T.C.

BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI

MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

CEBİRSEL KAVRAM VE GENELLEMELERİNİN, SOYUTLAMA SÜRECİNE UYGUN ÖĞRETİMİNİN TASARIMI, UYGULANMASI VE DEĞERLENDİRİLMESİ

DOKTORA TEZİ

Rümeysa YILMAZ

BURSA

2021

T.C.

BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI

MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

CEBİRSEL KAVRAM VE GENELLEMELERİNİN, SOYUTLAMA SÜRECİNE UYGUN ÖĞRETİMİNİN TASARIMI, UYGULANMASI VE DEĞERLENDİRİLMESİ

DOKTORA TEZİ

Rümeysa YILMAZ

Danışman

Prof. Dr. Murat ALTUN

BURSA

2021

BİLİMSEL ETİĞE UYGUNLUK

Bu çalışmadaki tüm bilgilerin akademik ve etik kurallara uygun bir şekilde elde edildiğini beyan ederim.

Rümeysa YILMAZ

28/01/2021

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
YÜKSEK LİSANS/DOKTORA İNTİHAL YAZILIM RAPORU

BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI BAŞKANLIĞI'NA

Tez Başlığı / Konusu: Cebirsel Kavram ve Genellemelerinin, Soyutlama Sürecine Uygun Öğretiminin Tasarımı, Uygulanması ve Değerlendirilmesi

Yukarıda başlığı gösterilen tez çalışmamın a) Kapak sayfası, b) Giriş, c) Ana bölümler ve d) Sonuç kısımlarından oluşan toplam 206 sayfalık kısmına ilişkin, 24/01/2021 tarihinde şahsım tarafından iThenticate adlı intihal tespit programından aşağıda belirtilen filtrelemeler uygulanarak alınmış olan özgünlük raporuna göre, tezimin benzerlik oranı %9'dur.

Uygulanan filtrelemeler:

1- Kaynakça hariç
2- Alıntılar dahil

Bursa Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Tez Çalışması Özgünlük Raporu Alınması ve Kullanılması Uygulama Esasları'nı inceledim ve bu Uygulama Esasları'nda belirtilen azami benzerlik oranlarına göre tez çalışmamın herhangi bir intihal içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

Gereğini saygılarımla arz ederim.

26/01/2021

Adı Soyadı : Rümeysa YILMAZ

Öğrenci No : 811432004

Anabilim Dalı : Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi

Programı : Matematik Eğitimi

Statüsü : ☐ Yüksek Lisans ☐ Doktora

Danışman : Prof. Dr. Murat ALTUN

Tarih : 26/01/2021

YÖNERGEYE UYGUNLUK ONAYI

"Cebirsel Kavram ve Genellemelerinin, Soyutlama Sürecine Uygun Öğretimin Tasarımı, Uygulanması ve Değerlendirilmesi" adlı Doktora tezi, Bursa Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanmıştır.

Tezi Hazırlayan	Danışman
Rümeysa YILMAZ	Prof. Dr. Murat ALTUN

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi ABD Başkanı

Prof. Dr. Ahmet KILINÇ

T.C.

BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE,

İlköğretim Anabilim Dalı'nda 811432004 numara ile kayıtlı Rümeysa YILMAZ'ın hazırladığı "Cebirsel Kavram ve Genellemelerinin, Soyutlama Sürecine Uygun Öğretiminin Tasarımı, Uygulanması ve Değerlendirilmesi" konulu Doktora çalışması ile ilgili tez savunma sınavı, 22/02/2021 günü 11:00-12:30 saatleri arasında yapılmış, sorulan sorulara alınan cevaplar sonunda adayın tezinin/çalışmasının (başarılı/başarısız) olduğuna (oybirliği/oy çokluğu) ile karar verilmiştir.

Üye (Tez Danışmanı ve Sınav Komisyonu Başkanı) Üye

Prof. Dr. Murat ALTUN Doç. Dr. Erhan BİNGÖLBALİ

Üye Üye

Doç. Dr. Menekşe Seden Tapan BROUTIN Doç. Dr. Erhan ŞENGEL

Üye

Doç. Dr. Recai AKKAYA

ÖNSÖZ

İçinde gayret olan her işte olduğu gibi bu tez çalışması, hayatımın mihenk taşı oldu. Tezin uygulamasının ardından yazması o kadar zorladı ki, bir ara bitiremeyeceğim korkusuna bile kapıldım. Fakat başlayan her şey bir gün bitiyor, bu inancım beni mutlu sona ulaştırdı. Çünkü "Kader gayrete âşıktır" sözü kılavuzum oldu.

Yüksek lisanstan itibaren 10 yıldır her daim akademik gelişmeme emek veren, tıkandığım yerde, her zaman farklı bir pencere açmamı sağlayan, hayatımda tanıdığım alanında bu kadar iyi bir akademisyen olup, aynı zamanda bir o kadar da mütevazı, fedakâr, öğrencilerinin yetişmesinde her türlü özeni gösteren bir hocaya rastlamak paha biçilemezdi. Çok düştüğüm, tökezlediğim zamanlar oldu, her defasında tutup kaldırdı. Hayatımın her alanında örnek aldığım çok kıymetli Hocam, Prof. Dr. Murat ALTUN'a en özel teşekkürlerimi sunuyorum. Size emeklerinizden ötürü minnettarım. İyi ki danışman hocam oldunuz.

Tezin her aşamasında tüm fikirlerini paylaşıp bana destek olan, gerekli düzeltmeleri yapmamda yol gösteren değerli hocalarım Doç. Dr. Erhan ŞENGEL'e ve Doç. Dr. Menekşe Seden TAPAN BROUTİN'e çok teşekkür ediyorum. Ayrıca Doç. Dr. Erhan BİNGÖLBALİ ve Doç Dr. Recai AKKAYA'ya tezimi inceleyip ayrınıtılı analiz ederek sundukları katkılarından dolayı çok teşekkür ediyorum.

Tezle ilgili tıkandığımda fikirlerine başvurduğum ve hiç çekinmeden elinden gelen tüm yardımı gösteren hocam, Prof. Dr. Fatih ÖZMANTAR'a minnettarım, çok teşekkür ederim.

Bu zorlu süreçte her daim yanımda olduğunu hissettiğim, kalbi naif, yardımsever, çok değerli insan, Arş. Gör. Dr. Tuğçe KOZAKLI hocama en içten teşekkürlerimi sunuyorum. Her takıldığımda yardımını hiçbir zaman esirgemediğin için çok teşekkür ederim. Aynı şekilde Doktor Öğretim Üyesi Işıl BOZKURT hocama da yardımlarından ötürü teşekkür ederim.

Çalışmamın her aşamasında bana hep güvenen her daim yapacağıma inanan çok kıymetli dostum Hilal GÖK'e en özel teşekkürlerimi sunuyorum.

İsimlerini anmadan geçemeyeceğim iki güzel insana da çok müteşekkirim, yazma aşamasında çok tıkandığım günlerde beni yapabileceğime inandıran, motive eden, manevi desteklerini her zaman yanımda hissettiğim sevgili dostlarım Şeyda SARAÇOĞLU ve Muazzez BALKİ KAŞ'a ayrıca teşekkürler. İyi ki varsınız.

Asıl önemli teşekkürlerimi aileme sakladım, beni büyüten, en iyi şekilde yetiştirmek için tüm gayretlerini sarf eden, hep yanımda olan, yapabileceğime inanan, yardımlarını esirgemeyen Babam İlyas BEYAZHANÇER ve Annem Hülya BEYAZHANÇER'e en özel teşekkürlerimi sunuyorum.

Bu süreçte varlıklarıyla bana ilham kaynağı olan, onlarla vakit geçirmem gerektiğinde kendileri fedakârlık gösterip "Anne, sen tezini yaz" diyerek beni motive eden, canım kızım Zuhal'e ve canım oğlum Cemal'e çok teşekkür ederim. Hayatımın neşeleri iyi ki varsınız.

Rümeysa YILMAZ

21/01/2021

Özet

Yazar : Rümeysa YILMAZ

Üniversite : Bursa Uludağ Üniversitesi

Ana Bilim Dalı : Matematik ve Fen Eğitimi Ana Bilim Dalı

Bilim Dalı : Matematik Eğitimi Bilim Dalı

Tezin Niteliği : Doktora Tezi

Sayfa Sayısı : xxv + 306

Mezuniyet Tarihi : 22/02/2021

Tez: Cebirsel Kavram ve Genellemelerinin, Soyutlama Sürecine Uygun Öğretiminin Tasarımı, Uygulanması ve Değerlendirilmesi

Danışmanı : Prof. Dr. Murat ALTUN

CEBİRSEL KAVRAM VE GENELLEMELERİNİN, SOYUTLAMA SÜRECİNE UYGUN ÖĞRETİMİNİN TASARIMI, UYGULANMASI VE DEĞERLENDİRİLMESİ

Matematiksel kavram ve genellemelerin öğretiminde, soyutlama sürecinin analizinden yararlanılması, soyutlamaya olan ilginin artarak devam etmesine yol açmış bulunmaktadır. Öğrencilerin soyutlama süreçlerini inceleyen araştırmacılar; bireysel araştırmalara ağırlık vermişler, bu durum sınıf ortamında soyutlama süreçlerini incelemenin önemini arttırmıştır. Bu araştırmanın amacı ise 6. sınıftan başlayarak 6. ve 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel kavram ve genellemeleri oluşturma ve soyutlama süreçlerinin incelenmesi, süreç içerisinde hazırlanan öğretim tasarımının soyutlama sürecine katkısının belirlenmesidir.

Araştırma karma yöntem araştırması modelinde olup iki aşamadan oluşmuştur. İlk aşamada tasarım tabanlı araştırma modeli, ikinci aşamada ise durum çalışması modeli kullanılmış olup, yarı boylamsal bir çalışmadır. Çalışma 2017-2018 yılları arasında iki yıl boyunca Bursa Setbaşı Ortaokulunda biri deney grubu diğeri ise kontrol grubu olarak belirlenen 32'şer kişilik iki

grupta toplam 64 öğrenciyle gerçekleştirilmiştir. Uygulama öncesi öğrencilerin cebir kavram ve genellemeleri bilgisini ölçmek için Chelsea Cebir Tanılama Testi (CCTT) uygulanmıştır. Altıncı ve yedinci sınıf müfredatındaki cebir kavram ve genellemeleri belirlenerek, bu kavram ve genellemelerin soyutlanma süreçlerini incelemeye imkân verecek öğretim tasarımı hazırlanmış ve pilot çalışması yapılarak eksikler tespit edilerek giderilmiş, hazırlanan öğretim tasarımı deney grubu öğrencilerine uygulanmıştır. Uygulama sonrası CCTT, SBT1 (Soyutlama Becerileri Testi), SBT2 ve SBT3 testleri yapılarak sonuçları analiz edilmiş ve öğrencilerin soyutlama süreçleri RBC+C modeliyle ayrıntılı olarak incelenmiştir. Yapılan ön ve son testler arasındaki gelişim nicel analizle belirlenmiştir. Öğrencilerin soyutlama süreçlerini derinlemesine analiz etmek için deney grubundan seçilen 2 düşük, 3 orta ve 4 yüksek başarı düzeyine sahip odak grup öğrencilerinin uygulamanın her aşamasında etkinlik kâğıtları, yapılan ön ve son testlerin nitel analizleri belirlenen tematik soyutlama göstergeleri çerçevesinde yapılmıştır. Göstergelerin RBC+C (Recognizing, Building with Construction, Consolidation) modelindeki gibi alındığında bazı durumları ayrıntılı analize imkân vermediğinden, detaylandırması yapılmıştır.

Araştırmada kullanılan SBT2, SBT3 ve CCTT ön ve son testlerinin nicel analiz sonuçlarına bakıldığında, öğrencilerin 6. ve 7. sınıftaki uygulamalar sonrası, soyutlama becerilerindeki gelişimde anlamlı farklılıklar elde edildiği görülmüştür. Ayrıntılı analiz yapılmak için seçilen odak grubu öğrencilerinden elde edilen etkinlik kâğıtları ve testlerin nitel analizinde de soyutlama becerilerinin geliştiği gözlemlenmiştir. Öğrencilerden orta ve yüksek başarı düzeyine sahip öğrencilerin *oluşturma ve pekiştirme* basamaklarına ulaştığı gözlemlenmiştir. Başarı düzeyi düşük öğrencilerin ise *yanlış oluşturmaya* sahip olabildikleri ya da *yardımcı tanımayla kısmi doğru oluşturmaya* ulaştıkları gözlemlenmiştir. Araştırmanın ikinci aşamasında odak grup öğrencilerinden elde edilen nitel veriler analiz edildiğinde *pekiştirme* basamağına ulaşıp ulaşamayan öğrencilerin derinlemesine analizinde başarı düzeyi yüksek ve orta öğrencilerin *pekiştirme* basamağına ulaşabildikleri, düşük başarı düzeyine sahip öğrencilerin ise *kısmi doğru oluşturma* basamağında kaldıklarından dolayı pekiştiremedikleri sonucuna varılmıştır. Araştırma sonuncunda hazırlanan öğretim tasarımının öğrencilerin soyutlama becerilerini geliştirdiği sonucuna varılmıştır. RBC+C modelinin tanılama aracı olmasının yanında, bilgilendirici ve tasarımı aracı olarak da kullanılabileceği sonucuna ulaşılmıştır. Elde edilen bu sonuçlara göre soyutlama becerilerinin geliştirilme sürecinde öğretime ve gelecekte yapılacak çalışmalara yönelik önerilerde bulunulmuştur.

Anahtar Kelimeler: Bağlamdan Soyutlama (AiC), RBC+C Modeli, Soyutlama Süreçleri, Kısmi Doğru Yapılar (PaCC)

Abstract

Author : Rümeysa YILMAZ

University : Bursa Uludağ University

Field : Math and Science Education Department

Branch : Math Education Department

Degree Awarded : PhD

Page Number : xxv + 306

Degree Date : 22/02/2021

Thesis : A Design, Implementation and Evaluation of the Teaching of Algebraic Concepts and Generalizations in Accordance with the Abstraction Process

Supervisor : Prof. Dr. Murat ALTUN

A DESIGN, IMPLEMENTATION AND EVALUATION OF THE TEACHING OF ALGEBRAIC CONCEPTS AND GENERALISATIONS IN ACCORDANCE WITH THE ABSTRACTION PROCESS

The use of abstraction analysis in the teaching of mathematical concepts and generalizations has led to an increasing interest in abstraction. Those who investigate students' abstraction processes; They trained personal research, which increased the importance of examining classroom analysis. The aim of this study is to examine the processes of creating algebraic concepts and generalizations and abstraction processes of 6th and 7th grade students starting from the 6th grade and determining the contribution of the design of encryption method to the abstraction process by experimenting.

The research is in mixed method research model and consists of two stages. The design-based research model was used in the first stage, and the case study model was used in the second

stage, and it is a semi-longitudinal study. The study was conducted for two years between 2017 and 2018 in Bursa Setbaşı Secondary School with a total of 64 students in two groups, one of which was determined as the experimental group and the other as the control group. Chelsea Algebra Diagnostic Test (CCTT) was applied before the application to measure the students' knowledge of algebra concepts and generalizations. By determining the concepts and generalizations of algebra in the curriculum in the sixth and seventh grades, an instructional design was prepared that would allow to examine the abstraction processes of these concepts and generalizations, and the deficiencies were identified and eliminated through a pilot study, and the instructional design was applied to the experimental group students. After the application, CCTT, SBT1 (Abstraction Skills Test), SBT and SBT3 tests were performed, the results were analyzed, and the abstraction processes of the students were examined in detail with the RBC + C model. The development between the pre and posttests was determined by quantitative analysis. In order to analyze the abstraction processes of the students in depth, the activity papers of the focus group students with 2 low, 3 medium and 4 high achievement levels selected from the experimental group, and the qualitative analysis of the pre and post tests were carried out within the framework of the determined thematic abstraction indicators. Some of the situations when the indicators are taken as in the RBC + C model do not allow for detailed analysis, so they are detailed.

Considering the quantitative analysis results of the SBT2, SBT3 and CCTT pre and post tests used in the study, it was seen that significant differences were obtained in the development of abstraction skills of the students after the applications in 6th and 7th grade. It was observed that abstraction skills developed in the qualitative analysis of the activity papers and tests obtained from the focus group students selected for detailed analysis. It has been observed that students with medium and high achievement levels have reached the stages of formation and

reinforcement. It has been observed that students with low level of success may have false positional forms or achieved partial correct constructions with helpful recognition. In the second stage of the study, when the qualitative data obtained from the focus group students were analyzed, it was concluded that the students with high success level and middle students could reach the reinforcement step, while the students with low achievement level could not reinforce it because they remained at the partial correct formation step. It was concluded that the instructional design prepared at the end of the study improved the abstraction skills of the students. It was concluded that the RBC + C model can be used as an informative and design tool as well as a diagnostic tool. According to these results, suggestions were made for teaching and future studies in the process of developing abstraction skills.

Keywords: Abstraction in Context (AiC), RBC+C Model, Abstraction Process, Partially Correct Constructs (PaCC)

İçindekiler

Tablolar Listesi

Tablo *Sayfa*

Şekiller Listesi

Şekil *Sayfa*

1. Bölüm

Giriş

Matematiksel kavram ve genellemelerin öğretiminde, soyutlama sürecinin analizinden yararlanılması, soyutlamaya olan ilginin artarak devam etmesine yol açmıştır. Matematiğin bir soyutlama bilimi olması ve matematiksel kavramların büyük çoğunluğunun soyutlama sonucu elde edilmesinden ötürü, matematik öğretiminde soyutlama sürecinin anlaşılması önemlidir (Altun & Memnun, 2012). Bilgi oluşturma, özellikle matematiksel bilgi oluşturma için kullanıldığında soyutlama anlamına karşılık gelmektedir (Altun, 2019).

Soyutlama matematik bilginin üretiminde en temel işleve sahiptir. Soyutlamanın klasik bakış açısıyla tanımlanmış hali “somuttan soyuta geçiş” sürecidir. Daha sonraki yıllarda soyutlama süreç incelemeleriyle ortaya çıkan yeni bir yaklaşım olan diyalektik soyutlama soyuttan daha soyuta geçiş süreci olarak tanımlanmaktadır (Dreyfus, Hershkowitz & Schwarz, 2001).

Yapılan literatür araştırmaları, uygulamadaki ulaşılan çeşitli bulgular aracılığıyla soyutlama için yapılabilecek en genel tanım aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

Soyutlama; birden çok durumda gözlenen ortak bir özelliğin matematiksel dile indirgenerek, gözlendiği durumlardan bağımsız, onlara bağlı olmayan zihinsel bir nesne haline gelmesine denebilir.

Soyutlamanın nasıl gerçekleştiğiyle ilgili birçok model (decontextualization-bağlamdan çıkarma, APOS modeli, Piaget’in yansıtmalı soyutlama modeli- reflective abstraction) ortaya konulmakla birlikte, bunlardan biri olan RBC+C modeli diğerlerine göre son yıllarda yapılan çalışmalarda daha ön plana çıkmaktadır (Hershkowitz, Schwarz & Dreyfus, 2001; Schwarz, Dreyfus, Hadas & Hershkowitz, 2004; Özmantar, 2004; Yeşildere; 2006; Dreyfus, Hadas, Hershkowitz & Schwarz, 2006; Monoghan & Özmantar, 2006; Özmantar & Monoghan, 2007; Altun & Yılmaz, 2008; Yeşildere & Türnüklü, 2008; Dreyfus, 2007; Schwarz, Dreyfus & Hershkowitz, 2009; Akkaya, 2010; Altun & Yılmaz, 2011; Altun & Memnun, 2012; Katrancı & Altun, 2013; Dreyfus Hershkowitz & Schwarz, 2015; Memnun, Aydın, Özbilen & Erdoğan, 2017; Ulaş & Yenilmez, 2017; Güler & Gürbüz, 2019). Hershkowitz ve diğerlerinin (2001) matematiksel bilginin soyutlanma süreçlerini incelemek için ortaya koyduğu RBC (recognizing-tanıma, building with-kullanma, construction-oluşturma) modeli, Dreyfus (2007) tarafından pekiştirme (consolidation) basamağının da eklenmesiyle RBC+C modeline dönüşmüştür.

Ortaokul düzeyinde soyutlamanın rahat gözlenebildiği konuların başında cebirsel kavramlar gelmektedir. Cebir kavram ve genellemeleri, öğrencilerin soyutlamada zorlandıkları konulardandır (Foster, 2007). Cebire girişteki değişken, bilinmeyen kavramı ile devamındaki denklem kavramının öğretimi ve dolayısıyla soyutlanmaları matematik öğretiminde önem arz etmektedir (Bednarz, Kieran & Lee, 1996; Stacey & Mac Gregor, 1999). Aynı zamanda cebir öğrenme alanı öğrencilerin soyutlama süreçlerini ayrıntılı incelemeye imkan veren konuların başında yer almaktadır. Cebirsel kavram ve genellemeleri öğrencilerin nasıl soyutladığının bilinmesi matematik öğretimini planlama ve yürütmede önemli yararlar sağlayacaktır. Ortaokul öğretim programında öğrencilerin ilk cebirsel kavramlarla karşılaşmaları altıncı sınıf düzeyinde olmaktadır (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2013; 2018). Altıncı sınıf düzeyinde cebir öğrenme alanındaki konular; cebirsel ifadeler, örüntüler, cebirsel ifadelerde toplama çıkarma, cebirsel ifadelerde çarpma şeklindedir. Bunu takip eden yedinci sınıfta ise eşitlik ve denklem, koordinat sistemi, doğrusal denklemler ve doğrusal denklemlerin grafiği konularıyla devam etmektedir.

Bu tez çalışmasının konusu ortaokul cebir kavram ve genellemelerinin soyutlanma süreçlerinin incelenmesini kapsamaktadır. Genel anlamda tezin konusu aşağıda belirtilmiştir:

Bu tez çalışması altıncı ve yedinci sınıf cebirsel kavram ve genellemelerinin soyutlanma sürecine uygun öğretim tasarımını, uygulanmasını ve değerlendirilmesini konu edinmektedir. Tez çalışması kapsamında 6. ve 7. sınıf cebir öğrenme alanlarına uygun öğretim tasarımı planlanmış, tasarım tabanlı araştırma yöntemiyle uygulanmıştır. Çalışma; 6. ve 7. sınıfta iki yıl boyunca devam etmesi nedeniyle, boylamsal bir çalışmadır.

1.1. Problem Durumu

Matematik günümüzde ‘realitenin modellenmesini temel alan, problem çözme ve anlamlandırma süreci ile oluşan bilgi ve yine bu süreç içinde gelişen beceriler’ olarak tanımlanmaktadır (De Corte, 2004). Bilginin oluşması, matematiksel bilginin soyutlanmasıyla elde edilir (Altun, 2019).

Öğrencilerin soyut matematiksel bilgiyi nasıl oluşturduklarını anlamak, matematik eğitimi araştırmalarının merkezi ilgi alanıdır (Dreyfus, Hershkowitz & Schwarz; 2015). Soyutlama matematik bilginin oluşmasında en temel süreçlerden biridir ve bu yönüyle kavramların nasıl soyutlandığının öğretime yansımaları beklenebilir. Öğretimde rutin şekilde, soyutlama merkezi okuldaki sınıf ortamı olduğundan ve sınıf ortamında soyutlamanın nasıl gerçekleştiği yapılan araştırmalarda merak konusudur. Öğrencilerin soyutlamanın hangi basamağında sorunla karşılaşıp vazgeçmekte oldukları araştırmacılar için merak konusu olmaktadır. Yapılan araştırmalar incelendiğinde sınıf ortamında soyutlamayı gözlemleyen çalışmalar azdır ve bu çalışmalarda da sınıf ortamı çok düşük sayıda öğrenciden oluşmuştur (Bikner & Ahsbahs, 2004; Tabach, Hershkowitz & Schwarz, 2006; Schwarz, Dreyfus & Hershkowitz, 2009; Hershkowitz, 2009; Dooley, 2012).

Matematik öğreniminde soyutlama ile ilgili birçok çalışma yapılmakla birlikte ülkemizde cebir öğrenme alanında az çalışma olduğundan bu çalışma planlanmış (Altun & Memnun, 2012a;2012b; Altun & Durmaz, 2013), cebirsel kavram ve genellemelerin ortaokulda öğrenciler tarafından nasıl soyutlandığı incelenmiştir. Bu çalışma ile cebir kavramlarının sınıf ortamında soyutlanmasını incelemek planlanmıştır.

Matematiğin ne anlama geldiği ile ilgili yapılmış birkaç tanımlama mevcuttur. Matematik en sade haliyle 'yaşamın soyutlanmış bir biçimi' olarak tanımlanır (De Corte, 2004). Buna benzer başka tanımlar şu şekilde yapılmaktadır:

Matematik bir soyutlama bilimidir ve matematik kavramlar soyutlama sonucu elde edilmektedir (Altun, 2019).

De Corte'un tanımında belirttiği üzere yaşamın soyutlanmış biçimi ifadesinde soyutlama vurgusu oldukça önemlidir. Bundan dolayı matematik eğitiminde soyutlama önemli yere sahiptir. Matematik öğretiminde soyutlama ile ilgili yapılan çalışmalar yukarıda belirtildiği üzere vardır. Fakat literatüre bakıldığında sınıf ortamında soyutlama sürecini inceleyen çalışmalara ihtiyaç olduğu görülmüştür. Bu problem durumu, tez çalışmasının ortaya çıkış noktasıdır.

1.2. Araştırmanın Amacı

Bu çalışmada ortaokul öğrencilerinin soyutlama süreçlerini incelemek amaçlanmıştır. Araştırma 6. ve 7. sınıf öğrencilerinin denklem, eşitlik, cebirsel ifade kavram ve genellemelerinin öğretiminde soyutlama süreçlerinin ayrıntılı analizi bakımından önem taşımaktadır. Bu çalışmanın amacı cebirsel ifadelerin soyutlanma sürecinin incelenmesi ile ilgilidir.

Araştırmanın amacı 6. sınıftan başlayarak 6. ve 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel kavram ve genellemeleri oluşturma ve soyutlama süreçlerinin incelenmesi, süreç içerisinde hazırlanan öğretim tasarımının soyutlama sürecine katkısının belirlenmesidir. Süreci incelemek amacıyla öğretim programı dahilinde cebirsel ifadeler, denklemler, doğrusal ilişki, doğrusal denklemler ve doğrusal denklem grafikleri konularını içeren bir öğretim tasarımı planlanmış ve hazırlanan bu tasarım uygulanmıştır.

Bu çalışmada belirli kavramların soyutlama sürecinin incelenmesi amaçlandığından, 6. ve 7. sınıf öğretim programında olan; cebirsel ifade, örüntü, cebirsel ifadelerde işlemler, eşitlik, denklem, doğrusal ilişki, doğrusal denklemlerin grafiği kavram ve genellemelerinin öğretimi çalışmaları sırasında öğrencilerle yarı deneysel çalışma yapmak ve gözlem yapmak suretiyle kavramları soyutlamada güçlük ve kolaylık çektikleri noktalar ortaya çıkarılmıştır. Elde edilen analizler bir bütün olarak değerlendirildiğinde sınıf düzeyleri itibariyle kavramların soyutlanmasındaki fırsatlar görülebilmektedir. Çalışmanın daha ileri amacı, öğretimi düzenlemede yararlanabilecek sonuçlar ortaya çıkarmaktır.

1.3. Araştırmanın Önemi

Matematiksel kavramların soyut olması ve özgün bir süreç boyunca elde edilmeleri, hangi ön bilgileri gerektirdikleri, nasıl çalışılınca kolay soyutlandıklarını ortaya koymak bakımından önemlidir.

Cebirsel kavramların oluşmasında bir yöntem gerektiği için soyutlama önemlidir. Öğrenciler genellikle ortaokulda 6.sınıf düzeyine geldikten sonra daha fazla semboller, soyut kavramlar ve cebirsel kavramlarla yüzleşmektedirler ve genelde bu aşamada matematiğe olan ilgilerini azaltmaktadır (Kieran, 1996; Macgregor & Stacey, 1997a; Macgregor & Stacey, 1997b; Wagner, 1981a; Wagner, 1981b, Dede & Argün, 2003). Bu aşamada onların soyutlama süreçlerini incelemek ve hangi basamaklarda takıldıklarını araştırmak, güçlük çektikleri basamaklarla ilgili çözüm önerilerinde bulunması açısından bu çalışma önemlidir.

Bu konuyla ilgili alan yazın ve tezler incelendiğinde soyutlamayı sınıf içerisinde gözlemleyen çalışmalara az rastlanılmaktadır. Soyutlama süreçlerini RBC+C modeliyle inceleyen çalışmalarda bireysel gözlemler, nitel analizler ağır basmaktadır (Hershkowitz ve diğerleri, 2001; Dreyfus & Tsamir, 2004; Akkaya, 2010; Altun & Yılmaz, 2008; Yılmaz & Altun, 2010; Memnun, 2011; Memnun ve diğerleri, 2017).

Bu çalışmada ise;

-çalışma grubu olarak bir sınıfın seçilmesi, sınıf ortamında soyutlama sürecinin incelenmesi,

-cebir konularının 6. sınıfta temeli atılıp 7.sınıfta devam edildiğinden her iki sınıf düzeyinde de birbirini takip eden çalışmalar yapılarak çalışmanın boylamsal bir boyuta sahip olması,

-ilk olarak nicel desenle başlanıp daha sonra nitel desenle araştırmaya devam edilerek derinlemesine süreç analizinin yapılmış olması,

-cebir öğrenme alanının seçilmesiyle araştırmanın soyutlama sürecini gözlemlemeyi kolaylaştırması,

çalışmayı önemli ve farklı kılmaktadır.

1.4. Araştırmanın Problemi

Altıncı ve yedinci sınıf öğrencilerinin, bir öğretim tasarımı yardımıyla cebir kavram ve genellemelerini soyutlama süreçleri nasıldır?

1.4.1. Araştırmanın Alt Problemleri. 1. Altıncı sınıfta Örüntüler, Cebirsel İfadeler, Cebirsel İfadelerde İşlemlerle ilgili soyutlama süreçlerinin doğası nasıldır?

2. Yedinci sınıfta Eşitlik ve Denklem, Koordinat Sistemi, Doğrusal Denklem Grafiğinin soyutlama süreçlerinin doğası nasıldır?

3. Cebir kavram ve genellemelerinin soyutlanma süreçleriyle ilgili 6. sınıf düzeyinde hazırlanan öğretim tasarımı yardımıyla yapılan uygulamanın 7. sınıf düzeyinde hazırlanan öğretim tasarımı yardımıyla yapılan uygulamaya etkisinin doğası nasıldır?

4. Yedinci sınıf düzeyinde seçilen odak grup öğrencilerinin cebir kavram ve genellemelerini soyutlama becerileri nasıldır?

1.5. Araştırmanın Varsayımları

1. Öğrencilerin öğretim tasarımının uygulanması sırasında ve uygulama sonrası yapılan görüşmelerde duygularını açıkça ve samimi şekilde ifade ettikleri varsayılmıştır.

2. Altıncı sınıfta yapılan uygulamanın, yedinci sınıfta yapılan uygulamaya katkısı olacağı düşünülmektedir.

1.6. Araştırmanın Sınırlılıkları

1. Altıncı ve yedinci sınıf düzeylerinde hazırlanan cebir kavram ve genellemelerini içeren öğretim tasarımı modeli uzman görüşlerine başvurularak hazırlanmıştır.

2. Araştırmadan elde edilen nicel ve nitel bulgular, öğretim tasarımının uygulanmış olduğu 32 öğrenciyle sınırlıdır.

3. Araştırmadan elde edilen nitel bulgular, seçilen dokuz öğrencinin bulgularının ayrıntılı incelenmesiyle sınırlıdır.

1.7. Tanımlar

Bu çalışmada kullanılan kavramların anlamları aşağıda verildiği gibidir.

GME: Gerçekçi Matematik Eğitimi olarak açılımı yapılan bu kuram, Hollandalı matematikçi Hans Freudhantal'ın ortaya çıkarmış olduğu realitenin modellenmesini temel alan bir kuramdır.

RBC+C Modeli: Recognizing (Tanıma), Building with (Kullanma), Constructing (Oluşturma) ve Consolidation (Pekiştirme) basamaklarından oluşan, bağlamdan soyutlama (AiC-Abstraction in Context) süreçlerini incelemede kullanılan epistemik eylemler modelidir.

Bağlam: Epistemik eyleme bağlı olmayan her şeyi kapsamaktadır. Örneğin, öğrencinin biyografisi, etkinlik, uygun materyal, sosyal bağlam ve aynı zamanda sosyal eylemler (Hershkowitz ve diğerleri, 2001).

Bağlamdan Soyutlama (AiC): Soyutlama süreçlerini bireysel bir bakış açısıyla ve mevcut bilginin verilen bir bağlamla yeniden organizasyonu olarak tanımlar.

ADDIE Modeli: ADDIE modeli (Analyze, Design, Development, Implementation, Evaluation) baş harfleri analiz, tasarım, geliştirme, uygulama ve değerlendirme olan bir kelimedir ve bu kelime tasarım alanında bir çerçeve modeli olarak kullanılmaktadır.

Soyutlama: Önceden oluşmuş matematiksel bilginin dikey olarak yeniden organize edilmesiyle yeni matematiksel yapıya ulaşma aktivitesidir.

1.8. Kısaltmalar

Bu çalışmada kullanılan kısaltmaların anlamları aşağıda verildiği gibidir.

GME: Realistic Mathematic Education-Gerçekçi Matematik Eğitimi

RBC+C Modeli: Recognizing, Building with, Construction, Consolidation- Tanıma-Kullanma-Oluşturma- Pekiştirme Modeli

R: Recognizing (Tanıma)

B: Building with (Kullanma)

C: Constructing (Oluşturma)

+C: Consolidation (Pekiştirme)

AiC: Abstraction in Context- Bağlamdan Soyutlama

HSD: Hershkowitz, Schwarz, Dreyfus

ADDIE Modeli: Analyze (Analiz), Design (Tasarım), Development (Geliştirme), Implementation (Uygulama), Evaluation (Değerlendirme). ADDIE modeli baş harfleri analiz, tasarım, geliştirme, uygulama ve değerlendirme olan bir kelimedir ve bu kelime tasarım alanında bir çerçeve modeli olarak kullanılmaktadır.

