T.C.
BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

DİNAMİK GEOMETRİ YAZILIMI İLE ZENGİNLEŞTİRİLMİŞ ORTAMLARDA ÖĞRETMEN ADAYLARININ MUHAKEME SÜREÇLERİ ÜZERİNE BİR ÖĞRETİM DENEYİ

DOKTORA TEZİ

Ayşenur SIR
ORCID ID 0000-0002-7544-8198

BURSA – 2022

T.C.
BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

DİNAMİK GEOMETRİ YAZILIMI İLE ZENGİNLEŞTİRİLMİŞ ORTAMLARDA ÖĞRETMEN ADAYLARININ MUHAKEME SÜREÇLERİ ÜZERİNE BİR ÖĞRETİM DENEYİ

DOKTORA TEZİ

Ayşenur SIR
ORCID ID 0000-0002-7544-8198

Danışman
Doç. Dr. Menekşe Seden TAPAN BROUTIN

BURSA- 2022

BİLİMSEL ETİĞE UYGUNLUK

Doktora tezi olarak sunduğum “Dinamik Geometri Yazılımı ile Zenginleştirilmiş Ortamlarda Öğretmen Adaylarının Muhakeme Süreçleri Üzerine Bir Öğretim Deneyi” başlıklı çalışmanın bilimsel araştırma, yazma ve etik kurallarına uygun olarak tarafımdan yazıldığını ve tezde yapılan bütün alıntıların kaynaklarının usulüne uygun olarak gösterildiğini beyan ederim.

Ayşenur SIR

Tarih: 07/04/2022

TEZ YAZIM KILAVUZU’NA UYGUNLUK ONAYI

“Dinamik Geometri Yazılımı ile Zenginleştirilmiş Ortamlarda Öğretmen Adaylarının Muhakeme Süreçleri Üzerine Bir Öğretim Deneyi” adlı Doktora tezi, Bursa Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanmıştır.

Tezi Hazırlayan	Danışman
Ayşenur SIR	Doç. Dr. Menekşe Seden TAPAN BROUTIN

Matematik Eğitimi Ana Bilim Dalı Başkanı
Prof. Dr. Rıdvan EZENTAŞ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

DOKTORA BENZERLİK YAZILIM RAPORU

BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI BAŞKANLIĞI'NA

Tarih: 07/ 04 /2022

Tez Başlığı / Konusu:

"Dinamik Geometri Yazılımı ile Zenginleştirilmiş Ortamlarda Öğretmen Adaylarının Muhakeme Süreçleri Üzerine Bir Öğretim Deneyi"

Yukarıda başlığı gösterilen tez çalışmamın Kapak sayfası, Giriş, Ana bölümler ve Sonuç, Tartışma ve Öneriler kısımlarından oluşan toplam 300 sayfalık kısmına ilişkin, 06/ 04/ 2022 tarihinde şahsım tarafından "Turnitin" adlı benzerlik tespit programından aşağıda belirtilen filtrelemeler uygulanarak alınmış olan özgünlük raporuna göre, tezimin benzerlik oranı %13'tür.

Uygulanan filtrelemeler:

1- Kaynakça hariç

2- Alıntılar hariç/dahil

3- 5 kelimeden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç

Bursa Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Tez Çalışması Özgünlük Raporu Alınması ve Kullanılması Uygulama Esasları'nı inceledim ve bu Uygulama Esasları'nda belirtilen azami benzerlik oranlarına göre tez çalışmamın herhangi bir benzerlik içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

Gereğini saygılarımla arz ederim.

07.04.2022

İmza

Adı Soyadı: Ayşenur SIR

Öğrenci No: 811432006

Anabilim Dalı: Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı

Programı: Matematik Eğitimi Bilim Dalı

Statüsü: Doktora

Danışman: Doç. Dr. Menekşe Seden TAPAN BROUTIN

İmza

T.C.

BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE,

Matematik Ana Bilim Dalı'nda 811432006 numara ile kayıtlı Ayşenur SIR'ın hazırladığı "Dinamik Geometri Yazılımı ile Zenginleştirilmiş Ortamlarda Öğretmen Adaylarının Muhakeme Süreçleri Üzerine Bir Öğretim Deneyi" konulu doktora çalışması ile ilgili tez savunma sınavı, …/…/2022 günü …..00-…..00 saatleri arasında yapılmış, sorulan sorulara alınan cevaplar sonunda adayın tezinin/çalışmasının (başarılı/başarısız) olduğuna (oybirliği/oy çokluğu) ile karar verilmiştir.

Sınav Komisyonu Başkanı
Doç. Dr. Menekşe Seden TAPAN BROUTIN
Bursa Uludağ Üniversitesi

Üye	Üye
Prof. Dr. Rıdvan EZENTAŞ	Doç. Dr. Nuray YILMAZ
Bursa Uludağ Üniversitesi	Bursa Uludağ Üniversitesi
Üye	Üye
Dr. Öğr. Üyesi Mustafa Çağrı GÜRBÜZ	Dr. Öğr. Üyesi Burcu DURMAZ
İstanbul Aydın Üniversitesi	Süleyman Demirel Üniversitesi

ÖNSÖZ

Doktora çalışmam boyunca tez danışmanlığımı üstlenen, konu seçimimde ve araştırma sürecimde bana rehberlik eden, fikir ve tavsiyeleriyle her zaman yanımda olan değerli hocam Doç. Dr. Menekşe Seden Tapan Broutin'e, doktora öğrenciliğim boyunca benden yardımlarını esirgemeyen saygıdeğer hocalarım Prof. Dr. Murat Altun, Prof. Dr. Rıdvan Ezentaş, Dr. Mustafa Çağrı Gürbüz'e,

Sevgi ve destekleriyle huzur bulduğum ve hayattaki en büyük şansım olarak gördüğüm iç huzurum aileme, aldığım en değerli hediye olan, kalbimi ve hayatımı şenlendiren her şeyim cennet kokulu evlatlarıma, sevgileri ve dualarıyla her an yanımda hissettiğim dostlarıma sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Ayşenur Sır

ÖZET

Yazar Adı ve Soyadı	Ayşenur SIR
Üniversite	Bursa Uludağ Üniversitesi
Ana Bilim Dalı	Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı
Bilim Dalı	Matematik Eğitimi Bilim Dalı
Tezin Niteliği	Doktora Tezi
Sayfa Sayısı	XVII + 320
Mezuniyet Tarihi	…./…./2022
Tez	Dinamik Geometri Yazılımı ile Zenginleştirilmiş Ortamlarda Öğretmen Adaylarının Muhakeme Süreçleri Üzerine Bir Öğretim Deneyi
Tez Danışmanı	Doç. Dr. Menekşe Seden TAPAN BROUTIN

DİNAMİK GEOMETRİ YAZILIMI İLE ZENGİNLEŞTİRİLMİŞ ORTAMLARDA ÖĞRETMEN ADAYLARININ MUHAKEME SÜREÇLERİ ÜZERİNE BİR ÖĞRETİM DENEYİ

Bu araştırmanın temel amacı dinamik geometri yazılımı kullanılarak gerçekleştirilen geometri öğretiminin matematik öğretmeni adaylarının matematiksel muhakeme ve inşa süreçlerine, temel geometri alan bilgilerine ve geometri başarı düzeylerine etkisini değerlendirmek, temel geometrik kavramları anlamlandırma süreçlerini incelemek, süreçte karşılaştıkları güçlükleri ve sürece ilişkin görüşlerini belirlemektir. Çalışmada nitel bir öğretim deneyi modeli kullanılmıştır. Gerçekleştirilen öğretim deneyi Dinamik Geometri Yazılımı Cabri Geometri kullanılarak yapılandırmacı bir yaklaşımla aksiyomatik bir sistem olarak Öklid geometrisinin temelleri, temel teoremlerin ispatı, geometrik yapıların oluşturulmasını içeren Geometri-1 ders müfredatını kapsayacak şekilde 12 hafta sürmüştür. Araştırmanın katılımcıları 2016-2017 akademik yılının bahar döneminde Bursa Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği lisans programına kayıtlı Geometri-1 dersini alan 68 öğretmen adayından oluşmaktadır. Veri toplama aracı olarak Çoktan Seçmeli Geometri Başarı Testi, Açık Uçlu Temel Geometri Alan Bilgisi Testi, Açık Uçlu İspat Yorumlama Testi, Açık Uçlu İspat Yapma Testi, Açık Uçlu Temel Geometrik İnşa Testi, ders gözlemleri, yazılı ve sözlü görüşme formları kullanılmıştır. Elde edilen nicel verilerin analizinde bağımlı örneklemler t testinden yararlanılmıştır. Gözlem bulgularının analizinde betimsel analiz teknikleri, görüşmelerin analizinde içerik analizi teknikleri kullanılmıştır. Açık uçlu testlerden

elde edilen verilerin analizinde nitel ve nicel veri analizi teknikleri birlikte kullanılmıştır. Bulgular yüzde ve frekans tablolarıyla birlikte sunulmuştur. Ön testlerden elde edilen veriler ve ilk derslere ilişkin gözlemler öğretmen adaylarının geometri başarısı, temel geometri alan bilgisi, temel geometrik inşa, geometrik muhakeme ve ispat oluşturma becerilerinin düşük olduğunu göstermiştir. Araştırma sonuçları yapılan uygulamanın öğretmen adaylarının söz edilen becerilerinde istatistiksel olarak anlamlı ve olumlu bir etkiye sahip olduğunu ve öğretmen adaylarının geometri dersine bakış açılarını olumlu yönde etkilediğini ortaya koymuştur. Öğretmen adaylarının, çalışma süresince gösterdikleri gelişme göz önünde bulundurulduğunda araştırmanın lisans düzeyinde verilen geometri derslerinin öğretim yöntemlerine katkı sağlayacağı; matematik öğretmenleri için fikir, örnek ve kaynak teşkil edeceği ve gelecekte yapılacak araştırmalara ışık tutacağı düşünülmektedir.

Anahtar Kelimeler: *Akıl Yürütme, Cabri Geometri, Dinamik Geometri Yazılımı, Geometri Alan Bilgisi, Geometri Başarısı, Geometrik İnşa, Muhakeme, Öklid Geometrisi*

ABSTRACT

Author Name and Surname	Ayşenur SIR
University	Bursa Uludağ University
Field	Mathematics and Science Education Field
Branch	Mathematics Education Department
Degree Awarded	PhD Thesis
Page Number	XVII + 320
Degree Date	…/…/2022
Thesis	A Teaching Experiment on Pre-service Teachers' Reasoning Processes in Environments Enriched with Dynamic Geometry Software
Supervisor	Doç. Dr. Menekşe Seden TAPAN BROUTIN

A TEACHING EXPERIMENT ON PRE-SERVICE TEACHERS' REASONING PROCESSES IN ENVIRONMENTS ENRICHED WITH DYNAMIC GEOMETRY SOFTWARE

The aim of this study is to evaluate the effect of geometry teaching designed using a dynamic geometry software on the mathematical reasoning and construction processes,the basic geometry content knowledge and the geometry achievement levels of pre-service mathematics teachers, to investigate their understanding of basic geometric concepts and to determine their views and the difficulties they encounter during the teaching experiment. A qualitative teaching experiment model was used in the study. The teaching experiment lasted for 12 weeks covering the Geometry-1 course curriculum involving foundations of Euclidean geometry as an axiomatic system, constructing proves for the basic geometrical theorems, constructing geometric structures with a constructivist approach by using Cabri Geometry Dynamic Geometry Software. The participants of the study involved 68 pre-service teachers who took Geometry-1 class and enrolled at Bursa Uludağ University Mathematics Education Department Undergraduate Degree Programme in the spring semester of 2016-2017 academic year. Data collection tools were multiple choice geometry achievement test, open ended basic geometry content knowledge test, open ended proof interpretation test, open ended proof test, open ended basic geometric construction test, observations and interviews. Semi-structured written open-ended questionnaire and verbal interview techniques were used to examine the students' views on the geometry teaching experiment. Numerical analyses of the data were made by the dependent samples t test. Descriptive analysis techniques were used to analyse the findings of the observations. Content analysis techniques were used for the analysis of the findings of the interviews. Qualitative and quantitative data analysis techniques were used for the analysis of the open-ended tests. The findings are presented with percentage and frequency tables. Pre-tests and observations of the first lessons showed that pre-service teachers' geometry achievement, basic geometry content knowledge, basic geometric construction, geometric reasoning and proof skills were low. The results of the research revealed that the lessons had a significant and positive effect on the aforementioned skills of the pre-service teachers and positively affected the prospective teachers' perspective on the geometry course. Considering the progress made by the pre-service teachers during the study, it is thought that the research will contribute to the instruction methods of undergraduate mathematics courses and give insights to the future research. Being an example and resource for mathematics teachers.

Keywords: *Cabri Geometry, Dynamic Geometry Software, Euclidean Geometry, Geometry Achievement, Geometry Content Knowledge, Geometric Construction, Reasoning, Proving*

İÇİNDEKİLER

TABLOLAR LİSTESİ

ŞEKİLLER LİSTESİ

KISALTMALAR

AUİYRT **:** Açık Uçlu İspat Yorumlama Testi

AUİYT **:** Açık Uçlu İspat Yapma Testi

AUTGABT **:** Açık Uçlu Temel Geometri Alan Bilgisi Testi

AUTGİT **:** Açık Uçlu Temel Geometrik İnşa Testi

CCSSI **:** Common Core State Standards Initiative (Ortak Çekirdek Devlet Standartları)

ÇSGBS **:** Çoktan Seçmeli Geometri Başarı Testi

DGO **:** Dinamik Geometri Ortamları

DGY **:** Dinamik Geometri Yazılımları

DGYCG **:** Dinamik Geometri Yazılımı Cabri Geometri

MATH-CATS **:** The Mathematical Thinking Classroom Assesment Techniques (Matematiksel Düşünme Sınıf Değerlendirme Teknikleri)

MEB **:** Millî Eğitim Bakanlığı

NCTM **:** National Council of Teacher of Mathematics (Amerikan Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi)

PISA **:** Program for International Student Assessment

SGF **:** Sözlü Görüşme Formu

TIMSS **:** Uluslararası Matematik ve Fen Çalışması

YGF **:** Yazılı Görüşme Formu

1. BÖLÜM
GİRİŞ

Bu bölümde araştırmanın problem durumuna, amacı ve önemine, varsayımlarına, sınırlılıklarına ve ilgili tanımlar ve kısaltmalara yer verilmiştir.

1.1. Problem Durumu

Geometri, şekiller ve cisimlerin sayılarla koordinasyonu sonucu meydan gelen, düzlem ve uzaydaki şekillerin boyut ve yer bakımından sayısal olarak ifade edilebilmesini sağlayan matematiğin önemli bir dalıdır. Geometri dalı astronomi, mimari, fizik ve coğrafya gibi birçok farklı disiplin içinde önemli bir yere sahiptir ve herhangi bir gök cisminin uzaydaki geometrik yerinden, Dünya üzerindeki herhangi bir nesnenin koordinatlarına kadar birçok nicel verinin kaynağı olarak kabul edilebilir (Özdemir ve Ubuz, 2006). Geometri aynı zamanda bireyin içinde yaşadığı, nefes aldığı, hareket ettiği mekânı kavramasıdır ve içinde yaşadığı dünyayı analiz etme ve yorumlamasına olanak sağlar (Clements, 1999). Geometrinin kazandırdığı bakış açısı bireyin problemleri analiz etmesini, çözmesini ve matematik ile yaşam arasında bağ kurmasını sağlayabilir (Dursun ve Çoban, 2006). Bu sebepledir ki öğrencilerin geometrik kavramlara yönelik anlayışlarını geliştirerek yeterli geometri ile ilgili becerileri kazanmaya ihtiyaçları vardır (Özerem, 2012). Geometri öğretiminden beklenen öğrencilerin zihinde canlandırabilme, eleştirel düşünme, üç boyutlu nesneleri iki boyuta indirgeyebilme, problem çözme, varsayımda bulunma, mantıklı çıkarımlarda bulunabilme ve ispat oluşturma becerilerinin gelişimine katkıda bulunmasıdır (Jones, 2002). Ancak uluslararası çerçeveden bakıldığında geçmişten bu yana geometri öğretiminde birtakım zorluklar yaşandığı ve bu nedenle öğrencilerin geometride düşük performans gösterdikleri belirlenmiştir (Abdullah & Zakaria, 2013; Clements & Battista, 1992; Idris, 2007; Usiskin, 1982). Geometri dersi öğretim programlarında öğrencilerin bu tür becerileri geliştirmeleri hedeflenmiş olmasına rağmen (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2013) Türkiye'de, öğrencilerin hem üniversite giriş sınavlarında geometri sorularını cevaplama oranının düşüklüğü hem de TIMSS (Uluslararası Matematik ve Fen Çalışması) ve PISA (Program for International Student Assessment), (MEB, 2013; PISA, 2009) gibi uluslararası ölçekli sınavların geometri alanında gösterdikleri düşük başarı öğrencilerin hedeflenen becerileri istenen düzeyde ortaya koyamadıklarını göstermektedir. Geometrinin matematiğin diğer alanlara olan katkısı da göz önünde bulundurulduğunda, öğrencilerin gerek ulusal gerek uluslararası sınavlarda bu alanda gösterdiği düşük performansın ve geometri dersine karşı geliştirdikleri olumsuz tutumun ilerleyen süreçlerde ciddi öğrenme zorluklarını da beraberinde getirmesi muhtemeldir (Atiyah, 2003). Uluslararası matematik ve fen başarısını karşılaştırmalı olarak göstermeyi amaçlayan TIMSS araştırmasının 2007 yılı değerlendirme sonuçlarına göre Türk öğrencilerin en başarısız oldukları alanın geometri olduğu belirlenmiştir. Değerlendirmeye katılan ülkelerin ortalama matematik başarıları 500 puan iken Türkiye'nin genel başarı ortalaması 432 puandır. Ayrıca alt alanlar arasında 411 puan ile en düşük başarı geometridedir. Uluslararası değerlendirme sınavlarından PISA 2009 yılı sonuçlarına göre ise Türkiye'nin ortalaması 445 puan ile 496 puan olan dünya ortalamasının oldukça altındadır. PISA'ya göre Türk öğrencilerin ortalama matematik okuryazarlığı doğrudan çıkarım yapmaktan başka bir beceriye gerek olmayan durumları tanımlayabildikleri ifade edilen 2. düzey ve altındadır (Kılıç, 2013). Elde edilen sonuçlar ortaöğretim geometri dersi öğretim programında belirtilen geometrik ispatlarda sentetik, analitik ve vektörel yaklaşımları kullanma, yapılan çıkarımların ve genellemelerin geçerliliğini sorgulama ve geometrik nesneleri cebirsel nesneler haline dönüştürme gibi üst düzey düşünme hedefleriyle bağdaşmamaktadır. Ülkemizde tüm öğretim kademelerinde öğrencilerin geometri başarılarının düşük olması bu konuda acil ve etkili tedbirler alınması gerekliliğini doğurmaktadır (Kılıç, 2013). Geometri dersinin öğretimsel hedeflerine ulaşabilmek için güncel ve uluslararası arenada ön plana çıkan yeniliklerden faydalanarak iyileştirmeler yapmak gerekmektedir.

Son yüzyılda teknolojideki gelişmeler eğitim bilimleri alanında da kendisini göstermiş, eğitimde teknoloji kullanımına yönelik araştırma ve geliştirme çalışmaları yapılmasını sağlamıştır. Teknoloji kullanımının her alanda ve her yaş grubunda yaygınlaşması ile eğitim amaçlı teknolojinin nasıl kullanılacağı, teknoloji kullanımının öğrenmeye etkisi gibi konular önem kazanmış, konuyla ilgili çalışmalar artmıştır. Eğitim sahnesinde teknolojinin varlığı ile birlikte eğitim teknolojileri alanı ortaya çıkmıştır. Eğitim teknolojisi başlangıçta yalnızca sınıf ortamında kullanılan araç-gereçle sınırlı iken günümüzde ortam, teknolojik sistem, disiplin ve benzeri birçok alanda kapsamlı bir eğitimi ifade etmektedir (Aktümen ve Kaçar, 2003). Eğitimin teknolojiyi, teknolojinin eğitimi etkilediği günümüzde eğitim ortamına yansımayan bir teknoloji ve teknolojiden uzak bir öğretim anlayışının başarıyı olumsuz etkileyeceği açıktır. Bu nedenle çağımızda eğitimde bilgisayar ve teknolojinin kullanımı bir zaruriyet haline gelmiştir (Erdemir vd., 2009). Yapılan araştırmalar, teknolojinin hızla yayılmasının bir sonucu olarak öğretime entegre edilmesi ile ilgili beklentilerin de arttığını ortaya koymaktadır (Baki vd., 2009). Teknolojinin eğitime entegre süreci ise eğitim, öğretim, okul ortamı ve donanımları, öğretmen ve öğrenci gibi birçok olgunun birlikte hareket etmesine, birbirini etkilemesine ve desteklemesine sebep olmuştur. Günümüz teknoloji çağında eğitimde amaçlanan; teknolojiyi bu olgular ile birlikte işleyen bir araç olarak kullanarak öğrenmeyi öğrenebilen, bilgiyi yerinde kullanabilen, analitik düşünme becerilerine sahip bireyler yetiştirmektir (Kağızmanlı vd., 2013).

Eğitimde teknoloji kullanımı tüm alanlarda bir gereksinim olsa da özelde matematik eğitimi teknolojik kaynakların kullanılabilmesi için elverişli bir alandır (Öksüz ve Ak, 2010). Teknolojiyle oluşturulan dinamik öğrenme ortamları matematik eğitimine yaklaşımı salt öğretim ve öğrenme stratejileri açısından değil aynı zamanda matematik eğitiminin içeriği açısından da olumlu etkileyebilecek potansiyeldedir (Karadağ & McDougall, 2009). Eğitimde teknolojiden faydalanılması matematiksel konulara somut ve deneysel yaklaşım sağlayarak sonraki dönemlerde öğrencilerin soyut ve sembolik düşünmeye ulaşmasını kolaylaştırmaktadır (Flores, 2002). Bu bağlamda öğretmenlerin matematiksel kavram ve içeriği öğretimi, öğrencilerin kavramları somutlaştırarak bilgiyi yapılandırmaları önceden planlanmış olan teknoloji destekli derslerle mümkün olabilir (Kağızmanlı vd., 2013). Öğretmenlerin teknolojiyi derslerine entegre etmeleri de öğrencilerin öğrenmelerini destekler ve öğrencilerinin matematiksel bilgi ve becerilerini artırmalarını sağlar (Hohenwarter, 2008). Ersoy (2005) teknoloji destekli öğretim aracılığında bazı öğrenme konularının bireyselleştirildiği ve eğitsel yönden içselleştirilen bilginin matematik öğretiminde daha etkili olduğunu belirterek bu anlamda okullarda teknoloji destekli öğretimin uygulanmasının faydalı olacağını ortaya koymuştur. Dinamik geometri yazılımları (DGY) bu çaba doğrultusunda eğitim alanında kullanılmaya başlanmıştır.

Yirmi yılı aşkın süredir hem eğitimciler hem de yazılımcılar DGY üzerinde çalışmaktadırlar. DGY öğrenmek için öğrencileri motive etmekle kalmaz, aynı zamanda geometrik kavramları keşfederek öğrenmelerine imkân sunarak öğrencilerin öğrenme süreçlerini hızlandırır (Battista, 2007; Kılıç, 2013). Teknolojinin matematik eğitiminde kullanılmasının başarı (Dikovic, 2009; Yılmaz vd., 2010), motivasyon (Aktümen ve Kaçar, 2003; Lopez-Morteo & Lopez, 2007) ve akılda kalıcılık (Baki ve Özpınar, 2007) üzerinde olumlu etkisinin olduğu yapılan çalışmalarda ortaya konmuştur. Teknoloji kullanımı matematiksel kavramların oluşturulmasına, anlamlandırılmasına ve öğrencilerin işlem becerilerinin geliştirilmesine yardımcı olmaktadır. Öğrencilerin karmaşık matematiksel problemleri günlük hayatla ilişkilendirerek çözebilmelerine zemin hazırlamaktadır. Geometri derslerinin temel amaçlarından biri öğrencilerin uzamsal ve geometrik düşünme, akıl yürütme ve ispat becerilerini geliştirmektir (MEB, 2013). Dinamik geometri ortamları (DGO) olarak isimlendirilen DGY'nin kullanıldığı öğrenme ortamları, öğrencilerin hedeflenen becerilerinin geliştirilmesine olanak sağlamaktadır (Güven, 2008; Healy & Hoyles, 1999; Jones, 2000; Olkun ve Altun, 2003; Ubuz vd., 2009). Çünkü öğrenciler, dinamik ortamlarda geometrik çizim ve oluşumların esaslarına göre çizdikleri şekilleri istedikleri gibi değiştirebilir, kaydırabilir, sürükleyebilir, ilişkileri görebilir, gözlemlerine ve sayısal verilere dayanarak çıkarımlarda veya genellemelerde bulunabilirler (Marrades & Gutaerrez, 2001; Kılıç, 2013).

DGY öğrencilerin ispatlar için fikir geliştirmelerinde ve tümdengelim yapabilmelerinde de önemli bir role sahiptir (Jones, 2000; Kılıç, 2013). Geometrik ispat verilen bilgiyi ve bilginin durumunu anlamak, çözüm için gerekli dayanak ve sonuçları tanımlamak, ara basamakları oluşturmak ve yapılacak olanları düzgün bir sıraya koyup düzenlemek şeklinde bazı aşamalardan meydana gelir (Heinze, 2008). Mantıksal muhakeme ve ispat yapma becerisi geometri öğretiminin en temel amaçlarından biri olarak kabul edilebilir. Yapılan araştırmalar, temel geometri eğitimi alan pek az öğrencinin bu amaca başarıyla ulaşabildiğini göstermektedir (Senk, 1983; Stover, 1989). DGY bu amaca yönelik olarak mantıksal muhakeme aşamalarında kullanıcıyı belli bir mantıksal sıra takip etmeye mecbur kılar ve böylece kullanıcının gerekli aşamaları görebilmesini ve takip edebilmesini sağlar (Scher, 2005; Kılıç, 2013). DGY'nin geometri eğitimine kazandırdığı deneyimleri destekleme ve geometriyi araştırma yoluyla öğretme özellikleri yıllardır doğrudan anlatım yöntemiyle öğretilen geleneksel geometri öğretim yaklaşımları yerine daha uygun ve gelişmiş alternatif öğrenme ortamları sunmaktadır (Edward, 1997). Birey böyle ortamlarda keşfederek öğrenme süreci boyunca kitaplardan ve öğretmenden bağımsız olarak kendi deneyimlerinden yararlanır, ortaya çıkan durumu anlamaya ve yorumlamaya çalışır. DGO'da bilginin birey tarafından bizzat ortamın içine girerek yapılandırarak kazanılması söz konusudur ve bu süreç bilgiyi anlamlandırmada önemlidir. DGY ile gerçekleşen öğrenmenin, keşfederek öğrenmeye müsait yapısı sebebiyle yapılandırmacı yaklaşımla son derece uyumlu bir süreç oluşturduğu görülmektedir (Güven, 2002).

Geometri öğretiminde bilgisayar destekli dinamik ortamlar bir nevi sanal laboratuvar işlevi görerek öğretime hizmet edebilirler. DGY ile oluşturulan geometrik şekiller ekranda hareket ettirilebilir, çeşitli dönüşümler altında taşınabilir, hareket ettirilebilir ve değiştirilebilirler ki bu hareket şeklin parçaları arasındaki ilişkileri bulmaya yardımcı olmaktadır (Hazan & Goldenberg, 1997). Şekillerin sabit olduğu kâğıt kalem ortamında ise geometrik nesneler üzerinde araştırma yapma imkânı daha sınırlıdır. Bilgisayar ekranında öğrenci şekilleri hareketlendirerek, birtakım özelliklerini değiştirerek, değişmeyen özelliklerle ilgili fikir sahibi olur, gözlemler, keşfeder, varsayımlarda bulunur, varsayımlarını örneklerle destekleyebilir ya da reddedebilir, genellemeler yapabilir. Bağımsız değişkenlerin hareketiyle, bağımlı değişkenlerin takibi ve sabit ilişkilerin izlenmesi soyutlama ve keşfetme için çok idealdir. Sabit ilişkilerin izlenebilmesi öğrenciye güçlü bir varsayımda bulunma imkânı sağlar.

Bu sayede öğrenci ortaya koyduğu varsayımı yazılımı kullanarak test etme fırsatı bulur (Güven, 2002; Tutak, 2008).

Yapılan araştırmalarda DGY'nin öğrencilerin görselleştirme, geometrik düşünme ve ispat becerilerinin gelişmesine olumlu katkılarda bulunduğuna dair elde edilen bulgular, ulusal veya uluslararası değerlendirmelerde geometri derslerinde düşük başarı gösteren Türk öğrencilerin geometri başarılarını artırmaya yönelik olarak DGY'nin kullanılabileceğini ve öğrencilerin geometri dersi için hedeflenen becerileri gerçekleştirmesinde DGY'nin etkilerini araştırma gerekliliğini ortaya koymuştur (Kılıç, 2013). Bu gereklilik doğrultusunda çalışmada şu problemlere cevap aranacaktır:

DGYCG kullanılarak gerçekleştirilen geometri öğretiminde, matematik öğretmen adaylarının,

a. Temel geometrik kavramları anlamlandırma süreci nasıl gerçekleşmektedir?

b. Matematiksel muhakeme ve geometrik inşa süreçlerinde ne gibi değişiklikler olmaktadır?

c. Sürece ilişkin görüşleri ve karşılaştıkları güçlükler nelerdir?

DGYCG kullanılarak gerçekleştirilen geometri öğretiminin matematik öğretmen adaylarının,

d. Temel geometri alan bilgilerine ve geometri başarı düzeylerine etkisi var mıdır?

1.2. Araştırmanın Amacı

Araştırma kapsamında DGYCG kullanılarak gerçekleştirilen geometri öğretiminde matematik öğretmeni adaylarının geometrik kavramları anlamlandırma süreçlerinin nasıl gerçekleştiği, matematiksel muhakeme ve inşa süreçlerinde ne gibi değişiklikler olduğu, öğretimin temel geometri alan bilgilerine ve geometri başarı düzeylerine etkisi incelenmiş ve sürece ilişkin öğretmen adaylarının görüşleri ve karşılaştıkları güçlükler araştırılmıştır. Öklid geometrisinin aksiyomatik bir sistem olarak incelendiği öğretim deneyinde ders planları yapılandırmacı bir yaklaşımla ve sınıf içi etkileşime uygun olarak tasarlanmıştır.

Yapılan çalışma öğrencilerin geometrik kavramları nasıl inşa ettiklerine, geometrik kavramları öğrenme ve akıl yürütme süreçlerine derin bir bakış mahiyetindedir. Duval (1998) geometri öğreniminin; görselleştirme, inşa ve muhakeme süreci olmak üzere birbiriyle yakından ilişkili üç bilişsel süreçten meydana geldiğini ve süreçlerin doğru bir şekilde ve uyum içerisinde tamamlanmasına uygun olacak biçimde geometrik yeterlik için gerekli olduğunu ortaya koymuştur. Ders planları bahsi geçen üç bilişsel sürecin doğru ve uyum içerisinde tamamlanmasına yönelik hazırlanmıştır. Öğretim deneyi sırasında üç bilişsel süreç eş zamanlı olarak incelenmiş, sürecin öğretmen adaylarının geometri başarılarına, geometri alan bilgilerine, matematiksel muhakeme, ispat yorumlama, yapma ve geometrik inşa oluşturma becerilerine etkisini ölçmek ve sürece yönelik görüşlerini almak amaçlanmıştır.

1.3. Araştırmanın Önemi

Değişen dünyada ilgi ve ihtiyaçlar teknoloji doğrultusunda şekillenmektedir. Teknoloji kullanımı toplumların gelişmişlik göstergelerinin başında gelmektedir. Teknoloji kullanımının hayatın her alanına girmesi, genç nüfusun teknolojiye olan ilgisi ve hatta giderek artan bağımlılığı teknolojinin eğitimde de kullanılmasını bu çağın bir gerekliliği haline getirmiştir.

Eğitimde teknoloji kullanımı anlamayı kolaylaştırmakta, pek çok konuyu somutlaştırmakta, kalıcılığı artırmakta, bilgiye hızlı bir şekilde ulaşma imkânı sunmakta ve bilgiyi geniş kitlelere ulaştırabilmektedir. Teknolojinin sunduğu çok yönlü uyaranlar, bireylerin algılarının daha açık olmasını ve bilgiyi daha fazla özümsemelerini sağlamaktadır. Bu sebeple eğitim içeriği sunulurken kullanılan araç ve yöntemlerde uygulanan geleneksel yaklaşımları teknoloji çağına entegre edecek değişiklikler yapılabilir. Okullarda gerekli teknolojik altyapı tamamlanabilir, öğretmen adaylarının eğitimleri bu doğrultuda revize edilebilir ve teknoloji kullanımı ulusal eğitim stratejisinin önemli bir parçası haline getirilebilir.

Teknoloji sadece bir araç gereç değil aynı zamanda hedefe giden yolda verimi artırmak için kullanılacak bir metottur. Dinamik yazılımlar teknik ürün olarak kullanılabilir bunun yanı sıra yeni öğretim stratejileri ve metotları "teknoloji" temel alınarak mevcut sisteme aktarılabilir. Bu doğrultuda teknoloji tabanlı öğrenme ortamları oluşturulabilir ve teknolojinin etkin olarak kullanılması sağlanabilir. Bilgisayar destekli geometri öğretimi alanında da mevcut boşluğu doldurmak adına öğretmenlerin kullanabilecekleri bilgisayar destekli öğretim ortamları hazırlanabilir ve öğretmen adayları bu konuda eğitilebilir. Baki'ye (2001) göre eğitim-öğretimde köklü bir değişiklik yapmak ve öğretim sürecine farklı bir bakış açısı sağlamak öncelikle öğretmenlerin buna inanmaları ve bu yenilikleri sınıflarına taşıyabilmeleri ile mümkündür. Bu çalışma teknoloji kullanımının gerekliliğine inanan ve DGY ile zenginleştirilmiş öğrenme ortamları aracılığıyla teknolojiyi kullanan matematik öğretmeni adaylarının yolunu açmayı hedeflediğinden önemlidir.

Türkiye'de matematik öğretmeni adaylarının Öklid geometrisi dersinde geometri öğreniminde kullanabilecekleri, DGY ile desteklenerek geliştirilmiş kaynak sınırlıdır. Jones (2000), matematik öğretmenlerinin iyi bir geometri öğretimi sunabilmeleri için geometriye yönelik derin bir anlayışa sahip olmaları gerektiğini belirtmiştir. Ancak yapılan araştırmalar ortaokul matematik öğretmenleri ve öğretmen adaylarının geometri alan bilgilerinin yeterli düzeyde olmadığını göstermektedir (Mayberry, 1983; Swafford et al., 1997). Ayrıca matematik öğretmenlerinin yaptıkları hatalar ile öğrencilerinin yaptıkları hataların benzerlik gösterdiği ve öğretmenlerin geometri alan bilgilerinin öğrencilerinin geometriyi öğrenmesinde oldukça etkili olduğu çeşitli araştırmalarla (Lenhart, 2010; Clements, 2003) ortaya konmuştur. Geometrinin öğretmenler tarafından iyi anlaşılmasının öğrencilerin karşılaştıkları zorlukları anlamalarına ve öğretim sürecinde karşılaşılan zorluklara yönelik çözüm üretmelerine yardımcı olduğu söylenebilir (Durmuş vd., 2002). Çakıroğlu, Güven ve Akkan (2008) tarafından yapılan çalışmada ise matematik öğretmenlerinin teknoloji destekli öğrenme ortamlarını oluşturma, yürütme ve değerlendirmede kendilerini yetersiz hissettikleri ortaya konmuştur.

Araştırma kapsamında hazırlanan Öklid Geometrisi odaklı ders planlarının ve etkinliklerin geometri öğretimi sürecinde DGY kullanımının kendini yetersiz hisseden matematik öğretmenleri için fikir, örnek ve kaynak teşkil edeceği, DGY'nin geometri öğrenim sürecinde kullanılmasını teşvik edeceği, daha verimli ve kalıcı geometri öğrenimine vesile olacağı düşünülmektedir. Yapılan araştırmanın matematik öğretmeni adaylarının eğitimin birinci kademesinde aldığı Öklid geometrisinin öğrenimini hedefleyen Geometri-1 dersi içeriği ile ilgili bütüncül bir kaynak olarak dizayn edilmesi, üniversite düzeyinde geometri dersi eğitim politikası, buna ilişkin bir müfredatın geliştirilmesi, öğretmen adaylarının geometri öğretimi alanında eğitilmesi, yetersiz kaynak sorununa çözüm araması ile geometri öğretimi literatürüne olumlu katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Ayrıca yapılan çalışmanın öğretmen adaylarının ufkunu genişleterek "Geometriyi nasıl daha iyi öğretebiliriz?" sorusunun cevabını aramalarına öncülük edeceğine, yeni modeller, araç ve gereç kullanarak yenilikçi yaklaşımları kullanma cesaretlerini artıracağına ve bu alanda çalışma yapan araştırmacıların öğretmen eğitiminde DGY kullanarak gerçekleştirilen geometri öğrenim ortamlarına dair yapacakları çalışmalara ışık tutacağına inanılmaktadır. Bununla birlikte ilgili araştırma, teori ile uygulama arasında bir köprü görevi görerek yapılandırmacı felsefeye dayalı ders planları ile öğretmen adaylarının matematiksel muhakeme becerilerini, geometri başarılarını, temel geometri alan bilgilerini, geometri anlama düzeylerini, geometrik inşa yeteneklerini ve geometriye karşı tutumlarını olumlu yönde geliştirmek adına teknoloji destekli ortamların geliştirilmesi ve uygulanmasına katkı sağlayabilecek önemli bir potansiyel barındırmaktadır.

Yapılan çalışma kapsamında Geometri derslerinin temel amaçlarından olan geometrik düşünme, akıl yürütme ve ispat ve inşa becerileri derinlemesine incelenmeye çalışılmıştır (MEB, 2013). Araştırma DGY'nin Öklid geometrisi öğretim sürecinde kullanılmasına kapsamlı bir örnek teşkil edeceğinden öğrencilerin geometri öğrenimi ve öğretiminde özellikle üniversite seviyesinde geometriye karşı olumlu tutum geliştirmelerine sebep olabilir. Çalışmada incelenen mantıksal muhakeme ve ispat yapma becerisi geometri öğretiminin en temel amaçlarından biri olarak kabul edilebilir. Yapılan araştırmalar, temel geometri eğitimi alan pek az öğrencinin bu amaca başarıyla ulaşabildiğini göstermektedir (Senk,1983; Stover, 1989). Temel geometri öğretiminde kullanılan ispat yapma ve yorumlama aktivitelerinin öğrencilerin matematiksel muhakeme yeteneklerini geliştirdiği ispatlanmıştır (Subranamarian, 2005). 21. yüzyılın dijital dünyasının sayısız karmaşa ve zorluklarıyla baş edebilmek için öğrencilerin mantıksal muhakemenin mutlak gücüne ihtiyaçları vardır (Prince, 1998). Geometride akıl yürütme ve ispat oluşturma matematik eğitimi araştırmalarında ön plana çıkmasına rağmen (Heinze & Reiss, 2003), ülkemizde bu konuda yapılmış sınırlı sayıda çalışma genellikle ilköğretim ve ortaöğretim seviyesindeki öğrencilerle gerçekleştirilmiş ve sonuçlar nicel yöntemlerle belirlenmeye çalışılmıştır. Akıl yürütme ve ispat oluşturmanın geometri öğretimindeki önemine rağmen öğrencilerin birçoğu ispat yöntemleri ve ispat kavramıyla üniversite öğreniminin ilk yıllarında karşılaşmaktadır. Güven vd. (2005), ortaöğretimde öğrenim gören çocukların farklı geometri konularında ispat yapma ve akıl yürütme becerilerinin yetersiz olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Öğretmen adayları ile yapılan bir çalışmada ise öğretmen adaylarının ispat oluşturmaya yönelik görüşlerinin tam olarak oluşmadığı, ispat yapmanın matematik öğretimi ve matematik açısından önemini bilmedikleri görülmüştür (Moralı vd., 2006). İspat kavramının başarılı bir şekilde öğretilmesi matematik öğretmenlerinin konu ile ilgili bilgi düzeylerine bağlıdır (Jones, 1997; Knuth, 2002; Hanna & De Viliers, 2008). Bu nedenle lise öğrencilerinin ispatla ilgili yetersiz bilgilerinin önemli kaynaklarından biri öğretmenlerin konuya ilişkin bilgilerinin yetersiz oluşudur. Çünkü öğretimi belirleyen, öğretmenin zihnindeki ispat kavramıdır (Heinze & Reiss, 2003). Öğretmen adaylarının geometri ile ilgili bilgilerinin istenen düzeyde olması, ispat becerilerinin gelişmesini sağlayan bir geometri öğretiminin yapılması onların gelecekteki öğrencilerinin de geometriye karşı tutum ve başarılarını belirleyecektir. Bu sebeple öğretmen adaylarına yönelik öğretim yöntemlerini gözden geçirerek onlar için daha etkili olacak öğrenme ortamları tasarlamak önemlidir ve bu yönde kapsamlı araştırmalar yapılabilir. Bu araştırma da geometri öğretiminde bu denli önemli olan muhakeme ve ispat algısına DGO'nun etkisini betimlemeye çalışan bir çabanın sonucunda ortaya konulmuştur.

Çalışma kapsamında dinamik geometri yazılımlarının yapılandırmacı yaklaşıma göre kullanımının örneklenmiş olması çalışmanın önemini artırmaktadır. Çalışma öğretmen adaylarına geometrinin temelleri eğitimini pasif alıcı oldukları bir öğrenme ortamında değil, teknolojiden yararlanarak zihinlerinde yapılandırabilecekleri zenginleştirilmiş öğretim ortamında deneyimleme fırsatı sunmaktadır. Öğrencilerin orta öğrenim hayatları boyunca geometri öğretimini ezberci bir yaklaşımla çoktan seçmeli sınav soruları çözmeye yönelik, sonuç odaklı öğrendikleri düşünülürse, Öklid geometrisinin bilginin yorumlanmasına ve bilgi üzerinde düşünülmesine fırsat verecek şekilde özgür ve yaratıcılığı teşvik eden yapılandırmacı bir öğrenme ortamında öğretilmesinin düşünen, sorgulayan, anlamlandıran bilgi ve teknoloji üreten ideal matematik öğretmeni adaylarının yetiştirilmesine katkıda bulunacağı öngörülmektedir. Öğretmen adaylarına sunulan bu fırsat adayların geometri öğretimine ilişkin ufuklarını genişleteceğinden ve gelecek öğretmenlik yaşantılarına etki edeceğinden önem arz etmektedir.

1.4. Araştırmanın Varsayımları

1. Araştırma kapsamında öğretmen adaylarının yapılan testleri ciddiyetle cevapladıkları varsayılmıştır.

2. Öğretmen adaylarının yapılan sözlü ve yazılı görüşmelerde gerçek fikirlerini samimiyetle ortaya koydukları varsayılmıştır.

1.5. Araştırmanın Sınırlılıkları

1. Yapılan araştırma 2016- 2017 yılı Bursa ili Nilüfer ilçesi

2. Bursa Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bölümü Geometri-1 dersini alan 68 öğretmen adayından elde edilen veriler

3. "Geometri 1" dersi konuları ile sınırlıdır.

1.6. Tanımlar

Teknoloji: Teknoloji, insanın bilimi kullanarak doğaya üstünlük kurmak için tasarladığı rasyonel bir disiplindir (Simon, 1983: 173).

Geometri: Geometri, matematiğin; nokta, doğru, düzlem, düzlemsel şekiller, uzay, uzaysal şekiller ve bunlar arasındaki ilişkilerle geometrik şekillerin uzunluk, açı, alan, hacim gibi ölçülerini konu edinen dalıdır (Baykul, 2004: 253).

Bilgisayar Destekli Öğretim: Öğrencinin bilgisayar başında, göreceği türlü tepkileri göz önünde bulundurarak hazırlanmış ders yazılımı ile karşılıklı etkileşimde bulunarak kendi öğrenme hızına göre kullanabileceği öğretim türü, bu soruna ilişkin uygulama ve araştırma alanıdır (Demirel vd., 2003: 133-134).

Dinamik Geometri Yazılımı: Cabri Geometri, Geometer's Sketchpad, Cinderella gibi geometri için geliştirilmiş özel geometri yazılımları için tanımlanmış ortak terimdir (Moss, 2000, s.2).

Cabri Geometri Yazılımı/Programı: Grenoble'daki Joseph Fourier Üniversitesi ve CNRS (Centre National de Recherche Scientifique-Ulusal Bilimsel Araştırma Merkezi) araştırma laboratuvarlarında geliştirilmiş dinamik geometri yazılımlarından biridir.

Geometrik Düşünme: Geometrik durumlar üzerine düşünme ve muhakeme yapma yeteneğidir.

Yapılandırmacı Öğrenme: Anlamın, çevreyle etkileşimle gerçekleştiğini ve içerik, bağlam, öğrenen etkinliği ile amaçların bir fonksiyonu olduğunu; bilişin bireyin içinde değil, bütün bir bağlamın biliş olduğunu; bilişsel çelişkinin ya da kargaşanın öğrenmenin uyarıcısı olduğunu ve öğrenilenlerin doğasına ya da düzenlenmesine karar verdiğini; bilginin sosyal etkileşimden ve bireysel anlamların yaşayabilirliğini değerlendirmekten doğduğunu; öğrenenlerin anlamlarını ön öğrenmeleri ve sosyal etkileşim temelinde oluşturduklarını savunan öğrenme kuramıdır (Yurdakul, 2004: 10).

Muhakeme (akıl yürütme): Belli bir amaca yönelik olarak planlı, programlı adımlar dâhilinde ve mantık çerçevesinde düşünüp karar verme veya bir olay, problem ya da durumu "Neden" ve "Nasıl" soruları etrafında detaylandırıp anlamlandırarak yapılan bir üst düzey düşünme eylemidir (Erdem, 2011). Çeşitli yargılardan ya da önermelerden sonuç çıkarma, eldeki bilgilere dayanarak bir karar verme, akla mantığa yakın olup olmadığını inceleme, genellemeler yapma veya tahminlerde bulunma gibi geniş bir yelpazede ele alınabilen bir kavramdır. Başka bir deyişle bütün etmenler dikkate alınarak mantıklı bir sonuca ulaşma sürecidir (Altıparmak ve Öziş, 2005; Fitzgerald, 1996; Math-CATs, 2007).

Geometrik İnşa: Geometrik bir çalışma, geometrik şekillerin veya kavramların görselleştirilmesini, çizilmesini (oluşum) ve genelleme yapılmasını içerir (Köse, 2008). Geometrik inşalar Öklid geometrisinin temelini oluşturan Öklid'in "Elementler" kitabında karşılaştığımız ve o zamanlarda matematiğin en temel konusu olarak nitelendirebileceğimiz pergel ve çizgeç kullanılarak yapılan oluşum sürecinde yer alan çizimlerdir.

İspat: Önermelerin birbiriyle olan ilişkilerinden mantıksal bir çıkarım elde etmeyi ya da çeşitli genellemelere ulaşmayı sağlayan ve matematiksel bir sonucun doğruluğunu göstermekten ziyade niçin doğru olduğunun mantıksal bir gösterimidir (Almeida, 2003; Flores, 2002; Selden ve Selden, 2003; Yıldırım, 2000).

2. BÖLÜM
KURAMSAL ÇERÇEVE

2.1. Geometri Öğretimi

Matematiğin duyular bağlamında görsel, sezgisel ve estetik yönlerini keşfeden bir dalı olan geometri matematiğin en eski dallarındandır. Geometriyi oluşturan faktörler modellenerek sezdirilebilen veya tanımlanabilen kavramlar, kanıtlanmış genellemeler ve aksiyomlardır. Battista (2007) geometriyi bir ağ sistemine benzetir. Bu benzetmeye göre bu ağ sistemi, akıl yürütme yollarının, kavramların, fiziksel, düşünsel ve uzamsal çevrelerin analiz edilmesi ile zihinde canlandırılması adına kullanılan temsili gösterim sistemlerinin oluşturduğu birbirine bağlı birçok parçadan müteşekkildir.

Copley (2000) geometrinin fiziksel olarak bulunduğumuz dünyayı ifadelendirip tasnif ettiğini belirtir. Ayrıca şekillerle birlikte boyut, yön, hareket ve pozisyonu kapsadığını ifade etmektedir. Literatürde Geometrinin uzayda yer alan nesnelere ait mekânsal ilişkilerin, özelliklerin ve dönüşümlerin çalışması olarak ifadelendirildiği açıklamalar ile de karşılaşılmaktadır (Clements & Battista, 1992).

Varlığımızı sürdürdüğümüz ortamı ifade etmede aktif bir araç haline gelen geometri, matematiğin umumi hedeflerine ulaşması açısından da mühim görevler üstlenmektedir. Öğrencinin matematiği önemsemeyi öğrenmesi matematiğin belli başlı hedeflerinden biridir. (Baki, 2006; Baki ve Bell,1996). Derslerde matematik çevre ile bağlantılı hale getirildiğinde, öğrencilerin matematiği önemsemeleri, etraflarını çevreleyen şekillerin tümünün geometrik olmasından dolayı dünyayı algılarken matematiğin önemli bir görevi olduğunu fark etmeleri ve bu sayede matematiğe değer vererek onu benimsemeleri sağlanabilir (Güven, 2006).

Geometri sayesinde, öğrenciler temel ve bilişsel beceriler edinmektedir. Temel beceriler doğrultusunda öğrenciler karşılaştırma, çözümleme ile genelleme yapma becerileri edinirken bilişsel anlamda araştırma, sabırlı ve düzenli olma, düşüncelerini özgüvenle ifade etme, inceleme, eleştirme ve öğrendiklerini bir tasarım haline getirme becerilerini edinmektedirler (Baykul, 1999). İfade edilenler çerçevesinde geometrinin içinde bulunulan evreni anlamada ne kadar önemli olduğu ve matematikle bir bütün haline geldiği söylenebilir. Öğrenciler geometri sayesinde bulundukları çevreyi anlamlandırırken, buldukları anlamı analiz edip çıkarımlarda bulunabilmektedirler (Özdemir ve Ubuz, 2006). Geometri yalnız matematik bilimi açısından değil teknik, mesleki ve fen çevrelerince de çok mühimdir, bu sebeple matematiğin en önemli hedeflerinden biri de öğrencilere geometrik düşünme becerisi kazandırmak ve bunu geliştirmektir. Somut olmayan matematiksel ilişkilerle kavramların simgelenmesinde ve matematiksel yapıların ortaya çıkarılmasında geometri mühim bir rol oynar (Clements, 1999).

Geometrik kavramların gözlenebilecek bir biçim haline getirilmesi, çizilmesi ve bunun sonucunda genel önermeler çıkarılması geometrinin temelini oluşturmaktadır. İçinde bulunulan evrenin geometrik yönlerinin ele alınması da bu bütünlük kapsamında incelenir. Biçim ve mekanların çalışması olan geometri ve geometrik düşünme tarzı hayatın birçok aşamasında çok büyük önem arz etmektedir ve yine birçok alanda geçerli bir yetenektir (Özdemir ve Ubuz, 2006). Çocuğun sürekli olarak içinde bulunduğu ve hareket ettiği alanı algılaması geometri ile mümkün olmaktadır (Clements, 1999). Öğrenciler geometri ile evreni anlayıp ifade edebilir, sorunları çözümleyebilir, soyut biçimleri şekillerle daha anlaşılır hale getirebilirler. Okulda öğrenilen matematik ile günlük yaşamdaki ilişkilendirmeyi gerçekleştirme noktasında ölçmenin çok büyük katkısı vardır (Gülten ve Gülten, 2004). Geometrinin kapsamında geometrik şekil, yapılar ve bu yapıların tipik nitelikleri ve birbirleri arasındaki ilişkileri vardır. Öğrenciler geometriye ait önermeleri ispat ederek muhakeme ile fikir yürütme yeteneklerini geliştirebilirler. Bu yönüyle geometri doğal bir alandır (Goos ve Spencer, 2003).

Öğrenci henüz öğretimin ilk kademelerinde iken geometrinin üzerine yoğunlaşılması gerekir (Özerem, 2012). Ayrıca geometri soyut ilişkilerle birlikte kavramları kapsadığından geometri öğretimi sürecinde günlük yaşamdan örneklerden faydalanılmalıdır. Ancak öğretimin ilk kademeleri olan süreçte okul matematiğinde geometriye çok da önem verilememektedir (Kılıç, 2013). Somut materyallerin, yazılım programlarının yetersizliği ve diğer araç ve materyallerin kullanımı ile ilgili yetersiz bilgi sahibi olma ve deneyimsizlik gibi hususlar verilmesi gereken önemin ihmal edilmesi sonucunu doğurmaktadır (Olkun vd., 2005). Yapmış olduğu araştırmada Carroll (1998) ilköğretim aşamasındaki öğrencilerin geometri alanında etkili tecrübe edinmeleri durumunda ortaöğretim sürecinde de geometri alanında daha etkili fikir yürütebildiklerini ifade etmiştir. Geometri alanındaki çalışmalarla hedeflenen; görsel, perspektif, sorun çözme, tahminde bulunma, fikir yürütme ve sezgi yeteneklerinin geliştirilmesidir (Kağızmanlı vd., 2013). NCTM'ye (National Council of Teacher of Mathematics-Amerikan Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi) (2004) göre geometrik düşünce hayatımızdaki bazı meselelerde, sorun çözmede ve matematiğin farklı alanlarındaki gösterimlerinde oldukça yararlıdır. Bu sebeple geometri ile farklı alanlar arasında mümkün olduğu kadar çok ilişki kurulmalıdır. Geometri ile farklı alanlar arasında ilişki oluşturulmasında somut çizim ve modellerle birlikte geometri yazılımlarından da faydalanılabilir (Bakırcı ve Eyduran, 2009).

2.1.1. Teknoloji Destekli Geometri Öğretimi

İnsanın doğanın zorlu koşullarını kontrol etmesi ve doğayı tahakkümüne alması için bilimsel yöntem ve deneylerin ışığında yaşadığı ortamı değiştirme çabaları teknoloji kavramıyla adlandırılmıştır (Çepni vd., 2006). Teknik ve teknolojik araç kullanımının ortaya çıkması yaşamın her ünitesinde yeni bilgi ve beceri birikimi ile gerçekleşmiştir. İçinde bulunduğumuz asrın "bilgisayar, internet ve uzay çağı" olarak nitelenmesi bu asırda bilgisayar başta olmak üzere birçok teknolojik ürünün kullanım yoğunluğuna bağlıdır. Teknoloji alanındaki bütün bu ilerleme ve değişimler aynı zamanda eğitim alanında da değişimi gerekli hale getirmektedir (Karadağ ve McDougall, 2009). Bünyesi yenilenmeyen eğitim anlayışı kabul edilemeyeceğinden eğitimin de bu teknolojik ilerlemelerle paralel hareket etmesi gerekir.

Gelenekçi anlayışın öğretim alanındaki problemleri bertaraf etmede ihtiyacı karşılamadığı kabul edilirse, bilgi teknolojilerinin bize tanıdığı imkanları kullanmak günümüzde eğitime en uygun yaklaşımdır (Gürbüz ve Birgin, 2008). Eğitim alanında yoğun olarak teknolojik materyallerden faydalanılması gerektiği karşılaşılan problemleri çözebilmeye yönelik büyük kabul görmüştür (Hızal, 1989). Birçok sahayı etkisi altına alan teknolojideki hızlı ilerleme matematik sınıflarını da etkisi altına almıştır. Özellikle son yıllarda matematik başlığı altında toplanan birçok alanda teknolojinin rolü büyük oranda görülmüştür (Laborde, 2003). Teknolojideki hızlı ilerleme matematik eğitimi adına yeni imkanlar doğurmuştur. Teknolojinin matematik eğitimindeki öğrenim başarısını artırma adına kullanılması gerektiği NCTM (2004) standartlarında da belirtilmiştir. Ersoy'a (2005) göre matematik ileri düzeyde ve birbiri ile etkileşim içinde olan eğitim teknolojileri ile öğretilip öğrenilmelidir.

Millî Eğitim Bakanlığı Eğitim Araştırma ve Geliştirme Dairesi (EARGED) ile Milli Eğitimi Geliştirme Projesi (MEGP) kapsamında eğitim öğretim alanında başarıyı artırmak adına geçmiş çağın ortalarından itibaren önemli araştırmalar yapılmıştır. Fidan (1983) ve Gür (2014) buna bağlı olarak bilgisayar destekli öğretimin öğrenmeyi daha kaliteli ve etkin hale getirip daha kaliteli öğrenim materyallerinin geliştirilmesine imkân sağladığını savunur.

Eğitim hayatının revize edilmesine çare olarak sadece teknolojiyi düşünmek yeterli değildir. Buna karşılık teknoloji olmadan diğer unsurların da hedefe ulaşması oldukça zordur (Moss, 1988; Alkan, 1995). Bundan ötürüdür ki; eğitim düzeni ve kurumlarının, teknolojinin beraberinde sunduğu yeni koşullar ve yeni teknik sahanın yarattığı etkiden uzak kalması mevzubahis olamaz. Sonuçta Millî Eğitim Bakanlığı (MEB), Milli Eğitim'in ana unsurlarının bilime uygunluğunu "Her derece ve türdeki ders programları ve eğitim metotlarıyla ders araç ve gereçleri, bilimsel ve teknolojik esaslara ve yeniliklere, çevre ve ülke ihtiyaçlarına göre sürekli olarak geliştirilir.” ifadesiyle belirterek teknolojinin eğitim sahasındaki gerekliliğini vurgulamıştır.

Eğitim teknolojilerine matematik eğitimi penceresinden bakıldığında uzun yıllar eğitim kurumlarında matematik öğretimi süresince yazı tahtası, tebeşir ve kâğıt kalem dışında araçlardan söz edilmediğini, son yıllarda ise öğretimi kolaylaştıracak bilişsel araçlara ilginin arttığı söylenebilir. Ersoy’a (2003) göre matematik eğitimi sırasında kullanılan birçok geleneksel yöntemde teknoloji ile birlikte azalma görülmektedir. Eğitim faaliyetlerinin verimli bir şekilde kullanılır hale gelmesi, kalıcı ve verimli öğrenme eğitim teknolojisinin sunduğu yeniliklerle sağlanmıştır (İşman, 2005). Buna bağlı olarak okullarda eski metot ve materyallerle eğitim faaliyetleri yerini eğitim teknolojisi sayesinde çok yönlü eğitime bırakmıştır (Kaçar ve Doğan, 2007). Klasik materyaller matematik alanında ilerlemeyi yavaşlatırken, eğitim teknolojisi çözülemeyen işlemler üzerinde çalışma imkânı tanıyarak (NCTM, 2004) eski matematik eğitimine farklı çıkış kapıları aralamaktadır. Teknolojik imkanlar olmadan çalışılması hemen hemen imkânsız olan durumlarda bireylere buluş yapabilme, deneyimleme ve görsel olarak değerlendirme fırsatı sunmaktadır (Barcelos et al., 2011).

Teknoloji materyallerinden olan bilgisayarın eğitimde konulara daha anlaşılır bir bakış açısı sağladığı ve öğrencilerin öğrenme kapasitelerini artırdığı görülmüştür. Bu açıdan eğitim alanında bilgisayar ve benzeri teknolojik materyaller kullanmak lüks olmaktan çıkıp ihtiyaç haline gelmiştir (Gürkaynak, 2015). Eğitimde teknolojik materyallerin kullanılması düşüncesi bu materyallerin öğretmenleri devre dışı bırakması ihtimalini gündeme getirmiştir. Erdoğan (2000), bu ihtimalin gerçekleşemeyeceğini fakat teknolojinin eğitim ortamına büyük katkılar sağlayacağını savunmuştur. Aynı zamanda teknolojik materyallerin öğrencilere geniş bir bakış açısı kazandırarak eğitimcilerin işlerini kolaylaştıracağını savunmuştur. Teknolojik materyaller öğretimi pekiştiren ve kolaylaştıran unsurlardır. Bilgisayarlı eğitim sürecinde teknolojinin öğretmenlerin alanını daraltması mevzubahis olmamalıdır. Bilgisayarlar keşifler yapmak, öğretimi kolaylaştırmak amacıyla kullanılmalıdır. Batista’ya (2001) göre kaliteli öğrenme eğitim ortamında yalnızca eğitmenlerin katılımı ile sağlanamaz. Kaliteli öğrenme ortamı öğrencilerin de aktif olarak katılımının sağlandığı, buluşlar yapma adına desteklendiği öğrenmedir.

Bilişim teknolojileri eğitim alanının önemli bir unsuru haline gelirken bilgi iletişim teknolojilerinin eğitime olan desteği günden güne artmaktadır. Bilişim teknolojilerinin eğitime katkılarını birkaç madde ile Aşkar ve Olkun (2005) şöyle ifade eder;

a) Bilişim teknolojilerine ait ürünlerin nasıl kullanıldığına dair öğretimi öğrencileri hayata hazırlaması bakımından önem arz etmektedir. Bu yönden bakıldığında bilişim teknolojileri eğitim programlarının önemli bir unsuru haline gelmiştir. Zamanla bilişim teknolojilerinin eğitim faaliyetlerinde yaygınlaşarak kullanılması bu kullanımı en temel argüman haline getirmiştir (Aşkar ve Olgun, 2005).

b) Bilişim teknolojilerinin öğrenme öğretme etkinliklerinde kullanılması bu kullanımı zaruri bir araca dönüştürmüştür.

c) Bilişim teknolojilerinin eğitime etkisi ile beraber eğitmenin eğitim sürecinde bilişim teknolojileri ile ilgili tecrübe kazanması da zaruri hale gelmiştir (Aşkar ve Olgun, 2005). Öğrencilerin kendilerini gerçekleştirebilmeleri, interaktif yazılımlarla öğrenimi çeşitlendirmesi, eğitim bilgi ve tecrübelerini aktif olarak sergilemesi bilgisayar destekli eğitim anlayışının olumlu etkilerindendir ve bu anlayış öğrenmenin kalıcı ve etkili olmasına olumlu katkı sağlar (Baki, 2002).

Sayısal ifadelerin simgelerini oluşturma, verileri sıralama ve tahlil etme ve etkili ve doğru hesap yapma bilgi iletişim teknolojilerinin sunduğu imkanlardandır. Bilişim teknolojileri aynı zamanda öğrencilerin seçme, yansıtma, düşünme ve problem çözme tecrübelerini artırırken matematiğin her dalında araştırma yapılmasına imkânı sağlar (NCTM, 2004). Özel olarak matematik eğitiminde bilgisayarı kullanımı ele alındığında Baki'nin (2008) bulguları önem arz etmektedir;

Öğrenciler matematik alanında araştırma yaparken varsayım, analiz, genelleme, problem çözme dahil olmak üzere bilimsel bir çalışmanın tüm aşamalarını bilgisayar ortamında gerçekleştirebilirler.

Teknolojik materyaller, örneğin bilgisayar gelenekçi materyallere nazaran matematikçiye daha üstün fayda sağlayabilmektedir.

Matematiği oluşturan tüm unsurların; sembollerin, formüllerin, bilgisayar ortamına taşınması çözümleyici anlamayı kolaylaştırırken sembolik ve grafiksel geçişleri olanaklı hale getirebilir.

Matematik araştırmalarında yararlanılan unsurlar bilgisayar ortamına aktarıldıkça yeni bulgulara, teorilere, yöntemlere ve buluşlara kapı aralamaktadır.

Bilgisayar programları ile çözümü zor matematik önermelerinin çözümleri, onların formül olarak ifadesi, çok fonksiyonlu değişkenlerin uzaydaki üç ya da çok boyutlu grafikleri kolayca elde edilebilecek hale gelebilir.

Sayısal bilimcilere doğru ve açık analizler yapmayı sağlayan bilgisayar programları, matematik işlemlerinin ekranda sayısal verilere dönüşmesini sağladığı gibi farklı çözüm yolları geliştirmelerine de yardımcı olabilir.

Öğrenciler bilgisayarları daha çok eğlence amaçlı kullanmalarına karşın, bilgisayar kullanımı matematik eğitimine aktarılırsa derse ilgisiz öğrencilere de ulaşılabilir. Trigo ve Perez'e (2010) göre araç olarak kullanılan bilgisayarlar matematik ilişkilerinin gözlemlenmesinde, oluşturulmasında ve oluşan yönergelerin keşiflerinde eğitimcilere yardımcı olabilir. Ertem (1999), bilgisayarların matematik eğitimini daha hızlı gerçekleştirdiğini ifade etmiştir. Aktümen ve Kaçar (2003) ise bilgisayarların üretken düşünceyi geliştiren, matematiksel bilgiyi hızlı öğrenmeyi sağlayan ve öğrencileri bu bilgileri nasıl değerlendireceklerini düşünmeye sevk eden bir yapısı olduğunu söyler. Eğitim ortamlarının geleneksel haliyle soyut kavramları somutlaştıramaması büyük bir problemdir. Bilgisayarların sembolize etmeye yardımcı olması ve somutlaştırma sayesinde bu problem ortadan kalkabilir (Baki, 1996; Baki 2008; Tapan Broutin, 2010). Yine Baki'ye (1996) göre teknolojik ortamda karmaşık işlemler çözülebilir, buna bağlı olarak bilimsel çalışma yöntemi kullanılabilir. Daha da ileri gidilerek orijinal tasarımlarla yeni olguların buluşu gerçekleştirilebilir. Uluslararası Eğitimde Teknoloji Derneği (International Society for Technology in Education) (2007), öğrencilerde bulunması gereken performans göstergelerini ölçmeye yarayan becerileri şu şekilde tanımlamıştır:

1. Kişisel ve toplu öğrenmeye katkı sağlamak için dijital medya ve çevrelerini kullanarak iletişime geçebilmek ve ortak iş yapabilme,

2. Teknolojiyi kullanımı ile bilgiyi yapılandırma, üretken düşünme ve yeniliklere açık olma,

3. Dijital kaynak ve materyalleri kullanarak bilimsel araştırma yapabilme, bilgi hızını yakalayabilme, eleştirel düşünme, çözümleme yapma ve karar verme yetisini kazanma,

4. Uygun araçlarla kaynakları aktif kullanma, aynı zamanda teknoloji kullanımı ile beşerî kültürel ve sosyolojik konuları kavrama, yasal ve etik davranışları sergileme.

Performans göstergelerinde öğrencilerde bulunması gereken becerilerde görüldüğü üzere teknoloji kullanımının üzerinde defaatle durulmaktadır. İmkân dahilinde yeni teknolojik materyallerin eğitimciler tarafından eğitim öğretim sürecinde aktif kullanımı ve sürece dahil edilmesi, öğrencilerin yukarıda sayılan maddelerde ifade edilen bilgi ve becerilere sahip olması açısından önem taşımaktadır. Batista'ya (2001, s.106) göre öğrenmeyi geliştirici potansiyeli olan teknolojik materyaller üç ana başlık altında toplanabilir. Bunlar;

Genel teknolojik materyaller; matematik biliminde veya eğitim öğretiminde değil tüm alanlarda kullanılabilen teknolojileri ifade eder.

Matematik öğretimine yönelik teknolojik materyaller; matematik öğretimine yönelik yazılım programları ve mikro dünyalar gibi öğrencilerin öğrenmelerini geliştirmek için özel amaçla oluşturulmuş teknoloji ürünlerini ifade eder.

Matematik yapabilmeye yarayan teknolojik materyaller; matematik öğretimine grafik programları, hesap makineleri, istatistiksel programlar gibi matematik yapmayı, hesaplamayı kolaylaştıran ve doğru yapmayı sağlayan teknoloji ürünlerini ifade eder.

Öğrencilerin matematiğe dair kavram ve bilgiyi öğrenmesinde fayda sağlayan teknoloji ürünleri matematik eğitiminde kullanılması açısından temel üstünlüğe sahiptir.

2.1.1.1. Dinamik Geometri Yazılımları: "Dinamik Geometri" olarak adlandırılan bilgisayar destekli alan, 1980'lerin sonlarında Cabri ve Geometer Sketchpad adındaki iki yazılımın üretilmesiyle meydana gelmiştir (Botana Valcarce, 2003). Dinamik Geometri alanının ortaya çıkmasıyla beraber Geogebra, Cindirella gibi daha başka geometri yazılımları da tasarlanmıştır. Cabri Geometri, Geometer Sketchpad ve Cindirella gibi geometriye özel tasarlanmış programların ortak adı “Dinamik Geometri Yazılımları: DGY" olarak tanımlanmıştır (Güven, 2002).

Geleneksel geometride statik yapı ile ve kâğıt-kalem ortamında ilerleyen işlevsel süreç, DGY’nin geometri eğitim alanına girmesiyle geometri alanına bilgisayar ortamında hareketlilik, etkinlik kazandırmıştır. Bu sebeple geometriyi statiklik ve durağanlıktan kurtararak dinamik geometri kavramının kullanılmasına sebep olmuştur. DGO bireylerin varsayımlarda bulunup, teorem ve ilişkileri keşfedip, keşfedilen bilgiyi test edebilmelerini mümkün hale getirmiştir (Güven ve Karataş, 2002).

Geometri eğitimi bireyin fiziksel çevresini anlaması, açıklaması ve problem çözmesini kapsamaktadır. 2 boyutlu ortamı izah edebilen Öklid geometrisi ile fiziksel çevredeki 3 boyutlu geometrik şekillerin açıklanması pek mümkün değildir. Dolayısıyla geometri eğitimi hem 2 boyutlu hem de 3 boyutlu geometriyi kapsayacak şekilde yapılabilir. DGO bireylerin problemleri çözerken uzamsal yeteneklerini kullanmalarını baz alarak buna imkân sağlamaktadır.

Geometrik şekillerin oluşturulması ve bu şekillerin yapısındaki çeşitli ilişkileri görerek belirleme DGO’da kolaylık sağlayabilir. DGO’yu diğer ortamlardan ayıran en önemli özelliği, şekillerin temelindeki özel ilişkilerin korunması, şeklin nokta ve doğru parçaları gibi öğeleriyle sürüklenmesine imkân sağlayan bir yapıda olmasıdır (Hazan ve Goldenberg, 1997, s.49). Bu hareketlilik esnasında meydana gelen tüm değişikliklerin sonuçları ekran üzerinden anında görülür.

DGO’da bireyler bağımsız nesnelerin hareket ettirilmesiyle, bağımlı nesnelerin yapı içerisindeki değişimlerini gözlemleyebilirler (Zengin, 2011); dinamik özellikleri kullanarak çizilen şekillerin ve nesnelerin farklı özellikleri arasındaki ilişki ve bağlantılar hakkında varsayımlarda bulunabilirler (Wares, 2010) ve öngördükleri bu varsayımların doğruluğunu test edebilirler (Güven, 2008).

DGY’yi diğer eğitim yöntemlerinden ayıran şey bireylerin daha kolay ve daha pratik bir şekilde bir geometrik şekil oluşturabilmeleridir. DGO’da bireylerin hem geometrik ilişkileri keşfetmeleri hem de varsayımlar üreterek öngördükleri varsayımları test etmeleri için gerekli ortam hazırlanmış olur. Bu dinamik ortam bireylere önemsenecek düzeyde motivasyon sağlamaktadır. Şekillerin tutulup hareket ettirilebilmesi öğrenciyi problemlerin çözümü esnasında farklı çözüm yolları aramaya yönlendirmekte, çözüm hakkında farklı olgular üreterek ilgilerinin artmasını sağlamaktadır (Tapan Broutin, 2010).

De Villiers (1996), DGY’nin ortaya çıkmasının tarihte geometri öğretimi adına Öklid'den bu yana en dikkat çekici gelişme olduğunu ve bu teknolojik gelişme sayesinde Öklid geometrisinin tarih olmaktan kurtulduğunu belirtmiştir. Geleneksel geometri öğretiminin yanında, DGO’da yapılan geometrinin sunduğu alternatif imkanlar yaşanılan deneyimleri destekleme ve geometriyi bireylere araştırma yoluyla öğretme özellikleri öğrenmeyi daha eğlenceli hale getirmiştir (Edwards, 1997). DGY’nin kullanılmasıyla hazırlanan etkinliklerin bireylerin bilgilerinin daha kalıcı olmasını sağladığı söylenmektedir (Işıksal ve Aşkar, 2003). DGY’nin ilkokuldan ortaöğretime her düzeyde farklı yaş ve eğitim seviyelerinde öğrenci başarılarına etkisinin incelendiği 1990–2013 yılları arasında yayınlanmış 9 kontrol gruplu deneysel araştırmanın analiz edildiği bir meta analiz çalışmasında (Chan & Leung, 2014) dikkate değer düzeyde olumlu sonuçlara ulaşılmıştır. DGY kullanılarak desteklenmiş öğretim ortamlarının sınıf düzeyleri farklı olan öğrencilerin tamamının matematik başarılarında olumlu etkiye sebep olduğu ortaya çıkmıştır. Gözlenen etki özellikle ilkokul öğrencilerinde dikkat çekici düzeydedir. Ortaya çıkan sonuçların DGY ile desteklenmiş öğretiminin uygun bir şekilde tasarlanmasının sonucu olduğu vurgulanmıştır. Cantürk, Günhan ve Açan (2016) tarafından yapılan bir araştırmada ülkemizde DGY’nin kullanıldığı geometri ortamlarının geometri başarısına etkisini deneysel yöntemlerle araştıran 41 farklı çalışmanın analizi yapılmıştır. Analiz sonucunda ilköğretim birinci kademeye yönelik yapılan araştırmalarda etki büyüklüğü orta düzeyde bulunmuştur. İlköğretim ikinci kademe, ortaöğretim ve yükseköğretim seviyesinde yapılan çalışmalarda ise etki büyüklüğünün güçlü düzeyde olduğu belirlenmiştir. Deney süreleri açısından 1-20 saat ve 21 saatin üstü sürelerde yapılan etki büyüklüklerinin farklılaşmadığı ve her durumda DGY'nin kullanıldığı geometri ortamlarının geometri başarısı üzerinde güçlü bir etkiye sahip olduğu ortaya konulmuştur.

Sinclair ve Crespo (2006), DGO'nun öğrencilerde geometri anlama düzeylerini geliştirici sırasıyla "sürekli hareket, ilişkilendirme ve iletişim" başlıkları altında incelenebilecek üç temel özelliği bulunduğunu belirtmektedirler.

Sürekli hareket; DGO'nun en önemli özelliğidir. Sürüklemeyi kapsayan özellik, bireylerin şekilleri rahatlıkla sürükleyip yönlendirmelerini, pozisyonlarını değiştirmelerini, matematiksel olarak nesnelerdeki sürekli değişimi görmelerini sağlar. Örneklendirecek olursak; öğrenciler bir paralelkenarın herhangi bir köşesinden tutularak sürüklenmesi ile kenar uzunluklarının ve açı ölçülerinin değiştiği fakat paralelliğin bozulmadığını gözlemleme imkânı bulur, yaparak ve yaşayarak keşfederler.

İlişkilendirmeye olanak sağlaması DGO'nun bir diğer özelliğidir. İlişkilendirme becerisi, matematiksel fikirlerin keşfedilmesine, bu fikirlerin görsellere uyarlanması ve çoklu temsil araçları ile basit hale getirilmesine olanak tanır. DGO görsel ve sayısal terimleri bir araya getirdiğinden bireylerin sayılar ve görseller arasında ilişki kurmasına ve varsayımlarda bulunmasına olanak sağlar. Bu sayede genellemeler yapılabilir.

İletişim özelliği dinamik ortamlardaki menü ve komutlarda kullanılan dili temsil eden bir özelliktir. DGY bulunan doğru, doğru parçası, ışın, çokgen, dönme, öteleme ve doğruya göre simetri gibi araçları içine alan matematiksel bir terminolojiyi içerir (Sinclair & Crespo, 2006). DGO'da tek amaç şekillerin çizilmesi değil bireylerin algı, hareket ve kullandıkları dilini içeren, daha derin bir öğrenmeye yönelik deneyimleridir (Azarello et al., 2002). Arcavi ve Hadas (2000) ise DGY'nin özelliklerini beş kısma ayırmıştır:

Görselleştirme: Görsel bilgileri temsil etme, dönüştürme, genelleme, iletişim, belgeleme ve yansıtma becerilerini ifade eder. Dolaysıyla görselleştirme geometrik kavramların öğretilmesinde önemli bir faktördür (Hershkowitz, 1989). DGO bireylerin farklı özellikteki şekilleri oluşturmasını ve bu şekilleri görselleştirmesinin yanında oluşumlarını değiştirme imkânı da sunar. Sonuç olarak tahminlerin doğrulanması ve ispatların yapılmasında sezgisel bir temel edindirir.

Deneyim: DGO öğrencilerin pek çok özel durum ile oynamalarına ve deneyimlerinden öğrenmelerine izin verir. Oluşan öğrenme ölçüm yapma, karşılaştırma ve şekilleri değiştirme ile pekiştirilip daha kalıcı hale getirilir. DGO bireylerin deneyimleriyle farklı durum ve yanlış örnekleri arama becerilerini de geliştirir. Bu deneyimdeki temel esaslar tahminlerin ortaya çıkarılması, düzenlenmesi ve geliştirilmesidir (Arcavi & Hadas, 2000; Gillis, 2005).

Sürpriz: Bireylerin deneyimlerini başarılı bir şekilde inceleyip irdelemeleri her zaman mümkün olmayabilir. Bu nedenle dinamik geometri öğretim programı kapsamında kalıcı bir öğrenme deneyimi için yapılması gereken bireyleri çeşitli sorularla muhatap ederek bir soru taslağı hazırlamaktır. Deneyimleriyle beraber yöneltilecek soru çeşitlerinden biri, çeşitli olayların veya eylemlerin sonuçları ile ilgili açık ve dikkatli tahminler yürütmeleri olabilir. Bu tarz soruların avantajı anlamlı öğrenme için uygun durumların belirlenmesi ve bireylerin kendine özgü fikir ve hipotezleri tekrar gözden geçirmelerinin sağlanmasıdır.

Dönüt: Ortam tarafından sağlanan dönütler bazen bir öğretmenin verdiğinden daha dikkat çekici olabilir. Bu dönütler tahminlerin tekrar kontrol edilmesi ve tekrar gözlemlenmesini sağlar.

Doğrulama: Bir öğreticinin asıl rolü öğrencilerin tahminleri karşısında gözlemleyici bir tutum sergileyip onlara "niçin" sorusunu sorarak rehber olabilmektir. DGO’da öğrenciler bir öğretmene ihtiyaç duymadan, bağımsız olarak keşifler ve tahminler yürütebilirler (Gillis, 2005, s.24). Niçin sorusu gözlem ve deneyim sürecini tekrar gözden geçirme ihtiyacı doğurmalıdır. Deneyim-dönüt-yansıtma döngüsü bir varsayımın doğrulanması ve açıklanmasına yardımcı olabilecek beyin fırtınalarına yol açmalıdır. Böylece DGO bu döngünün oluşumuna gerçek bir destekleyici olur (Arcavi & Hadas, 2000).

DGO geometri derslerinde bireylerin şekillerin parçaları arasındaki ilişki ve bağlantılarını bulmasını sağlayan sanal laboratuvarlar olarak düşünülebilir. Bütün bu pozitif özellikler sayesinde bireylerin matematiksel kavramları öğrenme süreci de diğer öğrenme ortamlarına göre farklılaşarak olumlu yönde gelişir (Hazan & Goldenberg, 1997). Gelişim sürecinde kullanılacak yazılım ve yazılımın özellikleri de önemli rol oynar.

2.1.1.1.1 Cabri Geometri Yazılımı: DGY’den en çok kullanılanlarından ikisi Cabri Geometri ve Geogebra’dır. DGYCG geometri eğitimi için üretilmiş güçlü bir geometri yazılımdır ve akıllı tahta gibi materyallerle de uyumlu çalışabilmektedir. Bu yazılım iki boyutlu ortamlarda çizimler yapılabilir, nokta, doğru, düzlem, kare, küre, çok yüzlü, prizma, koni, silindir gibi şekillerin çizimini 3 boyutlu gerçekleştirebilir. Geometrik şekillerin bahsedilen programlarla çizimi oldukça kolaydır. Geometrik tanım, teorem ve şekillerin keşfini ve yaşamla bağdaştırılmasını sağlar. DGYCG ile açı, kenar, alan, hacim gibi hesaplamaları da yapmak mümkündür. Bu şekilde cebirsel geometri hesaplamaları yapan program, cisimlerin farklı açılarından gösterimini de yapabilir. Program üzerinde oluşturulan şekiller, gerçeğinin tüm özelliklerini taşımakla birlikte sürükleme, büzülme, döndürme gibi avantajlarıyla hem öğretmede hem de kendi başına çalışmada anlama noktasında kolaylıklar sağlar. Cismi ölçeklendirmek suretiyle boyutları arasındaki orantısal değişimi gösterir. Coğrafya, fizik, resim gibi farklı alanlarda problemler kurulmasını ve bağdaşlaştırılmasını sağlar.

DGYCG çizilen geometrik şekiller üzerinde varsayımlar oluşturmayı ve bu varsayımları test etmeyi kolaylaştırmaktadır ve benzerlerinde bulunmayan pek çok özellikler ihtiva etmektedir (Pandiscio, 2002). Diğer yazılım ortamlarında sağlanamayacak birçok matematiksel kavramın somut halde gösterimini sağlamaktadır (Laborde et al., 2001, s.1). Ders ortamında kullanılacak geometri materyallerinin yüksek kalitede oluşturulmasına olanak sağlar. Geometrik yer gibi kavramların anlamlandırılmasında yeni ve farklı olanaklar sunar (Cha & Noss, 2001). Görselleştirme sayesinde açı ve derinlik gibi kavramların öğrenimini kolaylaştırır. DGYCG ile yapılan derslerde öğrencinin konuya hakimiyetini anlamak kolaylaşır. Animasyon yapma ve akıllı tahta üzerinde istenilen karakterde yazı yazma imkânı sunar.

Edwards ve Quesada (2007) tarafından yapılan araştırmada yazılımın üç önemli yararından bahsedilmiştir. Yazılım şekillerin daha iyi kavranması ve algılanması zor olan şekillerin birbirleriyle olan ilişkilerinin anlamlandırılmasına olanak sağlar. İkinci olarak yazılım uzay geometrisi ile cebri ilişkilendirerek bireylerin konuyu daha iyi anlamalarına yardımcı olur. Üçüncüsü olarak ise iki ve üç boyutlu şekiller ve bu şekillerin birbirleriyle olan ilişkileri hakkında bilgilendirme yapar.

DGYCG'nin bir başka özelliği dinamik ve kolay kullanım avantajı ile kullanıcının basitten karmaşığa doğru herhangi bir geometrik yapıyı oluşturma olanağı sağlaması ve geometrik şekillerin kavranmasını kolaylaştırmasıdır. Aynı zamanda temel araçlar kullanılarak yeni yapılar oluşturulabilir ve oluşturulan bu yeni yapılar makro araç çubuğu ile temel eleman olarak tanımlanabilir (Güven, 2002). Gorghiu, Puana ve Gorghiu (2009) DGYCG'nin sahip olduğu özellikleri aşağıdaki şekilde ifade etmiştir:

DGYCG ekranında geometrik şekiller, denklemler veya grafik fonksiyonları kolaylıkla oluşturulabilir ve pratik bir şekilde oynanabilecek, hareket ettirilebilecek nesneler haline getirilebilir.

Dönüşüm özelliği sayesinde geometrik bir şekil kolayca değiştirilebilir, ekran üzerinde geometrik yapının aynı özellikteki farklı şekilleri görülebilir.

DGYCG kullanılarak oluşturulan geometrik şekiller, ortak geometrik özellikleri olan geometrik yapıların bir sınıfını temsil eder.

Yazılımdaki araç çeşitliliği bir problemin en uygun çözümüne ulaşabilmek için birçok imkân sunmaktadır.

DGYCG görsel öğeler ve kavramsal öğeler arasında hâkim olunması gereken geometrik mantığın etkileşiminin oluşmasını sağlar.

Yazılım sayesinde öğrenciler bazı varsayımlar oluşturup, bu varsayımların doğruluğunu test edebilirler.

"Belge işlemciler" ile oluşturulan yapılar görüntü şeklinde gönderilebilir ve Cabri Java yardımıyla internet üzerinden sunulabilir.

DGYCG Öklid, dönüşüm ve koordinat geometrisini dinamik olarak keşfetmeye imkân sağlar.

Matematiksel kavramların öğrenilmesi, yazılımda kullanılmaya elverişli kinestetik öğrenme yaklaşımıyla kolaylaştırılır.

Bu imkanlar sayesinde yazılım bireyleri kâğıt-kalem gibi geleneksel ve aynı zamanda hayal gücünü kısıtlayıcı metotların aksine daha yaratıcı bir şekilde keşfetme, daha ayrıntılı inceleme ve daha etkin öğrenme olanakları sağlayarak motive eder.

2.2. Matematiksel Muhakeme (Akıl Yürütme)

Muhakeme, üst düzey bir düşünme eylemidir. Bir problem, olay ya da durumla ilgili belli bir amaca yönelik olarak çok yönlü düşünerek mantıklı bir sonuca varma işidir. Planlı, programlı adımlar dâhilinde ve mantık çerçevesinde düşünüp “Neden” ve “Nasıl” soruları etrafında detaylandırıp anlamlandırmadır (Erdem, 2011, s. 4). Muhakeme (akıl yürütme), eldeki bilgilerden hareketle matematiğin kendine özgü araç ve düşünme kullanarak yeni bilgiler elde etme süreci olarak tanımlanmaktadır (MEB, 2013). Muhakeme yapabilmek ileri düzey düşünme becerisine sahip olmayı ve düşüncelerini bilgi temeline oturtarak, mantıklı bir şekilde akıl yürüterek oluşturmayı gerektirir. İleri düzeylerde de olsa bir düşünce bu şartları sağlamıyorsa muhakeme olarak kabul edilemez (Umay, 2003). Bir konuda muhakeme yapabilenler, konu ile ilgili yeterli düzeyde bilgi sahibidir ve yeni karşılaştığı durumu tüm yönleriyle inceler, keşfeder, mantıklı tahminlerde ve varsayımlarda bulunur, düşüncelerini gerekçelendirir ulaştığı sonucu açıklayabilir ve savunabilir (Umay, 2003).

Muhakemenin matematikte yeri çok önemlidir. Matematikte var olan kuralların ve işlemlerin öğrenilmesinde, ihtiyaç duyulan en temel öğedir (Erdem, 2015). Matematik muhakeme etmedir (NCTM, 1989). Matematik üst düzey düşünme becerilerinin bir alanıdır ve doğası gereği örüntüleri keşfetmeyi, akıl yürütmeyi, tahminlerde bulunmayı, gerekçeli düşünmeyi, sonuca ulaşmayı da öğretir (Umay, 2003). Akıl yürütme ve muhakeme becerisinin gelişmesini sağlamak matematik eğitiminin temel amaçlarındandır (Fitzgerald, 1996). Matematik eğitimi üzerinde yapılan çalışmalar öğrencilerin matematiksel muhakeme yapmalarının önemi üzerine vurgu yapmaktadır. Öğrenciler düşüncelerini geliştirdikçe, keşifler yaptıkça sonuçları değerlendirdikçe matematiğin anlamlı olduğunu göreceklerdir (NCTM, 2004). Öğrenciler; problem çözme yöntemlerini, verilenler ve istenilen ile ilgili matematik bilgilerini kullanabilmeli, uzamsal, tümevarımsal, tümdengelime dayalı, istatistiksel, orantısal muhakeme yapabilmeli, ulaşılan çözümün uygunluğu ve doğruluğuna dair karar verebilmelidir (Pilten, 2008). TIMSS'e (2003) göre, matematiksel akıl yürütme aşağıdaki becerileri içermektedir (Pilten, 2008);

1. Analiz Etme: Öğrenci matematiksel durumlardaki ve nesneler arasındaki ilişkileri belirleyebilmeli, tanımlayabilmeli veya kullanabilmeli, orantısal muhakemeyi kullanabilmeli, geometrik şekilleri ayırt edebilmeli, üç boyutlu şekillerin dönüşümlerini zihninde canlandırabilmeli, bir veriye ait farklı gösterimleri karşılaştırabilmeli ve eşleştirebilmeli, verilenlerden hareketle geçerli sonuçlar çıkarabilmelidir.

2. Genelleme Yapma: Öğrenci matematiksel düşünme yoluyla elde ettiği sonuçları uygulanabilir terimlerle daha genel bir şekilde ifade edebilmeli ve genişletebilmelidir.

3. Bağlantılar Oluşturma: Öğrenci sonuca ulaşabilmek elde ettiklerini sonraki sonuçlarla birleştirebilmeli ve ilişkili matematiksel fikirler arasında bağlantılar kurabilmelidir.

4. Karar Verme: Öğrenci matematiksel çıkarım ve özellikleri kullanarak ve gerekçeler sunarak bir ifadenin doğruluğu veya yanlışlığına karar verebilmelidir.

5. Rutin Olmayan Problem Çözme: Öğrenci matematiksel veya gerçek hayat ile ilişkili problemleri çözebilmeli, prosedürleri tanıdık olmayan yeni yapılara uygulayabilmeli ve geometrik özellikleri rutin olmayan problemlerin çözümünde kullanabilmelidir.

Yapılan bazı araştırmalar matematiksel akıl yürütme becerisinin öğrencilerin geometri dersinde gösterdikleri performansları ile ilişkili olduğunu öne sürmektedir (Wu, 1996; Mason, 1997). Geometri dersi ile akıl yürütme arasındaki ilişki NCTM (2004) ise "Geometri öğrencilerin akıl yürütme becerilerinin gelişmesi için doğal bir alandır." ifadeleriyle belirtilmiştir. Geometrik akıl yürütme matematik haricinde de birçok çalışma alanında ve hayatın her aşamasında önemli bir beceridir (Goos & Spencer, 2003). Geometrik akıl yürütme ve geometrik düşünme ile ilgili yapılan araştırmalarda Van Hiele modeli esas alınmış ve NCTM tarafından belirlenen standartlarda geometri eğitiminin Van Hiele modeline göre düzenlenmesi tavsiye edilmiştir. Öğrencilerin geometrik yapıları incelerken ilişkiler üzerinde düşündükleri, varsayımlar ortaya attıkları, genellemeler sayesinde kurallar oluşturdukları, düşüncelerini savundukları öğrenme süreçlerinin gerçekleşmesi önemlidir (Battista & Clements, 1995; De Villiers, 1999; Jones, 2000).

Öğrencilerde akıl yürütme yetenekleri geliştirilmediği takdirde matematik, öğrenciler tarafından düşünülmeye gerek duyulmayan belirli kurallar hesaplamalar, çizimler topluluğu olarak algılanır (Ross,1998). Muhakeme yapabilmenin bir yetenek olmasının yanı sıra çevresel yollarla ve eğitim yollarıyla geliştirilebilir olduğu düşüncesi kabul görmekte ve bu alan araştırmacıların ilgi odağı olmaya devam etmektedir (Umay, 2003; Altıparmak ve Öziş, 2005; Çoban, 2010). Öğrencilerin kendi fikirlerini ifade etmeleri, fikirlerinin doğruluğunu ispatlamak için tartışmaları ve eksik kısımlarını fark etmeleri ve farklı düşünceleri eleştirebilmeleri ancak matematiksel muhakemenin kullanıldığı bir sınıfta gerçekleşir (Pilten, 2008; Altıparmak ve Öziş, 2005). Matematiksel muhakemenin nasıl geliştirilebileceğinin özellikle öğretmenler tarafından bilinmesi son derece önem taşımaktadır. Matematiksel muhakemenin nasıl kullanılacağını ve geliştirilebileceğini bilen öğretmenler öğrencilerine bu konuda yardımcı olabilirler. Matematiksel düşünme becerileri geliştirmek ve değerlendirmek için oluşturulmuş bir çalışma grubu olan Math-CATs (The Mathematical Thinking Classroom Assesment Techniques-Matematiksel Düşünme Sınıf Değerlendirme Teknikleri) (2007) matematiksel muhakeme becerilerini geliştirebilmek için aşağıdaki yöntemlerin kullanılmasını tavsiye etmiştir:

1. Öğrencilere hata içeren ve bulunan hatanın açıklanmasını gerektiren tipte sorular verilir. Bu yöntem öğrencilerin matematiksel durumları analiz etmeleri, hatayı bulup açıklayarak düzetmelerini gerektirir. “İki parayı atacağım, ikisi de yazı gelirse Jane, ikisi de tura gelirse Rob, biri yazı diğeri tura gelirse ben kazanacağım. Bu oyunun neden adil bir oyun olmadığını açıklayınız.” sorusu hata içeren bir soru örneği olarak verilebilir.

2. Öğrencilerin mantıksal tahminler yürütmelerine olanak sağlanır. Öğrencilerin bir araç kullanmadan tahmini imkânsız görülen sorulara nicel varsayımlarda bulunmaları gerekir. Tahminlerini açıklamaları ve mantıklı olup olmadığını analiz etmeleri gerekir. “Amerika’da her dakikada kaç bebek doğuyor?” sorusu mantıksal tahmin yürütmeye olanak sağlayacak bir sorudur.

3. Öğrencilerin zihinlerinden ölçümler oluşturmalarına izin verilir. Öğrenciler bu yolla zihinlerinde oluşturdukları ölçülerini değerlendirmeye yönlendirilir. “Farklı şekillerde verilen merdivenlere hiçbir ölçüm yapmadan sadece bakarak merdivenleri dikliğine göre sıralayınız” sorusu zihindeki ölçümü değerlendirmeye olanak sağlayacak bir sorudur.

4. İkna ve ispat soruları kullanılır. Bu sayede öğrencilerin mantıksal tartışmalarda yargılarını destekleyecek örnekler bulmada ne kadar iyi oldukları değerlendirilebilir. Verilen durumların doğruluklarının ne zaman gerçekleşebileceğini (her zaman, bazen ve hiçbir zaman) değerlendirmeleri istenir. Öğrencilerin verdikleri karara ilişkin örnekler ve nedenler sunmaları beklenir. Verilen ispatları değerlendirerek doğru olan ispatlarla eksik olanları ayırt etmeleri istenir. Örnek olarak “İki dikdörtgenin çevresi aynı ise alanı da aynıdır. Bu durum “Her zaman, bazen ya da hiçbir zaman?” gerçekleşir. Neden?” sorusu verilebilir.

5. Kanıtlar ile bir yargıya vararak sıralanmış verileri analiz etmelerine olanak sağlanır. Öğrenciler bu yolla verilen bilgileri organize eder, analiz eder, yorumlar ve hassas sonuçlar çıkarma becerilerini geliştirir. Eleştirel tartışmalar yapmak, yargıya dayalı kararlar vermek açısından önemli bir beceridir. "Siz görevi bir şehrin güvenliğini artırmak olan bir yol güvenliği uzmanısınız. Şehrin haritası ve geçen sene boyunca olan trafik kazalarının verilerine sahipsiniz. Kazaya sebep olan araç tipi, kazanın zamanı, yeri ve detayları verilerde mevcuttur. Yol güvenliğini artırmak için size verilen yüz bin dolarınız var. Şehrin problemli noktasını bulunuz, nedenlerini belirtiniz. Ardından ne yaparsınız?" soruları verilebilir.

Yapılan çalışmalarda öğrencilerin muhakemelerini geliştirmeye yönelik önerilen diğer bazı yöntemler öğrencilerin hatalarını belirleyerek analiz etmelerini sağlamak (Borasi, 1994; Hartman, 2001; Kramarski & Zoldan, 2008), öğrencileri açıklama, sorgulama, derin düşünme, muhakeme stratejilerini çeşitlendirmeleri için teşvik etmek (Hartman, 2001; Kramarski ve Zoldan, 2008; Reis & Renkl, 2002), işbirlikli gruplar halinde organize etmek (Van Amelsvoort et al., 2007), kullandıkları stratejileri tartışmalarına ve farklı muhakemeler hakkında düşüncelerini açıklamalarına olanak sağlamak (Artzt & Yaloz-Femia, 1999; Pape et al., 2003), somut materyaller kullanmak (Gürbüz, 2006; Pijls et al., 2007), oyunlarla öğretim yapmak (Lach & Sakshaug, 2004; Olson, 2007), günlük yaşamla bağlantı kurmak (Emig, 1997; Erdem, 2011), çoktan seçmeli sorular yerine derin muhakeme gerektiren sorular yöneltmek (Erdem ve Gürbüz, 2015), teknoloji destekli öğretim yapmak (Kramarski & Zeichner, 2001) olarak vurgulanmıştır.

2.2.1. Matematiksel İspat

Matematiksel düşünme, akıl yürütme, muhakeme ve ilişkilendirme becerileni kapsayan bir zihinsel oluşum süreci ile ispat oluşturulur (Güven vd., 2014; Selden ve Selden, 2003). İspatın bir oluşum süreci olarak nitelendirilmesini sağlayan en önemli unsurlardan biri muhakemedir (Demir, 2017). Matematiksel bir ispat, verilen önermelerden belirli bir sonuca ulaşma ya da önermeleri ilişkilendirerek mantıksal bir çıkarım elde ederek çeşitli genellemelere ulaşmaktır (Özer, 1998; Yıldırım, 2000). İspat; matematiksel bir ifadenin sonucunu doğrulamak, başkalarına açıklayarak onları ikna etmek ve sonuçları tümdengelimsel bir sistem içinde ifade etmektir (Almeida, 2003). Keşfetme, varsayımda bulunma, akıl yürütme, genelleme ve doğru stratejilerle mantıksal gerekçeleri organize etme gibi on yedi zihinsel süreci içinde barındıran bir karmaşık bir yapıdır (Ball et al., 2002). Matematiksel ispat doğrulama, açıklama ve sistemleştirmenin yanında fikirlerin mantıksal yapısını açıklamak ve muhakeme ile tümdengelimsel çıkarımlar yapmaktır (Hanna & Jahnke, 1996).

NTCM'de (2000) ispat sürecinde matematiksel önerme ve teoremlerin anlam kazanması için doğru bir muhakeme ile hipotezlerden mantıksal sonuçlar çıkarılması gerektiğini vurgulamıştır. Bu anlamda matematiksel bir ilişkinin ispat sürecinde bireyler muhakemede yapılan basit bir hata sonucunda sistematik bir yanılgıya düşebilir. Di Martino ve Maracci (2009) öğrencilerin ispat sürecinde zorluklar yaşamalarında etkisi olan faktörlerden en önemlisinin ispatları anlama, yorumlama, varsayımda bulunma ve farklı stratejileri ileriye sürmelerine sebep olan doğru bir muhakemenin eksikliği olduğunu belirtmektedir. Yanılgılar ve hatalı stratejiler, muhakeme hatası olarak adlandırılabilir. Muhakeme hataları ile okul öncesi dönemden lisansüstü döneme kadar olmak üzere bütün öğretim kademelerinde karşılaşılabileceğinden söz edilebilir (Weber, 2009). Yapılan birçok çalışmada (Andrew, 2009; Almeida, 2000; Dreyfus, 1999; Harel & Sowder, 1998; Jones, 2000; Moore, 1994; Recio & Godino, 2001; Selden ve Selden 1995, 2003, 2007; Stylianides & Stylianides, 2009; Weber, 2001; Weber, 2004) öğrencilerin ispat sürecinde birçok muhakeme hatasına düştükleri ortaya çıkarılmıştır. Öğrencilerin ispat sürecinde ileri sürülen hatalı muhakemelerin belirlenmesi ve ispat sürecinde yaptıkları muhakeme hatalarının analiz edilip düşünme süreçlerinin açığa çıkarılmasına yönelik çalışmaların yapılması önemlidir (İskenderoğlu, 2010; Schoenfeld, 1994). İspat sürecinde öğrencilerin yaptıkları bazı muhakemeler onların yanılgıya düşmesine sebep olabilmektedir (Selden ve Selden, 2003). İspat sürecinde ortaya çıkan hatalı muhakemeler; muhakeme hatası, muhakeme eksikliği ve muhakeme boşluğu olmak üzere üç ayrı başlık altında incelenebilir (Selden ve Selden, 2003). Muhakeme eksiklikleri öğrencilerin ispat sürecinde hatalı olduğunu fark etmedikleri muhakemeler yürüterek ispatı sürdürmeleri durumudur (Stylianides & Stylianides, 2009). Yapılan birçok çalışma öğrencilerin hatalı ispatlar oluşturarak bunların doğru olduğunu kabul edebildiklerini göstermektedir (Harel & Sowder, 2007; Knapp, 2005; Selden ve Selden, 1995; Weber, 2001). Muhakeme eksikliği olarak adlandırılan durumlar öğrencilerin kavram bilgilerinin eksikliğinden dolayı ezbere çözümler yapmaları ya da ispat süreçlerini tamamlamadan sonuca varmalarıdır (Umay, 2007). Öğrenciler tam kavrayamadıkları konularda matematiksel temele dayanmayan, anlık uydurulmuş veya eksik muhakemelerde bulunurlar (Russell, 1999). Muhakeme boşluğu olarak nitelendirilebilecek durumlar ispat adımlarında yapılanlara ve kullanılan önermelere yönelik gerekçeler sunulmaması ya da adımlar arasında bir ilişki kurmadan ispatın tamamlanması olarak ifade edilebilir (Selden ve Selden, 2003).

Literatürde yapılan çalışmalarda öğrencilerin ispata nereden başlayacağına karar verememeleri (Atwood, 2001; Baker & Campbell, 2004; Selden ve Selden, 2007), matematiksel tanım, teorem ve kavramları doğru kullanamamaları (Edwards & Ward, 2004; Epp, 2003;

Ferrari, 2004; Knapp, 2006; Sarı, 2011; Selden ve Selden, 2003, 2007; Weber, 2006), ispat yöntemlerini belirleyememeleri ve nasıl kullanılacağını bilmemeleri (Antonini & Mariotti, 2007; Goetting, 1995; Ko & Knuth, 2009; Thompson, 1996; Weber & Alcock, 2009; Wu Yu, 2003), ispatı yapmayacaklarını düşündüklerinde doğru olmasa da bir şeyler yazmaya çalışmaları ve hatalı muhakeme yürütmeleri (Harel & Sowder, 2007; Knapp, 2005; Selden ve Selden, 1995; Weber, 2001; matematik dilini uygun kullanamamaları (Alcock & Simpson, 2005), hatalı stratejiler geliştirmeleri (Weber, 2006) karşılaşılan güçlükler olarak sayılmıştır. Di Martino ve Maracci (2009) öğrencilerin ispat sürecinde zorluklar yaşamalarında birçok faktörün etkili olabileceğine, bunlardan en önemlisinin ise ispatları anlama, yorumlama, varsayımda bulunma ve farklı stratejiler ileriye sürmeyi sağlayan üst bilişsel bilginin yani doğru bir muhakemenin eksikliği olduğuna vurgu yapmaktadırlar.

2.2.2. Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeyleri

Geometrik düşünme matematiksel bir düşünme biçimidir (Şahin, 2006). Geometri kavramının algılanması ve geometri düşüncesinin gelişimi alanında bu Pierre Marie Van Hiele ve Dina Van Hiele Geldof 1957'de çeşitli araştırmalar yapmış ve kendi teorilerini öne sürmüşlerdir. Bu model Hollandalı matematikçi Pierre Van Hiele ve Dina Van Hiele Gedolf'un Utrecht Üniversitesi'nde 1957 yılında sundukları doktora çalışmalarının bir neticesidir. Dina'nın 1958 yılında ölmesi ile eşi Pierre kuramı ilerletmiştir. Hiele çifti çocuklarının ve öğrencilerinin geometride bazı sorunlarla karşılaştıklarını gözlemlemiş, sorunu anlama yoluna giderek zaman içerisinde Van Hiele ders anlatım tekniğini değiştirmiş fakat öğrencilerde bu sorunların tekrarlandığını görmüştür (Van Hiele, 1986). Bunun üzerine Hiele çifti çalışmalar başlatmış ve öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin olduğunu saptayarak günümüzde de aktif olan Van Hiele düşünme düzeyleri modelini geliştirmişlerdir. Sovyetler Birliği 1960'lı yıllarda eğitim alanında bu teoriden etkilenerek geometri programını önemli ölçüde değiştirmiştir. Teoria 1974'te Izaak Wirszup ile Amerika'da da eğitimcilere sunulmuş fakat 1980'li yıllarda teori dikkat çekmeye başlamıştır (Fuys,1985; Crowley, 1897). 1984 yılında konuyla ilgili yapılmış çalışmaların İngilizce'ye çevrilmesinin ardından hala tüm dünyada geçerliliğini koruyan bir teori haline gelmiştir (Hoffer, 1981; Ususkin, 1982; Mayberry, 1983; Fuys et al.,1988) gibi birçok araştırmacı geometrik algı düzeylerini belirlemede Van Hiele düzeylerinin önemli olduğuna dair araştırmalar yapmış, teorinin geçerliliğini ortaya koyan çalışmalar ortaya koymuştur. Geometrik düşünme yetisinin gelişimi ile ilgili son yıllarda dünyada yaygın olarak kabul edilen ve en çok kullanılan teori Van Hiele teorisidir (Olkun ve Toluk Uçar, 2007).

Van Hiele düşünme düzeyleri modeliyle istenen, geometrik anlamayı sağlama ve geliştirmedir. Öğretim süreçleri içinde geliştirilen bu modelde, öğrencilerde ideal seviyeyi yakalama amacıyla geometrik düşünmeyi sağlamak için yapılan etkinliklere iştirak etme ve geometrik kavramların özelliklerini keşfetmek gereklidir. Van Hiele modeli iki basamaktan oluşur.

Düşünme Düzeyleri: Düşünme düzeyleri öğrencilerin geometriyi anlama yollarını ve aşamalarını ifade eder. Van Hiele modelinde geometri öğrenme sürecinde öğrenci bazı düşünme aşamalarından geçer ve aşamalar arası geçiş en önemli noktadır. Gelişimi ve düzeyler arası geçişi belirleyen ise verilen eğitimin niteliğidir.

Öğrenmenin Aşamaları: Geometrik kavramlar öğrenilirken geçilen seviyelerdir. Bu geçişlerde belirleyici unsur öğrencinin yaşı veya gelişim seviyesi değil, verilen eğitimin ve öğretmenin kalitesidir.

Van Hiele geometrik düşünme modeline göre geometrik düşünce beceri beş aşamaya bağlı olarak gelişir (Van Hiele,1986). Düzeyler öğrencilerin kavrama şekli bakımından farklılık gösterir. Van Hiele'ye (1986, 1999) göre geometrik düşünme yetisine sahip olma sırası ile görsel düzey, analiz düzeyi, basit çıkarım, çıkarım ve sistematik düşünme (rigor) düzeyi olmak üzere beş aşamada gerçekleşir. Düzeyleri Van Hiele' nin (1986) bazı çalışmalarında 0-4 olarak belirtilirken, bazı araştırmacılar (Wirszup, 1976; Hoffer, 1981, 1983) 1-5 olarak belirtmişlerdir. Aşağıda her düzeyde gerçekleşen algılama biçimleri ayrıntılı olarak ele alınacaktır.

Düzey 1: Görsel düzeyde bulunan öğrenciler geometrik şekilleri terimsel algılayamayıp yaşadıkları ortamda gözleme dayalı isimlendirme ve kıyaslama yaparak öğrenirler (Pesen, 2008, s.372). Nesnelerin görünüşüne göre özelliklerini algılamadan bir sınıflandırma yaparlar. Örneğin verilen bir nesneyi veya gösterilen uçları kapalı bir çizimi daire veya kare olarak nitelendirebilirler. Dairenin köşeleri olmayan kapalı bir yuvarlak olduğunu algılayamaz fakat daire gördüğünde tanıyabilirler. Hoffer'in (1981) açıklamasına göre bu düzeyde olan öğrenciler objeleri olduğu gibi algılayıp farklılık gösteren özelliklerini ayırt edemezler. Düzey 0'da görsel algı daha belirgin olduğu için farklı şekilde çizilen bir üçgeni tanıyamazlar veya 45 derecelik açı yapacak şekilde döndürülen bir kareyi baklava dilimi olarak tanımlayıp kare olduğunu fark edemezler. Şekiller arasında yapacakları bir sınıflandırmada kareye benzeyen her nesneyi bir araya veya daireye benzeyen her neyse ise bir arada toplayarak gruplandırabilirler. Bu düzeyde deneyim kazanan öğrenciler geometrik şekiller hakkında bilinçli yargıda bulunmaya başlarlar. İlerleyen dönemde öğrenci dikdörtgenin kareden farkını tanımsal olarak ifade edebilir. Fakat geometrik şekillerin, örneğin karenin dört kenarı birbirine eşittir gibi cebirsel özellikleri hakkında bilgi sahibi değillerdir. Olkun ve Toluk (2007) görsel dönemdeki öğrencilere hazır olmadıklarından dolayı cebirsel özellik içeren bu tür bilgilerin verilmesinin ezberlemeye sebep olacağını belirtmiştir. Görsel düzeyde bulunan öğrencilerin düşünme becerilerini geliştirmek için geometrik şekillerin özellikleri somut objelerle oyun oynamaları sağlanarak öğretilebilir (Altun 2008, s. 357).

Düzey 2 (Analiz düzeyi): Geometrik nesneleri özelliklerine göre isimlendirme, kıyas yapma ve sınıflama analitik düzeyinde ortaya çıkan özelliktir (Pesen, 2008). Öğrenciler bu aşamada geometrik şekli sadece görsel ve bütüncül olarak değil, ölçüm, çizim, model yapma gibi cebirsel özelliklerini de gözlemleyip ampirik sonuç çıkarabilirler (Hoffer, 1981). Çizimi farklı olsa da bütün dikdörtgenlerin dört kenarlı olduklarını, karşılıklı kenarların uzunluklarının aynı olduğunu ve açılarının dik olduğunu düşünebilirler. (Baykul, 2009, s.355). Bu düzeyde öğrencilerin ayırt edemediği nokta şekillerin alt gruplarının olmasıdır (Şahin, 2006). Olkun ve Toluk'a (2007) göre öğrencinin çıkarımlarda bulunması bir üst düzeye geçiş için faydalı olacaktır. Bu yargılarda bir geometrik şekli açıklarken özelliklerinin gerekliliğini doğruluğunu veya gereksiz olduğunu sorgulayıp analiz etmesi önemlidir.

Düzey 3 (Basit çıkarım veya informal tümdengelim düzeyi): Basit çıkarım düzeyinde olan öğrenciler geometrik şekillerin özelliklerinin birbirleri ile ilişkilerini fark etmeye başlarlar. Tanım ve aksiyomlar algılanabilirken mantıklı çıkarımlar hala yapılamamaktadır. Örneğin, "Bütün kareler aynı zamanda dikdörtgendir.", diyerek şekillerin özelliklerini bağdaştırabilirler ama görüşlerini ispatlayacak açıklamayı yapamazlar. Biçimsel olmayan fikir yürütme yapabilirler. Öğrenciler ispat aşamalarını izleyebilir ancak ispat yapamazlar. Hoffer'a (1981) göre basit çıkarım düzeyinde olan bir öğrenci için geometrik şekil tanımları anlam kazanmıştır. Bu düzeyde öğrencilerin düşünme becerilerini geliştirme adına geometrik şekil ve eşyalarda gözleme dayalı fikir yürütmeleri için uygun ortam oluşturulmalıdır. Olkun ve Toluk'a (2007) göre alınan eğitime göre değişiklik göstermekle beraber ilköğretimin ikinci aşaması genellikle bu düzeye denk gelmektedir.

Düzey 4 (Çıkarım veya formal tümdengelim düzeyi): Çıkarım düzeyinde olan öğrenciler tümevarım metodu ile akıl yürütme yapabilirler (Pesen, 2008). Tek başlarına ispatta bulunabilirler. Bu dönemde öğrenciler diklik paralellik gibi özellikleri geometrik şekil ve objelerden bağımsız bir obje olarak görebilirler (Altun, 2008). Bu düzeyde geometrik düşüncenin amacı nesneler ve şekiller arasındaki ilişkilerdir. "Bu tahminler doğru mudur, bunlar gerçek midir?" gibi sorgulamalarda bulunabilirler. Aksiyonlar tanımlar teoremler gibi artık anlaşılabilir özelliklerde soyut çalışma yürütebilirler (Van De Walle, 2007). Öğrencilerin bu düzeyde düşünme özelliklerini göstermeleri lise eğitimlerinde geometri alanında başarı gösterebilmeleri ve geometrik ispatları anlaşılması için gereklidir (Terzi, 2010).

Düzey 5 (İleri düzey veya ilişkileri görebilme düzeyi): Son ve sistematik düşünme de denilebilecek olan düzey 5'te bulunan bir kişi aksiyomatik sistemler arasındaki farklılıkları kavrayabilir. Öklid geometrisinin özelliklerini Öklid dışı geometride yorumlayabilir, uygulamalarını gerçekleştirebilir. Aynı zamanda aksiyomatik sistemlerin farklarını ve ilişkilerini gözlemleyebilir. Bu sistemler üzerinde çalışabilecek durumdadır (Hoover, 1981) İlişkilerin görülebildiği bu düzey, eğitim sisteminde ortaöğretim sonrası yıllara denk gelir (Pesen, 2008, s. 274). Van Hiele geometrik düşünme modeline özgü anlayışı geliştirmekle beraber modeli tanımlayan özellikleri de açıklamışlardır. Tanımlanan özellikler eğitmenlere eğitimsel faaliyetlerde karar vermede yardımcı olabilir. Van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin özellikleri aşağıdaki şekilde belirtilmiştir (Baykul, 1999, Holmes, 1995; Crowley, 1987);

Sıralama, Ardışıklık: Deniz'e (1987) göre düzeyler arasında hiyerarşik bir yapı vardır. Bir düzeyden diğerine geçmek için bir önceki düzeyi tamamlamış olmak gerekir. Kişi düzeyleri sırayla tamamlamak zorundadır. Bir düzeyin özellikleri tamamlanmadan diğerine geçilmemesi öğrencilerin başarı sağlayabilmeleri için gereklidir.

İlerleme: Düzeyden düzeye geçiş yaşa bağlı olarak değil alınan eğitimin içeriğine ve eğitim yöntemlerine bağlı olarak değişiklik gösterir. Bazı eğitim yöntemleri düzeyler arasındaki ilerlemeyi yavaşlatırken, bazıları geliştirebilir. Farklı öğretim seviyelerinde farklı düzeylerde bulunulabilir. Ama hiçbir eğitim yöntemi düzeylerden birinin atlanılmasına müsaade etmez ve öğrencilerin kazandıkları tecrübeler üst düzeylere geçmelerine imkân sağlar.

Dil bilimi: Dil simgeleri ve bu simgeleri ilişkilendiren sistem her düzeyin kendi içinde gerçekleşir. Kullanılan dilin önemi ile birlikte her düzeyde kullanılan dilin öğrencinin anlayabileceği şekilde kullanılmalıdır. Bir düzeyde öğrenciye söylenenler anlamsız gelirken başka bir düzeydeki öğrenci dili kolaylıkla algılayabilir.

Yanlış eşleme: Öğretimin gerçekleştirildiği düzey ile öğrencinin içinde olduğu düzeyi ve geometri konusu birbirinden farklı ise öğrenme gerçekleşmez. Olduğu düzeyden farklı bir düzeyin eğitimini alan öğrenci bir ilerleme kat edemez. Öğretmenin kullandığı kelimeler ve öğretim unsurları öğretilen konu ve içeriği öğrencinin seviyesinin üzerinde ise düşünme düzeyleri metodunu takip edemeyecektir.

Hedef: Doğal olarak her düzeyin hedefi bir üst düzeydeki çalışmanın amacını oluşturur. Öğrencilerde sonraki aşamaya geçişi hızlandırmak için onları buluş yapmaya, sorgulamaya, müzakereye ve bir üst düzeydeki konularla etkileşim içine girmeye yönlendirmek gerekir.

Van Hiele (1999), "Geometrik düşünme düzeylerinde geçişi gerçekleştirebilmek için etkinlikler beş adımdan oluşmalı ve bu adımlar izlenmelidir" der. Bu adımlar, görüşme, netleştirme, serbest çalışma, bütünleme ve çözme yaklaşımlarıdır. Adımların özellikleri aşağıda verilmiştir.

Görüşme: Van Hiele (1999), öncelikle çocukların yapıları keşfetmeleri için hazırlanmış araçların sunulduğu araştırma aşaması ile başlaması gerektiğini savunur. Öğretilecek konu hakkında öğretmen ve öğrenciler bir diyalog başlatırlar ve burada kullanılan tanım ve kavramlar oldukça önemlidir. Öğretmen öğrencinin konuya ilgisini çekmeye çalışırken aynı zamanda sorular yönelterek öğrencinin düzeyini tespit etmeye çalışır (Olkun ve Toluk Uçar, 2007).

Yöneltme: Direkt olarak yönlendirme ile gelişimi sağlayacak etkinlikler sunulmalı, yapıların özellikleri kademe kademe öğrenciye verilmelidir. Söz gelimi yap-boz gibi objeler kullanılarak çocukların simetriyi fark etmeleri sağlanır (Van Hiele, 1999). Olkun ve Toluk Uçar'a (2007) göre öğrencilerin öğrenilen konuyu araştırma yaparak keşfetmeleri için öğretmen etkinlikler düzenler.

Netleştirme: Konuya açıklık getirmek ve belirginlik sağlama aşamasıdır. Van Hiele'ye göre öğretmenler bu aşamada terminoloji kullanmaya başlayıp çocukları da kullanmaları için teşvik eder. Öğrenciler az bir yardımla tecrübelerinden öğrendikleri bu yapıyı ve tartışmakta kullandıkları kelimeleri ayrıştırırlar (Olkun ve Toluk Uçar, 2007).

Serbest çalışma: Serbest yönlendirme ve düzenleme yapılması gereken aşamadır. Bu aşamada öğretmenler çocukların bildiği kavramlar üzerinde çeşitli etkinlikler hazırlayarak becerilerini geliştirmelidir. Örneğin yeni şekillerin oluşturulması amacıyla farklı parça ve şekillerin bir araya getirildiği etkinlikler düzenlenebilir (Van Hiele, 1999). Öğrenciler birden fazla adımda çözebilecekleri problemlerle ve farklı çözüm yolları üzerinde çalışırlar. İncelenen geometrik yapının farklı öğelerinin ilişkilerini ararlar (Olkun ve Toluk Uçar, 2007).

Bütünleme: Birleştirme ve bütünleştirme yapılacak aşama en son aşama olarak nitelendirilir. Öğrencilere öğrendikleri bilgiyi tartışabilmeleri ve gösterebilmeleri için olanak sağlanmalı ve buldukları fikirler desteklenmelidir.

Tüm bu aşamalar boyunca öğretmen çeşitli roller üstlenir. Öğretim sürecinde kullanılacak çeşitli etkinlikler hazırlar, öğrencilerin ilgisini incelenen geometrik şekillere çeker, matematiksel dili kullanır, öğrencilerin terminoloji kullanarak tartışmalarına destek olur, şekiller ile ilgili kavramsal düşünme becerisini kullanmalarını sağlamak için problem çözme yaklaşımlarından yararlanır ve bilgilerine açıklamalar getirmelerini teşvik eder. Öğrenciler öğrendiklerini yeni bir düşünce yapısı olarak içselleştirirken öğretmen bu aşamalarda öğrencilerin geometrik düşünme seviyelerinde yükselmelerini hızlandırmaya çalışır (Olkun ve Toluk Uçar, 2007).

2.3. Geometrik İnşa

Duval (1998), geometri öğreniminin aşağıdaki bilişsel süreçleri içerdiğini öne sürmüştür;

1. Görselleştirme süreci; geometrik bir yapının gösterilerek ifade edilmesi.
2. İnşa süreci; farklı geometrik yapı ve araçları kullanarak geometrik yapıları oluşturma.
3. Muhakeme süreci; açıklama, ispat etme ve yapılan işlemlerle ilişkili muhakeme yapma.

Bu bilişsel süreçler birbiriyle yakından ilişkili ve geometrik yeterlik için gereklidir. Öklid inşaları olarak da adlandırılan geometrik inşa kavramı ilk olarak Öklid'in ortalama 2300 yıl önce yazdığı "Elementler" kitabında karşımıza çıkmaktadır. Temel geometrik inşalar o dönemde matematiğin temel konusu olarak bilinmekte ve Öklid teorisinin temelini oluşturmaktadır (Martin, 2012). Geometrik bir çalışma, şekillerin veya kavramların görselleştirilmesi, oluşturulması ve genellemeye gidilmesi ile ortaya çıkar. (Köse, 2008). Öklid geometrisinin aksiyomatik sisteminde geometrik inşalar önemli bir yere sahiptir (Smart, 1993). Aynı zamanda temel geometri inşaları olarak adlandırılan Öklid inşaları pergel-çizgeç inşaları, pergel cetvel inşaları olarak da adlandırılmaktadır (Erduran ve Yeşildere, 2010). Geometrik inşa sürecinde cetvel üzerindeki ölçü işaretleri kullanılmamaktadır. Lim-Teo (1997) geometrik inşaları, pergel ve çizgeç kullanarak geometrik şekli meydana getirmek için uygulanan prosedürler olarak tanımlar. İnşalar ölçüm araçları kullanmadan geometrik kavramların anlaşılmasına ve problemlere çözüm bulmaya yarar. Öklid'in "Elementler" adlı kitabında birden fazla geometri inşa tekniğine rastlanmaktadır. Bahsi geçen temel geometrik inşalar, bir doğruyu iki eşit parçaya ayırma, bir doğru parçasına eş doğru parçası, bir açıyı iki eşit açıya ayırma, bir açıya eş açı oluşturma, bir açısı iki kenarı verilen üçgeni oluşturma ve bir doğru dışındaki bir noktadan paralel doğru oluşturmadır (Smart, 1993). Temel geometrik inşa sürecinde pergel, ölçme fonksiyonu ile eşit mesafe çizmek ve ölçüsüz cetvel ise ölçme fonksiyonuna sahip olmadan sadece düz çizgi çizmek için kullanılmaktadır.

Geometrinin anlayarak öğrenilmesinde geometrik inşalar çok önemlidir (Martin, 2012). Materyal kullanmanın öğrenmeyi hızlandırdığı, aktif öğrenmeyi sağladığı, adapte ve motive ettiği, problem çözme ve yaratıcılığı geliştirdiği birçok farklı çalışmada ortaya konulmuştur. (Knapp & Glenn, 1996; İşman, 2005; Apperson et al., 2006). Geometrik inşalar tahmin gücünü geliştirme amacıyla kullanılması gereken araçlardır (Cheung, 2011).

Geometrik inşa süreçleri geometri öğretiminin temelini oluşturan keşfederek öğrenme, anlamlı öğrenme ve problem çözme gibi ortak ilkelerle tamamlanmaktadır. Tahmin etme, deneme, farklı yollar ele alarak çözüme ulaşmaya olanak sağlar. İnşa çalışmalarının öğrencilerin daha fazla derinlemesine düşünmesine yol açtığı ve matematiğe olan ilgilerini artırdığı (Napitupulu, 2001; Cheung, 2011) ifade edilmektedir. İnşa çalışmaları Van Hiele geometrik düşünme düzeyi 1. düzeyde olan (görsel düzey) öğrencilere uygun değildir (De Villiers, 2003). Çünkü öğrenci şeklin geometrik özelliklerini bu düzeyde henüz fark edemez. 2. düzeyde (analiz düzey) bulunan öğrenciler inşa yapılarıyla karşılaşmaya hazırdırlar, fakat kendilerine özgü tanımlama ve açıklamaları öne sürmeleri beklenmez (De Villiers, 2003). Geometrik inşalar öğrencilerin farklı geometrik şekilleri ve aralarındaki ilişkiyi görmelerini sağlar ve problem çözme becerilerinde de etkili olur (Posamentier, 2000; Napitupulu, 2001). Bu nedenle De Villiers (2003) geometrik inşa etkinliklerinin öğrencilerin düşünme düzeyinde 2. düzeyden 3. düzeye (mantıksal çıkarım öncesi) geçmelerine olanak sağlayacağını ifade etmektedir.

Öğrencilerin pergel gibi araçların kullanımıyla psikomotor yatkınlıklarının artmasının sağlanması öğretim programlarının ortak amaçlarındandır. Ortaöğretim matematik öğretim programlarında inşa sürecinde DGY'nin bilgi iletişim teknolojileri becerilerinin gelişmesi adına kullanılması önerilmektedir (MEB, 2013). NCTM (2004) standartlarında NCTM standartları incelendiğinde hem ortaokul hem de ortaöğretim düzeyinde pergel-çizgeç inşalarına yer verildiği görülmektedir. Ayrıca geometrik nesnelerin inşası anlamlı ve kalıcı öğrenmenin yollarından biri olarak vurgulanmaktadır (NCTM, 2004). CCSSI (Common Core State Standards Initiative-Ortak Çekirdek Devlet Standartları) (2015) programı incelendiğinde de ortaöğretimde pergel-çizgeç inşalarına yer verildiği görülmektedir.

