

Örnek Büyüklüğüne Bağlı Olarak z ve t
Değerleri Arasındaki İlişki

Örnek Büyüklüğüne Bağlı Olarak z ve t
Değerleri Arasındaki İlişki



PROFESÖRLÜK TAKDİM TEZİ

DR. İSMET KAN

1989

Örnek Büyüklüğüne Bağlı Olarak z ve t Değerleri Arasındaki İlişki

İsmet KAN*

ÖZET

Yapay olarak oluşturulan 1997 birimli bir normal dağılım ile 2200 birimli bir anormal dağılımın her birinden $n = 3$ den başlayarak $n = 50$ ye kadar her n değeri için 100 örnek rastgele seçilip bu örnekler için z ve t testleri kullanılarak hipotez kontrolleri yapıldı. Normal dağılımda, $3 \leq n \leq 50$ için, z testine göre sıfır hipotezi kabul edildiğinde, bunun t testi ile kabul edilmesi % 95, kabul edilmemesi ise % 5 olarak bulundu. $n \leq 30$ için bu oran % 5.5 olmaktadır. Normal dağılımda σ yerine s konularak yapılan hipotez testlerinde ise yapılan hata % 6.5 olarak bulunmuş olup, bu hata $n \leq 30$ için % 7.3 olmaktadır.

SUMMARY

The Relationship Between t and z Values as the Sample Size Varies

Two populations were made artificially. One of them is distributed normally and has 1997 variables, the other is not distributed normally and has 2200 variables. When n varies from 3 to 50 for each values of n 100 random samples were drawn from two populations. For these samples zero hypotheses were controlled. For normal population when $3 \leq n \leq 50$ 95 % of the hypotheses were accepted both z and t test. 5 % of the hypotheses were accepted according to z test and rejected according to t test. This ratio for $n \leq 30$ was found as 5 %. For normal population, when the test was made by putting s instead of σ in z formula the error made is 6.5 %. This error is 7.3 % for $n \leq 30$.

İstatistikte toplum denildiği zaman genellikle, ilgilenilen gözlemlerin ister sonlu, ister sonsuz olsun bir araya gelerek oluşturdukları küme anlaşılır. Küme içindeki birim sayısının sonsuz olması gerekmez. Sonsuz olabildiği gibi, duruma göre değişik sayıda birimler de toplumun elemanları olabilir^{1,2,3}.

* Doç. Dr.; Uludağ Üniversitesi Tıp Fakültesi Tıbbi Biyoloji Anabilim Dalı.

İstatistiğin temel amacı, parametresi bilinmeyen toplumdan seçilen örnekten elde edilen bilgiler yardımıyla toplum parametresini tahmin etmektir. Bu tahminden önce bir hipotez kurulur. Kurulan hipotez iki tane olup biri toplum parametresinin belirli bir değere eşitliği, diğeri ise eşit olmadığı (büyük yada küçük) şeklindedir. Bunlardan birincisi sıfır hipotezi, öbürü ise alternatif hipotez olarak adlandırılır. Toplum ortalaması için böyle bir hipotez:

$$\text{Sıfır hipotezi} \quad H_0 : \mu = \mu_0$$

$$\text{Alternatif hipotez} \quad H_1 : \mu \neq \mu_0$$

$$H_1 : \mu < \mu_0$$

$$\text{veya} \quad H_1 : \mu > \mu_0$$

şeklinde kurulur. Kurulan sıfır hipotezinin belirli bir yanılma düzeyine (genellikle $\alpha = 0,05$, $\alpha = 0,01$) göre kabul edilip edilmemesine karar vermede kullanılan bir test istatistiği hesaplanır. Bir örnekli hipotez testleri için bu istatistikler,

$$z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

$$z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

dir^{2.3.4.5}. Hipotezlerin kontrolünde bir de α 'ya bağlı olarak test istatistiklerinin frekans dağılımı üzerinde red ve kabul bölgeleri oluşturulur. Red ve kabul bölgelerini ayıran değerler kritik değerlerdir. Test istatistiği olarak hesaplanan değer (z yada t) kabul bölgesi içinde yer alıyorsa sıfır hipotezi kabul edilir, red bölgesinde yer alıyorsa sıfır hipotezi reddedilir.

Kritik değerler, toplumdan seçilmesi muhtemel n birimli örneklerden elde edilen istatistik değerlerinin dağılımı yapıldığında, bu dağılımdaki red ve kabul bölgelerini ayıran test istatistiği cinsinden dağılımın absis değerleridir. Bu değerler iki yanlı hipotez testlerinde ($H_0 : \mu = \mu_0$, $H_1 : \mu \neq \mu_0$) iki tane olup dağılımın iki tarafında, mutlak değerler olarak aynı fakat işaretleri terstir. Red bölgeleri de dağılımın iki tarafında birbirine eşit bir şekilde yer alırlar. Frekans dağılımı eğrisi altındaki bu bölgelerin her birinin değeri $\alpha/2$ dir. α 'ya bağlı kritik değerler de $K_1 \alpha/2$ ve $K_2 \alpha/2$ dir. İstatistik değerlerinin dağılımında $K_1 \alpha/2$ 'ye eşit ve ondan küçük ve $K_2 \alpha/2$ ye eşit ve ondan büyük istatistik değeri I (z yada t) elde etme olasılıkları $\alpha/2$ 'ye eşit olup ikisinin toplamı α dır. Sembol olarak,

$$p(I \leq K_1, \alpha/2) = \alpha/2 \text{ ve } p(I \geq K_2, \alpha/2) = \alpha/2$$

dir. I'nın kabul bölgesinde olma olasılığı ise,

$$p(K_1, \alpha/2 < I < K_2, \alpha/2) = 1 - \alpha$$

dir. Sıfır hipotezi doğru olmasına karşın $I \leq K_1, \alpha/2$ yada $I \geq K_2, \alpha/2$ bulunmasından dolayı H_1 hipotezi kabul edilirse, bu I. tip hata olup büyüklüğü α kadardır. Diğer taraftan, H_0 hipotezi yanlış iken H_0 kabul edilirse bu hata da II. tip hata olup β ile gösterilir^{2,3,6}.