CCTT: Chelsea Cebir Tanılama Testi

OGGT: Odak Grup Görüşme Testi

PaCC: Partially Correct Constructs (Kısmi Doğru Yapılar)

SBT: Soyutlama Becerileri Testi 1, 2, 3

SPSS: Statistical Package for the Social Sciences (Sosyal Bilimler için İstatistik Paketi)

2. Bölüm

Kuramsal Çerçeve ve Literatür Taraması

2.1. Kuramsal Çerçeve

Bu tez çalışmasının amacı ortaokul öğrencilerinin hazırlanan bir öğretim tasarımı aracılığıyla cebirsel kavram ve genellemeleri soyutlama süreçlerini incelemek olduğundan, çalışmanın dayandığı temel kuram ve kavramlar, Gerçekçi Matematik Eğitimi (GME), Yapılandırmacılık, Soyutlama ve Bağlamdan Soyutlama, RBC+C modelidir. Bu bölümde, bu kuram ve kavramlar açıklanmaktadır. Çalışmada Gerçekçi Matematik Eğitimi ve Yapılandırmacılık esas alınarak öğrenme süreci düzenlenmiş, etkinlikler ve ders içi görevler bu doğrultuda hazırlanmıştır. Hazırlanan öğretim tasarımında bu iki kuram temel alınmıştır. Soyutlama sürecinin analizinde ise RBC+C'den yararlanılmıştır.

Bu durumda ilgili kuramsal çerçeve;

-Gerçekçi Matematik Eğitimi (GME)

-Yapılandırmacılık

-Soyutlama

-Bağlamdan Soyutlama (AiC)

-RBC+C Modeli

sırasıyla sunulmuştur.

2.1.1. Gerçekçi Matematik Eğitimi (GME). Gerçekçi Matematik Eğitimi (Realistic Mathematic Education-RME) ilk olarak Hollanda'da Hans Freudenthal tarafından tanıtılmıştır. Freudenthal, matematiğin bir insan aktivitesi olduğunu söylemiş ve mutlaka gerçeklikle ilişkilendirilmesi gerektiğini belirtmiştir (Freudenthal, 2006). Freudenthal matematikle ilgili görüşlerini GME'nin temel ilkelerini de içeren üç başlık altında toplamıştır:

i) didaktik fenomenoloji,

ii) yönlendirilmiş keşif ve

iii) kendi kendine gelişen modeller.

Yukarıda belirtilen insan aktivitesinin en önemli kısmı 'matematikleştirme'dir (Freudenthal, 2012). GME'de matematik öğrenme anlamlandırmadır ve öğrenen için matematik anlamlandırma ile başlar (Altun, 2019). Gerçek matematik yapmak için her yeni safhada anlamlandırmanın yapılması gerekir (Altun, 2019). Matematikleştirmede öğrenci matematiksel bilgiye kendisi ulaşmaktadır. Freudenthal, gerçek bağlamdan matematiksel bilgiye ulaşma sürecini matematikleştirme olarak adlandırılmıştır. Matematikleştirme öğretimde anahtar süreçtir ve bunun iki temel nedeni vardır. Birincisi, matematikleştirme sadece matematikçilerin işi değildir, her bireyin işidir. İkinci nedeni ise yeniden keşfetme süreci ile ilgilidir. Matematikte formal bilgiye ulaşma son basamaktır. Bu son nokta, matematik öğretiminde ilk nokta olmamalıdır, öğrenci formal bilgiye yeniden keşfederek ulaşmalıdır (Altun, 2019).

Matematikleştirme yatay ve dikey olmak üzere iki başlık altında incelenir. Dikey ve yatay matematikleştirme kavramları, bir problem bağlamını matematiksel bir problem durumuna dönüştürme ile matematiksel sistem içerisinde işlem yapma arasındaki farkları açıklamak amacıyla kullanılır (Treffers, 1987). Freudenthal yatay matematikleştirmeyi günlük dünyadan semboller dünyasına geçiş, dikey matematikleştirmeyi ise semboller dünyası içinde hareket etme olarak tanımlamıştır (Freudenthal, 2012). Yatay matematikleştirme gerçeklik üzerine yoğunlaşır. Örneğin, matematiksel yapılara benzer gerçek yaşamdan örnekler bulma. Dikey matematikleştirme ise matematiksel yapıların gelişimine odaklanır (Treffers, 1987; Van den Heuvel-Panhuizen, 1996). Öğrencilerin matematiği yeniden keşfetmesi için yapılacak eylemler listesi GME'deki yatay ve dikey matematikleştirmenin karşılığıdır. GME'de yatay ve dikey matematikleştirme birbirini tamamlamalıdır (Altun, 2019).

GME'nin temel ilkelerinden birincisi *didaktik fenomenolojidir*. Didaktik fenomenoloji, matematik kavramların analizini yapmak suretiyle bu kavramların nasıl oluştuğunu açıklayabilmektir. Buna göre yaşamsal problemler uyarıcı olmakta ve kavram, sürecin yeniden keşfi ile kazanılmaktadır. Didaktik fenomenolojiye göre matematik konularının öğrenilmesinde öğretim için tasarlanan konuların matematikleştirmeye uygunluğu önem arz etmektedir. Sonrasında ise, araştırmacının görevi, genelleme yapmaya uygun olacak şekilde, yatay matematikleştirmeye uygun problem durumları bulmak, sonra da dikey matematikleştirmeyi sağlayacak öğrenme ortamları oluşturmaktır (Gravemeijer, 1994).

İkinci ilke *yönlendirilmiş keşfetme* ile matematikleştirmeyi gerçekleştirmedir. Bu ilke doğrultusunda öğrencilerin matematiği icat etmesine benzer bir yöntemi denemelerine fırsat verilmesi gerekir. Öğrencilerin informal bilgilerinden formal bilgilere ulaştıracak bir yol olarak kullanılabilir. Bu ilkenin iyi kullanılması için de uygun çevresel problemlere ihtiyaç vardır (Altun, 2019).

Üçüncü ilke ise *informal matematik bilgi* ile formal matematik bilgi arasında köprü görevi üstlenerek kendi kendine gelişen modellere yer vermedir. GME'de modeller öğrenciler tarafından geliştirilir. Öğrencilerin geliştirdiği bu modeller genelleştirilip formalize edildiğinde matematiksel düşünmeye uygun bir model haline gelirler (Gravemeijer, 1994).

2.1.2. Yapılandırmacılık. Öğrenme felsefesi olarak yapılandırmacılık 18. yüzyılda insanların kendi kendilerine ne yapılandırırlarsa onu anlayabildiklerini söyleyen felsefeci Giambatista Vico'nun çalışmalarına kadar uzanır. Vico 1710'da 'bir şeyi bilen onu açıklayabilendir' ifadesini kullanmıştır (Hershkowitz ve diğerleri, 2001). Immanuel Kant daha sonraları bu fikri geliştirerek, bilgiyi almada insanoğlunun pasif olmadığını ifade etmiştir. Öğrenci bilgiyi aktif olarak alır, bunu daha önceki bilgilerle ilişkilendirir ve onu kendi yorumu ile birleştirerek kendisinin yapar.

Yapılandırmacı yaklaşım kuramcılarının başında Jean Piaget (1896-1980) gelmektedir. Piaget'in çocukta zihin gelişimi üzerine geniş araştırmaları vardır. Piaget'e göre bilginin oluşmasında zihinsel gelişme çok önemlidir. Piaget'in zihinsel gelişim kuramını temel alan yapılandırmacı öğrenme kuramı diğer öğrenme alanlarında olduğu gibi matematik öğretimi alanında da geniş kabul görmektedir (Altun, 2019). Yapılandırmacılık, Piaget'in bilişsel gelişim ve bilginin oluşumu ile ilgili çalışmalarına dayalı olarak geliştirilmiş bir öğrenme yaklaşımı olup, öğretimden daha çok öğrenme üzerine odaklanmaktadır (Yaşar, 2010). Yapılandırmacılık, aslında bilginin nasıl oluştuğu, insanın bilgiyi nasıl elde ettiği ile ilgili bir kuramdır ve konusu, bilginin doğası ve elde ediliş şekli ile ilgilidir (Altun, 2019). Yapılandırmacı yaklaşımda öğrenme, bilginin öğretmenden öğrenciye aktarıldığı basit bir süreç değil; öğrencinin öğretmeni, arkadaşları ve bilgiyle etkileşerek kendi bireysel anlamını oluşturması sürecidir (Marlowe & Page, 1998; Whitsed, 2004). Bu kuramın temelinde bilginin dış dünyada bireyden bağımsız olarak var olmadığı ve bireyin zihnine aktarılmadığı bunun aksine birey tarafından zihinde yapılandırıldığı fikri vardır. Yapılandırmacı öğrenmede, bireyin bilgi ve beceri kazanma sürecine, bilinçli ve güçlü bir katılımı vardır (Nelissen & Tomic, 1998).

Yapılandırmacılığın dört temel ilkesi vardır (Dolittlee, 1999):

1) Bilgi birey tarafından pasif olarak alınmaz, bireyin aktif olduğu kendi kontrolünde gerçekleştirdiği bilişsel bir eylemin sonucunda oluşur.

2) Öğrenme, bir adaptasyon sürecidir.

3) Öğrenme özneldir; nesnel değildir.

4) Öğrenme; sosyal etkileşim, kültür ve dilden etkilenen bir süreçtir.

Yapılandırmacı yaklaşımın literatürde birçok türünden söz edilmekle birlikte başlıca çeşitleri şunlardır;

i) bilişsel,

ii) sosyal ve

iii) radikal yapılandırmacılık.

Bilişsel yapılandırmacılık, yukarıdaki ilkelerden ilk ikisini yani bilginin bir adaptasyon süreci sonucunda elde edildiğini, bunun bireyin kendisi tarafından gerçekleştirildiği ilkelerini temel alır. Piaget öğrenmeyi özümseme, düzenleme ve denge kavramları ile açıklamaktadır. Birey yeni öğrendiği bilgiyi zihnindeki şemalara uyarlamakta(özümseme), uyarlayamıyorsa zihnindeki şemaları yenileyip (düzenleme) geliştirmektedir (Piaget, 1970). Yeni öğrenmelerle yani özümseme ve düzenleme süreçleri ile bilişsel denge oluşur. Birey yeni bir durumla karşılaşınca, mevcut bilgisinin yeterli olmadığını yeni bir şeyler öğrenme ihtiyacı olduğunu hissettiğinde bilişsel dengesi bozulur. Öğrenme dengenin bozulması ve yeniden kurulması ve her yeni kuruluşta bilişsel yapının zenginleşmesi şeklinde sürüp gider. Piaget özümseme ve düzenleme süreçlerine adaptasyon adını vermiş, özümsemeyi daha kolay, düzenlemeyi daha zor bir adaptasyon olarak nitelemiştir (Piaget, 1970).

Sosyal yapılandırmacılık, yukarıda sıralanan ilkelerin dördüne de yer veren ve bu şekliyle bilişsel yapılandırmacılığa göre bilginin ediniminde fazladan sosyal etkileşimin dilin ve kültürün önemini vurgulayan bir yaklaşımdır. Vygotsky'ye göre öğrenme için çevreye gereksinim vardır. Öğrencinin daha deneyimli akran ve öğretmenlerle bilişsel fonksiyonları daha iyi gelişir. İletişim kurmanın aracı dildir. Sosyal yapılandırmacı kuram öğrencinin bilgiyi oluştururken öğretmenin hazırladığı materyalleri kullanmak yerine kendilerinin geliştireceği materyalleri önemser (Nelissen & Tomic, 1998).

Radikal yapılandırmacılık yukarıdaki ilkelerin ilk üçünü esas alır. Bilişsel yapılandırmacılığa ek olarak radikal yapılandırmacılık, gerçekle ilgili bilginin bireyin kendi deneyimlerine algılama kapasitelerine ve çevre ile etkileşimine bağlı olarak oluştuğunu kabul eder. Bilgi bireysel olarak yapılandırılır. Her bireyin deneyim ve çevresi farklı olacağı için bilgisi de farklı oluşur (Altun, 2019).

2.1.3. Yapılandırmacı Kuram ile GME'nin Öğretim Tasarımında Kullanılması. Yukarıda oluşturulan bu teorik çerçeve ışığında 6. ve 7. sınıf cebir kavram ve genellemelerini içeren bir öğretim tasarımı GME ve yapılandırmacı kuramın temel prensipleri bağlamında planlanmıştır. Öğretimde yapılandırmacı kuram, didaktik fenomenolojiyi esas almasından ötürü yaygın kabul görmektedir. Yine GME, matematik kavramların doğasına uygun olarak yatay ve dikey matematikleştirme sürecini esas alması bakımından matematik eğitimine uygun düşmektedir. Her iki kuramdan öğretimde en etkin şekilde nasıl yararlanılacağı önem arz etmektedir (Altun, 2019).

Her iki kuram aracılığıyla üretilen etkinliklerle bir öğretim tasarlanmıştır. Her iki kuram da herhangi bir kavram ve genellemenin öğretimine etkinlikle başlanmasını gerektiğini vurgular. Bu süreç yapılandırmacı kuramda zihinsel karmaşanın giderilmesi için *keşfetme* basamağına, GME'de ise *sürecin yeniden keşfi* basamağına denk gelmektedir. İkinci aşamada ise öğrenilen bilginin kırılganlığının giderilmesi ve pekiştirilmesi yapılandırmacı yaklaşımda *derinleştirme* basamağına denk gelirken GME'de ise *dikey matematikleştirme* basamağına karşılık gelmektedir (Altun, 2019).

Bu çalışmada öğretilmesi planlanan kavram ve genellemeleri içeren tasarım, bu iki aşama dikkate alınarak hazırlanmıştır. Buna göre hazırlanan etkinlikler öğrencilerin sınıf içindeki soyutlama süreçlerini incelemeye imkân vermiştir. Etkinlik seçimi özen ister ve öğretilecek kavram ve genellemenin doğasına uygun olması gerekir (Altun, 2019). Bundan dolayı her iki kuramı temel çerçeve kabul eden bir tasarım ortaya çıkmıştır.

2.1.3. Soyutlama. Soyutlama felsefede de yoğun şekilde sorgulanan bir kavram olagelmiştir. Plato ve onun takipçileri soyutlamayı "sonsuz doğruluk" olarak tanımlamışlardır.

Russel soyutlamayı insanın yüksek başarılarından biri olarak nitelemiştir (Hershkowitz ve diğerleri, 2001).

Soyutlama matematik eğitimini de içeren birçok çalışma alanının yoğun ilgisinin odağı olmuştur. Birçok araştırmacı ağırlıklı olarak teorik bir tutum sergilemişler ve soyutlamayı bağlamdan çıkarmanın (decontextualization) bir çeşidi olarak tanıtmışlardır (Cifarelli, 1990; Sfard, 1991), fakat Hershkowitz ve diğerleri (2001) soyutlamaya başka bir bakış açısı getirmişlerdir. Soyutlamayı sadece teorik olarak açıklamakla kalmamışlar aynı zamanda uygulamada, sınıf içerisinde nasıl gözlemlenebileceğine ilişkin araştırmalar yapmışlardır (Hershkowitz ve diğerleri, 2001; Schwarz ve diğerleri, 2004; Hershkowitz, Hadas, Dreyfus & Schwarz, 2007; Hershkowitz, 2009; Hershkowitz, Tabach, Rasmussen & Dreyfus, 2014).

Matematik eğitimiyle uğraşan bilim insanları soyutlamayı farklı bakış açılarıyla ele almışlardır. Bu bakış açıları, iki farklı başlık altında toplanabilir. Bunlardan birincisi *bilişsel bakış açısıyla soyutlama*, ikincisi *sosyokültürel bakış açısıyla soyutlama*dır.

2.1.3.1. Bilişsel Bakış Açısıyla Soyutlama. Klasik bilişsel psikologlar somut örneklerden yola çıkarak bu örneklerin ortak özelliklerini bulmayı ve soyutlamanın esas özelliği olarak ilgili sınıflandırmayı yapmayı dikkate alırlar (Rosch & Mervis, 1975). Onlara göre soyutlama somuttan soyuta geçiştir. Piaget'in (1970) yansıtıcı soyutlama fikri, bu klasik soyutlama modelinin dikkate değer uzantısına ışık tutmaktadır. Bu onun zihinsel işlemlerin sınıflandırılmasıyla, böylece zihinsel nesnelerin soyutlanmasıyla ilgilenmesine izin vermektedir. Yansıtıcı soyutlamanın çıktıları olan şemalar, bilginin her gelişim basamağındaki yapıtaşlarıdır. Yansıtıcı soyutlama birbirine bağlı eylemlerin örüntüsünden çıkarılan şemalardır. Bu süreç, mantıksal olarak tutarlı yapılandırmacı teorik modellere öncülük etmektedir (Hershkowitz ve diğerleri, 2001). Piaget'yi takip eden birçok matematik eğitimcisi öğrencilerin odaklarını somuttan soyuta aktarmalarındaki süreci ya da bu mekanizmayı ortaya çıkarmayı hedeflemişlerdir (Dreyfus, 1991). Bu eğitimcilerin birçoğuna göre soyutlama, bir dizi matematiksel süreçlerden ya da nesnelerden kaynaklanır ve bu nesnelerin kendilerinden ziyade bazı ortak özelliklerine ve ilişkilerine odaklanmayı içerir. Soyutlama ürünü, ortak özellikler içeren ve ortak ilişkiler oluşturan nesneler kümesini içerir. Bu soyutlama süreci -nesneleri göz ardı eden- onları bazı özellik ve ilişkileriyle ya da bir temsille bağlantı kurarak bağlamdan çıkarma sürecidir (Dreyfus, 1991). Örneğin sürekli yeşil renkte kıyafetler gören çocuğun kırmızı renkli bir kıyafeti gördüğünde kıyafetin kendisini bağlamdan çıkarabiliyorsa burada yansıtıcı soyutlama gerçekleşmiş demektir. Bu süreç nesnelerden ya da yapıdan başlayarak doğrusaldır, çünkü nesne daha yüksek seviyeye çıkabilir. Bu klasik yaklaşımda soyutlama bu yeni nesnenin içsel özelliğidir fakat bu özellik doğrudan ulaşılabilir değildir (Dreyfus, 1991).

Sonuç olarak bilişsel bakış açısıyla soyutlamayı değerlendiren araştırmacılar, soyutlamanın üç ortak özelliğini vurgulamaktadır (Özmantar, 2005; Özmantar ve Monaghan, 2007):

i) Belli nesnelerin ya da örneklerin ortak özelliklerini tanıma (recognition of commonalities of objects)

ii) Somuttan soyuta yükseliş (ascent to concrete from abstract)

iii) Bağlamdan ayırma süreci (a process of decontextualization)

2.1.3.2. Sosyokültürel Bakış Açısıyla Soyutlama. 90'lı yıllar ve öncesinde soyutlamanın doğasıyla ilgili birçok teorik tartışma mevcutken, çok az deneysel çalışma bulunmaktadır (Stevenson, 1998). Dreyfus ve arkadaşlarına (2001) göre deneysel kanıtın olmaması soyutlama süreçlerinin gözlemlenmesindeki güçlükten kaynaklanmaktadır. Goodson-Espy' nin (1998) yapmış olduğu dikkate değer bir çalışma bu duruma istisnai bir örnektir: soyutlamayı problem çözme esnasında gözlemlemiştir. Soyutlamanın deneysel boyutuna anlam katarak deneysel bir çalışma gerçekleştirmiştir. Sfard'ın (1991) önerdiği kavramsal çerçeve olan somutlaştırma teorisi içinde sıkıca sabitlenmesine rağmen Goodson-Espy, Cifarelli' nin (1988/1989) teorik olarak önerdiği soyutlama basamakları kavramını kullanmıştır. Örneğin soyutlamanın en düşük seviyesi olan *tanıma*, önceden çözülmüş bir problemin özelliklerini yeni bir durumla karşılaştığında tanıma yeteneğidir. Soyutlama, problemi çözen kişinin kişisel geçmişine bağlıdır. Problemi çözen kişinin kişisel geçmişine bağlı olması durumu, soyutlama süreçlerinde bağlamın önemine işaret etmektedir. Sadece kişisel geçmiş değil aynı zamanda araçların kullanımı ve sosyal etkileşimler de soyutlama sürecine etki eden bağlamsal faktörlerdir. Bağlamdan çıkarma (decontextualization) ile bağlamdan soyutlama (AiC) süreçleri birbiriyle açıkça çelişmektedir. Bağlamın; matematiksel nesnelerin bağlamı ile bir dizi dışsal faktörler şeklinde iki farklı boyutu bulunmaktadır.

Birçok yazar klasik soyutlama yaklaşımını eleştirmiş ve diğer yaklaşımları önermişlerdir. Örneğin, Ohlsson ve Lehtinen' e (1997) göre bir nesneyi soyutlama örneği olarak gösterebilmek için bireyin o soyutlamaya sahip olması gerekir. Soyutlamanın bilişsel mekanizması var olan fikirleri daha karmaşık ve ileri düzey fikirlerle birleştirmesidir (Ohlsson & Lehtinen, 1997). Ama süreç, somuttan soyuta olacak şekilde tek yönlü olarak olmaz. Somut ve soyut ayrı varlıklar değillerdir, soyutlama sürecinde ayrı olmak yerine birbirine bağlıdırlar. Dahası, Confrey ve Costa (1996) klasik soyutlama yaklaşımında matematiksel nesne düşüncesine öncelik verilmesini eleştirmişlerdir. Bu öncelik matematik eğitimi ile ilgilenen araştırmacıların bakış açısını daraltmaktadır, çünkü matematiksel düşünceyi sosyal bağlamından ayırmakta, onun gelişmesini ve matematiksel araç kullanımını ihmal etmektedir. Bu noktadan hareketle matematik eğitimcilerinin bazıları soyutlamayı ikinci bakış açısı olan *sosyokültürel bakış* açısıyla ele almayı uygun görmüşlerdir. Bilim insanları soyutlamanın bireysellik üzerine kurulu bir zihinsel etkinlik olarak değerlendirildiğini, çevresel faktörlerin (sosyal etkileşimler, araçlar) göz ardı edildiğini belirtmişlerdir (Ör., Greeno, 1997).

Aksine, Noss ve Hoyles (1996) soyutlamayı öğrencilerin kullanımında olan bağlamsal kaynaklarla ilişkilendirerek oluşturmaktadır. Onlara göre öğrenciler, verilen etkinlikleri yapıp başarıyla (bir sosyal bağlam içerisinde, araçların yardımıyla) gelişirken geçmiş bağlamlardan yenilerine doğru alıştırma yapmayı öğrenmiş olurlar. Buna bağlı olarak Noss ve Hoyles'a (1996) göre öğrenciler somuttan tamamen ayrılmış olmazlar. Aslında bunun aksine, öğrenciler, geçmişte yapmış oldukları benzer etkinliklerle ilişki kurarak, kullanımlarında olan araçlardan yararlanarak, yeni matematiksel bilgiyi oluşturmayı sağlayan bir ağ örme süreci içerisindedirler. Ancak Noss ve Hoyles (1996) bu ağ örme ve yeni bilgiyi oluşturma arasındaki bağlantıyı açıkça izah edememişlerdir. Bu nedenle çalışmaları soyutlama sürecini incelemek için bir çerçeve meydana getirmemiştir.

Vygotsky ’ye (1934; 1986) göre bireysel eylem çalışması başarısızlığa mahkûmdur. Vygotsky’ye göre öğrenci daha yetenekli olan sıra arkadaşı tarafından modellenen eylemleri taklit etmez aksine onun için anlamlı gelen etkinliklere katılmış olur. Aktivite teorisinde Leontev (1981), Vygotsky’nin bağlamla ilgili üstü kapalı olan bakış açısını anlatmıştır. Bu teoride, bağlam, yapıyı ve insani eylemlerin anlamını anlatan birbiriyle bağlantılı bir koleksiyon olarak tanımlanabilir. Bireysel insan eylemlerinde aktivite teorisi, yapılacak analizin birimidir. Çünkü aktivite teorisi "bireysel eylemleri anlamak için minimum düzeyde anlam içeren bağlamdır" (Kuutti, 1996). Aktiviteler genel bir içerikle ilişkilendirilen, bireysel ya da iş birliği içinde yapılan eylemler zinciridir.

Bu matematiksel nesne bir materyal olabilir, ama aynı zamanda soyut da olabilir. Örneğin çözülecek bir problem, ya da fikir olabilir. Aktivite, katılımcıların güdü olarak belirlenmiş tüm hedeflerini içerebilir. Katılımcılar güdülerinin farkındadırlar. Katılımcıların güdüleri çeşitlilik gösterse de uyumlu olmak durumundadır. Bir aktivite, aracı olduğu eylem için gerekli olan çeşitli artifaktlar içerebilir (örneğin; araçlar, fikirler, işaretler, içerikler). Artifaktlar aktivite sırasında oluşturulabilir, düzenlenebilir, dönüşebilir. Bir aktivitenin çıktısı sonraki aktivitelerde kullanılabilecek bir artifakt olabilir (Bodker, 1997). Özelde ise bu çıktılar; fikirler, stratejiler ya da kavramlar olabilir.

Bir aktivitenin bağlamı sadece nesnel ve dışsal tanıma sahip materyallerden oluşmaz, katılımcının kişisel hikayesini, fikirlerini ve sosyal ilişkilerini içeren öznel bileşenler de içerir (van Oers, 1998). Bağlam, aktivitenin ayrılmaz bir bileşenidir, çünkü katılımcılar verilen bağlamda, onlarla ilgili görünen eylemleri uygulamayı seçmektedir. Bağlam ile aktivitenin eylemleri kolaylaştıran veya değiştiren rolünün bu ayrılmaz bütünlüğü, bilişsel araştırmacılar tarafından bağlamsal faktörlere atfedilen rolün aksinedir (van Oers, 1998).

van Oers (1998) aktivite teorisindeki bağlam görüşünü, soyutlamayı kavramsallaştırmada kullanmıştır. Bağlamdan ayırma (decontextualization) anlamlı bir soyut düşünme sürecinin gelişimi için küçük bir açıklama getiren zayıf bir kavramdır. Soyutlamayı bağlamsızlaştırma kavramını kullanmadan anlatma, Davydov tarafından (1972; 1990) öne sürülmüştür. Davydov'un teorisi, soyutlamanın bilişsel ve sosyokültürel bakış açıları arasındaki en büyük ikinci farka ulaştırmaktadır.

Davydov somutla soyut arasında diyalektik bir bağ kurmak için epistemolojik bir teori geliştirmiştir (1972; 1990). O'nun geliştirdiği bu teori, aktivite teorisiyle çok benzerlik göstermektedir. Soyutlama, gelişmemiş basit bir başlangıç formdan, yani içten ve dıştan tutarlı olmasına ihtiyaç duyulmayacak şekilde başlar. Soyutlamanın gelişimi başlangıç aşamasında analizle başlayıp senteze doğru ilerler (Davydov, 1990). Tutarlı ve ayrıntılı bir son formla biter. Somuttan soyuta değil de somut kavramının farklı özelliklerine vurgu yaparak soyutun gelişmemiş formundan gelişmiş bir formuna ulaşır. Davydov'un teorisi birçok bilişsel teoriyle uyumlu değildir. Çünkü o teoriler soyutlamayı somuttan soyuta geçiş olarak tanımlar. Burada bir istisnai yaklaşım Ohlsson ve Lehtinen (1997) tarafından önerilen yaklaşımdır. Bu yaklaşım da

Davydov'un önerdiği epistemolojik teoriye benzemektedir. Birkaç noktada Davydov'un teorisinden küçük farklılıklar gösterse de bu teori eğitim araştırmacılarının ilgi odağı olmuştur. Davydov'un önerdiği bu diyalektik yaklaşım eğitim araştırmaları ve uygulamaları için daha uygundur. Fakat araştırmacılar bu teoriyi kullanarak soyutlama süreçlerini gözlemleyememektedirler. Bu eksiklik, teorinin yanlış olmasından değil, araştırmacıların, eğitimcilerin bu teoriyle sınıf içi derslerde yararlanamamlarından kaynaklanmaktadır. Bu noktadan hareketle Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus (2001) -bir sonraki bölümde anlatılacak olan- uygulamada Davydov'un teorisinin üzerine kurulan soyutlama süreçlerini gözlemleyebilecek bir soyutlama modeli geliştirmişlerdir (Özmantar, 2004).

Soyutlama, Hershkowitz ve diğerlerine (2001) göre epistemolojik teorinin kurallarını ve yukarıda bahsi geçen sosyokültürel geçmişi temel alır. Bunlar şu şekildedir:

-Soyutlama, aktivite teorisi anlamında, bir dizi eylem içeren, bir grup içinde veya bireysel olarak yapılan, bir bağlama özel motivasyon içeren bir aktivitedir.

-Davydov'un söylediği şekilde soyutlama hem teorik hem de deneysel düşünceler içermektedir. Bir soyutlama süreci başlangıç, ham şekildeki soyut varlıklardan orijinal bir yapıya ulaşır. Orijinal yapı, başlangıçtaki varlıkların içinde olduğu yeni içsel bağlantılar ile onların arasında olan dışsal bağlantıların yeniden organize edilmesi ve kurulmasıyla oluşur.

Hershkowitz ve diğerlerine (2001) göre soyutlamanın tanımı şu şekildedir: *Soyutlama önceden oluşmuş matematiksel bilginin dikey olarak yeniden organize edilmesiyle yeni matematiksel yapıya ulaşma aktivitesidir.*

Bu tanım tüm epistemolojik kuralları kelime olarak içermektedir. İlk olarak <u>**aktivite**</u> kelimesinden başlanabilir. Aktivite kelimesi Davydov'un aktivite teorisindeki aktiviteye işaret etmekte, soyutlama için bağlamın önemine vurgulamaktadır.

İkinci kavram olarak **önceden oluşmuş matematiksel bilgi** iki noktaya işaret etmektedir. Birincisi önceki soyutlama sürecinin çıktıları yeni soyutlama aktivitesinde kullanılmaktadır. İkincisi Davydov'un (1972/1990) ve Ohlosson ve Lehtinen (1997) 'in ifade ettiği yeni aktivite başlangıç ve basit bir soyutlama formuyla başlamaktadır.

Yeniden organize ederek yeni matematiksel bilgiye ulaşma ifadesi, matematiksel eylemleri, örneğin, bir problemi çözerek yeni bir hipotez kurmak, bir matematiksel genelleme, bir ispat ya da yeni bir strateji bulmak gibi matematiksel bağlantıları kurmayı ifade eder. Bu eylemler yüksek teorik düşünceler gerektirmektedir. Teorik düşünce önemli olmasına rağmen deneysel düşünce bunun dışında tutulamaz. Çünkü, farklılıkları ve benzerlikleri gözlemlemek olan deneysel düşünce, soyutlamaya esas katkıyı sağlayabilir (Hershkowitz ve diğerleri, 2001).

Son olarak **dikey** kavramı Gerçekçi Matematik Eğitimi'ndeki dikey matematikleştirmeyi temel alarak pekiştirilmiş bir kavramdır. Çünkü dikey matematikleştirme 'matematiksel kavramların geliştirilerek, yapılandırılarak, organize edilerek başka kavramlara sıklıkla orijinallerinden daha soyut bir hale dönüşerek bir araya getirilme aktivitesidir (Hershkowitz, Parzysz, & van Dormolen, 1996). Burada araştırmacılar dikey matematikleştirmenin birleştirici rolüne vurgu yapmışlardır. Aslında soyutlama sürecinde yeni bağlantıların kurulmasıyla oluşan bu birleştiricilik, dikey kelimesi ile anlatılmak isteneni açıklamaktadır (Hershkowitz ve diğerleri, 2001).

Son olarak tanımda aslında önemsiz gibi görünen **yeni** kelimesinin önemli rolü şudur: Soyutlama sonucu olarak katılımcılar aktivitede önceden mevcut olmayan bir şeye ulaşmaktadırlar (H, D, S, 2001).

Soyutlama üzerine yapılan çalışmalar başka bir zorluğu ortaya çıkarmaktadır. Soyutlamanın tanımında, soyutlamanın gözlemlenemeyen bir zihinsel bir aktivite olduğu vurgulanmaktadır. Soyutlama süreçleri öğrencilerin aktiviteleri esnasında olmaktadır. Aktiviteler eylemlerden oluşur. Eylemler ise gözlemlenebilir. "Hangi eylemler soyutlama için uygundur?" denildiğinde Pontecorvo ve Girardet ’e (1993) atıfta bulunarak soru cevaplanabilir: Epistemik eylemler bilginin yapılandırılması sayesinde oluşan zihinsel aktivitelerdir. Bu noktadan hareketle ortaya çıkan RBC+C modeli bir sonraki bölümde açıklanacaktır.

2.1.4. Bağlamdan Soyutlama (Abstraction in Context- AiC). Bağlamdan Soyutlama (Abstraction in Context -AiC) teorisi ilk olarak Hershkowitz ve diğerleri (2001) tarafından önerilmiştir. Bu öneri çeşitli bağlamlarla doğrulanmıştır (Schwarz, Dreyfus & Hershokowitz, 2009). Dreyfus ve arkadaşları (2009) Bağlamda Soyutlama Kuramı ile ilgili oluşturdukları standartların, tasarladıkları kuralların güçlü bir yapılandırmacı ve sosyal temele sahip olduğunu özellikle vurgulamışlardır.

Bağlamdan Soyutlama (AiC) teorisi (Hershkowitz ve diğerleri., 2001; Schwarz ve diğerleri, 2009; Dreyfus & Kidron, 2014), soyutlama süreçlerini bireysel bir bakış açısıyla ve mevcut bilginin verilen bir bağlamla yeniden organizasyonu olarak tanımlar. Soyutlama süreçleri yeni bir yapıya ihtiyaçtan dolayı başlar, örneğin, uygun denklemi bulma ihtiyacı. Bu ihtiyaç epistemik bir sürece yönlendirir. Bu epistemik süreç, yeni bir yapının oluşma sürecinin mikro analizini yapmaya elverişli bir epistemik eylem modeliyle yakalanabilir ve incelenebilir. Soyutlamanın son safhasında bu yeni yapı pekiştirilir.