Günümüzde açıölçer ve benzeri farklı araçlarla farklı inşalar yapılabileceği gibi bilgisayar yazılımları da kullanılabilir. Kâğıt üzerinde yapılan geometrik inşaları dinamik yazılım ortamında da oluşturmak mümkündür (Çiftçi ve Tatar, 2014). Bu inşalara dinamik inşa denir. İnşalar Öklid'in aksiyomları doğrultusunda dinamik ortamda yapıldığında pergel ve çizgeç ile yapılan inşalara denk olduğundan zihinde geometrik inşaların olgunlaşmasını sağlar. DGO'da aynı aksiyomlar baz alınarak sıralı halde inşalar yapılabilir. Bir oluşumu meydana getirmek geometrik nesneye ilişkin özel bir görüntüyü kâğıda çizmekten farklı bir süreçtir. Oluşum geometrik nesnenin yapısındaki değişmez özelliklere bağlı olarak inşa edilen bir temsildir ve geometrik nesneye ilişkin kümenin tüm elemanlarının özelliklerini yansıtmaktadır (Tapan-Broutin, 2010). Bir şeklin tüm geometrik yapılarıyla beraber geometrik özelliklerinin tümünü korumasına "harekete dayanıklılık ilkesi" denir ve kâğıt üzerindeki inşa ile dinamik inşa karşılaştırıldığında, dinamik inşaların harekete dayanıklılık ilkesi mevcuttur (Laborde, 1994; akt. Tapan-Broutin, 2016). Galindo (1998), kâğıt ortamındaki geometrik çizimlerin geometrik yapının bileşenleri arasındaki tüm ilişkileri yansıtmakta yetersiz kaldığını vurgulamıştır. DGO ise oluşumlar üzerinde dinamik araştırmalar yapılmasını ve geometrik nesnelere ait değişmez özelliklerin keşfedilmesini sağlamaktadır (Bretscher, 2009; Laborde, 2001). Temel inşalar dinamik ortamda Öklid'in inşa yöntemleri doğrultusunda yapıldığında öğrenciler muhakeme ve genelleme yapar ve kendi hatalarını tespit etme imkanına sahip olurlar (Tapan-Broutin, 2014).

Yapılan geometrik inşaların ispat niteliği taşıyıp geçerli inşalar olarak kabul edilebilmesi için inşaları yapanların sıralı kavrayışa sahip olmaları gerekir (Duval, 1994; akt. Tapan-Broutin, 2016). Duval (1994), geometrik çizimlerin farklı açılardan kavranmasını etkileyen algısal, işlevsel, sıralı ve söylemsel olarak üç farklı kavrama türünden söz etmektedir. Algısal kavrayış, ilk bakışta görülen şeklin veya cismin geçmiş bilinçaltılardan kaynaklı olarak yorumlanmasına denir. İşlevsel kavrayış, verilen herhangi bir şeklin özelliklerini kaybetmeden üzerinde zihinsel bazı değişiklikler yapmaktır. Söylemsel kavrayış, şeklin özelliklerini sözel olarak ifade etme biçimidir. Sıralı kavrayış ise inşaların belli bir sıraya göre oluşturulmasıdır. Geçerli bir inşa sıralı kavrayış ile oluşturulmalıdır. Smart (1993) öğrencilerin bir problem çözme süreci içerisinde pergel ve ölçüsüz cetvel yardımıyla geometrik bir yapıyı inşa sürecinde takip etmesi gerekli adımları aşağıdaki şekilde ifade etmektedir:

1. Analiz: Bu aşamada problemde istenenlerin gerçekleşmiş olduğu varsayılarak ortaya çıkması istenen şekli çizilir. Sonra şekilde çizim için gerekecek bilinmeyenler ve verilenler arasındaki ilişki analiz edilir.
2. İnşa etme: Pergel ve ölçüsüz cetvel yardımıyla oluşum gerçekleştirilir.
3. İspat: Oluşturulan şeklin istenen şekil olduğu ispatlanır.
4. Tartışma: Çözümde kullanılabilecek olası alternatif çözümler ve durumlar tartışılır.

Smart'ın önerdiği bu aşamaların öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini geliştirmelerine yardımcı olabileceği söylenebilir.

2.4. Yapılandırmacı Yaklaşım

Temelini Ausubel'in öğrenmede öğrencinin hazır bilgi birikiminin sonraki öğrenmelere etkisi ile ilgili düşüncelerinin oluşturduğu yapılandırmacılık bilgi ve öğrenmenin bir kuramıdır (Cunningham & Piburn, 1997). Bu kuram öğrenme esnasında öğrenciye temelden başlayarak öğretme esasına dayanır. Öğrencilerin bilgiyi nasıl öğrendiklerine dair bir kuram olarak gelişmeye başlayan yapılandırmacılık zamanla öğrencilerin bilgiyi nasıl yapılandırdıkları sorusunu sorgulayan bir kuram haline gelmiştir. Yapılandırmacılıkta söz konusu olan şey bilginin transfer edilmesi ve yeniden yapılandırılmasıdır. Öğrencinin bilgiyi yapılandırması, oluşturması, yorumlaması ve geliştirmesine odaklanan bir öğrenme yaklaşımıdır. Geleneksel in dışında olan bu öğrenme şeklinde bilgi alınmaz ancak yapılandırılır. Öğrenci yeni bir bilgi ile karşılaştığında o bilgiyi çevresiyle bağdaştırmaya çalışmalıdır. Yapılandırmacılık çevre ve insan beyni arasında bir bağ kurmaktır ve ancak bu bağ kurulduğunda amacına ulaşmış olur.

1980'li yıllardan sonra her şey değişirken öğrenme ile ilgili teorilerde de büyük değişim yaşanmıştır. Araştırmacıların 1980'li yıllarda bilgiyi öğrenme sürecini tanımlamaları ve beyin ile ilgili araştırmaların ilerlemesi yapılandırmacı yaklaşımı gündeme getirmiştir. Bu yaklaşımda öğretmen merkezli eğitim ön plana alınmakta ve öğrencinin davranışları yerine zihinsel becerilerini geliştirmeye ağırlık verilmektedir (Gürol, 2005; Özmen, 2004). Bu yaklaşımla birlikte öğrenme ve eğitimin tanımı, ilkeleri, öğretim programı, ölçme ve değerlendirme, sınıf yönetimi, öğretmenin rolleri, okul yönetimi, denetim ve rehberlik anlayışında önemli değişmeler olmuştur.

Yapılandırmacı yaklaşıma göre bilginin zihinde yapılandırılması özümseme ve alışma olmak üzere iki aşamada gerçekleşir. Yeni bilgiler ön bilgileriyle çelişmiyorsa kolayca özümsenip kalıcı bir bilgi olarak akılda kalır. Ancak yeni bilgiler bireyin daha önce öğrendiği bilgilerle çelişiyorsa yeni bilgilerin zihne yerleştirebilmesi için zihinde düzenleme yapılır. Mevcut zihinsel şemalar düzenlenerek yeni duruma uygun hale getirilir. Kişi yeni bilgilere uyum sağlayarak zihninde denge kurar. Böylece özümseme, düzenleme ve denge yoluyla yeni bilgileri öğrenir. Kişi önceden öğrenmiş olduğu bilgiye özgün bir anlam katıp, zihninde oluşturduğu düzen ile ilişkilendirip ezberden uzak bir öğrenme gerçekleştirmiş olur.

Brooks ve Brooks'a (1999), göre yapılandırmacı yaklaşımda 5 temel ilke; öğrencileri konuya ilgi uyandıran problemlere yöneltmek, öğrenmeyi en genel kavramlarla yapılandırmak, öğrencilerin bireysel görüşlerini ortaya çıkarmak ve bu görüşlere değer vermek, eğitim programını öğrenci görüşlerine göre yönlendirmek ve öğrenmelerin değerlendirilmesini öğretim kapsamında ele almaktır.

Sürdürülen araştırma yapılandırmacı yaklaşım kullanılarak ders hazırlamaya son derece elverişlidir. Geometri görmek demektir. DGYCG öğrencinin görerek keşfederek bilgiyi yeniden yapılandırmasına olanak sağlamaktadır. Teoremlerin ispat edilme yolları bireylerin çeşitliliği gibi çeşitlidir ve mantıksal dayanaklara oturtulduğu sürece öğrencinin ispatı kabul edilir. Davranış değiştirmekten çok öğrencinin zihinsel becerilerini geliştirmesine ağırlık verilir. Bireysel farklılıklar olduğu gibi kabul edilir, zihne giren ve çıkanlardan ziyade öğrencinin zihninde bilgiyi yapılandırma süreçleriyle ilgilenilir (Gillis, 2005). Öğrenci DGYCG sayesinde derse bilgisayarı başında katılırken aktif çabalarıyla ve çevresiyle etkileşerek öğrenir. Öğrenmenin kontrolü öğrencidedir. Öğrenci sorgulayarak, sorun çözerek bilgiyi aktif biçimde alır, işler, ön bilgileriyle bağ kurar, kendi yorumlarını katar ve zihnine yerleştirir. Öğrenciler birbirleriyle etkileşerek, iletişim kurup, kendini ifade ederek öğrenirler.

Öğrenci sorularıyla bir taraftan kendi anlamalarını oluştururken diğer taraftan sınıf arkadaşlarının gelişimine katkıda bulunur. Bilgiyi direk olarak alıp, önceki bilgileriyle ilişki kurup harmanlar ve üzerine kendisinden bir şeyler katarak analiz eder, ezber ve ham bilgiden uzak bir öğrenme gerçekleştirir (Arcavi & Hadas, 2000).

2.4.1. 5E Modeli

Bilginin nasıl oluştuğunu açıklama gayretiyle ortaya atılan öğrenme teorilerinin sınıf ortamında kullanılabilecek şekle adapte edilmiş haline "öğretim modeli" denir. Yapılandırmacı yaklaşım teorisinin sınıf ortamında uygulanabilmesi amacıyla farklı modellerin kullanıldığı görülmektedir (Özmen, 2004). Dört aşamalı model, 5E modeli ve 7E modeli olarak bilinen bu üç modelden en kullanışlısı sayılabilecek 5E modeli beş aşamada uygulanabilir (Keser, 2003);

1. Girme (Engage): Bu bölüm bireylerin daha önceden edindiği bilgilerin ortaya çıkarıldığı ve sunulacak yeni konulara merak uyandırmak adına ön bir girişin yapıldığı bölümdür. Bu kısımda esas amaçlanan bireylerin sorunu aktif çözeceği bir ortam oluşturmak, fikirler üretmek ve çözüm yolları aramaktır. Öğrenci motivasyonunu arttırıcı ve ilgi çekici bir olayla giriş yapılabilir. Öğrencilerin eski bilgilerini yeni bilgilere uygulayabilecekleri bir giriş yapılmalıdır. Soru sorma, tahmin etme, beyin fırtınası gibi etkinlikler yaparak öğrencinin ön bilgileri harekete geçirilmelidir. Bireylerin hali hazırdaki bilgileri ile yeni bilgileri arasında ilişki kurmaları için yol gösterilmelidir. Çünkü öğrenci yeni karşılaştığı bilgileri kavramak için ön bilgi ve gözlemlerini kullanır. Bu aşamanın son kısmına kadar öğrenciler konunun ana teması ve ders içerisindeki uygulamalardan haberdar olmalıdır. Bu bölüm önbilgileri analiz etmeyi ve bireyde coşkunluk oluşturmayı kapsar (Süzen, 2009).

2. Keşfetme (Explore): Bireyler bu aşamada yapması kolay deneyler sayesinde, ilgi çekici etkinliklerle öğrenme yeteneğini keşfetmiş olurlar. Yeni bilgileri anlamlandırırlar. Bu aşama öğrencilerin aktif olarak sorunu çözmek için düşünceler ürettiği ve çözüm yolları bulabildiği bölümdür. İlgili kazanımları ortaya çıkarabilecek etkinlikler tasarlanıp çalışma yaprakları verilebilir. Keşfetme aşamasında gerekli zaman ve o zamanı verimli kullanma çok önemlidir. Bu bölümde bireyler öğrenirken gözlem yapma, varsayım geliştirme, deney düzeneğini ve değişkenlerini gözlem altında tutma, test edilen verileri kaydetme, elde edilen sonuçlarla çözüme gitme ve grup içinde kritik yapma imkânı bulur (Süzen, 2009). Öğrenciler aktiviteler sayesinde fikirler keşfetmek için birlikte çalışır. Öğretmen gözlemler ve sorular sorar. Öğrenciye yeni bilgileri irdeleme, aralarında bağ kurma, olay ve fikirleri sıralama, sebep ve sonuç üzerine yoğunlaşma, analizini yapıp, sentezleme ve son olarak da değerlendirme yaparak yeni bilgileri merak etme ve keşfetme zevki verilir.

3. Açıklama (Explain): Bu aşama modelin en öğretmen merkezli evresidir. Öğretmen bireylerin eksik olan geçmiş bilgi ve fikirlerini en düzgün haliyle izah ederek yardımcı olur. Gerekli açıklamaları yapar. Konu öğrencilere açıklanıp, yanlış yönlenmeler engellenmeye çalışılır. Bu evrede öğretmen düz anlatım yöntemi, video, gösteri ya da öğrencilerin sonuçları açıklamalarını teşvik edici bir etkinlik gibi yollara başvurabilir. Öğrencilerin bilgilerini zihinde yapılandırma ve sorun çözme becerilerini geliştirmeye yönelik düşünme, şüpheci yaklaşma, kavramlar oluşturma, bir karara vardırıp çözüme yönlendirme gibi etkinlikler uygulanmalıdır. Öğretmen formal tanım ve bilimsel konularda bilgilendirme yapar. Öğretmen bu aşamada mevcut durumları değerlendirip bireylerin tecrübelerini birbirlerine sunmalarını sağlayıp, çıkardıkları sonuçları paylaşmalarını ve onlara temel bilgi seviyesinde açıklamalar yaparak yol gösterici olmalıdır (Atam, 2006).

4. Derinleşme (Elaborate): Bu aşamada bireyler öğrendikleri bilgiyi yeni ortamlarda uygular, fikirlerini sözlü ve yazılı olarak paylaşır ve sorular sorarlar. Öğrenciler kazandıkları bilgileri yeni olaylara ve problemlere uygulayarak zihinlerinde daha önce var olmayan yeni kavramları öğrenmiş olurlar.

5. Değerlendirme (Evaluate): Öğrencilerin kendi gelişimlerini değerlendirerek bir sonuca ulaştıkları evredir. Bu aşamada öğretmen problem çözerken öğrencileri izleyerek ve onlara sorular sorarak, aynı zamanda yeni kavram ve becerileri öğrenmelerinde öğrencilerin kendi gelişimini değerlendirmelerine yardımcı olur. Bu aşamada öğrencinin öğrenme durumu, becerileri ve bilgilerini belirlemeye yönelik değerlendirme yapılmalıdır. Alternatif ölçme ve değerlendirme araçları kullanarak değerlendirme yapılabilir. Öğretmen öğrencileri izler, açık uçlu sorular sorar, yeni kavram ve becerileri öğrenmede gelişme kontrol edilmeye çalışıldıkça değerlendirme süreç içinde tekrarlanır.

2.5. İlgili Çalışmalar

2.5.1 DGY ve Matematiksel Muhakeme ile İlgili Çalışmalar

Hoyles ve Jones (1998) DGYCG'nin öğrencilerin ispat becerilerine etkisi ve öğrencilerin matematiksel ispat için bir kavramsal çerçeve geliştirmelerine yardımcı olup olmadığı ile ilgili yaptığı çalışmada öğrencilerin DGYCG'de tümevarım ve tümdengelim kavramları arasındaki ilişkiyi görebildikleri ve bu sayede ispat için bir temel oluşturabildikleri sonucuna varmıştır. Öğrencilerin şekil çizdikten sonra özellikleri hakkında çıkarım yapabildikleri, şekiller arasındaki ilişkiyi görebildikleri ve doğruluğunu açıklayabildikleri görülmüştür.

De Villliers (1999, 2002), yaptığı alanyazın taraması sonucunda DGY'nin ispatın işlevlerini ön plana çıkardığını, öğrencilerin anlamlı ispatlar oluşturulmasına yardımcı olduğunu ve bu sayede öğrencilerin düşünme becerilerinin artmasını sağladığını öne sürmüştür. Yine De Villiers (2004), ispatın sislemleştirme işlevini geliştirmeyi amaçladığı çalışmasında öğrencilerin ikizkenar yamukla ilgili yaptığı ispatlarda DGY kullanmasının ispatı açıklama ve oluşturma becerilerini geliştirdiğini ortaya koymuştur.

Camargo, Samper ve Perry (2007), DGYCG'nin öğrencilerin bir aksiyomatik sistemle ispat yapmalarına etkisini incelemiştir. Sonuç olarak DGY kullanımının öğrencilerin fikir geliştirmelerine, ispatı yapılandırmayı anlamalarına, geometrik şekiller arasındaki ilişkileri bulmalarına ve aksiyomatik sistemin oluşması için gerekli durumları elde edebilmelerine olumlu katkı sağladığını ortaya koymuştur.

Hanna (2000), DGY'nin ispatın öğretimi ve ispatın öneminin vurgulanmasındaki rolünü araştırdığı çalışmasında DGY'nin sınıf ortamlarında araştırma ve görselleştirme imkânı sağladığını belirlemiş ve öğretmenlerin DGY kullanımı konusunda eğitilmesi ve böylece kullanılacak DGY aktivitelerinin niteliğinin arttırılması gerekliliğini öne sürmüştür.

Marrades ve Guitierrez (2000), DGYCG'nin öğrencilerin ispat yapma becerilerine etkisini incelediği çalışmada DGY'nin ispat yapma sürecinde şekillerin kolay hareket ettirilebilmesi, hızlı geri bildirim alma, deneyerek doğruluğu test edebilme gibi güçlü yönleri bulunduğunu ortaya koymuş ve süreç sonunda öğrencilerin ispat yapma becerilerinin arttığını ortaya çıkarmıştır.

Hadas, Hershkowitz ve Schwarz (2000) DGY kullanılarak öğrencilerin bazı ispat durumlarında DGY ile tümdengelimsel akıl yürütme ve açıklama becerilerini ölçmeye çalışmıştır. Yapılan çalışma sonucunda öğrencilerin DGO'da iyi tasarlanmış aktivitelerle çalışması sağlandığında ispat yapma ve açıklama becerilerinin geliştiği, öğrencilerin süreç sonunda çelişkileri açıklayabildiği ve belirsizliklerle başa çıkabildiği sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca çalışmada DGY'nin ispat yapmak için fırsatlar oluşturduğu öne sürülmüştür.

Jones (2000), öğrencilerin akıl yürütme ve geometrik şekiller arasında ilişki kurabilme becerilerinin DGY kullanımı ile nasıl geliştirilebileceği üzerine yaptığı çalışmada, öğrencilerin varsayım yapmaya teşvik edildiği DGY ile zenginleştirilmiş sınıf ortamında tümdengelimli akıl yürütmeyi geliştirici olanaklar bulunduğu sonucuna varmıştır.

Mariotti (2000), DGYCG'nin öğrencilerin ispat yapma becerilerine etkisini belirlemek üzere yaptığı araştırmada öğretim sırasında yapılan etkinliklerin öğrencilerin çıkarım yapma, ispat yapma ve ispatı sistematize etme becerilerini geliştirdiğini ortaya koymuştur.

Wares (2004), DGO'da geleneksel olmayan varsayımlara örnekler bulmayı amaçladığı araştırmasında öğrencilerin DGO sayesinde yeni matematiksel varsayımlar üretme yeteneklerini geliştirebildikleri sonucuna ulaşmıştır.

Furinghetti ve Paola (2003), DGYCG ile öğrencilerin akıl yürütme becerilerini ve algıyla teorem arasındaki boşluğu doldurma süreçlerini inceledikleri çalışmada DGY'nin öğrencilerin akıl yürütme becerilerini geliştirdiğini ve çıkarım yapmalarını kolaylaştırdığını ortaya koymuştur.

Christou (2004), öğretmen adaylarının Geometer's Sketchpad kullanarak yaptığı bazı ispat süreçlerini incelediği araştırmada öğretmen adaylarının DGY ile problemi daha iyi araştırabildiklerini ortaya koymuş ve DGY'nin matematiksel çıkarımlar yapmalarına olanak sağladığını belirtmiştir.

Lew (2006), öğrencilerin tümdengelim yöntemiyle DGY üzerinde yaptığı ispatlarda DGY etkisini incelemiş ve öğrencilerin DGY ile çıkarımları daha kolay yapabildiklerini öne sürmüştür.

Stylianides ve Stylianides (2005), çalışmalarında öğrencilerin DGO'da yaptıkları problem çözümlerini incelemiş ve yapılan sürükleme testinin klasik geometri ölçümlerine karşı üstünlüğü konusunda farkındalık oluşturmaya çalışmıştır. Çalışma sonucunda DGY'nin öğrencilere keşfetme ve doğrulama imkânı sağladığı belirlenmiştir.

2.5.2. DGY ve İnşa ile İlgili Çalışmalar

Cheung (2011), çalışmasında ortaokul üçüncü sınıfta öğrenim gören öğrencilerin pergel-çizgeç inşaları ile yapılan etkinlikleri eğlenceli bulduklarını ortaya koymuştur. Bununla birlikte bu etkinlikler öğrencilerin ispat yeteneklerini geliştirmeye yardımcı olmuş ve geometri öğrenmeye ilgilerini artırmıştır.

Prenier (2008), sınıf ortamında Geogebra'nın kullanılmasına yönelik yaptığı çalışmada Geogebra'nın sınıf ortamında kolayca kullanılabilecek bir araç olduğunu, öğretim ortamını zenginleştirdiğini ve teknoloji kullanım potansiyelini artırabileceğini belirtmiştir.

Sarracco (2005), dinamik geometri inşalarının derslerde kullanılmasının sekizinci sınıf öğrencilerinin geometrik ilişkileri keşfetmelerine yardımcı olduğunu belirtmiştir.

Gülcü (2013), çalışmasında öğrencilerin bilgisayar destekli matematikten faydalanmalarının zamandan tasarruf sağlama, görselleştirme gibi avantajların yanında kullanım zorluğu ve dil desteği eksikliği gibi dezavantajlar barındırdığını belirlemiştir.

Karakuş (2014), öğretmen adaylarının pergel-çizgeç kullanarak yaptığı geometrik inşaları incelediği çalışmasında, öğretmen adaylarının büyük çoğunluğunun daha önce pergel-çizgeç etkinliği ile karşılaşmadığını belirlemiştir. Ayrıca yapılan etkinlikleri ilgi çekici, eğlenceli, kalıcı ve anlamlı öğrenme sağlayan etkinlikler olarak gördüklerini ortaya koymuştur.

Çiftçi ve Tatar (2014), pergel-çizgeç kullanımı ve DGY kullanımının öğretmen adaylarının başarılarına etkisini inceledikleri çalışmalarında her iki durum arasında öğretmen adaylarının başarılarına yönelik anlamlı bir fark olmadığını belirlemişlerdir. Diğer taraftan öğretmen adayları DGY kullanmanın karışık şekillerde etkili olduğunu ve zaman tasarrufu sağladığını, pergel-çizgeç kullanmanın ise zevkli olduğu belirtmişlerdir. Bazı öğretmen adaylarının Geogebra kullanmanın kolay olduğu ve kalıcı öğrenme sağladığı şeklinde görüş bildirdiği belirlenmiştir.

Geometrik oluşum problemlerinin çözümlerinde kullanılan pergel-çizgeç, hesap makinesi ve geometrik inşa araçlarının kullanımının öğretmen adaylarının muhakeme becerilerine etkisini inceleyen Köse vd.'nin (2013) çalışmasında, grafik çizer hesap makinesi ile desteklenmiş öğretim sürecinin öğretmen adaylarının muhakeme ve problem çözme stratejilerinde gelişim göstermelerine sebep olduğu bulunmuştur.

Pandiscio (2002), öğretmen adayları ile yaptığı çalışmada DGY ile yapılan geometrik inşaların verilen problem ile teorem arasındaki ilişkileri keşfetmeye yardımcı olduğunu belirlemiştir.

Kondratieva (2013), çalışmasında üniversite seviyesinde geometrik inşaları dinamik ortamda yapmanın basit benzetimlerden yola çıkarak genellemeler yapmaya olanak sağlayacağını belirtmiştir.

Kabaca ve diğerlerinin (2010) yaptığı çalışmada öğretmenlere Geogebra ve Geogebra'nın sınıfta kullanılmasına yönelik bir eğitim verilmiştir. Öğretmenlerden alınan görüşlere incelenmiş ve öğretmenlerin bu yazılımı farklı sebeplerle sınıf ortamında uygulayabileceklerini belirttikleri görülmüştür. Bu sebeplerden bazıları geometrik inşaların yapılabilme kolaylığı ve yapılan inşalarda kullanılan sürükleme özelliğinden dolayı oluşan interaktif ortam olarak öne çıkmaktadır.

Erduran ve Yeşildere (2010), öğretmenlerin geometri dersinde pergel-çizgeç inşalarını öğretmen merkezli bir anlayışla yaptığını ve bu sırada ortaya çıkan inşaların nedeni hakkında herhangi bir tartışma gerçekleştirmediklerini, bazı öğretmenlerin çizgeç yerine cetvel kullandığını ve bunun öğrencilerin de cetvel kullanmasına sebep olduğunu ortaya koymuştur.

Prenier (2008), yaptığı çalıştay sonrasında öğretmenlerin Geogebra ile hazırlanan materyalleri öğretim esnasında etkili şekilde kullanabildiklerini belirtmiştir. Ayrıca, bu etkinliklerin farklı matematik ve geometri konularında da kolaylıkla uygulanabileceğini, bunların arasında geometrik inşalarında önemli yer aldığını belirtmiştir.

Stylianides ve Stylianides (2005) ve Köse ve diğerleri (2012) öğrencilerin DGY'nin sürükleme özelliğini kullanarak inşalarda keşfetme ve doğrulama imkânı bulduklarını ifade etmişlerdir.

Yapılan çalışmalarda ülkemizde ortaöğretimini tamamlamış olan birçok bireyin geometrik inşaları bilmediği, bunun sebebinin ise öğretmenler tarafından bu konuların geometri derslerinde işlenmemesi ya da konular işlense dahi öğretmen merkezli öğretim yöntemleri kullanılması olarak belirtilmiştir (Erduran ve Yeşildere 2010; Karakuş, 2014). Her ne kadar MEB (2013) ortaokul matematik öğretim programında, sınıf ortamında teknolojiden yararlanılmasının gerekliliğine vurgu yapılmış olsa da öğretmenlerin genellikle bu araçları etkili kullanamadıkları ifade edilmiştir (İnan, 2006; Pamuk vd., 2013).

3. BÖLÜM
YÖNTEM

Bu bölümde araştırma modelinin ne olduğuna, bu araştırma modelinin seçimine nasıl karar verildiğine, kullanılan modelin yapısına, araştırmanın ortam ve katılımcılarına, katılımcıların belirlenme kıstaslarına, öğretim sürecinin nasıl tasarlandığına, pilot çalışma ve uygulama sürecinde yaşananlara, araştırma modeli ve problemine yönelik olarak kullanılan veri toplama araçlarının seçimine, veri toplama araçlarının pilot uygulamaları ve kullanım sürecine ve toplanan verilerin nasıl analiz edildiğine değinilecektir. Ayrıca veri toplama süreci ve analizinin geçerlik ve güvenirlik çalışmalarından bahsedilecektir

3.1. Araştırmanın Modeli

Bu araştırma kapsamında veriler araştırmacı tarafından yönetilen öğretim ortamlarında toplanıp analiz edildiğinden ve katılımcıların kavramlara ilişkin bilişsel yapıları araştırıldığından araştırmanın deseni bir nitel araştırma yöntemi olan öğretim deneyi (Cobb & Steffe, 1983) olarak belirlenmiştir.

Araştırma, bir olgu ya da olayı açıklamak amacıyla belirlenen probleme çözüm ortaya koymak için ihtiyaç duyulan verilerin bilimsel yöntemler aracılığıyla elde edilmesini içeren düzenli ve sistematik eylemler bütünüdür (Karakaya, 2009, ss.57). Araştırma sürecinde dikkat edilmesi gereken en önemli nokta, araştırmacının araştırma problemini belirledikten sonra, araştırmanın yapısına, amacına ve problemin doğasına uygun araştırma yönteminin ne olduğuna karar vermesidir (Çepni, 2014; Erkuş, 2011, ss.55).

Eğitim araştırmaları, kullanılan yöntem, veri toplama ve elde edilen verileri analiz etme yolları açısından nitel ve nicel olarak sınıflandırılabilir. Nitel araştırma sosyal yaşamı ve insanla ilgili problemleri kendine özgü metotlarla sorgulayarak anlamlandırma sürecidir (Creswell, 1998). Patton’a (1987) göre bütün onu oluşturan parçaların tamamından daha geniş ve farklı olduğundan insan davranışları sürece bağlı bir yaklaşımla araştırılmalıdır. Nitel araştırma yapılacak konu içerisindeki olay ve olguların birbirine etkilerini olayları bağlamlarından ayırmadan önyargısız bir biçimde uzun süre içerisinde sistemli ve planlı bir şekilde incelemek meydana gelecek değişimlerin daha iyi anlaşılmasına olanak sağlar (Ekiz, 2004).

Bu araştırmada DGY kullanılarak gerçekleştirilen geometri öğretiminde, matematik öğretmeni adaylarının, temel geometrik kavramları anlamlandırma sürecinin nasıl gerçekleştiği, matematiksel muhakeme ve inşa süreçlerinde ne gibi değişiklikler olduğu, sürecin temel geometri alan bilgilerine, geometri başarı düzeylerine etkisi, adayların sürece ilişkin görüşleri ve süreçte karşılaştıkları güçlükleri araştırmak amaçlanmıştır. Dolayısıyla böyle bir amaca en uygun yaklaşımın nitel araştırma yaklaşımı olduğu söylenebilir. Nitel araştırmalarda çevreyle, süreçle ve algılarla ilgili veriler toplanabilir. Bu verileri toplamak için yaygın olarak görüşme, gözlem ve yazılı doküman incelemesi veri toplama yöntemi olarak kullanılabilir (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Problem durumuna uygun olacak şekilde araştırma nitel yöntemler üzerine oturtulmuş olmakla birlikte araştırma sürecinin sonuçlarını istatistiksel olarak görebilmek için süreçte nicel veri kaynakları da kullanılmıştır.

Nitel araştırma yaklaşımları son yıllarda eğitim alanında yaygın olarak kullanılmakta ve matematik eğitimi alanında da nitel yaklaşımlardan öğretim deneyi uygulamalarından faydalanılmaktadır. Bu araştırmada nitel bir öğretim deneyi çalışmasına yer verilecektir. Yapılan araştırmanın problemlerine cevap aranırken öğrenim sürecinde hangi faktörlerin değişiklik yarattığını keşfederek süreci gözlemleme, etki ve gelişimi ölçme noktasında daha net cevaplar elde edebilme arzusu nitel araştırma yaklaşımlarından biri olan öğretim deneyinin tercih edilmesine sebep olmuştur. Öğretim deneyi boyunca araştırmacı öğrenciye hazır matematiksel bilgiyi sunmak yerine öğrencinin mevcut ön bilgisini dikkate alarak kendi matematiksel bilgisini inşa edeceği özel öğretimsel görevleri tasarlar (Uygan, 2019). Bu sayede öğrencilerin yeni matematiksel bilgiyi yapılandırırken öğrenim sürecinde hangi faktörlerin değişiklik yarattığını keşfederek süreci derinlemesine gözlemleyebilir (Steffe, 1991; Engelhardt et al., 2003). Steffe ve Thompson (2000) da öğretim deneyi yönteminin öğrencilerin matematiksel bilgilerini ortaya çıkarırken bu bilgiyi etkileyen yolların, araçların ve durumların da deneyimlenmesini kapsadığından diğer yöntemlerden daha kapsamlı olduğunu belirtmiştir.

Öğretim deneyi ilk olarak 1970'li yıllarda Rusya'da ortaya çıkmış daha sonra Amerika'da ve dünyada kullanımı yaygınlaşmış nitel bir araştırma yöntemidir (Steff & Thompson, 2000). Öğretim deneyi yöntemi, nitel araştırmalarda kullanılan Piaget'nin klinik mülakat yönteminin öğrencilerin bilgi ve kavramalarını ölçmede yetersiz kalması üzerine üretilmiş, uygulamaları matematik eğitimine özgü yöntemler üretme, literatür ile uygulama arasında köprü kurma ve eğitim öğretimi iyileştirme arayışının sonucu olarak ortaya çıkmıştır. Öğretim deneyinin ortaya çıkışında iki temel faktör etkili olmuştur. Steffe ve Thompson'a (2000) göre öğretim deneyinden önce kullanılan yöntemler matematik eğitimi dışındaki alanlarda kullanılmaktadır ve eğitim amacı gütmemektedir. Bu nedenle matematik eğitimi alanında öğrencilerin matematiksel öğrenmelerini açıklamaya yarayacak matematik kökenli yöntemlere ihtiyaç duyulmuştur. Bu ihtiyaca ek olarak dönem itibariyle çalışmalarda yoğunlukla kullanılan deneysel yöntemin öğrencilerin nasıl öğrendiğine odaklanmadan ve öğretim yoluyla kazanılan deneyimler olmaksızın yürütülmesi sonucu öğrencilerin bilgiyi yapılandırma ve oluşturma sürecini incelemekte yetersiz kaldığı görülmüştür. Öğretim deneyi uygulamalarında amaçlanan öğrencilerin matematiksel öğrenme, akıl yürütme, muhakeme yöntemlerini ve zihinsel gelişim aşamalarını ortaya çıkartmak ve bilişsel yapılarını uygun araçlar yardımıyla geliştirmektir. Öğretim deneyinde bilgi ve zihinsel düzeneklerin değişimine neden olan etkenler belirlenerek yapılan öğretim ile öğrencilere bu düzenekleri değiştirme fırsatı verilmektedir. Dolayısıyla öğrencilerin düşüncelerini değiştirmeleri öğretim deneyi için istenen bir sonuçtur. Yapılan öğretim öğrencilerin matematiksel bilgilerini çeşitli yollar ve araçlarla etkileme potansiyeline sahiptir. Bu sayede araştırmacının eylemlerini belirleyerek, araştırma sorularının cevaplarına ulaşma, matematik öğreniminin doğasını ve öğrencilerin matematiksel düşünmelerinin gelişimini araştırması için etkili bir yöntemdir (Czarnocha & Maj, 2008). Öğretim deneyi için standart bir form tanımlanmaz. Her öğretim deneyi araştırmacının kendi bakış açısına göre bir amaca yönelik olarak tasarlanabilir. Bir öğretim deneyinde araştırmacının amacı öğrencilere tek bir problemin çözümünü öğretmek değil, onlar için problem olacak durumlar sunarak öğrencilerin bu şemaları nasıl özümsediği ve bu şemaların nasıl değiştiğini araştırmaktır (Staffe & Thompson, 2000).

3.2. Araştırma Süreci

Araştırma kapsamında öncelikle alanyazın taraması yapılarak problem durumları doğrultusunda araştırmanın amacı belirlenmiştir. DGY kullanılarak gerçekleştirilen geometri öğretiminde, matematik öğretmen adaylarının, geometrik kavramları anlamlandırma sürecinin nasıl gerçekleştiği, matematiksel muhakeme ve inşa süreçlerinde ne gibi değişiklikler olduğu, sürecin temel geometri alan bilgilerine, geometri başarı düzeylerine etkisi olup olmadığı, adayların sürece ilişkin görüşlerinin ve süreçte karşılaştıkları güçlüklerin neler olduğu sorularına cevap aranmak üzere Geometri-1 dersi öğretim programı ayrıntılı bir şekilde incelenerek araştırmanın hangi konuları ve kazanımları kapsayacağına karar verilmiş ve katılımcılar belirlenmiştir. Belirlenen öğrenme hedefleri çerçevesinde sınıfta nasıl bir uygulama yapılması gerektiğine dair kazanımlara yönelik akademik kitaplar, etkinlik örnekleri incelenmiş, öğretim programındaki kazanımlara yönelik etkinlikler hazırlanırken hangi DGY'nin ve DGY'nin hangi özelliklerinin kullanılabileceği belirlenmiştir. Yapılan araştırmalar sonucunda Geometri-1 dersinde DGYCG'nin kullanıldığı zenginleştirilmiş öğrenme ortamları yaratmayı amaçlayan, öğretim programında yeralan ve belirlenen kazanımlara uygun materyaller ve bu öğretim materyaline uygun ders planları geliştirilmiştir. İlköğretim Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalı Geometri-1 dersi temel geometrik kavramlar ve ispatlara yönelik etkinlikler içeren ders planları uzman görüşü yardımıyla, geometri öğretimi kaynak kitaplarındaki etkinlik örneklerinden de yararlanılarak araştırmacı tarafından 5E modeline göre oluşturulmuştur. Geliştirilen ders planları ve etkinlikler ikisi aynı zamanda akademisyen olan dört matematik öğretmenine gösterilmiş ve tanıtılmıştır. Öğretmenlerin dönütleri doğrultusunda etkinlikler yeniden gözden geçirilerek pilot uygulamaya hazır hale getirilmiştir.

Pilot çalışma öncesi katılımcıların geometri alan bilgisi, başarısı, muhakeme yetenekleri, strateji, algılama ve kavrayışları hakkında bilgi edinebilmek, öğretim deneyinde kullanılacak etkinlik ve uygulamaları düzenleyebilmek amacıyla veri toplama araçları hazırlanmıştır. Bir öğretim deneyinde öğrencilerin matematiksel bilgilerini kapsamlı olarak inceleyebilmek, matematiksel bilgiyi nasıl yapılandırdıklarını görebilmek için gerekli görülen tüm nitel veri araçları kullanılabildiği gibi nicel veri araçları da kullanılarak veri çeşitlemesi yapılabilir (Cobb & Steffe, 1983). Araştırmanın problem durumuna uygun olarak araştırma nitel yöntemler üzerine oturtulmuş olmakla birlikte öğrencilerin önbilgilerini ortaya koyarak mevcut durumlarını belirlemek, ihtiyaç tespiti yapmak, kavram bilgileri, alan bilgileri, yanılgıları, kavrayışları ve geometrik düşünme becerileri hakkında genel bir kanıya varmak, temel geometri becerilerindeki değişimi istatistiksel olarak ta görebilmek ve bu sayede geometrik kavramları oluşturma sürecinde bilişsel gelişimlerine ilişkin derinlemesine veri toplamak istendiğinden nitel verileri destekleyecek nicel veri araçları da kullanılmasına karar verilmiştir. Steffe ve Thompson’a (2000) göre öğretim deneyindeki öğretme sürecinde öğrencilerin matematiksel düşünmelerindeki değişiklikleri öğrenmek önemlidir ve öğretim deneyinden önce katılımcıların var olan bilgileri, süreç içindeki akıl yürütmeleri, matematiksel düşünmeleri, düşünme ve kavrayışlarındaki farklılıkları, sezgisel düşünmeleri, alternatif kavramları, kavramlar üzerindeki algıları, stratejileri ve kavrayışları göz önüne alınmalıdır.

Problem durumları, araştırma yöntemi, katılımcılar ve konu kapsamı belirlenip, materyal, etkinlik ve ders planları hazırlandıktan sonra belirlenen ve geliştirilen veri toplama araçları ikisi aynı zamanda akademisyen olan dört matematik öğretmenine gösterilmiş ve tanıtılmış, pilot uygulama için hazır hale getirilmiştir. Yapılan öğretim deneyinde planlanan öğretim seanslarının ve kullanılacak etkinliklerin öğrencilerin düşüncelerini ve bilgiyi yapılandırma süreçlerini açığa çıkarmada etkinliğinin belirlenmesi, hatalı anlamaların giderilmesi ve beklenmedik durumlara karşı önlem alınarak araştırmanın gereken şekilde yeniden düzenlenmesi amacıyla bir pilot uygulama yapılmıştır. Öğretim deneyinin tasarlanmasında pilot uygulama bir önkoşul niteliğindedir. Pilot uygulama, araştırmaların hedefine ulaşması için geliştirilmiş araç ve prosedürlerin kontrolü amacıyla sıklıkla kullanılır (Özmantar, 2005).

Tasarlanan pilot uygulama, 2015-2016 öğretim yılının Şubat-Mayıs ayları arasındaki toplam 12 hafta boyunca haftada üç saat olacak şekilde devam etmiştir. Pilot uygulama sürecinde yapılan öğretim deneyi araştırmacıya öğrencilerin Geometri-1 dersinde bilgiyi yapılandırma süreçlerini izleme olanağı vermiş, bir sonraki aşamada hipotezler kurma ve test etmesini kolaylaştırmıştır. Pilot uygulama sürecinde öğretim programına uygun olarak DGY ile hazırlanan ders planları kullanılmış, ÇSGBT (Çoktan Seçmeli Geometri Başarı Testi), AUTGABT (Açık Uçlu Temel Geometri Alan Bilgisi Testi), AUİYRT (Açık Uçlu İspat Yorumlama Testi), AUİYT (Açık Uçlu İspat Yapma Testi), AUTGİT (Açık Uçlu Temel Geometrik İnşa Testi**)** öntest ve sontest olarak uygulanarak test edilmiş ve değerlendirilmiş, öğrenci görüşleri sözlü ve yazılı olarak alınmıştır. Bu sayede veri toplama araçlarının düzenlenerek tekrar kullanılabilir olması sağlanmıştır. Öğretim sürecinde yaşanabilecek teknolojik aksaklıklar görülmüş, ortaya çıkabilecek sorunlar tespit edilmiştir. Pilot uygulama sırasında test edilen eksiklikler asıl uygulamaya geçmeden önce en etkili ortamın oluşabilmesi için giderilmiştir. Tablo 1'de Geometri 1 dersi öğrenme kazanımları sunulmuştur.

Tablo 1

Geometri 1 Dersi Öğrenme Kazanımları

	Geometri-1 Dersi Öğrenme Kazanımları:
1	Öklid ve Öklid dışı geometrilerin tarihsel gelişimini açıklar.
2	Geometrinin aksiyomatik yapısını betimler.
3	Tanımlı ve tanımsız terimler, aksiyom ve teorem kavramlarını açıklar.
4	Atatürk'ün yazmış olduğu Geometri kitabını okur, önemini ve içeriğini anlar, yorumlar.
5	Öklid geometrisinin temel aksiyomlarını ifade eder ve ispatlarda kullanır.
6	Geometrik kavramları tümevarımsal yaklaşımla yorumlar.
7	Üçgen, dörtgen, çokgen kavramları ile ilgili tam ve yeterli tanımlar ifade eder ve bu tanımlar ile geometrik özellikler arasındaki geçişleri yapar.
8	Pergel ve cetvel kullanarak temel geometrik çizimleri yapar ve çizimleri nasıl yaptığını ayrıntılı olarak açıklar.
9	Çember ve daire kavramları tanımlar, çember ve dairede açı ve uzunluk ile ilgili teoremleri ispatlayarak ifade eder.
10	Uzayda cisimlerin özellikleri, katı cisimlerin alan ve hacimlerini ifade eder ve uygular.

Asıl uygulama, 2016-2017 öğretim yılının Şubat-Mayıs ayları arasındaki toplam 12 hafta boyunca haftada üç ders saati olacak şekilde devam etmiştir. Asıl uygulamada da yapılandırmacı yaklaşımla öğretim programına uygun olarak DGY ile hazırlanan ders planları kullanılmış, ÇSGBT, AUTGABT, AUİYRT, AUİYT, AUTGİT öntest ve sontest olarak uygulanmıştır. Araştırmanın aşamaları Tablo 2'de sunulmuştur.

Tablo 2

Araştırmanın Aşamaları

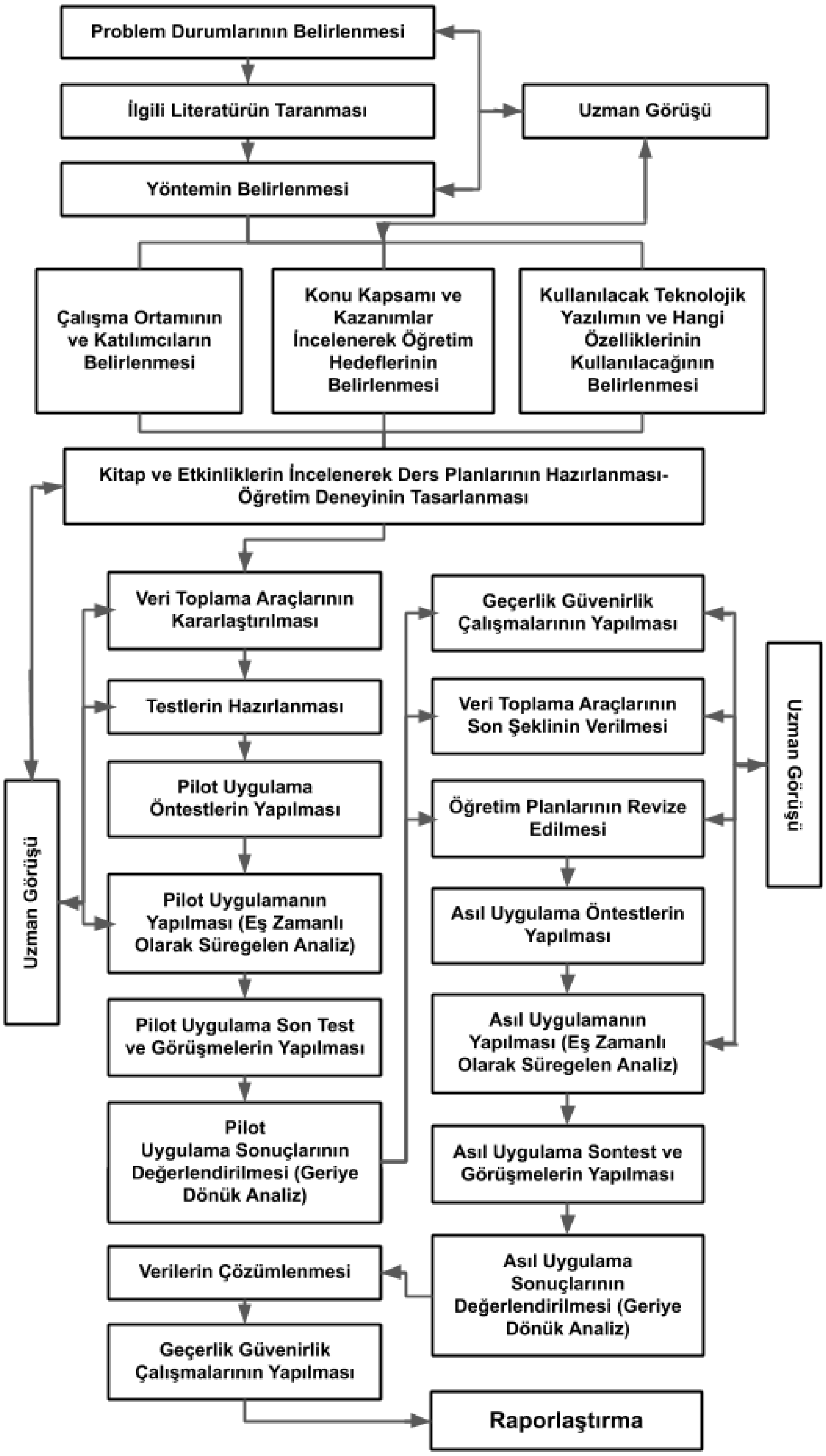
	Araştırmanın Aşamaları	**Katılımcılar**	**Veri Toplama Araçları**
1.Aşama	Öğretim deneyi sürecinin tasarlanması		
	Testlerin ve görüşme sorularının hazırlanması		
2.Aşama	Pilot uygulama öntestlerin uygulanması	Öğrenciler (n=57)	Testler
3.Aşama	Pilot uygulamanın yapılması (sürekli analiz) ve planların revize edilmesi	Öğrenciler (n=57)	Gözlem
4.Aşama	Pilot uygulama sontestlerin uygulanması ve yazılı ve sözlü görüşmelerin yapılması	Öğrenciler (n=57)	Testler, Yazılı ve Sözlü Görüşme Formları
5.Aşama	Pilot uygulama sonuçlarının değerlendirilmesi (geriye dönük analiz), plan ve testlerin revize edilmesi		
6.Aşama	Asıl uygulama öntestlerin uygulanması	Öğrenciler (n=68)	
7.Aşama	Asıl uygulamanın yapılması (sürekli analiz)	Öğrenciler (n=68)	Gözlem
	Asıl uygulama sontestlerin uygulanması, yazılı ve sözlü görüşmelerin yapılması	Öğrenciler (n=68)	Testler, Yazılı ve Sözlü Görüşme Formları
8.Aşama	Asıl uygulama sonuçlarının değerlendirilmesi (geriye dönük analiz), geçerlik güvenirlik çalışmaları ve raporlaştırma		

Asıl uygulama başlangıcında öntestler uygulanırken, bu testlerin öğrencilerin ders notlarını hiçbir şekilde etkilemeyeceği dersi veren akademisyen tarafından öğrencilere söylenmiştir. Öğrencilerden dersin işlenişine uygun olarak derse bilgisayar getirmeleri istenmiş, talebi karşılayamayacak olanlar için bilgisayar temin edilmiştir. Öğretim deneyleri teknoloji ortamları devreye sokularak yazılımlar kullanılarak, yazılım ile birlikte uygulanan etkinlikler ve bu etkinliklerle birlikte yaşanacak düşünme sürecinin araştırılması için planlanabilir (Lesh & Kelly, 1999). Uygulama kapsamında öncelikle öğrencilerin bilgisayarlarına iki ders saati boyunca DGYCG yüklenerek program tanıtılmış ve öğrencilerin en çok kullanacakları menüler gösterilmiştir. Bilgisayar ve DGYCG hakkında öğrencilere bilgiler verilmiş ve öğrencilerin programa alışması için basit düzeyde uygulamalar yapılmıştır. Takip eden haftalarda her öğretim seansı başlangıcında bir önceki haftanın ders planının özeti anlatılmış, bu sayede yanlış anlaşılma, unutma, kavram yanılgısı ve geometri bilgisine dair boşluklar oluşmasının önüne geçilmeye çalışılmıştır. Üç saatlik oturumlar arasında bir kez on beş dakikalık mola verilmiş, öğrenciler bu sürede istedikleri etkinliklerle vakit geçirebilmiştir.

Asıl uygulama öğretim süreci boyunca konu ile ilgili hazırlanan ders planları, dinamik materyaller ve çalışma yaprakları kullanılmıştır. Ders anlatımı akıllı tahtaya powerpoint sunusu olarak yansıtılmış, öğrencilerin etkinlik ve yönergeleri akıllı tahtadan izleyebilmesi ve her bir etkinlikle ilgili olan çalışma yapraklarını kullanmaları sağlanmıştır. Öğrenciler ders akışını ve etkinliklerle ilgili yönergeleri dağıtılan çalışma yapraklarından ve akıllı tahtadan takip edebilmiş, defterlerinde ders notu tutmuşlardır. Öğrenci defterleri ve aldıkları notlar öğretim süreci sonrası toplanarak gerektiğinde araştırmaya ışık tutması amacıyla saklanmıştır. Araştırmacı ve gözlemci bilgisayar ekranlarını gözlemleyerek öğrencilere uygun yönergeler vermiştir. Öğrenciler yönergeler doğrultusunda etkinlikleri değerlendirmiş ve fikir öne sürmüş, fikirlerinin doğruluğunu bilgisayar sayesinde test etmiş, uygun değişiklikler yaparak en doğru sonuca ulaşmak için grup içi tartışmalarda birlikte çalışmıştır. Öğrencilerin problemlere çözümler ürettiği, çözümlerinin dayanaklarını söyleyerek açıkladıkları, öne sürülen diğer çözümleri anlamaya çalıştıkları ve birbirlerine sorular sorarak tartıştıkları öğrenme ortamlarının öğrenmelerine katkıda bulunacağı öne sürülmektedir (Weber et al., 2008). Uygulamalar sırasında öğrencilerin kendi bilişsel gelişimlerini gerçekleştirmelerine imkân tanıyacak, kendi öğrenmelerini oluşturabilecekleri DGO oluşturulmuş ve derse aktif katılımları gözlenmiştir. Problem çözme, ispat yapma süreçlerinde genellemelere öğrencilerin kendilerinin varmaları için bir süre beklenmiş ve bu süre sonunda varılan genellemeler sınıfta paylaşılmıştır. Öğrencilerin yaptıkları geometrik inşaları DGYCG'nin özelliklerinden yararlanarak tamamlamaları, gözlemlerini not etmeleri ve gözlemledikleri ilişkileri matematiksel olarak ifade etmeleri istenmiştir.

Tüm öğretim bölümleri video kamera ile kayıt altına alınmıştır. Öğretim sürecinde çekilen video kamara kayıtları ve sınıf içi gözlemler bir nitel çalışmada en temel veri toplama araçlarından sayılabilir. Video kayıtlarının öğretim seansları sırasında katılımcıların eylemleri ile ilgili sesli ve görsel bilgi sağlama potansiyeli çok büyüktür (Bottorff, 1994). Öğretim seanslarında kimi zaman iki kimi zaman üç kamera kullanılmış, kameraların mikrofonları açık tutulmuş, sınıf ve tahta görüş alanında tutularak ve kameralar gezdirilerek öğrencilerin çalışma ve mülakatları yakından gözlenmiş, fotoğraflar çekilmiştir. Gözlemci ve araştırmacının gözlem notları dersler esnasında tutulmaya çalışılmış, detaylı veriler dersler sonrasında kamera kayıtları da incelenerek elde edilmiştir.

Uygulama sonrasında matematik öğretmeni adayların uygulamaya ilişkin yazılı görüşleri alınmış, araştırmacı ve uzman akademisyen tarafından 15 matematik öğretmen adayıyla yarı yapılandırılmış sözlü görüşmeler yapılmıştır. Verilerin toplanmasının ardından toplanan tüm veriler geçerlik güvenilirlik çalışmaları yapılarak analiz edilmiş ve yorumları yapılmıştır. Şekil 1'de araştırma sürecinin aşamaları sunulmuştur.

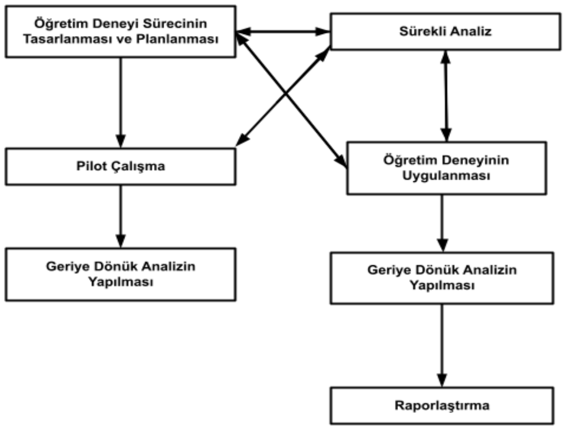


Şekil 1

Araştırmanın Aşamaları

3.3. Araştırmacının Rolü

Çalışmalar Steffe ve Thompson'ın (2000) bir öğretim deneyinde hem öğrencilerle etkileşim halinde olmanın hem de bu etkileşimi gözlemenin zorluğundan dolayı şiddetle lüzumlu bulduğu üzere bir araştırmacı ve bir gözlemci olacak şekilde bu rolleri üstlenen dersin sorumlusu akademisyen ve araştırmacı olmak üzere iki kişi tarafından yürütülmüştür. Bu sayede öğrencilerle etkileşim halinde iken de onları gözleme fırsatı elde edilmiştir. Uzman akademisyen matematik eğitimi alanında doçent unvanına sahiptir. Geometri öğretiminde teknoloji kullanımı ile ilgili çalışmaları mevcuttur. Aynı zamanda araştırmacının doktora tez danışmanıdır. Akademisyen ve araştırmacı, gözlemci ve öğretici olarak kimi zaman yer değiştirmiş, ders içi mülakatlar esnasında öğrencilerin söylediklerini yorumlamış, etkinlikler boyunca gerekli yönlendirmeler ve yardımlar ile öğrencilerin ihtiyaçlarına cevap vererek uygun zamanda uygun müdahaleyi yapmışlardır. Öğrencilerin düşüncelerini anlatmaları ve değiştirmeleri için fırsatlar yaratmaya çalışmışlar, bilgisayar destekli etkinlikler yapılırken bilgisayar ekranlarını gözlemleyerek yönergeler vermiş, rehber niteliğinde olmuşlardır. Bir öğretim deneyinde araştırmacı öğrencilerin daha iyi öğrenmelerini sağlamak için süreç içinde bazı önlemler alma ve öğretim ortamında değişiklikler yapma imkanına sahiptir. Her öğretim seansından sonra araştırmacı ve gözlemci gerekli düzeltme ve iyileştirmeleri yapmak amacıyla sonuçları ve gözlemlerini tartışmış ve öğretime gerekli müdahaleleri yapmışlardır. Gerekli görülen düzenlemelerin yapılmasında ve bir sonraki öğretim seansının hazırlanmasında ortak hareket etmişler, süreci birlikte planlamışlardır. Araştırmacı öğrenme ortamına "katılımcı gözlemci" rolünde katılmıştır. Bir öğretim deneyinde bir öğretici, bir gözlemci, bir veya daha fazla öğrenci bulunmalıdır (Steffe & Thompson, 2000). Öğrenciye neler sorulacağı ve nasıl davranılacağı öğretim deneyinde önemli ayrıntılardır. Bu yüzden araştırmacı ve akademisyen öğrencilerin düşüncelerini anlatmaları ve değiştirmeleri için fırsatlar sunmuş bu doğrultuda durum ve fırsatlar yaratmaya çalışmışlardır. Öğretim deneyi öğretimin tasarlanması ve planlanması, sınıf içinde uygulanması ve analiz olmak üzere üç aşamadan oluşmaktadır. Öğretim deneyi sürecinde elde edilen veriler süregelen analiz ve geriye dönük analiz olmak üzere iki tür analize tabi tutulur. Yapılan pilot çalışmada süregelen analiz kapsamında her bir öğretim seansından sonra araştırmacı ve gözlemci dersler esnasında tuttukları gözlem notlarını tartışmış ve öğretime gerekli müdahaleleri yapmıştır. Pilot uygulama süresi boyunca bilgi toplamak ve öğretim süresince öğrencilerin bilişsel gelişimlerini izleyebilmek amacıyla klinik görüşmeler yapılmıştır (Ginsburg, 1981). Bu süreç boyunca araştırmacı hipotezlerini test etmiş ve geliştirmiştir. Yapılacak geriye dönük analiz kapsamında ise genel bir değerlendirme yapabilmek ve öğrencilerin yapılan öğretimden nasıl ve ne şekilde etkilendiğini tespit edebilmek amacıyla tüm öğretim bölümleri kaydedilmiş, dökümler çıkarılmış, video kamera kayıtları incelenmiş ve yapılan analizler bir sonraki öğretim bölümünün ve asıl uygulamanın geliştirilmesinde kullanılmıştır. Pilot çalışma sonrasında elde edilen tüm veriler analiz edildikten sonra, geçerlilik ve güvenirlik çalışmaları yapılmış ve veri toplama araçlarının son şekli verilmiştir. Şekil 2'de öğretim deneyinde analiz aşamaları sunulmuştur.



Şekil 2

Öğretim Deneyinde Analiz Aşamaları

3.4. Çalışma Ortamı

Uygulamalar, Bursa Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi dersliklerinde yapılmıştır. Uygulamanın yapıldığı derslikte, DGYCG programının yüklü olduğu akıllı tahta, bir öğretmen masası, bir yazı tahtası mevcuttur. Öğrencilerin dersler boyunca yüzleri tahtaya ve öğretmene dönük olsa da bazı oturumlarda sınıf oturma düzeni sınıf etkileşim ve iletişimini güçlendirmek adına gruplar şeklinde düzenlenmiştir.

3.5. Çalışma Grubu

Öğretim deneyinin temel felsefesinde öğrencilerin fiziksel ve sosyo-kültürel çevreleri içindeki etkileşimlerinin bir sonucu olarak yapılandırdıkları matematiksel kavram ve işlemlerin öğrenciye mal edilmesi yatmaktadır (Staffe & Thompson, 2000). Bu araştırma öğrencilerin fiziksel ve sosyo-kültürel çevreleri içindeki etkileşim ortamında öğretim ile eş zamanlı yürütüleceğinden bir çalışma grubu üzerinde uygulanmış, evren ve örneklem seçimine gidilmemiştir. Öğretim deneyleri bireysel ya da küçük gruplar halinde bireylerin gelişimine odaklanabildiği gibi bir grubun kavramsal gelişimi üzerine de odaklanabilir. Çalışmanın dokusuna uygun olarak araştırmaya Geometri-1 dersini alan, Bursa ilinde bulunan Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Eğitimi Anabilim dalında okumakta olan birinci sınıf matematik öğretmeni adayları katılmıştır. Yapılan araştırmada pilot uygulama 34 erkek ve 23 kadın olmak üzere 57 katılımcı üzerinde, asıl uygulama ise uygulama 19 erkek ve 49 kadın olmak üzere 68 katılımcı üzerinde uygulanmıştır. Katılımcıların her biri ortaöğretim mezunudur. Öğrencilerin tamamı orta öğrenim süreçlerinde geometri ile çeşitli düzeylerde tanışmışlardır. Geometri-1 dersi öncesi aldıkları öğrenimlerinde DGY'nin kullanıldığı bir geometri eğitimi almamış dolayısıyla söz konusu yazılımı ilk kez öğrenerek tecrübe etmişlerdir. Katılımcıların grup ve cinsiyetlere göre sayıları Tablo 3'te sunulmuştur.

Tablo 3

Katılımcıların Grup ve Cinsiyetlere göre sayıları

	KADIN	ERKEK	TOPLAM
Pilot Uygulama	23	34	57
Asıl Uygulama	49	19	68

Pilot ve asıl uygulamalarda yapılan görüşmelerde örnekleme yöntemlerinden amaçlı örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Bir örneklem seçiminde amaçlı örnekleme yapılması durumların derinlemesine çalışılmasına olanak sağlar (Patton, 2002). Amaçlı örnekleme, araştırmayı yapan kişinin çalışmanın amacına uygun bir şekilde kendi mantık, muhakeme ve yargılarına bağlı olarak en doğru olacağını düşündüğü katılımcı ve katılımcı sayısını belirlemesidir. Amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yönteminin çalışmanın problem durumuna uygun olacağı düşünülmüştür. Ölçüt örneklemede bir dizi ölçütü karşılayan durumlar çalışılabilir. Bu ölçütler önceden oluşturulmuş bir listeden alınabilir ya da araştırmacı tarafından belirlenebilir (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Sözel görüşmeye katılacak öğrencilerin seçiminde üç temel ölçüt dikkate alınmıştır. Bu ölçütlerden ilki öğrencilerin üç farklı başarı düzeyinden olmasıdır. Araştırmacı ve uzman akademisyen tarafından düşük, orta ve yüksek başarı düzeyinden beşer öğrenci seçilerek sözlü görüşmeler yapılmıştır. İkinci ve üçüncü olarak seçilen öğrencilerin kendini ifadeye açık olmaları ve görüşmeler ders saatleri dışında gerçekleştiğinden gönüllü olmalarına dikkat edilmiştir.

3.6. Veri Toplama Araçları

Bu bölümde araştırma problemlerinin çözümüne yönelik çalışma kapsamında kullanılan veri toplama araçlarının hazırlanması, pilot çalışmaları ve uygulamaları ile ilgili bilgi verilmiş ve ayrıntıları sunulmuştur. Araştırma kapsamında kullanılan veri toplama araçları Testler, Ders Gözlemleri ve Görüşmelerdir. Ölçme araçları, kullanım amacı ve kullanım zamanı Tablo 4'te sunulmuştur.

Tablo 4

Ölçme Araçları Kullanım Amacı ve Kullanım Zamanı

Ölçme Aracı	Araştırma Problemi;	Kullanım Amacı; (Problem Cümlesi)	Kullanım Zamanı; (Pilot ve Asıl Uygulama)		
		DGYCG kullanılarak gerçekleştirilen geometri öğretiminde/öğretiminin öğretmen adaylarının;	Öntest	Sontest	Görüşme
Gözlem	Problem 1	Temel geometrik kavramları anlamlandırma süreci nasıl gerçekleşmektedir?			
AUİYRT	Problem 2	Matematiksel muhakeme ve inşa süreçlerinde ne gibi değişiklikler olmaktadır?	×	×	
AUİYT	Problem 2	Matematiksel muhakeme ve inşa süreçlerinde ne gibi değişiklikler olmaktadır?	×	×	
AUTGİT	Problem 2	Matematiksel muhakeme ve inşa süreçlerinde ne gibi değişiklikler olmaktadır?	×	×	
ÇSGBT	Problem 4	Temel geometri alan bilgilerine ve geometri başarı düzeylerine etkisi var mıdır?	×	×	
AUTGABT	Problem 4	Temel geometri alan bilgilerine ve geometri başarı düzeylerine etkisi var mıdır?	×	×	
SGF	Problem 3	Sürece ilişkin görüşleri ve karşılaştıkları güçlükler nelerdir?			×
YGF	Problem 3	Sürece ilişkin görüşleri ve karşılaştıkları güçlükler nelerdir?			×

Öğretim deneyinde gerekli görülen tüm nitel veri araçları kullanılabildiği gibi nicel veri araçları da kullanılabilir (Cobb & Steffe, 1983). Yapılan araştırma problem durumuna uygun olacak şekilde nitel yöntemler üzerine oturtulmuş olmakla birlikte araştırma sürecinin sonuçlarını istatistiksel olarak görebilmek ve nitel veri toplama araçlarının sınırlılığı giderebilmek amacıyla nicel veri toplama araçları da kullanılarak veri çeşitlemesi yapılmaya çalışılmıştır. Steffe ve Thompson'a göre öğretim deneyindeki öğretme, araştırmacının öğrencilerin matematiksel ve düşünmelerindeki değişiklikleri öğrenmesinin önemli olduğu bir bilimsel inceleme yöntemidir. Öğretim deneyinden önce katılımcıların var olan bilgileri, süreç içindeki akıl yürütmeleri, matematiksek düşünmeleri, düşünme ve kavrayışlarındaki farklılıkları, sezgisel düşünmeleri, alternatif kavramları, kavramlar üzerindeki algıları, stratejileri ve kavrayışları göz önüne alınmalıdır (Steffe & Thompson, 2000, s.271). Bu doğrultuda katılımcıların geometri alan bilgisi, başarısı, muhakeme yetenekleri, strateji, algılama ve kavrayışları hakkında bilgi edinebilmek, öğretim deneyinde kullanılacak etkinlik ve uygulamaları düzenleyebilmek amacına yönelik belirlenen veri toplama araçları ile katılımcıların kavram bilgileri, alan bilgileri, yanılgıları, kavrayışları ve geometrik düşünme becerileri hakkında genel bir kanıya varılmıştır.

3.6.1. Gözlem

Nitel araştırmalarda gözlem herhangi bir ortamda ya da kurumda meydana gelen davranışı ayrıntılı olarak tanımlamak amacıyla kullanılan bir veri toplama tekniğidir (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Birçok alanda gözlem başlıca araştırma yöntemi olarak kullanılsa da eğitim araştırmalarında 1950'li ve 60'lı yıllarda kullanılmış, gözlemler sonucu önemli verilere ulaşılmış ve eğitim ortamının çeşitli boyutlarında neler olup bittiğini ortaya çıkarmak mümkün olmuştur (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Öğretim sürecinde çekilen video kayıtları ve sınıf içi gözlemler bir nitel çalışmada en temel veri toplama araçlarından sayılabilir (Powell et al., 2003). Gözlem esnasında gözlemlerin kaydı titizlikle yapılmalıdır. Gözlemci veya gözlenenden ayrı ayrı kaynaklanan hataları ya da karşılıklı etkileşimden doğan yanılgıları en aza indirmeye gayret gösterilmelidir (Arıkan, 1995).

Bu çalışma kapsamında araştırmacı öğrenme ortamına 'katılımcı gözlemci' rolünde katıldığı için yapılan gözlemin gözlem türlerinden yapılandırılmamış alan çalışması türünde yer aldığı söylenebilir. Araştırma dahilinde yapılandırılmış bir gözlem formu kullanılmamıştır. Mevcut çalışmada yapılandırılmamış gözlem kullanılmasının sebebi gözlenen ortamın belli boyutlarının yanında önceden tahmin edilemeyecek farklı boyutlarının da ortaya çıkarılmasının istenmesidir. Yapılandırılmamış gözlemlerde amaç istenen belirli bir kültürü içeriden tanımlamak olduğu için, araştırmacının elinde herhangi bir standart bir gözlem veya görüşme aracı yoktur (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Nitel araştırmalarda araştırmacıların gözlemlerini kayıt altına almaları ve uygulamalarında yaşananları aktarabilmeleri için gözlem notları tutmaları gerekmektedir (Confrey & Lachance, 1999). Ancak sınıf içerisinde gerçekleşen durumları gözlemleyerek öğretimi gerçekleştirmek bir araştırmacı için oldukça zorlayıcıdır. Bu sebeple veri kaybına sebebiyet vermemek için tüm dersler video kamera ile kayıt altına alınmıştır. İki ya da üç kamera kullanılarak, kameraların mikrofonları açık olacak şekilde sınıf ve tahta görüş alanında tutularak ve kameralar gezdirilerek öğrencilerin çalışma ve mülakatları gözlenmiş, fotoğraflar çekilmiştir. Hazırlanan örnek ders planı ekte sunulmuştur (Ek 1).

3.6.2. Görüşmeler

Görüşmeler kişilerin deneyimleri, görüşleri, duyguları, deneyim ve algıları hakkında bilgi edinmek için etkili bir veri toplama aracıdır (Schostak, 2006; Yıldırım ve Şimşek, 2013). İyi planlanmış görüşmeler sayesinde kişinin iç dünyasına girilerek gözlem yöntemiyle ulaşılamayacak görüş ve düşüncelerine ulaşılabilir. Patton (1987), görüşmenin bireyleri direkt olarak gözlemleyerek onlar hakkında yeterince bilgi sahibi olamadığımız zamanlarda kullanıldığını ve amacının bireyin iç dünyasına girmek, görüşünü öğrenmek ve bakış açısını anlamak olduğunu belirtmiştir. Yazılı görüşme teknikleri duygu ve düşünceleri öğrenmek istendiğinde anketlerle kıyaslandığında derinlemesine bilgi edinilmesine olanak sağlar ve nitel çalışmalarda katılımcıların süreç hakkında düşündüklerine ilişkin veri toplama aracı olarak kullanılabilir. Sözlü görüşmeler ise bireylerin görüşlerini, deneyimlerini ve duygularını ortaya çıkarmada güçlü olması ve iletişimin en çok kullanılan biçimi olan konuşmayı temel alması nedeniyle yaygın olarak kullanılırlar (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Pek çok kimse, düşündüklerini ifade ederken sözlü anlatımı yazılı anlatıma yeğler. Bu tercihin başlıca sebepleri arasında, yazının yanlış anlamalara açık olması, ek açıklamalarda bulunma olasılığının sınırlı olması, belgelenmiş bir sorumluluğun altında kalınmak istenmemesi, sözlü görüşmenin daha az zaman alması ve daha rahat olması sayılabilir (Karasar, 2009).

Literatürde yapılandırılmış, yapılandırılmamış ve yarı yapılandırılmış görüşme olmak üzere üç görüşme türünden söz edilir. Yapılandırılmış görüşme tekniğinde amaç bireylerin verdikleri bilgiler arasındaki uyum ve farklılığı belirleyerek karşılaştırma yapmaktır. Görüşme planı oldukça ayrıntılıdır ve aynen uygulanır. Cevapların denetimi kolay olsa da anlam çıkarma olanakları sınırlıdır (Patton, 1990). Yapılandırılmamış görüşme tekniğinde ise önceden belirlenmiş sorular ve yanıtlara dair herhangi bir beklenti yoktur. Sohbet havasında katılımcının doğal ortamında gerçekleşir (Borg & Gall, 1996). Bu yönüyle yapılandırılmamış görüşme, görüşmeyi yapan kişiye büyük hareket ve yargı serbestisi verir (Karasar, 2009). Ancak toplanan verilerin değerlendirilmesi oldukça güçtür (Patton, 1990). Görüşmeler çoğunlukla bu iki uç arasında bir ortamda yarı yapılandırılmış görüşme tekniği ile yapılır (Karasar, 2009). Yarı yapılandırılmış görüşme tekniğinde katılımcıların cevaplaması istenen sorular belli kurallara bağlı kalarak ana hatlarıyla taslak olarak hazırlanmıştır. Araştırmacı yapılandırılmış görüşme tekniğinden farklı olarak bu sorulara bağlı kalmak zorunda değildir, Kişinin yanıtlarını açmasını sağlayabilir. Araştırmacıya kısmi hareket özgürlüğü ve esneklik tanır (Bryman, 2012). Yapılandırılmış görüşme tekniğine göre ise daha sistematik verilere sahiptir, karşılaştırılabilir veriler toplandığında nitel araştırmalar için daha uygun olarak görülür (Yıldırım ve Şimşek, 2013).

Bu çalışma kapsamında öğrencilerin DGYCG kullanarak gerçekleştirilmiş geometri öğretim sürecine ilişkin görüşlerinin incelenebilmesi amacıyla yarı yapılandırılmış yazılı ve sözlü görüşme teknikleri kullanılmıştır. Pilot ve asıl uygulama sonrasında gerçekleştirilen yarı yapılandırılmış görüşmelerde, uygulama sürecinde yer alan öğretmen adaylarının, DGY kullanarak tasarlanan öğretim deneyine dair görüşlerini, sorunlarını ve ihtiyaçlarını belirlemek, yaşadıkları güçlükleri ve yapılan uygulamanın etkililiğine dair fikirlerini almak amaçlanmıştır.

Sorular ikisi aynı zamanda akademisyen olan dört matematik öğretmenine incelenmesi için sunulmuş, uzman görüşü ile istenen verileri sağlayacak şekilde düzenlenmiştir. Sözlü görüşme ve yazılı görüşme formları farklı sorular içermektedir.

3.6.2.1. Yazılı Görüşme Formu: Görüşme formu hazırlanırken Yıldırım ve Şimşek'in (2013) önerdiği şekilde anlaşılması kolay açık uçlu sorular yazmaya, soruları mantıklı bir şekilde düzenlemeye, yönlendirmeden kaçınmaya, farklı türlerden, çok yönlü olmayan ve belli bir odağa yönelik sorular hazırlamaya dikkat edilmiştir. Uzman görüşü ile istenen verileri sağlayacak şekilde düzenlenen görüşme sorularına son hali verilerek pilot uygulamada kullanılmıştır. Pilot uygulama sonrası sorularda gerekli düzeltmeler yapılmış, karmaşık bulunan ifadeler düzenlenmiş, bazı soruların yerleri değiştirilmiş, asıl uygulamada kullanılmaya hazır hale getirilmiştir. Yazılı görüşmelerde öğrencilere zaman kısıtlaması getirilmemiş, fikirlerini olabildiğince açık, net ve özgürce ifade etmeleri, sorulara verdikleri cevapların varsa sebeplerini açıklamaları istenmiş, beyanlarını diledikleri kadar uzun tutabilecekleri söylenmiştir. Yazılı görüşmelere öğretim sürecine katılan tüm öğrenciler dahil edilmiş ve bu yolla tüm öğrenci görüşlerine ulaşılmaya çalışılmıştır. Görüşmelerle istenen amaca ulaşabilmek için görüşülen kişinin yeterince güdülenmesi, yöneltilen soruların içerik ve biçim açısından iyi hazırlanmış olması ve verilerin mümkün olduğunca kayba uğramadan kayıt altına alınması gerekmektedir. Öğrencilerin sözlü görüşmelerde düşüncelerini ifade etmekte çekinebilecekleri göz önüne alınarak yazılı görüşmelerle öğrenci görüşleri alınarak veri kaybı en aza indirilmeye çalışılmıştır. YGF ekte sunulmuştur (Ek 2).

3.6.2.2. Sözlü Görüşme Kayıtları: Uzman görüşü ile istenen verileri sağlayacak şekilde düzenlenen sözlü görüşme soruları pilot uygulamada basit rastgele örneklem alınarak seçilmiş üç öğrenciye sorularak karmaşık bulunan ifadeler düzenlenmiş ve bazı soruların yerleri değiştirilmiştir. Her bir katılımcıyla yapılan görüşmeler süre sınırlaması olmadan gerçekleştirilmiş, katılımcıların durumuna göre farklı sürelerde tamamlanmıştır. Genel olarak yapılan görüşmeler yaklaşık yirmi dakika sürmüştür. Görüşmeler dijital ses kayıt cihazı ile kayıt altına alınmıştır. Pilot uygulama sonrası sorularda gerekli düzeltmeler yapılmış asıl uygulamada kullanılmaya hazır hale getirilmiştir.

Asıl uygulama kapsamında sözlü görüşmeler yapılmadan önce öğretim sürecine katılan öğrenci sayısının oldukça yüksek olması ve her bir öğrencinin görüşmeye katılımda gönüllü olmayabileceği gibi sebepler katılacak öğrencilerin sınırlandırılarak seçilmesini zorunlu kılmıştır. Sözlü görüşmeye katılacak öğrencilerin seçiminde ölçüt örnekleme yöntemine başvurulmuştur. Sözlü görüşmeye katılacak öğrencilerin seçiminde üç temel ölçüt dikkate alınmıştır. Bu ölçütlerden ilki öğrencilerin üç farklı başarı düzeyinden olmasıdır. İkinci olarak seçilen öğrencilerin kendini ifadeye açık olmasına dikkat edilmiştir. Üçüncü olarak ise görüşmeler ders saatleri dışında gerçekleştiğinden gönüllülük şartı aranmıştır. Öğretim süreci tamamlandıktan sonra araştırmacı ve uzman akademisyen tarafından düşük, orta ve yüksek başarı düzeyinden beşer öğrenci seçilerek sözlü görüşmeler yapılmıştır. Öncesinde öğrencilerle tek tek görüşülerek görüşmenin kapsamı hakkında bilgi verilmiş ve çalışmaya katılıp katılmama konusunda gönüllü olup olmadıkları sorulmuştur. Sözlü görüşmeler araştırmacı ve öğrencinin yalnız kalabileceği sessiz sınıf ortamında gerçekleştirilmiştir. Dış faktörlerin olumsuz etkisi en aza indirilmiştir. Görüşme süresince tüm ayrıntıların kaydedilebilmesi ve kayıtların tekrar gözden geçirebilmesi için ses kaydı yapılmıştır. Öğrenciler soruları anlamakta ve cevap vermekte sorun yaşamamıştır. SGF ekte sunulmuştur (Ek 3).

3.6.3. Testler

Yapılan uygulamaların başarısının tespit edilmesinde mülakatlardan sonra en çok kullanılan araçlar testlerdir. Bu araştırma kapsamında da öğrenci grubunun başarısını değerlendirmek amacıyla ÇSGBT, AUTGABT, AUİYRT, AUİYT, AUTGİT kullanılmıştır.

Elde edilen bulguların sayısal verilerle ifade edilmesi olup biteni anlamaya ve karar vermeye yardımcıdır (Agresti & Finlay, 2009). Bu sebeple uygulama öncesi ve sonrasında yapılan testlerle bazı nicel veriler elde edilmek istenmiştir. Ne var ki problemin derinlemesine incelenmesi ya da sürecin ayrıntılı bir biçimde betimlenmesinde nicel yöntemler yüzeysel kalırken nitel yöntemler bilgi sağlama açısından daha üstündür (Muijs, 2004: s.9). Öğrencilerin öğretim süreci boyunca üzerinde çalışılan Geometri-1 dersine yönelik kavram yanılgıları, bilgi eksiklikleri, ispat ve inşaları çözme süreçleri, düşünme şekilleri, çözüm stratejileri, çözüme yönelik izledikleri yol haritaları, kullandıkları sembol ve ifadeler hakkında yazılı ve detaylı veri kaynakları derinlemesine incelenmek amacıyla testlerden elde edilen veriler analiz edilmiştir.

3.6.3.1. Çoktan Seçmeli Geometri Başarı Testi: Araştırma kapsamında DGYCG ile gerçekleştirilmiş geometri öğretim ortamlarının öğrenci öğrenme düzeylerine etkisini değerlendirmek amacıyla araştırmacı tarafından ÇSGBT geliştirilmiştir. ÇSGBT ekte sunulmuştur (Ek 4).

Eğitimde başarı öğrencinin program hedefleriyle tutarlı olarak sergilediği becerilerle ölçülür (Demirtaş ve Güneş, 2002). Başarı testleri için belirlenecek kritik davranışlar dersi iyi öğrenmiş bir öğrenciden beklenilecek davranışlar olmalıdır ve bu davranışlar dersi iyi öğrenmiş ve öğrenmemiş öğrenciyi ayırt edebilmelidir (Atılgan vd., 2006). Yapılan öğretim deneyinde Geometri-1 dersi kapsamında DGYCG kullanılarak bir aksiyomatik sistem olarak Öklid geometrisinin temellerinin verilmesi, temel teoremlerin ispatı, geometrik yapıların oluşturmacı bir yaklaşımla inşası üzerinde durulmuş, sayısal veriler ve ölçü değerleri kullanılmamıştır. Dolayısıyla Geometri-1 dersinde çoktan seçmeli sınavlara yönelik herhangi bir çalışma yapılmamıştır. Kullanılan ÇSGBT ile ortaöğretim geometri dersi kazanımları temel alınarak öğrencilerin geçmiş geometri öğrenimi deneyimlerinde çokça karşılaştıkları çoktan seçmeli sınavlara ve ülkemizde her sene yapılan üniversite giriş sınavına yönelik genel başarılarını ölçmek amaçlanmıştır. ÇSGBT oluşturulmasında ders kapsamında işlenecek temel geometri konularıyla ilgili yurtiçi ve yurtdışında basılmış kaynaklar incelenmiş, Millî Eğitim Bakanlığı onaylı, örgün eğitimde ortaokul ve liselerde okutulan ders kitapları, ülkemizde üniversite sınavına yönelik hazırlanmış kaynak kitaplar ve soru bankaları taranmıştır. Taranan kaynaklardan seçilen sorular bir havuzda toplanmıştır. Soruların seçiminde, Geometri-1 dersi kapsamında işlenecek temel geometri konularının dışına çıkılmamış, ders kapsamında hedeflenen öğrenme alanı kazanımlarına uygun sorular seçilmesine dikkat edilmiştir. 40 çoktan seçmeli soru belirlenerek soruların ilk hali verilmiştir. İkinci aşamada, soruların seçimi için geometri öğretimi alanında tecrübe sahibi öğretmenler ve alanında uzman akademisyenler ile birlikte çalışılmıştır. Pilot olarak uygulanacak başarı testi geçerlilik, bilimsel doğruluk, dilbilgisi ve teknik açıdan uygunluk kriterleri çerçevesinde uzman görüşü eşliğinde gözden geçirilmiştir. Hazırlanan 40 soru üç geometri öğretmeni ve Bursa Uludağ Üniversitesi Matematik Eğitimi Anabilim Dalında görev yapan iki akademisyen tarafından incelenmiş, öğrencilerin anlamakta zorlanabilecekleri, yanlış anlaşılmaya elverişli sorular ve üniversite birinci sınıf öğrencilerinin seviyesine uygun olmayacağı ortak görüşle belirtilen sorular taslak sınavdan çıkarılarak gerekli düzenleme ve düzeltmeler yapılmıştır. Hazırlanan ölçme aracı 35 soruluk haliyle 2015-2016 eğitim yılında ilköğretim matematik öğretmenliği bölümü üniversite birinci sınıf ikinci dönem dersi 57 öğrenciye pilot olarak uygulanmış ve sonuçlar SPSS programına girilmiştir. Öğrencilere uygulanan testin maddeleri ve seçenekleri üzerinde madde analizi yapılmıştır. Madde analizinde amaç istenilen nitelikleri taşıyan bir testin geliştirilmesinde uygun maddelerin seçilerek istenilen nitelikleri taşımayan seçenekler üzerinde düzeltme ve ayıklama işlemi yapmaktır (Vatansever, 2007). Pilot uygulama her doğru cevaba "1" yanlış ve her yanlış cevaba "0" puan verilerek değerlendirilmiştir. Pilot uygulama sonrası madde ayırt edicilik indeksleri 0.30'un altında olan sorular ayırt edicilik gücünün düşük olması nedeniyle testten çıkarılmıştır. Nihai test oluşturulurken ayırıcılık gücü 0.19 ve altındaki maddelerin testten çıkarılması, ayırıcılık gücü 0.40 ve üstü maddelerin iyi kabul edilmesi, ayırıcılık gücü 0.30 ve 0.39 arasındaki maddelerin ise oldukça iyi kabul edilmesi uygundur (Tekin, 1982, s. 249). Yapılan gerekli düzenlemelerden sonra sınav, bilgi basamağından 2, kavrama basamağından 4, uygulama basamağından 8, analiz basamağından 3, sentez basamağından 2 ve değerlendirme basamağından 1 soru olacak şekilde 20 soruluk çoktan seçmeli bir sınav halini almıştır. Son hali alanında uzman akademisyenlere gösterilerek kapsam ve yordama geçerliği sağlanmaya çalışılmıştır, sınavın bitirilmesi için gereken süre tespit edilmiş, sınavın 40 dakika sürmesine karar verilmiştir. Pilot uygulaması yapılmış olan test soruları 2016-2017 eğitim yılında asıl uygulama kapsamında öntest sontest olarak uygulanmıştır. Uygulama sonrasında sınavın güvenirlik katsayısı hesaplanmış, güvenirlik katsayısı Cronbach Alfa değeri 0,795 olarak bulunmuştur. Güvenilirlik katsayısının 0.60 ile 0,80 arasında olması testin oldukça güvenilir olduğunu göstermektedir (Özdamar, 1999). Elde edilen bu katsayı öğrencilerin akademik başarılarını iyi derecede ölçebilecek bir özelliktedir (Kalaycı, 2005; Tavşancıl, 2002).

3.6.3.2. Açık Uçlu Temel Geometri Alan Bilgisi Testi: Araştırma kapsamında DGYCG kullanılarak zenginleştirilmiş geometri öğretim ortamlarının öğrenci genel alan bilgisi düzeyine etkisini değerlendirmek amacıyla araştırmacı tarafından AUTGABT geliştirilmiştir. AUTGABT ekte sunulmuştur (Ek 5).

Öğretmen adaylarının sahip olması gereken geometri alanında genel anlamda konu alan bilgisidir. İlgilenilen matematik kavramıyla ilgili temsilleri, temel özellikleri ve kavram ile ilgili alternatif yolları bilmek de konu alan bilgisini şekillendirir (Even, 1993). Birçok çalışmada kavramları en iyi şekilde anlama ve oluşturma üzerinde durulmuştur (Leinhardt & Smith, 1985; Shulman, 1986). Shulman'ın (1987) öğretmenin mesleki gelişimi üzerine geliştirdiği modelde iyi bir öğretmende bulunması gereken yeterliliklerden biri konu alan bilgisidir ve konu alan bilgisi kavramı, öğretimi yapılacak konuya ilişkin başlıklar, tanımlar, semboller ve örneklerin seçimidir.

Araştırma kapsamında verilen teknoloji destekli yapılandırmacı temel geometri öğretiminin öğrencilerin genel Geometri-1 alan bilgisinin gelişimine etkisini değerlendirmek amacıyla MEB ortaokul ve ortaöğretim matematik öğretim programından ve Öklid'in "Elementler" kitabında bulunan temel kavramlardan yararlanılarak matematik öğretmeni adaylarının bilmesi zaruri olan temel kavramlar ve bu kavramları kullanma becerisini 5 açık uçlu temel geometri alan bilgisi sorusu ile ölçmesi hedeflenen AUTGABT hazırlanmıştır. Sorular geliştirilirken öğrencilerin temel düzeyde alan becerisini ölçmek amaçlanmıştır. Geometri-1 dersi kapsamında, DGYCG kullanılarak bir aksiyomatik sistem olarak Öklid geometrisinin temellerinin verilmesi, temel teoremlerin ispatı ve geometrik yapıların oluşturmacı bir yaklaşımla inşası üzerinde durulmuştur. Geometri alan bilgisi sorularının seçiminde, Geometri-1 dersi kapsamında işlenecek temel geometri konularının dışına çıkılmamış, ders kapsamında hedeflenen öğrenme alanı kazanımlarına uygun kavram bilgisi seçilmiştir. AUTGABT soruları öğrencilerin söz konusu kavramları anlama seviyelerine odaklanmaktadır. Yapılan gerekli düzenlemelerden sonra sınav bilgi basamağından 2, kavrama basamağından 1, analiz basamağından 1 ve değerlendirme basamağından 1 soru olacak şekilde 5 açık uçlu sorudan oluşan bir sınav halini almıştır. Pilot olarak uygulanacak test uygulamadan önce geçerlilik, bilimsel doğruluk, dilbilgisi ve teknik açıdan uygunluk kriterleri çerçevesinde uzman görüşü eşliğinde gözden geçirilmiştir. Geliştirilen sınav açık uçlu sorulardan oluştuğu için güvenirlik katsayısı hesabı yapılmamış, kapsam ve yordama geçerliği sağlanmaya çalışılmıştır. Kapsam geçerliliğini sağlayabilmek için uzman görüşüne başvurulmuştur. Hazırlanan altı sorudan biri uzman görüşü ile testten çıkartılmıştır. Pilot uygulamada basit rastgele örneklem alınarak seçilmiş üç öğrenciye sorular sorularak karmaşık bulunan ifadeler düzenlenmiş, bazı soruların yerleri değiştirilmiştir. Test hazırlandıktan sonra Bursa Uludağ Üniversitesi Matematik Eğitimi Anabilim Dalında görev yapan üç araştırmacı soruları incelemiş ve görüşleri alınarak geçerlikleri sağlanmaya çalışılmıştır.

Araştırmacı tarafından hazırlanan ölçme aracı 2015-2016 eğitim yılında yapılan pilot uygulamada kullanılan dil bakımından anlaşılırlığı ve soruların yeterliliğini belirlemek üzere DGYCG kullanılarak gerçekleştirilmiş geometri öğretim sürecinden önce ve sonra 57 öğrenciye öntest-sontest olarak uygulanmıştır. Pilot uygulama sonrası uzman görüşü doğrultusunda yapılan düzeltmelerin ardından testin asıl uygulamada kullanılmasına karar verilmiştir. Sınavın bitirilmesi için gereken süre tespit edilmiş, 30 dakika sürdürülmesine karar verilmiştir. Test 2016-2017 eğitim yılında asıl uygulama kapsamında öğrencilerin Geometri-1 dersi kapsamında belirlenen hedeflere dair kavram ve alan bilgilerini belirleyebilmek amacıyla öğretim sürecinin öncesi ve sonrasında öntest-sontest olarak uygulanmıştır. Birinci ve üçüncü soruda öğrencilere bir kavram bilgisi sorulmaktadır. İkinci soruda verilen kavram ile ilgili üç örnek verilmesi istenmektedir. Dördüncü soruda verilen kavrama dair bir örnek ve ispatı istenmektedir. Beşinci soru öğrencinin temel geometrik kavramlar arasında ilişkilendirme yapmasını gerektirmektedir. Öğrencilerden düşüncelerini açıkça belirtmeleri istenmiş ve bu sayede öğrencilerin belirlenen kavramlara dair tanım, algı, yanılgı, hata gibi anlamalarına dair bilgilerine ulaşmak amaçlanmıştır.

3.6.3.3. Açık Uçlu İspat Testleri: Araştırma kapsamında DGYCG kullanılarak zenginleştirilmiş geometri öğretim ortamlarının öğretmen adaylarının ispat yorumlama düzeylerine etkisini araştırmak ve ispata yönelik algılarını betimlemek amacıyla AUİYRT kullanılmıştır. AUİYRT öntesti ve sontesti ekte sunulmuştur (Ek 6 ve Ek 7). Yapılan öğretimin öğretmen adaylarının ispat yapma düzeylerine etkisini araştırmak ve ispata yönelik performanslarını betimlemek amacıyla AUİYT kullanılmıştır. AUİYT ekte sunulmuştur (Ek 8).

AUİYRT ve AUİYT Subramanian tarafından 2005 yılında öğrencilerin ispat yorumlama ve inşa etme becerisini ölçmek amacıyla geliştirilmiştir. Test soruları Z. Usiskin ve E. G. Knuth tarafından kişisel iletişim yoluyla soru soru analiz edilmiştir. Testin güvenirlik katsayısı Subramanian tarafından hesaplanmış, geçerlilik ve güvenirliğini sağlayabilmek için madde analizi yapılmış, güvenirlik katsayısı 0,97 ve 0.99 aralığında bulunmuştur ve son hali alanında uzman akademisyenlere gösterilerek kapsam ve yordama geçerliği sağlanmaya çalışılmıştır. Elde edilen bu katsayı öğrencilerin akademik başarılarını iyi derecede ölçebilecek bir özellikte sayılabilir (Kalaycı, 2005; Tavşancıl, 2002).

Yapılan alanyazın taraması sonucunda Subramanian (2005) tarafından geliştirilen testlerin mevcut çalışma kapsamında araştırılan problem durumlarına yanıt arama sürecinde etkili bir veri toplama aracı olacağı kanaatine varılmıştır. Test izin alınarak araştırmacı tarafından Türkçeye uyarlanmış, tercüme alanında uzman iki akademisyen ve bir dil bilimci tarafından incelenmiştir. Uzman görüşü doğrultusunda testin pilot uygulamasının yapılmasına karar verilmiştir. Pilot olarak uygulanacak test uygulamadan önce geçerlilik, bilimsel doğruluk, dilbilgisi ve teknik açıdan uygunluk kriterleri çerçevesinde uzman görüşü eşliğinde gözden geçirilmiştir.

Testler 2015-2016 eğitim yılında yapılan pilot uygulamada DGYCG kullanılarak zenginleştirilmiş geometri öğretim sürecinden önce ve sonra 57 öğrenciye öntest- sontest olarak uygulanmıştır. Matematik öğretmeni adayların bu süreçten önce geometri öğretiminde ispat kavramıyla çeşitli düzeylerde tanışmış oldukları hususu göz önüne alınmıştır. Öntest doğrultusunda matematik öğretmeni adayların ispata yönelik ilk algı ve performanslarının belirlenmesi amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda öğretmen adaylarından temel geometri ile ilgili en temel ve basit yargıları kullanarak soruları cevaplandırmaları, cevaplarını açıklamaları, yazılı çözümlerinde ayrıntılı olarak yaptıkları muhakemeleri, varsayımları açıklamaları, kullandıkları değişken ve geometrik hesaplamaları açık ve net bir şekilde sözel olarak ifade etmeleri istenmiştir. Sınavın bitirilmesi için gereken süre tespit edilmiş, AUİYRT'nin 30 dakika ve AUİYT testinin 40 dakika sürmesine karar verilmiştir. Pilot uygulaması yapılmış olan test soruları 2016-2017 eğitim yılında asıl uygulama kapsamında 68 öğrenciye öntest-sontest olarak uygulanmıştır.

3.6.3.3.1. Açık Uçlu İspat Yorumlama Testi: AUİYRT matematik öğretmeni adayların ispat kavramını algılama ve yorumlama becerilerini betimleyebilmek amacıyla üç ana bölüme ayrılmıştır. Her bir bölüm ise ikişer alt bölümden oluşmaktadır. Her altı bölüm de öğrencilerin üçgenler ve dörtgenlerin özelliklerini bilmesini ve sınıflandırabilmesini gerektirmektedir. AUİYRT birinci bölüm, iki alt bölümden oluşmakta olup mantık yürütme, muhakeme ve aksine örnek vererek ispat yapabilme becerisini ölçmeyi hedeflemektedir. İkinci bölüm iki alt bölümden oluşmakta olup öğrencilerin koşullu önermeleri analiz edebilme, mantıksal niceleyicileri kullanabilme becerisini ölçmeyi hedeflemektedir. Üçüncü ve son bölüm de yine iki alt bölümden oluşmakta ve ispat argümanlarını analiz etme becerisini ölçmektedir. Argümanların analiz edilmesi öğrencilerin önermelerin geçerliliğini ve genellenebilirliğini fark edebilmesini ve bir önermenin doğruluğunu sadece birkaç özel durum ve örnek üzerinden kanıtlamanın yetersizliğini anlamasını gerektirmektedir. Öğrencilerin ispat yapmak ile örnek vererek doğrulamak arasındaki ayrımı görmesi istenmektedir. Bu bölümde öğrencilere doğru veya yanlış olan iki önerme ve bu önermelerin ispatı olduğu savunulan üç seçenek sunulmuş ve bu seçeneklerden hangisinin önermenin ispatı olduğu sorulmuştur. Seçeneklerden birinde önerme tek bir örnek ile doğrulanırken, ikincisinde birden fazla örnek ile doğrulanmış, bir diğer seçenekte ise matematiksel sembol ve ifadeler kullanarak önermenin ispatı yapılmıştır.

3.6.3.3.2. Açık Uçlu İspat Yapma Testi: AUİYT Subramanian tarafından AUİYRT'nin ikinci bölümü ve sontest olarak kullanılmıştır. Test geometri önbilgisi ispat yazma düzeyinde olmayan öğrencilere uygulandığından öntesti yapılamamıştır. Bu araştırma kapsamında ise ortaöğretimde temel geometri öğrenimi almış matematik öğretmeni adaylar ile çalışıldığından öğretmen adaylarının ispat yapma becerisini ölçmek amacıyla AUİYT öntest ve sontest olarak uygulanmıştır.

AUİYT matematik öğretmeni adayların ispat yapma düzeylerini ve ispata yönelik performanslarını betimleyebilmek amacıyla dört ana bölüme ayrılmıştır. AUİYT ilk bölüm öğrencilerin koşullu önermeleri analiz edebilme, mantıksal niceleyicileri kullanabilme, verilen bilgileri matematiksel olarak ifade ederek yorumlama becerisini ölçmeyi hedeflemektedir. Öğrencilere iki önerme verilip, a şıkkında öğrencilerden verilen önermeyi koşullu biçimde yazmaları, b şıkkında verilen bilgiyi gösteren taslak şekil çizmeleri ve önermede verilenleri görsel olarak ifade etmeleri, c şıkkında ise önermenin hipotez ve hüküm kısmını belirtmeleri istenmektedir. İkinci bölüm yapılan ispatın aşamalarını analiz ederek ispat yapabilme becerisini ölçmeyi hedeflemektedir. Öğrencilerin temel geometri bilgileri ile mantıksal sonuçları fark edip uygulamalarını gerektirmekte ve mantıksal muhakeme yeteneklerini ölçmektedir. Öğrencilerden yüksek düzeyde sayılamayacak bir teoremde verilmiş boşlukları doldurarak temel geometri ile ilgili en temel teorem, tanım ve yargıları kullanarak ispatını yapmaları istenmiştir. Belli kısımları verilmiş çift sütunlu ispatın inşa sürecinde kullanılan önermeler ve gerekçelere dair boşlukların doldurulması gerekmektedir. AUİYT üç ve dördüncü bölümlerde amaç öğrencilerin ispat yapma performanslarını betimleyebilmektir. Öğrencilerden şekil ile birlikte verilen önermelerin ispatının yapılması istenmektedir. Üçüncü bölümde öğrenciye bir ipucu verilirken son bölümde öğrencilere ispat yaparken yardımcı olacak bir ipucu verilmemiştir.

3.6.3.4. Açık Uçlu Temel Geometrik İnşa Testi: Araştırma kapsamında DGYCG kullanılarak zenginleştirilmiş geometri öğretim ortamlarının öğretmen adaylarının temel geometrik inşa öğrenme düzeyine etkisini değerlendirmek amacıyla araştırmacı tarafından AUTGİT geliştirilmiştir. AUTGİT ekte sunulmuştur (Ek 9).

Geometri-1 dersi kapsamında, DGYCG kullanılarak bir aksiyomatik sistem olarak Öklid geometrisinin temellerinin verilmesi, temel teoremlerin ispatı, geometrik yapıların oluşturmacı bir yaklaşımla inşası üzerinde durulmuştur. Geometrinin anlamlı olarak öğrenilmesinde geometrik inşaların yapılması önem arz etmektedir (Martin, 2012). İlk olarak Öklid'in "Elementler" kitabında karşılaşılan ve kitapta matematiğin en temel konusu olarak nitelendirebilecek geometrik inşalar Öklid geometrisinin temelini oluşturmaktadır (Martin, 2012). Geometrik inşalar, Öklid inşaları olarak, pergel-cetvel inşaları (Çiftçi ve Tatar, 2014), pergel-çizgeç inşaları (Erduran ve Yeşildere, 2010) veya temel geometri inşaları olarak da adlandırılırlar. Bilgisayar yazılımları ve pergel ve çizgeç ile yapılan inşalar zihinde geometrik kavramların olgunlaşmasına yardımcı olur ve geometrinin anlamlı olarak öğrenilmesini sağlar. Geometrik inşa becerileri öğrencilerin birçok farklı geometrik şekli ve aralarındaki ilişkileri görmelerine yardımcı olur ve problem çözme becerilerini geliştirmelerini sağlar (Posamentier, 2000; Napitupulu, 2001). Öğrencilerin daha fazla derinlemesine düşünmesine yol açarak matematiğe olan ilgilerini arttırır (Napitupulu, 2001; Cheung, 2011). NCTM (2004) standartlarında geometrik nesnelerin çizimi ile anlamlı öğrenmelerin gerçekleştirilmesinin bir yolu olarak geometrik inşa çalışmalarının öneminden bahsedilmiştir.

Araştırma kapsamında verilen teknoloji destekli yapılandırmacı geometri öğretiminin öğrencilerin Öklid'in "Elementler" kitabında bahsi geçen ve Öklid geometrisinin temel konusu olarak nitelendirebileceğimiz pergel ve birimsiz cetvel kullanılarak inşa yapma yeteneği ile bunun geometrik düşünmelerindeki gelişime etkisini değerlendirmek amacıyla, MEB ortaöğretim matematik öğretim programından ve Öklid'in "Elementler" kitabında bulunan temel inşalardan (Sezen, 2007) yararlanılarak temel geometri inşalarını içeren ve 4 açık uçlu sorudan oluşan AUTGİT hazırlanmıştır. Sorular geliştirilirken öğrencilerin temel düzeyde inşa becerisini ölçmek amaçlanmıştır. Test kapsamında öğrencilerden farklı temel geometrik yapıların inşasını yapmaları istenmiştir. Pilot olarak uygulanacak inşa testi uygulamadan önce geçerlilik, bilimsel doğruluk, dilbilgisi ve teknik açıdan uygunluk kriterleri çerçevesinde uzman görüşü eşliğinde gözden geçirilmiştir. Geliştirilen sınav açık uçlu sorulardan oluştuğu için güvenirlik katsayısı hesabı yapılmamış, kapsam geçerliği sağlanmıştır. Kapsam geçerliliğini sağlayabilmek için uzman görüşüne başvurulmuştur. Test hazırlandıktan sonra Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Matematik Eğitimi Anabilim Dalında görev yapan üç araştırmacı soruları incelenmiş ve görüşleri alınarak geçerlikleri sağlanmaya çalışılmıştır. Üç alanında uzman akademisyenin de görüşleri doğrultusunda testin pilot uygulamasının yapılmasına karar verilmiştir.

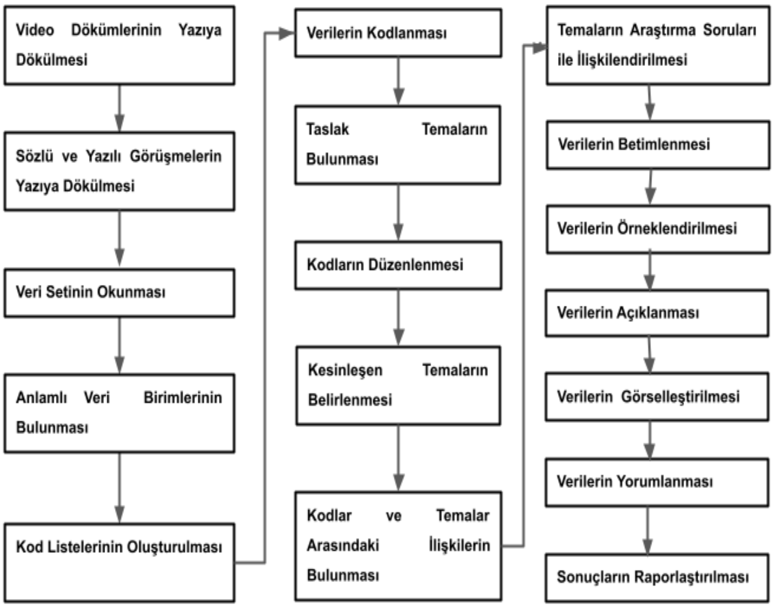
AUTGİT pilot uygulamada DGYCG kullanılarak gerçekleştirilmiş geometri öğretim sürecinden önce ve sonra kullanılan dil bakımından anlaşılırlığın ve soruların yeterliliğini belirlemek üzere 57 Öğrenciye öntest-sontest olarak uygulanmıştır. AUTGİT matematik öğretmeni adayların inşa ile ilgili mevcut bilgi ve becerilerini betimleyebilmek amacıyla dört ana bölüme ayrılmıştır. Öğrencilerden araştırma kapsamında hem pergel ve birimsiz cetvel ile hem de DGYCG üzerinde dinamik gereçlerle oluşturduğu temel geometrik inşaları kâğıt üzerinde pergel ve birimsiz cetvel kullanarak yapmaları istenmiştir. Ellerinde istenen uzunluğa ayarlanabilen doğru parçaları, dik ve paralel doğrular ve istenen yarıçapa değiştirilebilen çemberler var iken bu yapıları kullanarak birinci bölümde bir üçgen, ikinci bölümde bir kare, üçüncü bölümde bir eşkenar üçgen ve dördüncü bölümde bir paralelkenarı geometrik olarak doğru bir şekilde çizmeleri istenmiştir. Kullandıkları yapının adını belirterek nasıl çizdiklerini adım adım anlatmaları istenmiş bu sayede öğrencilerin inşa sürecinde kullandıkları strateji ve uygulamaları tespit etmenin yanında belirlenen çizimlere dair tanım, algı, yanılgı, hata gibi anlamalarına dair bilgilerine ulaşmak amaçlanmıştır. Pilot uygulama sonrası uzman görüşü doğrultusunda herhangi bir düzeltmeye gerek duyulmadığından testin asıl uygulamada kullanılmasına karar verilmiştir. Sınavın bitirilmesi için gereken süre tespit edilmiş, 30 dakika sürmesine karar verilmiştir. Pilot uygulaması yapılmış olan test soruları 2016-2017 eğitim yılında asıl uygulama kapsamında AUTGİT öntest-sontest olarak tekrar uygulanmıştır.

3.7. Verilerin Analizi

Veri analizi araştırmanın başından sonuna kadar tüm sürecini kapsayan ve bu sürecin veri toplama gibi diğer basamaklarından ayrıştırılamayacak bir işlem basamağıdır (Creswell, 2005). Miles ve Huberman'a (2014) göre nitel veri analiz süreci "verinin işlenmesi", "verinin görsel hale getirilmesi" ve "sonuç çıkarma ve teyit etme" olacak şekilde üç aşamada gerçekleşir (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Bu süreç betimleme, analiz ve yorumlama süreci olarak ta ele alınabilir. Betimleme sürecinde toplanan verilerin araştırma sorusuna ne şekilde cevap olduğu ve hangi sonuçları ortaya koyduğu belirlenir. Analiz süreci ilk anda görülemeyen sınıflandırma sonucu elde edilen anlamlı ilişkilerin ortaya çıkarılmasını ifade eder. Yorumlama süreci ise elde edilen verilerin anlamlandırılması sürecini belirtir (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Bu çalışmada tüm nitel veriler betimlenmiş, sınıflandırmalarla anlamlı ilişkiler ortaya konmaya çalışılarak analiz edilmiş ve bulgular yorumlanmıştır. Bu çerçevede çalışmada nitel verilerin analizinde betimsel ve içerik analizi teknikleri kullanılmıştır.

Bir öğretim deneyinde elde edilen veriler süregelen analiz ve geriye dönük analiz olmak üzere iki tür analiz sürecinden geçer. Araştırmacı süregelen analiz sırasında çeşitli yönlendirmelerle öğretim deneyi sürecini düzenleyebilir, önceki müdahalenin sonuçları değerlendirir ve sonraki müdahaleyi tasarlayabilir. Bu çalışmada da süregelen analiz kapsamında gerek pilot uygulama gerek asıl uygulamada her bir öğretim seansından sonra araştırmacı ve gözlemci gerekli düzeltme ve iyileştirmeleri yapmak amacıyla sonuçları ve gözlemlerini tartışmış ve öğretime gerekli müdahaleleri yapmıştır. Yapılan tüm öğretim süreçleri bir sonrakinin tasarlanmasına ışık tutmuştur. Asıl uygulama kapsamında, tamamı pilot çalışmada uygulanmış ve geçerlilik güvenirlik çalışmaları yapılarak son şekli verilmiş veri toplama araçları kullanılmıştır. Geriye dönük analiz veri toplama aşamasını takiben yapılır ve öğrenci düşünmelerini geliştirmeye, öğretim sürecinde gözlenen sonuçları analize odaklanılır. Yapılan öğretim deneylerinin tamamı ele alınarak ve tüm veriler analiz edilerek öğrencilerin matematiksel gelişimleri açıklanmaya çalışılır. Bu çalışmada geriye dönük analiz kapsamında genel bir değerlendirme yapabilmek ve öğrencilerin yapılan öğretimden nasıl ve ne şekilde etkilendiğini tespit edebilmek amacıyla pilot ve asıl uygulamada tüm öğretim bölümleri kaydedilmiş, dökümler çıkarılmış, video kamera kayıtları incelenmiş, transkriptler oluşturulmuş ve veriler bir bütün olarak analiz edilerek öğrencilerin yapılan çalışmadan nasıl ve ne derece etkilendikleri ve görüşleri belirlenerek yorumlanmaya çalışılmıştır.

Yapılan araştırma kapsamında elde edilen verilerin çözümlenmesinde nicel ve nitel analiz teknikleri birlikte kullanılmıştır. Şekil 3'te veri analizinde takip edilen aşamalar sunulmuştur.



Şekil 3

Veri Analizinde Takip Edilen Aşamalar

3.7.1. Gözlem verilerinin analizi

Veri analizi gerçekleştirilirken video kayıtları ve gözlem notları birlikte değerlendirilmiştir. Her öğretim seansından sonra araştırmacı ve gözlemci süregelen analiz çerçevesinde gerekli düzeltme ve iyileştirmeleri yapmak amacıyla sonuçları ve gözlemlerini tartışmış ve öğretime gerekli müdahaleleri yapmışlardır. Gözlemci ve araştırmacının gözlem notları dersler esnasında tutulmaya çalışılsa da asıl detaylı veriler her öğretim seansı sonrası kamera kayıtlarından elde edilen verilerin incelenerek bilgisayar ortamına aktarılmasıyla elde edilmiştir. Gözlem notları ve kamera kayıtları araştırmacı ve bir akademisyen tarafından mükerreren incelenmiş, izlenen kayıtların tamamı çözümlenmiş ve transkript edilmiştir. Gözlem notları transkript metnine eklenmiş, uzman akademisyen tarafından kontrolü yapılmıştır. Veri analizi gerçekleştirilirken video transkriptleri ve gözlem notları birlikte değerlendirilmiştir. Gözlem verileri betimsel analiz yöntemine göre analiz edilmiştir. Betimsel analizle elde edilen veriler önce sistematik ve açık bir biçimde betimlenmiş ardından özetlenmiş ve yorumlar yapılmıştır. Veriler yorumlanırken neden sonuç ilişkileri irdelenerek birtakım sonuçlara ulaşılmaya çalışılmıştır (Yıldırım ve Şimşek, 2013).

3.7.2. Görüşmelerin Analizleri:

Nitel analiz verileri bulgulara çevirme, verinin anlamını dışa aktarma işidir. Bu işlemin ise herhangi bir formülü yoktur (Merriam et al., 2016). Betimsel analiz tekniği ile veriler özetlenerek yorumlanır. Betimsel analiz ile ulaşılamayan kavram ve ilişkilere ulaşabilmek için ise içerik analizi tekniği kullanılır (Çepni, 2014, s.184). Öğrenciler ile gerçekleştirilen görüşmelerden elde edilen nitel verilerin analizinde içerik analizi tekniği kullanılmıştır. İçerik analizi, sosyal bilimler alanında gözlem ve görüşme verilerinin analiz edilmesinde, incelenecek verinin bazı kurallar çerçevesinde kodlamalar kullanılarak küçük içerik kategorilerine indirgendiği sistematik ve yinelenebilir bir teknik olarak tanımlanabilir (Büyüköztürk, 2010). Toplanan verileri açıklayabilmek için birbirine benzeyen tema ve kavramlar bir araya getirilerek anlaşılabilir biçimde düzenlenerek ve yorumlanarak kavram ve ilişkilere ulaşılır (Yıldırım ve Şimşek, 2013). İçerik analizinde verilerin analiz süreci dört aşamada gerçekleşir. Bu dört aşama verilerin kodlanması, temaların bulunması, kodların ve temaların düzenlenmesi, bulguların tanımlanması ve yorumlanmasından oluşur (Yıldırım ve Şimşek, 2013).

Çalışma kapsamında öğrencilerin DGYCG kullanarak gerçekleştirilmiş geometri öğretim sürecine ilişkin görüşlerinin incelenebilmesi amacıyla yazılı ve sözlü görüşme teknikleri kullanılmıştır. Sözlü görüşme kayıtları iki uzman tarafından tekrar tekrar dinlenmiş dinlenen kayıtlar çözümlenerek transkript edilmiştir. Yarı yapılandırılmış görüşme formlarından elde edilen verilerin tamamının kayba uğramadan kayıt altına alınabilmesi için öncelikle veriler yazıya dökülmüş bilgisayar ortamına aktarılmıştır. Yazılı metinler üzerinde çoklu okuma yapılmış ve ayrıntılı inceleme gerçekleştirilmiştir. Görüşmelerden elde edilen veriler araştırmacı ve bir akademisyen tarafından kodlanmıştır. Araştırmacı ve akademisyenin kişisel olarak tanımladığı kodlar, birlikte yaptıkları değerlendirmeler çerçevesinde karşılaştırılmış ve farklı kodların temelindeki benzerlik ve farklılıklar ortaya konmuştur. Belirlenen kodlar belli temalar altında toplanmıştır. Kategoriler görselleştirildikten sonra kategorileri yansıtan örnek cümleler ile zenginleştirilmiş, tablolar ile ilgili açıklamalar yapılmıştır. Sözlü görüşmelere dair bir transkript örneği ekte sunulmuştur (Ek 10).

3.7.3. Test Verilerinin Analizleri

3.7.3.1. Çoktan Seçmeli Geometri Başarı Testine Ait Verilerin Analizi: Öğretim süreci öncesinde ve sonrasında geometri başarı düzeylerini ölçmeyi amaçlayan ÇSGBT'den elde edilen verilerin istatistiksel analizinde SPSS paket programından faydalanılmıştır. Tek örneklem grubu olduğundan ve parametrik testlerin varsayımları karşılandığından grupta yer alan öğrencilerin öntest ve sontest puanlarının kendi içlerinde karşılaştırılabilmesi için bağımlı örneklemler t testi istatistiksel analizi kullanılarak veriler analiz edilmiştir. Veriler öğrencilerin cevap kâğıtları incelenerek her bir öğrencinin her bir soruya verdiği cevap bilgisayar ortamına aktarılarak elde edilmiştir. ÇSGBT 20 çoktan seçmeli sorudan oluşmaktadır. Her doğru yanıt 1 puan, her boş ya da yanlış yanıt 0 puan olarak değerlendirilmiştir. Dolayısıyla, bir öğrencinin ÇSGBT'den alacağı toplam puan 0-20 aralığında değişmektedir.

3.7.3.2. Açık Uçlu Temel Geometri Alan Bilgisi Testine Ait Verilerin Analizi: Araştırma kapsamında DGYCG kullanılarak zenginleştirilmiş geometri öğretim ortamlarının öğrenci geometri genel alan bilgisi düzeyine etkisini değerlendirmek amacıyla araştırmacı tarafından AUTGABT kullanılmıştır.

Öğrencilerin yazılı çözümlerinde ayrıntılı olarak yaptıkları açıklamaları açık ve net bir şekilde değerlendirebilmek için uygulama öncesi ve sonrası gerçekleştirilen test verileri öğrencilerin verdikleri cevaplar ve literatürde yer alan örnekler göz önüne alınarak ve kod sistematikleri geliştirilerek ayrı ayrı kodlanmış, kodların yüzde ve frekans dağılımına bakılmıştır. Testlerin değerlendirilmesi araştırmacı haricinde iki alanında uzman akademisyen tarafından yapılarak kodlamaların güvenilirliği sağlanmıştır. İki akademisyenle beraber çalışılarak kağıtlar incelenmiş, elde edilen bulgular kapsamında değerlendirilmek üzere tekrarlanan hatalar değerlendirilmiş, kodlama sistemi ve değerlendirme kriterleri üzerinde tartışılarak farklılık görülen noktalar saptanmış, kodlar ve değerlendirme kriterleri netleştirilmiştir. Kodların kapsam geçerliliği sağlaması için uzman akademisyen görüşüne başvurulmuştur.

AUTGABT birinci ve üçüncü soruda öğrencilerin verdikleri yanıtlar dikkate alınarak aşağıdaki kod sistemi geliştirilerek kullanılmıştır:

Kod 0: Hiçbir cevap vermedi ya da anlamsız bir cevap verdi.

Kod 1: Kavram hakkında yüzeysel bir bilgiye sahip olsa da tam ve geçerli bir tanım yapamadı.

Kod 2: Kavramı tam ve geçerli olarak açıkladı.

AUTGABT ikinci soruda öğrencilerin verdikleri yanıtlar dikkate alınarak aşağıdaki kod sistemi geliştirilerek kullanılmıştır:

Kod 0: Hiçbir cevap vermedi ya da anlamsız bir cevap verdi.

Kod 1: Bir teorem yazdı ancak ispatı hakkında fikir öne süremedi.

Kod 2: Bir teorem ve ispat yazdı ancak hatalar ispatı geçersiz kıldı.

Kod 3: Bir teorem yazarak tam ve geçerli bir ispat yaptı.

AUTGABT dördüncü soruda öğrencilerin verdikleri yanıtlar dikkate alınarak aşağıdaki kod sistemi geliştirilerek kullanılmıştır:

Kod 0: Hiçbir cevap vermedi ya da anlamsız bir cevap verdi.

Kod 1: Bir aksiyom örneğini tam ve geçerli bir şekilde yazdı.

Kod 2: İki aksiyom örneğini tam ve geçerli bir şekilde yazdı.

Kod 3: Üç aksiyom örneğini tam ve geçerli bir şekilde yazdı.

AUTGABT beşinci soruda öğrencilerin verdikleri yanıtlar dikkate alınarak aşağıdaki kod sistemi geliştirilerek kullanılmıştır:

Kod 0: Hiçbir cevap vermedi ya da anlamsız bir cevap verdi.

Kod 1: Öğrenci kavramları açıklayabildi ancak ilişkilendiremedi.

Kod 2: Öğrenci net bir şekilde iddianın her durumda geçerli olduğunu ifade etti.

Elde edilen veriler nitel yöntemlere ek olarak nicel yöntemler kullanılarak da analiz edilmiştir. Analitik puanlama yöntemlerinin güvenilirlik, geçerlilik ve iç tutarlılığı sağlamada daha etkili olması, öğrenci performanslarının daha iyi yorumlanmasına olanak sağlaması nedeniyle geometri ile ilgili mevcut alan bilgilerini betimleyebilmek amacıyla dereceli puanlama anahtarı hazırlanmıştır. Gösterilmesi gereken performans göstergeleri açık ve detaylı bir biçimde tanımlanmıştır. Birinci ve üçüncü soruda öğrencilere bir kavram bilgisi sorulmaktadır, birinci ve üçüncü soruda bir öğrencinin alabileceği maksimum puan 2'dir. İkinci soruda, birinci soruda verilen kavrama dair bir örnek ve ispatı istenmektedir. İkinci soruda bir öğrencinin alabileceği maksimum puan 3'tür. Dördüncü soruda sorulan kavram ile ilgili üç örnek verilmesi istenmektedir. Verilen her bir örnek bir puan ile değerlendirilmiştir. Dördüncü soruda bir öğrencinin alabileceği maksimum puan 3'tür. Beşinci soru öğrencinin temel geometrik kavramlar arasında ilişkilendirme yapmasını gerektirmektedir. Beşinci soruda bir öğrencinin alabileceği maksimum puan 2'dir. Dolayısıyla, bir öğrencinin AUTGABT'den alacağı toplam puan 0-12 puan aralığında değişmektedir. Öğretim süreci öncesinde ve sonrasında öğrencilerin temel alan bilgisi düzeyleri AUTGABT'nin analizi ile belirlenmiştir. Verilerin istatistiksel analizinde SPSS paket programından faydalanılmıştır. Bu çalışmada tek örneklem grubu olduğundan ve parametrik testlerin varsayımları karşılandığından grupta yer alan öğrencilerin öntest ve sontest puanlarının kendi içlerinde karşılaştırılabilmesi için bağımlı örneklemler t testi istatistiksel analizi kullanılarak veriler analiz edilmiştir. Bu yolla aynı grubun farklı zaman dilimlerindeki başarısı ölçülmek istenmiştir. Araştırmacı tarafından oluşturulan puanlama cetveli ile değerlendirmenin her bölümünden bütün puanlar öğrencinin performans seviyesini ve toplam puanını belirlemek için toplanmış, verilerin aktarımı soru bazında yüzde ve frekans tabloları ile sunulmuştur.

3.7.3.3. Açık Uçlu İspat Testlerine Ait Verilerin Analizi: Araştırma kapsamında DGYCG kullanılarak zenginleştirilmiş geometri öğretim ortamlarının öğretmen adaylarının ispat yorumlama düzeylerine etkisini araştırmak ve ispata yönelik algılarını betimlemek amacıyla AUİYRT ve AUİYT kullanılmıştır.

Öğrencilerin yazılı çözümlerinde ayrıntılı olarak yaptıkları muhakemeleri, varsayımları, açıklamaları, kullandıkları değişken ve geometrik hesaplamaları açık ve net bir şekilde değerlendirebilmek için uygulama öncesi ve sonrası gerçekleştirilen ispat testlerinde öğrencilerin yanıtları kodlanarak, bu kodların yüzde ve frekans dağılımına bakılmıştır. Öğrencilerin ispat yapma sürecinde yaşadığı güçlükler belirlenmeye çalışılmıştır. Testlerin değerlendirilmesi araştırmacı haricinde iki alanında uzman akademisyen tarafından yapılarak kodlamaların güvenilirliği sağlanmıştır. Gösterilmesi gereken performans göstergeleri açık ve detaylı bir biçimde tanımlanmıştır. İki akademisyenle beraber çalışılarak kağıtlar incelenmiş, kodlama sistemi ve değerlendirme kriterleri üzerinde tartışılarak farklılık görülen noktalar saptanmış, kodlar ve değerlendirme kriterleri netleştirilmiştir. Kodların kapsam geçerliliği sağlaması için uzman akademisyen görüşüne başvurulmuştur. Öğrencilerin ispat yorumlama ve yapma sürecinde karşılaştıkları güçlükler belirlenen kodlar çerçevesinde içerik analizi yapılarak elde edilmiştir;

Güçlük 1: Matematiksel dil ve notasyon kullanamama,

Güçlük 2: Temel geometrik kavram ve kuralları bilmeme ve ilişkilendirememe,

Güçlük 3: Geometrik kural ve tanımları doğru kullanamama,

Güçlük 4: İspata gerek duymama – Aşikarlık,

Güçlük 5: İspata başlayamama,

Güçlük 6: Geçerli bir ispata gidecek yöntemleri bilmeme,

Güçlük 7: Belli bir ispat yöntemine bağlı kalma,

Güçlük 8: Genelleme yerine örnek ile doğrulama,

Güçlük 9: Muhakeme aşamalarını planlayamama- aşamaları sözel ya da görsel olarak ifade edememe,

Güçlük 10: Muhakeme aşamalarını atlama, eksik muhakeme,

Güçlük 11: Yanlış ilişkilendirme ve gerekçelendirme yapma,

Güçlük 12: Çift sütunlu ispatlarda mantıksal bütünlüğü kavrayamama,

Güçlük 13: Muhakemeyi sona erdirememe,

Güçlük 14: Koşullu ifade ve önermeleri anlamlandıramama- Verilen ve isteneni ayırt edememe,

Güçlük 15: Koşullu ifadelere eklemeler yaparak anlamı kaybetme, mantıksal niceleyicileri kullanamama.

Araştırma kapsamında kullanılan ölçme araçlarıyla elde edilen veriler nitel yöntemlere ek olarak nicel yöntemler kullanılarak da analiz edilmiştir. Matematik öğretmen adaylarının ispat yapma becerilerini incelemek için sadece sonucun değerlendirilebileceği bir ölçme aracı kullanılması yeterli değildir. Bu sebeple performansı" belirlenen ölçütler bakımından yetersizden yetkine doğru belirleyen dereceli puanlama anahtarı kullanılmıştır. Dereceli puanlama anahtarının hazırlanmasında sonuca ulaşmada önemli olan ölçütler belirlenir ve belirlenen ölçütlere ulaşma derecesine göre puanlama yapılır (Akkuş ve Duatepe-Paksu, 2006; Çepni, 2014). Verilerin istatistiksel analizinde SPSS paket programından faydalanılmıştır. Bu çalışmada tek örneklem grubu olduğundan ve parametrik testlerin varsayımları karşılandığından grupta yer alan öğrencilerin öntest ve sontest puanlarının kendi içlerinde karşılaştırılabilmesi için bağımlı örneklemler t testi istatistiksel analizi kullanılarak veriler analiz edilmiştir. Bu yolla aynı grubun farklı zaman dilimlerindeki başarısı ölçülmek istenmiştir. Araştırmacı tarafından oluşturulan puanlama cetveli ile değerlendirmenin her bölümünden bütün puanlar öğrencinin performans seviyesini ve toplam puanını belirlemek için toplanmış, verilerin aktarımı soru bazında yüzde ve frekans tabloları ile sunulmuştur.

3.7.3.3.1. Açık Uçlu İspat Yorumlama Testine Ait Verilerin Analizi: Altı bölümden oluşan analiz ve puanlanmasında, McBride ve Carifio (1995), Ireland (1973), McCrone ve Martin (2004) tarafından geliştirilmiş puanlama ölçeklerinin bir kombinasyonu olarak Subramanian tarafından geliştirilmiş puanlama ölçeği kullanılmıştır. Kodlar şu şekilde tanımlanmıştır:

Kod 0: Yanlış cevap ve geçersiz kanıt / muhakeme.

