyutlu bilinmeyen katsayılar matrisi, c_i (r₁x1) boyutlu sabit değişkenler vektörü ve ε_i (px1) boyutlu hata terimleri vektörüdür. Klasik YEM’de ε_i ortalaması sıfır olan çok değişkenli normal dağılım göstermektedir. y_i ’nin koşullu ortalaması, normal dağılan hatalarla birlikte gizil değişken ω_i ve sabit değişken c_i ’nin doğrusal bir birleşimi olduğu varsayılır. Normallik varsayımının sağlanamadığı durumlarda yanlış sonuçlar elde edilmektedir. Bu durumda daha sağlam bir tahmin metodu kullanılması gerekmektedir. KYEM’de ortalama değer yerine y_i ’nin koşullu medyan değeri ele alınmaktadır. Eşitlik (3.1)’de de ifade edildiği gibi (c_i ve ω_i ’nin doğrusal bir ilişki içerisinde olduğu) KYEM’de hata terimi ε_i ’nin medyanı sıfır olan herhangi bir dağılıma sahip olduğu varsayılır. Ele alınacak olan gizil değişkenlerin sayısı ve Λ matrisi araştırmacının ele aldığı değişkenlerin yapısına veya önsel bilgilerine dayanmaktadır.

Eşitlik (3.1)’de yer alan $\omega_i = (\eta_i^T, \xi_i^T)^T$ olmak üzere, η_i (q₁x1) boyutlu endojen gizil değişkenler vektörü, ξ_i (q₂x1) boyutlu egzojen gizil değişkenler vektörüdür. YEM’lerin birincil amacı ξ_i ’de yer alan bilgiler ışığında η_i ’nin davranışını analiz etmektir. Klasik YEM’de η_i , ξ_i ve kontrol değişkeni d_i (r₂x1) verildiğinde η_i ’nin koşullu ortalaması aşağıdaki gibidir.

$$E(\eta_i | \xi_i, d_i) = Bd_i + \Gamma\xi_i \quad (3.2)$$

Burada, B ($q_1 \times r_2$) ve Γ ($q_1 \times q_2$) tahmin edilen bilinmeyen katsayılar matrisidir. Bu koşullu ortalama, gizil değişkenler arasındaki ilişkinin tam bir tanımını sağlamamaktadır. Daha kapsamlı bir sonuç elde etmek için, η_i 'nin farklı kantil (τ) değerleri ($0 < \tau < 1$) olmak üzere, koşullu kantil değerleri ele alınabilir. $\theta_\tau(\eta_i|\xi_i, d_i)$ koşullu kantil değeri;

$$\theta_\tau(\eta_i|\xi_i, d_i) = B_\tau d_i + \Gamma_\tau \xi_i \quad (3.3)$$

şeklinde elde edilir. Burada, B_τ ve Γ_τ değerleri her bir kantil değeri için farklı şekilde elde edilir. Böylece, KYEM için yapısal model aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\eta_i = B_\tau d_i + \Gamma_\tau \xi_i + \delta_i \quad (3.4)$$

KYEM'i tanımlayan ölçüm modeli eşitlik (3.1)'de ve yapısal model (3.4)'de verilmiştir. Klasik YEM'den farklı olarak KYEM'de δ_i 'nin dağılımı belirtilmemiştir. KYEM'deki tek varsayım Eşitlik (3.3)'ün geçerliliğinin sağlanması için δ_i değerinin τ -kantilinin 0 olmasıdır. Yapısal modelde farklı kantil değerleri için eşitlik farklılaşırken, ölçüm modeli medyan değeri ile sınırlıdır. Çünkü ölçüm modelinin temel amacı, gözlenen değişkenlerin gizil faktörlerle ilişkilendirilmesidir, bu sebeple burada kantil regresyon anlamsız olmaktadır (Wang, 2016:7-9; Wang, Feng ve Song, 2016:247-248; Zhang ve Tang, 2017:124-125).

Sonuç olarak, KYEM'de ele alınan ölçüm modeli medyan regresyon modeli ile sınırlıyken, yapısal modelde ise farklı kantil değerleri için model kurulabilmektedir. Böylece, KYEM'in klasik YEM'e göre daha kapsamlı sonuçlar verdiğini söylemek mümkündür. Bu tez çalışmasında KYEM tahmini için literatürde sıklıkla tercih edilen Bayesyen tahmin metodu kullanılmıştır. İlerleyen bölümlerde BKYEM ayrıntılı bir şekilde ele alınacaktır.

Kantil Yapısal Eşitlik Modellemesinin Avantajları

KYEM'in, klasik YEM'e göre farklı avantajları mevcuttur. Bunlar aşağıda maddeler halinde sıralanmıştır:

✓ Klasik YEM’de aykırı veya uç değerler göz ardı edilmekte bu sebeple çalışmalarındaki sonuçlar eksik olarak elde edilmektedir. KYEM’de uç veya aykırı değerler modele dahil edildiği için daha kapsamlı analiz yapılmış olur, böylece elde edilen sonuçlar daha sağlam olur.

✓ Hata terimlerinin normal dağılıma uymadığı veya eşit varyansa sahip olmadığı durumlarda, klasik YEM’in varsayımları sağlanamaz ve böylece güvenilir sonuçlar elde edilmez. BYEM bu sorunu ele almak için öne atılmış olsa da, KYEM hata terimleri için daha esnek varsayımlara sahiptir ve BYEM’e alternatif olarak tercih edilebilir.

✓ Yalnızca koşullu ortalamalara odaklanan klasik YEM’de dağılımın kuyrukları hakkında bilgi vermez. Buna karşılık, KYEM’de merkezi eğilim, üst kuyruk ve alt kuyruk olmak üzere çeşitli yanıt düzeylerinde gizil değişkenler arasındaki ilişkilerin daha kapsamlı sonuçlarını verir.

Tüm bunların sonucu olarak, KYEM klasik YEM’e alternatif olarak ele alınmış bir analiz yöntemi değil, tamamlayıcısı olarak geliştirilmiş bir modeldir. Ele alınan çalışmada, egzogen değişkenlerin endojen değişkenin tüm düzeyleri üzerindeki etkileri inceleniyorsa klasik YEM yerine KYEM tercih edilmesi daha uygun olur (Wang, 2016:9-10; Shafeeq ve Mohamed, 2022:2140).

3.4. KANTİL YAPISAL EŞİTLİK MODELLEMESİNDE BAYESYEN YAKLAŞIMI

Son yıllarda YEM’de Bayesyen yaklaşımının kullanımı, etkili ve sağlam istatistiksel metodolojiler geliştirmek ve pratik problemleri çözmek için giderek daha popüler hale gelmiştir. Bu sebeple, karmaşık modelleri yönetmedeki uygulanabilirliği ve MCMC yöntemleriyle çıkarsama kolaylığı nedeniyle KYEM analizinde Bayesyen yaklaşımı kullanılmaktadır (Wang, Feng ve Song, 2016:248).

KYEM’de ele alınan Eşitlik 3.4’deki yapısal modelde yer alan δ hata teriminin dağılımı belirtilmemektedir. Ayrıca, Bayesyen yaklaşımın vazgeçilmez bir ögesi olan olabilirlik fonksiyonu da bu teknikte belirlenmemektedir. Bu sorunları çözmek için, kantil

regresyon ve KYEM’de ALD kullanılarak olabilirlik fonksiyonu elde edilmektedir (Yu ve Mooyed, 2001:438; Wang, 2016:10).

BKYEM’e geçmeden önce Bayesyen kantil regresyon ile ALD arasındaki bağlantının gösterilebilmesi için ilk olarak kantil regresyon modeli tanıtılacaktır. τ kantil değeri olmak üzere ($0 < \tau < 1$), x_i verildiğinde y_i ’nin τ . kantil regresyon modeli;

$$\theta_{\tau}(y_i|x_i) = B_{\tau}x_i \quad (3.5)$$

olarak ele alınır. Burada y_i açıklanan değişken, x_i açıklayıcı değişken ve B_{τ} da τ ’ya bağlı katsayı vektörüdür. Koenker ve Bassett (1978) yaptıkları çalışmaya göre, klasik kantil regresyon analizinde temel amaç;

$$\min_{\beta} \sum_i \rho_{\tau}(y_i - x_i^{\tau} \beta) \quad (3.6)$$

değerini minimize etmektir. Burada ele alınan kayıp (loss) fonksiyonu;

$$\rho_{\tau}(u) = u(\tau - 1(u < 0)) \quad (3.7)$$

veya

$$\rho_{\tau}(u) = u(\tau I(u > 0) - (1 - \tau)I(u < 0)) \quad (3.8)$$

veya

$$\rho_{\tau}(u) = \frac{|u| - (2\tau - 1)u}{2} \quad (3.9)$$

olarak belirlenebilir.

Bayesyen kantil regresyonun (3.6) minimizasyonu, bağımsız olarak dağıtılmış Asimetrik Laplace yoğunluklarının birleştirilmesiyle oluşturulan olabilirlik fonksiyonun maksimizasyonu ile eşdeğerdir. u rassal değişkenin olasılık yoğunluk fonksiyonu;

$$f_{\tau}(u) = \tau(1 - \tau)\exp\{-\rho_{\tau}(u)\} \quad (3.10)$$

olarak verilmiş ise ALD'ye sahiptir denir. Burada, $0 < \tau < 1$ sınırları arasındadır ve $\rho_\tau(u)$ Eşitlik (3.7)'de verilmiştir. $\tau = 1/2$ olduğunda yani medyan değeri alındığında, Eşitlik (3.10)'un değeri $\frac{1}{4} \cdot \exp(-|u|/2)$ olacaktır. Bu standart simetrik Laplace dağılımın yoğunluk fonksiyonudur. Diğer τ değerleri için, olasılık yoğunluk fonksiyonu asimetrik olacaktır.

Eşitlik (3.10)'da yer alan yoğunluk fonksiyonuna konum ve ölçek parametreleri eklenirse;

$$f(u|\mu, \sigma, \tau) = \frac{\tau(1-\tau)}{\sigma} \exp\left\{-\rho_\tau\left(\frac{u-\mu}{\sigma}\right)\right\} \quad (3.11)$$

elde edilir. Burada, $u \sim \text{ALD}(\mu, \sigma, \tau)$ olmak üzere, μ ($-\infty < \mu < +\infty$) konum parametresi, σ ($\sigma > 0$) ölçek parametresi ve τ çarpıklık parametresidir (Yu ve Mooyed, 2001:439; Geraci ve Bottai, 2007:439; Wang 2016:11).

$P(\beta|y)$ sonsal dağılımı, $P(\beta)$ önsel dağılımı ve $L(y|\beta)$ olabilirlik fonksiyonu göstermek üzere genel Bayesyen teoremi $P(\beta|y) \propto L(y|\beta) \cdot P(\beta)$ şeklindedir. Bayesyen kantil regresyonda olabilirlik fonksiyonunu belirtmek için; Yu ve Mooyed (2001) çalışmasında hata terimlerinin bağımsız olduğunu ve $\text{ALD}(0,1,\tau)$ ile aynı şekilde dağıldıkları varsayıldığında olabilirlik fonksiyonu;

$$L(y|\beta_\tau) = \tau^n (1-\tau)^n \exp\left\{-\sum_{i=1}^n \rho_\tau(y_i - x_i^T \beta)\right\} \quad (3.12)$$

olarak belirtilmiştir. Burada, $\mu = x_i^T \beta$ konum parametresidir. Görüldüğü üzere maksimum olabilirlik tahmini, β 'nin Eşitlik (3.6)'da ele alındığı minimizasyonu ile eşdeğerdir.

Gauss (Normal) veya Gamma dağılımlarından farklı olarak, ALD eşlenik önsel dağılımına sahip değildir. Bu sebeple, sonsal yoğunluk fonksiyonu, olabilirlik fonksiyonunun karmaşıklığından dolayı analitik olarak incelenemez. Sonsal dağılımın tahminleri için farklı çıkarımlar kullanılmıştır. Yu ve Mooyed (2001) sonsal dağılımı simüle etmek için Metropolis Hasting algoritmasını kullanmışlardır. Reed ve Yu (2009), Kozumi ve Kobayashi (2011) ve Geraci ve Bottai (2007) kantil regresyon modelinin

Bayesyen çıkarımında ALD kullanılarak belirledikleri sonsal dağılımdan Gibbs örnekleme metodunu kullanarak örneklem çekmişlerdir. Benzer şekilde, Wang (2016), Feng, Wang, Lu ve Song (2017) ve Shafeeq ve Mohamed (2022) KYEM'in Bayesyen çıkarımında ALD kullanarak tahmin edilen sonsal dağılımdan örneklem çekmek için Gibbs örnekleme metodunu kullanmışlardır.

Bayesyen yaklaşımda Gibbs örnekleme metodunu basitleştirmek için, $y_i \sim \text{ALD}(\mu, \sigma, \tau)$ olmak üzere aşağıdaki gibi ise normal dağılım göstermesi mümkün kılınır. Buna göre;

$$y = \mu + \kappa_1 e + \sqrt{\kappa_2 \sigma e} \zeta \quad (3.13)$$

olmak üzere $\kappa_1 = \frac{1-2\tau}{\tau(1-\tau)}$, $\kappa_2 = \frac{2}{\tau(1-\tau)}$ ve $\zeta_i \sim N(0,1)$ 'dir. e, ölçek parametresi σ ile üstel dağılım göstermekte ve ζ , e'den bağımsızdır. Bir başka ifade ile y değişkeni e gizil değişkeni ile artırılır ve böylece y'nin koşullu dağılım ortalaması $\mu + \kappa_1 e$ ve varyansı $\kappa_2 \sigma e$ olan normal dağılım göstermektedir. Bu artırma sayesinde, önsel dağılımda olan β 'nin normal dağılmasına olanak sağlar.

$P(\beta)$ önsel dağılım olarak ele alındığında, β 'nin sonsal dağılımı aşağıdaki gibi gösterilir (Yu ve Mooyed, 2001:439; Wang, 2016:11-12; Wang, Feng ve Song, 2016:249; Feng vd., 2017:237):

$$P(\beta|y) \propto P(\beta) \exp \left\{ -\frac{\sum_{i=1}^n \rho_{\tau}(y_i - x_i^{\tau} \beta)}{\sigma} \right\} \quad (3.14)$$

Yukarıda ele alınan nedenler sebebiyle, ALD (diğer temel dağılımlardan bağımsız olarak) Bayesyen tahmin için her iki denklemdeki hata terimlerini modellemek için kullanılmıştır.

ε_i hata teriminin k. bileşeni ε_{ik} , Eşitlik (3.1)'deki medyan regresyon modellemesi için $\text{AL}(0, \sigma_{yk}, 0,5)$ olarak alınmıştır. δ_i ise Eşitlik (3.4)'de ele alınan τ kantil regresyon modeli için $\text{AL}(0, \sigma_{\eta}, \tau)$ olarak belirlenmiştir. ε_{ik} ve δ_i değişkenlerini ifade edebilmek için e_{yik} ve $e_{\eta i}$ değişkenleri ele alınmıştır.

θ_y ve θ_ω sırasıyla ölçüm modelinde (3.1) ve yapısal modelde (3.4) yer alan bilinmeyen parametreleri göstermek üzere $\theta = (\theta_y, \theta_\omega)$ bilinmeyenler vektörü olmak üzere BKYEM aşağıdaki şekilde gösterilir ($i = 1, 2, \dots, n$):

$$\begin{aligned} (y_i | \eta_i, \xi_i, \theta_y, e_{yi}) &\widetilde{bsz} N_p(Ac_i + \Lambda\omega_i, \psi_i) \\ (\eta_i | \xi_i, \theta_\omega, e_{\eta i}) &\widetilde{bsz} N(B_\tau d_i + \Gamma_\tau \xi_i + \kappa_1 e_{\eta i}, \kappa_2 \sigma_\eta e_{\eta i}) \\ \xi_i &\widetilde{iid} N_{q_2}(0, \phi) \end{aligned} \tag{3.15}$$

$$e_{yik} \widetilde{iid} \text{Üstel}(\sigma_{yk})$$

$$e_{\eta i} \widetilde{iid} \text{Üstel}(\sigma_n)$$

$$\theta \sim P(\theta)$$

Burada $e_{yi} = (e_{yi1}, \dots, e_{yip})^T$, $\Psi_i = \text{diag}(8\sigma_{y1}e_{yi1}, \dots, 8\sigma_{yp}e_{yip})$ ve $P(\theta)$ 'da θ 'nın önsel dağılımıdır. $\Lambda_y = (A, \Lambda)$, $\Lambda_{\omega\tau} = (B_\tau, \Gamma_\tau)$ ve Λ_y 'nin k . satırı Λ_{yk}^T ($k = 1, 2, \dots, p$)'dir.

BYEM için kullanılan eşlenik önsel dağılımlar aşağıda verilmiştir:

$$\begin{aligned} \Lambda_{yk} &\sim N_{r_1+q}(\Lambda_{0yk}, H_{0yk}) \\ \sigma_{yk}^{-1} &\sim \text{Gamma}(\alpha_{0yk}, \beta_{0yk}) \\ \phi^{-1} &\sim \text{Wishart}(R_0, \rho_0) \end{aligned} \tag{3.16}$$

$$\Lambda_{\omega\tau} \sim N_{r_2+q_2}(\Lambda_{0\omega}, H_{0\omega})$$

$$\sigma_\eta^{-1} \sim \text{Gamma}(\alpha_{0\sigma}, \beta_{0\sigma})$$

Bilgi içeren önsel dağılımlardan olan eşlenik önsel dağılımın hiperparametreler olarak adlandırılan kendi parametreleri vardır (Lee, 2007:71). Burada, α_{0yk} , β_{0yk} , $\beta_{0\sigma}$, ρ_0 , Λ_{0yk} , $\Lambda_{0\omega}$ ve pozitif tanımlı H_{0yk} , $H_{0\omega}$, R_0 matrisleri literatürdeki çalışmalardan veya uzmanların bilgilerinden derlenen hiperparametrelerdir.

Bayesyen parametre tahminleri, gizil değişkenler ve parametrelerin yinelemeleri için sonsal dağılım $P(\Omega, \theta | Y, C, D, e_\eta)$ 'den örnekler çekilmesiyle elde edilir. $\Omega = (\omega_1, \dots, \omega_n)$ gizil değişkenler matrisi, $Y = (y_1, \dots, y_n)$, $C = (c_1, \dots, c_n)$, $D = (d_1, \dots, d_n)$ ve $e_\eta = (e_{\eta 1}, \dots, e_{\eta n})^T$ matrislerini göstermektedir. Sonsal dağılımın elde edilmesi zorlu olduğundan, Gibbs örnekleme metodu her bir bileşeni tam koşullu sonsal dağılımdan yinelemeli olarak üretmek için kullanılır. Bayesyen metoduyla elde edilen θ tahminleri, simülasyon sonucunda üretilen rassal gözlemlerin örneklem ortalaması olarak belirlenir (Wang, 2016:12-14; Wang, Feng ve Song, 2016:248-249; Shafeeq ve Mohamed, 2022:2142).

BKYEM için ele alınan gizil değişkenlerin ve parametrelerin tam koşullu dağılımları ve Gibbs örnekleme süreci aşağıdaki gibi belirlenmektedir. $\Omega_2 = (\xi_1, \dots, \xi_n)$, $\Lambda_y = (A, \Lambda)$ matrisleri verilmiştir. $L_y = \{l_{yjk}\}$ matrisi, $\Lambda_y = \{\lambda_{yjk}\}$ faktör yüklerinin tanımlama matrisi olmak üzere L_y ;

$$L_y = \begin{cases} l_{yjk} = 0, & \lambda_{yjk} \text{ 'nin değeri sabit ise} \\ l_{yjk} = 1, & \lambda_{yjk} \text{ 'nin değeri tahmin edilecek ise} \end{cases} \quad (3.17)$$

olacaktır. $u_i = (c_i^T, \omega_i^T)$, $U = (u_1, \dots, u_n)$, u_k ise $l_{yjk} = 0$ olduğu satırların silindiği bir alt matrisi ve $Y_k^* = (y_{1k}^*, \dots, y_{nk}^*)$ olmak üzere y_{ik}^* ;

$$y_{ik}^* = y_{ik} - \sum_{j=1}^{r_1+q} \lambda_{yjk} u_{ij} (1 - l_{yjk}) \quad (3.18)$$

şeklinde elde edilir. Ayrıca, $\Lambda_{\omega\tau} = (B_\tau, \Gamma_\tau)$, $v_i = (d_i^T, \xi_i^T)^T$ olmak üzere Gibbs örnekleme aşağıdaki adımlar uygulanarak elde edilir (Wang, 2016:24-25; Wang, Feng ve Song, 2016:257-258):

1. $i = 1, \dots, n$ için Ω ;

$$\mu_i = \Sigma_i^{*-1} \Lambda^T \Psi_i^{-1} (y_i - A c_i) + \Sigma_i^{*-1} \Sigma_{\omega i}^{-1} \begin{pmatrix} B_\tau d_i + \kappa_1 e_{\eta i} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \Sigma_i^* = \Sigma_{\omega i}^{-1} + \Lambda^T \Psi_i^{-1} \Lambda, \quad (3.19)$$

$$\Psi_i = \text{köşegen}(8\sigma_{y1} e_{y11}, \dots, 8\sigma_{yp} e_{yip}) \text{ ve } \Sigma_{\omega i} = \begin{pmatrix} \Gamma_\tau \Phi \Gamma_\tau^T + \kappa_2 \sigma_\eta e_{\eta i} & \Gamma_\tau \Phi \\ \Phi \Gamma_\tau^T & \Phi \end{pmatrix}$$

olmak üzere,

$$(\omega_i | y_i, \Lambda_y, \sigma_y, e_{yi}, \Lambda_\omega, \Phi, \sigma_\eta, e_{\eta i}) \sim N_q(\mu_i, \Sigma_i^{*-1}) \quad (3.20)$$

olarak elde edilir.

2. $k = 1, \dots, p$ için σ_{yk} 'nin elde edilmesi aşağıdaki gibidir:

$$(\sigma_{yk}^{-1} | Y, U, \Lambda_{yk}) \sim \text{Gamma} \left(n + \alpha_{0yk}, \beta_{0yk} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n |y_{ik} - \Lambda_{yk} u_i| \right) \quad (3.21)$$

3. $i = 1, \dots, n$ ve $k = 1, \dots, p$ olmak üzere e_{yik} ;

$$(e_{yik}^{-1} | y_{ik}, \omega_i, \Lambda_{yk}, \sigma_{yk}) \sim \text{Ters - Gauss} \left(4 |y_{ik} - \Lambda_{yk} u_i|^{-1}, 2\sigma_{yk}^{-1} \right) \quad (3.22)$$

olarak belirlenir.

4. $k = 1, \dots, p$ için Λ_y 'nin elde edilmesi için;

$$\Sigma_{\Lambda k} = H_{0y}^{-1} + \sum_{i=1}^n \frac{u_i u_i^T}{8\sigma_{yk} e_{yik}} \quad \text{ve} \quad \Sigma_{\Lambda k} = H_{0y}^{-1} + \sum_{i=1}^n \frac{u_i u_i^T}{8\sigma_{yk} e_{yik}} \quad (3.23)$$

olmak üzere;

$$(\Lambda_{yk} | Y, e_{yik}, \sigma_{yk}) \sim N_{r_1+q}(\mu_{\Lambda k}, \Sigma_{\Lambda k}^{-1}) \quad (3.24)$$

şeklindedir.

5. Φ 'nin elde edilmesi ise aşağıdaki gibidir:

$$(\Phi | \Omega_2) \sim \text{Ters - Wishart}(\Omega_2 \Omega_2^T + R_0^{-1}, n + \rho_0) \quad (3.25)$$

6. σ 'nin elde edilmesi;

$$(\sigma_\eta^{-1} | \Omega, \Lambda_{\omega\tau}) \sim \text{Gamma} \left(n + \alpha_{0\delta}, \beta_{0\delta} + \sum_{i=1}^n \rho_\tau (\eta_i - \Lambda_{\omega\tau} v_i) \right) \quad (3.26)$$

şeklindedir.

7. $i = 1, \dots, n$ olmak üzere $e_{\eta i}$;

$$(e_{\eta i}^{-1} | \omega_i, \Lambda_\omega, \sigma_\eta) \sim \text{Ters - Gauss} \left(\frac{\kappa_2}{2|\eta_i - B_\tau d_i - \Gamma_\tau \xi_i|}, \frac{\kappa_2}{4\sigma_\eta} \right) \quad (3.27)$$

şeklinde elde edilir.

8. $\Lambda_{\omega\tau}$ 'nin elde edilmesi;

$$\mu_{\Lambda\omega} = \Sigma_{\Lambda\omega}^{-1} \left(H_{0\omega}^{-1} \Lambda_{0\omega} + \sum_{i=1}^n \frac{(\eta_i - \kappa_1 e_{\eta i}) v_i}{\kappa_2 \sigma_\eta e_{\eta i}} \right) \quad \text{ve} \quad \Sigma_{\Lambda\omega} = H_{0\omega}^{-1} + \sum_{i=1}^n \frac{v_i v_i^T}{\kappa_2 \sigma_\eta e_{\eta i}} \quad (3.28)$$

olmak üzere,

$$(\Lambda_{\omega\tau} | \Omega, e_\eta, \sigma_\eta) \sim N_{r_2+q_2}(\mu_{\Lambda\omega}, \Sigma_{\Lambda\omega}^{-1}) \quad (3.29)$$

şeklinde elde edilir.

Modelde yer alan parametrelerin ve gizil değişkenlerin tam koşullu dağılımları verilmiştir. Bu parametreler Gibbs örnekleme metodu ile yukarıda gösterildiği gibi tahmin edilir. Tüm bu parametre tahminlerini yapmak için MCMC örneklemede daha hızlı sonuçlar elde edebilmek için **R** programında **RcppArmadillo** paketi kullanılacaktır (Eddelbuettel ve Sanderson, 2014).

Kurulan BKYEM'in yakınsaması ve model uyumu belirlenmesi gereken önemli konulardan biridir. Tahmin edilen parametrelerin yakınsamasını değerlendirmek için

BYEM’de ele alınan farklı yaklaşımlar mevcuttur. Genel modelin uyumunu değerlendirmek için ise PPP değerinden yararlanılmıştır (Meng, 1994:1145; Wang, Feng ve Song, 2016:250; Yazdi vd., 2018:624). Daha önceki bölümlerde de ele alındığı gibi modelin uyum iyiliğinin kabul edilebilmesi için PPP değerinin 0,5 civarında olması gerekmektedir.

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

UYGULAMA

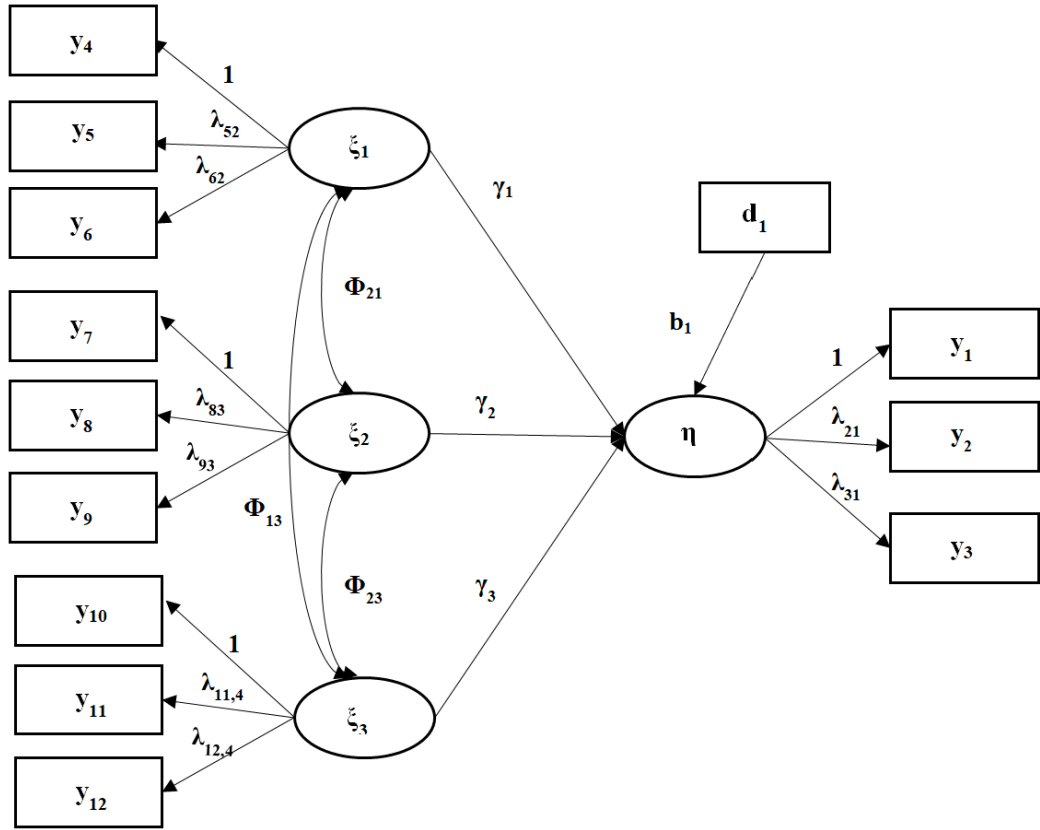
4.1. ARAŞTIRMANIN KAPSAMI

Bu tez çalışmasında KYEM'in kullanımını artırmak ve ulusal literatürde anlaşılmasını sağlamak amacıyla simülasyon çalışmasına ve gerçek verilerle uygulamasına yer verilmiştir. Uygulamanın ilk aşamasında KYEM'in simülasyon çalışması ayrıntılarıyla ele alınmıştır. Simülasyon çalışmasında farklı dağılım tipleri ve örneklem büyüklüklerine göre klasik YEM ve KYEM'in Bayesyen (BYEM ve BKYEM) tahminleri karşılaştırılarak sonuçlar yorumlanmıştır. Uygulamanın ikinci aşamasında ise öznel iyi oluş üzerine gerçek verilerle yapılan çalışmada BYEM ve BKYEM yaklaşımı ele alınmıştır. Uygulamada TÜİK'ten temin edilen Yaşam Memnuniyeti Araştırması (2020) anket verilerinden yararlanılmıştır. Tüm analizleri yapmak için *R programı* ve *WINBUGS* paket programı kullanılmıştır.

4.2. SİMÜLASYON ÇALIŞMASI

4.2.1. Simülasyon Tasarımı

Yukarıda da belirtildiği gibi ilk olarak BKYEM'in ampirik performansını değerlendirmek için simülasyon çalışması yapılmıştır. Simülasyon çalışmasının temel amacı farklı kantil değerleri altında yapısal modeldeki katsayı tahminlerinin ($b_{1\tau}$, $\gamma_{1\tau}$, $\gamma_{2\tau}$, $\gamma_{3\tau}$) belirlenerek teorik değerlerle karşılaştırılmasıdır. Bu amaçla belirlenen simülasyon tasarımı Şekil 11'de verilmiştir.