Bir örnekleli hipotez testlerinin kontrolünde kullanılan z ve t istatistiklerinden hangisinin kullanılacağı örnekteki birim sayısı ve toplumun durumuna göre değişmektedir^{3,5,7}. Eğer toplumdaki X rastgele değişkeni ortalaması μ ve standart sapması σ olan bir normal dağılım oluşturuyorsa, bundan rastgele seçilen n birimli ör-

neklerin ortalamalarının dağılımı, ortalaması $\mu_{\bar{x}} = \mu$ ve standart sapması $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

olan bir normal dağılım olur ve bu durumdaki hipotez testi için kullanılacak en uygun olan istatistik z istatistiğidir⁴. Normal olmayan dağılımlarda ise örnek büyüklüğü yeteri kadar büyük seçilerek yine z istatistiği kullanılır. Normal dağılım gösteren ancak standart sapması bilinmeyen dağılımlarda örnek büyüklüğü küçük olduğu zaman, σ yerine s konularak bulunan t istatistik değeri birim normal dağılımdan ($\mu = 0, \sigma = 1$) farklı olmaktadır. Bu durumda, H_0 hipotezi reddedildiğinde yapılan I. tip hata α 'yı hesaplamada kullanılan z tablosu kullanılamamaktadır. Bunun yerine t değerlerinin oluşturduğu $\nu = n-1$ serbestlik dereceli t dağılımı kullanılmaktadır.

Toplumun normal olduğu ve σ 'nın bilinmediği durumlarda σ yerine s konularak hesaplanan istatistik değerinin z mi yoksa t mi olacağı n nin büyüklüğüne bağlıdır. $n \leq 30$ için t, $n > 30$ için z değeri kullanılmaktadır^{3,7}. Bunun nedeni de küçük örneklerde $(\bar{X} - \mu)/s/\sqrt{n}$ olarak elde edilen istatistik değerlerinin normal dağılım göstermemesinden ileri gelmektedir.

n'nin değişik değerleri için t dağılımları da değişmektedir. Bunun için her n değerinde α 'yı hesaplamak için değişik t tabloları kullanılır. Oysa z için yalnız bir z tablosu vardır. Bu nedenle z testi t'ye göre daha pratik ve kullanışlıdır. z ve t dağılımları ancak $n = \infty$ için teorik olarak birbirinin aynı olur. Onun dışında n küçüldükçe t dağılımı basıklaşır ve uçlardaki alanlar da gittikçe genişler.

Bu çalışmadaki amaç, z ile t arasındaki ayrımı yapan $n = 30$ sayısını sabit tutmayıp n'yi 3'den 50'ye kadar tek tek artırarak her artırımdaki hipotez testlerini iki ayrı şekilde yaparak birbirleriyle karşılaştırmak ve her iki istatistiğin frekans dağılımlarını da gözden geçirmektir. t testi için varsayım olarak alınan toplumun normal oluşu durumunun da dışına çıkılarak aynı işlemleri normal olmayan bir toplumda da yapıp değişimleri incelemek de amacımız içerisinde yer almaktadır.

Ayrıca, normal olduğu varsayılan toplumlarda z testi ile yapılan hipotez kontrollerinde varılan sonucun doğru olduğu düşünülerek, bunun yerine t testi ve σ yerine s konularak yapılan z testleri yapıldığında ortaya çıkabilecek hata oranları araştırılacaktır.

GEREÇ VE YÖNTEM

Bu çalışmada, normal ve normal olmayan iki ayrı toplumdaki yararlanıldı. Normal toplumun değişken değerlerini oluşturmak için aşağıdaki normal dağılım fonksiyonu kullanıldı^{2,6}.

$$f(x) = \frac{N}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{X-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

Sonlu toplumlardaki birim sayıları duruma göre değişkenlik göstermektedir^{2,7}. Birimlerin sayısının fazlalığı yada azlığı dağılımın normalitesini etkilemekle birlikte düzgün bir dağılımın oluşması için mümkün olduğunca fazla birimin olmasında yarar vardır. Eldeki mevcut imkanlar gözönüne alınarak bu sayı 2000 olarak saptandı. Normal dağılım fonksiyonunda, $N_1 = 2000$ alınarak $f(X)$ değerleri $X = 18$ 'den başlatılarak $X = 82$ 'ye kadar değiştirildi. $X = 18$ ve $X = 82$ için $f(x)$ değerleri 0 çıkmıştır. Bu duruma göre dağılım $18 < X < 82$ arasında değişkenlik göstermektedir. Parametreler de $\mu = 50$ ve $\sigma = 10$ olarak alındı. Bu duruma göre normal dağılımın frekans tablosu oluşturuldu (Tablo: I). Elde edilen değerlerin yuvaklaştırılmasından dolayı 2000 olarak hedeflenen değişken sayısı 1997 olarak gerçekleşti.

Normal olmayan dağılım için, normal frekans dağılımının sol tarafı aynen alınıp sağ tarafı bilerek çarpıtıldı ve 2000 değişkene 200 tane daha eklendi. Böylece normal olmayan dağılımdaki değişken sayısı $N_2 = 2200$ oldu. Oluşturulan bu dağılımın ortalaması $\mu = 52.2$, standart sapması $\sigma = 11.94$, çarpıklığı $\phi = 0.12$ ve baskınlığı $B = 0.0003$ olarak bulundu^{7,8,9}.

Her iki toplumdaki sıra ile, $n = 3$ den başlayarak $n = 50$ 'ye kadar her örnek büyüklüğünde 100'er tane rastgele örnek seçildi. Bu örneklerin herbiri için iki ayrı Z değeri,

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$$

$$Z_s = \frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}}$$

ve

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}}$$

değerleri hesaplandı. 100 tane örneğin her biri için Z_o ve Z_s değerleri Z testine (birim normal dağılım), t değerleri de t testine göre $\alpha = 0.05$ anlamlılık düzeyinde H_0 hipotezinin kabul edilip edilmeme durumlarının dökümü yapıldı.

Ayrıca yine her iki dağılımda n değerlerine göre hesaplanan Z_s , Z_o ve t değerlerinin frekans tabloları çıkarıldı.

Örneklerin standard hataları hesaplanırken toplumdaki birim sayıları sonlu olmalarına karşın, düzeltme faktörü kullanılmamıştır. Çünkü örnekleme, yerine koyarak yapılmış olup, örnekteki birimler de toplumdaki birim sayılarının % 5'inden daha az olmaktadır^{6.10}.

BULGULAR

Normal dağılım fonksiyonuna göre $X = 19$ 'dan $X = 81$ 'e kadar değişirken $N_1 = 2000$ için elde edilen frekans değerleri Tablo I'de verilmiştir. $X < 19$ ve $X > 81$ için frekans değerleri sıfırdır. Frekansları yuvarlaklaştırmadan dolayı toplam sayı 2000 yerine 1997 olarak hesaplandı.