Kod 1: Doğru cevap ve geçersiz kanıt / muhakeme ya da yanlış cevap ve az da olsa kabul edilebilir muhakeme.

Kod 2: Doğru cevap ve belirsiz / yoruma açık muhakeme.

Kod 3: Doğru cevap ve az da olsa geçerli sayılabilecek muhakeme.

Kod 4: Doğru cevap ve belirli seviyede geçerli muhakeme.

Kod 5: Doğru cevap ve genellenebilir geçerli bir muhakeme.

AUİYRT değerlendirilirken okuyucuya anlama kolaylığı sağlamak amacıyla alt bölümlerle birlikte oluşan altı bölüm bulgular kısmında altı soru olarak değerlendirilmiştir. Öğrencilerin her bir soru için verdiği cevap 0-5 puan arasında değerlendirilmiştir. Dolayısıyla her bir öğrencinin AUİYT toplam puanı 0-30 aralığında değişmektedir. Her bir yanıt iki akademisyen tarafından incelenerek değerlendirilmiş, ortalaması alınmış ve ortalama değer öğrencinin toplam puanı olarak kabul edilmiştir. Öğretim süreci öncesinde ve sonrasında öğrencilerin ispat yorumlama düzeyleri AUİYRT'nin analizi ile belirlenmiştir. Verilerin istatistiksel analizinde SPSS paket programından faydalanılmıştır.

3.7.3.3.2. Açık Uçlu İspat Yapma Testine Ait Verilerin Analizi: AUİYT dört bölümden oluşmaktadır. Her bir bölüm değerlendirilirken gösterilmesi gereken performans göstergeleri açık ve detaylı bir biçimde tanımlanmıştır.

AUİYT birinci soruda öğrencilerin verdikleri yanıtlar dikkate alınarak aşağıdaki kod sistemi geliştirilerek kullanılmıştır:

Kod 0: Yanlış muhakeme yapılmış, hiçbir hipotez / hüküm / şekil / görsel veri / verilen / ispatlanan bilgisi doğru girilmemiş.

Kod 1: Bir geçerli hipotez / hüküm / şekil / görsel veri / verilen / ispatlanan bilgisi,

Kod 2: İki geçerli hipotez / hüküm / şekil / görsel veri / verilen / ispatlanan bilgisi,

Kod 3: Üç geçerli hipotez / hüküm / şekil / görsel veri / verilen / ispatlanan bilgisi,

Kod 4: Dört geçerli hipotez / hüküm / şekil / görsel veri / verilen / ispatlanan bilgisi,

Kod 5: Beş geçerli hipotez / hüküm / şekil / görsel veri / verilen / ispatlanan bilgisi,

Kod 6: Altı geçerli hipotez / hüküm / şekil / görsel veri / verilen / ispatlanan bilgisi,

Kod 7: Yedi geçerli hipotez / hüküm / şekil / görsel veri / verilen / ispatlanan bilgisi,

Kod 8: Sekiz geçerli hipotez / hüküm / şekil / görsel veri / verilen / ispatlanan bilgisi,

Kod 9: Dokuz geçerli hipotez / hüküm / şekil / görsel veri / verilen / ispatlanan bilgisi,

Kod 10: On geçerli hipotez / hüküm / şekil / görsel veri / verilen / ispatlanan bilgisi,

Kod 11: On bir geçerli hipotez / hüküm / şekil / görsel veri / verilen / ispatlanan bilgisi,

Kod 12: On iki geçerli hipotez / hüküm / şekil / görsel veri / verilen / ispatlanan bilgisi, sunulmuş.

AUİYT ikinci soruda öğrencilerin verdikleri yanıtlar dikkate alınarak aşağıdaki kod sistemi geliştirilerek kullanılmıştır:

Kod 0: Yanlış muhakeme yapılmış, geçersiz neden / önerme sunulmuş.

Kod 1: Bir geçerli neden / önerme sunulmuş.

Kod 2: İki geçerli neden / önerme sunulmuş.

Kod 3: Üç geçerli neden / önerme sunulmuş.

Kod 4: Dört geçerli neden / önerme sunulmuş.

Kod 5: Üç geçerli neden ve iki geçerli önerme sunulmuş.

AUİYT üç ve dördüncü sorular için alan yazın incelendiğinde ispatı derecelendirmeye yönelik farklı sınıflandırmalar olduğu görülmüştür (Doruk ve Kaplan, 2015; Güven vd., 2005; Senk, 1985). Matematik öğretmen adaylarının ispat yapma becerilerini değerlendirmek için sadece sonucun değerlendirilebileceği bir ölçme aracı kullanılması yeterli değildir. Kişisel yargıları değerlendirmeye katmadan objektif bir değerlendirmenin yapılabilmesi için puanların değerlendirilmesinin nesnel olması gerekir (Başol, 2015). Bu nedenle ispat soruları nesnel değerlendirmeye imkân verecek dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilmelidir. Miyazaki (2000) öğrencilerin tümevarımsal ve tümdengelimsel muhakeme sitilleri ile ispatı yaparken kullandıkları dil ve stratejilerini içeren bir düzey sistematiği geliştirmiştir. Waring (2000), Knuth vd. (2012) ve Küchemann vd. (2012) yürüttükleri çalışmalarında öğrencilerin ispat performansını öğrencilerin verdikleri yanıtlar doğrultusunda çeşitli düzeylere ayırmışlardır. Araştırma kapsamında AUİYT üçüncü bölüm değerlendirilirken, Senk (1983), McBride ve Carifio (1995) tarafından geliştirilmiş, performans seviyelerini göz önüne alan puanlama ölçeği kullanılmıştır. Her bir bölüm aşağıdaki puanlandırma tablosu ile 0-5 puan arasında değerlendirilmiş, aşağıdaki kod sistemi geliştirilerek kullanılmıştır:

Kod 0: Hiçbir cevap verilmedi ya da anlamsız bir cevap verildi.

Kod 1: Öğrencinin nereye varmak istediği açıktı ancak nasıl ilerleyeceğine dair hiçbir fikri yoktu, hiçbir açıklama ve gerekçe sunulmamıştı.

Kod 2: Öğrencinin nereye varmak istediği açıktı ancak nasıl ilerleyeceğine dair kafa karışıklığı yaşıyordu.

Kod 3: Doğru gidiş yolunu anlamıştı, ancak büyük hatalar ispatı geçersiz kıldı.

Kod 4: Küçük hatalarla tam bir ispat yaptı.

Kod 5: Tam ve geçerli bir ispat yaptı.

Sonuç olarak, AUİYT toplam puanı her bir öğrenci için 0-27 puan aralığında seyretmektedir. Her bir yanıt iki akademisyen tarafından değerlendirilmiş, ortalaması alınmış ve ortalama değer öğrencinin skoru olarak kabul edilmiştir. Öğretim süreci öncesinde ve sonrasında öğrencilerin ispat yapma düzeyleri AUİYT'nin analizi ile belirlenmiştir. Verilerin istatistiksel analizinde SPSS paket programından faydalanılmıştır.

3.7.3.4. Açık Uçlu Temel Geometrik İnşa Testine Ait Verilerin Analizi: Araştırma kapsamında DGYCG kullanılarak zenginleştirilmiş geometri öğretim ortamlarının öğretmen adaylarının temel geometrik inşa öğrenme düzeyine etkisini değerlendirmek amacıyla araştırmacı tarafından AUTGİT kullanılmıştır.

Öğrencilerin yazılı çözümlerinde ayrıntılı olarak yaptıkları çizimi muhakemeleri ve açıklamaları ile açık ve net bir şekilde değerlendirebilmek için uygulama öncesi ve sonrası gerçekleştirilen testte öğrencilerin yanıtları kodlanarak, bu kodların yüzde ve frekans dağılımına bakılmıştır. Testlerin değerlendirilmesi araştırmacı haricinde iki alanında uzman akademisyen tarafından yapılarak kodlamaların güvenilirliği sağlanmıştır. Gösterilmesi gereken performans göstergeleri açık ve detaylı bir biçimde tanımlanmıştır. İki akademisyenle beraber çalışılarak kağıtlar incelenmiş, elde edilen bulgular kapsamında değerlendirilmek üzere tekrarlanan hataların ve üzerinde durulması geren noktaların fotoğrafı çekilmiş, kodlama sistemi ve değerlendirme kriterleri üzerinde tartışılarak farklılık görülen noktalar saptanmış, kodlar ve değerlendirme kriterleri netleştirilmiştir. Kodların kapsam geçerliliği sağlaması için uzman akademisyen görüşüne başvurulmuştur. Öğrencilerin inşa sürecinde karşılaştıkları güçlükler belirlenen kodlar çerçevesinde içerik analizi yapılarak elde edilmiştir;

Güçlük 1: Matematiksel dil ve notasyon kullanamama,

Güçlük 2: Kullanılan geometrik yapı, kavram ve kuralları bilmeme,

Güçlük 3: Oluşum için gerekli ve yeterli özellikleri bilmeme,

Güçlük 4: Geometrik Yapıları sınıflandıramama-ilişkilendirememe,

Güçlük 5: Oluşum aşamalarını planlayamama- aşamaları atlama- aşamaları tamamlayamama,

Güçlük 6: Varsayıma dayalı çizim yapma,

Güçlük 7: Tek bir özelliğe dayalı çizim yapma,

Güçlük 8: Özel bir duruma ait oluşumu genelleme.

Dört bölümden oluşan AUTGİT'nin analiz ve puanlanmasında öğrencilerin verdikleri cevaplar göz önüne alınarak ve literatürde yer alan örnekler dikkate alınarak araştırmacı tarafından geliştirilmiş puanlama ölçeği kullanılmıştır. Kodlar şu şekilde tanımlanmıştır:

Kod 0: Hiçbir cevap verilmedi ya da anlamsız bir cevap verildi.

Kod 1: Öğrencinin nereye varmak istediği açıktı ancak nasıl ilerleyeceğine dair hiçbir fikri yoktu, hiçbir açıklama ve gerekçe sunulmamıştı.

Kod 2: Öğrencinin nereye varmak istediği açıktı ancak nasıl ilerleyeceğine dair kafa karışıklığı yaşıyordu.

Kod 3: Doğru gidiş yolunu anlamıştı, ancak büyük hatalar yüzünden çizimi tamamlayamadı.

Kod 4: Küçük hatalarla tam ve doğru bir çizim yaptı.

Kod 5: Tam ve geçerli bir çizim yaptı.

Araştırma kapsamında kullanılan ölçme araçlarıyla elde edilen veriler nitel yöntemlere ek olarak nicel yöntemler kullanılarak da analiz edilmiştir. Analitik puanlama yöntemlerinin güvenilirlik, geçerlilik ve iç tutarlılığı sağlamada daha etkili olması ve öğrenci performanslarının daha iyi yorumlanmasına olanak sağlaması nedeniyle dereceli puanlama anahtarı hazırlanmıştır. AUTGİT dört açık uçlu sorudan oluşmaktadır. Elde edilen bulguların analiz edilmesi sürecinde öğrencilerin her bir soruya verdiği cevaptan aldığı puanlar Excel tablosuna dökülmüştür. İnşa testi değerlendirilirken sonuçlar öğrenciler ile paylaşılacağından öğrenci ve okuyucuya anlama kolaylığı sağlamak amacıyla bulgular kısmında Kod 0, 0 puan; Kod 1, 5 puan; Kod 2, 10 puan; Kod 3, 15 puan; Kod 4, 20 puan; Kod 5, 25 puan olarak değerlendirilmiştir. Öğrencilerin her bir soru için verdiği cevap 0-25 puan arasında değişmektedir. Her bir öğrencinin AUTGİT toplam puanı 0-100 puan aralığında seyretmektedir.

Öğretim süreci öncesinde ve sonrasında öğrencilerin inşa yapabilme düzeyleri AUTGİT'nin analizi ile belirlenmiştir. Verilerin istatistiksel analizinde SPSS paket programından faydalanılmıştır. Bu çalışmada tek örneklem grubu olduğundan ve parametrik testlerin varsayımları karşılandığından grupta yer alan öğrencilerin öntest ve sontest puanlarının kendi içlerinde karşılaştırılabilmesi için bağımlı örneklemler t testi istatistiksel analizi kullanılarak veriler analiz edilmiştir. Bu yolla aynı grubun farklı zaman dilimlerindeki başarısı ölçülmek istenmiştir. Araştırmacı tarafından oluşturulan puanlama cetveli ile değerlendirmenin her bölümünden bütün puanlar öğrencinin performans seviyesini ve toplam puanını belirlemek için toplanmış, verilerin aktarımı soru bazında yüzde ve frekans tabloları ile sunulmuştur.

3.8. Geçerlik ve Güvenilirlik

Bir nicel araştırmada geçerlik ölçme aracının ölçmeyi amaçladığı olguyu doğru ölçmesi, bir nitel araştırmada ise geçerlik araştırmacının araştırdığı olguyu olduğu şekliyle ve yansız gözlemesi ile ilişkilidir (Şimşek ve Yıldırım, 2013). Geçerlik ve güvenilirlik bir yürütülen araştırmada en temel ve önemli hususlardandır. Her araştırmacıdan veri toplama araçlarının ve araştırma deseninin geçerlik ve güvenilirlik kontrolü konusunda titiz davranarak azami hassasiyet göstermesi beklenir (Şimşek ve Yıldırım, 2013). Dış geçerlik araştırmada varılan sonuçların gerçek yaşama genellenebilir olması, iç geçerlik ise bir neden sonuç ilişkisinde sonucun bilinen nedenlerle açıklanabilir olmasıdır (Karasar, 2009).

Yapılan çalışma nitel bir öğretim deneyi örneğidir. Nitel araştırmalarda geçerlik ve güvenilirlik iç içe geçmiş gibidir. Bazı kavramlar hem geçerlik hem de güvenlik testi için kullanılabilmektedir (Çepni, 2014, s.237). İnandırıcılık, aktarılabilirlik, tutarlık, teyit edilebilirlik bu kavramlardan sayılabilir.

Nitel araştırmalarda farklı yöntemlerle elde edilen verilerin birbirlerini destekleme amaçlı kullanılması inandırıcılığı, farklı veri kaynakları, farklı veri toplama araçları ve analiz yöntemleri kullanılarak yapılan çeşitleme de geçerlik ve güvenilirliği artırmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Bu araştırmada testler, yazılı ve sözlü görüşmeler, gözlemler gibi nitel ve nicel veriler birbirini destekler nitelikte kullanılarak çeşitleme yapılmıştır. Çeşitleme, bulguların inandırıcılığını test edebilmek için araştırma sorusuna yönelik toplanan verilerin faklı yöntemlerle elde edilmesidir (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Nitel ve nicel veri kaynakları birlikte kullanıldığından iki durum için de geçerlik ve güvenilirlik kontrolü için gerekli olan ölçütlere dikkat edilmiştir.

Araştırmada geçerlik güvenilirlik ve inandırıcılığı sağlayabilmek amacıyla üçgenleme yapılmıştır. Yöntem üçgenlemesi yapılarak çoklu veri kaynaklarından ve yöntemlerinden faydalanılmıştır. Analiz üçgenlemesi yapılarak nitel ve nicel veri analiz yöntemlerinden, tablolar, istatistiksel işlemler ve nitel çözümlemelerden faydalanılmıştır. Araştırmacı üçgenlemesi yapılarak farklı araştırmacılar tarafından yapılan analizlerden faydalanılmış ve fikir birliğine varılan noktalar okuyucuya sunulmuştur.

Yapılan çalışmanın başka ortamlara ayrıntılı betimlemeler ve doğrudan alıntılarla aktarılabilirliği ve şeffaflık sağlanmaya çalışılmıştır. Çalışma grubu ve örneklem seçimi detaylı anlatılmış, katılımcıların ve araştırmanın yapıldığı ortam betimlenmiş, veriler ve analizler açık, net ve ayrıntılı biçimde açıklanmıştır. Katılımcıların, ortamın, veri toplama araçları ve uygulama sürecinin özellikleri, kullanılan etkinlikler ve veriler ayrıntılı bir şekilde betimlenmiştir. Öğretim süreci ve görüşmelerde yaşananlar doğrudan alıntılarla verilmeye çalışılmıştır. Sonuçlar birbiriyle ve ilgili alan yazınla ilişkilendirilerek raporlandırılmıştır.

Öğrencilerle uzun süreli etkileşimde bulunmuştur. Araştırmacı öğrencilerle bir öğretim dönemi her hafta görüşerek iletişim kurmuştur. Haftada üç saatlik seanslardan oluşan on iki haftalık gözlemler sayesinde öğrencileri tanımak ve fikirlerini rahatlıkla ifade etmelerini sağlamak mümkün olmuştur. Katılımcının kendini rahatça ifade ederek tüm zihinsel süreçlerini açıklayabileceği demokratik ortamlara zemin oluşturulmuştur. Yöneltilen sorularda öğrenciden tüm görüş, düşünce fikirlerini özgürce ifade etmesi istenmiştir.

Veri toplama araçları için en az üç uzmandan görüş alınmış ve her aşama için pilot çalışma yapılmıştır. Öğretim sürecinde ve süreç ile eş zamanlı sürdürülen analizlerde alanında uzman akademisyen ile ortak çalışılmış, hazırlanma aşamasında veri toplama araçları, elde edilen veriler, yapılan analizler ve yorumlar uzman akademisyen dışında en az iki uzmanın görüşüne sunulmuştur. İlgili konularda bulgular incelenmiş, dönütler alınmıştır. Araştırmacı bu sayede kendi yaklaşımlarını kontrol etme olanağı bulmuştur. Kullanılan tüm sorular dil ve anlam açısından incelenmiştir. Pilot çalışmalarda da dahil tüm öğretim süreçleri ve görüşmeler kayıt altına alınmış, testler ve gözlem notları gerektiğinde kullanılmak üzere depolanmıştır. Araştırmacı ve uzman akademisyenin gözlemleri karşılaştırılmıştır. Elde edilen veriler arasındaki tutarlılık kontrol edilmiştir.

Araştırma sonlandırıldıktan sonra öğrencilerden görüş alınması aşamasında kapsamlı bilgiye edinebilmek amacı ile yazılı görüşmeler dışında sözlü görüşmeler de yapılmıştır. Sözlü görüşme yapılacak öğrenci sayısı önceden belirlenmemiştir. Sözlü görüşmelerde tesadüfi olmayan amaçlı örneklem belirlenmiş ve görüşmelerde yeterli sayıda öğrenciyle derinlemesine bilgi edinilmeye çalışılmıştır.

Araştırmacı ham verileri iki kez kodlayarak, kategorileştirerek ve verilerin sonuçlar ile ilişkisini kurmayı dikkate alarak tutarlılık çalışması yapmaya çalışmıştır. Verilerin analizinde kodlayıcı güvenirliğe bakılmıştır. Veriler öncelikle araştırmacı tarafından, ardından bir akademisyen tarafından kodlanmış paralellik görülmüştür. 0,85'in üzerinde paralellik bulunmuştur. Ulaşılan tema ve kategorilerin teyidi için verilerin analizinde bir uzmandan teyit alınmıştır. Öğrencilerin kendi ifadeleri destekleyici olarak kullanılmıştır. Kategorilerin adlandırılmasında yaşanan farklılıklar beraber değerlendirilerek ortak bir fikre varılmıştır.

Nicel çalışmaların geçerlik ve güvenilirliğini test etmek nitel çalışmalara kıyasla daha belirgin kriterlerle mümkündür. Geçerlik çalışma sonucunda elde edilen sonucun konuyu ne derece yansıtabildiğidir. Güvenilirlik ise çalışmanın bulgularının tekrarlanabilir olmasıdır (Çepni, 2014, s.234).

Araştırma kapsamında konuya yönelik ve konuyu kapsayan sorularla geliştirilen testler alanında uzman akademisyenlerce incelenmiştir. Pilot çalışmada uygulanmış, gözden geçirilmiş gerekli düzeltmeler yapılmıştır. Bu yönüyle yapılan testlerin güvenilir olduğu kabul edilebilir. Hazırlanan puanlama cetvelleri araştırmacı ve iki uzman akademisyen tarafından değerlendirilmiştir. Güvenilirlik katsayıları hesaplanmıştır. Güvenirlik analizinde en çok kullanılan yöntem olarak Cronbach Alpha katsayısı tercih edilmiştir. Maddelerin iç tutarlılığının bir ölçüsü olan Cronbach Alfa katsayısı, ölçekte bulunan maddelerin homojen yapısını açıklamak veya sorgulamak üzere kullanılır. Güvenilirlik katsayısı 0 ile 1 arasında değerler alır. Güvenilirlik katsayısının 0.70 değerinin üzerinde olması beklenir. 0.70'ten küçük değerler güvenilirliğin iyi olmadığı şeklinde yorumlanabilir (Büyüköztürk, 2010). Ölçeğin geçerlik ve güvenirlik analizlerini yapmak üzere ölçek formu ile toplanan veriler SPSS 25.00 paket programına aktarılmıştır. Güvenirlik düzeyini belirlemek üzere ise iç tutarlılık katsayıları ile yansızlık incelemesi yapılmıştır. İç tutarlılık düzeyinin belirlenmesinde Cronbach Alpha güvenirlik katsayısı hesaplanmış ve 0,795 olarak bulunmuştur. ÇSGBT ölçeğinin güvenirlik değerini belirlemek için güvenirlik testi yapılmıştır. Ölçeğin Cronbach Alpha güvenirlik değerinin 0,795 olduğu belirlenmiştir. "$0,60 \leq \alpha < 0,80$ ise ölçek oldukça güvenilir bir ölçektir." (Kayış, 2009). Buradan hareketle ortaya konulan 20 maddeli ÇSGBT ölçeğinin yüksek derecede güvenilir olduğu söylenebilir. ÇSGBT güvenirlik analizi Tablo 5'te sunulmuştur.

Tablo 5

ÇSGBT güvenirlik analizi

Cronbach Alpha	Cronbach Alpha Katsayısı	N
,795	,795	20

4. BÖLÜM
BULGULAR

4.1. Öğrenme- Öğretme Sürecinde Yaşananlar

İlk derste öğretmen adaylarına kısaca dersin kapsamından bahsedilmiş, geometrinin temellerini DGY kullanarak öğrenecekleri, ders kapsamında tartışarak, düşünerek ve gerektiğinde bilgisayarlarındaki DGYCG'yi aktif kullanarak katılımlarının dersin verimliliğini artıracağı belirtilmiştir. Her öğrencinin derse bilgisayarı ile katılımının önemsendiği, derse bilgisayar getiremeyecek olan öğrencilere bilgisayar temini konusunda yardımcı olunacağı belirtilmiştir. Kaynak kitaplar konusunda öğrenciler bilgilendirilmiş, Öklid'in "Elements" ve Hilbert'in "Foundations of Geometry" kitaplarını online temin edebilecekleri, ders kapsamında kullanılacak herhangi bir kaynak kitap olmadığı ve ders kapsamında sayı kullanmanın kesin olarak yasak olduğu belirtilmiştir. Tüm çizimlerin DGYCG ile ve pergel ve birimsiz cetvel kullanılarak yapılacağı konusunda bilgilendirilmişlerdir. Dersin başında ve sonunda yapılacak olan testlerin ders notlarına herhangi bir etkisinin olmayacağı belirtilmiştir. Öntestler uygulanmış, öğrencileri tanıma amaçlı kısa bir tanıtım formu doldurtulmuş, e-posta adresleri ve telefon numaraları alınmıştır.

İkinci derse giriş yapılırken öğretmen adaylarına konuya merak uyandırıcı bir soru yöneltilmiştir. Öğrenciden beklenen cevaplar ve her beklenen cevap için olası karşılıklar ders planları hazırlanırken belirlenmiştir. Derslere ilgi çekici bir giriş, merak uyandırıcı bir soru, bir oyun ya da bir etkinlik ile başlanmıştır. Birinci ve ikinci derslerde aksiyomatik sistemler ve tanımsız terimlere verilen soru ile giriş yapılmıştır:

"Haydi, biraz sincaplar, ağaçlar ve tırmanmaktan bahsedelim. Bahçemizde tam olarak üç tane sincabımız var. Her bir sincabımız en az iki ağaca tırmanır. Hiçbir ağaca iki sincaptan fazla sincap tırmanamaz. Bu durumda, ağaçların sayısı hakkında nasıl bir tahminde bulunabilirsiniz? Kesin doğru ve kesin yanlış olduğuna inandığınız bir cümle söyleyebilir misiniz? Deneyiniz. Tartışınız."

Sorunun derse başlamak ve dikkat çekmek için oldukça yerinde olduğu tespit edilmiştir. Öğrenciler giriş bölümünde verilen soruyla ilgili aktif olarak sorunu çözmek için düşünceler üretmiş ve çözüm yolları aramışlardır. Ağaç sayısı hakkında tartışarak, şekil çizerek, düşünerek yargılarda bulunmuşlardır. Derse böyle ilgi çekici bir soru ile başlanması öğrencilerin tüm dikkatlerini öğretmene ve derse vermelerine sebep olmuştur. Şekli gördüklerinde soruya cevap vermeleri gerektiğini duyan tüm öğrencilerin, soruyu okuyabilmek için dikkatle tahtaya bakıp, soru hakkında aralarında tartışarak fikir yürütmeye çalıştıkları gözlenmiştir. İlk derse öğrencilerin sınıf içi etkileşim ve derse katılım konusunda çekingenlik gösterme eğiliminde olduğu görülmüştür. Bu hareketleri ilk ders olmasına ve öğretmeni tanımamanın verdiği çekimserliğe bağlanmıştır. Söz almayan öğrencilere rastgele soru yöneltildiğinde öğrenciler yanlış cevap verme korkusuyla tedirginliklerini belli etmişler ancak sorunun cevabı birebirde alınmaya çalışıldığında soruyla ilgilendikleri ve bir cevaplarının olduğu görülmüştür. Soruyla ilgili birkaç öğrencinin takıldığı noktalar gözlemlenmiştir. Bir ağaca iki sincabın aynı anda mı yoksa farklı zamanlarda da mı tırmanamayacağı konusunda tereddüde düştükleri, iki ağacın mantık olarak yeterli olamayacağını anlamalarına rağmen, matematiksel olarak 'en az' kavramını ilişkisel olarak kullanmakta güçlük yaşadıkları belirlenmiştir. İlerleyen derslerde de öğrencilerin matematiksel bağlaç ve nicelikleri kullanma ile ilgili güçlük yaşadığı da gözlenmiştir. Sayı hakkında yanlış hükümde bulunanlar olduğunda şekil çizerek tekrar düşünmeleri söylenmiştir. Yanlış cevap veren bazı öğrencilerin vermelerinde şekilden etkilendikleri gözlenmiş, şeklin sembolik olduğu söylenmiştir. Doğru cevabı bulan öğrencilerin şekil çizdikleri, gruplar henüz oluşturulmamış olmasına rağmen grup tartışmasıyla doğru sonuca ulaştıkları görülmüştür. Öğrencilerin yargılarını ispatlamaları için sınıf tartışması başlatılmış, öğrenciler verilenler ışığında bu yargının kesin olması gerektiğini aksi takdirde verilenlerin sağlanamayacağını belirtmiş, bir sonuca ulaşabilmek için bazı gerçekleri kabul etmemizin önemli olduğu sonucuna varılmış ve keşfetme bölümünde aksiyom tanımından bahsedilmiştir. Öğrencilerin aksiyom tanımını bilmiyor olduğu görülmüştür. Belirlenen aksiyomların geçerli olduğu bir sistem kurup mantıksal çıkarımlarda bulunmaları istenmiştir. Araştırmacı aksiyomların aksiyomatik sistem oluşturabilmesi için gerekli şartlardan birkaçı hakkında fikir yürütmelerini istemiş, öğrenciler sınıf tartışması ile özellikleri belirlemiştir. Öğrencilerden tartışarak aksiyomatik olduğunu düşündükleri bazı sistemler ve aksiyomlarını bulmaları istenmiş, tartışarak fikirlerini ifade etmelerine izin verilmiştir. Öğrenciler, bir futbol takımı, Kredi Yurtlar Kurumu, töre, anayasa, kira sözleşmesi, evlilik sözleşmesi, okul ortamı, takvim, bazı oyunlar, satranç, doğanın kanunları, bir ders gibi örnekler vermiş, öğrencilere din sistemlerinin aksiyomatik sistem sayılıp sayılamayacağı sorulmuştur. Öğrenciler aksiyomatik sistemlerin kesinlikle doğru olan aksiyomlar üzerine kurulacağı yanılgısına düşmüşlerdir. Dersin açıklama bölümünde aksiyomatik sistemi oluşturan öğeler, özellikler ve iyi bir bilimsel çalışmanın ne kadar az aksiyoma ihtiyaç duyduğuna göre belirleneceğinin altı çizilmiştir. Öğrencilere bazı cümleler verilmiş, verilen cümlelerden ilk ikisinin önerme üçüncüsünün ise bir önerme olmadığı söylenerek önermenin tanımının ne olabileceğini sorulmuştur. Öğrencilerin lisede mantık dersi almış olmalarına rağmen önerme tanımını tam olarak bilmiyor oldukları görülmüştür. Örnekler ile kavram pekiştirilmiştir. Öğrencilerin önermenin doğruluk değerinin cümlenin önerme olmasını etkilediği yanılgısına düştükleri gözlenmiştir.

Öğrencilerin postulat kavramını duydukları ancak ne anlama geldiğini bilmedikleri görülmüştür. Öklid aksiyomlarından biriyken doğruluğundan şüphe edilerek Öklid dışı geometrileri doğuran önermeden bahsedilmiş, ders kapsamında Öklid aksiyomlarını kabul ederek, Öklid geometrisiyle ilgilenileceği belirtilmiştir. Teorem, ispat, matematiksel mantık silsilesinin kuruluşu, Öklid geometrisinin aksiyomatik bir sistem olarak yapısı, "Öklid'in Elementleri" kitabının tarihçesi, Abraham Lincoln'un hayatından bir kesit, Öklid geometrisi için düzenlenmiş aksiyomatik sistemler, Hilbert, Pasch ve Birkhoff ve düzenledikleri sistemlerden bahsedilmiştir. Ders kapsamında Hilbert'in düzenlediği haliyle Öklid geometrisinin inceleneceği belirtilerek Öklid 'in aksiyomatik sisteminin tamamlanıp tamamlanmadığı ile ilgili bir sınıf tartışması başlatılmış. Öğrenci cevapları aşağıdaki şekilde belirlenmiştir;

"Tamamlanmıştır bence çünkü uzun yıllar boyunca tartışılmış uğraşılmış, eksikleri olsa yine birisi çıkıp bakın bu eksik derdi."

"Bence Öklit'in aksiyomatik sistemi tamamlanmamıştır. Çünkü kabul edilen aksiyomlar ispatlanamadığı için doğru veya yanlış olduğunu da bilemeyiz."

"Bence Öklid'in aksiyomatik sistemi tamamlanmamıştır. Çünkü ne kadar teoremleri ispatlarsak bile, "5.postulatın yanlışlanması gibi onlar da belki bir gün yanlışlanabilirler. Kesin olarak bilmesem de ispatlanmamıştır eğer öyle olsaydı Öklid'den sonraki matematikçilerin uğraşları anlamsız gelirdi."

"Öklid'in aksiyomatik sistemi tamamlanmamıştır. Çünkü birkaç maddeyi aksiyom olarak kabul etmiş yani ispatlamadan doğru olduğunu varsaymıştır. Bu aksiyomlar, teoremler kullanılarak ispatlanamaz, çünkü teoremlerin yapıtaşı zaten aksiyomlardır. Yani döngü dolaşır, yine aksiyoma döner."

"Bence hiçbir şey tamamlanmış değildir. Araştırma yapıldıkça yeni şeyler ortaya çıkıyor. Geometride de yeni teoremler neden bulunmasın."

"Tamamlanmışsa eğer biz onlarla uğraşmayacaktık. Ondan diyoruz ki tamamlanmamış ama biz geliştiriyoruz."

"Bence tamamlanmamıştır. Bana göre bir bilim tam anlamıyla tamamlanamaz. Çünkü sürekli gelişim halindedir ve bu gelişim bitmez. Aksiyomatik sistemde de açıklanmamış teoremler ya da bazı bilinmezlikler mevcuttur. Bu yüzden tamamlanmıştı diyemeyiz."

"Öklid'in aksiyomatik sistemi değerlendirildiğinde tüm kurallar ispatlanabildiğinden dolayı aksiyomatik sistemi tamamlanmıştır."

“Öklid in toplam 13 aksiyomu vardır. Bunlardan yola çıkarak geometrinin diğer önermelerini ispat etmektedir. Kendi aksiyomatik sisteminde önermeleri ispatladığı için aksiyomatik sistem tamamlanmıştır.”

“Şimdilik Öklid’in aksiyomlarını ispatlamadık. Onun için yorum yapamayacağım.”

“Öklid’in aksiyomatik sistemi tamamlanmamıştır. Tamamlanmış olsaydı Hilbert’in söyledikleri olmazdı.”

“Bence tamamlanmamıştır. Çünkü dediği gibi aksiyomatik sistemler teoremlerle ispatlanıyorsa ispatı olmamış teoremler olduğundan aksiyomatik sistem tamamlanmamış olur.”

“Tamamlanmamış olabilir. Öklid'den sonra bazı bilginler tarafından çok incelenmiş ve geliştirilmiş. Tekrar geliştirilebilir.”

“Öklid kimsenin doğruluğundan şüphe edemeyeceği aksiyomlar oluşturduğu ve ispatla kimsenin kafasını karıştırmadığı için aksiyomatik sistemi tamamlamıştır.”

“Bence tamamlanmamıştır. Bütün doğruların ispatlandığını sanmıyorum. Üzerinde çok tartışılmış ve hala da tartışılmakta. Öklid in aksiyomatik sistemi o zaman için tamamlanmış gibi gözükse de bu zamanda bakıldığında hala eksik ve geliştirilmesi gereken yönleri vardır.”

“Olsaydı birisi çıkıp ‘Bakın bu eksik...’ derdi.”

“Bence Öklit'in aksiyomatik sistemi tamamlanmamıştır. Çünkü kabul edilen aksiyomlar ispatlanamadığı için doğru veya yanlış olduğunu da bilemeyiz.”

“Kesin olarak bilmesem de ispatlanmamıştır eğer öyle olsaydı Öklid’den sonraki matematikçilerin uğraşları anlamsız gelirdi. “

“Öklid’in aksiyomatik sistemi değerlendirildiğinde tüm kurallar ispatlanabildiğinden dolayı aksiyomatik sistemi tamamlanmıştır.”

“Öklid in aksiyomatik sistemi o zaman için tamamlanmış gibi gözükse de, bu zamanda bakıldığında hala eksik ve geliştirilmesi gereken yönleri vardır.”

Dersin derinleşme bölümünde bazı cümleler verilerek önerme olup olmadıkları üzerinde tartışılmıştır. Sınıfta geometri bilgisi sınıf düzeyinin üzerinde olan bir kız öğrencinin varlığının sınıfın homojenliği bozduğu fark edilmiştir. Sonraki derslerde öğrenciye soru sorulacağında diğer öğrencilerden sonra sorulması gerektiği öngörülmüştür. Öğrencilere bazı değerlendirme soruları verilmiş ve öğrencilerden Gödel’in eksiklik teoremini öğrenerek üzerinde düşünmeleri istenerek ders tamamlanmıştır.

Üçüncü derse giriş aşamasında öğrencilerden, defterlerine hayali bir top çizmelerini istenmiştir. Araştırmacı sınıfı gezerek öğrencilerin çizdiği top figürlerini kontrol etmiştir. Öğrencilerden bir kişi haricinde top denildiğinde yuvarlak ve benzer top figürleri çizdikleri görülmüştür. Keşfetme aşamasında ise öğrencilerden defterlerine bir öcü çizmeleri istenmiştir.

Öğrencilerden defterlerine hayal ürünü olan bir şekil çizmeleri istendiğinde bir insan resmi çizenler, arkadaşını profilden çizenler, böceğe ve hayalete benzeyen şekiller çizenler, nasıl çizeceğine karar veremeyen ve defterine sadece öcü yazanlar olmuştur. Yabancı bir öğrencinin öcünün ne olduğunu anlayamayıp çizim yapamadığı, arkadaşlarının öğrenciye öcünün ne olduğunu açıklamakta zorlandıkları ve açıklamaya çalışırken çok eğlendikleri görülmüştür. Araştırmacı öğrencilerden neden topu çizmekte sorun yaşamazken öcü çiziminde sorun yaşadıklarını tartışmalarını istemiştir. Her birinin kafasındaki öcü olgusu farklı olduğundan farklı şekiller ortaya çıktığı, verilen soyut kavramı tanımlayamadıkları sonucuna ulaştıklarında tanımsız terimler ve varoluş amaçları ile ilgili bilgi verilmiştir. Öklid'e göre tanımsız terim olmadığı ancak Hilbert'in tanımları yeterli bulmayıp tanımsız terimleri ortaya koyduğu ifade edilmiştir. Matematikçilerin noktadan bahsettiğinde ne ifade etmeye çalıştığı üzerinde bir sınıf tartışması başlatılmıştır. "Kalemin kâğıt üzerinde bıraktığı iz." tanımını veren öğrenciler tahtaya çok büyük bir nokta çizerek bunun nokta değil daire olduğunu öne sürmüşlerdir. Uzaydan bakıldığında dünyanın bir nokta olup olamayacağı ya da küçük bir noktaya mikroskopla bakıldığında ona nokta denip denemeyeceği sorulduğunda öğrenciler kararsızlık içeren cevaplar vermişlerdir. Noktanın kaç boyutlu olduğu, bir yüksekliğe sahip olup olmadığı sorulduğunda düşünerek tartışmışlardır. Noktanın iki boyutlu olduğunu öne süren öğrencilere beynimizin üç boyut haricinde bir şeyi göremeyeceği, tek boyut ve iki boyutun bizim için soyut olduğu belirtilmiş ve onlardan nokta tanımını yapmaları istenmiştir. Boyutsuz nesne, pozisyon, yer gibi cevaplar verdiklerinde başka bir tanıma ihtiyaç duyulmayacak şekilde noktayı tanımlamanın imkânsız olduğu sonucuna varmışlardır. Bazı matematikçilerin noktayla ilgili verdiği tanımlar tahtaya yansıtılarak öğrencilere hangisinin daha anlaşılır olduğunu sorularak, neden bu tanımların kabul görmediği hakkında yorumda bulunmaları istenmiştir. Tanımlar irdelendiğinde öğrencilerin çoğunun Legendre'nin nokta tanımını daha anlaşılır bulduğu görülmüştür. Öğrencilerin DGYCG kullanımı ile ilgili ilk egzersizlerini yapabilecekleri, nokta çizip, adlandırıp, belge kaydedecekleri bir etkinlik verilmiştir. Öğrencilerden doğruyu tanımlamaya çalışmaları, doğru olduğunu düşündükleri örnekler vermeleri istenmiştir. "Masanın kenarı", "Gerilmiş bir ip", "noktalar kümesi" gibi cevaplar verilmiştir. Tahtaya "s" harfi ve bir doğru çizilerek hangisinin noktalar kümesi olmadığı sorulmuştur. Öklid'in yerinde olsalar doğru için nasıl bir tanım ortaya atacakları sorulduğunda çeşitli tanımlar yapmışlardır. Öklid'in neden tanımsız terim olarak kıvrımlı bir doğru değil de düz doğru ile işe başlamış olabileceği üzerinde tartışmaları istenmiştir. Öklid'in tüm düzlemi tarayabilecek bir yapıtaşı aradığı ve düz bir çizginin düzlemi tarayabilecek en güzel yapıtaşı olduğunu ifade edebilen öğrenci olmamıştır. Tahtaya doğrunun bazı tanımları yansıtılmıştır. Öğrenciler Legendre ve

Heron'un tanımını daha anlaşır bulmuşlardır. Bu tanımların niye kabul görmediği tartışılmıştır. Cabri'de doğru çizerek, gözlemleyebilecekleri bir etkinlik verilmiştir. Bir nesne üzerine bir nokta koyma işini kaç şekilde yapabilecekleri ve durumların avantaj ve dezavantajlarını belirlemeleri istenmiştir. Öğrencilerin düzlemi tanımlamaya çalışmaları, doğru olduğunu düşündükleri örnekler vermeleri istenmiştir. Öğrencilerden, "Üç nokta olsa içini doldursak düzlem olur.", "Sınırlandırılmış noktalar kümesi düzlem olabilir.", "Tahta bir düzlemdir.", "x-y koordinatları olursa düzlem gösterebiliriz.", "Sonsuz tane doğruyu yan yana getirip limitini sonsuza getirsek düzlem oluşturabiliriz belki.", "Birleştirilmiş sonsuz tane doğru denilebilir hocam." cevapları gelmiştir. Masa, tahta, defter kapağı gibi geçmiş geometri bilgilerinin kafalarında yarattığı düzlem kavramıyla ilgili sınırları olan objeler söyleyerek düzlemi tanımlamaya çalıştıkları görülmüştür. Tahtanın düzlem olduğunu öne süren öğrenciye tahta sınırlandırılmış noktalar kümesi olduğundan mı yoksa tahtanın her yöne uzadığını varsaydığından mı düzlem olduğunu düşündüğü sorulduğunda öğrencinin düzlem tanımıyla ilgili tamamen yanlış bir algıya sahip olduğu görülmüştür. Şimdiye kadar yapılmış düzlem tanımlarından bazıları tahtaya yansıtılmış ve üzerlerinde tartışılmıştır. Öğrencilerin Leibniz'in tanımını anlayamadıkları ve bir doğru tanımı olduğunu düşündükleri görülmüştür. Kavramı yerleştirebilmek amacıyla bir Cabri etkinliği kullanılmıştır. İz aracı kullanılarak yapılan Cabri etkinliğinin öğrencilerin kavramı yapılandırmasında son derece etkili olduğu görülmüştür. Düzlemin sınırsızlığı ve iki boyutlu olduğu bilgisi pekiştirilmeye çalışılmıştır. Düzlem şekil ve düzlem geometri kavramının oluşturulması için öğrencilerden birinin masasının üzerine başını koyması rica edilerek başın düzlem şekil olup olmadığının tartışılması istenmiştir. Öğrenciler başın tüm noktaları yüzey üzerinde olmadığından düzlem şekil olmadığı sonucuna varmışlardır. Öğrencilerden düzlemle çakışan şekillere örnekler vermeleri istenmiştir. Düzlem geometriye başlarken tüm bildiklerimizi unutacağımız, doğruyu bir noktalar kümesi olarak görmeyerek, doğru ve düzlemleri bütün noktalardan arınmış nesneler olarak düşüneceğimi, aksiyomlar yardımıyla bu nesneler üzerinde noktalar alarak nesneleri dolduracağımız belirtilmiştir. Henüz ipimizde çamaşır, masamızda sinek olmadığı söylenerek değerlendirme aşamasına geçilmiştir. Soba borusunun bir düzlem olup olmadığı tartışılmış ve öğrencilerin karar vermekte zorlandığı görülmüştür. "Düz değil.", "Üzerine düz bir şey koyamayız." gibi cevaplardan sonra soba borusuna düzlem denilemeyeceği sonucuna varılmıştır. Değerlendirme amaçlı boşluk doldurma soruları cevaplanmış, bir aksiyomatik sistem verilerek öğrencilerden sistemin tanımsız terimlerini bulmalarını istenmiştir. Son soruya vakit yetmediğinden ötürü evde yapılması için ödev olarak bırakılmıştır.

Araştırmanın pilot uygulamasında, ispat ve ispat çeşitleri konusunun, birinci sınıf birinci dönem dersleri arasında görüldüğü göz önünde bulundurularak, ispat çeşitleri konusu ders planına koyulmamıştır. Pilot uygulama sürecinde öğrencilerin ispat çeşitlerini bilmedikleri, verilen bir önermenin hipotez ve hüküm kısmını ayıramadıkları görüldüğünden pilot uygulama sırasında sürekli analizlerde ispat ve ispat yöntemleri derse kısım kısım dahil edilmiştir. Asıl uygulamada ise ispat ve ispat çeşitleri konusu tamamen ders kapsamına alınmıştır.

Araştırmacı dördüncü derse giriş kısmında derse aşağıda verilen soru ile başlamıştır: "Dilemma kasabası Kuzey Kutbu'ndadır. Bu kasabanın halkı, büyük bir dilemma ile yaşamaktadır. Huzurlu olmak için hep doğruyu söylemek zorundadırlar. Yalan söyleyenler mutsuzlardır. Elbette hepsi huzurlu olmak ister. Ama ne çare, bir kez yalan söyleyen bir daha asla doğru söyleyemez ve mutsuzlardan olur. Huzurlular daima doğruyu söylerken mutsuzlar daima yalan söylemektedirler. Kasabadaki herkes ya huzurludur ya mutsuz. Bu kasabanın namını çok uzaklardan duyan Bay Meraklı Filozof kasabayı ziyaret eder. Biri sarışın, biri esmer ve biri kızıl üç kişiye rastlar. Sarışın olana sorar: "Huzurlu musun, mutsuz mu?" Sarışın belli belirsiz bir cevap verip uzaklaşır. Meraklı Filozof sarışının arkasından merakla bakar. Ve dayanamayıp esmere sorar. "Sarışın ne söyledi?" Esmer cevaplar, "Huzurlu olduğunu söyledi." Kızıl oturduğu yerden söze karışır, "Esmer'e inanma, yalan söylüyor." der. Bay meraklı filozof şaşkınlıkla bakar. Acaba esmer ve kızıl huzurlu mudur, mutsuz mu der kendi kendine..." "Sizce esmer ve kızıl huzurlu mudur mutsuz mu?" denilerek öğrencilerin cevaplarını sıra arkadaşları ile tartışmaları ve ikili gruplar halinde birbirlerine verdikleri cevabı neden verdiklerini açıklamaları istenmiştir. Öğrencinin cevabının ne olduğundan ziyade cevabı verme nedenini açıklayabilmesi önemli kabul edilmiştir. Öğrencilerden bazıları sarışın kişisinin cevabından başlayarak varsayımda bulunmuş, ilerlemeye çalışıp sonuca varamamıştır. Bu öğrencilere kızıl hakkında varsayımda bulunmaları yönünde ipucu verilmiş ve öğrencilerden birini grup sözcüsü yaparak cevaplarını açıklamalarını istenmiştir. "Peki bence kızıl huzurlu, esmer mutsuzdur desem, ne dersiniz?" diye sorulduğunda öğrenciler itiraz ederek bunun mümkün olmadığını, cevapla sorunun çelişeceğini söylemiştir. Araştırmacı öğrencilerden grup sözcüsünün cevabını ispat edebileceklerini, cevabının doğrularla çelişmediğini bu yüzden kabul ettiklerini, araştırmacının cevabının ise herhangi bir temele dayanmadan mantıksızca ortaya atılmış olduğunu ifade etmelerini beklemiş, öğrencilerin cevapları da beklenen doğrultuda olmuştur. Ortaya atılan bir fikre ya da iddiaya inanmak için nelere ihtiyaç duydukları, ispatın amacı ve geometride önemi üzerinde tartışılmıştır. Hipotez ve hüküm kısmı belirtilmiş bir önerme verilerek öğrencilerin hipotez ve hüküm kavramını tanımlamaları beklenmiştir. Çeşitli önermeler üzerinde kavramın pekiştirilmesi için örnekler yapılmış, öğrencilerin eldeki verilerin belirtildiği kısmın hipotez, yargı belirten kısmın ise hüküm kısmı olduğunu belirleyebildiği gözlenmiştir. İspat biçimleri ile ilgili slaytlar tahtaya yansıtılarak ispat biçimlerinden bahsedilmiştir. Ders kapsamında yoğunlukla kullanılacak olan ve ispat tamamlanana kadar aşamaların gerekçeleriyle bildirildiği, detaylı açıklamalara yer verilen "Paragraf İspat Biçimi" üzerinde durulmuştur. Tümden gelim ve tümevarım ile ilgili iki ayrı yöntem kullanılan iki ayrı ispat örneği verilmiştir. Bu iki ispat yönteminde kullanılan adımları tarif etmeleri istenmiştir. Tanıma ulaşılmasının ardından hayatlarında özelden genele akıl yürüterek vardıkları herhangi bir yargıyı paylaşmaları istenmiştir. "Bütün esmerler kısadır. Ayşe de esmerdir. O halde Ayşe de kısadır. Bileşik önermesi doğru mudur?" diye sorulduğunda bir karara varamadıkları görülmüştür. Hipotezde verilen bilgilerin matematiksel mantık kurallarına uygun olmadığı ve hipotezin yanlış olduğu bir yargının doğruluğundan söz edilemeyeceği konusunda bilgilendirme yapılmıştır. Benzer bir örnek daha verilerek bilginin pekiştirilmesi hedeflenmiştir. Tümdengelim yöntemlerinin ilki olarak doğrudan ispat yöntemini kullanmayı gerektiren bir örnek tahtaya yansıtılmış, öğrencilerin ispat ile uğraşmaları için zaman tanınmış, ispat hakkında fikir yürütememeleri durumunda ispat adımları sırasıyla tahtaya yansıtılarak öğrencilerin verilen adımdan sonrasını deneyerek bulması için süre verilmiştir. Her bir ispat tamamlandıktan sonra öğrenciler izlenen adımlardan yola çıkarak ispatın nasıl yapıldığını tarif etmeye çalışmış ve bir öğrenci tahtada izlenen adımları açıklamalı olarak anlatmıştır. Ardından öğrenilecek kavramın açıklaması verilmiş, kavramı pekiştirmek adına yöntemin kullanılmasını gerektiren teoremleri ispatlamaları istenmiştir. Öğrenciler henüz geometride ispat yapmayı bilmediğinden matematiksel ispat örnekleri kullanılmıştır. Öğrencilerde sıklıkla karşılaşılan bir kavram yanılgısı sonucunda; değişkenin sınırsız farklı değerler alabildiği durumlarda değişkenin bir ya da birkaç değeri için önermenin doğru olmasının önermeyi daima doğru yapmayacağı, ispatın ancak tüm durumlar için sağlandığında geçerli olacağı üzerinde durulmuştur. Ders süresinde öğrencilerin verilenleri, hipotezi kullanarak bir yargının doğruluğuna ulaşmaları ve genel matematik kurallarından yola çıkmaları beklenmiştir. Hipotez ve hüküm bulma ve koşullu önermeleri anlamlandırabilmeleri hedeflenmiştir. Aşikârlığı görünen önermeleri ispatlamama eğiliminde oldukları belirlenmiş ve ispatın gerekliliği üzerinde durulmuştur. Sırasıyla deneme yöntemiyle ispat, aksine örnek vererek ispat yöntemleri üzerinde durulmuş ispat yöntemleri ve kavramlar ile ilgili değerlendirme amaçlı sorular sorularak ders bitirilmiştir.

Beşinci derse giriş aşamasında şekil ile birlikte verilen bir oyunun kurallarına uygun olarak verilen önermenin doğru olup olmadığı sorulmuştur. Kısaca mayın tarlası oyunu ve kurallarından bahsedilmiş ve mayın tarlası oyununda bir kesit gösterilmiştir. “Önermemiz: ‘B3 karesi iki ise C1 doludur.’ Bu ifade doğru mudur, doğruysa sonuca nasıl ulaştığınızı açıklayınız.” sorusu verilmiştir. Verilen önermenin öğrencileri derse motive etmek ve önbilgilerini harekete geçirmek adına çok etkili olduğu, motivasyonu yükselttiği gözlenmiştir. Öğrenciler gruplar oluşturarak ve tartışarak sonuca ulaşmıştır. Oluşan grupların sözcülerinden nasıl sonuca vardıklarını anlatmaları istenmiş, grupların birçoğunun ispat yöntemini refere edemese de çelişki yöntemiyle sonuca gittiği görülmüştür. Kullandıkları ispat yöntemini ifade edemediklerinden belirli yöntemin kullanılabileceği birkaç örnek daha verilerek ispatı bitirdiklerinde ne şekilde ispatladıklarını anlatarak ispat yönteminin tanımını oluşturmaları sağlanmıştır. Sırasıyla olmayana ergi, çelişkiyle ispat, tümevarım yoluyla ispat yöntemleri üzerinde durulmuştur. Tümevarım ile ispat tekniğinde başlangıç adımının her zaman bir mi olacağı sorularak tartışmaları istenmiş, öğrenciler kararsız kaldıkları için başlangıç adımının birden farklı olmasını gerektiren farklı önermeleri ispatlamaları istenerek ispat yöntemleri ve kavramlar ile ilgili değerlendirme amaçlı sorular sorularak ders bitirilmiştir. Fermat’ın asal sayılar ile ilgili yaptığı çalışma, Euler’in Fermat’ın çalışmasına kattığı yenilik, Goldbach hipotezi, asal sayılarla ilgili son senelerde yapılan çalışmalar araştırma ödevi olarak bırakılmıştır. Matematikte yüzyıllardır ispatlanamayan bazı hipotezlerden beşini bulmaları istenmiş, bir matematikçi olarak, bu problemleri çözmeyi deneyip denemedikleri ve ilerleyen yıllarda bu problemlerin çözümüne bir katkı sağlayıp sağlayamayacakları üzerinde düşünmeleri istenmiştir.

Araştırmacı altıncı derse ilişki belirten tanımsız terimlere giriş yapılabilmesi amacıyla verilen dört aksiyomlu bir aksiyomatik sistemin irdelenmesini isteyerek başlamıştır. Öğrencilerin bir önceki derste öğrenmiş oldukları bilgileri kullanabildikleri görülmüştür. Öğrenciler gruplar halinde yapılan tartışma neticesinde verilen aksiyomların birbiriyle tutarlı olduklarını ve dolayısıyla bir aksiyomatik sistem tanımladığı sonucuna ulaşmışlardır. Öğrencilerden aksiyomları sağlayan bir model oluşturmaları ve kaç dernek ve kaç üyeden oluşan bir model oluşturduklarını grup sözcüleri ile açıklamaları istenmiştir. Grupların genel olarak dört dernek ve altı üyeden oluşan bir model oluşturdukları, aksiyomları sağlayan minimum dernek ve üye sayısına ulaştıktan sonra, başka bir model arayışına girmedikleri görülmüştür. Tüm aksiyomların sağlanıp sağlanmadığı, modelin inşasında hangi aksiyomlara dayandıkları, modeli oluştururken hangi terimleri sıkça kullandıkları sorulmuştur. Öğrenciler, üye, dernek ve üye olmak kelimelerinin sıkça kullanılan terimler olduğunu belirtmişlerdir. Araştırmacı, verilen örnekte üye, dernek ve üye olmak kelimelerini tanımlama gereği duymadan kullandığımızın altını çizmiştir. Nesne adları olan tanımsız terimler dışında bir de ilişki belirtilen tanımsız terimlerin olduğunu belirterek verilen öğrencilerin aksiyomatik sistemde “üye”, “dernek” ve “üye olmak” arasında hangi tanımsız terimlerin ilişki bildirdiğini tartışmaları istenmiştir. Verilen sistemde ilişki belirten terimleri belirleyen öğrencilerden düzlem geometride ilişki adları olan üç tanımsız terimin neler olabileceğini düşünmeleri istenmiştir. Sadece iki öğrenciden “geçmek”, “kesişmek” gibi cevaplar gelirken öğrencilerin çoğu herhangi bir yorumda bulunamamıştır. Çeşitli düzlemsel şekiller çizilerek ilişkilerin belirlenmesini gerektiren bir Cabri etkinliği ile düzlem üzerine çeşitli nesneler çizmeleri ve sıra arkadaşlarına çizdikleri modeli tanımlamaya çalışmaları istenmiştir. İşaretçi kullanarak araçlar sekmesinden farklı nesneler çizen öğrenciler nesnelerin aralarındaki ilişkiler hakkında tartışmışlardır. Öğrencilerin Cabri üzerinde doğru, nokta, ışın gibi basit şekillerin birbirlerine göre durumunu ifade etmek için hangi ilişki adlarını kullanmaya ihtiyaç duyduklarını açıklamaları istenmiştir. Öğrenciler çizdikleri şekilleri ve şekillerin birbirlerine göre durumlarını arkadaşlarına anlatabilmek için üzerinde olma, arasında olma, tarafında olma, sağında olma, solunda olma, yanında olma, eş olma gibi terimler kullanmışlardır. Geçmiş bilgilerinden yola çıkarak, uzaklık, ölçüler, sayılar, koordinatlar kullanarak şekillerin durumu üzerinde yorumlar yapmışlardır. Öğrenciler geçmiş bilgileri, uzunluk ölçüleri ve analitik geometri bilgilerini bir kenara bırakarak geometriyi sıfırdan inşa ediyormuş gibi düşünmeleri konusunda uyarılmışlardır. Öğrencilerin ilişki belirten tanımsız terimlerin hangileri olabileceğine dair yaptıkları tahminlerde “üzerinde olma” ve “arasında olma” terimlerini kullandıkları ancak “eş olma” terimine ulaşamadığı görülmüştür. Öğrencilere “Üzerinde olma” kelimesi tanımlanabilir bir ilişki olmasa da özelliklerini sıralayabilecekleri söylenerek kavram üzerinde tartışmaları istenmiştir. Öğrenciler kavrama ilişkin “burada bulunduğum yer”, “sağ köşesi”, ‘”sol köşesi”, “hangi alanda olduğu”, “kapsadığı yer”, “ortak bir noktaya sahip olma”, “aynı yerde olma” gibi özellikler sıralamışlardır. Öğrencilere bir düzlemin bir doğru üzerinde olup olamayacağı sorularak “üzerinde olma “kavramı ile ilgili düşünebilecekleri bir Cabri etkinliği verilmiştir. Noktası belli olan doğru çizerek çizdikleri doğruyu hareket ettirmişlerdir. Noktadan tutup hareket ettirdiklerinde, öteleme hareketi, doğrudan tutup hareket ettirdiklerinde ise dönme hareketi yaşayacaklarını gözlemlemişlerdir. Öğrenciler yönergeleri uyguladıklarında çizdikleri noktanın çizdikleri doğrunun üzerinde olduğu yanılgısına düştükleri görülmüştür. Öğrencilerin “nesne üzerinde nokta” aracı ve noktanın doğruya ait bir özellik olduğu durumu inceleyebilmesi için yeni bir etkinlik verilerek çıkardıkları sonucu not etmeleri istenmiştir. Öğrenciler yönergeleri takip ederek noktayı büyüttüğünde artık noktanın şekil üzerinde olmadığını ve şekli alıp noktanın üzerine koyduklarında şeklin noktanın tamamını kaplamaması sebebiyle üzerinde olup olmadığı sonucuna varamayacağını söylemişlerdir. Noktanın boyutsuz nesne olduğunu ve noktayı kalınlaştırmış olmanın üzerinde olmaya etkisini belirleyemeyeceklerini ifade etmişlerdir. Verilen Cabri etkinliğinde öğrencilerin geçmiş bilgilerinden iki nokta üzerinden sadece bir doğru geçtiğini bilmelerine rağmen yönergeler doğrultusunda iki noktadan geçen farklı doğruları oluşturmaya çalıştıkları görülmüştür. ‘Düzen’ butonunu kullanarak öğrenci ekranında geri gidildiğinde öğrencilerin yönergelere dayanarak iki noktadan geçen bir doğru çizmediği, bir noktası bilinen doğru çizme eğiliminde olduklarını görülmüştür. Araştırmacı, bu noktada öğrencilerden aynı iki noktadan geçen iki doğruyu çizmelerini istemiştir. Öğrencilerden hiçbiri iki noktadan sadece bir doğru geçebileceğini belirtmemiştir. Öğrencilere Cabri’de üst üste kaç nesne çizdiklerini anlayabilmeleri için rehberlik edilmiştir. Aynı iki noktadan geçen iki doğruyu çizmeye çalışırken sayfada sadece iki nokta olduğundan emin olmaları istenmiştir. Sınıfta üst üste iki doğru çizebilen tek öğrencinin, dört nokta kullanarak çizdiği görülmüştür. Dışarıda bir nokta çizip noktadan bir doğru geçirerek doğruyu kaydıran bazı öğrenciler grup arkadaşları tarafından üzerinde olma şartını bu şekilde sağlamayacakları söylenerek uyarılmıştır. Öğrenciler Cabri’nin iki nokta arasında bir doğru daha çizmelerine izin verdiğini ancak bunun ilk doğruyla aynı doğru olduğunu görmüşlerdir. Doğruları farklı bir renge boyayarak isimlendirmişlerdir. Konum aksiyomlarının üzerinde olma bağıntısı ile ilgili olduğu söylenerek birinci ve ikinci aksiyom verilmiştir. Verilen iki aksiyomu birleştirerek bir önerme yazmaları istenmiş ve Teorem 1 verilmiştir. “Farklı iki nokta üzerinde bir tek doğru vardır.” teoreminin ispatı istendiğinde öğrencilerin anlamlı bir şekilde, aksiyom bir ve ikiyi birleştirerek ispat olarak ifade edemedikleri görülmüştür. İspatın sadece iki cümleyi birleştirerek elde edildiğini ve bunu ispat olarak ifade etmeye neden gerek duyulduğunda anlayamadıklarını belirten öğrencilerin aşikârlık engeline takıldığı görülmüştür. Noktalarımızı artıracağımız söylenerek konum aksiyomlarının üçüncüsü ve “doğrusal noktalar” tanımı verilmiştir. Konum aksiyomlarından ilk üçünün doğrular için düzenlendiği son ikisinin ise düzlemler için düzenlendiği belirtilmiştir. 4 ve 5. aksiyomu birleştirerek teorem 2’yi oluşturmaları istenmiştir. Öğrenciler, rahatlıkla teoremi söyleyebilmiş, teoremin ispatının yapılması istendiğinde ilk ispatta olduğu gibi zorlanmamış ve gerekçeli cevaplar vermişlerdir. Konum aksiyomlarının altıncısı ve ardından bir teorem verilmiştir. Bu noktada öğrencilerin sadece aksiyomlara dayalı ispat yapmaya çalıştığı ve teoremleri kullanmadığı fark edilmiştir. Öğrenilen tanım ve teoremler üzerine de ispatlarını bina edebilecekleri belirtilmiştir. Öğrencilerin ispatları kendileri yapmaya başladıktan sonra keyif almaya başladıkları görülmüştür. Yedinci ve sekizinci konum aksiyomları verilerek tek düzlemi olan geometrilerin kapsam dışı bırakıldığı ifade edilmiştir. Bir teorem verilerek üzerinde tartışılmıştır. Öğrencilerin hüküm ve hipotezi ayırmada sorun yaşamadığı, Cabri'de çizerek ispat yapmak istedikleri görülmüştür. Bu teoremi çizerek ispatlayamasalar da görselleştirerek fikir edinebilecekleri söylenmiştir. Bazı öğrenciler durumu Cabri ile anlatabildiklerini ancak sözel olarak ifade edemediklerini ifade etmişlerdir. Araştırmacının ispat yöntemleri ile ilgili verdiği ipucunun ardından, çelişki yöntemiyle sonuca gitmeye çalışmışlardır. Konum aksiyomlarından ikincisi ile ve hipotezle çelişerek ispatı tamamlamışlardır. Araştırmacının yönlendirmesinden sonra ispat yöntemlerini kullanmaya başladıkları ve çelişki yöntemi çok kolay ve kullanışlı buldukları belirlenmiştir. Öğrencilere görülen aksiyomlar ışığında uzayımızın kaç boyutlu olduğu, geometrimizde en az kaç nokta, kaç doğru ve kaç düzlem oluştuğu sorularak bir Cabri etkinliği verilmiştir. 4 nokta, 8 doğru 6 düzlem sonucuna ulaşmalarının ardından 'arasında olma' kavramını tanımlama ihtiyacı doğuracak bir Cabri etkinliği ile ara aksiyomlarına giriş yapılmıştır. Araştırmacı öğrencilerden, P noktasının A ile B arasında olma durumunun ancak APB ya da BPA şeklinde dizilmeleri durumunda geçerli olmasını sağlayacak bir aksiyom üretmelerini istemiştir. Öğrencilerden biri PB'nin uzunluğunun AB'nin uzunluğundan büyük olmasından yol çıkarak, 'arasındalık' kavramını tanımlayabileceğini söylemiştir. Henüz uzunluk kavramının tanımı yapılmadığı için bildiğimiz kavramlardan yola çıkarak bazı aksiyomlar üretmenin daha sağlıklı olacağı ya da önce tanım yapıp sonra bu tanım doğrultusunda bir aksiyom üretebilecekleri söylenmiştir. "Hocam, P, AB doğru parçasının elemanıdır diyebiliriz, bu halde P noktası AB arasında kalır." diyen bir öğrenciye elemanı olma kavramının da ne olduğunu bilmediğimiz hatırlatılmıştır. "Göz var, nizam var." diyen bir öğrenciye matematikte göz ve nizamla iş yapılamayacağı söylenmiştir. "Herhangi bir doğru üzerinde iki nokta tarafından sınırlandırılan noktalar kümesinin içinde diyebilirsek arasında olmayı açıklamış oluruz." diyen bir öğrenciye bir noktalar kümesi olup olmadığını öğretilen aksiyomlar ışığında henüz bilmediğimiz söylenmiştir. "A noktasından geçen herhangi bir doğru çizerim, bu doğru bu doğru PB'yi kesiyorsa 'aradadır' derim, kesmiyorsa 'arada değildir' derim." cevabını veren bir öğrenciden "kesmek" yerine tanımını bildiğimiz bir kavramı kullanarak cümlesini tekrar ifade etmeyi denemesi istenmiştir. Öğrencinin "Belli yarıçaplı bir çember çizebiliriz ve B noktası çemberin dışındaysa 'PA, PB'den kısadır' deriz. B noktası çemberin içinde kalırsa 'PA, PB'den uzundur' deriz. Böylece uzunluk hakkında fikir beyan edebiliriz.", diyerek fikrini geliştirmesinin ardından arasındalığı tanımlamak için ilk olarak bu üç noktayı nasıl yerleştireceği sorulmuştur. Öğrenciler, bu üç noktanın aynı doğru üzerinde olduğunun kabul edilmesi gerektiğini söylediğinde birinci aksiyom tanımlanmış ve Cabri'de çizilen şekle bakan birinin "P, A ile B'nin arasındadır ve B'de A ile P'nin arasındadır." diyemeyeceği şekilde ikinci aksiyomu tanımlamaları istenmiştir. Aksiyom sağlanmadığında 'arasında olma'nın gerçekleşip gerçekleşmeyeceği sorularak öğrencilerin şekil üzerinde düşünmeleri istenmiştir. Öğrenciler şekil üzerinde düşünmüş ve bunun gerçekleşemeyeceğini keşfetmişlerdir. “Kapalı aralık” tanımı verilerek üçüncü ara aksiyomuna geçilmiştir. Üçüncü aksiyomun şimdiye kadar kabul ettiğimiz nokta sayısına herhangi bir etkisi olup olmayacağının tartışılması istenmiştir. Öğrenciler bu sayede birçok noktaya hatta sonsuz noktaya ulaşabileceklerini gözlemlemişlerdir. Öğrencilerin Pasch teoremini keşfedebileceği bir Cabri etkinliği verilmiştir. Yönergeler doğrultusunda elde ettikleri gerçeği önerme olarak ifade etmelerini istenmiştir. Öğrencilerin neredeyse hepsinin Pasch aksiyomunu ifade edecek biçimde önermelerini düzenlediği görülmüştür. Buldukları bu gerçeğe ‘Pasch aksiyom’u denildiği söylenmiş ve Pasch aksiyomu verilmiştir. Doğru parçası, doğru parçasının uç noktaları ve iç nokta tanımları verilmiştir. Öğrenciler Pasch aksiyomunun kullanılacağı “Bir l ≡ AB doğrusu üzerinde A ile B arasında en az bir nokta vardır.” teoreminin ispatı için yardımcı doğru çizmeleri, doğru dışında bir nokta almaları ve bazı noktalara Pasch Aksiyomu uygulamaları konusunda yönlendirilmişlerdir. Verilen teoremin oldukça önemli olduğu söylenerek neden bu kadar önemli olduğu hakkında tartışmaları istenmiştir. Şimdiye kadar ulaşamadığımız birçok noktaya bu teorem sayesinde ulaşılabileceklerini keşfetmişlerdir. Ara aksiyomlarından üçüncüsü ile verilen teoremi tekrar tekrar uygulamayı denemeleri ve sonuçla ilgili tartışmaları istenmiştir. Öğrencilerden bazıları sonuçta sonsuz çoklukta nokta elde edebileceklerini ifade edebilmişlerdir. Teoremle birlikte sonsuz çoklukta noktayı bulduklarında verilen bir Cabri etkinliği ile öğrencilerin verilen bir noktanın koyulması istenilen yeri görmeden noktayı nereye koyacağını anlatmaları istenerek taraf bağıntısına ulaşmaları sağlanmıştır. Ardından düzlem üzerinde herhangi bir noktanın ve bir doğru verildiğinde bir noktanın yerini anlatmaları istenmiştir. Öğrenciler “aynı tarafta ve “ters tarafta” kavramlarına ulaştığında “düzlem ışın” ve “yarı düzlem” tanımı verilmiştir. Matematik dersinden sayılarla ilgili bilgileri hatırlatılarak rasyonel ve irrasyonel sayılar kümesinde olduğu gibi’ l bir doğru A ile B de l üzerinde farklı iki nokta olduğunda [AB]’nin dışında bir nokta’ olup olmayacağını düşünmeleri ve cevaplarını aksiyom ve teoremlere dayandırmaları istenmiştir. Öğrenciler, “Ara aksiyomu üç Hocam.”, “Paschtan sonraki teorem Hocam.” diyerek cevaplarını gerekçelendirdiğinde Cantor’un süreklilik aksiyomu ve “iç içe doğru parçaları” tanımı verilmiştir. “Farklı iki düzlemin en çok bir ortak doğrusu vardır.” teoreminin ispatını tartışarak tamamlamaları istenmiştir. Öğrencilerin hepsinin ispata çelişki yöntemiyle başladığı görülmüştür. Bazı öğrencilerin bir doğrunun var olduğunu ispatlayabildiği ancak ikinci bir doğrunun var olmadığını ispatlayamadığı görülmüştür. Ancak genel olarak aksiyomları kullanabildikleri ve sonuca ulaşabildikleri gözlenmiştir. Bazı öğrencilerin üç noktanın nereden geldiğini gerekçelendiremedikleri belirlenmiştir. Değerlendirme amacıyla bir Cabri etkinliği ve "Bir düzlem üzerinde olmayan bir doğru düzlemi keserse arakesit bir tek nokta olur." teoreminin ispatı istenmiştir.

Araştırmacı yedinci derse giriş aşamasına öğrencilerin açı kavramını keşfetmesini amaçlayan bir soru ile başlamıştır. Şimdiye kadar gördükleri kabuller ışığında nokta, doğru ve düzlemle şekil ile birlikte verilen bir atın gördüğü bölgeyi matematiksel olarak ifade edebilmek için tartışmaları istenmiştir. Öğrencilerden bazılarının verilen alanı hesaplayarak genellemeye gittiği bazılarının ise şekilden faydalanarak göz kararı bir tahminde bulunmaya çalıştığı görülmüştür. Araştırmacı, şeklin sembolik olduğunu her duruma uygulanabilir, genellenebilir bir çözüm yolu bulmaları gerektiğini belirtmiştir. Öğrenciler atın sol göz ile görebildiği alan ile her iki gözün görebildiği alan arasındaki ilişkiyi bulabilmek için dairenin tamamını belirledikleri bir birim kabul edip, taralı alanların kaç birimle ifade edilebileceğini bulmaya çalışmışlardır. Böylece dilimlerin büyüklüğünü ölçmeye yarayacak bir kavram ortaya atmışlardır. Başlangıç noktaları aynı olan ışınlarla oluşturulmuş taralı alanları, oluşturdukları kavram cinsinden kıyaslamışlardır. Verilen Cabri etkinliği ile açı kavramını keşfetmeleri hedeflenmiştir. DGYCG üzerinde kavram ismi ve tanımı verilmeden açı çizimi yaptıktan sonra çizdikleri şekli tanımlamaya çalışmışlardır. Öğrencilerin iki ışının, iki doğru parçasının, iki doğrunun ve üç noktanın bir açı belirleyip belirlemeyeceği üzerinde tartışmaları istenmiştir. İki doğru dışındaki durumların açı belirlemeyeceğini öne sürdükleri görülmüştür. Üç nokta üzerine ışın çizildiğinde açı belirleyebileceğini öne süren birkaç öğrencinin iddiasından emin olmadığı belirlenmiştir. Açı ile ilgili kavramları gözlemleyerek oluşturmalarını sağlamak amacıyla açının iç ve dış bölgesini belirleyecekleri bir etkinlik verilmiştir. Etkinlikte iz aracını kullanarak taranan bölgeyi tanımlayabilen öğrencilerin paralel doğru parçaları çizme eğiliminde olduğu görülmüştür. Cabri'de başlangıç noktaları ve bir kolları aynı olan iki açı çizimi ve adlandırılması etkinliğinin ardından, öğrencilerin "arasında" kavramını inceleyecekleri bir Cabri etkinliği verilmiştir. Öğrencilerin doğru ve ışınların matematiksel notasyonunda kafa karışıklığı yaşadığı belirlenmiştir. Öğrencilerin açı ölçüsü kavramını tartıştıkları soruda açı ölçüsü kavramını derece kavramı ile özdeşleştirdikleri görülmüştür. Öğrencilere doğru parçaları için eşlik aksiyomlarını çizerek gözlemleyecekleri bir etkinlik verilmiştir. Bir doğruya eş olan doğru parçasını ve kaç doğru parçası çizileceğini Cabri üzerinde gözlemlemişlerdir. Öğrencilerin çizim yaparak eşlik aksiyomlarının tamamını Cabri üzerinde elde etmesinin ardından araştırmacı, Öklid'in iki doğru parçasının eşliğini kabul etmesi için eş gibi çizilmesini istediği, pergelin ucunu doğru parçasının bir ucuna, kalemin ucunu diğer ucuna koyup, pergelin açıklığını koruyarak, kalemin diğer uca değdiğini gözleriyle görmek istediğini, Hilbert'in ise bu düşünceyi altüst ederek Öklid'i hatalı bulduğu, Öklid geometrisinin okullarda okutulan daha tutarlı bir geometri olarak kabul edildiği ve matematikçilerin Hilbert'e katıldığı bilgisini vermiştir. Açılarda eşlik konusuna başlangıçta sorulan soru ile öğrencilerin eşlik ve eşitlik kavramları arasındaki farkı bilmediği belirlenmiştir. Kavram yanılgısının düzeltilmesi için rehberlik edilmiş ve eş açıların nasıl çizileceği üzerinde tartışmaları istenmiştir. Geçmiş bilgilerinden iki açı belirleyip Hilbert gibi aynı değeri vermeyi, verilen açının kollarına paraleller çizerek kesiştirmeyi, iki doğruyu kesiştirerek ters açı ve komşu açıları kullanmayı deneyen öğrenciler olmuştur. Öğrencilerin pergel ve birimsiz cetvel kullanarak eş açılar çizmeyi bilmedikleri görülmüştür. Cabri üzerinde eş açılar çizimi ve açı taşıma etkinliği ile eşlik aksiyomlarını elde etmek hedeflenmiştir. Öğrencilerin çemberi taşımayı denedikleri görülmüş ancak doğru parçasını çember üzerinde çemberin bir kirişi olarak başka bir çember üzerine taşıyabilen öğrenci olmamıştır. Öğrenciler, açı ölçümü aracını seçip eş çemberler çizerek, oluşan açıların ölçülerini kıyaslayarak açılarda eşlik bağıntısının geçişken olduğunu yaptıkları etkinlik ile gözlemleyerek belirlemişlerdir. Yönergeler verilmediğinde eş açılar çizerken öğrencilerin tamamının ışın üzerine çemberi taşıyabildiği ancak bazılarının açının açıklığını ayarlamakta zorlandıkları, açıyı gören kirişi taşımakta sorun yaşadıkları görülmüştür. Araştırmacı, tüm öğrenciler açı taşıma etkinliklerini hatasız yapana kadar gezerek çizimlere yardımcı olmuştur. Açılar için eşlik aksiyomlarının tamamlanmasının ardından komşu ve ters açı kavramlarının oluşturulmasına yönelik bir Cabri etkinliği yapılmıştır. Öğrencilerin doğruların hareketiyle kaç açı oluştuğunu belirlemesi, açıların kollarını isimlendirmesi ve açıların değişimini gözlemlemesi istenmiştir. Oluşan kavramların tanımlanmasının ardından ters açılar teoremi ve tam ve bütünler açı kavramlarının oluşturulması için bir Cabri etkinliği verilmiştir. Öğrenciler iki açının ortak olmayan kollarını inceleyerek bütünler açı ve doğru açı tanımına ulaşabilmiş, dik açı kavramının oluşturulması amacıyla verilen Cabri etkinliğinde komşu bütünler açılar çizerek dik doğrular elde edebilmişlerdir. Oluşan dik açıları gözlemleyerek bir tam açının kaç dik açı oluşturabileceği Cabri üzerinde incelenmiştir. Dik açı tanımının gözlenmesinin ardından diklik bağıntısı ve tümler açı, dar açı, geniş açı kavramlarının oluşturulmasına yönelik bir Cabri etkinliği verilmiştir. Öğrencilere Cabri üzerinde bir açının açıortayının çizimine dair yönergeler verildikten sonra oluşturdukları şekle uygun tanımları belirlemeleri, Cabri üzerindeki çizdikleri şekli kullanarak, oluşan ters açıları incelemeleri ve neden birbirine eşit olduğu üzerinde tartışmaları istenmiştir. Öğrencilerin geçmiş bilgilerinden ters açıların birbirine eşit olduğunu bilmelerine ve DGYCG üzerinde net bir şekilde görmelerine rağmen önermenin ispatı istendiğinde fikir öne süremedikleri gözlenmiştir. Araştırmacının bu noktada bütünler açı tanımının işlerine yarayabileceğine dair verdiği ipucu ile bir grup öğrencinin "Bütünledikleri açı aynı Hocam." diyerek teoremin ispatını tamamlayabildiği görülmüştür. Herhangi iki dik açı birbirine eşit olduğunun ispatlamaları istendiğinde öğrenciler oluşabilecek üç durumu belirleyebilmiş ancak ispat konusunda fikir öne sürememiştir. Araştırmacının rehberliğinde ispat tamamlanmıştır. Değerlendirme aşamasında öğrencilerden birbirinin bütünleri olan iki komşu açının açıortayları arasındaki ilişkiyi Cabri üzerinde şekil çizerek incelemeleri ve vardıkları yargıyı gerekçelendirmeleri istenmiştir. Öğrencilerin verilenleri Cabri üzerine aktardığı, bütünler iki açı çizerek açıortaylarını bulduğu görülmüştür. Bu aşamada açıları isimlendirmeyi ihmal etmeleri, açı işaretlemeyi unutmaları ve sonuç olarak açı ölçümlerini alamamaları gibi güçlüklerle karşılaştıkları belirlenmiştir. Araştırmacının da düzeltmeleriyle öğrencilerin tamamı şekli çizerek açıortayların birbirine dik olacağı sonucuna varabilmiştir.

Sekiz ve dokuzuncu derslere, üçgen ve üçgenlerde eşlik konusu kapsamında, öğrencilerden verilen iki yerleşim merkezine eşit uzaklıkta olan noktalar kümesinin bulunması istenerek giriş yapılmıştır. Öğrencilerin pergel yardımıyla noktalar kümesini bulmaları ve çizdikleri doğru üzerinde alınacak herhangi bir noktanın her iki yerleşim merkezi üzerindeki noktalara eşit uzaklıkta olduğunu Cabri üzerinde göstermeleri istenmiştir. Cabri'de açıortay doğrusu üzerinde bir noktanın kollara uzaklığının gözlemlemeleri istendiğinde öğrencilerin "Eşit uzaklıkta mı?" aracını seçerek, doğrunun üzerindeki noktaların merkezlere eşit uzaklıkta olduğunu gösterdikleri görülmüştür. Bu doğrultuda matematiksel olarak geçerli bir ispat yapabilmek için hangi iki yapının eş olduğunu ispatlamaya ihtiyaçları olduğunu ve üçgenlerin eşliğini ispatlarlarsa matematiksel olarak ispatı tamamlayabileceklerini belirtmişlerdir. İspatı yapabilmek için eşliğine ihtiyaç duydukları yapının özelliklerinden bahsetmeleri istenerek üçgen kavramına giriş yapılmıştır. Öğrencilerden açı taşıyarak Cabri üzerinde üçgen çizmeye çalışmaları istenmiştir. Öğrencilerin çeşitli üçgenler çizerek, üçgenleri inceledikleri ve üçgen tanımına ulaştıkları görülmüştür. Dersin açıklama aşamasında üçgen kavramı, üçgen eşitsizliği, üçgen çeşitleri, üçgenlerde eşlik bağıntısı, eşlik aksiyomları, paralellik bağıntısı, üçgen eşitsizlikleri, KAK eşitsizlikleri ve eğik doğrular teoremleri tartışılarak öğrencilerin bilgiyi yapılandırmasına çalışılmıştır. Öğrencilerin aynı doğruya dik olan farklı iki doğru arasında nasıl bir ilişki olduğunu Cabri'de çizerek belirleyebildikleri görülmüştür. Bir doğruya dışındaki bir noktadan geçip paralel olan en az bir doğru olduğunu Cabri programı üzerinde göstermiş, Cabri'de paralel doğrular çizerek oluşan iç, dış, yöndeş, iç ters, dış ters açılar arasındaki ilişkileri inceleyerek bulmuş ve ilgili teoremleri ispatlamışlardır. Cabri programı üzerinde iki kenarı ve bir açısı bilinen üçgen çizimi (KAK), bir kenarı ve iki açısı verilen üçgen çizimi (AKA), eşkenar, ikizkenar ve çeşitkenar üçgen çizimleri yapıldıktan sonra pergel çizgeç ile kâğıt kalem ortamında çizimler tekrarlanmıştır. Üçgenin yardımcı elemanlarından açıortay kavramına geçmeden önce derse girişte verilen örneğe dönülerek öğrencilerden üçgenlerde eşlik bağıntılarını bilir halde aynı soruya tekrar bakmaları, eş üçgenleri matematiksel çıkarımlar yaparak anlatmaları istenmiştir. Araştırmacı, öğrencilerden gruplar halinde tartışarak açıortay doğrusunun çizimiyle sonuçlanacak bir fikir önermelerini istemiştir. Yönergede öğrencilerden pergel çember aracını kullanmaları istendiğinden Cabri üzerinde çember aracı kullanarak ve gruplar halinde tartışarak benzer üçgenler bulmaya çalışmışlardır. Açıortay doğrusunu pergel çember aracı ile çizmeleri istendiğinde öğrencilerden fikir öne sürebilen olmamıştır. Cabri’de pergel-çember aracı kullanarak bir açıya ait açıortay doğrusu çiziminde ise fikirler öne sürerek sonuca ulaşabildikleri görülmüştür. Cabri’de bir üçgene ait açıortay doğrularının incelenmesi ve iç teğet çemberin çizimiyle ilgili etkinlik paylaşılmıştır. Öğrenciler açıortay aracını kullanarak ve yönergeleri takip ederek üçgenin açıortaylarını incelemişlerdir. Öğrencilerden Cabri üzerinde açıortayların kesişim noktasını bulmaları, üçgen dik açılı, geniş açılı ve dar açılı kalacak şekilde köşelerin konumlarını değiştirerek kesişim noktasının konumu hakkında varsayımda bulunmaları, varsayımın doğruluğunu kontrol ederek gözlemlemeleri istenmiştir. Üçgenin içine yerleştirdikleri çemberin merkezinin açıortay doğrularının kesişim noktası olduğunu Cabri üzerinde keşfettikleri ve üçgenin kenarlarına teğet ve merkezi açıortayların kesişim noktası olan çemberin yarıçapını gözlemledikleri belirlenmiştir. Üçgenin köşelerini hareket ettirerek dar açılı, geniş açılı ve dik açılı üçgende içsel çemberinin konumuyla ilgili yargıya varmaya çalışmışlardır. Öğrenciler açıortayların ve iç teğet çemberin özelliklerine Cabri üzerinde inceleyerek ulaştıktan sonra araştırmacı, üçgenin açıortayları, iç teğet çember merkezinin tanımı ve özelliklerini özetlemiştir. Kenarortaylarla ilgili bir Cabri etkinliği verilerek öğrencilerin çizim üzerinde kenarortayı tanımaları ve özelliklerini incelemeleri hedeflenmiştir. Çizimler yapılmadan önce öğrencilerin kenarortayların kesişim noktasının yeri ile ilgili fikir öne süremedikleri görülmüştür. Etkinlik sırasında bazı öğrencilerin doğru parçası yerine doğru kullandıkları için kenarların orta noktalarını bulmakta zorlandıkları belirlenmiştir. Üçgen dar açılı, geniş açılı ve dik açılı kalacak şekilde köşelerin konumlarını değiştirerek kenarortayların kesişim noktasının konumu hakkında varsayımda bulunmaları, varsayımın doğruluğunu kontrol ederek gözlemlemeleri istenmiştir. Öğrencilerin konum hakkında doğru yargıya ulaştığı ancak kenar orta dikmelerin kesişim noktası üçgenin dışına çıkmasına rağmen kenarortayların niye üçgenin dışına çıkmadığı sorulduğunda herhangi bir fikir öne süremedikleri görülmüştür. Öğrencilerden Cabri’de kesişim noktasının kenarortayları bölerek oluşturduğu uzunluklar arasında belirli bir oran olup olmadığı, üçgenin köşelerinin yerleri ve üçgenin çeşidi değiştiğinde, uzunluklar arasında bulunan oranda bir değişiklik olup olmadığını incelemeleri istenmiştir. Öğrenciler üçgen köşelerini ekranın farklı yerlerine sürükleyerek oluşan oranı belirleyerek gözlemlemiş, uzaklık aracını tıklayarak her iki uzunluğu da ölçerek doğru yargıya varabilmişlerdir. Gözlemledikleri bu gerçeğin matematiksel ispatını yapmaları istenmiştir. Cabri'de pergel-çember aracı kullanarak bir üçgene ait kenarortay doğrularının çizimi etkinliği yapılmıştır. Öğrenciler konuyla ilgili kavram ve özellikleri keşfettikten sonra kenarortay, ağırlık merkezi tanımı ve özellikleri tartışılarak grup çalışmasıyla belirlenmiştir. Yükseklik tanımı verilmeden önce üçgene ait yüksekliklerin çizimi ile ilgili bir Cabri etkinliği verilerek öğrencilerin çizim üzerinde yüksekliği tanıyarak özelliklerini incelemeleri hedeflenmiştir. Öğrencilerin çizimler yapılmadan önce yüksekliklerin kesişim noktasının yeri ile ilgili fikir öne süremedikleri belirlenmiştir. Cabri üzerinde üçgen dik açılı, geniş açılı ve dar açılı kalacak şekilde köşelerin konumlarını değiştirerek yüksekliklerin kesişim noktasının konumu hakkında varsayımda bulunmaları, varsayımlarının doğruluğunu kontrol ederek gözlemlemeleri istenmiştir. Dik doğru aracını kullanırken zorluk yaşayan öğrenciler olduğu tespit edilmiştir. Öğrencilerden Cabri'de pergel-çember aracı kullanarak bir üçgene ait yükseklik inşa etmeleri istenmiştir. Bilgisayar getirmeyen ve etkinliği kâğıt kalem üzerinde yapmaya çalışan öğrencilerin aşamaları atladığı ve yaptıkları hatayı fark edemedikleri görülmüştür. Öğrencilere eşkenar bir üçgende kenara ait yükseklik, kenarortay ve açıortay doğrusunu çizerek doğruların durumunu incelemeleri ve yargıya varmaları istenen bir Cabri etkinliği verilmiştir. Öğrenciler yaptıkları çizimler üzerinde yüksekliklerin kesişim noktasının herhangi bir geometrik yer izleyip izlemediğini gözlemlemişlerdir. "Üçgenin yüksekliklerini içeren doğrular kesişir." teoremi verilmiş ve Cabri üzerinde sınıfça tartışarak ispatlanmıştır.

Araştırmacı on ve on birinci derslere ofise ve fabrikaya eşit mesafede olması istenen yeni bir ev için en iyi konumu belirlemeyi gerektiren ve şekil ile birlikte verilen ilgi çekici bir soru ile başlamıştır. Soruyu cetvelsiz çözemeyeceklerini düşünen öğrencilerin fikir öne süremediği, fikir öne sürebilen öğrencilerin ise sadece bir noktaya ulaşabildikleri görülmüştür. Araştırmacı "Bu doğru üzerindeki tüm noktalar her iki lokasyona da eşit uzaklıktadır." diyebilecekleri bir doğru üzerinde çalışmalarını, problemi matematiksel olarak ifade ederek cevaplarını ispatlamalarını istemiştir. Cabri üzerinde, verilen bir doğruya dik olan doğruyu bulabilmek için düşünmeleri beklenmiştir. Kâğıt kalem üzerinde denenen inşa etkinliği ardından Cabri'de çember pergel aracı kullanarak bir doğruya dik doğru çizimi yapılmıştır. Bazı öğrencilerin inşalarının harekete dayanıklılık ilkesi ile çeliştiği görülmüştür. Cabri'de pergel çember kullanmadan dik doğru çizimi ve pergel-çember aracı kullanarak bir doğruya üzerindeki belirli bir noktadan dik doğru çizimi etkinlikleri yapılmıştır. Araştırmacı, öğrencilerin Cabri'de pergel ve çember kullanmadan, bir doğruya dışındaki bir noktadan dikme çizmesini istemiştir. Öğrencilerin çizim üzerinde eş doğru parçası, yarıçap, çap işaretlemesi istenerek çizimleri üzerinde eşliği keşfetmeleri sağlanmıştır. Bir doğruya dışındaki bir noktadan pergel çember aracı kullanarak dikme çizimi yapılmıştır. Öğrencilerden orta nokta aracını kullanmadan bir doğru parçasının orta noktasını pergel aracını kullanarak bulmaları istenmiştir. İnşa etkinliğini tamamlayabilen öğrencilerin orta dikme tanımına ulaştıkları görülmüş ve bir teorem verilmiştir. Öğrencilerin görüşleri alınarak bir noktadan doğruya olan uzaklık tanımı yapılmıştır. Derse giriş aşamasında verilen soruya bir soru daha eklenmiş, çiftin bir çocuklarının olduğu söylenerek, ev işyeri ve okula eşit uzaklıklarda olan konumu yalnızca pergel kullanarak bulmaları ve varsayımlarının doğruluğunu göstermeleri istenmiştir. Öğrencilerin orta dikme üzerindeki tüm noktaların iki noktaya da eşit uzaklıkta olduğunu bilmelerine rağmen, kenarortayların kesişim noktası olan ağırlık merkezinin tüm köşelere eşit uzaklıkta olduğunu düşünme yanılgısına düştükleri görülmüştür. İki noktaya da eşit uzaklıkta olan noktayı bulmayı bilen öğrencilerin düştükleri bir diğer yanılgı, bu bilgiyi kullanarak üçüncü noktayı kendi istedikleri bir yere yerleştirmeleri olmuştur. Öğrencilerin orta dikmelerin kesişim noktasının köşelere eşit uzaklıkta olduğunu anlamakta zorlandıkları görülmüştür. Cabri’de üçgenin orta dikmelerinin inşası etkinliği verilmiştir. Cabri’de üçgenin orta dikmelerinin kesişim noktalarının konumlarının incelenmesi istenmiş ve noktanın köşeler üzerinde olup olamayacağı sorulmuştur. Öğrencilerden üçgen dik, dar ve geniş açılı kalacak şekilde köşelerin konumlarını değiştirerek varsayımlarının doğruluğunu kontrol etmeleri istenmiştir. Öğrencilere Cabri’de çevrel çember çizimi etkinliği verildiğinde merkezi üçgenin köşelerine eşit uzaklıkta olan çevrel çemberi inşa ederek keşfettikleri gözlenmiştir. Öğrenciler çevrel çemberin merkezinin üçgenin dışında, içinde veya dik açı karşısındaki kenar üzerinde olduğunu çizerek gözlemlemişlerdir. “Üzerinde” aracını kullanarak, rastgele çizdikleri çemberin merkeziyle, köşeleri çember üzerinde olan ve rastgele çizdikleri üçgenin çevrel çemberinin merkezinin çakıştığını Cabri’de çizerek keşfettikleri görülmüştür. Yapılan çizimler ve inşa çalışmalarından sonra öğrencilerden orta dikme, çevrel çember, çevrel merkez tanımlarını oluşturmaları istenmiştir. Araştırmacı, öğrencilerin “Üçgenin orta dikmeleri üçgenin tüm köşelerine eşit uzaklıkta olan bir noktada kesişir.” teoremini yaptıkları gözlemler ışığında ispatlamalarını istemiştir. Çizimi düzgün yapan ve eş uzunlukları belirten öğrencilerin teoremi hiç zorlanmadan ispatlayabildiği belirlenmiştir. Dik üçgende çevrel çemberin merkezinin hipotenüsün orta noktası üzerinde olduğunu ispatlamaları istendiğinde öğrencilerin büyük kısmının ispata başlasa da ispat aşamalarını tamamlayamadığı, orta dikme üzerindeki bir noktanın doğru parçasının bitim noktalarından eşit uzaklıkta olduğunu hatırlayan ve kullanan öğrencilerin çözüme gidebildiği görülmüştür. Öğrencilerden, bir noktadan bir doğruya çizilen dikmenin bir nokta ile bir doğru arasındaki en kısa uzunluk olduğunu Cabri’de çizerek ispatlamaları istenmiştir. Öğrencilerin öncelikli olarak çelişki yöntemini kullanmayı seçtikleri görülmüştür. Hükmün olumsuzunu doğru kabul ederek ispata başlayan öğrencilerin sonuca kolayca ulaşabildikleri ancak doğrudan ispat yöntemini kullanan öğrencilerin sonuca ulaşamadıkları belirlenmiştir. Öğrencilere, "Simson doğrusu etkinliği" verilerek bir üçgenin çevrel çemberini ve kenarlarına indirilen dikmeleri çizmeleri istenmiştir. Cabri üzerinde üçgenin çevrel çemberini çizerek, kenarlara indirilen dikmeleri bulabilen öğrencilerin Simson teoremini elde edebildiği gözlenmiştir. Çizimi bitirebilen öğrencilerin üç noktanın aynı doğru üzerinde olduğunu keşfettikleri ve "Üzerinde mi" aracını kullanarak iddialarını ispatladıkları belirlenmiştir. Keşfedilen tanım ve teorem etkinlik sonunda tahtaya yansıtılmıştır. Öğrencilere "9 nokta çemberi" etkinliği verilmiş, yüksekliklerin, açıortayların ve orta dikmelerin kesişim noktalarının çakışma ihtimali, ihtimal varsa hangi durumlarda çakışmanın gerçekleşeceği ve yoksa çakışmama sebebi sorulmuştur. Öğrenciler, merkezini belirledikleri çemberin geçeceği noktaları kesişim noktaları olarak belirleyerek, "bu noktadan geçen" aracını kullanarak çizimlerini tamamlamış ve çemberin hangi noktalardan geçtiğini bularak her durumda 9 noktanın bir çember belirttiğini gözlemlemişlerdir. Yönergeleri yanlış okuyan birkaç öğrenci dışında öğrencilerin tamamının üçgenin çemberi kestiği noktaları bularak dokuz nokta çemberinin üçgen hareket ettikçe varlığını koruduğunu gözlemleyebildiği belirlenmiştir. Öğrencilerin köşeleri sürükleyerek, eşkenar, dik ve ikizkenar üçgen için çemberin kesişim noktalarını belirledikleri ve çemberin eşkenar üçgende iç teğet çembere dönüştüğünü keşfederek ifade ettikleri görülmüştür. Öğrencilerin ispat problemlerinde sıklıkla sürükleme aracını kullanarak oluşturdukları şekillerin farklı durumlarını gözlemledikleri belirlenmiştir. Vivani teoremi etkinliği verildiğinde öğrencilerin eşkenar üçgen, yükseklik ve uzaklık bulma ile ilgili zorluk yaşamadan uzaklıklar toplamının yüksekliğin uzunluğunu verdiği bilgisine ulaştıkları görülmüştür. Araştırmacının, "Peki uzunluk aracını kullanma şansınız olmasaydı, nasıl bir yol izlerdiniz?" sorusuna öğrencilerden bazılarının, daha uzun olmasına rağmen, dik doğru aracı yerine, Öklid'in temel üçgen çizimini kullanarak cevap verdiği belirlenmiştir. Vivani etkinliğinin ardından Vivani teoremi ve Napolyon üçgeni etkinliği tahtaya yansıtılmıştır. Öğrencilerden birinin "Benim üçgenim ikizkenar üçgen çıktı ama arkadaşlarımınki eşkenar oldu. Sonuçta eşkenar üçgen de bir ikizkenar üçgendir." dediği ve belirlenen hatanın yanlış nokta seçiminden kaynaklandığı görülmüştür. Eşkenar üçgenin bir ikizkenar üçgen olacağı ama ikizkenar üçgen eşkenar olmadığından öğrencinin vardığı sonucun hatalı olduğunu grup tartışmasıyla fark etmesi sağlanmıştır. Etkinlikten sonra Napolyon üçgeni teoremi verilerek ispatı araştırma ödevi olarak bırakılmıştır. Euler çizgisi etkinliği verildiğinde öğrenciler Cabri üzerinde üç noktayı bulup köşeleri hareket ettirseler de üçgenin çeşidinden bağımsız olarak doğrusallığın bozulmadığını gözlemlemişlerdir. Verilen bazı uzaklıklar ve uzaklıklar arasındaki oranı incelemelerinin ardından Euler çizgisi tanımı verilmiştir. Yükseklikler oranı etkinliğinde bazı öğrencilerin uzunlukları bulurken uzunluğunu bulacakları doğru parçasını belirlemediklerinden sonuca ulaşamadıkları belirlenmiştir. Elde ettikleri sonucu üçgenin köşelerini hareket ettirerek çeşitli üçgenler üzerinde deneyen ve doğru parçalarını belirleyen öğrencilerin istenen oranın bir olduğunu elde edebildikleri görülmüştür. Araştırmacı, öğrencilerin elde ettiği gerçeğin bir teorem olduğunu söyleyerek yükseklikler oranı teoremini vermiş, ispatını öğrencilerden araştırma ödevi olarak istemiştir. Ardından Giovanni Ceva etkinliği verilmiştir. Öğrencilerden üçgenin her bir köşesinden karşısındaki kenarı kesen ve bir noktada kesişecek üç doğru çizmeleri istenmiştir. Bu doğrular sayesinde kenarların kaç parçaya bölündüğü ve kaç doğru parçası elde ettikleri sorulmuştur. Her bir doğru parçasının uzunluğunu ölçmeleri ve çarpmaları istenmiştir. Ancak ondalık kısımda yuvarlamaya gittiklerinden teoremin ifade ettiği sonuca ulaşamadıkları belirlenmiştir. Bu durumda bazı öğrencilerin, kenarortay doğrusunu kullanarak aynı sonucu elde etmek için bir çözüm buldukları görülmüştür. Bazı öğrenciler “kesişiyorlar ama çarpımları aynı değil.” diyerek teoremin yanlış olduğunu ifade etmişlerdir. Yapılan hata belirlenmiş ve Giovanni Ceva teoremi ve Fermet noktası etkinliği verilmiştir. Öğrenciler yönergeleri kullanmış, Öklid’in temel çiziminden faydalanarak oluşturdukları eşkenar üçgenler üzerinde aldıkları doğruların tek bir noktada kesiştiği sonucunu elde etmişlerdir. Etkinlikten sonra keşfedilen Fermet noktasının tanımı ve dış teğet çemberler etkinliği verilmiştir. Dış açıyı işaretlemeden dış açıortay doğrusunu bulmaya çalışan öğrencilerin çizimde zorluk çektiği görülmüştür. İç ve dış açıortayların kesişim noktasını bulan öğrencilerden bazılarının orta dikmeyi yarıçap olarak alırken merkez ile orta dikmenin kenarı kestiği noktayı doğru parçası olarak belirlemeyi unuttuklarından çember çizmekte zorlandıkları gözlenmiştir. Hata belirlenerek düzeltilmiş ve keşfedilen kavramın tanımı verilmiştir. Öğrencilerden A, c ve V_a’sı bilinen ABC üçgenini çizmeleri istenmiştir. Öğrencilerin inşa etkinliklerine nasıl başlayacaklarına karar veremedikleri, başlayan öğrencilerin ise ilerleyemediği görülmüştür. Araştırmacı bütün üçgen çizimlerinde önce taslak oluşturulması gerektiğini, oluşturulan taslak üzerinde çalışılacağını belirterek verilenlerin renkli kalemle işaretlenmesini tavsiye etmiştir. Üçgenleri çizerken bir teoreme bağlamalarını, taslağa bakarak “Bu şekilde çizebiliriz.” veya “Çizemeyiz.” diyerek çizime başlamalarını, çizim sırasında inşa aşamalarında bir değişiklik yapılırsa taslağı da değiştirmenin anlama kolaylığı sağlayacağını belirtmiştir. Öğrenciler A, c ve V_a’sı verilmiş bir üçgende inşa için taslak oluşturmuşlardır. Taslak oluşturmakta zorlandıklarında çizilebilirlik kuralları denilen üçgende benzerlik teoremlerini bağdaştırmaları ve işlerine yarayacak bir bilginin olup olmadığını araştırmaları istenmiştir. Öğrenciler açılarla ilgili çok fazla şey bilmediklerini belirtmişlerdir. A'yı ve ona ait kenarortayı bildiklerinde, kenarortayın iki yanında, a'nın yarısı uzunluğunda iki parça olduğunu da bileceklerini taslak çizim aşamasında fark eden öğrenciler çizimi doğru bir şekilde tamamlayabilmişlerdir. Öğrencilerin ilk üçgen inşa örneğinde yönergeleri takip etmekte ve etkinliği anlamakta zorlandıkları görülmüştür. A açısının dik açı olduğu halde b ve V_a'sı bilinen, b ve V_a'si bilinen, b ve h'ı bilinen, n_a ve h'ı bilinen, a kenarı ve b+c uzunluğu bilinen ABC üçgenini çizmeleri istenmiştir. Son olarak A, h_a ve V_a'sı bilinen ABC üçgenini çizmeleri istenmiş, benzerlik teoremlerinin en azından kısaltılmış halini bilmeyen öğrencilerin inşa etkinliklerini tamamlayamadıkları gözlenmiştir.

Araştırmacı on iki ve on üçüncü derslere dörtgen çizimleriyle ilgili bir Cabri etkinliği ile başlamıştır. Öğrencilerin bilinen köşegen ya da kenarı verilen kare, eşkenar dörtgen, dikdörtgen, paralelkenar, yamuk, deltoid çizimi yapabilmesi, çizimlerde kullanılacak araç listesi, geometrik özellikler ve çizime uygun tam ve yeterli tanımı belirleyebilmeleri amacıyla öğrencilere yönergeler verilmiş ve keşfettikleri tanımlar üzerinde sınıf tartışmaları yapılmıştır. Öğrencilerin oluşturdukları dörtgenleri hareket ettirerek daima korunduğunu gördükleri özellikler belirlemeleri ve vardıkları yargıları kısaca özetlemeleri istenmiştir. DGYCG üzerinde yapılan ilk etkinlikte bir kenarı verilen paralelkenar çizimlerinde sadece dikmeler, açı ya da kenar özelliklerine dayalı oluşum yapan öğrencilerin paralelkenarın diğer özelliklerini göz ardı ettikleri görülmüştür. Öğrencilerin yaptıkları oluşumlarda şeklin belli bir özelliğini temel aldıkları, diğer özelliklerini görmezden geldikleri gözlenmiştir. Yapılan iki uygulama sonrasında farklı geometrik araçlardan faydalanmaya başladıkları görülmüştür. Bir kenarı verilen paralelkenar çizimi sırasında paralellik oluşturmakta zorlanan öğrencilerin nokta ve doğruyu yanlış seçtiği belirlenmiştir. Öğrenciler paralelkenarı kenarları ve açıları değişecek şekilde hareket ettirerek karşılıklı kenar ve açılarının birbirine eşit olduğu, ardışık açılarının birbirinin bütünleri olduğu yargısına varmış ve gözlemledikleri ilişkinin her durumda korunduğunu ifade etmişlerdir. Bir sonraki aşamada köşegenlerin uzunluklarını gözlemleyeceklerini düşünerek uzunluk aracını seçen ve ölçüm yapmak isteyen öğrencilerin köşegenlerin kesişim noktasının oluşturduğu doğru parçalarını önceden belirlemediklerinden uzunlukları bulmakta güçlük çektiği belirlenmiştir. Öğrenciler yönergeler doğrultusunda köşegenlerin uzunluklarını inceleyerek aralarındaki ilişkileri gözlemlemişlerdir. Paralelkenarın karşılıklı kenarlarını nasıl hareket ettirirlerse ettirsinler, köşegenlerin birbirini ortaladığı yargısına varabilmişlerdir. Araştırmacı öğrencilerden çizim sırasında kullandıkları Cabri araçlarını sıralamalarını istemiştir. Öğrenciler çizimin aşamalarını tekrar inceleyerek, doğru parçası, paralel doğru, nokta araçlarını kullandıkları sırayı belirlemişlerdir. Öğrencilerden, kullandıkları geometrik özellikler çerçevesinde paralelkenarın tanımını yapmaları istenmiştir. Alternatif tanımlar sınıf tartışması yapılarak araştırılmıştır. Bir köşegeni verilen, bir kenarı verilen ve iki köşegeni verilen paralelkenarın çizilip çizilmeyeceği ve kaç tane çizilebileceği üzerinde sınıf tartışması yapılmıştır. İki köşegeni ve köşegenler arasındaki açının verildiği paralelkenarın çizilip çizilemeyeceği tartışılmıştır. Cabri'de doğru parçası, orta nokta, bir doğru, bir nokta, noktanın noktaya göre simetrisi, doğru parçası, doğru parçası, doğru parçası, doğru parçası araç listesini kullanarak bir köşegeni verilen paralelkenarın çizilip çizilemeyeceği tartışılmıştır. Araç listesinden elde edilen geometrik özellikleri ve çizime uygun tanımı belirlemeleri istenmiştir. Öğrenciler orta noktanın köşegenlerden birini ortaladığı özelliğini, noktanın noktaya göre simetrisinin ise ikinci köşegenin de ortaladığı özelliğini verdiği sonucuna varmışlardır. Bir ve iki köşegeni verilen paralelkenar çizimi için gerekli özellikleri belirlemeye çalışmışlardır. Öğrencilerin Cabri'de orta nokta aracını kullanamadıkları durumda aynı işlemi başka nasıl gerçekleştirebilecekleri sorunu üzerinde grup tartışması yapılmıştır. Öğrencilere iki köşegeni verilen paralelkenar çiziminde paralelliği nasıl elde ettikleri sorulduğunda çizimden önce cevap veremedikleri, çizim sonrasında ise cevabı matematiksel olarak açıklayabildikleri görülmüştür. Bir kenarı verilen dikdörtgen çiziminde öğrencilerin kare ve dikdörtgenin birer yamuk olup olamayacağı ile ilgili keşif sorusuna cevap veremedikleri görülmüştür. Öğrencilere bir köşegeni verilmiş olan dikdörtgen çiziminin mümkün olup olmadığı sorulmuş ve eğer mümkünse sonsuz çoklukta mı olacağı üzerinde tartışarak Cabri'de ispatlamaları istenmiştir. Cabri'de verilen bazı araç listeleri ile köşegeni verilen dikdörtgeni çizmeyi denemeleri, elde edilen geometrik özellikleri ve çizime uygun tanımı bulmak için gruplar haline tartışmaları sağlanmıştır. Kenarı verilen kare çiziminde şekli hareket ettirdikten sonra da kare olarak kalıp kalmadığını kontrol etmeleri ve nesneyi hareket ettirmelerine rağmen geçerliliğini koruyan özelliklerini belirlemeleri istenmiştir. İki kenarı verilen kaç dikdörtgen çizilebileceğini irdeleyen bir etkinlik verilmiştir. Bazı öğrencilerin doğru parçası taşıma yöntemi kullanarak kenarlardan birini taşımalarının ardından diğer kenarı diklik kullanmadan ve çizimde dik görünmesini sağlayacak şekilde kenarın uç noktalarına taşıdıkları görülmüştür. Öğrencilerden kenarlar arasındaki açıyı ölçmeleri istendiğinde oluşan açının dik açıdan farklı olduğunu ve dikdörtgene benzeyen şeklin aslında dikdörtgenin özelliklerini taşımadığını şekli hareket ettirerek gözlemledikleri görülmüştür. Çember çizimi ve aynı dik doğruya paralel doğru çiziminde zorluk yaşayan öğrencilerin çizim aşamalarını tamamlayamadığı belirlenmiştir. Bir kenarı verilen eşkenar dörtgen çizimi yapıldıktan sonra öğrencilerden paralellik kullanarak yeni bir oluşum gerçekleştirmeleri istenmiştir. Öğrencilerin bir köşegeni verilen eşkenar dörtgen çiziminin mümkün olup olmadığını düşünerek bir yargıya varmaları ve yargılarının doğruluğunu tartışmaları istenmiştir. Öğrencilere farklı araç listeleri verilmiştir. Cabri'de verilen araç listeleri ile eşkenar dörtgen çizimi yapmayı denemeleri, araç listesinden elde edilen geometrik özellikleri belirlemeleri ve çizime uygun tanımı çıkarmaları hedeflenmiştir. Öğrencilerin diklik kullanarak her iki köşegenin birbirini ortaladığı yargısına varabildikleri görülmüştür. Öğrencilerden eş uzunlukları, doğru parçalarını, eş açıları işaretlemeleri, nesneyi hareket ettirdiklerinde geçerliliğini koruyan özellikleri belirlemeleri, kullanılan Cabri araçlarını ve geometrik özellikleri sıralamaları ve tam geçerli tanımları yapmaları istenmiştir. Ardından bir açısı dik olan eşkenar dörtgen çizimi yapmaları ve elde ettikleri şeklin özelliklerini belirlemeleri istenmiştir. Öğrencilerin yaptıkları çizimin bir kareye dönüştüğünü keşfettikleri görülmüştür. Bir kenarı verilen kaç kare çizebilecekleri ve kaç değişik şekilde çizebileceklerini tartışmaları istenmiştir. Öğrencilerden çizimleri Cabri'de, pergel çember araçlarını kullanarak ve kullanmadan yapmaları istenmiştir. Öğrencilerin birinci yöntemi kolay bularak kullanma eğiliminde oldukları Cabri'de dik doğru, orta nokta, paralel doğru araçlarını kullandıklarında çok daha hızlı ve kesin sonuçlar elde ettikleri, tanıma gidebildikleri ancak kendilerinden Cabri'de kâğıt kalem ortamında gibi davranmaları istendiğinde, çemberler ve kesişim noktaları arasında kayboldukları, başlangıç fikirlerini unutup karıştırdıkları görülmüştür. Bu yüzden öğrencilerden önce Cabri'nin kolaylıklarından faydalanarak hızlıca çizimlerini yapmaları ve daha sonra kâğıt kalem ortamında pergel çember kullanır gibi çizim yapmaları istenmiştir. Öğrencilerden bazılarının geometrik bir temele dayandırmadan teğet olduğunu varsaydıkları doğrular çizdikleri görülmüştür. Teğet çizmenin tek yolunun yarıçapa dik çizmek olduğu söylenerek farazi bir teğet çiziminin matematiksel bir anlamı olmayacağı konusunda uyarılmışlardır. Öğrencilerden bazılarının geçmiş geometri öğrenimlerinde olduğu gibi "Bütün kenarları eşit ve bütün açıları dik olan dörtgen karedir." tanımını yapmak istedikleri ve neden başka tanımlar arayışında olduğumuzu sorduğu belirlenmiştir. Tanımda fazladan özellik kullanmanın tanımın tanımına aykırı olduğu, ek özellikler koyulacak olursa karenin alanını, iç açılar toplamını, köşegenleri, üst üste gelince küp elde edebileceğini de ekleyip sayfalarca tanım çıkarabileceği, ortaokul ve lise yıllarında öğrenciye bir açının dik olmasının diğer açıları da dik hale getireceğini anlatmak mümkün olmadığından dört açının da dik olduğu söylenildiği belirtilerek soru işaretleri giderilmiştir. Öğrencilerden çizimlerle meşgul olduktan sonra kullandıkları Cabri araçlarını söylemeleri istendiğinde dik kenarlar ve eş kenarlar kullandıklarını ve yaptıkları ilk çizim için bir dik açı ve dört tane yarıçapı eşit uzunlukta çember kullandıklarını ifade etmişlerdir. Yaptıkları çizimi tanım olarak ifade ederken çemberleri de tanıma ekledikleri belirlenmiştir. Öğrenciler çemberlerin eş kenarları belirlemek için kullanıldığı ve tanımda geometrik özellik olarak bu şekilde kullanılmaları gerektiği konusunda bilgilendirilmişlerdir. Öğrenciler bilgilendirmenin ardından kareyi bir tane dik açısı bulunan ve dört kenarı eş olan kapalı geometrik şekil olarak tanımlamışlardır. Bir kenarı bilinen kare çizimine dair verilen ikinci uygulamada taşınılan AB doğru parçası üzerinde A noktasından geçen dik doğruyu çizmede güçlük çektikleri ve çizimi tamamlayamadıkları görülmüştür. Araştırmacının rehberliğinde sınıf tartışması ile çizim yapılmıştır. Bütün kare çizimlerinde bu şekilde başlanılacağı söylenerek sebebini tartışmaları istenmiştir. Öğrenciler başlangıcın aynı olmasının kare çizebilmek için bir dik açıya mecbur olmamızdan kaynaklandığı sonucuna varmışlardır. Öğrencilerden kenarların eşliğini ve bir dik açıyı belirtmediğimizde oluşacak geometrik şekilleri ve eş kenarları nasıl elde edebileceğimizi düşünmeleri istenmiştir. Öğrencilerin tanımı oluştururken kaç adet kenar eşliği kullandıklarını belirtme ve hangi dik açıları kullandıklarını ifade etme konusunda kafa karışıklığı yaşadıkları görülmüştür. Tanımda iki komşu açının dik olacağı sınıf tartışması ile belirlenmiştir. Öğrencilere çeşitli araç listeleri verilerek kare çizmeyi denemeleri, elde edilen geometrik özellikleri ve çizime uygun tanımı belirlemeleri istenmiştir. Öğrenciler bir kenarı verilen kare çizimi yaparak nesneyi hareket ettirdiklerinde geçerliliğini koruyan özellikleri belirlemişlerdir. Çizim sırasında kullandıkları Cabri araçlarını sıralamaları istenmiş ve bu araçların hangi geometrik özellikleri vereceği sorulmuştur. Diklik oluşturduğu halde sadece doğru parçasını geometrik özellik olarak belirleyen öğrenciler, arkasından diklik kullanmadıkça dik açı özelliğini elde edemeyecekleri konusunda uyarılmıştır. Öğrencilerden bir köşegeni verilen kaç kare çizebileceklerini gruplar halinde tartışmaları, eş uzunlukları, açılar ve doğru parçalarını işaretlemeleri, hareket ettirilse de geçerliliğini koruyan özellikleri, kullanılan Cabri araçlarını ve geometrik özellikleri belirlemeleri, geçerli tanımı yapmaları istenmiştir. Öğrencilerin kare çizimlerinde eş çemberlerin kesişimine dayalı stratejiler geliştirdikleri, ikizkenar üçgenler oluşturarak kare elde etmeye çalıştıkları belirlenmiştir. Kare çiziminden sonra öğrenciler çapı gören çevre açının dik açı olduğunu karenin özelliklerini kullanarak ispatlayabilmişlerdir. Öğrencilerden bir köşegeni ve iki köşegeni verilmiş yamuğun çizilip çizilemeyeceğini ve eğer mümkünse kaç tane çizilebileceğini tartışmaları istenmiştir. Öğrencilerin tek köşegeni verilen yamuk ile ilgili doğru yargıda bulunduğu ancak iki köşegeni verilen yamuğun kaç tane çizilebileceğine karar veremedikleri belirlenmiştir. Araştırmacı öğrencilerden iki köşegeni eşit uzunlukta bir yamuk çizimi yapmayı denemelerini istemiştir. Öğrenciler yaptıkları Cabri denemeleri sonucunda köşegenler eşit olduğunda sonsuz, farklı uzunlukta olursa bir tane yamuk çizebileceklerini yargısına varmışlardır. Araştırmacı dörtgen genele doğru gittikçe aramamız gereken özellik sayısının azaldığını, özellik kaybettiğimizi ve bir taneliği de kaybettiğimizi, özel dörtgenlerde, kare ve eşkenar dörtgende bir tane şekil çizilebilirken paralelkenara geçildiğinde bir taneliğin kaybedildiğini ifade etmiştir. Bir tanelik dik açıdan ve özellik çokluğundan geldiğinden paralel kenarlar ve iki köşegenden bir tane yamuk çıkmayacağını belirtmiştir. Yamuk çiziminden sonra öğrencilere dörtgenlerle ilgili değerlendirme amaçlı sorular yöneltilmiştir. Araştırmacı, dörtgenlerin sınıflandırılmasıyla ilgili bir sınıf tartışması başlatmıştır. "Her kare bir dikdörtgen, her kare bir paralelkenar, her kare bir yamuk mudur, kare bir eşkenar dörtgen midir, kareden bir dik açıyı çıkarırsak hangi dörtgeni elde ederiz, paralelkenara hangi özelliği eklersek eşkenar dörtgen elde ederiz, eşkenar dörtgende bir paralelkenar mıdır, eşkenar dörtgen özel bir dikdörtgen midir?" sorularına cevap aramaları sağlanmıştır. Öğrenilenler ışığında en özel dörtgeni belirlemeleri ve ondan bir özellik çıkararak başka bir dörtgen elde etmek için tartışmaları istenilmiştir. Öğrencilerin konu anlatımı öncesi "Kare bir paralelkenar mıdır, bir yamuk mudur?" sorusuyla muhatap olduklarında kararsız kaldıkları ve soruya olumsuz cevap verdikleri, "Karenin özel bir dikdörtgen midir?" sorusuna düşünmeden "hayır" dedikleri, dörtgenlerle ilgili şemaları zihinlerinde yanlış oluşturdukları gözlemlenmiştir. Kavramların tartışılması ve çizimlerin ardından öğrencilerin dörtgenlerin sınıflandırılmasıyla ilgili zihinlerinde daha doğru şemalar oluşturdukları belirlenmiştir.

4.2. Yazılı Görüşme Formuna İlişkin Bulgular

DGYCG ile zenginleştirilmiş Geometri-1 dersi alan öğrencilerin, yazılı görüşme formunun 1.sorusu olan "Daha önceki yıllarda geometri dersi gördünüz mü?" sorusuna verdikleri cevaplardan elde edilen veriler ve bu verilerin kategoriler ve alt kategoriler altında kodlama yapılarak çıkarılan frekans ve yüzdeleri Tablo 6'da gösterilmiştir.

Tablo 6.

YGF 1. sorusuna ait kategori, alt kategori ve kodlamanın frekans dağılımı

Kategoriler	**Alt Kategoriler**	**Örnek cümle**	**Kodlar**	**Frekans**	**Yüzdeler**
				f	**%**
Olumlu	**Geometri**	"lise hayatım boyunca gördüm."	Evet	46	100

Görüşler, alınan cevaplara dayanarak Tablo 6'da görüldüğü gibi geometri başlığı altında bir alt kategoride incelenmiştir. Öğrencilerin önceki yıllarda geometri öğrenimi görmelerine yönelik görüşleri "olumlu" kategorisinde incelendiğinde 46 (%100) öğrencinin soruya olumlu cevap verdiği ve ortaöğretim hayatında Geometri dersi aldığı belirlenmiştir. Öğrencilerin aşağıdaki örnek cümleyi söylediği görülmüştür:

"Evet, geometri dersi aldık. Lisede de gördüm. Daha çok dershanede öğrendim."

Öğretmen adaylarının "Geometri-1 dersi işlediğimiz süreçten önce Geometri dersine karşı tutumunuz ve bakış açınız nasıldı? Geometriyi sever miydiniz?" sorusuna verdikleri cevaplardan elde edilen veriler ve bu verilerin kategoriler ve alt kategoriler altında kodlama yapılarak çıkarılan frekans ve yüzdeleri Tablo 7'de gösterilmiştir.

Tablo 7

YGF 2. Sorusuna ait kategori, alt kategori ve kodlamanın frekans dağılımı

Kategoriler	Alt kategoriler	Örnek cümle	Kodlar	Frekans-Yüzdeler	
				f	%
Olumlu tutum	**Eğlence**	"çok severim. Bana bulmaca gibi geliyor."	Keyif, eğlence, bulmaca	5	11
	İlgi	"zor bulurdum, düşük notlar alırdım ama severdim."	Severdim, olumlu	17	38
	Görsellik	"….şekilli olan şeyleri çizip çözmeyi seviyorum."	Şekil, çizim	1	2
Olumsuz tutum	**Soyutluk**	"..sayıları harfleri daha çok seviyorum. Geometri ..soyut.."	Sayıları, soyut	1	2
	İlgi	"..alıştırmaları çözüyordum ama geometriyi sevmiyorum."	Sevmezdim, sevmem, sevmiyorum	7	16
Nötr	**Olumlu/ olumsuz değil**	"geometriye karşı nötrdüm. Ders geçebilmek için çalışırdım."	Nötrüm, ama olumsuz yaklaşmam, nefret etmem	3	7
	Konu	"geometri dersinde açılar konusunu seviyorum. Çizimi sevmezdim."	Kısmen,….dışında severim, konularına göre, .. severim..fakat..sevmem	9	20
	Başarı	"..görebilince ve çözebilince çok severdim ve büyük zevk alırdım."	Çözebildiğim kadar, çözebilince	2	4

Görüşler, alınan cevaplara dayanarak olumlu tutum, olumsuz tutum ve nötr başlıkları altında üç alt kategoride incelenmiştir. Öğrencilerin DGYCG kullanılarak gerçekleştirilen geometri öğretim sürecinden önce geometri dersine karşı tutum ve bakış açıları "olumlu tutum" kategorisinde incelendiğinde %51 öğrencinin eğlence, ilgi, görsellik alt kategorilerinde görüş bildirdiği görülmektedir. Öğrenciler, "eğlence" alt kategorisinde %11 oranında geometrinin onlara eğlenceli geldiğini, geometri sorularını bulmaca gibi gördüklerini, çalışmaktan keyif aldıklarını, "ilgi" alt kategorisinde %38 oranında geometriyi sevdiklerini, ilgi duyduklarını, geometriye karşı olumlu hisler beslediklerini ve derslere istekle katıldıklarını, "görsellik" alt kategorisinde %2 oranında görsel olarak şekilli olan şeyleri çizip çözmeyi sevdiklerini ifade etmiştir. Öğrencilerden birinin dersi zor bulmasına ve düşük notlar almasına rağmen geometriyi sevdiğini belirttiği göze çarpmaktadır. Görüşler, "olumsuz tutum" kategorisinde incelendiğinde %18 öğrencinin soyutluk ve ilgi alt kategorilerinde görüş bildirdiği görülmektedir. Öğrencilerin, "soyutluk" alt kategorisinde %2 oranında geometriyi matematiğin uç noktası olarak gördüğünü, geometrinin soyut olduğunu ve matematiği, sayıları, harfleri daha çok sevdiğini, “ilgi” alt kategorisinde %16 oranında zorunda oldukları için geometri dersi çalıştıklarını, soru çözdükleri ama geometriyi sevmediklerini ifade ettikleri gözlenmektedir. Görüşler, “nötr” kategorisinde incelendiğinde %31 öğrencinin olumlu/olumsuz değil, konu ve başarı alt kategorilerinde görüş bildirdiği görülmektedir. Öğrenciler, “olumlu/olumsuz değil” alt kategorisinde %7 oranında geometriyi biraz sevip biraz sevmediklerini, sevmediklerini ama nefret etmediklerini, sevmediklerini ama olumsuz da yaklaşmadıklarını, “konu” alt kategorisinde %20 oranında geometriyi genel olarak sevseler de sevmedikleri konular olduğunu, geometriyi kısmen ve belirli konular haricinde sevdiklerini, “başarı” alt kategorisinde %4 oranında geometriyi yapabildikleri, çözebildikleri, başardıklarında sevdiklerini belirttikleri göze çarpmaktadır. Öğrencilerin aşağıdaki cümleleri ifade ettiği belirlenmiştir:

“Geometriyi severim. Bulmaca gibi gelir. Sadece uzun formüller beni sıkar.”

“Geometriyi matematiğin uç noktası olarak görüyorum. Geometri daha soyut.”

“Geometri dersine karşı bakış açım çok iyi değildi. Yani biraz seviyor biraz sevmiyorum.”

“Konularına göre değişirdi sevip sevmeme durumum. Örneğin, üçgende açı konusunu severim.”

“Geometriyi görebilince ve çözebilince çok severdim ve büyük zevk alırdım.”

Öğretmen adaylarının “Cevabınız evet ise geometriyi sevme nedeniniz ne idi?” sorusuna verdikleri cevaplardan elde edilen veriler ve bu verilerin kategoriler ve alt kategoriler altında kodlama yapılarak çıkarılan frekans ve yüzdeleri Tablo 8’de gösterilmiştir.