Şekil 11. Simülasyon Tasarımı

Şekil 11’de verilen simülasyon tasarımında bir endojen gizil değişken (η), üç egzojen gizil değişken (ξ_1, ξ_2 ve ξ_3) ve bir de kontrol değişkeni (d_1) modele eklendiği görülmektedir. Burada her bir gizil değişken üç gözlenen değişken tarafından açıklanmaktadır. Yani, $p = 12$, $q = 4$, $q_1 = 1$, $q_2 = 3$ ve $r_1 = r_2 = 1$ olarak alınmıştır. y_i veri seti aşağıdaki ölçüm modeli (4.1) ve yapısal model (4.2) yardımıyla üretilecektir.

$$y_i = Ac_i + \Lambda\omega_i + \varepsilon_i \quad (4.1)$$

$$\eta_i = b_1d_i + \gamma_1\xi_{i1} + \gamma_2\xi_{i2} + \gamma_3\xi_{i3} + \delta_i \quad (4.2)$$

Burada, $y_i = (y_{i1}, y_{i2}, \dots, y_{i,12})^T$, $A = (a_1, a_2, \dots, a_{12})$, $c_i = c_{i1}$, $\varepsilon_i = (\varepsilon_{i1}, \varepsilon_{i2}, \dots, \varepsilon_{i,12})^T$, $\xi_{i1} = (\xi_{i1}, \xi_{i2}, \xi_{i3})^T$ ve $\omega_i = (\eta_i, \xi_i^T)^T$ dir. Faktör yüklerini gösterilen Λ matrisi aşağıda verilmiştir:

$$\Lambda^T = \begin{pmatrix} 1 & \lambda_{21} & \lambda_{31} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \lambda_{52} & \lambda_{62} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \lambda_{83} & \lambda_{93} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \lambda_{11,4} & \lambda_{12,4} \end{pmatrix}_{(4 \times 12)}$$

Bu matriste bir ve sıfır değerleri sabit, λ_{jk} 'lar ise bilinmeyen parametrelerdir. Modelde ele alınan bilinmeyen parametrelerin gerçek değerleri;

$$A = (a_1, a_2, \dots, a_{12})^T = (1, 1, \dots, 1)^T,$$

$$\Lambda^T = \begin{pmatrix} 1 & 0,8 & 0,8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0,8 & 0,8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0,8 & 0,8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0,8 & 0,8 \end{pmatrix}_{(4 \times 12)},$$

$$b_1 = 0,8, \quad \gamma_1 = 0,5, \quad \gamma_2 = 0,8 \quad \text{ve} \quad \gamma_3 = 1,2,$$

$$\phi_{11} = \phi_{22} = \phi_{33} = 1 \quad \text{ve} \quad \phi_{12} = \phi_{13} = \phi_{23} = 0,4$$

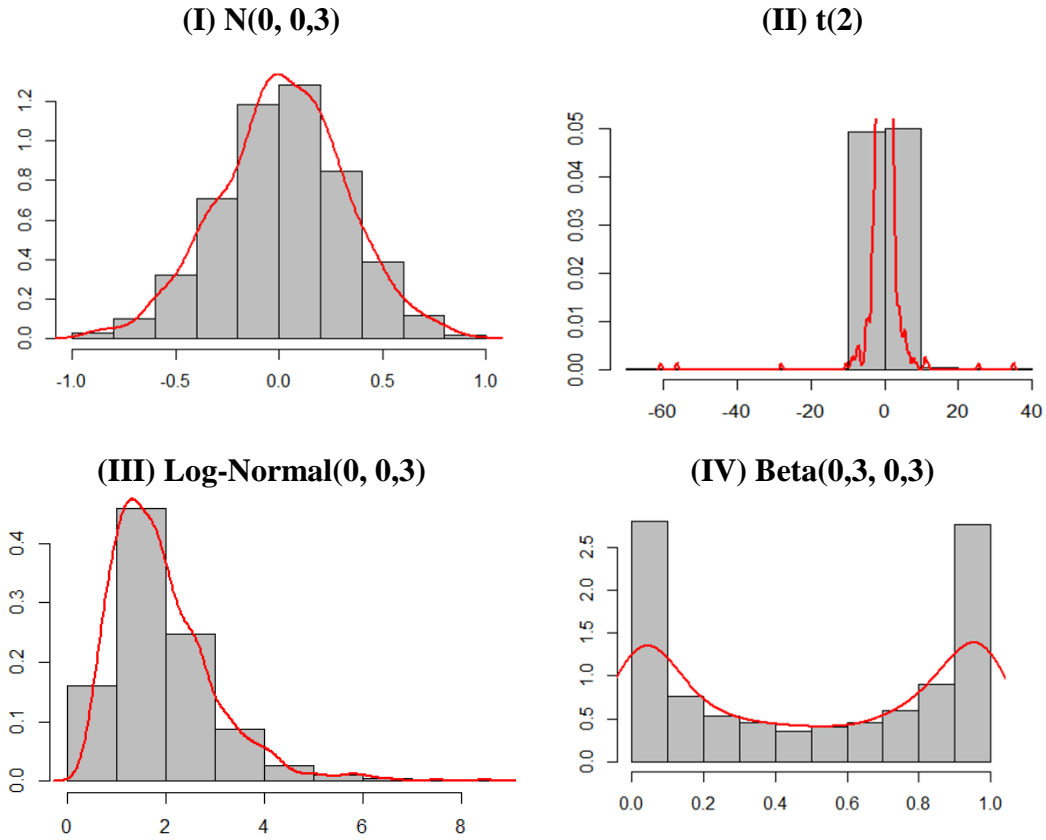
olarak belirlenmiştir. c_i sabit ve d_i kontrol değişkenlerinin her biri bağımsız olarak $N(0,1)$ standart normal dağılıma göre ve ξ_i egzojen gizil değişkenleri ise $N(0, \Phi)$ normal dağılımına göre üretilmiştir.

Kurulan simülasyon çalışmasının etkinliğini belirlemek için farklı örneklem büyüklükleri ve kantil (tau) değerlerinin her biriyle model tekrarlanmıştır. Örneklem büyüklüğü $n = 100, 500, 1000$ ve 3000 , kantil değerleri ise $\tau = 0,1, 0,5$ ve $0,9$ olarak belirlenmiştir. Geçmiş çalışmalara bakıldığında 500 ve 1000 örneklem büyüklüğü (Wang, Feng ve Song; 2016) benzer simülasyon çalışmalarında tercih edildiği için bu çalışmada da ele alınmıştır. Ayrıca, $n = 100$ küçük örneklem büyüklüklerinde ve $n = 3000$ büyük örneklem büyüklüklerinde modelin performansının nasıl olduğunu belirlemek amacıyla tercih edilmiştir.

Klasik YEM'de ölçüm ve yapısal modelin hata terimlerinin (ε_i ve δ_i) çoklu normal dağılım gösterdikleri varsayılmaktadır. KYEM'de bu varsayım geçerli olmadığı ve farklı dağılım tiplerinde etkinliğini görmek amacıyla ε_i ve δ_i 'nin farklı dağılımlar gösterdiği varsayılmıştır. Bunlar;

- (I) ε_i ve $\delta_i \sim N(0, 0,3)$: Klasik YEM ile benzer şekilde normal dağılım göstermektedir.
- (II) ε_i ve $\delta_i \sim t(2)$: Kuyruklarda yoğunluk gösteren t-dağılımını göstermektedir. Değişkenlerde aykırı değer olduğu durumlara KYEM'in performansını ölçer.
- (III) $\varepsilon_i \sim N(0, 0,3)$ ve $\delta_i \sim \text{Log-Normal}(0, 0,3)$: Log-Normal dağılım çarpık yapıda olan verilerin olduğu durumlarda KYEM'in performansını ölçer.
- (IV) $\varepsilon_i \sim N(0, 0,3)$ ve $\delta_i \sim \text{Beta}(0,3, 0,3)$: Beta dağılımı normal dağılıma uymayan U şeklinde olan yapılarda KYEM'in performansını ölçer.

Yapısal model hata terimlerinin (δ) yukarıda verilen dağılımlar doğrultusunda yapılarını görebilmek için $n = 1000$ için R'da rassal olarak üretilen verilere göre Histogram grafikleri Şekil 12'de verilmiştir.



Şekil 12. Histogram Grafikleri

Şekil 12’de görüldüğü üzere Şekil (I)’in klasik normal dağılım, Şekil (II)’nin kuyruklarda yoğunluk gösteren bir dağılım olduğu, Şekil (III)’ün sağa çarpık bir dağılım olduğu ve Şekil (IV)’ün ise U şeklinde normal dağılımdan sapan bir yapıda olduğu göze çapmaktadır. Simülasyon çalışmasında da tüm bu dağılımlara göre hata terimleri üretilecektir.

4.2.2. Önsel Bilgiler

Ölçüm ve yapısal model için eşlenik önsel dağılımlar aşağıda verilmiştir. Ölçüm modelinde yer alan A ve faktör yükleri matrisi için ortalama değerleri Λ_{0yk} aşağıda verilmiştir:

$$a_1 = a_2 = \dots = a_{12} = 1,2$$

$$\Lambda^T = \begin{pmatrix} 1 & 0,8 & 0,8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0,8 & 0,8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0,8 & 0,8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0,8 & 0,8 \end{pmatrix}_{(4 \times 12)}$$

Ayrıca H_{0yk} ise köşegen elemanları 100^2 olan köşegen matris olarak ele alınmıştır. Her bir τ değeri için yapısal modelde yer alan ortalama değerleri $\Lambda_{0\tau}$ aşağıdaki gibidir:

$$b_1 = 0,8$$

$$\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = 0,6$$

Bayesyen metodu önsel dağılımlara karşı sağlam sonuçlar vermektedir. Önsel dağılımlardaki hiperparametreler farklı değerler atanarak tahminlerin duyarlılığı değerlendirildiğinde benzer sonuçlar elde edilmektedir. Bu yüzden, alternatif önsel dağılım stratejileri geliştirilmemiştir.

4.2.3. Simülasyon Sonuçlarının Değerlendirilmesi

Kurulan bu modelin yakınsaması için Markov zinciri sayısına ve iterasyon sayısına karar vermek oldukça önemlidir. Farklı başlangıç noktalarına sahip üç zincirin kullanılmasına karar verilmiştir. Sonsal dağılımın elde edilmesinde MCMC

algoritmasından Gibbs örnekleme metodu kullanılmıştır. Yapılan ön çalışmalar sonucunda 8000 iterasyon, 2000’de yakma periyodunun olmasına karar verilmiştir.

Tüm bu simülasyon tasarımı için birbirinden bağımsız olarak 100 ayrı veri kümesi elde edilerek metodun performansı araştırılmıştır. Burada, her bir kantil değeri için BKYEM ve buna ek olarak klasik BYEM uygulanmıştır. Bu modelleri karşılaştırmak için her bir parametre tahmininin sapma (bias) ve karekök ortalama (KO) (root mean square) değeri hesaplanarak aralarındaki farklar incelenmiştir.

Sapma ve karekök ortalamanın formülleri aşağıda verilmiştir:

$$Sapma = \left| M(\hat{\theta}(r)) - \theta_0(r) \right| \quad (4.3)$$

$$KO = \left[\frac{\sum_{j=1}^t [\hat{\theta}_j(r) - \theta_0(r)]^2}{n} \right]^{\frac{1}{2}} = \left[\frac{\sum_{j=1}^{100} [\hat{\theta}_j(r) - \theta_0(r)]^2}{100} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.4)$$

Bu formüllerde yer alan göstergeler;

$\theta(r)$: θ 'nın r. elemanı,

$\theta_0(r)$: $\theta(r)$ 'nin gerçek değeri,

$\hat{\theta}_j(r)$: j. tekrarda $\theta(r)$ 'nin tahmini,

$M(\hat{\theta}_j(r))$: $\theta(r)$ 'nin parametre tahminlerinin ortalaması

olarak ele alınmaktadır (Song ve Lee, 2012:100). KO formülünde yer alan t değeri tekrar sayısını göstermektedir. Bu çalışmada 100 tekrar yapıldığı için t = 100 olarak alınmıştır.

4.2.4. Simülasyon Çalışması Çıktıları

Literatürde oldukça yeni olan KYEM'in uygulanabilirliğini artırmak ve elde edilen tahmin değerlerinin etkinliğinin değerlendirilmesi için yapılan simülasyon çalışmasının sonuçları ayrıntılı bir şekilde bu bölümde ele alınmıştır. KYEM'in Bayesyen

yaklaşımıyla tahmini gerçekleştirildiği için sonuçlar BKYEM şeklinde verilmiştir. Ayrıca, BKYEM ile elde edilen tahmin değerlerinin BYEM'in sonuçlarıyla karşılaştırılması yapılmıştır. BYEM'de kullanılan *WinBUGS* ve *R* kodları Ek 13 ve Ek 14'de verilmiştir. BKYEM kodlarının çok kompleks yapıda olmasından kaynaklı *R* giriş kodları Ek 15'de verilmiştir.

BKYEM'de farklı kantil değerlerinde yapısal modelde yer alan parametre tahminleri değiştiği için ilk olarak b , γ_1 , γ_2 , γ_3 tahminleri verilmiştir. BYEM ve BKYEM'de farklı örneklem büyüklükleri için yapısal model parametre tahminleri Tablo 3, Tablo 4, Tablo 5 ve Tablo 6'da sunulmuştur. Bu tablolarda her bir tahmin metodu için elde edilen parametre tahminlerinin sapma ve KO değerleri verilmiştir. Burada dikkat edilen nokta mutlak değerce daha küçük sapma ve KO değerlerinin bulunduğu tahmin metodunun daha iyi performans gösterdiğidir. Tablo 3'de örneklem sayısı $n = 100$ olduğu durumlar için tüm dağılım tiplerinde tahmin edilen yapısal model parametrelerinin sapma ve KO değerleri verilmiştir.

Tablo 3. BYEM ile BKYEM'in Parametre Tahminleri (n=100)

| | | n=100 | | | | | | | |
|------------------------|------------|---------|--------|---------|--------|---------|--------|---------|--------|
| | | BYEM | | | | BKYEM | | | |
| | | - | | tau=0,1 | | tau=0,5 | | tau=0,9 | |
| Durum | | Sapma | KO | Sapma | KO | Sapma | KO | Sapma | KO |
| (I) N(0, 0,3) | b_1 | 0.0057 | 0.0843 | -0.1468 | 0.1489 | -0.1576 | 0.1583 | -0.1438 | 0.1454 |
| | γ_1 | 0.0250 | 0.0947 | -0.0535 | 0.1703 | -0.0554 | 0.1673 | -0.0197 | 0.1561 |
| | γ_2 | -0.0349 | 0.1055 | -0.0833 | 0.1813 | -0.0311 | 0.1441 | 0.0575 | 0.0727 |
| | γ_3 | -0.1086 | 0.1500 | -0.0427 | 0.0830 | -0.0548 | 0.0840 | -0.0832 | 0.1134 |
| (II) t(2) | b_1 | -0.2597 | 0.5006 | 0.0338 | 0.2724 | 0.0104 | 0.1693 | -0.0646 | 0.1050 |
| | γ_1 | -0.2700 | 0.3726 | -0.0943 | 0.3797 | -0.0900 | 0.3039 | -0.0698 | 0.4898 |
| | γ_2 | -0.5685 | 0.6515 | 0.5114 | 0.5685 | 0.3481 | 0.3954 | 0.5466 | 0.5590 |
| | γ_3 | -0.8069 | 0.9259 | -0.4705 | 0.5030 | -0.5443 | 0.5523 | -0.4431 | 0.4939 |
| (III) LN(0, 0,3) | b_1 | 0.0181 | 0.0746 | -0.1317 | 0.1352 | -0.1448 | 0.1524 | -0.1200 | 0.1551 |
| | γ_1 | 0,0631 | 0,1556 | -0,0351 | 0,1711 | -0,0543 | 0,1648 | -0,0225 | 0,2090 |
| | γ_2 | -0.0442 | 0.0949 | -0.1013 | 0.1891 | -0.0562 | 0.1455 | 0.0705 | 0.0755 |
| | γ_3 | -0.1362 | 0.1602 | -0.0319 | 0.0836 | -0.0338 | 0.0741 | -0.0303 | 0.0831 |
| (IV) Beta(0,3, 0,3) | b_1 | -0.0010 | 0.0739 | 0.0201 | 0.1480 | 0.0370 | 0.1346 | 0.0747 | 0.1353 |
| | γ_1 | 0.0228 | 0.0912 | 0.0337 | 0.0415 | 0.0143 | 0.0413 | -0.0047 | 0.0642 |
| | γ_2 | -0.0638 | 0.1082 | 0.0289 | 0.0650 | 0.0343 | 0.0699 | 0.0556 | 0.0655 |
| | γ_3 | -0.1138 | 0.1417 | -0.0112 | 0.0911 | 0.0455 | 0.1572 | 0.0737 | 0.2138 |

Tablo 3 incelendiğinde, ε_i ve δ_i 'nin t(2) dağılımı gösterdiği durumda (Durum II) BKYEM'in daha küçük sapma ve KO değerlerine sahip olduğu göze çarpmaktadır. Yani, hata terimlerinin aykırı değerler içerdiği durumlarda BKYEM daha yansız sonuçlar vermektedir. $n = 100$ olduğu durumda t-dağılımı hakkında yorum yapılabilirken, diğer dağılım varsayımları altında net bir şekilde yorum yapmak güçtür. Örneklem büyüklüğünün 500, 1000 ve 3000 olduğu durumlarda BYEM ve BKYEM'in tahminlerinin farklılıkları hakkında çıkarımlar yapmak daha doğru olacaktır. Bu örneklem büyüklükleri için tüm dağılım tiplerinde tahmin edilen yapısal model parametrelerinin sapma ve KO değerleri Tablo 4, Tablo 5 ve Tablo 6'da verilmiştir.

Tablo 4. BYEM ile BKYEM'in Parametre Tahminleri (n=500)

| | | n=500 | | | | | | | |
|------------------------|------------|---------|--------|---------|--------|---------|--------|---------|--------|
| | | BYEM | | | | BKYEM | | | |
| | | - | | tau=0,1 | | tau=0,5 | | tau=0,9 | |
| Durum | | Sapma | KO | Sapma | KO | Sapma | KO | Sapma | KO |
| (I) N(0, 0,3) | b_1 | 0.0144 | 0.0872 | 0.0287 | 0.0444 | 0.0205 | 0.0286 | 0.0309 | 0.0351 |
| | γ_1 | 0.0241 | 0.0944 | -0.0401 | 0.0509 | -0.0168 | 0.0298 | -0.0058 | 0.0296 |
| | γ_2 | -0.0443 | 0.1117 | -0.0295 | 0.0768 | -0.0537 | 0.0924 | -0.0585 | 0.1019 |
| | γ_3 | -0.0898 | 0.1328 | -0.0312 | 0.0579 | -0.0420 | 0.0702 | -0.0237 | 0.0685 |
| (II) t(2) | b_1 | -0.2120 | 0.4342 | 0.0510 | 0.1096 | 0.0017 | 0.0817 | -0.0234 | 0.0966 |
| | γ_1 | -0.2798 | 0.3891 | 0.0088 | 0.2947 | 0.0157 | 0.2081 | 0.0651 | 0.3174 |
| | γ_2 | -0.5252 | 0.5979 | 0.2853 | 0.3202 | 0.0914 | 0.1170 | 0.0696 | 0.1619 |
| | γ_3 | -0.8646 | 0.9331 | 0.2917 | 0.3152 | -0.0459 | 0.0817 | 0.5266 | 0.5298 |
| (III) LN(0, 0,3) | b_1 | -0.0240 | 0.0944 | 0.0218 | 0.0379 | 0.0194 | 0.0304 | 0.0383 | 0.0504 |
| | γ_1 | 0.0319 | 0.1065 | -0.0295 | 0.0439 | -0.0147 | 0.0253 | -0.0261 | 0.0520 |
| | γ_2 | -0.0461 | 0.1270 | -0.0428 | 0.0812 | -0.0574 | 0.0993 | -0.0420 | 0.1162 |
| | γ_3 | -0.0829 | 0.1375 | -0.0414 | 0.0724 | -0.0483 | 0.0751 | 0.0416 | 0.0956 |
| (IV) Beta(0,3, 0,3) | b_1 | -0.0126 | 0.0865 | 0.0283 | 0.0333 | 0.0167 | 0.0267 | 0.0097 | 0.0314 |
| | γ_1 | 0.0249 | 0.0792 | 0.0082 | 0.0318 | 0.0137 | 0.0270 | 0.0139 | 0.0288 |
| | γ_2 | -0.0436 | 0.1019 | -0.0148 | 0.0208 | -0.0265 | 0.0306 | -0.0296 | 0.0338 |
| | γ_3 | -0.1406 | 0.1645 | 0.0177 | 0.0369 | 0.0128 | 0.0302 | 0.0104 | 0.0222 |

Tablo 5. BYEM ile BKYEM'in Parametre Tahminleri (n=1000)

| n=1000 | | | | | | | | | |
|------------------------|----------------|---------|--------|---------|--------|---------|--------|---------|--------|
| Durum | | BYEM | | | | BKYEM | | | |
| | | - | | tau=0,1 | | tau=0,5 | | tau=0,9 | |
| | | Sapma | KO | Sapma | KO | Sapma | KO | Sapma | KO |
| (I) N(0, 0,3) | b ₁ | -0.0177 | 0.1022 | 0.0202 | 0.0324 | 0.0165 | 0.0240 | 0.0110 | 0.0187 |
| | γ ₁ | 0.0182 | 0.0966 | -0.0230 | 0.0268 | 0.0046 | 0.0223 | 0.0317 | 0.0373 |
| | γ ₂ | -0.0348 | 0.1065 | 0.0558 | 0.0568 | 0.0329 | 0.0358 | 0.0261 | 0.0331 |
| | γ ₃ | -0.1097 | 0.1420 | -0.0047 | 0.0211 | -0.0201 | 0.0251 | -0.0108 | 0.0219 |
| (II) t(2) | b ₁ | -0.2161 | 0.4166 | 0.0428 | 0.0848 | 0.0183 | 0.0797 | 0.0008 | 0.0891 |
| | γ ₁ | -0.2761 | 0.3848 | 0.0069 | 0.2604 | 0.0369 | 0.1078 | -0.1080 | 0.3119 |
| | γ ₂ | -0.4831 | 0.5672 | 0.1078 | 0.1867 | 0.0015 | 0.0690 | 0.2233 | 0.3167 |
| | γ ₃ | -0.8471 | 0.9206 | 0.2603 | 0.3331 | -0.1396 | 0.1538 | 0.3020 | 0.3281 |
| (III) LN(0, 0,3) | b ₁ | 0.0192 | 0.1023 | 0.0261 | 0.0314 | 0.0186 | 0.0264 | 0.0137 | 0.0233 |
| | γ ₁ | 0.0210 | 0.1130 | -0.0092 | 0.0211 | 0.0079 | 0.0254 | 0.0247 | 0.0403 |
| | γ ₂ | -0.0588 | 0.1071 | 0.0402 | 0.0412 | 0.0278 | 0.0332 | 0.0467 | 0.0570 |
| | γ ₃ | -0.1006 | 0.1449 | -0.0236 | 0.0290 | -0.0248 | 0.0316 | 0.0474 | 0.0564 |
| (IV) Beta(0,3, 0,3) | b ₁ | 0.0143 | 0.0855 | 0.0142 | 0.0170 | 0.0183 | 0.0222 | 0.0183 | 0.0263 |
| | γ ₁ | 0.0217 | 0.0915 | 0.0213 | 0.0280 | 0.0267 | 0.0315 | 0.0421 | 0.0442 |
| | γ ₂ | -0.0428 | 0.0937 | 0.0001 | 0.0261 | -0.0053 | 0.0195 | -0.0109 | 0.0159 |
| | γ ₃ | -0.1287 | 0.1598 | -0.0386 | 0.0440 | -0.0356 | 0.0394 | -0.0311 | 0.0342 |

Tablo 6. BYEM ile BKYEM'in Parametre Tahminleri (n=3000)

| n=3000 | | | | | | | | | |
|------------------------|----------------|---------|--------|---------|--------|---------|--------|---------|---------|
| Durum | | BYEM | | | | BKYEM | | | |
| | | - | | tau=0,1 | | tau=0,5 | | tau=0,9 | |
| | | Sapma | KO | Sapma | KO | Sapma | KO | Sapma | KO |
| (I) N(0, 0,3) | b ₁ | 0.0073 | 0.0853 | 0.0109 | 0.0135 | 0.0095 | 0.0095 | 0.0092 | 0.0096 |
| | γ ₁ | 0.0039 | 0.0946 | -0.0049 | 0.0203 | -0.0072 | 0.0236 | -0.0065 | 0.0279 |
| | γ ₂ | -0.0487 | 0.1020 | 0.0172 | 0.0316 | 0.0148 | 0.0242 | 0.0216 | 0.0252 |
| | γ ₃ | -0.0938 | 0.1410 | 0.0177 | 0.0225 | -0.0020 | 0.0115 | 0.0261 | 0.0272 |
| (II) t(2) | b ₁ | -0.2335 | 0.4782 | 0.0061 | 0.0319 | 0.0067 | 0.0242 | -0.0240 | 0.0396 |
| | γ ₁ | -0.2530 | 0.3831 | -0.0910 | 0.2094 | -0.0157 | 0.0837 | -0.0994 | 0.2583 |
| | γ ₂ | -0.5390 | 0.6089 | 0.1098 | 0.1935 | -0.0113 | 0.1015 | 0.0873 | 0.2538 |
| | γ ₃ | -0.8342 | 0.9334 | 0.5156 | 0.5243 | 0.0527 | 0.0932 | 0.6223 | 0.6648 |
| (III) LN(0, 0,3) | b ₁ | -0.0139 | 0.0921 | 0.0093 | 0.0133 | 0.0083 | 0.0102 | 0.0164 | 0.0072 |
| | γ ₁ | 0.0142 | 0.1219 | -0.0041 | 0.0184 | -0.0043 | 0.0274 | 0.0218 | -0.0248 |
| | γ ₂ | -0.0292 | 0.1080 | 0.0067 | 0.0317 | 0.0072 | 0.0204 | 0.0237 | 0.0316 |
| | γ ₃ | -0.1043 | 0.1543 | -0.0029 | 0.0108 | -0.0112 | 0.0133 | 0.0248 | 0.1040 |
| (IV) Beta(0,3, 0,3) | b ₁ | 0.0044 | 0.0712 | -0.0104 | 0.0218 | -0.0070 | 0.0165 | -0.0087 | 0.0135 |
| | γ ₁ | 0.0160 | 0.0800 | 0.0126 | 0.0254 | 0.0126 | 0.0234 | 0.0113 | 0.0238 |
| | γ ₂ | -0.0396 | 0.0974 | -0.0034 | 0.0293 | -0.0035 | 0.0306 | 0.0013 | 0.0291 |
| | γ ₃ | -0.1264 | 0.1497 | -0.0111 | 0.0128 | -0.0210 | 0.0219 | -0.0137 | 0.0143 |

Örnekleme büyüklüklerinin 500, 1000 ve 3000 olduğu durumları gösteren Tablo 4, Tablo 5 ve Tablo 6'ya göre elde edilen sonuçlar aşağıda yorumlanmıştır:

✓ BKYEM'de hata terimlerinin dağılımı için herhangi bir varsayım olmamasına rağmen klasik YEM'de hata terimlerinin normallik varsayımını sağlaması gerekmektedir. Yapılan simülasyon çalışması sonucunda ε_i ve δ_i 'nin $N(0, 0,3)$ olduğu yani, hata terimlerinin normal dağıldığı varsayımı altında (Durum I) her iki model için de elde edilen sapma ve KO değerlerinin birbirlerine yakın olduğu göze çarpmaktadır. Normal dağılım varsayımı altında klasik YEM'in Bayesyen tahminin BKYEM'e göre daha iyi performans göstereceği düşünülse de, sonuçlar birbirine oldukça yakın olduğundan benzer performans gösterdikleri söylenebilir. Wang (2016), bu çalışmaya nispeten daha az karmaşık bir yapıda kurduğu simülasyon çalışmasında ALD yaklaşımı kullanarak BKYEM uygulamıştır. Çalışmanın sonucunda benzer şekilde hata terimlerinin normal dağılım gösterdiği durumlarda BYEM ve BKYEM performanslarının birbirine yakın olduğunu göstermiştir. Shafeeq ve Muhamed (2022) yaptığı çalışmada da ALD yaklaşımıyla küçük örneklem büyüklüklerinde modellerin performanslarını kıyaslamışlardır. Benzer şekilde normal dağılım varsayımı altında BYEM ile BKYEM'in performansının yakın olduğunu ifade etmişlerdir. Ayrıca Zhang ve Tang (2017) çalışmasında hata terimlerinin normal dağıldığı varsayımı altında BKYEM uygulamak için deneysel olabilirlik yaklaşımı ve ALD yaklaşımını karşılaştırmışlardır. Deneysel olabilirlik yaklaşımının ALD'ye göre daha iyi performans gösterdiğini belirtmişlerdir. Tüm bunların yanı sıra hata terimlerinin normallik varsayımı altında BYEM ve BKYEM'in benzer performans gösterdiği görülmektedir.

✓ Hata terimleri ε_i ve δ_i 'nin $t(2)$ dağılımı gösterdiği varsayımı altında (Durum II) BKYEM sonuçlarının BYEM sonuçlarına kıyasla daha küçük sapma ve KO değerlerine sahip olduğu görülmektedir. Bu da aykırı ve uç değerler olduğu durumda BKYEM'in BYEM'e göre daha iyi performans gösterdiği sonucuna ulaşmamızı sağlar.

✓ Yapısal model hata terimi δ_i 'nin Log-Normal(0, 0,3) (Durum III) ve Beta(0,3, 0,3) (Durum IV) dağılımı gösterdiği durumlarda BKYEM'de elde edilen sapma ve KO değerleri BYEM'e göre daha küçüktür. Özellikle KO değerlerine dikkat edildiğinde BKYEM tahminlerinin daha küçük olduğu görülmüştür. Hata terimlerinin Log-Normal

ve Beta dağılımları varsayımı altında BKYEM'in daha yansız sonuçlar verdiği, yani daha iyi performans gösterdiği söylenebilir.