Tablo: I

$\mu = 50$ ve $\sigma = 10$ olan $N = 1997$ Birimli Normal Dağılımın Frekans Tablosu

Değişken Değeri (x)	Frekans Değeri (f)	Değişken Değeri (x)	Frekans Değeri (f)
19	1	51	79
20	1	52	78
21	1	53	76
22	2	54	74
23	2	55	70
24	3	56	67
25	4	57	62
26	4	58	58
27	6	59	53
28	7	60	48
29	9	61	44
30	11	62	39
31	13	63	34
32	16	64	30
33	19	65	26
34	22	66	22
35	26	67	19
36	30	68	16
37	34	69	13
38	39	70	11
39	44	71	9
40	48	72	7
41	53	73	6
42	58	74	4
43	62	75	4
44	67	76	3
45	70	77	2
46	74	78	2
47	76	79	1
48	78	80	1
49	79	81	1
50	80		
T O P L A M		1997	

Tablo: II

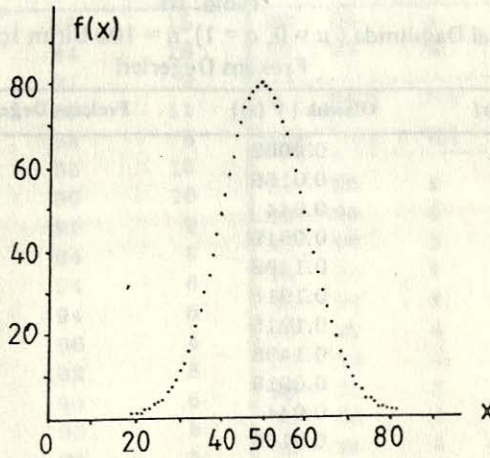
$\mu = 52.2, \sigma = 11.94, \zeta = 0.12, B = 0.0003$ Olan $N = 2200$ Birimli Normal Olmayan Dağılımın Frekans Tablosu

Değişken Değeri (x)	Frekans Değeri (f)	Değişken Değeri (x)	Frekans Değeri (f)
19	1	55	66
20	1	56	59
21	1	57	60
22	2	58	57
23	2	59	54
24	3	60	55
25	4	61	53
26	4	62	52
27	6	63	50
28	7	64	48
29	9	65	46
30	11	66	40
31	13	67	35
32	16	68	32
33	19	69	28
34	22	70	23
35	26	71	22
36	30	72	20
37	34	73	18
38	39	74	16
39	44	75	10
40	48	76	11
41	53	77	8
42	58	78	7
43	62	79	5
44	67	80	3
45	70	81	3
46	74	82	2
47	70	83	2
48	70	84	2
49	70	85	2
50	78	86	2
51	77	87	1
52	72	88	1
53	72	89	1
54	69	90	1
T O P L A M			2200

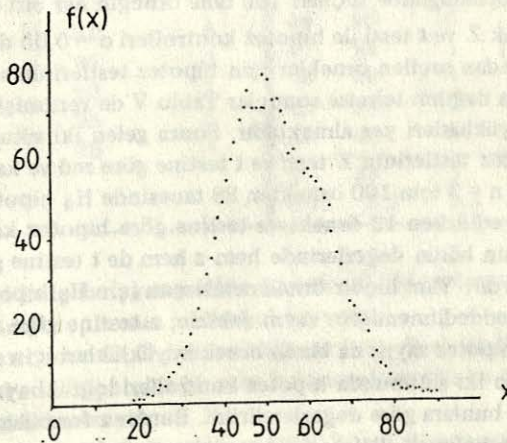
Tablo II'de normal olmayan dağılımın değişken değerlerine göre frekans dağılımı görülmektedir. Bilerek Tablo I'deki normal dağılımın sol tarafı aynen alındı ve sağ tarafındaki değerler çarpıklık oluşacak şekilde değiştirildi ve yeni eklenen değerlerle birlikte toplam değişken sayısı 2200 yapıldı.

2200 değişikenden hesaplanan aritmetik ortalama 52.2, standard sapma 11.94, arpıklık katsayısı 0.12 ve basıklık katsayısı da 0.0003 olarak bulundu. Sonuç olarak, son dağılım sağa çarpık ve basık olarak gerçekleşti. Son dağılımın önceki dağılımdan önemli derecede farklı olup olmadığını anlamak için Kolmogorow-Smirnov testi ile iki frekans dağılımının uygunluğu kontrol edildi. Dağılımların birbirlerinden farklı olduğu belirlendi ($P < 0.05$).

Normal ve normal olmayan dağılımların frekans eğrileri Őekil 1 ve Őekil 2'de görülmektedir.



Őekil: 1
Tablo I'de Verilen Frekans Değerlerinin
Frekans Poligonu Grafięi



Őekil: 2
Tablo II'de Verilen Frekans Değerlerinin
Frekans Poligonu Grafięi

Tablo III'de, birim normal dağılıma ($\mu = 0, \sigma = 1$) göre 100 tane birim için $Z = -2.5$ ile $Z = +2.5$ arasında 0.5 birim artarken frekans değerleri oluşturuldu. Birim normal dağılım tablosunda Z'nin tabloda gösterilen aralıklarına karşı gelen olasılıklar ve bu olasılıklara göre 100 birimden o aralıklara düşmesi beklenen sayılar frekans olarak hesaplandı. Tablonun ilk sütununda Z değerlerine göre sınıflar, 2. sütunda sınıflara karşı gelen olasılık değerleri ve son sütunda da sınıfların frekansları yer almaktadır.

Tablo: III
Birim Normal Dağılımda ($\mu = 0, \sigma = 1$), $n = 100$ Birim İçin Z'nin Beklenen Frekans Değerleri

Z Değerleri (sınıflar)	Olasılık [P (z)]	Frekans Değerleri [f = P (z) x 100]
< - 2.5	0.0062	0.62
- 2.5	0.0166	1.66
- 2.0	0.044	4.4
- 1.5	0.0919	9.19
- 1.0	0.1498	14.98
- 0.5	0.1915	19.15
0.0	0.1915	19.15
0.5	0.1498	14.98
1.0	0.0919	9.19
1.5	0.044	4.4
2.0	0.0166	1.66
2.5 +	0.0062	0.62
T o p l a m	1.0000	100.00

Her örnek büyüklüğünde seçilen 100 tane örneğin her biri için Z_s , Z_G ve t değerleri hesaplanarak Z ve t testi ile hipotez kontrolleri $\alpha = 0,05$ düzeyine göre yapıldı. Normal dağılımdan seçilen örnekler için hipotez testlerinin sonucu Tablo IV'de ve normal olmayan dağılım için ise sonuçlar Tablo V'de verilmiştir. Tablonun 1. sütununda örnek büyüklükleri yer almaktadır. Sonra gelen iki sütunda, 100 örnek ortalaması için hipotez testlerinin Z testi ve t testine göre red ve kabul edilme sayıları verildi. Buna göre, $n = 3$ için 100 örnekten 88 tanesinde H_0 hipotezi hem z hem de t testine göre kabul edilirken 12 örnekte z testine göre hipotez kabul, t testine göre reddedilmiştir. n'nin bütün değerlerinde hem z hem de t testine göre reddedilen H_0 hipotezi sayısı sıfırdır. Yani hiçbir örnek ortalaması için H_0 hipotezi hem z ve hem de t testine göre reddedilmemiştir. Aynı şekilde, z testine göre reddedilip t testine göre kabul edilen hipotez sayısı da bütün örnek büyüklükleri için sıfırdır.