Tablo 8

YGF 3. Sorusuna ait kategori, alt kategori ve kodlamanın frekans dağılımı

Kategoriler	Alt Kategoriler	Örnek Cümle	Kodlar	Frekans-Yüzdeler	
				f	%
İlgi	Zevk	“..bana zevkli geliyor.”	Eğlenceli, zevkli	6	17
	Oyun	“.bulmaca gibi olduğu için çözdükçe zevk alıyordum.”	Bulmaca, oyun	6	17
İçerik	İspat	“..bu dersi sevmemin sebebi her konunun bir ispatının olması”	İspatının olması, ispata dayanması	2	6
	Konu	“...matematiksel ifadeleri bulunan konularını severdim.”	Analitik, konu	3	9
Motivasyon	Başarı	“..çözebildiğimde gaza gelir çözmeye devam ederim”.	yapabildiğim zaman, iyi not almam, çözünce	5	15
Öğretici rolü	Öğretmen	“bence geometriyi sevmemin sebebi lisedeki hocam…”	Hoca, öğretmen	3	9

Şekil/çizim	**Görsellik**	“şekillerle uğraşmayı, zihnimde döndürmeyi seviyorum.”	Şekil, çizim	4	12
	Uygulama	“şekiller gündelik hayatta her zaman karşıma çıktıkları için seviyordum.”	şekil….hayat	2	6
Farkındalık	**Bakış açısı**	“insanlara farklı bakış açısı kattığı için geometriyi severim..”	Bakış açısı, değişik düşünmeyi, ufkumu genişletiyordu	3	9

Görüşler, alınan cevaplara dayanarak ilgi, içerik, motivasyon, öğretici rolü, şekil/çizim, farkındalık başlıkları altında altı kategoride incelenmiştir. “İlgi” kategorisinde görüş bildiren %34 öğrencinin “zevk” alt kategorisinde incelendiğinde %17 oranında geometriyi eğlenceli ve gizemli bulmalarının, geometriyle uğraşmanın onlara zevk ve keyif vermesinin, “oyun” alt kategorisinde incelendiğinde %17 oranında geometrinin bulmaca çözmek gibi olmasının, soruları çözdükçe zevk almalarının, bakış açısına göre farklı çözüm yolları bulunmasının, bir dersten ziyade severek çözülen bir zeka oyununa benzemesinin geometriyi sevme nedenleri arasında olduğunu ifade ettikleri gözlenmektedir. “İçerik” kategorisinde görüş bildiren %15 öğrencinin “ispat” alt kategorisinde %6 oranında geometrinin sonsuz kavramı ile kendini ifade etmesinin, ispata dayanmasının, her konunun bir ispatının olmasının ve ispatlanmamış kabullerin sayısının çok az olmasının, “konu” alt kategorisinde %9 oranında analitik geometri ve geometrinin matematiksel ifadeler olan kısımlarının geometriyi sevme nedenleri arasında olduğunu belirttikleri görülmektedir. “Motivasyon” kategorisinde %15 öğrenci bir dersi yapabildikleri zaman sevdiklerini, soru çözerek sınavlardan yüksek not aldıklarında zevkli bulduklarını, motive olduklarını ve geometriyi sevme nedenlerinin başarabilmeleri olduğunu ifade etmiştir. Görüşler, “öğretici rolü” kategorisinde incelendiğinde %9 öğrenci ders hocalarına göre dersi sevebildiğini, geometri öğretmenlerinin derse olan ilgilerini artırdığını ve bu yüzden geometriyi sevdiğini belirtmiştir. Bu yönde görüş bildiren öğrencilerden birinin geometri öğretmeninin sade bakmayı ve düşünmeyi öğreterek sorulara çözebilmek için yön gösterdiğini, bu sayede soruları çözebildiğini ve geometriyi sevme nedeninin geçmiş yıllardaki geometri öğretmeninin olduğunu ifade ettiği görülmektedir. Görüşler, “şekil/çizim” kategorisinde incelendiğinde %18 öğrenciden %12’sinin “görsellik” alt kategorisinde geometrinin işlem gerektirmiyor olmasını, şekillerle uğraşmayı, şekilleri zihinlerinde farklı şekillere döndürmeyi, şekilleri hareket ettirerek ve çizimler yaparak sonuca ulaşmayı, sorularda şekillere bakarak çözüm yollarını görmeyi, %6’sının “uygulama” alt kategorisinde geometride kullanılan şekillerin gündelik hayatta karşımıza çıkmaları ve bu şekillerin göze hitap ediyor olmasını, geometriyi hayatın her yerinde görebiliyor olmalarını ve karmaşık şekilleri kafada canlandırmanın çok eğlenceli olmasını geometriyi sevme nedenleri olarak ifade ettikleri gözlenmektedir. Görüşler, “farkındalık” kategorisinde incelendiğinde %9 öğrencinin bakış açısı başlığı altında geometriyi sevme nedenlerinin geometrinin değişik açılardan düşünmeyi ve kafa yormayı gerektiren bir ders olması, insanlara farklı bakış açısı katması, soruları çözmek için çeşitli yönlerden düşünmenin insanın ufkunu genişletmesi olduğunu belirttikleri görülmektedir. Öğrencilerden bazılarının aşağıdaki cümleleri söylediği belirlenmiştir:

“Eğlenceli, zevk için çözülecek ders bir akıl oyunu gibiydi.”

“Şekillerin üzerinde bulunan açılar, kenar ölçülerin bulunması bulmaca gibi olduğu için.”

“Sebebi soru çözmeye başlayarak yazılılardan iyi not almamdı. Sonra zevkli geldi.”

“Bu zamana kadar geometri öğretmenlerim derse olan ilgimi artırdığı için bu dersi seviyorum.”

“İşlem gerektirmediği için çevirip, çizip bulunduğu için.”

“Geometri değişik açıdan düşünmeyi ve kafa yormayı gerektiren bir ders olduğu için severdim.”

Öğretmen adaylarının “Cevabınız hayır ise geometriyi sevmeme nedeniniz ne idi?” sorusuna verdikleri cevaplardan elde edilen veriler ve bu verilerin kategoriler ve alt kategoriler altında kodlama yapılarak çıkarılan frekans ve yüzdeleri Tablo 9’da gösterilmiştir.

Tablo 9

YGF 4. Sorusuna ait kategori, alt kategori ve kodlamanın frekans dağılımı

Kategoriler	Alt Kategoriler	Örnek Cümle	Kodlar	Frekans-Yüzdeler	
				f	%
Güçlük	Başarısızlık	“yapamadığım zaman sevmem”	Çözemediğimde, yapamadığımda,	6	35
	Zihinde canlandıramama	“çizemiyorum şekilleri kafamda hayal edemiyorum, canlandıramıyorum.”	Göremiyorum, düşünemiyorum hayal edemiyorum, canlandıramıyorum	6	35
İlgi	Ezber	“...bizi ezbere ittiler. Bu yüzden.”	Formül, ezber	1	6
	Şekiller	“şekillerle çalışmak benim için zevkli değildi....”	Şekiller, sayılar	1	6
Öğretici	Öğretmen	“sevmeme nedenim hocamızın bu konudaki yetersizliği …”	Hoca, öğretmen	2	12
Bilgi eksikliği	Temel kavramlar	“temelim zayıftı, anlayamıyordum.”	Temel	1	6

Görüşler, alınan cevaplara dayanarak güçlük, ilgi, öğretici, bilgi eksikliği başlıkları altında dört kategoride incelenmiştir. Öğrencilerin DGYCG kullanılarak gerçekleştirilen geometri öğretim sürecinden önce geometriye karşı tutumları olumsuz ise olumsuz tutumlarının nedenlerine yönelik görüşleri “güçlük” kategorisinde incelendiğinde %70 öğrenciden,%35’inin “zihinde canlandıramama”, %35’inin “başarısızlık” alt kategorisinde dersin zor olmasını, derste başarısız olmalarını, soruya bakarken üzerinde kuralları ya da yapılması gerekenleri görememelerini, üç boyutlu düşünememelerini, hayal edememelerini, zihinlerinde canlandıramamalarını geometriyi sevmeme nedenleri olarak ifade ettikleri gözlenmektedir. Görüşler, “ilgi” kategorisinde incelendiğinde %12 öğrenciden %6’sının “ezber” alt kategorisinde geometrinin temellerini ve ortaya çıktığını göstermek yerine ezber yapmak zorunda bırakılmasını, %6’sının “şekiller” alt kategorisinde şekillerle çalışmayı zevkli bulmamasını, sayılarla uğraşmayı sevmemesini ve bu yüzden matematik çalışmayı tercih etmesini geometriyi sevmeme nedenleri olarak ifade ettiği gözlenmektedir. Görüşler, “öğretici” kategorisinde incelendiğinde %12 öğrencinin geometriyi sevmeme nedenlerinin geometri öğretmeninin alanında yetersizliği ve geometri öğretmenlerini sevmemeleri olduğunu belirttikleri görülmektedir. Görüşler, “bilgi eksikliği” kategorisinde incelendiğinde %6 öğrencinin temel kavramlar başlığı altında temeli zayıf olduğu için dersi anlayamamasını, geometri yüzünden sayısal alanını bırakmayı düşünmesini geometriyi sevmeme nedeni olarak belirttiği görülmektedir.

“Sevmememin nedeni çok zor olması uğraştırıyor bazen verilen emeğin karşılığını alıyorsun ama bazen alamıyorsun.”

“Zor bir ders.. Çünkü üç boyutlu düşünemiyorum.”

“Şekillerle çalışmak benim için zevkli değildi. Sayılarla uğraşmayı daha çok severdim.”

“Sevmeme nedenim hocamızın bu konudaki yetersizliği ve benim görememe problemimdi.”

“Temelim zayıftı, anlayamıyordum. O yüzden sevmiyordum hatta geometri yüzünden sayısalı bırakmayı bile düşünüyordum.”

Öğretmen adaylarının “Geçmiş yıllarda gördüğünüz geometri dersi öğrenimi ile bu sene görmüş olduğunuz Geometri-1 dersi arasında bir fark var mıdır?” sorusuna verdikleri cevaplardan elde edilen veriler ve bu verilerin kategoriler ve alt kategoriler altında kodlama yapılarak çıkarılan frekans ve yüzdeleri Tablo 10’da gösterilmiştir.

Tablo 10

YGF 5a. Sorusuna ait kategori, alt kategori ve kodlamanın frekans dağılımı

Kategoriler	**Alt kategoriler**	**Örnek cümle**	**Kodlar**	**Frekans- Yüzdeler**	
				f	**%**
Olumlu	**Fark var**	“Kesinlikle fark var.”	Evet	46	100

Öğrencilerin geçmiş yıllarda gördüğü geometri dersi öğrenimi ile bu sene görmüş oldukları Geometri-1 dersi arasında fark olup olmadığına yönelik görüşleri "olumlu" kategorisinde incelendiğinde 46 (%100) öğrencinin "fark var" başlığı altında görüş bildirdiği görülmektedir. Yazılı görüşmeye katılan tüm öğretmen adaylarının soruya olumlu cevap verdikleri görülmektedir.

Öğretmen adaylarının "Bir önceki soruya cevabınız evet ise gördüğünüz farkları tanımlayarak detaylı bir şekilde anlatınız?" sorusuna verdikleri cevaplardan elde edilen veriler ve bu verilerin kategoriler ve alt kategoriler altında kodlama yapılarak çıkarılan frekans ve yüzdeleri Tablo 11'de gösterilmiştir.

Tablo 11

YGF 5b. Sorusuna ait kategori, alt kategori ve kodlamanın frekans dağılımı

Kategoriler	Alt kategoriler	Örnek cümle	Kodlar	Frekans-Yüzdeler f	%
Teknoloji kullanımı	Araç gereç	"…ders bilgisayar üzerinden işleniyor....."	Bilgisayar, Cabri, araç gereç, görsel materyal	11	70
	İlgi	"....oldukça farklı ve keyifli."	Eğlenceli, zevkli, ilgi, etkilendim, keyifli	11	24
	Öğrenme	".....kendimizde oluşturmaya çalışarak çok iyi öğrendik."	İyi öğrendik, anlamak zordu, anlamış olduk	4	9
İçerik	Geçmiş	"..öncelerde teoremleri formül gibi ezberleyip soru çözüp uygulardım",	Formül, kabul, ezber, yüzeysel, düz bilgi, sonuç	34	74
	Geometri 1	"..fakat bu derste geometrinin temeline inerek en baştan her şeyi öğrendik.", "geometriyi teorik olarak biliyordum. Şimdi geometrinin dilini öğrendim…",	Nereden geldiği, ne olduğu, ispata dayalı, mantığı, geometrinin; temeli, dili, kaynağı, nasıl var olduğunu	25	54
Yöntem	Geçmiş	"önceden gördüğümüz geometri sadece çözüm ve doğru cevap gerektiriyordu."	Soru çözüm, cevap, sonuç, basit, test, sınav odaklı	43	93
	Geometri 1	"geçen yıl geometri dersinde kabullendiğimiz şeyleri bu yıl ispatlıyoruz. Bu yıl işin mantığını alıyoruz."	Yaratma, detaylı, ispat, sorgulama,neden,çizim, mantığı,açıklamalı, düşündürücü,oluşturarak	38	83
Verimlilik	Öğrenme	"…. geometri dersinin daha görsel ve daha faydalı olabileceğini anladık.",	Daha iyi öğrenme, verimli, faydalı	6	13
	Kalıcılık	"…bu sene ispat var ama böyle daha verimli, Unutmuyoruz."	Unutmak, akılda kalıcı	3	7
Farkındalık	Sorgulama	"….şimdi biri bir şey derse bile sorgular hale geldim…."	Sorgular hale gelmek, faydalı olabileceğini anladık, matematik yapmayı öğrendim	4	9

Görüşler alınan cevaplara dayanarak teknoloji kullanımı, içerik, yöntem, verimlilik ve farkındalık başlıkları altında beş kategoride incelenmiştir. Öğrencilerin geçmiş yıllarda gördüğü geometri dersi öğrenimi ile bu sene görmüş oldukları Geometri-1 dersi öğrenimi arasındaki farklara yönelik görüşleri "teknoloji kullanımı" kategorisinde incelendiğinde %16 öğrencinin teknoloji kullanımı kategorisi altında %7 oranında "araç-gereç" alt kategorisinde dersin işlenişi ve kullanılan materyaller açısından gözle görülür oranda farklar olduğunu, Geometri-1 dersinin bilgisayar üzerinden işlendiğini, ders kapsamında ispatların bilgisayar destekli yapıldığını, bilgisayar üzerinde uygulamalar yapılarak oluşturmacı bir yaklaşımla öğrendiklerini, Cabri programının kullanıldığını, Cabri programı ile çeşitli geometrik şekillerin çizimlerinin yapıldığını, "ilgi" alt kategorisinde %24 oranında bilgisayar ortamında ve çizimle öğrenmenin geçmişte gördükleri geometri derslerinden oldukça farklı, keyifli ve etkileyici olduğunu, çizimleri Cabri programı kullanarak yapmalarının ilgi çekici ve zevkli olduğunu, Cabri etkinliklerinden ve ispatları Cabri programı kullanarak yapmaktan zevk aldıklarını, "öğrenme" alt kategorisinde %9 oranında Cabri üzerinde çizim ve etkinlik yaparken teoremlerin ispatlarını daha iyi anladıklarını, Cabri programında uygulama yaparak ve öğrenmelerini kendileri oluşturarak çok daha iyi öğrendikleri, Cabri çizimleri kullanılmadığında şekilleri görmek tanımak anlamanın zorlaştığını, geometri dersini bilgisayarla işlemenin daha uygun olduğunu, Cabri programı ile kendilerinin oluşturdukları çizimlerin anladıkları için geometriye karşı tutumlarını da olumlu etkilediğini ve geometri dersinin bilgisayardan işlendiğinde daha görsel ve daha faydalı olduğunu ve bu noktaların iki yöntem arasındaki farklar arasında olduğunu ifade ettikleri görülmektedir. Görüşler, "içerik" kategorisinde incelendiğinde %74 öğrencinin "geçmiş" alt kategorisinde geçmiş yıllarda aldıkları geometri dersini formüllere dayalı, ezber bilgiler sunan, "Niçin böyledir?" sorusuna cevap bulamadıkları, geometriyi açılar, kenarlardan ibaret olarak gördükleri, bildiklerini bir temele oturtmadan sadece kural öğrendikleri, konuları basit ve yüzeysel işledikleri, "Geometri-1" alt kategorisinde incelendiğinde %54 oranında geometriyi farklı bir boyutta inceledikleri, geometrinin temeline indikleri, geometrinin dilini ve kaynağını öğrendikleri, geometrinin mantığını kavradıkları, geometrinin sıfırdan nasıl inşa edildiğini ve nasıl var olduğunu, her şeyi en baştan öğrenerek geçmişte gördükleri sonuçların sebeplerine indiklerini ve geçmiş yıllarda gördükleri geometri öğretiminin Geometri-1 dersi ile kıyaslandığında yanında çocuk oyuncağı gibi kaldığını ve bu içeriğin iki yöntem arasındaki farklardan olduğunu ifade ettikleri görülmektedir. "Yöntem" kategorisinde görüş bildiren öğrencilerin %93 oranında geçmiş yıllarda gördükleri geometri öğretimini soru çözmeye yönelik işlediklerini, test sınavlarına yönelik çalıştıklarını, formül öğrenip soruda uyguladıklarını, problem çözme amacıyla yüzeysel bilgiyle soru çözdüklerini, ezberci yöntemlerle belirli formülleri kullanarak soru çözümleri yaptıklarını, geometri denince akıllarına sadece test çözmenin geldiğini, Geometri-1 alt kategorisinde incelendiğinde %83 oranında geometrinin mantığını tartıştıktan sonra matematiksel ifadelere döktükleri, ispat yöntemlerini gördükleri, teoremleri öğrenip ispatladıkları, açı değeri belirtmeden geometrik ispatlar yapmaya çalıştıkları, bildikleri formüllerin ve kuralların nereden geldiğini ve nasıl oluştuğunu öğrendikleri, neyin neden olduğunu ispatlamaya çalıştıkları ve neyin neden olduğunu anladıkları, bilgiyi kendileri oluşturmaya çalışarak ve Cabri'de çizim yaprak öğrendikleri, çizimlerin teoremler ve ispatlar yardımıyla yapıldığı, ispatları, en ince ayrıntısıyla kadar açıkladıkları, daha çok sözlü ifade kullandıkları, eskiden çözdükleri soruları şimdi yaratma eğiliminde oldukları, şimdi üçgeni kendilerinin çizebildiğini ve yöntem ile bağlantılı bu durumların iki yöntem arasındaki farklardan olduğunu ifade ettikleri görülmektedir. Farklara yönelik görüşleri "verimlilik" kategorisinde incelendiğinde "öğrenme" alt kategorisinde %13 oranında Geometri-1 dersinin geçmiş öğrenmeleriyle arasında olumlu yönde farklılaştığını, Geometri-1 dersi kapsamında "Niçin böyle?" sorusunun cevabını aradıklarını ve böylece dersin geçmiş yıllara göre daha verimli geçtiğini, bilgiyi kendileri oluşturduğundan daha iyi bir öğrenme gerçekleştiğini, geometriyi bu şekilde detaylı öğrenmenin test çözmek veya geometriyi anlamayı daha da kolaylaştırdığını, dersin düşündürücü, öğretici ve faydalı olduğunu, şekilleri görmek tanımak anlamanın kolaylaştığını ifade ettikleri gözlenmektedir. Görüşler, "kalıcılık" alt kategorisinde incelendiğinde %7 oranında her teoremin ispatını yapıldığından teoremlerin daha kalıcı ve unutulması zor olduğunu, öğretim bu şekilde ezbere dayalı olmadığından yapılanları açıklayabildiklerini ve unutmadıklarını ve kalıcılığın iki yöntem arasındaki farklar arasında olduğunu ifade ettikleri görülmektedir. Görüşler, "farkındalık" kategorisinde incelendiğinde "sorgulama başlığı" altında %9 oranında öğrencilerden ders kapsamında geometri hakkında tüm bildiklerini bilmiyor gibi davranmalarının, geçmiş bilgilerini tamamen unutmalarının ve her şeyi sıfırdan öğrenmelerinin istendiğini, bu süreçte her şeyi sorgulayarak ve oluşturarak elde ettiklerini ve öğrendiklerini, sorgulamayı karakter haline getirdiklerini, geometri dersinin bilgisayardan da işlenebileceğini, hatta böyle olursa daha görsel ve daha faydalı olabileceğini fark ettiklerini ve bu farkındalığı iki yöntem arasındaki farklar arasında ifade ettikleri görülmektedir. Öğrencilerden bazılarının aşağıdaki cümleleri söylediği belirlenmiştir:

"Bu sene bilgisayar ortamında ve çizimle öğreniyoruz. Ve bu geçmişte gördüğümüz geometri derslerinden de oldukça farklı ve keyifli."

"Geçmiş yıllarda gördüğüm geometride yalnızca sorunun çözümüne yönelik olarak öğreniyorduk. Sadece kural öğretiliyordu. Bu derste ise anlamlı oldu. En temelden neyin, neden olduğunu öğrenmeye çalıştık."

“Buradaki çok farklı ama iyi anlamda çünkü genel olarak denince akla sadece test çözmek geliyordu. Şimdi ise üçgen çizmeyi öğreniyoruz. Yani en ince ayrıntısına kadar öğreniyoruz. Bu sene ispat var ama bence böyle daha verimli, ezbere yapmıyoruz. Yaptığımız şeyleri açıklayabiliyoruz.”

“…bilgisayarlarla uygulama yaparak öğrendiklerimizi kendimizde oluşturmaya çalışarak çok iyi öğrendik. Özellikle üçgendeki bazı özellikleri ispatlamaya çalıştığımız kısımlar zordu. Ama çok faydalı oldu.”

“Fark şu ki burada her şeyi sorgulayabilir olmam. Okulda hoca ne derse doğru öğrenmeliyiz kafasındayken, şimdi biri bir şey derse bile sorgular hale geldim. Benim için çok iyi oldu açıkçası.”

DGYCG zenginleştirilmiş Geometri-1 dersi alan öğrencilerin, yazılı görüşme formunun 6.sorusu olan “Geçmiş yıllarda görmüş olduğunuz geometri dersi ile bu sene gördüğünüz Geometri-1 dersinin farklılık oluşturmasında bilgisayar kullanımının rolü var mıdır?” sorusuna verdikleri cevaplardan elde edilen veriler ve bu verilerin kategoriler ve alt kategoriler altında kodlama yapılarak çıkarılan frekans ve yüzdeleri Tablo 12’deösterilmiştir.

Tablo 12

YGF 6. Sorusuna ait kategori, alt kategori ve kodlamanın frekans dağılımı

Kategoriler	**Alt Kategoriler**	**Örnek Cümle**	**Kodlar**	**Frekans-Yüzdeler**	
				f	**%**
Pozitif	**Rolü var**	“evet.”, “var”	Evet, var, etkiledi	41	86
Negatif	**Rolü yok**	“bence yok olmadan bile bana faydası oldu.”	Olmadı, yok düşünmüyorum,	4	8
Nötr	**Nötr**	“...geometriye yaklaşım şekli de bu farklılığa neden oluyor.”	Kaynaklansa da olsa da..	3	6

Görüşler, alınan cevaplara dayanarak üç kategoride incelenmiştir. Bu üç kategori cevapların netliğinden ötürü alt kategorilere ayrılmamıştır. Öğrencilerin geçmiş yıllarda gördükleri geometri dersi ile bu sene gördükleri Geometri-1 dersinin farklılık oluşturmasında bilgisayar kullanımının rolü olup olmadığına dair görüşleri pozitif kategorisinde incelendiğinde %86 öğrencinin bilgisayar kullanımının somutlaştırmayı, yönergeleri anlama ve uygulamayı, zihinde canlandırmayı, çıkış noktasını ve oluşum aşamalarını görmeyi, anlamayı kolaylaştırdığını ifade ettikleri gözlemlenmektedir. Bu yönde görüş bildiren öğrenciler istenilse de yanlış şekli çizemiyor olmanın doğru çizim yapmayı kolaylaştırdığını, çizimlerin bilgisayar kullanımı sayesinde düzgün ve anlaşılır olduğunu, bilgilerinin de daha kalıcı olduğunu belirttikleri görülmektedir. Bilgisayar kullanımını eğlenceli ve öğretici bulduklarını, ders kapsamında bilgisayar kullanımı sayesinde zaman kaybından kurtulduklarını ve bilgisayar çizmeyi sevmeyen biri için bile kullanımının iyi ve motive edici olduğunu düşündüklerini ifade etmektedirler. “Negatif” kategorisinde %8 oranında öğrencinin bilgisayar olmasa da dersin faydalı olacağını, normalde de bilgisayar kullandıkları için bu uygulamanın onlara değişik gelmediğini ifade ettiği görülmektedir. “Nötr” kategorisinde %6 oranında öğrencinin bilgisayar kullanımının pozitif ya da negatif yönde herhangi bir etkisi olmadığını ve farklılığın başka etkenlerden kaynaklandığını, defterde de aynı şeylerin yapılabileceği yönünde görüş bildirdikleri görülmektedir. Öğrencilerin aşağıdaki cümleleri söylediği belirlenmiştir:

“Bilgisayarda çizerken yanlışları anlıyorsun. Hem de teorem daha iyi kafanda kalabiliyor bence. Çünkü çizmeye uğraşırken, geometriyi daha iyi anlayabiliyoruz bence.”

“Bilgisayar, dersi daha eğlenceli kılıyor. Bence bilgisayarın rolü burada yapıp, görebilme. Elimizle istediğimiz gibi çizsek te, bilgisayarda doğru şekilde çiziyoruz. Bu şekilde öğrenmiş oluyoruz.”

“Evet bilgisayar kullanımının rolü oldu. Bize birçok konuda faydası oldu. Çizimlerimiz daha düzgün ve daha anlaşılır oldu. Bu şekilde teoremleri ispatlamak daha güzel. Bu da zaman açısından bize kolaylık sağladı.”

“Çok var. Cabri geometri gibi bir program kullanmamıştık. Bu programın soyut bazı noktaları somutlaştırdığını ve çizmekten hoşlanmayan öğrenciler için faydalı olduğunu düşünüyorum.”

“Evet var. Cabri’yi çok sevdim. Çünkü orada öğrenmek daha zevkli geldi bana. Evdeyken şekilleri çiziyorum Cabri’de. Kâğıda çizmekten daha eğlenceli ve öğretici.”

Öğretmen adaylarının “Sizce Geometri-1 dersi kapsamında bilgisayar kullanımının geometri öğrenimine ve dersin işlenişine olumlu yönde katkısı var mıdır?” sorusuna verdikleri cevaplardan elde edilen veriler ve bu verilerin kategoriler ve alt kategoriler altında kodlama yapılarak çıkarılan frekans ve yüzdeleri Tablo 13’te gösterilmiştir.

Tablo 13

YGM 7. Sorusuna ait kategori, alt kategori ve kodlamanın frekans dağılımı

Kategoriler	Alt Kategoriler	Örnek Cümle	Kodlar	Frekans-Yüzdeler	
				f	**%**
Olumlu	**Vakit**	“çizimlerimizi kendimiz yaptığımız için öğrenme daha kısa sürede oldu.”	Vakit, zaman kazanımı, tasarrufu, kısa sürede	4	8
	Şekil	“çizimden kaynaklanan hatalar bilgisayar ile ortadan kalktı.”	Çizim, somut gör, net, üç boyut	13	25
	İlgi	“dersin işlenişi daha eğlenceli oluyor.”	İlgi, evet, var, eğlenceli, olumlu	15	29

	Öğrenme	"öğrendiklerimizi bilgisayardan deneyerek daha iyi öğrendik."	İlerleme, bilgi, öğrenme, kalıcı	4	8
Olumsuz	**Sınıf Mevcudu**	"bilgisayarın katkısı olabilmesi için sınıf sayımız az olmalıdır."	Mevcut, sınıf sayısı	1	2
	İlgi	"bilgisayar kullanmaktan hoşlanmamam."	Hoşlanmamak, sevmemek	2	4
	Zaman	"..çok zaman kaybı yaratmaktadır."	Zaman kaybı, vakit almak	3	6
Nötr ve kısmen olumlu	**Kıyaslama**	"var ama uzun süre bilgisayara bakmak beni çok çabuk yoruyor."	Var fakat, var ama	3	6
	İlgi	"bir farklılık olduğunu düşünmüyorum.",	Farklılık olduğunu düşünmemek, bilememek	3	6
	Ortam	"evet, ama okula bilgisayar getirip götürürken çok zorlanıyorum.	Ortam, bilgisayar taşımak	2	4
	Konu	"Bazı konularda olumlu katkısı var."	Bazı konular	1	2

Görüşler, alınan cevaplara dayanarak üç kategoride incelenmiştir. Öğrencilerin Geometri-1 dersi kapsamında bilgisayar kullanımının geometri öğrenimine ve dersin işlenişine olumlu yönde katkısı olup olmadığına dair görüşleri "olumlu" kategorisinde incelendiğinde %70 öğrencinin bilgisayar kullanımının pozitif yönde katkısı olduğuna dair görüş bildirdiği, bilgisayar kullanımının somutlaştırmayı, genelleme yapabilmeyi, görselleştirmeyi, geometri ve bilgisayar kullanımını öğrenmeyi, çizim yapmayı ve şekli görebilmeyi, teorem ve ispatları anlamayı kolaylaştırdığı yönünde görüş beyan ettiği görülmektedir. Bu yönde görüş bildiren öğrenciler bilgisayar kullanımın hata payını azalttığını, kavram yanılgılarını giderdiğini, bilgilerinin kalıcılığını sağladığını belirtmektedirler. Bu öğrencilerin bilgisayar kullanımının sıkıcılığı azalttığını, eğlenceli olduğunu, ilgilerini artırdığını ve vakitten tasarruf ettirerek öğrenmeyi hızlandırdığını ifade ettikleri gözlenmektedir. "Olumsuz" kategorisinde incelendiğinde %12 öğrencinin bilgisayar kullanımını zaman kaybı olarak gördükleri, bilgisayar kullanmaya ilgi duymadıkları, bilgisayar kullanarak geometri öğreniminin anlaşılması zor olduğunu ifade ettikleri gözlenmektedir. Görüşleri "nötr ve kısmen olumlu" kategorisinde incelendiğinde %18 öğrencinin bilgisayar kullanımının pozitif ya da negatif yönde katkısı olmadığına ya da katkısı olsa da dezavantajlar barındırdığına dair görüş bildirdiği, bilgisayar taşımanın zor olduğunu, dersler uzun olduğundan bilgisayara bakmanın göz yorucu olduğunu, bilgisayar kullanımının çok vakit aldığını, sürecin geometriye değil ama bilgisayar kullanımına katkısı olabileceğini ifade ettikleri gözlenmektedir. Öğrencilerin aşağıdaki cümleleri söylediği belirlenmiştir:

"Evet olumlu katkısı oluyor bu sayede ispatladığımız teoremlerin sonsuz durumda veya yalnız bir durumda geçerli olduklarını somut bir şekilde görmüş oluyoruz."

"..var tabi ki de. Özellikle çizim konularında bize çok yardımcı oluyor. Vakit kazanılmasına yardımcı oluyor. İspat konusunda kesinlikle yararlı."

“Somutlaştırmaya yarıyor. Tahtada çizilse istediğimiz gibi üzerinde oynayamadığımız şekli bilgisayar ortamında oluşturup istediğimiz gibi oynayarak özelliği çok rahat görebiliyoruz. Çizimler çok kolay oluyor.”

“Dersin işlenişi daha eğlenceli oluyor çünkü genellikle geometri derslerinde sıkılan bir insanım.”

“Evet var. Dersi daha merak uyandırıcı hale getiriyor ve gerçekten yaptığımız işlemlerin somutlaşmasını ve kolaylık sağlıyor. Çok akılda kalıcı.”

“Belki arkadaşlarıma olumlu etkisi vardır ama bana yok. Bunun sebebi bilgisayar kullanmaktan hoşlanmamam ve tam olarak dersi takip edememem.”

Öğretmen adaylarının “Geometri-1 dersi kapsamında almış olduğunuz öğretim süreci geometriye olan bakış açınızı ve tutumunuzu değiştirdi mi? Cevabınız evet ise gerçekleşen değişiklik olumlu yönde mi yoksa olumsuz yönde midir?” sorusuna verdikleri cevaplardan elde edilen veriler ve bu verilerin kategoriler ve alt kategoriler altında kodlama yapılarak çıkarılan frekans ve yüzdeleri Tablo 14’te gösterilmiştir.

Tablo 14

YGF 8. Sorusuna ait kategori, alt kategori ve kodlamanın frekans dağılım

Kategoriler	Alt Kategoriler	Örnek Cümle	Kodlar	Frekans-Yüzdeler	
				f	%
Olumlu	İlgi	“dersin sıkıcılığını ve zorluğunu eğlenceli bir hale getirdiğini düşünüyorum.”	Olumlu, değiştirdi, evet, eğlenceli, dikkat çekmek, sempati	19	36
	Farkındalık	“geometrinin soru çözmekten yani testten ibaret olmadığını anladım.”	Anlamak, görmek, cevap bulmak	5	10
	Öğrenme	“..olumlu olan geometrinin mantığını ve temellerini öğreniyor olmamız.”	İspat,görsel,mantık, geometrinin temeli/özü	12	23
	Genel	“daha genel bir bakış açısı kazandırdı.”	Genel, farklı bir açı	2	4
Olumsuz	İlgi	“zevkli kısmını sona erdirdi”	Zevksiz,zevkli kısım	6	11
	Genel	“diğer yönlerden olumsuz yönde”	olumsuz	1	2
	İşleyiş	“bilgisayardan bıktığımdan çok itici oldu benim için.”	İtici, bilgisayardan bıkmak, zorlanmak	2	4
Nötr	İlgi	“değiştirmedi. Zaten geometriyi seviyordum hala da seviyorum.”	Etkilemedi, değiştirmedi,	4	8
	Detaysız	“çok fazla değiştirdi.”	Değiştirdi.	1	2

Görüşler, alınan cevaplara dayanarak üç kategoride incelenmiştir. Öğrencilerin Geometri-1 dersi kapsamında almış olduğu öğretim sürecinin geometriye olan bakış açılarını ve tutumlarını olumlu ya da olumsuz olarak değiştirip değiştirmediğine dair görüşleri “olumlu” kategorisinde incelendiğinde %73 öğrencinin geometriye olan bakış açılarının ve tutumlarının olumlu yönde değiştiğine dair görüş bildirdiği, geometrinin sadece testlerden ve problemlerden ibaret olmadığını gördüklerini, geometriyi farklı açıdan baktıklarını, her şeyin göründüğü gibi olmadığını anlayarak geometriye dair farklı bir bakış açısı edindiklerini, geometrinin özünü ve sistematiğini anladıklarını, neden sorusunun cevabını öğrendiklerini, ispat becerisi kazandıklarını, şekilleri ve geometriyi anladıklarını ifade ettikleri gözlenmektedir. Bu yönde görüş bildiren öğrenciler derste ilginç sorular, görsellik olduğunu ve geometrinin zevkli, öğretici ve kalıcı hale geldiğini belirtmektedirler. “Olumsuz” kategorisinde incelendiğinde %17 öğrencinin geometriye olan bakış açılarının ve tutumlarının olumsuz yönde değiştiğine dair görüş bildirdiği görülmektedir. Geometrinin zevkli kısmının sona erdiğini, eğlencesiz ve soyut olduğunu, bilgisayar sevmeyenler için çizimlerin bıktırıcı olduğunu ifade ettikleri gözlemlenmektedir. Bu yönde görüş bildiren öğrencilerin diğer sorulara verdikleri cevaplarda geometrinin sayılar kullanılarak problem çözmeye yönelik halini sevdiklerini ifade ettikleri görülmektedir. Bu haliyle Öklid geometrisini soyut bulduklarını belirtmektedirler. Görüşler, “nötr” kategorisinde incelendiğinde %10 öğrencinin geometriye olan bakış açılarının ve tutumlarının olumlu ya da olumsuz değişmediğine dair görüş bildirdikleri ve öğretim sürecinin mevcut tutumları üzerinde etkisi olmadığını ifade ettikleri gözlenmektedir.

“Evet değiştirdi. Dersin sıkıcılığını ve zorluğunu eğlenceli bir hale getirdiğini düşünüyorum. Bakış açımızın da ispat becerimizin de geliştiğini düşünüyorum.”

“Evet. Olumlu yönde. Geometrinin özünü öğreniyoruz sayılır çünkü artık. "Neden" sorusu cevap buldu.”

“Değiştirdi. Geometrinin özünde bence şekiller ve onları anlamak yatıyor. Kısa bir tanım verip soru çözmek değil. Bu derste kare, üçgen çizmeyi vb. şeyleri öğrendim ve bana daha zevkli ve öğretici geldi.”

“İlk başta olumsuz olmuştu bilgisayarlardan çalışma yapmak çok karışık gelmişti. Ama sonradan baktım ki iyice anlayarak derste yaptığım işlemleri sonradan tekrar bile yapmadan hatırlayabildim.”

“Geometri 1 dersini, dersin işleniş şeklini seviyorum. Çünkü dersteki ilginç sorular dikkatimi çekiyor.”

DGYCG ile zenginleştirilmiş Geometri 1 dersi alan öğrencilerin, yazılı görüşme formunun 9. sorusu olan “Geometriye yönelik tutum ve bakış açınızı değiştiren faktörleri detaylı bir şekilde anlatınız.” sorusuna verdikleri cevaplardan elde edilen veriler ve bu verilerin kategoriler ve alt kategoriler altında kodlama yapılarak çıkarılan frekans ve yüzdeleri Tablo 15’te gösterilmiştir.

Tablo 15

YGF 9. Sorusuna ait kategori, alt kategori ve kodlamanın frekans dağılımı

Kategoriler	Alt Kategoriler	Örnek Cümle	Kodlar	Frekans-Yüzdeler	
				f	%
Öğrenme	Cabri	"Cabri ile yaptığım uygulamalar."	Cabri, Program	5	9
	Hız	"dersin bana göre hızlı işlenişi.."	Anlama, hızlı	1	2
	Ezber	"bu bilgi ezbere olsaydı aklımda kalmazdı. Kalıcılığı arttı."	Ezber değil, ezber olmadığı,formül olsa	4	8
	Araç-gereç	"bilgisayar ile işlenen geometri.."	Bilgisayar	5	9
Farkındalık	Kıyaslama	"önceden geometriyi seviyordum fakat anlamsız ve uydurma geliyordu. Bu yönden düşüncelerim değişti."	Önceden, değişti, anladım, bugüne kadar, nedenleri	8	15
İçerik	Konu	"dersin konusu bakış açımı değiştirmeye yetti."	Konu, geometriler, dersin dili	6	11
	İspat	"ispatlamadan kabul ettiğimiz bilgilerin nereden geldiğini bilmek."	İspat	11	20
	İlgi	"dersi daha ilgi çekici hale getirildiği için ister istemez merakım arttı.",	İlgi, merak, gizem	5	9
	İşleyiş	".derste mantık sorularının sorulması, tartışılması, çok eğlenceli."	Soru, cevap, yanıt, işleyiş	5	9
Görsellik	Şekil	"görsel bir şekilde görerek şekilleri çizmemiz, bakış açımı genişletti."	Şekil, çizim	4	8

Görüşler, alınan cevaplara dayanarak dört kategoride incelenmiştir. Öğrencilerin Geometri-1 dersi kapsamında görmüş olduğu öğretim sürecinde geometriye yönelik tutum ve bakış açılarını değiştiren faktörlere dair görüşleri "öğrenme" kategorisinde incelendiğinde %28 öğrencinin dersi öğrenme ile ilgili faktörlere dair Cabri, hız, ezber, araç gereç alt kategorilerinde görüş bildirdiği görülmektedir. "Öğrenme" kategorisinde görüş bildiren öğrenciler öğretim sürecinde bilgisayar kullanımının, Cabri kullanımının, teorem ve ispat öğreniminin ezbere dayalı olmasının ve derslerin kendilerine göre hızlı işleniyor olmasının bakış açılarını etkileyen faktörler arasında olduğunu ifade etmektedirler. %15 oranında öğrencinin "farkındalık" alt kategorisinde geometrinin formüllerden ve rastgele çizimlerden ibaret olmadığını, körü körüne kabul edilenlerin nedenlerini, sebep sonuç ilişkileri kurmayı ve kavramları öğrendiklerini, daha geniş düşünmeye başladıklarını, ders sürecinde yüzeysel olarak bildikleri gerçeklerin bir temele oturtulduğunu, geometrinin sandıklarından daha geniş bir bilim olduğunu ve geometriyi gerçekten öğrendiklerini ifade ettikleri gözlenmektedir. Görüşler, "içerik" kategorisinde incelendiğinde %49 öğrencinin içerik ile ilgili faktörlere dair konu, ispat, ilgi, işleyiş alt kategorilerinde görüş bildirdiği görülmektedir. Görüş bildiren öğrenciler dersin soru cevap şeklinde işlenmesinin, soru sorma biçiminin, derste yapılan tartışmalar ve soru sorma biçimlerinin, yapılan ispatların bakış açılarını genişlettiğini ifade etmektedirler. Bu yönde görüş bildiren öğrenciler dersin ezbere dayalı olmayan, nasıl ve neden sorularının cevap arayan ve mantık aranan bir üslup ile işlenmesinin öğretici ve ilgi çekici olduğunu belirtmektedirler. %8 oranında öğrencinin “görsellik” alt kategorisinde dersin görsel olarak, çizimler oluşturularak ve inşa ederek işlenmesinin bakış açılarını genişlettiğini, yapılan inşaların geometrinin mantığını anlamalarını sağladığını, kalıcılığını artırdığını, çizimlerle geometrinin farklı yönlerini öğrendiklerini, nasıl sorusunun cevabını bulduklarını ifade ettikleri gözlenmektedir. Bu yönde görüş bildiren öğrenciler şekilleri oluşturarak öğrenmenin da etkili olduğunu belirtmektedirler. Öğrencilerin aşağıdaki cümleleri söylediği belirlenmiştir:

“Bilgisayar kullanımıyla işlenen geometri daha bir eğlenceli geçtiği için bakış açım değişti.”

“Önceden geometriyi seviyordum fakat anlamsız ve uydurma geliyordu. Düşüncelerim değişti.”

"Geometrinin derinine inmek, bilim insanlarının hiçbir ölçüm aleti kullanamadığı zamanlarda geometri üzerine düşünüp bugünkü geldiğimiz noktaya gelmeleri beni etkiledi. Derin düşünmemi sağladı.”

“Geometrinin formüllerden ibaret olmadığının farkına vardım.”

“Dersteki verilen sorular. Farklı yanıtlar. Soruları sorma biçimi.”

“İfadelerin nesnel bir şekilde ve anlatıldığında herkesin anlayabileceği şekilde açıklanması, ezbere bilgidense mantıksal yaklaşılması ve üzerine düşünülüp tartışılması dersi daha ilgi çekici yapıyor.”

“Geometriyi önceden hiç sevmiyordum, hatta derste sıkılıyordum. Şimdi sevmeye başladım. Bazen bilmek istiyorum nasıl, nereden çıktı diye, merak ediyorum yani.”

Öğretmen adaylarının “Ders esnasında geometriye bakışınızı etkileyen faktörlere ders sürecinden somut bir örnek sununuz.” sorusuna verdikleri cevaplardan elde edilen veriler ve bu verilerin kategoriler ve alt kategoriler altında kodlama yapılarak çıkarılan frekans ve yüzdeleri Tablo 16’da gösterilmiştir.

Tablo 16

YGF 10. Sorusuna ait kategori, alt kategori ve kodlamanın frekans dağılımı

Kategoriler	Alt Kategoriler	Örnek Cümle	Kodlar	Frekans-Yüzdeler	
				f	%
İşleyiş	**Konu ve işleniş**	“her şeye baştan başlanmasıydı. Her şeyi açıklayarak öğretmenizdi.”	Konu, temel, detay, baştan başlanması	5	11
	Ezber	“ezberci moddan çıktım.”	Ezber	1	2
	Tanım	“karenin bile birden fazla tanımının yapılması.”	Tanım	1	2

	Teorem ve ispat	"yaptığımız hiçbir şey havadan gelmiyor. Hepsinin bir sebebi var. Bu beni etkiledi."	Teorem, ispat, aksiyom, sebep	11	24
	Araç- gereç	"bilgisayardaki program ve yeni öğrenme tekniği bakış açımı etkiledi.",	Program, Cabri, bilgisayar	11	24
Görsellik	**Şekil ve çizim**	"..Her yerde geometrik şekiller görüyorum, çizimler çok hoş."	Şekil, çizim	5	11
Farkındalık	**Önyargı**	"...Bilgisayar üzerinden işlemekte bu yargıları yıkmadı."	Önyargı	1	2
	İlgi	"Etkileyici şekilde hayatın aslında pek çok yerinde geometrinin olduğunu.. "	Etkilenmek, etkileyici	3	7
Öğretici	**Öğretmenin tutumu**	"hocamızın bizi derse katma isteği.", "öğretmenlerin tutumu", "Cevapların verilmeden önce bizden istenmesi."	Hoca, öğretmen, cevapların bizden istenmesi	4	8
Negatif	**Olumsuz**	"bakış açım değişmedi.", "olmadı."	Değişmedi, olmadı	3	7
Pozitif	**Olumlu**	"olumlu yönde etkiledi."	Olumlu	1	2

Görüşler, alınan cevaplara dayanarak görüldüğü gibi beş kategoride incelenmiştir. Öğrencilerin Geometri-1 dersi kapsamında görmüş olduğu öğretim sürecinden sonra ders esnasında geometriye bakışlarını etkileyen somut bir örnek sunmalarına dair görüşleri işleyiş kategorisinde incelendiğinde %63 öğrencinin dersin konusu, ezber, tanım, teorem ve ispat, araç- gereç alt kategorilerinde örnekler sunduğu görülmektedir. İşleyiş kategorisinde görüş bildiren öğrencilerin geometriyi temelden, detaylı, derin, aksiyom teorem ve ispatlarla açıklanarak, farklı tanımlar oluşturularak, yapılandırmacı yaklaşımla, soruların cevapları öğrenciden beklenerek, sebep sonuç ilişkisi kurabilmelerine ortam hazırlanarak, ince düşünerek, öğrencilere farklı gelen bir öğretim tekniği kullanarak, bilgisayar ve Cabri programı kullanılarak işlenişinin geometriye bakışlarını değiştirdiğini ifade ettikleri gözlenmektedir. Görüşler, "görsellik" kategorisinde incelendiğinde %11 oranında öğrencinin "şekil" ve "çizim" alt kategorisinde örnekler verdikleri, derste çizim yapılması, bilgisayar kullanılması, şekillerin oluşturularak tanınması ve geometrinin klasik metotlardan farklı incelenmesinin geometriye bakışlarını etkilediğine dair görüş bildirdikleri gözlenmektedir. Görüşler, "farkındalık" kategorisinde incelendiğinde %9 öğrencinin "şekil" ve "çizim" alt kategorisinde geometriye hayranlık duyduklarını, geometrinin ilgilerini çektiğini, varlığın içyüzüne dair fikir edindiklerini ifade ettikleri gözlenmektedir. Bu yönde görüş bildiren öğrencilerden önyargıları yüzünden geometriye bakışlarının değişmediğini ifade edenler de olmuştur. Görüşler, öğretici kategorisinde incelendiğinde %8 öğrencinin dersi veren akademisyen ve araştırmacının sorgulayan, merak ettiren, dinleyen, derse katmak için çaba gösteren tutumunun geometriye bakış açılarını etkilediğini ifade ettikleri gözlenmektedir. Negatif kategorisinde incelenen %7 öğrencinin bakışının negatif yönde değiştiğini söyleyerek herhangi bir açıklama yapmadığı, pozitif kategorisinde incelen %2 öğrencinin bakışının pozitif yönde değiştiğini söyleyerek herhangi bir açıklama yapmadığı gözlenmektedir.

"İspatlarla uğraşmamız. Cabri'de yaptığımız çalışmalar. Cevapların verilmeden önce bizden istenmesi."

"Yaptığımız hiçbir şey havadan gelmiyor. Hepsinin bir sebebi var. Bu beni etkiledi."

"İspatlarken geliştirilen düşünce sisteminin, ufkumuzu genişlettiğini düşünüyorum."

"Dersin klasik metotlardan farklı incelenmesi. Çizim yapılması. Bilgisayar kullanımı."

"Her ders bir şekilde ilgi çekici kılınabilir bunu gördüm. Varlığın içyüzünü gördüm gibi oldu."

"Çok ilgimi çeken şeyler."

"Öğretmenlerin bakış açısı. Dersin konusu. Bizi düşündürtmeye çalışması. Tekniği. Değer vermesi."

Öğretmen adaylarının "Ders esnasında sizi zorlayan, anlamakta güçlük çektiğiniz, başaramayacağınızı düşünmenize sebep olan noktalar, olaylar, faktörler nelerdir? Detaylı bir şekilde anlatınız. Örnekler veriniz." sorusuna verdikleri cevaplardan elde edilen veriler ve bu verilerin kategoriler ve alt kategoriler altında kodlama yapılarak çıkarılan frekans ve yüzdeleri Tablo 17'de gösterilmiştir.

Tablo 17

YGM 11. Sorusuna ait kategori, alt kategori ve kodlamanın frekans dağılımı

Kategoriler	Alt Kategoriler	Örnek Cümle	Kodlar	Frekans-Yüzdeler	
				f	%
Ortam	Araç-gereç	"bilgisayar getiremediğimiz zamanlarda aktif çalışamadık."	Bilgisayar, tahta	5	9
	Sınıf mevcudu	"çok fazla öğrenci"	Fazla öğrenci	1	2
Süreç	Tempo	"bazı arkadaşlarımın benden daha hızlı düşünmesi..."	Hızlı	5	9
	Zaman yetersizliği	"Ders saati az olduğu için olsa gerek hızlı ders işlendi."	Zaman, vakit, ders saati azlığı	2	3,5
Görsellik	Şekil çizmek	"bazı şekilleri çizmekte güçlük çektim."	Şekil, çizim	8	15
Öğrenme/ Öğretim	Anlama	"Sınıfta herkesin anladığı bir şeyi anlamadığım zaman."	Anlamakta güçlük, anlamadım	2	3,5
	Anlatım	"dersin modamod olmaması.. O an anlamayacağımı düşünüyorum."	Anlatım, anlayamamak	2	3,5
	Temelin zayıflığı	"önceki geometri bilgilerimize dayanan noktalarda zorlandım. Yani bilgi eksiği çektim bence.",	Bilgi eksikliği, önceki bilgiler, lise geometrisi	2	3,5
	Program kullanma	"cabri çok iyi olsa da ben elime kağıt kalem alınca daha iyi anlıyorum."	Cabri, program	7	13

İşleyiş	**Teorem ispatlamak**	“ispatlamamız gereken teoremlerin gözümü korkutması.”	İspat, teorem, soyut	15	27
	Ezber	“ezber kabiliyetim güçlü olmadığı için yapamayacağımı düşündüm”	Ezber	1	2
	Konu	“kenarortay konusunu sevmediğim için anlamadım.”	Konu	2	3,5
Devamsızlık	**Devamsızlık**	“iki tane devamsızlık yaptım ve çok pişmanım.......anlayamıyorum.”	Devamsızlık, devam etmek	2	3,5
Sorunsuz	**Yok**	“çok olmadı aslında"	Olmadı	1	2

Görüşler, alınan cevaplara dayanarak ortam, süreç, görsellik, öğrenme/öğretim, işleyiş, devamsızlık, sorunsuz başlıkları altında yedi alt kategoride incelenmiştir. Öğrencilerin ders esnasında onları zorlayan, anlamakta güçlük çektikleri başaramayacaklarını düşünmelerine sebep olan noktalar, olaylar, faktörlere yönelik görüşleri ortam kategorisinde incelendiğinde %11 öğrencinin araç gereç ve sınıf mevcudu alt kategorilerinde görüş bildirdiği, ders bilgisayar laboratuvarında işlenmediği için bilgisayar getirmekte, bilgisayar kullanımında ve bilgisayarda çizim yapmakta zorlandıklarını ve bu faktörlerin başaramayacaklarını düşünmelerine sebep olduğunu ifade ettikleri ayrıca sınıf mevcudunun yüksek olmasının ve tahtayı görmedeki sıkıntının da onları zorlayan faktörler arasında olduğunu belirttikleri görülmektedir. Görüşler süreç kategorisinde incelendiğinde %12.5 oranında öğrencinin tempo ve zaman yetersizliği alt kategorilerinde görüş bildirdiği, dersin işleniş temposunu hızlı buldukları, diğerlerinin not tutma ve anlama hızına yetişmekte zorlandıkları, bu yüzden başaramayacaklarını düşündükleri ayrıca ders saatinin azlığı ve zamanın yetersizliğinin de onları zorlayan faktörler arasında olduğunu belirttikleri görülmektedir. Görüşler, görsellik kategorisinde incelendiğinde %15 öğrenci çizim yapmanın gözlerini korkuttuğunu, zorlandıklarını, çizim yapmayı sevmediklerini ve bunun başaramayacaklarını düşünmelerine sebep olduğunu ifade etmiştir. Görüşler, öğrenme/öğretim kategorisinde incelendiğinde %10.5 oranında öğrencinin anlama, anlatım, temelin zayıflığı alt kategorilerinde dersin geleneksel yöntemden farklı olması, geometri hazır bulunuşluk düzeylerinin yeterli olmaması gibi faktörlerin başaramayacaklarını düşünmelerine sebep olduğunu ifade ettikleri gözlenmektedir. Bu yönde görüş bildiren öğrenciler ayrıca herkesin anladığı noktaları anlayamadıklarında zorlandıklarını belirtmektedir. Görüşler, işleyiş kategorisinde incelendiğinde %45.5 öğrencinin program kullanma, teorem ispatlama, ezber, konu alt kategorilerinde görüş bildirdiği görülmektedir. Öğrencilerin öğretim sürecinin başında Cabri programının kullanımında zorlandıklarını, geçmiş öğrenim hayatlarında ispat yapmaya alışkın olmadıkları için aksiyomları kullanarak teoremleri ispatlamakta zorlandıklarını ifade ettikleri görülmektedir. Bu yönde görüş bildiren öğrenciler ders sürecinde ilerledikçe Cabri programını, dersin işlenişini ve ispatları aşinalık kazanarak daha kolay ve anlaşılır bulduklarını ifade etmiştir. Dersin sayılar kullanılmadan işlenmesi ve soyut olmasının da bu kategoride görüş bildiren öğrenciler zorlayan noktalar içerisinde olduğu görülmektedir. Bu yönde görüş bildiren öğrenciler ayrıca kâğıt kalemle anlamanın daha kolay olduğunu, ispatların ezberlenmesi gerektiğine inandıklarını ve ezber yapmakta zorlandıklarını belirtmektedir. Görüşler, devamsızlık kategorisinde incelendiğinde %3.5 oranında öğrenci devamsızlık ile ilgili faktörlere dair görüş bildirmiş, derse devam etmediklerinde dersi anlamakta güçlük çektikleri, devamsızlık yaptıkları için pişmanlık duyduklarını ifade etmişlerdir. Cevabı sorunsuz kategorisinde incelenen bir öğrencinin “Çok olmadı aslında.” ifadesiyle ders sürecinde kendisi zorlayan bir durum yaşamadığını ifade ettiği görülmektedir. Öğrencilerin aşağıdaki cümleleri söylediği belirlenmiştir:

“Ders bana göre hızlı olduğundan anlayamıyordum. Bazı örneklerle ilgili düşünmeye fırsat kalmıyordu.”

“Tek sıkıntı tahtada yapılan örnek ve uygulamaları görmek zor oluyor. Çok öğrenci vardı sınıfta.”

“Bilgisayarda çizmek ve anlamak çok zorluyor. Çizemediğimde de olumsuz düşüncelere kapılıyorum.”

“Önceki geometri bilgilerimize dayanan noktalarda zorlandım. Yani bilgi eksiği çektim bence.”

“Önceden Cabri kullanmaya zordu, hiç anlamıyordum açıkçası, ama çalışa çalışa baktım ki oluyordu. Bir de etkinlikleri yazmaya biraz sıkıntı çekiyorum çünkü aynı çizim çıkıyor ama teoremi çözemiyorum.”

“Daha önce teoremlerin ispat kavramlarıyla pek ilgilenmediğimiz için dönem başında biraz zorlandığımı söyleyebilirim. Ancak şu an dönem sonundayız ve yeni bilgiler öğrendikçe dersi anlamam daha kolay olmaktadır.”

“Teorem ispatlarında birçok teoremi ezberlemek ve ezberlenen bilgileri unutmamak konusunda zorluk çektiğimi düşünüyorum.”

“Soyut olması. Açı ölçüsü belirtmeden geometride bir şeyleri anlatmanın zor olduğunu fark ettim.”

Öğretmen adaylarının “Ders esnasında şaşırdığınız, ilginizi çeken noktalar, olaylar, faktörler nelerdir? Detaylı bir şekilde anlatınız. Örnekler veriniz.” sorusuna verdikleri cevaplardan elde edilen veriler ve bu verilerin kategoriler ve alt kategoriler altında kodlama yapılarak çıkarılan frekans ve yüzdeleri Tablo 18’de gösterilmiştir.

Tablo 18

YGF 12. Sorusuna ait kategori, alt kategori ve kodlamanın frekans dağılımı

Kategoriler	Alt Kategoriler	Örnek Cümle	Kodlar	Frekans-Yüzdeler	
				f	%
Görsellik	**Şekil**	"şekilleri çevirme, kesişen doğruları üstten görme.."	Şekil, çizim, uzaklık, nokta	13	27
İşleyiş	**Anlatım**	"hikayeleştirilmiş örnekler çözüm becerisini sorgulayan uygulama..."	Sorular, hikayeleştirilmiş örnekler	3	6
	Farkındalık	"..tanımlardan uzaklaşmamız ve öğrenilen bilgilerin değişmesi."	Değiştirme, bilindik…, bildiğimiz…, sandığımız…	6	13
	Program	"Cabrideki çizimlerin farklı metotlarla yapılıyor olması."	Cabri, program	6	13
Konu	**Öklid Geometri**	"çok şaşırdığım şey öklid dışı geometri diye bir şey olması"	Öklid, geometri	2	4
	İspat, teorem	"geometride ispat olacağını hiç düşünmezdim."	İspat, teorem, aksiyom	8	17
Zaman	**Buluş**	"eski zamandaki insanlar geometrinin temelini oluşturan aksiyomları nasıl buldukları..	Yüzyıllar/ yıllar öncesi, çok eski zaman	4	8
Olumsuz	**Yok**	"çok şaşırdığım olaylar olmadı."	Yok, olmadı	5	10
Oyun	**Mayın tarlası**	"…Mayınların sayılara göre belirlendiğini derste öğrendim..."	Mayın tarlası	1	2

Görüşler, alınan cevaplara dayanarak görsellik, işleyiş, konu, zaman, olumsuz, oyun ortam başlıkları altında altı alt kategoride incelenmiştir. Öğrencilerin DGYCG kullanılarak gerçekleştirilen geometri öğretim sürecinde ders esnasında şaşırdıkları ve ilgilerini çeken noktalar, olaylar, faktörlere yönelik görüşleri görsellik kategorisinde incelendiğinde %27 oranında öğrencinin geometrik şekillerin çizimleri ve taşınabilmesi, yardımcı elemanların çiziminde çember kullanılması ve bu yöntemlerin üçgenlerin hepsinde uygulanabilir olması, elemanların Cabri üzerinde hareket ettirildiğinde doğru şekillerin değişmemesi, hareket ettirilen elemanlar sayesinde genellemeler yapılabilmesi, cetvel kullanmadan iki noktaya eşit uzaklıktaki noktanın bulunabilmesi ve bu sayede sonsuz nokta olacağının bulunması, gerçek bir noktanın hiçbir zaman çizilemeyecek olması ve çokgen çizimlerinin ilgilerini çektiğini ve onları şaşırttığını ifade ettikleri gözlenmektedir. Bu kategoride görüş bildiren öğrencilerin ders sürecinde kare çizimi yaparken dahi farklı yollardan çizilmeye teşvik edilmelerinin insanın ufkunu açan, düşünmeye zorlayan bir aktivite olduğunu belirttikleri ve bunu ilgi çekici bulduklarını ifade ettikleri görülmektedir. Görüşler, işleyiş kategorisinde incelendiğinde %32 öğrencinin anlatım, farkındalık, program alt kategorilerinde görüş bildirdiği görülmektedir. Öğrencilerin farkındalık alt kategorisinde geçmişte bildikleri yüzeysel geometri bilgilerinin aslında çok derin ve detaylı olduğunu, bildiklerini sandıkları birçok şeyin geometrinin temeline inildiğinde yanlışlandığını, geometrinin aslında temelinin doğruluğu varsayılan aksiyomlara ve tanımsız terimlere bağlı olan bir bina gibi olduğunu, geometride her atılan adımın aslında bir sebebi olduğunu, öğrenilen tüm bilgilerin sıfırdan geliştiğini ve bilindik tanımlardan uzaklaşarak geometrinin temeline inilebildiğini görmelerinin onlar için çok şaşırtan ve ilgilerini çeken faktörler arasında olduğunu ifade ettikleri gözlenmektedir. Program alt kategorisinde Cabri kullanımının kullanışlılık ve kolaylığını, Cabri sayesinde çizimlerin farklı metotlarla yapılıyor olmasını ve yapılan çizimlerin kolaylıkla hareket ettirilerek öğrenciye ispatların detaylı bir şekilde anlatılabilmesini bir hayli ilginç buldukları görülmektedir. Anlatım alt kategorisi altında görüşler incelendiğinde konuya girişlerin merak uyandırıcı olmasını, hikayeleştirilmiş örnekleri, günlük hayatı kapsayan somut örnekleri, çözüm becerisini sorgulayan uygulamaları, derste oluşturulan tartışma ortamında ilginç yanıtların sorgulanmasının farklı, şaşırtıcı, eğlenceli, ilgi çekici olduğunu ifade ettikleri gözlenmektedir. Görüşler, konu kategorisinde incelendiğinde %21 öğrencinin Öklid Geometrisi ve ispat teorem alt kategorilerinde görüş bildirdiği görülmektedir. Öklid geometrisi alt kategorisinde Öklid geometrisinin farklı ve ilgi çekici oluşu ve Öklid dışı geometrilerin varlığını ders sürecindeki şaşırtıcı faktörler arasında saydıkları gözlenmektedir. Teorem ispat alt kategorisi incelendiğinde öğrenciler ufuk açıcı ispat yöntemlerini, tanımsız kavramları, eski matematikçilerin geometri tanımlarını, sayılar ve formüllere dayalı olarak işlemeye alışkın oldukları geometri dersi kapsamında ispat yapılmasını, basit kuralların bile düşünülmesi zor ispatlarının olmasını ve çok zor ve uzun görülen teoremlerin çok basit ispatlarının olmasını, bir çizgiyle bile ispat yapılabilmesini ders sürecinde gördükleri hayret verici faktörler arasında saymaktadırlar. Görüşler, zaman kategorisinde incelendiğinde %8 öğrencinin geometrinin temellerini oluşturan aksiyomları bulma süreçlerini ve yüzyıllar önce ortaya konulan geometri biliminin temellerini insanoğlunun hala kullanmasını ve kendilerinin hatta anlamakta zorlanmasını onları şaşırtan faktörler arasında olduğunu belirtmektedir. %10 öğrencinin olumsuz başlığı altında ders öğretim sürecinde şaşırdıkları ve ilginç buldukları bir nokta olmadığını ifade ettikleri gözlenmektedir. Görüşler, oyun kategorisinde incelendiğinde mayın tarlası başlığı altında görüş bildiren bir öğrencinin öğretim seanslarından birinde yapılandırmacı yaklaşımla keşfe yönelik olarak mayın tarlası oyununun mantığını çözmeye yönelik başlatılan dersin ilgi çekici olduğunu ve sonraki oynayışlarımda bunu dikkate alarak oynadığını belirtmektedir. Öğrencilerden bazılarının aşağıdaki cümleleri söylediği belirlenmiştir:

"Ben küçükken mayın tarlası oynarken rastgele tuşlara basardım. Mayınların o sayılara göre belirlendiğini bu derste öğrendim ve ondan sonraki oynayışlarımda bunu dikkate alarak oynadım. Bu şaşırtıcıydı."

"Genel olarak üçgende kullanılan yardımcı elemanların çiziminde çember kullanılması ve uygulamaların genel olup üçgenlerin hepsinde kullanılabilmesi beni şaşırttı."

"Cetvel kullanmadan iki noktaya eşit uzaklıktaki noktayı bulmuştuk. Bir de iki nokta arasında mutlaka başka bir noktanın daha olacağını öğrendikten sonra sonsuzluğu bulduğumuzu fark etmiştik, bu da harikaydı."

"Derste hocanın anlattığı günlük hayatı da kapsayan örnekler, hikayeleştirilmiş örnekler, somut örnekler ilgimi çekiyor. Cabri ile de eğlenceli bir hal alıyor. Hoca bu derste her şeyi unutun dediğinde ben çok şaşırmıştım."

"Cabri programında yapılan çizimlerin kolaylıkla hareket ettirilerek öğrenciye ispatların detaylı bir şekilde anlatılabilmesi bir hayli ilginçti. Genelleme yapabilmek bu şekilde"

Öğretmen adaylarının "Ders esnasında sıkıcı bulduğunuz noktalar, olaylar, faktörler nelerdir? Detaylı bir şekilde anlatınız. Örnekler veriniz." sorusuna verdikleri cevaplardan elde edilen veriler ve bu verilerin kategoriler ve alt kategoriler altında kodlama yapılarak çıkarılan frekans ve yüzdeleri Tablo 19'da gösterilmiştir.

Tablo 19

YGF 13. Sorusuna ait kategori, alt kategori ve kodlamanın frekans dağılımı

Kategoriler	Alt Kategoriler	Örnek Cümle	Kodlar	Frekans-Yüzdeler	
				f	%
Teknik ve çevresel faktörler	Süre	"ders süresinin çok uzun tutulması beni bunaltıyor."	Fazla süre, uzun tutulması	5	11
	Araç- gereç kullanımı	"bilgisayarda uzun süre çalıştığımızda başım ağrıyor"	Bilgisayar, Cabri, slayt	12	25
	Ortam	"sıkıcı bulduğum kısım dersin küçük sınıfta, kalabalık şekilde işlenmesi."	Küçük sınıf, kalabalık, yer	2	4
Ödevler	Ödev	"ödevler çok fazlaydı."	Ödevler	1	2
Anketler ve sınavlar	Anketler ve sınavlar	"bu yapılan anketler beni sıkıyor."	Anket, sınav	2	4
Öğrenme	Çabuk anlama	"çabuk anladığım zamanlar sıkıcı geçiyor."	Anladım, öğrenme	1	2
	Geç anlama	"konuyu anlamadığımda sıkılıyorum."	Anlayamıyorsam	2	4
	Hızlı işlemek	"çok hızlı anlatıldığı için yetişemediğimde sıkıcı oluyor."	Hızlı geçmek, çok hızlı	3	6
Çizim	Çizim	"çizim yapmamız gerektiğinde çizimi çizemediğimde beni bunaltıyor."	Çizememek, çizim yapmak	4	9

Teorem ve sözel ispatlar	**İspatlar**	“teoremler bence çok sıkıcıydı. Onları ispatlamak da aynı şekilde sıkıcıydı.”	İspat, önerme, teorem, sözel	12	25
Genel	**Genel**	“dersler genel itibariyle benim için sıkıcı eskiden beri.”	Genel	1	2
Sorunsuz	**Sıkıcı değil**	“yok”, “bence sıkıcı olmuyor.”	Yok, sıkıcı olmuyor	3	6

Görüşler, alınan cevaplara dayanarak teknik ve çevresel faktörler, ödevler, anketler ve sınavlar, öğrenme, çizim, teorem ve ispatlar, genel ve sorunsuz başlıkları altında 8 alt kategoride incelenmiştir. %40 oranında öğrencinin teknik ve çevresel faktörler başlığı altında süre, araç gereç kullanımı, ortam alt kategorilerinde görüş bildirdiği görülmektedir. Öğrencilerin, süre alt kategorisinde derslerin çok uzun olması, ispatların cevaplarının öğrenciden beklenildiğinde düşünmeleri için fazla süre verilmesini, araç gereç alt kategorisinde derse bilgisayar getirip götürmeyi ve dersin bilgisayar üzerinden işlenmesini sıkıcı bulduklarını, ortam alt kategorisinde dersin küçük sınıfta, kalabalık ortamda işlenmesi ve yer sıkıntısının çekilmesini sıkıcı buldukları faktörler olarak belirttikleri görülmektedir. Anketler kategorisinde %4 öğrencinin her zaman anket doldurmak ve sınav olmanın sıkıcı olduğunu, ödevler kategorisinde %2 öğrencinin ödevlerin çok fazla olmasının sıkıcı olduğunu ifade ettiği gözlenmektedir. Görüşler, öğrenme kategorisinde incelendiğinde %12 öğrencinin süre, çabuk anlama/öğrenme, geç anlama/öğrenme, hızlı işleme alt kategorilerinde görüş bildirdiği görülmektedir. Çabuk anlama/öğrenme alt kategorisinde öğrencilerin çabuk anladığı zamanlarda diğerlerini beklemeyi sıkıcı buldukları, geç anlama/öğrenme kategorisinde derse yetişemediklerinde ve anlayamadıklarında, hızlı işleme alt kategorisinde çok konu olduğu için ders hızlı işlendiğinde dersi sıkıcı bulduklarını belirttikleri görülmektedir. Çizim kategorisinde görüş bildiren %9 oranında öğrencinin çizim yapmayı sevmedikleri için ya da çizim çok dikkat gerektirdiğinde ve çizim yapmayı başaramadıklarında dersi sıkıcı bulduklarını ifade ettikleri gözlenmektedir. %25 öğrenci teorem ve ispat başlığı altında görüş bildirmiş, teoremlerin ispatları çok detaylı, uzun, ayrıntılı olduğunda, ispatlar birbiriyle bağlantılı olduğunda, anlayamadıklarında sıkıcı bulduklarını ifade etmiştir. %2 öğrencinin genel başlığı altında tüm dersleri genel itibariyle sıkıcı bulduğunu, hayatının hiçbir döneminde derslerden çok zevk almadığını ifade ettiği görülmektedir. %6 öğrencinin sorunsuz başlığı altında dersin dinlenildiğinde sıkıcı olmadığını ifade ettiği görülmektedir.

“Dersler bazen çok uzuyor, bilgisayarla da uzun süre çalıştığımızda başım ağrıyor ve sıkılıyorum.”

“Sıkıcı bulduğum kısım dersin küçük sınıfta, kalabalık şekilde işlenmesi.”

“Ne yaptığımızı çabuk anladığım zamanlar fazlası ile sıkıcı ve verimsiz geçiyor.”

"Bazı şekillerin çizimi çok dikkat gerektiriyor. Bu da biraz sıkıcı olabiliyor."

"Teoremlerin ispatları çok detaylı, anlamazsanız sıkıcı gelebilir."

Öğretmen adaylarının "Ders esnasında sizi eğlendiren noktalar, olaylar, faktörler nelerdir? Detaylı bir şekilde anlatınız. Örnekler veriniz." sorusuna verdikleri cevaplardan elde edilen veriler ve bu verilerin kategoriler ve alt kategoriler altında kodlama yapılarak çıkarılan frekans ve yüzdeleri Tablo 20'de gösterilmiştir.

Tablo 20

YGF 14. Sorusuna ait kategori, alt kategori ve kodlamanın frekans dağılımı

Kategoriler	Alt Kategoriler	Örnek Cümle	Kodlar	Frekans-Yüzdeler	
				f	%
İşleyiş	Teorem ve ispat	"ispatları düşünmek ve yapmaya çalışmak."	Teorem, ispat, soyut	9	18
	Anlatım şekli	"hocanın günlük hayattan örnekler vermesi eğlendiriyor.."	Hoca, öğretmen	5	10
	Oyun ve mantık soruları	"..oyunları anlayıp onlar hakkında yorum yapmak hoşuma gitti."	Oyun, mantık soruları, öcü çizmek	3	6
Görsellik	Çizim	"..şekillerin döndürülmesi ve farklı açılardan görünmesi.."	Şekil, çizim, Cabri	21	42
Farkındalık	Düşünceler	"farklı düşünceler çıktığında.", "....bir çok fikir ve uygulama farklılıklarının dile getirilmesi."	Düşünce/fikir, çözüm, yeni/farklı yollar, tartışma	9	18
	Yeni bilgi	"karenin yamuk olmasını bilmemek."	Bilmemek	1	2
Negatif	Yok	"çok eğlendiğim bir nokta olmadı."	Olmadı, yok	2	4

Görüşler, alınan cevaplara dayanarak işleyiş, görsellik, farkındalık ve negatif başlıkları altında dört alt kategoride incelenmiştir. Öğrencilerin gerçekleştirilen geometri öğretim sürecinde ders esnasında eğlendikleri noktalar, olaylar, faktörlere yönelik görüşleri işleyiş kategorisinde incelendiğinde %34 öğrencinin işleyiş başlığı altında teorem ve ispat, anlatım şekli, oyun ve mantık soruları alt kategorilerinde görüş bildirdiği görülmektedir. Teorem ve ispat alt kategorisi incelendiğinde öğrencilerin ispatlar hakkında düşünmeyi, mantık yürütmeyi, aksiyomları kullanarak ispat yapmayı, diğerlerinden farklı ispat yolları geliştirmeye çalışmayı, bilgisayar üzerinde çizim kullanarak şekiller üzerinden ispata ulaşmayı, ispatlar sırasında ölçüm aracı kullanmadan ispat yapmayı eğlenceli buldukları gözlenmektedir. Sadece şekil kullanarak ortaya dengeli, oranlı bir şeyler çıkarabilmenin güzel eğlenceli ve şaşırtıcı olduğunu belirttikleri göze çarpmaktadır. Anlatım şekli alt kategorisinde incelendiğinde kalıplaşmış kabullerden yola çıkarak açıklama yapmaya çalıştıklarında araştırmacının açıklanan şeyin nedenini ve ispatını istemesini, günlük hayattan örnekler vermesini, şekillerle ilgili ispat ya da değişik sorular verildiğinde çözmeye çalışmayı ve ortaya attıkları iddiaların araştırmacı tarafından çürütülmesini eğlenceli bulduklarını ifade ettikleri görülmektedir. Oyun ve mantık soruları alt kategorisi incelendiğinde öğretim seanslarına girişte verilen keşfe yönelik mantık soruları hakkında yorum yapmayı, soruların cevabını bulmayı ve tanımsız kavramlara girişte çizilen öcüyü eğlenceli buldukları faktörler olarak belirttikleri görülmektedir. Görsellik kategorisinde %42 öğrencinin çizim başlığı altında görüş bildirdiği, Cabri'de çizim yapmayı, çizebildiğini görebilmeyi, araştırmacının verdiği yönergeler doğrultusunda çizimi doğru bir şekilde elde edebilmeyi, doğru çember, çokgen çizimlerini ve teoremlerin ispatında kullanılan çizimleri, istenilen çizimleri kendi başına yapabilmeyi, çizim hareket ettirildiğinde her şeyin uyum içerisinde oynamasını, şekillerin döndürülmesi ve farklı açılardan görünmesini eğlenceli bulduklarını ifade ettikleri gözlenmektedir. Farkındalık kategorisinde %20 oranında öğrencinin düşünceler ve yeni bilgi alt kategorilerinde görüş bildirdiği çizim yapabilmek için yeni yollar denemeyi, programda şekil çizme sırasında birçok fikir ve uygulama farklılıklarının dile getirilmesini, farklı düşüncelerin ifade edilmesini, sınıf ortamında tartışıp yorumlamayı ve hep birlikte çözüm yoluna gitmeyi, grup ödevleri yapmayı eğlenceli bulduklarını ifade ettikleri gözlenmektedir. Bu yönde görüş bildiren öğrencilerin ayrıca herkesin düşündüğünü özgürce söyleyebiliyor olması ve tatlı bir münakaşa ortamı doğmasını eğlenceli buldukları faktörler olarak belirttikleri görülmektedir. Görüşleri negatif kategorisinde incelendiğinde %4 öğrencinin eğlendiği nokta olmadığını detay vermeden bildirdiği görülmektedir. Öğrencilerin aşağıdaki cümleleri söylediği belirlenmiştir:

"En çok eğlendiğim kısım bir ispat için bize verilen sürede ispatla uğraşmak ve diğerlerinden farklı bir yolla ispat yapmaya çalışmak. Tabi sonuca ulaşmak. Şekillerle yaptığımız ispatlar beni şaşırttı ve eğlendirdi."

"En eğlenceli kısmı kalıplaşmış kabullerden yola çıkarak bir şeyleri açıklamaya çalıştığımız noktada Hoca'nın açıkladığımız şeyin nedenini ve dahi ispatını istemesiydi. O an kendinizi duvara toslamış gibi hissediyorsunuz ve ne kadar da ezbere bilgi yaptığımızı düşünüyoruz."

"Mantık soruları mesela. Dilemma kasabası sorusu vb. sorular çok hoşuma giden sorular. O tarz sorularda eğlendim. İlk ders öcü çizdiğimizde çok eğlenmiştim. Günlük hayattan örneklerde de..."

"Çok eğlendiğim şekillerin döndürülmesi ve farklı açılardan görünmesi. Farklı fikirlerin söylenmesi."

"Eğlendiğim olaylar bir soru hakkında sınıfça konuşulup çözüm yoluna girildiği zamanlardı. Böyle anlarda herkes düşündüğünü özgürce söyleyebiliyor ve tatlı bir münakaşa ortamı doğuyordu."

Öğretmen adaylarının "Ders esnasında bir matematik öğretmeni adayı olarak bilmediğinize ve geçmiş geometri öğreniminizde öğrenmediğinize hayıflandığınız bir şey oldu mu? Örnekler veriniz." sorusuna verdikleri cevaplardan elde edilen veriler ve bu verilerin kategoriler ve alt kategoriler altında kodlama yapılarak çıkarılan frekans ve yüzdeleri Tablo 21'de gösterilmiştir.

Tablo 21

YGF 15. Sorusuna ait kategori, alt kategori ve kodlamanın frekans dağılımı

Kategoriler	Alt Kategoriler	Örnek Cümle	Kodlar	Frekans-Yüzdeler	
				f	%
İşleyiş	Çizim	"en basit üçgenin bile kurallara dayanarak çizilmesi."	Çizim, şekil, kare, orta dikme, dikdörtgen	9	20
	Teorem ve ispat	"kabul ettiğimiz doğruların nedenlerini daha önceden sorgulamış olmayı isterdim."	Teorem, ispat, aksiyom, kabuller, temelleri, tanımlar	15	33
Genel	Farkındalık	"geometrinin aslında çok geniş kapsamlı bir konu olduğunu öğrendim."	Olduğunu öğrendim	4	9
Bilgi birikimi	Daha bilgili olmak	"mesela konuları daha ayrıntılı ve iyi bilmediğime üzüldüm."	Geliştirmek, eksik, daha iyi bilmek	5	11
Olumsuz	Yok/olmadı	"olmadı.", "hayır."	Yok, olmadı, hayır	4	9
Program	Cabri	"bilgisayarın geometri öğretirken işe yarayacağını öğrendim."	Cabri	8	18

Görüşler, alınan cevaplara dayanarak işleyiş, genel, bilgi birikimi, olumsuz ve program başlıkları altında beş alt kategoride incelenmiştir. Görüşler, işleyiş kategorisinde incelendiğinde %53 öğrencinin işleyiş başlığı altında çizim, teorem ve ispat alt kategorilerinde görüş bildirdiği görülmektedir. Çizim alt kategorisinde %20 oranında öğrencinin en basit üçgenin bile kurallara dayanarak çizilmesini, üçgen, kare, orta dikme çizimlerini, çokgen çizimlerini, açıortay, kenarortay gibi kavramlar üzerinde kurulan çizimleri bilmediklerine hayıflandıkları noktalar olarak belirttikleri görülmektedir. Bu yönde görüş bildiren öğrencilerin çizim konusunda geçmişte yetersiz öğrenim gördüklerine ve bir şeklin başka şekiller çizerek de doğabileceğini bilmediklerine üzüldüklerini ifade ettikleri gözlenmektedir. Teorem ve ispat alt kategorisinde %33 oranında dörtgenlerde sınıflandırmayı, ispat yöntemlerini, bazı önemli teoremleri, Öklid geometrisini, Öklid aksiyomlarını, önemli olarak gördükleri teoremler ve ispatlarını, tanımlı ve tanımsız terimler, soyut ve somut kavramları, geometrik şekillerin tanım ve ispatlarını öğretim sürecinden önce bilmediklerine hayıflandıkları noktalar olarak ifade ettikleri gözlenmektedir. Bu yönde görüş bildiren öğrencilerin kabul edilen doğruların nedenlerini daha önceden sorgulamamış olmalarına ve çok kolay olduğunu düşündükleri konuların temellerini aslında hiç bilmiyor olduklarına üzüldüklerini belirttikleri görülmektedir. Bilgi birikimi kategorisinde %9 öğrencinin bilgi birikimlerini artırdıklarını, ders kapsamında öğrendikleri bilgi birikimine önceden sahip olmaları durumunda daha başarılı olabileceklerine inandıkları, verilen bilgileri daha önceden bilmelerinin üniversite eğitimlerinde de onlara faydalı olabileceğini düşündükleri, geometri konularını bu şekilde ayrıntılı ve detaylı bilmediklerine üzüldükleri, bu dersi almış olmaktan memnun olduklarını ifade ettikleri görülmektedir. Olumsuz kategorisi incelendiğinde %9 oranında öğrencilerin hatırladıkları kadarıyla geçmiş dönemde neden öğrenmedim dedikleri bir şey olmadığını ifade ettiği görülmektedir. Program kategorisinde öğrencilerin %18 oranında Cabri ile çizim yapmayı, şekillerin Cabri üzerinde çizilmesini bilmemelerini, bilgisayarın geometri öğretirken işe yarayacağını bilmemelerini öğrenmediklerine hayıflandıkları noktalar olarak ifade ettikleri görülmektedir. Genel kategorisinde görüş bildiren öğrencilerin farkındalık başlığı incelendiğinde %9 oranında geometrinin ne kadar muhteşem ve geniş kapsamlı bir dal olduğunu, geometriye dair öğrendikleri konuların onları şaşırttığını, kâinatın geometriyle döndüğünü öğrendiklerini ifade ettikleri görülmektedir. Öğrencilerin aşağıdaki cümleleri söylediği belirlenmiştir:

"En basit üçgenin bile kurallara dayanarak çizilmesi. Pergelle çokgen çizimi konusu."

"Dörtgenlerde yaptığımız sıralamayı tanımlarını bilmiyordum. (kare, dikdörtgen vs)."

"Elbette oldu. Çok kolay dediğimiz konuların temellerini aslında hiç bilmiyormuşuz."

"Öklid geometrisinin ne olduğunu bilmiyordum. Çok büyük bir eksiklik. Aksiyom nedir bilmiyordum."

"Aslında bütün anlatılan şeyler diyebilirim, geometrinin ne kadar muhteşem bir dal olduğunu öğrendim."

"Bilgisayarın geometri öğretirken işe yarayacağını, Kâinatın geometriyle döndüğünü öğrendim."

Öğretmen adaylarının "Siz öğretmen olduğunuzda geometri dersini bu ders kapsamında gördüğünüz gibi mi yoksa geçmişte bildiğiniz ve alışkın olduğunuz geleneksel öğrenme yaklaşımlarıyla mı öğretmek istersiniz? Neden?" sorusuna verdikleri cevaplardan elde edilen veriler ve bu verilerin kategoriler ve alt kategoriler altında kodlama yapılarak çıkarılan frekans ve yüzdeleri Tablo 22'de gösterilmiştir.

Tablo 22

YGF 16. Sorusuna ait kategori, alt kategori ve kodlamanın frekans dağılımı

Kategoriler	Alt Kategoriler	Örnek Cümle	Kodlar	Frekans-Yüzdeler	
				f	%
	Bilgisayar	"geleneksel yöntem. Çünkü bilgisayarlı sistemde dikkat çok dağılıyor."	Geleneksel yöntem, bilgisayar	3	7

Geleneksel Yöntem	**Zorluk**	"...zorlandım. Kolaylaştırılmış eski yolla anlatırım."	Geçmiş, zor	3	7
	Rol model	"ben lisedeki matematik öğretmenim gibi bir öğretmen olmak istiyorum ve.."	Gibi	1	2
	Genel	"2.si daha mantıklı"	Geleneksel yöntem, 2.	1	2
Bu Yöntem!	**Mantık**	"bu derste gördüğüm gibi. Çünkü nedenlerini sorgulamak her zaman daha çok ilerletir.", "Özgüven kazandım ve sorgulayan bir tip oldum."	Neden, mantık, sorgulamak, temel, ispat, neyin ne olduğunu, anlaşılır	11	24
	Genel	"bu ders kapsamında kullandığımız programı kullanarak anlatmak isterim."	Bu ders kapsamında, bu yöntem	1	2
	Teknoloji	"bu ders kapsamında gördüğüm gibi.. Çünkü çağımız teknoloji çağı."	Bu yöntem, Teknoloji, bilgisayar	3	6
	Zevk	"bu derste gördüğüm gibi olabilir. Çünkü eğlenceli geliyor."	Eğlenceli, zevkli, ilgi duymak	5	11
	Ortam	"bu yöntem ...çevre koşullarına göre bu fikri tekrar değerlendirebilirim."	Okulun şartları, çevre şartları, olanaklar	4	9
Her ikisi	**İkisi**	"ben ikisini de kullanmak isterim."	Her ikisi, önce… sonra…	11	24
Özgün	**Bilgi birikimi**	"ikisinin beğendiğim noktalarını alırım, kendi öğretim yöntemimi oluştururum."	Yeni, kendi yöntemim	2	4
İletişim	**Sohbet**	"…daha çok çocuklarla tartışarak onlarla sohbet şeklinde ilerletirdim."	Sohbet, tartışma	1	2

Görüşler, alınan cevaplara dayanarak geleneksel yöntem, bu yöntem, her ikisi, özgün ve iletişim başlıkları altında beş kategoride incelenmiştir. Öğrencilerin öğretmen olduklarında geometri dersini bu araştırma kapsamında Cabri Geometri kullanılarak gerçekleştirilen Geometri-1 öğrenim sürecinde gördükleri gibi mi yoksa geçmişte bildikleri ve alışkın oldukları geleneksel öğrenme yaklaşımlarıyla mı öğretmek isteyeceğine dair görüşleri incelendiğinde %16 öğrencinin geleneksel yöntem kategorisi altında bilgisayar, zorluk, rol model ve genel alt kategorilerinde görüş bildirdiği görülmektedir. Bilgisayar alt kategorisinde öğrencilerin %7 oranında dersin mantığının güzel olmasına rağmen kullanılan bilgisayarların verimi düşürdüğünü, bilgisayarlı sistemin dikkat dağıtıcı olduğunu, ilköğretim öğrencilerinde bu yöntemin uygun olmayacağını ve yöntemi uygulamak için uygun ortam bulamayacaklarını, yapılan dersin mantığını ve içeriğini kullanarak bilgisayarsız işlemeyi tercih edeceklerini ifade ettikleri gözlenmektedir. Zorluk alt kategorisinde %7 oranında üniversite öğrencisi olmalarına rağmen zorlandıklarını, geleneksel yöntemin daha kolay ve anlaşılır olduğunu, Cabri'de her şey hazır olduğundan öğrenimin daha zor olduğunu ifade ettikleri görülmektedir. Rol model alt kategorisinde %2 oranında lisedeki matematik öğretmeni gibi bir öğretmen olmak istediğini ve onun yöntemlerini kullanmak istediğini ifade ettiği görülmektedir. "Bu yöntem" kategorisi incelendiğinde %52 öğrencinin mantık, genel, teknoloji, zevk, ortam alt kategorilerinde görüş bildirdiği görülmektedir. Mantık alt kategorisinde öğrencilerin %24 oranında bu ders kapsamında görüldüğü gibi nedenleri sorgulayarak öğrenmenin öğrenciyi geliştireceğini, bu yöntemle öğrencilerin dersin mantığını öğreneceğini ve ezbere dayalı bir eğitim görmeyeceklerinden kalıcılığın artacağını, öğrencilerin derse daha fazla ilgi duyacağını, neyin nereden geldiğini, ne olduğunu nasıl olduğunu anlayacaklarını, dersin temellerinin nasıl geliştiğini öğreneceklerini, böyle bir dersin ve ders kapsamında yapılan açıklamaların öğrencinin neden sorularının cevabı olacağını, bu yöntemle dersin öğrenci için daha anlaşılır ve kavranabilir olduğunu, bu yöntemin sadece soru çözümlerine ayrılan bir dersten daha mantıklı olduğunu ifade ettikleri gözlenmektedir. Bu yönde görüş bildiren öğrencilerden birinin bu ders sayesinde özgüven kazandığını ve sorgulayan bir insan olduğunu belirttiği görülmektedir. Yine bu yönde görüş bildiren bir öğrencinin hangi branşta olursa olsun bilgiyi öğretirken onun neden öyle olduğu öğretilmediğinde eline verimsiz bir eğitimden başka bir şey geçmeyeceğini ifade ederek bu sebeple bu yöntemi kullanacağını belirttiği görülmektedir. Görüş bildiren öğrencilerin teknoloji alt kategorisinde %6 oranında çağımız teknoloji çağı olduğundan, çocuklar adlarını yazmayı öğrenmeden teknolojik araçları kullanmayı öğrendiklerinden, öğrencilerin hem konu hem bilgisayarda başarılı olması gerektiğinden, Cabri sayesinde ispatların daha açık görülmesinden, öğrencilerin ilgisini teknolojinin faydalı kısmına çekmek açısından derslerin bilgisayardan işlenmesi gerektiğini düşündüklerini ve bu yöntemi kullanacaklarını ifade ettikleri görülmektedir. Öğrencilerden birinin öğrencilik hayatında akıllı tahtadan işlenen derslerde uykusunun gelmesine ve geçmişte öğretmenin elinin tebeşire değmesi gerektiğini düşünmesine rağmen şimdiki çocuklar için ders kapsamındaki gibi bilgisayarla yürütülen bir öğretimin çok daha iyi olacağını belirttiği görülmektedir. Zevk alt kategorisinde %11 oranında öğrencinin bu yöntem ile öğrencilerin zor olarak nitelendirdiği dersleri eğlenceli hale getireceğini, cevaplar öğrenciden beklenerek öğrencilere çözüm üretme fırsatının verilebileceğini, şekillerin çizimiyle derslerin daha zevkli ve anlaşılır geçeceğini, çocukların zihinde canlandırmalarının sağlanacağını ve öğrencilerin dersi daha etkili öğreneceğini ifade ettikleri gözlenmektedir. Her ikisi kategorisinde görüş bildiren öğrencilerin ortam alt kategorisinde %9 oranında bu yöntemi daha faydalı buldukları için, pratik olduğu ve öğrenmeyi daha kolay hale getireceği için, çalışacağı kurumun imkanlarına, okulun maddi durumuna, çevre koşullarına bağlı olarak, yeterli olanaklar ve bilgisayar laboratuvarı bulunduğu takdirde bu yöntemi kullanacaklarını ifade ettikleri gözlenmektedir. %24 öğrencinin her iki yöntemi karma bir şekilde kullanabileceklerini, bu yöntemi kullansalar da arada geleneksel yönteme ihtiyaç duyabileceklerini, konu başlarında bu yöntem ile başlayarak geleneksel yöntemle devam edebileceklerini, zaman müsaitse önce geleneksel yöntem sonra ders kapsamında kullanılan yöntemleri kullanabileceklerini, her iki yöntemin de faydalı yönleri olduğunu, sürekli aynı yöntemi kullanmanın faydalı olmayacağını, ders kapsamında kullanılan yöntemin soyut bir dersi somutlaştırmak açısından faydalı olduğunu, geleneksel yöntemin pratik yapmaya daha yatkın olduğunu ancak daha çok kurallara dayalı olduğu için neyin nereden geldiğini anlamadan yalnızca ezber olduğunu ifade ettikleri gözlenmektedir. Bu yönde görüş bildiren öğrencilerden birinin derslerini bu ders kapsamında öğrendiği şekliyle anlatırsa öğrencilerin anlamakta zorlanabileceklerini, bu yöntemi kullanmak için öğrencinin temelden itibaren bu yöntemle öğretim görmesi gerektiğini belirttiği görülmektedir. İletişim kategorisinde %2 öğrencinin iletişim başlığı altında öğretmen olduğunda bilgisayarda uygulamaları yerine öğrencilerle tartışarak sohbet edeceğini ifade ettiği görülmektedir. Görüşler, özgün kategorisinde incelendiğinde %4 öğrencinin bilgi birikimi başlığı altında sahip oldukları bilgi birikimini geometri dersinde öğrendikleri yeni metotlarla ve bilgisayarla harmanlayarak yeni bir yaklaşımla öğreteceklerini, iki tarzın da beğendiği noktalarını alarak kendi öğretim yöntemlerini oluşturacaklarını, okullarda tahta öğretmen öğrenci kağıt-kalem ve yeri geldiğinde teknoloji kullanılması gerektiğini ifade ettikleri gözlenmektedir. Öğrencilerin aşağıdaki cümleleri söylediği belirlenmiştir:

“Lisedeki matematik öğretmenim gibi olmak, onun yöntemlerini kullanarak anlatmak istiyorum.”

“Ben bu ders kapsamında gördüğüm gibi anlatmak isterim. Çünkü bu yöntemle öğrenciler dersin mantığını öğrenecek ve ezbere dayalı bir eğitim görmeyecekleri için akılda kalıcı olacaktır.”

“Bence bu ders kapsamında gördüğüm gibi. Özgüven kazandım ve sorgulayan bir tip oldum.”

“Tutumum okulun maddi durumuyla alakalı olur. Tabi okulda bir bilgisayar laboratuvarı varsa bu şekilde işlerim. Ama yoksa her çocuğun bilgisayarı olmayabilir bu yüzden geleneksel öğrenmeye devam ederim.”

“İkisinden de kullanarak öğretmeye çalışırım. Geleneksel yöntem daha çok kurallara dayalı olduğu için neyin nereden geldiğini anlamadan yalnızca ezber olur. Bu ders kapsamında öğrendiğim şekilde anlatırsam anlamakta zorlanabilirler. Bu yöntemi kullanmak için en temelden başlamamız gerekir.”

DGYCG ile zenginleştirilmiş Geometri-1 dersi alan öğrencilerin, yazılı görüşme formunun 17.sorusu olan “Bir sonraki öğretim yılında bu dersi daha verimli hale getirmek ve iyileştirmek için öğretim sürecinde neler değiştirilebilir? Lütfen önerilerinizi paylaşınız.”

sorusuna verdikleri cevaplardan elde edilen veriler ve bu verilerin kategoriler ve alt kategoriler altında kodlama yapılarak çıkarılan frekans ve yüzdeleri Tablo 23'te gösterilmiştir.

Tablo 23

YGF 17. Sorusuna ait kategori, alt kategori ve kodlamanın frekans dağılımı

Kategoriler	Alt Kategoriler	Örnek Cümle	Kodlar	Frekans-Yüzdeler f	%
Fiziki şartlar ve araç-gereç	**Bilgisayar**	"..bilgisayarlara bir çözüm bulmalıyız. Taşımak bizi çok yoruyor."	Bilgisayar taşımak	8	17
	Görsellik	"ya da bence dersin bir kitabı olması gerekiyor teoremlerle slayt falan."	Slayt, sunu, akıllı tahta, ders notu, kitap	9	20
	Ortam	"..bilgisayar laboratuvarı şart. Her hafta bilgisayar taşımak ve küçücük sınıfta ders işlemek kötü."	Laboratuvar, sınıf, derslik, kalabalık, sınıf mevcudu	8	17
Bilgisayar programı	**Kullanılmasın**	"tam bilmiyorum ama daha kullanışlı bir program varsa o kullanılmalıdır. Çizerken zorlandığım anlar oldu."	Program/Cabri/ bilgisayar kullanılmamalı, bilgisayar yerine	3	7
	Kullanılsın/ arttırılsın	"programın kullanılması çok iyi bir şekilde ve uzun süreli öğretilmeli."	Cabri…devam, bilgisayarla, program… fazla	6	13
İşleniş	**Hız**	"yavaş her öğrencinin anladığından emin olarak gidilmeli."	Yavaş, tekrar yapmak	4	9
	İçerik	"anlatımda ayrıntılı bir şekilde not tutturulmalı. çizimleri, metotları detaylı.."	Soru, bol örnek, fazla etkinlik, detaylı, açıklamalı	6	13
Ders saati	**Süre**	"bence konular üzerinde daha uzun durulabilirdi ders saati az geldi."	Ders süresi, ders saati, süre, dersler az, zaman	8	17
Anket	**Anket**	"anket yapılmamalı."	Anket, bu kağıtlar	2	4
Sorunsuz	**Sorunsuz**	"böyle devam edebilir. Çünkü oldukça keyifli ve anlaşılır bir ders."	Güzel, devam, hiçbir şey	5	11

Görüşler, alınan cevaplara dayanarak fiziki şartlar ve araç gereç, bilgisayar programı, işleniş, ders saati, anket ve sorunsuz başlıkları altında altı kategoride incelenmiştir. Öğrencilerin bir sonraki öğretim yılında Cabri kullanılarak gerçekleştirilen Geometri-1 dersini daha verimli hale getirmek ve iyileştirmek için öğretim sürecinde yapılabilecek değişikliklere yönelik görüşleri ve önerileri fiziki şartlar ve araç gereç kategorisinde incelendiğinde öğrencilerin fiziki şartlar ve araç gereç kategorisi altında bilgisayar, görsellik ve ortam alt kategorilerinde görüş bildirdiği görülmektedir.

Bilgisayar alt kategorisinde incelendiğinde %17 oranında öğrencinin bilgisayarı her hafta taşımanın oldukça sıkıntılı olduğunu, bilgisayar taşıma problemine bir çözüm bulunması gerektiğini, bilgisayarları okul temin edebilirse dersin daha etkili bir şekilde işleneceğini, dersin konusuna göre bazı haftaları bilgisayardan yapılacak etkinliklere ayırarak bilgisayar taşıma zorunluluğunun belli haftalara düşürülebileceğini ifade ettikleri gözlenmektedir. Öğrencilerin görsellik alt kategorisinde % 20 oranında akıllı tahta üzerindeki sunular yerine beyaz tahtanın daha fazla kullanılmasının dersi daha doyurucu hale getirebileceğini, slayt üzerinden gitmek yerine defter tutularak gidilirse dersin daha verimli olabileceğini, çizimlerin akıllı tahta dışında beyaz tahtayı kullanılarak ta yapılabileceğini, ders notlarının dönem başında ya da sunumlardan verilebileceğini, bu sayede öğrencinin derste anlatılacak konuyu önceden kavrayarak hazırlık yapabileceğini ya da dersin bir ders kitabı olması gerektiğini ifade ettikleri görülmektedir. öğrencilerin ortam alt kategorisinde%17 oranında sınıf koşullarının iyileştirilmesi, dersin daha büyük bir sınıfta işlenmesi ve yer sıkıntısı çekilmemesi gerektiğini, fakültenin bilgisayar laboratuvarına ihtiyacı olduğunu, derslerin laboratuvarlarda işlenmesinin daha sağlıklı ve verimli olacağını, sınıf mevcudu yüksek olduğu için havasız kalındığını ve bunun öğrenme isteğini söndürdüğünü, arka sıralarda oturan öğrencilerin bazen tahtayı göremediğini, projeksiyon aleti kullanılabileceğini ve sınıf mevcudu ikiye bölünerek ders işlenebileceğini ifade ettikleri görülmektedir. Görüşler bilgisayar programı kategorisinde incelendiğinde kullanılsın/kullanımı arttırılsın alt kategorisinde %7 oranında öğrencinin dersin Cabri üzerinden anlatılmaya ve çizimlerin Cabri üzerinde yapılmaya devam edilmesinin iyi olacağını, derste kullanılan programın daha detaylı tanıtılarak sadece derste kullanılan özellikler değil bütün özellikleri konusunda bilgi verilmesi gerektiğini, programın kullanılması iyi bir şekilde daha uzun sürede öğretilebileceğini, Cabri öğrenimi için ayrı bir ders verilebileceğini ifade ettikleri gözlenmektedir. Öğrencilerin %7 oranında bilgisayarda uygulama yapmak yerine sadece tartışarak ilerlenebileceğini, dersin yöntem, ispatlar ve mantık bakımından güzel olmasına rağmen bilgisayar programının güç anlaşıldığını, bilgisayar yerine tahta ve defter aracılığıyla konuların anlatılmasının daha mantıklı olduğunu, çizimleri yaparken zorlandıklarını, daha kullanımı kolay bir program varsa onun kullanılabileceğini ifade ettikleri gözlenmektedir. %22 oranında öğrencinin işleniş kategorisi altında hız ve içerik alt kategorilerinde görüş bildirdiği görülmektedir. Hız alt kategorisinde görüş bildiren öğrencilerin %9 oranında geometrisi zayıf öğrenciler için dersin daha yavaş anlatılabileceğini, her öğrencinin anladığından emin olarak ilerlenebileceğini, bir öğrenci herhangi bir ispatı yapamadığında tekrarlar yapılabileceğini ifade ettikleri gözlenmektedir. İçerik alt kategorisinde görüş bildiren öğrencilerin %13 oranında daha fazla soru verilebileceğini, bol örnekler çözülebileceğini, öğrenciye daha fazla etkinlik yaptırılarak daha fazla sorumluluk verilebileceğini ve sıkı bir şekilde kontrolünün sağlanabileceğini, dersin daha detaylı işlenebileceğini, temeli olmayan öğrenciler için daha açıklamalı anlatım sağlanabileceğini, öğrenciye ayrıntılı bir şekilde not tutturulabileceğini ifade ettikleri gözlenmektedir. Ders saati kategorisi incelendiğinde öğrencilerin %17 öğrencinin ders saati kategorisi altında ders saatlerinin az geldiğini, sürenin yeterli olmadığını, konuların üzerinde daha çok durulabileceğini, öğrencilerin tümü ile birebir ilgilenerek, herkesin çizip anlamasına olanak sağlayabilmek için ders saatlerinin arttırılabileceğini ve dersin iki döneme yayılabileceğini ifade ettikleri görülmektedir. Anket kategorisinde %4 öğrencinin anket kategorisi altında anket yapılmaması gerektiği, "dersle ne alakası var" diye düşünmelerine sebep olan kağıtların dersin sonuna doğru dağıtılması gerektiğini ifade ettikleri görülmektedir. %11 oranında öğrencinin sorunsuz kategorisi altında ders işlenişini güzel olduğunu, dersin keyifli ve anlaşılır olduğunu, bu şekilde devam etmenin uygun olacağını ifade ettikleri görülmektedir. Öğrencilerin aşağıdaki cümleleri söylediği belirlenmiştir:

"Bilgisayarı her hafta taşımak çok sıkıntı olmaktadır. Okul bilgisayarları temin edebilirse daha etkili bir şekilde dersin işleneceğini düşünüyorum."

"Ya da bence dersin bir kitabı olması gerekiyor teoremlerle falan."

"Programın kullanılması çok iyi bir şekilde ve uzun süreli öğretilmeli. Kesinlikle ders saati arttırılmalıdır"

"Temeli olmayan öğrenciler için biraz daha yavaş anlatım belki. Bu derste çok iyi olmasam da eksiklerim olsa da bana çok şey kattığını düşünüyorum. Her şey için teşekkürler!"

4.3. Sözlü Görüşme Kayıtlarına İlişkin Bulgular

Öğretmen adaylarının "Matematik öğretmeni denildiğinde aklınıza gelen ilk beş kelime nedir?" sorusuna verdikleri cevaplardan elde edilen veriler ve bu verilerin kategoriler ve alt kategoriler altında kodlama yapılarak çıkarılan frekans ve yüzdeleri Tablo 24'te gösterilmiştir.

Tablo 24

SGF 1. sorusuna ait kategori, alt kategori ve kodlamanın frekans dağılımı

Kategoriler	Alt kategoriler	Örnek cümle	Kodlar	Frekans Yüzdeler	
				f	%
Karakter özellikleri	**Olumlu karakter özellikleri**	"Zeki", "Sabır", "sevgi", "saygı", "sert tavır",	Zeki, çalışkan, araştırmacı, özgüveni yüksek	8	53
Düzey	**Zorluk**	"Zor", "zorluk"	Zor, zorluk	3	20
Ders tutum/ yeterlik	**Matematiği seven/sevdiren/ anlatabilen**	"Matematiği seven", "Matematiği sevdiren"	Matematiği seven/sevdiren/anlatabilen	1	7
Matematiksel terimler	**Matematik konuları/terimleri/ kavramları**	"Türev", "integral", "doğru", "pergel"	Türev, integral,..	9	60
Okul	**Öğrenciler**	"Çocuklar", "sınıf",	Çocuklar, öğrenciler..	4	27
	Öğretmenler	"Özgür hoca", "ilkokul öğretmeni"	……Hoca,….öğretmeni	3	20
Teknoloji	**Bilgisayar programı**	Cabri	Cabri	1	7

Görüşler alınan cevaplara dayanarak karakter özellikleri, düzey, ders tutum/yeterlik, matematik konuları/terimleri, okul, teknoloji başlıkları altında altı kategoride incelenmiştir. Öğrencilerin matematik öğretmeni denildiğinde akıllarına gelen ilk beş kelimeye yönelik görüşleri “karakter özellikleri” kategorisinde incelendiğinde 8 öğrencinin (%53) “olumlu karakter özellikleri” alt kategorisinde görüş bildirdiği ve matematik öğretmeni denildiğinde akıllarına zeki, çalışkan, araştırmacı, özgüveni yüksek, sabır, vefa, sevgi, saygı, sert tavır, disiplinli, başarılı, ciddi gibi olumlu karakter özellikleri geldiğini ifade ettikleri görülmektedir. Görüşler “düzey” kategorisinde incelendiğinde 3 öğrencinin (%20) “zorluk” alt kategorisinde görüş bildirdiği ve matematik öğretmeni denildiğinde akıllarına zor, zorluk gibi dersin düzeyini bildiren ifadeler geldiğini ifade ettikleri görülmektedir. Görüşler “ders, tutum, yeterlik” kategorisinde incelendiğinde 1 öğrencinin (%7) “matematiği seven/sevdiren/anlatabilen” alt kategorisinde görüş bildirdiği ve matematik öğretmeni denildiğinde aklına matematiği seven, sevdiren, anlatabilen gibi ifadeler geldiğini belirttiği görülmektedir. Görüşler “matematiksel terimler” kategorisinde incelendiğinde 9 öğrencinin (%60) “matematik konuları/terimleri/kavramları” alt kategorisinde görüş bildirdiği ve matematik öğretmeni denildiğinde akıllarına türev, integral, doğru parçası, açı, üçgen, sayılar, geometri, hesap, aritmetik, şekiller, pergel, cetvel doğru gibi matematiksel konu, terim, kavram bildiren ifadeler geldiğini belirttikleri görülmektedir. Görüşler “okul” kategorisinde incelendiğinde 7 öğrenciden (%87) 4’ünün (%27) “öğrenciler” alt kategorisinde, 3’ünün (%20) “öğretmenler” alt kategorisinde görüş bildirdiği görülmüştür. “Öğrenciler” alt kategorisinde görüş bildiren öğrencilerin matematik öğretmeni denildiğinde akıllarına çocuklar, sınıf, okul, öğretmenler odası, eğitim, yazılı gibi okul ve öğrenciler ile ilgili terimlerin geldiğini ifade ettikleri, “öğretmenler” alt kategorisinde görüş bildiren öğrencilerin matematik öğretmeni denildiğinde akıllarına Özgür Hoca, Tuncay Hoca, ilkokul öğretmeni, Ercan Hoca gibi geçmiş matematik dersi aldıkları öğretmenlerin geldiğini ifade ettikleri gözlenmektedir. Görüşler “teknoloji” kategorisinde incelendiğinde 1 öğrencinin (%7) “bilgisayar programı” alt kategorisinde matematik öğretmeni denildiğinde aklına Cabri kelimesinin geldiğini ifade ettiği görülmektedir.

“Matematik öğretmeni denildiğinde aklınıza gelen ilk beş kelime nedir?” sorusuna verdikleri cevaplarda teknolojiden bahsetmeyen öğretmen adaylarına “Hiç teknolojiden bahsetmediniz. Neden?” sorusu sorulmuştur. “Hiç teknolojiden bahsetmediniz. Neden?” sorusuna verilen cevaplardan elde edilen veriler ve bu verilerin kategoriler ve alt kategoriler altında kodlama yapılarak çıkarılan frekans ve yüzdeleri Tablo 25’te gösterilmiştir.

Tablo 25

SGF 2.sorusuna ait kategori, alt kategori ve kodlamanın frekans dağılımı

Kategoriler	Alt kategoriler	Örnek cümle	Kodlar	Frekans Yüzdeler	
				f	%
Unutma	**Hatıra gelmeme**	"aklıma gelmedi."	Aklıma gelmedi, unuttum	2	13
İlgisizlik	**Teknolojiye ilgisizlik**	"teknolojiyle uğraşmayı sevmem."	Sevmem	1	7
Güçlük	**Teknoloji kullanımı zorluğu**	"teknoloji kullanımı meşakkatli."	Meşakkatli	1	7
Alışkanlıklar	**Geçmiş öğrenme yöntemleri**	"teknolojiyle iç içe dersler almadım"	Geleneksel…teknoloji, geçmişte…teknoloji, eskiden…, lisede…teknoloji	11	73

Görüşler, alınan cevaplara dayanarak Tablo 25'te görüldüğü gibi unutma, ilgisizlik, güçlük, alışkanlıklar başlıkları altında dört kategoride incelenmiştir. Öğrencilerin matematik öğretmenini tanımlarken neden teknolojiden bahsetmediğine dair görüşleri "unutma" kategorisinde incelendiğinde 2 öğrencinin (%13) "hatıra gelmeme" alt kategorisinde teknoloji kelimesinin akıllarına gelmediği, unuttukları için teknolojiden bahsetmediklerini ifade ettikleri gözlenmektedir. Görüşler "ilgisizlik" kategorisinde incelendiğinde 1 öğrencinin (%7) "teknolojiye ilgisizlik" alt kategorisinde teknolojiyle uğraşmayı sevmediği için teknolojiden bahsetmediğini ifade ettiği gözlenmektedir. Görüşler, güçlük kategorisinde incelendiğinde 1 öğrencinin (%7) "teknoloji kullanımının zorluğu" alt kategorisinde, teknoloji kullanımını meşakkatli bulduğundan teknolojiden bahsetmediğini ifade ettiği gözlenmektedir. Görüşler "alışkanlıklar" kategorisinde incelendiğinde 11 öğrencinin (%73) "geçmiş öğrenme yönteminde teknolojinin olmaması" alt kategorisinde daha önceki geometri öğrenim deneyimlerinde teknoloji kullanılarak gerçekleştirilmiş bir eğitim görmedikleri için, teknolojiyle iç içe dersler almadıkları için, geleneksel teknikler kullanılarak anlatılan teknoloji desteksiz geometriye alışkın oldukları için teknolojiden bahsetmediklerini ifade ettikleri gözlenmektedir.

"Teknolojiyi aktif kullanır mısınız? Teknolojinin hayatınızdaki yeri nedir?" sorusuna verilen cevaplardan elde edilen veriler ve bu verilerin kategoriler ve alt kategoriler altında kodlama yapılarak çıkarılan frekans ve yüzdeleri Tablo 26'da gösterilmiştir.

Tablo 26

SGF 3. sorusuna ait kategori, alt kategori ve kodlamanın frekans dağılımı

Kategoriler	Alt kategoriler	Örnek cümle	Kodlar	Frekans Yüzdeler f	%
Olumlu	**Detaysız**	"evet."	Evet, kullanırım, tabi ki, kullanmamak mümkün mü.	7	47
	Ehemmiyet	"büyük yer kaplıyor."	Önem, yer kaplıyor, etrafında dönüyor	3	20
	Kolaylık	"hayatımı kolaylaştırıyor."	Kolaylaştırıyor	1	7
Orta	**Kısmen teknoloji kullanan**	"yerine göre kullanmaya çalışırım."	…..Ama kullanırım, yerine göre kullanırım, bazen kullanırım	3	20
Olumsuz	**Teknoloji kullanmayan**	"kullanmam da anlamam da sadece ödev için."	Kullanmam	1	7

Görüşler, alınan cevaplara dayanarak Tablo 26'da görüldüğü gibi olumlu, orta ve kısmen başlıkları altında üç kategoride incelenmiştir. Öğrencilerin teknolojiyi aktif kullanıp kullanmadığına ve teknolojinin hayatlarındaki yerine yönelik görüşleri "olumlu" kategorisinde incelendiğinde 11 öğrencinin (%74) "detaysız", "ehemmiyet" ve "kolaylık" olmak üzere üç alt kategoride görüş bildirdiği görülmektedir. 7 öğrencinin (%47) "detaysız" alt kategorisinde detay vermeden ve sebep belirtmeden teknolojiyi pek tabi kullandıklarını, teknoloji kullanmamanın mümkün olmadığını ifade ettikleri gözlenmektedir. 3 öğrencinin (%20) "ehemmiyet" alt kategorisinde teknolojinin hayatımızda büyük yer kapladığı, hayatımızın teknoloji etrafında döndüğü ve teknolojinin bu çağın en önemli olgusu olması dolayısıyla teknoloji kullandıklarını belirttikleri görülmüştür. 1 öğrencinin (%7) kolaylık alt kategorisinde teknolojinin hayatımızı kolaylaştırdığı ve bu yüzden teknoloji kullandıklarını belirttikleri görülmektedir. Görüşler, "orta" kategorisinde incelendiğinde 3 öğrencinin (%20) "kısmen teknoloji kullanan" başlığı altında teknoloji kullandıklarını ancak aktif olarak kullanmadıklarını, teknolojiden çok anlamasalar da kimi zaman kullandıklarını, teknolojiyi kendi ifadeleriyle yerine göre kullandıklarını ifade ettikleri gözlenmektedir. Görüşler "olumsuz" kategorisinde incelendiğinde 1 öğrencinin (%7) "teknoloji kullanmayan" başlığı altında teknolojiden anlamadığını ve ödev dışında teknolojiyi kullanmadığını ifade ettiği görülmektedir.

"Sizce ülkemizde gençlerin teknoloji kullanma yüzdesi nedir?" sorusuna verilen cevaplardan elde edilen veriler ve bu verilerin kategoriler ve alt kategoriler altında kodlama yapılarak çıkarılan frekans ve yüzdeleri Tablo 27'de gösterilmiştir.

Tablo 27

SGF 4.sorusuna ait kategori, alt kategori, kodlamanın frekans dağılımı

Kategoriler	Alt kategoriler	Örnek cümle	Kodlar	Frekans Yüzdeler	
				f	%
Tüm gençler	**Tüm gençler**	"..hepimiz interneti kullanıyoruz…"	Kullanmayan yoktur, internet, herkes, hepsi	5	33
Akıllı telefon	**Cep telefonu**	"..cep telefonu sayarsak herkes.."	Cep telefonu	6	40
Maddi durum	**Maddi yeterlilik**	"yetersiz durumu olanları saymazsak.."	İmkânı olan, yeterli durumu, yetersiz, yoksul	4	27

Görüşler, alınan cevaplara dayanarak tüm gençler, akıllı telefon, maddi durum başlıkları altında üç kategoride incelenmiştir. Öğrencilerin ülkemizdeki gençlerin teknoloji kullanma yüzdesine yönelik görüşleri "tüm gençler" kategorisinde incelendiğinde 5 öğrencinin (%33) "tüm gençler" alt kategorisinde günümüzde teknolojiyi kullanmayan genç olamayacağını, ödevlerin kitaplardan ziyade internetten araştırıldığını, televizyonun da teknolojik bir alet olması dolayısıyla tüm gençlerin bir şekilde teknoloji kullandığını ifade ettikleri gözlenmektedir. Görüşler, "akıllı telefon" kategorisinde incelendiğinde 6 öğrencinin (%40) "cep telefonu" alt kategorisinde, cep telefonu teknolojik bir alet olduğundan tüm gençlerin teknoloji kullandığını ifade ettikleri gözlenmektedir. Görüşler, "maddi durum" kategorisinde incelendiğinde 4 öğrencinin (%27) "maddi yeterlik" alt kategorisinde yoksullar ve maddi durumu iyi olmayanlar hariç maddi imkanları yeterli olan tüm gençlerin teknoloji kullandığını ifade ettikleri gözlenmektedir.

"Sizce matematikte teknoloji kullanmak bir ihtiyaç mıdır?" sorusuna verilen cevaplardan elde edilen veriler ve bu verilerin kategoriler ve alt kategoriler altında kodlama yapılarak çıkarılan frekans ve yüzdeleri Tablo 28'de gösterilmiştir.

Tablo 28

SGF 5. sorusuna ait kategori, alt kategori ve kodlamanın frekans dağılımı

Kategoriler	Alt kategoriler	Örnek cümle	Kodlar	Frekans Yüzdeler	
				f	%
Olumsuz	**İhtiyaç değil**	"hayır, ihtiyaç yok.", "…olmasa da olur.."	Hayır, değil	2	13
Olumlu	**Detaysız**	"evet."	Evet	4	27

	Vazgeçilebilirlik	"evet, ama olmazsa olmaz değil."	Ama olmazsa olmaz değil	1	7
	Katkı	"soyutu algılamak için..", "görsellik çok olduğu için.."	Görsellik, soyut, hız	3	20
	Alışkanlık	"yeni nesil teknoloji ile iç içe.."	Yeni nesil	1	7
Bazen	**Kısmen ihtiyaç**	"bazı noktalarda, mesela.", "sunum hazırlarken.", "Yerine göre değişir.", "..geometride.."	Bazen, kısmen, sunum, yerine göre	4	27

Görüşler, alınan cevaplara dayanarak olumsuz, olumlu ve bazen başlıkları altında üç kategoride incelenmiştir. Öğrencilerin teknolojiyi aktif kullanıp kullanmadığına ve teknolojinin hayatlarındaki yerine yönelik görüşleri "olumsuz" kategorisinde incelendiğinde 2 öğrencinin (%13) "ihtiyaç değil" başlığı altında kâğıt kalem, tahta tebeşir olduktan sonra her yerde matematik yapılabileceğini, matematikte teknolojinin ihtiyaç olmadığını ifade ettikleri gözlenmektedir. Görüşler, "olumlu" kategorisinde incelendiğinde 9 öğrencinin (%61) detaysız, vazgeçilebilirlik, katkı ve alışkanlık olmak üzere dört alt kategoride görüş bildirdiği görülmektedir. 4 öğrencinin (%27) "detaysız" alt kategorisinde sebep belirtmeyerek matematikte teknolojinin ihtiyaç olduğunu ifade ettikleri, 1 öğrencinin (%7) "vazgeçilebilirlik" alt kategorisinde matematikte teknoloji kullanmanın ihtiyaç olmakla birlikte olmazsa olmaz önemde olduğunu ifade ettiği, 3 öğrencinin (%20) "katkı" alt kategorisinde matematikte soyut kavramları algılayabilmek için, pratikliği sebebiyle kısa sürede sonuca ulaşabilmek için ve görsellik imkânı sağladığı için matematikte teknoloji kullanımının ihtiyaç olduğunu belirttikleri ve 1 öğrencinin (%7) "alışkanlık" alt kategorisinde yeni nesil teknoloji ile iç içe olduğundan matematikte teknoloji kullanmanın ihtiyaç olduğunu ifade ettiği görülmüştür. Görüşler "bazen" kategorisinde incelendiğinde 4 öğrencinin (%27) bazı noktalarda, örneğin geometrik çizimlerde, sunum hazırlarken, geometride, yerine göre ve bazı durumlarda teknoloji kullanmanın ihtiyaç olduğunu ifade ettikleri gözlenmektedir.

Öğrencilere beşinci soruya kadar olan soruların genel sorular olduğu altıncı sorudan sonraki sorularda biraz da sınıfımızdan, dersimizden ve dersimizle ilgili düşüncelerinden bahsedileceği söylenmiştir. "Bu ders kapsamında "Bilgisayar kullanmasaydık, ne gerek vardı.." diye düşündüğünüz oldu mu? Neden?" sorusuna verilen cevaplardan elde edilen veriler ve bu verilerin kategoriler ve alt kategoriler altında kodlama yapılarak çıkarılan frekans ve yüzdeleri Tablo 29'da gösterilmiştir.

Tablo 29

SGF 6. sorusuna ait kategori, alt kategori ve kodlamanın frekans dağılımı

Kategoriler	Alt kategoriler	Örnek cümle	Kodlar	Frekans Yüzdeler	
				f	%
Hayır düşünmedim/ bilgisayar olmalı	Yoruculuk	“bilgisayar olmalı ama ders uzayınca...”	Baş ağrısı	1	7
	Öğrenme	“hayır. Olmalı….öğretici”	Öğretici, anladım, kavradım	6	40
	Görsellik	“görsel olarak direkt olayı anlatabilmek.”,	Görsel olarak, çizimler	3	20
	Kalıcılık	“bilgisayar ile akılda kalıcı oluyor”	Akılda kalıcı	3	20
Evet düşündüm/ bilgisayar olmamalı	Seviye	“evet çok oldu, odaklanamadım” “…beceremediğim için ..”	Evet…karışık, ..beceremediğim	2	13
	Sınıf mevcudu	“evet. Mevcut fazla olduğu için…”	Evet mevcut…	1	7

Görüşler, alınan cevaplara dayanarak “hayır düşünmedim/bilgisayar olmalı” ve “evet düşündüm/bilgisayar olmamalı” başlıkları altında iki kategoride incelenmiştir. Öğrencilerin DGYCG kullanılarak gerçekleştirilen Geometri-1 dersi kapsamında bilgisayar kullanılmasının gerekliliğini sorgulayıp sorgulamadıklarına ve bunun nedenlerine yönelik görüşleri “hayır düşünmedim/bilgisayar olmalı” kategorisinde incelendiğinde 13 öğrenciden (%87) 1’inin (%7) “yoruculuk” alt kategorisinde, 6’sının (%40) “öğrenme” alt kategorisinde, 3’ünün (%20) “görsellik” alt kategorisinde ve 3’ünün (%20) “kalıcılık” alt kategorisinde görüş bildirdiği görülmüştür. “Hayır düşünmedim/bilgisayar olmalı” kategorisinde öğrencilerin “ders kapsamında bilgisayar kullanılmasına ne gerek vardı” diye düşünmediklerini ve bilgisayar kullanılmasını istediklerini; “öğrenme” alt kategorisinde dersin bu şekilde işlenmesinin daha öğretici olduğunu, daha iyi anlaşıldığını, “görsellik” alt kategorisinde çizimlerin bu şekilde daha pratik olduğunu, dersin görsel olarak ve dolaysız bir biçimde anlatıldığını, “yoruculuk” alt kategorisinde ders uzayınca baş ağrısı ve yorgunluk yaptığını ancak yine de bilgisayar kullanımını tercih ettiklerini, “kalıcılık” alt kategorisinde pergel ile çizimlerin daha pratik ve özgür olduğunu fakat bilgisayar ile daha akılda kalıcı olduğunu ifade ettikleri gözlenmektedir. Görüşler, “evet düşündüm/bilgisayar olmamalı” kategorisinde incelendiğinde 3 öğrenciden (%20) 2’sinin (%13) “seviye” alt kategorisinde, 1’inin (%7) “sınıf mevcudu” alt kategorisinde görüş bildirdiği görülmüştür. Öğrencilerin, “seviye” alt kategorisinde bilgisayar kullanımı karışık olduğundan derse odaklanamadıklarını, çizimleri beceremedikleri için anlayamadıklarını; “sınıf mevcudu” alt kategorisinde sınıf mevcudu fazla olduğu için dersin verimli olmadığını bu sebeple bilgisayarın kullanılmaması gerektiğini düşündüklerini ifade ettikleri gözlenmektedir.

“Mezun olduktan sonra asistan olarak üniversitenizde bulunsanız ve geometri dersine asistan olmak üzere seçilseniz genel olarak bu ders ile ilgili neyi değiştirirdiniz?” sorusuna verilen cevaplardan elde edilen veriler ve bu verilerin kategoriler ve alt kategoriler altında kodlama yapılarak çıkarılan frekans ve yüzdeleri Tablo 30’da gösterilmiştir.

Tablo 30

SGF 7. sorusuna ait kategori, alt kategori ve kodlamanın frekans dağılımı

Kategoriler	Alt kategoriler	Örnek cümle	Kodlar	Frekans Yüzdeler	
				f	%
Yorumsuz	**Yorumsuz**	“bilmiyorum.”	Bilmiyorum	2	13
Katılım	**Öğrenci odaklı**	“öğrenciyi işin içine sokmak…”, “Gruplara bölerdim..”	Öğrenci, gruplar	3	20
Sınıf	**Sınıf ortamı**	“amfi tarzı sınıflar olsa..”, “Sınıfı fiziksel olarak değiştirmek…”	Amfi, sınıf	3	20
	Sınıf mevcudu	“sınıf mevcudunu bölerdim..”, “kalabalık..”	Sınıf mevcudu, kalabalık	4	27
Araç-gereç	**Tahta kullanımı**	“hem bilgisayar ile hem tahtada çizim yaparak.”	Tahta	2	13
	Program seçimi	“daha kullanışlı bir çizim programı kullanılmasını sağlardım.”	Başka program	1	7

Görüşler, alınan cevaplara dayanarak Tablo 30’da görüldüğü gibi yorumsuz, katılım, sınıf, araç-gereç başlıkları altında dört kategoride incelenmiştir. Öğrencilerin mezun olduktan sonra asistan olarak üniversitede bulunmaları ve geometri dersine asistan olmak üzere seçilmeleri durumunda genel olarak bu ders ile ilgili değiştirmek isteyecekleri şeylere yönelik görüşleri “yorumsuz” kategorisinde incelendiğinde 2 öğrencinin (%13) “yorumsuz” başlığı altında böyle bir durumda neyi değiştireceklerine dair fikirleri olmadığını ifade ettikleri görülmektedir. Görüşler, “katılım” kategorisinde incelendiğinde 3 öğrencinin (%20) “öğrenci odaklı” başlığı altında geometri dersine asistan olmak üzere seçilmeleri durumunda öğrenciye daha çok çizim yaptıracaklarını, öğrenciyi işin içine daha fazla katabilmek amacıyla ödevler ve bunun gibi yaptırımlarla daha fazla baskı uygulayacaklarını, sınıf çok kalabalık olduğundan gruplara bölerek ve proje ödevleri vererek, öğrencilerin verilen projeyi gruplarına anlatmalarını sağlayabileceklerini ifade ettikleri gözlenmektedir. Görüşler, “sınıf” kategorisinde incelendiğinde 7 öğrenciden (%47) 3’ünün (%20) “sınıf ortamı” alt kategorisinde sınıfın fiziksel şartlarını değiştirmek isteyeceklerini, daha ferah ve büyük, amfi tarzı sınıflar seçeceklerini ifade ettikleri ve 4’ünün (%27) “sınıf mevcudu” alt kategorisinde sınıf çok kalabalık olduğundan sınıf mevcudunu azaltacaklarını, sınıfı gruplara böleceklerini ifade ettikleri görülmektedir. Görüşler, “araç-gereç” kategorisinde incelendiğinde 3 öğrenciden (%20) 2’sinin (%13) “tahta kullanımı” alt kategorisinde geometri dersine asistan olmak üzere seçilmeleri durumunda hem tahtada hem de bilgisayarda çizim yaparak ders anlatacaklarını ifade ettikleri ve 1’inin (%7) “program seçimi” alt kategorisinde asistan olmak üzere seçilmesi durumunda daha kullanışlı bir çizim programı kullanılmasını sağlayacağını ifade ettiği görülmüştür.