✓ Yapısal model hata terimlerinin t-dağılımı, Log-Normal ve Beta dağılımı varsayımı altında hata terimleri çarpık, aykırı değerlere sahip ve U şeklinde dağılım gösteren yani normallikten büyük ölçüde sapma gösteren yapılar olduğu için klasik YEM'in varsayımı sağlanamaz. BYEM normallik varsayımının sağlanmadığı durumlarda klasik YEM tahmin metotlarına göre kullanım avantajı sağlasa da, normallikten sapmaların olduğu durumlarda BKYEM'e göre performansının çok da güçlü olmadığı söylenebilir. Böylece, hata terimlerinin normallikten saptığı durumlarda klasik YEM'de Bayesyen tahmin metodu kullanılarak tahminler yapılsa bile, BKYEM'in sonuçlarının daha yansız olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Literatürde Wang (2016), Wang, Feng ve Song (2016), Zhang ve Tang (2017) ve Shafeeq ve Muhamed (2022)'in yapmış olduğu çalışmalarda da yapısal model hata terimlerinin normallikten sapma gösterdiği (t-dağılımı, Log-normal, Beta) durumlarda BKYEM'in BYEM'e göre performansının oldukça iyi olduğunu göstermişlerdir. Sonuç olarak literatürde ele alınan diğer çalışmaların bu çalışmadaki sonuçları desteklediğini söylemek mümkündür.

✓ BYEM'de t-dağılımı için elde edilen sapma ve KO değerleri, yine BYEM'de Log-Normal ve Beta dağılımı için elde edilen sonuçlarla ile kıyaslandığında daha büyük olduğu söylenebilir. Yani, BYEM uç değerlerin olduğu durumlarda, çarpık ve U şeklindeki dağılımlara nispeten daha kötü performans göstermektedir.

✓ Hata terimlerinin ele alınan tüm dağılım varsayımları altında, örneklem büyüklükleri arttıkça çoğu sapma ve KO değerlerinin mutlak değerce küçüldüğü görülmüştür. Yani, örneklem sayısı büyüdükçe tahminler daha yansız olmaktadır. Bu durum da beklenen bir sonuçtur. Wang (2016), Wang, Feng ve Song (2016) ve Zhang ve Tang (2017) örneklem büyüklüğü arttıkça tahminlerin daha yansız olduğunu vurgulamışlardır.

Yapılan simülasyon çalışması sonucunda tahmin edilen tüm parametrelerin (ölçüm ve yapısal modelde yer alan parametreler) örneklem büyüklüğü 1000 olduğu durumlar için sapma ve KO değerleri Tablo 7, Tablo 8, Tablo 9 ve Tablo 10'da verilmiştir. Diğer

örneklem büyüklükleri için sonuçlar birbirine oldukça yakın olduğu için burada sadece 1000 örneklem büyüklüğü için yorumlanmıştır. Diğer örneklem büyüklükleri (100, 500 ve 3000) için elde edilen tablolar Ek 1-12’de verilmiştir.

Ölçüm ve yapısal model hata terimlerinin normal dağılıma (Durum I) uyduğu varsayımı altında elde edilen sonuçlar Tablo 7’de verilmiştir. Klasik YEM’de hata terimlerinde normallik varsayımı olduğundan, YEM’in Bayesyen tahminin performansının daha iyi olması beklenmektedir. Fakat her bir tau değeri için sapma ve KO değerlerine bakıldığında sonuçların birbirine oldukça yakın olduğu görülmüştür. Bu durumda, hata terimlerinin normallik varsayımı sağlandığında BYEM ile BKYEM benzer sonuçlar verdiği söylenebilir.

Tablo 7. Durum (I) - BYEM ile BKYEM’in Tüm Parametrelerin Tahminleri

| ε_i ve $\delta_i \sim N(0, 0,3), n=1000$ | | | | | | | | |
|--|---------|--------|---------|--------|---------|--------|---------|--------|
| | BYEM | | BKYEM | | | | | |
| | - | | tau=0,1 | | tau=0,5 | | tau=0,9 | |
| | Sapma | KO | Sapma | KO | Sapma | KO | Sapma | KO |
| λ_{21} | 0.0006 | 0.0311 | 0.0026 | 0.0060 | 0.0035 | 0.0077 | 0.0015 | 0.0065 |
| λ_{31} | 0.0083 | 0.0369 | 0.0043 | 0.0079 | 0.0054 | 0.0096 | 0.0034 | 0.0086 |
| λ_{52} | -0.0193 | 0.0689 | 0.0158 | 0.0399 | 0.0144 | 0.0395 | 0.0148 | 0.0390 |
| λ_{62} | -0.0035 | 0.0761 | 0.0165 | 0.0269 | 0.0182 | 0.0287 | 0.0181 | 0.0297 |
| λ_{83} | -0.0177 | 0.0672 | 0.0221 | 0.0230 | 0.0254 | 0.0260 | 0.0272 | 0.0274 |
| λ_{93} | -0.0187 | 0.0704 | 0.0156 | 0.0516 | 0.0150 | 0.0488 | 0.0149 | 0.0474 |
| $\lambda_{11,4}$ | -0.0299 | 0.0749 | 0.0268 | 0.0331 | 0.0302 | 0.0355 | 0.0328 | 0.0383 |
| $\lambda_{12,4}$ | -0.0244 | 0.0763 | -0.0135 | 0.0228 | -0.0125 | 0.0203 | -0.0111 | 0.0184 |
| b_1 | -0.0177 | 0.1022 | 0.0202 | 0.0324 | 0.0165 | 0.0240 | 0.0110 | 0.0187 |
| γ_1 | 0.0182 | 0.0966 | -0.0230 | 0.0268 | 0.0046 | 0.0223 | 0.0317 | 0.0373 |
| γ_2 | -0.0348 | 0.1065 | 0.0558 | 0.0568 | 0.0329 | 0.0358 | 0.0261 | 0.0331 |
| γ_3 | -0.1097 | 0.1420 | -0.0047 | 0.0211 | -0.0201 | 0.0251 | -0.0108 | 0.0219 |
| ϕ_{11} | 0.1525 | 0.2140 | 0.0240 | 0.0933 | 0.0232 | 0.0932 | 0.0214 | 0.0913 |
| ϕ_{12} | -0.0082 | 0.1192 | 0.0077 | 0.0333 | 0.0069 | 0.0336 | 0.0055 | 0.0342 |
| ϕ_{13} | 0.0031 | 0.1082 | 0.0005 | 0.0347 | -0.0011 | 0.0340 | -0.0054 | 0.0326 |
| ϕ_{22} | 0.1869 | 0.2555 | 0.0257 | 0.0856 | 0.0260 | 0.0829 | 0.0250 | 0.0804 |
| ϕ_{23} | 0.0078 | 0.1071 | -0.0132 | 0.0197 | -0.0134 | 0.0196 | -0.0164 | 0.0229 |
| ϕ_{33} | 0.2157 | 0.2635 | 0.0712 | 0.0886 | 0.0669 | 0.0837 | 0.0554 | 0.0715 |

Öte yandan, ölçüm ve yapısal model hata terimlerinin t-dağılımı (Durum II) gösterdiği yani aykırı değerlerin olduğu durumları incelemek için kurulan BYEM ve BKYEM sonuçları Tablo 8’de verilmiştir. BYEM’de elde edilen sapma ve KO değerlerinin, her bir tau değeri için elde edilen BKYEM sonuçlarından daha büyük olduğu göze

çarpmaktadır. Diğer bir ifade ile BYEM sonuçlarının BKYEM sonuçlarına göre daha sapmalı sonuçlar verdiği söylenebilir. Bir başka ifade ile aykırı değerlerin olduğu YEM çalışmalarında, BKYEM’i kullanmak daha güvenilir sonuçlar elde etmemizi sağlar.

Tablo 8. Durum (II) - BYEM ile BKYEM’in Tüm Parametrelerin Tahminleri

| | ε_i ve $\delta_i \sim t(2)$, $n=1000$ | | | | | | | |
|------------------|--|--------|---------|--------|---------|--------|---------|--------|
| | BYEM | | BKYEM | | | | | |
| | - | | tau=0,1 | | tau=0,5 | | tau=0,9 | |
| | Sapma | KO | Sapma | KO | Sapma | KO | Sapma | KO |
| λ_{21} | -0.1225 | 1.7785 | 0.0019 | 0.0225 | 0.0073 | 0.0159 | 0.0010 | 0.0126 |
| λ_{31} | -0.1111 | 1.6259 | 0.0205 | 0.0223 | 0.0219 | 0.0243 | 0.0197 | 0.0219 |
| λ_{52} | -0.0731 | 0.8862 | -0.0091 | 0.0157 | 0.0065 | 0.0096 | 0.0064 | 0.0075 |
| λ_{62} | -0.1786 | 0.7152 | -0.0615 | 0.0774 | -0.0537 | 0.0830 | -0.0565 | 0.0873 |
| λ_{83} | -0.3756 | 0.7122 | -0.0253 | 0.0779 | -0.0197 | 0.0741 | -0.0343 | 0.0803 |
| λ_{93} | -0.2272 | 0.7604 | -0.0537 | 0.0581 | -0.0569 | 0.0598 | -0.0630 | 0.0681 |
| $\lambda_{11,4}$ | -0.3376 | 0.9130 | -0.0494 | 0.0564 | -0.0484 | 0.0550 | -0.0505 | 0.0597 |
| $\lambda_{12,4}$ | -0.2312 | 0.6696 | -0.0866 | 0.0918 | -0.0936 | 0.0943 | -0.0962 | 0.0973 |
| b_1 | -0.2161 | 0.4166 | 0.0428 | 0.0848 | 0.0183 | 0.0797 | 0.0008 | 0.0891 |
| γ_1 | -0.2761 | 0.3848 | 0.0069 | 0.2604 | 0.0369 | 0.1078 | -0.1080 | 0.3119 |
| γ_2 | -0.4831 | 0.5672 | 0.1078 | 0.1867 | 0.0015 | 0.0690 | 0.2233 | 0.3167 |
| γ_3 | -0.8471 | 0.9206 | 0.2603 | 0.3331 | -0.1396 | 0.1538 | 0.3020 | 0.3281 |
| ϕ_{11} | 2.8883 | 3.6925 | -0.0776 | 0.0871 | -0.0650 | 0.0806 | -0.0780 | 0.0858 |
| ϕ_{12} | -0.0892 | 0.4287 | 0.0821 | 0.0851 | 0.0998 | 0.1017 | 0.0734 | 0.0779 |
| ϕ_{13} | -0.1146 | 0.4684 | 0.0311 | 0.0624 | 0.0597 | 0.0770 | 0.0238 | 0.0643 |
| ϕ_{22} | 3.2644 | 4.2556 | -0.0097 | 0.0845 | 0.0190 | 0.0908 | -0.0082 | 0.1000 |
| ϕ_{23} | -0.0421 | 0.3940 | -0.0106 | 0.0482 | 0.0402 | 0.0739 | -0.0146 | 0.0731 |
| ϕ_{33} | 3.1539 | 3.8985 | -0.0008 | 0.0625 | 0.0698 | 0.0716 | -0.0071 | 0.0237 |

Ölçüm model hatalarının normal dağılıma uyduğu, yapısal modelin hata terimlerinin ise normal dağılıma uymadığı Log-Normal ve Beta dağılımı gösterdiği sırasıyla Durum (III) ve Durum (IV) için yapılan simülasyon çalışmasının tüm parametrelerin tahminleri $n = 1000$ için Tablo 9 ve Tablo 10’da verilmiştir. Ölçüm model hata terimleri normallik varsayımı altında üretildiği için, λ ve ϕ tahminlerinin BYEM ve BKYEM tahminlerinin her iki modelde de birbirine yakın sapma ve KO değerleri verdiği görülmüştür. Yapısal modelde yer alan özellikle γ_1 , γ_2 ve γ_3 parametrelerinin Durum (III) ve Durum (IV) için BKYEM tahminlerinin daha küçük sapma ve KO değerlerine sahip olduğu söylenebilir.

Literatürdeki çalışmalarda hata terimlerinin normal dağılımdan sapma gösterdiği durumlarda klasik YEM metotları yerine BYEM’in kullanılması önerilmektedir. Yapılan simülasyon çalışması sonucunda açıkça görülmektedir ki, hata terimlerinin

normallikten saptığı durumlarda, BYEM yerine BKYEM uygulanması ile daha sağlam ve yansız sonuçlar elde edilmektedir.

Tablo 9. Durum (III) - BYEM ile BKYEM'in Tüm Parametrelerin Tahminleri

| | BYEM | | BKYEM | | | | | |
|------------------|---------|--------|---------|--------|---------|--------|---------|--------|
| | - | | tau=0,1 | | tau=0,5 | | tau=0,9 | |
| | Sapma | KO | Sapma | KO | Sapma | KO | Sapma | KO |
| λ_{21} | 0.0023 | 0.0281 | 0.0020 | 0.0070 | 0.0041 | 0.0076 | 0.0021 | 0.0061 |
| λ_{31} | -0.0014 | 0.0291 | 0.0047 | 0.0090 | 0.0066 | 0.0106 | 0.0041 | 0.0096 |
| λ_{52} | -0.0244 | 0.0668 | 0.0165 | 0.0410 | 0.0132 | 0.0376 | 0.0147 | 0.0379 |
| λ_{62} | -0.0246 | 0.0722 | 0.0189 | 0.0279 | 0.0172 | 0.0277 | 0.0195 | 0.0298 |
| λ_{83} | -0.0214 | 0.0669 | 0.0217 | 0.0226 | 0.0255 | 0.0259 | 0.0305 | 0.0309 |
| λ_{93} | -0.0359 | 0.0774 | 0.0136 | 0.0500 | 0.0149 | 0.0490 | 0.0168 | 0.0481 |
| $\lambda_{11,4}$ | -0.0347 | 0.0755 | 0.0283 | 0.0327 | 0.0310 | 0.0356 | 0.0328 | 0.0381 |
| $\lambda_{12,4}$ | -0.0276 | 0.0760 | -0.0127 | 0.0234 | -0.0117 | 0.0195 | -0.0101 | 0.0177 |
| b_1 | 0.0192 | 0.1023 | 0.0261 | 0.0314 | 0.0186 | 0.0264 | 0.0137 | 0.0233 |
| γ_1 | 0.0210 | 0.1130 | -0.0092 | 0.0211 | 0.0079 | 0.0254 | 0.0247 | 0.0403 |
| γ_2 | -0.0588 | 0.1071 | 0.0402 | 0.0412 | 0.0278 | 0.0332 | 0.0467 | 0.0570 |
| γ_3 | -0.1006 | 0.1449 | -0.0236 | 0.0290 | -0.0248 | 0.0316 | 0.0474 | 0.0564 |
| ϕ_{11} | 0.1773 | 0.2407 | 0.0225 | 0.0970 | 0.0239 | 0.0929 | 0.0169 | 0.0899 |
| ϕ_{12} | -0.0084 | 0.1257 | 0.0083 | 0.0345 | 0.0077 | 0.0336 | 0.0027 | 0.0337 |
| ϕ_{13} | -0.0183 | 0.1102 | 0.0011 | 0.0358 | -0.0007 | 0.0337 | -0.0085 | 0.0316 |
| ϕ_{22} | 0.1927 | 0.2498 | 0.0293 | 0.0868 | 0.0268 | 0.0834 | 0.0163 | 0.0775 |
| ϕ_{23} | 0.0007 | 0.1183 | -0.0114 | 0.0185 | 0.1257 | 0.2239 | -0.0211 | 0.0260 |
| ϕ_{33} | 0.1914 | 0.2555 | 0.0742 | 0.0915 | 0.0399 | 0.1970 | 0.0379 | 0.0597 |

Tablo 10. Durum (IV) - BYEM ile BKYEM'in Tüm Parametrelerin Tahminleri $\varepsilon_i \sim N(0, 0,3)$, $\delta_i \sim \text{Beta}(0,3, 0,3)$, $n=1000$

| | BYEM | | BKYEM | | | | | |
|------------------|---------|--------|---------|--------|---------|--------|---------|--------|
| | - | | tau=0,1 | | tau=0,5 | | tau=0,9 | |
| | Sapma | KO | Sapma | KO | Sapma | KO | Sapma | KO |
| λ_{21} | -0.0027 | 0.0365 | -0.0067 | 0.0075 | -0.0048 | 0.0054 | -0.0060 | 0.0065 |
| λ_{31} | -0.0041 | 0.0353 | -0.0075 | 0.0080 | -0.0062 | 0.0069 | -0.0082 | 0.0085 |
| λ_{52} | -0.0165 | 0.0780 | 0.0113 | 0.0307 | 0.0114 | 0.0320 | 0.0127 | 0.0323 |
| λ_{62} | -0.0072 | 0.0625 | 0.0261 | 0.0300 | 0.0270 | 0.0310 | 0.0293 | 0.0326 |
| λ_{83} | -0.0275 | 0.0627 | 0.0243 | 0.0319 | 0.0241 | 0.0323 | 0.0230 | 0.0309 |
| λ_{93} | -0.0169 | 0.0723 | -0.0004 | 0.0075 | -0.0015 | 0.0066 | -0.0019 | 0.0049 |
| $\lambda_{11,4}$ | -0.0298 | 0.0729 | -0.0094 | 0.0142 | -0.0089 | 0.0129 | -0.0092 | 0.0133 |
| $\lambda_{12,4}$ | -0.0246 | 0.0691 | 0.0042 | 0.0136 | 0.0032 | 0.0132 | 0.0033 | 0.0140 |
| b_1 | 0.0143 | 0.0855 | 0.0142 | 0.0170 | 0.0183 | 0.0222 | 0.0183 | 0.0263 |
| γ_1 | 0.0217 | 0.0915 | 0.0213 | 0.0280 | 0.0267 | 0.0315 | 0.0421 | 0.0442 |
| γ_2 | -0.0428 | 0.0937 | 0.0000 | 0.0261 | -0.0053 | 0.0195 | -0.0109 | 0.0159 |
| γ_3 | -0.1287 | 0.1598 | -0.0386 | 0.0440 | -0.0356 | 0.0394 | -0.0311 | 0.0342 |
| ϕ_{11} | 0.1643 | 0.2260 | 0.0658 | 0.0944 | 0.0659 | 0.0964 | 0.0621 | 0.0947 |
| ϕ_{12} | -0.0028 | 0.1313 | -0.0103 | 0.0288 | -0.0101 | 0.0290 | -0.0101 | 0.0286 |
| ϕ_{13} | -0.0078 | 0.1280 | -0.0046 | 0.0389 | -0.0037 | 0.0389 | -0.0052 | 0.0383 |
| ϕ_{22} | 0.2124 | 0.2788 | 0.0538 | 0.0863 | 0.0551 | 0.0867 | 0.0571 | 0.0861 |
| ϕ_{23} | 0.0223 | 0.1304 | 0.0009 | 0.0267 | 0.0019 | 0.0264 | 0.0035 | 0.0270 |
| ϕ_{33} | 0.1999 | 0.2569 | 0.0493 | 0.0685 | 0.0502 | 0.0699 | 0.0489 | 0.0681 |

Sonuç olarak, yapısal modelde bulunan hata teriminin (δ) normal dağılıma uyduğu durumlarda BYEM ile BKYEM sonuçlarının birbirlerine oldukça yakın olduğu görülmüştür. Fakat δ 'nın t, Log-Normal ve Beta dağılımı gösterdiği yani normallikten saptığı durumlarda BKYEM'in BYEM'e göre daha yansız sonuçlar verdiği saptanmıştır.

KYEM'de daha önceki bölümlerde bahsedildiği gibi kantil yapısı sadece yapısal model parametre tahminleri için geçerlidir. Ölçüm modelinde elde edilen λ ve ϕ değerleri sadece medyan kantil için hesaplanmaktadır. Fakat burada bir simülasyon çalışması yapıldığı için tüm bu değerlere de yer verilmiştir. Zaten sonuçlarda açıkça göstermektedir ki, ölçüm modeli hata teriminin (ε) t-dağılımı hariç diğer dağılım varsayımları altında, ölçüm modelinde yer alan λ ve ϕ değerlerinin BYEM ve BKYEM için elde edilen sonuçları birbirine oldukça yakındır. Teorik olarak KYEM'de ölçüm modelinde yapılan tahminler sadece medyan kantil için uygulandığından, yapılacak olan

gerçek uygulamada ölçüm modeli sonuçları yalnızca medyan kantil değeri için yorumlanacaktır.

4.3. ÖZNEL İYİ OLUŞ ÜZERİNE BİR UYGULAMA

4.3.1. Öznel İyi Oluş Çalışmasının Kapsamı

Öznel iyi oluş, mutluluk, yaşam tatmini ve yaşam kalitesi kavramlarının tanımları literatürde çok farklı şekilde karşımıza çıkmaktadır. Bazı kaynaklarda biri diğeriyle aynı anlama gelirken, kimi kaynaklarda ise biri diğeri alt bileşeni olarak tanımlanmaktadır (Diener ve Suh, 1997:189-191; Dodge vd., 2012:222-226). Öznel iyi oluş kavramı da yaşam kalitesi yerine kullanıldığını gösteren çalışmalar olsa da, bu konuda literatürde fikir birliği sağlanmamıştır. Diener (2006)'e göre ise öznel iyi oluş kavramı yaşam kalitesini de kapsayan daha geniş bir olgudur (Diener, 2006:400-401). Bu çalışmada da yaşam kalitesi yerine öznel iyi oluş kavramı kullanılacaktır.

Pozitif psikolojinin en önemli araştırma alanlarından biri olan öznel iyi oluş; yaşam memnuniyeti, olumlu duygu ve olumsuz duygu olmak üzere üç alt bileşenden oluşmaktadır. Yaşam memnuniyeti bilişsel bileşeni oluştururken, olumlu-olumsuz duygu bileşeni ise duygusal bileşenini oluşturmaktadır (Emmons ve Diener, 1984:157; Diener ve Suh, 1997:200). Yaşam memnuniyeti yani bilişsel bileşen bireylerin yaşamlarını bir bütün olarak ele aldıklarında nasıl değerlendirdikleridir. Duygusal bileşen ise bireylerin ruh hallerinin olumlu veya olumsuz olmasını ele almaktadır. Yaşam kalitesi ise, genellikle “nesnel” olarak ifade edilir ve bir kişinin bu koşullara tepkisindenense kişinin yaşam koşullarını tanımlar (Diener, 2006:401).

1980'lerden bu yana yapılan birçok araştırmaya göre, öznel iyi oluşun bir bilişsel bileşen (yaşam memnuniyeti) ve bir duygusal faktörden (mutluluk) oluştuğunu ortaya koymuşlardır (Andrew ve Withey, 1975; Campbell, 1981; Selim, 2007:532). Mutluluğun literatürde ve popüler kültürde çeşitli tanımlamaları mevcuttur. Mutluluk, herhangi bir anda olumlu ruh hali, iyi bir yaşam sürme, yaşam memnuniyetinin genel bir değerlendirmesi veya insanı mutlu eden nedenler gibi anlamları mevcuttur. Bu yüzden bazı araştırmacılar bu terimi yalın haliyle kullanmak yerine, daha spesifik anlamlar içeren kelimeleri tercih etmektedir. Yaşam memnuniyeti ise, bireyin yaşamını

bir bütün olarak nasıl değerlendirdiğini gösterir (Emmons ve Diener, 1984;157-158; Diener, 2006:400-401).

Öznel iyi oluş kavramı, Dünya Değerler Anketi'nde (World Values Survey) kullanıldığı gibi genel memnuniyet ve mutluluk sorularıyla ölçülebilir (Maridal, 2017:4). Bu çalışmada da TÜİK'in yayınlamış olduğu YMA'dan yararlanılmıştır.

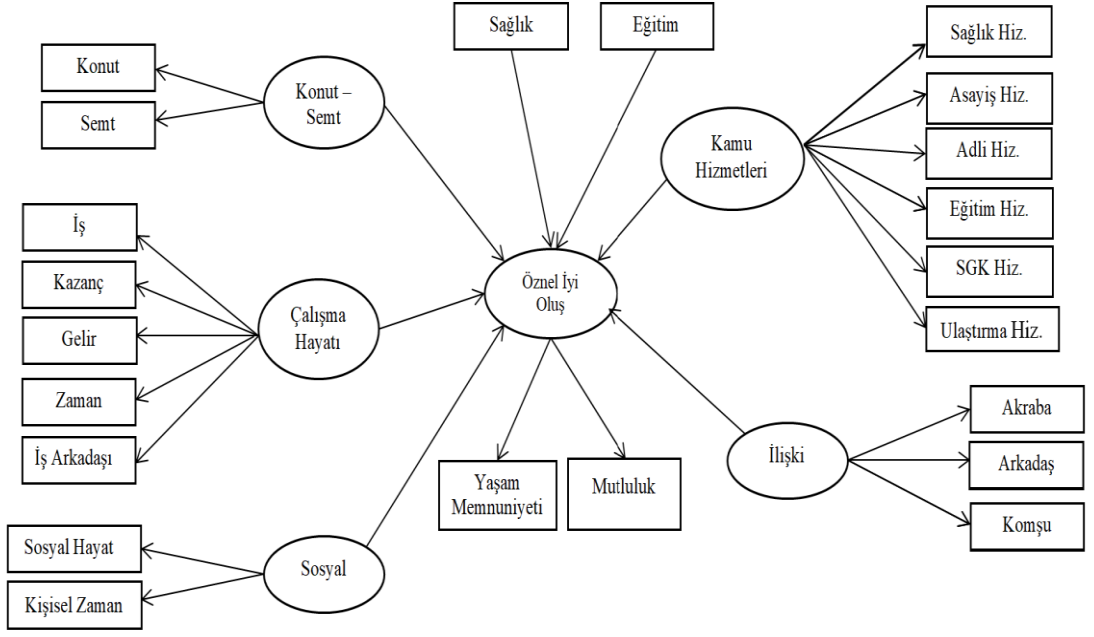
TÜİK tarafından 2003 yılından itibaren her yıl düzenli olarak uygulanan YMA'nın amacı; bireylerin mutluluk algılarını, kamu ve temel yaşam alanlarındaki genel memnuniyet düzeylerini ölçmektir (YMA, 2020:4). Bu çalışmada 2020 yılı Türkiye geneli için yapılan YMA fert mikro veri setinde gerekli düzenlemeler ve kayıp verilerin silinmesi sonucunda toplam 3472 örneklem ile çalışılmıştır. Ayrıca, çalışmada kullanılan gizil değişkenler ve bu değişkenleri açıklayan gözlenen değişkenler ankette yer alan sorularıyla birlikte Tablo 11'de sunulmuştur.

Tablo 11. Çalışmada Kullanılan Gizil ve Gözlenen Değişkenler

| Değişken Adı | Soru | |
|------------------------|-------------------|--|
| Öznel İyi Oluş | Mutluluk | 1. Yaşamınızı bir bütün olarak düşündüğünüzde ne kadar mutlusunuz? |
| | Yaşam Memnuniyeti | 2. Bir bütün olarak düşündüğünüzde, son zamanlardaki yaşam memnuniyetinizi 0 ile 10 arasında derecelendiriniz. |
| Konut-Semt | Konut | 1. Oturduğunuz konuttan memnun musunuz? |
| | Semt | 2. Oturduğunuz semtten veya mahalleden memnun musunuz? |
| Çalışma Hayatı | İş | 1. İşinizden memnun musunuz? |
| | Kazanç | 2. İşinizden elde ettiğiniz kazançtan memnun musunuz? |
| | Gelir | 3. Aylık hanehalkı gelirinizden memnun musunuz? |
| | Zaman | 4. İşe geliş gidiş için harcadığınız (ayırdığınız) zamandan memnun musunuz? |
| | İş Arkadaşı | 5. İşinizle ilgili kişilerle ilişkilerinizden memnun musunuz? |
| Sosyal | Sosyal Hayat | 1. Sosyal hayatınızdan (eğlence, kültürel ve sportif faaliyetler gibi) memnun musunuz? |
| | Kişisel Zaman | 2. Kendinize ayırdığınız zamandan memnun musunuz? |
| İlişki | Akraba | 1. Akrabalarınızla ilişkilerinizden memnun musunuz? |
| | Arkadaş | 2. Arkadaşlarınızla ilişkilerinizden memnun musunuz? |
| | Komşu | 3. Komşularınızla ilişkilerinizden memnun musunuz? |
| Kamu Hizmetleri | Sağlık | 1. Sağlık hizmetlerinden memnun musunuz? |
| | Asayiş | 2. Asayiş hizmetlerinden memnun musunuz? |
| | Adli | 3. Adli hizmetlerden memnun musunuz? |
| | Eğitim | 4. Eğitim hizmetlerinden memnun musunuz? |
| | SGK | 5. Sosyal Güvenlik Kurumu'nun hizmetlerinden memnun musunuz? |
| | Ulaştırma | 6. Ulaştırma hizmetlerinden memnun musunuz? |
| Sağlık | - | Sağlığınızdan memnun musunuz? |
| Eğitim | - | Şimdiye kadar almış olduğunuz eğitimden memnun musunuz? |

Çalışmada öznel iyi oluş kavramı endojen değişken olarak ele alınmıştır. Yaşam Memnuniyeti Araştırması veri setinde yer alan Mutluluk (y_1) ve Yaşam Memnuniyeti (y_2) değişkenleri “Öznel İyi Oluş” (η) gizil değişkenini oluşturmaktadır. Mutluluk sorusu; “Yaşamınızı bir bütün olarak düşündüğünüzde ne kadar mutlusunuz? ”dur ve “1:Çok mutlu” – “5:Çok mutsuz” olarak belirtilmiştir. Fakat uygulamada anlam karmaşası olmaması için “Mutluluk” sorusu ters çevrilerek modele eklenmiştir. Yani, “1:Çok mutsuz” – “5:Çok mutlu” olarak değiştirilmiştir. Yaşam memnuniyeti sorusu ise; “Bir bütün olarak düşündüğünüzde, son zamanlardaki yaşam memnuniyetinizi 0 ile 10 arasında derecelendiriniz” şeklindedir. Burada “0: Hiç memnun değil”, "10: Çok memnun" olarak değerlendirilmektedir

YMA’da yer alan Konut (y_3) ve Semt (y_4) memnuniyeti “Konut-Semt” (ξ_1) egzojen değişkenini, İş (y_5), Kazanç (y_6), Gelir (y_7), Zaman (y_8) ve İş Arkadaşı (y_9) memnuniyeti “Çalışma Hayatı” (ξ_2) egzojen değişkenini, Sosyal Hayat (y_{10}) ve Kişisel Zaman (y_{11}) memnuniyeti “Sosyal” (ξ_3) egzojen değişkenini oluşturmaktadır. Ayrıca, Akraba (y_{12}), Arkadaş (y_{13}) ve Komşu (y_{14}) memnuniyeti “İlişki” (ξ_4) egzojen değişkenini, Sağlık Hizmetleri (y_{15}), Asayiş Hizmetleri (y_{16}), Adli Hizmetler (y_{17}), Eğitim Hizmetleri (y_{18}), SGK Hizmetleri (y_{19}) ve Ulaştırma Hizmetleri (y_{20}) memnuniyeti “Kamu Hizmetleri” (ξ_5) egzojen değişkenini oluşturmaktadır. Bunların yanı sıra “Sağlık” (d_1) ve “Eğitim” (d_2) memnuniyeti kontrol değişkeni olarak modele eklenmiştir. Gizil değişkenler arasındaki yapıyı gösteren araştırma modeli Şekil 13’de verilmiştir.