Soyutlama süreçleri elde edildikleri bağlama (Context) derinden bağlıdır. Bağlamdan Soyutlamadaki (AiC) "C" harfi yani Bağlam; matematiksel müfredat, tarihsel ve sosyal bağlamı belirterek *Bağlamdan Soyutlama*nın merkezini işaret eder (Dreyfus ve diğerleri, 2015). Bağlam, epistemik eyleme bağlı olmayan her şeyi kapsar. Örneğin; öğrencinin biyografisi, etkinlik, uygun olan materyal, sosyal bağlam ve aynı zamanda sosyal eylemler (Hershkowitz ve diğerleri, 2001). Bağlamsal faktörler, farklı durumlarda bir soyutlama sürecinin nasıl gerçekleşebileceğini etkilemektedir. Bağlamın içerikleri çeşitlidir ve şunları içerir:

-Matematiksel öğretim programı bağlamı: Belirlenmiş matematik kazanımlarına özel tasarlanmış etkinlikleri içerir.

-Tarihsel bağlam: Öğrencinin önceki öğrenme tecrübelerini içerir.

-Öğrenme bağlamı: Örneğin; bilgisayarlı ortamda öğrencilerin kullanımındaki teknolojik aletleri içerir.

-Sosyal bağlam: Farklı sosyal düzenlemelerle oluşturulmuş olan küçük grup çalışması, bireysel grup çalışması ya da tüm sınıf çalışmalarını içerir. Soyutlama bu bağlamların içine gömülmüştür ve *Bağlamdan Soyutlama* terimi soyutlamanın bağlamdan ayrılamayacağını iletmektedir (Schwarz, 2009).

Yeni yapılar iç içe geçmiş dört epistemik eylemin yani **tanıma, kullanma**, **oluşturma** ve **pekiştirme** eylemlerinin gerçekleşmesiyle elde edilir. Bu eylemler yeni kavramları kazanmak için katkıda bulunan zihinsel eylemlerdir. RBC+C modelinin bu eylemleri bir sonraki alt başlıkta ayrıntılı tanıtıldığından ayrıntılar bir sonraki başlığa aktarılmıştır. Bu dört eylem, yani Bağlamdan Soyutlama takımının kısaca referans verdiği RBC+C modeli, epistemik eylemler modelini şekillendirmektedir (Bikner-Ahsbahs & Kidron, 2015).

Yöntemsel olarak, Bağlamdan Soyutlamayı ortaya koyan akademisyenler (Dreyfus ve diğerleri, 2009), matematiksel etkinlikleri çözerken epistemik süreçlerin bilişsel yönlerine odaklanmaktadır. Ön analizler, problem çözme süreçlerinde gözlemlenebilecek olası yapılar hakkındaki hipotezleri ortaya koyar. Son analizler ise bir yöntemsel araç olarak kullanılan epistemik eylemler modeli ile video kayıtlarının incelenerek bir bağlam yardımıyla epistemik süreçlerin nasıl ortaya çıktığını, yapıların nasıl oluştuğunu veya oluşamadığını inceler.

Schwarz ve diğerleri (2001), matematiksel soyutlamayı diğer bir deyişle Bağlamdan Soyutlamayı (AiC) şu şekilde tanımlar: soyutlama, geçmiş matematiksel yapıların dikey olarak yeniden organize edilmesi ve bunun öğrenen için matematiksel ihtiyaçtan kaynaklanarak yeni bir yapıya ulaşmasını sağlamasıdır.

Soyutlamanın oluşumu özetlenecek olursa üç aşamalı bir süreçten geçmektedir:

(i) yeni bir yapıya ihtiyaç duyulması,

(ii) oluşturma,

(iii) yapının pekiştirilmesidir (Schwarz ve diğerleri, 2009).

İhtiyaç, problemin tasarımından, öğrencinin konuya, ya da problemi çözmeye olan merakından ya da her ikisinden kaynaklanır. Böyle bir ihtiyaç oluşmazsa soyutlama süreci başlamaz. Oluşturmayı modellemek için kullanılan RBC (Recognizing -Tanıma, Building with - Kullanma, Construction - Oluşturma) eylemleri soyutlamanın ikinci aşamasında kullanılır. Yapının pekiştirilme basamağı ise üçüncü aşamadır ve RBC+C modelindeki +C'yi ifade etmektedir.

2.1.5. RBC+C Modeli. Bu çalışmadaki soyutlama süreçlerini analiz etmek için kullanılan model RBC+C modeli olduğu için, bu bölümde RBC+C'nin ortaya çıkışından ve işlevinden bahsedilecektir.

Soyutlamanın sosyokültürel bakış açısıyla el alındığı bu model, bilimsel kavramların soyutlanması sürecinde diyalektik mantığın gerekli olduğu (Davydov, 1990), deneysel düşünmenin soyut bilginin oluşmasına neden olmadığı fikrini önemsemektedir. Bu soyutlama modeli üzerine yapılan araştırmalarda, soyutlama sürecinde uygulamaya katılanların geçmiş yaşantılarının, uygulamanın gerçekleşmiş olduğu sosyokültürel koşulların gelişim sürecini etkilediği açıklanmıştır. Bu araştırmalar, bu soyutlama modelinin uygun değişimler yapılarak birçok farklı alanda uygulanabileceğini de göstermiştir (Bills, Dreyfus, Mason, Tsamir, Watson & Zaslavsky, 2006).

Matematik, gerçek hayatın soyutlanmış bir biçimi olarak tanımlanabilir (Altun, 2019). Öğrencilerin bilgiyi nasıl derinlemesine soyutladıklarının öğretmenler ve araştırmacılar açısından önemi çok büyüktür. Yapılandırmacı kurama göre yeni bir kavramın oluşturulması daha önce öğrenilmiş kavramların yapılandırılmış olmasına ve bu kavramlarla yeni oluşacak kavramların ilişkilendirilmesine bağlıdır (Dreyfus, 2015). Fakat yapılandırma süreçleri zihinsel süreçler olduğundan bu süreçleri doğrudan gözlemlemek mümkün değildir.

Daha önceki bölümde bahsedildiği üzere soyutlama, bireyin yeni bir yapıya ulaşması için önceki matematiksel yapıların dikey olarak yeniden organize edilmesi aktivitesidir. Aynı zamanda önceki bölümde yer aldığı üzere soyutlamanın oluşumu üç aşamalı süreçten geçer:

i) Yeni bir yapıya duyulan ihtiyaç

ii) yeni yapının ortaya çıkışı ve

iii) pekiştirilmesidir.

Yukarıdaki aşamalardan ikincisi ve soyutlamanın merkezi olan aşama, yeni bir yapının ortaya çıkma aşamasıdır. Bu ikinci aşama olan "yeni yapının oluşumu"nu mikro analitik düzeyde modellemek için epistemik eylemler modeli olan RBC+C modeli Hershkowitz ve diğerleri tarafından 2001 yılında geliştirilmiştir. Altun (2008), RBC+C modelinin soyutlamanın diğer bir deyişle bilgi oluşturmanın önemli modellerinden biri olduğunu belirtmektedir.

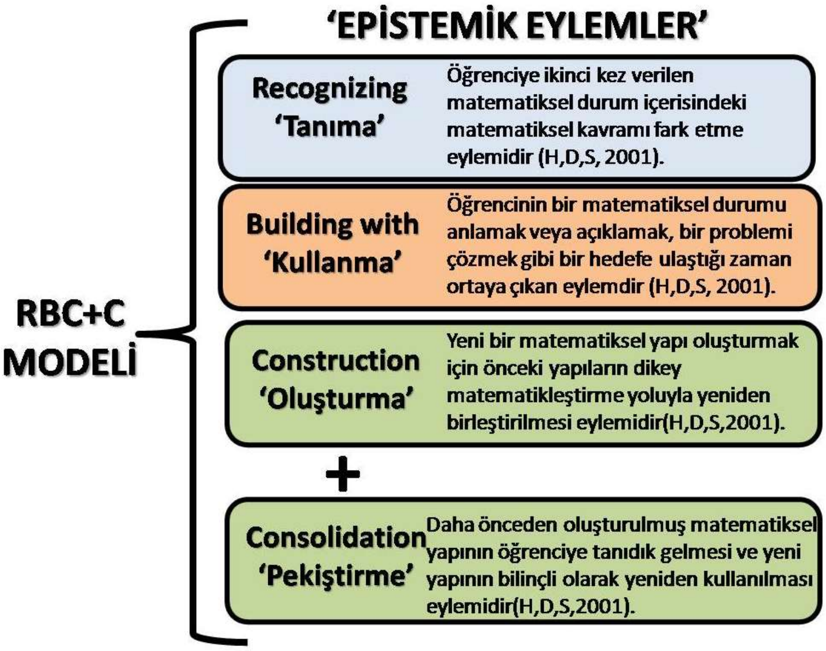
Hershkowitz ve diğerleri (2001) tarafından soyutlama süreçlerini analiz etmek amacıyla ortaya atılan epistemik eylemler modeli olan RBC (recognizing, building with, construction) modeli, 2007 yılında Dreyfus ve Tsamir tarafından bu soyutlama sürecine *pekiştirme* (consolidation) bilişsel eyleminin de eklenmesiyle RBC+C soyutlama modeli olarak son halini almıştır. Bu modelde soyutlama sosyokültürel bakış açısıyla ele alınmaktadır.

Bu soyutlama modelinde öğrencilerin düşünceleri, eylemler üzerinden tanımlanmaktadır. Bilişsel eylemlerin gözlemlenebilir olduğu düşüncesinden hareketle öğrencilerin sözlü ifadeleri ve eylemleri bilişsel eylemlerin temelini oluşturmaktadır (Dreyfus ve diğerleri., 2001; Dreyfus, 2007; Hassan & Mitchelmoore, 2006). Böylece bu modeldeki bilişsel eylemler, oluşan yapıların gözlemlenmesini kolaylaştırmaktadır. Bu bilişsel eylemlerden ilki *tanıma* eylemi daha önceki uygulamalarda karşılaşılan ve bilinen yapıların yeni çalışma esnasında tanınmasını ve gerekli durumlarda kullanılmasını ifade etmektedir. Eylemlerden ikincisi *kullanma*dır. Bireyin tanımış olduğu matematiksel varlıkları yeni bilgi üretmeye giden yolda ilişkilendirme ve bunlardan yararlanma anlamına gelen *kullanma* eylemine ilişkin süreçte, birey problemde uygulanabilir bir çözümü oluşturmak için mevcut yapısal bilgisini kullanmakta ve daha önceden oluşturmuş olduğu bilgileri kullanarak amaca ulaşmaktadır (Dreyfus ve diğerleri, 2001). *Tanıma* süreci ile iç içe geçmiş olan *kullanma* eyleminin gerçekleştiği bu süreçte bilinen bilgilerin yeni içerikle birleştirilmesi sağlanmaktadır (Bikner- Ahsbahs, 2004; Hershkowitz ve diğerleri, 2001). *Kullanma* bir problemin çözümü ya da doğrulanması, bir stratejinin gerçekleştirilmesi için belirlenen bir hedefe ulaşmayı içeren bir eylemdir. Bu model, *oluşturma* eylemini matematiksel soyutlamanın merkezi eylemi olarak belirlemiştir. *Oluşturma,* önceki yapıların dikey matematikleştirme ile yeni bir yapı oluşturmak için birleşmesini içermektedir. *Oluşturma* eylemi öğrenenin sahip olduğu R, B ve düşük seviyedeki C (Constructing) eylemlerinin, *yeni yapı*yı sözlü ya da eylemsel olarak kullandığı ilk ana zeminin hazırlaması anlamına gelir. *Oluşturma* aşaması öğrenenin yeni yapıyı tam olarak elde ettiği anlamına gelmez. Bu aşamada öğrenen yeni yapının farkındadır ve öğrenenin oluşturduğu yapı kırılgan ve bağlama bağlıdır. *Oluşturma* eylemi, yapının özgürce ve esnek şekilde öğrenende var olduğu anlamına gelmez. Oluşan yapının özgür ve esnek hale dönüşmesi +C eylemi olan *pekiştirme (consolidation)* eylemiyle ilgilidir (Schwarz vd., 2009).

C- eylemi, R ve B eylemlerine bağlıdır, R ve B eylemleri C eyleminin yapıtaşlarıdır. Aynı zamanda C-eylemi, “Bütün onu oluşturan parçalarından daha fazladır” kuralınca R ve B eylemlerinin bir araya gelmesinden daha fazlasıdır. C eylemi gücünü, bu yapıtaşları birbirine bağlayan matematiksel bağlantılardan alır ve onları tek bir bütün haline getirir. İşte bu yüzden R ve B eylemleri belirleyicidir ve C eylemi içinde iç içe geçmiştir. Aynı şekilde R eylemi de B eylemi içinde iç içe geçmiştir, bir önceki yapıyı *kullanma*, bu yapıyı *tanıma*yı gerektirir. Bu özelliklerinden dolayı bu model, *bağlamdan soyutlamanın iç içe geçmiş epistemik eylemler modeli* kısaca **RBC+C modeli** olarak adlandırılır (Schwarz ve diğerleri, 2009). RBC+C Modelinin epistemik eylem basamaklarını içeren Şekil-1 aşağıda yer almaktadır.

Şekil 1

RBC+C Modeli.



Pekiştirilen oluşturmalar (consolidated constructions) aslında soyutlamayı (abstraction) doğurmaktadır. Öğrenenin oluşturma basamağına ulaşması, onun yeni bir yapıyla tanıştığı bilgisine ulaşmayı sağlar. Ama bu durum, yeni yapının öğrenende tamamen geliştiği anlamına gelmez, bu yapının *pekiştirilmesi* gerekir. Çünkü oluşturulan bilgi kırılgandır. Bundan dolayı *yeni bir oluşturma*, *pekiştirilmeye* ihtiyaç duyar (Özmantar, 2004).

Pekiştirme, yapının tanınması, kullanılması, üzerinde derinlemesine düşünülmesi ve potansiyel olarak ileriki yapıların oluşturulması gibi bir dizi işlem sırasında oluşur.

Tsamir ve Dreyfus (2004) 'a göre *pekiştirme*, önceden oluşturulmuş olan matematiksel yapının, esnek şekilde problem çözme ve zihinsel yansımada kullanılmasını sağlayarak, problemin ya da yapının öğrenene çok tanıdık hale gelmesiyle gerçekleşir. Yapının tanınması ve kullanılmasıyla yapı, *açık*, *doğrudan* ve *güvenle* yapılmış hale gelir.

Pekiştirmenin iki farklı çeşidi vardır Birincisi; yeni yapıyı kullanma sırasında eski yapıyı pekiştirmedir. İkincisi ise önceden oluşturulan bilginin biraz daha farklı problemler üzerinde tekrar kullanılarak pekiştirilmesidir (Dreyfus & Tsamir, 2004; Monaghan & Özmantar, 2004).

Dreyfus ve Tsamir (2004) yaptıkları çalışmada Pekiştirme basamağının gerçekleşme aşamalarında beş psikolojik ve/veya bilişsel yapının öne çıktığını belirtmişlerdir. Bu karakteristik yapılar aşağıdaki şekildedir:

1. *Doğrudanlık (Immediacy):* Diğer adıyla "dolaysızlık", oluşturulmuş yapının hemen içine girmeyi ve yapıyı hızlı bir şekilde, beklemeden oluşturmayı içermektedir. Böylece oluşturulan yapı hızlıca pekiştirilmiş olur.
2. *Açıklık (Self-evidence):* Kişinin herhangi bir ek açıklamaya ya da doğrulamaya ihtiyaç duymadan kabul ettiği açıklıktaki ifadedir. Böylece kişi çok açık bir şekilde ifadeyi zihninde oluşturur.
3. *Güven (Confidence):* Güven tam olarak açıklıkla ilişkilidir.
4. *Esneklik (Flexibility):* Anlamlı bağlantılar ağı üzerine kurulan ve kişinin bu ağ üzerindeki akıcı değişimlerini gösteren ifadelerdir.
5. *Farkındalık (Awareness):* Herhangi bir matematik aktivitesindeki maksatlı ve bilinçli olmaya bağlı olan ifadelerdir.

Oluşturulan bir yapının *esnek* bir şekilde kullanımı, "kullanım kolaylığı" nın ana işaretidir –*esneklik*, HSD (2003) tarafından önerilen bir pekiştirme özelliğidir. *Dolaysızlık, açıklık* ve *güven* kullanım kolaylığının diğer işaretleridir. Bu bağlamda, bu özellikler, Hershkowitz ve diğerlerinin oluşturduğu terim olan kullanım kolaylığı için yorum yapma ve yorumu genişletme imkânı verir. *Farkındalık* yapı olarak çok az daha farklıdır ve kullanım kolaylığının ötesine geçmektedir. HSD (2001), *pekiştirmenin* tanımı olarak bu beş özelliğin kombinasyonunu alınmasını önermişlerdir.

2.1.5.1. Kısmi Doğru Yapılar (PaCC: Partially Correct Constructs). Bu tez çalışmasının sınıf ortamında uygulanması planlandığından, öğrencilerin soyutlama süreçlerine ilişkin elde edilen bulguların analizinde "tanılama aracı" olarak RBC+C modeli tercih edilmiştir. Bu model kullanılırken sınıf içindeki bazı tutarsız ya da belirsiz cevapların yorumlanması noktasında RBC+C modelinin eksik kaldığı fark edilince yapılan araştırmalar tekrar incelendiğinde Hershkowitz ve diğerlerinin Kısmi Doğru Yapılar'a ilişkin çalışmalarına rastlanılmıştır. Bazı durumlarda öğrenciler *doğru yapılara* ulaşamasalar *da kısmi doğru yapılara* ulaşabilmektedirler (Ron ve diğerleri, 2010).

Ron ve diğerleri (2010), yaptıkları çalışmada öğrencilerin sorulara verdikleri cevaplarda tutarsızlık ya da kararsızlık gibi durumları fark etmiş ve bu şekilde oluşturdukları bazı yapıların, Kısmi Doğru Yapı (Partially Correct Construct-PaCC) olduğunu belirtmişlerdir. Aslında doğru yapılarla kısmi doğru yapılar birbirine paralel şekilde ortaya çıkar ve bilginin oluşmasında iç içe geçmiş süreçlerdir. Kısmi Doğru Oluşturma, öğrenci cevaplarının tutarsız olduğu durumlarda yaptıkları zihinsel muhakemeyi açıklığa kavuşturur. PaCC, öğrencinin öğrendiği içeriğin altında yatan bilgilerin çoğunu önceden oluşturmasına rağmen, sonrasında verdiği yanlış cevapların nedenini bulmaya ışık tutar.

Kısmi Doğru Yapılar, öğrencinin oluşturduğu yapı ile buna karşılık gelen matematiksel bilginin eşleştirildiğinde kısmi olduğunun gözlemlendiği, özel bir bağlam içindeki matematiksel bilgi yapılarıdır. Öğrenci doğru oluşturduğu bilgiyle ilgili tutarsız cevabıyla aslında oluşturduğu bilgiyi gizlemiş olur ya da aslında tam olarak doğru oluşturmadığı bilgiyle ilgili yöneltilen probleme doğru cevap vererek oluşturduğu bilgideki boşluğunu gizlemiş olur. O yüzden Kısmi Doğru Yapılar ile bu tarz *oluşturmalara* açıklık getirilebilir (Ron & Dreyfus, 2010).

Dreyfus ve diğerleri (2010) oluşturulan yapının Kısmi olup olmadığını ayırt edebilmek için üç farklı yol olduğunu belirtmişlerdir:

1. Eksik eleman (Missing Element): Öğrenilen kavram ya da genellemede eksik eleman olduğunun farkedilmesi PaCC'ın oluştuğunun işaretidir.
2. Çelişkili Eleman (Incompatible Element): Öğrenilen kavram ve genellemede bazen çelişen elemanların elde edildiği gözlemlendiğinde PaCC'ın oluştuğu söylenebilir.
3. Bağlantısız Eleman (Disconnected Element): Öğrenilen kavram ve genelleme sonrası öğrencide, bazı kopuk elemanlara rastlanması da Kısmi Doğru Yapının oluştuğunun işaretidir.

2.2. Literatür Taraması

Yapılan bu tez çalışması ortaokul öğrencilerinin, ilk defa karşılaştıkları cebir kavram ve genellemeleriyle hazırlanan bir öğretim tasarımı vasıtasıyla soyutlama süreçlerini incelemeyi hedeflemektedir. Bundan dolayı literatür taraması yapılırken bağlamdan soyutlamayı ve soyutlama süreçlerini incelemek için kullanılan RBC+C modelini içeren çalışmalar incelenmiştir.

Soyutlamanın ne olduğu ve bir matematik kavram ya da genellemenin soyutlanmasının nasıl gerçekleştiği konusunda yurt dışında ve yurt içinde yapılmış çok sayıda araştırma vardır. Soyutlamanın ne olduğu ile ilgilenen çalışmaların temelinde bilginin oluşması süreci yatmaktadır. Bu nedenle literatür taraması yapılırken bilginin oluşumunu inceleyen en eski çalışmalar da incelenmiştir. Bağlamdan soyutlama, matematiksel kavramları soyutlamada kullanıldığından ötürü, bağlamdan soyutlama araştırmaları da mercek altına alınmıştır. Daha sonra bu tez çalışmasında soyutlama ve bağlamdan soyutlama süreçlerini incelemek için model olarak kullanılan RBC+C'yi, ilk ortaya çıktığı andan itibaren gelişen yıllar içerisinde kullanan tüm çalışmaları içeren bir literatür taraması yapılmıştır. Genel olarak bu çalışmaların başlıcaları Glasierfield (1983), Hershkowitz ve diğerleri (2001), Dreyfus ve diğerleri (2001), Dreyfus ve Tsamir (2004), Schwarz ve diğerleri (2004), Bikner-Ahsbahs (2004), Özmantar (2004), Monaghan ve Özmantar (2006), Dreyfus ve diğerleri (2006), Tabach ve diğerleri (2006), Yeşildere (2006), Hassan ve Mitchelmore (2006), Dreyfus (2007), Ozmantar ve Monaghan (2007), Hershkowitz ve diğerleri (2007), Kidron, Lenfant, Bikner-Ahsbahs, Artigue ve Dreyfus (2008), Altun ve Yılmaz (2008), Yeşildere ve Türnüklü (2008), Hershkowitz (2009), Schwarz ve diğerleri (2008), Kidron ve Dreyfus (2010), Ron, Dreyfus ve Hershkowitz (2010), Altun veYılmaz (2010), Altun ve Yılmaz (2011), Çelebioğlu ve Altun (2011), Memnun ve Altun (2012a), Dooley (2012), Memnun ve Altun (2012b), Altun ve Durmaz (2013), Katrancı, Altun (2013a), Katrancı ve Altun (2013b), Hershkowitz, Tabach, Rasmussen ve Dreyfus (2014), Kidron ve Dreyfus (2014), Dreyfus (2015), Dreyfus ve diğerleri (2015), Ron, Dreyfus ve Hershkowitz (2017), Ulaş ve Yenilmez (2017), Memnun ve diğerleri (2017), Güler ve Gürbüz (2018) şeklindedir.

Bu çalışmalar ağırlıklı olarak;

i) RBC+C'nin kavramsal yapısını ve bir araştırmada bundan yararlanma şeklini, sınıfın, öğrencinin ve öğretmenin rollerini, öğretme ortamını tartışan araştırmalar,

ii) RBC+C ile soyutlamanın değişik kavram ve genellemeler üzerinde nasıl uygulandığını gösteren araştırmalar şeklinde iki başlık altında toplanabilir.

Birinci grupta yer alan yani "RBC+C'nin kavramsal yapısını ve bir araştırmada yararlanma şeklini, sınıfın, öğrencinin ve öğretmenin rollerini, öğretme ortamını tartışan araştırmalar" tarih sırasına göre aşağıda sunulan farklı başlıklar altında ele alınmıştır. Bu grupta yer alan araştırma sayısı 26 tanedir.

2.2.1. RBC+C'nin kavramsal yapısını, bir araştırmada RBC+C'den yararlanma şeklini, sınıfın, öğrencinin ve öğretmenin rollerini, öğretme ortamını tartışan araştırmalar.

2.2.1.1. RBC+C'nin kavramsal yapısını tartışan araştırmalar. 1989 yılında Ernest von Glasierfield 'in yaptığı Kavrama, Bilginin Oluşması, Öğretme adlı çalışma bu alandaki bilginin oluşumunu inceleyen en eski çalışmalardan biridir. Çalışma nesnel bilginin varlığını konu almaktadır. Nesnel bilgi, dilin özellikleriyle bağlantılı olma durumundan ötürü eğitimciler tarafından geleneksel olarak imtiyazlı sayılmıştır. Bu çalışma, gerçeklikten yola çıkarak bireyin bilişsel izolasyonlarını dikkate almış ve gerçekliği o bakış açısıyla tanımlamaktadır. Bu düşünce Vico tarafından 18.yüzyılın başlarında önerilmiştir, 200 yıl boyunca çok önemsenmemiştir. Daha sonra ise Piaget tarafından bağımsız olarak, öğrenme olayını açıklamak için yorumlanmıştır.

2001 yılında Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus Bağlamdan Soyutlama: Epistemik Eylemler adlı çalışmada bağlamdan soyutlamanın deneysel ve teorik tanılanma süreçleri için bir yaklaşım önermişlerdir. Çalışmada daha önceki soyutlamalarda kullanılan yaklaşımın bağlamdan ayırma (decontextualization) olduğu belirtilmiştir. Bakış teorik olmasına rağmen, soyutlama hakkındaki düşüncelerinin görüşme bilgilerinden ortaya çıktığı açıklanmıştır. Bir dokuzuncu sınıf öğrencisiyle yapılan öğrenme ortamı görüşmeleriyle durum çalışması gerçekleştirilmiştir. Öğrenci için geçmiş soyutlamalarını kullanarak yeni yapısını ortaya çıkaracak bir etkinlik tasarlanmıştır. Öğretim esnasında üç epistemik eylemin (tanıma, kullanma ve oluşturma) nasıl ortaya çıktığını göstermişlerdir. Sonuç olarak bir soyutlama modeli geliştirmişler ve bu eylemlerin iç içe geçmiş dinamik bir yapıya sahip olduğunu ortaya koymuşlardır. Soyutlama sürecinde oluşan bağlamın, modelin bileşenlerinin yapısından ötürü yaşamsal olduğu söylenmiştir. Ortaya çıkan model, bu makalenin ana sonucudur.

Epistemik eylemlerden pekiştirme sürecini incelemek amacıyla yapılan bir diğer çalışma Ben'in bilgi yapısını pekiştirmesi (Tsamir & Dreyfus, 2004) çalışmasıdır.Çalışmada üstün yetenekli bir öğrenci olan Ben ile sonsuz küme (infinite set) konusu üzerine çalışılmıştır. Bu çalışmada yeni bir yapının oluşmasının Pekiştirme süreciyle gerçekleşeceği belirtilmiştir. Pekiştirme sürecinin psikolojik ve bilişsel özellikleri bu çalışmayla ortaya konulmuştur. Bunlar: açıklık *(self-evidence),* güven *(confidence),* doğrudanlık *(immediacy),* esneklik *(flexibility),* farkındalık *(awareness)* şeklindedir. Aynı zamanda bu çalışmayla düşünme modellerinin pekiştirmeye yardım eden üç farklı yönü de açıklanmıştır: Bunlardan birisi problem çözmeyle ilgili, diğeri yansıtıcı aktivite, diğeri ise orta seviyede olan düşünme modelidir.

Monaghan ve Özmantar 2004 yılında yaptıkları çalışmada soyutlama ve pekiştirme süreçlerini incelemişler, özellikle *pekiştirme* üzerinde durmuşlardır. Monaghan ve Özmantar'ın (2004) yaptıkları araştırmanın konusu soyutlama ve pekiştirmedir. Bu çalışmada bir öğrencinin yakın zamanda oluşturduğu mutlak değer fonksiyonu soyutlamasını, pekiştirmesine yönelik tasarlanan etkinlikle ile ilgili çalışması analiz edilmiştir. Çalışma teorik-aktivite modeli olan bağlamdan soyutlamayı kapsamaktadır. Soyutlama yapılan konu RBC soyutlama modeliyle incelenmiştir. Dreyfus ve Tsamir (2001) yaptıkları çalışmada pekiştirme sürecindeki düşünmenin 3 ayrı yolu olduğunu belirtmişlerdir: kullanma, kullanmayı yansıtma ve yansıtma. Bununla ilgili Monaghan ve Özmantar (2004) bu görüşlerin bir kısmına katılmakla birlikte bir kısmında yaptıkları çalışmayla ayrıştıklarını belirtmişlerdir. Yansıtma kısmına çok değer atfetmenin doğru olmadığını ifade etmişlerdir.

Dreyfus, Hadas, Hershkowitz ve Schwarz'ın 2006 yılında yaptıkları çalışma Bilgi Yapılarının Pekiştirilmesi için İşleyişlerdir. Bu çalışmada olasılık konusu ile ilgili hazırlanmış birkaç etkinlikle sınıf ortamında bir grup öğrenciyle çalışılarak yeni bilgi yapılarının pekiştirilmesi için mekanizmalar bulma amacıyla analizler yapılmıştır. Epistemik eylemler yardımıyla üç işleyiş bulunmuştur: yapının kullanımı sırasında pekiştirme, yapı üzerine derinlemesine düşünürken pekiştirme, daha ileri yapıların oluşturulması sırasında pekiştirme. İlk iki işleyiş önceki yaptıkları çalışmalarda konu edilse de son işleyiş ilk defa bu çalışmada ele alınmıştır. Bu çalışmada üçüncü işleyiş üzerinde yoğunlaşılmıştır. Çalışmanın sonunda yöntemsel bir bakış açısıyla çalışmayı tamamlamışlardır: çalışma sınıf içerisinde öğretmen rehberliğinde ilerlemiştir. Sınıf içerisinde yapılan çalışmalara verdikleri önemin bir göstergesi olarak bu tür çalışmaları önemsediklerini belirtmişlerdir.

2010 yılında Ron, Dreyfus ve Hershkowitz'in yaptığı çalışma kısmi doğru yapıların öğrencilerin çelişkili cevaplarına ışık tutmasını ele almaktadır. Bu çalışmada bilgi oluşturma süreçlerine bir bakış açısı getirilerek kısmi doğru yapılar üzerine çalışılmıştır. Bir basit olasılık etkinliği üzerinde sınıf içinde yapılan bir uygulamanın yazılı verilerine dayalı çelişkili ve beklenmedik bilgileriyle motive olarak, grup içinden temsili bir öğrencinin soyutlama süreçlerini detaylı olarak incelemişlerdir. Yedi farklı 8.sınıf ile toplam 177 öğrenciyle bir çalışma gerçekleştirilmiştir. Olasılık konusu üzerine hazırlanmış bir dizi etkinlik ile 45 ders saati boyunca; tüm sınıf tartışmaları, bireysel ve küçük grup çalışmalarını birleştiren bir öğretim tasarlanmıştır. Bu sınıflarda odak gruplar için ve sınıf içi tartışmalar için iki ayrı kamera kullanılmış, iki araştırmacının gözlemci olarak katılmış, alanla ilgili notlar almışlardır. Uygulama sonrası ise her sınıftaki odak grup öğrencileriyle iki kez görüşme yapılmıştır. Ayrıca öğrencilerin çalışma sırasındaki tüm yazılı notları toplanmıştır. Fakat bu çalışmada elde edilen verilerin içinden özellikle bazı öğrencilerden gelen tutarsız cevaplar üzerine yoğunlaşılmıştır. Bağlamdan soyutlama için kullanılan iç içe geçmiş epistemik eylemler modelinin, öğrencinin kısmi yapılarını ortaya çıkarmasını kolaylaştırdığı gözlemlenmiştir. Bu kısmi doğru yapılar, bilgi oluşumunun iç yüzüne inmeyi desteklemektedir. *Kısmi doğru yapılar* (PaCC), aynı zamanda öğrencinin önceden verdiği cevaplar ışığında vermiş oldukları yeni cevapların beklenmedik olmasına ya da önceki cevaplarıyla çelişkili olmasına bağlı olarak düşünme durumlarını analiz etmek için kullanılmaktadır. Özelde ise, kısmi doğru yapılar, yanlış bilgi üzerine inşa edilen doğru cevaplar ve büyük oranda doğru bilgi üzerine bina edilen yanlış cevaplar için *açıklayıcı araçlar*dır.

2010 yılında Kidron ve Dreyfus tarafından yapılan çalışma Doğrulama Bilgisi ve Bunu Bilgileri Oluşturmayla Birleştirme (Justification Enlightenment and Combining Construction of Knowledge) konusunu ele almaktadır. Bu çalışmada doğrulamanın matematiksel muhakemede çok merkezi ve can alıcı bir bileşen olduğu açıklanmıştır. Bu çalışma bir öğrencinin matematikteki dinamik sistemler konusunun ayrım noktalarının matematiksel doğrulama süreçlerini incelemektedir. Dinamik sistemler konusunun ayrım noktalarının doğrulamasındaki motivasyonu öğrenme süreçlerini oluşturmaktadır. Bu çalışmada yöntemsel olarak bağlamdan soyutlama için iç içe geçmiş epistemik eylemler modeli olan RBC+C Modeli kullanılmıştır. Kidron ve Dreyfus (2006) 'a göre oluşturulan eylemler birbirine paraleldir ve birbiriyle etkileşim içindedir. Çalışmada oluşturmaların birleştirilmesinde etkileşim modeli incelenmiştir ve oluşturmaların birleştirilmesi öğrencinin aydınlanmasının bir işaretidir. Bu da bağlamdan soyutlamadaki epistemik eylemler modeli olan RBC+C Modeli'ne analitik bir boyut katmaktadır.

2014 yılında Kidron ve Dreyfus İspat Şekilleri (Proof Images) isimli çalışmada teorik çerçeve olarak bağlamdan soyutlamayı kullanmışlardır. Çalışmanın amacı ispat şekillerinin nasıl belirdiğinin araştırılmasıdır. İspat şeklinin belirlenmesi, ispatın oluşmasının önemli evrelerindedir (Kidron & Dreyfus, 2014). Bu çalışmada ispat şekillerini tanıtmışlar, karakterize etmişler ve örneklendirmişlerdir. Öğrenenin sezgisel ve mantıksal düşünme arasındaki etkileşimini dikkate almışlar, bağlamdan soyutlama kavramsal çerçevesini kullanarak bu etkileşimden ortaya çıkan ve bu etkileşimin gelişmesini mümkün kılan bilginin oluşmasını ortaya çıkarmışlardır. Çalışmada matematikçilere yöneltilen ispata dayalı problemler çalışmaya esas teşkil etmiştir. Bu problemleri ispat etme şekilleri analiz edilerek bilginin oluşma süreci incelenmiştir.