Tablonun son iki sütununda hipotez kontrolleri için iki ayrı z değeri bulundu ve hipotez testleri bunlara göre değerlendirildi. Bunlar z formülünde standart sapma yerine σ konularak bulunan Z ile aynı formülde standard sapma yerine s konularak bulunan Z_s dir. Burada amaç, σ yerine s konularak z testi uygulamaktır. Bu test sonucu $n = 3$ için, Z_G ve Z_s kabul olan hipotez sayısı 85 ve Z_G kabul ve Z_s red olan 15

dir. Diğer testte olduğu gibi bunda da bütün örnek büyüklüklerinde Z_{σ} ve Z_s red ile Z_{σ} red ve Z_s kabul olan hipotez sayısı sıfırdır.

Tablo: IV
Normal Dağılımdan Seçilen Örneklerde Z'ye ve t'ye Göre H_0 Hipotezlerinin Kabul ve Red Edilme Durumları

n	Z ve t kabul	Z kabul t Red	Z_{σ} ve Z_s Kabul	Z_{σ} kabul Z_s Red	n	Z ve t kabul	Z kabul t Red	Z_{σ} ve Z_s kabul	Z_{σ} kabul Z_s Red
3	88	12	85	15	29	96	4	95	5
4	87	13	84	16	30	95	5	93	7
5	94	6	91	9	\bar{x} 94.5	5.5	92.7	7.3	
6	92	8	89	11					S.H. 0.4
7	97	3	94	6	31	96	4	96	4
8	94	6	90	10	32	94	6	94	6
9	92	8	90	10	33	98	2	97	3
10	95	5	91	9	34	94	6	94	6
11	94	6	94	6	35	94	6	92	8
12	95	5	94	6	36	96	4	96	4
13	95	5	94	6	37	96	4	95	5
14	97	3	96	4	38	95	5	95	5
15	93	7	92	8	39	96	4	95	5
16	94	6	94	6	40	95	5	94	6
17	95	5	92	8	41	91	9	91	9
18	97	3	95	5	42	96	4	95	5
19	95	5	93	7	43	96	4	95	5
20	96	4	96	4	44	93	7	92	8
21	97	3	96	4	45	96	4	95	5
22	94	6	94	6	46	95	5	95	5
23	94	6	91	9	47	99	1	96	4
24	93	7	92	8	48	96	4	92	8
25	99	1	97	3	49	98	2	96	4
26	95	5	93	7	50	99	1	99	1
27	98	2	95	5	\bar{x} 95	0.3	0.3	93.5	6.5
28	96	4	96	4					

Tablo V'deki bulgular aynı şekilde düzenlendi. Bu tablonun Tablo IV'den farkı, örneklerin seçildiği toplumun normal olmayışdır.

Hipotez kontrollerinde, Z reddedildiğinde t nin de reddedildiği ve Z reddedildiğinde t nin kabul edildiği hiçbir hipotez bulunmadığından bu durumlara Tablo IV ve Tablo V'de yer verilmemiştir.

Tablo IV ve Tablo V de örnek büyüklüğü 30'un altında noktalı çizgiler içinde verilen \bar{x} ve S.H. değerleri $n \leq 30$ içindir. Tabloların altındaki \bar{x} ve S.H. değerleri de $n \leq 50$ için hesaplanmıştır.

Tablo: V
Normal Olmayan Dağılımdan Seçilen Örneklerde Z'ye ve t'ye Göre H_0
Hipotezlerinin Kabul ve Red Edilme Durumları

n	Z ve t kabul	Z kabul t Red	Z_{σ} ve Z_s kabul	Z_{σ} kabul Z_s Red	n	Z ve t kabul	Z kabul t Red	Z_{σ} ve Z_s kabul	Z_{σ} kabul Z_s Red
3	83	17	79	21	30	98	2	98	2
4	91	9	88	12	\bar{x}	93.3	6.7	91.8	8.2
5	88	12	83	17	S.H.	0.6	0.6	0.7	0.7
6	92	8	90	10	31	94	6	94	6
7	94	6	94	6	32	100	0	95	5
8	95	5	93	7	33	97	3	93	7
9	92	8	91	9	34	97	3	94	6
10	94	6	93	7	35	99	1	94	6
11	94	6	94	6	36	99	1	97	3
12	94	6	89	11	37	97	3	92	8
13	92	8	89	11	38	97	3	94	6
14	90	10	89	11	39	95	5	94	6
15	95	5	95	5	40	98	2	96	4
16	94	6	92	8	41	94	6	91	9
17	95	5	93	7	42	97	3	95	5
18	96	4	94	6	43	97	3	93	7
19	98	2	97	3	44	97	3	96	4
20	92	8	91	9	45	95	5	94	6
21	93	7	92	8	46	96	4	94	6
22	94	6	95	5	47	97	3	95	5
23	96	4	95	5	48	97	3	96	4
24	94	6	94	6	49	97	3	97	3
25	92	8	91	9	50	98	2	96	4
26	97	3	95	5	\bar{x}	94.8	5.2	92.9	7.1
27	92	8	92	8	S.H.	0.4	0.4	0.5	0.5
28	93	7	93	7					
29	93	7	92	8					

Tablo VI ve Tablo VII'de her örnek büyüklüğü için 100 örnek ortalaması için hesaplanan z ve t değerlerinin frekans tabloları verildi. Frekans tablosunda sınıflar - 2.5 ile 2.5 arasında 0.5 ara ile oluşturuldu. 100'er tane z ve t değerleri bu sınıflara yerleştirilerek frekanslar oluşturuldu. İlk sıradaki frekanslar z ve ikinci sıradakiler de t içindir. Tablo VI'deki frekanslar normal dağılımdan seçilen örneklerle ve Tablo VII'deki frekanslar da normal olmayan dağılımdan seçilen örneklerle aittir.