Şekil 13. Araştırma Modeli

$Y = (y_1, y_2, \dots, y_{20})^T$ olmak üzere kurulan modelin ölçüm denklemi, $y_i = \Lambda\omega_i + \varepsilon_i$ 'dir. Burada $\omega_i = (\eta_1, \xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4, \xi_5)^T$ gizil değişkenini ve Λ faktör yükleri matrisini göstermektedir. Λ matrisi,

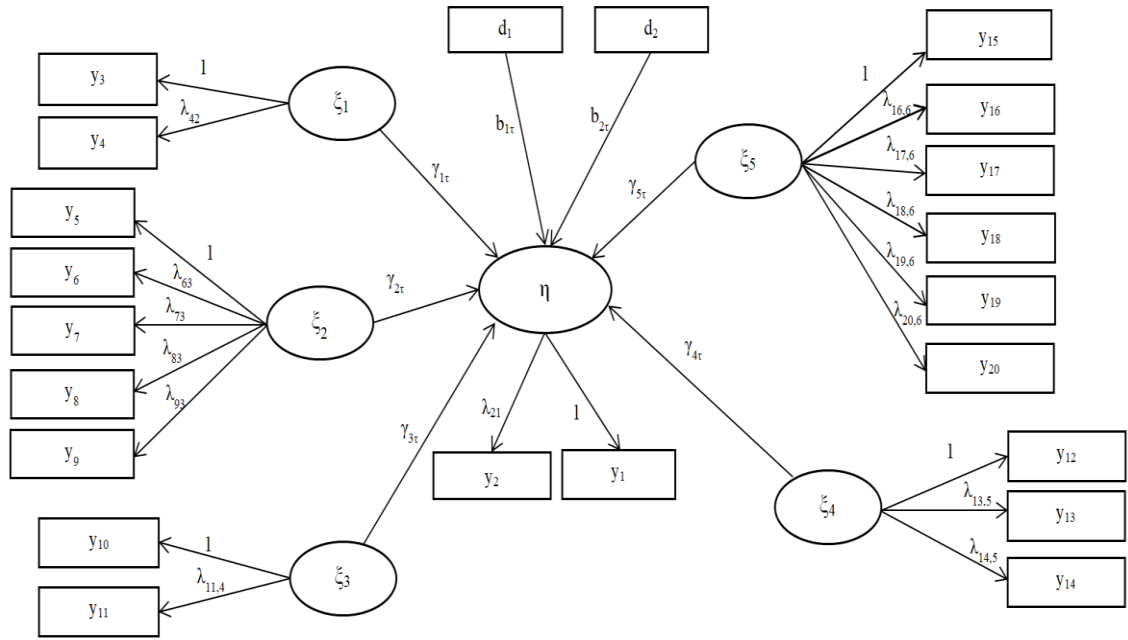
$$\Lambda^T = \begin{pmatrix} 1 & \lambda_{21} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \lambda_{42} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \lambda_{63} & \lambda_{73} & \lambda_{83} & \lambda_{93} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \lambda_{11,4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_{13,5} & \lambda_{14,5} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \lambda_{16,6} & \lambda_{17,6} & \lambda_{18,6} & \lambda_{19,6} & \lambda_{20,6} & & & & & \end{pmatrix}_{(6 \times 20)}$$

şeklindedir. Burada, 0 ve 1 değerleri sabit parametreleri ve λ_{jk} 'lar ise bilinmeyen parametreleri göstermektedir.

η endojen gizil değişkeni, ξ_1 - ξ_6 egzojen gizil değişkenleri, d_1 ve d_2 kontrol değişkenleri göstermek üzere yapısal denklem aşağıdaki gibidir.

$$\eta_1 = b_{0\tau} + b_{1\tau}d_{i1} + b_{2\tau}d_{i2} + \gamma_{1\tau}\xi_{i1} + \gamma_{2\tau}\xi_{i2} + \gamma_{3\tau}\xi_{i3} + \gamma_{4\tau}\xi_{i4} + \gamma_{5\tau}\xi_{i5} + \gamma_{6\tau}\xi_{i6} + \delta_i \quad (4.5)$$

Burada, $b_{0\tau}$, $b_{1\tau}$, $b_{2\tau}$, $\gamma_{1\tau}$, $\gamma_{2\tau}$, $\gamma_{3\tau}$, $\gamma_{4\tau}$, $\gamma_{5\tau}$ ve $\gamma_{6\tau}$ τ -kantil değerine göre değişen bilinmeyen katsayıları göstermektedir. Kurulan modelin sembollerle gösterilen yol diyagramı Şekil 14’de verilmiştir. Kantil değerleri ise %5, %10, %25, %50, %75, %90 ve %95 olarak ele alınmıştır.



Şekil 14. Öznel İyi Oluş Üzerine Kurulan Yol Diyagramının Sembollerle Gösterimi

Bayesyen analizlerde modeldeki hiperparametrelerin önsel dağılımların belirlenmesi gerekmektedir. BKYEM için Λ_{yk} 'nin önsel ortalamaları $\Lambda_{0yk} = 1$ ve H_{0yk} matrisinin köşegen elemanları 10.000 olan eşlenik normal dağılım göstermektedir. Λ_{ok} 'nin önsel ortalamaların tüm değerleri $\Lambda_{0o} = 1$ ve H_{0o} kovaryans matrisi de birim matrisin 10.000 katı olarak alınmıştır. Diğer hiperparametreler ise σ_{yk} ve σ_{η} 'nin eşlenik ters Gamma dağılımı için $\alpha_{0yk} = \alpha_{0\sigma} = 9$ ve $\beta_{0yk} = \beta_{0\sigma} = 4$ ve Φ 'nin ters Wishart dağılımı için $\rho_0 = 6$ ve $R_0 = 15.I_5$ olarak belirlenmiştir.

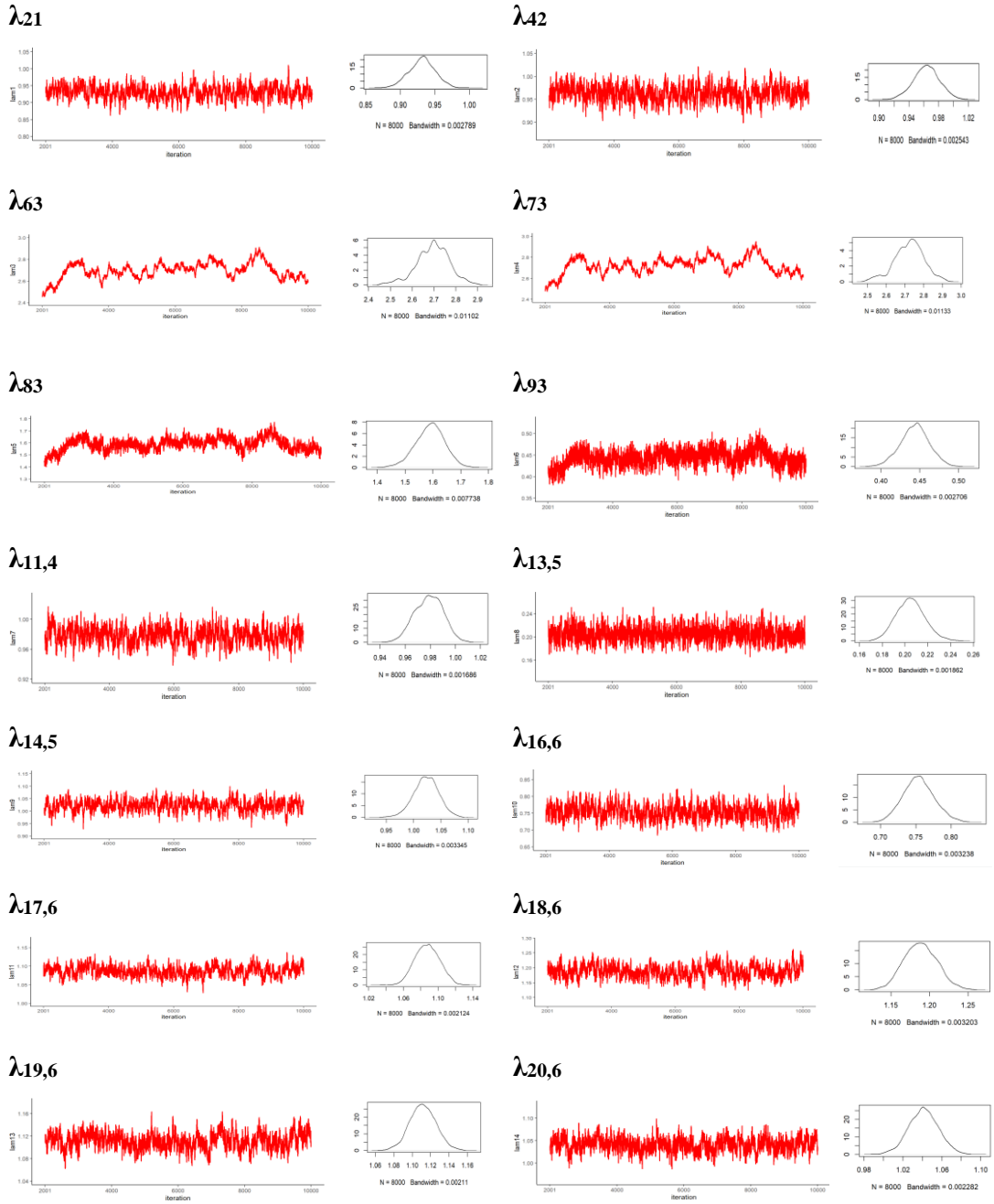
Simülasyon çalışmasında olduğu gibi burada da BYEM uygulaması *WinBUGS*'da, BKYEM uygulaması ise *R*'da gerçekleştirilmiştir. BYEM için kullanılan *WinBUGS*

kodları Ek 16’da verilmiştir. BKYEM için kullanılan *R* kodlarının giriş bölümü ise Ek 17’de verilmiştir.

4.3.2. Yakınsamanın Belirlenmesi

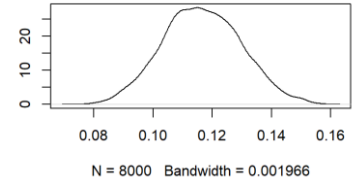
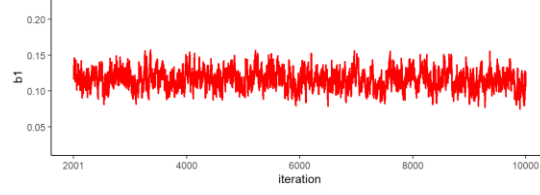
Bayesyen tahmin metotlarında tahmin edilen parametrelerin tutarlılığını test etmek için yakınsamanın sağlanması gerekmektedir. Bunun için farklı teknikler olsa da bu çalışmada hem KYEM hem de klasik YEM’in Bayesyen tahminlerini değerlendirmek için iz ve yoğunluk grafiklerinden yararlanılmıştır.

Yapılan uygulamada MCMC yöntemlerinden olan Gibbs örnekleme kullanılarak sonsal dağılım simüle edilmiştir. Zincir sayısının seçiminde farklı yaklaşımlar olsa da birden fazla zincir yerine, yineleme sayısının çok olduğu tek bir zincir tercih edilmiştir. Her iki model için de yapılan denemeler sonucunda 10000 yineleme sonunda modelin yakınsadığı görülmüştür. Böylece MCMC simülasyonu için 10000 yineleme yapılmasına karar verilmiştir. Ayrıca her iki model için de ilk 2000 gözlemin yakma periyoduyla atıldığında yakınsamanın sağlandığı ve serinin durağanlaştığı görülmüştür. Faktör yüklerinin ve yapısal modelde yer alan parametrelerin yakma periyodu sonrası iz ve yoğunluk grafikleri Şekil 15-18’de verilmiştir. BKYEM’de farklı kantil değerleri için sonuçların birbirine oldukça yakın olmasından kaynaklı sadece Medyan-BKYEM için elde edilen grafikler sunulmuştur.

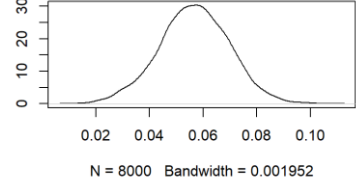
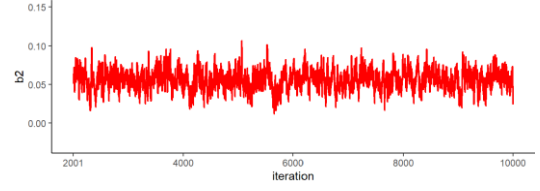


Şekil 15. Medyan-BKYEM Faktör Yüklerinin İz ve Yoğunluk Grafikleri

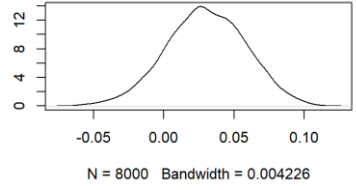
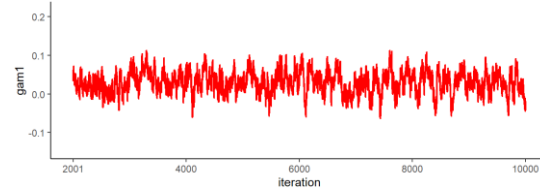
[b1] -
Sağlık



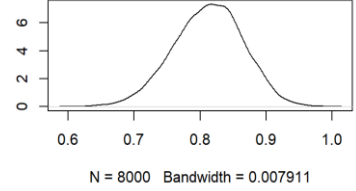
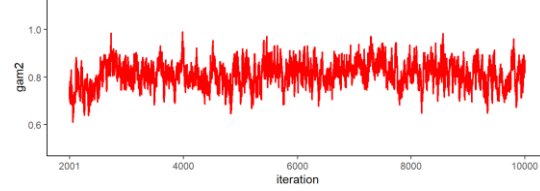
[b2]-
Eğitim



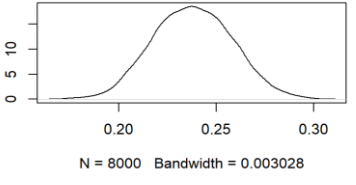
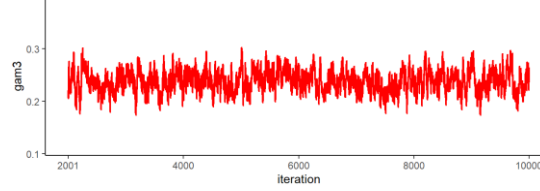
[γ_1] -
Konut
Semt



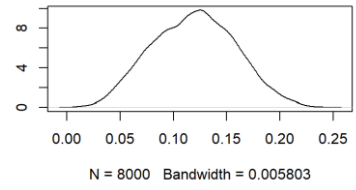
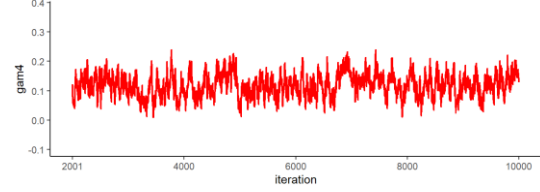
[γ_2] -
Çalışma
Hayatı



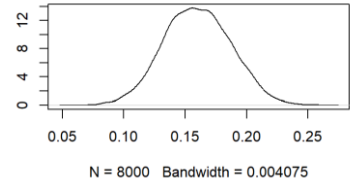
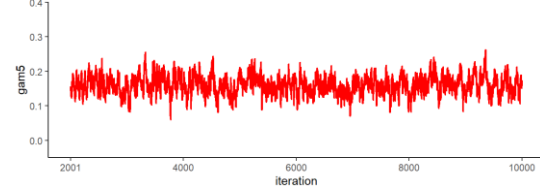
[γ_3] -
Sosyal



[γ_4] -
İlişki

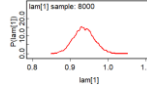
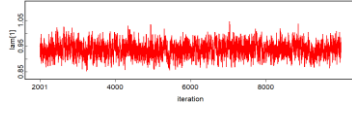


[γ_5] -
Kamu
Hizmetleri

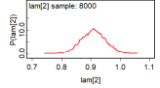
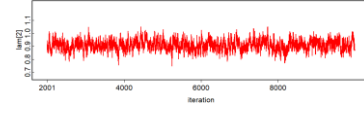


Şekil 16. Medyan-BKYEM Yapısal Model Parametrelerinin İz ve Yoğunluk Grafikleri

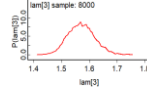
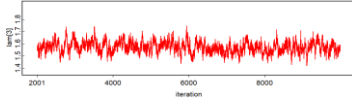
λ_{21}



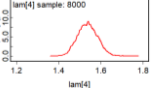
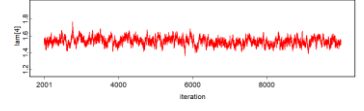
λ_{42}



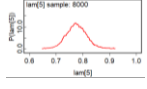
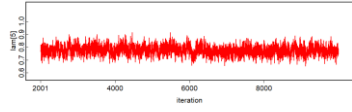
λ_{63}



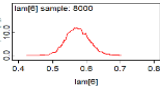
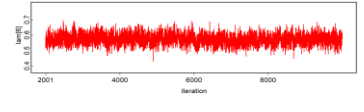
λ_{73}



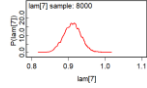
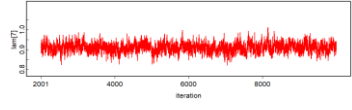
λ_{83}



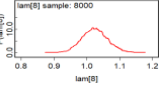
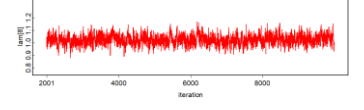
λ_{93}



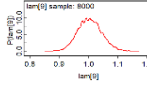
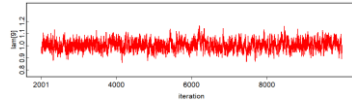
$\lambda_{11,4}$



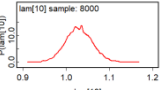
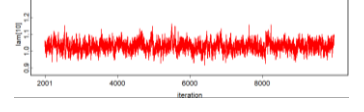
$\lambda_{13,5}$



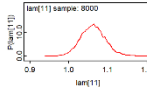
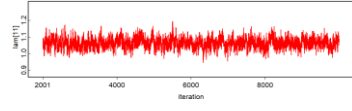
$\lambda_{14,5}$



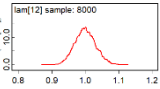
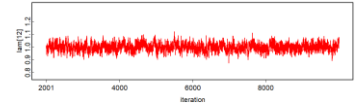
$\lambda_{16,6}$



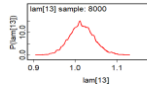
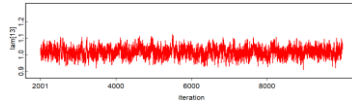
$\lambda_{17,6}$



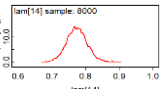
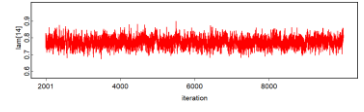
$\lambda_{18,6}$



$\lambda_{19,6}$

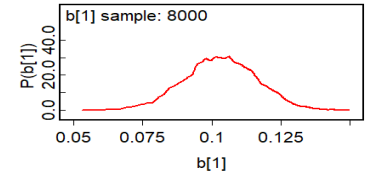
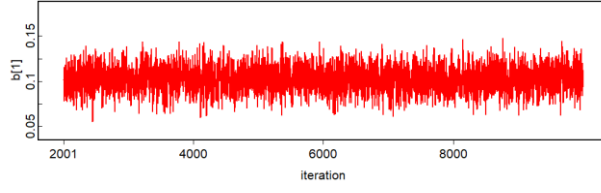


$\lambda_{20,6}$

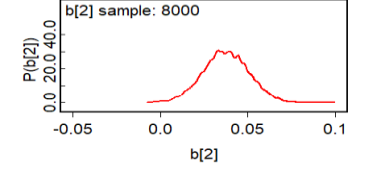
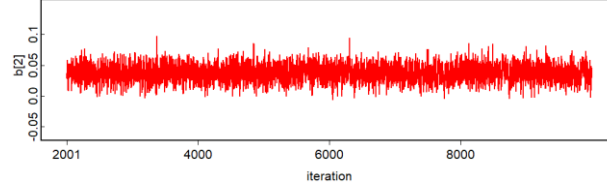


Şekil 17. BYEM Faktör Yüklerinin İz ve Yoğunluk Grafikleri

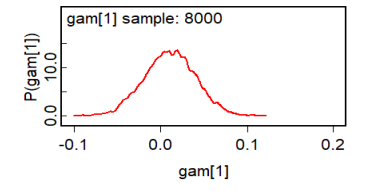
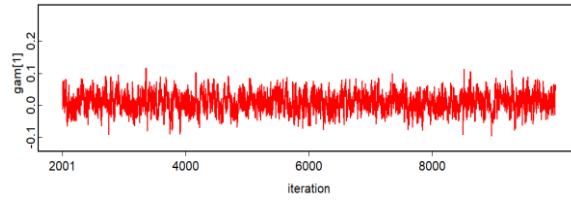
**[b1] -
Sağlık**



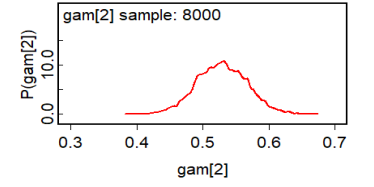
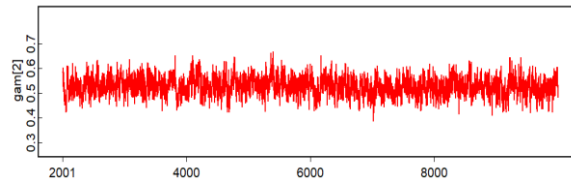
**[b2]-
Eğitim**



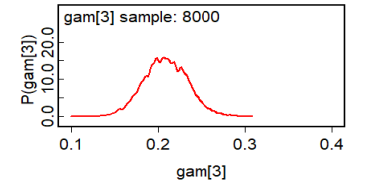
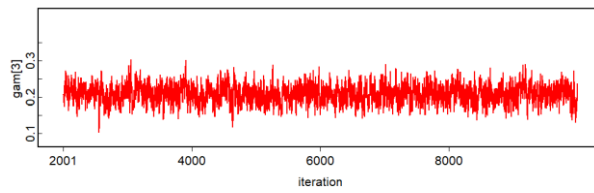
**[γ_1] -
Konut
Semt**



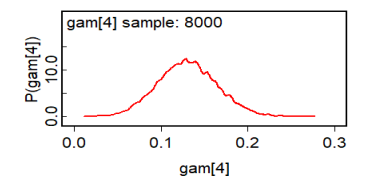
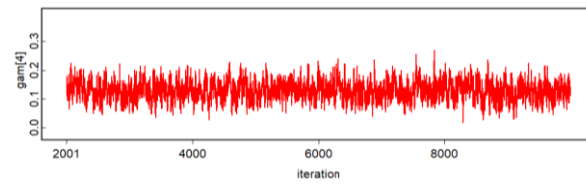
**[γ_2] -
Çalışma
Hayatı**



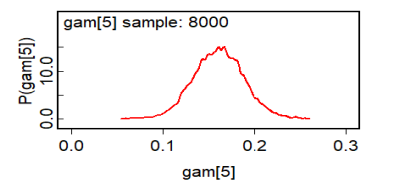
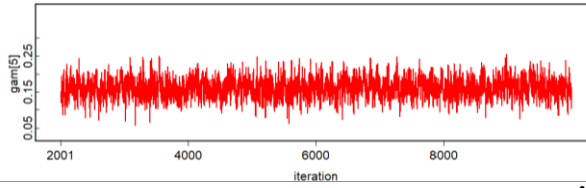
**[γ_3] -
Sosyal**



**[γ_4] -
İlişki**



**[γ_5] -
Kamu
Hizmetleri**



Şekil 18. BYEM Yapısal Model Parametrelerinin İz ve Yoğunluk Grafikleri

Şekil 15-18’de verilen yakma periyodu sonrası elde edilen Medyan-BKYEM ve BYEM’de tahmin edilen parametrelerin iz ve yoğunluk grafikleri incelendiğinde, Medyan-BKYEM modeli için elde edilen konut-semt memnuniyeti gizil değişkeninin faktör yüklerini gösteren λ_{63} ve λ_{73} ’ün iz grafiklerine göre yakınsamasında problemler olduğunu söylemek mümkündür. Ancak her iki model için de tahmin edilen diğer tüm parametrelerin belirli bir değere yakınsadığı ortadadır. Ayrıca, yoğunluk grafiklerine bakıldığında hepsinin normal dağıldığı görülmektedir. Böylece Medyan-BKYEM modeli için elde edilen λ_{63} ve λ_{73} tahminleri haricinde her iki model için de tahmin edilen diğer tüm parametrelerin yakınsamasının sağlandığı söylenebilir.

4.3.3. Sonuçların Yorumlanması

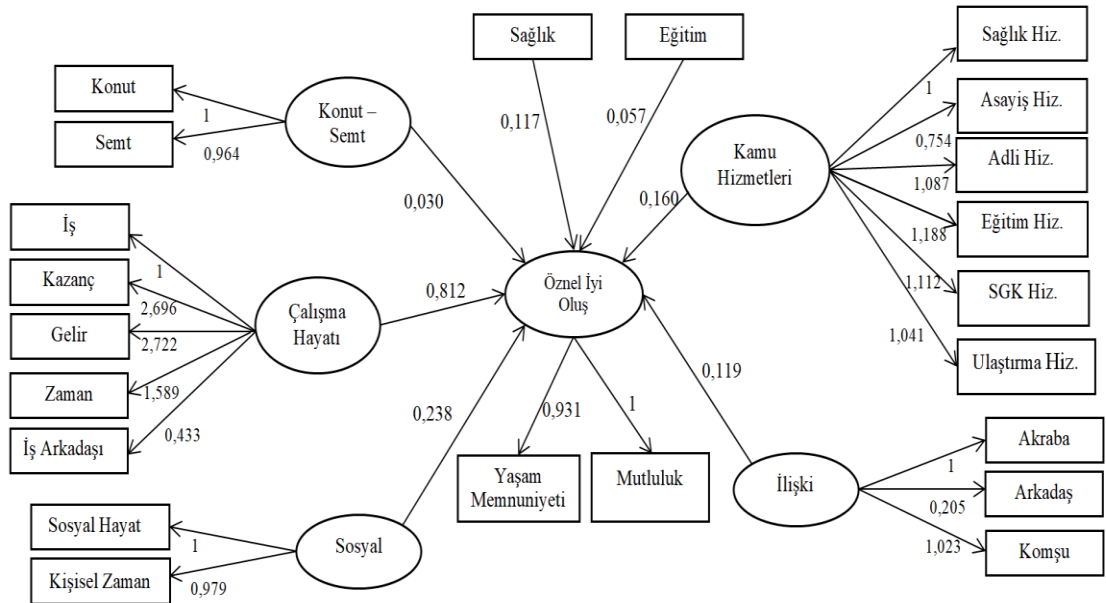
Çalışmanın bu aşamasında aynı veriler kullanılarak benzer önsel dağılımlar, yineleme sayısı, yakma periyodu ve zincir sayısı kullanılarak klasik BYEM uygulanmıştır. Yukarıda da belirtildiği gibi, yapılan denemeler sonucunda 10000 yineleme ve ilk 2000 gözlemin yakma periyoduyla atılmasına karar verilmiştir. Buna göre elde edilen BYEM ve Medyan-BKYEM’in parametre tahminlerinin standartlaştırılmamış değerleri ve güven aralıkları Tablo 12’de verilmiştir. Ayrıca, Medyan-BKYEM sonuçlarının yol diyagramında açıkça gösterimi Şekil 19’da verilmiştir.

Tablo 12. BYEM ve Medyan-BKYEM İçin Tahmin Edilen Parametre Katsayıları ve %95 Güven Düzeyinde Güven Aralıkları

| Parametreler | BYEM | Güven Aralığı | Medyan BKYEM | Güven Aralığı |
|-----------------------|-------|----------------|-----------------|----------------|
| Faktör Yükleri | | | | |
| λ_{21} | 0,937 | [0,885; 0,994] | 0,931 | [0,893; 0,969] |
| λ_{42} | 0,873 | [0,795; 0,955] | 0,964 | [0,928; 0,997] |
| λ_{63} | 1,502 | [1,426; 1,578] | 2,694 | [2,525; 2,841] |
| λ_{73} | 1,468 | [1,390; 1,548] | 2,722 | [2,544; 2,877] |
| λ_{83} | 0,740 | [0,676; 0,805] | 1,589 | [1,478; 1,687] |
| λ_{93} | 0,548 | [0,486; 0,611] | 0,443 | [0,406; 0,480] |
| $\lambda_{11,4}$ | 0,898 | [0,850; 0,948] | 0,979 | [0,957; 1,000] |
| $\lambda_{13,5}$ | 0,996 | [0,926; 1,070] | 0,205 | [0,181; 0,230] |
| $\lambda_{14,5}$ | 0,964 | [0,891; 1,043] | 1,023 | [0,976; 1,067] |
| $\lambda_{16,6}$ | 1,010 | [0,953; 1,068] | 0,754 | [0,713; 0,798] |
| $\lambda_{17,6}$ | 1,042 | [0,984; 1,104] | 1,087 | [1,061; 1,115] |
| $\lambda_{18,6}$ | 0,981 | [0,922; 1,041] | 1,188 | [1,148; 1,232] |
| $\lambda_{19,6}$ | 0,997 | [0,942; 1,056] | 1,112 | [1,084; 1,139] |
| $\lambda_{20,6}$ | 0,759 | [0,705; 0,815] | 1,041 | [1,010; 1,071] |

Tablo 12. Devam

| Parametreler | BYEM | Güven Aralığı | Medyan BKYEM | Güven Aralığı |
|---|-------|-----------------|--------------|-----------------|
| Yapısal Model Katsayıları | | | | |
| b₀ -Sabit | 0,000 | - | -0,006 | [-0,031; 0,018] |
| b₁ -Sağlık | 0,103 | [0,078; 0,129] | 0,117 | [0,091; 0,143] |
| b₂ -Eğitim | 0,037 | [0,011; 0,063] | 0,057 | [0,030; 0,082] |
| γ₁ -Konut | 0,013 | [-0,040; 0,065] | 0,030 | [-0,027; 0,084] |
| γ₂ -Çal. Hay. | 0,507 | [0,437; 0,575] | 0,812 | [0,704; 0,910] |
| γ₃ -Sosyal | 0,205 | [0,156; 0,254] | 0,238 | [0,200; 0,278] |
| γ₄ -İlişki | 0,128 | [0,067; 0,188] | 0,119 | [0,046; 0,194] |
| γ₅ -Kamu Hiz. | 0,158 | [0,109; 0,210] | 0,160 | [0,107; 0,213] |
| Gizil Değişkenler Arasındaki Kovaryans | | | | |
| φ ₁₁ | 0,575 | [0,510; 0,634] | 0,507 | [0,107; 0,213] |
| φ ₁₂ | 0,192 | [0,165; 0,213] | 0,087 | [0,466; 0,549] |
| φ ₁₃ | 0,261 | [0,230; 0,296] | 0,230 | [0,076; 0,099] |
| φ ₁₄ | 0,234 | [0,209; 0,264] | 0,245 | [0,203; 0,259] |
| φ ₁₅ | 0,222 | [0,198; 0,251] | 0,203 | [0,221; 0,270] |
| φ ₂₂ | 0,352 | [0,314; 0,386] | 0,123 | [0,182; 0,225] |
| φ ₂₃ | 0,298 | [0,273; 0,328] | 0,171 | [0,076; 0,099] |
| φ ₂₄ | 0,121 | [0,104; 0,142] | 0,059 | [0,110; 0,140] |
| φ ₂₅ | 0,164 | [0,148; 0,187] | 0,084 | [0,156; 0,188] |
| φ ₃₃ | 0,719 | [0,663; 0,772] | 0,773 | [0,049; 0,069] |
| φ ₃₄ | 0,224 | [0,195; 0,253] | 0,203 | [0,074; 0,094] |
| φ ₃₅ | 0,255 | [0,227; 0,282] | 0,233 | [0,203; 0,259] |
| φ ₄₄ | 0,435 | [0,387; 0,480] | 0,394 | [0,156; 0,188] |
| φ ₄₅ | 0,213 | [0,188; 0,237] | 0,234 | [0,729; 0,819] |
| φ ₅₅ | 0,472 | [0,425; 0,512] | 0,457 | [0,178; 0,230] |



Şekil 19. Medyan-BKYEM Sonuçlarının Yol Diyagramında Gösterimi

Tablo 12’de klasik BYEM ve medyan değeri için ($\tau = 0,50$) elde edilen BKYEM tahmin sonuçları verilmiştir. γ_1 parametresinin yani “Konut” gizil değişkeni her iki modelde de istatistiksel olarak anlamsız bulunmuştur. Elde edilen diğer tüm parametrelerin ise istatistiksel olarak anlamlı olduğu görülmüştür. BKYEM’de tüm kantil değerleri için elde edilen parametre tahminlerinin standartlaştırılmamış değerleri, BYEM sonuçlarıyla birlikte Tablo 13’de verilmiştir.