“Mezun olduktan sonra asistan olarak üniversitenizde bulunsanız ve geometri dersine asistan olmak üzere seçilseniz ders kapsamında bilgisayar kullanımından vazgeçer miydiniz?” sorusuna verilen cevaplardan elde edilen veriler ve bu verilerin kategoriler ve alt kategoriler altında kodlama yapılarak çıkarılan frekans ve yüzdeleri Tablo 31’de gösterilmiştir.

Tablo 31

SGF 8.sorusuna ait kategori, alt kategori ve kodlamanın frekans dağılımı

Kategoriler	**Alt kategoriler**	**Örnek cümle**	**Kodlar**	**Frekans Yüzdeler**	
				f	**%**
Olumsuz	**Olumsuz**	“bilgisayardan hoşlanmıyorum”,”kullanmazdım”	Vazgeçerdim, kullanmazdım	2	13
Olumlu	**Olumlu**	“vazgeçmezdim”	Hayır, vazgeçmezdim	9	60
Orta	**Kısmen**	“yarı yarıya hem geleneksel hem teknoloji”, “vazgeçmezdim ama biraz da eski metot..”	Yarı yarıya, bazen, biraz da, kısmen	4	27

Görüşler, alınan cevaplara dayanarak Tablo 31’de görüldüğü gibi olumsuz, olumlu ve bazen başlıkları altında üç kategoride incelenmiştir. Öğrencilerin mezun olduktan sonra asistan olarak üniversitede bulunmaları ve geometri dersine asistan olmak üzere seçilmeleri durumunda geometri dersi kapsamında bilgisayar kullanımından vazgeçip vazgeçmeyeceğine dair görüşleri “olumsuz” kategorisinde incelendiğinde 2 öğrencinin (%13) bilgisayardan hoşlanmadıkları ve kullanmayı sevmedikleri için kullanımından vazgeçeceklerini ifade ettikleri gözlenmektedir. Görüşler, “olumlu” kategorisinde incelendiğinde 9 öğrencinin (%60) olumlu başlığı altında ders kapsamında bilgisayar kullanımından vazgeçmeyeceklerini ifade ettikleri görülmektedir. Görüşler, “orta” kategorisinde incelendiğinde 4 öğrencinin (%27) “kısmen” başlığı altında yarı yarıya hem geleneksel yaklaşımlarla hem de teknoloji kullanarak ders yapacaklarını, bilgisayar kullansalar da eski metotlarından da faydalanacaklarını, bilgisayar kullanmakla birlikte geometriyi öğrendikleri tarzda anlatacaklarını ifade ettikleri gözlenmektedir.

“Mezun olduktan sonra asistan olarak üniversitenizde bulunsanız ve geometri dersine asistan olmak üzere seçilseniz ders içeriğinde neyi değiştirirdiniz?” sorusuna verilen cevaplardan elde edilen veriler ve bu verilerin kategoriler ve alt kategoriler altında kodlama yapılarak çıkarılan frekans ve yüzdeleri Tablo 32’de gösterilmiştir.

Tablo 32

SGF 9. sorusuna ait kategori, alt kategori ve kodlamanın frekans dağılımı

Kategoriler	Alt kategoriler	Örnek cümle	Kodlar	Frekans Yüzdeler	
				f	%
Ortam	Ders süresi/ sayısı	“ders sürelerini arttırırdım.”	Ders süresi, ders sayısı, uygulama, ders saati	7	47
	Laboratuvar	“bilgisayar laboratuvarı oluşturmak...”	Laboratuvar	3	20
	Sınıf mevcudu	“sınıf mevcudunu azaltmak..”	Sınıf mevcudu	8	53
İçerik	Derse giriş	“…çıkarırdım..”	Sincaplar	1	7
	Slayt	“bazı slaytlar beni sıktı, değiştirirdim.”	Slayt	1	7
	Tartışma	“dersin içeriğini sırf soru cevap şeklinde yapardım.”	Soru cevap	1	7

Görüşler, alınan cevaplara dayanarak Tablo 32’de görüldüğü gibi ortam ve içerik başlıkları altında iki kategoride incelenmiştir. Öğrencilerin mezun olduktan sonra asistan olarak üniversitede bulunmaları ve geometri dersine asistan olmak üzere seçilmeleri durumunda geometri dersi içeriğinde değiştirecekleri şeylere yönelik görüşleri “ortam” kategorisinde incelendiğinde 18 öğrenciden (%20) 7’sinin (%47) “ders süresi/sayısı” alt kategorisinde geometri dersine asistan olmak üzere seçilmeleri durumunda ders sürelerini, saatlerini ve uygulama sayısını arttıracaklarını, 3’ünün (%20) “laboratuvar” alt kategorisinde bilgisayar laboratuvarı oluşturacaklarını, 8’inin (%53) “sınıf mevcudu” alt kategorisinde sınıf mevcudunu azaltacaklarını belirttikleri görülmüştür. Görüşler, “içerik” kategorisinde incelendiğinde 3 öğrenciden (%21) 1’inin (%7) “derse giriş” alt kategorisinde derse giriş bölümünde kullanılan ağaçlar sincaplar sorusunu kafa yorucu bulduğunu ve örneği plandan çıkaracağını, 1’inin (%7) “slayt” alt kategorisinde sıkıcı bulduğu bazı slaytları değiştireceğini, 1’inin (%7) “tartışma” alt kategorisinde dersin içeriğini sırf soru cevap şeklinde yapacağını ifade ettiği görülmektedir.

“Mezun olduktan sonra asistan olarak üniversitenizde bulunsanız ve geometri dersine asistan olmak üzere seçilseniz ders saatleri ile ilgili değişiklik yapar mıydınız?” sorusuna verilen cevaplardan elde edilen veriler ve bu verilerin kategoriler ve alt kategoriler altında kodlama yapılarak çıkarılan frekans ve yüzdeleri Tablo 33'te gösterilmiştir

Tablo 33

SGF 10. sorusuna ait kategori, alt kategori ve kodlamanın frekans dağılımı

Kategoriler	Alt kategoriler	Örnek cümle	Kodlar	Frekans Yüzdeler f	%
Değişiklik olmalı	**Artırılmalı**	"ders saatlerini artırmak iyi."	Artırmak, fazla ders saati	10	67
Değişiklik gereksiz	**Sabit kalmalı**	"değiştirmezdim.", "Fazlası sıkar, yeterli…"	Yeterli, değiştirmezdim, fazlası sıkar	5	33

Görüşler, alınan cevaplara dayanarak değişiklik olmalı ve değişiklik gereksiz başlıkları altında iki kategoride incelenmiştir. Öğrencilerin mezun olduktan sonra asistan olarak üniversitede bulunmaları ve geometri dersine asistan olmak üzere seçilmeleri durumunda geometri dersi saatleri ile ilgili yapacakları değişikliklere yönelik görüşleri "değişiklik olmalı" kategorisinde incelendiğinde 10 öğrencinin (%67) "arttırılmalı" başlığı altında daha fazla uygulama yapabilmek için geometri ders saatlerini arttıracaklarını, "değişiklik gereksiz" kategorisinde incelendiğinde 5 öğrencinin (%33) "sabit kalmalı" başlığı altında saat sayısı geometri dersi için yeterli olduğundan ve fazlası sıkıcı olacağından ders saatlerini değiştirmeyeceklerini ifade ettikleri gözlenmektedir.

"Bir aday öğretmen olarak baktığınızda sizce lise öğrencisine mi yoksa ortaokul öğrencisine mi ders anlatmak daha zordur? Neden?" sorusuna verilen cevaplardan elde edilen veriler ve bu verilerin kategoriler ve alt kategoriler altında kodlama yapılarak çıkarılan frekans ve yüzdeleri Tablo 34'te gösterilmiştir.

Tablo 34

SGF 11. sorusuna ait kategori, alt kategori ve kodlamanın frekans dağılımı

Kategoriler	Alt kategoriler	Örnek cümle	Kodlar	Frekans Yüzdeler f	%
Lise	**Ortaokul kolaydır**	"kolay", "sorgulamıyor." "yanlış bilgiyi düzeltmek daha kolay."	Ortaokul kolay, ortaokula anlatmak daha kolay, lise zor	7	47
Ortaokul	**Ortaokul zordur**	"zor, temelini anlatmak lazım.", "Yaşı itibariyle somut.."	Ortaokul zor, ortaokula anlatmak daha zor, lise kolay	8	53

Görüşler, alınan cevaplara dayanarak lise ve ortaokul başlıkları altında iki kategoride incelenmiştir. Öğrencilerin bir aday öğretmen olarak baktıklarında lise öğrencisine mi yoksa ortaokul öğrencisine mi ders anlatmayı daha zor buldukları ve cevaplarının sebeplerine yönelik görüşleri “lise” kategorisinde incelendiğinde 7 öğrencinin (%47) “ortaokul kolaydır” başlığı altında ortaokul seviyesinde temel henüz oturmadığından yanlış bilgiyi düzeltmenin daha kolay olduğunu, ortaokul öğrencisi sorgulamadığından ortaokul öğrencisine ders anlatmanın kolay olduğunu ifade ettikleri gözlenmektedir. Bu yönde görüş bildiren öğrencilerin ortaokul seviyesinde geometri öğretiminin daha yoğun olması gerektiğini ekledikleri görülmektedir. Görüşler, “ortaokul” kategorisinde incelendiğinde 8 öğrencinin (%53) “ortaokul zordur” başlığı altında ortaokul seviyesinde matematiğin temelini anlatmak gerektiğinden ortaokul öğrencisine ders anlatmanın zor olduğunu ifade ettikleri gözlenmektedir. Bu yönde görüş bildiren öğrencilerin ayrıca ortaokul öğrencisinin yaşı itibariyle somut düşündüğünü, matematik soyut bir bilim olduğundan hayal etmekte zorlandığını bu sebeple ortaokul öğrencisine ders anlatmanın zor olduğunu ifade ettikleri görülmektedir.

“Ortaokul öğrencisine geometri dersi verecek olsanız nasıl bir yaklaşım ile anlatırdınız? Dersinizde bilgisayar ve teknolojik yazılımlar kullanır mıydınız?” sorusuna verilen cevaplardan elde edilen veriler ve bu verilerin kategoriler ve alt kategoriler altında kodlama yapılarak çıkarılan frekans ve yüzdeleri Tablo 35’te gösterilmiştir.

Tablo 35

SGF 12. sorusuna ait kategori, alt kategori ve kodlamanın frekans dağılımı

Kategoriler	Alt kategoriler	Örnek cümle	Kodlar	Frekans Yüzdeler	
				f	%
Teknoloji	**Motivasyon/öğrenme**	“teknolojiyle..”, “Yeni nesil bizden daha iyi biliyor..”	Teknoloji, teknolojik	7	47
	Tutum	“teknolojiyle pek aram iyi değil…”	Aram iyi değil	1	7
	Görsellik	“..teknolojiyle..3boyutlu göstermek”	Üç boyutlu	1	7
	Uygunluk	“teknoloji kullanırdım ama..”	Yerine göre	2	13
Geleneksel	**Tutum**	“sevdirmeye çalışırdım..”	Sevdirmek	2	13
	Aktivite/model	“etkinlikler ve şekillerle..”	Etkinlik	2	13

Görüşler, alınan cevaplara dayanarak teknoloji ve geleneksel başlıkları altında iki kategoride incelenmiştir. Öğrencilerin ortaokul öğrencisine geometri dersi verecek olmaları durumunda nasıl bir yaklaşım ile anlatacakları ve teknolojik yazılımlar kullanıp kullanmayacaklarına dair görüşleri “teknoloji” kategorisinde incelendiğinde 11 öğrenciden (%74) 7’sinin (%47) “motivasyon/öğrenme” alt kategorisinde yeni neslin kendilerinden daha iyi teknoloji kullandığını, teknoloji kullanımının motivasyon ve öğrenmelerini artıracağını ve bu sebeple derslerinde bilgisayar ve teknolojik yazılımlar kullanacaklarını, 1'inin (%7) "tutum" alt kategorisinde teknoloji ile arası iyi olmasa da kendini geliştireceğini ve derslerinde bilgisayar ve teknolojik yazılımlar kullanacağını, 1'inin (%7) "görsellik" alt kategorisinde geometriyi üç boyutlu olarak göstermek istediğinden derslerinde bilgisayar ve teknolojik yazılımlar kullanacağını ve 2'sinin (%13) "uygunluk" alt kategorisinde teknolojiyi her zaman kullanmasalar da yerine göre kullanacakları yönünde görüş bildirdiği görülmüştür. Görüşler, "geleneksel" kategorisinde incelendiğinde 4 öğrenciden (%26) 2'sinin (%13) "tutum" alt kategorisinde geometriyi sevdirmeye çalışan geleneksel bir yaklaşımla ders anlatacaklarını ve 2'sinin (%13) "aktivite/model" alt kategorisinde geometriyi geleneksel bir yaklaşımla etkinlikler ve şekiller kullanarak anlatacaklarını ifade ettikleri görülmektedir.

"Üniversite sınavında geometride nasıl bir sonuç aldınız? Sonucunuzu iyi, orta ya da kötü olarak nitelendirir misiniz?" sorusuna verilen cevaplardan elde edilen veriler ve bu verilerin kategoriler ve alt kategoriler altında kodlama yapılarak çıkarılan frekans ve yüzdeleri Tablo 36'da gösterilmiştir.

Tablo 36

SGF 13. sorusuna ait kategori, alt kategori ve kodlamanın frekans dağılımı

Kategoriler	**Alt kategoriler**	**Örnek cümle**	**Kodlar**	**Frekans Yüzdeler**	
				f	**%**
İyi	**İyi**	".. iyi hocalarım vardı, temelim iyiydi."	İyi	4	27
Orta	**Orta**	"orta."	Orta	2	7
Kötü	**Kötü**	"kötü."	Kötü	6	40
Yorumsuz	**Yorumsuz**	"hatırlamıyorum."	Hatırlamıyorum	3	20

Görüşler, alınan cevaplara dayanarak iyi, orta, kötü ve yorumsuz başlıkları altında dört kategoride incelenmiştir. Öğrencilerin üniversite sınavında geometride nasıl bir sonuç aldıklarına yönelik görüşleri "iyi" kategorisinde incelendiğinde 4 öğrencinin (%27) geometri sonuçlarının iyi seviyede olarak niteledikleri, bu yönde görüş bildiren öğrencilerden birinin sonucunu iyi öğretmenler ve iyi bir temele bağladığı görülmektedir. Görüşler, "orta" kategorisinde incelendiğinde 2 öğrencinin (%7) geometri sonuçlarını orta seviye olarak, "kötü" kategorisinde 6 öğrencinin (%40) sonuçlarını kötü olarak niteledikleri görülmektedir. "yorumsuz" kategorisi incelendiğinde 3 öğrencinin (%20) yorumsuz başlığı altında üniversite sınavı geometri sonuçlarını hatırlayamadıklarını ifade ettikleri gözlenmektedir.

"Geçmiş öğrenim hayatınızda bu ders kapsamında gördüğünüz şekilde geometri öğrenimi görmüş olsaydınız sizce üniversite sınav sonucunuz nasıl olurdu?" sorusuna verilen cevaplardan elde edilen veriler ve bu verilerin kategoriler ve alt kategoriler altında kodlama yapılarak çıkarılan frekans ve yüzdeleri Tablo 37'de gösterilmiştir.

Tablo 37

SGF 14. sorusuna ait kategori, alt kategori ve kodlamanın frekans dağılımı

Kategoriler	**Alt kategoriler**	**Örnek cümle**	**Kodlar**	**Frekans Yüzdeler**	
				f	**%**
Olumlu	**Başarı**	"evet, daha iyi olurdu."	Evet, daha iyi	3	20
	Motivasyon	"geometri çalışmaya sevk ederdi. "	Çalışmaya sevk ederdi, ilgimi çekerdi	2	13
	Verimlilik	"daha verimli olurdu."	Verimli, faydası	3	20
	Soru sayısı	"netlerim daha fazla olurdu."	Daha fazla soru, daha fazla net	4	27
Olumsuz	**Farksız**	"sanmıyorum."	Sanmam, söylenemez, bir şey diyemem	3	20

Görüşler, alınan cevaplara dayanarak olumlu ve olumsuz başlıkları altında iki kategoride incelenmiştir. Öğrencilerin geçmiş öğrenim hayatlarında ders kapsamında gördükleri şekilde geometri öğrenimi görmüş olsalardı üniversite sınav sonuçlarının nasıl olacağına yönelik görüşleri "olumlu" kategorisinde incelendiğinde 12 öğrenciden (%80) 3'ünün (%20) "başarı" alt kategorisinde geçmişte ders kapsamında gördükleri şekilde geometri öğrenimi görmüş olsalar üniversite sınav sonuçlarının daha iyi olabileceğini, 2'sinin (%13) "motivasyon" alt kategorisinde bu şekilde geometri dersinin ilgilerini çekeceğini, bu yöntemlerle anlatılan bir dersin onları çalışmaya sevk edeceğini, 3'ünün (%20) "verimlilik" alt kategorisinde geometri öğrenimlerinin daha verimli olacağını, öğrenimden daha çok faydalanacaklarını, 4'ünün (%27) "soru sayısı" alt kategorisinde üniversite sınavında geometri netlerinin daha iyi olacağını, daha fazla soruyu doğru çözebileceklerini belirttikleri görülmektedir. Görüşler, "olumsuz" kategorisinde incelendiğinde 3 öğrencinin (%20) "farksız" başlığı altında geçmişte ders kapsamında gördükleri şekilde geometri öğrenimi görmüş olsalar üniversite sınav sonuçlarının farklı olacağını sanmadıklarını ifade ettikleri gözlenmektedir.

"Geometrinin temellerini bildiğinizi düşünüyor musunuz? DGYCG kullanılarak gerçekleştirilen dersten sonra geometri temelinizle ilgili herhangi bir değişiklik oldu mu?" sorusuna verilen cevaplardan elde edilen veriler ve bu verilerin kategoriler ve alt kategoriler altında kodlama yapılarak çıkarılan frekans ve yüzdeleri Tablo 38'de gösterilmiştir.

Tablo 38

SGF 15. sorusuna ait kategori, alt kategori ve kodlamanın frekans dağılımı

Kategoriler	Alt kategoriler	Örnek cümle	Kodlar	Frekans Yüzdeler f	%
Olumsuz	**Olumsuz**	"hayır düşünmüyorum." "..hala bilmiyorum."	"Bilmiyorum."	5	33
Olumlu	**Öğrenme**	"çok oldu, eskiden bildiğimi sanırdım ama ezberlemişim."	Bildiğimi sanırdım, öğrendim, Biliyorum….katkısı, oldu	4	27
	Farkındalık	"bu dersin temelime katkısı oldu."	Değişti, fark ettim, anladım	6	40

Görüşler, alınan cevaplara dayanarak Tablo 38'de görüldüğü gibi olumsuz ve olumlu başlıkları altında iki kategoride incelenmiştir. Öğrencilerin geometrinin temellerini bilip bilmediği ve DGYCG kullanılarak gerçekleştirilen Geometri-1 dersinden sonra geometri temelleriyle ilgili herhangi bir değişiklik olup olmadığına yönelik görüşleri "olumsuz" kategorisinde incelendiğinde 5 öğrencinin (%33) dersten önce bilmedikleri gibi dersten sonra da geometrinin temellerini bilmediklerine inandıklarını ifade ettikleri gözlenmektedir. Görüşler, "olumlu" kategorisinde incelendiğinde 10 öğrenciden (%67) 4'ünün (%27) "öğrenme" alt kategorisinde eskiden geometriyi bildiklerini sandıklarını ancak bildikleri geometrinin ezbere dayalı kurallardan ibaret olduğunu, DGYCG kullanılan geometri dersinin geometriyi öğrenmelerine olumlu katkısı olduğunu, artık geometrinin temellerini bildiklerini düşündüklerini ifade ettikleri, 6'sının (%40) "farkındalık" alt kategorisinde geometri dersinin farkındalık kazandırdığını, geometriye bakış açılarının değiştiğini, bir çok konuyu sebepleri ve sonuçlarıyla anladıklarını ifade ettikleri görülmektedir.

"Geometrinin tüm konularını derste anlatıldığı gibi DGYCG kullanarak öğrenmek ister miydiniz?" sorusuna verilen cevaplardan elde edilen veriler ve bu verilerin kategoriler ve alt kategoriler altında kodlama yapılarak çıkarılan frekans ve yüzdeleri Tablo 39'da gösterilmiştir.

Tablo 39

SGF 16. sorusuna ait kategori, alt kategori ve kodlamanın frekans dağılımı

Kategoriler	Alt kategoriler	Örnek cümle	Kodlar	Frekans Yüzdeler f	%
Olumlu	**Olumlu**	"isterdim üçgen çiziminde…"	Evet, isterdim	10	66
	Kaynak temini	"isterdim ama elimizde yazılı bir…"	İsterdim ama..	1	7
Olumsuz	**Olumsuz**	"hayır, istemezdim."	Hayır, istemezdim	3	20
	Seviyeye uygunluk	"istemezdim. temelden bu şekilde olsaydı.."	İstemezdim	1	7

Görüşler, alınan cevaplara dayanarak olumlu ve olumsuz başlıkları altında iki kategoride incelenmiştir. Öğrencilerin geometrinin tüm konularını derste anlatıldığı gibi DGYCG kullanarak öğrenmek isteyip istemediğine yönelik görüşleri “olumlu” kategorisinde incelendiğinde 11 öğrenciden (%73) 10’unun (%66) “olumlu” alt kategorisinde özellikle üçgen çizimi gibi konularda dersin faydasını gördüklerini, geometri dersinin tüm konularını derste anlatıldığı gibi DGYCG kullanarak öğrenmek istediklerini ifade ettikleri, 1 öğrencinin (%7) “kaynak temini” alt kategorisinde geometri dersinin tüm konularını derste anlatıldığı gibi DGYCG kullanarak öğrenmek istediklerini ancak ders kapsamında kullanabilecekleri yazılı kaynak kitaba ihtiyaç duyduklarını ifade ettikleri görülmektedir. Görüşler, olumsuz kategorisinde incelendiğinde 4 öğrenciden (%27) 3’ünün (%20) “olumsuz” alt kategorisinde geometri dersinin tüm konularını derste anlatıldığı gibi Cabri Geometri kullanarak öğrenmek istemediklerini, 1’inin (%7) “seviyeye uygunluk” alt kategorisinde geometrinin temelden itibaren Cabri Geometri kullanılarak öğretilmesi durumunda seviyeye uygun olmayacağından anlayamayacağını düşündüğü için geometri dersinin tüm konularını derste anlatıldığı gibi Cabri Geometri kullanarak öğrenmek istemediğini ifade ettiği görülmektedir.

4.4. Çoktan Seçmeli Geometri Başarı Testinden Elde Edilen Bulgular

Araştırma kapsamında DGYCG kullanılarak zenginleştirilmiş geometri öğretim ortamlarının öğretmen adaylarının geometri başarı düzeylerine etkisini değerlendirmek amacıyla kullanılan ÇSGBT uygulama öncesi ve sonrasına ilişkin bulgular öntest ve sontestten elde edilen veriler ışığında değerlendirilip yorumlanmış, değerlendirmeler aynı başlık altında ele alınarak sunulmuştur.

Matematik öğretmeni adaylarının DGYCG kullanılarak gerçekleştirilen geometri öğretimi öncesindeki ÇSGBT öntest ve sontest puanları arasındaki farklılığın sınanması için uygulanan bağımlı örneklemler t testinden elde edilen bulgular Tablo 40 ve 41’de sunulmuştur.

Tablo 40

ÇSGBT ön test son test puanlarının karşılaştırılması - t testi tanımsal istatistikleri

	ortalama	N	St.sapma
ÖNGENEL	9.3488	43	10.5349
SONGENEL	10.5349	43	4.04351

Tablo 41

ÇSGBT ön test son test puanları arasındaki farkın analizi - t testi sonuçları

	ortalama	St. sapma	95% güven aralığı		t istat.	sd	p
			Alt sınır	Üst sınır			
Öngenel Songenel	-1.1860	2.38303	-1.9194	-.4527	-3.264	42	.002*

Tablo 40'a göre test sonucunda $p<0.05$ olduğundan DGYCG kullanılarak gerçekleştirilen geometri öğretimi uygulamasının öncesi ve sonrasında matematik öğretmeni adaylarının ÇSGBT puanları arasında anlamlı bir fark olduğu görülmektedir ve bulunan fark uygulama sonrasında ölçülen puanların lehinedir. Öğrencilerin ÇSGBT ortalamaları 9.3488 iken DGYCG kullanılarak gerçekleştirilen Geometri-1 öğretimi sonrası 10.5349'a yükselmiştir. Farkın yapısına yönelik tanımsal istatistikler incelendiğinde son test skorlarının daha yüksek bir ortalama değeri olduğu belirlenmiştir. Bu sonuçlar doğrultusunda DGYCG kullanılarak gerçekleştirilen geometri öğretiminin öğrencilerin geometri öğrenme ve başarı düzeylerine olumlu katkı sağladığı ve uygulanan öğretim yönteminin geometri başarısını artırdığı söylenebilir. Sonuçlar teknoloji destekli geometri öğretimi ile işlenen derste öğrencilerin akademik anlamda daha başarılı oldukları ve kazanımların daha etkili edinildiği şeklinde yorumlanabilir.

4.5. Açık Uçlu Temel Geometri Alan Bilgisi Testinden Elde Edilen Bulgular

Araştırma kapsamında DGYCG kullanılarak zenginleştirilmiş geometri öğretim ortamlarının öğretmen adaylarının temel geometri alan bilgisi düzeyine etkisini değerlendirmek amacıyla kullanılan AUTGABT uygulama öncesi ve sonrasına ilişkin bulgular öntest ve sontestten elde edilen veriler ışığında değerlendirilip yorumlanmış, değerlendirmeler aynı başlık altında ele alınarak sunulmuştur.

4.5.1. Açık Uçlu Temel Geometri Alan Bilgisi Testi 1. Soruya İlişkin Bulgular

AUTGABT birinci soruda öğrencilerden bir geometrik kavram bilgisi istenmiştir. AUTGABT birinci sorusuna verilen cevapların analizleri Tablo 42'de sunulmuştur.

Tablo 42

AUTGABT birinci sorusuna verilen cevapların analizleri

Öntest 1	N	Yüzde
Kod 0	20	50.0
Kod 2	20	50.0
Total	40	100.0
Sontest 1	N	Yüzde
Kod 0	8	20.0
Kod 1	4	10.0
Kod 2	28	70
Total	40	100.0

AUTGABT öntesti uygulanan 40 öğrenciden %50'si öntest birinci soruya hiçbir cevap vermemiş ya da anlamsız bir cevap vermiş (Kod 0), %50'si kavramı tam ve geçerli olarak açıklamış (Kod 2); sontesti uygulanan 40 öğrenciden %20'si Kod 0, %10'u Kod 1 ve %70'i Kod 2 olarak değerlendirilmiştir. Performans seviyesi Kod 0 olan öğrencilerin sayısında azalış, Kod 1 ve Kod 2 olan öğrencilerin sayısında artış gözlenmiştir.

AUTGABT birinci soruda matematik alanında bilinmesi gereken temel kavramların başında olan teorem kavramını tam ve geçerli bir tanımla açıklayabilen öğrenci oranı %50 olarak belirlenmiştir. Öğrencilerin kavramı tüm orta öğrenim hayatları boyunca kullandığı düşünüldüğünde öntestte %50 düzeyinde kavramı doğru açıklayabilen öğrenci oranının düşük olduğu ve öğrencilerin kavrama karşılık gelen anlamı tam olarak kavrayamadığı ya da matematiksel bir dille verilen kavramları yanlış yorumladığı söylenebilir. Sontest birinci soruda kavramı tam ve geçerli açıklayabilen öğrenci sayısı %20 oranında artış göstermiştir.

4.5.2. Açık Uçlu Temel Geometri Alan Bilgisi Testi 2. Soruya İlişkin Bulgular

AUTGABT ikinci bölümde öğrencilere birinci soruda verilen kavrama dair bir örnek ve ispatı sorulmuştur. AUTGABT ikinci sorusuna verilen cevapların analizleri Tablo 43'te sunulmuştur.

Tablo 43

AUTGABT ikinci sorusuna verilen cevapların analizleri

Öntest 2	N	yüzde
Kod 0	33	82.5
Kod 2	1	2.5
Kod 3	6	15.0
Toplam	40	100.0
Sontest 2	N	yüzde
Kod 3	40	100.0

AUTGABT öntesti uygulanan 40 öğrenciden %82.5'i ikinci soruya hiçbir cevap vermemiş ya da anlamsız bir cevap vermiş (Kod 0), %2.5'i bir teorem ve ispat yazmış ancak hatalar ispatı geçersiz kılmış (Kod 2), öğrencilerin %15'i bir teorem yazarak tam ve geçerli bir ispat yapmıştır (Kod 3); sontest uygulanan 40 öğrenciden %100'ü Kod 3 olarak değerlendirilmiştir. Performans seviyesi Kod 0 olan öğrencilerin sayısında azalış, Kod 2 olan öğrencilerin sayısında azalış, Kod 3 olan öğrencilerin sayısında artış gözlenmiştir.

AUTGABT öntestinde teorem örneği veren öğrencilerin matematiksel teorem örnekleri verdiği ve geometri ile ilgili bir teorem yazan öğrenci olmadığı görülmektedir. Öntest doğrultusunda öğrencilerin teorem deyince akıllarına geometri ile ilgili bir teorem gelmemesinin lise yıllarında geometriyi işleyiş biçimlerinden ve teorem ispatlamaya yönelik öğrenim görmemiş olmalarından kaynaklandığı kanısına varılmıştır. Sontestte bir teorem yazarak tam ve geçerli bir ispat yapabilen öğrenci sayısında %85 oranında bir artış belirlenmiştir. Öğrencilerin Öklid geometrisi kapsamında teorem örnekleri verdiği ve ders sürecinde öğrendikleri bilgiyi kullanabildikleri görülmektedir.

4.5.3. Açık Uçlu Temel Geometri Alan Bilgisi Testi 3. Soruya İlişkin Bulgular:

AUTGABT üçüncü bölümde öğrencilerden bir geometrik kavram bilgisi istenmiştir. AUTGABT üçüncü sorusuna verilen cevapların analizleri Tablo 44'te sunulmuştur.

Tablo 44

AUTGABT üçüncü sorusuna verilen cevapların analizleri

Öntest 3	N	Yüzde
Kod 0	27	67.5
Kod 2	13	32.5
Toplam	40	100.0
Sontest 3	**N**	**Yüzde**
Kod 0	11	27.5
Kod 2	29	72.5
Toplam	40	100.0

AUTGABT öntesti uygulanan 40 öğrenciden %67.5'i Kod 0, %32.5'i Kod 2; sontesti uygulanan 40 öğrenciden 27.5'i Kod 0, %72.5'i Kod 2 olarak değerlendirilmiştir. Performans seviyesi Kod 0 olan öğrencilerin sayısında azalış, Kod 2 olan öğrencilerin sayısında artış gözlenmiştir.

AUTGABT öntestinde öğrencilerinin %67.5 oranında aksiyom kavramı için tam ve geçerli bir tanım yapamadığı görülmektedir. Öğrencilerin aksiyom kavramını teorem kavramıyla karıştırdıkları, teorem kavramını açıklayabilen öğrencilerin dahi aksiyom kavramına dair fikir sahibi olmadığı görülmektedir. Ortaöğretim geometri müfredatında yer almasına rağmen öntestte ancak 13 öğrencinin soruya net ve doğru cevap verebilmiş olması öğrencilerin lise yıllarında ezbere dayalı öğrendikleri tanımı kavrayamadıkları şeklinde yorumlanmıştır. Sontestte tam ve geçerli bir tanım yapabilen öğrenci sayısında belirlenen %40 oranında artışın derste aksiyomlar üzerinde uzunca durulması, öğrencilerin kendi aksiyomatik sistemlerini oluşturmalarının istenmesi ve aksiyomatik sistemler üzerine ödevlendirilmeleri olabileceği şeklinde yorumlanmıştır.

4.5.4. Açık Uçlu Temel Geometri Alan Bilgisi Testi 4. Soruya İlişkin Bulgular

AUTGABT dördüncü bölümde öğrencilere üçüncü soruda verilen kavrama dair üç örnek yazmaları istenmiştir. AUTGABT dördüncü sorusuna verilen cevapların analizleri Tablo 45’te sunulmuştur.

Tablo 45

AUTGABT dördüncü sorusuna verilen cevapların analizleri

Öntest 4	N	Yüzde
Kod 0	28	70.0
Kod 1	12	30
Total	40	100.0

Sontest 4	N	Yüzde
Kod 0	11	27.5
Kod 3	29	72.5
Total	40	100.0

AUTGABT öntesti uygulanan 40 öğrenciden %70’i Kod 0, %30’u Kod 1; sontesti uygulanan 40 öğrenciden % 27.5’i Kod 0, %72.5’i Kod 3 olarak değerlendirilmiştir. Performans seviyesi Kod 0 olan öğrencilerin sayısında azalış, Kod 1 olan öğrencilerin sayısında azalış, Kod 3 olan öğrencilerin sayısında artış gözlenmiştir.

AUTGABT öntest dördüncü soruda aksiyom örnekleri verebilen 12 öğrencinin matematiksel aksiyomlardan örnekler verdiği ve geometri ile ilgili iki öğrenci (%5) dışında aksiyom yazabilen olmadığı görülmektedir. Öntest sonuçları değerlendirildiğinde öğrencilerin matematiksel bir dille verilen kavramları yorumlamakta zorluk yaşadıkları ve aksiyom kavramına yabancı olduğu, Öklid aksiyomlarını bilmedikleri ve geometrik aksiyomlar ile ilgili herhangi bir geçmiş bilgiye sahip olmadıkları düşünülmüştür. Sontestte dördüncü soruda ise öğrencilerin tamamının Öklid aksiyomlarından örnekler verdiği, öğretim sürecinde öğrendikleri bilgiyi kullanabildikleri görülmektedir. Doğru cevap sayısında gözlenen belirgin artışın derste aksiyomlar üzerinde uzunca durulması ve aksiyomatik sistemler üzerine ödevlendirilmeleri olabileceği şeklinde yorumlanmıştır.

4.5.5. Açık Uçlu Temel Geometri Alan Bilgisi Testi 5. Soruya İlişkin Bulgular

AUTGABT beşinci bölümde öğrencilerden temel geometrik kavramlar arasında ilişkilendirme yapmaları istenmiştir. AUTGABT beşinci sorusuna verilen cevapların analizleri Tablo 46'da sunulmuştur.

Tablo 46

AUTGABT beşinci sorusuna verilen cevapların analizleri

Öntest 5	N	Yüzde
Kod 0	36	90.0
Kod 1	4	10.0
Total	40	100.0

Sontest 5	N	Yüzde
Kod 1	34	85
Kod 2	6	15
Total	40	100.0

AUTGABT öntesti uygulanan 40 öğrenciden %90'ı öntest beşinci soruya hiçbir cevap vermemiş ya da anlamsız bir cevap vermiş (Kod 0), %10'u kavramları açıklayabilmiş ancak ilişkilendirememiştir (Kod 1); sontesti uygulanan 40 öğrenciden %85'i Kod 1, %15'i Kod 2 olarak değerlendirilmiştir. Performans seviyesi Kod 0 olan öğrencilerin sayısında azalış, Kod 1 olan öğrencilerin sayısında azalış, Kod 2 olan öğrencilerin sayısında artış gözlenmiştir.

AUTGABT öntesti beşinci soruda 36 öğrencinin soruya cevap vermediği ya da tamamen anlamsız kabul edilebilecek cevaplar verdiği görülmektedir. Sontest beşinci soruda ise hiçbir öğrencinin soruyu boş bırakmadığı, paralelkenar ve dikdörtgenin özellikleri hakkında bilgi verdiği ve paralelkenarın dikdörtgen olması için gereken şartları yazmış olduğu görülmektedir. Öntestte hiçbir öğrenci dikdörtgenin bir paralelkenar olduğunu ifade edememiştir. Sontestte ise 6 öğrenci dışında dikdörtgenin bir paralelkenar olduğunu ifade eden öğrenci gözlenmemektedir. Öğrencilerin soruyu yanlış algılayarak bir çıkarım yapmamış ve cevap olarak dikdörtgenin özelliklerini yazmış oldukları görülmüştür. "Karşılıklı kenarları eşit olmalıdır", "karşılıklı açıları eşit olmalıdır", "köşegenler birbirini ortalamalıdır", "açıları dik olmalıdır" gibi dikdörtgeni tanımlayan cevaplar verdikleri, ilişkilendirme yapamamış oldukları gözlemlenmektedir. Alınan cevaplar öğrencilerin soruyu anlamadan cevap verdikleri, soruyu yanlış anladıkları ya da yanlış olduğunu düşündükleri şeklinde yorumlanmıştır.

Sonuç olarak AUTGABT toplam puanı her bir öğrenci için 0-12 puan aralığında seyretmektedir. Değerlendirmenin her bölümünden alınan puanlar öğrencinin performansın seviyesini ve toplam puanını belirlemek için toplanmıştır. Matematik öğretmeni adaylarının DGYCG kullanılarak gerçekleştirilen geometri öğretimi öncesi ve sonrasındaki AUTGABT öntest ve sontest puanları arasındaki farklılığın sınanması için uygulanan bağımlı örneklemler t testinden elde edilen bulgular Tablo 47 ve 48'de sunulmuştur.

Tablo 47

AUTGABT ön test son test puanlarının karşılaştırılması - t testi tanımsal istatistikleri

	Ortalama	N	St. Sapma
ÖNGENEL	3.3500	40	3.59879
SONGENEL	8.4500	40	2.79147

Tablo 48

AUTGABT ön test son test puanları arasındaki farkın analizi - t testi sonuçları

	Ortalama	St. Sapma	95% güven aralığı		t istat.	sd	p
			Alt sınır	Üst sınır			
Öngenel Songenel	-5.1000	2.58992	-5.9283	-4.2717	-12.454	39	.000*

Tablo 48'e göre test sonucunda $p<0.05$ olduğundan DGYCG kullanılarak gerçekleştirilen geometri öğretimi uygulamasının öncesi ve sonrasında matematik öğretmeni adaylarının AUTGABT puanları arasında anlamlı bir fark olduğu görülmektedir ve bulunan fark uygulama sonrasında ölçülen puanların lehinedir. Öğrencilerin AUTGABT ortalamaları 3.35 iken DGYCG kullanılarak gerçekleştirilen Geometri-1 öğretimi sonrası 8.45'e yükselmiştir. Farkın yapısına yönelik tanımsal istatistikler incelendiğinde son test skorlarının daha yüksek bir ortalama değeri olduğu belirlenmiştir. Bu sonuçlar doğrultusunda DGYCG kullanılarak gerçekleştirilen geometri öğretiminin öğrencilerin alan bilgisi düzeylerine olumlu katkı sağladığı ve öğretim sürecinin geometrik kavramların inşasında ve doğru içerikle kullanımında olumlu etkisi olduğu söylenebilir. Öğrencilerin kavramları doğru kullanmaları düşüncelerinin şekillenmesine temel teşkil etmektedir. Sontest sonuçları değerlendirildiğinde öğrencilerin matematiksel bir dille verilen ve yorumlamakta zorluk yaşadıkları kavramları kavrayabildikleri ve doğru yorumladıkları söylenebilir.

4.6. Açık Uçlu İspat Yorumlama ve Açık Uçlu İspat Yapma Testine İlişkin Bulgular

Araştırma kapsamında DGYCG kullanılarak gerçekleştirilmiş geometri öğretim ortamlarının öğretmen adaylarının ispat yorumlama ve yapma düzeylerine etkisini araştırmak ve ispata yönelik algılarını betimlemek amacıyla kullanılan AUİYRT ve AUİYT uygulama öncesi ve sonrasına ilişkin bulgular öntest ve sontestlerden elde edilen veriler ışığında değerlendirilip yorumlanmış, değerlendirmeler aynı başlık altında ele alınarak sunulmuştur.

4.6.1.Açık Uçlu İspat Yorumlama Testi Birinci Soruya İlişkin Bulgular:

AUİYRT öntesti birinci soruda öğrencilerden bir bölümü üst üste binmiş iki eş karenin, sontestte ise iki eş üçgenin üst üste binmeyen kısımların alanları hakkında yorumda bulunmaları istenmiştir. AUİYRT birinci sorusuna verilen cevapların analizleri Tablo 49'da sunulmuştur.

Tablo 49

AUİYRT birinci sorusuna verilen cevapların analizleri

Öntest 1	N	Yüzde
Kod 0	18	28.6
Kod 1	1	1.6
Kod 2	35	55.6
Kod 5	9	14.3
Total	63	100.0

Sontest 1	N	Yüzde
Kod 0	15	23.8
Kod 5	48	76.2
Total	63	100.0

AUİYRT öntesti uygulanan 63 öğrenciden, %28.6'sı öntest birinci soruda yanlış cevap vermiş ve geçersiz muhakemede bulunmuş (Kod 0), öğrencilerin %1.6'sı muhakeme ya da cevabında hatalı bulunmuş (Kod 1), öğrencilerin %55.6'sı belirsiz ve yoruma açık bir muhakeme ile soruya doğru cevap vermiş (Kod 2), öğrencilerin 14.3'ü ise genellenebilir geçerli bir muhakeme ile soruya doğru cevap vermiştir (Kod 5). Sontest uygulanan 63 öğrenciden, %23.8'i Kod 0, %76.2'sı ise Kod 5 olarak değerlendirilmiştir. Performans seviyesi Kod 0 olan öğrencilerin sayısında %4.8 azalış, Kod 5 olan öğrencilerin sayısında %61.9 artış gözlenmiştir. 9 öğrencinin öntestte Kod 5 olarak değerlendirildiği görülmüştür. Öğrencilerin karşılaştıkları güçlükler belirlenen kodlar çerçevesinde Tablo 50'de görüldüğü şekilde elde edilmiştir.

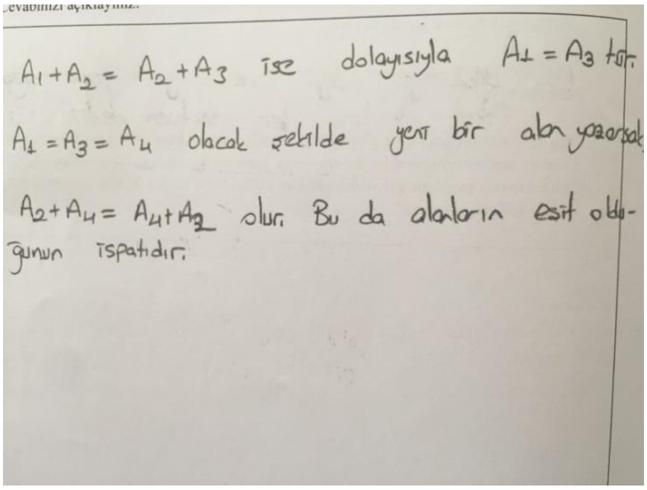
Tablo 50

AUİYRT 1. sorusunda öğrencilerin karşılaştıkları güçlüklerin analizleri

İspat Yorumlama ve Yapma Sürecinde karşılaşılan güçlükler:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
1-Matematiksel dil ve notasyon kullanamama			X			X												X						X			X					
2- Temel geometrik kavram ve kuralları bilmeme ve ilişkilendirememe																																
3- Geometrik kural ve tanımları doğru kullanamama											X							X														
4-İspata gerek duymama – Aşikarlık																								X			X					
5- İspata başlayamama																																
6-Geçerli bir ispata gidecek yöntemleri bilmeme			X								X									X				X			X					
7- Belli bir ispat yöntemine bağlı kalma						X																										
8-Genelleme yerine örnek ile doğrulama																				X												
9- Muhakeme aşamalarını planlayamama - aşamaları sözel ya da görsel olarak ifade edememe			X			X					X									X				X			X					
10- Muhakeme aşamalarını atlama, eksik muhakeme																																
11- Yanlış ilişkilendirme ve gerekçelendirme yapma						X					X																					
12- Çift sütunlu ispatlarda mantıksal bütünlüğü kavrayamama																																
13- Muhakemeyi sona erdirememe																								X			X					
14- Koşullu ifade ve önermeleri anlamlandıramama- Verilen ve isteneni ayırdedememe																																
15- Koşullu ifadelere eklemeler yaparak anlamı kaybetme, mantıksal niceleyicileri kullanamama																																

İspat Yorumlama ve Yapma Sürecinde karşılaşılan güçlükler:	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63
1-Matematiksel dil ve notasyon kullanamama			X				X			X				X				X	X									X			
2- Temel geometrik kavram ve kuralları bilmeme ve ilişkilendirememe																															
3- Geometrik kural ve tanımları doğru kullanamama																															X
4-İspata gerek duymama – Aşikarlık														X				X	X												
5- İspata başlayamama			X				X																								X
6-Geçerli bir ispata gidecek yöntemleri bilmeme			X				X			X				X				X	X									X			
7- Belli bir ispat yöntemine bağlı kalma							X																								X
8-Genelleme yerine örnek ile doğrulama																															
9- Muhakeme aşamalarını planlayamama - aşamaları sözel ya da görsel olarak ifade edememe			X				X							X					X									X			X
10- Muhakeme aşamalarını atlama, eksik muhakeme																															
11- Yanlış ilişkilendirme ve gerekçelendirme yapma			X																												
12- Çift sütunlu ispatlarda mantıksal bütünlüğü kavrayamama																															
13- Muhakemeyi sona erdirememe							X																								
14- Koşullu ifade ve önermeleri anlamlandıramama- Verilen ve isteneni ayırdedememe																															
15- Koşullu ifadelere eklemeler yaparak anlamı kaybetme, mantıksal niceleyicileri kullanamama																															

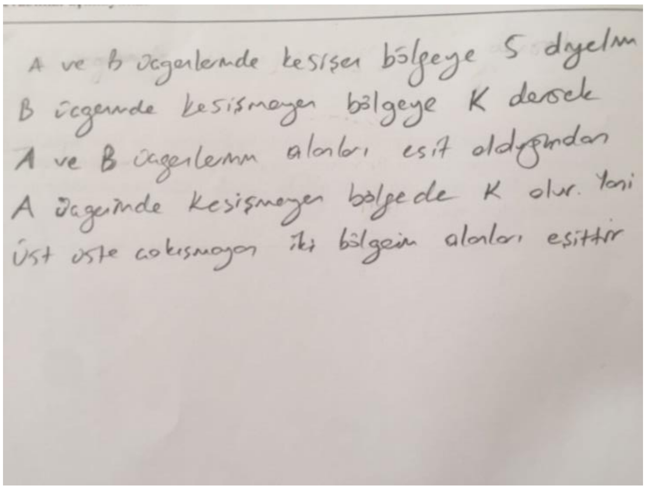
Öntest birinci soruda öğrencilerin büyük çoğunluğunun düşüncelerini ifade edemediği cevaplarını açıklamaları istenmesine rağmen soruya sadece evet ya da hayır şeklinde cevap verdikleri, cevap açıklama alanını boş bıraktıkları, matematiksel muhakemesini açıklayabilen 9 öğrencinin olduğu görülmektedir. Öğrencilerin sezgisel olarak iddialarının doğru olduğunu düşündükleri anlaşılsa da açıklama yapmaya ya da iddialarını gerekçelendirmeye ihtiyaç duymadıkları gözlenmektedir. Öğrenciler iddialarını matematiksel bir formata dönüştürerek ifade etmemiş, cevaplarını ikna edici bir şekilde açıklamak için herhangi bir planlama yapmamıştır. İfadenin doğru veya yanlış olduğuna hiçbir gerekçe bulmadan karar vermişlerdir. Sontest birinci soruda öğrencilerin tamamının Kod 0 ve Kod 5'te yer aldığı, soruya doğru cevap veren tüm öğrencilerin cevaplarını matematiksel olarak açıklayabildiği görülmüştür. Öğrencilerin bilinenler yardımıyla, değişkenler kullanarak, sözlü ifadelerle destekleyerek açıklaması yeterli olacak şekilde iddialarını ispatladıkları görülmektedir. İspat yapma sürecinde düşünme ve karar verme aşamalarını ifade etmeye çalışmışlardır. Öğrencilerden bazıları kesişen alanları isimlendirerek toplam alanın değişmeyeceğinden hareketle cebirsel ifadelerle doğrudan ispat yaparak cevaplarını açıklamıştır. Şekil 4'te Kod 5 olarak değerlendirilen bir öğrenci cevap kağıdından kesit sunulmuştur.



Şekil 4

Bir öğretmen adayına ait AUİYRT birinci sorusunun cevabına dair kesit

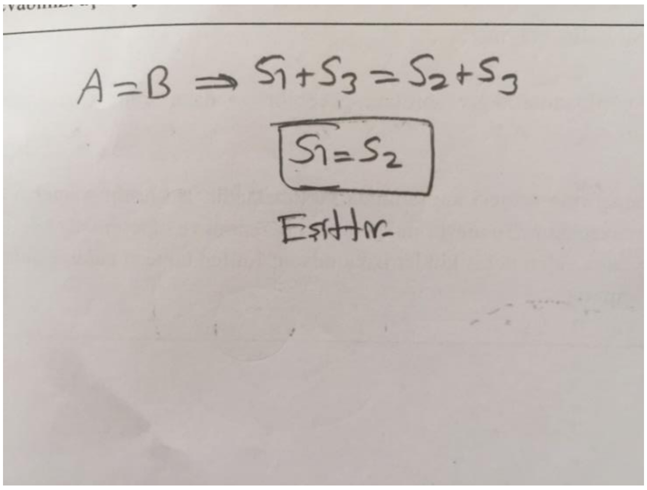
AUİYRT öntestinde öğrencilerin iddialarını gerekçelendirme gereği duymadıkları, şekil üzerinde görsel olarak sonuca götürebilecek bazı karalamalar yapmalarına ve cevabı bulma çabası içine girmelerine karşın düşündüklerini yazıya aktaramadıkları, çözüm yollarını ifade edemedikleri matematiksel dili kullanamadıkları görülmektedir. Sontest birinci soruda ise öğrencilerin problemde verilenler arasında doğru ilişkilendirmeler yaptıkları, çıkarımlarını doğruluğunu gerekçelendirmeye çalıştıkları ve ders kapsamında çoğunlukla kullandıkları şekilde yaptıkları muhakemeyi sözlü anlatım yoluyla ifade ettikleri, ispat sürecini ayrıntılı bir şekilde ifade etmeye çalıştıkları görülmektedir. Şekil 5’te Kod 5 değerlendirilen bir öğrenci cevap kağıdından kesit sunulmuştur.



Şekil 5

Bir öğretmen adayına ait AUİYRT birinci sorusunun cevabına dair kesit

AUİYRT öntestinde birinci soruya yanlış cevap veren ve muhakemesi geçersiz sayılarak Kod 0 olarak değerlendirilen öğrenciler ‘çünkü öyle düşünüyorum’, ‘olmalı’, ‘mantıklı olan budur’ gibi ifadelerle cevabını açıklamaya çalışmıştır. Birinci soruyu doğru cevaplayarak, geçerli bir muhakeme yapan hiçbir öğrencinin doğrudan ispat yöntemi dışında bir ispat metodu kullanmadığı, bu metodu kullanan öğrencilerin ise anlatıma yanaşmayarak sadece sembolik cebirsel ifadeler kullanarak yanıtlarını gerekçelendirdikleri görülmektedir. Şekil 6’da Kod 5 olarak değerlendirilen tamamen sembolik ve cebirsel ifadelerle iddiasını gerekçelendiren bir öğrenci cevap kağıdından kesit sunulmuştur.


$A=B \Rightarrow S_1+S_3=S_2+S_3$

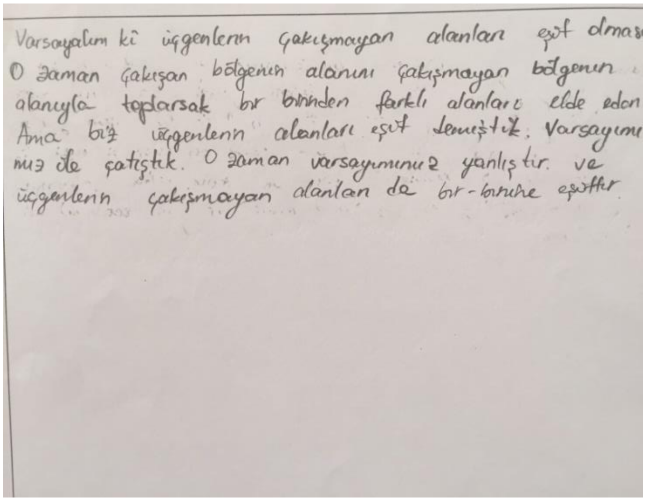
$\boxed{S_1=S_2}$

Eşittir.

Şekil 6

Bir öğretmen adayına ait AUİYRT birinci sorusunun cevabına dair kesit

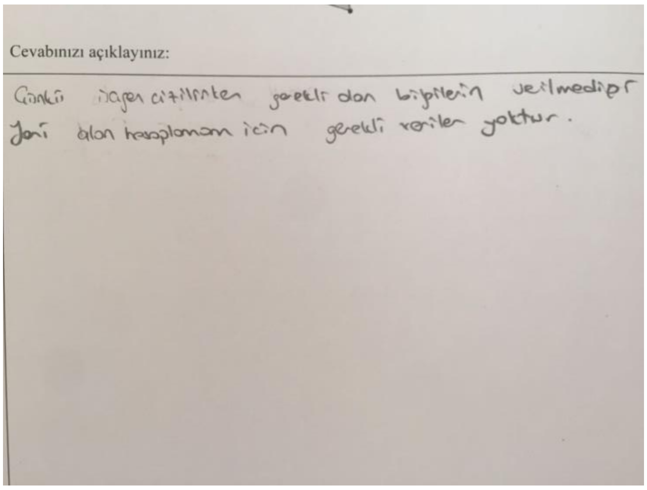
AUİYRT öntest birinci soruda doğrudan ispat yöntemi dışında bir ispat yöntemi kullanımına rastlanmamıştır. Sontest yanıtları incelendiğinde öğrencilerin ders kapsamında öğrenilen ispat yöntemlerinden çelişki yöntemiyle iddialarını ispatlamaya çalıştığı görülmüştür. Şekil 7’de bu duruma rastlanan ve Kod 5 olarak değerlendirilen bir öğrenci cevap kağıdından kesit sunulmuştur.


Varsayalım ki üçgenlerin çakışmayan alanları eşit olmas
O zaman çakışan bölgenin alanını çakışmayan bölgenin
alanıyla toplarsak bir birinden farklı alanları elde eden
Ama biz üçgenlerin alanları eşit demiştik. Varsayımı
mız ile çatıştık. O zaman varsayımımız yanlıştır. ve
üçgenlerin çakışmayan alanları da bir-birine eşittir.

Şekil 7

Bir öğretmen adayına ait AUİYRT birinci sorusunun cevabına dair kesit

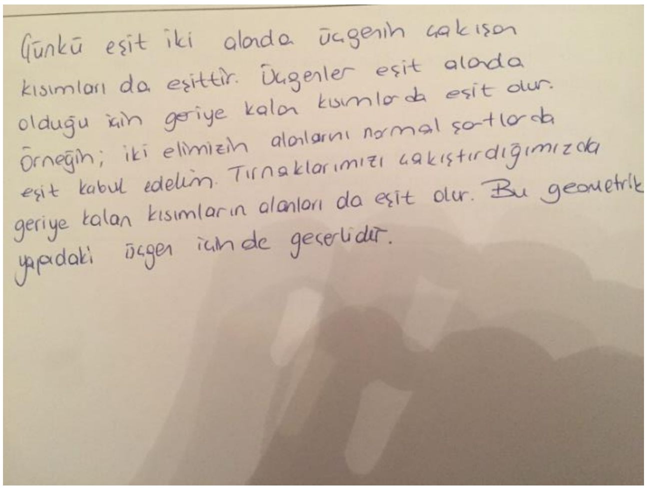
Sontest birinci soruya cevap veren öğrencilerden bir kısmının sorunun içeriğinde soruyu cevaplamaya yetecek kadar veri olmadığını düşündüğü görülmüştür. Öğrencilerden bazıları "Alan verilmediği için soruyu çözemeyiz.", yazarak soru hakkında muhakeme yürütmekten kaçınmış ve soruyu çözebilmek için alan bilgisine ihtiyaç duymuşlardır. Öğrencilerin bu yorumlarından, mantıksal yargıda bulunmaktan çok verilenleri sayısal olarak ölçme ihtiyacı hissettikleri ve sayısal olarak ölçüm yapamadıklarında kendilerinden emin olamadıkları söylenebilir. Şekle bakarak karar verdikleri ve akıl yürütmeden, herhangi bir çıkarımı test etmeden karar verdikleri için eleştirel düşünmeden uzak ezberci bir yaklaşım içinde oldukları söylenebilir. Şekil 8'de Kod 0 olarak değerlendirilen bir öğrenci cevap kağıdından kesit sunulmuştur.



Şekil 8

Bir öğretmen adayına ait AUİYRT birinci sorusunun cevabına dair kesit

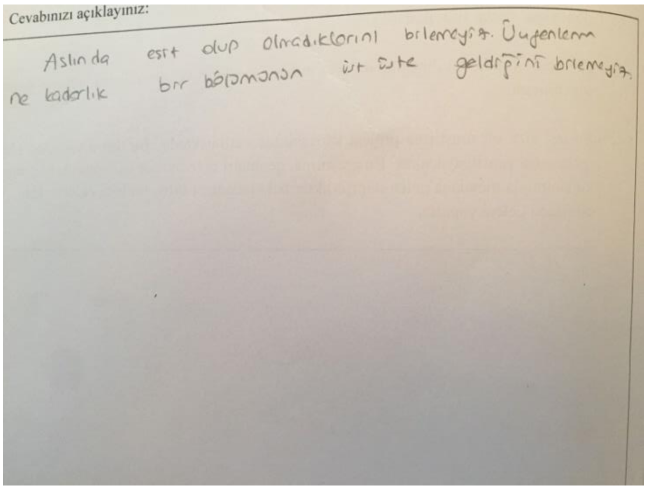
Sontest birinci soruda öğrencilerden bazılarının yaptığı matematiksel ispata ek olarak örnek vererek temsil üzerinden cevaplarını açıklamaya gittiği görülmektedir. Bu mantıkta olan öğrencilerin örnek ile doğrulamanın ispatın inandırıcılığını artırdığı fikrine sahip olduğu düşünülmektedir. Şekil 9'da Kod 5 olarak değerlendirilen sözlü bir anlatımla ifadesini gerekçelendirerek bir örnekle desteklemeye çalışmış bir öğrenci cevap kağıdından kesit sunulmuştur.



Şekil 9

Bir öğretmen adayına ait AUİYRT birinci sorusunun cevabına dair kesit

Öğrencilerin üst üste binen şekillerin alanları hakkında yorumda bulurken yaptıkları hatalardan birinin mantıksal muhakeme yapmak yerine kenar uzunluk ölçülerinin simetrik olmaması ve kenarların uzunluklarını bilmemelerini yorum yapmak için bir engel olarak görmeleri olmuştur. Öğrencilerin soru hakkında muhakeme yürütebilmek için sayısal verilere ihtiyaç duyduğu görülmüştür. Şekil 10'da Kod 0 değerlendirilen bir öğrenci cevap kağıdından kesit sunulmuştur.



Şekil 10

Bir öğretmen adayına ait AUİYRT birinci sorusunun cevabına dair kesit

4.6.2. Açık Uçlu İspat Yorumlama Testi İkinci Soruya İlişkin Bulgular

AUİYRT ikinci soruda öğrencilere bir önerme verilerek önermeyi doğru mu yanlış bulduklarını belirterek cevaplarını ispatlamaları istenmiştir. AUİYRT ikinci sorusuna verilen cevapların analizleri Tablo 51'de sunulmuştur.

Tablo 51

AUİYRT ikinci sorusuna verilen cevapların analizleri

Öntest 2	N	Yüzde
Kod 0	28	44.4
Kod 1	3	4.8
Kod 3	7	11.1
Kod 5	25	39.7
Total	63	100.0
Sontest 2	**N**	**Yüzde**
Kod 0	19	30.2
Kod 2	1	1.6
Kod 3	2	3.2
Kod 5	41	65.1
Total	63	100.0

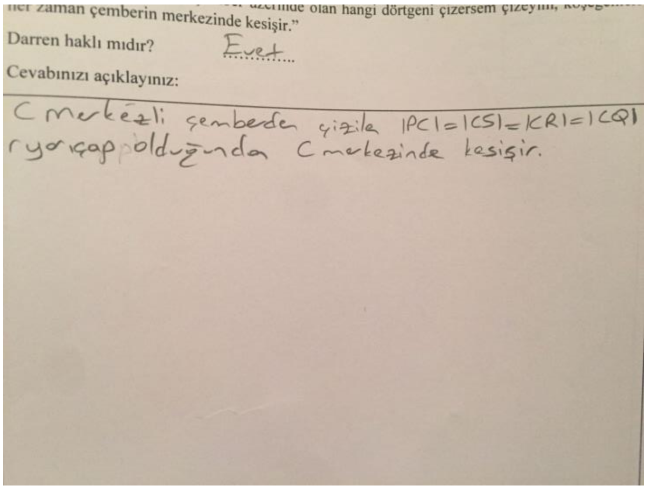
AUİYRT öntesti uygulanan 63 öğrenciden, %44.4’ü Kod, %4.8’i muhakeme Kod 1, %11.1’i Kod 3, %39.7’si Kod 5; sontest uygulanan 63 öğrenciden, %30.2’si Kod 0, %1.6’sı Kod 2, %3’ü Kod 3, %65.1’si Kod 5 olarak değerlendirilmiştir. Performans seviyesi Kod 0 olan öğrencilerin sayısında %14.2 azalış, Kod 3 olan öğrencilerin sayısında %7.9 azalış, Kod 5 olan öğrencilerin sayısında %26.4 artış gözlenmiştir. Soruya doğru cevap veren öğrencilerden geçerli bir muhakeme yürüterek cevabını doğrulayabilen öğrencilerin sayısında artış gözlenmiştir. Öğrencilerin %49.2’sinin (Kod 0 + Kod 1) düşüncelerini ifade edemediği, cevap açıklama alanını boş bıraktıkları, matematiksel olarak gerekçelerini açıklayamadıkları görülmüştür. İkinci soruda öğrencilerin karşılaştıkları güçlükler belirlenen kodlar çerçevesinde tabloda görüldüğü şekilde elde edilmiştir.

Tablo 52

AUİYRT 2.sorusunda öğrencilerin karşılaştıkları güçlüklerin analizleri

İspat Yorumlama ve Yapma Sürecinde karşılaşılan güçlükler:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63
1-Matematiksel dil ve notasyon kullanamama		X				X			X					X				X			X					X								X				X							X				X	X									X		X		X
2- Temel geometrik kavram ve kuralları bilmeme ve ilişkilendirememe						X												X																X																X											X		
3- Geometrik kural ve tanımları doğru kullanamama																																																															
4-İspata gerek duymama – Aşikarlık																																																															
5- İspata başlayamama		X																																				X							X														X				
6-Geçerli bir ispata gidecek yöntemleri bilmeme						X			X					X							X					X						X		X															X	X									X		X		X
7- Belli bir ispat yöntemine bağlı kalma																																																															
8-Genelleme yerine örnek ile doğrulama																		X																															X														
9- Muhakeme aşamalarını planlayamama - aşamaları sözel ya da görsel olarak ifade edememe		X				X			X					X				X			X	X		X		X			X			X		X			X	X			X	X							X	X											X		
10- Muhakeme aşamalarını atlama, eksik muhakeme																																																															
11- Yanlış ilişkilendirme ve gerekçelendirme yapma						X			X					X				X			X	X		X								X					X				X	X							X	X									X		X		X
12- Çift sütunlu ispatlarda mantıksal bütünlüğü kavrayamama																																																															
13- Muhakemeyi sona erdirememe																						X																																									
14- Koşullu ifade ve önermeleri anlamlandıramama- Verilen ve isteneni ayırdedememe																																																															
15- Koşullu ifadelere eklemeler yaparak anlamı kaybetme, mantıksal niceleyicileri kullanamama																																																															

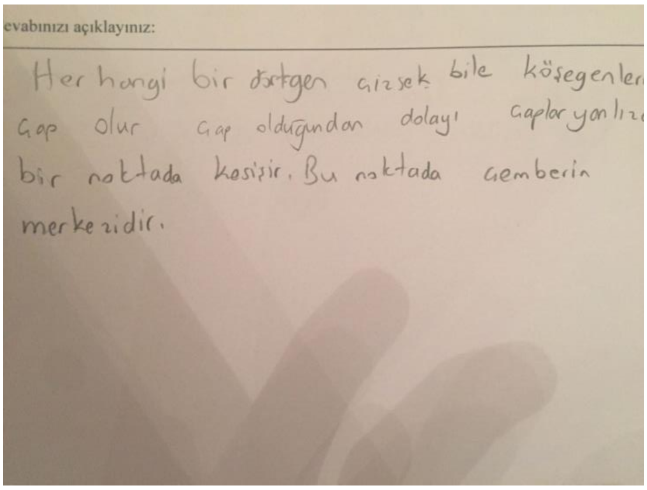
AUİYRT öntest ikinci soruda önermeyi doğru bularak soruya yanlış cevap veren öğrencilerin verilen şekle bakarak ya da verilen şekli tekrar çizerek önermeyi ispatlamaya çalıştıkları görülmektedir. Şekle bakarak karar verdikleri için yanlış ilişkilendirme yapmış, ifadelerin doğruluğunu yanlış gerekçelendirmiştir. Şekil 11'de Kod 0 değerlendirilen bir öğrenci cevap kağıdından kesit sunulmuştur.



Şekil 11

Bir öğretmen adayına ait AUİYRT ikinci sorusunun cevabına dair kesit

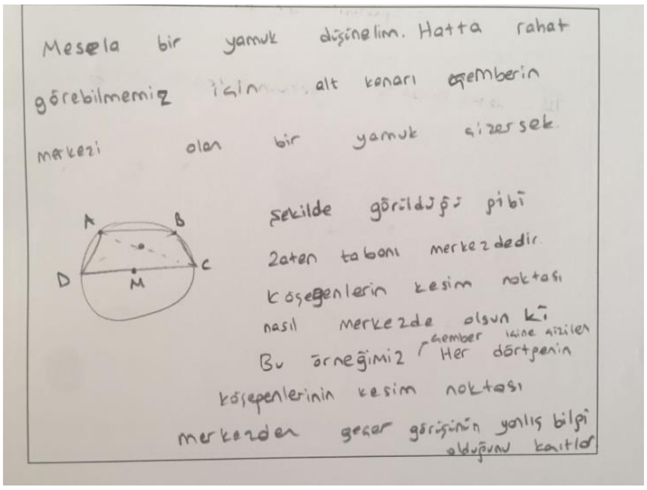
AUİYRT öntesti ikinci soruda "Şekilde de görüldüğü gibi köşegenler merkezden geçmektedir" ifadesini kullanan öğrencilerin bu yanılgıya düşmesine sebep şekilde verilen örnekte sağlanan durum dışında bir durum öngörememeleri olarak görülmüştür. Hangi dörtgeni çizerlerse çizsinler şeklin de etkisiyle köşegenlerin merkezden geçeceğine karar vermişlerdir. Önermenin sadece bir örnekle doğrulanmasını yeterli bulmuş, başka bir durumu inceleme gereği duymamışlardır. Şekil 12'de Kod 0 olarak değerlendirilen bir öğrenci cevap kağıdından kesit sunulmuştur.



Şekil 12

Bir öğretmen adayına ait AUİYRT ikinci sorusunun cevabına dair kesit

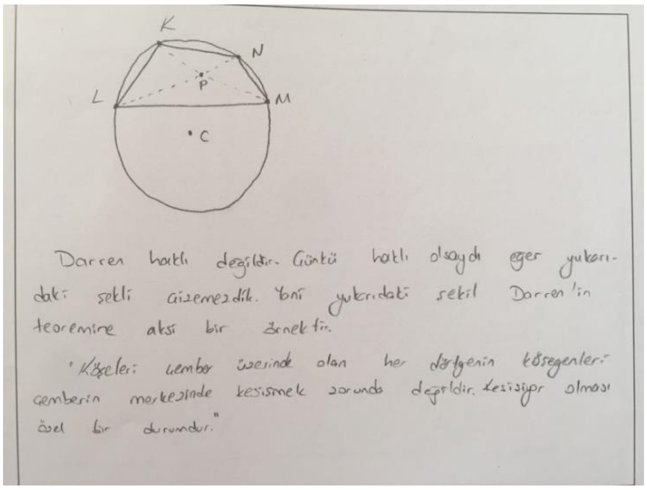
Önermeyi aksine örnek vererek yanlışlayan öğrencilerden hiçbiri kullandığı yöntemin adını ve nasıl kullanıldığını belirtmemektedir. Önermenin yanlışlığını önermeyi sağlamayan bir örnek vererek, köşegenleri çember üzerinde olan bir yamuk çizerek belirtmişlerdir. Öğrencilerin düşüncelerini anlatım yoluyla açıklayarak ifade etmeye çalıştıkları görülmüştür. Şekil 13'te Kod 5 olarak değerlendirilen bir öğrenci cevap kağıdından kesit sunulmuştur.



Şekil 13

Bir öğretmen adayına ait AUİYRT ikinci sorusunun cevabına dair kesit

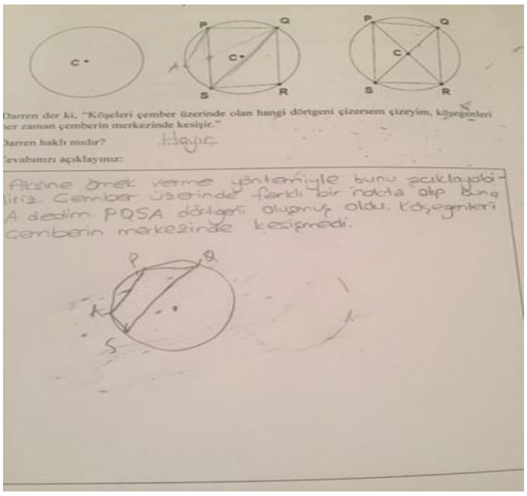
AUİYRT ikinci soruda öğrenciler farkında olmadan doğrudan ispat dışında yöntemler kullansa da ispat yöntemini refere etmemiştir. Öntest ikinci soruya gerekçeli ve doğru cevap veren öğrencilerin yürüttükleri muhakemeyi açıklarken ispat yöntemlerinden bahsetmemiş olmasına rağmen sontestte farklı ispat yöntemleri kullanırken kullandıkları yöntemin adını da kavramsal olarak ifade etmeyi ihmal etmedikleri gözlenmektedir. Sontestte yaptıkları akıl yürütmeyi kullandıkları ispat yöntemini de belirterek gerekçelendirmek için çaba gösterdikleri görülmektedir. Şekil 14’te Kod 5 olarak değerlendirilen bir öğrenci cevap kağıdından kesit sunulmuştur.



Şekil 14

Bir öğretmen adayına ait AUİYRT ikinci sorusunun cevabına dair kesit

Sontesti ikinci soruda öntestin aksine muhakemesini gerekçeli bir şekilde açıklayabilen öğrencilerin yargılarını ispatlayabilmek için ders kapsamında öğretilen ispat metotlarından aksine örnek verme yöntemini kullandıkları görülmektedir. Şekil 15’te Kod 5 olarak değerlendirilen bir öğrenci cevap kağıdından kesit sunulmuştur.



Şekil 15

Bir öğretmen adayına ait AUİYRT ikinci sorusunun cevabına dair kesit

4.6.3. Açık Uçlu İspat Yorumlama Testi Üçüncü Soruya İlişkin Bulgular

AUİYRT üçüncü soruda öğrencilere bir önerme ve üç yargı verilmiş, önermeye göre doğru olduğunu düşündükleri bir ifadeyi işaretlemeleri ve seçimlerinin nedenini açıklamaları istenmiştir. AUİYRT üçüncü sorusuna verilen cevapların analizleri Tablo 53’te sunulmuştur

Tablo 53

AUİYRT 3. sorusuna verilen cevapların analizleri

Öntest 3	N	Yüzde
Kod 0	22	34.9
Kod 2	9	14.3
Kod 5	32	50.8
Total	63	100.0

Sontest 3	N	Yüzde
Kod 0	8	12.7
Kod 1	1	1.6
Kod 2	2	3.2
Kod 3	1	1.6
Kod 5	51	81.0
Total	63	100.0

AUİYRT öntesti uygulanan 63 öğrenciden, %34.9'u Kod 0, %14.3'ü Kod 2, %50.8' i Kod 5; sontest uygulanan 63 öğrenciden, %12.7'si Kod 0, %1.6'sı Kod 1, %3.2'si Kod 2, %1.6'sı Kod 3, %81.0'i Kod 5 olarak değerlendirilmiştir. Performans seviyesi Kod 0 olan öğrencilerin sayısında %22.2 azalış, Kod 2 olan öğrencilerin sayısında %11.1 azalış, Kod 5 olan öğrencilerin sayısında %20.2 artış gözlenmiştir. Kod 2' de yer alan öğrencilerin sayısındaki azalış öğrencilerin yanlış da olsa bir muhakemede buluma ve yürüttüğü muhakemeyi açıklama eğiliminde olduğunu göstermektedir. Üçüncü soruda öğrencilerin karşılaştıkları güçlükler belirlenen kodlar çerçevesinde Tablo 54'te görüldüğü şekilde elde edilmiştir.

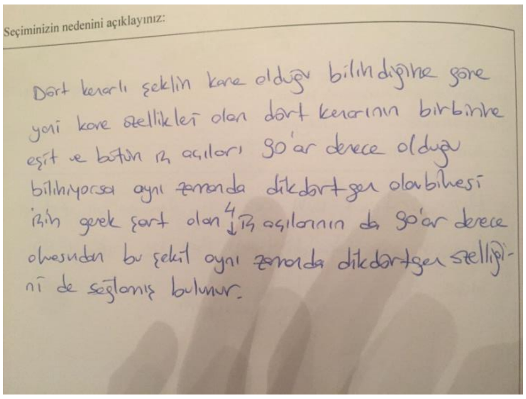
Tablo 54

AUİYRT 3.sorusunda öğrencilerin karşılaştıkları güçlüklerin analizleri

İspat Yorumlama ve Yapma Sürecinde karşılaşılan güçlükler:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
1-Matematiksel dil ve notasyon kullanamama																																
2- Temel geometrik kavram ve kuralları bilmeme ve ilişkilendirememe		X				X			X					X				X			X					X						
3- Geometrik kural ve tanımları doğru kullanamama						X																										
4-İspata gerek duymama – Aşikarlık																																
5- İspata başlayamama																																
6-Geçerli bir ispata gidecek yöntemleri bilmeme																																
7- Belli bir ispat yöntemine bağlı kalma																																
8-Genelleme yerine örnek ile doğrulama																																
9- Muhakeme aşamalarını planlayamama - aşamaları sözel ya da görsel olarak ifade edememe		X							X					X												X						
10- Muhakeme aşamalarını atlama, eksik muhakeme																																
11- Yanlış ilişkilendirme ve gerekçelendirme yapma						X												X			X											
12- Çift sütunlu ispatlarda mantıksal bütünlüğü kavrayamama																																
13- Muhakemeyi sona erdirememe																																
14- Koşullu ifade ve önermeleri anlamlandıramama- Verilen ve isteneni ayırdedememe						X			X					X				X			X					X						
15- Koşullu ifadelere eklemeler yaparak anlamı kaybetme, mantıksal niceleyicileri kullanamama						X			X					X												X						

İspat Yorumlama ve Yapma Sürecinde karşılaşılan güçlükler:	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63
1-Matematiksel dil ve notasyon kullanamama																															
2- Temel geometrik kavram ve kuralları bilmeme ve ilişkilendirememe		X											X				X	X									X				
3- Geometrik kural ve tanımları doğru kullanamama		X																X													
4-İspata gerek duymama – Aşikarlık																															
5- İspata başlayamama																															
6-Geçerli bir ispata gidecek yöntemleri bilmeme																															
7- Belli bir ispat yöntemine bağlı kalma																															
8-Genelleme yerine örnek ile doğrulama																															
9- Muhakeme aşamalarını planlayamama - aşamaları sözel ya da görsel olarak ifade edememe																															
10- Muhakeme aşamalarını atlama, eksik muhakeme																															
11- Yanlış ilişkilendirme ve gerekçelendirme yapma		X											X				X	X									X				
12- Çift sütunlu ispatlarda mantıksal bütünlüğü kavrayamama																															
13- Muhakemeyi sona erdirememe																															
14- Koşullu ifade ve önermeleri anlamlandıramama- Verilen ve isteneni ayırdedememe		X											X				X	X									X				
15- Koşullu ifadelere eklemeler yaparak anlamı kaybetme, mantıksal niceleyicileri kullanamama		X															X	X									X				

AUİYRT öntest üçüncü sorusunu doğru olarak cevaplayan 32 öğrenciden hiçbirinin seçtiği cevabı ve yaptığı muhakemeyi açıklarken seçtiği ifadenin verilen önermenin koşullu formda yazılışı olduğu açıklamasında bulunmadığı görülmektedir. Öğrenciler geçmiş geometri bilgilerine dayanarak doğru bulduğu ifadeyi seçmiş ve seçiminin gerekçesini açıklamaya çalışmıştır. Sontesti üçüncü soruyu yanıtlarken koşullu form ifadesini kullanamayan öğrencilerin ifadeyi sözel olarak açıklamaya çalıştığı görülmektedir. Öğrenciler ders kapsamında işlenen dörtgenlerin sınıflandırması ve özellikleri ile ilgili bilgilerini göz önüne alarak verilen önermeyi kullanmadan seçtikleri ifadeyi doğrulamaya çalışmıştır. Soruyu sözel anlatım kullanarak gerekçelendiren öğrenciler dikdörtgenin tüm açılarının dik açı olduğunu ve karenin de aynı koşulu sağladığı için bir dikdörtgen olması gerektiğini anlatarak seçtikleri önermeyi ispatlamıştır. Şekil 16'da Kod 5 olarak değerlendirilen bir öğrenci cevap kağıdından kesit sunulmuştur.

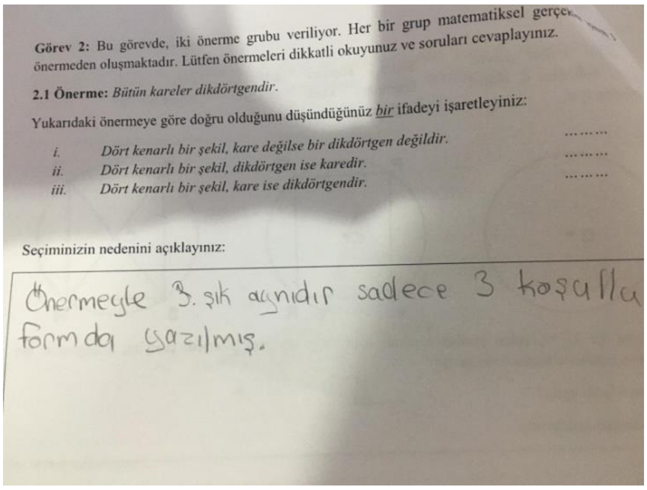

Seçiminizin nedenini açıklayınız:

Dört kenarlı şeklin kare olduğu bilindiğine göre yani kare özellikleri olan dört kenarının birbirine eşit ve bütün iç açıları 90'ar derece olduğu biliniyorsa aynı zamanda dikdörtgen olabilmesi için gerek şart olan 4 iç açılarının da 90'ar derece olmasından bu şekil aynı zamanda dikdörtgen özelliğini de sağlamış bulunur.

Şekil 16

Bir öğretmen adayına ait AUİYRT üçüncü sorusunun cevabına dair kesit

AUİYRT sontesti üçüncü soruya genellenebilir geçerli bir muhakeme ile doğru cevap veren 51 öğrenciden %72'sinin önermeyi ispatlamaya gerek duymadan doğru olan önermeyi işaretleyerek seçtikleri ifadenin aslında önermenin koşullu formda yazılmış hali olduğunu belirttikleri görülmektedir. Şekil 17'de bu duruma rastlanan ve Kod 5 olarak değerlendirilen bir öğrenci cevap kağıdından kesit sunulmuştur.


Görev 2: Bu görevde, iki önerme grubu veriliyor. Her bir grup matematiksel gerçe... önermeden oluşmaktadır. Lütfen önermeleri dikkatli okuyunuz ve soruları cevaplayınız.

2.1 Önerme: *Bütün kareler dikdörtgendir.*

Yukarıdaki önermeye göre doğru olduğunu düşündüğünüz *bir* ifadeyi işaretleyiniz:

i. *Dört kenarlı bir şekil, kare değilse bir dikdörtgen değildir.* ………
ii. *Dört kenarlı bir şekil, dikdörtgen ise karedir.* ………
iii. *Dört kenarlı bir şekil, kare ise dikdörtgendir.* ………

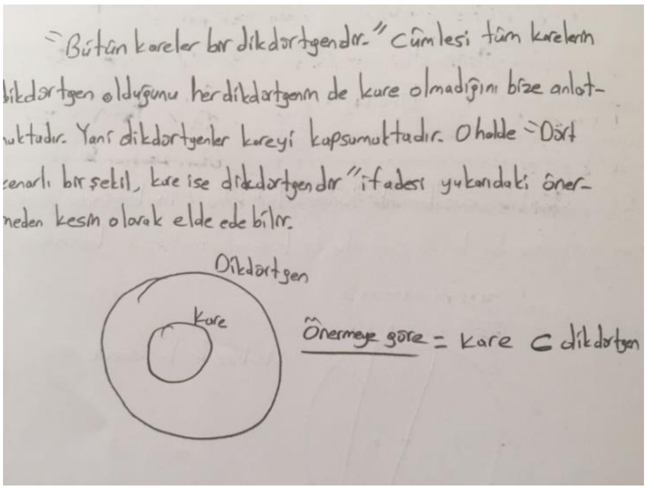
Seçiminizin nedenini açıklayınız:

Önermeyle 3. şık aynıdır sadece 3 koşullu formda yazılmış.

Şekil 17

Bir öğretmen adayına ait AUİYRT üçüncü sorusunun cevabına dair kesit

AUİYRT sontesti üçüncü soruda Kod 5'te yer alan ve verilen ifadenin önermenin koşullu formda yazılmış hali olduğunu belirtmeyen öğrencilerin öntestte dörtgenlerin sınıflandırılması ile ilgili yaşadıkları kafa karışıklığını sontestte aşmış oldukları görülmektedir. Öğrenciler koşullu form ifadesini kullanamasalar da öğretim sürecinde işlenilen dörtgenlerle ilgili sınıflandırmayı şekil çizerek anlatmış ve önermeyi ispatlamıştır. Şekil 18'de Kod 5 değerlendirilen bir öğrenci cevap kağıdından kesit sunulmuştur.


"Bütün kareler bir dikdörtgendir." cümlesi tüm karelerin
ikdörtgen olduğunu herdikdörtgenin de kare olmadığını bize anlat-
uktadır. Yani dikdörtgenler kareyi kapsamaktadır. O halde "Dört
enarlı bir şekil, kare ise dikdörtgendir" ifadesi yukarıdaki öner-
neden kesin olarak elde edebilir.

Dikdörtgen
Kare
Önermeye göre = kare ⊂ dikdörtgen

Şekil 18

Bir öğretmen adayına ait AUİYRT üçüncü sorusunun cevabına dair kesit

AUİYRT öntesti üçüncü soruda öğrencilerin önermeleri koşullu formda yazamamalarına rağmen sontestte önermenin koşullu formunu kullandıkları görülmektedir. Öğrencilerin öğretim süreci sonrasında matematiksel dil ve notasyon kullanabildikleri, bir önermeyi matematiksel olarak anlamlandırabildikleri ve ifade edebildikleri söylenebilir. Katılımcı öğrencilerin %39.6'sının üçüncü soruda olumlu gelişme kaydettiği gözlenmektedir.

4.6.4. Açık Uçlu İspat Yorumlama Testi Dördüncü Soruya İlişkin Bulgular

AUİYRT dördüncü soruda öğrencilere iki önerme ve yargı içeren üç ifade verilmiş verilen önermelere göre doğru olduğunu düşündükleri bir ifadeyi işaretlemeleri ve seçimlerinin nedenlerini açıklamaları istenmiştir. AUİYRT dördüncü sorusuna verilen cevapların analizleri Tablo 55'te sunulmuştur.

Tablo 55

AUİYRT dördüncü sorusuna verilen cevapların analizleri

Öntest 4	N	Yüzde
Kod 0	32	50.8
Kod 3	2	3.2
Kod 5	29	46.0
Total	63	100.0

Sontest 4	N	Yüzde
Kod 0	7	11.1
Kod 3	5	7.9
Kod 4	1	1.6
Kod 5	50	79.4
Total	63	100.0

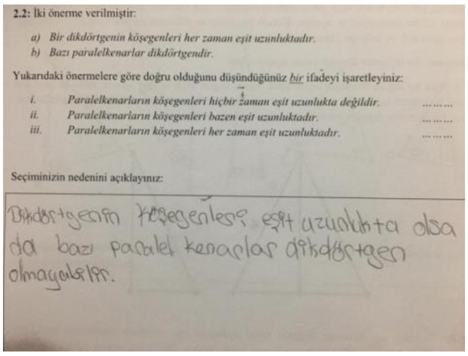
AUİYRT öntesti uygulanan 63 öğrenciden, %50.8'i Kod 0, %3.2'i Kod 3, %46.5'i Kod 5; sontest uygulanan 63 öğrenciden, %11.1'i Kod 0, %7.9'u Kod 3, %1.6'sı Kod 4, %79.4'ü olarak değerlendirilmiştir. Performans seviyesi Kod 0 olan öğrencilerin sayısında %39.7 azalış, Kod 3 olan öğrencilerin sayısında %4.7 artış, Kod 4 olan öğrencilerin sayısında %1.6 artış, Kod 5 olan öğrencilerin sayısında %33.4 artış gözlenmiştir. Dördüncü soruda öğrencilerin karşılaştıkları güçlükler belirlenen kodlar çerçevesinde tabloda görüldüğü şekilde elde edilmiştir.

Tablo 56

AUİYRT 4.sorusunda öğrencilerin karşılaştıkları güçlüklerin analizleri

İspat Yorumlama ve Yapma Sürecinde karşılaşılan güçlükler:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63
1-Matematiksel dil ve notasyon kullanamama																																																															
2- Temel geometrik kavram ve kuralları bilmeme ve ilişkilendirememe									X					X				X			X					X								X											X				X	X									X				
3- Geometrik kural ve tanımları doğru kullanamama		X				X								X																																																	
4-İspata gerek duymama – Aşikarlık														X																																																	
5- İspata başlayamama																										X																								X													
6-Geçerli bir ispata gidecek yöntemleri bilmeme									X					X				X			X					X								X											X				X	X									X				
7- Belli bir ispat yöntemine bağlı kalma																																																														
8-Genelleme yerine örnek ile doğrulama																																																														
9- Muhakeme aşamalarını planlayamama - aşamaları sözel ya da görsel olarak ifade edememe																																													X				X										X				
10- Muhakeme aşamalarını atlama, eksik muhakeme		X				X								X				X			X					X								X																													
11- Yanlış ilişkilendirme ve gerekçelendirme yapma																																																														
12- Çift sütunlu ispatlarda mantıksal bütünlüğü kavrayamama																																																														
13- Muhakemeyi sona erdirememe																																																														
14- Koşullu ifade ve önermeleri anlamlandıramama- Verilen ve isteneni ayırdedememe		X				X								X				X			X					X								X											X				X	X									X				
15- Koşullu ifadelere eklemeler yaparak anlamı kaybetme, mantıksal niceleyicileri kullanamama		X				X												X			X					X																			X				X	X									X				

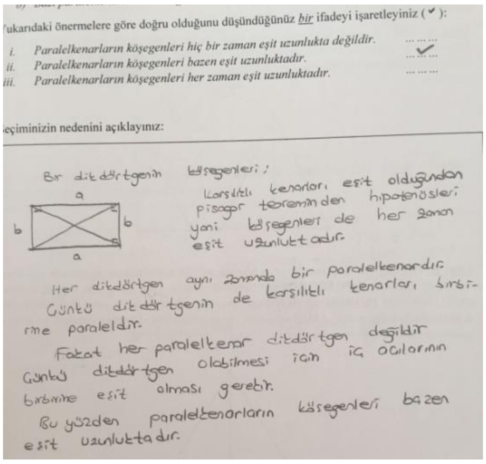
AUİYRT öntesti dördüncü soruda öğrencilerin öntestte geometri bilgilerine güvenemeyip verilen önermelerin doğruluğunu sorguladıkları ve ifadeleri verilen önermelerin doğruluğuna güvenerek cevaplamaktan çekindikleri görülmektedir. Öğrencilerin öntestte geometri bilgilerinin yetersizliğinin yanlış ya da eksik muhakeme yürütmelerine sebep olduğu söylenebilir. Şekil 19'da Kod 0 olarak değerlendirilen bir öğrenci cevap kağıdından kesit sunulmuştur.



Şekil 19

Bir öğretmen adayına ait AUİYRT dördüncü sorusunun cevabına dair kesit

AUİYRT öntestinde soru 4'ü doğru olarak cevaplayan 32 öğrenciden hiçbiri basitçe seçtikleri cevabın verilenin koşullu formundan başka bir şey olmadığını söylememiştir. Öğrencilerin ispat yorumlama bilgisinin önermenin hipotez ve hüküm kısmını ve koşullu form olarak yazılışını ayırt etmeye yetmediği gözlenmektedir. Öntestte Kod 5 olarak değerlendirilen öğrencilerin tümü doğru bulduğu ifadeyi seçmiş ve geçmiş geometri bilgilerine dayanarak seçiminin gerekçesini açıklamaya çalışmıştır. Öntest Kod 5'te yer alan öğrencilerden bazıları açıların dikliğinden yola çıkarak önermeyi ispatlamış muhakemelerini sözlü olarak ifade etmiştir. AUİYRT sontestinde öğrenciler önermeyi dörtgenlerle ilgili sınıflandırmayı kullanarak sözel bir anlatım ile ve şekil çizerek, görsellikle destekleyerek ispatlamıştır. Öğrencilerin ders kapsamında öğrendikleri dörtgenlerin sınıflandırılmasıyla ilgili bilgilerini kullanarak cevaplarını açıkladıkları görülmüştür. Şekil 20'de Kod 5 olarak değerlendirilen bir öğrenci cevap kağıdından kesit sunulmuştur.



Yukarıdaki önermelere göre doğru olduğunu düşündüğünüz *bir* ifadeyi işaretleyiniz (✔):

i. *Paralelkenarların köşegenleri hiç bir zaman eşit uzunlukta değildir.* ………
ii. *Paralelkenarların köşegenleri bazen eşit uzunluktadır.* ✔
iii. *Paralelkenarların köşegenleri her zaman eşit uzunluktadır.* ………

Seçiminizin nedenini açıklayınız:

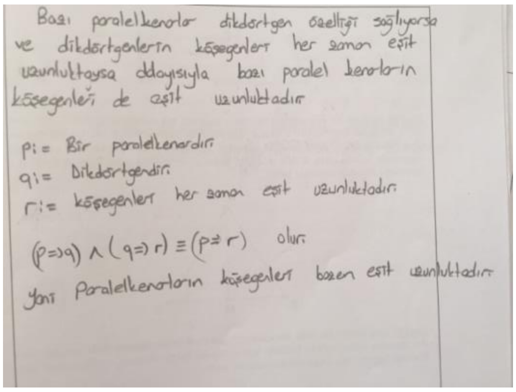
Bir dikdörtgenin köşegenleri;
Karşılıklı kenarları eşit olduğundan pisagor teoreminden hipotenüsleri yani köşegenleri de her zaman eşit uzunluktadır.

Her dikdörtgen aynı zamanda bir paralelkenardır. Çünkü dikdörtgenin de karşılıklı kenarları birbirine paraleldir.
Fakat her paralelkenar dikdörtgen değildir. Çünkü dikdörtgen olabilmesi için iç açılarının birbirine eşit olması gerekir.
Bu yüzden paralelkenarların köşegenleri bazen eşit uzunluktadır.

Şekil 20

Bir öğretmen adayına ait AUİYRT dördüncü sorusunun cevabına dair kesit

AUİYRT sontestte daha net ve ispata yönelik ifadeler kullanarak seçimlerini ispatlama, yaptıkları muhakemeyi anlatma eğiliminde oldukları görülmektedir. Öğrencilerden bazılarının cevaplarını matematiksel mantık kuralları çerçevesinde matematiksel dil ve notasyon kullanarak mantıksal çıkarımlarla açıkladıkları gözlemlenmiştir. Şekil 21'de Kod 5 olarak değerlendirilen bir öğrenci cevap kağıdından kesit sunulmuştur.



Bazı paralelkenarlar dikdörtgen özelliği sağlıyorsa ve dikdörtgenlerin köşegenleri her zaman eşit uzunluktaysa dolayısıyla bazı paralel kenarların köşegenleri de eşit uzunluktadır

p:= Bir paralelkenardır
q:= Dikdörtgendir
r:= köşegenleri her zaman eşit uzunluktadır

$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r) \equiv (p \Rightarrow r)$ olur.
Yani Paralelkenarların köşegenleri bazen eşit uzunluktadır

Şekil 21

Bir öğretmen adayına ait AUİYRT dördüncü sorusunun cevabına dair kesit

4.6.5. Açık Uçlu İspat Yorumlama Testi Beşinci Soruya İlişkin Bulgular

AUİYRT beşinci soruda öğrencilere doğru veya yanlış olan iki önerme ve bu önermelerin ispatı olduğu savunulan üç seçenek sunulmuştur ve bu seçeneklerden hangisinin önermenin ispatı olduğu sorulmuştur. Seçeneklerden birinde önerme tek bir örnek ile doğrulanırken, ikincisinde birden fazla örnek ile doğrulanmış, bir diğer seçenekte ise matematiksel sembol ve ifadeler kullanarak ispat yapılmıştır. AUİYRT beşinci sorusuna verilen cevapların analizleri Tablo 57'de sunulmuştur.

Tablo 57

AUİYRT beşinci sorusuna verilen cevapların analizleri

ÖnTest 5	N	Yüzde
Kod 0	55	87.3
Kod 1	1	1.6
Kod 5	7	11.1
Total	63	100.0

SonTest 5	N	Yüzde
Kod 0	18	28.6
Kod 2	1	1.6
Kod 4	4	6.3
Kod 5	40	63.5
Total	63	100.0

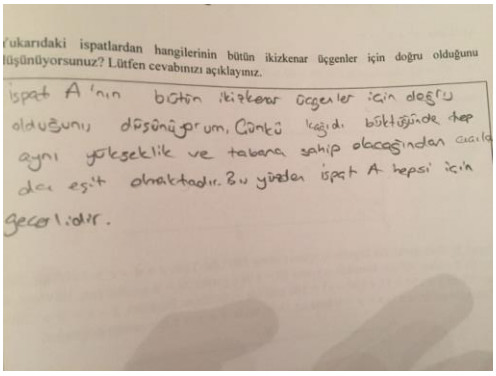
AUİYRT öntesti uygulanan 63 öğrenciden %87.3'ü Kod 0, %1.6'sı muhakeme Kod 1, %11'i Kod 5; sontest uygulanan 63 öğrenciden %28.6'sı Kod 1, %1.6'sı Kod 2, %6.3'ü Kod 4 ve %63.5'i Kod 5 olarak değerlendirilmiştir. AUİYRT beşinci soruya genellenebilir geçerli bir muhakeme ile cevap veren öğrencilerin oranı sontestte %52.4 artış göstermiştir. Beşinci soruda öğrencilerin karşılaştıkları güçlükler belirlenen kodlar çerçevesinde tabloda görüldüğü şekilde elde edilmiştir.

Tablo 58

AUİYRT 5. sorusunda öğrencilerin karşılaştıkları güçlüklerin analizleri

İspat Yorumlama ve Yapma Sürecinde karşılaşılan güçlükler:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63
1-Matematiksel dil ve notasyon kullanamama																																																															
2- Temel geometrik kavram ve kuralları bilmeme ve ilişkilendirememe																																																															
3- Geometrik kural ve tanımları doğru kullanamama																																																															
4-İspata gerek duymama – Aşikarlık																																																															
5- İspata başlayamama																																																															
6-Geçerli bir ispata gidecek yöntemleri bilmeme	X	X	X			X			X	X				X											X	X			X					X					X		X				X				X	X		X		X									
7- Belli bir ispat yöntemine bağlı kalma																																																															
8-Genelleme yerine örnek ile doğrulama																																																															
9- Muhakeme aşamalarını planlayamama - aşamaları sözel ya da görsel olarak ifade edememe																																																															
10- Muhakeme aşamalarını atlama, eksik muhakeme																																																															
11- Yanlış ilişkilendirme ve gerekçelendirme yapma	X	X				X			X		X			X	X			X	X							X			X					X					X		X				X				X	X		X		X					X				
12- Çift sütunlu ispatlarda mantıksal bütünlüğü kavrayamama																																																															
13- Muhakemeyi sona erdirememe																																																															
14- Koşullu ifade ve önermeleri anlamlandıramama- Verilen ve isteneni ayırdedememe																																																															
15- Koşullu ifadelere eklemeler yaparak anlamı kaybetme, mantıksal niceleyicileri kullanamama																																																															

AUİYRT öntesti beşinci soruda 63 katılımcı öğrenciden 7'sinin gerekçesini ifade ederek doğru cevap verdiği belirlenmiştir. Öğrencilerin örnek üzerinde denenmeden yapılan, sembolik ifadeler kullanılan ispatı inandırıcı bulmadığı görülmektedir. Öğrencilerin neredeyse tamamının ispat yapma ile örnek vererek doğrulama arasındaki ayrımın farkında olmadığı gözlenmektedir. Öğrencilerden bazıları tek örnek vererek doğrulama ile sunulan ilk ispatın önermenin tüm ikizkenar üçgenler için doğru olduğunu göstereceğini düşünmüş, b şıkkında verilen matematiksel olarak doğru ve geometrik teoremlere dayanan ispatı anlamadıklarını ve karmaşık bulduklarını belirtmişlerdir. Teoremlere dayanan ispatı karmaşık, örnekle doğrulamayı ise anlaşılması basit görmüşlerdir. Öğrenciler kendilerine daha fazla matematiksel veri içeren bir gerekçelendirme sunulduğunda bu cevabı ispat olarak kabul edebilmektedir. Öğrenciler gösterim daha fazla Şekil 22'de Kod 0 olarak değerlendirilen bir öğrenci cevap kağıdından kesit sunulmuştur.

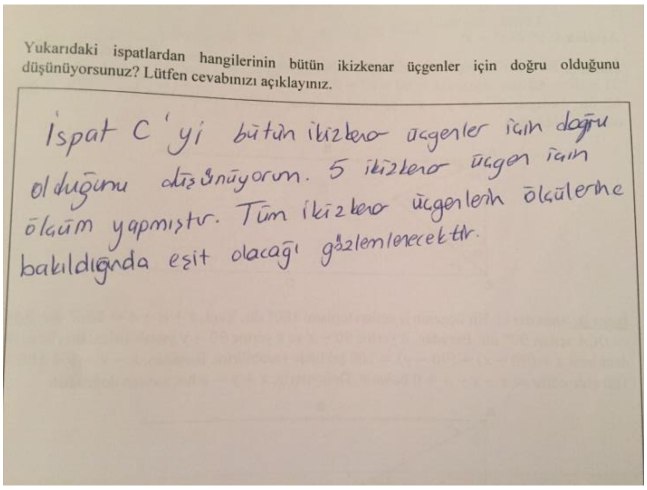

'ukarıdaki ispatlardan hangilerinin bütün ikizkenar üçgenler için doğru olduğunu lüşünüyorsunuz? Lütfen cevabınızı açıklayınız.

ispat A'nın bütün ikizkenar üçgenler için doğru olduğunu düşünüyorum. Çünkü kağıdı büktüğünde hep aynı yükseklik ve tabana sahip olacağından açıla da eşit olmaktadır. Bu yüzden ispat A hepsi için geçerlidir.

Şekil 22

Bir öğretmen adayına ait AUİYRT beşinci sorusunun cevabına dair kesit

AUİYRT öntesti beşinci soruda öğrenciler iddia sadece bir tane değil de sayıca fazla üçgen üzerinde denendiği için genellemeye gidilebileceğini ve tüm ikizkenar üçgenler için önermeyi ispatlayacağını düşündükleri görülmektedir. Öğrencilerin yaptığı bu hatanın görsel olarak ikna olmak istemeleri ve sayılar kullanarak verilmiş somut veriler ışığında daha kolay genelleme yapmaya meyilli olmalarından kaynaklandığı düşünülmüştür. Denenen örnek sayısı arttıkça ispatın inandırıcılığının arttığını ve doğruluğunun güçlendiğine inanan öğrenciler cebirsel olarak yapılan ispata şüpheyle yaklaşmış ve birden fazla örnek verilmesi gerektiğini söylemişlerdir. Bu şekilde gerekçelendirme yapan öğrencilerin destekleyici örneklerin sayısı ne kadar fazla olsa da bunun bir ispat olamayacağını ve bir önermeyi kanıtlamak için yeterli olmadığını anlayamadıkları söylenebilir. Şekil 23'te Kod 0 olarak değerlendirilen bir öğrenci cevap kağıdından kesit sunulmuştur.

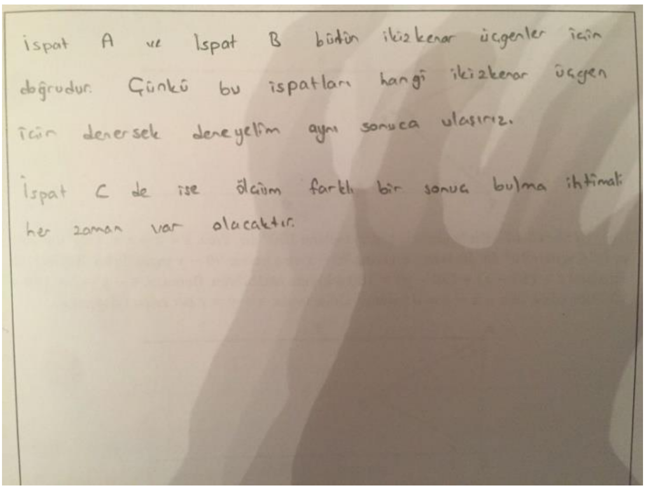

Yukarıdaki ispatlardan hangilerinin bütün ikizkenar üçgenler için doğru olduğunu düşünüyorsunuz? Lütfen cevabınızı açıklayınız.

İspat C'yi bütün ikizkenar üçgenler için doğru olduğunu düşünüyorum. 5 ikizkenar üçgen için ölçüm yapmıştır. Tüm ikizkenar üçgenlerin ölçülerine bakıldığında eşit olacağı gözlemlenecektir.

Şekil 23

Bir öğretmen adayına ait AUİYRT beşinci sorusunun cevabına dair kesit

AUİYRT beşinci soruda öğrencilerden bazılarının ispat a ve b'nin tüm üçgenler için genellemeye götüreceğini savunduğu görülmektedir. Örneğe dayandırma ile doğrulama yapılan a şıkkı ile geometrik teorem ve özelliklerin kullanıldığı b şıkkı arasında hangisinin ispat olabileceğine karar verememiş hem örnek vererek doğrulamayı hem de teoremlere dayanarak yapılan ispatı doğru ve yeterli bulmuşlardır. Şekil 24'te Kod 2 olarak değerlendirilen bir öğrenci cevap kağıdından kesit sunulmuştur.

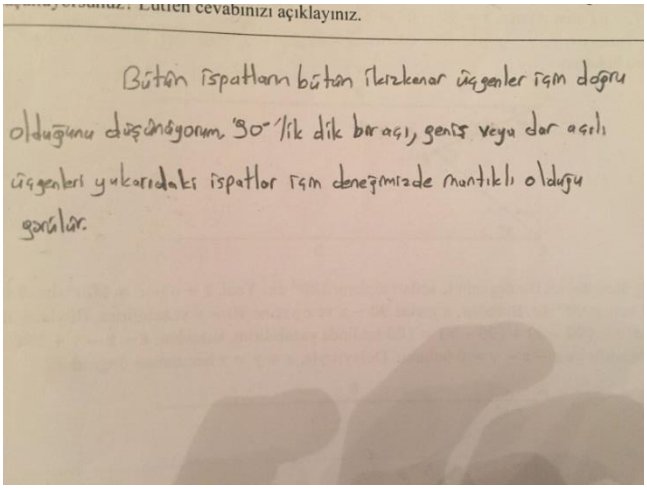

İspat A ve İspat B bütün ikizkenar üçgenler için doğrudur. Çünkü bu ispatları hangi ikizkenar üçgen için denersek deneyelim aynı sonuca ulaşırız.

İspat C de ise ölçüm farklı bir sonuç bulma ihtimali her zaman var olacaktır.

Şekil 24

Bir öğretmen adayına ait AUİYRT beşinci sorusunun cevabına dair kesit

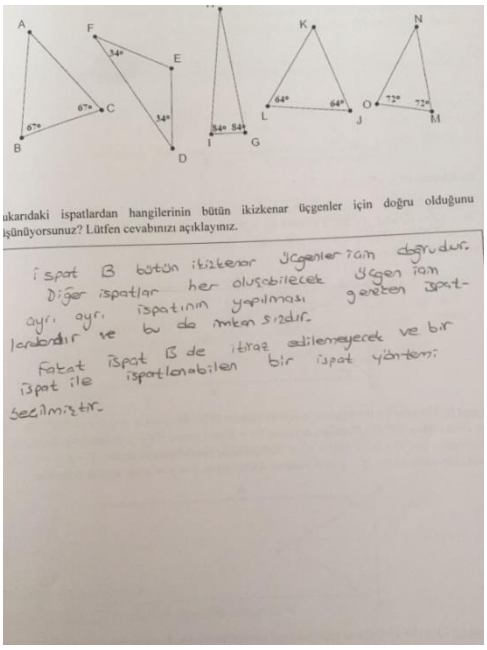
AUİYRT beşinci soruda Kod 0'da yer alan öğrencilerin bir kısmı, sunulan ispatın ve örnek vererek doğrulamaların tamamının tüm ikizkenar üçgenler için doğru olduğunu savunmuşlardır. Yanlış olmadıkça örnek ile doğrulamayı ispat olarak kabul etmektedirler. Şekil 25'te Kod 1 olarak değerlendirilen bir öğrenci cevap kağıdından kesit sunulmuştur.



Şekil 25

Bir öğretmen adayına ait AUİYRT beşinci sorusunun cevabına dair kesit

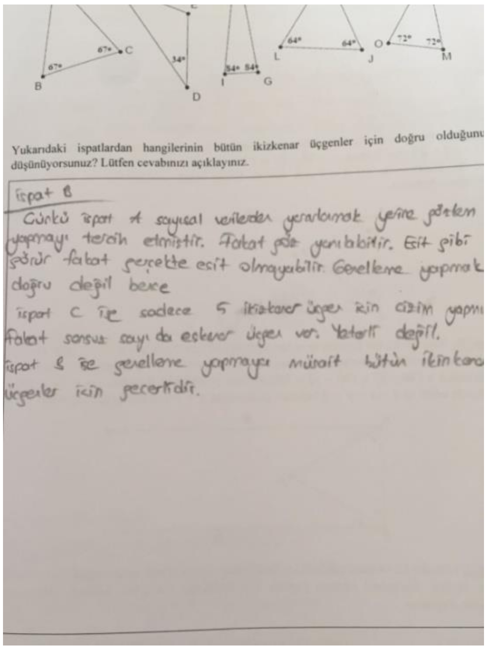
AUİYRT beşinci soruda doğru seçeneği ispat olarak kabul eden öğrencilerden büyük kısmının ifadenin matematiksel olarak genellenebilir olmasının ispatın geçerliliği için gerekli olduğunu bildiğini açıklamalarında ifade etmiş olduğu görülmektedir. Ancak yapılan açıklamalarda diğer seçeneklerde yapılan doğrulama geçerli ve yeterli olmasa da doğrulamayı "genellemeye götürmeyen ispat" olarak isimlendirerek bir kavram yanılgısına düştükleri söylenebilir. Şekil 26'da Kod 5 olarak değerlendirilen bir öğrenci cevap kağıdından kesit sunulmuştur.



Şekil 26

Bir öğretmen adayına ait AUİYRT beşinci sorusunun cevabına dair kesit

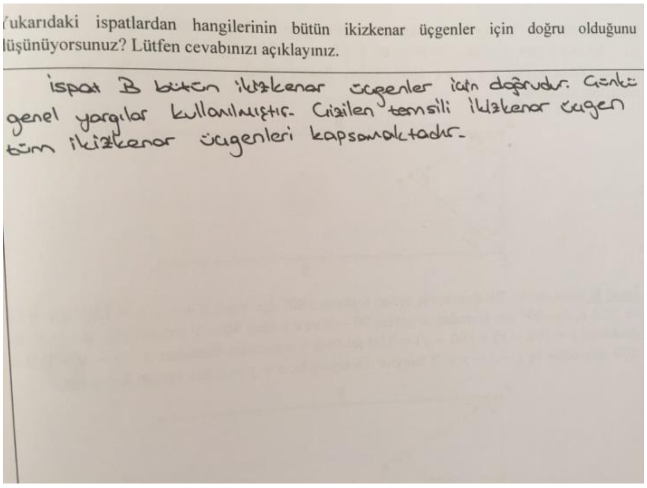
AUİYRT sontesti beşinci soruda öğrencilerin yarıdan fazlasının Kod 5 olarak değerlendirildiği, bu grupta yer alan öğrencilerin gözleme dayalı olduğu için a seçeneğindeki doğrulamayı çürüttüğü, c seçeneğinde verilen örnek sayısını yetersiz bularak genelleme yapma gerekliliğinin farkında olduklarını ifade ettikleri görülmektedir. Şekil 27'de Kod 5 olarak değerlendirilen bir öğrenci cevap kağıdından kesit sunulmuştur.



Şekil 27

Bir öğretmen adayına ait AUİYRT beşinci sorusunun cevabına dair kesit

AUİYRT beşinci soruda sontestte verilen ispatın önermenin olası tüm durumlarını kapsaması gerektiğine yönelik vurgularda bulunmuşlardır. Bu bağlamda öğrencilerin doğrulama ile ispat kavramına yönelik farkındalıklarının geliştiği söylenebilir. Şekil 28'de Kod 5 olarak değerlendirilen bir öğrenci cevap kağıdından kesit sunulmuştur.



Şekil 28

Bir öğretmen adayına ait AUİYRT beşinci sorusunun cevabına dair kesit

4.6.6. Açık Uçlu İspat Yorumlama Testi Altıncı Soruya İlişkin Bulgular

AUİYRT altıncı soruda öğrencilere doğru veya yanlış olan iki önerme ve bu önermelerin ispatı olduğu savunulan üç seçenek sunulmuştur. Seçeneklerden hangisinin önermenin ispatı olduğu sorulmuştur. Seçeneklerden birinde önerme tek bir örnek ile doğrulanırken, ikincisinde birden fazla örnek ile doğrulanmış, bir diğer seçenekte ise matematiksel sembol ve ifadeler kullanarak ispat yapılmıştır. AUİYRT altıncı sorusuna verilen cevapların analizleri Tablo 59'da sunulmuştur.

Tablo 59

AUİYRT altıncı sorusuna verilen cevapların analizleri

Öntest 6	N	Yüzde
Kod 0	34	54.0
Kod 1	3	4.8
Kod 3	3	4.8
Kod 5	23	36.5
Total	63	100.0

Sontest 6	N	Yüzde
Kod 0	7	11.1
Kod 3	3	4.8
Kod 5	53	84.1
Total	63	100.0

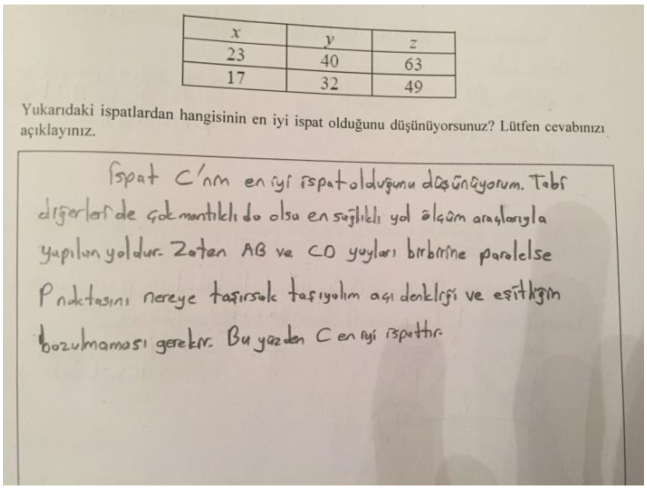
AUİYRT öntesti uygulanan 63 öğrenciden, %54.0'ü Kod 0, %4.8'i Kod 1, %4.8'i Kod 3, %36.5'i Kod; sontest uygulanan 63 öğrenciden, %11.1'i Kod 0, %4.8'i Kod 3, %84.1'i Kod 5 olarak değerlendirilmiştir. Performans seviyesi Kod 0 olan öğrencilerin sayısında %42.9 azalış, Kod 5 olan öğrencilerin sayısında %47.6 artış gözlenmiştir. Altıncı soruda öğrencilerin karşılaştıkları güçlükler belirlenen kodlar çerçevesinde tabloda görüldüğü şekilde elde edilmiştir.

Tablo 60

AUİYRT 6.sorusunda öğrencilerin karşılaştıkları güçlüklerin analizleri

İspat Yorumlama ve Yapma Sürecinde karşılaşılan güçlükler:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63
1-Matematiksel dil ve notasyon kullanamama																																																															
2- Temel geometrik kavram ve kuralları bilmeme ve ilişkilendirememe																																																															
3- Geometrik kural ve tanımları doğru kullanamama																																																															
4-İspata gerek duymama – Aşikarlık																																																															
5- İspata başlayamama																																																															
6-Geçerli bir ispata gidecek yöntemleri bilmeme						X			X									X				X							X							X														X													
7- Belli bir ispat yöntemine bağlı kalma																																																															
8-Genelleme yerine örnek ile doğrulama						X												X											X							X														X													
9- Muhakeme aşamalarını planlayamama - aşamaları sözel ya da görsel olarak ifade edememe																																																															
10- Muhakeme aşamalarını atlama, eksik muhakeme																																																															
11- Yanlış ilişkilendirme ve gerekçelendirme yapma		X				X			X									X			X	X							X							X														X						X							
12- Çift sütunlu ispatlarda mantıksal bütünlüğü kavrayamama																																																															
13- Muhakemeyi sona erdirememe																																																															
14- Koşullu ifade ve önermeleri anlamlandıramama- Verilen ve isteneni ayırdedememe						X			X																																									X													
15- Koşullu ifadelere eklemeler yaparak anlamı kaybetme, mantıksal niceleyicileri kullanamama																																																															

AUİYRT sontesti 5 ve 6. sorular aynı beceriyi ölçüyor olmalarına rağmen altıncı soruda Kod 5 olarak değerlendirilen öğrencilerin sayısı yüksek oranda artış göstermiştir. Bu artışın sebebinin beşinci soruda yapılan ispatın temel geometrik teoremler kullanılarak yapılmış olması, altıncı soruda yapılan ispatın ise cebirsel ifadeler kullanılarak basit eşitliklerden faydalanılarak yapılmış olması olarak yorumlanmıştır. Öğrencilerin, geometrik teoremlere dayalı ispatlardansa cebirsel ispatlara daha aşina oldukları ve anlaşılır buldukları düşünülmüştür. AUİYRT sontesti altıncı soruda Kod 0 olarak değerlendirilen öğrencilerden bir kısmının iddianın sadece bir açı için değil iki farklı durum için denenmiş olmasından dolayı son argümanın geçerli bir ispat olduğunu düşündükleri görülmektedir. Öğrenciler ölçüm araçları kullanmanın ispatın inandırıcılığını artırdığını düşünmektedirler. Kendilerine daha fazla matematiksel ve sayısal veri içeren ve yanlış sonuca ulaşan bir gerekçelendirme sunulduğunda bu cevabı ispat olarak kabul edebilmektedir. Denenen örnek sayısı arttıkça ispatın inandırıcılığının arttığını ve doğruluğunun güçlendiğine inanan öğrenciler cebirsel olarak yapılan ispata şüpheyle yaklaşmışlar ve birden fazla örnek verilmesi gerektiğini ifade etmişlerdir. Şekil 29'da Kod 0 değerlendirilen bir öğrenci cevap kağıdından kesit sunulmuştur.



x	y	z
23	40	63
17	32	49

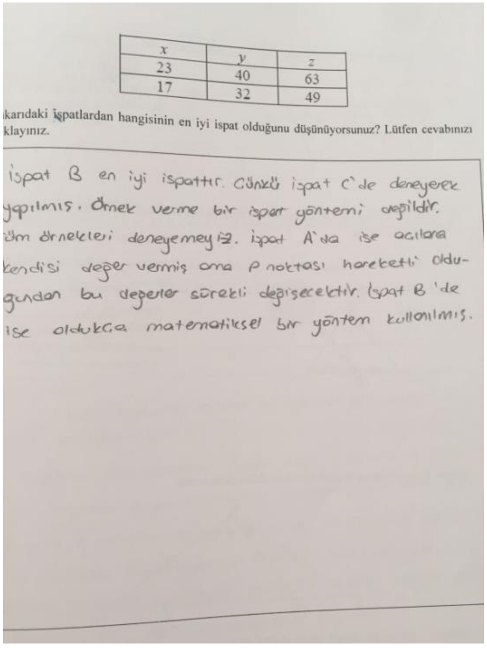
Yukarıdaki ispatlardan hangisinin en iyi ispat olduğunu düşünüyorsunuz? Lütfen cevabınızı açıklayınız.

İspat C'nin en iyi ispat olduğunu düşünüyorum. Tabi diğerleri de çok mantıklı da olsa en sağlıklı yol ölçüm araçlarıyla yapılan yoldur. Zaten AB ve CD yayları birbirine paralelse P noktasını nereye taşırsak taşıyalım açı denkliği ve eşitliğin bozulmaması gerekir. Bu yüzden C en iyi ispattır.

Şekil 29

Bir öğretmen adayına ait AUİYRT altıncı sorusunun cevabına dair kesit

AUİYRT sontesti altıncı soruda Kod 5'te yer alan öğrencilerin doğrulama ile ispat kavramına yönelik farkındalıklarını anlatım yoluyla ifade etmişledir. Şekil 4.27'de Kod 5 olarak değerlendirilen bir öğrenci cevap kağıdından kesit sunulmuştur.



x	y	z
23	40	63
17	32	49

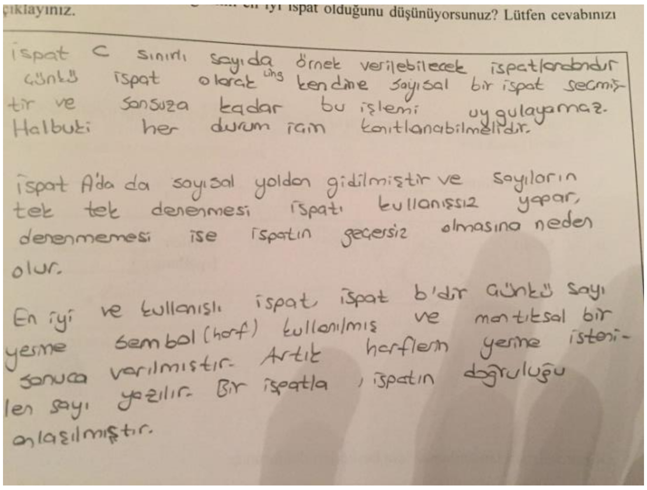
ıkarıdaki ispatlardan hangisinin en iyi ispat olduğunu düşünüyorsunuz? Lütfen cevabınızı klayınız.

İspat B en iyi ispattır. Çünkü ispat C'de deneyerek yapılmış. Örnek verme bir ispat yöntemi değildir. üm örnekleri deneyemeyiz. İspat A'da ise açılara kendisi değer vermiş ama P noktası hareketli olduğundan bu değerler sürekli değişecektir. İspat B'de ise oldukça matematiksel bir yöntem kullanılmış.

Şekil 30

Bir öğretmen adayına ait AUİYRT altıncı sorusunun cevabına dair kesit

AUİYRT sontesti altıncı soruda iddiasını gerekçelendiren öğrenciler sayısal veriler kullanılarak yapılacak ispatın tüm sayılar tek tek denemeyeceğinden geçersiz olacağını belirtmiş, ispat yöntemlerini bilinçli olarak kullanabilmeye başlamışlardır. Şekil 31'de Kod 5 olarak değerlendirilen bir öğrenci cevap kağıdından kesit sunulmuştur.


...çıklayınız. ... en iyi ispat olduğunu düşünüyorsunuz? Lütfen cevabınızı

İspat C sınırlı sayıda örnek verilebilecek ispatlardandır çünkü ispat olarak üç kendine sayısal bir ispat seçmiştir ve sonsuza kadar bu işlemi uygulayamaz. Halbuki her durum için kanıtlanabilmelidir.

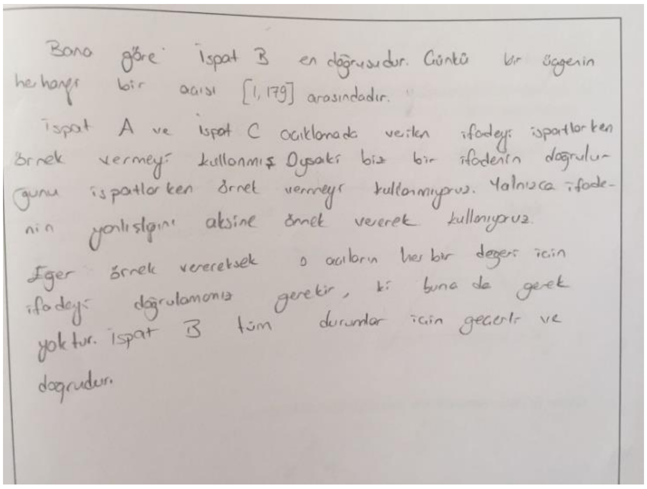
İspat A'da da sayısal yoldan gidilmiştir ve sayıların tek tek denenmesi ispatı kullanışsız yapar, denenmemesi ise ispatın geçersiz olmasına neden olur.

En iyi ve kullanışlı ispat, ispat B'dir çünkü sayı yerine sembol (harf) kullanılmış ve mantıksal bir sonuca verilmiştir. Artık harflerin yerine istenilen sayı yazılır. Bir ispatla, ispatın doğruluğu anlaşılmıştır.

Şekil 31

Bir öğretmen adayına ait AUİYRT altıncı sorusunun cevabına dair kesit

Öğrencilerin öntestte ispat yorumlama becerisindeki düşük toplam puanlarına rağmen sontestte ispat yöntemleri hakkında fikir sahibi oldukları ve düşüncelerini sebepleriyle açıklayabildikleri görülmüştür. Örnek vererek ancak bir ifadeyi yanlışlayabileceklerini, bu yöntemi genelleme için kullanamayacaklarını anladıkları değerlendirmesi yapılmıştır. Öntestte muhakeme yapmaktan kaçınan ve muhakeme yapsa da gerekçesini ifade edemeyen öğrencilerin oranı (Kod 0+Kod 1+Kod 2) oldukça düşmüştür. Şekil 32'de Kod 5 olarak değerlendirilen bir öğrenci cevap kağıdından kesit sunulmuştur.


Bana göre ispat B en doğrusudur. Çünkü bir üçgenin herhangi bir açısı [1, 179] arasındadır.

İspat A ve ispat C açıklamada verilen ifadeyi ispatlarken örnek vermeyi kullanmış. Oysaki biz bir ifadenin doğruluğunu ispatlarken örnek vermeyi kullanmıyoruz. Yalnızca ifadenin yanlışlığını aksine örnek vererek kullanıyoruz.

Eğer örnek vereceksek o açıların her bir değeri için ifadeyi doğrulamamız gerekir, ki buna da gerek yoktur. İspat B tüm durumlar için geçerli ve doğrudur.

Şekil 32

Bir öğretmen adayına ait AUİYRT altıncı sorusunun cevabına dair kesit

4.6.7. Açık Uçlu İspat Yapma Testi Birinci Soruya İlişkin Bulgular

AUİYT birinci soruda öğrencilere iki önerme verilip, a şıkkında öğrencilerden verilen önermeyi koşullu biçimde yazmaları, b şıkkında verilen bilgiyi gösteren taslak şekil çizmeleri istenmektedir. c şıkkında ise önermenin hipotez ve hüküm kısmının belirtilmesi istenmektedir. AUİYT birinci sorusuna verilen cevapların analizleri Tablo 61'de sunulmuştur.