Tablo: VI
Normal Dağılımda n'ye Göre z ve t'nin Frekans Dağılımları

n	Z ve t Değerleri	<-2.5	-2.5	-2.0	-1.5	-1.0	-0.5	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5 +
3	z	0	0	0	1	10	30	35	23	0	1	0	0
	t	3	2	2	5	17	12	23	9	11	6	4	6
4	z	0	0	0	1	15	26	41	12	5	0	0	0
	t	3	3	6	7	9	14	23	11	9	5	4	6
5	z	0	0	0	0	12	40	34	11	3	0	0	0
	t	2	2	4	12	10	22	20	7	5	11	1	4
6	z	0	0	0	0	7	36	48	8	1	0	0	0
	t	3	3	2	5	12	18	23	18	10	1	2	3
7	z	0	0	0	0	9	38	40	13	0	0	0	0
	t	2	1	5	11	16	12	18	14	14	5	1	1
8	z	0	0	0	1	9	43	44	3	0	0	0	0
	t	4	4	2	10	15	18	22	13	7	3	0	2
9	z	0	0	0	1	9	35	46	9	0	0	0	0
	t	4	2	7	8	9	15	20	17	12	2	2	2
10	z	0	0	0	0	3	49	38	10	0	0	0	0
	t	1	1	2	6	17	25	14	14	8	6	5	1
11	z	0	0	0	0	7	37	51	5	0	0	0	0
	t	3	0	10	5	8	18	18	15	12	8	2	1
12	z	0	0	0	0	4	38	54	4	0	0	0	0
	t	1	0	5	8	13	15	29	8	12	5	2	2
13	z	0	0	0	0	3	43	49	5	0	0	0	0
	t	1	1	2	9	12	21	18	19	11	3	2	1
14	z	0	0	0	0	1	52	42	5	0	0	0	0
	t	0	0	4	13	15	21	13	14	11	5	2	2
15	z	0	0	0	0	0	34	60	6	0	0	0	0
	t	0	1	3	6	10	14	23	13	17	6	4	3
16	z	0	0	0	0	2	43	54	1	0	0	0	0
	t	1	1	2	6	14	21	20	15	12	4	4	0
17	z	0	0	0	0	3	42	55	0	0	0	0	0
	t	2	2	3	7	19	12	19	21	9	3	2	1
18	z	0	0	0	0	0	53	46	1	0	0	0	0
	t	0	1	7	10	15	20	15	14	9	6	2	1
19	z	0	0	0	0	2	47	49	2	0	0	0	0
	t	2	1	1	4	21	20	22	10	10	6	2	1
20	z	0	0	0	0	0	53	45	2	0	0	0	0
	t	0	2	5	8	20	18	15	20	8	2	0	2
21	z	0	0	0	0	1	51	47	1	0	0	0	0
	t	2	0	7	14	16	13	22	15	5	5	1	0
22	z	0	0	0	0	0	51	45	4	0	0	0	0
	t	0	1	6	13	13	18	19	10	8	7	1	4
23	z	0	0	0	0	0	50	50	0	0	0	0	0
	t	0	3	6	10	13	18	17	16	9	4	2	2
24	z	0	0	0	0	0	49	50	1	0	0	0	0
	t	0	3	6	9	17	14	17	9	11	9	3	2

Tablo: VI (Devamı)

n	Z ve t Değerleri	<-2.5	-2.5	-2.0	-1.5	-1.0	-0.5	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5+
25	z	0	0	0	0	0	42	58	0	0	0	0	0
	t	1	1	4	8	15	13	26	12	10	9	1	0
26	z	0	0	0	0	1	50	49	0	0	0	0	0
	t	1	1	3	10	18	18	16	10	11	8	3	1
27	z	0	0	0	0	0	52	48	0	0	0	0	0
	t	0	3	3	12	14	20	21	10	12	5	0	0
28	z	0	0	0	0	1	60	39	0	0	0	0	0
	t	2	1	3	12	18	25	16	8	11	3	1	0
29	z	0	0	0	0	0	51	49	0	0	0	0	0
	t	0	2	8	6	14	21	24	11	7	5	1	1
30	z	0	0	0	0	1	50	49	0	0	0	0	0
	t	1	4	2	10	15	19	19	15	6	7	2	0
31	z	0	0	0	0	0	49	51	0	0	0	0	0
	t	0	1	1	9	18	20	26	11	10	1	1	2
32	z	0	0	0	0	0	45	55	0	0	0	0	0
	t	1	0	4	5	18	17	22	12	7	9	3	2
33	z	0	0	0	0	0	47	52	1	0	0	0	0
	t	0	1	5	11	14	16	16	20	11	4	1	1
34	z	0	0	0	0	0	55	44	1	0	0	0	0
	t	2	1	4	13	12	23	27	5	8	2	1	2
35	z	0	0	0	0	0	49	50	1	0	0	0	0
	t	2	2	4	6	14	21	15	18	8	6	2	2
36	z	0	0	0	0	0	44	56	0	0	0	0	0
	t	0	1	8	10	13	12	23	14	12	4	0	3
37	z	0	0	0	0	0	40	60	0	0	0	0	0
	t	0	2	1	6	16	15	20	13	13	11	2	1
38	z	0	0	0	0	0	47	53	0	0	0	0	0
	t	0	4	3	8	10	22	20	14	17	1	1	0
39	z	0	0	0	0	0	44	56	0	0	0	0	0
	t	1	2	4	6	14	17	21	22	7	5	1	0
40	z	0	0	0	0	0	54	46	0	0	0	0	0
	t	1	4	5	10	18	16	15	19	7	5	0	0
41	z	0	0	0	0	0	55	45	0	0	0	0	0
	t	0	4	4	7	16	24	13	15	10	2	3	2
42	z	0	0	0	0	0	46	54	0	0	0	0	0
	t	0	0	3	12	13	18	22	15	7	6	4	0
43	z	0	0	0	0	0	43	57	0	0	0	0	0
	t	1	2	4	9	14	13	22	13	12	8	1	1
44	z	0	0	0	0	0	56	44	0	0	0	0	0
	t	1	4	6	9	13	23	20	16	3	3	2	0
45	z	0	0	0	0	0	50	50	0	0	0	0	0
	t	1	0	8	9	15	17	17	21	8	1	2	1
46	z	0	0	0	0	0	53	47	0	0	0	0	0
	t	2	2	1	4	22	22	17	14	14	1	1	0
47	z	0	0	0	0	0	56	43	1	0	0	0	0
	t	0	2	5	12	14	23	12	19	4	7	1	1
48	z	0	0	0	0	0	46	54	0	0	0	0	0
	t	1	1	6	4	25	9	19	20	6	4	5	0
49	z	0	0	0	0	0	40	60	0	0	0	0	0
	t	0	0	6	6	12	16	25	18	8	5	4	0
50	z	0	0	0	0	0	43	57	0	0	0	0	0