Tablo 13. BYEM ve BKYEM İçin Tahmin Edilen Parametre Katsayıları

| Parametreler | BYEM | | | BKYEM | | | | |
|---|-------|--------|--------|--------|--------|-------|-------|-------|
| | - | 5% | 10% | 25% | 50% | 75% | 90% | 95% |
| Faktör Yükleri | | | | | | | | |
| λ_{21} | 0,937 | - | - | - | 0,931 | - | - | - |
| λ_{42} | 0,873 | - | - | - | 0,964 | - | - | - |
| λ_{63} | 1,502 | - | - | - | 2,694 | - | - | - |
| λ_{73} | 1,468 | - | - | - | 2,722 | - | - | - |
| λ_{83} | 0,740 | - | - | - | 1,589 | - | - | - |
| λ_{93} | 0,548 | - | - | - | 0,443 | - | - | - |
| $\lambda_{11,4}$ | 0,898 | - | - | - | 0,979 | - | - | - |
| $\lambda_{13,5}$ | 0,996 | - | - | - | 0,205 | - | - | - |
| $\lambda_{14,5}$ | 0,964 | - | - | - | 1,023 | - | - | - |
| $\lambda_{16,6}$ | 1,010 | - | - | - | 0,754 | - | - | - |
| $\lambda_{17,6}$ | 1,042 | - | - | - | 1,087 | - | - | - |
| $\lambda_{18,6}$ | 0,981 | - | - | - | 1,188 | - | - | - |
| $\lambda_{19,6}$ | 0,997 | - | - | - | 1,112 | - | - | - |
| $\lambda_{20,6}$ | 0,759 | - | - | - | 1,041 | - | - | - |
| Yapısal Model Katsayıları | | | | | | | | |
| b₀ -Sabit | 0,000 | -0,510 | -0,446 | -0,321 | -0,006 | 0,304 | 0,431 | 0,488 |
| b₁ -Sağlık | 0,103 | 0,114 | 0,113 | 0,113 | 0,117 | 0,120 | 0,121 | 0,119 |
| b₂ -Eğitim | 0,037 | 0,050 | 0,052 | 0,049 | 0,057 | 0,058 | 0,059 | 0,061 |
| γ_1 -Konut | 0,013 | -0,004 | -0,011 | 0,002 | 0,030 | 0,045 | 0,044 | 0,037 |
| γ_2 -Çal.Hay. | 0,507 | 0,831 | 0,853 | 0,830 | 0,812 | 0,720 | 0,696 | 0,698 |
| γ_3 -Sosyal | 0,205 | 0,255 | 0,259 | 0,247 | 0,238 | 0,236 | 0,239 | 0,251 |
| γ_4 -İlişki | 0,128 | 0,166 | 0,179 | 0,160 | 0,119 | 0,103 | 0,114 | 0,123 |
| γ_5 -Kamu Hiz. | 0,158 | 0,169 | 0,150 | 0,160 | 0,160 | 0,150 | 0,150 | 0,134 |

Tablo 13. Devam

| Parametreler | BYEM | | | BKYEM | | | | |
|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | - | 5% | 10% | 25% | 50% | 75% | 90% | 95% |
| Gizil Değişkenler Arasındaki Kovaryans | | | | | | | | |
| ϕ_{11} | 0,575 | 0,507 | 0,506 | 0,507 | 0,507 | 0,506 | 0,508 | 0,508 |
| ϕ_{12} | 0,192 | 0,091 | 0,087 | 0,090 | 0,087 | 0,089 | 0,090 | 0,088 |
| ϕ_{13} | 0,261 | 0,230 | 0,230 | 0,230 | 0,230 | 0,230 | 0,231 | 0,231 |
| ϕ_{14} | 0,234 | 0,245 | 0,245 | 0,245 | 0,245 | 0,244 | 0,245 | 0,245 |
| ϕ_{15} | 0,222 | 0,202 | 0,203 | 0,202 | 0,203 | 0,202 | 0,202 | 0,203 |
| ϕ_{22} | 0,352 | 0,131 | 0,123 | 0,130 | 0,123 | 0,127 | 0,130 | 0,123 |
| ϕ_{23} | 0,298 | 0,177 | 0,171 | 0,176 | 0,171 | 0,174 | 0,176 | 0,172 |
| ϕ_{24} | 0,121 | 0,061 | 0,059 | 0,061 | 0,059 | 0,060 | 0,061 | 0,059 |
| ϕ_{25} | 0,164 | 0,087 | 0,084 | 0,086 | 0,084 | 0,086 | 0,087 | 0,084 |
| ϕ_{33} | 0,719 | 0,771 | 0,770 | 0,772 | 0,773 | 0,772 | 0,772 | 0,771 |
| ϕ_{34} | 0,224 | 0,203 | 0,202 | 0,203 | 0,203 | 0,203 | 0,203 | 0,203 |
| ϕ_{35} | 0,255 | 0,232 | 0,232 | 0,232 | 0,233 | 0,233 | 0,233 | 0,233 |
| ϕ_{44} | 0,435 | 0,397 | 0,395 | 0,395 | 0,394 | 0,395 | 0,394 | 0,394 |
| ϕ_{45} | 0,213 | 0,234 | 0,235 | 0,234 | 0,234 | 0,234 | 0,234 | 0,234 |
| ϕ_{55} | 0,472 | 0,456 | 0,457 | 0,456 | 0,457 | 0,457 | 0,456 | 0,457 |
| PPP | - | 0,639 | 0,639 | 0,647 | 0,650 | 0,641 | 0,628 | 0,647 |

NOT: %95 güven düzeyinde istatistiksel olarak anlamsız olanlar *italik* gösterilmiştir.

Tablo 13’de 0,05, 0,10, 0,25, 0,50, 0,75, 0,90 ve 0,95 kantil değerleri için kurulan BYEM ve BKYEM’in faktör yükleri, yapısal model katsayıları ve gizil değişkenler arasındaki kovaryansları verilmiştir. Kurulan bu yedi kantil modelinde de PPP uyum iyiliği değerleri 0,628 - 0,650 civarında olduğundan modellerin kabul edilebilir uyum düzeyinde olduğu görülmüştür.

Tablo 13’de görüldüğü üzere sağlık memnuniyeti (b_{1r}), öznel iyi oluşu pozitif yönde etkilemektedir. Kantil düzeylerine göre önemli bir farklılık yoktur. Yani, öznel iyi oluşu düşük veya yüksek olanlarda sağlıktan memnuniyetinin benzer düzeylerde olduğu söylenebilir. Roysamb vd. (2003) yapmış olduğu çalışmada öznel iyi oluş değeri yüksek olanların daha sağlıklı bireyler olduğunu göstermişlerdir. Sağlıklı bireylerin sağlıktan memnuniyeti yüksek olacağından benzer sonuçlar elde edildiği söylenebilir.

Tablo 13'e göre eğitim memnuniyeti ($b_{2\tau}$) için de benzer durum söz konusudur. Eğitim memnuniyeti öznel iyi oluşu pozitif yönde etkilediği görülse de aralarındaki ilişki her bir kantil değerine göre benzer ve düşük bir seviyede olduğu söylenebilir. Literatürde eğitim ile öznel iyi oluş arasında bazı çalışmalarda güçlü bir ilişki bulunurken, bazı çalışmalarda ise net bir ilişki ortaya konulamamıştır (Witter vd., 1984:172). Witter vd. (1984) yaptıkları çalışmada ise eğitimin öznel iyi oluşa olumlu fakat oldukça küçük bir etkisinin olduğunu göstermişlerdir. Eğitim ile öznel iyi oluş arasında pozitif bir ilişkinin olduğunu kanıtlayan bazı çalışmalar; Ross ve Willigen, 1997; Blanchflower ve Oswald, 2004; Wang, 2010; Chen, 2012; Huang, 2013; Yu, 2014; Bien ve Bien-Barkowska, 2016; Jin, Li ve An, 2020 olarak verilebilir.

Hem BYEM'de hem de BKYEM'de konut memnuniyeti ($\gamma_{1\tau}$) ile öznel iyi oluş arasında istatistiksel olarak anlamlı bir ilişki bulunamamıştır (Tablo 13). Literatürde yapılan bazı çalışmalarda konuttan memnuniyet ile öznel iyi oluş arasında pozitif yönlü ilişki olduğu görülse de (Davis ve Fine-Davis, 1991; Sirgy ve Cornwell, 2002; Mouratidis, 2020), bu çalışmada ikisi arasında ilişki anlamsız olduğu görülmüştür. Chan ve Wong (2022) yaptığı çalışmada genel olarak Hong Kong'da yaşayanların konuttan memnuniyetlerinin öznel iyi oluşu az miktarda açıkladığını göstermişlerdir.

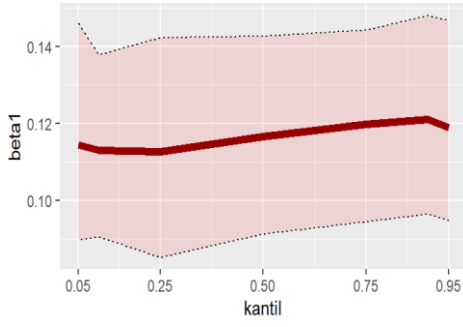
Tablo 13'e bakıldığında yapılan analiz sonucunda bireylerin çalışma hayatından memnuniyet ($\gamma_{2\tau}$) düzeylerinin öznel iyi oluş düzeylerini aynı yönde etkilediği görülmüştür. Kantil değeri yükseldikçe çalışma hayatından memnuniyetin öznel iyi oluşa etkisi azalmaktadır. Öznel iyi oluşu daha düşük olanların, çalışma hayatından sağladıkları memnuniyetin öznel iyi oluşa etkisi diğerlerine göre daha fazladır. Yani, öznel iyi oluşu düşük olanların çalışma hayatından ve kazançtan memnuniyetinin artışı öznel iyi oluşa etkisinin daha fazla olduğu söylenebilir. Bir başka ifade ile öznel iyi oluş düzeyleri yüksek olanların çalışma hayatından elde ettikleri memnuniyetin öznel iyi oluşlarına katkısı daha azdır. Öznel iyi oluş seviyesi arttıkça çalışma hayatından elde edilen memnuniyet seviyesinin öznel iyi oluşa katkısı azalmaktadır. Literatürde yapılan birçok çalışmada da, bu çalışmayı destekler nitelikte, kazanç ile öznel iyi oluş arasında pozitif yönlü bir ilişki olduğu bulunmuştur (Diener, 1984; Diener, vd., 1993; Easterlin, 1995; Sacks, Stevenson ve Wolfers, 2012; Tay, Zyphur ve Batz, 2018).

Sosyal hayattan memnuniyet ($\gamma_{3\tau}$), öznel iyi oluşu pozitif yönde etkilemektedir (Tablo 13). BYEM ve BKYEM için elde edilen katsayılar birbirine yakın düzeydedir. Düşük kantil seviyesinde veya yüksek kantil seviyesinde sosyal hayattan memnuniyet düzeyi öznel iyi oluşu benzer seviyelerde etkilemektedir. Yüksek öznel iyi oluş sosyallik ile pozitif ilişkilidir ve bu iki değişken arasında çift yönlü nedensel bir ilişkinin olduğunu söylemek mümkündür (Diener ve Ryan, 2009:393). Yani, sosyal hayattan memnuniyeti yüksek olanların öznel iyi oluşu da yüksek; öznel iyi oluşu yüksek olanların da daha sosyal olma eğilimlerinin olduğu söylenebilir. Bu çalışmada da sosyal hayattan memnuniyetin öznel iyi oluşu her bir kantil düzeyinde de pozitif yönlü etkilediği sonucuna ulaşılmıştır, bu da literatürdeki bilgileri desteklemektedir (Okun vd., 1984; Cooper, Okamura ve Gurka, 1992; Peasgood, 2008; Diener ve Ryan, 2009; Nakamura, Murata ve Yamazaki, 2019).

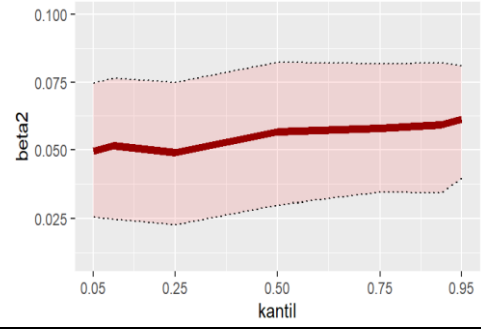
Tablo 13'e göre ilişki memnuniyeti ($\gamma_{4\tau}$)'nin öznel iyi oluşu pozitif yönde etkilediği görülmektedir. %5, %10 ve %25 kantil seviyesinde yani öznel iyi oluşu düşük olanların, ilişkilerinden sağladıkları memnuniyet öznel iyi oluş düzeylerini daha fazla etkilemektedir. Öznel iyi oluş seviyesi arttıkça (kantil değeri arttıkça) ilişkilerden memnuniyetin öznel iyi oluşa etkisi azalmaktadır. Kısacası, öznel iyi oluş değeri yüksek olanların ilişkilerinden memnuniyeti öznel iyi oluşunu çok fazla etkilememektedir. Yüksek öznel iyi oluşa sahip olan bireylerin daha kolay sosyalleşmesi ve özgüvenli olma eğiliminden kaynaklı, kendi sosyal destek sistemlerini rahatlıkla oluşturmaktadır (Diener ve Ryan, 2009:392). Bu sebeptendir ki yüksek öznel iyi oluşa sahip kişilerin ilişkilerden memnuniyetinin öznel iyi oluşla ilişkisi, düşük öznel iyi oluştakilere göre daha azdır (Cooper, Okamura ve Gurka, 1992; Van der Horst ve Coffe, 2012; Nakamura, Murata ve Yamazaki, 2019). Yani, elde edilen sonuçlar literatürdeki sonuçlarla örtüşmektedir.

Kamu hizmetlerinden memnuniyet ($\gamma_{5\tau}$) ile öznel iyi oluşu pozitif yönde etkilemektedir. BYEM ve her bir kantil seviyesinde için elde edilen BKYEM sonuçları birbirine oldukça yakın çıkmıştır. Kamu hizmetlerinden memnuniyetin öznel iyi oluşa etkisi hakkında literatürdeki çalışmalar kısıtlı kalmıştır.

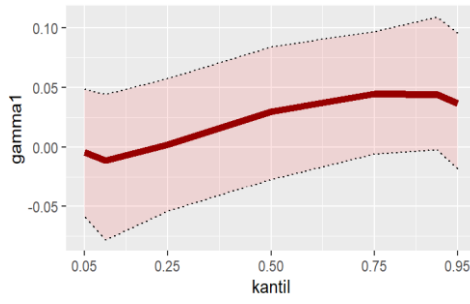
Sağlık



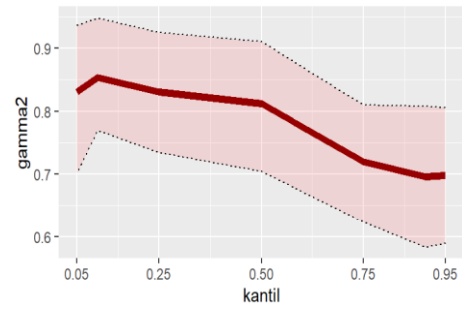
Eğitim



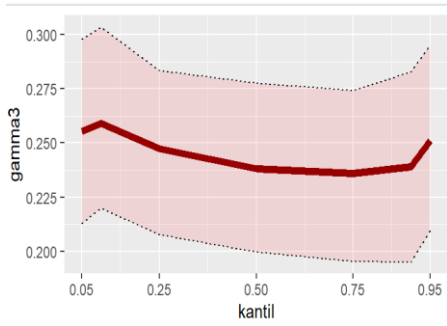
Konut



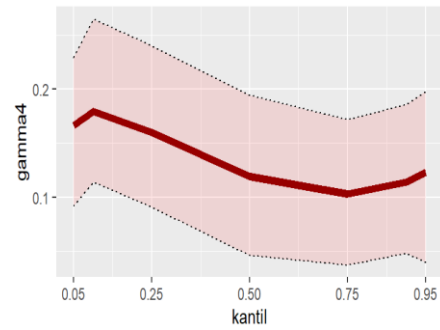
Çalışma Hayatı



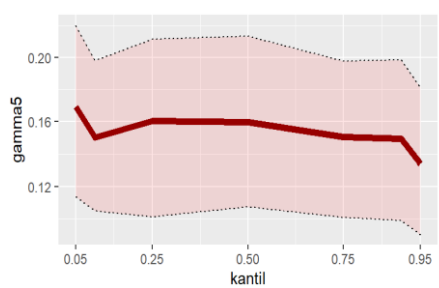
Sosyal Hayat



İlişki



Kamu Hizmetleri



Şekil 20. Her Bir Kantil Düzeyi İçin Tahmin Edilen Yapısal Model Regresyon Katsayıları ve %95 Güven Düzeyinde Güven Aralıklarının Grafikleri

Yapısal modelde elde edilen $b_{0\tau}$, $b_{1\tau}$, $b_{2\tau}$, $\gamma_{1\tau}$, $\gamma_{2\tau}$, $\gamma_{3\tau}$, $\gamma_{4\tau}$ ve $\gamma_{5\tau}$ parametrelerin her bir kantil değerine göre tahminleri güven aralıklarıyla birlikte Şekil 20’de verilmiştir. Kazanç memnuniyeti ve ilişki memnuniyetinde kantil düzeylerine göre tahmin değerlerinin değiştiği görülmektedir. Diğer parametreler için kantil düzeyi arttıkça katsayı tahminlerinde önemli değişiklikler olmadığı ve benzer seviyelerde olduğu göze çarpmaktadır.

SONUÇ

Yapılan bu tez çalışmasında ulusal literatürde herhangi bir çalışma olmayan BKYEM'in kullanılabilirliğini artırmak ve tanıtmak amacıyla teorik çerçevesine ayrıntılı bir şekilde yer verilmiştir. Ayrıca, simülasyon ve gerçek verilerle yapılan uygulamalarla BYEM ile karşılaştırılması yapılmıştır.

Karmaşık modellerde kullanım avantajı sağlayan Bayesyen tahmin metodu kullanılarak KYEM analizi gerçekleştirilmiştir. Bayesyen tahmin metodunda ele alınan olabilirlik fonksiyonu kantil modelde elde edilemediği için ALD tabanlı teknikler kullanılarak sonuçlar elde edilmiştir. Çalışmada BKYEM ve BYEM için sonsal dağılım elde ederken MCMC yöntemlerinden Gibbs örnekleme metodu kullanılmıştır. Tüm bu analizleri gerçekleştirmek için ücretsiz olarak temin edilebilen *R* ve *WinBUGS* programlarından yararlanılmıştır.

Klasik YEM çalışmalarında ele alınan verinin doğrusallık, yeterli örneklem büyüklüğüne sahip olması, hata terimlerinin normal dağılıma uyması gibi daha önceki bölümlerde de bahsedilen varsayımları sağlaması gerekmektedir. Yapılan çoğu çalışmada bu varsayımları sağladığı varsayılarak analizler yapılmakta ve yanıltıcı sonuçlar elde edilebilmektedir. Bu varsayımların sağlanmadığı durumlarda kullanılabilecek farklı YEM türleri geliştirilse de Bayesyen tahmin metodu bu sorunlara yanıt olmakta ve daha sağlam sonuçlar elde etmemizi sağlamaktadır.

Normallik varsayımının sağlanmadığı, uç veya aykırı değerlerin olduğu ya da endojen değişkenin farklı kantil değerleri için egzogen değişkenin etkileri incelenmek istediği durumlarda KYEM kullanmak doğru olacaktır. Klasik YEM'in tamamlayıcısı olarak ortaya atılan KYEM, kurulan modeller hakkında ayrıntılı sonuçlar vermektedir. Bu çalışmada da literatürde ele alınan yapılara nispeten daha karmaşık yapıda olan bir araştırma modeli kurularak simülasyon çalışması yapılmıştır. Bu modelde bir endojen ve üç egzogen değişken olmak üzere dört gizil değişken, bir tanesi de kontrol değişken olmak üzere 13 gözlenen değişken yer almıştır. KYEM'in, klasik YEM'e göre farklarını sunmak amacıyla yapılan bu simülasyon çalışmasında Bayesyen tahmin metodu kullanılmıştır. Farklı örneklem büyüklüklerine ve hata terimlerinin farklı dağılım

gösterdiği durumlara göre kurulan modellerin performansları her bir tahmin değerinin gerçek değere göre sapma ve KO değerleri verilerek değerlendirilmiştir.

Yapılan analizler sonucunda, ölçüm ve yapısal modelde yer alan hata terimlerinin normal dağılıma uyduğu varsayımı altında BYEM ile BKYEM'in birbirine yakın sonuçlar verdiği görülmüştür. Wang (2016), Wang, Feng ve Song (2016), Zhang ve Tang (2017) ve Shafeeq ve Muhamed (2022)'in yapmış olduğu çalışmalarda benzer şekilde hata terimlerinin normal dağılımı varsayımı altında BYEM ve BKYEM'in benzer performans gösterdiklerini vurgulamışlardır.

Ölçüm ve yapısal modelde yer alan hata terimlerinin aykırı değerler içerdiği durumu ifade eden t-dağılımı gösterdiği durumlarda BKYEM'in BYEM'e göre daha güvenilir sonuçlar verdiği göze çarpmaktadır. Böylece, yapılacak olan uygulamalarda aykırı değerler olduğu durumlarda BYEM yerine BKYEM'i tercih etmek daha yansız sonuçlara ulaşmamızı sağlayacaktır.

Ölçüm modelinde yer alan hataların normal dağılıma uyduğu ve yapısal modelde yer alan hataların ise çarpık yapıda olan log-normal dağılıma uyduğu varsayımı altında, BKYEM'de elde edilen yapısal model parametre tahminlerinin daha küçük sapma ve KO değerlerine sahip olduğu görülmüştür. Ölçüm modelinde yer alan parametre tahminlerinin ise BYEM ve BKYEM'de birbirlerine yakın sonuçlar verdiği saptanmıştır. Benzer şekilde ölçüm modelinde yer alan hataların normal dağılıma uyduğu ve yapısal modelde yer alan hataların ise U şeklinde normal dağılıma uymayan bir yapıda Beta dağılımı gösterdiği durumlarda BKYEM'in yapısal model tahminlerinde daha güvenilir sonuçlar verdiği görülmüştür. Ölçüm modelde yer alan parametre tahminlerinin ise BYEM ve BKYEM'de birbirlerine oldukça yakın sonuçlar verdiğini söylemek mümkündür. Literatürde ele alınan Wang (2016), Wang, Feng ve Song (2016), Zhang ve Tang (2017) ve Shafeeq ve Muhamed (2022)'in yapmış olduğu çalışmalarda da yapısal model hata terimlerinin normallikten saptığı durumlarda BKYEM'in klasik BYEM metoduna göre daha iyi performans gösterdiği sonucuna ulaşılmıştır. YEM uygulamalarında hata terimlerinin normal dağılım varsayımına uymadığı durumlarda BYEM kullanılması önerilse de, BKYEM'in daha yansız sonuçlar

verdiği saptanmıştır. Böylece BKYEM'in BYEM'e alternatif olarak tercih edilebileceği görülmüştür.

Örneklem büyüklüğü 100, 500, 1000 ve 3000 olduğu durumlar için aynı simülasyonlar tekrarlanmış ve örneklem büyüklüğü arttıkça elde edilen tahminlerin mutlak değerce daha küçük sapma ve KO değerli sonuçlar olduğu belirlenmiştir. Yani, örneklem büyüklüğü arttıkça sonuçların güvenilirliği de artmaktadır.

Simülasyon çalışmasının sonucunda, hata terimleri normal dağılıma uyduğu durumlarda BKYEM ve BYEM'in birbirine yakın sonuçlar verdiğini söylemek mümkündür. Ancak modelde yer alan hata terimleri normallikten büyük sapmalar gösteriyorsa, aykırı değerler içeriyorsa veya sola-sağa çarpıksa BKYEM kullanmak daha doğru sonuçlar elde edilmesini sağlayacaktır. Tüm bunların yanı sıra normallik varsayımı sağlansa da, araştırmacı yapılan çalışmada endojen değişkenin farklı kantil değerleri için sonuçlar elde etmeyi amaçlıyorsa BKYEM'i tercih etmesi daha doğru olacaktır.

Gerçek verilerle öznel iyi oluş üzerine yapılan uygulamada KYEM metodu kullanılarak uygulanan yabancı veya ulusal literatürde herhangi bir çalışma olmaması, çalışmanın özgün değerini oluşturmaktadır. Yapılan bu uygulamada TÜİK'ten temin edilen 2020 yılı YMA çalışmasından alınan verilerden yararlanılmıştır. YMA'da yer alan Yaşam Memnuniyeti ve Mutluluk değişkenleri "Öznel İyi Oluş" gizil değişkenini oluşturmaktadır. Öznel iyi oluş endojen gizil değişkeninin farklı kantil değerleri için egzojen değişkenlerin etkileri araştırılmıştır. Bu uygulamada temel amaç modelin çıktılarından ziyade BKYEM'in gerçek verilerle uygulanabilirliğini ve yorumlanmasını göstermektedir. Kurulan modelde bir endojen gizil değişken, beş egzojen gizil değişken ve iki kontrol değişkeniyle bir model kurularak sonuçlar hem BYEM, he de BKYEM için elde edilmiştir. Yapılan denemeler sonucunda her iki model içinde 10000 iterasyon ve 2000 yakma periyodu sonucunda modelin yakınsadığı görülmüştür.

Çalışmada BYEM ve BKYEM analizleri sonucunda, iz ve yoğunluk grafiklerine göre ele alınan tüm parametrelerin (BKYEM modeli için elde edilen λ_{63} ve λ_{73} tahminleri hariç) yakınsadığı görülmektedir. Sağlık memnuniyeti, eğitim memnuniyeti, çalışma hayatından memnuniyet, sosyal hayattan memnuniyet, ilişki memnuniyeti ve kamu hizmetlerinden memnuniyet ile öznel iyi oluş arasında pozitif yönlü ve anlamlı bir ilişki

olduğu görülmüştür. Özellikle BKYEM modelinde kazanç ve ilişki memnuniyeti değişkenlerinde kantil düzeyleri arasında farklılıklar olduğu görülmektedir. Konut-semt memnuniyetinin öznel iyi oluş üzerine etkisi her iki modelde de anlamsız çıkmıştır. Elde edilen tüm bu sonuçlar literatürde yer alan diğer çalışmalarca desteklenmiştir.

Yapılan bu çalışmada öznel iyi oluş üzerine yapılan uygulamada, BKYEM analizi sonuçlarına göre egzojen gizil değişkenlerin endojen gizil değişken üzerine etkileri farklı kantil düzeylerinde etkileri birbirlerine yakın çıkmıştır. Yapılacak olan uygulamalarda özellikle egzojen gizil değişkenlerin farklı kantil düzeylerinde anlamsız olması veya kantiller arası ciddi farklılıklar olması kurulan modeli daha anlamlı kılacaktır. Böyle olduğu durumlarda kurulan model daha çok dikkat çekici olacaktır.

Birçok konuda avantajlı olan Bayesyen tahmin metodunda bazı dezavantajlar da mevcuttur. Yakınsamanın belirlenmesi için yapılacak olan iterasyon sayısının ve yakma periyodu sayısının belirlenmesi için çok fazla deneme yapmak gerekebilir. İterasyon sayıları arttıa karmaşık bir model ile çalışılıyorsa işlem uzun sürebilmekte, böylece zaman kaybı yaşanabilmektedir. Ayrıca, klasik YEM'e göre hem modelin genel uyumunun hem de elde edilen parametre tahminlerinin değerlendirilmesinde kısıtlı kalmaktadır. Özellikle BKYEM'de modelin uyumu sadece PPP değerine göre değerlendirilebilmektedir.

Bu tez çalışmasında ele alınan KYEM'in teorisi yalnızca doğrusal modellerde olacak şekilde ele alınmıştır. İleride yapılacak olan çalışmalarda gizil değişkenler arasında doğrusal olmayan, parametrik olmayan veya yarı parametrik modeller için KYEM'i uygulamak mümkün olabilir.

İncelenen KYEM çalışmalarının neredeyse tümünde Bayesyen çıkarımından yola çıkılarak tahminler yapılmıştır. Bayesyen tahmin metodunda değerlendirme kriterlerinin az olması modeli kısıtlı kılmaktadır. İleride yapılacak olan çalışmalarda KYEM'i farklı tahmin metodlarıyla değerlendirmek araştırmacılara alternatif bir çözüm sunabilir.