2.2.1.2. Bir araştırmada RBC+C'den yararlanma şeklini tartışan araştırmalar. 2006 yılında Hassan ve Mitchelmore'un yaptıkları çalışmada 14 yaşındaki 11 öğrencinin bireysel öğretimle, birbirinden farklı değişim oranı kavramlarını nasıl öğrendikleri incelenmiştir. Kavramsal çerçeve iki soyutlama modelini kıyaslamaktadır: Bunlardan birincisi Mitchelmore ve White'ın deneysel soyutlama modeli, diğeri ise Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus'un RBC modelidir. Çalışmanın sonunda RBC modeli, öğrencilerin değişim oranı kavramlarını ortalama ve ani olarak nasıl öğrendiklerini incelemek adına değerli bulunmuştur. Fakat deneysel soyutlama modeli, öğrencilerin küresel değişim oranı kavramını nasıl geliştirdiklerini daha önceden anlamayı sağladığından dolayı daha değerli bulunmuştur.

Dreyfus 2007 yılında "Bağlamdan Soyutlama Süreçleri-İç içe Geçmiş Epistemik Eylemler Modeli" adlı bir çalışma yapmıştır. Bu çalışmada iç içe geçmiş eylemler modelinin, Bağlamdan Soyutlamanın (AiC) süreçlerini analiz etmek amacıyla geliştirildiğinden bahsedilmektedir. Aktivite teorisinden etkilenerek bir bakış açısı yakaladıklarını, öğrencinin yeni bir yapı oluşturmak için sahip olduğu motivasyondaki, aynı şekilde düşünme biçimindeki matematiksel olan durumları incelediklerini belirtmektedirler. Soyutlama dikey olarak organize olmuş geçmiş yapıların yeni yapının oluşmasına öncülük etmesidir. Modelin temel elemanları iç içe geçmiş üç epistemik eylemden oluşmaktadır. Bunlar; tanıma, kullanma ve oluşturmadır. Değişik oluşturma eylemleri paralel şekilde ilerleyebilir ya da birbiriyle etkileşimde bulunabilir. Etkileşimin biçimi, öğrenen tarafından bir matematiksel ilişki gerekçesi belirtebilir ya da bağlamsal elemanlarla öğrenenin ilişkisini gösterebilir. Yeni yapıların bir dizi aktivite ile pekiştirilmesi modelin tamamlayıcı kısmını oluşturmaktadır. Oluşturma ve pekiştirme süreçleri tek başına öğrenenden tüm sınıfa kadar uzanan sosyal bağlamın çeşitliliğiyle ele alınmaktadır.

Kidron ve diğerleri (2008) üç teorik yaklaşımı birbirine bağlayan sosyal etkileşim durumunu incelemişlerdir. Bu çalışmada matematik eğitiminde kullanılan farklı teorik çerçevelerin zıtlıklarını ortaya koyma, karşılaştırma ve birleştirme ile birlikte son amaç olarak teorik yaklaşımların arasındaki bağları ortaya çıkarma hedeflenmiştir. Bunun için seçilen üç teorik çerçeve şunlardır: didaktik durumlar teorisi, bağlamdan soyutlama için epistemik eylemler (RBC) modeli ve son olarak ilgi-yoğunluk durumlarını içeren teorik yaklaşım. Çalışmada, öğrenme süreçlerinde sosyal etkileşimin bu üç teorik çerçeve tarafından nasıl ele alındığına odaklanılmıştır. Yalnızca teorik çerçevelerin bağlantıları ya da zıtlıkları değil, aynı zamanda her bir çerçevenin diğerlerine sağladığı derinlemesine bakış tanımlanmıştır. Bu çalışmada ayrıca farklı teorik yaklaşımların ağ kurma sürecinde bazı yöntemsel yansımalar da sunulmuştur. Ayrıca çalışma, üslü fonksiyon konusunu içeren sorular üzerinden yürütülmüştür.

Dreyfus'un 2015'te yapmış olduğu çalışma Soyut Matematiksel Bilgiyi Bağlamdan Oluşturma çalışmasıdır. Dreyfus, 'öğrencilerin soyut matematiksel bilgiyi nasıl oluşturduklarını anlamak, matematik öğretimindeki araştırmaların merkezi amacıdır'der. Bağlamdan soyutlamanın (AiC) üç aşaması vardır: Bu aşamalar ihtiyaç, belirme ve pekiştirmedir. Yeni oluşan bilginin belirmesi gözlenebilen üç epistemik eylem modeli olan RBC modeliyle ele alınır. Çalışmanın esas amacı meydana gelen ya da gelemeyen süreç ve durumların iç yüzünü kavrayabilmek için bilginin oluşumundaki süreçleri tanımlamaktır. Yan amacı ise etkinlik tasarımlarını geliştirmek ve öğretmen davranışlarını bildirmek için öğrenci öğrenme süreçlerinin anlaşılmasıdır. Yeni yapının oluşmasına duyulan ihtiyaç, eski bilgiyle yeni yapının arasında bağ kurma iznini verir. RBC modeli, bağlamdan soyutlamanın (AiC) dinamiklerini gözlemleyip analiz etme imkânı veren mikro analitik ve teorik bir büyüteçtir. Oluşturma süreçleri, oluşturmanın çeşidine bağlı olarak (kavram, strateji, gerekçe) farklı özelliklere sahiptir. Bunlardan birinci alt bölüm, gerekçeler oluşturmaktır. İkinci alt bölüm, kısmi doğru yapılar oluşturmaktır. Bu her iki bölüm de bağlamdan soyutlamanın çerçevesi ile RBC modelinin iş birliğinin analitik gücünü göstermektedir. Üçüncü alt bölüm pekiştirmenin mekanizmalarını içerir. Dördüncü ve beşinci alt bölümlerde ise bağlamın iki bileşeni olan sosyal bağlam ile teknolojik ya da diğer araçların bilginin oluşma sürecine katkılarından bahsedilmektedir.

İkinci bölüm, bu araştırma ile doğrudan ilişkili olduğu için daha ayrıntılı anlatılacaktır. Öğrencilerin doğru cevapları bazen bilgi boşluklarını gizlerken bazı yanlış cevapları da öğrencilerin büyük bir kısmını oluşturdukları bilgiye gölge düşürmektedir. Bu iki önemli olgu, kısmi doğru yapıların nasıl oluştuğuna ışık tutar, Ron (2009) Kısmi Doğru Yapılar kavramını (PaCC) öğrenme bağlamı altında yatan matematiksel bilginin yalnızca bir kısmıyla eşleştiği durumlarda oluşan yapıların genel adı olarak önermektedir. Aslında kimse öğrencinin öğrenilen bilginin tüm bölümlerini ve anlamlarını oluşturmasını bekleyemez. Bu yüzden bilgi kısmidir. Kısmi Doğru Yapılar iki kategoride incelenmektedir. İlki Yapısal Kısmi Doğru Yapılar, ikincisi Bağlamsal Kısmi Doğru Yapılar şeklindedir. Yapısal Kısmi Doğru Yapıların üç çeşidi vardır: kayıp eleman, zıt eleman, kopuk eleman. Bağlamsal Kısmi Doğru Yapıların iki çeşidi vardır: yetersiz bağlam ve geniş bağlam. Kısacası (PaCC) Kısmi Doğru Yapılar yanlış (kısmi) bilgilerin üzerine inşa edilen doğru cevapları ve büyük oranda doğru bilgilerin üzerine inşa edilen yanlış cevapları açıklayıcı araçlar için oldukça kullanışlıdır.

Dreyfus ve diğerlerinin (2015) yaptıkları bir diğer çalışma, Bağlamdan Soyutlama için İç İçe Yuvalanmış Epistemik Eylemler başlığıyla yayınlanmıştır. Bu çalışmada RBC+C modelinin teorik çerçeve ya da yöntemsel araç olarak kullanılabildiğine yönelik örnekler verilmiştir. Katkı sağlayan birçok araştırmacı tarafından son 10 yılda yapılan çalışmalar ve 40’tan fazla araştırma ile, bağlamdan soyutlama (AiC) çerçevesinin doğuşu, bugünün RBC+C modelinden deneysel temelli teorik çerçeve olarak ayrılmıştır. RBC+C modeli, teorik olma ile yöntemsel araç olma arasındaki esnek çizgilerle örneklenebilir. Model insanın zihinsel aktivitelerini tanımlama, analiz etme ve yorumlama için bir çerçeve olarak hizmet etmeyi amaçlar. Bu model öğrencinin zihinsel aktivitelerini bireysel olarak açıklamaya uygun olduğu gibi, bir grubun ya da sınıf ortamında farklı bireylerin toplu zihinsel aktivitelerini açıklamaya da uygundur. Çalışmada ayrıca sınıf içindeki bilgi oluşumunu gözlemlemenin sınırlılıkları dolaysıyla bu modeli DCA (Document Collective Activity) ile birleştirdiklerini açıklamışlardır. Çalışmayı, RBC modeli aracılığıyla Bağlamdan Soyutlamadaki teori ve yöntemin güçlü ilişkisini ortaya koyarak sonlandırmışlardır.

Ron, Dreyfus ve Hershkowitz’in 2017 yılında yaptıkları çalışma, "Kısmi Doğru Yapıların köklerine bakma: Olasılıkta alan modeli durumu" isimli çalışmasıdır. Öğrenme bağlamının altında yatan matematik kurallarını kısmi olarak oluşturan öğrenciler için Kısmi Doğru Yapılar

(PaCC) kavramı kullanılmaktadır. Matematik kurallarını kısmi oluşturmanın sık görülen tanımı, öğrencinin sözcüklerinin ya da eylemlerinin öğrencinin oluşturduğu bilgiye hatalı veya yanıltıcı resim sağlamasıdır. Bu çalışmada bir 8. sınıf öğrencisinin olasılık konusunu öğrenme süreci analiz edilmiştir. Öğrenci bir dizi problemi görünen bir zorluk yaşamadan başarılı şekilde tamamlamıştır. İspatlanmış yeterliği dışında bir şey gerektirmediği düşünülen daha ileriki problemlerle çalışırken zorluklarla karşılaşmıştır. Bağlamdan Soyutlama için RBC modelinin epistemik eylemlerini işaretçi olarak kullanarak, öğrencinin geçmişte yaptığı problemler üzerinde çalışırken bilgiyi oluşturma süreçleri incelenmiştir. Öğrencinin bazı oluşturduğu yapıların bu süreçlerde gizlenen ve sonraki güçlüklerini açıklayan Kısmi Doğru Yapılar olduğu belirlenmiştir.

2018 yılında yapılan bir çalışma, $\sqrt[3]{2}$'nin uzunluğunu kâğıt katlama yöntemiyle oluşturma sürecini inceleyen bir çalışmadır (Güler & Gürbüz, 2018). Bu çalışmada matematik öğretmenlerinin matematiksel düşünme süreçlerini $\sqrt[3]{2}$'nin uzunluğunu kâğıt katlama yöntemiyle oluştururken incelemek amaçlanmıştır. Bunun için iki doktora öğrencisi olan matematik öğretmeniyle çalışma yapılmıştır. Oluşturma sırasında, Pisagor ve Tales teoremlerinin pekiştirme süreçleri gözlemlenebilmiştir. Bağlamdan Soyutlama, pekiştirmenin özellikleri ve zihnin matematiksel alışkanlıkları temel alınarak bulgular analiz edilmiştir. Her iki öğretmenin Pisagor ve Tales Teoremini çalışmadan önce oluşturdukları gözlemlenmiştir ve her ikisi de pekiştirmeyi çalışmayla birlikte gerçekleştirmişlerdir. Buna ek olarak her iki yaklaşımın da (bağlamdan soyutlama ve zihnin matematiksel alışkanlıkları) birbirlerine yakın oldukları ve birbirlerini doğruladıkları saptanmıştır. Ayrıca pekiştirme süreci de zihnin matematiksel alışkanlıklarını doğrulamaktadır.

2.2.1.3. Sınıfın, öğrencinin, öğretmenin rollerini tartışan araştırmalar. 2001 yılında Dreyfus ve diğerlerinin yapmış olduğu ikinci çalışma Bağlamdan Soyutlamanın akran etkileşimi ile incelenmesini içeren bir çalışmadır. Bir önceki çalışmalarında RBC+C modelinin epistemik eylemlerini bir durum çalışmasıyla ortaya koymuşken, bu çalışmada ise ekstra, daha karmaşık durum çalışmalarını inceleyerek modeli arıtmış ve doğrulamışlardır. RBC modelini daha zengin bir bağlamla, yani akranların iş birliğiyle genişletmişlerdir. Soyutlama sürecinin dağılımını akran etkileşimi bağlamında incelemişlerdir. Bunun için iki paralel analiz yapmışlardır. Birincisi soyutlamanın epistemik eylemlerinin analizi, ikincisi ise akran etkileşiminin analizi şeklindedir. Paralel analizler, soyutlamanın süreçlerini destekleyen sosyal etkileşim çeşitlerini bulmaya yardımcı olmuştur.

2004 yılında Özmantar yapmış olduğu çalışmada matematiksel soyutlamayı elde ederken ortaya çıkan hedeflere odaklanarak yapı iskelesi rolünü incelemiştir. Bağlamdan soyutlama için etkinlik ve teorik yaklaşım temel alınmıştır. İki lise öğrencisi y=f($|f(x)|$ grafiği ile ilgili etkinlik üzerinde çalışırken verdikleri sözel cevaplar incelenmiştir. Bu çalışmada mutlak değer fonksiyonlarını içeren problemler ve etkinlikler hazırlanmıştır. Bu inceleme, hedeflenen sonuçların ortaya çıkmasıyla birlikte soyutlamanın elde edilebileceğini önermektedir. Bu hedefler dört parametreye bağlı olarak incelenmiştir: yapı iskelesi kurucusunun müdahaleleri, öğrenciler, etkinlikler ve önceki gelişen hedefler. Ortaya çıkan hedefler, öğrencilerin birbiriyle nasıl etkileşim içinde olduklarına ve birbirlerini etkilediklerine, aynı zamanda ortaya çıkan çalışmayı nasıl algıladıklarına ve değerlendirdiklerine bağlıdır. Bu parametrelerin arasındaki dinamik ve ikili iç içe geçmiş ilişkiler öğrencilerin sözel diyalogları dikkate alınarak tartışılmıştır.

2004 yılında Schwarz ve diğerlerinin yaptığı çalışmada Bilginin Oluşmasında Öğretmenin Rehberliği konusu ele alınmıştır. Bu çalışmanın amacı sınıf ortamında bilginin oluşumunda öğretmenin rolünü belirlemektir. 8. sınıf olasılık konusu üzerine tasarlanan bir derste öğretmenin nasıl bir diyalog çeşidi seçtiği ve diyalog esnasında bilginin oluşmasında kurucu önemi olan epistemik eylemlere ne ölçüde yer verdiği incelenmiştir. Yapılan çalışma sonucunda can alıcı diyalogun bilginin oluşumunda özellikle etkili olduğu belirlenmiştir.

Sınıfın, öğrencinin, öğretmenin rollerini inceleyen bir diğer çalışmada Bireysel Bilgi Oluşumundan Bir Grubun Paylaşılan Bilgisine Uzanan Soyutlama Süreçleri konusu ele alınmıştır (Hershkowitz, Hadas, Dreyfus & Schwarz, 2007). Bu çalışmada basit olasılık konusu üzerinde uzun zamanlı çalışma yapılarak oluşturma ve pekiştirme süreçlerinin nasıl oluştuğunu incelemek amaçlanmıştır. RBC modelinin RBC+C modeline dönüşmesine yer verilen çalışma, iki aşamadan oluşmaktadır. Hershkowitz ve diğerlerinin (2004) daha önce yaptığı bireysel laboratuvar ortamında küçük grup üzerindeki çalışmasını 1. aşama olarak belirleyip, 2. aşamayı ise beş farklı 8. sınıfla sınıf ortamında gerçekleştirmişlerdir. Bu sınıfların her birinde biri tüm sınıfı kaydeden ve bir diğeri sadece sınıfın içinden bir grubu kaydeden iki farklı kamera kullanılmıştır. Bu gruplarda oluşan bilgilerin nasıl pekiştirilip 'paylaşılan bilgi’ haline geldiği gözlemlenmiştir. Birçok başarılı etkinliğin soyutlanma süreçlerinin mikro analizinde RBC+C modeli güçlü ve uygun bir yöntem olarak amaca yönelik hizmet etmiştir.

2007 yılında yapılan bir diğer çalışma ise Monaghan ve Özmantar’ın Matematiksel Soyutlamaların Oluşmasına Diyalektik Bir Yaklaşım isimli çalışmasıdır. Bu çalışmada matematiksel soyutlama iki kategoride incelenmiştir. İlki deneysel, ikincisi ise diyalektik (mantıksal) soyutlama şeklindedir. Bu çalışmanın amacı her iki açıklamanın içerdiği zorlukları belgelemek ve potansiyellerini keşfetmektir. Bu çalışmada bağlamdan soyutlama ile ilgili, Davydov’un (1990) ortaya çıkardığı diyalektik materyalist yaklaşım olan eski modelin ana hatları açıklanmıştır. Çalışmanın ikinci bölümü, tasarlanan deneysel çalışmanın sosyal olarak zenginleştirilmiş çevrede (akran etkileşimli, öğretmen destekli) matematiksel soyutlamanın keşfedilmesini tanıtan bir içeriğe sahiptir. Seçilen 20 öğrenciden 6’sı bireysel, 14’ü ise grup halinde çalışmıştır. Bu öğrencilerden grup içinde çalışan iki öğrencinin ses kayıtları ve yazılı dokümanları veri kaynağı olarak seçilmiştir. Mutlak değer fonksiyonunun grafiğini içeren etkinlikleri bir öğretmen yardımıyla iki öğrencinin çalışması sonucu oluşan bilgileri incelenmiştir. Matematiksel soyutlamaların yapılmasında dört tema üzerinde durulmuştur: insan ve artifakt arabuluculuğu, matematiksel soyutlamanın oluşmasında öğretmen müdahalesi, öğrenci gelişiminde diyalektik görüşün muhtemel etkileri ve soyutlanan matematiksel bilgiler. Çalışma sonucunda soyutlamanın diyalektik doğası üzerinde durmuşlardır. Deneysel soyutlamadaki gibi soyuttan somuta doğru bir gelişme gözlemlemekten ziyade, diyalektik soyutlamadaki gibi öğrencilerin eski bildikleri bilgilerle yeni gözlemlerini ilişkilendirerek anlam yarattıklarını ortaya çıkarmışlardır.

Hershkowitz ve diğerlerini (2014) yaptıkları çalışma, olasılık konusunda iki metodolojiyi kullanarak bilgi değişimlerini incelemeyi amaçlamaktadır. Bu çalışma bir durum çalışmasıdır. Bu amaca ulaşmak için genelde ayrı kullanılan iki yöntemi birleştirmişlerdir: bireysel ya da küçük grup öğrencilerinin bilgiyi oluşturma süreçlerini analiz etmek için kullanılan Bağlamdan Soyutlama yaklaşımı ile birlikte RBC+C modeli ve sınıf içinde muhakeme etmenin kurallarını oluşturmak için kullanılan Documenting Collective Activitiy yaklaşımıdır. Bu birleşim bazı öğrencilerin "bilgi ajanları" işlevinin olduğunu ortaya koymuştur. Bu analiz aynı zamanda göstermiştir ki öğretmen, öğrenme sürecinin orkestra şefidir ve argümantasyon ve etkileşimin yapılabildiği bir öğrenme ortamını sağlayan sorumluluğu üstlenmiştir. Bu ise muhakeme etmenin kurallarını oluşturmayı, öğrencileri aktive etmeyi ve onarın bilgi ajanları olmalarını mümkün kılmaktadır.

2.2.1.4. Öğretme ortamını tartışan araştırmalar. Bikner ve Ahsbahs 2004 yılında yaptıkları çalışmada Matematiksel Anlamları Oluşturmayı Belirlemeye Doğru isimli çalışmalarında matematiksel anlamların oluşma aşamasındaki gelişimleri ve güçlükleri ortaya koyan ders tasarımı geliştirmeyi hedeflemişlerdir. Tasarımın geliştirme süreci öğrencilerin epistemik süreçlerini, onların sosyal etkileşimlerini, öğretmenin ana ve destekleyici matematiksel işlevlerini içermektedir. Yaptıkları çalışmada ilgi-yoğunluk durumları (interest-dense situations) teorisiyle RBC modelini birleştirip çalışmaları bu şekilde incelemişlerdir. Çalışmanın konusu Dreyfus ve Hershkowitz'in birlikte yürüttükleri Ben'in sonsuz kümeler konusunun pekiştirilmesinden esinlenilerek 9. sınıftan seçilen iki öğrenciyle yapılmıştır. Öğrencilere yöneltilen problemlerde sonsuz kümeleri nasıl tanımlayabildikleri incelenmiştir. Çalışmanın sonunda öğretmenlerin, durumları yapılandırmaya dönüştürebildikleri ve bu dönüşümlerin, öğrenciler matematiğe karşı ilgili olmasalar da onların yeni matematiksel anlamları oluşturmasına destek verdiği görülmüştür.

2006 yılında Tabach ve diğerleri bir durum çalışması yaparak cebirsel bilginin ikili süreçler içinde oluşturulması ve pekiştirilmesini incelemişlerdir. Bilgi oluşumu çalışmaları genelde tek bir kısmın analizi üzerine yoğunlaşmaktadır. Bu çalışmalarda öğrencinin geçmiş öğrenmeleri yeteri kadar dikkate alınmaz ya da öğrendikleri kavramlar hesaba katılarak diğer öğrenmeler için yol belirlenmez. Bu çalışma bilginin oluşumunda akran öğrenimi bağlamına bir örnek oluşturmaktadır. Bu çalışmada kavramsal bilginin oluşmasında etkinliğin tasarımının nasıl yapılacağı ve öğrencinin gücünü ortaya koymaya yarayan araçların neler olabileceği hedeflenmiştir. Bilginin oluşumu birkaç ay boyunca ikili oturumlarla sınıf ortamında izlenmiştir. Bilginin birikerek oluştuğu ortaya konmuştur. Her etkinlik bir önceki yapının pekişmesine izin vermektedir. Bu desen genelde aşağıda belirtilen süreçlerin doğasını içermektedir: bilginin oluşumu ve pekiştirilmesi, yeni yapı eski yapının pekişmesiyle meydana geldiğinden yani yeni yapı aracılığıyla eski yapı pekiştirildiğinden, zamanla gelişen mantıksal süreçlerdir. Bu çalışmada ayrıca öğrencilerin kullandığı araçların (bilgisayar programı) matematik öğrenmeye etkisi de tartışılmıştır.

Schwarz ve diğerleri, Bağlamdan Soyutlamada İçiçe Yuvalanmış Epistemik Eylemler Modeli çalışmasında, matematiksel soyutlamayı öğretimsel bağlamda incelemişlerdir (2008). Çalışma, matematik sınıflarında başarılı etkinlikler aracılığıyla soyutlama eylemini incelemeyi amaçlamaktadır. Bunun için soyutlamayı deneysel ve teorik görünüşlerini de kapsayacak şekilde tanımlamışlardır. Başarılı etkinliklerde soyutlamanın ortaya çıkışını gözlemlemek için bir yöntemsel araç hazırlanmıştır. Soyutlama teorisini sınıf içinde yapılan deneysel analizlerle yenilemişlerdir. Yöntemsel araç için Schwarz, Dreyfus ve Hershkowitz üçlüsünün ilk ve belirsiz matematiksel soyutlama tanımı olan Freudenthal'in dikey matematikleştirme fikrinden esinlenilmiştir. Bu tanım etkinliklerin tasarımıyla soyutlama potansiyelini harekete geçirmektedir fakat tanımın yenilenmesine ihtiyaç duyulmaktadır. Matematiksel soyutlamadaki deneysel çalışmalar ve teorik etkenler üzerine temellendirilmiş epistemik eylemler modeli, böyle bir düzeltmeyi içermektedir. Bu modelin, tek kişilik, küçük ya da büyük gruplarla, teknolojik aletlerle ya da teknolojik aletsiz, rehberli ya da rehbersiz bir şekilde çok sayıda bağlam içeren başarılı etkinliklerle, yapılan soyutlamayı ve onun pekiştirilmesini ortaya çıkarmada ve keşfetmede yeterli olduğu gösterilmiştir.

2009 yılında Hershkowitz RBC modelini teorik çerçeve olarak ve yöntemsel araç olarak belirlenmesini içeren bir çalışma yapmıştır. Çalışmada RBC+C'nin hem teorik çerçeve olarak kullanabileceğine hem de yöntemsel araç olarak kullanılabileceğine dair iki örnek çalışma verilmiştir. Çalışmada sınıf içindeki soyutlamaları gözlemlemenin zorluğundan bahsedilmiştir. Sınıf içi soyutlamanın gözlemlenmesinde dört perspektifin önemine değinilmiştir: mikro perspektif, boylamsal perspektif, teorik perspektif, yöntemsel perspektif. Çalışma sonucunda her iki araştırmanın da hem sınıf içi gözlemi hem de bireysel gözlemi sağladığı bilgisine ulaşılmıştır. Paylaşılan bilginin (shared knowledge) tanımı yapılmış ve oluşumu incelenmiştir. Paylaşılan bilginin oluşumu incelenirken yöntemsel aracın sınırlılıkları daha fazla açığa çıkmıştır.

2012 yılında Dooley'in yapmış olduğu çalışma, Tüm Sınıf Tartışması Bağlamında Matematiksel Bilgiyi Oluşturma ve Pekiştirmedir. Bu çalışmada Dooley RBC+C'yi kullanarak ilkokul öğrencilerinin matematiksel bilgiyi oluşturma ve pekiştirme süreçlerini incelemeyi amaçlamıştır. Çalışmada araştırmacı çokça bilinen El Sıkışma Problemini içeren bir ders tasarlamıştır. Öğrencilerden bir tanesi karşılaştığı bu yeni problemle bir ay önce tüm sınıfın öğrendiği eski problemlerden biri arasında o anda bağ kurmuştur. Böylelikle eski bir yapı, yeni bir yapı belirirken pekiştirilmiştir. İç içe geçen bu pekiştirme ve oluşturma süreçlerinin doğası bu çalışmada tartışılmıştır.

İkinci alt başlıkta toplanan araştırma sayısı ise 13 tanedir.

2.2.2. RBC+C ile soyutlamanın değişik kavram ve genellemeler üzerinde nasıl uygulandığını gösteren araştırmalar. 2006 yılında Yeşildere'nin yapmış olduğu doktora tezinde 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreçleri incelenmiştir. Matematiksel gücü yüksek ve düşük olan öğrencilerin bilgi oluşturma süreçleri birbiriyle karşılaştırılmış olup, matematiksel olarak onları güçlü yapan yönler tartışılmıştır. Araştırmada nicel ve nitel araştırma yöntemleri birlikte kullanılmıştır. İzmir evreninden tabakalı örnekleme stratejisi ile seçilen 40 okuldan toplam 798 öğrencinin verileri ile öğrencilerin matematiksel güçleri nicel olarak araştırılmıştır. Veri toplama aracı olarak matematiksel güç ölçeği kullanılmıştır. Bilgi oluşturma süreçleri nitel araştırma yöntemi ile incelenmiştir. Bu aşamada bir genellemeye varmaktan çok, süreci oluşturan bileşenlerin derinlemesine analiz edilmesi amaçlanmıştır. Bu nedenden ötürü örnek olay çalışması seçilmiştir. Veri toplama aracı olarak açık uçlu problemler kullanılmıştır. Matematiksel güç ölçeğinden elde edilen veriler, İzmir'de bulunan ilköğretim altı, yedi ve sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel güçlerinin düşük olduğunu göstermektedir. Bu duruma neden olan faktörleri sıralamak gerekirse; öğrencilerin problemlerde verilen bilgilerden hareketle değil öznel görüşlerine dayanarak akıl yürütmeleri, düşüncelerini kanıtlar sunarak ve açıklamalar yaparak ifade edememeleri ve verilenler arasında ilişkilendirme yapmadan çözmeye çalışmaları söylenebilir. Yürütülen çalışmalarda, bilgi oluşturma sırasında düşük matematiksel güce sahip çocukların yavaş ve problemli bir süreçten geçtikleri gözlemlenmiştir. Yüksek matematiksel güce sahip öğrencilerin RBC+C Modelinin basamaklarıyla incelenmiş olan önceden oluşturulan bilgilerini, tanıma, kullanma ve oluşturmada daha başarılı oldukları tespit edilmiştir.

2008' de Altun ve Yılmaz'ın yaptıkları çalışmada Tam Değer Fonksiyonunu içeren üç problem üzerinden gönüllü seçilen iki lise 1. sınıf öğrencisinin soyutlama süreçleri gözlemlenmiştir. Problemler bir bağlamla birlikte öğrenciye sunulmuştur. Bu da bu çalışmanın kendinden önceki çalışmalardan farklı olduğu kısmıdır. Bu çalışmada bağlamla birlikte hazırlanmış problemlerin olmasına dikkat edilmiştir.Öğrencilerin ilk problemde oluşturdukları bilgiyi daha sonraki problemlerde kullandıkları, Parçalı Fonksiyon ve Tam Değer Fonksiyon bilgisini belirli bir seviyede doğru olarak oluşturabildikleri gözlemlenmiştir.

Yeşildere ve Türnüklü'nün (2008) yapmış olduğu çalışmada, farklı matematiksel güce sahip sekizinci sınıf öğrencilerinin bilgi oluşturma süreçlerini incelemek amaçlanmıştır. Matematiksel gücü yüksek ve düşük olan öğrencilerin bilgi oluşturma süreçleri bakımından karşılaştırılmıştır ve öğrencileri matematiksel olarak güçlü yapan yönler tartışılmıştır. Ayrıca bilgi oluşturma sürecini etkileyen matematiksel güç için gerekli olan en önemli becerilerin neler olduğunu ortaya koymak bu çalışmanın hedeflerindendir. Araştırmanın yöntemi örnek olay çalışmasıdır. Çalışmanın veri toplama aracı olarak açık uçlu problemler kullanılmıştır. Elde edilen verilerle, farklı matematiksel güce sahip öğrencilerin matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreçlerinde izledikleri yollar arasında bazı farklılıkların olduğu belirlenmiştir. Ulaşılan veriler aracılığıyla matematiksel güç bileşenlerinin bilgi yapısının oluşumundaki rolü incelenmiş ve matematiksel güç oluşumunda bilgi yapılarının organize edilmesi ile ilgili modeller oluşturulmuştur.

Altun ve Yılmaz'ın 2010 yılında yaptıkları çalışmada, lise öğrencilerinin parçalı fonksiyon bilgisini oluşturma ve pekiştirme süreçleri incelenmiştir. Çalışma gönüllü iki lise öğrencisi ile yürütülmüş olup, öğretimde öğrencilerin ön bilgi ve deneyimlerini kullanmaya imkan verecek şekilde tasarlanmış sıralı beş problem kullanılmıştır. Çalışmada üzerinde durulan nokta ise soyutlamanın yapılıp yapılmadığını gösteren pekiştirme basamağı olmuştur. Çalışmanın sonunda, öğrencilerin diyalektik olarak soyutlamaya ulaştıkları gözlemlense de deneysel soyutlamaya ulaşamadıkları belirlenmiştir.

Altun ve Yılmaz'ın 2011 yılında yapmış oldukları bir diğer çalışma ise lise öğrencilerinin parçalı fonksiyon üzerine işaret fonksiyonu bilgisini oluşturma sürecini inceleyen çalışmadır. Bu çalışmada soyutlamayı gözlemek amacıyla hazırlanmış sıralı üç problem kullanılmıştır. Çalışma için iki gönüllü başarı düzeyi yüksek 9. sınıf öğrencisi seçilmiştir. Öğrencilerin ilk problemde oluşturdukları bilgiyi sonraki problemde kullandıkları parçalı fonksiyon ve işaret fonksiyonu kavramlarını belirli bir düzeyde doğru olarak oluşturdukları gözlemlenmiştir. Çalışmada ayrıca gerçek durum problemlerinin kullanılmasının öğretime olan büyük katkısı ortaya konmuştur.

2011 yılında Çelebioğlu ve Altun'un yaptıkları çalışma 4. sınıf öğrencilerinin virgüllü bölme işlemine ihtiyaç duyması ve bunun sonucunda bu bilginin oluşmasını incelemeyi amaçlamıştır. Çalışma gönüllü bir 4. sınıf öğrencisiyle yürütülmüştür. Soyutlama sürecini incelemeye imkân veren iki problem üzerinde uygulama yapılmıştır. Bulgular RBC modeliyle incelenmiştir. RBC modelinin tüm basamaklarına öğrencilerin ulaşabildikleri gözlemlenmiştir. Bu çalışma ile gerçek ama rutin olmayan problemlerin matematiksel bilgiyi oluşturmada daha etkili oldukları belirlenmiştir. Soyutlama süreçlerini gözlemleme açısından, öğrencilerin sınıf ortamında incelenmesi yerine bireysel olarak incelenmesinin daha uygun olduğu kanısına varılmıştır.

2012 yılında yapılan bir çalışma da matematiksel başarı düzeyleri farklı iki altıncı sınıf öğrencisinin koordinat sistemini soyutlamaları üzerine örnek bir olay çalışmasıdır (Memnun & Altun, 2012). Bu çalışmanın amacı öğrencilerin iki problem aracılığıyla koordinat sistemi kavramını soyutlama süreçlerini incelemektir. Verilerin analizi sürecinde çalışma kağıtları ve video kaydı incelenmiştir. İncelemeler sonucunda öğrencilerin koordinat sistemi için gerekli olan yatay ve dikey eksen bilgisini oluşturmakla birlikte tanıyıp kullanmada zorlukları olduğu görülmüştür. Bunun için yeni uygulamalara ihtiyaç duyulduğu belirtilmiştir.