Tablo: VII
Normal Olmayan Dağılımda n'ye Göre z ve t'nin Frekans Dağılımları

n	z ve t değerleri	<-2.5	-2.5	-2.0	-1.5	-1.0	-0.5	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5
3	z	0	0	0	2	14	26	35	20	3	0	0	0
	t	6	3	6	6	6	15	24	9	7	9	3	9
4	z	0	0	0	1	9	40	33	16	1	0	0	0
	t	3	2	5	5	16	19	19	14	8	2	5	2
5	z	0	0	0	1	11	40	33	13	1	1	0	0
	t	4	4	8	11	12	13	13	17	5	5	4	1
6	z	0	0	0	0	12	43	32	13	0	0	0	0
	t	3	4	7	13	12	16	18	11	8	5	0	3
7	z	0	0	0	1	7	36	47	9	0	0	0	0
	t	2	1	4	5	10	22	28	13	7	5	1	2
8	z	0	0	0	0	5	43	42	10	0	0	0	0
	t	0	2	6	13	11	16	19	13	12	3	3	2
9	z	0	0	0	0	8	44	42	6	0	0	0	0
	t	2	4	3	10	8	25	18	12	10	6	1	1
10	z	0	0	0	0	4	40	52	4	0	0	0	0
	t	2	1	1	7	10	23	19	20	10	3	1	3
11	z	0	0	0	0	3	47	47	3	0	0	0	0
	t	2	1	4	10	14	19	19	13	10	5	0	3
12	z	0	0	0	0	6	46	44	4	0	0	0	0
	t	3	2	3	7	13	24	13	11	15	5	3	1
13	z	0	0	0	0	1	42	2	0	0	0	0	0
	t	3	3	7	9	17	16	14	8	3	2	1	1
14	z	0	0	0	0	1	38	56	5	0	0	0	0
	t	2	1	5	2	17	12	24	14	13	3	3	4
15	z	0	0	0	0	2	45	51	2	0	0	0	0
	t	1	1	5	8	11	21	15	20	12	3	2	1
16	z	0	0	0	0	2	45	51	2	0	0	0	0
	t	0	3	3	9	16	16	18	15	9	7	3	1
17	z	0	0	0	0	2	50	47	1	0	0	0	0
	t	1	1	6	10	18	16	18	11	10	5	2	2
18	z	0	0	0	0	0	33	65	2	0	0	0	0
	t	0	1	3	6	8	15	22	21	11	9	2	2
19	z	0	0	0	0	1	40	59	0	0	0	0	0
	t	1	1	1	7	12	19	27	17	11	4	0	0
20	z	0	0	0	0	0	48	51	1	0	0	0	0
	t	3	3	2	7	10	23	15	17	13	5	1	1
21	z	0	0	0	0	2	48	49	1	0	0	0	0
	t	2	2	3	6	13	24	20	20	4	3	2	1
22	z	0	0	0	0	1	46	52	1	0	0	0	0
	t	2	0	4	6	15	20	19	15	10	7	1	1
23	z	0	0	0	0	1	52	46	1	0	0	0	0
	t	2	1	5	9	21	15	22	14	8	2	0	1
24	z	0	0	0	0	1	45	53	1	0	0	0	0
	t	1	2	6	5	14	18	23	12	8	8	2	1
25	z	0	0	0	0	1	49	49	1	0	0	0	0
	t	2	3	7	9	11	18	20	14	11	2	0	3
26	z	0	0	0	0	0	47	53	0	0	0	0	0
	t	1	2	3	10	14	17	15	14	18	4	2	0

Tablo: VII (Devamı)

n	z ve t değerleri	<-2.5	-2.5	-2.0	-1.5	-1.0	-0.5	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5
27	z	0	0	0	0	0	44	55	1	0	0	0	0
	t	2	2	1	6	13	20	18	19	10	5	2	2
28	z	0	0	0	0	0	47	52	1	0	0	0	0
	t	3	2	2	4	17	19	17	19	10	5	1	1
29	z	0	0	0	0	0	54	46	0	0	0	0	0
	t	2	2	4	7	15	24	19	13	8	3	3	0
30	z	0	0	0	0	0	53	47	0	0	0	0	0
	t	1	0	4	7	22	19	19	19	6	2	1	0
31	z	0	0	0	0	0	59	41	0	0	0	0	0
	t	2	1	4	6	16	30	12	14	10	2	2	1
32	z	0	0	0	0	0	41	59	0	0	0	0	0
	t	0	2	8	8	6	17	28	12	12	5	2	0
33	z	0	0	0	0	0	52	48	0	0	0	0	0
	t	2	1	6	14	14	15	13	14	11	6	3	1
34	z	0	0	0	0	0	48	52	0	0	0	0	0
	t	0	3	7	7	15	16	19	16	13	2	1	1
35	z	0	0	0	0	0	46	54	0	0	0	0	0
	t	0	2	5	10	13	16	22	13	10	6	2	1
36	z	0	0	0	0	0	43	57	0	0	0	0	0
	t	0	2	6	9	11	15	26	16	11	4	0	0
37	z	0	0	0	0	0	48	52	0	0	0	0	0
	t	1	4	5	9	11	18	19	20	5	6	1	1
38	z	0	0	0	0	0	49	51	0	0	0	0	0
	t	0	1	4	13	15	16	18	19	4	6	2	2
39	z	0	0	0	0	0	52	48	0	0	0	0	0
	t	0	2	11	7	14	17	15	12	14	5	1	2
40	z	0	0	0	0	0	48	52	0	0	0	0	0
	t	0	1	3	8	17	19	18	11	15	6	1	1
41	z	0	0	0	0	1	45	54	0	0	0	0	0
	t	3	2	4	10	7	20	22	13	13	3	2	1
42	z	0	0	0	0	0	52	48	0	0	0	0	0
	t	1	1	3	9	17	21	23	13	5	6	1	0
43	z	0	0	0	0	0	52	48	0	0	0	0	0
	t	1	1	10	9	12	19	21	13	8	3	2	1
44	z	0	0	0	0	0	50	50	0	0	0	0	0
	t	0	1	4	5	15	25	23	12	8	5	0	2
45	z	0	0	0	0	0	43	57	0	0	0	0	0
	t	1	0	5	4	13	20	21	18	7	7	3	1
46	z	0	0	0	0	0	52	48	0	0	0	0	0
	t	0	4	6	8	19	15	18	19	4	5	2	0
47	z	0	0	0	0	0	39	61	0	0	0	0	0
	t	1	1	4	9	13	11	25	20	11	3	2	0
48	z	0	0	0	0	0	43	57	0	0	0	0	0
	t	0	2	0	9	12	20	16	17	13	9	2	0
49	z	0	0	0	0	0	41	59	0	0	0	0	0
	t	0	0	3	6	15	17	22	14	13	7	2	1
50	z	0	0	0	0	0	45	55	0	0	0	0	0
	t	0	1	3	10	17	14	22	16	11	5	1	0