KAYNAKÇA

- Alkış, N. (2016). Bayes Yapısal Eşitlik Modellemesi : Kavramlar ve Genel Bakış. *Gazi İktisat ve İşletme Dergisi*, 2(3),105–116.
- Altındağ, İ. (2015). *Bayesci Doğrusal Olmayan Yapısal Eşitlik Modeli*. [Doktora Tezi, Selçuk Üniversitesi]
- Arbuckle, J. L. (2009). *Amos 18 User's Guide*. Chicago:Amos Development Corporation.
- Arminger, G., & Muthen B. O. (1998). A Bayesian Approach to Nonlinear Latent Variable Models Using the Gibbs Sampler and the Metropolis-Hastings Algorithm. *Psychometrika*, 63(3):271–300.
- Asparouhov, T., & Muthen, B. (2010). Bayesian Analysis Using Mplus: Technical Implementation. *Manuscript Submitted for Publication*, 1–38.
- Asparouhov, T., & Muthen, B. (2021). Advances in Bayesian model fit evaluation for structural equation models. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 28(1), 1-14.
- Avcı, E. (2012). *Bayesci Sağlık Analizi ve Meme Kanseri Verileri Üzerine Bir Uygulama*. [Doktora Tezi, Mimar Sinan Güzel Sanatlar Üniversitesi]
- Bandos, A. I., Guo, B., & Gur, D. (2017). Estimating the area under ROC curve when the fitted binormal curves demonstrate improper shape. *Academic radiology*, 24(2), 209-219.
- Baron, R. M., & Kenny, D. A. (1986). The moderator–mediator variable distinction in social psychological research: Conceptual, strategic, and statistical considerations. *Journal of personality and social psychology*, 51(6), 1173.
- Bayram, N. (2013). *Yapısal eşitlik modellemesine giriş AMOS uygulamaları*. Ezgi Kitabevi.
- Berger, J. O. (1985). *Statistical Decision Theory and Bayesian Analysis*. Springer Science & Business Media.
- Bień, B., & Bień-Barkowska, K. (2016). Objective drivers of subjective well-being in geriatric inpatients: mobility function and level of education are general predictors of self-evaluated health, feeling of loneliness, and severity of depression symptoms. *Quality of life research*, 25(12), 3047-3056.
- Blanchflower, D. G., & Oswald, A. J. (2004). Well-being over time in Britain and the USA. *Journal of Public Economics*, 88(7), 1359–1386.
- Bollen, K. A. (1989). *Structural Equations with Latent Variables*. New York: Wiley.

- Bollen, K. A. (1995). Structural Equation Models That Are Nonlinear in Latent Variables: A Least-Squares Estimator. *Sociological Methodology*, 25:223.
- Bollen, K. A., Bauer, D. J., Christ, S. L., & Edwards, M. C. (2010). Overview of structural equation models and recent extensions. *Statistics in the social sciences: Current methodological developments*, 37-79.
- Byrne, B. M. (2010). *Structural equation modeling with AMOS: basic concepts, applications, and programming (multivariate applications series)*. New York: Taylor & Francis Group, 396(1), 7384.
- Campbell, A. (1981). *The sense of well-being in America: Recent patterns and trends*. New York; Montreal: McGraw-Hill.
- Chan, S. M., & Wong, H. (2022). Housing and Subjective Well-Being in Hong Kong: A Structural Equation Model. *Applied Research in Quality of Life*, 17(3), 1745-1766.
- Chen, C. (2005). An Introduction to Quantile Regression and the QUANTREG Procedure. *Statistics and Data Analysis, SUGI 30, SAS Institute Inc., Cary, NC* 213–30.
- Chen, L. A., & Portnoy, S. (1996). Two-stage regression quantiles and two-stage trimmed least squares estimators for structural equation models. *Communications in Statistics-theory and Methods*, 25(5), 1005-1032.
- Chen, W. (2012). How education enhances happiness: Comparison of mediating factors in four east Asian Countries. *Social Indicators Research*, 106(1), 117–131.
- Codd, C. L. (2011). *Nonlinear Structural Equation Models: Estimation and Applications*. [Doctoral dissertation, The Ohio State University].
- Congdon, P. (2003). *Applied Bayesian Modelling*. John Wiley & Sons.
- Cooper, H., Okamura, L., & Gurka, V. (1992). Social activity and subjective well-being. *Personality and individual differences*, 13(5), 573-583.
- Çelik, H. E., & Yılmaz, V. (2016). *LISREL 9.1 ile Yapısal Eşitlik Modellemesi: Temel Kavramlar-Uygulamalar-Programlama*. Anı Yayıncılık.
- Davis, E. E., & Fine-Davis, M. (1991). Social indicators of living conditions in Ireland with European comparisons. *Social Indicators Research*, 25(2), 103-365.
- Diener, E. (1984). Subjective well-being. *Psychological Bulletin*, 85, 542-575.
- Diener, E. (2006). Guidelines for national indicators of subjective well-being and ill-being. *Journal of Happiness Studies: An Interdisciplinary Forum on Subjective Well-Being*. 7, 397-404.
- Diener, E., & Ryan, K. (2009). Subjective well-being: A general overview. *South African journal of psychology*, 39(4), 391-406.

- Diener, E., & Suh, E. (1997). Measuring quality of life: Economic, social, and subjective indicators. *Social indicators research*, 40(1), 189-216.
- Diener, E., Sandvik, E., Seidlitz, L., & Diener, M. (1993). The relationship between income and subjective well-being: Relative or absolute?. *Social indicators research*, 28(3), 195-223.
- Dodge, R., Daly, A., Huyton, J., & Sanders, L. (2012). The challenge of defining wellbeing. *International Journal of Wellbeing*, 2(3), 222-235.
- Doğan, M. (2017). *Bayesci Yapısal Eşitlik Modellemesi: Teknoloji Kabul Modeli Uygulanması*. [Doktora Tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi].
- Dolan, C. V., & van der Maas, H. L. J. (1998) Fitting multivariate normal finite mixtures subject to structural equation modeling. *Psychometrika*, 63, 227–253.
- Dunson, D. B. (2003) Dynamic latent trait models for multidimensional longitudinal data. *Journal of the American Statistical Association*, 98, 555–563.
- Dunson, D., Watson, M., & Taylor, J. A. (2003). Bayesian latent variable models for median regression on multiple outcomes. *Biometrics*, 59(2), 296-304.
- Easterlin, R. A. (1995). Will raising the incomes of all increase the happiness of all?. *Journal of Economic Behavior & Organization*, 27(1), 35-47.
- Eddelbuettel, D., & Sanderson, C. (2014). Rcpparmadillo: Accelerating R with high-performance C++ linear algebra. *Computational Statistics and Data Analysis*, 71, 1054–1063.
- Edwards, W., Lindman, H., & Savage, L. J. (1963). Bayesian statistical inference for psychological research. *Psychological review*, 70(3).
- Emmons, R. A., & Diener, E. (1985). Factors predicting satisfaction judgments: A comparative examination. *Social Indicators Research*, 16(2), 157-167.
- Erkan, G. (2017). *Klasik Ve Bayesci Yapısal Eşitlik Modellerinde Parametre Tahminlerinin Karşılaştırılması: Sıralı Kategorik Verilerle Bir Uygulama*. [Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi].
- Evermann, J., & Tate, M. (2012). Bayesian Structural Equation Models for Cumulative Theory Building in Information Systems. *18th Americas Conference on Information Systems*.
- Feng, X. N., Wang, Y., Lu, B., & Song, X. Y. (2017). Bayesian regularized quantile structural equation models. *Journal of Multivariate Analysis*, 154, 234-248.
- Garnier-Villarreal, M., & Jorgensen, T. D. (2020). Adapting fit indices for Bayesian structural equation modeling: Comparison to maximum likelihood. *Psychological Methods*, 25(1), 46.

- Gelman, A. (1996). *Inference and monitoring convergence. in Markov Chain Monte Carlo in Practice*. W. R. Gilks, S. Richardson, & D. J. Spiegelhalter (Eds.), Markov chain Monte Carlo in practice. New York: Chapman & Hall.
- Gelman, A., & Rubin, D. B. (1996). Markov chain Monte Carlo methods in biostatistics. *Statistical methods in medical research*, 5(4), 339-355.
- Gelman, A., Carlin, J. B., Stern, H. S., Dunson, D. B., Vehtari, A., & Rubin, D. B. (2013). *Bayesian data analysis*. Third edition, CRC press.
- Gelman, A., Meng, X. L., & Stern, H. (1996). Posterior predictive assessment of model fitness via realized discrepancies. *Statistica sinica*, 733-760.
- Geman, S., & Geman, D. (1984). Stochastic relaxation, Gibbs distributions, and the Bayesian restoration of images. *IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence*, 6(6), 721-741.
- Geraci, M., & Bottai, M. (2007). Quantile regression for longitudinal data using the asymmetric Laplace distribution. *Biostatistics*, 8(1), 140-154.
- Gill, J. (2002). *Bayesian methods: A social and behavioral sciences approach*. Chapman & Hall/CRC Statistics in the Social and Behavioral Sciences, USA.
- Grace, J. B., Schoolmaster Jr, D. R., Guntenspergen, G. R., Little, A. M., Mitchell, B. R., Miller, K. M., & Schweiger, E. W. (2012). Guidelines for a graph- theoretic implementation of structural equation modeling. *Ecosphere*, 3(8), 1-44.
- Hastings, W. K. (1970). Monte Carlo sampling methods using Markov chains and their applications. *Biometrika*, 57(1), 97-109.
- Hoofs, H., van de Schoot, R., Jansen, N. W., & Kant, I. (2018). Evaluating model fit in Bayesian confirmatory factor analysis with large samples: Simulation study introducing the BRMSEA. *Educational and psychological measurement*, 78(4), 537-568.
- Huang, J. (2013). Education, income and happiness of Chinese urban residents:Based on the data of the 2005 Chinese general social survey. *Chinese Journal of Sociology*, 33(5), 181–203.
- Jamshidian, M., & Bentler, P. M. (1999). ML estimation of mean and covariance structures with missing data using complete data routines. *Journal of Educational and Behavioral Statistics*, 24, 21–41.
- Jin, Y., Li, Z., & An, J. (2020). Impact of education on Chinese urban and rural subjective well-being. *Children and Youth Services Review*, 119, 105505.
- Kaplan, D., & Depaoli, S. (2012). *Bayesian Structural Equation Modeling*. Handbook of structural equation modeling, Edited by Rich H. Hoyle, 650- 673.

- Kenny, D. A., & Judd, C. M. (1984). Estimating the nonlinear and interactive effects of latent variables. *Psychological bulletin*, 96(1), 201-210.
- Kim, G., & Choi, T. (2019). Asymptotic properties of nonparametric estimation and quantile regression in Bayesian structural equation models. *Journal of Multivariate Analysis*, 171, 68-82.
- Koenker, R., & Bassett Jr, G. (1978). Regression quantiles. *Econometrica: journal of the Econometric Society*, 33-50.
- Kozumi, H., & Kobayashi, G. (2011). Gibbs sampling methods for Bayesian quantile regression. *Journal of statistical computation and simulation*, 81(11), 1565-1578.
- Lee, S. Y. (2007). *Structural equation modeling: A Bayesian approach*. John Wiley & Sons.
- Lee, S. Y., & Shi, J. Q. (2000). Bayesian analysis of structural equation model with fixed covariates. *Structural Equation Modeling*, 7(3), 411-430.
- Lee, S. Y., & Shi, J. Q. (2001) Maximum likelihood estimation of two-level latent variable models with mixed continuous and polytomous data. *Biometrics*, 57, 787-794.
- Lee, S. Y., & Song, X. Y. (2003). Bayesian analysis of structural equation models with dichotomous variables. *Statistics in medicine*, 22(19), 3073-3088.
- Lee, S. Y., & Song, X. Y. (2012). *Basic and Advanced Bayesian Structural Equation Modeling*. A John Wiley & Sons, Ltd., Publication.
- Lee, S. Y., & Zhu, H. T. (2002). Maximum likelihood estimation of nonlinear structural equation models. *Psychometrika*, 67(2), 189-210.
- Lee, S. Y., Lu, B., & Song, X. Y. (2008) Semiparametric Bayesian analysis of structural equation models with fixed covariates. *Statistics in Medicine*, 27, 2341-2360.
- Lee, S. Y., Song, X. Y., & Cai, J. H. (2010). A Bayesian approach for nonlinear structural equation models with dichotomous variables using logit and probit links. *Structural Equation Modeling*, 17(2), 280-302.
- Levy, R. (2011). Bayesian data-model fit assessment for structural equation modeling. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 18(4), 663-685.
- Liang, X. (2014). *Estimation and specification search of structural equation modeling using frequentist and Bayesian Methods*. [Doctoral Dissertation, Florida State University]
- Link, W. A., & Eaton, M. J. (2012). On thinning of chains in MCMC. *Methods in ecology and evolution*, 3(1), 112-115.

- Little, T. D., Bovaird, J. A., & Card, N. A. (2007). *Modeling contextual effects in longitudinal studies*. Routledge.
- Ma, B. (2006). *Bayesian Generalized Structural Equation Modeling* [Doctoral dissertation, University of South Carolina].
- Ma, L., & Koenker, R. (2006). Quantile regression methods for recursive structural equation models. *Journal of Econometrics*, 134(2), 471-506.
- MacKinnon, D. P. (2008). *Introduction to statistical mediation analysis*. Taylor & Francis.
- Maridal, J. H. (2017). A worldwide measure of societal quality of life. *Social Indicators Research*, 134(1), 1-38.
- Meng, X. L. (1994). Posterior predictive p -values. *The annals of statistics*, 22(3), 1142-1160.
- Mouratidis, K. (2020). Commute satisfaction, neighborhood satisfaction, and housing satisfaction as predictors of subjective well-being and indicators of urban livability. *Travel Behaviour and Society*, 21, 265-278.
- Murat, N. (2012). *Yapısal Eşitlik Modellerde Parametre Tahminlerinde Klasik Ve Bayesci Bir Yaklaşım*. [Doktora Tezi, Ondokuzmayıs Üniversitesi]
- Muthen, B. (2001). Second-generation structural equation modeling with a combination of categorical and continuous latent variables: New opportunities for latent class-latent growth modeling. In L. M. Collins & A. G. Sayer (Eds.), *New methods for the analysis of change* (pp. 291–322). American Psychological Association.
- Muthen, B., & Asparouhov, T. (2012). Bayesian SEM: A more flexible representation of substantive theory. *Psychological Methods*, 17(3), 313.
- Nakamura, H., Murata, C., & Yamazaki, Y. (2019). Social activities and subjective well-being among older persons in Japan. *J. Epidemiol. Res*, 5, 56-62.
- Okun, M. A., Stock, W. A., Haring, M. J., & Witter, R. A. (1984). The social activity/subjective well-being relation: A quantitative synthesis. *Research on Aging*, 6(1), 45-65.
- Ozechowski, T. J. (2014). Empirical Bayes MCMC estimation for modeling treatment processes, mechanisms of change, and clinical outcomes in small samples. *Journal of Consulting and Clinical Psychology*, 82(5), 854-867.
- Öngen Bilir, K.B. (2016). *Bayesyen Markov Zinciri Monte Carlo Simülasyonu*. [Doktora Tezi, Uludağ Üniversitesi]
- Öztaner, S. M. (2014). *A Bayesian Modeling And Estimation Framework For Pharmacogenomics Driven Warfarin Dosing*. [Doktora Tezi, Middle East Technical University]

- Palomo, J., Dunson, D. B., & Bollen, K. A. (2007). *Bayesian structural equation modeling*. Handbook of Latent Variable and Related Methods, ed. SY. Lee.
- Peasgood, T. M. (2008). *Measuring well-being for public policy*. [Tanaka Business School Imperial College London, Submitted for Doctorate in Philosophy]
- Raykov, T., & Marcoulides, G. A. (2006). *A first course in structural equation modeling*. Routledge.
- Reed, C., & Yu, K. (2009). *A partially collapsed Gibbs sampler for Bayesian quantile regression*. Technical report, Department of Mathematical Sciences, Brunel University.
- Ross, C. E., & Van Willigen, M. (1997). Education and the subjective quality of life. *Journal of health and social behavior*, 275-297.
- Roysamb, E., Tambs, K., Reichborn-Kjennerud, T., Neale, M. C., & Harris, J. R. (2003). Happiness and health: environmental and genetic contributions to the relationship between subjective well-being, perceived health, and somatic illness. *Journal of personality and social psychology*, 85(6), 1136.
- Sacks, D. W., Stevenson, B., & Wolfers, J. (2012). The new stylized facts about income and subjective well-being. *Emotion*, 12(6), 1181.
- SAS/STAT 14.3 User's Guide Introduction to Bayesian Analysis Procedures (2017), SAS Institute Inc., Cary, NC, USA. https://documentation.sas.com/?docsetId=statug&docsetTarget=statug_introbayes_sect025.htm&docsetVersion=14.3&locale=tr, Erişim:16.04.2020.
- Scheines, R., Hoijtink, H., & Boomsma, A. (1999). Bayesian estimation and testing of structural equation models. *Psychometrika*, 64(1), 37-52.
- Schumacker, R. E., & Lomax, R. G. (2004). *A Beginner's Guide to Structural Equation Modeling*. London: Lawrence Erlbaum Associates Publisher.
- Schumacker, R. E., & Lomax, R. G. (2010). *A Beginners Guide to Structure Equating Modeling*. London: Routledge.
- Selim, S. (2008). Life satisfaction and happiness in Turkey. *Social Indicators Research*, 88(3), 531-562.
- Shafeeq, B. M., & Mohamed, L. A. (2022). The estimation process in the Bayesian quantile structural equation modeling approach. *International Journal of Nonlinear Analysis and Applications*, 13(1), 2137-2149.
- Shi, J. Q., & Lee, S. Y. (2000). Latent variable models with mixed continuous and polytomous data. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology)*, 62(1), 77-87.

- Sirgy, M. J., & Cornwell, T. (2002). How neighborhood features affect quality of life. *Social indicators research*, 59(1), 79-114.
- Sobel, M. E. 1987. Direct and Indirect Effects in Linear Structural Equation Models. *Sociological Methods & Research*, 16(1), 155–176.
- Song, X. Y., & Lee, S. Y. (2005). Maximum Likelihood Analysis of Nonlinear Structural Equation Models with Dichotomous Variables. *Multivariate Behavioral Research*, 40(2), 151–177.
- Song, X. Y., & Lee, S. Y. (2012). A Tutorial on the Bayesian Approach for Analyzing Structural Equation Models. *Journal of Mathematical Psychology*, 56(3), 135–148.
- Spiegelhalter, D., Thomas, A., Best, N., & Lunn, D. (2003). *WinBUGS user manual*. Cambridge, UK: MRC Biostatistics Unit.
- Şehribanoğlu, S. (2012). *Yapısal Eşitlik Modellerinde Parametre Tahmininde Gibbs Örneklemesi*. [Doktora Tezi, Yüzüncü Yıl Üniversitesi].
- Tay, L., Zyphur, M., & Batz, C. L. (2018). *Income and subjective well-being: Review, synthesis, and future research*. Handbook of well-being. Salt Lake City, UT: DEF Publishers.
- Thanoon, T. Y., & Adnan, R. (2016). Bayesian Multi-Sample Non-linear Structural Equation Models with Mixed Ordered Categorical and Dichotomous Variables. *Journal of Applied Probability*, 11(2), 1-16.
- Thanoon, T. Y., & Adnan, R. (2017). Model comparison of linear and nonlinear Bayesian structural equation models with dichotomous data. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 46(6), 4578-4599.
- Van der Horst, M., & Coffé, H. (2012). How friendship network characteristics influence subjective well-being. *Social Indicators Research*, 107(3), 509-529.
- Wall, M. M. (2007). Maximum likelihood and Bayesian estimation for nonlinear structural equation models. *The SAGE handbook of quantitative methods in psychology*, 540-567.
- Wall, M. M., & Amemiya, Y. (2000). Estimation for polynomial structural equation models. *Journal of the American statistical association*, 95(451), 929-940.
- Wall, M. M., & Amemiya, Y. (2003). A Method of Moments Technique for Fitting Interaction Effects in Structural Equation Models. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*, 56(1), 47–63.
- Wall, M. M., & Amemiya, Y. (2007). *Nonlinear Structural Equation Modeling as a Statistical Method*. Vol. 1. Elsevier B.V.

- Wang, J. (2010). Are you happy? The happiness survey of Chinese urban residents in 2010. *Democracy & Science*, 6, 62–64.
- Wang, Y. (2016). *Bayesian Quantile Regression in Latent Variable Models*. [Doctoral dissertation, The Chinese University of Hong Kong]. proQuest Dissertations & Theses Global.
- Wang, Y., Feng, X. N., & Song, X. Y. (2016). Bayesian quantile structural equation models. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 23(2), 246–258.
- Witter, R. A., Okun, M. A., Stock, W. A., & Haring, M. J. (1984). Education and subjective well-being: A meta-analysis. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 6(2), 165–173.
- Xu, X., & Zhu, F. (2019). Identifying Access Management Factors Associated with Safety of Urban Arterials Mid-Blocks: A Quantile Structural Equation Model Approach. In *CICTP 2019*, (pp. 3171–3182).
- Yang Y., & He, X. (2012). Bayesian empirical likelihood for quantile regression. *The Annals of Statistics*, 40, 1102–1131.
- Yanuar, F. (2014). The Estimation Process in Bayesian Structural Equation Modeling Approach. *Journal of Physics: Conference Series*, 495(1).
- Yazdi, M., Roohafza, H., Feizi, A., & Sarafzadegan, N. (2018). Association of stressful life events and psychological problems profile: results from a large-scale cross-sectional study among Iranian industrial employees using Bayesian quantile structural equation model. *EXCLI journal*, 17, 620.
- Yu, K., & Mooyed, R. A. (2001). Bayesian Quantile Regression. *Statistics & Probability Letters*, 54(4), 437–447.
- Yu, K., Kerm, P. V., & Zhang, J. (2005). Bayesian Quantile Regression: An Application to the Wage Distribution in 1990s Britain. *Sankhya: The Indian Journal of Statistics*, 67(2), 359–377.
- Yu, Y. (2014). How Education Affects Happiness: Research Progress on Education, Public 15 Expenditure on Education, and Subjective Well-being. *Peking University 16 Education Review*, 12(3), 105–120.
- Zeytinoglu, F. Ç. (2019). *Bayesyen İstatistik*. Yalın Yayıncılık. İstanbul.
- Zhang, Y., & Tang, N. (2017). Bayesian empirical likelihood estimation of quantile structural equation models. *Journal of Systems Science and Complexity*, 30(1), 122–138.
- Zhang, Z., McArdle, J. J., Wang, L., & Hamagami, F. (2008). A SAS interface for Bayesian analysis with WinBUGS. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 15(4), 705–728.

Ek 1. Durum (I) - BYEM ile BKYEM'in Tüm Parametrelerin Tahminleri

ϵ_i ve $\delta_i \sim N(0,0,3)$, $n=100$

| | BYEM | | BKYEM | | | | | |
|------------------|---------|--------|---------|--------|---------|--------|---------|--------|
| | - | | tau=0,1 | | tau=0,5 | | tau=0,9 | |
| | Sapma | KO | Sapma | KO | Sapma | KO | Sapma | KO |
| λ_{21} | 0.0013 | 0.0329 | -0.0345 | 0.0409 | -0.0225 | 0.0308 | -0.0347 | 0.0410 |
| λ_{31} | 0.0001 | 0.0344 | -0.0006 | 0.0319 | 0.0111 | 0.0367 | -0.0010 | 0.0368 |
| λ_{52} | -0.0053 | 0.0711 | -0.0156 | 0.0641 | -0.0028 | 0.0676 | -0.0002 | 0.0626 |
| λ_{62} | -0.0174 | 0.0662 | -0.0214 | 0.0325 | -0.0135 | 0.0320 | -0.0126 | 0.0328 |
| λ_{83} | -0.0138 | 0.0705 | 0.0089 | 0.0446 | 0.0045 | 0.0426 | 0.0037 | 0.0430 |
| λ_{93} | -0.0163 | 0.0696 | -0.0393 | 0.0648 | -0.0417 | 0.0711 | -0.0440 | 0.0739 |
| $\lambda_{11,4}$ | -0.0258 | 0.0709 | 0.0576 | 0.0636 | 0.0562 | 0.0639 | 0.0549 | 0.0643 |
| $\lambda_{12,4}$ | -0.0344 | 0.0772 | 0.0322 | 0.0690 | 0.0308 | 0.0672 | 0.0346 | 0.0725 |
| b_1 | 0.0057 | 0.0843 | -0.1468 | 0.1489 | -0.1576 | 0.1583 | -0.1438 | 0.1454 |
| γ_1 | 0.0250 | 0.0947 | -0.0535 | 0.1703 | -0.0554 | 0.1673 | -0.0197 | 0.1561 |
| γ_2 | -0.0349 | 0.1055 | -0.0833 | 0.1813 | -0.0311 | 0.1441 | 0.0575 | 0.0727 |
| γ_3 | -0.1086 | 0.1500 | -0.0427 | 0.0830 | -0.0548 | 0.0840 | -0.0832 | 0.1134 |
| ϕ_{11} | 0.1643 | 0.2264 | 0.3189 | 0.3704 | 0.3034 | 0.3603 | 0.3017 | 0.3579 |
| ϕ_{12} | -0.0037 | 0.0987 | 0.0030 | 0.0403 | -0.0026 | 0.0367 | -0.0025 | 0.0410 |
| ϕ_{13} | -0.0045 | 0.1087 | -0.0331 | 0.1073 | -0.0330 | 0.1047 | -0.0299 | 0.1029 |
| ϕ_{22} | 0.1782 | 0.2373 | 0.2860 | 0.3178 | 0.2907 | 0.3242 | 0.2902 | 0.3206 |
| ϕ_{23} | -0.0003 | 0.1151 | -0.0174 | 0.0539 | -0.0165 | 0.0540 | -0.0167 | 0.0524 |
| ϕ_{33} | 0.2046 | 0.2668 | 0.0467 | 0.0960 | 0.0526 | 0.1071 | 0.0495 | 0.1069 |

Ek 2. Durum (II) - BYEM ile BKYEM'in Tüm Parametrelerin Tahminleri

ϵ_i ve $\delta_i \sim t(2)$, $n=100$

| | BYEM | | BKYEM | | | | | |
|------------------|---------|--------|---------|--------|---------|--------|---------|--------|
| | - | | tau=0,1 | | tau=0,5 | | tau=0,9 | |
| | Sapma | KO | Sapma | KO | Sapma | KO | Sapma | KO |
| λ_{21} | -0.2135 | 1.8535 | -0.0462 | 0.0513 | -0.0069 | 0.0157 | -0.0252 | 0.0378 |
| λ_{31} | -0.3222 | 1.9329 | -0.0170 | 0.1037 | -0.0122 | 0.0392 | -0.0232 | 0.0594 |
| λ_{52} | -0.1516 | 0.7743 | -0.2622 | 0.3883 | -0.2266 | 0.3483 | -0.2375 | 0.3710 |
| λ_{62} | -0.1260 | 0.7050 | -0.0193 | 0.3152 | -0.0180 | 0.2799 | -0.0259 | 0.2882 |
| λ_{83} | -0.3059 | 0.7666 | -0.1130 | 0.1494 | -0.0879 | 0.1263 | -0.0869 | 0.1328 |
| λ_{93} | -0.2748 | 0.7885 | -0.0449 | 0.1361 | -0.0231 | 0.1146 | -0.0490 | 0.0918 |
| $\lambda_{11,4}$ | -0.3708 | 0.6730 | -0.2502 | 0.2704 | -0.2290 | 0.2455 | -0.2038 | 0.2236 |
| $\lambda_{12,4}$ | -0.2715 | 0.6700 | -0.0611 | 0.2906 | -0.0811 | 0.2797 | -0.1298 | 0.2603 |
| b_1 | -0.2597 | 0.5006 | 0.0338 | 0.2724 | 0.0104 | 0.1693 | -0.0646 | 0.1050 |
| γ_1 | -0.2700 | 0.3726 | -0.0943 | 0.3797 | -0.0900 | 0.3039 | -0.0698 | 0.4898 |
| γ_2 | -0.5685 | 0.6515 | 0.5114 | 0.5685 | 0.3481 | 0.3954 | 0.5466 | 0.5590 |
| γ_3 | -0.8069 | 0.9259 | -0.4705 | 0.5030 | -0.5443 | 0.5523 | -0.4431 | 0.4939 |
| ϕ_{11} | 2.9779 | 3.9593 | 0.2932 | 0.3174 | 0.3080 | 0.3458 | 0.2820 | 0.3107 |
| ϕ_{12} | -0.0179 | 0.5883 | -0.1571 | 0.2276 | -0.1557 | 0.2195 | -0.1687 | 0.2361 |
| ϕ_{13} | -0.1056 | 0.4741 | -0.1594 | 0.1708 | -0.1470 | 0.1555 | -0.1708 | 0.1779 |
| ϕ_{22} | 3.8059 | 4.8803 | 0.3863 | 0.3893 | 0.3801 | 0.3814 | 0.3734 | 0.3781 |
| ϕ_{23} | -0.0405 | 0.4407 | -0.0621 | 0.1126 | -0.0634 | 0.1141 | -0.0859 | 0.1225 |
| ϕ_{33} | 2.8303 | 3.6807 | 0.4521 | 0.5526 | 0.4669 | 0.5598 | 0.4490 | 0.5233 |

Ek 3. Durum (III) - BYEM ile BKYEM'in Tüm Parametrelerin Tahminleri

$\epsilon_i \sim N(0, 0,3)$, $\delta_i \sim LN(0, 0,3)$, $n=100$

| | BYEM | | BKYEM | | | | | |
|------------------|---------|--------|---------|--------|---------|--------|---------|--------|
| | - | | tau=0,1 | | tau=0,5 | | tau=0,9 | |
| | Sapma | KO | Sapma | KO | Sapma | KO | Sapma | KO |
| λ_{21} | 0.0015 | 0.0334 | -0.0341 | 0.0393 | -0.0242 | 0.0312 | -0.0342 | 0.0386 |
| λ_{31} | -0.0060 | 0.0296 | 0.0000 | 0.0338 | 0.0119 | 0.0366 | -0.0018 | 0.0375 |
| λ_{52} | -0.0152 | 0.0687 | -0.0091 | 0.0698 | -0.0070 | 0.0562 | 0.0041 | 0.0554 |
| λ_{62} | -0.0247 | 0.0744 | -0.0165 | 0.0325 | -0.0179 | 0.0284 | -0.0133 | 0.0314 |
| λ_{83} | -0.0180 | 0.0696 | 0.0067 | 0.0437 | 0.0071 | 0.0429 | 0.0059 | 0.0414 |
| λ_{93} | -0.0209 | 0.0667 | -0.0389 | 0.0671 | -0.0418 | 0.0724 | -0.0414 | 0.0747 |
| $\lambda_{11,4}$ | -0.0353 | 0.0702 | 0.0544 | 0.0625 | 0.0501 | 0.0574 | 0.0547 | 0.0642 |
| $\lambda_{12,4}$ | -0.0313 | 0.0682 | 0.0330 | 0.0716 | 0.0273 | 0.0708 | 0.0396 | 0.0765 |
| b_1 | 0.0181 | 0.0746 | -0.1317 | 0.1352 | -0.1448 | 0.1524 | -0.1200 | 0.1551 |
| γ_1 | 0,0631 | 0,1556 | -0.0351 | 0.1711 | -0.0543 | 0.1648 | -0.0225 | 0.2090 |
| γ_2 | -0.0442 | 0.0949 | -0.1013 | 0.1891 | -0.0562 | 0.1455 | 0.0705 | 0.0755 |
| γ_3 | -0.1362 | 0.1602 | -0.0319 | 0.0836 | -0.0338 | 0.0741 | -0.0303 | 0.0831 |
| ϕ_{11} | 0.1740 | 0.2362 | 0.3116 | 0.3698 | 0.3109 | 0.3605 | 0.2970 | 0.3509 |
| ϕ_{12} | -0.0075 | 0.0983 | -0.0010 | 0.0322 | 0.0039 | 0.0429 | -0.0050 | 0.0425 |
| ϕ_{13} | -0.0039 | 0.1082 | -0.0349 | 0.1045 | -0.0275 | 0.1050 | -0.0287 | 0.0999 |
| ϕ_{22} | 0.1852 | 0.2393 | 0.2870 | 0.3197 | 0.2916 | 0.3271 | 0.2817 | 0.3137 |
| ϕ_{23} | 0.0227 | 0.1236 | -0.0186 | 0.0537 | -0.0137 | 0.0553 | -0.0204 | 0.0534 |
| ϕ_{33} | 0.2484 | 0.2918 | 0.0511 | 0.1024 | 0.0558 | 0.1065 | 0.0416 | 0.1031 |