2012 yılında Altun ve Memnun'un yaptığı çalışma Doğrusal Denklemlerin Soyutlanmasının RBC+C modeliyle incelenmesini içeren bir durum çalışmasıdır. Çalışmada iki başarılı 6. sınıf öğrencisinin doğrusal denklem kavramını soyutlama süreçleri RBC+C modeliyle incelenmiştir. Çalışmada elde edilen bulgular RBC+C modelinin her basamağına göre analiz edilmiştir. Öğrencilerin kavramı soyutladıkları tespit edilmiştir.

Durmaz ve Altun'un 2013 yılında yaptıkları çalışma Doğrusal İlişki Bilgisini Oluşturma Süreci Üzerine bir durum çalışmasıdır. Bu çalışma, gönüllü bir 6. sınıf öğrencisinin doğrusal ilişki kavramını soyutlama süreçlerini incelemek amacıyla yapılmıştır. Çalışma, doğrusal ilişki kavramını soyutlamaya yardımcı olacak şekilde hazırlanmış iki etkinlik üzerinden yapılmıştır. Etkinliklerin analizinde RBC modeli kullanılmıştır. Çalışmada gerçek ve sıra dışı problemlerin matematiksel bilgiyi oluşturmada oldukça etkili olduğu sonucuna varılmıştır.

Katrancı ve Altun'un 2013 yılında yapmış oldukları çalışmada, lise öğrencilerinin mutlak değer fonksiyonunu soyutlama süreçlerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Bu çalışmada bir lise öğrencisine yönlendirilmiş üç problemle mutlak değer kavramını oluşturup oluşturmadığı gözlemlenmiştir. Öğrencinin ikinci problemde birinci problemdeki matematiksel bilgiyi kullanarak kavramı başarılı bir şekilde oluşturduğu RBC modeliyle belirlenmiştir.

Katrancı ve Altun'un 2013 yılında yapmış oldukları diğer bir çalışma ise ortaokul öğrencilerinin olasılık kavramını soyutlama süreçlerini incelemektedir. Bu çalışmada başarı düzeyi yüksek iki öğrencinin ön bilgilerini kullanmalarına imkân veren dört etkinlik/problem tasarlanmış ve kullanılmıştır. Süreci inceleme ve soyutlamayı açıklama, RBC+C modeliyle yapılmıştır. Öğrencilerin önceden oluşturdukları bilgiyi kullandıkları ve olasılık bilgisini oluşturup pekiştirdikleri gözlemlenmiştir. Ayrıca çalışma etkinlik tabanlı öğretimin bilginin yapılandırılmasına olan katkısını ortaya koymuştur.

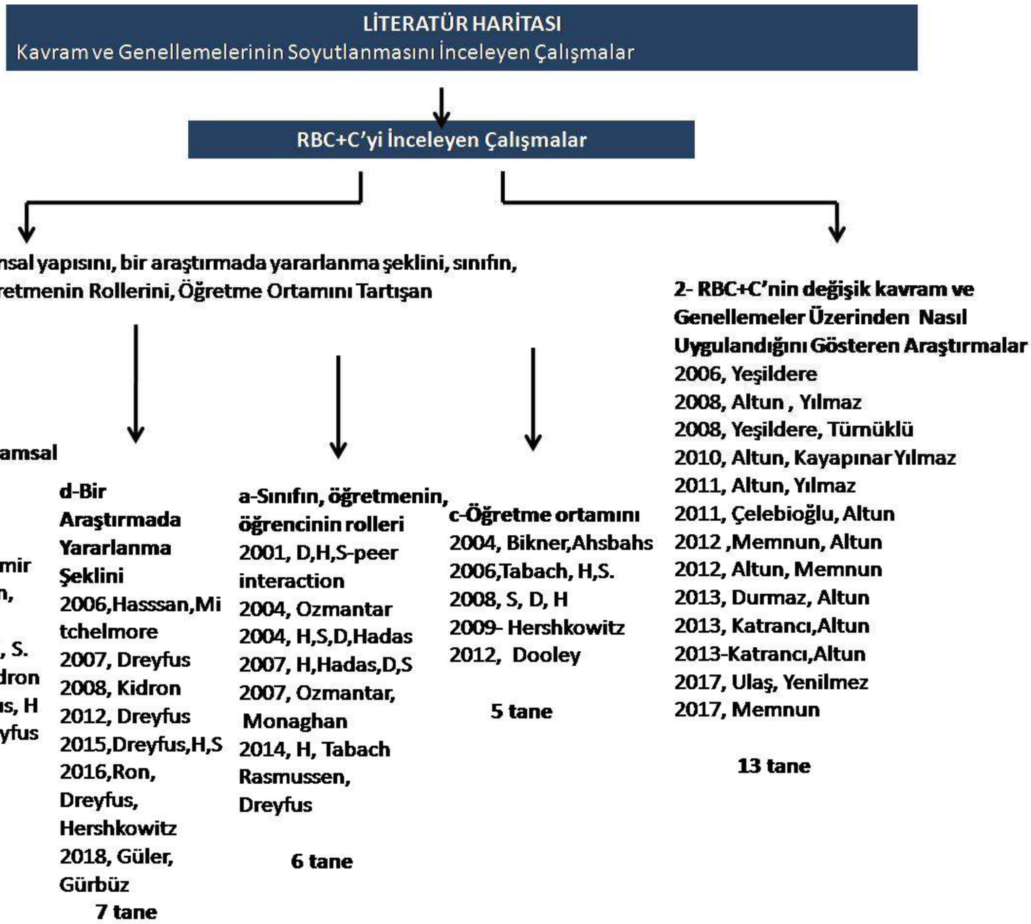
Türkiye'de son yıllarda yapılan bir diğer çalışma ise Memnun ve arkadaşlarının yapmış olduğu Limit bilgisinin Soyutlama Süreci çalışmasıdır (Memnun vd, 2017). İki gönüllü öğrencinin katılımıyla yapılan çalışmada araştırmacılar, öğrencilerin geçmiş bilgilerini kullanmayı, matematiksel düşünme düzeylerini anlamayı, soyutlama süreçlerini incelemeyi ve sonunda yeni yapıyı oluşturmalarını mümkün kılan üç problem tasarlamışlardır. Bu problemler uygulamada kullanılmıştır ve çalışmada video kaydı yapılmıştır. Yarı yapılandırılmış görüşme ve gözlem bilgisi toplama yöntemleri kullanılmıştır. Araştırmanın bulguları video kaydı yazılı forma çevrilerek ve bu yazılı bulgular RBC+C'in bilişsel eylemlerine göre gruplara ayrılarak incelenmiştir. Öğrencilerin eski bilgileri olan dizi, fonksiyon ve sonsuz kavramlarını tanıma ve kullanmada başarılı olmuşlar, böylelikle limit konusunu oluşturmuşlardır.

Ulaş ve Yenilmez, 2017 yılında yaptıkları çalışma ile 8. sınıf öğrencilerinin özdeşlik kavramını soyutlama süreçlerini incelemişlerdir. Çalışma, üç farklı başarı düzeyindeki üçer kişilik öğrenci grupları üzerinde uzman görüşü alınarak hazırlanmış olan üç farklı etkinlikle uygulanmıştır ve nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması ile gerçekleştirilmiştir. Çalışmadan elde edilen verilerin betimsel analizi yapılmıştır. Çalışmada RBC+C modeli analitik araç olarak kullanılmış olup, öğrencilerin tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme eylemlerine göre incelenmiştir. Başarı düzeyi düşük ve orta öğrencilerin tam kare özdeşliğini oluşturamadığı gözlemlenmiştir. $(x-y)^2$ özdeşliğinde iyi ve orta düzey öğrenciler kullanma basamağına ulaşmışlardır. İki kare farkı özdeşliği kavramını tüm öğrenciler oluşturmuşlardır. Matematik başarı düzeyi yüksek öğrencilerin diğerlerine göre tüm kavramları içselleştirip oluşturdukları gözlemlenmiştir.

Literatür taraması yapıldığında RBC+C modelini içeren 39 adet makale ve akademik yazına Bursa Uludağ Üniversitesi'nin online kaynaklarından ulaşılmıştır. Ebscohost ve Jstor veri tabanları kullanılarak yapılan literatür taramasının sonucunda bu 39 çalışmanın düzenlenmesiyle oluşturulan sınıflama aşağıda Şekil 2'de açık bir şekilde görülmektedir (Şekil 2).

Şekil 2

Literatür Haritası



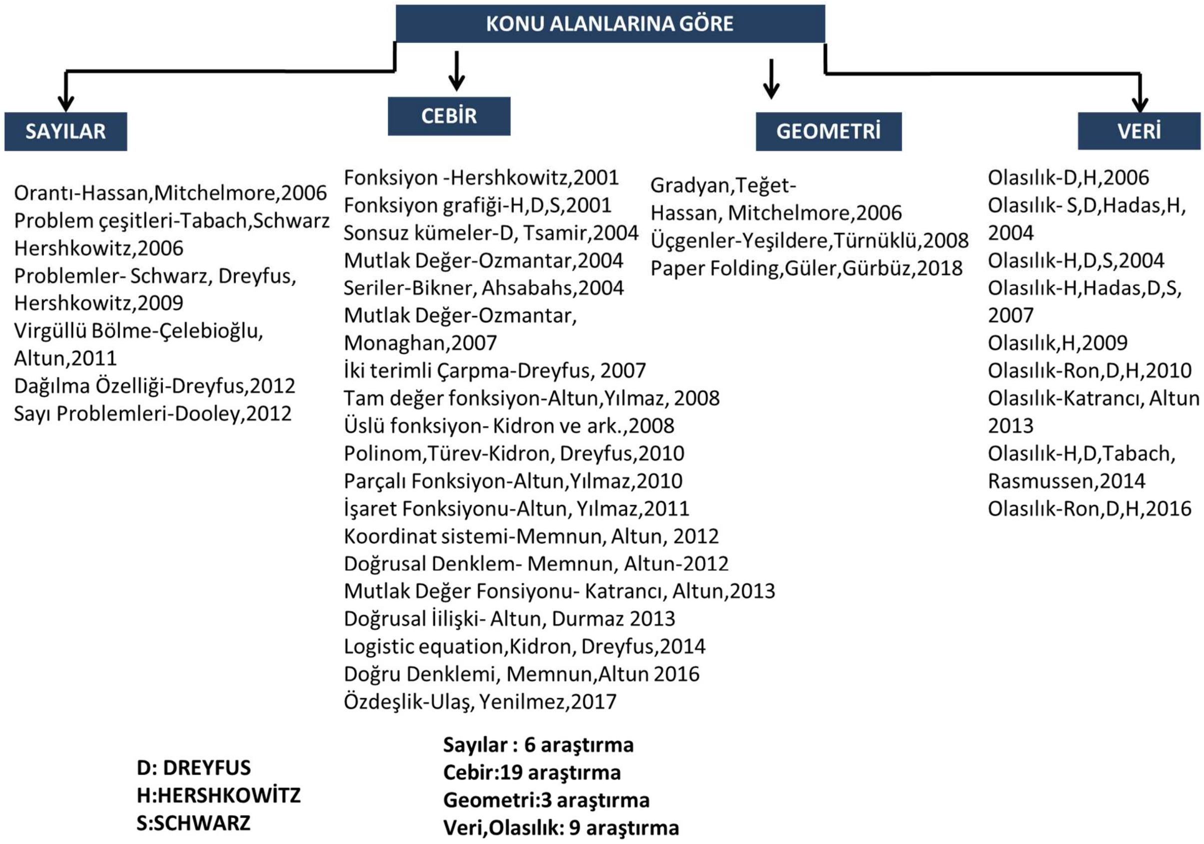
Literatür taramasının ilk kategorisinde bulunan 26 çalışmanın alt kategorileri şu şekilde belirlenmiştir: Çalışmalardan 8 tanesi RBC+C'nin kavramsal yapısını incelemektedir. Çalışmalardan 7 tanesi bir araştırmada RBC+C'den yararlanma şeklini içermektedir. Öğretmenin ve öğrencinin rollerini inceleyen 6 tane araştırma bulunmaktadır. Son alt kategori olarak da öğretme ortamını inceleyen 5 tane araştırma vardır.

Literatür taramasının ikinci kategorisinde ise 13 çalışma bulunmaktadır. Bu çalışmaların hepsi yurtiçinde yapılan çalışmalardan oluşmaktadır. Yurtiçinde yapılan çalışmalar, kavram ve genellemelerin nasıl soyutlandığını incelemek üzere RBC+C'nin kullanıldığı çalışmalardır.

Literatür taramasının matematik konularına göre dağılımı yapılırsa toplamda 39 tane çalışmadan 6 tanesi sayılar konusunu, 19 tanesi cebir konularını, 3 tanesi geometri konularını, 9 tanesi ise veri ve olasılık konularını içermektedir. Şekil 3'te bu dağılım yer almaktadır. Dağılımdan da görüldüğü üzere soyutlama sürecini gözlemlemenin rahat olacağı cebir konuları üzerine daha yoğun çalışıldığı anlaşılmaktadır.

Şekil 3

Literatür Taramasının Matematik Konu Alanlarına Göre Dağılımı



Bu literatür çalışmasından anlaşılacağı üzere literatürde cebirsel kavramların soyutlanmasını sınıf ortamında incelemek amacıyla bir öğretim tasarımı hazırlanmasına rastlanılmamıştır. Bu durumu Şekil 2' deki literatür haritasındaki kateogorilere bakarak dile getirmek gerekirse; ilk kategori olan RBC+C' nin kavramsal yapısını, sınıf içinde öğrencinin, öğretmenin rollerini, öğretme ortamını, bir araştırmada yararlanma şeklini inceleyen çalışmalar kategorisinde yurt içinde yapılmış bir araştırmaya rastlanmamıştır. Birinci kategoriye ait yurt dışında yapılmış olan çalışmaların büyük çoğunluğu modeli geliştirmek, modele ait eksikleri gidermek üzerine yapılmış çalışmalardır. Bu çalışmalarda genellikle nitel araştırma deseni kullanılmıştır. Buradan nicel desen kullanılarak yeni çalışmalar yapılabilceği sonucu ortaya çıkmaktadır.

Aynı şeklide sınıf ortamında soyutlama süreçlerini incelemenin zorluğundan bahseden çalışmalara yukarıda değinilmiştir fakat öğrenme çoğunlukla sınıfta gerçekleştiğinden soyutlamanın da o aşamada olması beklenir (Dreyfus, 2015). Sınıf ortamında soyutlama süreci analizinin güçlüğünü belirten çalışmaların aksine bunun yapılabilirliğini ortaya koymak için, sınıf içi çalışmalara ağırlık vermek alana yenilik getirerek eksiklikleri gidermeye yardımcı olacaktır. Burada Dreyfus'un bu konuyla ilgili düşüncesini direk aktarmakta fayda var: "Paylaşılan bilginin sınıf içinde oluştuğu ve pekiştiği bilindiğinden, sınıf içi soyutlamayı gözlemlemek zor olsa da bir sürü farklı değişkenle baş etmek güç olsa da bununla başa çıkmak gerekmektedir, buna uygun çalışmalara ihtiyaç duyulmaktadır, çünkü soyutlama sınıf içinde gerçekleşmektedir". Bundan dolayı soyutlamanın sınıf içinde nasıl gerçekleştiğini incelemek, bununla ilgili bir öğretim tasarımı hazırlamak, literatürdeki boşluğu doldurma adına katkı sağlayacaktır.

Aynı zamanda sınıf ortamındaki soyutlama sürecinde her zaman tam bir soyutlamaya ulaşılamadığından bazen Kısmi Doğru Yapılar (PaCC) 'a ulaşılmaktadır (Ron, Dreyfus, 2010). Son yıllarda bu alanda yapılan çalışmalarda, bilginin oluşumunda Kısmi Doğru Yapıların özelliğinden bahsedilmektedir. Kısmi doğru yapılar (PaCC), yanlış bilgi üzerine inşa edilen doğru cevaplar ve büyük oranda doğru bilgi üzerine bina edilen yanlış cevaplar için açıklayıcı araçlardır. Bu durum bilginin oluşumunun kısmi olacağı yargısına varılmasına yol açmıştır.

Türkiye'de ise halihazırda bu konuyla ilgi yapılmış bir araştırma bulunmamaktadır. Bu tez çalışmasında da bu konuyla ilgili erişilen bulgular da paylaşılacaktır.

Bu tez çalışmasının başında, yapılan literatür taraması aracılığıyla boşluklar belirlenmiş, sınıf içi soyutlamayı yerinde gözlemlemek, bunu sınıf içinde yapmanın güçlüklerini ve kolaylıklarını ortaya koymak adına Yapılandırmacı kuramı ve GME'yi esas alan bir öğretim tasarımı hazırlanmıştır. İki yıl süren tasarımın uygulanmasının ardından öğrencilerin geldikleri noktayı derinlemesine analiz için nitel bir çalışma ile tezin uygulamasına son şekli verilmiştir. Çalışmanın her aşamasında öğrencilerin sınıf içi soyutlama süreçlerini analiz etmek için RBC+C modelinden yararlanılmıştır.

3. Bölüm

Yöntem

Bu bölüm araştırmanın modeli, çalışma grubu, veri toplama araçları, veri toplama süreci veri analizi ve araştırmacının rolü kısımlarından oluşmaktadır.

3.1. Araştırmanın Modeli

Soyutlama becerilerini ölçmek için yurt dışı ve yurt içindeki yapılan çalışmalara bakıldığında yapılan çalışmaların da çoğunluğu bireysel çalışma şeklinde kaldığından bu zorluğu aşabilmek adına sınıf içinde öğretim tasarımı yaparak sınıf içi soyutlama sürecini inceleyen çalışmalara ihtiyaç duyulduğu vurgusuna ulaşılmıştır (Cobb, 2001; Dreyfus, 2015; Hershkowitz, Hadas, Dreyfus & Schwarz, 2007; Memnun, 2017; Ulaş & Yenilmez, 2017; Yeşildere, 2006; Yeşildere & Türnüklü, 2008). Bu noktadan hareketle yapılan yurt içi literatür taramasında öğrencilerin sınıf içi soyutlamalarını gözlemlemeye yönelik yapılmış öğretim tasarımlarına rastlanılmamıştır. Öğrenciler için bilgi oluşturmanın merkezi sınıf ortamı ve sınıf ortamının soyutlama yapmanın merkezi olduğu düşünüldüğünde öğrencilerin sınıf içi soyutlamalarını gözlemlemek için bir öğretim tasarımına ihtiyaç duyulmuştur. Bu tasarımı gerçekleştirmek için tasarım tabanlı araştırma modeli kullanılmıştır.

Bu araştırma tasarlanan öğrenme ortamı yardımıyla öğrencilerin soyutlama becerilerini ölçmek amacıyla nicel ve nitel araştırma yöntemlerinin kullanıldığı bir karma yöntem araştırması olarak desenlenmiştir. Karma yöntem, bir araştırmada nitel ve nicel verilerin toplanmasına, analiz edilmesine ve harmanlanmasına odaklanarak, her iki yaklaşımın sınırlılıklarını minimuma indirgemektedir (Creswell & Clark, 2014). Araştırmada nicel ve nitel veriler kullanılmış olup, elde edilen verilerin daha iyi anlaşılması hedeflendiğinden karma yöntem seçilmiştir. Karma yöntem araştırmaları nicel ve nitel yaklaşımların bir arada kullanıldığı araştırmalar olduğundan tek yöntemli araştırmalara göre daha üstün olup, araştırmacının daha güçlü veriler toplamasına yardımcı olur (Ivankova & Kawamura, 2010; Silverman 2010).

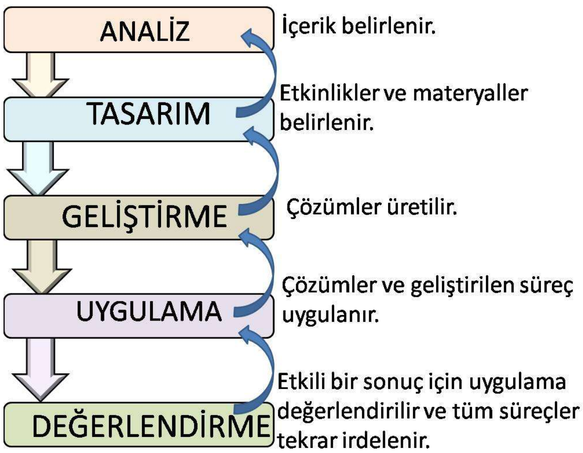
Creswell (2012), karma yöntemin altı farklı çeşidi olduğunu belirtmiştir. Bunlar, yakınsayan paralel karma yöntem deseni, açımlayıcı sıralı karma yöntem deseni, keşfedici sıralı karma yöntem deseni, iç içe karma yöntem deseni, dönüştürücü karma yöntem deseni ve çok aşamalı karma yöntem desenidir. Bu tez çalışması ise açımlayıcı sıralı karma yöntem desenine sahiptir. Çünkü tez çalışması birinci ve ikinci aşamasında nicel kısımla başlamış, üçüncü aşamada nitel veriler toplanarak analiz edilmiştir. Nicelden nitele doğru sırayla çalışma yapıldığı için açımlayıcı sıralı karma yöntem desenine uygundur.

Altıncı ve yedinci sınıf düzeyini kapsayan bu boylamsal çalışmada her iki sınıf düzeyinde de önce nicel veriler toplanarak başlanmış, 7. sınıf düzeyinin son ayında ise bu nicel verilerden yola çıkılarak nitel veriler toplanmıştır. Çalışma 6. ve 7. sınıf düzeyinde nicel olarak başlamış, daha sonra 7. sınıfın ikinci döneminde nitel olarak devam etmiştir. Bu nedenle araştırmanın yöntemi karma bir yapıya sahiptir. Araştırmanın nicel bölümü, tasarım tabanlı araştırma yöntemiyle yürütülmüştür. Araştırmanın nitel bölümü ise, bir durum çalışmasını içermektedir. Tasarım tabanlı araştırmalarda karma yöntem de kullanılabilmektedir, ayrıca bu çeşit araştırmalar nicel ve nitel kısımlardan da oluşabilmektedir. Hung, Smith, Harris ve Lockard'ın 2010 yılında yapmış oldukları çalışma hem nicel hem de nitel tekniklerin kullanılması açısından örnek gösterilebilir (Şengel, 2013).

Altıncı ve yedinci sınıftaki öğretim tasarım modeli hazırlanırken ADDIE Tasarım modeli temel alınmıştır. ADDIE Modeli, eğitimde Analiz, Tasarım, Geliştirme, Uygulama ve Değerlendirme basamaklarını içeren bir tasarım modelidir. ADDIE tasarım modeli, öğretime ait bir materyalin planlanmasından oluşturulmasına, uygulanmasına, son olarak değerlendirilmesine kadar, içerisine aynı zamanda öğrenen kişiyi, öğreteni ve hatta dış etkenleri de alan bir öğretim tasarımı modelidir. ADDIE ismi modelin içerdiği basamakların İngilizce baş harflerinin bir araya gelmesiyle oluşmaktadır. Bu basamaklarda yazılan raporlar, uygulanan sınavlar ve söyleşiler tasarlanacak olan dersin güvenilir veriler üzerine inşa edilmesini sağlamakla birlikte; tasarımcıya bir kaynak oluşturmaktadır. Buna bağlı olarak araştırmacı bu basamakları içeren bir tasarım modeli planlamıştır. ADDIE öğretim tasarım modeli Şekil 4'te yer almaktadır.

Şekil 4

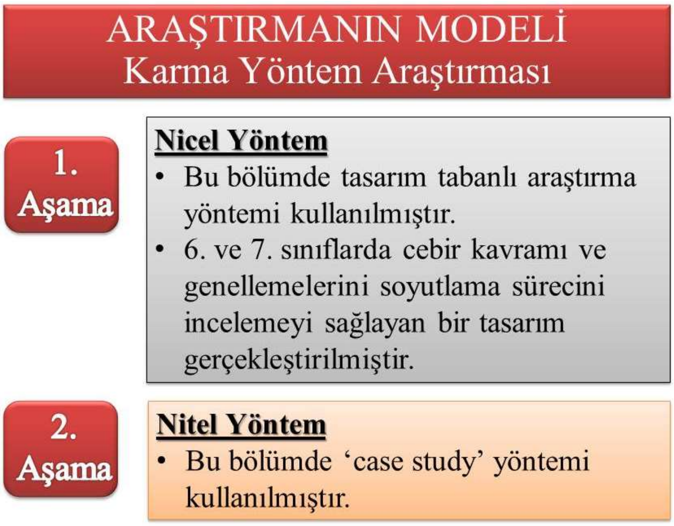
ADDIE Öğretim Tasarımı Modeli



Bu araştırmada tasarlanan öğretim modeli için Şekil 4'teki sıralamaya uygun olarak önce tasarlanacak içerik belirlenmiştir. Araştırmacının öğretmenlik deneyimi sırasında karşılaştığı önemli bir sorun cebir kavramlarıyla ilk defa tanışan öğrencilerin bu kavramları soyutlamadaki güçlükleridir. Bundan dolayı ortaokul eğitimi boyunca soyutlanması güç olan konuların en önemlilerinden olan cebirsel kavramlar konusu belirlenerek buna uygun tasarım hazırlanmıştır (Dede & Argün, 2003). Kavramların soyutlanmasına uygun etkinlikler ve materyaller hazırlanmıştır (Ek 5-6). Hazırlanan bu tasarım uzman görüşüne sunulmuş gerekli düzeltmeler yapılıp geliştirme sağlanmıştır ve bu sınıf ortamında önce pilot çalışma olarak uygulanmıştır. Pilot uygulamada tasarımla ilgili karşılaşılan sıkıntılar giderilmiştir. Daha sonra ise ana çalışma olarak sınıf ortamında uygulanmıştır. Çalışmanın nicel kısmında tasarım tabanlı araştırma yöntemi kullanılmıştır. Tasarım tabanlı araştırmanın ne olduğu, nasıl ortaya çıktığı ve hangi durumlarda kullanıldığı ile ilgili bilgiler bir sonraki başlıkta açıklanacaktır. Araştırmanın modeli Şekil 5'te yer almaktadır.

Şekil 5

Araştırmanın Modeli



3.1.1. Tasarım Tabanlı Araştırma. Tasarım insan hayatında önemli bir yere sahiptir. İnsanlar günlük hayatta yapılan her işte farkında olmadan tasarımlar yapar. Tasarım, "zihinde canlandırılan biçim, tasarı, çizim veya daha önce algılanmış bir nesne veya olayın bilinçte sonradan ortaya çıkan kopyası" (TDK, 2005)'dır.

Tasarım tabanlı araştırma ise bir araştırma süresince bir ürünün ortaya çıkması için izlenen yol, yapılan testler, bu testlere göre ürünün iyileştirme sürecidir (Çakır, 2013). Tasarım tabanlı araştırmaların temeli 100 yıl önce başlayan çalışmalara dayanmaktadır. Dewey'in 1896 yılında Chicago Üniversitesi laboratuvarında yapmış olduğu öğretime ilişkin bir araştırma modeli, tasarım tabanlı araştırmanın temellerini atmıştır (Bell, Hoadley & Linn, 2004). Tasarım araştırmasının hedefi hem kuramı hem de uygulamayı iyileştirmek olmalıdır (Collins, Joseph &

Bielaczyc, 2004). Kelly (2004)'e göre tasarım tabanlı araştırma; keşfetme, açımlama, doğrulama ve yayma gibi bilimsel süreçler ile araştırmacının öğretme-öğrenme etkinliklerine aktif katılımının olduğu bir yöntemdir.

Bu tez çalışmasında ortaokul öğretim programında öğrencilerin soyutlamada güçlük çektiği konular olan cebirsel ifadeler, örüntüler, denklem ve eşitlik, doğrusal denklemler, doğrusal denklemlerin grafiği kavram ve genellemelerini öğretmeye yardımcı bir öğretim tasarımı hazırlanmıştır. Bu öğretim tasarımı hazırlanırken tasarım tabanlı araştırma yönteminden yararlanılmıştır.

Schwarz ve diğerleri (2009) vurguladıkları üzere soyutlama üzerine odaklanan tasarım tabanlı araştırmanın bir programını başlattıklarını belirtmektedirler. Bu program; bir konu ve bu konuya ait tasarım yönergesi seçimi, bir dizi etkinlik geliştirme ve bunları sınıf içinde uygulama, bu tasarım tarafından desteklenen öğrencilerin soyutlama süreçleri ile ilgili sistematik bir araştırma ve sonuç olarak da bu araştırmaya dayanan tasarımın yansıması ve gelişmesi süreçlerini içermektedir. Artan sayıdaki bu çalışmalar, devamlı olarak konudan bağımsız ve özel tasarım yönergeleri betimlemektedir (Schwarz ve diğerleri, 2009). Dreyfus ve diğerleri (2009), *oluşturma* ve *pekiştirme* aşamalarını öğrenme süreçlerinin farklı çeşitlerine bağlamaktadırlar: eğer *oluşturma* uygun bir tasarımla desteklenmezse lokal ve kısa ömürlü olur. Onların da belirttiği üzere oluşturma ve pekiştirmenin sağlanabilmesi için uygun bir tasarıma ve tasarım tabanlı araştırmaya ihtiyaç vardır. Yani soyutlamalar sınıf ortamında gerçekleştiğinden, belirlenmiş bir zaman aralığı boyunca tasarım süreçleri, oluşturmalar, pekiştirmeler ve daha ileri pekiştirmeler arasında, aynı şekilde bireysel ya da bir grup içinde, öğretmenli ya da öğretmen desteksiz ortamlarda matematiksel soyutlamayı daha iyi anlayabilmek adına daha çok bağlantılar kurmaları gerektiğini belirtmişlerdir. Aynı zamanda epistemik eylemlerin de bu girişimde bulunabilmek adına aracı olduğunu ifade etmişlerdir (Hershkowitz ve diğerleri, 2009).

Tasarım tabanlı araştırma uygulama sırasında, karşılaşılan durumlara göre uygulamada değişiklik yapmaya müsaade ettiğinden bu tez çalışmasında model olarak kullanılmak için uygun görülmüştür.

3.1.2. Araştırmanın Tasarım Aşaması. Tez çalışmasının nicel kısmında yürütülen tasarım tabanlı araştırmanın tasarım aşaması, aşağıdaki sıraya göre yapılmıştır:

1. Tasarım yapılması planlanan ortaokul cebirsel kavram ve genellemelerinin soyutlanmasını incelemek için kullanılacak olan RBC+C modeline ilişkin alanyazın araştırması,
2. Ortaokul cebir kavram ve genellemelerinin kavramsal analizinin yapılması,
3. Cebir kavram ve genellemelerinin öğretiminin yapıldığı 6. ve 7. sınıflarda ders içi gözlemlerin yapılması ve bunlarla ilgili notların alınması,
4. Altıncı ve yedinci sınıf öğrencilerinin cebir kavram ve genellemelerini yapılandırmacı kurama ve GME'ye uygun olarak öğretimini sağlayan bir öğretim tasarımı planlanması,
5. Matematik öğretmenleri ve alandaki akademik uzmanlar ile cebir kavram ve genellemelerinin soyutlanma süreçlerine yönelik görüşmelerin yapılması, tasarımla ilgili görüşlerine başvurulması,
6. Yapılan çalışmalar doğrultusunda tasarım üzerinde gerekli düzeltmelerin yapılması, uzman görüşüne bağlı olarak etkinlikler üzerinde revizyona gidilmesi,
7. Öğretim tasarımının pilot uygulamasının yapılması ve bu doğrultuda gerekli revizyonların yapılması süreçleri yürütülmüştür.

İlk olarak alanyazın araştırması yapılmış olup soyutlamayı gözlemlemek için en uygun modellerin neler olduğu belirlenmiştir. Bu modellerden RBC+C'nin matematik eğitiminde soyutlamayı gözlemlemek için en uygun modellerden biri olduğu belirlenmiştir (Hershkowitz ve diğerleri, 2001). Fakat sınıf içi gözlem yaparken kullanılmasına dair çok araştırma yapılmadığı fark edilmiştir. Buna bağlı olarak RBC+C modelinin nasıl ortaya çıktığı, nasıl kullanıldığı, bağlamdan soyutlamanın ne olduğu, matematik eğitiminde bu her iki modelin de kullanıldığı kavram ve genellemeler, bireysel ya da grup çalışmalarında soyutlamayı gözlemleme ile ilgili kullanım sıklığı, soyutlama yapılırken öğretmenin rolü şeklinde birkaç alt başlık ile yapılmıştır. Toplam 39 makale literatür taramasının anlatıldığı bölümde açıklandığı üzere çeşitli alt başlıklar altında bir literatür haritası oluşturularak açıklanmıştır.

Tez çalışmasında amaç, ortaokul cebir kavram ve genellemeleri aracılığıyla öğrencilerin soyutlama becerilerini sınıf içinde gözlemlemeye yardımcı olan bir öğretim tasarımı hazırlamak olduğundan, cebir kavram ve genellemelerinin ilişkili olduğu kavramları belirlemek, bu kavram ve genellemelerin öğretiminde önemli olan kısımların ne olduğunu bulmak, kavramsal analiz yapma ihtiyacı doğurmuştur. Alanyazın araştırmasını kullanarak cebirsel kavram ve genellemelere ilişkin kavramsal analiz sonucunda soyutlama becerilerini belirleyen aşağıdaki bulgulara ulaşılmıştır:

- Ortaokul cebirsel ifadeler konusunun örüntüler konusundan sonra gelmesi, dolayısıyla harfli ifadelerle cebirsel ifadelerden önce öğrencilerin tanışması,
- Örüntünün kuralını bulmak için bilinmeyenden yararlanılması,
- Bilinmeyen, değişken, harfli ifade kavramının ortak özellik kullanarak ifade edilmesi,
- Cebirsel ifadelerde toplama ve çıkarma yapılırken benzer terim kavramından yararlanılması,
- Cebirsel ifadelerde çarpma ve bölme yaparken parantezin içindeki değerlerin parantezin önündeki değerle çarpılması ve ikili terimlerin çarpımları yapılırken

sadece ilk ve son terimlerin değil, her terimin diğer parantezdeki her iki terimle de ayrı ayrı çarpıp toplanması,

- Herhangi bir sayısal değer verilmediğinde cebirsel ifade kullanmaya ihtiyaç duyulması,
- Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurma,
- Denklem kurmada eşitliğin sağ tarafının sol tarafına eşit olması,
- Denklem çözmede denklemin sağ ve solundan eşit eksiltme, eşit arttırma yapılması,
- Değişkenler arası ilişkinin tabloyla gösterilmesi,
- Değişkenler arası ilişkinin grafikle gösterilmesi,
- Denklem kavramından yola çıkarak doğrusal denklem kavramına ulaşılması,
- Denklemde değişkenlerden birini sıfır yapan değerin denklemin ekseni kesen noktasının olduğu, örneğin y=x+4 denkleminde x=0 olduğunda y=4'tür ve bu doğrusal denklemin grafiği (0, 4) noktasında y eksenini keser,
- Orijinden geçen doğrunun denkleminde sabit terimin olmadığı,
- Eksenlere paralel doğrunun denkleminin sadece x ya da sadece y ile ifade edilip, bunun da bir sayıya eşit olması, örneğin y=4 denklemi gibi.