TARTIŞMA

Bütün örnek büyüklükleri için z ve t testine göre yapılan hipotezlerin karşılaştırılmalarında ister normal dağılım isterse anormal dağılım olsun 100 örneğe ait yapılan hipotez testlerinde ancak z ve t testine göre kabul edilme ile z ye göre kabul ve t ye göre red edilme gruplarında olgular oluşturuldu. $3 \leq n \leq 50$ için seçilen toplam 4800 örnek için yapılan hipotez testinin hiç birinde her iki teste göre de reddedilme durumu olmadı. Aynı şekilde z 'ye göre reddedilip t 'ye göre kabul edilme durumu da olmadı. Bu değerlendirme hipotez kontrollerinin hepsinde aynı şekildedir. Buna göre $3 \leq n \leq 50$ olurken normal dağılımda ve $\alpha = 0.12$, $B = 0.0003$ derecesine kadar olan anormal dağılımlarda eğer hipotez z testine göre reddedilmişse, t testine göre de reddedilmesi % 100 oranındadır. Anormal dağılımda, Z testine göre hipotez kabul edilmişse, bunun t 'ye göre kabul edilmesi % 94.8, kabul edilmemesi ise % 5.2 ∓ 0.4 dir. Bu oran $n \leq 30$ için % 6.7 ∓ 0.6 'ya çıkmaktadır. Sonuç olarak, $n \leq 30$ olan küçük birimli bir örnek ile hipotez testi yapıldığında z ile hipotezi reddedersek t ile reddedilme olasılığı % 100, eğer hipotez kabul edilirse t ile de kabul edilme olasılığı % 94.8 ve reddedilme olasılığı % 5.2 ∓ 0.4 dür. $n \leq 30$ durumunda σ bilinmediği için bunun yerine s konularak hipotez testi olarak t testi önerilmektedir. Çünkü bu gibi durumlarda örnek ortalamalarının z dağılımına dönüşümü birim normal dağılım vermemektedir. σ bilindiği zaman en uygun test z dir. Ancak, bu olmadığı takdirde t testinin kullanılması daha iyi sonuç vermektedir^{1.11}. Normal dağılımdan seçtiğimiz bir örneğe ait hipotezi z 'ye göre kabul etmişsek onu t 'ye göre de kabul etmemiz gerekir. Oysa, çalışmada z 'ye göre kabul edilen hipotezlerin % 5.0 ∓ 0.3 'ü t 'ye göre reddedilmektedir. Bu da bize göstermektedir ki t 'ye göre bir hipotezi reddettiğimizde bunun mutlaka doğru olmadığı % 5.0'lik bir hatanın var olacağı unutulmamalıdır. Bu hata payı normal olmayan dağılım için % 5.2 olarak bulunmuştur. t testinin uygulanabilmesi için toplumun normal olması gerektiğinden bu sonuç üzerinde durulmayacaktır^{3.4.12}.

$3 \leq n \leq 50$ için σ yerine s konularak hesaplanan z değerlerine göre hipotezler kontrol edildiği zaman bulunan sonuçlar, Tablo IV'ün son iki sütununda yer almaktadır. Toplam örnekler üzerinden değerlendirme yapıldığında, z testine göre kabul edilmesine karşın σ yerine s konularak yapılan z testinde hipotezlerin % 6.5 ∓ 0.4 'ü reddedilmiş durumdadır. Bu duruma göre σ yerine s konularak yapılacak z testinde hipotez reddedildiğinde, % 6.5 oranında yanlış karar verilmektedir. Örneği küçültüp 30'un altına indirdiğimizde, yapılan hata % 7.3 ∓ 0.6 'e çıkmaktadır. Buda göstermektedir ki, $n \leq 30$ için σ yerine s konularak yapılan hipotez testlerinde hipotez reddedildiğinde hata payı % 7.3 ∓ 0.6 dir. Eğer hipotez kabul edilirse bunun doğru olma olasılığı % 92.7'dir.

$n \leq 30$ için, t testi ve σ yerine s konularak yapılan z testine göre hipotezlerin reddedilmesi durumunda yapılan hata oranları karşılaştırıldığında aralarındaki farkın anlamlı olduğu görülmüştür ($P < 0.05$).

Normal olmayan toplumdaki çekilen örneklerin ($n \leq 30$) hipotez testlerinde, hipotez t testine göre reddedildiğinde yapılan hata % 6.7 ∓ 0.6 dir. Aynı hata σ yerine s konularak z testi uygulamasında ise % 8.2 ∓ 0.7 dir. Yine yapılan test sonucunda iki hata oranı arasında anlamlı bir fark bulunamamıştır ($P > 0.05$). Bu hata oran-

ları $3 \leq n \leq 50$ için normal ve anormal toplumlarda sırasıyla $\% 5.0 \mp 0.3$ - $\% 6.5 \mp 0.4$, $\% 5.2 \mp 0.4$, - $\% 7.1 \mp 0.5$ dir. $n \leq 30$ için yaptığımız hata oranları karşılaştırmasını bunlar için de yaptığımızda aralarındaki farkların anlamlı olduğu görülür ($P < 0.05$). Buna göre, her iki toplumda da σ yerine s konularak yapılan testlerde hipotezler reddedildiğinde hata oranı t testine göre daha yüksek olmaktadır. Bu sonuç ta, eserlerdeki bilgilere uygun olmaktadır¹⁰. Sonuç olarak σ bilinmediği zaman σ yerine s konulup z testi yapmak yerine t testi yapıldığında hipotez hakkında doğru karar verme olasılığı daha yüksek yada hata yapma oranı daha az olmaktadır.