Tablo 61

AUİYT birinci sorusuna verilen cevapların analizleri

Öntest 1	N	Yüzde
Kod 0	23	41.8
Kod 1	2	3.6
Kod 3	8	14.5
Kod 4	9	16.4
Kod 5	2	3.6
Kod 6	8	14.5
Kod 7	1	1.8
Kod 8	2	3.6
Total	55	100.0
Sontest 1	**N**	**Yüzde**
Kod 0	1	1.8
Kod 3	1	1.8
Kod 4	1	1.8
Kod 6	4	7.3
Kod 7	1	1.8
Kod 8	5	9.1
Kod 9	2	3.6
Kod 10	5	9.1
Kod 12	35	63.6
Total	55	100.0

AUİYT öntesti uygulanan 55 öğrenciden, %41.8'i öntest birinci soruda yanlış muhakeme yapmış, hiçbir hipotez/hüküm/ şekil/ görsel veri /verilen/ispatlanan bilgisi doğru girmemiş (Kod 0), % 3.6'sı bir geçerli hipotez/hüküm/ şekil/ görsel veri /verilen/ispatlanan bilgisi sunmuş (Kod 1), % 14.5'i üç geçerli hipotez/hüküm/ şekil/ görsel veri /verilen/ispatlanan bilgisi sunmuş (Kod 3), %16.4'ü dört geçerli hipotez/hüküm/ şekil/ görsel veri /verilen/ispatlanan bilgisi sunmuş (Kod 4), % 3.6'sı beş geçerli hipotez/hüküm/ şekil/ görsel veri /verilen/ispatlanan bilgisi sunmuş (Kod 5), % 14.5'i altı geçerli hipotez/hüküm/ şekil/ görsel veri /verilen/ispatlanan bilgisi sunmuş (Kod 6), % 1.8'i yedi geçerli hipotez/hüküm/ şekil/ görsel veri /verilen/ispatlanan bilgisi sunmuş (Kod 7), %3.6'sı sekiz geçerli hipotez/hüküm/ şekil/ görsel veri /verilen/ispatlanan bilgisi sunmuştur (Kod8); sontesti uygulanan 55 öğrenciden, %1.8'i Kod 0, %1.8'i Kod 3, %1.8'i Kod 4, % 7.3'ü Kod 6, % 1.8'i Kod 7, %9.1'i Kod 8, %3.6'sı Kod 9, %9.1'i Kod 10, %63.6'sı Kod 12 olarak değerlendirilmiştir. Performans seviyesi Kod 0, Kod 1, Kod 3, Kod 4, Kod 5, Kod 6 olan öğrencilerin sayısında azalış, Kod 8, Kod 9, Kod 10 ve Kod 12 olan öğrencilerin sayısında artış gözlenmiştir. Birinci soruda öğrencilerin karşılaştıkları güçlükler belirlenen kodlar çerçevesinde tabloda görüldüğü şekilde elde edilmiştir.

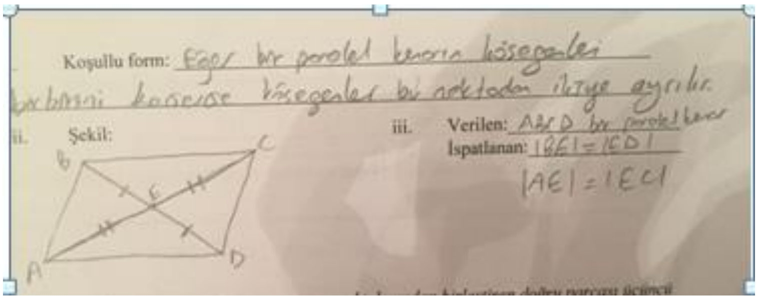
Tablo 62

AUİYT birinci sorusunda öğrencilerin karşılaştıkları güçlüklerin analizleri

İspat Yorumlama ve Yapma Sürecinde karşılaşılan güçlükler:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63
1-Matematiksel dil ve notasyon kullanamama			X			X												X																															X	X	X				X								
2- Temel geometrik kavram ve kuralları bilmeme ve ilişkilendirememe						X												X				X				X					X			X						X					X				X										X				
3- Geometrik kural ve tanımları doğru kullanamama																										X								X																													
4-İspata gerek duymama – Aşikarlık																																																															
5- İspata başlayamama																																																															
6-Geçerli bir ispata gidecek yöntemleri bilmeme																																																															
7- Belli bir ispat yöntemine bağlı kalma																																																															
8-Genelleme yerine örnek ile doğrulama																																																															
9- Muhakeme aşamalarını planlayamama - aşamaları sözel ya da görsel olarak ifade edememe			X			X			X									X																											X				X	X				X					X				
10- Muhakeme aşamalarını atlama, eksik muhakeme																																																															
11- Yanlış ilişkilendirme ve gerekçelendirme yapma																										X								X																													
12- Çift sütunlu ispatlarda mantıksal bütünlüğü kavrayamama																																																															
13- Muhakemeyi sona erdirememe																																																															
14- Koşullu ifade ve önermeleri anlamlandıramama- Verilen ve isteneni ayırdedememe	X		X			X			X									X																																X													
15- Koşullu ifadelere eklemeler yaparak anlamı kaybetme, mantıksal niceleyicileri kullanamama	X		X			X			X									X								X								X		X					X				X				X	X												

AUİYT öntesti birinci soruda öğrencilerin önermeleri koşullu biçimde yazarken karışıklık yaşadığı, verilen önermeyi geçerli bir hipotez ve hüküm bildirerek ifade edemediği görülmektedir. Ders kapsamında bir önermeyi koşullu formda ifade etme, ise kullanımının üzerinde durulmasına rağmen sontestte önermeyi koşullu formda yazamayan öğrencilerin olması dikkate değer bulunmuştur. Öğrencilerin ifadeyi anlayarak okumakta güçlük çektikleri, şekli çizebilmelerine rağmen, verilen ve istenenleri ifade edemedikleri göze çarpmaktadır. Öğrencilerin geçmiş matematik öğrenimleri boyunca ispat ağırlıklı bir geometri öğrenimi görmemelerinin dolayısıyla hipotez ve hüküm kavramları ile ilgili ön bilgilerinin yetersiz olmasının bu durumda etkisinin olabileceği düşünülmüştür. Her ne kadar son testte önermeyi koşullu yazabilme ve önermeyi şekil çizerek ifade edebilme oranında ciddi artış olsa da verilen ve istenenlerin yazılmasında öğrencilerin hala sıkıntı yaşadıkları gözlenmektedir. Gözlemlenen bu sıkıntının sebebinin ders kapsamında kolon ispattan ziyade açıklama yoluyla ispat yöntemlerinin ağırlıklı kullanılması olabileceği yönünde yorumlanmıştır.

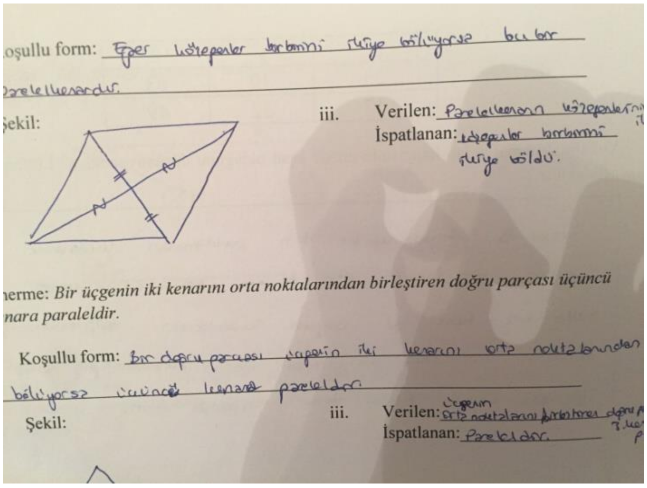
AUİYT ilk sorusunda öğrencilerin önermenin koşullu formunu yazarken yaptığı hatalardan birinin önermenin anlamını değiştirmeleri olduğu görülmektedir. Şekil 4.30’da bu hatayı yapan ve Kod 8 olarak değerlendirilen bir öğrenci cevap kağıdından kesit sunulmuştur. Öğrencinin geçerli bir şekil ve görsel verilerle şekli ifade etmesine, verilen ve ispatlanan bilgisini matematiksel notasyon kullanarak yazabilmesine rağmen önermeyi koşullu biçimde yazmak isterken anlamını değiştirdiği görülmektedir. Öğrencinin önermeyi görsel ve matematiksel olarak ifade edebildiği ancak sözel ifadelerle açıklama yapmaya eğilimli olmadığı söylenebilir.



Şekil 33

Bir öğretmen adayına ait AUİYT birinci sorusunun cevabına dair kesit

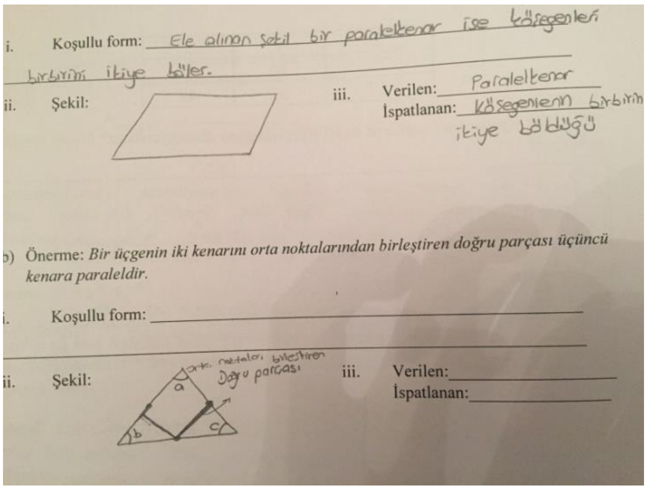
AUİYT ilk sorusunda öğrencilerin bir önermenin hipotez ve hüküm kısımlarını ayırt etmekte zorlandığı ve hipotez ve hükmünü yanlış belirleyerek önermeyi tamamen değiştirdiği görülmektedir. Şekil 34'te bu hatayı yapan ve Kod 7 olarak değerlendirilen bir öğrenci cevap kağıdından kesit sunulmuştur. Öğrencinin verilen ve ispatlanan kısımlarını doldururken belli bilgiye sahip olduğu halde düşüncelerini açık ve net ifade etmediği, düşündüklerini yazıya aktaramadığı ve verilen ve istenen arasında ilişkilendirme yapamadığı görülmektedir. Belirlenen bir diğer hata ise öğrencinin geçerli bir şekil ile önermeyi ifade etmesine rağmen, görsel verileri yazmamış, kullandığı geometrik yapıları isimlendirmemiş olmasıdır.



Şekil 34

Bir öğretmen adayına ait AUİYT birinci sorusunun cevabına dair kesit

AUİYT ilk sorusunda öğrencilerin önermede verilen ve isteneni anlamasına rağmen geçerli bir şekil ve görsel verilerle anladıkları belli olan önermeyi ifade edemedikleri görülmektedir. Sözel anlatımla önermeyi ifade etmesine rağmen şekli eksik ve yetersiz çizen ve matematiksel sembollerle anladıklarını ifade edemeyen öğrencilerin anladıkları bilgiyi somutlaştıramadıkları, zihinlerinde canlandıramadıkları düşünülebilir. Şekil 35'te bu eksikliklere rastlanan Kod 5 olarak değerlendirilen bir öğrenci cevap kağıdından kesit sunulmuştur



i. Koşullu form: Ele alınan şekil bir paralelkenar ise köşegenleri birbirini ikiye böler.

ii. Şekil:

iii. Verilen: Paralelkenar
İspatlanan: köşegenlerin birbirini ikiye böldüğü

b) Önerme: *Bir üçgenin iki kenarını orta noktalarından birleştiren doğru parçası üçüncü kenara paraleldir.*

i. Koşullu form:

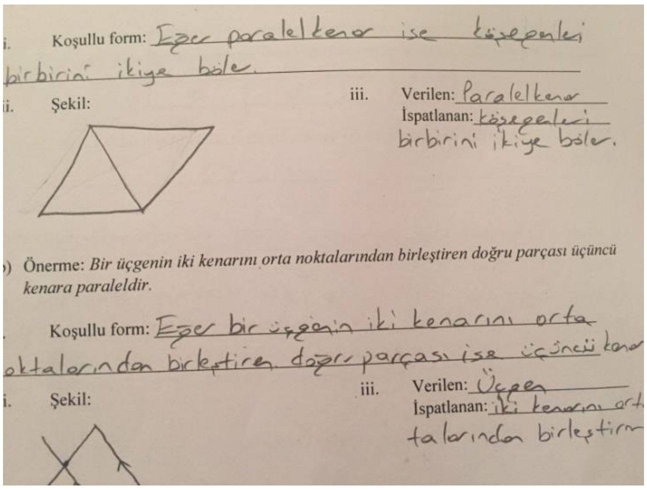
ii. Şekil:

iii. Verilen:
İspatlanan:

Şekil 35

Bir öğretmen adayına ait AUİYT birinci sorusunun cevabına dair kesit

AUİYT ilk sorusunda öğrencilerin önermenin koşullu formunu yazarken mantıksal bütünlüğü kaybettikleri, düşüncelerini yazıya aktarırken belirsiz ifadeler kullandıkları görülmektedir. Öğrencilerin kurdukları cümleler devrik ya da anlam bozukluğuna sahip, dil bakımından yetersiz cümlelerdir. Bu eksiklik öğrencilerin matematik dersinde oldukları için dili düzgün kullanmaya özen göstermedikleri ya da kendilerini sözel olarak ifade etme konusundaki yetersizliğin derse yansıdığı şeklinde yorumlanabileceği gibi öğrencilerin fikirlerini netliğe kavuşturamamasının sözlü anlatımlarını etkilediği şeklinde de yorumlanabilir. Şekil 36'da bu sıkıntının tespit edildiği Kod 6 olarak değerlendirilen bir öğrenci cevap kağıdından kesit sunulmuştur.



i. Koşullu form: Eğer paralelkenar ise köşegenleri birbirini ikiye böle.

ii. Şekil:

iii. Verilen: Paralelkenar
İspatlanan: köşegenleri birbirini ikiye böler.

b) Önerme: *Bir üçgenin iki kenarını orta noktalarından birleştiren doğru parçası üçüncü kenara paraleldir.*

i. Koşullu form: Eğer bir üçgenin iki kenarını orta noktalarından birleştiren doğru parçası ise üçüncü kenar

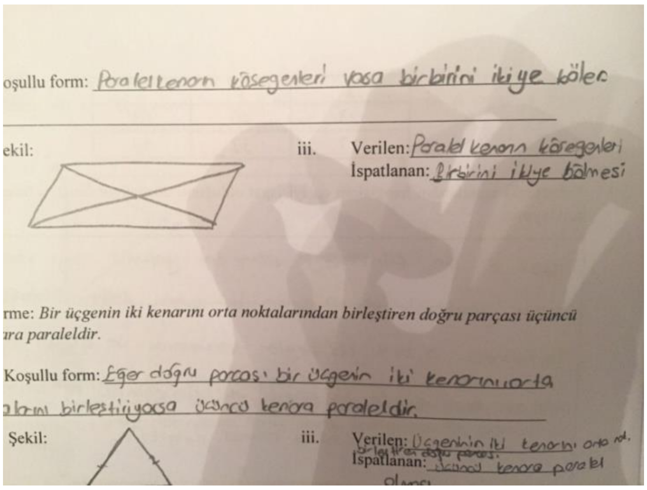
ii. Şekil:

iii. Verilen: Üçgen
İspatlanan: iki kenarını orta larından birleştirm

Şekil 36

Bir öğretmen adayına ait AUİYT birinci sorusunun cevabına dair kesit

AUİYT ilk sorusunda hipotez, hüküm, şekil, görsel veri, verilen, ispatlanan bilgisi sunarken bazı öğrencilerin hiçbir şekilde matematiksel dil kullanmadığı, düşüncelerini sözel olarak ifade etmeye meyilli olduğu görülmektedir. Şekil 37'de bu duruma rastlanan Kod 5 olarak değerlendirilen bir öğrenci cevap kağıdından kesit sunulmuştur.



Şekil 37

Bir öğretmen adayına ait AUİYT birinci sorusunun cevabına dair kesit

4.6.8. Açık Uçlu İspat Yapma Testi İkinci Soruya İlişkin Bulgular

AUİYT ikinci soruda öğrencilerden belli kısımları verilmiş çift sütunlu ispatın inşa sürecinde yapılan önermeler ve nedenlerine dair boşlukların doldurulması istenmektedir. AUİYT ikinci sorusuna verilen cevapların analizleri Tablo 60'te sunulmuştur.

Tablo 63

AUİYT ikinci sorusuna verilen cevapların analizleri

Öntest 2	N	Yüzde
Kod 0	46	83.6
Kod 1	1	1.8
Kod 2	4	7.3
Kod 3	1	1.8
Kod 4	2	3.6
Kod 5	1	1.8
Total	55	100.0

Sontest 2	N	Yüzde
Kod 0	7	12.7
Kod 1	4	7.3
Kod 2	2	3.6
Kod 3	3	5.5
Kod 4	5	9.1
Kod 5	34	61.8
Total	55	100.0

AUİYT öntesti uygulanan 55 öğrenciden, %83.6’sı Kod 0, %1.8’i Kod 1, %7.3’ü Kod 2, %1.8’i Kod 3, %3.6’sı Kod 4, %1.8’i Kod 5; sontesti uygulanan 55 öğrenciden, %12.7’si Kod 0, %7.3’ü Kod 1, %3.6’sı Kod 2, %5.5’i Kod 3, %9.1’i Kod 4, %61.8’i ise Kod 5 olarak değerlendirilmiştir. Performans seviyesi Kod 0 olan öğrencilerin sayısında azalış, Kod 1 olan öğrencilerin sayısında artış, Kod 2 olan öğrencilerin sayısında azalış, Kod 3 olan öğrencilerin sayısında artış, Kod 4 olan öğrencilerin sayısında artış, Kod 5 olan öğrencilerin sayısında artış gözlenmiştir. İkinci soruda öğrencilerin karşılaştıkları güçlükler belirlenen kodlar çerçevesinde tabloda görüldüğü şekilde elde edilmiştir.

Tablo 64

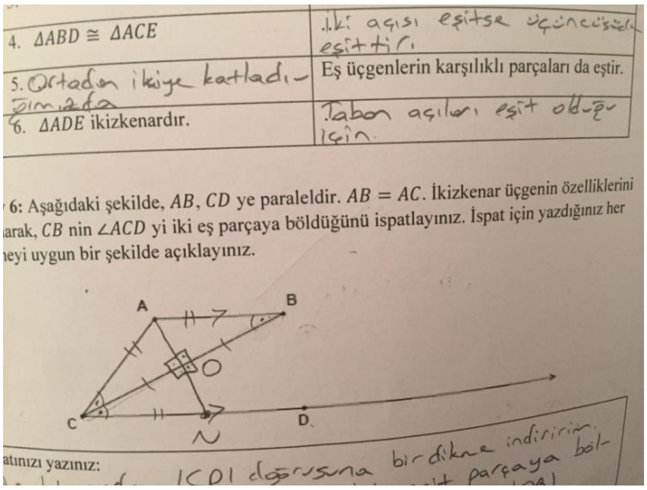
AUİYT ikinci sorusunda öğrencilerin karşılaştıkları güçlüklerin analizleri

İspat Yorumlama ve Yapma Sürecinde karşılaşılan güçlükler:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
1-Matematiksel dil ve notasyon kullanamama													X					X			
2- Temel geometrik kavram ve kuralları bilmeme ve ilişkilendirememe						X							X					X			
3- Geometrik kural ve tanımları doğru kullanamama						X			X				X		X			X			x
4-İspata gerek duymama – Aşikarlık																					
5- İspata başlayamama		X																			
6-Geçerli bir ispata gidecek yöntemleri bilmeme																					
7- Belli bir ispat yöntemine bağlı kalma																					
8-Genelleme yerine örnek ile doğrulama																					
9- Muhakeme aşamalarını planlayamama - aşamaları sözel ya da görsel olarak ifade edememe		X							X						X			X			
10- Muhakeme aşamalarını atlama, eksik muhakeme		X				X							X								x
11- Yanlış ilişkilendirme ve gerekçelendirme yapma																					
12- Çift sütunlu ispatlarda mantıksal bütünlüğü kavrayamama		X				X							X								x
13- Muhakemeyi sona erdirememe									X												
14- Koşullu ifade ve önermeleri anlamlandıramama- Verilen ve isteneni ayırdedememe																					
15- Koşullu ifadelere eklemeler yaparak anlamı kaybetme, mantıksal niceleyicileri kullanamama						X												X			

İspat Yorumlama ve Yapma Sürecinde karşılaşılan güçlükler:	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42
1-Matematiksel dil ve notasyon kullanamama					X								X		X						
2- Temel geometrik kavram ve kuralları bilmeme ve ilişkilendirememe					X								X		X						
3- Geometrik kural ve tanımları doğru kullanamama																					
4-İspata gerek duymama – Aşikarlık																					
5- İspata başlayamama																	X				
6-Geçerli bir ispata gidecek yöntemleri bilmeme																					
7- Belli bir ispat yöntemine bağlı kalma																					
8-Genelleme yerine örnek ile doğrulama																					
9- Muhakeme aşamalarını planlayamama - aşamaları sözel ya da görsel olarak ifade edememe					X										X		X				X
10- Muhakeme aşamalarını atlama, eksik muhakeme					X								X		X					X	
11- Yanlış ilişkilendirme ve gerekçelendirme yapma																					
12- Çift sütunlu ispatlarda mantıksal bütünlüğü kavrayamama					X								X		X					X	X
13- Muhakemeyi sona erdirememe													X								
14- Koşullu ifade ve önermeleri anlamlandıramama- Verilen ve isteneni ayırdedememe																					
15- Koşullu ifadelere eklemeler yaparak anlamı kaybetme, mantıksal niceleyicileri kullanamama					X															X	

İspat Yorumlama ve Yapma Sürecinde karşılaşılan güçlükler:	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63
1-Matematiksel dil ve notasyon kullanamama							X	X											X		X
2- Temel geometrik kavram ve kuralları bilmeme ve ilişkilendirememe							X														
3- Geometrik kural ve tanımları doğru kullanamama			X				X	X					X						X		X
4-İspata gerek duymama – Aşikarlık																					
5- İspata başlayamama																	X				
6-Geçerli bir ispata gidecek yöntemleri bilmeme								X													
7- Belli bir ispat yöntemine bağlı kalma																					
8-Genelleme yerine örnek ile doğrulama			X				X	X									X				
9- Muhakeme aşamalarını planlayamama - aşamaları sözel ya da görsel olarak ifade edememe																					
10- Muhakeme aşamalarını atlama, eksik muhakeme			X			X	X	X					X				X			X	
11- Yanlış ilişkilendirme ve gerekçelendirme yapma																					
12- Çift sütunlu ispatlarda mantıksal bütünlüğü kavrayamama			X				X	X									X				
13- Muhakemeyi sona erdirememe			X										X								
14- Koşullu ifade ve önermeleri anlamlandıramama- Verilen ve isteneni ayırdedememe																					
15- Koşullu ifadelere eklemeler yaparak anlamı kaybetme, mantıksal niceleyicileri kullanamama							X						X							X	

AUİYT ikinci sorusunda en sık karşılaşılan hatanın öğrencilerin matematiksel gerçeklikten yoksun yoruma dayalı ifadeler kullanması olarak görülmüştür. Öğrencilerin verilen nedenin sonucu olan çıkarımı yapmakta zorlandıkları ve yapılan çıkarımın nedenini görmekte zorlandıkları görülmektedir. Yazılması istenen neden ve önermelerde alakasız ifade ve gösterimlerde, yanlış ilişkilendirmelerde bulunmuşlardır. Kod 0 olarak değerlendirilen bazı öğrencilerin boşlukları doldururken tümüyle karmaşa içeren bir ispat sunmakta, adımlarının ne olduğu, niçin kullanıldığı, belirlenen önerme ve özelliklerin ne amaçla verildiği anlaşılamamaktadır. Aşamalar arasında bağlantı sağlayamayacak gerekçeler sunarak ispatı tamamladıklarını düşünmektedirler. Öğrenciler özellikle gerekçe yazmakta sıkıntı yaşamaktadır. Verilen ifadeleri anlamlandırmadıkları, neden yazılması gereken sütunlara bir önerme ve önerme yazılması gereken sütuna neden yazdıkları, sebep sonuç ilişkisini dikkate almadıkları görülmüştür. Gerekçe kısmına yazdıkları ifadenin özellik mi teorem mi olduğuna karar verememişlerdir. İkinci soruda göze çarpan bir diğer sorunun öğrencilerin matematiksel ifadeleri yazmakta zorlandıkları, sözel ifadelerle kendilerini ifade etmeye çalışarak verilen boşluğu yeterli bulmamaları olmuştur. Öğrencilerin tanım bilgisi olduğu halde verilen çift sütunlu ispat yaparken tanım bilgilerini kullanamadıkları görülmüştür. Üçgenin iki kenarının eşit olduğunu bulmalarına rağmen bu bilgiyi üçgenin ikizkenar olmasına gerekçe olarak yazamayan öğrenciler olmuştur. Şekil 38'de Kod 1 olarak değerlendirilen bir öğrenci cevap kağıdından kesit sunulmuştur.



Şekil 38

Bir öğretmen adayına ait AUİYT ikinci sorusunun cevabına dair kesit

Öğrencilerin sontestte belli bir geometri altyapısına sahip oldukları düşünülmektedir. Sözel ispat yöntemlerinde sahip oldukları geometri bilgisine daha rahat kullanabilmeleri bu düşünceyi doğrulamaktadır. Sontestte karar verme aşamalarını açık ve net ifade edebilen, neden olarak dayandığı kabul ve teoremi matematiksel bir dille ifade edebilen öğrenci sayısında gözle görülür bir artış olsa da öğrenciler kolonlu ispatta istenilenler ile ilgili geometri bilgilerini kullanamamış, ifadelerin nedenlerini yanlış veya eksik gerekçelendirmiştir. İspat sorularında gidiş yolu ve kullanacakları muhakemeyi kendileri ürettiğinde öğrencilerin çok daha geçerli ispatlar yapabilmelerine, verilen çift sütunlu ispatta ise bazı önerme ve gerekçeler belirtilip sadece boşlukları doldurmaları istenmesine rağmen, yüzde olarak başarı oranının çift sütunlu ispatta daha düşük olduğu görülmektedir. Bu yönde karşılaşılan hataların bir sebebinin ders kapsamında açıklayarak ispat yöntemine ağırlık verilip kolonlu ispat yönteminin açıklama yöntemi kadar kullanılmaması olduğu düşünülmüştür. Öğrencilerin çift sütunlu ispat yapmaya dair geçmiş tecrübeleri sınırlıdır ve ders kapsamında daha çok anlatım yoluyla ispata ağırlık verilmiştir. Önceki alışkanlıklarından ileri gelen yazım biçimleri daha baskındır ve boşluklara uzun paragraflar sığdırmaya çalışmışlardır. Bu durumun bir diğer sebebinin öğrencilerin ifadelere bağlı kalmak zorunda olduklarından kısıtlanmış hissetmeleri olabileceği düşünülmüştür. Kendi kurmadıkları bağlantılar için açıklama yapma zorunluluğu ve sadece verilen gerekçe ve ifadeleri kullanabilmeleri başarı oranını düşürmüştür. Öğrencilerin kendi muhakemelerini kurdukları, kendi akıl yürütmeleriyle sonuca gittikleri ve kendi çözüm yollarını oluşturdukları ispatlarda başarı yüzdesinin saha yüksek olduğu söylenebilir.

4.6.9. Açık Uçlu İspat Yapma Testi Üçüncü Soruya İlişkin Bulgular

Açık Uçlu İspat Yapma Testi üçüncü bölümde öğrencilerden şekil ile birlikte verilen yüksek düzeyde sayılamayacak bir teoremin tamamen açık uçlu olarak ispatını yapmaları istenmektedir. Öğrenciye ispat yaparken yardımcı olacak bir ipucu verilmiştir. AUİYT üçüncü sorusuna verilen cevapların analizleri Tablo 65'te sunulmuştur.

Tablo 65

AUİYT üçüncü sorusuna verilen cevapların analizleri

Öntest 3	N	Yüzde
Kod 0	36	65.5
Kod 2	4	7.3
Kod 3	9	16.4
Kod 5	6	10.9
Total	55	100.0

Sontest 3	N	Yüzde
Kod 0	8	14.5
Kod 2	1	1.8
Kod 3	1	1.8
Kod 4	5	9.1
Kod 5	40	72.7
Total	55	100.0

AUİYT öntesti uygulanan 55 öğrenciden, %65.5'i Kod 0, %7.3'ü belirsiz ve Kod 2, %16 Kod 3, %10.9'u Kod 5; sontest uygulanan 55 öğrenciden, %14.5'sı Kod 0, %1.8'i Kod 2, %1.8'i Kod 3, %9.1'i Kod 4, %72.7'si ise Kod 5 olarak değerlendirilmiştir. AUİYT üçüncü sorusuna küçük hatalarla da olsa tam ve geçerli bir ispat ile cevap veren öğrencilerin oranı sontestte %70.9 artış göstermiştir. Performans seviyesi Kod 0 olan öğrencilerin sayısında azalış, Kod 2 olan öğrencilerin sayısında azalış, Kod 3 olan öğrencilerin sayısında azalış, Kod 4 olan öğrencilerin sayısında artış, Kod 5 olan öğrencilerin sayısında artış gözlenmiştir. Üçüncü soruda öğrencilerin karşılaştıkları güçlükler belirlenen kodlar çerçevesinde tabloda görüldüğü şekilde elde edilmiştir.

Tablo 66

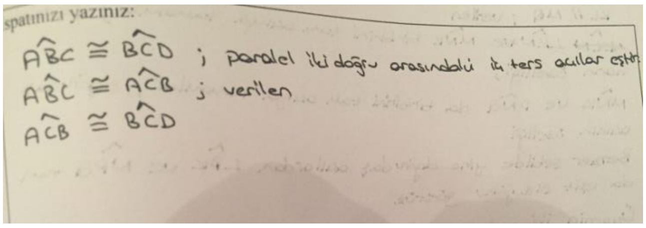
AUİYT 3.sorusunda öğrencilerin karşılaştıkları güçlüklerin analizleri

İspat Yorumlama ve Yapma Sürecinde karşılaşılan güçlükler:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63
1-Matematiksel dil ve notasyon kullanamama	x	x											x																																																		
2- Temel geometrik kavram ve kuralları bilmeme ve ilişkilendirememe																																																															
3- Geometrik kural ve tanımları doğru kullanamama	x	x				x							x																					x			x				x								x										x		x		
4-İspata gerek duymama – Aşikarlık					x												x										x																										x										
5- İspata başlayamama					x												x																																				x										
6-Geçerli bir ispata gidecek yöntemleri bilmeme																																																															
7- Belli bir ispat yöntemine bağlı kalma	x												x														x							x			x				x								x										x				
8-Genelleme yerine örnek ile doğrulama																																																															
9- Muhakeme aşamalarını planlayamama - aşamaları sözel ya da görsel olarak ifade edememe																											x														x												x						x		x		
10- Muhakeme aşamalarını atlama, eksik muhakeme		x			x								x				x										x														x								x				x						x		x		
11- Yanlış ilişkilendirme ve gerekçelendirme yapma																										x																			x					x													
12- Çift sütunlu ispatlarda mantıksal bütünlüğü kavrayamama																																																															
13- Muhakemeyi sona erdirememe																																																		x													
14- Koşullu ifade ve önermeleri anlamlandıramama- Verilen ve isteneni ayırdedememe																																																															
15- Koşullu ifadelere eklemeler yaparak anlamı kaybetme, mantıksal niceleyicileri kullanamama																																																															

AUİYT ön testinde karşılaşılan başlıca hatalardan biri Kod 0 olarak değerlendirilen ve yüzde olarak teste giren öğrencilerin yazısından fazlasının soruda verilenleri dahi cevap kâğıdı üzerinde belirtme gereği duymadan soruyu boş bırakmış olmalarıdır. Soruda iki doğrunun paralel olduğu verilmesine rağmen önbilgiyi şekil üzerinde dahi göstermeden soruyu boş bırakmış oldukları görülmektedir. Sorunun kaynağının zorluk seviyesini yüksek bularak soruya önyargılı yaklaşmaları ya da ispata dair bilgi eksikliği olabileceği düşünülmüştür.

Öntestte soruyla ilgili fikir yürütme cesaretinde bulunmuş Kod 3 olarak değerlendirilen öğrenciler gidiş yolunu anlamış olmalarına ve ne yapmak istedikleri açık olmasına rağmen ispatlarını sadece şekil üzerinde görsel olarak ifade etmeye çalışmış, hiçbir sözel ifade kullanmamıştır. Son testte ise bu mantığa sahip öğrencilerde sayıca azalış görülmüş, öğrenciler sözel olarak yanıtlarını gerekçelendirme için azami gayret göstermişlerdir. Son testte yapılan ispatlarda neler yapacaklarını, planladıkları düşünme ve karar verme aşamalarını ifade etmeye çalıştıkları görülmektedir. Öntestte Kod 3 olarak değerlendirilen öğrencilerin içters açı teoremlerini kullanamadıkları ya da kullanmalarına rağmen mantıksal çıkarım yaparak sonuca ulaşamadıkları görülmüştür. Kavram yanılgılarından kaynaklı yanlış cevap veren öğrencilerde rastlanan en büyük hatanın açı kenar açı benzerliğini iddialarını açıklama gerekçesi olarak göstermiş olmalarıdır. Birçok öğrencinin benzerlik ve eşlik ile ilgili yanlış bir algıya sahip oldukları iki üçgenin benzerliği için sebep olarak açı kenar açı benzerliğini öne sürmüş oldukları görülmektedir. Kavram yanılgısı nedeniyle ispatı tamamlayamamışlardır.

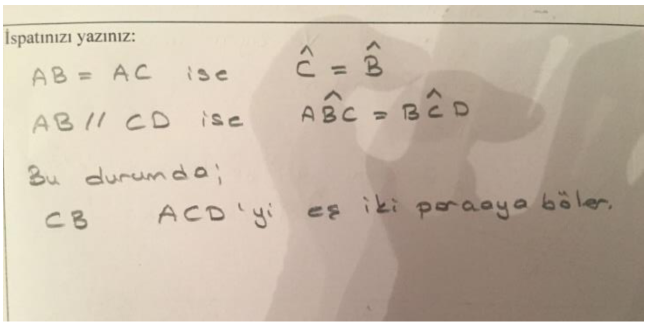
Öğrencilerden her adımı ve gerekçe olarak kullandıkları teoremi açık ve net ifadelerle yazmaları istense de bilmelerine rağmen açıklamalarını kısa tutmaları kullandıkları teoremleri açık ve net ifade etmemeleri geometri bilgilerine güvenemiyor olmalarından ya da herşey çok açık olduğunda ispat aşamalarını ve gerekçelerini detaylı açıklamayı gereksiz bulmalarından kaynaklandığı düşünülmektedir. Böyle durumlarda öğrenciler ara aşamaları atlamaktadır. Öğretim sürecinde de öğrencilerin en basit ve açık görünen yaparken ifade etmekte zorlanmaları araştırmacının dikkatini çekmiştir. Durumun aşikarlığı öğrencilerin ispat sürecinde karar vermesini zorlaştırıyor denebilir. Şekil 39’da Kod 4 olarak değerlendirilen bir öğrenci cevap kağıdından kesit sunulmuştur. Öğrencinin ne yapmak istediği ve gidiş yolunu anladığı açık olmakla birlikte gerekli olacak doğru ve bilgileri yazdığı halde elde ettiği sonucu açık ve net olarak ifade etmediği görülmektedir.



Şekil 39

Bir öğretmen adayına ait AUİYT üçüncü sorusunun cevabına dair kesit

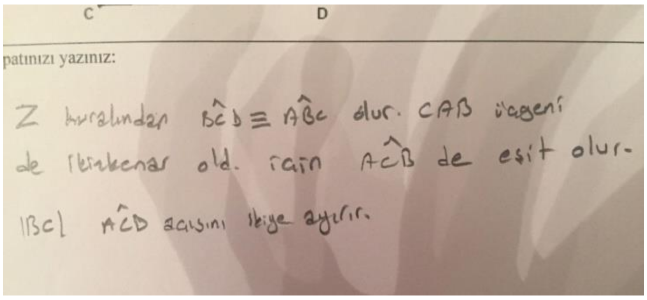
Gidiş yolunu anlamış ve ne yapacağını tam olarak bildiği anlaşılan öğrencilerin vardığı sonuçları yazdığı ancak dayandığı teorem ve özellikleri belirtmediği görülmektedir. İspat adımları yazılmış olsa da sonuç adımlarla uyuşmamaktadır. Şekil 40’ta Kod 4 olarak bu şekilde değerlendirilen bir öğrenci cevap kağıdından kesit sunulmuştur.



Şekil 40

Bir öğretmen adayına ait AUİYT üçüncü cevabına dair kesit

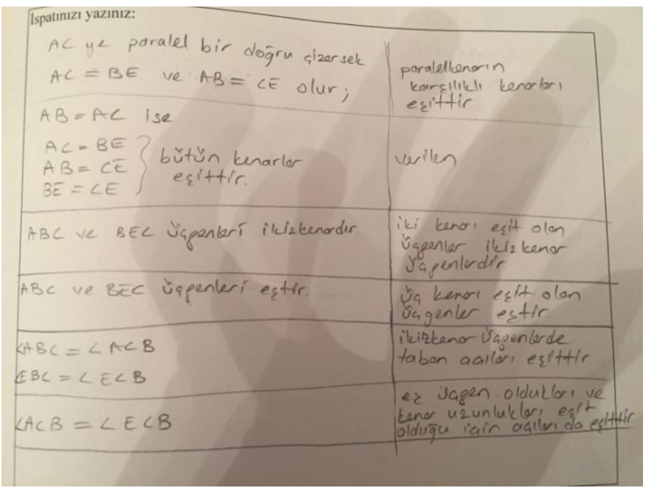
Öğrencilerden bazılarının iki paralel doğrunun üçüncü bir doğruyla kesişmesi ile ortaya çıkan ve iç ters denilen açıların özelliğini ‘z kuralı’ olarak adlandırdıkları görülmektedir. Ders kapsamında öğrencilere bu isimde bir kuraldan bahsedilmemiştir. Ancak öğrencilerin geçmiş bilgilerine dayanarak özelliği bu şekilde adlandırılması kabul edilmiştir. Şekil 41’de gerekli özelliği z kuralı olarak isimlendiren ve Kod 5 olarak değerlendirilen bir öğrenci cevap kağıdından kesit sunulmuştur.



Şekil 41

Bir öğretmen adayına ait AUİYT üçüncü sorusunun cevabına dair kesit

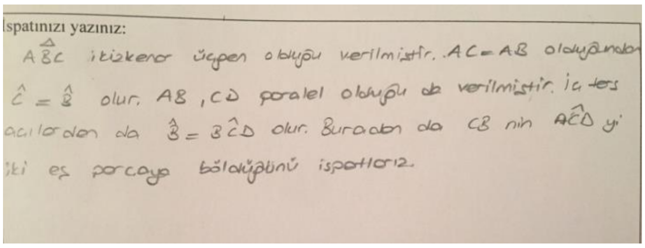
Öğrencilerin neyin niçin olduğunu belirtme ve yazdıkları önermelerin dayandığı geometrik temelleri ifade etme becerilerinin sontestte artış gösterdiği görülmüştür. Bunun sebebinin geometri öğretimi süresince öğrencilerin ispatın her aşamasında neyin niçin yapıldığını açıklamaya teşvik edilerek, yapmış olduğu her işlemi neden yaptığını düşünmek zorunda bırakılması olduğu şeklinde yorumlanmıştır. Öğrencilerin öntestte ispat yaparken kullandıkları kabul ve teoremleri açıklayamadığı ancak sontestte ispatlarının dayandığı kabul ve teoremleri belirttikleri görülmektedir. Öğrencilerden bazılarının çift sütun ispat kullanarak adımlarını gerekçelendirdiği görülmektedir. Şekil 42'de Kod 5 olarak değerlendirilen ve çift sütun ispat kullanan bir öğrenci cevap kağıdından kesit sunulmuştur. Öğrenci ek çizim yöntemiyle sonuca gitmeyi tercih etmiş, bilinenlerden yararlanarak doğrudan bir ispat yapmıştır.



Şekil 42

Bir öğretmen adayına ait AUİYT üçüncü sorusunun cevabına dair kesit

Öğrencilerin öntestte şekil üzerinde yaptıkları karalamaların yerini sontestte gerekçeli adımlarını belirttikleri sözel anlatımlı ispatlar almıştır. Şekil 43’te Kod 5 olarak değerlendirilen bir öğrenci sözel ifadelerle iddiayı açıkladığı cevap kağıdından kesit sunulmuştur.


İspatınızı yazınız:
$\overset{\triangle}{ABC}$ ikizkenar üçgen olduğu verilmiştir. AC=AB olduğundan
$\hat{C} = \hat{B}$ olur. AB, CD paralel olduğu da verilmiştir. İç ters
açılardan da $\hat{B} = B\hat{C}D$ olur. Buradan da CB nin $A\hat{C}D$ yi
iki eş parçaya böldüğünü ispatlarız.

Şekil 43

Bir öğretmen adayına ait AUİYT üçüncü sorusunun cevabına dair kesit

4.6.10. Açık Uçlu İspat Yapma Testi Dördüncü Soruya İlişkin Bulgular

AUİYT dördüncü soruda öğrencilerden şekil ile birlikte verilen önermelerin ispatının yapılması istenmektedir. Üçüncü bölümde öğrenciye bir ipucu verilirken son bölümde öğrencilere ispat yaparken yardımcı olacak bir ispat verilmemiştir. AUİYT dördüncü sorusuna verilen cevapların analizleri Tablo 67’de sunulmuştur.

Tablo 67

AUİYT dördüncü sorusuna verilen cevapların analizleri

Öntest 4	N	Yüzde
Kod 0	36	65.5
Kod 1	1	1.8
Kod 2	6	10.9
Kod 3	4	7.3
Kod 4	1	1.8
Kod 5	7	12.7
Total	55	100.0

Sontest 4	N	Yüzde
Kod 0	10	18.2
Kod 3	1	1.8
Kod 4	7	12.7
Kod 5	37	67.3
Total	55	100.0

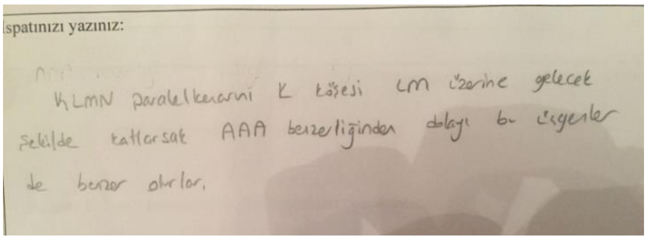
AUİYT öntesti uygulanan 55 öğrenciden, %65.5’i Kod 0, %1.8’i Kod 1, %10.9’u Kod 2, %7.3’ü Kod 3, %1.8’i Kod 4, %12.7’si Kod 5; sontest uygulanan 55 öğrenciden, %18.2’si Kod 0, %1.8’i Kod 3, %12.7’si Kod 4, %67.3’ü ise Kod 5 olarak değerlendirilmiştir. Performans seviyesi Kod 0 olan öğrencilerin sayısında azalış, Kod 1 olan öğrencilerin sayısında azalış, Kod 2 olan öğrencilerin sayısında azalış, Kod 3olan öğrencilerin sayısında azalış, Kod 4 olan öğrencilerin sayısında artış, Kod 5 olan öğrencilerin sayısında artış gözlenmiştir. AUİYT dördüncü soruya küçük hatalarla da olsa tam ve geçerli bir ispat ile cevap veren öğrencilerin oranı sontestte %65.5 artış göstermiştir. Dördüncü soruda öğrencilerin karşılaştıkları güçlükler belirlenen kodlar çerçevesinde tabloda görüldüğü şekilde elde edilmiştir.

Tablo 68

AUİYT 4. sorusunda öğrencilerin karşılaştıkları güçlüklerin analizleri

İspat Yorumlama ve Yapma Sürecinde karşılaşılan güçlükler:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63
1-Matematiksel dil ve notasyon kullanamama						X								X																				X											X				X	X									X				
2- Temel geometrik kavram ve kuralları bilmeme ve ilişkilendirememe						X																				X					X			X											X				X	X													
3- Geometrik kural ve tanımları doğru kullanamama		X		X		X		X						X				X					X																									X											X				
4-İspata gerek duymama – Aşikarlık				X																						X								X														X															
5- İspata başlayamama		X				X												X																																X									X				
6-Geçerli bir ispata gidecek yöntemleri bilmeme				X					X														X																		X																						
7- Belli bir ispat yöntemine bağlı kalma		X												X									X									X									X				X																		
8-Genelleme yerine örnek ile doğrulama																										X						X																															
9- Muhakeme aşamalarını planlayamama - aşamaları sözel ya da görsel olarak ifade edememe		X				X												X																											X			X		X									X				
10- Muhakeme aşamalarını atlama, eksik muhakeme																																					X																										
11- Yanlış ilişkilendirme ve gerekçelendirme yapma		X				X			X														X			X																																					
12- Çift sütunlu ispatlarda mantıksal bütünlüğü kavrayamama																							X																		X									X									X				
13- Muhakemeyi sona erdirememe		X		X					X									X					X																																								
14- Koşullu ifade ve önermeleri anlamlandıramama- Verilen ve isteneni ayırdedememe																																																															
15- Koşullu ifadelere eklemeler yaparak anlamı kaybetme, mantıksal niceleyicileri kullanamama																																																															

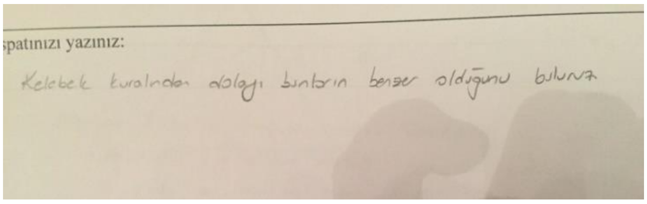
Kod 0 ve Kod 1 olarak değerlendirilen cevaplarda karşılaşılan en büyük sorunun matematiksel dil ve sembolleri kullanma becerisindeki eksiklik olduğu görülmüştür. Bu öğrencilerden bazıları sadece önermenin doğru olduğunu belirtip soru ile ilgisiz ifade ve gösterimler sunmuşlardır. Matematiksel dil ve notasyona sahip olmayan öğrencilerin, verilenleri anlamada güçlük çektiği ve gerekçelerini açıklarken sözsel ifade ve açıklamalarını matematiksel temele dayandıramadıkları görülmüştür. Kod 1 olarak değerlendirilen öğrencilerin ne yapacağına dair bir fikri olsa da hiçbir gerekçe sunamadığı görülmüştür. Şekil 44'te Kod 1 olarak değerlendirilen bir öğrenci cevap kağıdından kesit sunulmuştur. Öğrencinin ispata nereden başlayacağını tahmin edemediği, kullanacağı aksiyom teorem ve özellikleri kestiremediği görülmektedir. Yapmak istediği ile ilgili bir fikir öne sürmüş ancak iddiasını destekleyecek hiçbir gerekçe sunamamıştır. Öğrencinin geçerli bir ispatın nasıl olacağına dair fikir sahibi olmadığı söylenebilir.



Şekil 44

Bir öğretmen adayına ait AUİYT dördüncü sorusunun cevabına dair kesit

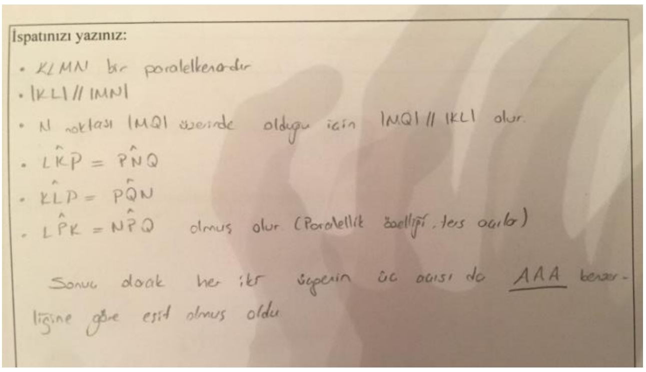
Kod 2 olarak değerlendirilen öğrencilerin ne yapmak istedikleri belli olmakla birlikte nasıl ilerleyecekleri konusunda kafa karışıklığı yaşadıkları görülmektedir. Öğrencilerin hangi aşamaları uygulayacaklarını belirlemelerine rağmen, ispat yapma becerilerinin zayıf olmasından ötürü ispatı tamamlayamadıkları görülmüştür. İspat fikrine düşük düzeyde sahip olsalar da çeşitli hatalar ve gerekçe göstermemeleri nedeniyle ulaşamamışlardır. Öğrencilerden bazıları sözel paylaşımda bulunmaya odaklanmış ve şekle dair yeterli olmayan açıklamalarda bulunmuştur Kod 2 olarak değerlendirilen öğrencilerde en sık rastlanan hatalardan biri ispata dair ikna edici açıklama yapamamaları ve çözüm sürecini yeteri kadar açıklayamamaları olmuştur. Öğrencilerin ne yapmaya çalıştıkları ve muhakemeleri çok açık olsa da kullandıkları teoremleri belirtmemeleri, neden belirtmeden ulaşmak istedikleri sonuçlarını öne sürmeleri öntestte en sık rastlanan hata olmuştur. Şekil 45'te Kod 2 olarak değerlendirilen bir öğrenci cevap kağıdından kesit sunulmuştur.



Şekil 45

Bir öğretmen adayına ait AUİYT dördüncü sorusunun cevabına dair kesit

İspatı tamamlayan öğrenciler şekli ve verilen metni anlamış, metinde verilenleri sözel olarak özetleyerek yazıya dökebilmiş, verilenleri gerekçe olarak kullanmış, kullandıkları özellikleri belirtmiştir. Şekil 46'da Kod 5 olarak değerlendirilen bir öğrenci cevap kağıdından kesit sunulmuştur



İspatınızı yazınız:

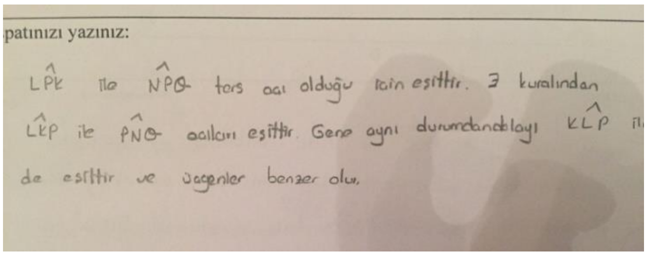
- KLMN bir paralelkenardır
- |KL| // |MN|
- N noktası |MQ| üzerinde olduğu için |MQ| // |KL| olur.
- $\widehat{LKP} = \widehat{PNQ}$
- $\widehat{KLP} = \widehat{PQN}$
- $\widehat{LPK} = \widehat{NPQ}$ olmuş olur (Paralellik özelliği, ters açılar)

Sonuç olarak her iki üçgenin üç açısı da AAA benzerliğine göre eşit olmuş oldu

Şekil 46

Bir öğretmen adayına ait AUİYT dördüncü sorusunun cevabına dair kesit

Sontestte öğrencilerin verilenleri matematiksel semboller kullanarak tekrar yazma, yaptıkları muhakemeyi sembollerle ifade etme eğilimleri artış göstermiştir. Buna rağmen öğrencilerin ispat yaparken adımlarını gerekçelendirmedikleri, bildikleri halde bildikleri ve dayandıkları teoremi belirtme ihtiyacı hissetmedikleri görülmektedir. Şekil 47'de Kod 4 olarak değerlendirilen bir öğrenci cevap kağıdından kesit sunulmuştur.



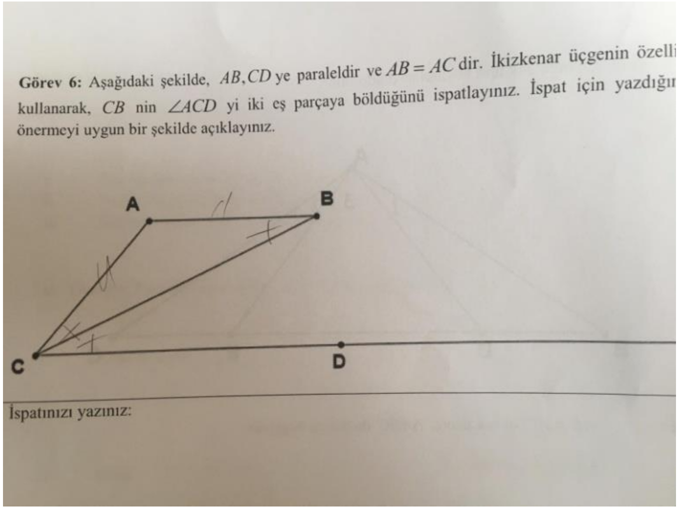
patınızı yazınız:

$\widehat{LPK}$ ile $\widehat{NPQ}$ ters açı olduğu için eşittir. 3 kuralından $\widehat{LKP}$ ile $\widehat{PNQ}$ açıları eşittir. Gene aynı durumdan dolayı $\widehat{KLP}$ il de eşittir ve üçgenler benzer olur.

Şekil 47

Bir öğretmen adayına ait AUİYT dördüncü sorusunun cevabına dair kesit

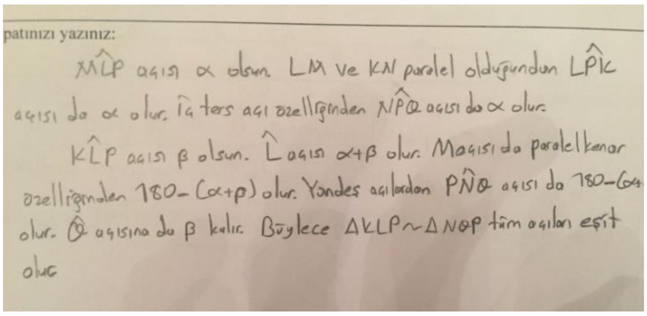
Öğrencilerin ispatı yapmalarının önündeki en büyük engellerden biri sözel ifade ve anlatım yapmadan, bilgiyi ve varmaları istenen sonucu görsel şekilde ifade etmeleri ve bu şekilde ispatı tamamladıkları sanmaları olmuştur. İspat fikrine sahip olmayan öğrenciler doğru sembolik gösterimleri seçemediği için sadece bir örneğe ya da şekle bağlı kalarak önermenin doğruluğunu savunmuştur. Öğrenci geçmiş bilgilerinden önermenin doğru olduğunu sezgisel olarak anlasa da gerek özellik ve teoremleri sözel olarak ifade edemediğinden adımları açıklamakta yetersiz kalmaktadır. Hiçbir işlem ve matematiksel sürecin ifade edilmediği bu ispat geçerli ve yeterli değildir. Şekil 48'de Kod 0 olarak değerlendirilen bir öğrenci cevap kağıdından kesit sunulmuştur.



Şekil 48

Bir öğretmen adayına ait AUİYT dördüncü sorusunun cevabına dair kesit

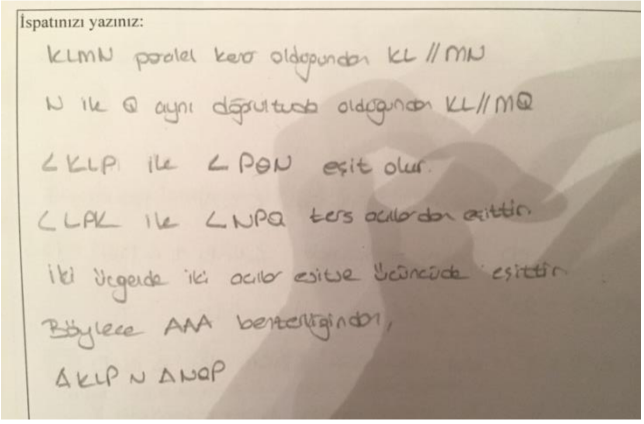
Öğrencilerin sontestte iddialarını matematiksel notasyonlarla ifade etme eğiliminde oldukları ve bunun için azami gayret gösterdikleri görülmüştür. İspat aşamalarını ifade etmeye başlamışlardır. İspat yöntemlerini tanır ve uygulayabilir hale gelmişlerdir. Açıklaması yeterli, sözlü ve görsel ifadelerle desteklenmiş, matematiksel olarak kabul edilebilir doğrularla desteklenmiş bazı öğrencilerin cebirsel açıklamalar yaptığı ve değişkenler kullanarak doğrudan ispat yaptığı görülmektedir. Şekil 49'da Kod 5 olarak değerlendirilen bir öğrenci cevap kağıdından kesit sunulmuştur.



Şekil 49

Bir öğretmen adayına ait AUİYT dördüncü sorusunun cevabına dair kesit

Öğrencilerin varmak istediği sonuç çok belirgin olsa da her adımda gerekçe belirtmeyi gereksiz gördükleri, okuyucunun bildiğini düşündükleri gerekçeleri belirtmeden geçtikleri görülmüştür. Şekil 50'de değerlendirilen bir öğrenci cevap kağıdından kesit sunulmuştur



Şekil 50

Bir öğretmen adayına ait AUİYT dördüncü sorusunun cevabına dair kesit

Dördüncü soruda tam olarak geçerli ve hatasız bir ispat yapan öğrencilerin sayısı üçüncü soruda tam ve geçerli ispat yapan öğrencilerin sayısı ile kıyaslandığında verilerde artış görülmektedir. Bilinmesi gereken teoremler dışında son iki soru arasında ölçülen muhakeme yeteneği yönünden ciddi bir fark yoktur. Ancak üçüncü soruda bir ipucu verilmiştir. Dördüncü soruda daha fazla öğrencinin Kod 5 olarak değerlendirilmesinin sebebinin bu ipucu olabileceği kanaatine varılmıştır. Geçerli ve anlamlı bir cevap veremeyen Kod 0 öğrencilerin sayısı her iki soru içinde birbirine yakındır.

Matematik öğretmeni adaylarının AUİYRT öntest-sontest puanları arasındaki farklılığın sınanması için uygulanan bağımlı örneklemler t testinden elde edilen bulgular Tablo 69 ve 70'te sunulmuştur. Her bir öğrencinin AUİYRT toplam puanı 0-30 aralığında değişmektedir.

Tablo 69

AUİYRT öntest sontest puanlarının karşılaştırılması - t testi tanımsal istatistikleri

	Ortalama	N	St.sapma
ÖNGENEL	13.3810	63	7.32082
SONGENEL	23.2857	63	7.45833

Tablo 70

AUİYRT öntest sontest puanları arasındaki farkın analizi - bağımlı örneklemler t testi sonuçları

	Ortalama	St. sapma	95% güven aralığı		t istat.	sd	p
			Alt sınır	Üst sınır			
Öngenel Songenel	-9.9048	9.90229	-12.3986	-7.4109	-7.939	62	=.000*

Matematik öğretmeni adaylarının AUİYT öntest-sontest puanları arasındaki farklılığın sınanması için uygulanan bağımlı örneklemler t testinden elde edilen bulgular Tablo 71 ve 72'de sunulmuştur. AUİYT toplam puanı 0-27 puan aralığında seyretmektedir.

Tablo 71

AUİYT ön test son test puanlarının karşılaştırılması- t testi tanımsal istatistikleri

	Ortalama	N	St. Sapma
ÖNGENEL	5.3818	55	3.62344
SONGENEL	22.1455	55	5.93302

Tablo 72

AUİYT ön test son test puanları arasındaki farkın analizi- bağımlı örneklemler t testi sonuçları

	Ortalama	St. sapma	95% güven aralığı		t istat.	sd	p
			Alt sınır	Üst sınır			
Öngenel Songenel	-16.7636	5.42274	-18.2296	-15.2977	-22.926	54	=.000*

*0.05 için anlamlı farklılık

Testler sonucunda $p<0.05$ olduğundan DGYCG kullanılarak gerçekleştirilen geometri öğretimi uygulamasının öncesi ve sonrasında matematik öğretmeni adaylarının her iki ispat testi için puanları arasında anlamlı bir fark olduğu görülmektedir ve bulunan fark uygulama sonrasında ölçülen puanların lehinedir. Öğrencilerin AUİYRT ortalamaları 13.3810 iken C.G kullanılarak gerçekleştirilen Geometri-1 öğretimi sonrası 23.2857'a yükselmiştir. AUİYT ortalamaları 5.3818 iken uygulama sonrası 22.1455'e yükselmiştir. Farkın yapısına yönelik tanımsal istatistikler incelendiğinde son test skorlarının daha yüksek bir ortalama değeri olduğu belirlenmiştir. Bu sonuçlar doğrultusunda DGYCG kullanılarak gerçekleştirilen geometri öğretiminin öğrencilerin ispat yorumlama ve yapma düzeylerine olumlu katkı sağladığı ve uygulanan öğretim yönteminin kazanımların daha etkili edinilmesini sağladığı şeklinde yorumlanabilir.

4.7. Açık Uçlu Temel Geometrik İnşa Testine İlişkin Bulgular

Araştırma kapsamında DGYCG kullanılarak zenginleştirilmiş geometri öğretim ortamlarının öğretmen adaylarının temel geometrik inşa öğrenme düzeyine etkisini değerlendirmek amacıyla kullanılan AUTGİT uygulama öncesi ve sonrasına ilişkin bulgular öntest ve sontestten elde edilen veriler ışığında değerlendirilip yorumlanmış, değerlendirmeler aynı başlık altında ele alınarak sunulmuştur.

4.7.1. Açık Uçlu Temel Geometrik İnşa Testi Birinci Soruya İlişkin Bulgular

AUTGİT birinci soruda öğrencilerden ellerinde istenen uzunluğa ayarlanabilen doğru parçaları, dik ve paralel doğrular ve istenen yarıçapa değiştirilebilen çemberler var iken ellerindeki bu yapıları kullanarak bir üçgeni geometrik olarak doğru bir şekilde inşa etmeleri istenmiştir. AUTGİT birinci sorusuna verilen cevapların analizleri Tablo 73’te sunulmuştur.

Tablo 73

AUTGİT birinci sorusuna verilen cevapların analizleri

Öntest 1	N	Yüzde
Kod 1	14	28.6
Kod 2	23	46.9
Kod 3	10	20.4
Kod 4	2	4.1
Total	49	100.0

Sontest 1	N	Yüzde
Kod 0	1	2.0
Kod 3	1	2.0
Kod 4	19	38.8
Kod 5	28	57.1
Total	49	100.0

AUTGİT öntesti uygulanan 49 öğrenciden %28.6’sı nereye varmak istediği açık olmasına rağmen nasıl ilerleyeceğine dair hiçbir fikir, açıklama ve gerekçe sunmamış (Kod 1), öğrencilerin %46.9’u nereye varmak istediği açık olsa da nasıl ilerleyeceğine dair kafa karışıklığı yaşamış (Kod 2), öğrencilerin %20.4’ü doğru gidiş yolunu anlamış ancak büyük hatalar yüzünden çizimi tamamlayamamış (Kod 3), öğrencilerin %4.1’i küçük hatalarla tam ve doğru bir çizim yapmıştır (Kod 4); sontest uygulanan 49 öğrenciden, %2’si Kod 0, %2’si Kod

3, %38.8'i Kod 4, öğrencilerin %57.1'i ise Kod 5 olarak değerlendirilmiştir. Performans seviyesi Kod 0 olan öğrencilerin sayısında artış, Kod 1 olan öğrencilerin sayısında azalış, Kod 2 olan öğrencilerin sayısında azalış, Kod 3 olan öğrencilerin sayısında artış, Kod 4 olan öğrencilerin sayısında artış, Kod 5 olan öğrencilerin sayısında artış gözlenmiştir. Birinci soruda öğrencilerin karşılaştıkları güçlükler belirlenen kodlar çerçevesinde tabloda görüldüğü şekilde elde edilmiştir.

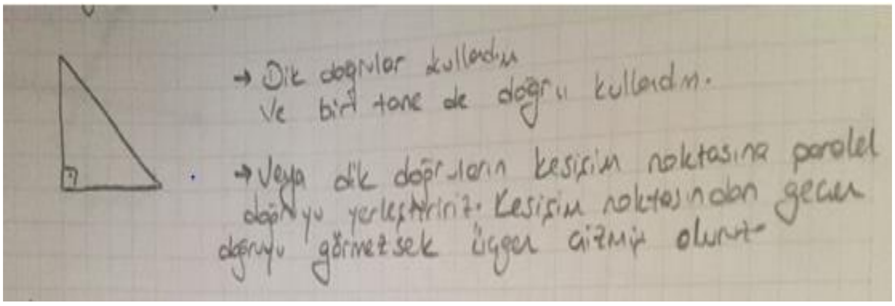
Tablo 74

AUTGİT birinci soruda öğrencilerin karşılaştıkları güçlüklerin analizleri

İnşa Sürecinde karşılaşılan güçlükler:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63
1-Matematiksel dil ve notasyon kullanamama		X				X												X					X				X												X										X										X				
2-Kullanılan geometrik yapı, kavram ve kuralları bilmeme						X															X						X															X																					
3- Oluşum için gerekli ve yeterli özellikleri bilmeme																		X																					X																								
4- Geometrik Yapıları sınıflandıramama-ilişkilendirememe																																																															
5- Oluşum aşamalarını planlayamama-aşamaları atlama-aşamaları tamamlayamama	X								X					X								X								X					X								X		X				X	X		X							X				
6-Varsayıma dayalı çizim yapma																																																														
7- Tek bir özelliğe dayalı çizim yapma																																																															
8- Özel bir duruma ait oluşumu genelleme																																															X																

AUTGİT birinci soruda öğrencilerin yaptıkları hatalarda, sadece üçgen çizmeleri gerektiğini düşünerek sonuca odaklandıkları, paralel doğrular, dik doğrular, kesişen çemberler gibi sonuca ulaşmak için kullandıkları geometrik yapıların varlığını açıklama gereği duymadıkları, varlığını kabul ettikleri gerçek üzerinden sonuca ulaştıkları görülmüştür. Yapılan hatalarda öğrencilerin nereden başlanması ne nasıl bir yol izlenmesi gerektiğine dair karar vermekte ve geometri bilgi ve becerilerini kullanmada yetersiz kaldıkları görülmektedir. Gerçekleştirdikleri oluşumun inşa aşamaları ile ilgili ispatlayıcı bilgi sunmaya ihtiyaç duymamışlardır. Ellerinde üçgen çizmek için gerekli tüm yapılar olmasına rağmen, üçgenin oluşması için gerekli özellikleri dikkate almayarak tek bir özelliğe dayalı geçersiz çizimler yapmaktadırlar. Düştükleri bu yanılgının sebebi geometride kabuller üzerinden sonuç odaklı işlem yapmaya alışkın olmaları ve kabullerini ispatlamaya bir dönemdir gördükleri Geometri-1 dersinde başlamış olmalarından kaynaklı olduğu şeklinde yorumlanmıştır. Öğrencilerin öntestte herhangi bir oluşum gerçekleştirmediği, üç kenarlı bir şekil çizip bıraktığı, analiz, inşa, ispat, tartışma aşamaları ile ilgili hiçbir açıklama sunmadıkları gözlenmektedir. Öğrencilerin sontestte öğrendikleri birçok kavram ve çizim becerilerini uygulamaya çalıştıkları, kullandıkları yapıları ve çizim aşamalarını açıklamak için daha fazla gayret gösterdiği görülmektedir. Öntestte neredeyse hiçbir öğrenci yarıçapı ayarlanabilen çemberlerden faydalanmazken sontestte üçgen oluşumunda çemberlerden faydalanan öğrenci sayısı artmıştır.

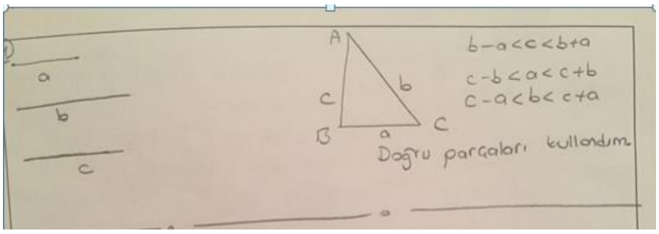
Öğrencilerden üçgen inşası istendiğinde özel bir durum olan dik üçgen çizme eğiliminde oldukları görülmektedir. Paralel doğruyu dik açıyla kesen doğru parçasını kenarlardan biri olarak kabul ederek istenen üçgeni paralel doğruların arasına yerleştirdikleri dik üçgen olarak çizdikleri görülmektedir. İstenen uzunluğa ayarlanabilen doğru parçasını taşırken çizim aşamalarını belirtmedikleri istenen üçgeni ezbere bir anlayışla çizdikleri anlaşılmaktadır. Analiz, inşa etme, ispat ve tartışma aşamaları göz ardı edilmiştir. Şekil 51'de bu duruma rastlanan Kod 2 olarak değerlendirilen bir öğrenci cevap kağıdından kesit sunulmuştur.



Şekil 51

Bir öğretmen adayına ait AUTGİT birinci sorusunun cevabına dair kesit

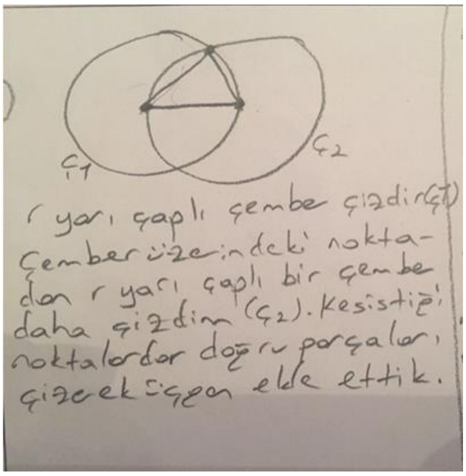
AUTGİT öntesti birinci soruda öğrencilerden bir kısmının pergel ve çember kullanarak seçmiş oldukları istedikleri uzunlukta doğru parçalarını taşıyarak üçgeni çizdikleri ancak doğru parçalarının üçgen eşitsizliğini sağlayıp sağlamadığını kontrol etmeden, üçgen eşitsizliğini sağlayacağını düşündükleri kenar uzunluklarını seçerek matematiksel bir açıklama yapmadan Sezgisel olarak yapılan çizimde üçgen çizdikleri gözlenmektedir. Öğrencilerden bazıları doğru parçalarının üçgen eşitsizliğini sağladığını matematiksel olarak ifade etmekte ve istenilen uzunlukta seçtikleri üç doğru parçasını bir geometrik yapının inşası için gerekli olan sıralı adımları takip etmeden göz kararı birleştirdikleri görülmektedir. Şekil 52'de bu duruma rastlanan Kod 2 olarak değerlendirilen bir öğrenci cevap kağıdından kesit sunulmuştur.



Şekil 52

Bir öğretmen adayına ait AUTGİT birinci sorusunun cevabına dair kesit

AUTGİT sontesti birinci soruda herhangi bir üçgen istenmesine rağmen iki öğrencinin aynı yarıçapa sahip iki çemberin kesişimine dayalı bir strateji geliştirdiği ve yarıçapları kenar kabul eden bir eşkenar üçgen çizdiği görülmektedir. Eş çemberleri oluşturduktan sonra yarıçaplardan çemberlerin kesişim noktalarından faydalanılmıştır. Herhangi bir üçgen çizebilmek için gerekli ve yeterli özelliklerin farkında olmadıkları ve eşkenar üçgen çizimi olarak özel bir durum seçmelerinin hata olduğunun farkına varamadıkları gözlenmiştir. Şekil 53’te bu duruma rastlanan Kod 2 olarak değerlendirilen bir öğrenci cevap kağıdından kesit sunulmuştur.



Şekil 53

Bir öğretmen adayına ait AUTGİT birinci sorusunun cevabına dair kesit

4.7.2. Açık Uçlu Temel Geometrik İnşa Testi İkinci Soruya İlişkin Bulgular

AUTGİT ikinci soruda öğrencilerden ellerinde istenen uzunluğa ayarlanabilen doğru parçaları, dik ve paralel doğrular ve istenen yarıçapa değiştirilebilen çemberler var iken ellerindeki bu yapıları kullanarak bir kareyi geometrik olarak doğru bir şekilde inşa etmeleri istenmiştir. AUTGİT ikinci sorusuna verilen cevapların analizleri Tablo 75’te sunulmuştur.

Tablo 75

AUTGİT ikinci sorusuna verilen cevapların analizleri

Öntest 2	N	Yüzde
Kod 0	2	4.1
Kod 1	27	55.1
Kod 2	12	24.5
Kod 3	4	8.2
Kod 4	3	6.1
Kod 5	1	2.0
Total	49	100.0
Sontest 2	N	Yüzde
Kod 1	1	2.0
Kod 2	6	12.2
Kod 3	10	20.4
Kod 4	9	18.4
Kod 5	23	46.9
Total	49	100.0

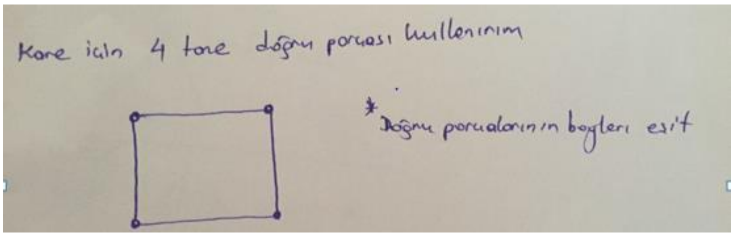
AUTGİT öntesti uygulanan 49 öğrenciden, %4.1’i Kod 0, %55.1’i Kod 1, %24.5’i Kod 2, %8.2’si Kod 3, %6.1’i Kod 4, %2’si Kod 5; sontesti uygulanan 49 öğrenciden %2’si Kod 1, %12.2’si Kod 2, %20.4’ü Kod 3, %18.4’ü Kod 4, %46.9’u ise Kod 5 olarak değerlendirilmiştir. Performans seviyesi Kod 0 olan öğrencilerin sayısında azalış, Kod 1 olan öğrencilerin sayısında azalış, Kod 2 olan öğrencilerin sayısında azalış, Kod 3 olan öğrencilerin sayısında artış, Kod 4 olan öğrencilerin sayısında artış, Kod 5 olan öğrencilerin sayısında artış gözlenmiştir. İkinci soruda öğrencilerin karşılaştıkları güçlükler belirlenen kodlar çerçevesinde tabloda görüldüğü şekilde elde edilmiştir.

Tablo 76

AUTGİT ikinci sorusunda öğrencilerin karşılaştıkları güçlüklerin analizleri

İnşa Sürecinde karşılaşılan güçlükler:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63
1-Matematiksel dil ve notasyon kullanamama				X		X				X				X	X			X								X								X					X						X				X	X									X				
2-Kullanılan geometrik yapı, kavram ve kuralları bilmeme		X				X				X			X										X			X																								X									X				
3- Oluşum için gerekli ve yeterli özellikleri bilmeme						X										X		X	X								X							X																	X							X	X				
4- Geometrik Yapıları sınıflandıramama-ilişkilendirememe																																																															
5- Oluşum aşamalarını planlayamama-aşamaları atlama-aşamaları tamamlayamama		X		X		X				X			X	X				X			X		X			X				X				X					X						X				X	X	X					X	X		X	X			
6-Varsayıma dayalı çizim yapma																																													X				X									X				
7- Tek bir özelliğe dayalı çizim yapma						X																	X			X								X																													
8- Özel bir duruma ait oluşumu genelleme																																																															

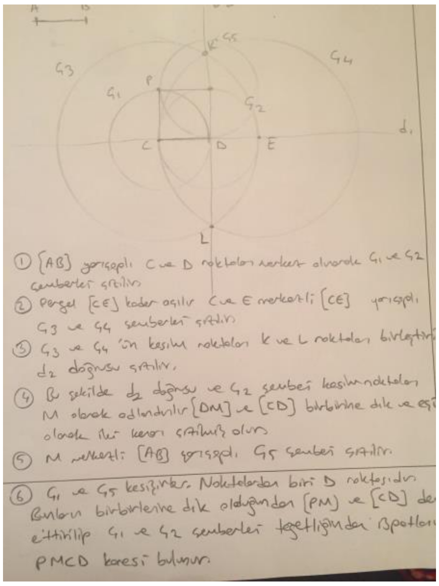
AUTGİT öntesti ikinci soruda öğrencilerden bir kısmının sadece kareyi çizip dört doğru parçası kullandığını belirttiği ve doğru parçalarının özelliklerine dair hiçbir malumat vermedikleri görülmektedir. Öğrencilerin inşa etkinlikleriyle ya hiç karşılaşmadığı ya da geçmiş geometri öğrenimlerinde ezbere çizim yaptıkları söylenebilir. Şekil 54’te diklik ve paralellikten bahsetmeyerek sadece karenin kenarlarının eşit olduğu özelliğini kullanan ve Kod 1 olarak değerlendirilen bir öğrenci cevap kağıdından kesit sunulmuştur.



Şekil 54

Bir öğretmen adayına ait AUTGİT ikinci sorusunun cevabına dair kesit

AUTGİT sontesti ikinci soruda öğrencilerin bir dik açı ve eşit uzunlukta kenarlar kullanarak, verilmiş bir kenar uzunluğuna sahip kare çizdiği, dikliği oluşturdu, oluşturduğu dikliği matematiksel temellere dayandırarak ifade ettiği ve karenin birçok özelliğinden faydalandıkları gözlenmektedir. Şekil 55’te sontestte inşa aşamalarını detaylı bir şekilde açıklayan Kod 5 olarak değerlendirilen bir öğrenci cevap kağıdından kesit sunulmuştur.



Şekil 55

Bir öğretmen adayına ait AUTGİT ikinci sorusunun cevabına dair kesit

4.7.3. Açık Uçlu Temel Geometrik İnşa Testi Üçüncü Soruya İlişkin Bulgular

AUTGİT üçüncü soruda öğrencilerden ellerinde istenen uzunluğa ayarlanabilen doğru parçaları, dik ve paralel doğrular ve istenen yarıçapa değiştirilebilen çemberler var iken ellerindeki bu yapıları kullanarak bir eşkenar üçgeni geometrik olarak doğru bir şekilde inşa etmeleri istenmiştir. AUTGİT üçüncü sorusuna verilen cevapların analizleri Tablo 77'de sunulmuştur.

Tablo 77

AUTGİT üçüncü sorusuna verilen cevapların analizleri

Öntest 3	N	Yüzde
Kod 0	8	16.3
Kod 1	24	49.0
Kod 2	13	26.5
Kod 3	3	6.1
Kod 4	1	2.0
Total	49	100.0

Sontest 3	N	Yüzde
Kod 0	3	6.1
Kod 1	3	6.1
Kod 2	5	10.2
Kod 3	3	6.1
Kod 4	14	28.6
Kod 5	21	42.9
Total	49	100.0

AUTGİT öntesti uygulanan 49 öğrenciden, %16.3’ü Kod 0, %49’u Kod 1, %26.5’i Kod 2,%6’sı Kod 3, %2’si Kod 4; sontesti uygulanan 49 öğrenciden, %6.1’i Kod 0, %6.1’i Kod 1, %10.2’si Kod 2, %6.1’i Kod 3, %28.6’sı Kod 4, %42.9’u Kod 5 olarak değerlendirilmiştir. Performans seviyesi Kod 0 olan öğrencilerin sayısında azalış, Kod 1 olan öğrencilerin sayısında azalış, Kod 2 olan öğrencilerin sayısında azalış, Kod 4 olan öğrencilerin sayısında artış, Kod 5 olan öğrencilerin sayısında artış gözlenmiştir. Üçüncü soruda öğrencilerin karşılaştıkları güçlükler belirlenen kodlar çerçevesinde tabloda görüldüğü şekilde elde edilmiştir.

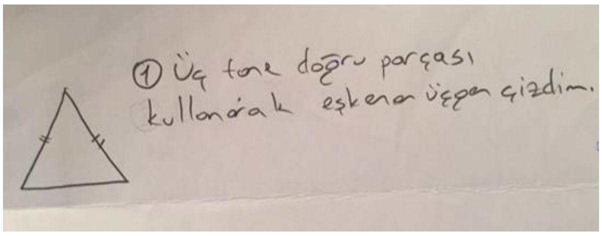
Tablo 78

AUTGİT üçüncü soruda öğrencilerin karşılaştıkları güçlüklerin analizleri

İnşa Sürecinde karşılaşılan güçlükler:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
1-Matematiksel dil ve notasyon kullanamama		X			X	X							X					X								X						
2-Kullanılan geometrik yapı, kavram ve kuralları bilmeme	X			X		X			X						X			X					X				X					
3- Oluşum için gerekli ve yeterli özellikleri bilmeme						X												X								X						
4- Geometrik Yapıları sınıflandıramama-ilişkilendirememe																																
5- Oluşum aşamalarını planlayamama-aşamaları atlama-aşamaları tamamlayamama	X			X		X	X		X									X					X			X			X			X
6-Varsayıma dayalı çizim yapma						X												X														
7- Tek bir özelliğe dayalı çizim yapma																																
8- Özel bir duruma ait oluşumu genelleme						X												X								X						

İnşa Sürecinde karşılaşılan güçlükler:	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63
1-Matematiksel dil ve notasyon kullanamama		X											X				X	X									X				
2-Kullanılan geometrik yapı, kavram ve kuralları bilmeme				X																											
3- Oluşum için gerekli ve yeterli özellikleri bilmeme		X										X			X					X				X					X		
4- Geometrik Yapıları sınıflandıramama-ilişkilendirememe																															
5- Oluşum aşamalarını planlayamama-aşamaları atlama-aşamaları tamamlayamama		X				X							X				X	X			X						X			X	
6-Varsayıma dayalı çizim yapma		X																													
7- Tek bir özelliğe dayalı çizim yapma																															
8- Özel bir duruma ait oluşumu genelleme		X				X						X	X														X				

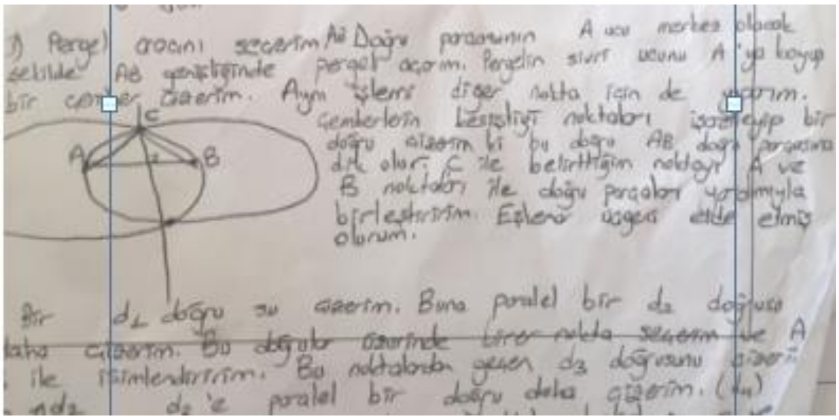
AUTGİT öntesti üçüncü soruda kullandıkları doğru parçalarının eşliğinden dahi bahsetmedikleri, sadece üç doğru parçasını varlığından söz ettikleri görülmektedir. Şekil 56’da bu duruma rastlanan Kod 1 olarak değerlendirilen bir öğrenci cevap kağıdından kesit sunulmuştur.



Şekil 56

Bir öğretmen adayına ait AUTGİT üçüncü sorusunun cevabına dair kesit

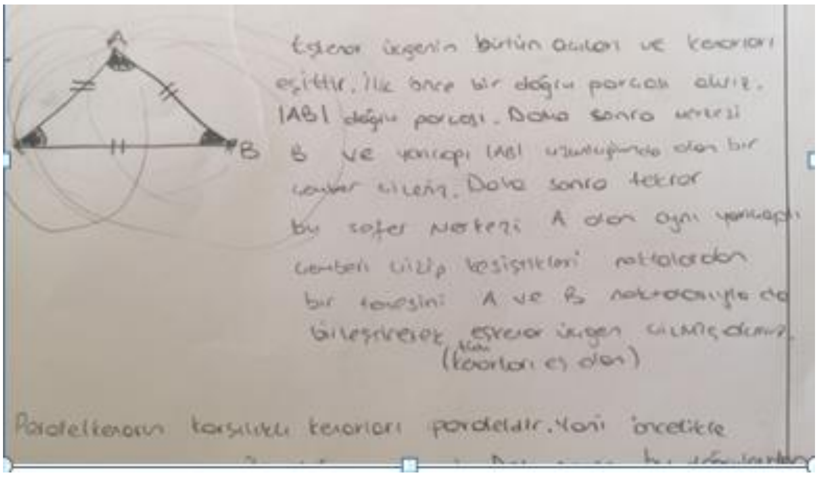
AUTGİT sontesti üçüncü soruda öğrencilerin çember ve özelliklerinden faydalanarak ve eş çemberlerin kesişimini kullanarak çizim yaptığı görülmektedir. Öğrencilerin bir doğru çizerek doğru üzerinde aldıkları herhangi bir doğru parçasının uzunluğunu yarıçap kabul eden ve doğru parçasının uç noktalarını merkez kabul eden iki çember çizerek, çemberlerin kesişim noktasını buldukları, doğru parçasının uçlarını üçgenin iki köşesi ve çemberlerin kesişim noktasını üçgenin üçüncü köşesi olarak kabul ederek inşa yaptığı gözlenmiştir. Şekil 57’de bu duruma rastlanan Kod 5 olarak değerlendirilen bir öğrenci cevap kağıdından kesit sunulmuştur.



Şekil 57

Bir öğretmen adayına ait AUTGİT üçüncü sorusunun cevabına dair kesit

AUTGİT sontesti üçüncü soruda öğrencilerin çember ve özelliklerinden faydalanarak ve iki eş çemberin kesişimini kullanarak çizim yaptığı görülmektedir. Öğrencilerin bir doğru çizerek herhangi bir doğru parçasını yarıçap ve uçlarını merkez kabul eden iki çember çizdiği, yarıçaplar eşit olduğundan iki kenarın uzunluğunun eşliğini ispatlayabildiği, çemberlerin kesişim noktasını iki merkez noktasına birleştirerek elde ettiği üçüncü kenarın yarıçapların eşitliğinden eşkenar üçgeni oluşturduğu görülmektedir. Şekil 58’de bu duruma rastlanan Kod 5 olarak değerlendirilen bir öğrenci cevap kağıdından kesit sunulmuştur.



Şekil 58

Bir öğretmen adayına ait AUTGİT üçüncü sorusunun cevabına dair kesit

4.7.4. Açık Uçlu Temel Geometrik İnşa Testi Dördüncü Soruya İlişkin Bulgular

AUTGİT dördüncü soruda öğrencilerden ellerinde istenen uzunluğa ayarlanabilen doğru parçaları, dik ve paralel doğrular ve istenen yarıçapa değiştirilebilen çemberler var iken ellerindeki bu yapıları kullanarak bir paralelkenarı geometrik olarak doğru bir şekilde inşa etmeleri istenmiştir. AUTGİT dördüncü sorusuna verilen cevapların analizleri Tablo 79'da sunulmuştur.

Tablo 79

AUTGİT dördüncü sorusuna verilen cevapların analizleri

Öntest 4	N	yüzde
Kod 0	19	38.8
Kod 1	22	44.9
Kod 2	8	16.3
Total	49	100.0

Sontest 4	N	yüzde
Kod 0	3	6.1
Kod 1	8	16.3
Kod 2	5	10.2
Kod 3	29	59.2
Kod 4	1	2.0
Kod 5	3	6.1
Total	49	100.0

AUTGİT öntesti uygulanan 49 öğrenciden, %38.8'i Kod 0, %44.9'u Kod 1, %16.3'ü Kod 2; sontesti uygulanan 49 öğrenciden, %6.1'i Kod 0, %16.3'ü Kod 1, %10.2'si Kod 2, %59.2'si Kod 3, %2'si Kod 4, %6.1'i ise Kod 5 olarak değerlendirilmiştir. Performans seviyesi Kod 0 olan öğrencilerin sayısında azalış, Kod 1 olan öğrencilerin sayısında azalış, Kod 2 olan öğrencilerin sayısında azalış, Kod 3 olan öğrencilerin sayısında artış, Kod 4 olan öğrencilerin sayısında artış, Kod 5 olan öğrencilerin sayısında artış gözlenmiştir. Dördüncü soruda öğrencilerin karşılaştıkları güçlükler belirlenen kodlar çerçevesinde tabloda görüldüğü şekilde elde edilmiştir.

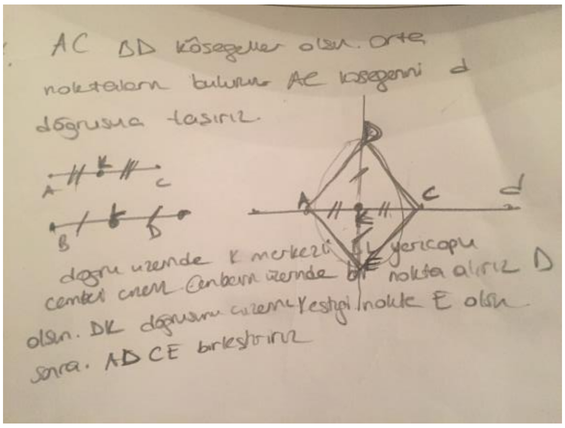
Tablo 80

AUTGİT 4. soruda öğrencilerin karşılaştıkları güçlüklerin analizleri

İnşa Sürecinde karşılaşılan güçlükler:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63
1-Matematiksel dil ve notasyon kullanamama						x	x			x								x					x			x			x					x											x				x	x							x		x		x	x	
2-Kullanılan geometrik yapı, kavram ve kuralları bilmeme					x	x	x		x				x		x			x			x		x			x		x				x		x		x		x	x			x			x		x		x	x			x				x		x	x			
3- Oluşum için gerekli ve yeterli özellikleri bilmeme																																																															
4- Geometrik Yapıları sınıflandıramama-ilişkilendirememe	x	x		x	x	x	x		x	x			x	x	x	x		x	x		x	x	x			x	x	x	x	x		x		x	x	x	x	x	x	x		x	x	x	x		x		x	x	x	x	x	x		x		x		x	x		
5- Oluşum aşamalarını planlayamama-aşamaları atlama-aşamaları tamamlayamama																																																															
6-Varsayıma dayalı çizim yapma																																																															
7- Tek bir özelliğe dayalı çizim yapma																																																															
8- Özel bir duruma ait oluşumu genelleme				x										x					x								x								x			x				x		x								x				x		x				x	

AUTGİT öntesti dördüncü soruda öğrencilerden bir kısmının sadece bir paralelkenar çizerek herhangi bir matematiksel açıklama yapmadıkları görülmektedir. Öğrencilerin şekli sadece çizerek ifade etmeye çalıştıkları çizim aşamalarının anlatılması istenmesine rağmen, sadece şekil çizerek paralelkenar olduğunu inandıkları bir çizim sundukları görülmektedir. Çizdikleri yapıyı matematiksel olarak ifade edemedikleri, kullandıkları doğru ya da doğru parçalarının özellikleri hakkında herhangi bir bilgi vermedikleri, sadece çizimin yeterli olduğunu düşündükleri gözlemlenmektedir. Öğrencilerin inşa etkinlikleriyle ya hiç karşılaşmadığı ya da geçmiş geometri öğrenimlerinde ezbere çizim yaptıkları söylenebilir.

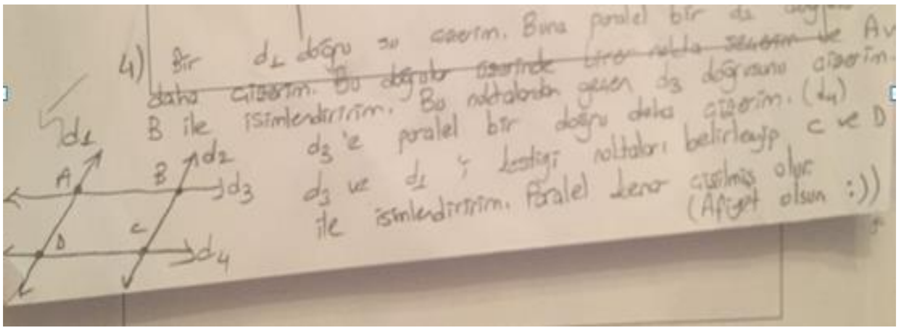
AUTGİT sontesti dördüncü soruda öğrencilerden bazılarının iki köşegeni bilinen paralelkenar çizdiği görülmektedir. İki köşegen uzunluğunun bilindiği kabul edilerek, köşegenlerin orta noktalarını buldukları, köşegenlerden birini herhangi bir d doğrusu üzerine taşıyarak, taşınan köşegenin orta noktasını merkez kabul eden, diğer köşegen uzunluğunun yarısını yarıçap kabul eden çemberi çizmiş, çemberin doğruyu kestiği noktalar ile köşegenin uç noktalarını birleştirerek paralelkenar elde etmiş oldukları belirlenmiştir. Öğrencilerin paralelkenarın paralellik, kenar uzunluğu ve açılarına dair özelliklerinin tümünden faydalanarak çizim yaptığı inşa edilen şeklin özelliklerini derinlemesine inceledikleri, doğru muhakemelerde bulunarak isimlendirme ve matematiksel notasyonları doğru kullanmaya dikkat ettikleri aşamaları detaylı ifade ederek takip edilmesi gereken sırayı doğru bir kavrayışla belirledikleri görülmektedir. Öğrencilerin köşegenleri verilmemiş olmasına rağmen, sadece bir köşegeni bilinen ikinci köşegenini herhangi bir uzunlukta seçebilecekleri sonsuz paralelkenar çizme şansı varken, iki köşegen uzunluğu belirleyerek iş yüklerini artırmalarının sebebinin derste, iki köşegeni verilen paralelkenar çiziminin, tek köşegeni bilinen paralelkenar çizimine nazaran daha fazla üzerinde durulması olduğu şeklinde yorumlanmıştır. Şekil 59'da bu duruma rastlanan Kod 5 olarak değerlendirilen bir öğrenci cevap kağıdından kesit sunulmuştur.



Şekil 59

Bir öğretmen adayına ait AUTGİT dördüncü sorusunun cevabına dair kesit

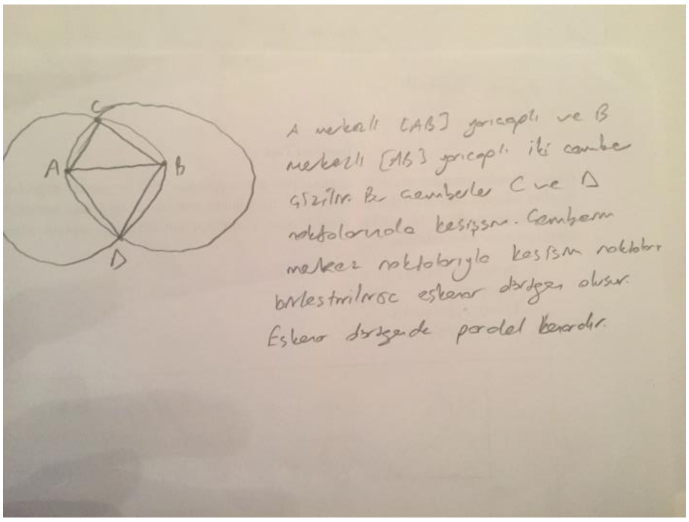
AUTGİT sontesti dördüncü soruda öğrencilerin paralelkenar çizmek için ağırlıklı olarak kenarların paralelliğinden faydalanmaya çalıştığı gözlenmiştir. Açılar ve kenarların özelliklerinden bahsetmemişlerdir. Doğruların paralelliğini varsayarak çözüme gitmiş, paralelliğin oluşum aşamalarını gerekçelendirmemişlerdir. Şekil 60'da bu duruma rastlanan Kod 3 olarak değerlendirilen bir öğrenci cevap kağıdından kesit sunulmuştur.



Şekil 60

Bir öğretmen adayına ait AUTGİT dördüncü sorusunun cevabına dair kesit

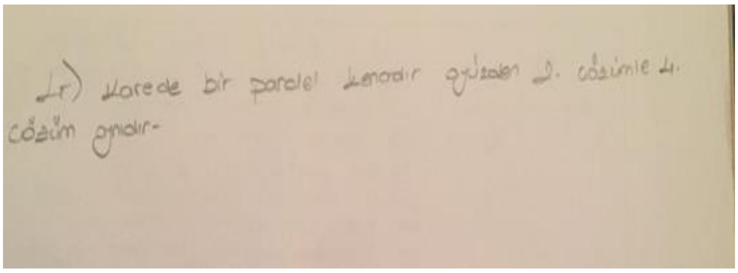
AUTGİT sontesti dördüncü soruda öğrencilerden bazıları farklı geometrik şekillere dayalı olarak eş çemberlerin kesişiminden faydalanmıştır. Öğrencilerin kesişen iki çember çizerek çemberlerin merkezlerini ve kesişim noktalarını köşe kabul ettikleri eşkenar dörtgeni oluşturdukları ve "eşkenar dörtgende bir paralelkenardır" diyerek çözüme ulaştıkları görülmüştür. Oluşumlarını eşkenar dörtgen olarak bırakan öğrencilerin paralelkenarın özel bir durumu olan eşkenar dörtgeni kullanması, eşkenar dörtgen özel durumunun dışında her koşulda paralelkenar çizmek için gerekli ve yeterli özelliklerin farkında olmadıklarını düşündürmüştür. Şekil 61'de bu duruma rastlanan Kod 2 olarak değerlendirilen bir öğrenci cevap kağıdından kesit sunulmuştur.



Şekil 61

Bir öğretmen adayına ait AUTGİT dördüncü sorusunun cevabına dair kesit

AUTGİT sontesti dördüncü soruda öğrencilerden bazılarının "Kare de bir paralelkenardır, çözüm için ikinci soruya bakınız." diyerek tekrar çözüm yapmadıkları belirlenmiştir. Öğrencinin ikinci soruda yaptığı çözümüne bakıldığında ikinci soruda Kod 5 olarak değerlendirildiği, geometrik olarak sıralı, detaylı ve anlamlı bir oluşum yaptığı görülmektedir. Paralelkenarın özel bir durumu olan kareyi geometrik olarak anlamlı bir şeklide ifade etmesine rağmen aynı çizimi paralelkenar için de yeterli görmesi bir paralelkenar çizmek için gerekli ve yeterli özelliklerin farkında olmadığı düşünülmüştür. Şekil 62’de bu duruma rastlanan Kod 1 olarak değerlendirilen bir öğrenci cevap kağıdından kesit sunulmuştur.



Şekil 62

Bir öğretmen adayına ait AUTGİT dördüncü sorusunun cevabına dair kesit

AUTGİT ilk üç sorusunda son testte öğrencilerin en az % 50’sinin tam ve geçerli bir çizim yaparak Kod 5 olarak değerlendirildiği görülmektedir. Öntest ve sontest arasında tam ve geçerli çizim yapan öğrenci sayısında artış olmuştur. Ancak AUTGİT dördüncü sorusunda tam olarak geçerli ve hatasız çizim yapan öğrencilerin sayısı ilk üç soruda tam ve geçerli ispat yapan öğrencilerin sayısı ile kıyaslandığında sontest dördüncü soruda Kod 5 olarak değerlendirilen öğrencilerin sayısında daha düşük bir artış görülmüştür Dördüncü soruda daha az öğrencinin Kod 5 olarak değerlendirilmesinin sebebinin öğrencilerin paralelkenar çizimini daha karmaşık bulması olduğu kanaatine varılmıştır. Geçerli ve anlamlı bir cevap veremeyen Kod 0 öğrencilerin sayısı dört soru içinde birbirine yakındır.

Sonuç olarak AUTGİT toplam puanı her bir öğrenci için 0-100 puan aralığında seyretmektedir. Değerlendirmenin her bölümünden bütün puanlar öğrencinin performansın seviyesini ve toplam puanını belirlemek için toplanmıştır. Matematik öğretmeni adaylarının DGYCG kullanılarak AUTGİT (öntest) ve sonrasındaki AUTGİT (sontest) puanları arasındaki farklılığın sınanması için uygulanan bağımlı örneklemler t testinden elde edilen bulgular Tablo 81 ve 82’de sunulmuştur.

Tablo 81

AUTGİT ön test son test puanlarının karşılaştırılması- t testi tanımsal istatistikleri

	Ortalama	N	St.sapma
ÖNGENEL	29.0816	49	12.27606
SONGENEL	73.8776	49	13.16028

Tablo 82

AUTGİT ön test son test puanları arasındaki farkın analizi - t testi sonuçları

	Ortalama	St. sapma	95% güven aralığı		t istat.	sd	p
			Alt sınır	Üst sınır			
Öngenel Songenel	-44.7959	16.73815	-49.6037	-39.9882	-18.734	48	=.000*

Tablo 82'ye göre test sonucunda $p<0.05$ olduğundan DGYCG kullanılarak gerçekleştirilen geometri öğretimi uygulamasının öncesi ve sonrasında matematik öğretmeni adaylarının AUTGİT puanları arasında anlamlı bir fark olduğu görülmektedir ve bulunan fark uygulama sonrasında ölçülen puanların lehinedir. Öğrencilerin AUTGİT ortalamaları 29.0816 iken C.G kullanılarak gerçekleştirilen Geometri-1 öğretimi sonrası 73.8776'ya yükselmiştir. Farkın yapısına yönelik tanımsal istatistikler incelendiğinde son test skorlarının daha yüksek bir ortalama değeri olduğu belirlenmiştir. Bu sonuçlar doğrultusunda DGYCG kullanılarak gerçekleştirilen geometri öğretiminin öğrencilerin inşa yapma düzeylerine olumlu katkı sağladığı ve uygulanan öğretim yönteminin kazanımların daha etkili edinilmesini sağladığı şeklinde yorumlanabilir.

5. BÖLÜM
SONUÇ VE ÖNERİLER

5.1. Gözlem ve Görüşmelere Yönelik Sonuçlar ve Tartışma

Bu bölümde, sözlü- yazılı görüşmeler ve öğretim deneyi gözlemlerinin analizinden elde edilen bulgular ışığında nitel sonuçlar verilecek ve bu sonuçlar alan yazındaki araştırmalarla karşılaştırılarak tartışılacaktır.

Yapılan çalışmada öğretim deneyine dahil olan tüm matematik öğretmeni adaylar ortaöğretimde geleneksel yöntemlerle geometri dersi almıştır. Öğretmen adaylarının "matematik öğretmeni" denildiğinde akıllarına gelen ilk beş kelimeyi saymaları istendiğinde "teknoloji" kelimesinin akademisyeni tanıyan bir öğrenci dışında hiçbir öğrenci tarafından kullanılmadığı görülmüştür. Öğrencilerin zihinlerinde teknoloji ile matematiği ilişkilendirememiş olmalarının sebebi geçmiş geometri yaşantılarında geleneksel teknikler kullanılarak gördükleri öğrenim sonucunda matematik ve teknolojiyi ilişkilendirememeleri olarak belirlenmiştir. Öğretim sürecinden sonra teknolojinin bu çağın en önemli olgusu olduğunu düşünen, teknolojiyi günlük hayatlarında aktif kullandıklarını ifade eden, soyut kavramları algılayabilmek için, görsellik imkânı sağladığı ve akılda kalıcılığı artırdığı için ve pratikliği sebebiyle matematik öğretiminde teknoloji kullanmanın ihtiyaç olduğunu ifade eden öğrencilerin bu görüşlerine rağmen matematik denildiğinde akıllarına teknoloji kelimesinin gelmemesi öğrencilerin henüz matematik ve teknolojiyi bağdaştıracak kadar teknoloji destekli eğitime maruz kalmadığı yönünde algılanabilir.

Kendilerine öğretim deneyine katılmadan önceki süreçte geometri dersine bakış açılarının nasıl olduğu sorulduğunda öğrencilerin sadece yarısının geçmiş yaşantılarında geometri dersini sevdiği öğrenilmiştir. Belirlenen oran öğretim programında geometri dersini kendi öğrencilerine öğretmesi beklenen matematik öğretmen adayları için oldukça düşük bir orandır. Geçmişte geometriyi sevdiği belirlenen öğrencilerin geometriyi sevme nedenleri irdelenmiş, öğrencilerin geometriyi eğlenceli buldukları, başarabildikleri ve geometrinin sunduğu görsellikten hoşlandıkları için geometriyi sevdiği belirlenmiştir. Şekillerden ve görsellikten hoşlandığı için geometriyi sevdiğini ifade eden öğrencilerin fazlalığı görselleştirmenin öğrenciye geometriyi sevdiren öğeler arasında önemli bir yer tuttuğu yönünde yorumlanabilir. Görsel zekanın ne derece ve ne şekilde öğrencilerin geometriye karşı tutumunu ve başarısını etkilediğine yönelik araştırmalar yapılabilir. Ortaöğretim geometri dersinde başarısızlık yaşadığı için geometriyi sevmediğini ifade eden öğrencilerin oldukça düşük bir oranda bulunması ders başarısızlığının öğrencilerin geometriye karşı tutumunu etkileyen faktörler arasında düşük rol oynadığını düşündürmüştür.

Geçmiş geometri öğrenimlerinde geometriyi sevmeyen öğrencilerin sevmeme nedenleri irdelendiğinde geometriyi soyutluğu, zorluğu, zihinlerinde canlandıramamaları, ezber yapmayı gerektirmesi ve alan bilgisi yetersiz öğretmenleri sebebiyle sevmedikleri belirlenmiştir. Öğrencilerin birer matematik öğretmeni adayı olmalarına rağmen orta öğrenim geometri yaşantılarından sonra derse karşı olumsuz bir bakış açısına sahip olması, sevmemesi, kısmen sevmesi ya da geometriye karşı nötr olması öğrencilerin geçmiş öğrenim hayatlarında tutumlarını olumsuz etkileyecek bir geometri öğretim sürecine maruz kaldığını düşündürtmektedir. Matematik öğretmeni olarak öğrencilerine geometri dersi anlatmak ve olumlu tutum aşılamak gibi bir sorumluluk yüklenecek olan öğretmen adaylarının oldukça büyük bir kısmının geometriye karşı olumlu tutum beslemeyerek geometri dersi verecek olması düşündürücüdür. Yapılan görüşmelerde öğretmen adayı bir öğrenci geometri yüzünden sayısal alanını bırakmayı planladığını ifade etmiştir. Matematik öğretmeni adaylarının ortaöğrenim hayatlarında geometriye karşı olumlu tutum geliştirmesi sağlanamamış olsa da tutumlarını olumlu yönde değiştirmek için geç kalındığı söylenemez. Öğretmen adaylarının üniversite öğrenimlerinde geometriye karşı bakış açılarını olumlu yönde etkileyecek öğrenme yaşantıları tasarlanmasının mesleki yaşantıları için önemli bir gereklilik olduğu söylenebilir. Ayrıca öğrencilerin geometriyi sevmeme nedeni olarak zihinlerinde canlandıramamalarını belirtmeleri geometri öğretiminde görselleştirme ve zihinde canlandırmayı sağlayacak araç ve yöntemler kullanılması gerekliliğini de ortaya koymaktadır. DGY bu amaçla kullanılabilecek verimli araçlardır.

Yapılan görüşmelerde öğrencilerin geçmiş yıllarda gördüğü geometri dersi öğrenimi ile bu sene görmüş oldukları DGYCG yazılımı kullanılarak gerçekleştirilmiş Geometri-1 dersi arasında farklara yönelik görüşleri irdelenmiş, öğrencilerin mevcut farklılığı olumlu buldukları görülmüştür. Farkı olumlu bulan öğrencilerin Geometri-1 öğrenim sürecinde bilgisayar kullanımının ve dersin işleniş tarzının farklı, keyifli, düşündürücü, ilgi çekici, şaşırtıcı, verimli ve etkileyici olduğunu, geometriyi görselleştirmeyi, somutlaştırmayı, zihinde canlandırmayı, geometrik yapıları ve kavramları görerek tanımayı, çizim ve inşa yapmayı, teorem ve ispatları anlamayı kolaylaştırdığını belirttiği görülmektedir. Dixon (1995) da yaptığı çalışmada DGY'nin görselleştirme becerilerine olumlu katkısı üzerinde durmuştur. Bu yönde görüş bildiren öğrenciler genelleme ve ispat becerisi kazandıklarını, bilgisayar kullanımın hata payını azalttığını, kavram yanılgılarını giderdiğini, bilgilerinin kalıcılığını sağladığını ve vakitten tasarruf sağlayarak öğrenmeyi hızlandırdığını belirtmektedir. Öğrenci görüşlerine paralel olarak Üstün ve Ubuz (2003) da DGY'nin geometride hatırda kalıcılığı artırdığı sonucuna ulaşmıştır.

Öğretmen adayları dersleri bilgisayar ortamında, inşa teknikleriyle ve sorgulayarak öğrenmenin geçmişte gördükleri geometri derslerinden oldukça farklı olduğunu, DGYCG programıyla öğrenmelerini kendileri oluşturarak ve uygulama yaparak çok daha iyi öğrendiklerini ve bunun sonucunda sorgulamayı karakter haline getirdiklerini, sebep sonuç ilişkisi kurmayı öğrendiklerini, daha geniş düşünmeye başladıklarını, yüzeysel olarak bildikleri gerçeklerin bir temele oturduğunu ifade etmişlerdir. Gülburnu (2013) çalışmanın sonuçlarına paralel olarak yaptığı çalışmada DGY ile ders işleme sürecinden sonraki öğrenci görüşlerini incelemiş ve öğretim sonunda bazı öğrencilerin geometriye bakış açısının değiştiği, başarı, özgüven ve kalıcı öğrenmeler edindiği ve bu deneyimin hatırda kalmayı artırdığı sonucuna varmıştır.

Öğretmen adayları dersin soru cevap şeklinde işlenmesinin, soru sorma biçiminin, derste yapılan tartışma ve ispatların bakış açılarını genişlettiğini ve dersi veren akademisyen ve araştırmacının sorgulayan, merak ettiren, dinleyen, derse katmak için çaba gösteren tutumunun geometriye bakış açılarını olumlu etkilediğini ifade etmişlerdir. Öğrencilerin konuya girişlerin merak uyandırıcı olmasını, hikayeleştirilmiş ve günlük hayattan somut örnekleri, derste oluşturulan tartışma ortamında ilginç yanıtların sorgulanmasını farklı, şaşırtıcı, eğlenceli ve ilgi çekici buldukları gözlenmektedir. Süreçte yapılandırmacı yaklaşıma örnek olarak kullanılan 5E modelinin Keser'in (2003) çalışmasına paralel olarak öğretim sürecinde oldukça verimli olduğu ve olumlu sonuç verdiği söylenebilir. Derslerin içeriğine dair olumlu farklılık gözlemleyen öğrenciler geçmiş yıllarda aldıkları geometri dersini ezber bilgiler sunan, "Niçin böyledir?" sorusuna cevap bulamadıkları, bildiklerini bir temele oturtamadan sadece kural ve formülleri öğrendikleri, geometrinin temelini, dilini ve mantığını kavrayamadıkları, sadece test çözdükleri dersler olarak tanımlamaktadırlar. Geçmişte çözdükleri soruları şimdi yaratma eğiliminde oldukları için geometriyi bu şekilde öğrenmenin test çözmeyi ve geometriyi anlamayı daha da kolaylaştırdığını belirtmişlerdir. Öğrenci görüşleri, DGY kullanımının öğrencilerin genelde matematiğe özelde geometriye yönelik görüşlerini olumlu yönde değiştirdiği ve dinamik ortamların başarı ve tutumu olumlu etkilediğini ortaya koyan bazı çalışmaların sonuçlarıyla örtüşmektedir (Güven ve Karataş, 2003; Bedir, 2005). DGY kullanarak yapılan bir başka çalışmada, uygulamanın zaman ve görsellik kazandırdığı, konunun kolay anlaşılmasının sağladığı, dersi monotonluktan uzaklaştırarak eğlenceli hale getirdiği yönünde olumlu katılımcı görüşleri elde edilmiştir (Bağcivan, 2005). Özen ve Köse (2013) de yaptıkları çalışmada DGY'nin faydalı, pratik, ölçülü olması ve düzgün şekil elde etme fırsatı sunması yanında görsellik, somutlaştırma özelliklerinin dikkat çekici olduğundan bahsetmiştir.

Öğrencilerin DGYCG kullanılarak gerçekleştirilen Geometri-1 dersi kapsamında bilgisayar kullanılmasının gerekliliğini sorgulayıp sorgulamadıklarına yönelik görüşleri sorgulandığında derste bilgisayar kullanılmanın gerekliliğini savundukları ve yaşadıkları deneyimi olumlu buldukları açıkça görülmektedir. Benzer bulgulara Can (2010) ve Yavuz ve Can'ın (2010) çalışmalarında da rastlanmıştır.

Öğretim süreci sonunda elde edilen sonuçlar planlanmış teknoloji destekli eğitimin öğrencilerin Öklid Geometrisi ve geometrik ispatlara bakış açısını değiştirebileceğini ortaya koymaktadır. Öğrenciler öğretim sürecinin başında DGYCG kullanımında ve teoremleri ispatlamakta zorlandıklarını ancak ilerledikçe programa, dersin işlenişine ve ispatlara aşinalık kazanarak daha kolay ve anlaşılır bulduklarını ifade etmişlerdir. Sonuçlar Baydaş (2010), Can (2010), Ersoy (2009) ve İpek'in (2010) öğretmen adaylarıyla yaptıkları çalışmalarda öğretim sürecinin ardından adayların geometri dersinde teknoloji kullanımına yönelik bakış açılarının olumlu yönde değiştiği sonucuyla paralellik göstermektedir.

Öğrencilere dersi başaramayacaklarını düşünmelerine sebep olan ve ders sürecinde zorlandıkları noktalar sorulduğunda Öklid Geometrisini soyut bulduklarını ve bunun başlarda gözlerini korkuttuğunu, dersin sayılar kullanılmadan işlenmesi ve soyut olmasının kendilerini zorladığını belirtmiş ancak öğretim sürecinde bakış açılarının olumlu yönde değiştiğini ifade etmişlerdir. Öğretim süreci sonunda geometriye bakışı olumlu değişen öğrenci sayısının fazlalığına rağmen düşük oranda geometriye bakışının olumlu yönde değişmediğini ifade eden öğrencilerin de olması bazı öğrencilerin adaptasyonu için öğretim süresi ve şartlarının yeterli olmadığını göstermektedir. Bu öğrenciler geometrinin problem çözmeye yönelik halini sevdiklerini, kâğıt kalemle anlamanın daha kolay olduğunu, çizim yapmayı sevmediklerini ve çizim yapmakta zorlandıklarını, ispatların ezberlenmesi gerektiğine inandıkları ve ezber yapmakta zorlandıklarını, sınavlar, ödevler ve anketlerin sıkıcı olduğunu ve dersin önyargılarını yıkamadığını belirtmişlerdir. Dersin işleniş temposunu hızlı bulduklarını, ders saatinin az olmasının ve zaman yetersizliği sıkıntısının da onları zorlayan faktörler arasında olduğunu vurgulamaktadırlar. Yapılan çalışmanın bulgularına paralel olarak Bağcivan (2005) ve Vatansever (2007) çalışma bulgularında öğrencilerin çok aktif olamaması, konuların çabuk geçilmesi, uygulamanın gereksiz görülmesi gibi olumsuz öğrenci görüşlerine rastlamıştır. Ders hızı ile ilgili öğrenci görüşleri çalışmanın sonuçlarıyla paralellik göstermektedir. Yapılan bu çalışmalarda da benzer sonuçlara ulaşılması geleneksel yönteme göre düzenlenmiş ders sürelerinin tartışarak, bilgisayar üzerinde ve öğrenmeyi yapılandırarak işleyişe uygun olmadığı ve ders anlatım hızının süreci olumsuz etkilediği kanaatini oluşturmuştur. Yapılan çalışma kapsamında da araştırmacı ders planlarını öğrenme, tartışma ve düşünmeye olanak verecek şekilde uygularken zaman sıkıntısı çekmiştir. Bazı öğrencilerin işleyiş hızını uygun bulmasına rağmen bazıları plana yetişmekte zorlanmış ve sınıf mevcudunun fazlalığı sebebiyle bu öğrencilere fazladan vakit ayırmak her zaman mümkün olamamıştır.

Geometri-1 dersi kapsamında bilgisayar kullanımının geometri öğrenimine ve dersin işlenişine pozitif ya da negatif yönde katkısı olmadığına ya da katkısı olsa da dezavantajlar barındırdığına dair görüş bildiren öğrencilerin zorlandığı ders hızı dışındaki noktalar bilgisayar kullanımında karşılaşılan zorluklardır. Bu zorlukları yaşayan öğrenciler bilgisayara bakmanın göz yorucu olması, bilgisayar kullanımının çok vakit alması ve bilgisayar kullanımının karışık ve bıktırıcı olması sebebiyle derse odaklanamadıklarını ifade etmişlerdir. Dersin bilgisayar laboratuvarında işlenmemesi, bilgisayar taşımanın zor olması, sınıf mevcudunun fazlalığı, derste yer sıkıntısı çekilmesi ve tahtayı görememelerini de süreci olumsuz bulmalarına sebep olan faktörler arasında saymışlardır. Bu gibi güçlüklerin öğrencilerin teknoloji destekli geometri eğitimine ilk kez maruz kalmalarından kaynaklanıyor olabileceği söylenebilir. Öğrencilerin bilgisayar kullanımında öğretim süreci öncesinde pratiklik kazanmaları halinde bu tip güçlükler en aza indirgenebilir.

Öğrencilerin ders sürecinde eğlendiği ve derse katılımlarının oldukça yüksek olduğu gözlemlenmiştir. Moyer (2003) de yaptığı çalışmasında öğrencilerin DGY kullanımıyla sınıfı daha ilginç ve eğlenceli buldukları sunucuna varmıştır. Öğrencilere ders esnasında eğlendikleri, şaşırdıkları, ilgi çekici buldukları noktalar sorulduğunda öğrenciler mantık yürütmeyi, ispatlar hakkında düşünmeyi, diğerlerinden farklı ispat yolları geliştirmeye çalışmayı, bilgisayar üzerinde çizim yaparak ispata ulaşmayı, çizim yapabilmek için yeni yollar denemeyi, ispatlar sırasında ölçüm aracı kullanmadan ispat yapmayı, ders esnasında fikir ve uygulama farklılıklarının özgürce dile getirilmesini, farklı düşüncelerin ifade edilmesini, oluşan tatlı münakaşa ortamını, sınıf ortamında tartışıp yorumlamayı, grup ödevleri yapmayı eğlenceli bulduklarını ifade etmişlerdir. Öğrenciler ders sürecinde kare çizimi yaparken dahi farklı yollardan çizilmeye teşvik edilmelerinin insanın ufkunu açan, düşünmeye zorlayan bir aktivite olduğunu, sadece şekil kullanarak ortaya dengeli, oranlı bir şeyler çıkarabilmenin eğlenceli ve şaşırtıcı olduğunu belirtmişlerdir. Çalışma bulgularına paralel olarak Vatansever (2007) yaptığı çalışmada, DGY ile yapılan öğrenme çalışmalarının öğrenmeyi kolaylaştırdığı, öğrenciyi daha aktif hale getirdiği, geometriye karşı ilgi ve başarma isteğini artırdığını, iş birliğini ve grupla çalışmayı teşvik ettiğini belirterek benzer sonuçlar elde etmiştir.

Öğrenciler öğretim sürecinde ilginç buldukları noktaları keşfederek öğrenmeyi ve deneyimlerini ilgi çekici bulmaktadır. Benzer şekilde İçel (2011) yaptığı çalışmada öğrencilerin DGY ile keşfederek ifade edebildiklerini vurgulamaktadır. Öğrencilerin ders sürecinde ilginç bulduğu deneyimlere örnekler vermeleri istendiğinde geometrik şekillerin çizimleri ve taşınabilmesi, yardımcı elemanların çiziminde çember kullanılması ve bu yöntemlerin üçgenlerin hepsinde uygulanabilir olması, elemanlar DGYCG üzerinde hareket ettirildiğinde doğru şekillerin değişmemesi, hareket ettirilen elemanlar sayesinde genellemeler yapılabilmesi, cetvel kullanmadan iki noktaya eşit uzaklıktaki noktanın bulunabilmesi ve bu sayede sonsuz nokta olacağı sonucuna varılması, gerçek bir noktanın hiçbir zaman çizilemeyecek olması ve çokgen çizimlerinin ilgilerini çektiğini ve onları şaşırttığını ifade etmişlerdir.

Öğretim süresi sonunda öğrencilerin geometri alanında yeterli hissettikleri ve özgüven kazandıkları belirlenmiştir. Öğrencilerden bazılarının ders sayesinde özgüven kazandığını ve sorgulayan bir insan olduğunu görüşlerinde vurgulaması oldukça dikkat çekicidir. Öğrencilerin geometri konularını bu şekilde ayrıntılı ve detaylı bilmediklerine, kabul edilen doğruların nedenlerini daha önceden sorgulamamış olmalarına, çizim konusunda geçmişte yetersiz öğrenim gördüklerine, bir şeklin başka şekiller çizerek de doğabileceğini bilmediklerine üzüldükleri ve kolay olduğunu düşündükleri konuların temellerini aslında hiç bilmiyor olmalarına hayıflandıkları görülmektedir. Ders kapsamında geometrinin ne kadar muhteşem ve kapsamlı bir dal olduğunu, kâinatın geometriyle döndüğünü öğrendiklerini, geometriye dair öğrendikleri konuların onları şaşırttığını, bu dersi almış olmaktan memnun olduklarını ifade ettikleri gözlenmektedir. Çalışma bulgularına paralel olarak Güven ve Karataş (2003) yaptıkları çalışmada öğrencilerin özgüvenlerinin arttığına dair ifadelerini göz önüne alarak DGY'nin öğrencilere matematiksel güven kazandırdığı sonucuna ulaşmıştır.

Öğretim süreci sonunda öğrencilerin yarıdan fazla oranda öğretmen olduklarında geometri dersini araştırma kapsamında DGYCG kullanılarak gerçekleştirilen Geometri-1 dersi öğrenim sürecinde kullanılan tekniklerle öğretmek istediği ve bu yöntemi sadece formül ve soru çözümlerine ayrılan bir dersten daha mantıklı ve faydalı bulduklarını ifade ettikleri belirlenmiştir. Her iki yöntemi harmanlayarak kullanmak isteyen öğrenciler ise her iki yöntemin de faydalı yönleri olduğunu, ders kapsamında kullanılan yöntemin soyut bir dersi somutlaştırmak açısından gerekli olmasıyla birlikte geleneksel yöntemin pratik yapmaya daha uygun olduğunu düşünmektedirler. Öğrenciler sadece geleneksel yöntem kullanımının geometri öğrenmeye değil kuralları anlamadan ezberlemeye sebep olduğu kanısındadır ve DGY'yi geometriyi anlamlı öğrenmede etkili bulmaktadır. Öğrenci görüşlerine paralel olarak Aktümen ve Kaçar (2003) çalışmalarında bilgisayar destekli öğretim yönteminin geleneksel öğretim yöntemine göre daha etkili olduğu ve öğrencilerin matematiğe karşı olumlu tutum geliştirmesine sebep olduğu sonucuna varmıştır.

Öğrencilere bir sonraki öğretim yılında dersi daha verimli hale getirecek öneriler sorulduğunda ders kapsamında kullanabilecekleri yazılı kaynak kitaba ihtiyaç duydukları ve dersin bir ders kitabının olması, fiziki şartların iyileştirilmesi, derslerin bilgisayar laboratuvarında işlenmesi, sınıf mevcudunun azaltılarak, tüm öğrencilerin yer sıkıntısı çekmeden tahtayı görebileceği bir ortam sağlanması, ders saatlerinin ve süresinin arttırılması, dersin iki döneme yayılması, daha fazla inşa çalışmaları yaptırılması ve proje ödevleri verilmesi yönünde önerileri olmuştur. Sınıf ortamının kalabalık olmasının DGY'nin etkin kullanılmasına engel teşkil ettiği yapılan bazı çalışmalarda da ortaya konulmuştur (Güneş ve Baki, 2011).

Öğrencilerin mezun olduktan sonra asistan olarak üniversitede bulunmaları durumunda genel olarak bu ders ile ilgili değiştirmek isteyecekleri noktalara yönelik görüşleri sorulduğunda bilgisayar kullanımına bu şekilde devam etmek isteyeceklerini ifade etmişlerdir. Yapılan bir başka çalışmada da öğretmen adaylarının DGY'yi kalıcı öğrenme, görsellik, dikkat çekme, geometrik ispat yapma, düzgün ve ölçülü şekiller elde etmek vb. amaçlarla derslerinde kullanmayı düşündüklerini ortaya çıkarılmıştır (Açıkgül, 2012). Yavuz ve Can (2010), DGY kullanarak yaptıkları çalışmanın öğretmen adaylarının süreçte DGY ile tanışarak olumlu görüşe sahip olmalarını ve bu yazılımların ne zaman ve nasıl kullanılması gerektiğini, geleneksel eğitimden farklarını, yazılımların geometri öğretimindeki potansiyelini anlamalarına olanak sağladığını dile getirmişlerdir.