Yukarıda ifade edilen maddeler, alanyazın araştırması dahilinde cebirsel kavram ve genellemelerinin öğretiminde üzerinde durulan temel noktalardır.

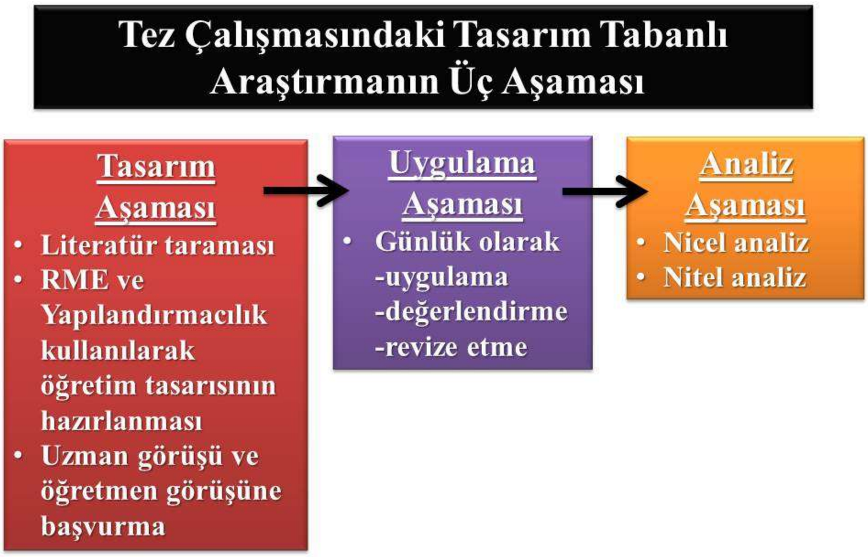
Araştırmacıyı bu tasarımı yapmaya iten en önemli sebeplerden biri, kendi öğretmenlik deneyiminde karşılaşmış olduğu, öğrencilerin yaşadıkları soyutlama güçlükleridir. Araştırmacı, ortaokulda aritmetik işlemlerden sonra cebir kavram ve genellemeleriyle ilk defa karşılaşan öğrencilerin bunları soyutlamada yaşadıkları sorunları, kısmi soyutlama elde etmeleri, değişken kavramını soyutlayamamaları, denklem çözmede, denklem kurmada zorluk yaşamaları gibi durumları not etmiştir. Kendi derslerindeki deneyimleri ve iki öğretmen arkadaşının derslerini gözlemleyerek elde ettiği notlar aracılığıyla cebir kavram ve genellemelerinin soyutlanmasına ait farklı yöntemlerden yola çıkarak hazırlayacağı tasarıma yön vermiştir.

Bu tasarımı hazırlamadan önce etrafındaki deneyimli öğretmenlere bu konu üzerine karşılaştıkları durumları belirtmeleri için çeşitli görüşmeler yapmıştır. Kendileri de yüksek lisans eğitimi almış, 13 ve 14 yıllık iki ortaokul matematik öğretmenine cebir kavram ve genellemelerinin öğretimine ilişkin fikirleri sorulmuş, izledikleri yollar hakkında görüşlerine başvurulmuştur. Öğrencilerin, soyutlamayı sınıf ortamında gerçekleştirip gerçekleştiremediklerini gözlemlemenin zor olduğu, fikri danışılan iki öğretmenin genel kanısıdır. Öğrencilerin hangi kavramları daha rahat öğrendikleri, hangilerinde sıkıntı yaşadıklarını belirten öğretmenlerin katkısıyla tasarım hazırlanırken o noktalara daha fazla ağırlık verilmesi uygun görülmüştür. GME ve yapılandırmacı kuramı esas alan etkinlikler tasarlanarak, öğretim tasarımı hazırlanmıştır. Tasarımın taslak hali yine bu iki öğretmenle paylaşılmış ve görüşlerine sunulmuştur. Öğretmenlerin taslakla ilgili fikirleri olumlu yönde olmuştur.

Son olarak taslağın son halini danışmak amacıyla, matematik eğitimi alanında uzman görüşüne de başvurulmuştur. Bu aşamada uzman görüşüne bağlı olarak bazı değişiklikler yapılmış, eklenmesi veya çıkarılması uygun görülen etkinliklerle ilgili revizeye gidilmiştir. Bu aşamadan sonra tasarıma nihai şekli verilmiş ve pilot uygulamaya hazır hale gelmiştir. Yukarıda her bir aşaması ayrıntılı olarak anlatılan tasarım tabanlı araştırmanın üç aşamasına ait şablon aşağıda Şekil 6'da ye almaktadır.

Şekil 6

Tasarım Tabanlı Araştırmanın Aşamaları



3.2. Araştırmanın Çalışma Grubu ve Pilot Uygulama Süreci

Belli kurallara göre evrenden seçilen, evrenin özelliklerini taşıyan ve evreni temsil ettiği kabul edilen bu küçük gruplara çalışma grubu denir (Karasar, 1995, s.119). Yapılan istatistiksel analizlerde normallik ve homojenlik gibi koşulların karşılanabilmesi için genel olarak veri sayısının 30'un üzerinde olması gerekmektedir (Baykul, 1999).

Bu noktadan hareketle Bursa ili Setbaşı Ortaokulu 6. sınıflarından seçilen 6I ve 6İ sınıflarıyla yansız olarak biri deney diğeri kontrol grubu olmak üzere çalışma grubu oluşturulmuştur. Deney grubu 6I sınıfı olup 34 kişi ve kontrol grubu 6İ sınıfı olup 35 öğrenciden oluşmaktadır. Aşağıda Tablo 1'de çalışma grubunun dağılımı verilmiştir.

Tablo 1

6. Sınıf Çalışma Grubu Dağılımı

Gruplar	**Yöntem**	**Öğrenci sayısı**
Deney Grubu 6. sınıf	Etkinliklerle öğretim	34
Kontrol Grubu 6. sınıf	MEB Ders kitabı	35

Cebir konusuna giriş Milli Eğitim Bakanlığı'nın hazırlamış olduğu müfredatta ilk defa 6. sınıfta yapıldığından çalışma 6. sınıflarda uygulanmaya başlanmıştır. Çalışmaya başlanmadan önce aynı okuldan seçilen bir başka 6. sınıf ile uygulamanın pilot çalışması yapılıp karşılaşılan sorunlar revize edilip ana uygulamaya geçilmiştir. Pilot çalışma için aynı okuldan bir başka 6. sınıf olan 6-G sınıfı rasgele seçilmiştir. Bu sınıfta hazırlanan etkinlikler tezin uygulamasından iki ay önce seçmeli matematik derslerinde uygulanmış, tespit edilen eksiklikler araştırmacı tarafından yeniden düzenlenmiş ve uzman görüşüne sunulmuştur. Pilot çalışmadaki eksikler bu doğrultuda revize edilip aynı sınıfta tekrar uygulanmıştır. Pilot sınıfta araştırmacının uzman görüşü alarak hazırlamış olduğu Soyutlama Becerileri Testi (SBT1-Ek1) de uygulanmış ve eksiklikler giderilerek deney grubunda uygulanmıştır.

Cebirsel İfadeler ve Örüntüler konusu 7. sınıf düzeyinde Eşitlik ve Denklem konusuyla devam ettiğinden aynı öğrencilerle çalışmaya 7. sınıfta da devam edilmiştir. Çalışmaya başlanmadan önce yine aynı okulun bir başka 7. sınıfında (7F sınıfı) pilot uygulama eş zamanlı olarak yapılmış olup eksikler giderildikten ve revize edildikten sonra aynı pilot grubunda uygulanmıştır. Bu aşamadan sonra ana uygulama yapılmıştır. Yedinci sınıfa ait çalışma grubundaki öğrencilerin dağılımı Tablo 2’de yer almaktadır.

Tablo 2

7.sınıf Çalışma Grubu Dağılımı

Gruplar	**Yöntem**	**Öğrenci sayısı**
Deney Grubu 7.sınıf	Etkinliklerle öğretim	32
Kontrol Grubu 7.sınıf	MEB Ders Kitabı	32

7. sınıf düzeyinde deney grubu olan 7I sınıfının sınıf mevcudu 32, kontrol grubu olan 7İ sınıfının sınıf mevcudu 32 kişidir. Altıncı sınıftan 7. sınıfa geçerken deney grubundan iki öğrenci ve kontrol grubundan 3 öğrenci ayrılmıştır. Sınıf mevcudu 30 kişinin üzerinde kaldığından bu durumun araştırmaya herhangi bir negatif etkisi olmamıştır.

Öğrencilerle 2016-2017 yılı bahar döneminde 6. sınıfta çalışmanın 1. aşamasının yapılması planlanmıştır. Takip eden 2017-2018 eğitim öğretim yılında aynı öğrencilerle 7. sınıfta deneysel çalışma düzenlenmiştir.

Yedinci sınıfın ikinci döneminin sonlarına doğru yani ana çalışmanın üzerinden 3 ay geçtikten sonra deney grubundan SBT1(Soyutlama Becerileri Testi) ve SBT3 puanlarına bakılarak öğrencilerin başarı düzeyleri belirlenmiş ve bu puanlara göre seçilen 4 düşük, 4 orta ve 4 yüksek başarı düzeyine sahip öğrencinin soyutlama sürecini derinlemesine incelemek amacıyla nitel çalışma yapılmıştır (Bkz. Ek 1, Ek 3). Bu öğrencilerin başarı düzeyleri belirlenirken 6. ve 7. sınıfta uygulamaların sonunda yapılan testlerin sonuçlarına bakılmıştır. Sıralamada en üstte, ortada ve sonda yer alan öğrenciler seçilmiştir. İki yıl boyunca takip edilen çalışma bu nedenle boylamsal bir özellik de kazanmıştır.

Odak grup öğrencileri belirlendikten sonra öğrencilerle bir görüşme yapılmış ve sınav sonuçlarına göre seçildikleri açıklanmış, çalışmaya katılımlarının gönüllülük esasına dayalı olduğu belirtilmiştir. İstemedikleri takdirde çalışmaya katılmayabilecekleri, yerlerine başka öğrencilerin seçilebileceği belirtilmiştir. Seçilen öğrencilerden başarı düzeyi orta olan 1 öğrenci ile, başarı düzeyi düşük olan 2 öğrenci uygulamaya katılmaktan vazgeçmişler, böylece odak grubun katılımcı sayısı 9'a düşmüştür. Daha sonra yerlerine yeni öğrenci seçme konusunda araştırmacı uzman görüşüne başvurmuştur. Odak grup görüşmeleri için kalan öğrencilerin yeterli sayıda olduğuna karar verilmiştir. Görüşme yapılan öğrencilerin isimleri değiştirilerek yerine takma isimler verilmiştir. Odak grup görüşmelerindeki öğrencilerin başarı düzeylerinin dağılımı ve takma isimleri Tablo 3'te yer almaktadır.

Tablo 3

7.sınıf Odak Çalışma Grubundaki Öğrenciler ve Gruplarının Gösterimi

Başarı Düzeyi	**Düşük Düzey**	**Orta Düzey**	**Yüksek Düzey**
Odak Grup	Emre(R)	Pınar(P)	Eylül(E)
Öğrencileri	Kadir(K)	Damla(D)	Buse(B)
		Nisa(N)	Malik(M)
			Sude(S)

Bu öğrencilerin seçilmesindeki ana sebep, iki sene boyunca soyutlama becerileri sınıf içinde gözlemlenen öğrencilerin, sınıf içinde gözden kaçan ya da fark edilemeyen bazı soyutlama becerilerini daha yakından incelemektir. Böylece odak grup olarak seçilen bu öğrenciler ile sadece odak grup görüşmeleri yapılmamış, aynı zamanda iki yıl boyunca 6. ve 7.sınıfta yapılan uygulamalara ait verileri nitel olarak incelenerek gelişimsel soyutlama süreçleri mercek altına alınmıştır.

Bir sonraki bulgular bölümünde tezin uygulamasının nicel aşamalarına ait nicel bulgular verilirken nitel bulgulara da yer verilecektir. Bu nitel bulgular için her öğrenciyi tek tek incelemek mümkün olmayacağından seçilen odak grup öğrencilerinin süreç içindeki nitel bulgularına yer verilecektir. Böylelikle çalışmanın her aşamasına ait nitel yönden önemli bulgular için odak grup öğrencilerinin nitel bulguları yer alacaktır.

3.3. Tasarımın Uygulama Aşaması

Tez çalışmasının uygulaması üç aşamalı olarak planlanmıştır:

Birinci aşamada 6. sınıfta Cebirsel İfadeler ve Örüntüler ünitesinin ders tasarımları yapılmış, pilot uygulaması yapılmış ve bu tasarım modeli 6. sınıf düzeyinde uygulanmıştır.

İkinci aşamada aynı öğrencilere 7. sınıf düzeyine geldiklerinde cebirsel ifadeler ve örüntüler konusunun 7. sınıfta devamı olan Eşitlik ve Denklem, Denklem Kurma Problemleri, Koordinat Sistemi, Doğrusal Denklemler, Doğrusal Denklem Grafikleri konularını içeren öğretim tasarımı yapılmış sınıf içi soyutlama süreçlerini incelemek amacıyla deney grubu öğrencilerine uygulanmıştır.

Üçüncü aşamada ise 7. sınıf düzeyindeki tüm deney grubu ile yapılan çalışmanın analizi sonucu seçilen başarı düzeyi düşük, orta ve yüksek olan 4'er kişilik gruplar oluşturularak soyutlama süreçlerini derinlemesine incelemek amacıyla nitel bir çalışma yapılmıştır. Tasarımın uygulama aşamaları Şekil 7’de yer almaktadır.

Şekil 7

Tez Çalışmasının Uygulama Aşamaları

Uygulamanın ilk aşaması, cebirsel ifadeler konusuna girişin Milli Eğitim müfredatında ilk olarak 6. sınıflarda yapılmasından ötürü, 6. sınıf düzeyinde başlatılmıştır.

6. sınıf düzeyinde Cebirsel İfadeler ve Örüntüler konusunu içeren RME'ye uygun 30 etkinlik tasarlanmış, bu tasarım modelindeki hataları ve eksikleri gidermek amacıyla pilot çalışması yine aynı okuldaki bir başka 6. sınıfta yapılmıştır (Ek 5). Çalışmanın uygulaması 6 hafta 30 ders saati olarak 6I sınıfının matematik dersini kapsayacak şekilde planlanmıştır. Uygulamanın başında ve sonunda Chelsea Tanılama Testi (Ek8) uygulanmış ve yine araştırmacının hazırlamış olduğu Soyutlama Becerileri Testi 1 son test olarak uygulanmıştır (Ek 1-8).

Ayrıca 6. sınıf düzeyinde öğrencilerin etkinlikleri yapmış olduğu çalışma kağıtları doküman analizi yapılması için toplanmıştır. Sınıf içi yapılan uygulamalar ses kaydı altına alınmıştır.

Aynı öğrencilerle 7.sınıfta devam edilecek çalışmanın ikinci aşaması planlanmıştır. Bu aşamada uygulamaya deney grubundan katılan öğrenci sayısı 32, kontrol grubundan katılan öğrenci sayısı 32’dir. Deney grubu öğrencileri bir yıl önce ilk uygulama için seçilen 6I sınıfının devamı olan 7I sınıfı, kontrol grubu öğrencileri ise bir yıl önce seçilen 6İ sınıfının devamı olan 7İ sınıfından oluşmaktadır.

Veri ölçme aracı olarak ön test ve son test olarak Chelsea Tanılama Testi (Ek 8) seçilmiştir. Yine çalışmanın başında ve sonunda uygulanmak üzere Soyutlama Becerileri Testi 2 ve 3 (Ek 2-3) araştırmacı tarafından hazırlanmıştır.

Çalışmanın üçüncü aşamasındaki veriler nicel olarak analiz edildikten sonra, bu sonuçlara göre 7.sınıf düzeyindeki deney grubu öğrencilerinden seçilen odak grup öğrencileriyle çalışmanın nitel kısmına devam edilmiştir. Bu aşamada daha derin inceleme yapmak amacıyla Eşitlik ve Denklem, Denklem Kurma Problemleri, Koordinat Sistemi, Doğrusal Denklemler, Doğrusal Denklem Grafikleri konularını içeren odak grup görüşme soruları hazırlanmıştır. Bu aşama, 4 hafta ve toplam 10 ders saati olarak planlanmış ve deney grubundaki öğrencilerle seçmeli matematik derslerinde grup görüşmeleri yapılmıştır.

3.4 Tasarımı Yapılan Uygulama ile İlgili Kazanımlar

Araştırmacı uygulamaya başlamadan önce cebir kavramlarının ortaokulda hangi yıl itibariyle başladığını tespit etmiştir. Millî Eğitim Bakanlığı'nın yayınlamış olduğu müfredata göre (2013) 6.sınıfta cebirsel ifadeler konusu başlamaktadır. Altıncı sınıf müfredatındaki konu sıralaması şu şekildedir (MEB, 2013);

-Örüntüden Sayılara

-Cebirsel İfadeler

-Cebirsel İfadelerde İşlemler

i) Cebirsel İfadelerde Toplama Çıkarma

ii) Cebirsel İfadelerde Çarpma

Araştırmanın 1. aşaması olan 6. sınıf düzeyindeki cebirsel ifadeler ve örüntüler konusuna ait kazanımların sıralaması aşağıda Tablo 4'de verilmiştir.

Tablo 4

6. Sınıf Cebir Kazanımları

Kazanım No	**Kazanımlar**	**Ders Saati**
C1	Aritmetik dizilerin kuralını harfle ifade eder; kuralı harfle ifade edilen dizinin istenilen terimini bulur.	6
C2	Sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade ve verilen bir cebirsel ifadeye uygun sözel bir durumu yazar.	3
C3	Cebirsel ifadenin değerlerini değişkenin alacağı farklı doğal sayı değerleri için hesaplar.	2
C4	Basit cebirsel ifadelerin anlamını açıklar.	2
C5	Cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemleri yapar.	3
C6	Bir doğal sayı ile bir cebirsel ifadeyi çarpar.	6
Toplam	6 Kazanım	22

Toplam 6 hafta, 30 ders saati sürmesi planlanan bu konu başlıkları için 35 adet etkinlik hazırlanmıştır (Ek 5). Araştırmanın ikinci aşaması olan 7. sınıf matematik müfredatındaki konu sıralaması şu şekildedir;

-Eşitlik ve Denklem,

-Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Kurma, Denklem Çözme

-Doğrusal Denklemler,

-Koordinat Sistemi,

-Doğrusal Denklemlerin Grafiği

Toplam 8 hafta 40 ders saati sürmesi planlanan bu konu başlıkları için 38 tane etkinlik hazırlanmıştır (Ek 6).

Araştırmanın ikinci aşaması olan 7. sınıf matematik müfredatındaki Eşitlik ve Denklem, Denklem Grafikleri konularına ait kazanımlar aşağıda Tablo 5'te verilmiştir.

Tablo 5

7. Sınıf Cebir Kazanımları

Kazanım No	**Kazanımlar**	**Ders Saati**
C7	Gerçek yaşam durumlarına uygun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri kurar.	5
C8	Denklemlerde eşitliğin korunumu ilkesini anlar.	2
C9	Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer.	5
C10	Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmayı gerektiren problemleri çözer.	3
C11	Koordinat sistemini özellikleriyle tanır ve sıralı ikilileri gösterir.	3
C12	Aralarında doğrusal ilişki bulunan iki değişkenden birinin diğerine bağlı olarak nasıl değiştiğini tablo, grafik ve denklem ile ifade eder.	3
C13	Doğrusal denklemlerin grafiğini çizer.	4
Toplam	7 Kazanım	25

3.5. Tasarımın Veri Toplama Araçları

Araştırma sürecinde veri analizini desteklemek için 5 çeşit veri toplama aracı kullanılmıştır:

- Chelsea Cebir Tanılama Testi (Ek 8)

- Soyutlama Becerileri Testi 1, 2, 3 (Ek 1-2-3)

- Etkinlik Kağıtları (Ek 5-6)

-Odak Grup Görüşme Soruları (Ek 7)

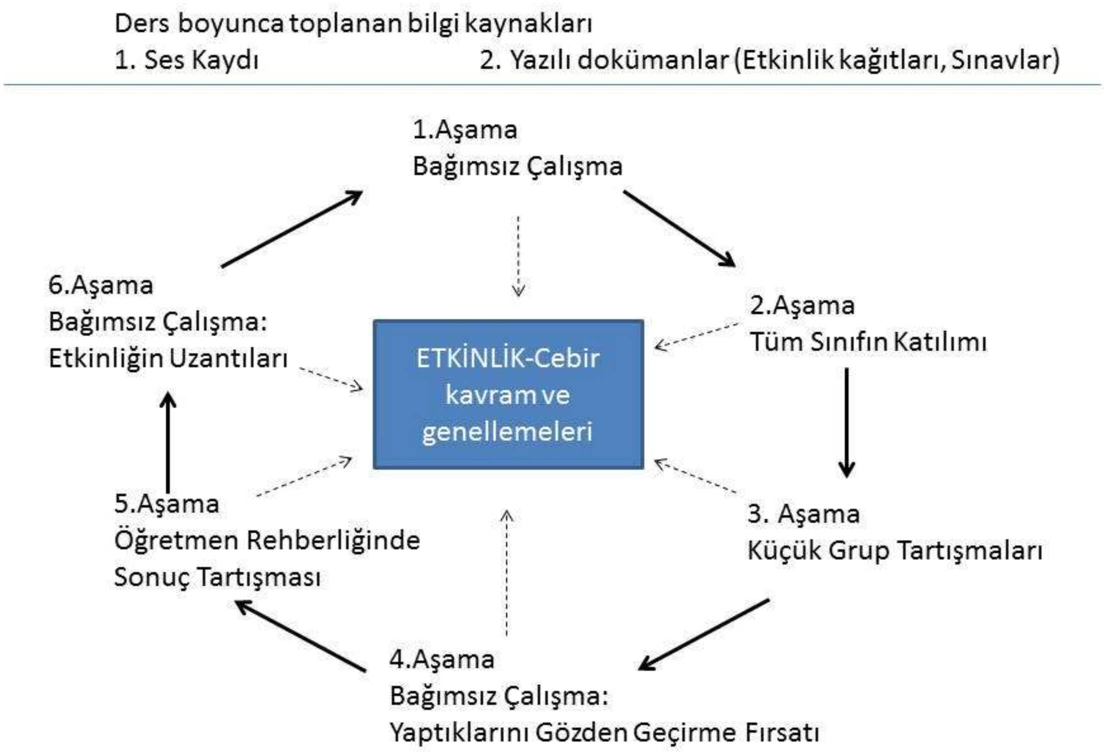
-Odak Grup Görüşme Testi (Ek 4)

- Sınıf içi Ders Ortamı Ses Kayıtları

Bu tez çalışmasında ders tasarımları, bir dersin sınıf içindeki uygulanışı ilk bölümde de belirtildiği üzere sosyoyapılandırmacı kurama uygun olarak matematiksel bilginin sınıf içindeki dolaşımına ve dönüşmesine fırsat verecek şekilde hazırlanmıştır. Yani sınıfta "inquiry community" (sorgulayıcı topluluk) oluşturarak öğrenmeyi sağlamak amaçlanmıştır. Bundan dolayı Saxe ve arkadaşlarının yaptıkları çalışmada, anlamlı öğrenme ortamı oluşturmanın aşamaları bu tez çalışmasında benimsenerek "sorgulayıcı topluluk" oluşturacak şekilde ders tasarımları yapılmıştır (2009). Bir ders içinde toplanan veri kaynaklarının aşamaları aşağıda Şekil 8'de yer verilmiştir. Saxe ve arkadaşlarının (2009) kullandıkları aşamalarda küçük değişiklikler yapılarak bu tez çalışmasına uyarlanmıştır. Ders boyunca toplanan bilgi kaynakları aşağıda Şekil 8'de yer almaktadır.

Şekil 8

Dersler Boyunca Toplanan Bilgi Kaynakları



Şekil 8'de görüldüğü üzere "Sorgulayıcı Ders" (Inquiry community) ortamı oluşturmak için, önce etkinlik kağıtları öğrencilere dağıtılmaktadır. İlk aşamada öğrenciler etkinlik üzerinde bağımsız olarak çalışmaktadırlar. İkinci aşamada ise öğretmen tüm sınıfa cevaplarını sunmalarını istemektedir. Sınıftaki birçok öğrenci çözüm önerilerini sunduktan sonra, 3.aşamada öğrenciler küçük gruplar halinde (2-3 kişilik) etkinlik ya da problem üzerinde tartışmaktadır. Dördüncü aşamada ise tekrar bağımsız çalışmaya dönen öğrenciler, yaptıklarını gözden geçirme fırsatı elde etmektedirler. Beşinci aşamada ise öğrenciler çözümlerini öğretmen rehberliğinde sonuçlandırmaktadırlar. Altıncı aşamada ise öğrenciler yaptığı etkinliğin bir uzantısıyla bağımsız olarak ilgilenmektedirler.

Öğrencilerin Cebir Öğrenme Alanı Kavram ve Genellemelerini soyutlama sürecini analiz etmede Chelsea Cebir Tanılama Testi kullanılmıştır.

Bunun yanında süreç boyunca 6.sınıf düzeyinde deneysel çalışma sonunda bir tane ve 7. sınıf düzeyinde deneysel çalışmanın başında ve sonunda 2 olmak üzere, toplam 3 adet Soyutlama Becerileri Testleri kullanılmıştır. Bu üç adet Soyutlama Becerileri Testleri (SBT) 'nin her birinin uygulama öncesi aynı sınıf düzeyinde bir pilot uygulama yapılıp araştırmacı tarafından uzman görüşü alınarak tespit edilen eksiklikler giderilmiş ve SBT'ler pilot çalışma grubuna tekrar uygulanmıştır.

Soyutlama Becerileri Testi 1, uygulamanın 6.sınıf aşamasında son test olarak uygulanmıştır. Soyutlama Becerileri Testi 2, 7. sınıf düzeyinde ön test olarak, aynı kazanımlara sahip bir başka Soyutlama Becerileri Testi 3 ise son test olarak uygulanmıştır.

3.5.1. Chelsea Cebir Tanılama Testi. Araştırmanın nicel kısmında 6. ve 7. sınıf düzeylerinde öğrencilerin uygulama öncesi ön bilgilerini ölçmek ve uygulama sonunda ulaştıkları noktayı ölçmek amacıyla geçerliliği ve güvenirliği hesaplanmış olan cebir öğrenme alanlarını ölçen Chelsea Cebir Tanılama Testi (CCTT) uygun görülmüştür. CCTT, 1970'li yılların sonunda, Concepts in Secondary Mathematics and Science (CSMS) isimli araştırma projesi grubu tarafından geliştirilmiştir (Hart, Brown, Kerslake, Küchemann & Ruddock, 1978). Küchemann (1978, 1981, 1998) ve arkadaşlarının geliştirdiği orijinal ismi "Chelsea Diagnostic Algebra Test" olan test, dört seviyede öğrencilerin harfli sembolleri kullanma ve yorumlama ile ilgili düzeylerini belirleme, denklem kurma ve denklem çözmeyi ölçme amaçlı kullanılmaktadır (Bkz. Ek 8). Bu araştırma projesine ait bazı sonuçlar "Çocukların Matematik Anlayışları: 11-16" kitabında yayınlanmıştır (Hart, Brown, Kerslake, Küchemann & Ruddock, 1978). Buna göre öğrencilerin bilinmeyen sembollerini yorumladıkları ve kullandıkları altı farklı yol ortaya çıkarılmıştır.

Chelsa Cebir Tanılama Testi, Çıkla (2004) tarafından Türkçeye çevrilmiştir. Bazı maddelerde küçük değişiklikler yapılmış ve Türkçeye uyarlanmıştır. Testin uyarlamalar yapıldıktan sonra güvenirliği KR-20 ile hesaplanmış olup 0.93'tür. CCTT, toplam 22 maddeden oluşmaktadır.

3.5.2. Soyutlama Becerileri Testleri. Öğrencilerin soyutlama becerilerini ölçmek için yapılan ders tasarımlarının sonunda RBC+C modelinin basamaklarından hangilerini yakaladıklarını tespit etmek amacıyla Soyutlama Becerileri Testleri (SBT) hazırlanmıştır. Her bir test hazırlanırken uzman görüşü alınmış, gerekli düzeltmeler yapıldıktan sonra, pilot uygulamaları başka bir sınıf üzerinde uygulanıp, çalışmada kullanılmaya hazır hale getirilmiştir. Sorular açık uçlu olarak hazırlanmıştır. Testlerin geçerlik ve güvenirlik değerleri de hesaplanmıştır. Testlerin Geçerlik ve güvenirlik ile ilgili bilgiler 3.6 bölümünde yer almaktadır (Bkz. Sayfa:104).

3.5.2.1. Soyutlama Becerileri Testi 1. Altıncı sınıf cebir kavramları kazanımlarını içeren bu testte 15 madde bulunmaktadır (Ek 1). Bu maddelerden ilk 3'ü örüntü ve şekiller kazanımı olan C1 kazanımını ölçmektedir. Dördüncü, beşinci ve altıncı maddeler verilen ifadeyi cebirsel ifade ile gösterme kazanımı olan C2 kazanımını ölçmektedir. C3 kazanımını içeren sorular 7 ve 8. sorulardır. C4 kazanımını 9 ve 11 sorular, C5 kazanımını 10, 12, 13. sorular, C6 kazanımını 14 ve 15. sorular içermektedir. Yukarıda verilen SBT1'e ait maddelerin ölçtüğü kazanımlar aşağıda Tablo 6'da verilmiştir.

Tablo 6

SBT1 Maddelerinin Ölçtüğü Kazanımlar

Kazanım No	Kazanımlar	SBT1
C1	Aritmetik dizilerin kuralını harfle ifade eder; kuralı harfle ifade edilen dizinin istenilen terimini bulur.	1, 2, 3
C2	Sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade ve verilen bir cebirsel ifadeye uygun sözel bir durumu yazar.	4, 5, 6
C3	Cebirsel ifadenin değerlerini değişkenin alacağı farklı doğal sayı değerleri için hesaplar.	8, 7
C4	Basit cebirsel ifadelerin anlamını açıklar.	9, 11
C5	Cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemleri yapar.	10, 12, 13
C6	Bir doğal sayı ile bir cebirsel ifadeyi çarpar.	14, 15
Toplam	6 Kazanım	15 soru

3.5.2.2. Soyutlama Becerileri Testi 2. 7.sınıf cebir kavram ve genellemelerini içeren bu testte 6.sınıfta yapılan uygulama sonrası öğrencilerdeki ön soyutlama düzeylerini ölçmek için hazırlanmıştır (Ek 2). Kazanımlara uygun şekilde uzman görüşü yardımıyla hazırlanan testin pilot uygulaması yapılmış, gerekli düzeltmeler yapıldıktan sonra tekrar uzman görüşüne sunulmuş ve ana uygulama yapılmıştır. RBC+C modelindeki Tanıma, Kullanma ve Oluşturma basamaklarından hangilerinin oluştuğunu gözlemlemek amacıyla hazırlanan test maddeleri bu amaca hizmet etmektedir.

SBT 2, 11sorudan oluşmaktadır. Sorular aşamalı olduğundan birden çok kazanımın soyutlanıp soyutlanmadığını ölçmektedir. Aşamalı denmesinin sebebi soruların a, b ve c şıklarından oluşmasıdır. Her bir şık ise RBC+C modelinin farklı bir basamağını incelemeye imkan verecek şekilde hazırlanmıştır. Sorular hazırlanırken kazanımlara odaklanmaktan ziyade, soyutlama süreçlerini analiz edebilecek şekilde olmalarına önem verilmiştir. Sorulardan 1 ve 4 numaralı soru C7 kazanımını ölçmektedir. C8 kazanımını içeren sorular 3, 9 ve 10 numaralı sorulardır.

3.5.2.3. Soyutlama Becerileri Testi 3. Yedinci sınıf düzeyinde yapılan ana uygulamadan sonra SBT 3 ile öğrencilerin gelmiş olduğu seviyenin ölçülmesi hedeflenmiştir (Ek 3). Test, 11 sorudan oluşmaktadır. C7 kazanımını ölçen sorular 1, 2 ve 3. sorular, C9 kazanımını ölçen sorular 4, 6 ve 7. sorular, C10 kazanımını ölçen sorular 3 ve 8. sorular, C11 kazanımını ölçen 5 ve 10. sorular, C12 kazanımını ölçen 1, 2 ve 5. sorular, C13 kazanımını ölçen 1, 9 ve 11.sorulardır.

Yukarıda belirtilen araştırmacının kendi hazırladığı SBT2 ve SBT3 testlerinin maddelerinin ölçtüğü kazanımlar aşağıda Tablo 7'de verilmiştir.