Ek 4. Durum (IV) - BYEM ile BKYEM'in Tüm Parametrelerin Tahminleri

$\epsilon_i \sim N(0, 0,3)$, $\delta_i \sim \text{Beta}(0,3, 0,3)$, $n=100$

| | BYEM | | BKYEM | | | | | |
|------------------|---------|--------|---------|--------|---------|--------|---------|--------|
| | - | | tau=0,1 | | tau=0,5 | | tau=0,9 | |
| | Sapma | KO | Sapma | KO | Sapma | KO | Sapma | KO |
| λ_{21} | 0.0072 | 0.0347 | -0.0516 | 0.0800 | -0.0424 | 0.0759 | -0.0544 | 0.0804 |
| λ_{31} | 0.0024 | 0.0334 | -0.0349 | 0.0588 | -0.0255 | 0.0549 | -0.0377 | 0.0593 |
| λ_{52} | -0.0102 | 0.0594 | 0.0619 | 0.0685 | 0.0610 | 0.0668 | 0.0657 | 0.0725 |
| λ_{62} | -0.0146 | 0.0687 | 0.0103 | 0.0316 | 0.0091 | 0.0350 | 0.0090 | 0.0357 |
| λ_{83} | -0.0321 | 0.0800 | 0.0460 | 0.0864 | 0.0478 | 0.0897 | 0.0522 | 0.0977 |
| λ_{93} | -0.0179 | 0.0795 | 0.0464 | 0.0649 | 0.0490 | 0.0642 | 0.0492 | 0.0654 |
| $\lambda_{11,4}$ | -0.0159 | 0.0585 | -0.0060 | 0.0490 | -0.0086 | 0.0391 | -0.0048 | 0.0328 |
| $\lambda_{12,4}$ | -0.0280 | 0.0633 | 0.0492 | 0.0687 | 0.0510 | 0.0687 | 0.0505 | 0.0763 |
| b_1 | -0.0010 | 0.0739 | 0.0201 | 0.1480 | 0.0370 | 0.1346 | 0.0747 | 0.1353 |
| γ_1 | 0.0228 | 0.0912 | 0.0337 | 0.0415 | 0.0143 | 0.0413 | -0.0047 | 0.0642 |
| γ_2 | -0.0638 | 0.1082 | 0.0289 | 0.0650 | 0.0343 | 0.0699 | 0.0556 | 0.0655 |
| γ_3 | -0.1138 | 0.1417 | -0.0112 | 0.0911 | 0.0455 | 0.1572 | 0.0737 | 0.2138 |
| ϕ_{11} | 0.1602 | 0.2168 | 0.1352 | 0.1581 | 0.1368 | 0.1620 | 0.1317 | 0.1559 |
| ϕ_{12} | 0.0108 | 0.1157 | 0.0392 | 0.0727 | 0.0374 | 0.0722 | 0.0369 | 0.0701 |
| ϕ_{13} | 0.0066 | 0.1079 | -0.1315 | 0.1611 | -0.1288 | 0.1601 | -0.1292 | 0.1578 |
| ϕ_{22} | 0.2006 | 0.2731 | 0.1473 | 0.1937 | 0.1439 | 0.1900 | 0.1410 | 0.1873 |
| ϕ_{23} | 0.0176 | 0.1179 | -0.0543 | 0.0650 | -0.0573 | 0.0661 | -0.0630 | 0.0691 |
| ϕ_{33} | 0.2277 | 0.2742 | -0.0361 | 0.1008 | -0.0379 | 0.0974 | -0.0413 | 0.0921 |

Ek 5. Durum (I) - BYEM ile BKYEM'in Tüm Parametrelerin Tahminleri

ϵ_i ve $\delta_i \sim N(0, 0,3), n=500$

| | BYEM | | BKYEM | | | | | |
|------------------|---------|--------|---------|--------|---------|--------|---------|--------|
| | - | | tau=0,1 | | tau=0,5 | | tau=0,9 | |
| | Sapma | KO | Sapma | KO | Sapma | KO | Sapma | KO |
| λ_{21} | -0.0087 | 0.0299 | 0.0018 | 0.0019 | 0.0057 | 0.0058 | 0.0011 | 0.0014 |
| λ_{31} | -0.0052 | 0.0337 | 0.0008 | 0.0080 | 0.0056 | 0.0100 | 0.0022 | 0.0095 |
| λ_{52} | -0.0136 | 0.0721 | -0.0275 | 0.0312 | -0.0293 | 0.0328 | -0.0284 | 0.0326 |
| λ_{62} | -0.0156 | 0.0737 | 0.0110 | 0.0305 | 0.0106 | 0.0294 | 0.0101 | 0.0270 |
| λ_{83} | -0.0190 | 0.0768 | -0.0385 | 0.0407 | -0.0392 | 0.0409 | -0.0399 | 0.0419 |
| λ_{93} | -0.0216 | 0.0749 | -0.0170 | 0.0349 | -0.0174 | 0.0335 | -0.0182 | 0.0322 |
| $\lambda_{11,4}$ | -0.0371 | 0.0810 | -0.0284 | 0.0498 | -0.0268 | 0.0498 | -0.0230 | 0.0503 |
| $\lambda_{12,4}$ | -0.0325 | 0.0805 | -0.0392 | 0.0433 | -0.0375 | 0.0406 | -0.0362 | 0.0390 |
| b_1 | 0.0144 | 0.0872 | 0.0287 | 0.0444 | 0.0205 | 0.0286 | 0.0309 | 0.0351 |
| γ_1 | 0.0241 | 0.0944 | -0.0401 | 0.0509 | -0.0168 | 0.0298 | -0.0058 | 0.0296 |
| γ_2 | -0.0443 | 0.1117 | -0.0295 | 0.0768 | -0.0537 | 0.0924 | -0.0585 | 0.1019 |
| γ_3 | -0.0898 | 0.1328 | -0.0312 | 0.0579 | -0.0420 | 0.0702 | -0.0237 | 0.0685 |
| ϕ_{11} | 0.1906 | 0.2500 | 0.0230 | 0.0321 | 0.0279 | 0.0360 | 0.0291 | 0.0359 |
| ϕ_{12} | 0.0067 | 0.1182 | -0.0091 | 0.0417 | -0.0069 | 0.0397 | -0.0060 | 0.0381 |
| ϕ_{13} | 0.0007 | 0.1099 | -0.0260 | 0.0542 | -0.0254 | 0.0531 | -0.0258 | 0.0512 |
| ϕ_{22} | 0.2018 | 0.2513 | 0.1163 | 0.1265 | 0.1208 | 0.1299 | 0.1219 | 0.1290 |
| ϕ_{23} | 0.0093 | 0.1226 | -0.0174 | 0.0267 | -0.0151 | 0.0261 | -0.0154 | 0.0260 |
| ϕ_{33} | 0.1890 | 0.2522 | 0.0938 | 0.1319 | 0.0924 | 0.1334 | 0.0841 | 0.1301 |

Ek 6. Durum (II) - BYEM ile BKYEM'in Tüm Parametrelerin Tahminleri

ϵ_i ve $\delta_i \sim t(2), n=500$

| | BYEM | | BKYEM | | | | | |
|------------------|---------|--------|---------|--------|---------|--------|---------|--------|
| | - | | tau=0,1 | | tau=0,5 | | tau=0,9 | |
| | Sapma | KO | Sapma | KO | Sapma | KO | Sapma | KO |
| λ_{21} | -0.2579 | 1.9025 | -0.0177 | 0.0361 | -0.0005 | 0.0314 | -0.0122 | 0.0250 |
| λ_{31} | -0.1605 | 1.9048 | -0.0112 | 0.0202 | 0.0039 | 0.0193 | -0.0012 | 0.0174 |
| λ_{52} | -0.1789 | 0.9056 | -0.1672 | 0.1729 | -0.1639 | 0.1682 | -0.1554 | 0.1580 |
| λ_{62} | -0.2739 | 0.7270 | -0.1293 | 0.1370 | -0.1235 | 0.1312 | -0.1156 | 0.1258 |
| λ_{83} | -0.2304 | 0.7122 | -0.0043 | 0.0721 | 0.0146 | 0.0917 | 0.0048 | 0.0930 |
| λ_{93} | -0.3160 | 0.6590 | -0.0236 | 0.0751 | -0.0003 | 0.0698 | -0.0029 | 0.0594 |
| $\lambda_{11,4}$ | -0.3473 | 0.7337 | -0.1055 | 0.1366 | -0.0859 | 0.1157 | -0.0674 | 0.0995 |
| $\lambda_{12,4}$ | -0.1300 | 0.8903 | -0.0536 | 0.0807 | -0.0461 | 0.0654 | -0.0212 | 0.0667 |
| b_1 | -0.2120 | 0.4342 | 0.0510 | 0.1096 | 0.0017 | 0.0817 | -0.0234 | 0.0966 |
| γ_1 | -0.2798 | 0.3891 | 0.0088 | 0.2947 | 0.0157 | 0.2081 | 0.0651 | 0.3174 |
| γ_2 | -0.5252 | 0.5979 | 0.2853 | 0.3202 | 0.0914 | 0.1170 | 0.0696 | 0.1619 |
| γ_3 | -0.8646 | 0.9331 | 0.2917 | 0.3152 | -0.0459 | 0.0817 | 0.5266 | 0.5298 |
| ϕ_{11} | 2.5785 | 3.0742 | 0.0943 | 0.1247 | 0.0878 | 0.1017 | 0.0557 | 0.0742 |
| ϕ_{12} | -0.0705 | 0.3809 | -0.0560 | 0.0776 | -0.0477 | 0.0811 | -0.0748 | 0.1030 |
| ϕ_{13} | -0.1206 | 0.4450 | -0.0753 | 0.1229 | -0.0600 | 0.1179 | -0.1131 | 0.1501 |
| ϕ_{22} | 3.3073 | 4.0524 | -0.0459 | 0.0840 | -0.0482 | 0.1014 | -0.0587 | 0.1045 |
| ϕ_{23} | -0.1025 | 0.3860 | -0.0425 | 0.0947 | -0.0191 | 0.0753 | -0.0589 | 0.1023 |
| ϕ_{33} | 2.5916 | 3.2585 | -0.0217 | 0.1249 | 0.0185 | 0.1137 | -0.0761 | 0.1415 |

Ek 7. Durum (III) - BYEM ile BKYEM'in Tüm Parametrelerin Tahminleri

$\epsilon_i \sim N(0, 0,3)$, $\delta_i \sim LN(0, 0,3)$, $n=500$

| | BYEM | | BKYEM | | | | | |
|------------------|---------|--------|---------|--------|---------|--------|---------|--------|
| | - | | tau=0,1 | | tau=0,5 | | tau=0,9 | |
| | Sapma | KO | Sapma | KO | Sapma | KO | Sapma | KO |
| λ_{21} | 0.0001 | 0.0309 | 0.0034 | 0.0038 | 0.0070 | 0.0071 | 0.0016 | 0.0023 |
| λ_{31} | -0.0024 | 0.0298 | -0.0003 | 0.0081 | 0.0049 | 0.0093 | 0.0021 | 0.0087 |
| λ_{52} | -0.0141 | 0.0745 | -0.0292 | 0.0319 | -0.0286 | 0.0314 | -0.0279 | 0.0324 |
| λ_{62} | -0.0144 | 0.0697 | 0.0114 | 0.0277 | 0.0118 | 0.0273 | 0.0110 | 0.0292 |
| λ_{83} | -0.0124 | 0.0725 | -0.0380 | 0.0400 | -0.0381 | 0.0398 | -0.0389 | 0.0404 |
| λ_{93} | -0.0237 | 0.0758 | -0.0151 | 0.0356 | -0.0166 | 0.0344 | -0.0154 | 0.0326 |
| $\lambda_{11,4}$ | -0.0310 | 0.0723 | -0.0264 | 0.0499 | -0.0256 | 0.0500 | -0.0228 | 0.0520 |
| $\lambda_{12,4}$ | -0.0356 | 0.0738 | -0.0388 | 0.0439 | -0.0351 | 0.0391 | -0.0299 | 0.0320 |
| b_1 | -0.0240 | 0.0944 | 0.0218 | 0.0379 | 0.0194 | 0.0304 | 0.0383 | 0.0504 |
| γ_1 | 0.0319 | 0.1065 | -0.0295 | 0.0439 | -0.0147 | 0.0253 | -0.0261 | 0.0520 |
| γ_2 | -0.0461 | 0.1270 | -0.0428 | 0.0812 | -0.0574 | 0.0993 | -0.0420 | 0.1162 |
| γ_3 | -0.0829 | 0.1375 | -0.0414 | 0.0724 | -0.0483 | 0.0751 | 0.0416 | 0.0956 |
| ϕ_{11} | 0.1679 | 0.2223 | 0.0259 | 0.0331 | 0.0266 | 0.0329 | 0.0258 | 0.0347 |
| ϕ_{12} | 0.0083 | 0.1157 | -0.0091 | 0.0425 | -0.0080 | 0.0402 | -0.0095 | 0.0409 |
| ϕ_{13} | 0.0000 | 0.1227 | -0.0261 | 0.0533 | -0.0257 | 0.0540 | -0.0301 | 0.0534 |
| ϕ_{22} | 0.2088 | 0.2677 | 0.1161 | 0.1284 | 0.1177 | 0.1278 | 0.1131 | 0.1220 |
| ϕ_{23} | 0.0144 | 0.1309 | -0.0190 | 0.0271 | -0.0164 | 0.0276 | -0.0236 | 0.0326 |
| ϕ_{33} | 0.2222 | 0.2896 | 0.0939 | 0.1347 | 0.0902 | 0.1338 | 0.0668 | 0.1206 |

Ek 8. Durum (IV) - BYEM ile BKYEM'in Tüm Parametrelerin Tahminleri

$\epsilon_i \sim N(0, 0,3)$, $\delta_i \sim \text{Beta}(0,3, 0,3)$, $n=500$

| | BYEM | | BKYEM | | | | | |
|------------------|---------|--------|---------|--------|---------|--------|---------|--------|
| | - | | tau=0,1 | | tau=0,5 | | tau=0,9 | |
| | Sapma | KO | Sapma | KO | Sapma | KO | Sapma | KO |
| λ_{21} | 0.0052 | 0.0311 | -0.0061 | 0.0193 | -0.0005 | 0.0196 | -0.0026 | 0.0183 |
| λ_{31} | -0.0019 | 0.0345 | -0.0107 | 0.0135 | -0.0070 | 0.0113 | -0.0109 | 0.0125 |
| λ_{52} | -0.0180 | 0.0687 | -0.0248 | 0.0495 | -0.0259 | 0.0512 | -0.0271 | 0.0500 |
| λ_{62} | -0.0114 | 0.0786 | -0.0247 | 0.0405 | -0.0239 | 0.0405 | -0.0245 | 0.0410 |
| λ_{83} | -0.0341 | 0.0770 | 0.0026 | 0.0290 | 0.0015 | 0.0291 | 0.0005 | 0.0228 |
| λ_{93} | -0.0335 | 0.0757 | 0.0396 | 0.0449 | 0.0383 | 0.0439 | 0.0376 | 0.0450 |
| $\lambda_{11,4}$ | -0.0300 | 0.0826 | 0.0414 | 0.0473 | 0.0425 | 0.0480 | 0.0444 | 0.0501 |
| $\lambda_{12,4}$ | -0.0252 | 0.0743 | 0.0051 | 0.0293 | 0.0064 | 0.0288 | 0.0096 | 0.0314 |
| b_1 | -0.0126 | 0.0865 | 0.0283 | 0.0333 | 0.0167 | 0.0267 | 0.0097 | 0.0314 |
| γ_1 | 0.0249 | 0.0792 | 0.0082 | 0.0318 | 0.0137 | 0.0270 | 0.0139 | 0.0288 |
| γ_2 | -0.0436 | 0.1019 | -0.0148 | 0.0208 | -0.0265 | 0.0306 | -0.0296 | 0.0338 |
| γ_3 | -0.1406 | 0.1645 | 0.0177 | 0.0369 | 0.0128 | 0.0302 | 0.0104 | 0.0222 |
| ϕ_{11} | 0.2106 | 0.2832 | 0.0850 | 0.0936 | 0.0866 | 0.0956 | 0.0879 | 0.0950 |
| ϕ_{12} | 0.0126 | 0.1341 | 0.0051 | 0.0231 | 0.0065 | 0.0249 | 0.0073 | 0.0230 |
| ϕ_{13} | 0.0158 | 0.1368 | -0.0305 | 0.0308 | -0.0305 | 0.0309 | -0.0289 | 0.0295 |
| ϕ_{22} | 0.2101 | 0.2620 | 0.0519 | 0.0708 | 0.0548 | 0.0732 | 0.0554 | 0.0779 |
| ϕ_{23} | 0.0312 | 0.1351 | 0.0024 | 0.1014 | 0.0033 | 0.1007 | 0.0031 | 0.1013 |
| ϕ_{33} | 0.2247 | 0.2817 | 0.0726 | 0.1250 | 0.0730 | 0.1244 | 0.0712 | 0.1247 |

Ek 9. Durum (I) - BYEM ile BKYEM'in Tüm Parametrelerin Tahminleri ε_i ve $\delta_i \sim N(0,0,3)$, $n=3000$

| | BYEM | | tau=0,1 | | BKYEM | | tau=0,5 | | tau=0,9 | |
|------------------|---------|--------|---------|--------|---------|--------|---------|--------|---------|----|
| | Sapma | KO | Sapma | KO | Sapma | KO | Sapma | KO | Sapma | KO |
| λ_{21} | -0.0077 | 0.0341 | 0.0015 | 0.0056 | 0.0027 | 0.0067 | 0.0025 | 0.0062 | | |
| λ_{31} | -0.0010 | 0.0303 | -0.0028 | 0.0060 | -0.0019 | 0.0060 | -0.0021 | 0.0059 | | |
| λ_{52} | -0.0214 | 0.0703 | 0.0188 | 0.0211 | 0.0187 | 0.0218 | 0.0186 | 0.0215 | | |
| λ_{62} | -0.0247 | 0.0711 | 0.0170 | 0.0196 | 0.0162 | 0.0196 | 0.0156 | 0.0182 | | |
| λ_{83} | -0.0304 | 0.0814 | 0.0318 | 0.0340 | 0.0342 | 0.0364 | 0.0336 | 0.0357 | | |
| λ_{93} | -0.0283 | 0.0764 | 0.0174 | 0.0185 | 0.0197 | 0.0209 | 0.0184 | 0.0195 | | |
| $\lambda_{11,4}$ | -0.0268 | 0.0821 | -0.0041 | 0.0157 | -0.0045 | 0.0155 | -0.0022 | 0.0141 | | |
| $\lambda_{12,4}$ | -0.0358 | 0.0728 | 0.0072 | 0.0253 | 0.0072 | 0.0241 | 0.0102 | 0.0230 | | |
| b_1 | 0.0073 | 0.0853 | 0.0109 | 0.0135 | 0.0095 | 0.0095 | 0.0092 | 0.0096 | | |
| γ_1 | 0.0039 | 0.0946 | -0.0049 | 0.0203 | -0.0072 | 0.0236 | -0.0065 | 0.0279 | | |
| γ_2 | -0.0487 | 0.1020 | 0.0172 | 0.0316 | 0.0148 | 0.0242 | 0.0216 | 0.0252 | | |
| γ_3 | -0.0938 | 0.1410 | 0.0177 | 0.0225 | -0.0020 | 0.0115 | 0.0261 | 0.0272 | | |
| ϕ_{11} | 0.1539 | 0.2333 | -0.0171 | 0.0217 | -0.0143 | 0.0211 | -0.0153 | 0.0215 | | |
| ϕ_{12} | -0.0249 | 0.1274 | 0.0038 | 0.0071 | 0.0047 | 0.0078 | 0.0032 | 0.0066 | | |
| ϕ_{13} | -0.0178 | 0.1171 | -0.0069 | 0.0236 | -0.0041 | 0.0234 | -0.0080 | 0.0247 | | |
| ϕ_{22} | 0.1823 | 0.2520 | 0.0046 | 0.0207 | 0.0031 | 0.0211 | 0.0019 | 0.0186 | | |
| ϕ_{23} | -0.0035 | 0.1090 | 0.0078 | 0.0084 | 0.0103 | 0.0105 | 0.0058 | 0.0070 | | |
| ϕ_{33} | 0.1847 | 0.2432 | 0.0382 | 0.0522 | 0.0445 | 0.0577 | 0.0336 | 0.0493 | | |

Ek 10. Durum (II) - BYEM ile BKYEM'in Tüm Parametrelerin Tahminleri ε_i ve $\delta_i \sim t(2)$, $n=3000$

| | BYEM | | tau=0,1 | | BKYEM | | tau=0,5 | | tau=0,9 | |
|------------------|---------|--------|---------|--------|---------|--------|---------|--------|---------|----|
| | Sapma | KO | Sapma | KO | Sapma | KO | Sapma | KO | Sapma | KO |
| λ_{21} | -0.3331 | 1.9302 | 0.0041 | 0.0090 | -0.0024 | 0.0076 | 0.0055 | 0.0128 | | |
| λ_{31} | -0.3271 | 2.0529 | -0.0160 | 0.0179 | -0.0185 | 0.0200 | -0.0143 | 0.0221 | | |
| λ_{52} | -0.3122 | 1.3052 | 0.0174 | 0.0687 | 0.0077 | 0.0574 | 0.0102 | 0.0601 | | |
| λ_{62} | -0.1695 | 0.6932 | 0.0126 | 0.0188 | 0.0152 | 0.0195 | 0.0116 | 0.0133 | | |
| λ_{83} | -0.3496 | 0.6593 | -0.0198 | 0.0238 | -0.0211 | 0.0303 | -0.0228 | 0.0362 | | |
| λ_{93} | 0.1287 | 4.4466 | -0.0409 | 0.0431 | -0.0342 | 0.0364 | -0.0351 | 0.0388 | | |
| $\lambda_{11,4}$ | -0.3989 | 0.6876 | 0.0218 | 0.0277 | 0.0272 | 0.0400 | 0.0093 | 0.0271 | | |
| $\lambda_{12,4}$ | -0.1881 | 0.6640 | 0.0058 | 0.0145 | 0.0162 | 0.0281 | 0.0021 | 0.0063 | | |
| b_1 | -0.2335 | 0.4782 | 0.0061 | 0.0319 | 0.0067 | 0.0242 | -0.0240 | 0.0396 | | |
| γ_1 | -0.2530 | 0.3831 | -0.0910 | 0.2094 | -0.0157 | 0.0837 | -0.0994 | 0.2583 | | |
| γ_2 | -0.5390 | 0.6089 | 0.1098 | 0.1935 | -0.0113 | 0.1015 | 0.0873 | 0.2538 | | |
| γ_3 | -0.8342 | 0.9334 | 0.5156 | 0.5243 | 0.0527 | 0.0932 | 0.6223 | 0.6648 | | |
| ϕ_{11} | 3.2311 | 4.1331 | -0.2336 | 0.2369 | -0.2168 | 0.2180 | -0.2337 | 0.2354 | | |
| ϕ_{12} | 0.0584 | 0.5224 | 0.0017 | 0.0034 | 0.0208 | 0.0247 | -0.0016 | 0.0131 | | |
| ϕ_{13} | -0.0309 | 0.4875 | -0.0407 | 0.0463 | -0.0096 | 0.0277 | -0.0468 | 0.0540 | | |
| ϕ_{22} | 3.6967 | 4.6221 | -0.1318 | 0.1353 | -0.1014 | 0.1064 | -0.1414 | 0.1468 | | |
| ϕ_{23} | -0.0520 | 0.4804 | -0.0175 | 0.0246 | 0.0279 | 0.0309 | -0.0260 | 0.0372 | | |
| ϕ_{33} | 2.7960 | 3.4988 | -0.2179 | 0.2234 | -0.1565 | 0.1699 | -0.2293 | 0.2392 | | |

Ek 11. Durum (III) - BYEM ile BKYEM'in Tüm Parametrelerin Tahminleri

$\epsilon_i \sim N(0, 0,3)$, $\delta_i \sim LN(0, 0,3)$, $n=3000$

| | BYEM | | BKYEM | | | | | |
|------------------|---------|--------|---------|--------|---------|--------|---------|--------|
| | - | | tau=0,1 | | tau=0,5 | | tau=0,9 | |
| | Sapma | KO | Sapma | KO | Sapma | KO | Sapma | KO |
| λ_{21} | 0.0046 | 0.0377 | 0.0018 | 0.0058 | 0.0030 | 0.0067 | 0.0029 | 0.0063 |
| λ_{31} | -0.0007 | 0.0328 | -0.0024 | 0.0054 | -0.0015 | 0.0055 | -0.0014 | 0.0045 |
| λ_{52} | -0.0270 | 0.0621 | 0.0177 | 0.0201 | 0.0181 | 0.0213 | 0.0175 | 0.0207 |
| λ_{62} | -0.0073 | 0.0673 | 0.0158 | 0.0186 | 0.0161 | 0.0195 | 0.0154 | 0.0181 |
| λ_{83} | -0.0164 | 0.0716 | 0.0333 | 0.0351 | 0.0335 | 0.0357 | 0.0352 | 0.0370 |
| λ_{93} | -0.0197 | 0.0762 | 0.0186 | 0.0191 | 0.0196 | 0.0205 | 0.0204 | 0.0217 |
| $\lambda_{11,4}$ | -0.0350 | 0.0720 | -0.0037 | 0.0154 | -0.0041 | 0.0145 | -0.0012 | 0.0135 |
| $\lambda_{12,4}$ | -0.0423 | 0.0736 | 0.0063 | 0.0243 | 0.0078 | 0.0233 | 0.0106 | 0.0228 |
| b_1 | -0.0139 | 0.0921 | 0.0093 | 0.0133 | 0.0083 | 0.0102 | 0.0072 | 0.0096 |
| γ_1 | 0.0142 | 0.1219 | -0.0041 | 0.0184 | -0.0043 | 0.0274 | -0.0248 | 0.0383 |
| γ_2 | -0.0292 | 0.1080 | 0.0067 | 0.0317 | 0.0072 | 0.0204 | 0.0316 | 0.0348 |
| γ_3 | -0.1043 | 0.1543 | -0.0029 | 0.0108 | -0.0112 | 0.0133 | 0.1040 | 0.1068 |
| ϕ_{11} | 0.1484 | 0.2000 | -0.0140 | 0.0197 | -0.0140 | 0.0212 | -0.0159 | 0.0223 |
| ϕ_{12} | -0.0212 | 0.1219 | 0.0055 | 0.0081 | 0.0056 | 0.0085 | 0.0009 | 0.0060 |
| ϕ_{13} | -0.0180 | 0.1235 | -0.0044 | 0.0236 | -0.0041 | 0.0239 | -0.0114 | 0.0267 |
| ϕ_{22} | 0.1732 | 0.2376 | 0.0049 | 0.0193 | 0.0048 | 0.0204 | -0.0067 | 0.0199 |
| ϕ_{23} | 0.0129 | 0.1250 | 0.0114 | 0.0117 | 0.0117 | 0.0120 | -0.0016 | 0.0041 |
| ϕ_{33} | 0.2067 | 0.2660 | 0.0435 | 0.0555 | 0.0449 | 0.0587 | 0.0179 | 0.0465 |

Ek 12. Durum (IV) - BYEM ile BKYEM'in Tüm Parametrelerin Tahminleri

$\epsilon_i \sim N(0, 0,3)$, $\delta_i \sim \text{Beta}(0,3, 0,3)$, $n=3000$

| | BYEM | | BKYEM | | | | | |
|------------------|---------|--------|---------|--------|---------|--------|---------|--------|
| | - | | tau=0,1 | | tau=0,5 | | tau=0,9 | |
| | Sapma | KO | Sapma | KO | Sapma | KO | Sapma | KO |
| λ_{21} | -0.0050 | 0.0314 | -0.0062 | 0.0080 | -0.0057 | 0.0074 | -0.0066 | 0.0080 |
| λ_{31} | -0.0062 | 0.0315 | -0.0001 | 0.0003 | 0.0003 | 0.0006 | 0.0000 | 0.0007 |
| λ_{52} | -0.0087 | 0.0728 | 0.0129 | 0.0173 | 0.0134 | 0.0171 | 0.0135 | 0.0173 |
| λ_{62} | -0.0144 | 0.0724 | 0.0184 | 0.0207 | 0.0189 | 0.0207 | 0.0187 | 0.0203 |
| λ_{83} | -0.0152 | 0.0751 | 0.0120 | 0.0130 | 0.0124 | 0.0136 | 0.0122 | 0.0136 |
| λ_{93} | -0.0328 | 0.0702 | 0.0084 | 0.0124 | 0.0073 | 0.0119 | 0.0075 | 0.0123 |
| $\lambda_{11,4}$ | -0.0464 | 0.0833 | 0.0010 | 0.0033 | -0.0002 | 0.0046 | -0.0006 | 0.0046 |
| $\lambda_{12,4}$ | -0.0367 | 0.0716 | 0.0076 | 0.0139 | 0.0058 | 0.0136 | 0.0048 | 0.0113 |
| b_1 | 0.0044 | 0.0712 | -0.0104 | 0.0218 | -0.0070 | 0.0165 | -0.0087 | 0.0135 |
| γ_1 | 0.0160 | 0.0800 | 0.0126 | 0.0254 | 0.0126 | 0.0234 | 0.0113 | 0.0238 |
| γ_2 | -0.0396 | 0.0974 | -0.0034 | 0.0293 | -0.0035 | 0.0306 | 0.0013 | 0.0291 |
| γ_3 | -0.1264 | 0.1497 | -0.0111 | 0.0128 | -0.0210 | 0.0219 | -0.0137 | 0.0143 |
| ϕ_{11} | 0.1736 | 0.2383 | -0.0078 | 0.0421 | -0.0085 | 0.0416 | -0.0079 | 0.0402 |
| ϕ_{12} | -0.0071 | 0.1091 | 0.0050 | 0.0153 | 0.0053 | 0.0162 | 0.0054 | 0.0158 |
| ϕ_{13} | 0.0052 | 0.1137 | 0.0032 | 0.0271 | 0.0044 | 0.0278 | 0.0045 | 0.0266 |
| ϕ_{22} | 0.1961 | 0.2590 | 0.0210 | 0.0264 | 0.0219 | 0.0285 | 0.0215 | 0.0276 |
| ϕ_{23} | 0.0310 | 0.1200 | 0.0155 | 0.0274 | 0.0175 | 0.0278 | 0.0174 | 0.0277 |
| ϕ_{33} | 0.2400 | 0.2916 | 0.0410 | 0.0461 | 0.0461 | 0.0511 | 0.0458 | 0.0498 |