Öğrencilerin geçmiş öğrenim hayatında bu ders kapsamında gördükleri şekilde geometri öğrenimi görmüş olmaları halinde üniversite sınav sonuçlarının daha iyi olabileceğine dair düşüncelerinin oluştuğu belirlenmiştir. Ders kapsamında kullanılan yöntemlerle anlatılan bir geometrinin ilgilerini çekeceğini, onları çalışmaya sevk edeceğini ve daha verimli olacağını, bu şekilde yapılan bir öğretimden daha çok faydalanacaklarını belirtmişlerdir. Budak (2000), Baki (1996) ve Uşun'un (2003) çalışmaları da bilgisayar destekli öğretimin başarıyı olumlu etkilediğini ifade eden öğrenci görüşlerini destekler niteliktedir. Öğrenciler ortaokul öğretmeni olmaları durumunda da ortaokul seviyesinde matematiğin temelini anlatmak gerektiğinden okulun fiziki şartlarının uygun olması durumunda teknoloji destekli bir geometri öğretimi vermek istediklerini belirtmişlerdir. Baki ve diğerleri (2009) de yaptıkları çalışmalarda öğretmen adaylarının okulun fiziki koşullarının uygun olması durumunda bilgisayarı derslerinde kullanmak istedikleri sonucuna varmıştır. Öğrencilerden bazılarının geometrinin temelden itibaren derste öğretildiği şekilde öğretilmesinin seviyeye uygun olmayacağından dolayı dersi zorlaştıracağını düşündüğü belirlenmiştir. Açıkgül (2012), yaptığı çalışmada öğretmen adaylarının süreci deneyimledikten sonra, yazılımların kullanımında ortaya çıkabilecek engeller ve sıkıntılara daha gerçekçi yaklaştıkları, ilköğretim düzeyindeki öğrencilerin programı kullanacak düzeyde olmamaları, programı öğretmenin uzun zaman alacak olması ve müfredatın yetişmeme riski gibi sebepleri görerek yazılım kullanımına mesafeli baktıkları sonuçlarıyla örtüşmektedir. Ders kapsamında öğrencilerin karşılaşılabilecek olası zorlukları görmeleri bazı öğrencilerin teknoloji kullanımına mesafeli kalmalarına sebep olmuştur.

5.2. Çoktan Seçmeli Geometri Başarı Sınavına Yönelik Sonuçlar ve Tartışma

DGYCG kullanılarak gerçekleştirilen geometri öğretimi uygulamasının öncesi ve sonrasında matematik öğretmeni adaylarının ÇSGBT puanları arasında anlamlı bir fark olduğu görülmektedir. Ortalamalardaki farklılık öntest ve sontest arasında öğrenmenin gerçekleştiğini göstermektedir. Farkın yapısına yönelik tanımsal istatistikler incelendiğinde sontest skorunun daha yüksek bir ortalama değeri olduğu belirlenmiştir. Öğrencilerin ortalamaları 9.3488 iken DGYCG kullanılarak gerçekleştirilen Geometri-1 öğretimi sonrası 10.5349'a yükselmiştir. Bulunan fark uygulama sonrasında ölçülen geometri başarı puanlarının lehinedir. Buna göre uygulanan teknoloji destekli geometri öğretiminden sonra öğrencilerin geometri başarı düzeylerinde anlamlı düzeyde bir artış meydana gelmiştir. Bu sonuçlar doğrultusunda DGYCG kullanılarak gerçekleştirilen geometri öğretiminin öğrencilerin geometri öğrenme ve başarı düzeylerine olumlu katkı sağladığı ve uygulanan öğretim yönteminin geometri başarısını artırdığı söylenebilir. Ortaya çıkan sonuçlar teknoloji destekli geometri öğretimi ile işlenen derste öğrencilerin akademik anlamda daha başarılı oldukları ve kazanımların daha etkili edinildiği şeklinde yorumlanabilir.

Araştırmanın sonuçları DGYCG kullanılarak gerçekleştirilen geometri öğretiminin öğrencilerin geometri öğrenme ve başarı düzeylerine olumlu katkı sağladığına dair ortaya konulan bazı çalışmalarla paralellik göstermektedir (Baki vd., 2011; Çağlayan, 2014; Doğan ve İçel, 2011; Gecü, 2011; Güven ve Karataş, 2009; Hall & Chamblee, 2013; Hohenwarter et al., 2010; İdris, 2007; Jiang & White, 2012). DGYCG kullanılarak gerçekleştirilen geometri öğretiminin öğrencilerde geometri başarısını (Cantürk vd., 2016; Chan & Leung, 2014; Güven, 2012; Güven ve Karataş, 2009; Özçakır vd., 2015; Aydoğan, 2007; Baki vd., 2004; Başaran Şimşek, 2012; Clark, 2004; Filiz, 2009; Güven ve Karataş, 2009; Güven ve Kosa; 2008; İçel 2011; Selçik ve Bilgici, 2011; Vatansever, 2007), akıl yürütme süreçlerini (Jones et al., 1997; Köse vd.,2013; Presmeg et al.2007; Soldano & Arzarello, 2016) ve problem çözme süreçlerini (Baki vd., 2012; Healy & Hoyles, 2001) desteklediğini ortaya koyan pek çok araştırmanın sonuçlarıyla paralellik göstermektedir. Üstün ve Ubuz'un (2004) DGY kullanarak gerçekleştirdiği çalışmada da DGY kullanılan deney gruplarının son test başarılarında deney grubu lehine anlamlı bir farklılık bulunmuştur. Bedir (2005) yaptığı tez çalışmasında bilgisayar destekli geometri öğretiminin öğrencilerin başarılarını olumlu yönde etkilediği sonucuna ulaşmıştır. Yapılan bazı çalışmalarda başarıyı olumlu etkileyen faktörün DGO'da öğrencilerin kendi bilgilerini oluşturabilmeleri ve hızlı geri bildirim alabilmeleri olduğu vurgulanmıştır (Korenova, 2014; Samkova, 2013).

Bahsi geçen çalışmaların aksine Bağcıvan (2005) yaptığı tez çalışmasında öğretim sürecinde DGY kullanımıyla başarısız öğrencilerin not ortalamalarında artış görülmesine rağmen istatistiksel olarak anlamlı fark oluşmadığını gözlemlemiştir. Bağcıvan'ın araştırmasında farklılık oluşmamasında sebep olarak öğretmenin gösteri amaçlı kullandığı sadece bir bilgisayar ve projeksiyon aracı olması gösterilebilir. Her öğrencinin bilgisayarı olması nedeniyle yapılan çalışmada sonuçların farklılık gösterdiği söylenebilir.

Yapılan araştırmada Öklid Geometrisi ve geometrinin temelleri üzerinde durulmuş, çoktan seçmeli sorular çözülmemiş, sayısal ifadelerden ziyade aksiyom, temel teorem ve ispatlar üzerinde durulmuştur. Sontestler yapıldığında öğrencilerin çoktan seçmeli testler çözdükleri geçmiş tecrübelerinin üzerinden bir sene geçmiş olmasına rağmen başarı ortalamaları ön testlere nazaran yüksek çıkmıştır. Bu sonuç dikkat çekici bulunmuştur. Bu sonuca sebep olan faktörler öğrencilerle yapılan görüşmelerde alınan cevaplarda aranmıştır. Öğrencilerin, geçmiş yıllarda aldıkları geometri dersini ezber bilgiler sunan, "Niçin böyledir?" sorusuna cevap bulamadıkları, bildiklerini bir temele oturtmadan sadece kural ve formülleri öğrendikleri, geometrinin temelini, dilini ve mantığını kavrayamadıkları, geometri denince akıllarına sadece test çözmenin geldiğini, eskiden çözdükleri soruları şimdi yaratma eğiliminde oldukları için geometriyi bu şekilde öğrenmenin test çözmek veya geometriyi anlamayı daha da kolaylaştırdığını belirtmişlerdir. Öğrencilerin üniversite sınavında yaptıkları geometri netini kötü olarak nitelendirdikleri ve geçmiş öğrenim hayatında bu ders kapsamında gördükleri şekilde geometri öğrenimi görmüş olsalardı üniversite sınav sonuçlarının daha iyi olabileceğini ifade ettikleri gözlenmiştir.

5.3. Açık Uçlu İspat Yorumlama- İspat Yapma ve Alan Bilgisi Testlerine Yönelik Sonuçlar ve Tartışma

Bu bölümde AUİYRT, AUİYT, AUTGABT ve öğretim deneyi gözlemlerinin analizinden elde edilen bulgular ışığında öğrencilerin geometri muhakeme düzey ve süreçlerine ilişkin sonuçlar verilecek ve bu sonuçlar alan yazındaki araştırmalarla karşılaştırılarak tartışılacaktır.

DGYCG kullanılarak gerçekleştirilen geometri öğretimi uygulamasının öncesi ve sonrasında matematik öğretmeni adaylarının AUİYRT, AUİYT, AUTGABT puanları arasında anlamlı bir fark olduğu görülmektedir. Ortalamalardaki farklılık öntest ve sontest arasında öğrenmenin gerçekleştiğini göstermektedir. Farkın yapısına yönelik tanımsal istatistikler incelendiğinde son test skorun daha yüksek bir ortalama değeri olduğu belirlenmiştir. AUİYRT ortalamaları 5.3818 iken DGYCG kullanılarak gerçekleştirilen Geometri-1 öğretimi sonrası 22.1455'e yükselmiştir. AUİYT ortalamaları 13.3810 iken DGYCG kullanılarak gerçekleştirilen Geometri-1 öğretimi sonrası 23.2857'a yükselmiştir. AUTGABT ortalamaları 3.35 iken DGYCG kullanılarak gerçekleştirilen Geometri-1 öğretimi sonrası 8.45'e yükselmiştir. Bulunan fark uygulama sonrasında ölçülen geometri başarı puanlarının lehinedir. Buna göre uygulanan teknoloji destekli geometri öğretiminden sonra öğrencilerin ispat yapma ve alan bilgisi düzeylerinde anlamlı seviyede bir artış meydana gelmiştir.

Bu sonuçlar doğrultusunda DGYCG kullanılarak gerçekleştirilen geometri öğretiminin öğrencilerin geometri başarı düzeylerine olumlu katkı sağladığı ve uygulanan öğretim yönteminin geometri başarısını artırdığı söylenebilir. Ortaya çıkan sonuçlar teknoloji destekli geometri öğretimi ile işlenen derste öğrencilerin ispat yapmada daha başarılı oldukları ve kazanımların daha etkili edinildiği şeklinde yorumlanabilir. Ders gözlemlerinin verileri göz önüne ispat sürecinde kullanılan yöntemlerin ve araştırmacı ve gözlemcinin muhakeme hataları üzerine yaptıkları vurgu ya da uyarıların öğrencilerin muhakeme becerilerine katkı sağladığını işaret etmektedir. Almeida (2003), öğretmen adaylarının ispat sürecinde çeşitli zorluklar yaşadıklarını ve bu zorluklara bağlı olarak birçok muhakeme hatası yaptıklarını belirterek bu tür durumların değiştirilmesi ve öğrencilerin ispat yapmak için doğru strateji veya muhakemeler geliştirmelerinde eğitimcilerin doğru müdahalelerinin önemli olduğunu ifade etmiştir. Öğrenciler DGYCG ile zenginleştirilmiş geometri öğretimi süresince öğrencilerin ispatın her aşamasında sebep sonuç açıklamaya ve muhakeme aşamalarını düşünmeye teşvik edilmiştir. Selden ve Selden (2003) yaptıkları çalışmada ispat sürecinde veya öğrenme ortamlarında öğrencilerinin kendi ispatlarını oluşturmalarına fırsat verilerek yaptıkları muhakeme hatalarını fark etmelerini sağlamanın doğru bir muhakemenin kazanılması ve doğru ispatlar yapılması konusunda son derece önemli olduğunu belirtmiştir.

Öğrencilerin öğretim süreci sonrasında matematiksel dil ve notasyon kullanımlarında ve koşullu önermeleri analiz etme becerisinde gözle görülür bir artış görülmüştür. Bir önermeyi anlayarak hipotez ve hükmünü belirleme, koşullu yazabilme, görsel olarak ifade etme konusunda farkındalıklarının arttığı, önermeyi matematiksel olarak anlamlandırabildikleri ve mantıksal çıkarımlarla ifade edebildikleri söylenebilir. Öğrenciler ispat sürecinde yapacaklarını düşünme, planlama, karar verme ve gidiş aşamalarını ifade etmeye başlamışlar, ispat yöntemlerini tanır ve uygulayabilir hale gelmişlerdir. Öğrencilerin verilenler arasında doğru ilişkilendirmeler yaptıkları, çıkarımlarını doğruluğunu gerekçelendirmeye çalıştıkları, kullandıkları özellikleri ve gerekçe adımlarını belirterek, bilinenler yardımıyla, değişkenler kullanarak, sözlü ve görsel ifadelerle destekleyerek açıklaması yeterli ve matematiksel olarak kabul edilebilir doğrularla iddialarını ispatlamaya çalıştıkları belirlenmiştir.

Uygulanan ölçme aracıyla analizi sürecinde öğretmen adaylarının muhakeme sürecinde karşılaştıkları güçlükler belirlenmiştir. Belirlenen öğrenme güçlükleri alan yazındaki diğer çalışmaların sonuçlarını destekler niteliktedir. İspat yorumlama ve yapma sürecinde karşılaşılan güçlükler; matematiksel dil ve notasyon kullanamama, temel geometrik kavram ve kuralları bilmeme ve ilişkilendirememe, geometrik kural ve tanımları doğru kullanamama, ispata gerek duymama – aşikarlık, ispata başlayamama, geçerli bir ispata gidecek yöntemleri bilmeme, belli bir ispat yöntemine bağlı kalma, genelleme yerine örnek ile doğrulama, muhakeme aşamalarını planlayamama - aşamaları sözel ya da görsel olarak ifade edememe, muhakeme aşamalarını atlama, eksik muhakeme, yanlış ilişkilendirme ve gerekçelendirme yapma, çift sütunlu ispatlarda mantıksal bütünlüğü kavrayamama, muhakemeyi sona erdirememe, koşullu ifade ve önermeleri anlamlandıramama- verilen ve isteneni ayırt edememe, koşullu ifadelere eklemeler yaparak anlamı kaybetme, mantıksal niceleyicileri kullanamama olarak belirlenmiştir.

Matematiksel dil ve notasyon kullanamama: Öğretim deneyi gözlemleri ve ispatlama süreçlerini inceleyen ispat testlerinin analizinde geçersiz muhakemede bulunan öğrencilerin matematiksel dil ve sembolleri kullanmada çekingen davrandıkları ve zorlandıkları gözlenmiştir. Matematiksel dil ve notasyon becerisinde eksiklik olan öğrencilerin, verilenleri anlamada güçlük çektikleri ve gerekçelerini açıklarken sözel ifade ve açıklamalarını matematiksel temele dayandıramadıkları, düşüncelerini matematiksel sembol ve gösterimler kullanmadan ilgisiz ifade ve gösterimler kullanarak ya da sözel anlatım yoluyla açıklayarak ifade etmeye çalıştıkları gözlenmiştir. Öğrencilerin bu çabası çift sütunlu ispatlarda verilen boşlukları yeterli bulmamalarına sebep olmuştur. Öğrencilerin verilen bir önermeyi çizim üzerinde matematiksel semboller kullanarak açıklamaları istendiğinde önermeyi bildiklerini ifade etmelerine rağmen şekli üzerinde de doğru notasyonları kullanarak açıklayamadıkları sonucuna varılmıştır. Matematiksel sembollerle anladıklarını ifade edemeyen öğrencilerin kullandıkları dili bilmeden, bilgiyi somutlaştıramayacakları ve zihinlerinde canlandıramayacakları söylenebilir. Belirlenen öğrenci güçlüğü alan yazındaki diğer çalışmaların sonuçlarını destekler niteliktedir. Yapılan bazı çalışmalarda öğrencilerin matematik dilini yetersiz kullanmaları veya matematiksel kavram ve teoremleri anlama bakımından yetersiz olmalarının ispata başlama ve ispat yapmada da yetersiz olmalarına sebep olacağı belirtilmiştir (Moore, 1994; Francisco & Maher, 2005; Generazzo, 2011; Hiebert & Grouws, 2007; Martin & McCrone, 2009; Pulley, 2010; Selden ve Selden, 2003; Sarı, 2011;

Weber, 2009). Öğrencilerin görsel doğrulamaya eğilimleri olduğu ve matematiksel notasyonlardan kaçtıkları öntestte belirgin olarak hissedilirken bu eğilim son testte belirgin olarak düşüş göstermiştir. Öğrencilerin sontestte iddialarını matematiksel notasyonlarla ifade etme eğiliminde oldukları ve bunun için azami gayret gösterdikleri görülmüştür. Kullandıkları sembol ve notasyonları açıklayabilir hale gelmiş, cebirsel açıklamalar yaparak ve değişkenler kullanarak anlaşılır ispatlar yapmışlardır.

Temel geometrik kavram ve kuralları bilmeme ve ilişkilendirememe: Öğretim deneyi gözlemleri ve ispatlama süreçlerini inceleyen ispat testlerinin analizinde belirlenen bir diğer güçlük öğrencilerin geçerli bir şekil ile önermeyi ifade etmesine rağmen, kullandığı geometrik yapıları isimlendirememiş ve sınıflandırmamış olmalarıdır. Öğrencilerin yetersiz geometri bilgilerinin yanlış ya da eksik muhakeme yürütmelerine sebep olduğu söylenebilir. Sorularda kullanmaları için verilen doğru önermelerin doğruluğunu geometri bilgilerine güvenmeyip sorguladıkları ve sorularda verilen önermelerin doğruluğuna güvenerek cevaplamaktan çekindikleri görülmektedir. Alan bilgisini ölçmeye yönelik yapılan öntestlerde matematik alanında bilinmesi gereken temel kavramların başında olan teorem kavramını tam ve geçerli bir tanımla açıklayabilen öğrenci oranının oldukça düşük olduğu belirlenmiştir. Öğrencilerin aksiyom kavramını teorem kavramıyla karıştırdıkları ve aksiyomun ne olduğuna dair fikir sahibi olmadıkları görülmektedir. Ortaöğretim geometri müfredatında yer almasına rağmen öntestte ancak birkaç öğrencinin net ve doğru bir tanım yapabilmiş olması öğrencilerin lise yıllarında bu kavramı ezberlenmesi gereken bir tanım olarak öğrendikleri ve kavrayamadıkları şeklinde yorumlanabilir. Öğretim süreci öncesinde yapılan değerlendirmeler öğrencilerin ve aksiyom kavramına yabancı olduğu, Öklid aksiyomlarını bilmedikleri ve geometrik aksiyomlar ile ilgili herhangi bir geçmiş bilgiye sahip olmadıklarını göstermiştir. Öğrencilerin geometri dilini doğru terminoloji ile kullanabilmeleri etkili bir geometri öğrenimi için gereklidir. Öğrencilerin kullandığı matematiksel dil matematiksel düşünmede etkilidir. Öğrencilerin temel geometrik kavramın tanımı ve kavrama karşılık gelen anlam bilgisinin yetersizliği matematiksel bir dille verilen diğer kavramları yorumlamalarında büyük bir engel olabilir. Bu bulgular alınyazındaki öğretmen adaylarının temel geometrik kavramlarla ilgili sıkıntıları olduğunu gösteren çalışmalarla (Çetin ve Dane, 2004; Duatepe, 2000; Mayberry, 1983; Pickreign, 2007) ve geometri öğreniminde öğretmen adaylarının temel geometrik kavramları ilgili yaşadığı sorunları ortaya koyan çalışmalarla (Mayberry, 1983; Mitchelmore, 1997; Özsoy ve Kemankaşlı, 2004; Ubuz, 1999; Ubuz ve Üstün, 2003; Üstün 2003; Yenilmez ve Yaşa, 2008; Van Hiele, 1986) paralellik göstermektedir.

Öğretim süreci öncesi öğrencilerden teorem ve aksiyom kavramlarına örnek vermeleri istendiğinde öğrencilerin matematiksel örnekler verdiği ve örnek olarak geometri ile ilgili bir teorem ya da aksiyom yazan öğrenci olmadığı belirlenmiştir. Öğrencilerin geometri ile ilgili bir teorem örneği verememeleri bu kavramların matematik dersine ait olduğu ve geometri dersinde kullanılmadığına dair bir yanılgıya sahip oldukları ya da lise yıllarında geometriyi işleyiş biçimlerinden ve teorem ispatlamaya yönelik öğrenim görmemiş olmalarından kaynaklandığı kanısına varılmıştır. Öğretim süreci sonrasında öğrencilerin Öklid geometrisi kapsamında teorem ve aksiyom örnekleri verdiği ve temel geometrik alan bilgisini yapılandırarak kullanabildikleri söylenebilir. Elde edilen sonuçlar öğretim sürecinin geometrik kavramların inşası, doğru içerikle kullanımı ve kavramları ilişkilendirme becerisine olumlu etkisi olduğu yönünde değerlendirilebilir. Doğru cevap sayısında gözlenen belirgin artışın derste temel kavramlar üzerinde durulması ve bu kavramlar üzerine yapılan ödevlendirilmelerin sonucu olabileceği düşünülmüştür. Öğretim süreci öncesinde öğrencilerden temel geometrik kavramları açıklayarak aralarında ilişkilendirme yapmaları istendiğinde soruya cevap vermedikleri ya da tamamen anlamsız kabul edilebilecek cevaplar verdikleri görülmüştür. Öğrenciler soruyu yanlış anlamış, anlamasalar da bir cevap vermiş ve ilişkilendirme yapamamışlardır. Kavram yanılgılarından kaynaklı rastlanan en büyük hatanın açı kenar açı benzerliğini iddialarını açıklama gerekçesi olarak göstermiş olmalarıdır. Birçok öğrencinin benzerlik ve eşlik kavramları ile ilgili yanlış bir algıya sahip oldukları ve iki üçgenin benzerliği için sebep olarak açı kenar açı benzerliğini öne sürmüş oldukları görülmüştür. Temel geometrik kavramları bilmeme ve kavram yanılgıları nedeniyle ispatı tamamlayamamışlardır. Öğrencilerin temel geometrik alan bilgisi ile ilgili dikkat çeken bir diğer nokta gerekli kavram ve tanımları bildiklerinde de doğru ilişkilendirme yapmakta güçlük çekiyor olmalarıdır. Öğretim süreci sonrasında öğrencilerin dörtgenlerin sınıflandırılmasıyla ilgili yaşadıkları kafa karışıklığını aşmış oldukları belirlenmiştir.

Geometrik kural ve tanımları doğru kullanamama: Öğretim deneyi gözlemleri ve ispatlama süreçlerini inceleyen ispat testlerinin analizinde en sık rastlanan güçlük öğrencilerin ne yapmaya çalıştıkları ve muhakemeleri çok açık olsa da kullandıkları teoremleri belirtmemeleri, çözüm sürecini yeteri kadar açıklayamamaları, neden belirtmeden ulaşmak istedikleri sonuçları öne sürmeleri olmuştur. Öğrencilerin tanım ve teorem bilgilerinin eksikliğinin yanında onları nerede kullanacakları bilgisine sahip olmamaları geçersiz muhakeme yapmalarına ve ispata başlayamamalarına sebep olmaktadır. Çalışmada elde edilen verilere paralel olarak Weber (2001), lisans düzeyinde yer alan öğrencilerle yaptığı bir çalışmada öğrencilerin tanım ve kavram bilgisine sahip olmalarına rağmen bu tanım ve kavramları nasıl ve nerede kullanacaklarını bilemedikleri sonucuna varmıştır. Bu durum öğretmen adaylarında gerekli bir matematiksel alt yapının var olmasına rağmen kullanacakları aksiyom teorem ve özellikleri kestiremedikleri, gerekçelendirme muhakeme ve ilişkilendirme yapmakta zorlandıkları sonucunu ortaya çıkarır. Knapp (2006) yaptığı çalışmada, öğrencilerin tanımı bilse de kullanamadıklarını, tanımı bilmekle birlikte ne zaman ve nasıl kullanılması gerektiğini bilmenin de önemli olduğunu belirtmiştir. Sarı ve Uzun (2013) yaptığı araştırmada öğretmen adaylarının matematiksel kavram ve sembolleri ispat sürecinde doğru kullanabilmeleri için bu kavramların ne zaman ve nasıl kullanılması gerektiğini bilmelerinin son derece önemli olduğunu belirtmiştir. Knapp (2006) karşılaşılan bu güçlüğün sebebinin kural ve tanımların doğru algılanmaması olduğunu ifade etmiştir. Edwards ve Ward (2004) yaptıkları çalışmada öğrencilerin matematiksel terimleri hatalı kullandığını ve bunun anlamalarına olan etkisini fark edemediklerini belirtmiştir. Öğrencilerin bazı tanım ve kavramlarla ilgili gerekli altyapıya sahip olmasına rağmen bu altyapıyı doğru kullanamamaları mevcut çalışmalarla ilgili sonuçları desteklemektedir. Öğrenciler gerekçe kısmına yazdıkları ifadenin özellik mi yoksa teorem mi olduğuna karar verememişler ve bildikleri tanım ve teoremleri yanlış yerlerde kullanmışlardır. Tanım bilgisine sahip oldukları halde verilen çift sütunlu ispatlarda tanım bilgilerini kullanamadıkları, içters açı teoremlerini bildikleri halde kullanamadıkları ya da kullanmalarına rağmen mantıksal çıkarım yaparak sonuca ulaşamadıkları görülmüştür.

İspata gerek duymama – Aşikârlık: Öğretim deneyi gözlemleri ve ispatlama süreçlerini inceleyen ispat testlerinin analizinde rastlanan güçlüklerden biri öğrencilerin sezgisel olarak iddialarının doğru olduğunu düşündükleri anlaşılsa da açıklama yapmaya ya da iddialarını gerekçelendirmeye ihtiyaç duymamış olmalarıdır. VanSpronsen (2008) yaptığı çalışmasında öğrencilerin ispat sürecinde bazı önermeleri doğrudan kabul ederek doğruluğunun açık olduğunu düşündüklerini ve bazı önermelere yönelik gerekçelendirme yapmak istemediklerini ifade etmiştir. Muhakemesi geçersiz olarak değerlendirilen öğrencilerin "Çünkü öyle düşünüyorum.", "Böyle olmalı.", "Mantıklı olan budur.", "Bana göre budur." gibi ifadelerle cevaplarını açıklamaya çalıştıkları görülmüştür. Öğrencilerin bu ifadeleri ispatın geçerliliğinin değerlendirmeyi yapan kişiye göre değiştiğini düşündüklerini göstermektedir. Bu durum başka çalışmalarda (Healy & Hoyles, 2000; McCrone & Martin, 2009) ortaya çıkan, öğrencilerin duruma ve kişiye göre farklı ispat standartları ve yöntemleri olabileceğini düşündükleri sonucunu desteklemektedir.

Selden ve Selden (2007) de çalışmalarında, öğrencilerin basit ispatları yapmakta zorlandıklarını ifade ederek bu durumu aşikârlık engeli olarak tanımlamışlardır. Öğrencilerden her adımı ve gerekçe olarak kullandıkları teoremi açık ve net ifadelerle yazmaları istense de ispat basamaklarını bildikleri anlaşılmasına rağmen açıklamalarını kısa tutmaları, kullandıkları teoremleri açık ve net ifade etmemeleri, geometri bilgilerine güvenemiyor olmalarından ya da her şey çok açık olduğunda ispat aşamalarını ve gerekçelerini detaylı açıklamayı gereksiz bulmalarından kaynaklandığı söylenebilir. Öğretim sürecinde de öğrencilerin en basit ve açık görünen ispatları yaparken kendilerini ifade etmekte zorlanmaları araştırmacının dikkatini çekmiştir. Böyle durumlarda öğrenciler ara aşamaları atlamaktadırlar. Durumun aşikârlığı öğrencilerin ispat sürecinde karar vermesini zorlaştırmaktadır. Öğrencinin ne yapmak istediği ve gidiş yolunu anladığı açık olmakla birlikte gerekli kavram ve bilgiye sahip olmasına rağmen elde ettiği sonucu açık ve net olarak ifade etmediği görülmektedir. Öğrencilerden şekli incelemeleri, verilenleri açık ve net şekilde ifade etmeleri, ispatın geçerliği için uygun iddiaları belirlemeleri, gerekli adımları yapıp her adımda gerekçe göstererek yapılanları özetlemeleri beklenmiştir. Öğretim süreci sonunda öğrencilerin ispat yaparken adımları gerekçelendirmedikleri, bildikleri ve dayandıkları teoremi belirtme ihtiyacı hissetmedikleri durumlar azalmış, verilenleri ve yaptıkları muhakemeyi sembol ve kurallarla ifade etme eğilimleri artış göstermiştir. Yapılan birçok çalışma ispat sürecinde öğrencilerin muhakeme süreçlerini açıklama konusunda teşvik edilmesinin; doğru muhakemeler geliştirmelerine ve geçerli ispatlar oluşturmalarına katkıda bulunduğunu göstermektedir (Martin & McCrone, 2009; Pulley, 2010; Öztürk, 2016; Erdem, 2015; Francisco & Maher, 2005; Generazzo, 2011; Hiebert & Grouws, 2007; Hsu, 2010; Lee, 1999). Öğretim sürecinde öğrenciler muhakeme süreçlerini adım adım DGY'nin da yardımıyla açıklamaları konusunda teşvik edilmiş, süreç ilerledikçe muhakemelerini gerekçelendirmek için gayret etmiş ve geçerli ispatlar oluşturmuşlardır.

İspata başlayamama: Öğretim deneyi gözlemleri ve ispatlama süreçlerini inceleyen ispat öntestlerinin analizinde herhangi bir şey belirtme gereği duymadan ispat sorularını boş bırakmış öğrenciler yüzde olarak teste giren öğrencilerin yarısından fazlasını oluşturmaktadır. Öğrencilerin verilenleri şekil üzerine aktarılması istendiğinde "İki doğrunun paralel olduğu" önbilgisini şekil üzerinde göstermeden soruyu boş bırakmış oldukları görülmektedir. Bu oranın çokluğu öğrencilerin geçmiş yaşantılarında ispat konusunda ciddi eksiklikleri olduğunu göstermektedir. Öğrencilerin ispata yönelik yaşantılarının eksik olduğu düşünülmüştür. Öğrencilerden birçoğunun herhangi bir fikir yürütmeye gerek duymadan soruyu boş bırakma eğiliminde oldukları görülmektedir. Bu sorunun kaynağında öğrencilerden ispat yapmaları istendiğinde zorluk seviyesini yüksek bularak soruya önyargılı yaklaşmaları olabileceği söylenebilir. Öğretmen adaylarının ispata dair olumsuz görüşleri ispata başlayamamalarına sebep olabilir. Literatürde yer alan pek çok çalışmada (Chazan, 1993; Cooper et al., 2011; Çalışkan,2012; Healy & Hoyles, 2000; Harel & Sowder, 1998, Knuth et al., 2012; Bayazıt, 2009) benzer duruma rastlanmıştır.

Öğretim sürecinde yapılan analizlerde rastlanan dikkat çekici bir unsur öğrencilerin ispata başlayamama sebebi olarak sorunun içeriğinde soruyu cevaplamaya yetecek kadar sayısal veri olmadığını düşünmeleri olmuştur. Mantıksal muhakeme yapmaya yetecek veri olmasına rağmen öğrencilerin bu yorumlarından, mantıksal yargıda bulunmaktan çok verilenleri sayısal olarak ölçme ihtiyacı hissettikleri ve sayısal olarak ölçüm yapamadıklarında kendilerinden emin olamadıkları söylenebilir. Şekle bakarak, akıl yürütmeden, herhangi bir çıkarımı test etmeden karar verdikleri için eleştirel düşünmeden uzak ezberci bir yaklaşım içinde oldukları, analiz etme ve irdeleme becerilerinin düşük olduğu düşünülebilir. Öğrencilerin matematik ve ispatı ezberlenmesi gereken prosedürler olarak görmeleri (Jones, 1997; Kannemeyer, 2005), ezber stratejiyle başarılı olabileceklerine inanmaları (Crawford et al., 1994), matematiği anlamak yerine hatırladıklarına odaklanmaları (Lithner, 1998) matematiksel akıl yürütme ve ispatlama becerilerinin gelişmesinin önündeki bir engeldir.

Geçerli bir ispata gidecek yöntemleri bilmeme: Öğretim deneyi gözlemleri ve ispatlama süreçlerini inceleyen ispat testlerinin analizinde rastlanan güçlüklerden biri öğrencilerin nereye varmak istediği açık olmakla birlikte nasıl ilerleyeceğine dair fikre sahip olmamalarıdır. Öğrenciler ispata nereden başlayacaklarını ve iddialarını hangi yollarla destekleyebileceklerini bilmemektedirler. Öğrencilere bildikleri ispat yöntemleri sorulduğunda sadece doğrudan ispat yöntemi hakkında bilgi sahibi oldukları ancak bu ispata dair fikirlerinin tanım bilgisinin ötesine geçmediği görülmüştür. Öntestlerde bazı öğrenciler doğrudan ispat dışında yöntemler kullansa da ispat yöntemini refere edememişlerdir. Önermeyi sezgisel olarak aksine örnek vererek çürüten bazı öğrencilerin kullandıkları yöntemin adını ve nasıl kullanıldığını belirtemedikleri görülmektedir. Bu öğrencilerin geçerli bir ispatın nasıl olacağına dair fikir sahibi olmadıkları söylenebilir. İncelenen bazı cevaplarda bu öğrenciler bilgiyi ve varmaları istenen sonucu görsel şekilde ifade etmiş, bazı cebirsel karalamalar yapmış, sadece bir örneğe ya da şekle bağlı kalarak önermenin doğruluğunu savunmuş ve bu şekilde ispatı tamamladıklarını sanmışlardır. Geçmiş bilgilerinden önermenin doğru olduğunu sezgisel olarak anlasalar da matematiksel sürecin ifade edilmediği bu tip ispat denemeleri geçerli ve yeterli değildir. Yapılan çalışmalara bakıldığında çalışma bulgularına benzer olarak öğrencilerin ispatları boş bırakmamak için sayısal değerler kullanarak geçersiz ispatlar oluşturdukları belirtilmektedir (Andrew, 2009; Almeida, 2000; Sarı, 2011; Stylianides & Stylianides, 2009)

Öğrenciler geçerli ispatı seçmeleri istenen sorularda daha fazla matematiksel notasyon kullanılan şıkkı doğru kabul etmişlerdir. Benzer şekilde yapılan birçok çalışmada da ortaöğretim seviyesinde veya üniversite 1. sınıf seviyesinde yer alan öğrencilerin ispatları yaparken sayısal değerlere yöneldikleri ve geçerli olmayan ispatlar oluşturmalarına ve geçerli olmayan bu tip ispatları doğru kabul etmelerine yol açan muhakeme hataları yaptıkları vurgulanmaktadır (Andrew, 2009; Almeida, 2000; Sarı,2011; Stylianides & Stylianides, 2009). Öğrenciler kendilerine daha fazla matematiksel ve sayısal veri içeren ve yanlış sonuca ulaşan bir gerekçelendirme sunulduğunda bu cevabı ispat olarak kabul edebilmektedirler. Martin ve Harel (1989) ile Healy ve Hoyles'un (2000) çalışmalarında da bu eğilimden bahsedilmektedir. Yapılan araştırmanın sonuçlarına paralel olarak Russell (1999) yaptığı çalışmasında öğrencilerin muhakeme eksikliklerine bağlı olarak konunun iyi kavranmaması sonucu, matematiksel bir temeli olmayan, anlık uydurulmuş veya eksik düşünülmüş geçersiz ispatlar oluşturduklarını gözlemlemiştir (Andrew, 2009; Sarı, 2011; Selden ve Selden, 2003, 2007; Weber, 2005). Benzer şekilde ispat sürecinde öğretmen adaylarının ispat yöntemlerini doğru kullanamadıkları ve bu şekilde muhakeme hataları yaptıkları belirlenmiştir. Selden ve Selden (2003) çalışmalarında ispat yöntemlerinin uygun durumlarda kullanılmaması sonucu oluşan ispatları mantıksal olarak hatalı ispatlar ya da muhakeme hataları içeren ispatlar olarak değerlendirmişlerdir.

Belli bir ispat yöntemine bağlı kalma: Öğretim süreci öncesinde öğrenciler geçerli ispatlarında doğrudan ispat yöntemi kullanmış ya da kullandığı yöntemin adını ve nasıl kullanıldığını bilmeseler de sezgisel olarak aksine örnek vererek bir önermeyi çürütebilmişlerdir. Öğrencilerin öğretim süreci zarfında ve sonunda öğrenilen ispat yöntemlerini kullansalar da bu iki yöntemi ağırlıklı olarak tercih ettikleri görülmektedir. Ulaşılan sonuç Zaimoğlu'nun (2012) 8. sınıf öğrencileri ile yaptığı çalışmada, "Öğrenciler yanlış bir ifadeyi çürütmede başarısızdırlar." bulgusuyla çelişmektedir. Daima belirli bir yöntemi kullanan öğrenciler bütün sorular için geçerli cevaba ulaşamamışlardır. Alcock ve Inglis (2008) çalışma bulgularına paralel olarak öğrencilerin belirli bir ispat yöntemini diğerlerinden daha fazla kullanarak ispatı sonuçlandıramadıklarını belirtmişlerdir. Sarı (2011) da doktora tezi olarak yaptığı çalışmasında öğretmen adaylarının başlangıçta karşıt ters ispat yöntemi ile başka ispat yöntemlerini karıştırdıkları ve ispat yöntemlerini doğru kullanmadıklarını gözlemlemiş ve yapılan sınıf içi ispat etkinliklerinden sonra bu durumun değişebileceğini ifade etmiştir. Öğretim süreci sonunda öğrencilerin yaptıkları akıl yürütmeyi ve kullandıkları ispat yöntemini belirterek gerekçelendirmek için çaba gösterdikleri görülmektedir. Bulgular bu durumun değişebileceğini ifade eden Sarı'nın (2011) sonuçlarıyla paralellik göstermektedir.

Genelleme yerine örnek ile doğrulama: Öğretim deneyi gözlemleri ve ispatlama süreçlerini inceleyen ispat testlerinin analizinde rastlanan güçlüklerden birinin öğrencilerin ispat yapma ile örnek vererek doğrulama arasındaki ayrımın farkında olmaması, destekleyici örneklerle yapılan örneğe dayandırılan doğrulamanın bir ispat olamayacağını ve evrensel bir önermeyi kanıtlamak için yeterli olmadığını anlayamamalarıdır. Öğrencilerin, verilen örnek yanlış olmadıkça örnek ile doğrulamayı ispat olarak kabul ettikleri görülmektedir. Denenen örnek sayısı arttıkça da ispatın inandırıcılığının arttığı ve doğruluğunun güçlendiğine inanan öğrenciler cebirsel olarak yapılan ispata şüpheyle yaklaşmış, ispat argümanlarını incelemeleri istendiğinde ispat için tek kanıtın yeterli olmadığını ve birden fazla örnek verilmesi gerektiğini ifade ederek fazla örnek verilen argümanı doğru kabul etmişlerdir. Ayrıca örnekler üzerinde ölçüm araçları kullanmanın, sayısal değerler denemenin ispatın inandırıcılığını artırdığını düşünmektedirler. Bu durum Özer ve Arıkan'ın (2002) öğrencilerin olarak çoğunun ispat yapabilme düzeylerinin düşük olduğu ve öğrencilerin ispatları sayısal değerler vererek yapmaya çalıştıkları sonucunu desteklemektedir. Literatürde yapılan birçok çalışma (Erdem, 2015; Francisco & Maher, 2005; Generazzo, 2011; Hiebert & Grouws, 2007; Martin & McCrone, 2009; Öztürk, 2016; Pulley, 2010; Sarı, 2011; Selden ve Selden, 2003; Weber, 2009) da ispat sürecinde kullanılan yaklaşımlar, öğretim yöntemleri ve öğrencilere ispatlarını kendileri oluşturmaları için verilen fırsatların öğrencilerin doğru muhakemeler geliştirmelerine katkı sağladığını belirtmektedir. Bu bağlamda öğretim sürecinde kullanılan yöntemlerin verimli olduğu sonucuna varılabilir. Öğrencilerin yaptığı bu hatanın görsel olarak ikna olmak istemelerinden ve somut veriler ışığında daha kolay genelleme yapmalarından kaynaklandığı söylenebilir. İspata dair bilgi eksikliği ve örnekte sağlanan durum dışında bir durum öngöremiyor olmaları da bu tip bir hataya sebebiyet verebilir.

Öğrenciler matematiksel olarak doğru ve geometrik teoremlere dayanan argümanları örnekle doğrulamaya göre oldukça karmaşık bulmuşlardır. Arslan'a (2007) göre öğrencilerin cebirsel ifadeler kullanarak genellemeye ulaşma eğilimi düşüktür. Zaimoğlu (2012) da öğrencilerin cebirsel ispatı tercih etmediklerini ifade etmiştir. Yapılan bir başka çalışmada da öğrencilerin ispat yaparken cebirsel ifadelerdense görsel ve sözel anlatım yöntemlerini kullandıkları belirlenmiştir (Cooper et al., 2011).

Öğrencilerin verilenlere değil görsel temsillere dayanarak muhakeme yapma eğiliminde oldukları gözlenmiştir. Öğrencilerin birçoğu matematiksel ispatın varlığını taslakta görünene bakarak sorgulama eğilimindedirler (Chazan, 1989; Martin & Harel, 1989). Öğrencilerin özellikle verilen bir önermenin ispatını içeren argümanları analiz ederken bu kavram yanılgısına düştükleri görülmüştür. Chazan bu tip bir kavram yanılgısını "Örneklerin ölçülmesi" olarak adlandırmıştır. Çalışmada rastlanan bir başka dikkat çekici unsur öğrencilerin yaptığı matematiksel ispata ek olarak soruda istenmediği halde sözel bir örnek vererek temsil üzerinden ispatlarını açıklamaya gitmeleri olmuştur. Bu mantıkta olan öğrencilerin örnek ile doğrulamanın ispatın inandırıcılığını artırdığı fikrine sahip olduğu düşünülmektedir (Andrew, 2009; Almeida, 2000; Sarı, 2011; Stylianides & Stylianides, 2009). Stylianides ve Stylianides (2009) yaptıkları çalışmalarında, birçok öğrencinin matematiksel bir ifadenin ispatını tam anlamıyla yapamayacaklarını düşündükleri zaman cevap olarak bir şeyler yazmaya çalıştıkları ve genellikle bir örnek durumla ifadelerini ispata yöneldiklerine dair sonuçlara rastlamıştır. Öğretim süreci sonunda yapılan testlerde öğrencilerin ispat konusunda doğrulama geçerli ve yeterli olmasa da doğrulamayı "genellemeye götürmeyen ispat" olarak isimlendirerek bir kavram yanılgısına düştükleri gözlenmiştir. Öğretim süreci sonunda iddiasını gerekçelendiren öğrenciler mantıksal çıkarımlarına genellenebilirlik kazandırmaya çalışmış, verilen ispatın önermenin olası tüm durumlarını kapsaması gerektiğine yönelik vurgularda bulunmuş, sayısal veriler kullanılarak yapılacak ispatın tüm sayılar tek tek denemeyeceğinden geçersiz olacağını belirtmişlerdir. Bu bağlamda öğrencilerin geçerli bir ispatın nasıl olması gerektiğine dair farkındalıklarının geliştiği söylenebilir.

Muhakeme aşamalarını planlayamama- aşamaları sözel ya da görsel olarak ifade edememe: Öğretim süreci öncesinde yapılan testlerde gözlemlenen sonuçlardan biri öğrencilerin sezgisel olarak iddialarının doğruluğuna emin oldukları bazı durumlarda, ifadenin doğru veya yanlış olduğuna dair hiçbir gerekçe bulmamış, ispatlarını şekil üzerinde görsel olarak ifade etmeye çalışmış, düşündüklerini yazıya aktaramamış, gidiş yollarını planlamamış ve ifade edememiş olmalarıdır. Bu durum Sarı ve Uzun'un (2013) yaptıkları çalışmada öğrencilerin ispatları nasıl oluşturacağına karar vermeye çalışırken sezgisel olarak ikna oldukları durumlarda dahi formel ispatlar yapmakta zorlandıkları sonucuyla paralellik göstermektedir. Geçmiş öğrenim deneyimlerinde olduğu gibi sadece cevabı yazmalarının ispatı geçerli kılacağını düşünmüşlerdir. Stylianides ve Stylianides (2009) de çalışmalarında, bazı öğrencilerin soruyu çözemediklerinde yanıt olarak bir şeyler yazdıklarını ve bunun karşılığında puan almayı beklediklerini ifade etmişlerdir.

Öğretim süreci sonunda yapılan ispatlarda öğrencilerin ikna edici bir şekilde açıklamak için planladıkları muhakemeyi, düşünme ve karar verme aşamalarını sözel ve matematiksel bir formata dönüştürerek ifade etmeye çalıştıkları görülmüştür. Erdem (2015) yaptığı çalışmada öğretmen adaylarına öğretim sürecinde kendi ispatlarını oluşturma fırsatının tanınmasının doğru bir ispata gidecek muhakemeler geliştirebilmelerine yardımcı olduğunu belirtmektedir. Öğretim sürecinde öğrencilerin DGY kullanarak aktif bir şekilde kendi ispatlarını oluşturma çabaları, sorular sorabildikleri ve birbirlerinin muhakemelerini değerlendirebildikleri öğrenme ortamlarında matematik dil ve muhakeme becerilerinin pozitif yönde geliştiğine dair Öztürk'ün (2016) çalışmasının sonuçlarıyla da paralellik göstermektedir. Yapılan birçok benzer çalışmada (Altıparmak ve Öziş, 2005; Hartman, 201; Heinze & Reiss, 2009; Erdem 2015; Kramarski, 2004; Kramarski & Zoldan, 2008; Reis & Renkl, 2002; Sarı ve Uzun, 2013; Yankelewitz et al., 2010) da benzer şekilde öğrenme ortamlarında öğrencilere kendi ispatlarını oluşturma ya da fikirlerini sunma fırsatlarının verilmesinin onların doğru muhakemeler geliştirmelerine katkıda bulunabileceği ifade edilmiştir. Öğrencilerden verilenleri görsel olarak ifade etmeleri istendiğinde öğrencilerin verilenleri tekrar yazdığı ve görsel olarak ifade edemedikleri ve şekil üzerine taşıyamadıkları görülmüştür. Öğrencilerin ortaöğretim hayatında çoktan seçmeli sınavlara maruz kalması, sürecin önemsenmediği sonuca odaklanma gibi davranışlara yol açabilir (Delice, 2013). Delice (2013), görsel verileri kullanan öğrencilerin imajları kâğıt üzerine geçirirken zorlanmalarının ve gerçek yaşam ile ilişkilendirememelerinin sebebinin zihinsel-görsel temsiller arasındaki bağlantının sağlanamaması olduğunu ifade etmiştir.

Muhakeme aşamalarını atlama, eksik muhakeme: Öğretim deneyi gözlemleri ve ispatlama süreçlerini inceleyen ispat testlerinin analizinde en sık rastlanan güçlük öğrencilerin neye varmak istedikleri çok açık olmasına rağmen planlama yapamamaları olmakla birlikte yaptıkları planlamalarda da muhakeme aşamalarını atlayarak eksik muhakemelerde bulunmaları olarak belirlenmiştir. Tanım ve teoremleri kullanırken sıralamaya bağlı kalamamış, mantıksal sıralamada hatalar yapmışlardır. Öğrencinin muhakeme aşamalarını eksik bıraktığı ve atladığını fark etmemesi uygulama aşamasına geçemeden ezberlenmiş bilginin aktarılmaya çalışılması şeklinde anlaşılabilir. Yapılan bazı çalışmalarda öğrencilerin matematik dilini yetersiz kullanmaları veya matematiksel kavram ve teoremleri anlama bakımından yetersiz olmalarının ispatı planlama ve ispat yapmada da yetersiz olmalarına sebep olacağı belirtilmiştir (Moore, 1994; Francisco & Maher, 2005; Generazzo, 2011; Hiebert & Grouws, 2007; Hsu, 2010; Martin ve McCrone, 2009; Öztürk, 2016; Pulley, 2010; Sarı,2011; Weber, 2009). Böyle durumlarda yazdıkları eksik ispatlar mantıksal olarak hatalı ispatlar (Selden & Selden, 2003) olarak değerlendirilebilir ve bu ispatları ezberlemiş oldukları bilgileri hatırlayarak ya da taklit ederek yazmaya çalıştıkları sonucu çıkarılabilir.

Yanlış ilişkilendirme ve gerekçelendirme yapma: Öğretim deneyi gözlemleri ve ispatlama süreçlerini inceleyen ispat testlerinin analizinde öğrencilerin verilen nedenin sonucu olan çıkarımı yapmakta zorlandıkları ve yapılan çıkarımın nedenini görmekte zorlandıkları belirlenmiştir. Yazılması istenen neden ve önermelerde alakasız ifade ve gösterimler ve yanlış ilişkilendirmelerde bulunmuş, matematiksel gerçeklikten yoksun yoruma dayalı ifadelerle gerekçelendirme yapmaya çalışmışlardır. Aşamalar arasında bağlantı sağlayamayacak gerekçeler sunarak ispatı tamamladıklarını düşünmektedirler. Mantıksal sonuçları fark edip uygulayamamaktadırlar. McCrone ve Martin (2009) de öğrencilerin, mantıksal sıradaki hataların ispatlarını geçersiz kılmayacağını düşündüklerini; bunun sebebinin ise okullarda mantıksal hatalara rağmen öğrencilerin sınavlardan puan alabilmesi ve doğru olmasa da yapılan bir muhakemenin ispat olarak tanımlanıyor olması olabileceğini belirtmişlerdir. Öğrenciler özellikle gerekçe yazmakta sıkıntı yaşamaktadırlar. Verilen ifadeleri anlamlandırmadıkları, neden yazılması gereken sütunlara bir önerme ve önerme yazılması gereken sütuna neden yazdıkları ve sebep sonuç ilişkisini dikkate almadıkları görülmüştür. Bu durum özellikle çift sütun ispatlarda belirgin bir şekilde karşımıza çıkmaktadır.

Çift sütunlu ispatlarda mantıksal bütünlüğü kavrayamama: Öğretim deneyi gözlemleri ve ispatlama süreçlerini inceleyen ispat testlerinin analizlerinde öğrencilerin çift sütunlu ispatları kullanmakta zorlandıkları belirlenmiştir. Öğretim süreci sonunda öğrencilerin belli bir geometri altyapısına sahip oldukları düşünülmektedir. Ayrıca öğrencilerin sözel ispat yöntemlerinde sahip oldukları geometri bilgisini rahat kullanabilmeleri bu düşünceyi doğrulamaktadır. Süreç sonunda karar verme aşamalarını açık ve net ifade edebilen, neden olarak dayandığı kabul ve teoremi matematiksel bir dille ifade edebilen öğrenci sayısında gözle görülür bir artış olsa da öğrenciler çift sütunlu ispatta istenilenler ile ilgili geometri bilgilerini kullanamamış, ifadelerin nedenlerini yanlış veya eksik gerekçelendirmişlerdir. İspat sorularında gidiş yolu ve kullanacakları muhakemeyi kendileri ürettiğinde öğrencilerin çok daha geçerli ispatlar yapabilmelerine, verilen çift sütunlu ispatta ise bazı önerme ve gerekçeler belirtilip sadece boşlukları doldurmaları istenmesine rağmen, yüzde olarak başarı oranının çift sütunlu ispatta daha düşük olduğu görülmektedir. Bu sonuçlar, McCrone ve Martin'in (2003) yaptığı çalışmada öğrencilerin diğer ispatlar yerine çift sütunlu ispatlar kullanmayı tercih ettiklerini ifade ettiği çalışmanın bulgularıyla çelişmektedir. Bu yönde karşılaşılan güçlüğün bir sebebinin ders kapsamında açıklayarak ispat yöntemine ağırlık verilip kolonlu ispat yönteminin açıklama yöntemi kadar kullanılmaması olduğu düşünülmüştür. Öğrencilerin çift sütunlu ispat yapmaya dair geçmiş tecrübeleri sınırlıdır ve ders kapsamında daha çok anlatım yoluyla ispata ağırlık verilmiştir. Önceki alışkanlıklarından ileri gelen yazım biçimleri daha baskındır ve boşluklara uzun paragraflar sığdırmaya çalışmışlardır. Karşılaşılan güçlüğün bir diğer sebebinin öğrencilerin ifadelere bağlı kalmak zorunda olduklarından kısıtlanmış hissetmeleri olabileceği düşünülmüştür. Kendi kurmadıkları bağlantılar için açıklama yapma zorunluluğu ve sadece verilen gerekçe ve ifadeleri kullanabilmeleri başarı oranını düşürmüştür. Öğrencilerin kendi muhakemelerini kurdukları, kendi akıl yürütmeleriyle sonuca gittikleri ve kendi çözüm yollarını oluşturdukları ispatlarda başarı yüzdesinin daha yüksek olduğu söylenebilir.

Muhakemeyi sona erdirememe: Öğretim deneyi gözlemleri ve ispatlama süreçlerini inceleyen ispat testlerinin analizlerinde öğrencilerin ispat adımlarını yazmış olsa da adımlarla uyuşmayan sonuçlara vardıkları görülmektedir. Öğrencilerin hangi aşamaları uygulayacaklarını belirlemelerine rağmen ispat yapma becerilerinin zayıf olmasından ötürü ispatı tamamlayamadıkları görülmüştür. İspat fikrine düşük düzeyde sahip olsalar da çeşitli hatalar ve gerekçe gösterememeleri nedeniyle muhakemeyi yarıda bırakarak sonuca ulaşamamışlardır. Moore (1994) ve Weber (2001) de matematik eğitimi lisans öğrencileriyle yaptıkları çalışmada benzer sonuçlara varmış ve öğrencilerin ispat yapma konusunda yetersiz olduğunu belirtmişlerdir. Umay ve Kaf (2005) kusurlu akıl yürütme üzerine yaptıkları bir araştırmada kusurlu akıl yürütmelerde karşılaşılan durumun, öğrencilerin akıl yürütme sürecini henüz tamamlamadan sona erdirmeleri ya da kavramsal eksikliklerinden dolayı alıştıkları kalıp çözümlere yönelmeleri biçiminde olduğunu belirtmiştir.

Koşullu ifade ve önermeleri anlamlandıramama- verilen ve isteneni ayırt edememe: Öğretim deneyi gözlemleri ve ispatlama süreçlerini inceleyen ispat testlerinin analizlerinde öğrencilerin geçmiş matematik bilgisinin bir önermenin hipotez, hüküm kısmını ve koşullu form olarak yazılışını ayırt etmeye yetmediği gözlenmiştir. Bir önermenin koşullu formu verildiğinde verilen ifadenin önermenin koşullu formda yazılışı olduğunu belirleyememişlerdir. Bir önermeyi koşullu biçimde yazmaları istendiğinde ise verilen önermeyi geçerli bir hipotez ve hüküm bildirerek yazamadıkları, verilen ve istenenleri ifade edemedikleri göze çarpmaktadır. Öğrencilerin geçmiş matematik öğrenimleri boyunca ispat ağırlıklı bir geometri öğrenimi görmemelerinin dolayısıyla hipotez ve hüküm kavramları ile ilgili ön bilgilerinin yetersiz olmasının bu durumda etkisinin olabileceği düşünülmüştür. Her ne kadar öğretim süreci sonunda önermeyi koşullu yazabilme ve önermeyi şekil çizerek ifade edebilme oranında ciddi artış olsa da verilen ve istenenlerin yazılmasında öğrencilerin sıkıntı yaşadıkları gözlenmektedir.

Koşullu ifadelere eklemeler yaparak anlamı kaybetme, mantıksal niceleyicileri kullanamama: Öğrencilerden bir önermenin koşullu formunu yazmaları istendiğinde karşılaştıkları güçlüklerden birinin önermenin anlamını değiştirmeleri olduğu görülmektedir. Uğurel ve Moralı (2010) da benzer şekilde öğrencilerin teorem ve önermelere farklı anlamlar yükleyebildiklerini belirtmişlerdir. Öğrencilerin kurdukları cümleler devrik ya da anlam bozukluğuna sahip, dil bakımından yetersiz cümlelerdir. Bu eksiklik öğrencilerin matematik dersinde oldukları için dili düzgün kullanmaya özen göstermedikleri ya da kendilerini sözel olarak ifade etme konusundaki yetersizliklerinin derse yansıdığı şeklinde yorumlanabileceği gibi öğrencilerin fikirlerini netliğe kavuşturamamasının sözlü anlatımlarını etkilediği şeklinde de yorumlanabilir. Öğrenciler önermenin koşullu formunu yazarken mantıksal bütünlüğü kaybetmeleri, düşüncelerini yazıya aktarırken belirsiz ifadeler kullanmaları ve önermede yer almayan bir varsayımı, özelliği ya da ispatlanması gereken önermenin kendisini doğru gibi kabul edip kullanmaları yanılgılarına düşmüşlerdir.

5.4. Geometrik İnşa Düzey ve Süreçlerine Yönelik Sonuçlar ve Tartışma

Bu bölümde, inşa testleri ve öğretim deneyi gözlemlerinin analizinden elde edilen bulgular ışığında öğrencilerin inşaya yönelik muhakeme düzey ve süreçlerine ilişkin sonuçlar verilecek ve bu sonuçlar alan yazındaki araştırmalarla karşılaştırılarak tartışılacaktır.

DGYCG kullanılarak gerçekleştirilen geometri öğretimi uygulamasının öncesi ve sonrasında matematik öğretmeni adaylarının AUTGİT puanları arasında anlamlı bir fark olduğu görülmektedir. Ortalamalardaki farklılık öntest ve son test arasında öğrenmenin gerçekleştiğini göstermektedir. Farkın yapısına yönelik tanımsal istatistikler incelendiğinde son test skorun daha yüksek bir ortalama değeri olduğu belirlenmiştir. Öğrencilerin ortalamaları 29.0816 iken DGYCG kullanılarak gerçekleştirilen Geometri-1 öğretimi sonrası 73.8776’ya yükselmiştir. Bulunan fark uygulama sonrasında ölçülen inşa yapma başarısı puanlarının lehinedir. Buna göre uygulanan teknoloji destekli geometri öğretiminden sonra öğrencilerin inşa yapma düzeylerinde anlamlı düzeyde bir artış meydana gelmiştir. Bu sonuçlar doğrultusunda DGYCG kullanılarak gerçekleştirilen geometri öğretiminin öğrencilerin geometrik inşa yapma düzeylerine olumlu katkı sağladığı ve uygulanan öğretim yönteminin geometri başarısını artırdığı söylenebilir. Ortaya çıkan sonuçlar teknoloji destekli geometri öğretimi ile işlenen derste öğrencilerin temel geometrik inşaları yapmada daha başarılı oldukları ve kazanımların daha etkili edinildiği şeklinde yorumlanabilir.

Öğretim süreci sonunda yapılan testlerde paralelkenar çizimleri dışında öğrencilerin %50’sinin tam ve geçerli bir çizim yapmış olarak değerlendirildiği görülmektedir. Kare oluşumlarında tam ve geçerli bir çizim yapan öğrenci sayısı %44.9, üçgen oluşumlarında %40.9, paralelkenar oluşumlarında %8, eşkenar üçgen oluşumlarında %42.9 artış göstermiştir. Paralelkenar çizimlerinde öğrencilerin çizim performanslarının daha düşük olmasının sebebinin öğrencilerin paralelkenar çizimini daha karmaşık bulması olduğu kanaatine varılmıştır. Sontestlerde tüm çizimler için geçerli ve anlamlı bir cevap veremeyen öğrencilerin sayısı birbirine yakındır.

Öğretim süreci öncesinde testlerde rastgele oluşumlar yapan ya da herhangi bir oluşum yapamayan öğrenci sayısının fazlalığı dikkat çekicidir. Napitupulu (2001), öğrencilerin ortaöğretimde geometri derslerinde geometrik oluşum becerilerinin yeterinde desteklenmemesini bu durumun sebebi olabileceğini belirtmiştir. Ortaya çıkan öğrenci güçlükleri ilgili bilgilerinin yeterli düzeyde olmadığını ve geometrik inşa üzerine uygulanan öğretim biçimlerinin etkili olmadığını göstermektedir. Bazı çalışmalarda öğretmenlerin geometrik inşa çalışmalarının amacı ve anlamını bilmedikleri ve inşalar yaparken ezbere hareket ettikleri belirtilmektedir (Erduran ve Yeşildere, 2010; Karakuş, 2014). Yapılan çalışmada da öğrencilerin öntestlerle inşa ile ilgili fikir sahibi olmadıkları görülmüştür. Öğretim süreci sonunda öğrencilerin kavram ve çizim becerilerini uygulamaya çalıştıkları, kullandıkları yapıları ve çizim aşamalarını açıklamak için gayret gösterdikleri, doğru muhakemelerde bulundukları, isimlendirme ve matematiksel notasyonları doğru kullanmaya dikkat ettikleri, ara aşamaları atlamayarak, aşamaları detaylı biçimde ifade ettikleri, farklı geometrik şekillere dayalı oluşumlar gerçekleştirdikleri, temel geometrik şekillerin birçok özelliğinden faydalandıkları ve özellikleri derinlemesine inceledikleri, istenilen uzunluğa ayarlanabilen doğru parçaları kullandıkları, bir geometrik yapının inşası için gerekli olan analiz, inşa, ispat, tartışma adımlarını sıralı kavrayışla takip ve ifade edebildikleri görülmüştür.

Öğrencilerin geometrik inşa etkinliklerinde gösterdiği pozitif gelişme DGO'da kendi inşalarını oluşturmalarından, oluşum sürecinde her adımı gözlemleme, inceleme, mukayese etme ve doğruluğunu kontrol etme şansı bulmalarından, öğretim süreçlerinde eş zamanlı olarak kâğıt üzerinde ve DGO'da kendi inşalarını oluşturmalarından kaynaklandığı söylenebilir. Bu çalışmada, öğretmen adayları pergel-cetvel inşaları ile DGYCG ile birlikte kullanma fırsatı yakalamıştır. Öğrenciler DGYCG kullanılarak gerçekleştirilen geometri öğretim sürecinde fikirlerini test etme imkânı bulmuş, anında geri bildirim alabilmiş ve aktif olarak inşa süreçlerini yaşamışlardır. Geometrik inşa sürecinin DGO'da öğrencilerin aktif olduğu bir süreçle gerçekleştirilmesinin uygun bir öğrenme ortamı oluşturduğu düşünülmektedir. Mevcut sonuçlar alanyazında DGY kullanılarak gerçekleştirilen ilişki ve oluşumların katılımcılar tarafından keşfedilerek öğrenilmesini olanak sağlayarak etkili bir öğrenme ortamı oluşturduğuna yönelik elde edilen sonuçlarla paralellik göstermektedir (Baki vd., 2004; Güven ve Karataş, 2003, Güven ve Karataş, 2005, Hangül ve Üzel, 2010, İçel, 2011, Yavuzsoy Köse vd., 2012; Yıldız, 2016). Öğretim sürecinde DGY kullanımının faydalı olduğu ve geometri başarılarını olumlu etkilediği yapılan bazı çalışmalarda ifade edilmiştir. (Aydoğan, 2007; Baki vd., 2004; Başaran Şimşek, 2012; Clark, 2004; Filiz, 2009; Güven ve Karataş, 2009; Güven ve Kösa, 2008; İçel 2011; Selçik ve Bilgici, 2011; Vatansever, 2007). Sonuçlar DGO'nun kullanıcılarının özellikle geometri konularında doğru çıkarımlar ve varsayımlar yapmalarına (Hohenwarter & Fuchs, 2005), birçok durumu inceleme olanağı sunarak genellemelere ulaşmalarına (Baydaş vd., 2010), geometrik ilişkileri anlamalarına ve geometrik yapıları inşa etmelerini kolaylaştırdığına (Yavuzsoy Köse, 2012) yardımcı olduğu yönünde bazı araştırmaların sonuçlarıyla paralellik göstermektedir.

DGYCG kullanılarak gerçekleştirilen geometri öğretimi sürecinde yapılan sürekli analizler ve geriye dönük analizler neticesinde öğrencilerin inşaya yönelik muhakeme aşamalarında yaşadığı güçlükler, muhakeme hata ve eksiklikleri aşağıda ifade edilecektir. Belirlenen öğrenme güçlükleri matematiksel dil ve notasyon kullanamama, kullanılan geometrik yapı, kavram ve kuralları bilmeme, oluşum için gerekli ve yeterli özellikleri bilmeme, geometrik yapıları sınıflandıramama-ilişkilendirememe, oluşum aşamalarını planlayamama-aşamaları atlama-aşamaları tamamlayamama, varsayıma dayalı çizim yapma, tek bir özelliğe dayalı çizim yapma, özel bir duruma ait oluşumu genelleme olarak belirlenmiştir. Belirlenen öğrenme güçlükleri alan yazındaki diğer çalışmaların sonuçlarını destekler niteliktedir.

Matematiksel dil ve notasyon kullanamama: Öğretim deneyi gözlemleri ve inşa süreçlerini inceleyen testin analizinden elde edilen bulgular sonucunda öğrencilerin matematiksel dil ve sembolleri kullanmada çekingen davrandıkları ve zorlandıkları gözlenmiştir. Öğrencilerin geometrik bilgiye sahip olduğu açık olmasına rağmen çizimi matematiksel dil ve notasyonu kullanarak sıralı kavrayışla ifade edemedikleri görülmüştür. Bu durum geçersiz oluşumlar yapmalarına sebep olmuştur. Yapılan çalışmalarda öğrencilerin matematiksel dili kullanmadaki yetersizliğinin geçersiz muhakemelere sebebiyet verdiği ifade edilmiştir (Erdem, 2015; Francisco & Maher, 2005; Generazzo, 2011; Hiebert & Grouws, 2007; Hsu, 2010; Martin & McCrone, 2009; Öztürk, 2016; Pulley, 2010; Selden ve Selden, 2003; Sarı, 2011; Weber, 2009). Öğrencilerin süreç öncesinde paralellik, diklik, kesişim, matematiksel niceleyiciler gibi ifadeleri matematiksel dilin kullanılmadığı anlatım yollarıyla ifade etmeye çalıştıkları görülmüştür. Öğrencilerin matematiksel dili doğru kullanmalarında gerekli alan bilgisine sahip olmanın önemi büyüktür (Baki ve Çelik; 2018). Öğretmenlerin öğrencilere kavram bilgisi verebilecek kadar alan bilgisine sahip olması gereklidir (Philipp et al., 2002). Matematiksel dilin doğru kullanımı kavram öğretimi için gerekli olduğundan öğretmenlerin matematiksel dili bilmeleri gereklidir (Flagg, 2014; Toptaş, 2015). Yapılan tüm testlerde öğretmen adaylarının bu alandaki eksiklikleri göze çarpmaktadır. Eksikliğin telafi edilmesi öğretmen adaylarının eğitiminde çok büyük önem arz etmektedir.

Kullanılan geometrik yapı, kavram ve kuralları bilmeme: Öğretim deneyi gözlemleri ve inşa süreçlerini inceleyen testin analizinden elde edilen bulgular sonucunda öğrencilerin kullandıkları geometrik yapıları tanımadıkları ve özelliklerini bilmedikleri görülmüştür. Kullandıkları yapıları taşıyamadıkları, taşırken özelliklerini değiştirdikleri ve değişiklikleri fark etmedikleri belirlenmiştir. Öğretim sürecinde karşılaşılan bazı güçlükler, açı inşa edememeleri, açıyı taşıyamamaları, bir doğruya üzerindeki ya da dışındaki noktadan dik bir doğru inşa edememeleri ve eş açılar inşa edememeleri olmuştur. Öğrencilerin tek bir noktanın pergel ile doğru çizmek için yeterli olduğu, üçgeni çemberin içine yerleştirdiklerinde bir eşkenar üçgen elde edileceği, teğetten çizilen doğrunun çapa dik olacağı, iki çemberin merkezlerinden geçen doğruların birbirine paralel olduğu, çemberin merkezinden geçen doğrunun kirişlere dik olduğu, çember üstünde aldıkları rastgele dört noktadan geçecek kirişlerin birbirine dik olduğu gibi yanılgılara düştükleri ve yanlış kabuller üzerine kurulu her zaman doğru olmayacak inşalar gerçekleştirdikleri belirlenmiştir. Öğretmenler alana ilişkin herhangi bir konuyla ilgili kavramları, notasyonları ve diğer konularla olan ilişkilerini yeterince kavrayarak eğitici yeterlilikleri kazanabilecektir (Özden, 2010; Yazıcı, 2017). Öğretmen adaylarının bu konuda geliştirilmesi önem arz eder.

Oluşum için gerekli ve yeterli özellikleri bilmeme: Öğretim deneyi gözlemleri ve inşa süreçlerini inceleyen testin analizinden elde edilen bulgular sonucunda öğrencilerin öğretim süreci öncesinde temel geometrik yapıları inşa etmek için gerekli ve yeterli özelliklerin farkında olmadıkları görülmektedir. İnşa edilen yapının geometrik özelliklerini, kavram ve kuralları dikkate almadan, zihinlerindeki şemalara göre çizdikleri, kullandıkları yapılar hakkında bilgi vermedikleri, tamamen sezgisel olarak yaptıkları çizimin yeterli olduğunu düşündükleri gözlemlenmiştir. Öntestlerde rastgele üç doğruyu kesiştirerek üçgen oluşumu yaptığını düşünen ve sontestlerde üçgen eşitsizliğini dikkate almayan öğrenciler olmuştur. Öğretim süreci öncesi kare oluşumu istendiğinde sadece kapalı bir dörtgen çizerek rastgele oluşum yapan ve yaptığı oluşumu hiçbir geometrik özelliğe dayandırmayan öğrencilerin katılımcı sayısının yarısından fazlası olması oldukça dikkat çekicidir. Öğrencilerin inşa etkinlikleriyle ve geometrik oluşumlarla ya hiç karşılaşmadıkları ya da geçmiş geometri öğrenimlerinde ezbere çizim yapmaları sonucu inşa becerilerinin yeterli düzeyde olmadığı söylenebilir. Çalışmanın bulgularına paralel olarak Erduran ve Yeşildere (2010) çalışma grubunu üç öğretmenin oluşturduğu, temel geometrik yapıların inşa edilmesi ile ilgili yaptıkları çalışmalarında öğretmenlerin pergel ve birimsiz cetvel kullanımı ile ilgili bilgilerinin yeterli düzeyde olmadıklarını belirtmiştir. Karakuş (2014), yaptığı araştırmada ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının büyük bir kısmının geçmiş yaşantılarında geometrik inşa uygulamalarında bulunmadıklarını ifade etmektedir. Selden ve Selden'e (2009) göre üniversite öğrencileri, matematiksel kavram ve tanımları sezgi veya muhakeme yoluyla anlamış olsalar bile bunları doğru uygulamadıklarında muhakeme yapamayabilirler.

Geometrik yapıları sınıflandıramama-ilişkilendirememe: Öğretim deneyi gözlemleri ve inşa süreçlerini inceleyen testin analizinden elde edilen bulgular sonucunda rastlanan bir yanılgı, öğrencilerin paralelkenar inşa süreçlerinde "Kare de bir paralelkenardır, çözüm için ikinci soruya bakınız." demeleri ya da kare için yaptıkları oluşum sürecini paralelkenar için de kullanmaları olmuştur. Öğrencilerin kare inşa süreçleri incelendiğinde geometrik olarak sıralı, anlamlı, tam ve geçerli bir oluşum yaptıkları belirlenmiştir. Öğrencinin paralelkenarın özel bir durumu olan kareyi geometrik olarak anlamlı bir şekilde ifade etmelerine rağmen aynı oluşumu paralelkenar için de yeterli görmeleri bir paralelkenar çizmek için gerekli ve yeterli özelliklerin farkında olmadıkları ve dörtgenler arasındaki bütünsel ilişkiyi göremediklerini gösterir. Öğretim sürecinde öğrencilerden yamuk, kare, dikdörtgen, eşkenar dörtgen, paralelkenar kavramlarını hiyerarşik olarak sınıflamaları istediğinde öğrencilerin sınıflandırma yapamadığı ve temel alan bilgisi testinde dörtgenlerin sınıflandırılmasını gerektiren soruyu cevaplamadıkları gözlenmiştir. Çalışma bulgularına paralel olarak Fujita ve Jones'un (2006) yaptıkları çalışmada öğrencilerin %12.7'si karenin bir dikdörtgen olduğunu, %18.4'ü paralelkenarın bir yamuk olduğunu iddia etmiştir. Erdoğan ve Dur (2014), 57 öğretmen adayı ile yaptıkları çalışmada, adaylardan %51'i paralelkenarın, %49'u eşkenar dörtgenin, %46'sı dikdörtgenin özel hallerini tespit edebilmişlerdir. Öğretim süreci sonrasında öğrencilerin hiyerarşik ilişkiler hakkında daha fazla bilgi sahibi oldukları ve dörtgenler arası ilişki kurabildikleri belirlenmiştir. DGY gibi araçların kullanımının dörtgenler öğretimin niteliğinin artıracağı söylenebilir.

Oluşum aşamalarını planlayamama-aşamaları atlama-aşamaları tamamlayamama: Öğretim deneyi gözlemleri ve inşa süreçlerini inceleyen testin analizinden elde edilen bulgular sonucunda öğrencilerin inşa sürecinde nereden başlanması ne nasıl bir yol izlenmesi gerektiğine dair karar vermekte ve geometri bilgi ve becerilerini kullanmada yetersiz kaldıkları görülmektedir. Bir geometrik yapının inşası için gerekli olan adımları sıralı kavrayışla takip ve ifade edememiş, oluşum aşamalarının ve muhakeme süreçlerinin anlatılması istenmesine rağmen analiz, inşa ve ispat süreçleriyle ilgili ispatlayıcı bilgi sunmaya ihtiyaç duymamışlardır. Bu durum geometride kabuller üzerinden sonuç odaklı işlem yapmaya alışkın olmaları ve kabullerini ispatlamaya bir dönemdir gördükleri Geometri-1 dersinde başlamış olmalarından kaynaklanıyor olabilir. Öçal ve Şimşek (2017), inşalarda yapılan hataların temelinde yapılış basamaklarında atlamalar veya basamaklarda değişiklikler yapmak olduğunu belirtmiştir.

Erduran ve Yeşildere'ye (2010) göre öğrencilerin çizime nasıl başlayacaklarına ve neyi, nasıl çizeceklerine karar verememe sebebi pergelle daha önce hiç karşılaşmamış olmaları ve alan bilgisi eksiklikleridir. Bir diğer sebep ise Van Hiele geometrik düşünme düzeylerindeki yetersizlikleridir (Durmuş vd., 2002; Karakuş, 2014). Bu durum geometrik inşa üzerine uygulanan öğretim biçimlerinin etkili olmadığını göstermektedir. Öğretmenin bilgiyi hazır olarak sunması ve öğrencinin takip etmesi şeklinde öğrencinin aktif katılımı olmadan yapılan öğretimde öğrenciler keşfetme deneyimi yaşamadıkları için ezbere yönelmekte ve muhakeme becerilerini kullanmamaktadırlar. Öğrencilerin akıl yürütme süreçlerini tamamlamadan sona erdirmeleri ya da kavramsal eksikliklerinden dolayı ezbere yönelmelerinden kaynaklanan hatalar literatürde muhakeme eksikliği olarak nitelendirilmektedir (Atwood, 2001; Baker & Campbell, 2004; Edwards & Ward, 2004; Epp, 2003; Ferrari, 2004; Knapp, 2006; Sarı, 2011; Selden ve Selden, 2003, 2007; Weber, 2006). Öğrencilerin birçoğu matematik öğretimindeki bu yaklaşımın sonucunda matematiği belli türdeki problemleri çözmeye yönelik kullanılan prosedürler toplamı olarak görmektedirler (Crawford et al. 1994; Alcock & Simpson, 2005; Kannemeyer, 2005). Matematik öğretmeni adaylarının muhakeme düzeylerinin nasıl geliştirilebileceğinin araştırılarak doğru bir matematiksel muhakeme ile düşüncelerini açıklama, sorgulama, derin düşünme, muhakeme stratejilerini çeşitlendirme ve geliştirme gibi beceriler kazanmalarına katkı sağlanabilir (Hartman, 2001; Kramarski, 2004; Kramarski & Zoldan, 2008; Reis & Renkl, 2002).

Varsayıma dayalı çizim yapma: Öğretim deneyi gözlemleri ve inşa süreçlerini inceleyen testin analizinden elde edilen bulgular sonucunda öğrencilerin yanlış varsayımlara dayalı uygun olmayan geometrik inşalar gerçekleştirdiği görülmüştür. Kare çizimlerinde teğetliği varsayarak teğet çemberler kullanmış, herhangi üç doğru parçasını ikişerli kesiştirerek, doğru parçalarının aralarındaki açının 60 derece olduğunu varsaymış, varsayımsal açı eşliğini açıların eşkenar üçgen inşasına gerekçe olarak kullanmışlardır. Öğrencilerin, üç doğru parçasını ikişerli kesiştirerek ve doğru parçalarının eş olduğunu belirterek kenarların eşliğinden dolayı üçgenin eşkenar olduğunu iddia etmiş, iki doğrunun aralarındaki uzaklığın eşit olduğunu varsayarak çizdikleri doğruların paralel olduğu sonucuna varmış, çemberi üç eşit yaya böldüklerini varsaymış, yapılan geometrik bir inşada teğet noktasını göz kararı belirlemiş olması gibi bazı durumları kabul ederek varsayımdan öte geçmeyecek muhakemelerde bulundukları belirlenmiştir. Yapılan çalışmanın bulgularına paralel olarak Ulusoy (2019) öğretmen adaylarının yaptığı inşa hatalarının temelinde hatalı varsayımlara dayanarak hareket etmelerinin bulunduğunu sonucuna ulaşmıştır.

Tek bir özelliğe dayalı çizim yapma: Öğretim deneyi gözlemleri ve inşa süreçlerini inceleyen testin analizinden elde edilen bulgular sonucunda öğrencilerin tek bir özelliğe dayalı geçersiz çizimler yapma eğiliminde olduğu görülmüştür. Öğrencilerin öntestlerde kare inşasında şekillerin tek özelliğine odaklanarak kenarların eşliğinden, paralelkenar oluşumlarında paralel doğrulardan yararlanarak oluşum yapmaya çalıştıkları ancak köşegen, kenar ve açılarla ilgili özellikleri nadiren kullanmış oldukları gözlenmiştir. Öğretim süreci sonrasında ise istenen temel farklı geometrik şekillerden özellikle çember ve özelliklerinden, eş kirişler, eş yaylar, iç teğet ve dış teğet çemberlerinden faydalandıkları ve iki ya da birden fazla eş çemberin kesişimine dayalı stratejiler geliştirdikleri görülmüştür. Öntestte neredeyse hiçbir öğrenci yarıçapı ayarlanabilen çemberlerden faydalanmazken sontestte üçgen oluşumunda çemberlerden faydalanan öğrenci sayısı oldukça artmıştır. Paralelkenar oluşumlarında, öğrencilerin köşegenleri verilmemiş olmasına rağmen, sadece bir köşegeni bilinen ve ikinci köşegeni herhangi bir uzunlukta seçebilecekleri sonsuz paralelkenar çizme şansı varken, iki köşegen uzunluğu belirleyerek iş yüklerini artırdıkları göze çarpmıştır. Derste iki köşegeni verilen paralelkenar çiziminin, tek köşegeni bilinen paralelkenar çizimine nazaran fazlaca üzerinde durulmasının bu duruma sebebiyet verdiği söylenebilir. Öğrencilerin paralelkenar inşasında ilk karşılaştıkları yöntem ve aşamaları zihinsel şemalarında önceliklendirdiği de söylenebilir. Fujita (2012) da öğrencilerin karşılaştıkları ilk şeklin zihinsel şemaların oluşumunda önemli olduğunu belirtmektedir.

Özel bir duruma ait oluşumu genelleme: Öğretim deneyi gözlemleri ve inşa süreçlerini inceleyen testin analizinden elde edilen bulgular sonucunda öğrencilerin üçgen çizimi istendiğinde özel bir durum olan dik ya da eşkenar üçgen çizme eğiliminde oldukları görülmektedir. Bu öğrencilerin herhangi bir üçgen çizebilmek için gerekli ve yeterli özelliklerin farkında olmadıkları ve herhangi bir üçgen çizimi yerine özel bir durum seçmelerinin hata olduğunun farkına varamadıkları gözlenmiştir. Paralelkenar oluşumlarında, öğrencilerin kesişen iki çember çizerek çemberlerin merkezlerini ve kesişim noktalarını köşe kabul ettikleri eşkenar dörtgeni oluşturdukları ve “Eşkenar dörtgen de bir paralelkenardır.” diyerek çözüme ulaştıkları görülmüştür. Oluşumlarını eşkenar dörtgen olarak bırakan öğrencilerin paralelkenarın özel bir durumu olan eşkenar dörtgeni kullanması, eşkenar dörtgen özel durumunun dışında her koşulda paralelkenar çizmek için gerekli ve yeterli özelliklerin farkında olmadıklarını düşündürmüştür.

5.5. Öneriler

5.5.1. Öğretimin niteliğini artırmak için öneriler

Matematik öğretmeni adayların üniversite öğrenimlerinde geometriye karşı bakış açılarını olumlu yönde etkileyecek öğrenme yaşantıları tasarlanmasının mesleki yaşantıları için önemli bir gereklilik olduğu söylenebilir. Matematik öğretmeni adayların ortaöğrenim hayatlarında geometriye karşı olumlu tutum beslemesi sağlanamamış olsa da üniversite öğrenimine yeni başlamış oldukları düşünüldüğünde tutumlarını olumlu yönde değiştirmek için geç değildir. Geometri-1 dersi bu anlamda öğrencilerin tutumunu yeniden şekillendirmek için kullanabilecek kapsamlı bir içeriğe sahiptir.

Öncelikle çalışma sonucunda tespit edilen ve öğrenci görüşlerinde dile getirilen öğrenmeye engel olabilecek faktörler ortadan kaldırılmalıdır. Fiziki alt yapının iyileştirilmesi, üniversite kalabalık sınıf mevcutlarının uygun sayılara indirgenmesi ve teknolojik eksiklerin giderilmesi ve matematik öğretmeni adaylarının kullanımına açık bilgisayar laboratuvar sayısının arttırılması matematik öğretmeni adaylarının eğitiminde başarılı sonuçlar alınabilmesi açısından oldukça etkili olabilir.

Öğretmen adaylarının geometri bilgisinin, geometrik ve mekânsal düşünme becerilerinin geliştirilmesi gerekmektedir (Marchis, 2012). Hedefe giderken üniversite geometri öğretim programında kullanılabilecek etkili ders kitapları ve kaynak kitapların tasarlanması ve geliştirilmesi programın amacına ulaşması için önemli bir gerekliliktir. Öğretmen adaylarından mesleki yaşantılarında uygulamaları beklendiği şekilde, geleneksel yaklaşımdan kurtulabilmiş, oluşturmacı bir anlayışla derlenmiş, keşfetme etkinlikleri içeren, temel geometrik kavramların yapılandırılarak anlaşılmasına rehberlik edecek, kavramlar arası bağlantıların kurulmasına önem veren, geometrinin sadece formül ve ölçümlerden ibaret olan kısmını değil aksiyomatik yapısını aşamalı olarak öğretmeyi hedefleyen, geometrik notasyonu öğrenmelerini ve doğru kullanmalarını destekleyecek bir sıralamayla oluşturulmuş, öğretmenlerin kullanılması beklenen teknolojik araçların kullanımıyla desteklenmiş ders kitapları ve ders planları hazırlanmalıdır. Anlamlı öğretime uygun olarak hazırlanmayan ders kitabı ve planların öğretmen adaylarını da ezberci eğitime yönlendirebileceği söylenebilir. Bu açıdan bakıldığında çalışmada geliştirilen ders planları yapılandırmacı bir yaklaşım ile DGY kullanmaya elverişli şekilde hazırlandığından öğretici ve öğrencilere alternatif bir kaynak olarak kullanılabilecek ve üniversite düzeyinde geometri derslerinin tasarlanmasında kılavuz olarak kullanılabilecek niteliktedirler. Bu öğretim deneyi ile elde edilen bilgiler öğretmenlere uygun materyal seçiminde ve geometri derslerini düzenlemede yardımcı olabilirler.

Öğretmen eğitiminde üniversite düzeyinde bu kapsamda çalışmalar yapılmaya başlanması her ne kadar gerekli olsa da geometri eğitimini iyileştirmek adına yeterli değildir. Hammerness ve diğerleri (2005) etkili bir öğretim için gerekli olan bilgi, beceri ve tutumun öğretmen eğitim programlarında tam olarak geliştirilemeyeceğini, öğretmen adaylarının hayat boyu öğrenme için donanımlı olması gerektiğini ifade eder. Hali hazırda öğretmenlik yapan ve teknoloji alanındaki yeniliklerden bihaber geometri eğitimi veren eğitimcilerin de hizmet içi eğitimlerle teknoloji kullanımı alanında geliştirilmesi önceliklendirilmelidir.

Akıl yürütme ve ispat oluşturma, geometri öğrenme ve öğretmede çok önemli olmasına ve her seviyedeki matematik derslerinin içeriğinde yer alması gerekliliğine rağmen öğrencilerin birçoğunun ispat yöntemleri ve ispat kavramıyla üniversite eğitimlerinde Geometri-1 dersi kapsamında tanıştığı gözlenmiştir. Öğrencilerim geçmiş deneyimleri, öğrenmeye karşı tutumları, alışkın oldukları öğrenme teknikleri ve bilgiyi yapılandırma süreçleri öğrencilerin matematik öğrenme çıktılarının kalitesini etkiler (Crawford et al., 1994). Ortaöğretim matematik programı öğrencilerin matematiksel dile aşina olmalarını, ispat yöntemlerine ve bu yöntemleri kullanarak temel düzeyde ispatlar yapabilmelerine zemin hazırlamalıdır. Ortaöğretimde öğrencilerin teori, prensipler ve kavramların farkına varmalarını sağlayacak şekilde kolaydan karmaşığa doğru ilerleyerek bilgiyi yapılandırarak geometri öğreneceği bir öğretim tekniği benimsenmeli, öğrencilerin ne- nasıl- nereden sorularına cevap bulabileceği geometri öğretim ortamları hazırlanmalıdır. Geometrinin anlamlı öğretilebilmesi öğretilecek kavramın ilişkili olduğu ön kavramlar ve işlemlerin anlamlı öğretilmesi ile mümkündür. Geometrik yapıların oluşumunda öncelikle öğrencilere bu yapıya olan ihtiyaç sezdirilerek ve oluşumu öğrencilerin keşfetmesine izin verilerek, kavramların ve işlemlerin anlamlı şekilde öğretilmesi esas olmalıdır.

Yetiştirilen öğretmenlerin eğitimde teknolojik yeniliklerden haberdar olması ve çağdaş öğretim yöntemleri hakkında bilgi sahibi olmaları gerektiği kadar DGO'YU kullanma konusunda da tecrübeli olmaları gerekir. Şüphesiz öğretmen adaylarının kendi öğrenim yaşantılarında tecrübe etmedikleri deneyimleri öğrencilerine aktarması muhaldir. Bu sebeple DGO'yu üniversite eğitimlerinde aktif kullanmaları, yeni etkinliklerin ve gelişmelerin uygulanmasına açık olmaları ve karşılaşacakları zorluklara karşı hazırlıklı olmaları açısından önemlidir. Yüksek öğretim kurumlarında öğretmen eğitimi yapılan birimlerde yeni teknikler ve teknolojik araçlar kullanılarak öğretim yapılmasına daha fazla önem verilmelidir. DGY bir öğretim aracı olarak geometri dersi öğretim programlarına yansıtılabilir.

Öğretmen eğitiminde üniversite düzeyinde bu kapsamda çalışmalar yapılmaya başlanması her ne kadar gerekli olsa da geometri eğitimini iyileştirmek adına yeterli değildir.

Hammerness ve diğerleri (2005) etkili bir öğretim için gerekli olan bilgi, beceri ve tutumun öğretmen eğitim programlarında tam olarak geliştirilemeyeceğini, öğretmen adaylarının hayat boyu öğrenme için donanımlı olması gerektiğini ifade eder. Hali hazırda öğretmenlik yapan ve teknoloji alanındaki yeniliklerden bihaber geometri eğitimi veren eğitimcilerin de hizmet içi eğitimlerle teknoloji kullanımı alanında geliştirilmesi önceliklendirilmelidir.

Öğrenci görüşleri alındığında sınıf içi etkileşimin öğrenci öğrenmelerini olumlu etkilediği sonucuna varılmıştır. Tasarlanan DGO'nun yapılandırmacı yaklaşımla sınıf içi tartışmalara zemin hazırlayacak şekilde tasarlanması tavsiye edilir. Öğretmen adayları anlamlı öğrenmeye teşvik edilmeli, yapılandırmacı yaklaşımı anlatmakla kalmamalı, sınıfta kullanımına yönelik çalışmalar yaptırılmalıdır. Bu sayede öğrencilerin bilginin oluşturulması süreçlerine aktif olarak katılmaları sağlanabilir.

Araştırmanın sonuçlarında öğrencilerin muhakeme becerilerinin artışıyla paralel olarak akademik başarılarının da arttığı gözlemlenmiştir. Öğretim kademelerinin en alt basamaklarından başlanarak her bir öğretim dönemi sonunda öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri ölçülerek elde edilen değişime göre geometri öğretim stratejilerinde değişime gidilebilir.

5.5.2. Yapılacak araştırmalar için öneriler

Çalışma tekrarlandığında daha düşük bir sınıf mevcudu ile çalışılması ya da öğretim sürecinde araştırmacıya destek olacak bir grup eğitimci ile beraber çalışılması tavsiye edilmektedir.

DGYCG yazılımıyla üniversite birinci sınıf düzeyinde gerçekleştirilen bu çalışmanın bir diğer ayağı üst düzey bir kademede Cabri 3D uygulamaları ile üç boyutlu cisimler konusunda gerçekleştirilebilir. Araştırma kapsamına temel geometri konularından bazıları dönemlik ders sayısının yetersizliği yüzünden dahil edilememiştir. Daha kapsamlı ve yoğun bir ders programıyla süre kısıtlaması problemi çözülerek tüm konuların kapsanacağı şekilde araştırmanın tekrarı sağlanabilir.

DGYCG yazılımıyla gerçekleştirilen bu çalışmanın bir diğer ayağı farklı bir DGY ile gerçekleştirilebilir.

Teknoloji kullanımının arttırıldığı etkinlik ve uygulamalardan oluşan ders planlarının geliştirilmesine yönelik araştırmalar yapılabilir. Geliştirilmiş ders planlarının müfredata dahil edilmesi sağlanabilir.

KAYNAKÇA

Abdullah, A. H., & Zakaria, E. (2013). The Effects of van Hiele's phase-based instruction using the Geometer's Sketchpad (GSP) on students' level of geometric thinking. *Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology, 5*(5), 1652-1660.

Açıkgül, K. (2012). *Öğretmen adaylarının dinamik geometri yazılımı kullanarak geometrik yer problemlerini çözüm süreçlerinin ve bu süreçlere ilişkin görüşlerinin incelenmesi.* [Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi]. İnönü Üniversitesi, Elazığ.

Ahuja, O. P. (1996, November 29). *An investigation in the geometric understanding among elementary preservice teachers.* Paper presented at the ERA-AARE Conference, Singapore.

Akkuş, O. ve Duatepe-Paksu, A. (2006). Orantısal akıl yürütme becerisi testi ve teste yönelik dereceli puanlama anahtarı geliştirilmesi, *Eğitim Araştırmaları, 6*(25), 1-10.

Aksu, H. H. (2005). *İlköğretimde aktif öğrenme modeli ile geometri öğretiminin başarıya, kalıcılığa, tutuma ve geometrik düşünme düzeyine etkisi*. [Yayımlanmamış Doktora Tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Aktaş, M. C. ve Aktaş, D. Y. (2012). Öğrencilerin dörtgenleri anlamaları: paralelkenar örneği. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi. 1* (2), 319-329.

Aktümen, M. ve Kaçar, A. (2003). İlköğretim sekizinci sınıflarda harfli ifadelerle işlemlerin öğretiminde bilgisayar destekli öğretimin rolü ve bilgisayar destekli öğretim üzerinde öğrenci görüşlerinin değerlendirilmesi. *Kastamonu Eğitim dergisi, 11*(2).

Alcock, L. & Simpson, A. (2005). Convergence of sequences and series 2: Interactions Between nonvisual reasoning and the learner‘s beliefs about their own role. *Educational Studies in Mathematics, 58*, 77- 100.

Alkan, C. (1995). *Eğilim teknolojisi.* Atilla Kitabevi.

Almeida, D. (2000). A survey of mathematics undergraduates’ interaction with proof: Some implications for mathematics education. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 31*(6), 869-890.

Almeida, D. (2003). Engendering proof attitudes: Can the genesis of mathematical knowledge teach us anything? *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 34*(4), 479–488.

Altıparmak, K. ve Öziş, T. (2005). Matematiksel ispat ve matematiksel muhakemenin gelişimi üzerine bir inceleme. *Ege Eğitim Dergisi, 6*(1), 25-37.

Altun, M. (2008). *Matematik öğretimi (4.baskı)*. Aktüel Alfa Akademi.

Andrew, L. (2009). Creating a proof error evaluation tool for use in the grading of student generated “Proofs”. *PRIMUS: Problems, Resources, and Issues in Mathematics Undergraduate Studies, 19*(5), 447-462.

Antonini, S., & Mariotti, M. A. (2007), Indirect proof: an interpreting model. *Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education,* (pp.541–550). Cyprus: Larnaca.

Apperson, J. M., Laws, E. L., & Scepansky J. A. (2006). The Impact of Presentation Graphics on Students’ Experience in the Classroom. *Computers & Education, 47*(1), 116-126.

Arcavi, A., & Hadas, N. (2000). Computer mediated learning: An example of an approach. *International Journal of Computers for Mathematical Learning, 5,* 25-45.

Arıkan, R. (1995). *Araştırma teknikleri ve rapor yazma*. Tutibay Yayınları.

Artzt, A. F., & Newman, C. M. (1999). *How to use cooperative learning in the mathematics class*., Reston Virginia. Retrieved from https://www.amazon.com/How-Cooperative-Learning-Mathematics-Class/dp/0873534379

Arzarello, F., Olivero, F., Paola, D., & Robutti, O. (20028. A cognitive analysis of dragging practises in Cabri environments. *ZDM, 34*(3), 66-72.

Aslan, A. ve Arnas, P. (2007). Okul öncesi eğitim materyallerinde geometrik şekillerin sunuluşuna ilişkin içerik analizi. *Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi, 16* (1), 69-80.

Aşkar, P. ve Olkun, S. (2005). PISA 2003 sonuçları açısından bilgi ve iletişim teknolojileri kullanımı. *Eurasian Journal of Educational Research, 19,* 15-34.

Atam, O. (2006*). Oluşturmacı yaklaşıma dayalı olarak fen ve teknoloji dersi ısı-sıcaklık konusunda hazırlanan yazılımın ilköğretim 5. sınıf öğrencilerini akademik başarılarına ve kalıcılığa etkisi*. [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Çukurova Üniversitesi, Adana.

Atılgan, H., Kan, A. ve Doğan, N. (2011). *Eğitimde ölçme ve değerlendirme. (5. Baskı)*. Anı Yayıncılık.

Atiyah, M., & Sutcliffe, P. (2003). Polyhedra in Physics, Chemistry and Geometry. *Milan Journal of Mathematics, 71,* 33-58.

Atwood, P. R. (2001). *Learning to construct proof in a first course on mathematical proof.* [Unpublished Doctoral dissertation]. Western Michigan University, Kalamazoo, Michigan.

Aydoğan, A. (2007). *The effect of dynamic geometry use together with open-ended explorations in sixth grade students’ performances in polygons and similarity and congruency of* *polygons* (Tez no. 177582) [Yüksek lisans Tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi]. YÖK Tez Merkezi.

Bağçıvan, B. (2005). *İlköğretim Yedinci Sınıflarda Bilgisayar Destekli Geometri Öğretimi*, [Yayımlanmamış Yüksek lisans tezi] Bursa Uludağ Üniversitesi, Bursa.

Baker, D., & Campbell, C. (2004). Fostering the development of mathematical thinking: Observations from a proofs course. *Primus,14*(4), 345-353.

Baki, A. (1996). Matematik öğretiminde bilgisayar her şey midir? *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 12*(12), 135-143

Baki, A. (2001). Bilişim teknolojisi ışığı altında matematik eğitiminin değerlendirilmesi. *Milli eğitim dergisi, 149*(1), 26- 31.

Baki, A. (2002). Öğrenen ve öğretenler için bilgisayar destekli matematik. Ceren Yayın-Dağıtım.

Baki, A. (2006). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi.* Derya Kitabevi.

Baki, A. (2008). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi.* Derya Kitabevi.

Baki, A. ve Çelik, S. (2018). Veri işleme öğrenme alanına yönelik sınıf içindeki söylemlerin matematiksel dil bağlamında incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT), 9*(2), 283-311. DOI: 10.16949/turkbilmat.332686

Baki, A. ve Özpınar, İ. (2007). Logo destekli geometri öğretimi materyalinin öğrencilerin akademik başarılarına etkileri ve öğrencilerin uygulama ile ilgili görüşleri. *Çukurova Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 34*(3), 153-163.

Baki, A., & Bell, A. (1997). Ortaöğretim matematik öğretimi (1. Cilt). YÖK/Dünya Bankası Milli Eğitimi Geliştirme Projesi, Hizmet Öncesi Öğretmen Eğitimi, Ankara.

Baki, A., Güven, B. ve Karataş, İ. (2004). Dinamik geometri yazılımı Cabri ile keşfederek öğrenme, V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi'nde sunulan bildiri, 2(884-891). Ankara: Orta Doğu Teknik Üniversitesi. https://docplayer.biz.tr/35788599-Dinamik-geometri-yazilimi-cabri-ile-kesfederek-%09ogrenme.html

Baki, A., Kösa, T., & Güven, B. (2011). A comparative study of the effects of using dynamic geometry software and physical manipulatives on the spatial visualisation skills of pre-service mathematics teachers. *British Journal of Educational Technology, 42*(2), 291-310.

Baki, A., Yalçınkaya, A. H., Özpınar, İ. ve Uzun, S. (2009). İlköğretim matematik öğretmenleri ve öğretmen adaylarının öğretim teknolojilerine bakışlarının karşılaştırılması. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, 1*(1), 67-85.

Baki, M. ve Çekmez, E. (2012). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının limit kavramının formal tanımına yönelik anlamalarının incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, 3*(2).

Ball, D. L., Hoyles, C., Jahnke, H. N., & Movshovitz-Hadar, N. (2002). The teaching of proof. In L. I. Tatsien (Ed.), *Proceedings of the International Congress of Mathematicians* (Vol. III, pp. 907–920). Beijing: Higher Education Press.

Barcelos, G., Batista, S., & Passerino, L. (2011). Mediation in the construction of mathematical knowledge: a case study using dynamic geometry. *Creative Education*, *2*, 252-263.

Başaran Şimşek, E. (2012). *Dinamik geometri yazılımı kullanmanın ilköğretim 6. sınıf öğrencilerinin matematik dersindeki akademik başarılarına ve uzamsal yeteneklerine etkisi* (Tez no. 328912) [Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi]. YÖK Tez Merkezi.

Başol, G. (2015). *Eğitimde ölçme ve değerlendirme.* (3. Baskı). Pegem Akademi Yayınları.

Battista, M. T. (2001). Shape makers: A computer environment that engenders students' construction of geometric ideas and reasoning. *Computers in the Schools, 17*(1-2), 105-120.

Battista, M. T., & Clements, D. H. (1995). Geometry and proof. *The Mathematics Teacher, 88*(1), 48-54.

Battista, M. T. (2007). The development of geometric and spatial thinking. In F. Lester (Eds.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 843-908). Charlotte, NC: NCTM/Information Age Publishing.

Bayazıt, N. (2009). *Prospective mathematics teachers' use of mathematical definitions in doing proof*. [Unpublished doctoral dissertation]. Florida State University, Florida.

Baydaş, Ö., Göktaş Y., & Tatar, E. (2010, September 23-25). *With a view to pre-service teachers, GeoGebra in mathematics teaching*. Paper presented at Proceedings of 9th National Science and Mathematics Education Congress, İzmir, Turkey.

Baydaş, Ö. (2010). *Öğretim elemanlarının ve öğretmen adaylarının görüşleri ışığında matematik öğretiminde GeoGebra kullanımı*. [Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi]. Atatürk Üniversitesi, Erzurum.

Baykul, Y. (1999). İlkogretimde matematik ögretimi. Anı Yayıncılık.

Baykul, Y. (2004). *6.-8. Sınıflar için ilköğretimde matematik öğretimi.* Pegem A Yayıncılık.

Bedir, D. (2005). *Bilgisayar Destekli Matematik Öğretiminin İlköğretimde Geometri Öğretiminde Yeri ve Öğrenci Başarısı Üzerindeki Etkisi*. [Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Birgin, O. ve Gürbüz, R. (2008). Sınıf öğretmeni adaylarının ölçme ve değerlendirme konusundaki bilgi düzeylerinin incelenmesi. *Selçuk Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi, (20)*, 163-179.

Borasi, R. (1994). Capitalizing on errors as springboards for ınquiry: a teaching experiment. *Journal for Research in Mathematics Education, 25*(21), 66-208.

Botana, F. & Valcarce, J. L. (2003). A software tool for the investigation of plane loci. *Mathematics and Computers in Simulation, 61*, 139-152.

Bottorff, J. L. (1994). Using videotaped recordings in qualitative research. In J.M. Morse, (Ed.). *Critical Issues in Qualitative Research Methods* (pp. 244–261). Thousand Oaks, CA: Sage.

Bretscher, N. (2009). Dynamic geometry software: The teacher's role in facilitating instrumental genesis. *Research in Mathematics Education, 11*(2), 187-188.

Brooks J. G. & Brooks, M. G. (1999). The Courageto be Constructivist. *Educational Leadership*, *57*(3), 18-24.

Bryman, A. (2012). *Social research methods (4. Baskı).* Oxford University Press.

Budak, İ. (2000). *Sayılar konusu için bilgisayar destekli matematik öğretimi materyalinin geliştirilmesi ve değerlendirilmesi.* [Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi]. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Zonguldak.

Büyüköztürk, Ş. (2010). *Sosyal bilimler için veri analizi el kitabı*. Pegem Akademi Yayınları.

Camargo, L. Samper, & C. Perry, P. (2007). Cabri's role in the task of proving within the activity of building part of an axiomatic system. *CERME 5, Working Group: Argumantation and Proof*, 571- 580.

Can, R. (2010). *Cabri geometri ile hazırlanan bir ders tasarımının öğretmen adaylarının gelişimine etkisinin incelenmesi* (Tez no. 264121) [Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi]. YÖK Tez Merkezi.

Cantürk-Günhan, B. ve Açan, H. (2016). Dinamik geometri yazılımı kullanımının geometri başarısına etkisi: Bir meta-analiz çalışması. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, 7* (1), 1–23.

Carroll, W. M. (1998). Geometric knowledge of middle school students in a reform based mathematics curriculum. *School Science and Mathematics. 98*(4), 188-197.

Cha, S., & Noss, R. (2001). Investigating students' understanding of locus with dynamic geometry. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics, 21*(3), 84-89.

Chan, K. K., & Leung S. W. (2014). Dynamic geometry software improves mathematical achievement: systematic review and meta-analysis. *Journal of Educational Computing Research, 51*(3), 311–325.

Chazan, D. (1989). *Ways of knowing: High school students' conception of mathematical proof.* [Unpublished Doctoral dissertation]. Harvard University, Cambridge, MA.

Chazan, D. (1993). High school geometry students' justification for their views of empirical evidence and mathematical proof. *Educational Studies in Mathematics, 24*, (359-387).

Cheung, L. H. (2011). *Enhancing students' ability and interest in geometry learning through geometric constructions.* [Unpublished Doctoral dissertation]. The University of Hong Kong, Hong Kong, Çin.

Christou, C., Mousoulides, N., Pittalis, M., & Pantazi, D., (2004). Proofs through exploration ın dynamic geometry environments. *International Journal of Science and Mathematics Education 2*, 339–352.

Christou, C., Mousoulides, N., Pittalis, M., & Pitta-Pantazi, D. (2004). Problem solving and problem posing in a dynamic geometry environment. *The Montana Mathematics Enthusiast, 2*(2), 125-143.

Clarou, P., Laborde, C., & Capponi, B. (2001). Géométrie avec cabri: scénarios pour le lycée. Grenoble: CNDP.

Clement, J. (2000). Analysis of clinical interview: Foundations and model viability. In A. E. Kelly & R. A. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 547-589). London: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

Clements, D. (2003). Teaching and learning geometry. In J. Kilpatrick, W. G. Martin, & D. E. Schifter (Eds.), *A research companion to principles and standards for school mathematics* (pp. 151-177). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Clements, D. H., & Battista, M. T. (1992). geometry and spatial understanding. In Dougles A. Grouws (Ed.,), *Handbook of Research Mathematics Teaching and Learning* (pp. 420-464). New York: McMillan Publishing Company.

Clements, D. H. (1999). Geometric and spatial thinking in young children. In J. V. Copley (Ed.), *Mathematics in the early years* (pp. 66–79). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Cobb, P., & Steffe, L. P. (1983). The constructivist researcher as teacher and model builder. *Journal for Research in Mathematics Education, 14*(2), 83–94.

Common Core State Standards Initiative. (2015). *Common Core State Standards for mathematics.* http://www.corestandards.org/wp-content/uploads/Math_Standards.pdf adresinden 16.9.2015 tarihinde alınmıştır.

Confrey, J., & Lachance, A. (1999). Transformative teaching experiments through conjecture-driven research design. In A. E. Kelly & R. A. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 231 - 265). London: Lawrence Erlbaum.

Cooper, J. L., Walkington, C. A., Williams, C. C., Akinsiku, O. A., Kalish, C. W., Ellis, A. B., & Knuth, E. J. (2011, July). *Adolescent reasoning in mathematics: exploring middle school students' strategic approaches ın empirical justifications.* Paper presented at the the 33rd Annual Conference of the Cognitive Science Society. Boston, MA.

Copley, J. V. (2000). *The young child and mathematics.* USA: National Association for the Education of Young Children.

Crawford, K., Gordon, S., Nicholas, J., & Prosser, M. (1994). Conceptions of mathematics and how it is learned: The perspectives of students entering university. *Learning and Instruction*, *4*, 331–345.

Creswell, J. W. (1998). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five traditions.* Sage Publications Inc.

Creswell, J. W. (2005). *Educational research: planning, conducting, and evaluating quantitative and qualitative research (2. Baskı).* Pearson Education Inc.

Crowley, M. L. (1987). The Van Hiele Model of the development of geometric thought. M. Lindquist and P. S. Albert (Ed.), *In Learning Teaching Geometry* (pp. 1-16). Reston: NTCM.

Czarnocha, B., & Maj, B. (2008). A teaching experiment. In B. Czarnocha (Ed.), *Handbook of mathematics teaching research -a tool for teachers- researchers* (pp. 47–58). Poland: University of Reszów.

Çağlayan, G. (2014). Static versus dynamic disposition: The role of GeoGebra in representing polynomial-relational inequalities and exponential-logarithmic functions. *Computers in the School*, *31*, 339-370.

Çakıroğlu, Ü., Güven, B., & Akkan, Y. (2008). Examining mathematics teachers' beliefs about using computers in mathematics teaching. *Hacettepe Üniversitesi Journal of Education, 35*, 38-52.

Çalışkan, Ç. (2012). *8. sınıf öğrencilerinin matematik başarılarıyla ispat yapabilme seviyelerinin ilişkilendirilmesi.* [Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi]. Bursa Uludağ Üniversitesi, Bursa.

Çepni, S. (2014). *Araştırma ve proje çalışmalarına giriş (Genişletilmiş 7. Baskı).* Celepler Matbaacılık.

Çepni, S., Taş, E., & Köse, S. (2006). The effects of computer-assisted material on students cognitive levels, misconceptions and attitudes towards science. *Computers & Education, 46,* 192–205.

Çetin F. Ö. ve Dane, A. (2003). Sınıf öğretmenliği ııı. sınıf öğrencilerinin geometrik bilgilere erişi düzeyleri üzerine. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 12*(2), 427- 436.

Çiftçi, O. ve Tatar, E. (2014). Pergel-cetvel ve dinamik bir yazılım kullanımının başarıya etkilerinin karşılaştırılması. *Journal of computer and education research, 2*(4), 111-133.

Çoban, H. (2010). *Öğretmen adaylarının matematiksel muhakeme becerileri ile bilişötesi öğrenme stratejilerini kullanma düzeyleri arasındaki ilişki.* [Y Yayımlanmamış üksek Lisans Tezi]. Gaziosmanpaşa Üniversitesi, İstanbul.

De Villiers, M. (1996, January). *The Future of Secondary School Geometry.* Slightly Adapted Version of Plenary Paper Presented at the SOSI Geometry Imperfect Conference, UNISA, Pretoria.

De Villiers, M. (1999). *Rethinking proof with the Geometer's Sketchpad*. Key Curriculum Press.

De Villiers, M. (2002, October). *Developing understanding for different roles of proof in dynamic geometry*. Paper presented at ProfMat, Visue, Portugal.

De Villiers, M. (2003). *Rethinking Proof with Geometer's Sketchpad (4th Ed.)*. Key Curriculum Press

De Villiers, M. (2004). The role and function of quasi-empirical methods in mathematics, Canadian Journal of Science. *Mathematics and Technology Education, 4*(3), 397– 418.

Delice, A. ve Sevimli, E. (2013). Geometri problemlerinin çözüm süreçlerinde görselleme becerilerinin incelenmesi: Ek çizimler. *Marmara Üniversitesi Atatürk Eğitim Fakültesi Eğitim Bilimleri Dergisi, 31*(31), 83-102.

Demir, E. (2017). *Ortaöğretim matematik öğretmeni adaylarının muhakeme hatalarının ispatlama bağlamında incelenmesi*. [Yayımlanmamış Doktora Tezi]. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Zonguldak.

Demirel, Ö., Seferoğlu, S.S. ve Yağcı, E. (2003). *Öğretim teknolojileri ve materyal geliştirme.* PegemA Yayıncılık

Demirtaş, H. ve Güneş, H. (2002). *Eğitim yönetimi ve denetimi sözlüğü.* Anı yayıncılık.

Di Martino, P., & Maracci, M. (2009). The Secondary-Tertiary Transition: Beyond the Purely Cognitive. In M. Tzekaki, M. Kaldrimidou, & H. Sakonidis (Eds.), *Proceedings of 33rd*

Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (pp.401-408). Thessaloniki, Greece: PME.

Dikovic, L. (2009). Applications GeoGebra into teaching some topics of mathematics at the college level. *ComSIS, 6*(2), 191-203.

Dinçer, S., & Güçlü, M. (2013). Effectiveness of using simulation in computer aided learning and new trends in science education: A meta-analysis study article. *International Journal of Human Science, 10*(Special Issue), 49-66.

Dixon, J. K. (1995). Limited English proficiency and spatial visualization in middle school students' construction of the concepts of reflection and rotation, *The Bilingual Research Journal, 19*(2), 221-247.

Doğan, M., & İçel, R. (2011). The role of dynamic geometry software in the process of learning: geogebra example about triangles. *International Journal of Human Sciences, 8*(1), 1303-5134.

Doruk, M., & Kaplan, A. (2015). Prospective mathematics teachers’ difficulties in doing proofs and causes of their struggle with proofs. *Bayburt Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 10*(2), 315-328.

Dreyfus, T. (1999). *Why Johnny can’t prove? Educational Studies in Mathematics, 38*(1/3), 85-109.

Duatepe, A. (2000*). An investigation of the relationship between Van Hiele geometric level of thinking and demographic variables for pre-service elementary school teachers.* [Yayımlanmamış Yüksek lisans tezi]. ODTÜ, Ankara.

Durmuş, S., Toluk, Z. ve Olkun, S. (16-18 Eylül 2002). Matematik Öğretmenliği 1. Sınıf Öğrencilerinin Geometri Alan Bilgi Düzeylerinin Tespiti, Düzeylerin Geliştirilmesi için Yapılan Araştırma ve Sonuçları. V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresinde sunuldu. (ss. 982-987). Ankara: Devlet Kitapları Basımevi Müdürlüğü.

Dursun, Ş. ve Çoban, A. (2006). Geometri dersinin lise programları ve ÖSS soruları açısından değerlendirilmesi, *C.Ü. Sosyal Bilimler Dergisi, 30*(2), 213-221.

Duval, R. (1998). Geometry from a cognitive point of view. In C. Mammana and V. Villani (Eds.), *Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century: An ICMI study.* (pp.37-52). Dordrecht: Kluwer.

Education Research and Development Department [ERDD], (2010). (PISA-2009) National Previous Report. Retrieved from http://earged.meb.gov.tr/dosyalar/pisa/pisa2009rapor.pdf

Edwards, B. S., & Ward, M. B. (2004). surprises from mathematics education research:student (mis)use of mathematical definitions. *The American Mathematical Monthly, 111*, 411–424.

Edwards, L.D. (1997). Exploring the territory before proof: Student‘s generalizations in a computer microworld for transformation geometry. *International Journal of Computers for Mathematical Learning, 2*(3), 187-215.

Ekiz, D. (2004). Eğitim paradigmasının nitel araştırma paradigmasıyla incelenmesi: Doğal ya da yapay. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi, 2*(4), 415-439

Emig, V.B. (1997). A multiple intelligences inventory. *Educational Leadership, 55*(1), 47-50.

Engelhardt, P. V., Corpuz, E. G., Ozimek D. J., & Rebello, N. S. (2004, September). The teaching Experiment –What it is and what it isn’t?. *Proceedings of Physics Education Conference-AIP Conference* (pp. 157-160). Madison, WI.

Epp, S. S. (2003). The role of logic in teaching proof. *American Mathematical Monthly, 110*(10), 886–889.

Erdem, E. (2011). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel ve olasılıksal muhakeme becerilerinin incelenmesi.* [Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi]. Adıyaman Üniversitesi, Adıyaman.

Erdem, E. (2015). *Zenginleştirilmiş öğrenme ortamının matematiksel muhakeme ve tutuma etkisi.* [Yayımlanmamış Doktora Tezi]. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Zonguldak.

Erdem, E., & Gürbüz, R. (2015). An analysis of seventh-grade students’ mathematical reasoning. *Çukurova University Faculty of Education Journal, 44*(1), 123–142.

Erdemir, N., Bakırcı, H. ve Eyduran, E. (2009). Öğretmen adaylarının eğitimde teknolojiyi kullanabilme özgüvenlerinin tespiti. *Türk Fen Eğitimi Dergisi, 6*(3), 99-108.

Erdoğan, E. Ö. ve Dur, Z. (2014). Preservice mathematics teachers’ personal figural concepts and classifications about quadrilaterals. *Australian Journal of Teacher Education, 39*(6), 107–133.

Erdoğan, T. (2006). *Van Hiele modeline dayalı öğretim sürecinin sınıf öğretmenliği öğretmen adaylarının yeni geometri konularına yönelik hazırbulunuşluk düzeylerine etkisi.* [Yayımlanmamış Yüksek lisans Tezi]. Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Bolu.

Erdoğan, Y. (2000). *Bilgisayar destekli kavram haritalarının matematik öğretiminde kullanılması.* [Yayımlanmamış Yüksek lisans Tezi]. Marmara Üniversitesi, İstanbul.

Erduran, A., ve Yeşildere, S. (2010). Geometrik yapıların inşasında pergel ve çizgecin kullanımı. *İlköğretim Online, 9*(1), 331–345.

Erkuş, A. (2011). *Davranış bilimleri için bilimsel araştırma süreci.* Seçkin Yayınevi.

Ersoy, M. (2009). *Bilgisayar destekli ders uygulamalarının ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının geometri başarılarına etkisi ve öğrenme ve öğretmeye yönelik görüşleri.* [Yayımlanmamış Yüksek lisans Tezi]. Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eskişehir.

Ersoy, Y. (2003). Teknoloji destekli matematik eğitimi-1: Gelişmeler, politikalar ve stratejiler. *İlköğretim online, 2*(1), 18-27.

Ersoy, Y. (2005). Matematik eğitimini yenileme yönünde ileri hareketler-1: Teknoloji destekli matematik öğretimi. The Turkish Online Journal of Educational Technology, 4(2), 51-63.

Ertem, S. (1999). *Matematik öğretimi üzerinde bilgisayar ve teknolojinin kullanımı üzerine bir inceleme.* [Yüksek lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi]. YÖK Tez Merkezi.

Ertürk, S. (1972). *Eğitimde program geliştirme.* Yelkentepe Yayınları

Even, R. (1993). Subject-matter knowledge and pedagogical content knowledge: Prospective secondary teachers and the function concept. *Journal for Research in Mathematics Education, 24*(2), 94-116.

Ferrari, P. L. (2004). Matematical language and advanced mathematics learning. In M.Johnson Hones A. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2, (383–390). Bergen, Norway.

Fidan, N. (1988). Problems and issues central to the use of microcomputers in schools. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 3*(3), 35-40.

Field, A. (2013). *Discovering statistics using IBM SPSS statistics*. Sage Publications.

Filiz, M. (2009). *Geogebra ve Cabri geometri II dinamik geometri yazılımlarının web destekli ortamlarda kullanılmasının öğrenci başarısına etkisi* (Tez no. 244535). [Yüksek lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi]. YÖK Tez Merkezi.

Fitzgerald, J. F. (1996). *Proof in mathematics education, journel of education, 178, 35*-45.

Flagg, L. V. (2014). *Newman's error analysis and mathematical language: Diognasing mathematical errors on word problems made by 4th graders who attend a low ses school* [Unpublished Doctoral dissertation]. Mercer University, USA.

Flores, A. (2002). Learning and teaching mathematics with technology. *Teaching Children Mathematics,* 308-310.

Francisco, J. M., & Maher, C. A. (2005). Conditions for promoting reasoning in problem solving: Insights from a longitudinal study. *The Journal of Mathematical Behavior, 24*(3), 361-372.

Fujita, T., & Jones, K. (2006). Primary trainee teachers' understanding of basic geometrical figures in Scotland. In *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 3, (pp.14-21).

Fujita, T. (2012). Learners' level of understanding of the inclusion relations of quadrilaterals and prototype phenomenon. *The Journal of Mathematical Behavior, 31*(1), 60–72.

Furinghetti, F., & Paola, D. (2003). To produce conjectures and to prove them within a dynamic geometry environment: a case study. In *Proceedings of PME 27: Psychology of Mathematics Education 27th International Conference* (pp. 397– 404). Honolulu, USA.

Fuys, D. (1985). Van Hiele levels of thinking in geometry. *Education and Urban Society,17*(4), 447-462.

Fuys, D., Geddes, D., & Tischler (1988). *The Van Hiele model of thinking in geometry among adolescents.* Presented at the Journal for Research in Mathematics Education. Reston, VA: NCTM.

Gagatsis, A., Sriraman, B., Elia, I., & Modestou, M. (2006). Exploring young children's geometrical strategies. *Nordic Studies in Mathematics Education, 11*(2), 23-50.

Galindo, E. (1998). Assessing justification and proof in geometry classes taught using dynamic software. *The Mathematics Teacher, 91*(1), 76–82.

Gall, M. D., Borg, W. R., & Gall, J. P. (1996). *Education research, an introduction.* Longman Publishers.

Gecü, Z. (2011). *The effect of using photographs with dynamic geometry software on achievement and geometric thinking level.* [Yayımlanmamış Yüksek lisans Tezi]. Marmara Universitesi, İstanbul.

Generazzo, S. D. (2011). *Proof and reasoning in an inquiry-oriented class: The impact of classroom discourse.* [Unpublished Doctoral dissertation]. University of New Hampshire, New Hampshire.

Gillis, J. (2005). *An investigation of student conjectures in static and dynamic geometry environments*. [Unpublished Doctoral dissertation]. Auburn University, Alabama.

Ginsburg, H.P. (1981). Clinical interview in pschological research on mathematical thinking: aims, rationales, techniques. *For the Learning of Mathematics, 1*(3), 4–11.

Goetting, M. (1995). *The College Students' Understanding of Mathematical Proof.* [Unpublished Doctoral dissertation]. University of Maryland, Maryland.

Goos, M., & Spencer, T. (2003). Properties of shape, Mathematics-makingwaves. In Goos, M. & Spencer, T. (Eds.), *Proceedings of the Nineteenth Biennial Conference of the Australian Association of Mathematics Teachers* (pp. 424-434). Adelaide: AAMT Inc.

Gorghiu, G., Păuna, N., & Gorghiu, L. M. (2009). Solving geometrical locus problems using dynamic interactive geometry applications. In A. Méndez-Vilas, A. Solano Martín, J.A. Mesa González. & J. Mesa González (Eds.), *Research, Reflections and Innovations in Integrating ICT in Education* (pp. 814–818). Badajoz, Spain: Formatex.

Gökbulut, Y. (2010). *Sınıf öğretmeni adaylarının geometrik cisimler konusundaki pedagojik alan bilgileri.* [Yayınlanmamış Doktora Tezi]. Gazi Üniversitesi, Ankara.

Gutierrez, A. (1992). Exploring the links between Van Hiele levels and 3-dimensional geometry. *Structural Topology 18,* 31-48.

Gülburnu, M. (2013). *8. sınıf geometri öğretiminde kullanılan Cabri 3D'nin akademik başarıya etkisi ve öğrenci görüşlerinin değerlendirilmesi.* (Tez no. 334707) [Yüksek Lisans Tezi, Adıyaman Üniversitesi]. YÖK Tez Merkezi.

Gülten, D. Ç. ve Gülten, İ. (2004). Lise 2. sınıf öğrencilerinin geometri dersi notları ile öğrenme stilleri arasındaki ilişki üzerine bir araştırma. *Eğitim Araştırmaları Dergisi, 16,* 74–87.

Güneş, G. ve Baki, A. (2011). Dördüncü sınıf matematik dersi öğretim programının uygulamasından yansımalar. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 41,* 192-205.

Gür, H. (2014). İlköğretim okullarında alınan bilgisayar dersinin doğurguları: Balıkesir örneği. *Sakarya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 0*(4), 215-222.

Gür, S. (2002). *Matematik dersi yazılımlarının öğretimsel içeriğinin değerlendirilmesi.* [Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi]. Marmara Üniversitesi, İstanbul.

Gürbüz, R. (2006). Olasılık kavramlarının öğretimi için örnek çalışma yapraklarının geliştirilmesi. *Çukurova Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 31*(1), 111–123.

Gürkaynak, G. (2015). *Bilgisayar destekli matematik dersinin Mathematica yazılımı ile işlenmesine yönelik durum çalışması*. [Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi]. Atatürk Üniversitesi, Erzurum.

Gürol, M. (2005). Oluşturmacı öğrenme yaklaşımının uzmanlaşmaya etkisi. *The Turkish Online Journal of Educational Technology TOJET, 4*(1), 141-145.

Güven, B., Öztürk, T. ve Demir, E. (2014, Eylül). *Ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının ispat sürecindeki muhakeme hatalarının incelenmesi.* XI. Ulusal Fen ve Matematik Eğitimi Kongresi'nde sunuldu, Çukurova Üniversitesi, Adana.

Güven, B. (2002). *Dinamik geometri yazılımı Cabri ile keşfederek geometri öğrenme.* [Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi]. KTÜ, Trabzon.

Güven, B. (2008). Using dynamic geometry software to gain insight into a proof. *International Journal of Computers for Mathematical Learning, 13,* 251-262.

Güven, B. (2012). Using dynamic geometry software to improve eight grade students' understanding of transformation geometry. *Australasian Journal of Educational Technology, 28*(2), 364- 382.

Güven, B. ve Karataş, İ. (2003). Dinamik geometri yazılımı Cabri ile geometri öğrenme: öğrenci görüşleri. *Turkish Online Journal of Educational Technology, 2*(2). 123-125.

Güven, B. ve Karataş, İ. (2005). Dinamik geometri yazılımı Cabri ile oluşturmacı öğrenme ortamı tasarımı: bir model. *İlköğretim-Online 4*(1),62-72

Güven, B., & Karataş, İ. (2009). The effect of dynamic geometry software (Cabri) on preservice elementary mathematics teachers' academic achievement about locus problems. *Ankara University Journal of Faculty of Educational Sciences (JFES), 42*(1), 1-32.

Güven, B., Baki, A., & Çekmez, E. (2012). Using dynamic geometry software to develop problem solving skills. *Mathematics and Computer Education, 46*(1), 6-17.

Güven, B., Çelik, D. ve Karataş, İ. (2005). Ortaöğretimdeki çocukların matematiksel ispat yapabilme durumlarının incelenmesi. *Çağdaş Eğitim Dergisi, 316*, 35–45.

Güven, B., & Kösa, T. (2008). The effect of dynamic geometry software on student mathematics teachers' spatial visualization skills. *The Turkish Online Journal of Educational Technology, 7*(4), 100-1007.

Güven, Y. (2006). *Farklı geometrik çizim yöntemleri kullanımının öğrencilerin başarı, tutum ve Van Hiele geometri anlama düzeylerine etkisi*. [Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi]. KTÜ, Trabzon.

Hadas, N., Hershkowitz, R., & Schwarz, B. B. (2000). The role of contradiction and uncertainty in promoting the need to prove in dynamic geometry environments. *Educational Studies in Mathematics, 44*(1/2), 127-150.

Hadas, N., Hershkowitz, R., &Schwarz, B. B. (2000). The role of contradiction and uncertainty in promoting the need to prove in dynamic geometry environments. *Educational Studiesin Mathematics, 44*, 127-150.

Halat, E. (2006). Sex-related differences in the acquisition of the van hiele levels and motivation in learning geometry. *Asia Pacific Education Review, 7*(2), 173-183.

Hall, J., & Chamblee, G. (2013). Teaching algebra and geometry with geogebra: preparing pre-service teachers for middle grades/secondary mathematics classrooms. *Computers in the Schools, 30*, 12-29.

Hammerness, K. M., Darling-Hammond, L., & Bransford, J. (2005). How Teachers Learn and Develop. In L. Darling-Hammond, & J. Bransford (Eds.), *Preparing Teachers for a*

Changing World: What Teachers Should Learn and Be Able to Do (pp. 358-389). San Francisco, CA: Jossey-Bass.

Hangül, T. ve Üzel, D. (2010). Bilgisayar destekli öğretimin (BDÖ) 8. sınıf matematik öğretiminde öğrenci tutumuna etkisi ve BDÖ hakkında öğrenci görüşleri. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi, 4*(2), 154-176.

Hanna, G., & De Villiers, M. (2008). ICMI Study 19: Proof and proving in mathematics education. *ZDM Mathematics Education, 40*, 329–336.

Hanna, G. (2000). Proof, explanation and exploration: An overview. *Educational Studies in Mathematics, 44*, 5–23.