Tablo 7

SBT2 ve SBT3 Maddelerinin Ölçtüğü Kazanımlar

Kazanım No	**Kazanımlar**	**SBT2**	**SBT3**
C7	Gerçek yaşam durumlarına uygun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri kurar.	4, 1	1, 2, 4
C8	Denklemlerde eşitliğin korunumu ilkesini anlar.	10, 3, 9	
C9	Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer.	5, 8	4, 6, 7
C10	Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmayı gerektiren problemleri çözer.	2, 7, 6	3, 8

C11	Koordinat sistemini özellikleriyle tanır ve sıralı ikilileri gösterir.	11	5, 10
C12	Aralarında doğrusal ilişki bulunan iki değişkenden birinin diğerine bağlı olarak nasıl değiştiğini tablo, grafik ve denklem ile ifade eder.	11	5, 1, 2
C13	Doğrusal denklemlerin grafiğini çizer.	11	5, 1, 9, 11
Toplam	7 Kazanım	11 Soru	11 Soru

3.5.3. Etkinlik Kağıtları. Araştırmanın uygulama aşamasında 6. ve 7. sınıf ders planlarına ve kazanımlarına uygun etkinlikler tasarlanmıştır. Bu etkinliklerin hazırlanmasında, Yapılandırmacı yaklaşım ve Gerçekçi Matematik Eğitimi esas alınmıştır. Araştırmacı tarafından hazırlanan etkinlikler uzman görüşüne sunulmuş, gerekli görülen değişiklikler yapıldıktan sonra pilot uygulama gerçekleşmiş, tekrar gerekli görülen değişiklikler yapıldıktan sonra ana uygulamadaki yerini almıştır. Uzman görüşüyle birlikte ayrıca aynı okulda görev yapan iki, ve başka bir okulda görev yapan bir olmak üzere toplam üç matematik öğretmeninin de görüşlerine başvurulmuştur.

6. sınıf düzeyinde 35 etkinlik, 7. sınıf düzeyinde 38 etkinlik hazırlanmıştır (Ek 5-6). Bu etkinlik kağıtları her dersin başlangıcında sınıfa dağıtılmış, her ders sonunda da araştırmacı tarafından toplanmıştır. Böylece etkinlik kağıtlarını toplayıp incelemek, öğrencilerin soyutlama süreçlerini gözlemlemeyi kolaylaştırmıştır. Ayrıca ders içi ses kayıtları da alınmıştır. Etkinliklerin sınıf içindeki uygulamasına ait 6. ve 7. sınıfa ait iki farklı ders örneğine aşağıda yer verilmektedir.

3.5.3.1. Altıncı Sınıf Uygulama Ders Örneği. Ders 1-Örüntü Kavramı.

Altıncı sınıfta örüntüden sayılara konusunu içeren ilk etkinlikten önce öğrencilere aşağıdaki soru yöneltilmiştir. Derse girişte akıllı tahtadan örüntü oluşturacak şekiller içeren doğadan örnekler yansıtılmıştır.

Öğrencilerden fotoğrafta gördükleri aloe vera, kozalak vb. bitkilerin yapraklarının dizilişine dikkat etmelerini ve nasıl sıralandıklarıyla ilgili yorumlar yapmaları istenmiştir. Aşağıdaki etkinlikle derse devam edilmiştir.

Etkinlik 1

"Aşağıda verilen dizilerden bir tanesi diğerlerinden farklıdır. Farklı olanı bulunuz."

1, 3, 5, 7, 9, 11, ...

1, 4, 5, 6, 10, 12, ...

2, 3, 6, 8, 13, 14, ...

Burada amaç öğrencinin sayılar arasında bir ilişki olup olmadığını bulmalarını sağlamak, varsa bunu belirtmelerini istemektir. Bunu devam eden iki etkinlikte de benzer şekilde sayılar arasında ilişki olup olmadığı sorulmuş ve en son sayıların arasındaki ortak özelliği sözlü bir şekilde ifade etmeleri beklenmiştir.

Bu şekilde öğrencilerin sayılar arasında bir ilişki olup olmadığını bulmaya çalışmaları öğrencileri örüntü kuralını bulmaya doğru itmiştir. Bu düzeyde öğrenciler örüntü kavramını bilmektedirler. Amaç RBC+C modelinin ilk basamağı olan Tanıma basamağının oluşup oluşmadığını görmektir. Bu kavramdan ve verilen etkinlikten yola çıkarak Kullanmayı gerçekleştirmeleri beklenmektedir. Yani örüntü kavramını tanıyarak, bunu örüntünün kuralını bulmada kullanmaları gerekmektedir.

Bir sonraki etkinlik olan 3. etkinlikte ise ilk iki etkinlikte örüntü olanların devamını öğrencilerin yazması beklenmiştir. Dördüncü etkinlikte de öğrencilerden ilk iki etkinliğe benzer örüntü örnekleri vermeleri istenmiştir. Bu aşamada öğrencilerin RBC+C modelinin Kullanma basamağını daha net gözlemlemek amaçlanmaktadır.

Bu etkinlikleri takip eden beşinci ve altıncı etkinlik aşağıdaki gibidir:

Etkinlik 5

Bir örüntünün ilk 4 adımını yazınız. Diğer 4'ünü arkadaşlarınız devam ettirecek. Şimdi geri iade edin, sizin istediğiniz cevaplar mıdır?

Etkinlik 6

Kâğıtta verdiğiniz örüntünün kuralını söyler misiniz? Matematiksel olarak ifade etmek isteseydiniz nasıl yazardınız?

Yukarıdaki etkinliklerde görüldüğü gibi öğrencilerin artık örüntü kavramını tanıyıp Kullanmalarıyla birlikte örüntü kuralını matematiksel ifade ile Oluşturmaları beklenmektedir. Yani bu aşamada öğrencilerin Bağlamdan Soyutlamanın gerçekleştiğinin en önemli göstergesi olan Oluşturmanın gerçekleşmesi istenmektedir. Böylece verilen bir örüntünün kuralını bulmaları halinde soyutlama gerçekleşmiş olacaktır. Oluşturulan örüntü kuralı bilgisi bu aşamada oldukça kırılgandır. Bundan ötürü Pekiştirilmeye ihtiyaç duymaktadır. Bu sebeple birkaç benzer etkinlik bir sonraki derste yapılması kararlaştırılmıştır.

Ders 2-Cebirsel İfadeler Kavramı

Etkinlik kağıtları dağıtılarak yapılan derse bir başka örnek ise Cebirsel İfadeler konusuna giriş etkinliğidir. Cebirsel ifadeler öğrencilerin ortaokul düzeyinde ilk olarak 6. sınıfta karşılaştığı bir kavram olduğundan "araştırmacının öğretmenlik deneyimlerine göre" zor soyutlandığı bir kavramdır.

Öğrencilerden dersten önce yanlarında kürdan getirmeleri istenmiştir. Dersin başında etkinlik kağıtları dağıtılmış ve aşağıda verilen şekle bakıp soruyu cevaplamaları beklenmiştir.

Etkinlik 13

Yukarıdaki kutunun içinde ve dışında resim kalemleri bulunmaktadır. Kutunun içinde bulunan resim kalemlerinin sayısını bilemeyiz. Kutunun içinde bilmediğimiz kadar kalem dışında ise 3 tane kalem vardır. Kutudaki kalem sayısını matematiksel olarak nasıl ifade edebiliriz?

Bu etkinlikle birlikte öğrencilerin bilinmeyen, değişken kavramlarına doğru ilk adımlarını atmaları beklenmektedir. İlk defa karşı karşıya geldikleri bu durumla nasıl başa çıkacakları bilinmeyen kavramına doğru ilk yolculukları olacaktır.

Etkinlik 14

Elinizdeki kürdanlarla kapalı geometrik şekiller oluşturunuz.

a) Oluşturduğunuz kapalı şekillerin çevresini yazarak nasıl ifade edebiliriz?

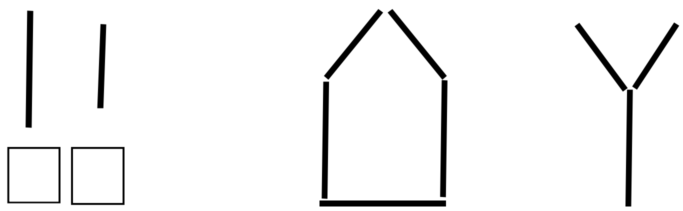
c) Oluşturduğunuz kapalı şekillere 2 cm'lik 2 çubuk eklersek şeklin çevresi nasıl gösterilir?

Bu etkinlikle birlikte öğrencilerin üçgen, kare, beşgen, altıgen gibi şekiller oluşturmaları beklenmektedir. Bazı öğrencilerin çevre uzunluğunu hesaplamak için bir kürdan uzunluğunu cetvelle ölçmeleri beklenen davranışlardandır. Fakat ölçüm sonuçları küsuratlı olabilir veya cetvel yanlarında olmayabilir, bu durumdan faydalanarak araştırmacının yönlendireceği sorularla öğrencilerin sayı değeri yerine şekil ve harflerden yardım almaları beklenir. Bu durum örüntü kuralı bulmayı önceki derslerde öğrendiklerinden dolayı, harfli ifadeleri kullanabileceklerdir. Harfli ifadeleri kullanarak cebirsel ifadeyi yazmaları beklenir. Bu durumda RBC+C'nin Kullanma aşaması da gerçekleşmiş olacaktır. Bunu takip eden iki etkinlik de RBC+C'nin Kullanma basamağını gerçekleştirmeye uygun etkinliklerdir. Bu etkinlikler aracılığıyla öğrenciler cebirsel ifadeleri problemlerde kullanmaktadırlar.

Etkinlik 15

Aşağıda verilen farklı uzunluklara sahip çubuklardan kaçar tane satın alınmalıdır ki yandaki şekiller oluşturulabilsin?

a) Satın alınması gereken çubuk toplamını matematiksel olarak ifade ediniz.



b) Yukarıdaki örneklere benzer kendi çubuklarınızı çizerek örnekler oluşturunuz ve matematiksel olarak ifade ediniz.

Etkinlik 16

Zuhal geliştirdiği oyunu arkadaşlarına anlatıyor. Buna göre söylediği cümleleri matematiksel olarak ifade etmek oyunun amacıdır. Bu oyuna göre aşağıdaki cümleler yerine ne yazılabilir?

1) *Cemal'in futbol maçında attığı gol sayısının 5 fazlası*
2) *Efe'nin bilyelerinin 4 eksiği*
3) *Çocuk sayısı eve gelen annelerin 3 katının 2 fazlasıdır. Çocuk sayısını gösteren ifade nedir?*
4) *Mehmet'in babasının yaşı Mehmet'in yaşının 3 katından 8 fazladır. Ayşe ise Mehmet'ten 5 yaş küçüktür. Ayşe'nin yaşını Mehmet'in yaşı türünden ifade ediniz.*

Etkinlik 17 ise öğrencilerin cebirsel ifade kavramını Oluşturma basamağının gözlemleneceği etkinlik olacaktır.

Etkinlik 17

Tavşanla kaplumbağa yarış yapmaya karar veriyorlar. İkisinin hızları arasındaki ilişki şöyledir:

Tavşan, kaplumbağanın hızının 5 katından 15 km daha hızlı gidiyor.

a) Tavşanın hızını kaplumbağanın hızı cinsinden nasıl ifade edebiliriz?

b) Kaplumbağanın hızı tavşanın hızı cinsinden nasıl ifade edilebilir?

Etkinlik 18'de ise RBC+C'nin Oluşturma basamağından sonra gelen Pekiştirmenin gerçekleşmesi amaçlanmaktadır. Çünkü öğrencilerin cebirsel ifadeleri bir başka konu olan doğrusal ilişki konusunda kullanıp kullanamayacağı belirlenecektir.

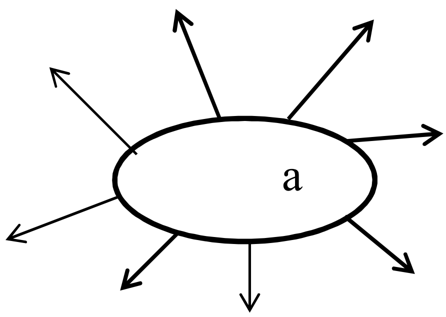
Etkinlik 18

Babası her seferinde Ege'den 15 sayfa daha fazla kitap okumuştur. Aşağıdaki tabloyu doldurarak Ege ve babasının okuduğu sayfalar arasındaki ilişkiyi belirleyelim.

Ege	Babası
10	
20	
….	
70	
90	
A	

Etkinlik 19

Yukarıda farklı gösterilen sayfa sayısına verilen değer için neler söylemek istersiniz? Haydi bir beyin fırtınası yapalım. Ok işaretinin çevresine yazalım.



Etkinlik 19 ile birlikte öğrencilerin bilinmeyen, değişken, harfli ifade gibi kavramları bilmeden önce yorumlamaları ve daha sonra ise öğrencilerin bu yorumlarını bir kenara koyarak araştırmacı tarafından bu ifadenin bir cebirsel ifade olduğu ve değişken, bilinmeyen ya da harfli ifade kavramıyla açıklandığı söylenip, formal bilgi tamamlanır. En sonunda ise öğrencilerin yapmış oldukları beyin fırtınasıyla doğru cevaba en yaklaşan sonuçlar belirlenir.

3.5.3.2. 7. Sınıf Ders Uygulama Örneği. Ders 1-Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Kurma-Eşitlik ve Denklem Kavramı. Dersin başında öğrencilerde eşitlik kavramını oluşturabilmek için, aşağıdaki etkinlikle derse başlanmıştır. Böylelikle eşitlik kavramına ait öğrencilerin tanımaları gereken denge, terazi gibi kavramları hatırlamaları sağlanmıştır.

Etkinlik 1

Kollarınızı tahterevalliye benzer iki yana açınız. Hepsi aynı ağırlıkta olan portakallarınız ve küçük elmalarınız olsun.

a) Her biriniz sol elinize bir portakal alınız. Elleriniz ne durumda?

b) Sağ elinize de bir portakal aldığınızı düşünün. Ellerinizin durum nedir?

c) Portakallar duruyorken sol elinizdeki portakalın yanına bir de küçük elma aldığınızı hayal edin. Kollarınızın durumu ne oldu? Tahterevalli bulgularınızı yazınız.

Bu etkinlikte, öğrencilerin kollarıyla oluşturdukları şekli tahterevalliye benzetmeleri beklenmektedir. Araştırmacı bu etkinlikteki sorulara cevap veren öğrencileri yönlendirilmiş keşfetme yaparak kritik noktalarda müdahalelerde bulunabilmiştir. Tahterevalli oluşturan kollarından yola çıkarak, onları eşitlik ve denklem kavramına ulaştıran dengede olma, denge hali kavramlarını tanımak suretiyle eşitlik kavramına etkinlikle ulaşmalarını daha rahat hale getirmek amaçlanmaktadır.

Etkinlik 2

Görmüş olduğunuz terazide kırmızı silindirler aynı ağırlıkta ve sarı toplar aynı ağırlıktadır. Terazi dengededir. Topların ve silindirlerin ağırlıkları hakkında ne söyleyebilirsiniz?

İkinci etkinlikle birlikte öğrenciler silindirlerin ve topların yerine 6. sınıftan tanımış oldukları bilinmeyen kavramını kullanmaları beklenmektedir. Bu durumda RBC+C modelinin *tanıma* basamağını görmek mümkündür. Bu etkinlikte bilinmeyen ya da değişken kullanarak eşitlik yazan öğrenciler *kullanma* basamağına ulaşmış olur. Çünkü öğrenciler, terazinin dengede olmasının sol ve sağ kefesinin birbirine eşit olduğu anlamına geldiğini bilmektedirler.

Etkinlik 3

Görmüş olduğunuz terazinin her iki kefesine bir miktar misket koyunuz ve teraziyi dengeye getiriniz.

a) Her iki kefeye sayarak 5'er misket daha ekleyiniz ve sonucun ne olacağını tahmin ediniz, yazınız.

b) Her iki kefeden 7'şer misket alınız ve sonucun ne olacağını gözlemleyip yazınız.

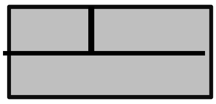
c) Dengede bulunan terazinin her iki kefesindeki misketleri iki katına çıkarınız ve sonucu gözlemleyip yazınız.

d) Dengede bulunan terazinin her iki kefesindeki misket miktarını yarıya indiriniz ve sonucu ifade ediniz.

Bu etkinlikle birlikte amaç; denklemin sağ ve sol tarafında eşit azaltma, eşit arttırma, denklemin her iki tarafını aynı sayıyla çarpma, aynı sayıya bölme işlemlerini yaparak denklem aksiyomlarını kullanıp kullanmadıklarını görmektir. Denklem üzerinde işlemler yaparak bir sonraki basamak olan denklem kurma bilgisine ulaştıklarında RBC+C modelinin *oluşturma* basamağı gerçekleşmiş olur. Kırılgan denklem kurma bilgilerini farklı etkinliklerle *pekiştirme* adına diğer etkinliklere geçilir.

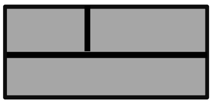
Etkinlik 4

Değişik boylardaki çubukları alınız.

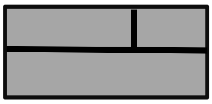


a) Yandaki düzenekte rakamla ifade edileni harfle ifade edebilir misiniz?

b) 1+5=6 eşitliğine uygun düzenek hazırlayınız.

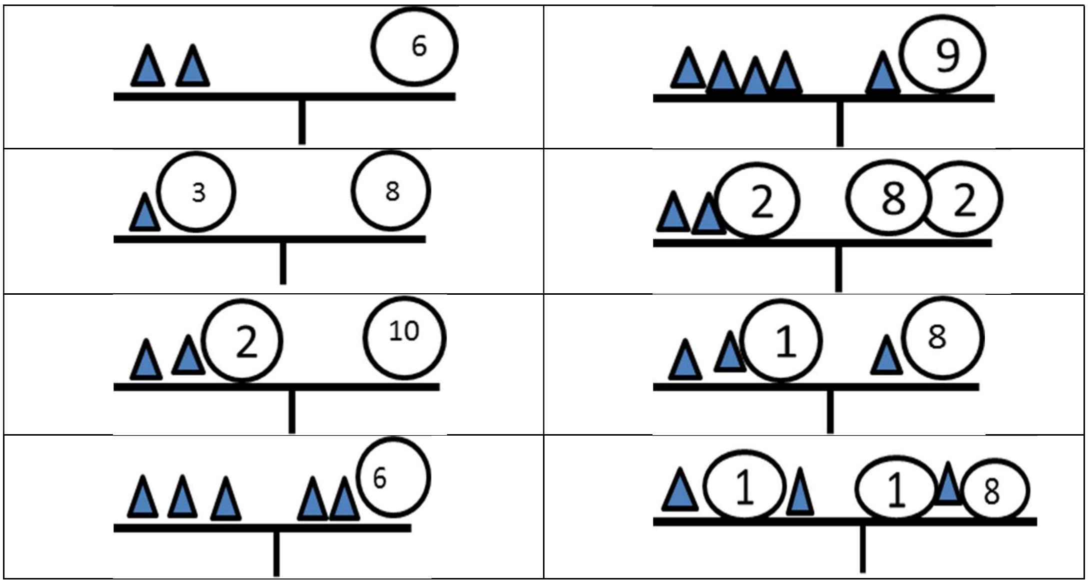


c) Yandaki düzeneği harflerle ifade ediniz.



d) Yandaki düzeneği harflerle ifade ediniz.

Aşağıdaki teraziler dengededir. Her bir terazide yer alan üçgen değerini bulunuz.



Bu aşamadan sonra öğrencilerin denklem kavramını keşfetmeleri sağlandıktan sonra denklem kavramının tanımı yapılır. Böylece öğrenciler bilinmeyenli denklem kurma ve onu çözme becerilerine ulaşmış olacaklardır. Bu aşamada öğretmenin yardımıyla tanımlar yapılır. Eşitlik, denklem kavramları ile denklem kurma ve çözme becerilerinin *oluşturma* süreçleri tamamlanmış olur. *Pekiştirme* amacıyla bir sonraki etkinlikte, bu bilgilerini denklem kurma problemleri üzerinde kullanarak *pekiştirme* aşamasına geçilir.

E***tkinlik*** *7*

Bir kırtasiye aynı fiyata dört farklı paket satmaktadır.

1 2 3 4

a) 1. ve 2. paket arasında ne fark var? 1. ve 2. pakette paket fiyatını değiştirmeden değişiklik yapmak isteseniz nelerin yerini değiştirirsiniz?

b) 3. ve 4. paket arasında ne fark var? Yazarak açıklayınız. 3.ve 4. paketler arasında fiyat değişikliği yapmadan hangi ürünlerin yerini değiştirmek istersiniz?

c) 2. ve 3. paketleri karşılaştırınız. Aralarındaki ilişkiyi bulunuz.

d) Bir kalem 1 TL ise her bir paketin fiyatını bulabilir misiniz?

Yukarıdaki etkinlikle birlikte eşitlik ve denklem kavramının denklem kurma problemleri üzerinde *pekiştirme* süreci tamamlanabilir. Öğrenciler burada kırtasiye malzemelerini kullanarak bir kalemin kaç deftere, bir silginin kaç kaleme eşit olacağını bulacaklardır. Buldukları denklemlerde kalem fiyatını yerine yazarak denklem çözebileceklerdir. Böylelikle bu ders örneğinin uygulaması boyunca RBC+C modelinin tüm basamakları gözlemlenmiştir.

3.5.4. Bireysel Soyutlama İncelemesi için Odak Grup Görüşme Soruları. Bu araştırmada tasarlanan etkinliklerle yapılan derslerin, öğrencilerin soyutlama becerilerini geliştirmeye etkisi incelenmektedir. Bu amaçla uygulamanın ilk iki aşaması bittikten sonra önceden hazırlanan Soyutlama Becerileri Testlerinin uygulanmasından sonra öğrenciler arasından derinlemesine soyutlama süreçlerini incelemek amacıyla odak öğrenci grubu seçilmiştir. Yedinci sınıfta olan odak grup öğrencileriyle 2017-2018 eğitim öğretim yılının 2. döneminin sonu olan mayıs ayında, tez çalışmasının 3. aşaması için dört hafta boyunca 10 ders saati boyunca nitel çalışma yapılmıştır. Odak grup öğrencileri toplam 12 kişiden oluşmaktadır. Yapılan Soyutlama Becerileri Testleri sonuçlarına göre öğrenciler, başarı düzeyi düşük, orta ve yüksek olmak üzere üç gruptan oluşmaktadır. Bu üç gruptaki öğrencilere uygulanmak üzere 12 tane odak grup görüşme sorusu hazırlanmıştır. Odak grup görüşme soruları, araştırmanın nitel kısmında öğrencilerin soyutlamalarını derinlemesine incelemek amacıyla hazırlanmıştır (Ek 7). Hazırlanan soruların, öğrencilerin soyutlama süreçlerini RBC+C modeliyle analiz etmeye yardım edecek tarzda olmalarına ayrıca dikkat edilmiştir.

Bu üçüncü aşama, odak grup görüşme soruları aracılığıyla öğrencilerin uygulamanın ikinci aşamasında öğrenmiş oldukları kavram ve genellemelerin ne kadarını soyutlayarak pekiştirebildikleri ve zihinlerinde oluşturabildiklerinin gözlemlenebileceği bir aşama olarak hazırlanmıştır. Öğrencilere görüşme soruları yöneltilmiş ve kağıt üzerinde cevap vermeleri istenmiştir. Elde edilen dokümanlar toplanarak içerik analizine tabi tutulmuştur.

Odak Grup Görüşme Sorusu 1

10 kişinin katıldığı bir koşuda birinci olana daha yüksek bir puan verebilmek için puanın belirli bir sayıdan çıkarılması ve elde edilen sayının koşucunun puanı olması kararlaştırılıyor, bu sayı 20 ise 3. bitirenin puanı kaç olur?

a) *Her koşucunun puanını belirleyen bir denklem yazınız.*
b) *20 sayısını değiştiriniz ve kendiniz bir puan belirleyerek ona göre bir denklem öneriniz. Bu denklemin koşucuları sıraya koyacağından nasıl emin olmaktasınız?*

Bu etkinlikte öğrencilerin “Gerçek yaşam durumlarına uygun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri kurar, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmayı gerektiren problemleri çözer" kazanımlarını elde edip etmedikleri ölçülmek istenmiştir. Aynı zamanda RBC+C modelinin *tanıma, kullanma ve oluşturma* basamaklarından hangisine ulaştıklarını bulmak, ulaşamadıkları basamaklarda ne gibi sıkıntılar yaşadıklarını belirlemek hedeflenmiştir.

Odak Grup Görüşme Sorusu 2

2 TL'lik Janga çikolataları ve 1 TL'lik Albeni çikolatalarından satın almak istediğinizi varsayarak 10 TL'niz varsa kasadan para üstü almadan kaç farklı yolla paranın hepsini harcayabilirsiniz?

Bu soruyla birlikte "eşitliğin korunumu ilkesi"ni öğrencilerin kavrayıp kavramadığı belirlenmiş olur. Çünkü öğrencilerin birkaç farklı şekilde aynı denklemi oluşturmaları beklenmektedir. Aynı zamanda RBC+C modelinin *oluşturma* basamağında daha ayrıntılı inceleme yapma imkânı sağlanması amaçlanmıştır.

Odak Grup Görüşme Sorusu 3

Zuhal evine yemek masası takımı almak istiyor. Altı sandalyesi olan bu takımın nakliyesine 150 TL, masasına 400 TL veren Zuhal toplamda 1450 TL ödemiştir.

a) Bir sandalyenin fiyatı ne kadardır?

b) Yemek masası takımından Cemal de dört sandalyesi olan bir takım almak istiyor. Ödemesi gereken ücret ne kadardır?

c) Bu şekilde bir alışveriş yapmak isteyenlere yol gösterecek bir yöntem var mıdır?

Bu etkinlikle birlikte öğrencilerin denklem kurma, eşitliğin korunumu, denklem çözme gibi kavram ve genellemelere ulaşıp ulaşmadıklarını ölçme amaçlanmıştır. RBC+C modelinin *tanıma* ve *kullanma* basamağı a şıkkıyla, *kullanma* basamağı b şıkkıyla, *oluşturma* ve *pekiştirme* basamağı da c şıkkıyla ölçülebilir.

Odak Grup Görüşme Sorusu 4

Aşağıdaki üç cümleyi okuyunuz.

1) Bir çekirge her zıplayışında 5 cm yol alıyor. m sıçrayışta ne kadar yol alır?

2) Tanesi 5 kg olan m tane paketi arabasına yükleyen adam kaç kg yük taşımıştır?

3) Her gün 5 sayfa kitap okuyan bir çocuk m günde kaç sayfa kitap okur?

a) Bu cümlelerin/ifadelerin ortak bir özelliği var mıdır? Bunu nasıl açıklarsınız?

b) Siz bu cümlelerle aynı sonucu doğuran bir problem cümlesi söyleyiniz.

Yukarıdaki odak grup görüşme sorusu, cebirsel ifade kavramını oluşturan öğrencileri belirlemeyi, değişken kavramını tanıyarak kullanıp kullanamayacaklarını ölçmek için hazırlanmıştır. Hepsinde ortak olan değişken kavramını bağlamından soyutlayarak oluşturan öğrenciyi ölçebilmek için hazırlanmış bir *oluşturma* sorusudur.

Odak Grup Görüşme Sorusu 5

Zuhal'in bir günde okuduğu kitap sayfa sayısı 30 olduğuna göre, Zuhal bir haftada kaç sayfa kitap okumuştur?

a) Zuhal 'in okuduğu sayfa sayısını veren denklem nasıl yazılır?

b) Bu denklemi ifade etmek için neler kullanabilirsiniz?

Soru 5'te öğrencinin önce aritmetik işlem ile sonucunu bulacağı bir soru olmakla birlikte a şıkkında denklem kavramını *tanımasına* bağlı olarak denklemi diğer adıyla eşitliği *kullanması*, yazması beklenir. İkinci şıkta ise eğer *oluşturma* gerçekleştiyse harfli ifade ile denklemi kurması gerekecektir. Bu soru da yine RBC+C Modelinin basamaklarının oluşup oluşmadığının gözlemlenebileceği bir sorudur.

Odak Grup Görüşme Sorusu 6

Rümeysa'nın günlük çözdüğü soru sayısı 20'dir. Çözdüğü soru sayısıyla geçen süre arasındaki ilişkiyi göstermek isteseniz matematiksel olarak en iyi nasıl açıklardınız? Gerekçeleriyle birlikte yazınız.

Bu soru RBC+C Modelinin tüm basamaklarının tümünü gözlemlemek amacıyla hazırlanmıştır. Ortaokuldaki konular itibariyle RBC+C Modelinin tüm basamaklarını bir konu üzerinde gözlemlemek güç olsa da seçilen konu yapısı itibariyle buna en uygunlardan biridir. Çünkü soruda değişken, eşitlik kavramlarını *tanıyan* öğrencinin onu *kullanarak* denklemi *oluşturmasının* ardından Doğrusal İlişki kavramına ulaşması +C basamağı olan *pekiştirme* basamağına ulaştığını gösterecektir. Çünkü Denklem Kurma genellemesinden yola çıkarak yeni bir kavram olan doğrusal ilişki kavramına ulaşmış olacaktır.

Odak Grup Görüşme Sorusu 7

İçinde hazine bulunan çok önemli bir haritayı saklamanız gerekiyor. Fakat haritayı gömdüğünüz yeri aklınızda tutabilmek için yerini belirlemeniz gerekli. Nasıl bir yol izlerdiniz? İzlediğiniz yolu gerekçeleriyle birlikte açıklayıp çözümünüzü tüm ayrıntılarıyla yazınız.

Bu soru yer ve yön bulmayı gerektirecek, koordinat sistemi kavramına ulaştıracak, konunun *taşıyıcı sorusu* niteliğindedir (Gürbüz, Altun, & Ağsu, 2019). Öğrenciler aslında koordinat sistemine geçmeden yer ve konum belirleme ihtiyacından yola çıkarak, adres bulma hazinenin etrafında olan ağaç, ev herhangi bir işaret arayacaklar ve bir şekilde koordinat sistemine ulaşacaklardır.

Koordinat sistemi kavramına uygulamanın 2. aşamasında ulaşan öğrenciler bu soruyu rahatlıkla cevaplandıracaklardır. Soru kavram oluşturma özelliğine sahiptir.

Odak Grup Görüşme Sorusu 8

Malik merdivenleri inerken üçer üçer iniyor, çıkarken ikişer ikişer çıkıyor. Çıkarken attığı adım sayısı inerken attığı adım sayısından 5 fazladır. Merdivenin basamak sayısını nasıl bulabiliriz? Denklemden yararlanarak bulunuz.

Bu soru ile denklem kurma ve denklem çözme genellemelerinin soyutlanıp soyutlanamadığı ölçülmek istenmiştir. Böylelikle RBC+C Modelinin ilk üç basamağını gözlemlemeye yarayan bir soru hazırlanmıştır.

Odak Grup Görüşme Sorusu 9

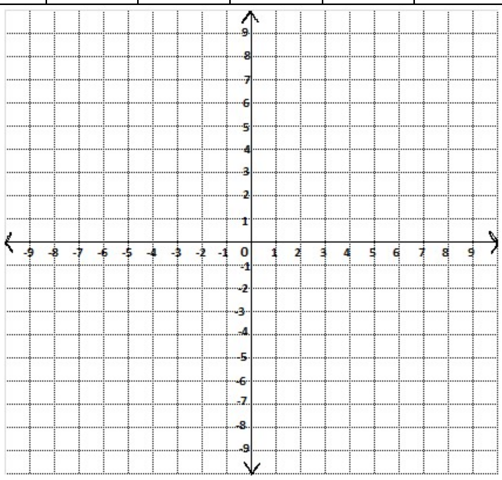
Zuhal Hanım'ın bahçe musluğu bozuktur ve her saat 0, 5 litre su damlatmaktadır. Buna göre, bu musluk kaç saat sonra 8 litre su damlatmış olur?

Bu soruda da öğrencinin denklem kurması ve doğrusal ilişki konusuna geçiş sağlaması amaçlanmıştır. RBC+C'nin *oluşturma* basamağını gözlemlemeye yöneliktir.

Odak Grup Görüşme Sorusu 10

y= x+3 doğrusal denkleminin grafiğini oluşturmak için önce x ve y değerler tablosunu oluşturunuz. Daha sonra aynı denklemi grafikle gösteriniz.

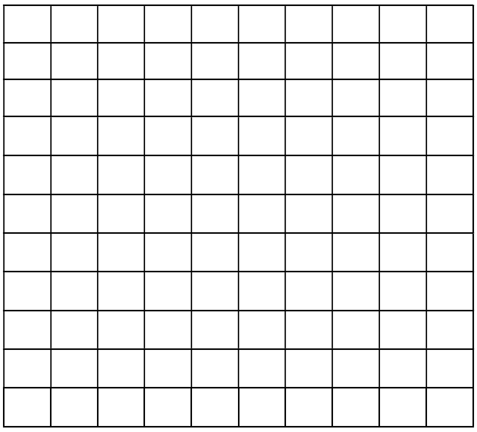
x							
y							



Öğrenciler koordinat sistemi, doğrusal ilişki ve denklem kavramlarına uygulamanın 2. aşamasında ulaştıklarından dolayı bu soruyla birlikte doğrusal denklemlerin grafiği bilgisine ulaşmaları beklenmektedir. Bundan dolayı bu soru RBC+C modelinin tüm basamaklarının gözlemlendiği bir soru olacaktır. Çünkü öğrenciler yukarıda belirtilen kavramları kullanarak oluşturdukları doğrusal denklem kavramını, doğrusal denklemlerin grafiğinde yani önceki kavramlardan bağımsız olarak yeni bir konu üzerinde *pekiştirmiş* olacaklardır. Bu da RBC+C'nin tüm basamaklarını gözlemlemeyi sağlar. Doğrusal denklemlerin grafiği ortaokul müfredatında RBC+C'nin tüm basamaklarını gözlemlemeye imkân veren nadir konulardan biri olması itibariyle de önemlidir.

Odak Grup Görüşme Sorusu 11

Sanitra ülkesinde iki nokta arası uzaklık max ($|x_1 - x_2|, |y_1 - y_2|$*) şeklinde belirlenmiştir. Şekildeki noktalarla oluşturulabilecek Sanitra eşkenar üçgeni var mıdır? Varsa bu üçgen hangisidir? Eşkenar olduğuna nasıl karar verdiğinizi açıklayınız.*



Bu soru yapısı itibariyle sentez yapmaya dayalı bir sorudur ve öğrencilerin üst düzey bilişsel becerilerini ölçmeye yöneliktir, RBC+C'nin +C basamağının oluşup oluşmadığını ölçmek için kullanılır. Öğrencilerin mutlak değer, eşkenar üçgen, koordinat sistemi gibi konuları tanıdıklarından yola çıkarak bu üç konuyu da içeren yeni bir senteze ulaşması beklenmektedir. Bundan dolayı soyutlamanın gerçekleşip gerçekleşmediğinin görülebileceği orijinal bir soru olduğu düşünülmektedir.