Her iki toplumda, z yerine t ve z_s testlerinin kullanılmasında, H_0 kabul edilmiş iken onun reddedilmesiyle ortaya çıkan hata oranları, örnek büyüklüğü ile karşılaştırıldığında, hepsi arasında kuvvetli bir negatif korrelasyonun olduğu gözlemlendi. Normal ve normal olmayan toplumlarda, tablolardaki sıraya göre bu korrelasyonlar r : -0.5 ∓ 0.1 ; -0.6 ∓ 0.1 ; -0.7 ∓ 0.1 ; -0.6 ∓ 0.1 dir. Bu korrelasyon katsayılarının her birinin anlamlılık düzeyi $P < 0.001$ dir. Bu duruma göre, örnekteki birim sayısı arttıkça her iki toplumda z_s ve t testlerine göre reddedilen hipotez testlerinde hata oranları azalmakta, n azaldığı zaman da hata oranları artmaktadır.

Bu bilgilerden çıkan başka bir sonuç da, z ile t arasında bir tercih yaparken n sayısını 30 olarak almamaktır. Normal dağılımda $30 < n \leq 50$ için hipotez reddedildiğinde hata oranı $\% 4.35 \mp 0.4$, σ yerine s konulup z ile test edildiğinde hata oranı $\% 5.3 \mp 0.4$ dir. Oranlar farklı görülmesine karşın aralarındaki fark anlamsızdır ($P > 0.05$). n için 30 sınırı bazı toplumlarda 30'un altında olabildiği gibi bazılarında da 30'un üzerinde olabilmektedir. Bu, dağılımın normale yakınlığına bağlıdır. Normal olmayan dağılımda bu oranlar sıra ile, $\% 3.1 \mp 0.3$ ve $\% 5.5 \mp 0.4$ dür. İki oran arasında fark anlamlıdır ($P < 0.001$). Bu duruma göre, $\checkmark = 0.12$ ve $B = 0.0003$ derecesine kadar olan anormal dağılımlarda $30 < n \leq 50$ olduğu zaman t testinin uygulanması σ yerine s konularak uygulanan Z testinden daha iyidir.

Çalışmada, örnekler için hipotez testlerinin değerlendirilmesinden başka, bir de $3 \leq n \leq 50$ için her örnek biriminde 100 örnekten hesaplanan Z ve t değerlerinin Tablo V'de verilen sınıflara göre frekans tabloları düzenlendi. Bu düzenleme normal dağılım için ayrı ve normal olmayan dağılım için de ayrı olarak yapıldı. Her iki toplum için Z 'nin frekans dağılımının yaygınlığı küçük örneklerde büyük iken git-tikçe dağılım sıkışarak $n = 23$ den itibaren Z değerlerinin tamamı -0.5 ile 0.5 arasında yer almaktadır. t frekansları için sıkışma çok hızlı olmamaktadır. $n = 50$ için t frekans dağılımı halâ yaygındır. Normal dağılımda z ve t frekans dağılımları Kolmogorov-Smirnov testi ile kontrol edildiğinde, bütün $3 \leq n \leq 50$ için dağılımların birbirlerinden farklı olduğu saptandı ($P < 0,05$). Görüldüğü gibi halâ $n = 50$ için bile dağılımlar farklıdır. Bu da göstermektedir ki, bu aradaki örnek büyüklükleri için hipotez kontrollerinde Z testi kullanılabilirliği sürece bu testin t testine yeğ tutulması uygun görülmektedir. Croxton ve Walpole'ün eserlerinden de görüleceği gibi t ile z dağılımları bu örnek büyüklükleri için halâ farklıdır. Bunların tam çakışmaları kuramsal olarak $n = \infty$ için mümkündür. Aynı karşılaştırmalar normal olmayan dağılım için yapıldı ve aynı sonuçlar elde edildi ($P < 0.05$).

Normal ve normal olmayan toplumlara ait Z frekans değerleri birbirleriyle karşılaştırıldığında, bu frekans dağılımlarının birbirlerinden farklı olmadıkları bulundu ($P > 0.05$). Bu da göstermektedir ki, $B = 0.0003$, $\checkmark = 0.12$ derecesine kadar olan

toplumlarda Z testi ile hipotez kontrolü yapılabilir. Bu sonuç da Hamburg'un söylediğine uymaktadır¹⁰.

$n = 5$ den itibaren her iki toplumdaki elde edilen Z frekans dağılımları, Tablo III'de verilen birim normal frekans dağılımı ile karşılaştırıldıklarında, birbirlerinden farklı oldukları görülür ($P < 0.05$). Bu farklılık da birim normal dağılım sabit kalırken Z'lerin dağılımının n 'ye bağlı olarak sıkışmaları ve $n = 50$ için tamamının -0.5 ile 0.5 aralığında yer almalarındadır¹². Her iki toplumdaki t frekans dağılımları aynı şekilde birim normal dağılımla karşılaştırıldıklarında, bu dağılımların birbirlerine uydukları görülür ($P > 0.05$).

KAYNAKLAR

1. ARKIN, H., COLTON, R.R.: Statistical Methods. Fifth edition, A division of Harper and Row Publishers, New York, 1970, s. 141-143 and 160-163.
2. HAMBURG, M.: Basic statistics. Second Edition, Harcourt Brace Jovanovich, Inc., New York, 1979, s. 164-167.
3. WALPOLE, R.E.: Introduction to statistics. Second Edition, Macmillan Publishing Co., Inc., New York, s. 121-133 and 142-145.
4. MODE, E.B.: Elements of Statistics. Third Edition, Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1961, s. 161-165.
5. ORUÇ, M.: İstatistik Yöntemler, Ankara Üniversitesi Fen Fakültesi, Ankara, 1977, s. 188-200.
6. FREUND, J.E., WALPOLE, R.E.: Mathematical Statistics. Prentice-Hall International Editions, London, 1980, s. 225-272.
7. CROXTON, F.E., COWDEN, D.J., KLEIN, S.: Applied General Statistics. Third Edition, Prentice-Hall of India Private limited, New Delhi, 1973, s. 553-560.
8. SPIEGEL, M.R.: Theory and Problems of statistics. Mc Graw-Hill Book Company, New York, 1961, s. 89-91.
9. DIEM, K.: Scientific Tables. Sixth Edition, J.R.Geigy Ş.A., Basle, 1962, s. 32-35.
10. HAMBURG, M.: Statistical Analysis for Decision Making. Second Edition, Harcourt Brace Jovanovich, Inc., New York, 1977, s. 188-222.
11. RAMM, B., HOFMANN, G.: Biomathematik und Medizinische Statistik, Ferdinand Enke Verlag, Stuttgart, 1976, s. 247-254.
12. EASON, G., COLES, C.W., GETTING, G.: Mathematics and Statistics for the Bio. Sciences. John Wiley and sons, New York, 1980, s. 450-470.

Doç. Dr. İsmet KAN
Uludağ Üniv. Tıp Fakültesi
Tıbbi Biyoloji Anabilim Dalı
BURSA