Hanna, G., & Jahnke, H. N. (1996). Proof and proving. In A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatric & C. Laborde (Eds.), *International Handbook of Mathematics Education* (pp. 877-908), Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Harel, G., & Sowder, L. (2007). Toward comprehensive perspectives on the learning and teaching of proof. In F. K. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning: A Project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 805-842). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Harel, G., & Sowder, L. (1998). Students' proof schemes: Results from exploratory studies. In A. H. Schoenfeld, J. Kaput & E. Dubinsky (Eds.), *Research in collegiate mathematics education* (Vol. 3, pp. 234-283). Providence, RI: American Mathematical Society.

Hartman, J. H. (2001). Teaching metacognitively. In H. J. Hartman (Ed.), *Metacognition in learning and instruction* (pp. 149-172). The Netherlands: Kluwer.

Hazzan, O., & Goldenberg, E. (1997). Students' understanding of the notion of function. *International Journal of Computers for Mathematical Learning, 1*(3), 263–290.

Healy, L., & Hoyles, C. (2001). Software tools for geometrical problem solving: Potentials and pitfalls. *International Journal of Computers for Mathematical Learning, 6*, 235–256.

Healy, L., & Hoyles, C. (2000). A study of proof conceptions in algebra. *Journal for Research in Mathematics Education, 33*, 3, 176-203.

Healy, L., & Hoyles, C. (1999). Visual and symbolic reasoning in mathematics: making connections with computers. *Mathematical Thinking and Learning, 1*, 59-84.

Heinze, A., & Reiss, K. (2009). Developing Argumentation and Proof Competencies in the Mathematics Classroom. In Stylianou, D., Blanton, M. and Knuth, E. (Eds.), *The Learning and Teaching Proof Across the Grades* (pp.191-203). Routledge Publishers, London.

Heinze, A., & Reiss, K. (2003, February). Reasoning and proof: Methodological knowledge as a component of proof competence. *Paper presented at CERME 3 Third Conference of the European Society for Research in Mathematics Education*, Bellaria, Italy.

Hiebert, J. & Grouws, D. A. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on 276 mathematics teaching and learning* (pp. 371-404). Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Hoffer, A. (1981). Geometry is more than proof. *Mathematics Teacher, 74*(1), 11-18.

Hoffer, A. (1983). Van Hiele-based research. In R. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes* (pp. 205-227). Orlando, Fla: Academic Press.

Hohenwarter, J., Hohenwarter, M., & Lavicza, Z. (2008). Introducing dynamic mathematics software to secondary school teachers: The case of GeoGebra. *Computers in Mathematics and Science Teaching, 28*(2), 135-146.

Hohenwarter, J., Hohenwarter, M., & Lavicza, Z. (2010). Evaluating difficulty levels of dynamic geometry software tools to enhance teachers' professional development. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, *17*(3), 127-134.

Hohenwarter, M. (2006). *Dynamic investigation of functions using GeoGebra.* Paper presented at Proceeding of Dresden International Symposium on Technology and its Integration into Mathematics Education 2006, Dresden, Germany: DES-TIME.

Hohenwarter, M., & Fuchs, K. (2005). *Combination of dynamic geometry, Algebra and Calculus in the software system GeoGebra*. Paper presented at Computer Algebra Systems and Dynamic Geometry Systems in Mathematics Teaching Conference, Pecs, Hungary.

Hohenwarter, M., Hohenwarter, J., Kreis, Y., & Lavicza, Z. (2008, July). *Teaching and learning calculus with free dynamic mathematics software GeoGebra.* Presented In 11th International Congress on Mathematical Education. Monterrey, Nuevo Leon, Mexico.

Holmes, E. (1995). *New directions in elementary school mathematics*. Schuster Company.

Hoyles, C., & Jones, K. (1998). Proof in dynamic geometry contexts. In C. Mammana and V.Villsni (Ed.), *Perspectives on the Teaching of Geometryfor the 21st Century*, (121-128). Dordrecht: Kluwer.

Hsu, H. (2010). *The study of Taiwanese students'experiences with geometric calculation with number (GCN) and their performance on GCN and geometric proof*. [Unpublished Doctoral dissertation]. The University of Michigan, Michigan.

Işıksal, M. ve Aşkar, P. (2003). İlköğretim öğrencileri için matematik ve bilgisayar özyeterlik algısı ölçekleri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 25*, 109–117.

İçel, R. (2011). *Bilgisayar destekli öğretimin matematik başarısına etkisi: GEOGEBRA örneği.* (Tez no. 280697) [Yüksek lisans tezi, Selçuk Üniversitesi]. YÖK Tez Merkezi.

İdris, N. (2007). The effect of geometers' sketchpad on the performance in geometry of Malaysian students' achievement and Van Hiele geometric thinking. *Malaysian Journal of Mathematical Sciences, 1*(2), 169 – 180.

İnan, C. (2006). Matematik öğretiminde materyal geliştirme ve kullanma. *Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi, 7,* 47-56.

İpek, S. (2010). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının dinamik geometri yazılımları kullanarak gerçekleştirdikleri geometrik ve cebirsel ispat süreçlerinin incelenmesi.* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Hacettepe Üniversitesi, Ankara.

İskenderoğlu, T. (2010). *İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının kanıtlamayla ilgili görüşleri ve kullandıkları kanıt şemaları.* [Yayınlanmamış Doktora Tezi]. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

İşman, A. (2005). *Öğretim teknolojileri ve materyal geliştirme*. Pegem-A Yayıncılık.

Jiang, Z. & White, A. (2012). *An efficacy study on the use of dynamic geometry software*. Paper presented at the Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education.

Jones, K. (1997). Student Teachers' Conceptions of Mathematical Proof. *Mathematics Education Review, 9*, 16-24

Jones, K. (2000). The student experience of mathematical proof at university level. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 31*(1), 53-60.

Jones, K. (2002). *Issues in the teaching and learning of geometry, aspects of teaching secondary mathematics: perspective on practice.* Routledge Falmer.

Kabaca, T., Aktümen, M., Aksoy, Y. ve Bulut, M. (2010). GeoGebra ve GeoGebra ile matematik öğretimi. Gülseçen, S., Ayvaz Reis, Z. ve Kabaca, T. (Eds.) *First Eurasia Meeting of GeoGebra (EMG): Proceedings* içinde (148-165). İstanbul: İstanbul Kültür Üniversitesi Yayınları.

Kaçar, A. Ö. ve Doğan, N. (2007). Okul öncesi eğitimde bilgisayar destekli eğitimin rolü. *Akademik Bilişim, 31*, 1-11.

Kalaycı, Ş. (Ed.). (2005). *SPSS uygulamalı çok değişkenli istatistik teknikleri (1. Baskı)*. Asil Yayıncılık.

Kannemeyer, L. (2005). Reference framework for describing and assessing students‘ understanding in first year calculus. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 36*(2-3), 271-287.

Karadağ, Z., & McDougall, D. (2009). Dynamic worksheets: visual learning with the guidance of Polya. *MSOR Connections, 9*(2) 13-16.

Karakaya, İ. (2009). *Bilimsel araştırma yöntemleri.* Anı yayıncılık.

Karakuş, F. (2014). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının geometrik inşa etkinliklerine yönelik görüşleri. *Kuramsal Eğitimbilim Dergisi, 7*(4), 408–435.

Karasar, N. (2009). *Bilimsel Araştırma Yöntemi (19.Baskı)*. Nobel Yayıncılık.

Karataş, İ. ve Güven, B. (2003). Problem çözme davranışlarının değerlendirilmesinde kullanılan yöntemler: klinik mülakatın potansiyeli. *İlköğretim Online. 2*(2), 2-9.

Keser, Ö. F. (2003). *Fizik eğitimine yönelik bütünleştirici bir öğretim ortamı tasarımı ve uygulaması.* [Yayınlanmamış Doktora Tezi]. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

Kılıç, H. (2013). The effects of dynamic geometry software on learning geometry. In B. Ubuz, C. Haser, M. A. Mariotti (Eds.), *Proceedings of the 8th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2604-2614). Ankara, Turkey: Middle East Technical University and ERME.

Knapp, J. (2006). A framework to examine definition use in proof. In Alatorre, S., Cortina, J.L., Sáiz, M., & Méndez, A. (Eds.), *Proceedings of the 28th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp.15-22), Mérida, Mexico: Universidad Pedagógica Nacional.

Knapp, J. (2005).Learning to prove in order to prove to learn.Retrieved from URL: http://mathpost.asu.edu/~sjgm/issues/2005_spring/SJGM_knapp.pdf

Knapp, L. R., & Glenn, A. D. (1996). *Restructuring schools with technology.* Allyn and Bacon.

Knight, K. C. (2006). *An investigation into the change in the Van Hiele levels of understanding geometry of pre-service elementary and secondary mathematics teachers*. [Unpublished Masters Thesis]. The University of Maine, Orono, ME.

Knuth, E. J. (2002). Secondary school mathematics teachers’ conceptions of proof. *Journal of Research in Mathematics Education, 33*(5), 379-405.

Knuth, E. J., Chopin, J. M., & Bieda, K. N. (2012). Middle school students' production of mathematical justification. In Stylianou, D. A.; Blanton, M. L.; Knuth, E. J. (Eds.) *Teaching and Learning Proof Across the Grades A K16 Perspective*. London, New York: Routledge.

Ko, Y., & Knuth, E. (2009). Undergraduate mathematics majors’ writing performance producing proofs and counterexamples about continuous functions. *Journal of Mathematical Behavior, 28,* 68-77.

Kondratieva, M. (2013). Geometrical constructions in dynamic and interactive mathematics learning environment. *Mevlâna International Journal of Education, 3*(3), 50-63.

Koreňová, L. (2014). The role of digital materials in developing the estimation ability in elementary and secondary school mathematics. *Acta Mathematica, 17,*87-94.

Köse, N. (2008). *İlköğretim 5. sınıf öğrencilerinin dinamik geometri yazılımı cabri geometriyle simetriyi anlamlandırmalarının belirlenmesi: bir eylem araştırması*. (Tez no. 229177) [Doktora Tezi, Anadolu Üniversitesi]. YÖK Tez Merkezi.

Köse, N. Y. (2012). İlköğretim öğrencilerinin doğruya göre simetri bilgileri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 42*(42), 274-286.

Köse, N., Tanışlı, D., Özdemir Erdoğan, E. ve Yüzügüllü Ada, T. (2013). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının teknoloji destekli geometri dersindeki geometrik oluşum edinimleri. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 8*(3), 102-121.

Köse, N., Uygan, C. ve Özen, D. (2012). Dinamik geometri yazılımlarındaki sürükleme ve çeşitlerinin geometri öğretimindeki rolü. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi, 3*(1), 35-52.

Kramarski, B., & Zeichner, O. (2001). Using technology to enhance mathematical reasoning: Effects of feedback and self-regulation learning. *Educational Media International, 38*(2-3), 77-82.

Kramarski, B., & Zoldan, S. (2008). Using errors as springboards for enhancing mathematical reasoning with three metacognitive approaches. *The Journal of Educational Research, 102*(2), 137-151.

Kramarski, B. (2004). Making sense of graphs: Does metacognitive instruction make a difference on students’ mathematical conceptions and alternative conceptions. *Learning and Instruction, 14*, 593-619.

Küchemann, D., & Hoyles, C. (2012). From emprical to structoral reasoning in mathematics, In stylianou, D. A.; Blanton, M. L.; Knuth, E. J. (Eds.) *Teaching and Learning Proof Across the Grades A K-16 Perspective*, London, New York: Routledge.

Laborde C. (2003). Technology used as a tool for mediating knowledge in the teaching of mathematics: The case of Cabri-geometry. In W. Yang, S. C. Chu, T. de Alwis & M. G. Lee (Eds.), *Proceedings of the 8th Asian Technology Conference in Mathematics* (pp. 23-38), Chung Hua University.

Laborde, C. (2001). Integration of technology in the design of geometry tasks with Cabri-Geometry. *International Journal of Computers for Mathematical Learning, 6*, 283-317

Lach, T., & Sakshaug, L. (2004). The role of playing games in developing algebraic reasoning, spatial sense and problem-solving. *Focus on Learning Problems in Mathematics, 26*(1), 34-42.

Lee, W. I. (1999). *The relationship between students' proof writing ability and Van Hiele Levels of geometric thought in a college geometric course.* [Unpublished Doctoral dissertation]. University of Northern Colorado, Greeley, Colorado, USA.

Leinhardt, G., & Smith, D. (1985). Expertise in mathematics instruction: Subject matterknowledge. *Journal of Educational Psychology, 77*, 247-271.

Lenhart, S. T. (2010). *The effect of teacher pedagogical content knowledge and the instruction of middle school geometry.* [Unpublished Doctoral dissertation]. University of Liberty, Lynchburg, VA, USA.

Lesh, R., Hoover, M., Hole, B., Kelly, A., & Post, T. (2000). Principles for developing thought-revealing activities for students and teachers. In R. Lesh & A. Kelly (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 591-645). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Lew, H. (2006). Pappus in a modern dynamic geometry: An honest way for deductive proof. C. Hoyles, J-B Lagrange, L.H. Son, and N. Sinclair (Ed.), *Proceedings of 17th ICMI Study conference*, *Technology Revisited.* Hanoi: Hanoi University of Technology.

Lim-Teo, S. K. (1997). Compass constructions: a vehicle for promoting relational understanding and higher order thinking skills. *The Mathematics Educator*, *2*(2), 138-147.

Lithner, J. (1998). Mathematical reasoning and familiar procedures. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 31*,1, 83-95.

Lopez-Morteo, G., & Lopez, G. (2007). Computer support for learning mathematics: A learning environment based on recreational learning objects. *Computers & Education, 48*(4), 618-641.

Van Hiele, P. M. (1986). *Structure and insight: a theory of mathematics education*. Academic Pres.

Marchis, I. (2012). Preservice primary school teachers' elementary geometry knowledge. *Acta Didactica Napocensia, 5*(2), 33-40.

Mariotti, M. A. (2000). Introduction to proof: The mediation of a dynamic software environment. *Educational Studies in Mathematics, 44*(1-2), 25-53.

Marrades, R., & Gutierrez, A. (2000). Proofs producted by secondary school students learning geometry in a dynamic computer environment. *Educational Studies in Mathematics, 44* (1), 87- 125

Martin, G., & Harel, G. (1989). Proof frames of preservice elementary teachers. *Journal for Research in Mathematics Education. 20*(1), 41–51.

Martin, G. E. (2012). *Geometric Constructions.* Springer.

Martin, T., & McCrone, S. (2009). Formal proof in high school geometry: Students perceptions of structure, validity, and purpose. In Stylianou, D. A., Blanton, M. L. & Knuth, E. J. (Eds.), *Teaching and learning proof across the grades: A K-l6 perspective* (pp. 204-221). Routledge.

Mason, M. M. (1997). The Van Hiele Model of Geometric Understanding and Mathematically Talented Students. *Journal for the Education of the Gifted, 21*(1), 39-53.

Math-CATs. (2007). *The Mathematical Thinking Classroom Assesment Techniques.*

Mayberry, J. W. (1983). The van Hiele levels of geometric thought in undergraduate preservice teachers. *Journal for Research in Mathematics Education, 14*, 58-69.

McBride, B., & Carifio, J. (1995, April). *Empirical results of using an analytic versus holistic scoring method to score geometric proofs: Linking and assessing Greeno, Bloom, and van Hiele views of student abilities to do proof.* Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association, San Francisco, CA.

McCrone, S. M. S., & Martin, T. S. (2004). Assessing high school stuedents' understanding of geometric proof. *Canadian Journel of Science, Mathematics and Technology Education, 4*(2), 223-242.

McCrone, S. M. S. & Martin, T. S., (2009). Formal proof in high school geometry: student perceptions of structure, validity, and purpose. teaching proving by coordinating aspects of proofs with students' abilities. Stylianou, D. A., Blanton,M. L. & Knuth, E. J. (Eds.) *Teaching and Learning Proof Across Grades: A K-16 Perspective (*pp. 204-221), New York/Washington, DC: Routledge/National Council of Teachers of Mathematics.

Meng, C. C., & Sam, L. C. (2009). Assessing pre-service secondary mathematics teachers' geometric thinking. Asian Mathematical Conference, Malaysia 2009. Retrieved at URL:http://www.mat.usm.my/AMC%202009%20Proceedings/Stats/Miscellaneous/P478.pdf

Merriam, S. B., & Tisdell, E. J. (2016). *Qualitative research: A guide to design and ımplementation* (4th ed.). San Francisco, CA: Jossey Bass.

Miles, M.B., Huberman, A.M., & Saldana, J. (2014). Qualitative data analysis: A methods sourcebook. Sage.

Millî Eğitim Bakanlığı. (2013). *Ortaokul Matematik dersi 5, 6, 7 ve 8. sınıflar Öğretim Programı*.

Mitchelmore, M. C. (1997). Children's informal knowledge of physical angle situations. *Cognition and Instruction, 7*(1), 1-19.

Miyazaki, M. (2000). Levels of proof in lower secondary school mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 41*(1), 47-68.

Moore, R.C. (1994). Making the transition to formal proof. *Educational Studies in Mathematics, 27*, 249-266.

Moralı, S., Uğurel, I., Türnüklü, E. ve Yeşildere, S. (2006). Matematik öğretmen adaylarının ispat yapmaya yönelik görüşleri. *Kastamonu Eğitim Dergisi, 14*(1), 147-160

Moss, L. J. (2000). *The use of dynamic geometry software as a cognitive tool.* [Unpublished doctoral dissertation]. The University of Texas, Austin.

Moyer, T. O. (2003). An investigation of the geometer's sketchpad and Van Hiele levels. *Dissertation Abstract International, 64*(11), 184.

Muijs, D. (2004). *Doing quantitative research in education.* Sage Publications.

Napitupulu, B. (2001). *An exploration of students' understanding and Van Hiele levels of thinking on geometric constructions.* [Unpublished Master's thesis]. Simon Fraser University, Canada.

National Assessment of Educational Practices [NAEP]. (2002). *Mathematics framework for the 2003 national assessment of educational progress.* Washington, DC: National Assessment Governing Board.

National Council of Teachers of Mathematics (NTCM). (1989). *Curriculum and Evaluation Standarts for School Mathematics*. Reston: Virginia.

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2004). Principles and standards for school *Mathematics*. Reston: Virginia.

Nixon, J. (1988). *Teaching drama: A Teaching skills workbook (Focus on Education).* McMillan Education.

Okutan, M. (2003). Okul müdürlerinin idari davranışları. *Milli Eğitim Dergisi, 157*, 226-236.

Olkun, S. ve Toluk, Z. (2003). *Matematik öğretimi*. Anı Yayıncılık.

Olkun, S. ve Toluk-Uçar, Z. (2007). *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi* (3. Baskı). Maya Akademi.

Olkun, S., Sinoplu, N. B., & Deryakulu, D. (2005). Geometric explorations with dynamic geometry applications based on Van Hiele levels. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning, 6*, 1-12.

Olkun, S., Toluk, Z. ve Durmuş, S., (2002). Sınıf öğretmenliği ve matematik öğretmenliği öğrencilerinin geometrik düşünme düzeyleri. *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi* kitabı içinde (ss. 1064-1070). Ankara: Devlet Kitapları Basımevi Müdürlüğü.

Olson, J. F., Martin, M. O., & Mullis, I. V. S. (Eds.). *TIMSS 2007 Technical Report.* Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center, Boston College.

Organisation for Economic Co-operation and Development [OECD] (2013). *PISA 2012 assessment and analytical framework: mathematics, reading, science, problem solving and financial literacy*, OECD Publishing.

Öçal, M. F., ve Şimşek, M. (2017). Pergel-çizgeç ve Geogebra inşaları üzerine: Öğretmenlerin geometrik inşa süreçleri ve görüşleri. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi, 37*(1), 219-262.

Öksüz, C. ve Ak, Ş. (2010). İlköğretim okullarında matematik derslerinde teknoloji kullanım düzeyini belirleme ölçeği geçerlik ve güvenirlik çalışması. *Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi, 9*(32), 372-383.

Özçakır, B., Aytekin, C., Altunkaya, B., & Doruk, B. K. (2015). Effects of using dynamic geometry software activities on eighth grade students' achievement levels and estimation performances in triangles. *Participatory Educational Research, 2*(3), 43–54.

Özdamar, K. (1999). *Paket programlar ile istatistiksel veri analizi I (2. Baskı)*. Kaan Kitabevi

Özdemir, E. ve Ubuz, B. (2006). *Proje tabanlı öğrenmenin öğrencilerin geometriye yönelik tutumlarına etkisi.* VII. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi Bildirileri, 225.

Özden, Y. (2010). *Öğrenme ve öğretme (10.Baskı).* Pegem Akademi Yayınları.

Özen, D., & Köse, N. Y. (2013). Investigating pre-service mathematics teachers' geometric problem solving process in dynamic geometry environment. *Turkish Online Journal of Qualitative Inquiry, 4*(3), 61-74.

Özer, O., (1998). *Soyut matematik.* Orhun, N. (Ed.). Anadolu Üniversitesi Açıköğretim Fakültesi Yayınları.

Özerem, A. (2012). Misconceptions in geometry and suggested solutions for seventh grade students. *International Journal of New Trends in Arts, Sport and Science Education, 1*(4), 23-35.

Özmantar, M. (2005). *An investigation of the formation of mathematical abstractions through scaffolding.* [Unpublished Doctoral dissertation]. University of Leeds, England.

Özmen, H. (2004). Fen öğretiminde öğrenme teorileri ve teknoloji destekli yapılandırmacı öğrenme. *TOJET, 3*(1), 100-111.

Özsoy, N. ve Kemankaşlı, N. (2004). *Ortaöğretim öğrencilerinin çember konusundaki temel hataları ve kavram yanılgıları. The Turkish Online Journal of Educational Technology – TOJET, 3*(4), 140-147.

Öztürk, T. (2016). *Matematik öğretmeni adaylarının ispatlama becerilerini geliştirmeye yönelik tasarlanan öğrenme ortamının değerlendirilmesi.* [Yayınlanmamış Doktora Tezi]. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

Pamuk, S., Çakır, R., Ergün, M., Yılmaz, B., & Ayas, C. (2013). The use of tablet pc and interactive board from the perspectives of teachers and students: Evaluation of the FATİH project. *Educational Sciences: Theory & Practice, 13*(3), 1799-1822.

Pandiscio, E. A. (2002). Exploring the link between preservice teachers‟ conception of proof and the use of dynamic geometry software. *School Science and Mathematics, 102*(5), 216–221.

Pape, S. J., Bell, J., & Yetkin, I. E. (2003). Developing mathematical thinking and self-regulated learning: A teaching experiment in a seventh-grade mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics, 53*, 179-202.

Patton, M. N. (1990). *Qualitative evaluation and research methods*. Sage Publication.

Patton, M. O. (2002). *Qualitative research and evaluation methods. (3rd Ed)*. Sage Publication.

Patton, M. Q. (1987). *How to Use Qualitative Methods in Evaluation*. Sage Publication.

Pesen, C. (2008). *Eğitim fakülteleri ve sınıf öğretmenleri için yapılandırmacı öğrenme yaklaşımına göre matematik eğitimi (4.Baskı)*. Pegem Yayıncılık.

Philipp R., Thanheiser, E., & Clement, L. (2002). The role of a children's mathematical thinking experience in the preparation of prospective elementary school teachers. *International Journal Of Educational Research, 37*, 195-210.

Pickreign, J. (2007). Rectangles and rhombi: How well do preservice teachers know them?, *IUMPST: The Journal, 1,* 1-7.

Pijls, M., Dekker, R., & Van Hout-Wolters, B. (2007). Reconstruction of a collaborative mathematical learning process. *Educational Studies in Mathematics, 65*, 309-329.

Pilten, P. (2008). Üstbiliş stratejileri öğretiminin ilköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme becerilerine etkisi. [Yayımlanmamış Doktora Tezi]. Gazi Üniversitesi, Ankara.

Posamentier, A. S. (2000). *Making geometry come alive: student activities and teacher notes.* Corwin Press, Inc.

Powell, A. B., Francisco, J.M., & Maher, C. A. (2003). An analytical model for studying the development of learners' mathematical ideas and reasoning using videotape data. *Journal of Mathematical Behavior, 22*, 405-435.

Preiner, J. (2008). *Dynamic mathematics software to mathematics teachers : The case of Geogebra.* [Unpublished Doctoral dissertation]. University of Salzburg, Austria.

Presmeg, N. C., Barrett, J. E., & McCrone, S. (2007). Fostering generalization in connecting registers of dynamic geometry and Euclidean constructions. In J. H. Woo, H. C. Lew, K. S. Park, & D. Y. Seo (Eds.), *Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 81-89). Seoul, Korea: PME.

Prince, A. A. (1998). Prove it!. *Mathematics Teacher, 91*(8), 726-773.

Pulley, C. A. (2010). *Using instruction to investigate the effects of assessing reasoning tasks on students' understanding of proof.* [Unpublished Doctoral dissertation]. Illinois State University, Illinois.

Quesada A., & Edwards M. T. (2008). *Dueling (dualing) solids: enhancing student and teacher geometrical understanding with Cabri 3D. Proceedings of The Nineteenth Ann. Int. Conference on Tech. in College Math.* (pp. 163-168). Boston: Addison Wesley Longman.

Recio, A. M., & Godino, J. D. (2001). Instutional and personal meanings of mathematical proof. *Educational Studies in Mathematics, 48*(1), 83-89.

Reis, K., & Renkl, A. (2002). Learning to prove: The idea of heuristic examples. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik (ZDM), 34*(1), 29-35.

Ross, K. A. (1998). Doing and proving: The place of algorithms and proof in school mathematics. *The American Mathematical Monthly, 105*(3), 252-255.

Russell, S. J. (1999). Mathematical reasoning in the elementary grades. In Lee V. Stiff (Ed.), *Developing mathematical reasoning in grades K-12 / 1999 yearbook.* Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.

Samková, L. (2013). Volume and area ratios with GeoGebra. *North American GeoGebra Journal, 2*(1), 10-13.

Santos-Trigo, M., & Espinosa-Pérez, H. (2010). High school teachers use of dynamic software to generate serendipitous mathematical relations. *The Mathematics Enthusiast, 7*(1), 31-46.

Sarı, M. (2011). *Üniversite öğrencilerinin matematiksel kanıt ile ilgili güçlükleri ve kanıt öğretimi.* [Yayınlanmamış Doktora Tezi]. Hacettepe Üniversitesi, Ankara.

Sarracco, L. (2005). The effects of using dynamic geometry software in the middle school classroom. EDT 896 Research Report, Iona College, NY.

Scher, D. (2005). Square or not? Assessing constructions in an interactive geometry software environment. In W. J. Masalaski & P. C. Elliott (Eds.), *Technology supported mathematics learning environments* (pp. 113-124). Virginia: NCTM.

Schoenfeld, A. (1994). Reflections on doing and teaching mathematics. In Alan H. Schoenfeld, (Ed.), *Mathematical thinking and problem solving* (pp. 53-69). Hillsdale, NJ, England: Lawrence Erlbaum Associates Inc.

Schostak, J. (2006). *Interviewing and representation in qualitative research.* (Ed. H. Torrance). Open University Press.

Selçik, N. ve Bilgici, G. (2011). GeoGebra yazılımının öğrenci başarısına etkisi. *Kastamonu Eğitim Dergisi, 19*(3), 913-924.

Selden, A., & Selden J. (2007). Overcoming students' difficulties in learning to understand and construct proofs. Tennesse Technological University. Retrieved from http://www.math.tntech.edu/techreports/TR_2007_1.pdf

Selden, A., & Selden, J. (1995). Unpacking the logic of mathematical statements. *Educational Studies in Mathematics, 29*(2), 123-151.

Selden, A., & Selden, J. (2003). Validations of proofs considered as texts: Can undergraduates tell whether an argument proves a theorem?. *Journal for Research in Mathematics Education, 34*(1), 4-36.

Senk, S. L. (1983). *Proof-writing achievement and van hiele levels among secondary school geometry students.* [Unpublished Doctoral dissertation]. The University of Chicago, Chicago.

Senk, S. L. (1985). How well do students write geometry proofs?. *Mathematics Teacher, 78*(6), 448-456.

Senk, S. L. (1989). Van Hiele levels and achievement in writing geometry proofs. *Journal for Research in Mathematics Education, 20*(3), 309-321.

Sezen, N. (2007). *Öklid'in "Elementler" adlı eseri ve matematik eğitimindeki yeri*. [Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi]. Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi, Ankara.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher, 15*(2), 4–14.

Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review, 57*(1), 1-22.

Simon, Y. R. (1983). Pursuit of happiness and lust for powerin technological society. In C. Mitcham & R. Mackey (Eds.), *Philosophy and Technology*, New York: Free Press.

Sinclair, N., & Crespo, S. (2006). Learning mathematics in dynamic computer environments. *Teaching Children Mathematics, 9*(12), 437-444.

Smart, J. R. (1993). *Modern geometries.* Brooks Publication.

Soldano, C., & Arzarello, F. (2016). Learning with touchscreen devices: game strategies to improve geometric thinking. *Mathematics Education Research Journal, 28*, 9–30.

Steffe, L. P., & Thompson, P. W. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. In R. Lesh and A. E. Kelly (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (p.p 267– 307). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Steffe, L. P. (1991). The constructivist teaching experiment: Implication and illustrations. In E. von Glasersfeld (Ed.), *Radical constructivism in mathematics education* (p.p. 177–194). Dordercht, Netherlands: Kluver.

Stover, N. F. (1989). *An exploration of students' reasoning ability and Van Hiele levels as correlates of proof-writing achievement in Geometry*. [Unpublished Doctoral dissertation]. University of Oregon, Oregon.

Stylianides, A. J. & Stylianides, G. J. (2009). Proof constructions and evaluations. *Educational Studies in Mathematics, 72*, 237-253.

Stylianides, G. J., & Stylianides, A. J. (2005). Validation of solutions of construction problems in dynamic geometry environments. *International Journal of Computers for Mathematical Learning, 10*(1), 31-47.

Subramanian, L. (2005). *An investigation of high school geometry students proving and logical thinking abilities and the ımpact of dynamic geometry software on student performance.* [Unpublished Doctoral dissertation]. University of Central Florida, Orlando, Florida.

Süzen, S. (2009). 5E ve geleneksel metotla işlenen fen ve teknoloji dersinin yapılandırılmış gridle değerlendirilmesi. *Milli Eğitim Dergisi, 181*, 169-183.

Swafford, O. J., Jones, G. A., & Thornton, C. A. (1997). Increased knowledge in geometry and instructional practice. *Journal for Research in Mathematics Education, 28*(4), 467-483.

Şahin, O. (2006). *Sınıf öğretmenlerinin ve sınıf öğretmeni adaylarının Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri.* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Afyon Kocatepe Üniversitesi, Afyon.

Tall, D. (1989). The nature of mathematical proof. *Mathematics Teaching, 127*, 28-32.

Tapan-Broutin, M. (2014). Matematiksel nesnelerin yapısı ve temsiller: Klasik semiyotik üçgenin geometri öğretimine yansımalarının analizi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 27*(1), 255- 282.

Tapan-Broutin, M. S. (2010). *Bilgisayar etkileşimli geometri öğretimi: Cabri geometri ile dinamik geometri etkinlikleri*. Ezgi Kitabevi.

Tapan-Broutin, M. S. (2016). Çizim-geometrik şekil-geometrik nesne kavramları ışığında çizimlerin yorumlanmasını etkileyen faktörler. E. Bingölbali, S. Arslan, İ. Ö. Zembat (Eds.), *Matematik Eğitiminde Teoriler* kitabı içinde (ss. 307- 323). Ankara: Pegem Akademi.

Tatar, E., Akkaya, A. ve Kağızmanlı, T. (2013). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının geogebra ile oluşturdukları materyallerin ve dinamik matematik yazılımı hakkındaki görüşlerinin analizi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT), 2*(3), 181-197.

Tavşancıl, E. (2002). *Tutumların ölçülmesi ve SPSS ile veri analizi*. Nobel Yayın Dağıtım.

Tekin, H. (1982). *Eğitimde ölçme ve değerlendirme. (3. Baskı)*. Daily News Web Ofset Tesisleri.

Terzi, M. (2010). *Van Hiele geometrik düşünme düzeylerine göre tasarlanan öğretim durumlarının öğrencilerin geometrik başarı ve geometrik düşünme becerilerine etkisi.* [Yayınlanmamış Doktora Tezi]. Gazi Üniversitesi, Ankara.

Thompson, D. R. (1996). *Learning and teaching indirect proof. The Mathematics Teacher, 89*(6), 474-82.

Toluk, Z., Olkun, S. ve Durmuş, S. (2002, Eylül). *Problem merkezli ve görsel modellerle destekli geometri öğretiminin sınıf öğretmenliği öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerinin gelişimine etkisi.* V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresinde sunuldu (ss. 1118-1123). Ankara: Devlet Kitapları Basımevi Müdürlüğü.

Toptaş, V. (2015). Matematiksel dile genel bir bakış. *International Journal of New Trends in Arts, Sports & Science Education, 4*, 18-22.

Turgut, M. F., Baker, D., Cunningham, R. & Piburn, M. (1997). *İlköğretim fen öğretimi.* YÖK/DB Milli Eğitimi Geliştirme Projesi Hizmet Öncesi Öğretmen Eğitimi Yayınları.

Tutak, T. (2008). *Somut nesneler ve dinamik geometri yazılımı kullanımının öğrencilerin bilişsel öğrenmelerine, tutumlarına ve Van Hiele geometri anlama düzeylerine etkisi.* [Yayınlanmamış Doktora Tezi]. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

Türk Dil Kurumu (2017). *Geometri sözlük anlamı.* http://www.tdk.gov.tr adresinden alındı.

Ubuz, B. (1999). 10. ve 11. sınıf öğrencilerinin temel geometri konularındaki hataları ve kavram yanılgıları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 16-17,* 95–104.

Ubuz, B. ve Üstün, I. (2003). *Figural and conceptual aspects in identifying polygons.* In the Proceedings of the 2003 Joint Meeting of PME and PMENA, 1, 328.

Ubuz, B., Üstün, I., & Erbaş, A. K. (2009). Effect of dynamic geometry environment on immediate and retention level achievements of seventh grade students. *Eğitim Araştırmaları-Eurasian Journal of Educational Research, 35*, 147-164.

Uğurel, I. ve Moralı, S. (2010). Matematik eğitimi ve dilbilim etkileşimine dayalı bir araştırma ve metodoloji alanı: söylem çözümleme. *E-Journal of New World Sciences Academy, 5*(1), 173-184.

Uğurel, I. (2010). *Ortaöğretim matematik programının temel ögeleri çerçevesinde öğrencilerin ispat kavramına yönelik matematiksel bilgilerini nasıl düzenlediklerinin söylem çözümlemesi ile belirlenmesi.* [Yayınlanmamış Doktora Tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Ulusoy, F. (2019). Matematik öğretmeni adaylarının pergel-cetvel ve dinamik geometri yazılımı kullanarak yaptıkları geometrik inşalar. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT), 10*(2), 336-372.

Umay, A. (2003). Mathematical reasoning ability. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *24*, 234-243.

Umay, A. (2007). *Eski arkadaşımız okul matematiğinin yeni yüzü*. Aydan Web Tesisleri.

Umay, A. ve Kaf, Y. (2005). Matematikte kusurlu akıl yürütme üzerine bir çalışma. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 28*, 188-195.

Usiskin, Z. (1982). Van hiele levels and achievement in secondary school geometry. University of Chicago. ERIC Document Reproduction Service.

Uşun, S. (2003). Eğitim ve öğretimde bilgisayarların yararları ve bilgisayardan yararlanmada önemli rol oynayan etkenlere ilişkin öğrenci görüşleri. *Kastamonu Eğitim Dergisi, 11*(2). 367-378.

Uygan, C. (2019). Öğrenci matematiğini araştırmada öğretim deneyi yöntemi: Kuramsal temeller ve örnek bir uygulamadan yansımalar. *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi, 7*(2), 792-825.

Üstün, I. (2003). *Developing the understanding of geometry through computer-based learning environment. [Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi]. Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara.*

Üstün, I., & Ubuz, B. (2004). *Students development of geometrical concepts through a dynamic learning environment.* The 10th International Congress on Mathematics Education.

Van Amelsvoort, M., Andriessen, J., & Kanselaar, G. (2007). Representational tools in computer-supported collaborative argumentation-based learning: How dyads work with constructed and inspected argumentative diagrams. *Journal of the Learning Sciences, 16*(4), 485-521.

Van de Walle, J. A. (2007). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (6th ed.). Pearson Education, Inc.

Van Hiele, P. (1986). Structure & insight: A theory of mathematics education. Newyork: Academic Pres.

Van Hiele, P. M. (1999). Developing geometric thinking through activities that begin with play. *Teaching Children Mathematics, 5*(6), 310-316.

VanSpronsen, H. (2008). *Proof processes of novice mathematics proof writers.* [Unpublished Doctoral dissertation]. The University of Montana, Montana.

Vatansever, S. (2007). *İlköğretim 7. sınıf geometri konularını dinamik geometri yazılımı geometer's sketchpad ile öğrenmenin başarıya, kalıcılığa etkisi ve öğrenci görüşleri.* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Wares, A. (2004). Conjectures and proofs in a dynamic environment. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 35*(1), 1-10.

Wares, A. (2010). Using dynamic geometry to explore non-traditional theorems. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *41*(3), 351–358.

Waring, S. (2000). *Can you prove it?: Developing concepts of proof in primary and secondary schools.* The Mathematical Association.

Weber, K., & Alcock, L. (2009). Semantic and syntactic reasoning in the representation system of proof. In D. A. Stylianou, M. L. Blanton & E. J. Knuth (Eds.), *Teaching and learning proof across grades: A K-16 perspective* (pp. 323-338). New York/Washington, DC: Routledge/National Council of Teachers of Mathematics.

Weber, K. (2001). Student difficulty in constructing proofs: The need for strategic knowledge. *Educational Studies in Mathematics, 48*, 101–119.

Weber, K. (2005). A procedural route toward understanding aspects of proof: Case studies from real analysis. *Canadian Journal of Science, Mathematics, and Technology Education, 5*(4), 469–483.

Weber, K. (2006). Investigating and teaching the thought processes used to construct proofs. *Research in Collegiate Mathematics Education, 6*, 197-232.

Weber, K. (2004). A framework for describing the processes that undergraduates use to construct proofs. In Hoines, M. J. & Fuglestad, A. B. (Eds.) *International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp.14–18). Bergen, Norway.

Weber, K., Maher, C., Powell, A. & Lee, H. S. (2008). Learning opportunities from group dissussions: Warrants become the objects of debate. *Educational Studies in Mathematics, 68*, 247-261.

Wirszup, T. (1976). Breakthrough in the Psychology of Learning and Teaching Geometry. In J.T. Martin and D.A. Bradbard (Eds.), *Space and Geometry: Papers from a Research Workshops*. Columbus, Ohio: ERIC Center for science, Mathematics and Environment Education.

Wu Yu, J., Lin, F., & Lee, Y., (2003). Students' understanding of proof by contradiction, In the *Proceedings of the 2003 Joint Meeting of PME and PMENA* (pp.443-449). Honolulu, Hawaii, U.S.A.

Wu, D. B. (1994). *A study of the use of the van hiele model in the teaching of non- euclidean geometry to prospective elementary school teachers in taiwan, the republic of China.* [Unpublished Doctoral dissertation]. University of Northern Colorado, Greeley.

Wu, H. H. (1996). The role of Euclidean geometry in high school. *Journal of Mathematical Behavior, 15*(3), 221-237.

Yavuz, İ. ve Can, R. (2010). Investigating pre-service mathematics teachers' approaches of teaching with technology in their first encounters to Cabri Geometry. *Marmara University Atatürk Education Faculty Journal of Educational Sciences, 32*, 181-198.

Yazıcı, N. (2017). *Matematik öğretmenlerinin öğretim için matematik bilgisi: kümelerde temel kavramların analizi.* [Yayınlanmamış Doktora Tezi]. Atatürk Üniversitesi, Erzurum.

Yenilmez, K. ve Yaşa, E. (2008). İlköğretim öğrencilerinin geometrideki kavram yanılgıları. *Uludağ Eğitim Fakültesi Dergisi, 21*(2), 461-483

Yıldırım, A. ve Şimşek H. (2013). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri. (9. Baskı)*. Seçkin Yayıncılık.

Yıldırım, C. (2000). *Matematiksel düşünme.* Remzi Kitabevi.

Yıldız, A. (2016). The geometric construction abilities of gifted students in solving real - world problems: A case from Turkey. *Malaysian Online Journal of Educational Technology, (MOJET), 4*(4), 53-67.

Yılmaz, G. K., Ertem, E. ve Güven, B. (2010). Dinamik geometri yazılımı Cabri'nin 11. sınıf öğrencilerinin trigonometri konusundaki öğrenmelerine etkisi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT), 1*(2), 200-216.

Yurdakul, B. (2004). *Yapılandırmacı öğrenme yaklaşımının öğrenenlerin problem çözme becerilerine, bilişötesi farkındalık ve derse yönelik tutum düzeylerine etkisi ile öğrenme sürecine katkıları.* [Yayınlanmamış Doktora Tezi]. Hacettepe Üniversitesi, Ankara.

Zaimoğlu, Ş. (2012). *8. sınıf öğrencilerinin geometrik ispat süreci ve eğilimleri*. [Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi]. Kastamonu Üniversitesi, Kastamonu.

Zengin, Y. (2011). *Dinamik matematik yazılımı geogebra'nın öğrencilerin başarılarına ve tutumlarına etkisi.* [Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi]. Kahramanmaraş Sütçü İmam Üniversitesi, Kahramanmaraş.

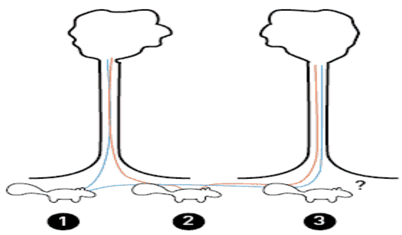
EKLER

Ek 1: Örnek Ders Planı

DERS	Geometri	SINIF	Geometri 1
KONU	Aksiyom, Teorem ve Tanımsız Kavramlar		
ÖĞRENME ALANI	Öklid Geometrisi		
KAZANIMLAR Bilimsel bilgi	Aksiyomlar, aksiyomatik sistemler, önermeler, teorem, postulat kavramlarını bilir ve kullanır. Geometri biliminin ortaya çıkış sürecini bilir, Öklid ve Öklid dışı geometrilerin tarihsel gelişimini açıklar. Geometrinin aksiyomatik yapısını betimler, aksiyomatik sistemler, önermeler, teorem, postulat kavramlarını bilir ve kullanır.		
KAZANIMLAR Enstrümental bilgi	Cabri Geometri: Cabri'de nokta çizer, doğru çizer, nesne üzerinde nokta çizer, nesneleri isimlendirir ve belge kaydeder.		
ARAÇ-GEREÇ	Akıllı tahta, bilgisayar, ders kitabı, Cabri Geometri çalışma yaprakları		
SÜRE	2 ders saati		

İŞLENİŞ: (5E Modeli)

1. Giriş (Engage)



SORU:

Haydi, biraz sincaplar, ağaçlar ve tırmanmaktan bahsedelim. Bahçemizde tam olarak üç tane sincabımız var. Her bir sincabımız en az iki ağaca tırmanır. Hiçbir ağaca iki sincaptan fazla sincap tırmanamaz. Bu durumda, ağaçların sayısı hakkında nasıl bir tahminde bulunabilirsiniz? Kesin doğru ve kesin yanlış olduğuna inandığınız bir cümle söyleyebilir misiniz? Deneyiniz. Tartışınız.

Öğrenciden beklenen cevaplar:

İstenen:

'Ağaç sayısı ikiden fazla olmak zorundadır.', kesin doğru bir yargıdır.

'Ağaç sayısı birdir.', kesin yanlış bir yargıdır. 3 sincabın aynı ağaca tırmanması mümkün değildir.

S1 birinci sincap, S2 ikinci sincap, S3 üçüncü sincap olsun. Bahçede iki ağaç olduğunu varsayalım, S1 ve S2, 1 ve 2. ağaçlara tırmansalar, S3 de en az iki ağaca tırmanacağından, fakat diğer iki sincapla aynı ağaca tırmanamayacağından S3 için iki ağaç daha gerekir. En az dört ağaç olur.

Bahçede üç ağaç olduğunu varsayalım. Üç sincap çapraz bir şekilde üç ağaca tırmansa,

S1, 1. ve 2.ağaca,

S2, 1. ve 3. ağaca,

S3, 2 ve 3.ağaca tırmanabilir. Hiçbir ağaca ikiden fazla sincap tırmanmaz. En az 3 ağaç hepsinin farklı iki ağaca tırmanması için yeterli olur.

O halde ağaç sayısı ikiden fazla olmalıdır, en az üç ağaç gerekir.

İstenmeyen:

Engellenebilir:

Öğrencilerin şekilden faydalanarak göz kararı bir tahminde bulunmaları

Çözüm: Şeklin sembolik olduğu söylenir.

Engellenebilir: Öğrenciler sayı hakkında yanlış hükümde bulunurlar.

Çözüm: Şekil çizerek tekrar düşünmeleri söylenir.

Engellenemez: Sorunun mantıksız olduğunu söyler.

SORU: 'Ağaç sayısı ikiden fazla olmak zorundadır' dediniz. Bu yargının doğruluğu kesin midir? Doğruluğunu ispatlayabilir misiniz? Doğruluğunu neye dayanarak ispatlarsınız?

Öğrencilerden beklenenler:

İstenen:

Verilenler ışığında bu yargının kesin olması gerekir. Aksi takdirde, verilenler sağlanamaz.

SORU: Verilen ve doğru olduğunu kabul ettiğimiz koşullar olmasaydı sincap ve ağaç sayısı hakkında ne söyleyebilirdiniz? Ya verilenler yanlışsa…

Öğrencilerden beklenenler:

İstenen:

Verilenler olmadan bir yargıda bulunamazdık. Ayrıca, verilenleri sorgulayamayız. Aksi takdirde hiçbir yargıya varamayız.

SORU: O halde bir sonuca varmak için bazı gerçekleri kabul etmek lazım, öyle değil mi?

2. Keşfetme (Explore)

Nasıl yoktan bir şey var edemezsek, hiçbir şey bilmeden de yeni bir şey bilemeyiz. Belli bir temele dayanmadan bir gerçeğe ulaşamayız. Elimizde bilmediğimiz yabancı dilde bir sözlük varsa sözlükten faydalanabilmemiz için en azından birkaç sözcüğün anlamını bilmeliyiz. Bir gerçeğe ancak başka bir gerçekten hareketle ulaşabiliriz. *Tıkandığımız, daha derine inemediğimiz noktada kabullere ihtiyacımız olduğundan ister evrim teorisi ister yaratılış teorisi olsun. Bir teorinin temelinde aksiyomlar vardır. O halde, başlangıç noktamız olarak kabul ettiğimiz gerçeklere, kabullere aksiyom diyelim. Aksiyomların bir araya gelmesiyle de aksiyomatik sistemler elde edelim. Aksiyomlarımızın geçerli olduğu bir sistem kurup mantıksal çıkarımlarda bulunalım.*

Aşağıdaki aksiyomların geçerli olduğu aksiyomatik bir sistem kuralım:

SORU: Kedi bir köpek değildir. Kedi bir köpektir. Köpek bir hayvandır. O halde kedi bir hayvan mıdır?

Öğrencilerden beklenenler:

İstenen:

Verilenler ışığında bir yargıya varılamaz, çünkü verilenler tutarsızdır.

SORU: *O halde bazı aksiyomların aksiyomatik sistem oluşturabilmesi için gerekli şartlardan birkaçı hakkında fikir yürütebilir misiniz? Başlangıç noktamız olarak kabul ettiğimiz gerçeklere aksiyom denilebilmesi için ve bir sistem oluşturması için hangi özellikleri aramalıyız?*

Elimizde bazı aksiyomlar var. Ancak aksiyomlar kendi arasında tutarsızsa aksiyomatik sistem değersizdir. Bir aksiyomatik sistemde aksiyomlar aralarında çatışmamalıdır. Aksiyomlar, açık, anlaşılır, tam, birbirinden bağımsız olmalıdır.

SORU: Arkadaşınızla tartışarak aksiyomatik olduğunu düşündüğünüz bazı sistemler bulunuz. Bu sistemlerin aksiyomları neler olabilir?

İstenen:

Evlerin kuralları, gelenekler ya da örneğin satranç gibi oyunlar, kuralların belirli olduğu, başta bazı kuralların sorgulanmadan doğru kabul edildiği sistemlerden örneklerdir.

SORU: Sizce din sistemleri aksiyomatik sistemler sayılabilir mi?

İstenen:

Sayılabilir. Siz bu Öklid geometrisi dersine katıldığınıza göre Öklid aksiyomlarını kabul edip ona göre devam etmek zorundasınız. Ders kapsamında, Öklid aksiyomlarını sorgulamadan kabul edeceğiz.

İstenmeyen:

Engellenebilir: Öğrenciler aksiyomatik sistemlerin kesinlikle doğru olan aksiyomlar üzerine kurulacağı yanılgısına düşerler.

Çözüm: Aksiyomlar, doğruluğu tartışılmadan kabul edilen önermelerdir. Kabul edildiklerinde tartışılmazlar. Örneğin, dini sistemler. İslam dininde sorgulamadan imanın şartlarına inanılır. Deneysel olarak ispatlanamasa da kurallar kabul edilerek sisteme dâhil olunduğunda doğrular ve yanlışlar dinin kurallarına yani aksiyomlarına göre belirlenir. Siz bu Öklid geometrisi dersine katıldığınıza göre Öklid aksiyomlarını kabul edip ona göre devam etmek zorundasınız. Ders kapsamında, Öklid aksiyomlarını sorgulamadan kabul edeceğiz.

Engellenemez: Tartışmayı reddeder.

3. Açıklama (Explain)

Aksiyomatik bir sistem tanımsız terimler ve semboller, tanımsız terimler kullanılarak tanımlanan formül ve kümeler, aksiyomlar yani kabuller, iddialar, varsayımlar, teoremlerden *ibaret mantık sistemidir. Ayrıca tutarlılık, eksiksizlik ve birbirinden bağımsız aksiyomlarla oluşturulmuş olmak gibi özellikleri de vardır. Bu ifadeler bir kuramın iskeletini oluşturur. Mantıksal çıkarımlarda bulunabilmemizi sağlar. İyi bir bilimsel çalışma ne kadar az aksiyoma ihtiyaç duyduğuna göre belirlenir.*

Şimdi, bir aksiyomatik sistemde çalışırken çokça kullanacağımız bazı kavramları öğrenelim.

SORU: "Marmara Deniz Marmara Bölgesindedir"

"Ağrı Marmara Bölgesindedir."

"Marmara Bölgesinde yaşamak çok kolaydır."

Yukarıdaki cümlelerden ilk ikisi önerme, üçüncüsü ise değildi. Sizce önermenin tanımı ne olabilir?

İstenen:

Doğru ya da yanlış bir hüküm bildiren ifadelere önerme olduğunu anlaması beklenir.

ÖNERME: *Doğru ya da yanlış bir hüküm bildiren ifadelere önerme denir.*

Örnek:

'Kuşların iki kanadı vardır.' bir hüküm bildirdiğinden önermedir. Doğru bir önermedir.

'Penguenler Kuzey Kutbu'nda yaşar.' bir hüküm bildirdiğinden önermedir. Yanlış bir önermedir.

SORU: 'Kamboçya'nın başkenti Phnom Penh'dir.' bir önerme midir?

İstenen:

Bu cümle, doğru veya yanlış bir hüküm bildirdiğinden önermedir. Başkentin hangi şehir olduğunu bilmesek te, Kamboçya'nın bir başkenti vardır. Kamboçya'nın başkenti Phnom Penh ise önermemiz doğru bir önermedir. Değilse yanlış bir önermedir. Ancak, her halükârda cümle bir önermedir.

İstenmeyen:

Engellenebilir: Öğrenciler Kamboçya'nın başkentini bilmediklerinden cümlenin önerme olup olmadığını bilemeyeceklerini söylerler.

Çözüm:

Kamboçya'nın başkenti Phnom Penh ise önermemiz doğru bir önermedir. Değilse yanlış bir önermedir. Ancak, her halükârda cümle bir önermedir.

AKSİYOM: *Aksiyom, ispata ihtiyaç duyulmadan, kabul edilen önermelerdir.* Matematikçi bazı sözcükleri anlamadan ve bazı önermeleri kanıtlamadan kabul etmeli, yoksa tümce kuramaz ve hiçbir gerçeğe dayanmadan yeni teoremler elde edemez. Felsefe tarihinin uzun bir süre kullandığı yöntemlerden biri olarak ilk nedeni ortaya koymak çok kritiktir. Aksi halde düşünce genişletilemez, hatta başlatılamaz. Matematikte, bir teorem, başka teoremlerle, o teoremle de başkalarıyla ispat edilir. Her şeyi ispat için, imkânsız olan, bir sonsuz geriye gitme gerektiğinden, ister istemez bir yerde durmak gerekir. Aksiyomlar, ispat edilemezler, fakat her şey bunlara dayanarak ispat edilir. İspatsız kabul edilmelerinin sebebi budur.

Postulatın ispatı için uğraşabilir, nedenini sorgulayabilirsiniz. Zaman içerisinde aksiyom yerine postulat kelimesi de kullanılır olmuş, ancak kökeni itibariyle postulat aksiyomdan farklı olarak kullanılmıştır.

Örnek:

‘Bir doğruya dışındaki noktadan yalnız bir paralel doğru çizilir.’

Bu önerme, Öklid aksiyomlarından biriyken, doğruluğundan şüphe edilmiş, Euclid dışı geometrilerin yeni aksiyomatik sistemlerin doğmasına neden olmuştur.

Teoremler doğruluğu, tanımlar ve aksiyomlar yardımıyla kanıtlanan önermedir. İspat, bir sonucun doğru olduğu bilinen önermelerden ve tanımlardan belirli mantık kuralları çerçevesinde çıktığını gösteren akıl yürütme biçimidir.

Aksiyomları kullanarak diğer önermeleri kanıtlarız. Kanıtlayabildiğimiz bu önermelere de teorem deriz. Bu zincir devam eder, her yeni teori, önceki teoremler kullanılarak ispatlanır ve teoreme dönüşür, böylece gökdelen sarayımız inşa edilir.

SORU: Geometri ne demektir?

“Geometri” kelimesi Yunancadan gelmektedir. “Geo” Yunanca dünya demektir. “metri” kelimesi ise yunanca "ölçüm" anlamına gelmektedir.

Her bilim dalında olduğu gibi geometrinin de üzerine kurulu bulunduğu bir temeli mevcuttur. Geometri aksiyomatik bir bilim dalıdır. Temel üzerinde kendi ifade birimleri ile meseleleri açıklığa kavuşturmaya çalışır.

Geometrinin aksiyomatikleştirilişi sadece matematik tarihinde değil, insanlık tarihinde de bir devrimdir. Matematiği aksiyomatik olarak ilk yansıtan Öklid’tir. Öklid'in sistemi her düşünürü hayran bırakmıştır ve düşüncelerini aksiyomatikleştirme istencini ortaya çıkarmıştır.

Öklid ilk olarak kendinden doğru önermeler ortaya atmıştır. Bunu yaparken sade, öz ve mümkün olduğunca açık önermelerden yola çıkmıştır. Bunlar kimsenin doğruluğundan şüphe edemeyeceği, bilimsel olarak doğru ama daha çok sağduyuya seslenen önermelerdir. Bu kendiliğinden doğru önermelerle ispatlarla sistemi kuracaktır. Aksiyomlar öyle ifade edilmişlerdir ki doğruluğundan kimse kuşku duymaz. Dolayısıyla ispatlarının yokluğu kimsenin kafasını karıştırmaz. Öklid sisteminin çökmemesi için aynı şekilde kavramların tanımlarını da sabitlemiştir. Temel kavramlar yerine oturtulur ve ispatlar için temel başlangıç noktaları sağlanır.

Öklid bu varsayımlardan yola çıkarak bir sürü teoriyi ve görüşü ortaya çıkardı ve kanıtladı. “Sadece bütün bunların doğru olduğuna inanmak istemiyorum, bütün bunların doğru olduğunu kanıtlamak ve bilmek istiyorum.”, dedi ve “Elementler” kitabında en temel varsayımlar üzerinde yoğunlaştı. O dedi ki, “Eğer bu doğruysa bu da doğrudur, o zaman bu da doğru olmak zorunda.” Böylece doğru olamayacak bir sürü şeyin doğru olduğunu kanıtladı. Doğru sanılan bir sürü görüşün doğru olmadığını kanıtladı. Sadece, “Bütün üzerine oturduğum çemberlerin şu özelliği vardır.” demedi. Aynı zamanda, “Bunun doğru olduğunu kanıtladım.” dedi. Buradan yola çıkarak da başka teoriler üzerinden birçok sonuca varabildi. Bu çalışmaları nedeniyle Öklid geometrinin atası olarak bilinir. “Öklid'in Elementleri” 1570 yılında yazılmış 13 ciltlik bir kitaptır. Bu kitap belki de gelmiş geçmiş en ünlü okuma kitabı olabilir. Başka hiçbir bilimsel eser 2000 yıl didik edilerek, hayranlık uyandırarak bilimsel çalışmalara kaynak gösterilmemiştir. Bir rivayete göre Öklid'ten 2000 yıl sonra, eğer Öklid'in "Elementler" kitabını okumamış ve anlamamışsanız sizi eğitimli biri olarak görmezlermiş. Kitap, İncil'den sonra batıda en çok basılan kitap olmuştur. Amerika’nın en büyük başkanlarından biri olan Abraham Lincoln “Öklid'in Elementleri"nin büyük hayranıydı. Atına binerken " Öklid'in Elementleri"ni okurdu. Beyaz Saray’dayken de okurdu. Lincoln diyor ki, "Hukuk okurken, sürekli "göstermek" kelimesiyle karşı karşıya kalıyordum. İlk önce bu sözün anlamını kavradığımı zannetmiştim, fakat aslında anlamamışım. Kendime ‘Göstermek denildiği zaman kanıtlamaktan farklı olarak ne yapıyorum?’ diye sordum. Göstermenin kanıtlamaktan farkı nedir? Webster sözlüğüne baktım. Kesin kanıtlardan bahsediyorlardı, şüpheden arındırılmış kanıtlardan. Fakat bu tür kanıtın ne olduğu hakkında hiçbir fikrim yoktu. Birçok şeyin sebep aranmadan şüphenin çok ilerisinde kanıtlanabildiğini zannediyordum. "Göstermek" denilen şeyin bu anlama geldiğini düşünüyordum. Bütün kitaplara ve sözlüklere baktım, fakat daha iyi bir sonuç elde edemedim. Kendime, “Göstermenin ne demek olduğunu bilmiyorsan asla bir avukat olamazsın.” dedim. Springfield’teki pozisyonumu bıraktım, babamın evine gittim ve orada Öklid'in altı kitabından anlam çıkarana kadar kaldım. (Burada bahsedilen düzlem geometrisi üzerine olan altı kitaptır.) “Ve sonra "Göstermek" kelimesinin ne anlama geldiğini anladım ve hukuk okumaya devam ettim.” Amerika’nın en büyük başkanlarından birinin iyi bir avukat olabilmesi için Öklid’in Elementler kitabındaki teorileri anlıyor ve kanıtlayabiliyor olması gerekiyordu. Aritmetik sadece işlemlerden ibaretti. Biz ise bu ders kapsamında, matematikle doğrudan alakalı temel ve gerçek matematik yapacağız.

Öklid geometrisi için şimdiye kadar üç aksiyom sistemi düzenlenmiştir. Bunlardan ilki Öklid tarafından düzenlenmiştir ve 13 aksiyomdan oluşmaktadır.

Öklid'in bu tanımlamaları ve kurduğu geometri 17. ve 18. yy.'a kadar kesin hâkimiyetini sürdürmüştür. Öklid aksiyomları 8+5=13 tanedir. Sayısını en aza indirmeyi de başardığı aksiyomlardan yola çıkarak, "Öklid Geometrisi" adı verilen görkemli ve karmaşık yapıyı oluşturmuştur. Böylesi az malzemeyle böylesi dev bir yapı ortaya çıkarmak, "müteahhit" diye geçinen değme babayiğidin harcı olmasa gerekir.

Ancak Öklid'in "Bir doğruya dışındaki bir noktadan bir ve yalnız bir paralel doğru çizilebilir." dediği 5. aksiyomu 19. yy.'ın başlarında matematikçiler arasında büyük tartışmaların kaynağı olmuş ve yeni geometrilerin kurulmasına ilham vermiştir. Matematikçiler, beşinci postulatı diğerlerinden hareketle kanıtlayamamışlardır. 19.yy.'ın başlarında matematiğin geldiği noktada, Öklid'in 5. aksiyomunun yanlış olduğu varsayılarak, yerine başka aksiyomlar yerleştirilerek çok ilginç özellikler taşıyan yeni geometriler kurulmaya başlanmıştır. *Paralellik aksiyomunu sağlamayan her Geometri Öklid dışı bir geometri olarak bilinmektedir. Pasch da 5. aksiyomun yerine Pasch aksiyomunu getirmiş, sonra da ispatlayabilmiştir. Aslında Pasch aksiyomu bir teorem olmasına rağmen, literatürde Pasch aksiyomu olarak geçmektedir.*

Pasch ile başlayan bu incelemeler Hilbert ile nihayete ermiş ve Hilbert Öklid Geometrisi için 21 aksiyomdan oluşan bir aksiyom sistemi kurmuştur. Hilbert tarafından verilen aksiyomlardan *"En az birini sağlamayan bir geometri Öklidyen olmayan bir geometridir."* anlayışı yerleşmiş bulunmaktadır. Öklid düzlemi için, 20. yüzyılda çağdaş matematik bilgileri göz önüne alınarak daha kısa ve daha rafine bir aksiyom sistemi oluşturulmuştur. Metrik aksiyomların bir modifikasyonu olan bu 3. aksiyomatik sistem ise Birkhoff tarafından düzenlenmiştir. Hilbert postulat kelimesine ihtiyaç duymamış, postulatları iptal etmiş, ispatlanamamış olan postulatları da ispatlanamamış teorem statüsüne getirmiştir. Postulatlar Hilbert ile geometri literatüründen kalkmıştır. Aksiyomların sayısını ve ispatlanmaya açık teoremlerin sayısını artırmış, böylece aksiyom sayısı 13'ten 21'e çıkmıştır. Öklid'in kitabı tanımlarla başlar, 13 ciltlik kitaptaki tüm terimlerin tanımları kitabın başında bulunur, sonra aksiyomlar, postulatlar ve teoremlere geçer, davranışçı yaklaşıma yakın bir kitaptır. Hilbert'in kitabı ise, yapılandırmacı yaklaşıma yakın bir kitaptır. İhtiyaç olacak tanım, terim ve aksiyomları ihtiyaç oldukça verir.

Dersimiz kapsamında Hilbert'in düzenlediği haliyle Öklid geometrisini inceleyeceğiz. Hillbert'in gözden geçirip eksikliklerini tamamladığı 21 aksiyomlu Öklid aksiyomatik sistemindeki 21 aksiyom beş guruba ayrılmıştır. Bu gruplar,

1. Konum Aksiyomları 8
2. Ara Aksiyomları 4

3. Süreklilik Aksiyomları 3

4. Eşlik Aksiyomları 5

5. Paralellik Aksiyomu 1

3. Derinleşme (Elaborate)

SORU: Bir aksiyomatik sistemde bütün doğrular teoremler sayesinde ispatlanabiliyorsa aksiyomatik sistem tamamlanmıştır. Sizce Öklid'in aksiyomatik sistemi tamamlanmış mıdır?

SORU: 'İki iki ile çarpıldığında sonuç beş eder.' Bu cümle bir önerme midir?

İstenen:

Önerme değildir.

İstenmeyen:

Engellenebilir: Yanlış olduğu için önerme değildir.

Engellenebilir: Yanlış olduğu için önermedir.

Çözüm: Önermeler yanlış ya da doğru olabilen yargılardır. Ama, sorunun cevabı hangi tabanda konuştuğumuza göre değişeceğinden doğru veya yanlış diyemeyiz. Dolayısıyla ifade bir önerme değildir.

SORU: 'Çin güzel bir ülkedir.' cümlesi bir önerme midir?

İstenen:

Değildir. Kanaat bildiren bir cümle ve öznel bakış açılarına göre değişebilirlik riski yüksektir. Doğru ya da yanlış değildir.

İstenmeyen:

Engellenebilir: Sonuçta doğru ya da yanlış olması kişiseldir.

Çözüm: Önermeler öznel doğru ve yanlışlar değildir.

Engellenemez: Kendi doğrularını genel doğru kabul eder.

SORU: 'Durakta gözümüze çarpan tabela da yazan 'Anahtarlarınızı arıyor musunuz?' cümlesine bakalım. Peki, bu cümle önerme midir?

İstenen:

Değildir.

İstenmeyen:

Engellenebilir: Önermedir.

Çözüm: Bu bir soru cümlesidir ve siz bu cümleye evet veya hayır ile cevap verebilirsiniz, doğru veya yanlış ile değil.

SORU: 'Havaya bakıp 'Bugün hava güzel.' dediğinizde kurduğunuz cümle önerme midir?

İstenen:

Değildir.

İstenmeyen:

Engellenebilir: Önermedir.

Çözüm: Önermeler öznel doğru ve yanlışlar değildir. Güzellik ise görelidir; yani değişebilirlik riski yüksektir.

5. **Değerlendirme (Evaluate)**

SORU: 'Yedi'nin iki eksiği beş eder' yani 7-2=5, önerme midir?

İstenen:

Önermedir. Siz 'doğru' diyebildiğiniz için bu ifade bir önermedir.

İstenmeyen:

Engellenebilir: Önerme değildir.

Çözüm: Önermeler yanlış ya da doğru olabilen yargılardır.

SORU:

Gödel'in eksiklik teoremini öğrenerek üzerinde düşününüz.

Ek 2 Yazılı Görüş Formu

GEOMETRİ-1 DERSİ YAZILI GÖRÜŞ FORMU

FİKİRLERLERİNİZ BİZİM İÇİN ÇOK DEĞERLİDİR.

LÜTFEN DETAYLI BİLGİLER VERİNİZ. ALANLA SINIRLA KALMAYINIZ, EK KAĞIT VERİLECEKTİR.

Ad-Soyad: Bölüm:

Doğum Tarihi: Sınıf:

1. Geçmiş öğrenim hayatınızda geometri öğrenimi gördünüz mü?

2. Geometri dersine karşı tutumunuz ve bakış açınız nasıldı? Geometriyi sever miydiniz?

3. Cevabınız evet ise geometriyi sevme nedeniniz ne idi?

4. Cevabınız hayır ise geometriyi sevmeme nedeniniz ne idi?

5.
   a) Geçmiş yıllarda gördüğünüz geometri dersi öğrenimi ile bu sene görmüş olduğunuz Geometri-1 dersi arasında bir fark var mıdır?
   b) Bir önceki soruya cevabınız evet ise lütfen gördüğünüz farkları tanımlayarak detaylı bir şekilde anlatınız.

6. Geçmiş yıllarda görmüş olduğunuz geometri dersi ile bu sene gördüğünüz Geometri-1 dersinin farklılık oluşturmasında bilgisayar kullanımının rolü var mıdır?

7. Sizce Geometri-1 dersi kapsamında bilgisayar kullanımının geometri öğrenimine ve dersin işlenişine olumlu yönde katkısı var mıdır?

8. Geometri-1 dersi kapsamında almış olduğunuz öğretim süreci geometriye olan bakış açınızı ve tutumunuzu değiştirdi mi? Cevabınız evet ise gerçekleşen değişiklik olumlu yönde mi yoksa olumsuz yönde midir?

9. Geometriye yönelik tutum ve bakış açınızı değiştiren faktörleri detaylı bir şekilde anlatınız.

10. Ders esnasında geometriye bakışınızı etkileyen faktörlere ders sürecinden somut bir örnek sununuz.

11. Ders esnasında sizi zorlayan, anlamakta güçlük çektiğiniz, başaramayacağınızı düşünmenize sebep olan noktalar, olaylar, faktörler nelerdir? Detaylı bir şekilde anlatınız. Örnekler veriniz.

12. Ders esnasında şaşırdığınız, ilginizi çeken noktalar, olaylar, faktörler nelerdir? Detaylı bir şekilde anlatınız. Örnekler veriniz.

13. Ders esnasında sıkıcı bulduğunuz noktalar, olaylar, faktörler nelerdir? Detaylı bir şekilde anlatınız. Örnekler veriniz.

14. Ders esnasında sizi eğlendiren noktalar, olaylar, faktörler nelerdir? Detaylı bir şekilde anlatınız. Örnekler veriniz.

15. Ders esnasında bir matematik öğretmeni adayı olarak bilmediğinize ve geçmiş geometri öğreniminizde öğrenmediğinize hayıflandığınız bir şey oldu mu? Örnekler veriniz.

16. Siz öğretmen olduğunuzda geometri dersini bu ders kapsamında gördüğünüz gibi mi yoksa geçmişte bildiğiniz ve alışkın olduğunuz geleneksel öğrenme yaklaşımlarıyla mı öğretmek istersiniz? Neden?

17. Bir sonraki öğretim yılında bu dersi daha verimli hale getirmek ve iyileştirmek için öğretim sürecinde neler değiştirilebilir? Lütfen önerilerinizi paylaşınız.

Ek 3 Sözlü Görüşme Formu

SÖZLÜ GÖRÜŞME SORULARI

1. Matematik öğretmeni denildiğinde aklınıza gelen ilk beş kelime nedir?

2. Hiç teknolojiden bahsetmediniz. Neden?

3. Teknolojiyi aktif kullanır mısınız? Teknolojinin hayatınızdaki yeri nedir?

4. Sizce ülkemizde gençlerin teknoloji kullanma yüzdesi nedir?

5. Sizce matematikte teknoloji kullanmak bir ihtiyaç mıdır?

Buraya kadar olan sorular genel sorulardı. Şimdi biraz da sınıfımızdan, dersimizden ve dersimizle ilgili düşüncelerinizden bahsedelim.

6. Bu ders kapsamında "Bilgisayar kullanmasaydık, ne gerek vardı…" diye düşündüğünüz oldu mu? Neden?

7. Mezun olduktan sonra asistan olarak üniversitenizde bulunsanız ve geometri dersine asistan olmak üzere seçilseniz genel olarak bu ders ile ilgili neyi değiştirirdiniz?

8. Mezun olduktan sonra asistan olarak üniversitenizde bulunsanız ve geometri dersine asistan olmak üzere seçilseniz ders kapsamında bilgisayar kullanımından vazgeçer miydiniz?

9. Mezun olduktan sonra asistan olarak üniversitenizde bulunsanız ve geometri dersine asistan olmak üzere seçilseniz ders içeriğinde neyi değiştirirdiniz?

10. Mezun olduktan sonra asistan olarak üniversitenizde bulunsanız ve geometri dersine asistan olmak üzere seçilseniz ders saatleri ile ilgili değişiklik yapar mıydınız?

11. Bir aday öğretmen olarak baktığınızda sizce lise öğrencisine mi yoksa ortaokul öğrencisine mi ders anlatmak daha zordur? Neden?

12. Ortaokul öğrencisine geometri dersi verecek olsanız nasıl bir yaklaşım ile anlatırdınız? Dersinizde bilgisayar ve teknolojik yazılımlar kullanır mıydınız?

13.Üniversite sınavında geometride nasıl bir sonuç aldınız? Sonucunuzu iyi, orta ya da kötü olarak nitelendirir misiniz?

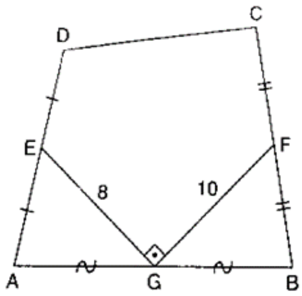
14. Geçmiş öğrenim hayatınızda bu ders kapsamında gördüğünüz şekilde geometri öğrenimi görmüş olsaydınız sizce üniversite sınav sonucunuz nasıl olurdu?

15. Geometrinin temellerini bildiğinizi düşünüyor musunuz? Cabri Geometri kullanılarak gerçekleştirilen dersten sonra geometri temelinizle ilgili herhangi bir değişiklik oldu mu?

16. Geometrinin tüm konularını derste anlatıldığı gibi Cabri Geometri kullanarak öğrenmek ister miydiniz?

Ek 4: Çoktan Seçmeli Geometri Başarı Testi

SORU 1



ABCD bir dörtgen

E, G, F orta noktalar

$[EG] \perp [GF]$

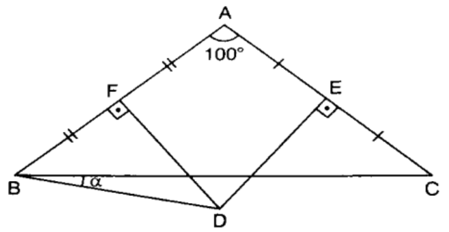
$|EG| = 8$ cm

$|GF| = 10$ cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(ABCD) kaç cm^2 dir?

A) 80 B) 120 C) 140 D) 150 E) 160

SORU 2



ABC bir üçgen, $[DF] \perp [AB]$, $[DE] \perp [AC]$

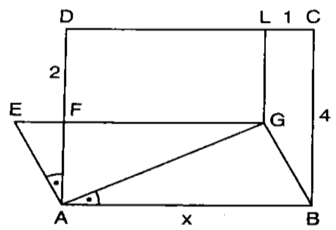
$|AF| = |FB|$, $|AE| = |EC|$

$m(\widehat{BAC}) = 100°$, $m(\widehat{DBC}) = \alpha$

Yukarıdaki verilere göre, α kaç derecedir?

A) 25 B) 20 C) 15 D) 10 E) 5

SORU 3



ABCD bir dikdörtgen

ABGE bir paralelkenar

$[LG] // [CB]$

$m(\widehat{EAD}) = m(\widehat{GAB})$

$|CB| = 4$ cm

$|DF| = 2$ cm

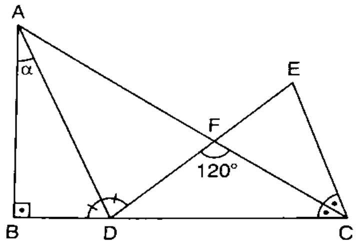
$|LC| = 1$ cm

$|AB| = x$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç cm dir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

SORU 4



ABC bir dik üçgen, EDC bir ikizkenar üçgen

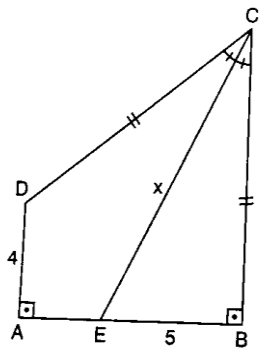
[DA] ve [CA] açıortay, [AB] $\perp$ [BC]

$|DE| = |DC|$, $m(\widehat{DFC}) = 120°$, $m(\widehat{BAD}) = \alpha$

Yukarıdaki verilere göre, α kaç derecedir?

A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

SORU 5



ABCD bir dik yamuk

[CE] açıortay

[AB] $\perp$ [CB]

[AD] $\perp$ [AB]

$|DC| = |CB|$

$|DA| = 4$ cm

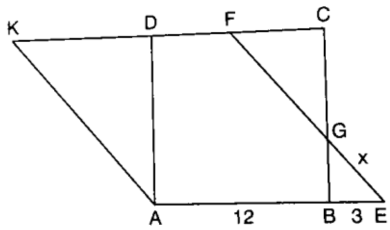
$|EB| = 5$ cm

$|CE| = x$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç cm dir?

A) 13 B) 10 C) $5\sqrt{5}$ D) $4\sqrt{5}$ E) $3\sqrt{5}$

SORU 6



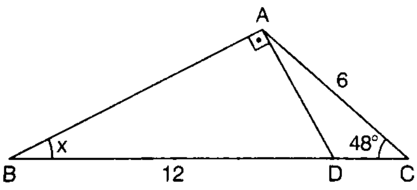
ABCD bir kare, AEFK bir eşkenar dörtgen

$|AB| = 12$ cm, $|BE| = 3$ cm, $|GE| = x$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç cm dir?

A) $3\sqrt{2}$ B) 5 C) $4\sqrt{2}$ D) $\sqrt{34}$ E) 6

SORU 7

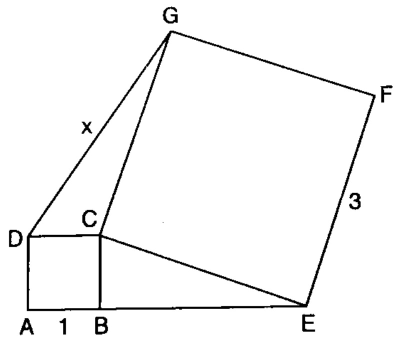


ABC bir üçgen
[AB] ^ [AD]
|BD| = 12 cm
|AC| = 6 cm
$m(\widehat{ACB}) = 48°$
$m(\widehat{CBA}) = x$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç derecedir?

A) 48 B) 45 C) 36 D) 30 E) 24

SORU 8

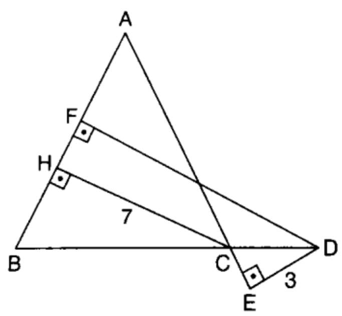


ABCD ve CEFG
birer kare
|AB| = 1 cm
|EF| = 3 cm
|DG| = x

Yukarıdaki verilere göre, x kaç cm dir?

A) $\sqrt{3}$ B) 2 C) 3 D) $2\sqrt{3}$ E) 5

SORU 9

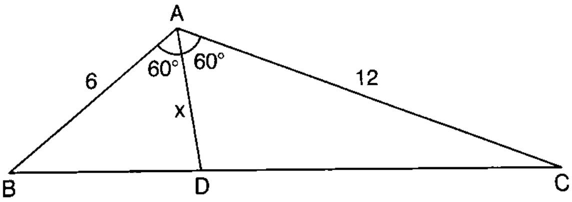


ABC bir ikizkenar
üçgen
[AE] ⊥ [DE]
[DF] ⊥ [AB]
[CH] ⊥ [AB]
|AB| = |AC|
|CH| = 7 cm
|DE| = 3 cm

Yukarıdaki verilere göre, |DF| kaç cm dir?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

SORU 10



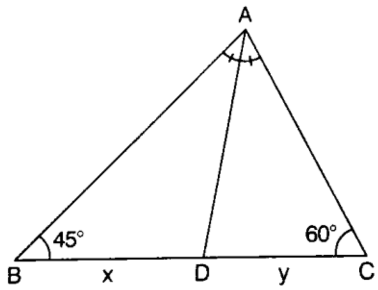
ABC bir üçgen, $m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{DAC}) = 60°$

$|AB| = 6$ cm, $|AC| = 12$ cm, $|AD| = x$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç cm dir?

A) 4 B) $3\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{5}$ D) 5 E) 6

SORU 11



ABC bir üçgen

[AD] açıortay

$m(\widehat{CBA}) = 45°$

$m(\widehat{ACB}) = 60°$

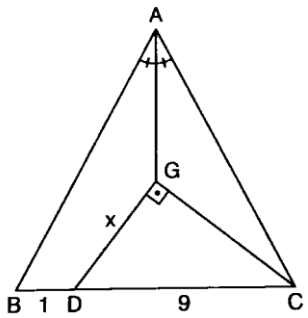
$|BD| = x$

$|DC| = y$

Yukarıdaki verilere göre, $\frac{x}{y}$ oranı kaçtır?

A) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ E)

SORU 12



ABC bir üçgen

G, ağırlık merkezi

[AG] açıortay

$[DG] \perp [GC]$

$|BD| = 1$ cm

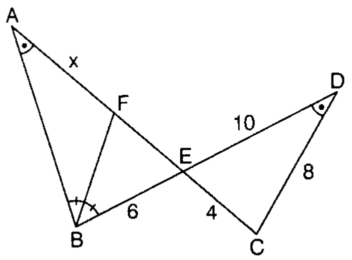
$|DC| = 9$ cm

$|DG| = x$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç cm dir?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

SORU 13



$m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{BDC})$

$m(\widehat{DBF}) = m(\widehat{FBA})$

$|ED| = 10$ cm

$|CD| = 8$ cm

$|BE| = 6$ cm

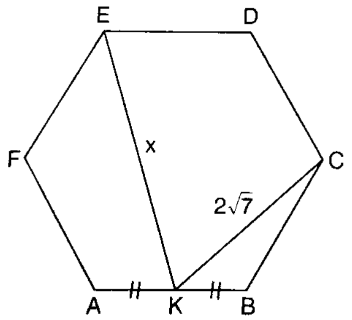
$|EC| = 4$ cm

$|AF| = x$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç cm dir?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

SORU 14



ABCDEF bir düzgün altıgen

$|AK| = |KB|$

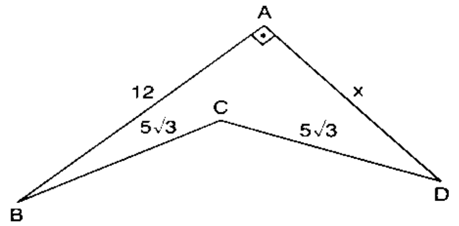
$|KC| = 2\sqrt{7}$ cm

$|EK| = x$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç cm dir?

A) $2\sqrt{7}$ B) $4\sqrt{2}$ C) $4\sqrt{3}$ D) 7 E) $2\sqrt{13}$

SORU 15



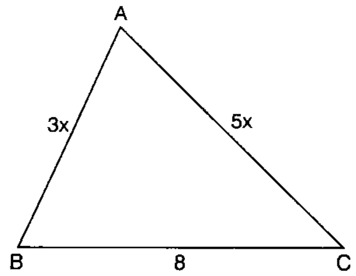
ABCD bir dörtgen, $[AB] \perp [AD]$

$|BC| = |CD| = 5\sqrt{3}$ cm, $|AB| = 12$ cm, $|AD| = x$

Yukarıdaki şekilde $m(\widehat{DCB}) > 120°$ olduğuna göre, x in <u>en küçük</u> tamsayı değeri kaç cm dir?

A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 13

SORU 16



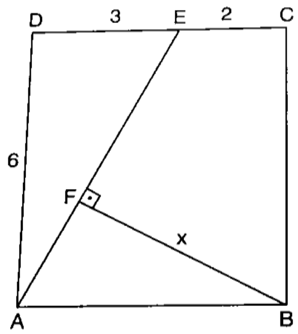
ABC bir üçgen
|BC| = 8 cm
|AB| = 3x
|AC| = 5x

Yukarıdaki verilere göre, x in tanım aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 < x B) 3 < x < 5 C) 1 < x < 8

D) 8 < x E) 1 < x < 4

SORU 17

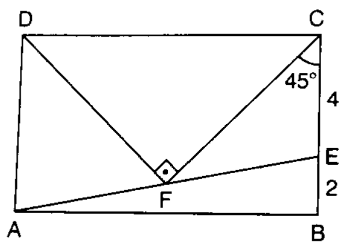


ABCD bir dikdörtgen
[AE] ⊥ [BF]
|EC| = 2 cm
|DE| = 3 cm
|AD| = 6 cm
|FB| = x

Yukarıdaki verilere göre, x kaç cm dir?

A) 3 B) $2\sqrt{3}$ C) 4 D) $3\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{5}$

SORU 18

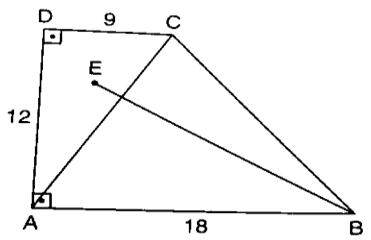


ABCD bir dikdörtgen
A, F, E doğrusal
[DF] ⊥ [FC]
$m(\widehat{FCE}) = 45°$
|CE| = 4 cm
|EB| = 2 cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(ABCD) kaç cm^2 dir?

A) 48 B) 60 C) 64 D) 72 E) 84

SORU 19

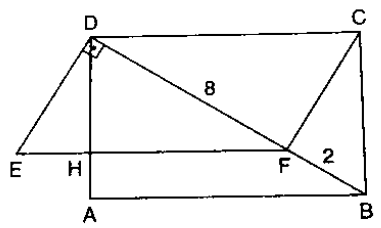


ABCD bir dik yamuk
[AD] ⊥ [AB]
[AD] ⊥ [DC]
$|DC| = 9$ cm
$|AD| = 12$ cm
$|AB| = 18$ cm

Yukarıdaki şekilde E noktası DAC üçgensel bölgesinin ağırlık merkezi olduğuna göre, $|EB|$ kaç cm dir?

A) 13 B) 15 C) 17 D) 20 E) 25

SORU 20



ABCD bir dikdörtgen, EFCD bir paralelkenar
[BD] köşegen, [ED] ⊥ [BD], $|BF| = 2$ cm
$|FD| = 8$ cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(EFCD) kaç cm^2 dir?

A) 12 B) 16 C) 24 D) 32 E) 40

Ek 5: Açık Uçlu Temel Geometri Alan Bilgisi Testi

TEMEL GEOMETRİ ALAN BİLGİSİ TESTİ
Lütfen cevaplarınızı açık ve net ifade ediniz.

1. Teorem nedir?

2. Bildiğiniz bir teoremi yazıp ispatlayınız.

3. Aksiyom nedir?

4. Bildiğiniz üç aksiyomu yazınız.

5. Bir dikdörtgenin paralelkenar olması için gerekli şartları yazınız.

Ek 6: Açık Uçlu İspat Yorumlama Testi Öntesti

İspat Yorumlama Öntesti

Adı Soyadı: ________________________ Sınıfı: ________________________

Soruları cevaplamak için 30 dakikanız vardır.

Bu sınav 3 bölümden oluşmaktadır. Bazı bölümlerde şekiller ve önermeler hakkında fikirleriniz sorulmaktadır. Bazı bölümlerde ise bir önerme hakkında ispatlar verilip bu ispatlar hakkında sorular sorulmaktadır. Cevaplarınız kadar düşünce yönteminiz de bizim için önemlidir. Dolayısıyla, lütfen bütün taslak çalışmalarınızı cevabınızın olduğu sayfada gösteriniz.

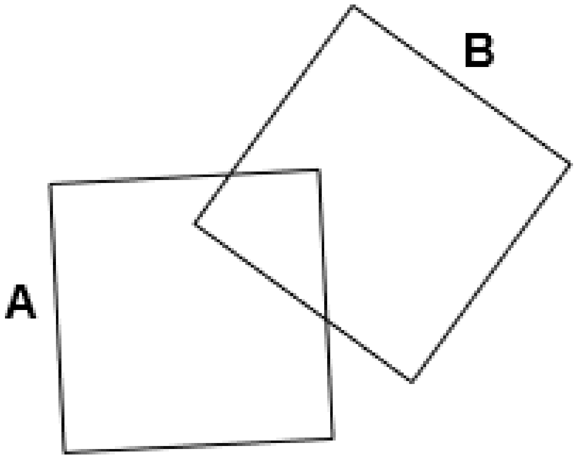
Birçok soruda, açıklama yapmanız beklenmektedir. Bu açıklamaları olabildiğince açık yapmanızı ve gereksiz uzunluktan kaçınmanızı rica ederiz.

Tükenmez kalem kullanınız. Çalışmalarınızın üzerine çizgi çekebilirsiniz ancak sakın silmeyiniz ve daksil kullanmayınız.

Bir soruda takılırsanız diğer sorulara geçebilir ve daha sonra o soruya geri dönebilirsiniz.

Bu sınav, bir araştırma projesi kapsamında yapılmaktadır. Bu sınavın sonuçları okul notlarınıza yansımayacaktır. Bu araştırma, geometri öğrenimini ve öğretiminde bilgisayar kullanımıyla meydana gelen değişiklikler hakkındadır. Lütfen bu sınavı ciddiye alınız ve elinizden geleni yapınız.

BÖLÜM 1:
Bu bölümde, şekillere dayalı olarak iki soru verilmiştir. Soruları yanlarında belirtilen boşluklara ‘evet’ veya ‘hayır’ yazarak cevaplayınız. Lütfen cevaplarınızı uygun gerekçelerle açıklayınız.
1.1: A ve B eş kareleri çakışmaktadır.

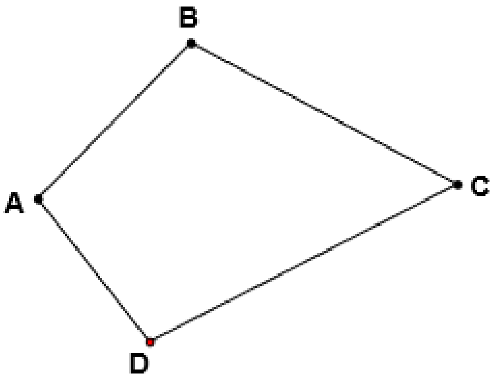


a) Çakışmayan bölgelerin alanları eşit midir? ________

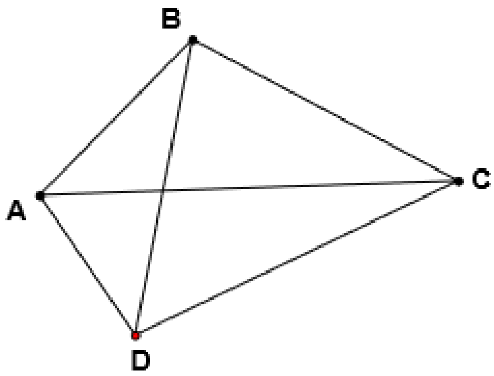
Cevabınızı açıklayınız:

1.2.

Tim bir dörtgen çizdi.



Dörtgenin köşegenlerini çizdi.



Tim, köşegenlerden birinin dörtgenin alanını ikiye böldüğünü fark etti. Tim: “Hangi dörtgeni çizersem çizeyim, köşegenlerden biri dörtgenin alanını ikiye böler.” dedi.
Tim haklı mıdır? ________

Cevabınızı açıklayınız:

BÖLÜM 2: Bu bölümde, iki önerme grubu veriliyor. Her bir grupta matematiksel gerçekler verilip, ek sorular soruluyor. Lütfen önermeleri dikkatli okuyunuz ve soruları cevaplayınız.

2.1 Önerme: *Bütün dikdörtgenler paralelkenardır.*

Yukarıdaki önermeye göre doğru olduğunu düşündüğünüz bir ifadeyi işaretleyiniz:

i. *Dört kenarlı bir şekil, dikdörtgen değilse bir paralelkenar değildir.* ………

ii. *Dört kenarlı bir şekil, paralelkenar ise dikdörtgendir.* ………

iii. *Dört kenarlı bir şekil, dikdörtgen ise paralelkenardır.* ………

Seçiminizin nedenini açıklayınız:

2.2: İki önerme verilmiştir:

a) *Dikdörtgenlerin köşegenleri her zaman eşit uzunluktadır.*

b) *Bazı eşkenar dörtgenler dikdörtgendir.*

Yukarıdaki önermelere göre doğru olduğunu düşündüğünüz bir ifadeyi işaretleyiniz:

i. *Eşkenar dörtgenin köşegenleri hiçbir zaman eşit uzunlukta değildir.* ………

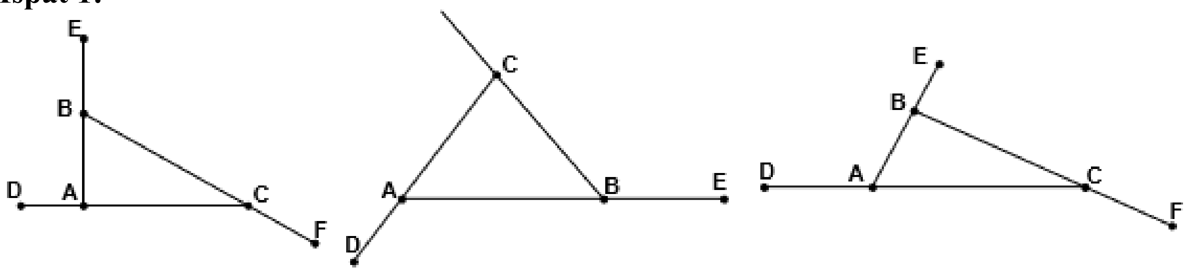
ii. *Eşkenar dörtgenin köşegenleri bazen eşit uzunluktadır.* ………

iii. *Eşkenar dörtgenin köşegenleri her zaman eşit uzunluktadır.* ………

Seçiminizin nedenini açıklayınız:

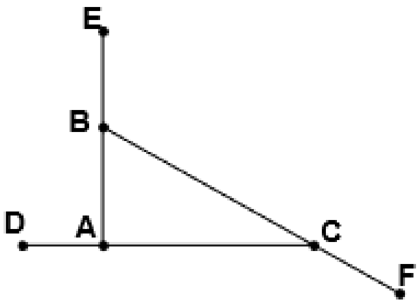
BÖLÜM 3: Bu bölümde, doğru veya yanlış olan iki önerme ve her önermeyi doğrulamaya çalışan argümanlar verilmiştir. Lütfen önermeleri ve ispatları dikkatlice okuyunuz ve altlarında verilen soruları cevaplayınız. Cevaplarınızın açık ve anlaşılır olmasına dikkat ediniz.
3.1. Önerme: *Üçgende dış açılar toplamı 360^o'dir.*

İspat 1:



3 farklı üçgen çizip her birini ABC diye isimlendirdim. Ayrıca her üçgenin dış açılarını ve $\angle$BAD, $\angle$ACF ve $\angle$CBE şeklinde isimlendirdim. 3 üçgeninde dış açılarını ölçtüm ve her durumda dış açılar toplamı *360^o* idi. Dar, dik ve geniş açılı olmak üzere her üçgen çeşidi için ölçüm yaptığım için Önerme 1'in doğru olduğuna eminim.

İspat 2:



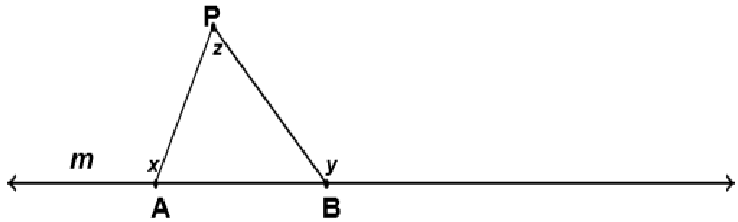
Eğer A noktasından kuzeye (yukarı) doğru yürümeye başlar ve sonra saat yönünde dönüp, üçgenin kenarları boyunca yürümeye devam eder ve tekrar A noktasına varırsanız, yola başladığınız anda ki gibi yüzünüz kuzeye dönük olarak yürüyüşünüzü sonlandırırsınız. Yol boyunca yaptığınız 3 dönüş, üçgenin her bir dış açısıyla aynı ölçüme sahip olduğundan, vücudunuzun dönüş açıları toplamı dış açılar toplamına eşittir. Sonuç olarak, başladığınız yöne bakacak şekilde yürüyüşü sonlandırdığınız için tamamladığınız *360^o*'lik dönüş, üçgenin dış açıları toplamının *360^o* olduğunu gösterir.

İspat 3:

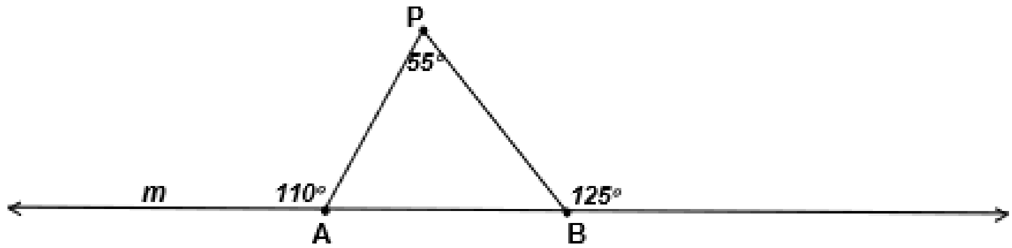
Bir üçgende her bir dış açı bağlı olduğu iç açı ile bir sıralı ikili oluşturur. Her bir ikilide açı ölçüleri toplamı 180^o 'dir. Üçgenin dış açıları toplamını elde etmek için180^o'yi 540^o 'den çıkarabiliriz (540^o, tüm iç ve dış açıların toplamıdır). Dolayısıyla, 540 – 180 = 360 elde edilir. Önerme tüm üçgenler için doğrudur.

Yukarıdaki ispatlardan hangisi tüm üçgenler için önermenin doğru olduğunu gösterir? Lütfen cevabınızı açıklayınız.

3.2: Şekilde, A ve B noktaları m doğrusu üzerinde sabittir. P noktası hareket edebilir ama olabilir ama A ve B'ye bağlı kalmalıdır. (PA ve PB doğru parçaları uzayabilir veya kısalabilir.)
Açıklama: $x^o + y^o = 180^o + z^o$

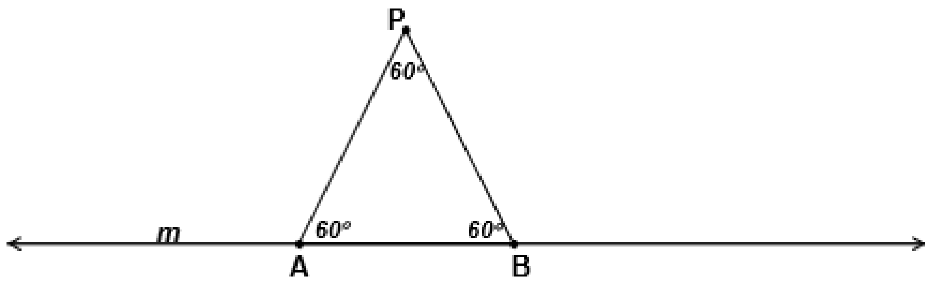


İspat 1:



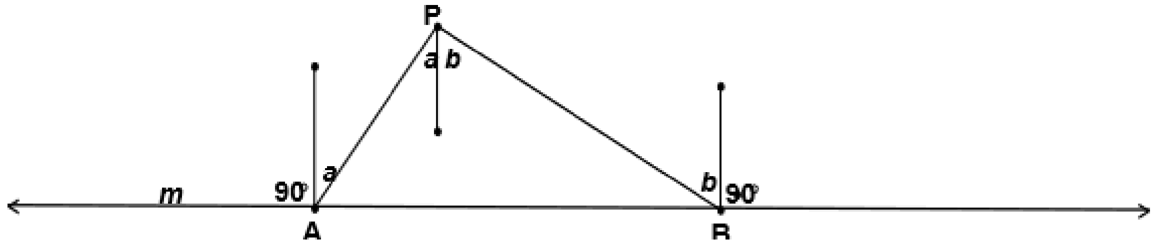
Şekildeki açıları ölçtüm ve açı değerlerini $x = 110^o$, $y = 125^o$ ve $z = 55^0$ olarak buldum ve $180^o + 55^o = 235^o$'dir. Sonuç olarak, önerme doğrudur.

İspat 2:



P noktasını üçgen eşkenar ve her bir açısı 60^o olacak şekilde hareket ettirebilirim. Böylece, x ve y 120^o'dir. $120^o + 120^o$ değeri $180^o + 60^o$'ye eşittir. Dolayısıyla, önerme doğrudur.

İspat 3:



3 paralel doğru parçası çizdim. Şekilde, a ile isimlendirilen iki açı eşittir ve b ile isimlendirilen iki açı da eşittir. $x = 90^o + a$ ve $y = 90^o + b$'dir. Böylece, $x + y = 180^o + a + b = 180^o + z$ bulunur ve önerme doğrudur.

Yukarıdaki ispatlardan hangisi P noktasının her durumu için önermenin doğru olduğunu gösterir? Lütfen cevabınızı açıklayınız.

Testi tamamladığınız için teşekkür ederim. İyi günler.

Ek 7: Açık Uçlu İspat Yorumlama Testi Sontesti

İspat Yorumlama Sontesti

Adı Soyadı: _________________________ Sınıfı: __________________________

Soruları cevaplamak için 30 dakikanız vardır.

Bu sınav 3 bölümden oluşmaktadır. Bazı bölümlerde şekiller ve önermeler hakkında fikirleriniz sorulmaktadır. Bazı bölümlerde ise bir önerme hakkında ispatlar verilip bu ispatlar hakkında sorular sorulmaktadır. Cevaplarınız kadar düşünce yönteminiz de bizim için önemlidir. Dolayısıyla, lütfen bütün taslak çalışmalarınızı cevabınızın olduğu sayfada gösteriniz.

Birçok soruda, açıklama yapmanız beklenmektedir. Bu açıklamaları olabildiğince açık yapmanızı ve gereksiz uzunluktan kaçınmanızı rica ederiz.

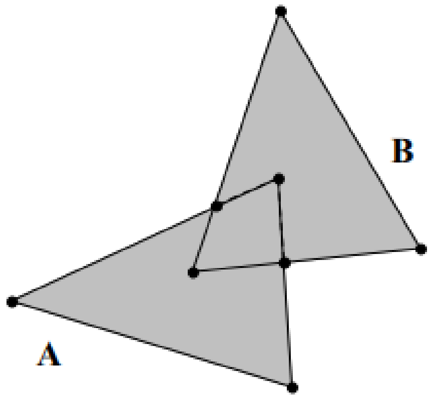
Tükenmez kalem kullanınız. Çalışmalarınızın üzerine çizgi çekebilirsiniz ancak sakın silmeyiniz ve daksil kullanmayınız.

Bir soruda takılırsanız diğer sorulara geçebilir ve daha sonra o soruya geri dönebilirsiniz.

Bu sınav, bir araştırma projesi kapsamında yapılmaktadır. Bu sınavın sonuçları okul notlarınıza yansımayacaktır. Bu araştırma, geometri öğrenimini ve öğretiminde bilgisayar kullanımıyla meydana gelen değişiklikler hakkındadır. Lütfen bu sınavı ciddiye alınız ve elinizden geleni yapınız.

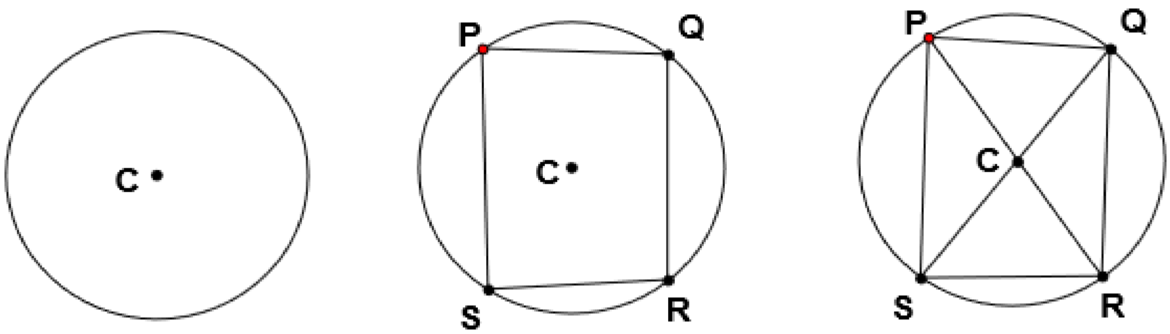
BÖLÜM 1: Bu bölümde, şekillere dayalı olarak iki soru verilmiştir. Soruları yanlarında belirtilen boşluklara ‘evet’ veya ‘hayır’ yazarak cevaplayınız. Lütfen cevaplarınızı uygun gerekçelerle açıklayınız.

1.1: A ve B üçgenlerinin alanları eşittir. Üçgenler çakışmaktadır.
Çakışmayan iki bölgenin alanları eşit midir? ________



Cevabınızı açıklayınız:

1.2: Darren bir çember çiziyor. Merkez noktasını C olarak isimlendiriyor. Sonra köşeleri çember üzerinde olan PQRS üçgenini çiziyor. Daha sonra, dörtgenin köşegenlerini çiziyor.
Darren der ki, “Köşeleri çember üzerinde olan hangi dörtgeni çizersem çizeyim, köşegenleri her zaman çemberin merkezinde kesişir.”
Darren haklı mıdır? ________



Cevabınızı açıklayınız:

BÖLÜM 2: Bu bölümde, iki önerme grubu veriliyor. Her bir grup matematiksel gerçekler içeren 3 önermeden oluşmaktadır. Lütfen önermeleri dikkatli okuyunuz ve soruları cevaplayınız.

2.1 Önerme: *Bütün kareler dikdörtgendir*.

Yukarıdaki önermeye göre doğru olduğunu düşündüğünüz bir ifadeyi işaretleyiniz:

iv. *Dört kenarlı bir şekil, kare değilse bir dikdörtgen değildir.* ………

v. *Dört kenarlı bir şekil, dikdörtgen ise karedir.* ………

vi. *Dört kenarlı bir şekil, kare ise dikdörtgendir.* ………

Seçiminizin nedenini açıklayınız:

2.2: İki önerme verilmiştir:

c) Bir dikdörtgenin köşegenleri her zaman eşit uzunluktadır.

d) Bazı paralelkenarlar dikdörtgendir.

Yukarıdaki önermelere göre doğru olduğunu düşündüğünüz bir ifadeyi işaretleyiniz:

iv. *Paralelkenarların köşegenleri hiçbir zaman eşit uzunlukta değildir.* ………

v. *Paralelkenarların köşegenleri bazen eşit uzunluktadır.* ………

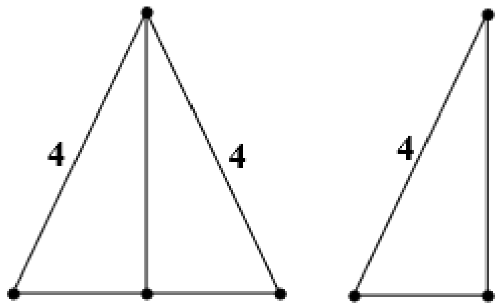
vi. *Paralelkenarların köşegenleri her zaman eşit uzunluktadır.* ………

Seçiminizin nedenini açıklayınız:

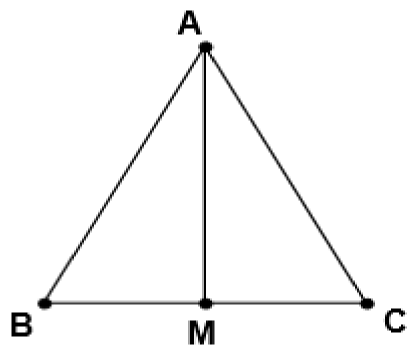
BÖLÜM 3: Bu bölümde, doğru veya yanlış olan iki önerme ve her önermeyi doğrulamaya çalışan argümanlar verilmiştir. Lütfen önermeleri ve ispatları dikkatli okuyunuz ve altlarında verilen soruları cevaplayınız. Cevaplarınızın açık ve anlaşılır olmasına dikkat ediniz.

3.1. Önerme: *Bir ikizkenar üçgenin taban açıları eşittir.*

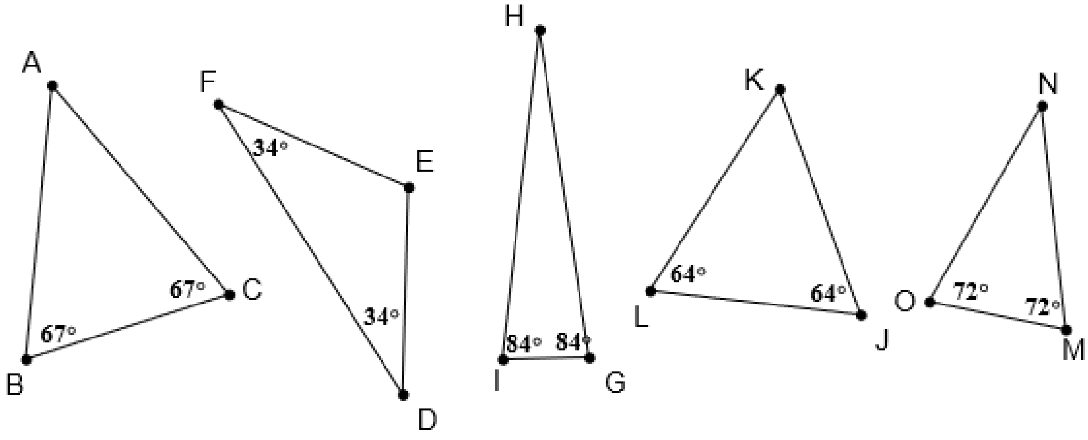
İspat A: Rick kâğıda bir ikizkenar üçgen çizdi. Sonra, üçgeni kesti ve tepe açısı ile taban kenarın orta noktasını birleştiren kenarortay üzerinden katladı. Üçgenin iki eş parçaya bölündüğünü gözlemledi. Böylece, bütün ikizkenar üçgenlerin taban açılarının eşit olduğu sonucuna vardı.



İspat B: Herhangi bir ikizkenar üçgenin taban açılarının eşit olduğunu ispatlamak için Shea, AB = AC olmak üzere, ABC ikizkenar üçgeni çizdi. Ayrıca, BC'ye dik olacak şekilde bir AM doğru parçası çizdi. Shea dedi ki, "ABM ve ACM üçgenleri, eşit hipotenüslü ve ortak AM kenarlı dik üçgenlerdir." Daha sonra, AMB ve AMC üçgenlerinin eş üçgenler olduğunu ispatladı ve B ve C açılarının eşit olduğu sonucuna vardı.

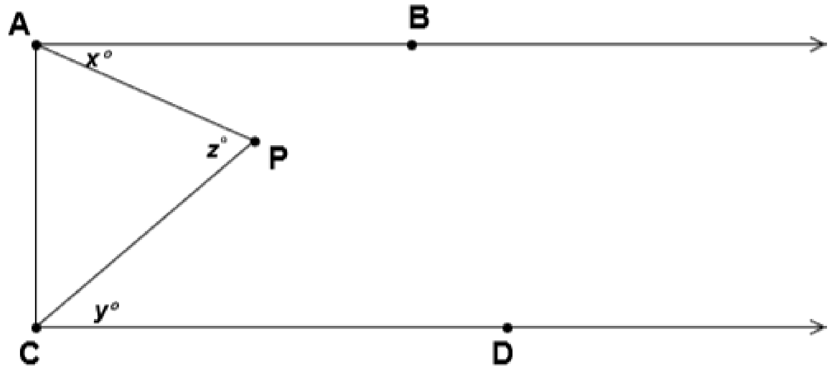


İspat C: Ling birbirinden farklı beş ikizkenar üçgen çizdi ve her birinin taban açılarını ölçtü. Her seferinde taban açılarının birbirine eşit olduğunu buldu. Böylece, verilen önermenin bütün ikizkenar üçgenler için doğru olduğu sonucuna vardı.

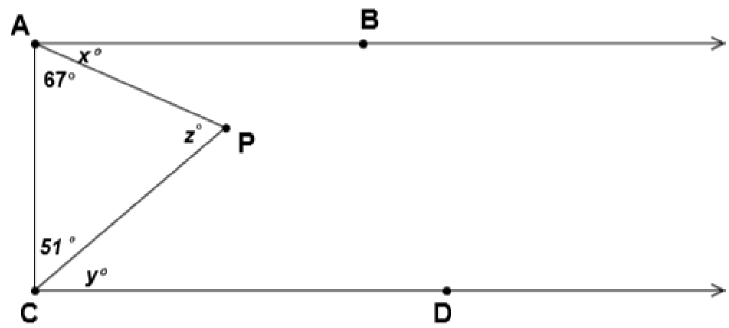


Yukarıdaki ispatlardan hangisi önermenin tüm ikizkenar üçgenler için doğru olduğunu gösterir? Lütfen cevabınızı açıklayınız.

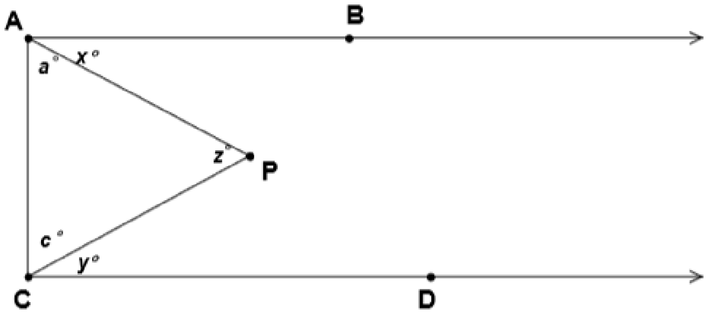
3.2: Şekilde, AB yayı CD yayına paraleldir ve AC iki yayada diktir. A, B, C ve D noktaları sabittir. P noktası, AB ve CD arasında herhangi bir yere hareket edebilir ama A ve C'ye bağlı kalmalıdır. (PA ve PC doğru parçaları uzayabilir veya kısalabilir.)



Açıklama: x + y = z
İspat A: Rick der ki: Açıları şekilde gösterildiği gibi bir APC üçgeni alırım. Böylece z = 180 – 51– 67 = 62^o olur. Ayrıca, x = 90 – 67 = 23^o ve y = 90 – 51 = 39^o'dir. Oysaki, 39 + 23= 62^o'dir. Dolayısıyla, x + y = z elde ederim. Sonuç olarak, önermenin her zaman doğru olduğunu bulurum.



İspat B: Shea der ki: Bir üçgenin iç açıları toplamı180^o'dir.Yani, z + a + c = 180^o'dir. BAC ve DAC açıları 90^o'dir. Buradan, a yerine 90 – x ve c yerine 90 – c yazabilirim. Böylece, ilk denklemi z + (90 – x) + (90 – y) = 180^o şeklinde yazabilirim. Buradan, z – x – y +180 = 180^o elde edilir ve z – x – y +180 = 0 bulunur. Dolayısıyla, x + y = z her zaman doğrudur.



İspat C: Ling der ki: Orijinal şekildeki açıları ölçtüm. Sonra, P'nin yerini değiştirdim ve açıları tekrar ölçtüm. Aşağıdaki tabloyu yaptım. Her seferinde x + y = z buldum. Dolayısıyla, önerme doğrudur.

x	y	z
23	40	63
17	32	49

Yukarıdaki ispatlardan hangisinin en iyi ispat olduğunu düşünüyorsunuz? Lütfen cevabınızı açıklayınız.

Testi tamamladığınız için teşekkür ederim. İyi günler.

Ek 8: Açık Uçlu İspat Yapma Testi

İspat Yapma Testi

Adı Soyadı: ________________________ **Sınıfı:** ________________________

Soruları cevaplamak için 30 dakikanız vardır.

Bu sınav 4 bölümden oluşmaktadır. Bazı bölümlerde şekiller ve önermeler hakkında fikirleriniz sorulmaktadır. Bazı bölümlerde ise bir önerme hakkında ispatlar verilip bu ispatlar hakkında sorular sorulmaktadır. Cevaplarınız kadar düşünce yönteminiz de bizim için önemlidir. Dolayısıyla, lütfen bütün taslak çalışmalarınızı cevabınızın olduğu sayfada gösteriniz.

Birçok soruda, açıklama yapmanız beklenmektedir. Bu açıklamaları olabildiğince açık yapmanızı ve gereksiz uzunluktan kaçınmanızı rica ederiz.

Tükenmez kalem kullanınız. Çalışmalarınızın üzerine çizgi çekebilirsiniz ancak sakın silmeyiniz ve daksil kullanmayınız.

Bir soruda takılırsanız diğer sorulara geçebilir ve daha sonra o soruya geri dönebilirsiniz.

Bu sınav, bir araştırma projesi kapsamında yapılmaktadır. Bu sınavın sonuçları okul notlarınıza yansımayacaktır. Bu araştırma, geometri öğrenimini ve öğretiminde bilgisayar kullanımıyla meydana gelen değişiklikler hakkındadır. Lütfen bu sınavı ciddiye alınız ve elinizden geleni yapınız.

BÖLÜM 1: Aşağıdaki önermeleri dikkatlice okuyunuz ve

i. Her önermeyi koşullu olarak tekrar yazınız.
ii. Verilen bilgiyi gösteren şekli taslak olarak çiziniz ve işaretleyiniz.
iii. Şeklinizi kullanarak, verileni ve ispatlanması isteneni yazınız.

a) Önerme: *Paralelkenarın köşegenleri birbirini ikiye böler.*

i. Koşullu form: ____
____

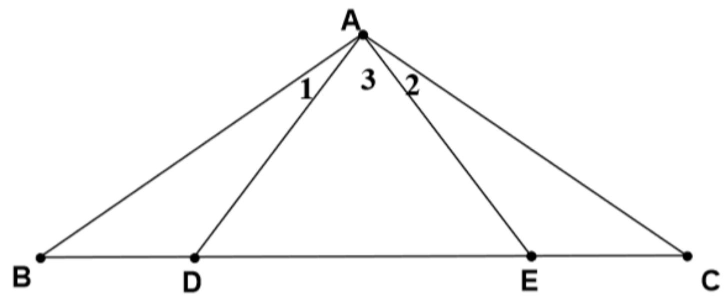
ii. Şekil: iii. Verilen: ______________________
İspatlanan: ______________________
____

b) Önerme: *Bir üçgenin iki kenarını orta noktalarından birleştiren doğru parçası üçüncü kenara paraleldir.*

i. Koşullu form: ____
____
____

ii. Şekil: iii. Verilen: ______________________
İspatlanan: ______________________
____

BÖLÜM 2: İspatı tamamlamak için boşlukları doldurunuz.

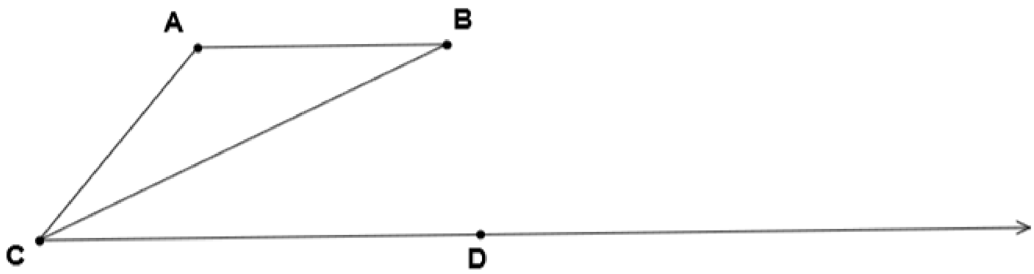


Verilen: AB ≅ AC olmak üzere, ABC ikizkenar üçgendir.
$\angle 1 \cong \angle 2$

İspat: ADE üçgeni ikizkenardır.

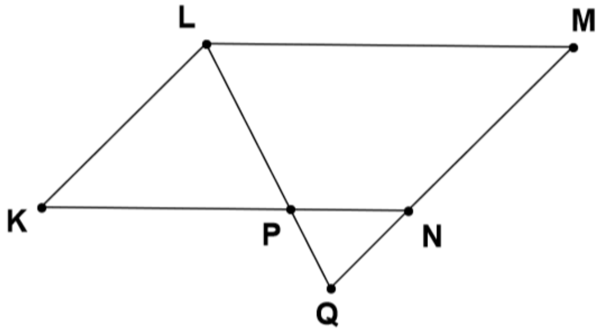
Önermeler	**Nedenler**
1. AB ≅ AC	……
2. ……	Bir ikizkenar üçgenin taban açıları da eştir. (ölçüleri eşittir.)
3. $\angle 1 \cong \angle 2$	Verilen
4. Δ ABD ≅ Δ ACE	……
5. ……	Eş üçgenlerin karşılıklı elemanları da eştir.
6. Δ ADE ikizkenardır.	……

BÖLÜM 3: Aşağıdaki şekilde, AB, CD'ye paraleldir ve AB = AC'dir. İkizkenar üçgenin özelliklerini kullanarak, CB'nin $\angle$ACD'yi iki eş parçaya böldüğünü ispatlayınız. İspat için yazdığınız her önermeyi uygun bir şekilde açıklayınız.



İspatınızı yazınız:

BÖLÜM 4: Önermeyi ve ispatını yazınız.
Verilen: KLMN bir paralelkenardır. N noktası MQ üzerindedir. LQ ve KN, P noktasında kesişir.
İspat: Δ KLP ~ Δ NQP



İspatınızı yazınız:

Testi tamamladığınız için teşekkür ederim. İyi günler.

Ek 9: Açık Uçlu Temel Geometrik İnşa Testi

TEMEL GEOMETRİK İNŞA TESTİ

Elinizde istenen uzunluğa ayarlanabilen doğru parçaları, dik ve paralel doğrular ve istenen yarıçapa değiştirilebilen çemberler olduğunu düşününüz. Elinizdeki bu yapıları kullanarak aşağıdaki nesneleri geometrik olarak doğru bir şekilde çiziniz. Çiziminizi nasıl yaptığınızı kullandığınız yapının adını söyleyerek adım adım anlatınız. Cevaplarınızı açık ve net ifade ediniz.

1. Herhangi bir üçgen çiziniz.

2. Kare çiziniz.

3. Eşkenar üçgen çiziniz.

4. Paralelkenar çiziniz.

Ek 10: Bir öğrenciye ait sözlü görüşme transkripti

1. Zeki, çalışkan, araştırmacı, özgüveni yüksek, pratik düşünebilen…
2. Evet aklıma gelmedi.
3. Önemi büyüktür. Laptop, tablet, telefon hepsini kullanmaktayım. Teknoloji hayatımı kolaylaştırmaktadır. İstediklerimi kısa sürede yapabilmemi sağlamaktadır.
4. Günümüzde teknolojiyi kullanmayan genç yoktur herhalde.
5. Çok fonksiyonlu hesap makinaları, yazılım programları; Maple, c++, Cabri, Geogebra gibi, matematik ve geometride istediklerimizi kısa sürede yapılabilmemizi sağlamaktadır.
6. Olmadı. Çünkü bilgisayar ortamında kolaylıkla istediğimiz çizimleri yapabildik. Çizimleri kâğıt ortamında yapmaya kalksaydık ders süresi yetmezdi herhalde.
7. Daha kullanışlı bir çizim programı kullanılmasını sağlamaya çalışırdım. Dersin saati sayısını artırmak isterdim. Çünkü dersin teorik kısmı çok zaman aldı. Uygulama kısmına gerekli zamanı ayıramadığımızı düşünüyorum.
8. Kesinlikle vazgeçmezdim. Öğrenciye çizim esnasında değişik durumları inceleme fırsatı bilgisayar ortamında tanınmaktadır.
9. Teorik kısmı bu ders için gerekli ama üzerinde çok durduk. Bu kısmın azaltılması gerektiğini düşünüyorum. Özellikle ispat yöntemlerinden kullanmadıklarımızın anlatılmasına gerek yok bence. Bunları içerikten çıkarırdım. Aksiyomlar teoremler üzerinde çok fazla durduğumuzu düşünüyorum. Bunların anlatım sürelerini azaltırdım.
10. Dersin teorik süresi fazla olduğundan bilgisayar ortamında uygulama için de ders süresine ek en az 2 saat uygulama dersi olmalıdır.
11. Bence değildir. Çünkü ortaokul öğrencisinin dersle ilgili temeli daha yeni oluştuğundan yanlış bilgilerini düzeltebilmek daha kolaydır. Lise düzeyine göre yaşları daha küçük olduğundan öğretmenin sözünü dinlemeleri daha kolaydır.
12. Kesinlikle kullanırdım. Çünkü geometride uzunluk, açı değişimlerine bağlı olarak birçok farklı şekil elde edilebilmektedir. Bu durumları öğrenciye gösterebilirdim. Öğrenciye özgürlük tanıyabilme açısından da bilgisayar ile anlatım önemlidir. Üçgen, kare, dikdörtgen, paralelkenar gibi şekillerin çizim aşamaları bilgisayar ortamında kolayca yapılabilmektedir.
13. YGS’de yanlışım çıkmadı. LYS’de 30 soruda 23 doğru, 1 yanlış ve 6 boş sorum vardı. Bunu değerlendirmek görecelidir. Bana göre orta derecede.
14. Netlerim daha fazla olurdu. Çünkü geometrik şekillerin mantığını daha iyi anlayabildim. Dönem başında ve sonunda yapılan aynı test sınavının sonuçlarında olumlu yönde farklılık olması gerekmektedir.

15. Kesinlikle bilmiyordum. Bunu bu dersi alınca daha iyi anladım. Geometrinin temellerinin aksiyomlara bağlı olduğunu bilmiyordum. Teoremlerin aksiyomlardan, tanımlardan meydana geldiğini bilmiyordum. Bazı geometrik kavramların tanımsız olduğunu bilmiyordum. Mesela kareyi birden fazla çizim yöntemiyle çizebileceğimi bilmiyordum. Bunun gibi daha birçok şeyi bu ders kapsamında öğrendim.
16. Evet isterdim. Ders kapsamında anlatıldığı gibi geometri dersi görseydim geometri seviyem daha iyi düzeyde olacağını düşünüyorum.

ÖZ GEÇMİŞ

ÖZ GEÇMİŞ			
Adı-Soyadı	Ayşenur SIR		
Bildiği Yabancı Diller	İngilizce		
Eğitim Durumu	**Başlama - Bitirme**		**Kurum Adı**
Lise	1996	1999	B.R.K Kız Lisesi/ BURSA
Lisans	1999	2002	Marmara Üniversitesi Eğitim Fakültesi Ortaöğretim Matematik Öğretmenliği
Yüksek Lisans	2002	2004	Marmara Üniversitesi Eğitim Fakültesi Ortaöğretim Matematik Öğretmenliği
Doktora	2014	2022	Bursa Uludağ Üniversitesi Matematik Eğitimi Doktora Programı
Çalıştığı Kurum	**Başlama - Ayrılma**		**Çalışılan Kurumun Adı**
1.	2013	2014	BOU/ Bursa
2.	2015	2016	BOU/ Bursa
Üye Olduğu Bilimsel ve Meslekî Kuruluşlar			
Katıldığı Proje ve Toplantılar	2nd International Colloquium in Didactic of mathematics (DiMA 2022 Algeria) / Annaba- Algeria		
Yayınlar:	Eurasian Academy of Sciences Social Sciences Journal of INRE		
Diğer:			
Tarih **İmza** **Adı-Soyadı**	07.04.2022 Ayşenur SIR		