Ek 13. BYEM Modeli için Simülasyon Kodları (WinBUGS kodları)

```
model {
  for (i in 1:N) {
    for (j in 1:12) { y[i,j]~dnorm(mu[i,j], psi[j]) }
    mu[i,1]<-u[1]+eta[i]
    mu[i,2]<-u[2]+lam[1]*eta[i]
    mu[i,3]<-u[3]+lam[2]*eta[i]
    mu[i,4]<-u[4]+xi[i,1]
    mu[i,5]<-u[5]+lam[3]*xi[i,1]
    mu[i,6]<-u[6]+lam[4]*xi[i,1]
    mu[i,7]<-u[7]+xi[i,2]
    mu[i,8]<-u[8]+lam[5]*xi[i,2]
    mu[i,9]<-u[9]+lam[6]*xi[i,2]
    mu[i,10]<-u[10]+xi[i,3]
    mu[i,11]<-u[11]+lam[7]*xi[i,3]
    mu[i,12]<-u[12]+lam[8]*xi[i,3]

    #Yapısal Model
    eta[i]~dnorm(nu[i], psd)
    nu[i]<-b*z[i]+gam[1]*xi[i,1]+gam[2]*xi[i,2]+gam[3]*xi[i,3]
    xi[i,1:3]~dmnorm(zero[1:3], phi[1:3,1:3])
  } #i'nin sonu

  #Önsel Dağılımlar
  lam[1]~dnorm(0.8,psi[2])
  lam[2]~dnorm(0.8,psi[3])
  lam[3]~dnorm(0.8,psi[5])
  lam[4]~dnorm(0.8,psi[6])
  lam[5]~dnorm(0.8,psi[8])
  lam[6]~dnorm(0.8,psi[9])
  lam[7]~dnorm(0.8,psi[11])
  lam[8]~dnorm(0.8,psi[12])

  b~dnorm(1, psd)
  gam[1]~dnorm(0.6,psd)
  gam[2]~dnorm(0.6,psd)
  gam[3]~dnorm(0.6,psd)

  for (j in 1:12) {
    psi[j]~dgamma(9,4)   sgm[j]<-1/psi[j]
    u[j]~dnorm(0,1)
  }

  psd~dgamma(9,4)   sgd<-1/psd
  phi[1:3,1:3]~dwish(R[1:3,1:3], 6)
  phx[1:3,1:3]<-inverse(phi[1:3,1:3])
} #modelin sonu
```

Ek 14. BYEM Modeli için Simülasyon Kodları (R kodları)

```
install.packages("mvtnorm")      #mvtnorm paketinin yüklenmesi
install.packages("R2WinBUGS")   #R2WinBUGS paketinin yüklenmesi
library(mvtnorm)
library(R2WinBUGS)

N=100                            #Örneklem büyüklüğü (100, 500, 1000 ve 3000)
BZ=numeric(N)                   #Yapısal denklemde kontrol değişkeni
XI=matrix(NA, nrow=N, ncol=3)   #Egzojen gizli değişkenler
Eta=numeric(N)                  #Endojen gizil değişken
Y=matrix(NA, nrow=N, ncol=12)  #Gözlenen değişken

#ç egzojen gizil değişkenin kovaryans matrisi
phi=matrix(c(1, 0.4, 0.4, 0.4, 1, 0.4, 0.4, 0.4, 1), nrow=3)

# Tahminler ve standart hata tahminleri
Eu=matrix(NA, nrow=100, ncol=12); SEu=matrix(NA, nrow=100, ncol=12)
Elam=matrix(NA, nrow=100, ncol=8); SELam=matrix(NA, nrow=100, ncol=8)
Eb=numeric(100); SEb=numeric(100)
Egam=matrix(NA, nrow=100, ncol=3); SEgam=matrix(NA, nrow=100, ncol=3)
Esgm=matrix(NA, nrow=100, ncol=12); SEsgm=matrix(NA, nrow=100, ncol=12)
Esgd=numeric(100); SEsgd=numeric(100)
Ephx=matrix(NA, nrow=100, ncol=6); SEphx=matrix(NA, nrow=100, ncol=6)

R=matrix(c(15, 0, 0, 0, 15, 0, 0, 0, 15), nrow=3)

parameters=c("u", "lam", "b", "gam", "sgm", "sgd", "phx")
inits=NULL
eps=numeric(12)

for (t in 1:100) {              #Veri üretimi
  for (i in 1:N) {

    BZ[i]=rnorm(1)

    XI[i,]=rmvnorm(1, c(0,0,0), phi)

    delta=rnorm(1, 0, 0.3)      #δ için farklı dağılımların üretilmesi
                                #rlnorm(1, 0, sqrt(0.3)) - rt(1, 2) - rbeta(1, 0.3, 0.3)

    Eta[i]=0.8*BZ[i]+0.5*XI[i,1]+0.8*XI[i,2]+1.2*XI[i,3]+delta

    eps[1:12]=rnorm(12, 0, sqrt(0.3)) #ε için farklı dağılımların üretilmesi
                                         # rt(12, 2)

    Y[i,1]=Eta[i]+eps[1]
    Y[i,2]=0.8*Eta[i]+eps[2]
```

```

Y[i,3]=0.8*Eta[i]+eps[3]
Y[i,4]=XI[i,1]+eps[4]
Y[i,5]=0.8*XI[i,1]+eps[5]
Y[i,6]=0.8*XI[i,1]+eps[6]
Y[i,7]=XI[i,2]+eps[7]
Y[i,8]=0.8*XI[i,2]+eps[8]
Y[i,9]=0.8*XI[i,2]+eps[9]
Y[i,10]=XI[i,3]+eps[10]
Y[i,11]=0.8*XI[i,3]+eps[11]
Y[i,12]=0.8*XI[i,3]+eps[12]
}

```

#WinBUGS'in çalışması

```
data=list(N=100, zero=c(0,0,0), z=BZ, R=R, y=Y)
```

```

model<-bugs(data,inits,parameters,
             model.file="C:/Simulation/model.txt",
             n.chains=1,n.iter=8000,n.burnin=2000,n.thin=1,
             bugs.directory="c:/Program Files/WinBUGS14/",
             working.directory="C:/Simulation/")

```

#Tahminlerin kaydedilmesi

```

Eu[t,]=model$mean$u;           SEu[t,]=model$sd$u
Elam[t,]=model$mean$lam;      SElam[t,]=model$sd$lam
Eb[t,]=model$mean$b;         SEb[t,]=model$sd$b
Egam[t,]=model$mean$gam;     SEgam[t,]=model$sd$gam
Esgm[t,]=model$mean$sgm;     SEsgm[t,]=model$sd$sgm
Esgd[t,]=model$mean$sgd;     SEsgd[t,]=model$sd$sgd
Ephx[t,1]=model$mean$phx[1,1]; SEphx[t,1]=model$sd$phx[1,1]
Ephx[t,2]=model$mean$phx[1,2]; SEphx[t,2]=model$sd$phx[1,2]
Ephx[t,3]=model$mean$phx[1,3]; SEphx[t,3]=model$sd$phx[1,3]
Ephx[t,4]=model$mean$phx[2,2]; SEphx[t,4]=model$sd$phx[2,2]
Ephx[t,5]=model$mean$phx[2,3]; SEphx[t,5]=model$sd$phx[2,3]
Ephx[t,6]=model$mean$phx[3,3]; SEphx[t,6]=model$sd$phx[3,3]
}

```

Ek 15. BKYEM Modeli için Simülasyon Giriş Kodları (R kodları)

```
source("C:/Users/Dell/Desktop/ BKYEM /function.R") #‘function’ dosyasının
                                                çalıştırılması
source("C:/Users/Dell/Desktop/ BKYEM/def_con.R") #model parametrelerinin
                                                tanımlandığı ‘def_con’ dosyasının çalıştırılması
source("C:/Users/Dell/Desktop/ BKYEM /true.R") #parametrelerin belirlenen
                                                gerçek verilerin olduğu ‘true’ dosyasının çağırılması
source("C:/Users/Dell/Desktop/ BKYEM /Prior.R") #önsel değerlerin belirlendiği
                                                ‘Prior’ dosyasının çalıştırılması
source("C:/Users/Dell/Desktop/ BKYEM /ind.R") #hesaplanacak parametrelerin
                                                belirlenmesi için ‘ind’ dosyasının çalıştırılması
source("C:/Users/Dell/Desktop/ BKYEM /def_rec.R") #verileri depolamak için
                                                ‘def_rec’ dosyasının çalıştırılması
sourceCpp("C:/Users/Dell/Desktop/ BKYEM /mcmc.cpp") #Mcmc algoritmasının
                                                çalıştırılması

time.begin <- proc.time()
cat( n.chains, "zincir üretilmektedir.\n")
set.seed(1)
for (CIR in 1:n.chains)
source("C:/Users/Dell/Desktop/BKYEM/gendata.R") #farklı dağılım
                                                varsayımlarına göre veri üretilmesi için ‘gendata’ dosyasının çağırılması

cat("Tamamlandı!\n")
cat("MCMC çalıştırılıyor...\n")
set.seed(1)
for (CIR in 1:n.chains) {
source("C:/Users/Dell/Desktop/BKYEM/readdata.R") #verilerin okunması için
                                                ‘readdata’ dosyasının çağırılması
source("C:/Users/Dell/Desktop/ BKYEM /initial.R") #başlangıç değerlerini
                                                içeren ‘initial’ dosyasının çağırılması

result <- mcmc(n, p, q1, q2, t, q, r1, r2, n.se, is.linear, type.y, n.mcmc,
              n.burn, n.thin, tau, k1, k2, Y, omg, omg.me, omg.se, c, d, e1, e2,
              LAM, mu, A, PSI, PHI, GA, B, sigma1, sigma2, L.me, L.se, Id.mu, Id.A,
              Id.LAM, Id.me, Id.se, n.mu, n.A.row, n.LAM.row, n.me.row, n.se.row,
              L0.me, L0.se, sigly, sigbi, rho0, R0, alpha.x, beta.x, alpha.d,
              beta.d)
cat(CIR, "grup tamamlandı,", n.chains - CIR, "geriye kalan...\n")
mean.LAM[CIR, ] <- colMeans(result$LAM)
mean.A[CIR, ] <- colMeans(result$A)
mean.PHI[CIR, ] <- colMeans(result$PHI)
mean.L.se[CIR, ] <- colMeans(result$L.se)
sd.LAM[CIR, ] <- apply(result$LAM, 2, sd)
sd.A[CIR, ] <- apply(result$A, 2, sd)
sd.PHI[CIR, ] <- apply(result$PHI, 2, sd)
sd.L.se[CIR, ] <- apply(result$L.se, 2, sd)
```

```

q.LAM[CIR, ] <- as.vector(apply(result$LAM, 2, quantile, c(.025, .975)))
q.A[CIR, ] <- as.vector(apply(result$A, 2, quantile, c(.025, .975)))
q.PHI[CIR, ] <- as.vector(apply(result$PHI, 2, quantile, c(.025, .975)))
q.L.se[CIR, ] <- as.vector(apply(result$L.se, 2, quantile, c(.025, .975)))
}

source("C:/Users/Dell/Desktop/BKYEM /true.R")
LAM <- list(Mean = colMeans(mean.LAM), Sd = colMeans(sd.LAM),
  Bias = colMeans(mean.LAM) - LAM[Id.LAM],
  Rms = sqrt(rowSums((t(mean.LAM) - LAM[Id.LAM])^2) / n.chains),
  p.CI95 = colMeans((q.LAM[, (1:n.LAM) * 2 - 1] - t(replicate(
  n.chains, LAM[Id.LAM])) > 0) * (q.LAM[, (1:n.LAM) * 2] - t(
  replicate(n.chains, LAM[Id.LAM])) > 0) == 0))

if (r1 > 0) {
  A <- list(Mean = colMeans(mean.A), Sd = colMeans(sd.A),
    Bias = colMeans(mean.A) - A[Id.A],
    Rms = sqrt(rowSums((t(mean.A) - A[Id.A])^2) / n.chains),
    p.CI95 = colMeans((q.A[, (1:n.A) * 2 - 1] - t(replicate(
    n.chains, A[Id.A])) > 0) * (q.A[, (1:n.A) * 2] - t(
    replicate(n.chains, A[Id.A])) > 0) == 0))
}
PHI <- list(Mean = colMeans(mean.PHI), Sd = colMeans(sd.PHI),
  Bias = colMeans(mean.PHI) - as.vector(PHI),
  Rms = sqrt(rowSums((t(mean.PHI) - as.vector(PHI))^2) / n.chains),
  p.CI95 = colMeans((q.PHI[, (1:q2^2) * 2 - 1] - t(replicate(
  n.chains, as.vector(PHI))) > 0) * (q.PHI[, (1:q2^2) * 2] - t(
  replicate(n.chains, as.vector(PHI))) > 0) == 0))
L.se <- list(Mean = colMeans(mean.L.se), Sd = colMeans(sd.L.se),
  Bias = colMeans(mean.L.se) - L.se[Id.se],
  Rms = sqrt(rowSums((t(mean.L.se) - L.se[Id.se])^2) / n.chains),
  p.CI95 = colMeans((q.L.se[, (1:n.free.se)*2 - 1] - t(replicate(
  n.chains, L.se[Id.se])) > 0) * (q.L.se[, (1:n.free.se) * 2] - t(
  replicate(n.chains, L.se[Id.se])) > 0) == 0))

time.total <- proc.time() - time.begin
save.image(paste(CIR, ".RData", sep = ""))
cat("Görev", time.total[3], "saniyede tamamlandı.\n")

```

Ek 16. Öznel İyi Oluş için WinBUGS Kodları (BYEM)

```
#Model
model {
  for(i in 1:N){
    for(j in 1:P){y[i,j]~dnorm(mu[i,j],psi[j])}

#Ölçüm Modeli
mu[i,1]<-u[1]+eta[i]
mu[i,2]<-u[2]+lam[1]*eta[i]
mu[i,3]<-u[3]+xi[i,1]
mu[i,4]<-u[4]+lam[2]*xi[i,1]
mu[i,5]<-u[5]+xi[i,2]
mu[i,6]<-u[6]+lam[3]*xi[i,2]
mu[i,7]<-u[7]+lam[4]*xi[i,2]
mu[i,8]<-u[8]+lam[5]*xi[i,2]
mu[i,9]<-u[9]+lam[6]*xi[i,2]
mu[i,10]<-u[10]+xi[i,3]
mu[i,11]<-u[11]+lam[7]*xi[i,3]
mu[i,12]<-u[12]+xi[i,4]
mu[i,13]<-u[13]+lam[8]*xi[i,4]
mu[i,14]<-u[14]+lam[9]*xi[i,4]
mu[i,15]<-u[15]+xi[i,5]
mu[i,16]<-u[16]+lam[10]*xi[i,5]
mu[i,17]<-u[17]+lam[11]*xi[i,5]
mu[i,18]<-u[18]+lam[12]*xi[i,5]
mu[i,19]<-u[19]+lam[13]*xi[i,5]
mu[i,20]<-u[20]+lam[14]*xi[i,5]

#Yapısal Model
eta[i]~dnorm(nu[i],psd)

nu[i]<- b[1]*z[i,1]+b[2]*z[i,2]+gam[1]*xi[i,1]+gam[2]*xi[i,2]+
      gam[3]*xi[i,3]+gam[4]*xi[i,4]+gam[5]*xi[i,5]

xi[i,1:5]~dmnorm(zero[1:5],phi[1:5,1:5])
}

#Önsel Dağılımlar
lam[1]~dnorm(0.8,psi[2])
lam[2]~dnorm(0.8,psi[4])
lam[3]~dnorm(0.8,psi[6])
lam[4]~dnorm(0.8,psi[7])
lam[5]~dnorm(0.8,psi[8])
lam[6]~dnorm(0.8,psi[9])
lam[7]~dnorm(0.8,psi[11])
lam[8]~dnorm(0.8,psi[13])
lam[9]~dnorm(0.8,psi[14])
```

```

lam[10]~dnorm(0.8,psi[16])
lam[11]~dnorm(0.8,psi[17])
lam[12]~dnorm(0.8,psi[18])
lam[13]~dnorm(0.8,psi[19])
lam[14]~dnorm(0.8,psi[20])
b[1]~dnorm(0.8,psd)
b[2]~dnorm(0.8,psd)
gam[1]~dnorm(1, psd)
gam[2]~dnorm(1, psd)
gam[3]~dnorm(1, psd)
gam[4]~dnorm(1, psd)
gam[5]~dnorm(1, psd)
for(j in 1:5){zero[j]<-0}
for(j in 1:P){psi[j]~dgamma(9,4)
sgm[j]<-1/psi[j]
u[j]~dnorm(0,1)
}
psd~dgamma(9,4)
sgd<-1/psd
phi[1:5,1:5]~dwish(R[1:5,1:5], 6)
phx[1:5,1:5]<-inverse(phi[1:5,1:5])
}

```

#Veri dosyası

```

list(N=3472, P=20, y=structure(.Data=c(.....), .Dim=c(3472,20)),
z=structure(.Data=c(.....), .Dim=c(3472,2)),
R=structure(.Data=c(15,0,0,0,0,
0,15,0,0,0,
0,0,15,0,0,
0,0,0,15,0,
0,0,0,0,15), .Dim=c(5,5)))

```


Ek 17. Öznel İyi Oluş için R Giriş Kodları (BKYEM)

```
install.packages("readxl") #readxl paketinin yüklenmesi
library(readxl)
source("C:/Users/Dell/Desktop/YMA/R/function.R") #'function' dosyasının
#çalıştırılması
source("C:/Users/Dell/Desktop/YMA/R/def_con.R") #model parametrelerinin
#tanımlandığı 'def_con' dosyasının çalıştırılması
source("C:/Users/Dell/Desktop/YMA/R/Prior.R") #önsel değerlerin belirlendiği
#'Prior' dosyasının çalıştırılması
source("C:/Users/Dell/Desktop/YMA/R/ind.R") #hesaplanacak parametrelerin
#belirlenmesi için 'ind' dosyasının çalıştırılması
source("C:/Users/Dell/Desktop/YMA/R/def_rec.R") #verileri depolamak için 'def_rec'
#dosyasının çalıştırılması
sourceCpp("C:/Users/Dell/Desktop/YMA/R/mcmc.cpp") #Mcmc algoritmasının
#çalıştırılması

iptime.begin <- proc.time()
cat("MCMC çalıştırılıyor...\n")
set.seed(1)
for (CIR in 1:n.chains) {
  data <- na.omit(read_excel("C:/Users/Dell/Desktop/YMA/YMA_data.xlsx")) #veri
#dosyasının çağırılması
  data.std <- scale(data)[,]
  Y <- t(data.std[, c("O1", "O2", "K1", "K2", "CH1", "CH2", "CH3", "CH4", "CH5",
" S1", "S2", "I1", "I2", "I3", "B1", "B2", "B3", "B4", "B5", "B6"))]
#gözlenen değişkenlerin
#standartlaştırılması
  if (s > 0)
    Z <- array(scan(File.Z, skip = (CIR - 1) * n, nlines = n), dim = c(s, n))
    d <- array(0, dim = c(r2, n))
    if (r2 > 0) {
      d[1, ] <- rep(1, n)
      if (r2 > 1)
        d[2:r2, ] <- t(data.std[, c("S", "E")]) #kontrol değişkenlerinin standartlaştırılması
      omg.se[1:r2, ] <- d
    }
  }

  c <- array(0, dim = c(r1, n))
  if (r1 > 0)
    c <- t(data.std[, c()])

  source("C:/Users/Dell/Desktop/YMA/R/initial.R") #başlangıç değerlerini içeren
#'initial' dosyasının çağırılması
  result <- mcmc(n, p, q1, q2, t, q, r1, r2, n.se, is.linear, type.y, n.mcmc,
n.burn, n.thin, tau, k1, k2, Y, omg, omg.me, omg.se, c, d, e1, e2,
LAM, mu, A, PSI, PHI, GA, B, sigma1, sigma2, L.me, L.se, Id.mu, Id.A,
Id.LAM, Id.me, Id.se, n.mu, n.A.row, n.LAM.row, n.me.row, n.se.row,
L0.me, L0.se, sigly, sigbi, rho0, R0, alpha.x, beta.x, alpha.d,
```

```

        beta.d)
cat(CIR, " grup tamamlandı," , n.chains - CIR, "geriye kalan...\n")

mean.LAM[CIR, ] <- colMeans(result$LAM)
mean.A[CIR, ] <- colMeans(result$A)
mean.PHI[CIR, ] <- colMeans(result$PHI)
mean.L.se[CIR, ] <- colMeans(result$L.se)
sd.LAM[CIR, ] <- apply(result$LAM, 2, sd)
sd.A[CIR, ] <- apply(result$A, 2, sd)
sd.PHI[CIR, ] <- apply(result$PHI, 2, sd)
sd.L.se[CIR, ] <- apply(result$L.se, 2, sd)
q.samp <- c(.025, .975)
q.LAM[CIR, ] <- as.vector(apply(result$LAM, 2, quantile, q.samp))
q.A[CIR, ] <- as.vector(apply(result$A, 2, quantile, q.samp))
q.PHI[CIR, ] <- as.vector(apply(result$PHI, 2, quantile, q.samp))
q.L.se[CIR, ] <- as.vector(apply(result$L.se, 2, quantile, q.samp))
}

LAM <- list(Mean = mean.LAM, Sd = sd.LAM, Q = q.LAM)
if (r1 > 0)
  A <- list(Mean = mean.A, Sd = sd.A, Q = q.A)
PHI <- list(Mean = mean.PHI, Sd = sd.PHI, Q = q.PHI)
L.se <- list(Mean = mean.L.se, Sd = sd.L.se, Q = q.L.se)
time.total <- proc.time() - time.begin
save.image(paste(CIR, ".RData", sep = ""))
cat("Görev", time.total[3], "saniyede tamamlandı.\n")

```

| ÖZGEÇMİŞ | | | |
|--|--|--------------|-------------------------------|
| Adı-Soyadı | Zübeyde | | ÇİÇEK |
| Doğum Yeri ve Yılı | | | |
| Bildiği Yabancı Diller | İngilizce | | |
| Eğitim Durumu | Başlama - Bitirme Yılı | | Kurum Adı |
| Lise | 2004 | 2008 | Isparta Anadolu Lisesi |
| Lisans | 2008 | 2013 | Hacettepe Üniversitesi |
| Yüksek Lisans | 2013 | 2017 | Süleyman Demirel Üniversitesi |
| Doktora | 2017 | | Bursa Uludağ Üniversitesi |
| Çalıştığı Kurum (lar) | Başlama - Ayrılma Yılı | | Çalışılan Kurumun Adı |
| 1. | 2015 | 2017 | Süleyman Demirel Üniversitesi |
| 2. | 2017 | 2020 | Bursa Uludağ Üniversitesi |
| 3. | 2020 | Devam ediyor | Süleyman Demirel Üniversitesi |
| Üye Olduğu Bilimsel ve Meslekî Kuruluşlar | | | |
| Katıldığı Proje ve Toplantılar | STEM Alanında Meslek Sahibi Olan Kadınların İnsan Kaynakları Yönetimi Uygulamalarında Algıladıkları Cinsiyet Ayrımcılığı ile Kariyer Kararları Arasındaki İlişki Türkiye Ürdün ve ABD'nde Kültürler Arası Bir Araştırma, Yükseköğretim Kurumları tarafından destekli bilimsel araştırma projesi, (Araştırmacı) | | |
| Yayınlar: | <p>ULUSAL / ULUSLARARASI HAKEMLİ DERGİLERDE YAYIMLANAN MAKALELER</p> <p>1. ÇİÇEK ZÜBEYDE, BAYRAM ARLI NURAN (2021). PROBİT MODEL YAKLAŞIMI İLE KAYIT DIŞI İSTİHDAMI ETKİLEYEN FAKTÖRLERİN BELİRLENMESİ. Cankiri Karatekin Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi, 11(2), 649-671., Doi: 10.18074/ckuibfd.910753</p> <p>2. DEMİRGİL HAKAN, YILDIRIM SİNAN, KARCI ZÜBEYDE (2019). DÖVİZ KURU OYNAKLIĞINDA ASİMETRİK İİARET VE BOYUT YANLILIĞININ TEST EDİLMESİ: EURO/TL KUR OYNAKLIĞI ÜZERİNE BİR İNCELEME. Süleyman Demirel Üniversitesi Vizyoner Dergisi, 10(25), 485-494., Doi: 10.21076/vizyoner.611940</p> <p>3. KARCI ZÜBEYDE, BAYRAM ARLI NURAN (2018). Maddi Yoksunluğu Etkileyen Değişkenlerin Lojistik Regresyon Analizi İle Belirlenmesi. Süleyman Demirel Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi, 23(3), 1039-1048.</p> <p>4. ORHAN HİKMET, Çetin TEKE Emine, KARCI ZÜBEYDE (2018). Laktasyon Eğrileri Modellemesinde Çok Değişkenli Uyarlanabilir Regresyon Eğrileri (MARS) Yöntemi Uygulaması. Kahramanmaraş Sütçü İmam Üniversitesi Doğa Bilimleri Dergisi, 21(3), 363-373., Doi: 10.18016/ksudobil.</p> <p>ULUSLARARASI BİLİMSEL TOPLANTILARDA SUNULAN VE BİLDİRİ KİTAPLARINDA BASILAN BİLDİRİLER</p> <p>1. AHMAD ALJAAFREH SEHAM, ÇİÇEK ZÜBEYDE, SAYILAR YÜCEL (2022). The Relationship Between Perceived Gender Discrimination in HRM Practices and Career Outputs of Women in STEM Occupations: Across-cultural study in Turkey, Jordan and The United State. 39 th EBES CONFERENCE - ROME (Özet Bildiri/Sözlü Sunum)(Yayın No:7783715)</p> <p>2. BAYRAM ARLI NURAN, ÖNGEN BİLİR KADRIYE BURCU, KARCI ZÜBEYDE, Üniversite Öğrencilerinin Akıllı Telefon Bağımlılıklarının, Anksiyete ve Sanal Ortam Yalnızlığı Ölçeği İle</p> | | |

| | |
|----------------------------|--|
| | <p>İncelenmesi. International 4th European Conference on Science, Art Culture (ECSAC'xx2019), (2019). (Tam metin bildiri)</p> <p>3. KARCI ZÜBEYDE, BAYRAM NURAN, Maddi Yoksunluğu Etkileyen Değişkenlerin İkili Lojistik Regresyon Analizi ile Belirlenmesi. International Conference on Social Sciences-Cappadocia (2018). (Özet Bildiri/Sözlü Sunum)</p> <p>4. ORHAN H., ÇİÇEK Zübeyde, ÇETİN TEKE E., Effect of Sample Size on Significance Levels of the Correlation Coefficient. IRSYSC 2017 – 3RD INTERNATIONAL RESEARCHERS, STATISTICIANS AND YOUNG STATISTICIANS CONGRESS (2017). (Özet Bildiri/Sözlü Sunum)</p> <p>5. ORHAN H., ÇETİN TEKE E., ÇİÇEK Zübeyde, DİNÇ G., FENTOĞLU Ö., Applicability of MARS Method Using Saliva Oxidative Stress Parameters in Detecting Periontal Disease. IRSYSC 2017 – 3RD INTERNATIONAL RESEARCHERS, STATISTICIANS AND YOUNG STATISTICIANS CONGRESS (2017). (Özet Bildiri/Sözlü Sunum)</p> <p>6. DEMİRGİL HAKAN, YILDIRIM SİNAN, KARCI ZÜBEYDE, Türkiye’de Döviz Kuru Oynaklığındaki Asimetrimin Modellenmesi. 18th International Symposium on Econometrics, Operations Research and Statistics (2017). (Özet Bildiri/Sözlü Sunum)</p> <p>7. ORHAN HİKMET, Çetin TEKE Emine, KARCI ZÜBEYDE, Application of MARS for Modeling the Lactation Curves. IRSYSC 2017 – 3RD INTERNATIONAL RESEARCHERS, STATISTICIANS AND YOUNG STATISTICIANS CONGRESS (2017). (Özet Bildiri/Sözlü Sunum)</p> <p>8. KARCI ZÜBEYDE, 2010 Yılı Türkiye Hanehalkı Yoksulluğunu Etkileyen Faktörlerin Roc Eğrileri Yardımıyla Değerlendirilmesi. 7th International Symposium on Econometrics, Operations Research and Statistics (2016).</p> <p>9. ERZENGİN ÖMER UTKU, Üzümcü Nurzen, KARCI ZÜBEYDE, Mali Başarısızlığının Lojistik Regresyonda Modellenmesi: 2012 Kestirimiyle 2013 Öngörüsü Arasında Uyuşmazlık. 17th International Symposium on Econometrics, Operations Research and Statistics (2016). (Özet Bildiri/Sözlü Sunum)</p> <p>YAZILAN ULUSAL/ULUSLARARASI KİTAPLAR VEYA KİTAPLARDAKİ BÖLÜMLER</p> <p>1. Analyzing Data Through Probabilistic Modeling in Statistics, Bölüm adı:(Determination of Poverty Indicators Using Roc Curves in Turkey) (2021)., ÇİÇEK ZÜBEYDE, DEMİRGİL HAKAN, IGI, Editör:Dariusz Jakóbczak, Basım sayısı:1, Sayfa Sayısı 331, ISBN:1799847063, İngilizce(Bilimsel Kitap).</p> |
| Diğer: | |
| İletişim (e-posta): | Bu bölüm CD hazırlanırken boş bırakılmalıdır |
| | <p>Tarih:</p> <p>İmza:</p> <p>Adı-Soyadı:</p> |