Odak Grup Görüşme Sorusu 12

Nisan ve Doruk koordinat sisteminde kare şeklinde bir define yeri belirliyorlar. Belirledikleri noktalardan bir tanesinin koordinatları A(3, 4) olduğuna göre diğer dört nokta neler olabilir, yorumlayınız.

Bu soruda öğrencinin koordinat sistemi, kare kavramlarını *tanıyıp* bunları *kullanarak* belirtilen noktayı koordinat sisteminde göstermesi, bununla da kalmayıp bu noktanın çevresinde kare oluşturabilecek diğer yakın noktaları belirlemesi gerektirmektedir. RBC'nin üç basamağını gözlemlemeye imkân veren bir sorudur.

Odak grup görüşme sorularının kazanımlarına göre dağılım tablosu aşağıda yer almaktadır. Hem 6. hem 7. sınıf cebir kavram ve genellemelerinin kazanımlarını içeren sorular hazırlanmıştır. Sadece altıncı sınıf kazanımlarından C1ve C3 kazanımlarını içeren soruya yer verilmemiştir. Bu kazanımlar da zaten bir sonraki kazanımın da içinde bulunduğu için kendilerinden sonra gelen kazanımla iç içedir. Odak grup görüşme sorularının kazanımlara göre dağılımı Tablo 8'de yer almaktadır.

Tablo 8

Odak Grup Görüşme Sorularının Kazanımlara Göre Dağılımı

Kazanım No	**Soru Numarası**
C2	4a, 4b, 4c
C4	5b
C5	2
C6	4c, 4d, 4e
C7	1a, 2, 3
C8	5

C9	1b, 3a
C10	3c, 8, 9
C11	7, 11, 12
C12	6
C13	10
11 kazanım	12 soru

Tablo 8'de görüldüğü üzere sorular genel olarak tüm altıncı ve yedinci sınıf cebir kazanımlarını içermektedir. Odak grup görüşmelerinin son sorusu ise öğrencilerin yapılan uygulamaya yönelik tutumlarını ölçmeyi içeren 5 alt sorudan oluşan bir soru olmuştur. Bu soruya verilen cevaplar da bulgular kısmında yer almaktadır. Belirtilen beş soru aşağıdaki şekildedir:

1. Bu çalışmanın size olan yararları nelerdir?

2. Çalışmada karşılaştığınız güçlükler var mıdır? Varsa nelerdir?

3. Problemlerde anlamadığınız yerler var mıdır?

4. Çalışmanın sonunda "Çalışmada bu da olsaydı, iyi olurdu." dediğiniz bir şey oldu mu?

5. Çalışma boyunca kafanızda canlanan, size yardımı olduğunu düşündüğünüz konular nelerdir?

3.5.5. Odak Grup Görüşme Testi (OGGT). Odak gruba görüşme sorularının uygulanmasından sonrası Odak Grup Görüşme Testi gruptaki öğrencilere bireysel olarak uygulanmıştır (Ek 4). Soyutlama Becerileri Testleri ve Odak Grup Görüşme Soruları'nın hazırlanma sürecinde uygulanan basamaklar Odak Grup GörüşmeTesti'nde de uygulanmıştır. Sorular uzman görüşüne başvurularak hazırlanmış, pilot uygulaması yapılmış, tespit edilen eksiklikler düzeltilmiş, tekrar uzman görüşüne başvurularak uygulaması yapılmıştır. Test, altı maddeden oluşmaktadır. Kazanımların hepsini ayrı ayrı ölçmeyi hedefleyen sorular yerine öğrencilerin soyutlama basamaklarından özellikle “pekiştirme” basamağını gözlemlemeye imkân veren sorular hazırlanmıştır (Tablo 7) .

OGGT Soru 1

“20 cm uzunluğunda bir demir telden bir dikdörtgen çerçeve yapılmak isteniyor. Bu dikdörtgenin kenar uzunluklarını bulunuz.”

Bu soru, dikdörtgenin çevresinden yola çıkarak, denklem kurma bilgisini soyutlayıp soyutlamadıkları bilgisine ulaştıracak bir soru çeşididir. Yani soru, C7, C8, C9, C10 kazanımlarını birlikte ölçen bir sorudur. Öğrencilerin denklem kurma becerisine ulaşıp ulaşmadıklarını belirlemektedir. RBC+C ‘nin tüm basamaklarını içermektedir. Öğrenci dikdörtgenin elemanlarını ve çevresini bulmayı *tanımakta,* cebirsel ifade olarak değişken *kullanarak,* denklem oluşturacaktır. Fakat bu dikdörtgenlerin bir tane olmadığını fark ederek, oluşabilecek tüm dikdörtgenleri göstermesi +C basamağına ulaştığının bir göstergesidir.

OGGT Soru 2

“20 cm kenar uzunluğunda bir demir telden, kenarlarının uzunlukları arasındaki fark 4 cm olan dikdörtgen şeklinde bir çerçeve yapılmak isteniyor. Bunu nasıl başarabiliriz?”

Bu soruda bir önceki sorunun bir adım ötesine geçilerek +C basamağının görülebileceği bir örnektir. Öğrenciler bu soruda çevreyi *tanı*yacak değişkenlerle ifade ederek denklemde *kullan*acak ve kenarların arasındaki farkın verilmesiyle ikinci denkleme ihtiyaç duyacaklardır. Bu iki denklemi *oluş*turarak, iki bilinmeyenli denklem sistemi kurup çözebilen öğrenciler olacağı gibi tek bilinmeyenli iki farklı denklem kurup çözebilen öğrenciler de olacaktır. İki bilinmeyenli ya da tek bilinmeyenli denklem kurma ve çözme genellemesini dikdörtgenin çevresini kullanarak yapacaklarından dolayı *pekiştirme* basamağı olan +C’ye ulaşabileceklerdir.

OGGT Soru 3

“Bir kargo şirketi; 0 ile 5 kg arasında olan gönderilere a lira, 5 ile 10 kg arasında olan gönderilere 2a lira, 10 ile 20 kg arasında olanlara 3a lira, 20 ile 40 kg arasında olanlara 4a lira ücret alıyor. Fiyat tablosu yerine geçebilecek bir grafik çiziniz.”

Üçüncü soru ile cebirsel ifadelerden yararlanarak denklem kurma, denklem çözme, iki bilinmeyen arasında doğrusal ilişki kurma, bu doğrusal ilişkiyi grafikle gösterme kavram ve genellemelerini içeren C7, C8, C9, C10, C11, C12, C13 kazanımlarını kapsamaktadır. Böylece bir soruyla tüm kazanımların soyutlama süreçlerini incelemeye imkân vermektedir. Aynı zamanda soyutlama süreçlerini RBC+C modelinin tüm basamaklarını içerecek şekilde analiz etmeye imkân veren bir sorudur. Bu soru yardımıyla öğrencilerin, parçalı fonksiyon kavramı üzerinden doğrusal denklemlerin grafiği kavramını pekiştirip pekiştiremedikleri belirlenebilecektir.

OGGT Soru 4

Bir otopark aşağıdaki fiyat tablosuna göre park parası alıyor. Bu fiyat tablosundaki bilgileri gösteren bir grafik çiziniz.

Fiyat Tablosu	
0-1 saat	4 lira
1-2 saat	6 lira
2-4 saat	7 lira
4-10 saat	10 lira
10-24 saat	12 lira

Dördüncü soruda C11, C12 ve C13 kazanımlarını içeren koordinat sistemi, değişken kavramlarını *tanı*yan öğrencinin bunları *kullanarak*, bu bilgilere uygun grafiği *oluşturması* gerekmektedir. Fakat bu bilgiye uygun grafiği oluştururken doğrusal denklem grafiğinden farklı olarak parçalı fonksiyon bilgisini hissedecekleri bir örnektir. Yani tanıdıkları kavramlardan yola çıkarak, oluşturdukları bilgiyi, bambaşka yeni bir bilgiyi oluştururken kullandıklarından ötürü *pekiştirme* basamağı olan +C'ye ulaşıp ulaşmadıklarını tespit etmeye imkân vermektedir. Öğrencilerin bilişsel düzeyine göre bu bilgiye ulaşabilen ve ulaşamayan öğrencileri gösterecek bir sorudur.

OGGT Soru 5

Bir telefon şirketi 1 dakikaya kadar olan konuşmalar için 1 kontör ve sonraki her bir dakika için 1 kontör kullandırıyor. Yani 3, 1 veya 3, 9 dk konuşuyorsanız 4 kontör kullanmış olursunuz. Bu durum dikkate alınarak;

a) Yaptığı 10 konuşmada sırayla 0, 7 dk, 1, 5 dk, 3, 5 dk, 6, 2 dk, 5, 3 dk, 7, 7 dk, 8, 1 dk, 9 dk, 4 dk görüşmüş olan biri kaç kontör harcamış olur?

b) Öyle bir grafik çiziniz ki grafiği izleyen bir kimse, konuşma süresinin tutarı olan ücreti bir bakışta anlayabilsin.

Beşinci soruda öğrencilerin ilk başta a şıkkında aritmetik hesap yapması gerekiyor gibi gözükürken aslında buradan bir tablo oluşturma ihtiyacı doğduğunu göreceklerdir. Beşinci sorunun b şıkkında ise bu bilgileri grafikle göstermeleri istenmektedir. Bu soru yine C11, C12 ve C13 kazanımlarını içermektedir. Gösterecekleri grafik bir önceki soruda olduğu gibi onları doğru denklemi kavramından parçalı fonksiyon bilgisine ulaştıracağı için RBC+C'nin *pekiştirme* basamağına kadar inceleme fırsatı sunan bir sorudur.

OGGT Soru 6

Bir mağaza satışları arttırmak için satış miktarına göre hiçbiri boş çıkmayan hediye kuponları veriyor. Ödül kuponu alabilmek için, en az 50 liralık alışveriş yapmak zorundasınız. Hediye kuponu sayısı ile ilgili tablo şöyledir:

50-150 lira	1 kupon
151-300	2 kupon
301-500	3 kupon
501-1000 lira	4 kupon
1000 lira ve üzeri	5 kupon

Alışveriş miktarına göre, hediye kupon sayısını gösteren grafiği çiziniz.

Bu soru da bir önceki soruyla aynı kazanımları ölçmektedir. Soyutlama becerileri açısından da RBC+C modelinin tüm basamaklarını gözlemlemeye uygun bir yapıdadır. Böylece öğrenci doğrusal denklem grafiği genellemesinden yola çıkarak parçalı fonksiyon grafiği kavramına ulaşmış olacaktır. Araştırmacı, lisede öğrenecekleri için her ne kadar bu kavramın ismini açıklamayacak olsa da öğrenciler bu kavrama ait parçalı fonksiyon grafiğinin nasıl oluştuğu bilgisine ulaşabileceklerdir. Yani *tanıma, kullanma, oluşturma* ve *pekiştirme* basamaklarının hepsini birden gözlemlemeye imkân verecek bir sorudur.

3.6. Hazırlanan Testlerin Geçerlik ve Güvenirlik Çalışmaları

Veri toplama araçlarından CCTT testi geçerliği ve güvenirliği hesaplanmış bir test olup, Türkçeye tercüme edildikten sonra güvenirliği KR-20 ile 0.93 olarak ölçülmüştür (Çıkla, 2004).

Araştırmacının hazırlamış olduğu SBT 1-2-3 testlerinin kapsam geçerliğini sağlayıp sağlamadığı ve soyutlama becerilerini ölçme amacına uygun olup olmadığı konusunda uzman görüşüne başvurulmuştur. Bunun için önce hazırlanan testlerin ortaokul öğrencileri tarafından yapılabilmesi incelenmiştir. Test maddelerinin öğretim programındaki kazanımları içerecek şekilde olmasına dikkat edilmiştir.

Bu amaçla uzman görüşü için, bir akademisyen, bir araştırma görevlisi, 14 ve 15 yıllık üç ayrı Matematik öğretmeni, dil ve akıcılığı ölçmek için bir Türkçe öğretmeninin görüşlerine başvurulmuştur. Uzmanlardan elde edilen dönütler sonrası, test maddelerinin ve odak grup görüşme sorularının kapsamı, dil ve akıcılığı, seviyesi ile ilgili gerekli düzeltmeler yapılmış, testlerin ve grörüşme sorularının süreçleri gözlemlemeye yönelik amaca hizmet edeceği görüşüne varılmıştır. Bundan sonra testlerin pilot uygulaması yapılıp elde edilen verilerden gerekli düzeltmeler yapıldıktan sonra güvenirlik çalışmaları yapılarak testlere son şekli verilmiştir.

Testlerdeki maddelerin güvenirlik çalışmaları için pilot çalışmanın sonuçlarına bakıldıktan sonra daha önceden kavramları öğrenmiş olan sınıflara uygulanarak, cevapların puanları için güvenirlik değerleri belirlenmiştir. Araştırmada kullanılan testlerin Croanbach Alfa güvenirlik değerleri Tablo 9'da yer almaktadır.

Tablo 9

Hazırlanan Testlerin Alfa Croanbach Güvenirlik Değerleri

Hazırlanan Testler	Güvenirlik Değeri
SBT1	0, 857
SBT2	0, 793
SBT3	0, 848
OGGT	0, 765

Tablo 9 incelendiğinde hazırlanan testlerin Croanbach Alfa güvenirlik değerlerinin 0, 60'dan büyük olduğu görülmektedir (Can, 2013). Böylece testlerin güvenilir olduğu belirlendikten sonra testlerin uygulaması yapılmıştır.

3.7. Tasarımın Analiz Aşaması

Veriler nicel ve nitel olmak üzere iki aşamada analiz edilmiştir. Öğrencilerin soyutlama becerilerini incelemek amacıyla hazırlanan öğretim tasarımının analizi, tasarımın uygulamasının birinci ve ikinci aşamasında, 6. ve 7. sınıf düzeyinde yapılan ön test ve son testlerden elde edilen verilerin nicel analizi ile yapılmıştır. Araştırmanın nitel kısmı olan -üçüncü aşaması- Bireysel Soyutlamayı İnceleme aşamasında ise öğrencilerin ders içi ses kayıtlarının, çalışma kağıtlarının ve araştırmacının uygulama sırasında aldığı notlarının nitel analizi ile elde edilmiştir.

3.7.1. Tasarımın Nicel Analiz Aşaması. Nicel aşamada araştırmacı tarafından hazırlanan 3 adet Soyutlama Becerileri Testi ve Chelsea Cebirsel Tanılama Testi'nin 6. ve 7. sınıfta ön ve son test olarak öğrencilere uygulanmasıyla toplam 7 testin nicel analizleri SPSS 25.0 programı ile yapılmıştır. Öğrencilerin testleri kontrol edilirken aşağıdaki puanlama sistemi kullanılmıştır.

0: Soyutlama yapılmamış.

1: Kısmi soyutlama yapılmış.

2: Soyutlama tam olarak yapılmış.

Öğrenciler soruları çözerken yapamadıkları, boş bıraktıkları sorular için "0" puan almışlardır. Kısmi olarak Tanımayı gerçekleştirdikleri, bazı bilgileri Kullandıkları ama doğru sonuca ulaşamadıkları sorularda "1" puan almışlardır. Öğrencilerin soruyu doğru çözdükleri, istenen soyutlamayı gerçekleştirdiklerinin gözlemlendiği sorularda tam puan olan "2" puan almışlardır.

Yapılan ön ve son testlerin normal dağılıma uygun olup olmadığını bakılmıştır. Bunun için Kolmogorov- Smirnov Testi uygulanmıştır. Test sonuçları normal dağılıma uygun olan sonuçlar için parametrik testlerden ilişkili örneklemler t-testi uygulanmıştır. Normal dağılıma uygun olmayan testler için ise parametrik olmayan testlerden Wilcoxon Testi seçilmiştir. Bu sonuçlar bulgular bölümünde açıklanmıştır.

3.7.2. Tasarımın Nitel Analiz Aşaması. RBC+C modelinin hazırlanan tasarımın 6. ve 7. sınıf uygulama sırasında toplanan verilerle nicel analiz yapıldığı gibi nitel analiz de yapılmıştır. Sınıf ortamında yapılan uygulama sonrası toplanan etkinlik kağıtları, uygulama öncesi ve sonrası yapılan testler ve ders içi ses kayıtlarının betimsel analizleri, belirlenen odak grup öğrencilerine ait veriler üzerinden nitel olarak yapılmıştır. Böylece öğrencilerin soyutlama becerileri daha ayrıntılı bir şekilde incelenmiştir. Uygulama sınıf ortamında yapıldığından gözden kaçan ayrıntılar, bu nitel analizler yardımıyla mercek altına alınmıştır.

Altıncı ve yedinci sınıf cebir kavram ve genellemelerini içeren tasarımın uygulanmasından sonra elde edilen nitel verilerle oluşturulan soyutlama becerileri temaları aşağıda Tablo 10'da yer almaktadır.

Ayrıca odak grup öğrencilerinin hem 6. hem de 7.sınıftaki etkinlik kağıtları analiz edilerek temalar oluşturulmuş ve bu temalar, RBC+C modeli eylemlerinin ayrıntılandırılmış şekliyle analiz edilmiştir.

Tablo 10

Nitel Analiz Yapılırken Kullanılan Temalar

Temalar		6.sınıf	7.sınıf
1.	Cebirsel İfade Kullanma	✓	
2.	Örüntü Kuralı Oluşturma	✓	
3.	Denklem Kurma		✓
4.	Ortak Özellik (Değişken)	✓	
5.	Denklemde Değişkeni İfade Etme		✓
6.	Değişkenler Arası İlişkiyi Tablo ve Grafikle Gösterme		✓

Odak grup öğrencilerinin etkinlik kağıtlarından ve sınıf içi gözlemlerinden elde edilen soyutlama becerileri göstergeleri aşağıdaki tablo ile analiz edilmiştir. Analiz etmek için RBC+C modeli kullanılmıştır. Fakat modelde bazı eksik kategoriler tespit edildiğinden alt kategorileri daha şeffaf hale getirecek şekilde ayrıntılandırma yapılmıştır. Bir sonraki bölümde göstergeler daha ayrıntılı anlatılmaktadır. Bu bölümde RBC+C modelinin ayrıntılandırılmış göstergeleri aşağıda Tablo 11'da yer verilmiştir.

Tablo 11

Temalara Göre Soyutlama Becerileri Göstergelerinin Analizi Tablosu

Temalar	Cebirsel İfade Kullanma							
Odak Grup	R-Tanıma			B-Kullanma	C-Oluşturma			+C-Pekiştirme
	R1	R2	R3		C1	C2	C3	
Emre (D)								
Kadir (D)								
Pınar (O)								
Damla (O)								
Nisa (O)								
Eylül (Y)								
Buse (Y)								
Damla (Y)								
Malik (Y)								

Yukarıdaki Tablo 11'de örnek olarak gösterildiği üzere her tema için ayrı tablo hazırlanarak öğrencilerin soyutlama becerileri belirlenmiştir.

3.7.3. Bireysel Soyutlamayı İnceleme Aşamasındaki Verilerin Nitel Analizi. Aşağıda bireysel soyutlamayı inceleme aşamasındaki verilerin nitel analizi odak grup görüşmelerinin nitel analizi ve Odak Grup Soyutlama Testi'nin nitel analizi olarak iki başlık altında yapılmıştır.

3.7.3.1. Odak Grup Görüşmelerinin Nitel Analizi. Tezin uygulamasının son aşaması olan bireysel soyutlamayı daha yakından gözlemlemek için yapılan odak grup görüşmelerindeki her bir soru ile gözlemlenmek istenen soyutlama becerileri belirlenmiştir. Bunun için görüşme kayıtlarının transkripti çıkarılmış, bu transkriptlerin ve öğrencilerin soruları çözdükleri çalışma kağıtlarının tematik analizi araştırmacı tarafından yapılmıştır. Araştırmacı kendi yaptığı analiz dışında araştırmacı yanlılığını önlemek amacıyla başka bir araştırmacıdan da yapılan uygulamanın soyutlama becerilerine uygun olarak tematik analizini yapmasını talep etmiştir. Her iki araştırmacının yaptığı tematik analizler karşılaştırılmış ve uyumlu oldukları belirlenmiştir. Odak grup görüşmeleriyle oluşturulan temalar, Tablo 12'de yer almaktadır.

Tablo 12

Odak Grup Görüşme Verileriyle Belirlenen Temalar

Temalar		Odak Grup Görüşmeleri
1.	Cebirsel İfade Kullanma	✓
2.	Denklem Kurma	✓
3.	Ortak Özellik (Değişken)	✓
4.	Denklemde Değişkeni İfade Etme	✓
5.	Değişkenler Arası İlişkiyi Tablo ile Gösterme	✓
6.	Değişkenler Arası İlişkiyi Grafikle Gösterme	✓

Tablo 12'de belirtilen temaları, odak grup öğrencilerinin bireysel odak grup görüşmeleri sırasında soyutlayıp soyutlamadıkları RBC+C modeliyle incelenmiştir. İncelenen temalara ait göstergeler aslında RBC+C modelinin kendisidir. Fakat uygulamada soyutlama analizi yapılırken, göstergelerin yetersiz kaldığı noktalar olduğu fark edilip, bunların kategorizelendirilmesi gerektiği sonucuna varılmıştır. Ron ve arkadaşlarının (2010) yaptıkları çalışmada öğrencilerin tutarsız ya da kararsız cevaplarının, -özellikle de sınıf içi uygulamalarda- kısmi doğru oluşturmayla açıklanabileceğini belirtmişlerdir. Bu çalışmada da elde edilen veriler analiz edilirken kısmi doğru oluşturmaların olduğu sonucuna varılmıştır. Dahası yanlış oluşturmaların olduğu durumlar da gözlemlenmiştir. Uzman görüşü de alınarak bu kategoriler yapılmış, göstergeler elde edilen bulgulara göre belirlenmiştir. İnceleme esnasında *Tanıma* (Recognizing) epistemik eyleminin üç farklı şekilde gerçekleştiği gözlemlendiğinden, *tanıma*nın üç farklı göstergesi, R1, R2 ve R3 ile kodlanmıştır.

R1: İlgisiz tanıma (Irrelevant Recognizing)

R2: Yardımcı Tanıma (Subsidiary Recognizing)

R3: Beklenen Tanıma (Expected Recognizing)

R1, yani ilgisiz tanıma, öğrencinin bir önceki konuyla ya da tanıması gereken bilgiyle ilişki kuramayarak başka bir şekilde tanımayı gerçekleştirmesidir. Örneğin; cebirsel ifade kavramını soyutlarken, öğrencinin örüntü kavramında soyutlamış olduğu bilinmeyen ya da değişken kullanmadan ilgisiz şekilde cebirsel ifadeyi tanımasıdır.

R2, yardımcı tanıma, öğrencinin yeni bir kavramı oluştururken tanıması gereken önceki bilgilerini tam olarak tanıyamaması yani eksik tanımasıdır. R2'de bir tanıma vardır, fakat tanıma doğru oluşturma yapmaya yeterli değildir. R3, beklenen tanıma, kavramı oluşturmada ön bilgilerinin beklenen tanıma düzeyinde olmasıdır.

Benzer şekilde *oluşturma* eyleminde de benzer kategoriler, göstergeler elde edilmiştir. Oluşturma eylemi yanlış da olsa doğru da olsa gerçekleşmektedir. Herhangi bir doğruluk değeri atfedilmeyen *oluşturma* eyleminde (Piaget, 1999), bu tez çalışması ile, doğruluk atfedilecek *oluşturma* eylemine ulaşılabileceği gözlemlenmiştir. Aslında Hershkowitz ve diğerleri (2014) de Oluşturma basamağı için Kısmi Doğru Yapılar, ya da Kısmi Doğru Oluşturma şeklinde bir alt basamağın olduğundan bahsetmişlerdir. Bu noktadan hareketle, uzman görüşüne de başvurularak araştırmacı tarafından, Oluşturma basamağına üç farklı kategoride doğruluk değeri atfedilmiştir. Bu kategorilere ait göstergeler; C1, C2 ve C3 olarak kodlanmıştır.

C1: Yanlış oluşturma (Incorrect Construction)

C2: Kısmi Doğru Yapı Oluşturma (Partially Correct Construction)

C3: Doğru Oluşturma (Correct Construction).

C1, yanlış oluşturmanın (Incorrect Construction) göstergesi olup, *oluşturma* eyleminin yanlış olarak gerçekleştiği durumlarda kullanılan bir göstergedir. C2, Kısmi Doğru Oluşturma (PaCC) göstergesi olup öğrencilerin yanlış bilgi ile doğru oluşturma yapması ya da doğru bilgi ile eksik oluşturma yapmasıdır. C3, Doğru Oluşturma (Correct Construction) göstergesi olup öğrencinin öğrendiği kavram ve genellemeyi beklenen şekilde doğru olarak oluşturmasıdır.

Soyutlama analizi yapılacak temaları analiz etmek için oluşturulan göstergeler, Tablo 13'teki gibi hazırlanmıştır.

Tablo 13

Temalara Göre Soyutlama Becerileri Göstergelerinin Analizi

Temalar	Cebirsel İfade Kullanma							
Bireysel Görüşme	R-Tanıma			B-Kullanma	C-Oluşturma			+C-Pekiştirme
	R1	R2	R3		C1	C2	C3	
Emre (D)								
Kadir (D)								
Pınar (O)								
Damla (O)								
Nisa (O)								
Eylül (Y)								
Buse (Y)								
Sude (Y)								
Malik (Y)								

3.7.3.2. Odak Grup Görüşme Testi'nin Nitel Analizi. Odak grupla yapılan görüşmelerin ardından, gruba Odak Grup Görüşme Testi uygulanmıştır. Odak Grup Görüşme Testi'ne öğrencilerin verdiği cevaplar nitel analiz çeşitlerinden içerik analizine tabi tutulmuştur. Hazırlanan test soruları, RBC+C modelinin özellikle son basamağı olan "pekiştirme" basamağını gözlemlemleye olanak verdiğinden, öğrencilerin verdikleri cevaplarla bu aşamaya ulaşıp ulaşıp ulaşmadığı betimsel olarak analiz edilmiştir. Bunu analiz edebilmek için Odak Grup Görüşme Testi sorularına verilen cevaplar temalara ayrılmıştır. Sorular ağırlıklı olarak iki tema altında toplanmaktadır. Bu temalar Tablo 14'te yer almaktadır. Temalardan birincisi; *denklem kurma ve çözme*, ikincisi ise *doğrusal denklemlerin grafiğinden yararlanarak parçalı fonksiyon oluşturma* şeklindedir.

Tablo 14

OGGT verileriyle belirlenen Temalar

Temalar	OGGT
1. Denklem Kurma ve Çözme	✓
2. Doğrusal Denklemlerin Grafiğinden Yararlanarak Parçalı Fonksiyon Oluşturma	✓

Bu iki temaya ait veriler, soyutlama becerileri göstergeleri yardımıyla incelenmiştir. Soyutlama becerilerinin göstergeleri Tablo 15'teki gibidir.

Tablo 15

Temalara Göre Soyutlama Becerileri Göstergelerinin Analizi

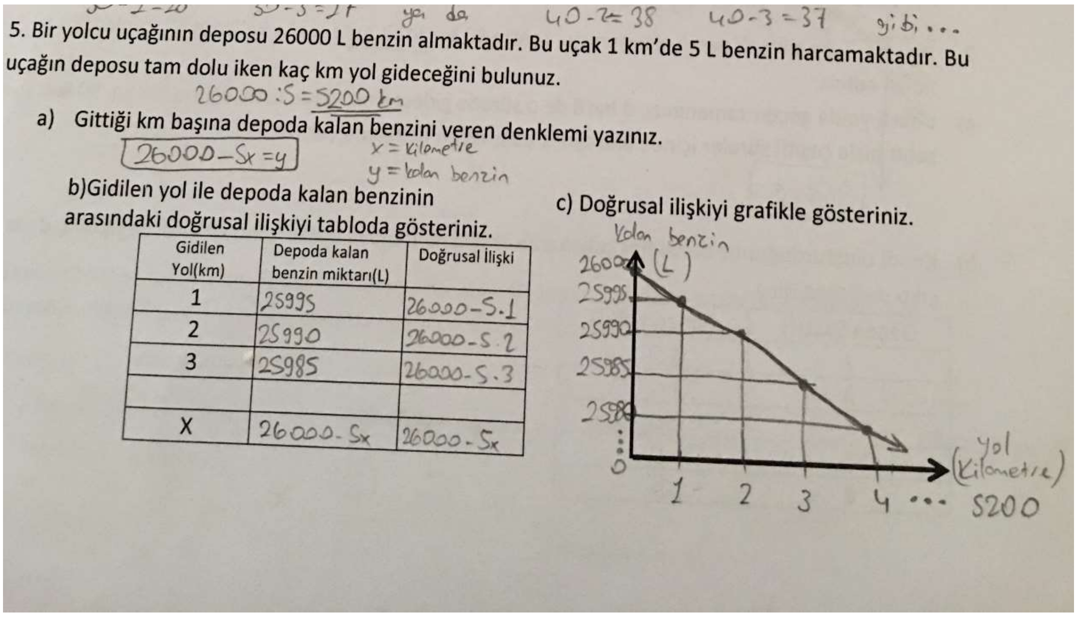
Temalar	Denklem Kurma ve Çözme							
OGGT	R-Tanıma			B-Kullanma	C-Oluşturma			+C-Pekiştirme
	R1	R2	R3		C1	C2	C3	
Emre (D)								
Kadir (D)								
Pınar (O)								
Damla (O)								
Nisa (O)								
Eylül (Y)								
Buse (Y)								
Sude (Y)								
Malik (Y)								

Elde edilen etkinlik kağıtları ve testlerden odak grupta yer alan öğrencilerin dokümanları, nitel olarak içerik analizi yapılmak üzere seçilmiştir. Odak grup görüşmelerinde yer alan öğrenciler; uygulama yapılan sınıfta yer aldıkları için 6. sınıftan başlayıp 7. sınıfa kadar bu öğrencilere ait dokümanlar toplanarak dosyalanmıştır. Sadece odak grup görüşmelerinin nitel analizi yapılmamış, aynı zamanda hem 6. hem de 7. sınıftaki gelişimsel süreçlerini gözlemlemek bakımından, odak grubu öğrencilerine ait tüm dokümanların içerik analizi yapılmıştır.

Yapılan analizlere ait bulgular, her bir araştırma sorusuna verilen cevapların altında yer alan nitel bulgular kısmında yer almaktadır. Dokümanların analizlerinin nasıl yapıldığına dair bir örnek aşağıda yer almaktadır. Şekil 9 bir odak grup öğrencisinin etkinlik kağıdını içermektedir.

Şekil 9

Bir Odak Grup Öğrencisinin Etkinlik Kağıdının Analizine Bir Örnek



Şekil 9'da yer alan örnek problem, SBT3' te yer alan 5. sorudur. Bu soruda ölçülmek istenen kazanım her bir şık için sırasıyla denklem kurma, doğrusal ilişki ve doğrusal denklemlerin grafiğidir. Soyutlama becerilerinde ise gözlemlenecek olan tema "değişkenler arası ilişkiyi grafikle gösterme" temasıdır. Eylül isimli öğrenci doğrusal ilişki bilgisini doğrusal denklemlerin grafiği üzerinden *soyutlamıştır*.

Nasıl soyutlandığını daha ayrıntılı izah etmek gerekirse, a şıkkında öğrenci doğrusal ilişki için gerekli olan denklem kurma, denklemde değişkeni ifade etme şeklindeki ön bilgileri *tanımıştır*. Yani beklenen tanımayı gerçekleştirmiştir. Denklemi kurmuştur, bu ön bilgileri *kullanarak* doğrusal ilişki tablosunu doğru olarak *oluşturmuştur*. Aynı zamanda doğrusal ilişki kavramını doğrusal denklemlerin grafiği bilgisi üzerinden *pekiştirebilmiştir*. Bundan dolayı öğrenci, doğrusal ilişkiyi grafikle gösterme temasını *soyutlayabilmiştir* denebilir.

3.8. Araştırmacının Rolü

Araştırma süresi boyunca araştırmacı, araştırmayı yürüten, araştırma sürecindeki veri toplama araçlarını üreten, ders tasarım planlarını hazırlayan, iki yıl boyunca uygulayan rolü üstlenmiştir. Aynı zamanda araştırmacı, uygulama süreçleri boyunca gerek sınıf içindeki uygulamada gerek bireysel soyutlama inceleme sürecinde öğrencilerin soyutlama süreçlerini gözlemleyen, gözlemci rolü üstlenmiştir.

Uygulamanın başladığı ilk aşama olan 6. sınıftan itibaren 7. sınıfın sonuna kadar üç aşamayı da yürüten rolü, araştırmacı üstlenmiştir. Soyutlama becerilerini ölçmeyi sağlayan 6. ve 7. sınıfa ait ders tasarımlarını hazırlamış, uzman görüşüne sunmuş, gerekli düzeltmeleri yaptıktan sonra öğretmen rolüyle uygulamasını kendisi yapmıştır. Uygulamada kullanılan veri toplama araçlarını hazırlamış, uzman görüşünü aldıktan sonra gerekli düzeltmeleri yapıp, pilot uygulamalarını yapmış, sonrasında uygulama öncesi ve sonrası ön test-son test olarak uygulama sınıfında ve kontrol sınıfında uygulamıştır. Verilerin analizinin nicel kısmında belirlemiş olduğu puanlama cetveline uygun şekilde test kağıtlarını kontrol etmiş, sonrasında da analizlerini yapmıştır.

Araştırmanın nitel kısmında ise, odak grup görüşme sorularını hazırlamış, uzman görüşüne sunmuş, gerekli düzeltmeleri yaptıktan sonra oluşturduğu grup üzerinde uygulamıştır. Veri toplama aracı olarak kullandığı öğrenci çalışma kağıtları, ses kaydı, odak grup görüşme sorularının nitel analizini kendisi yaparken, diğer yandan araştırmacı yanlılığının önüne geçmek amacıyla bir başka araştırmacı da analiz yapmıştır. Araştırmacı ses kayıtlarının transkriptini çıkarmış, bunların nitel analizini yapmıştır.

Kontrol grubunda ise öğretim müfredatına uygun öğretim gerçekleştirilmiş olup, öğrenciler MEB 6. ve 7. sınıflar için belirlenen Matematik kitabıyla öğretime devam etmişlerdir. Deney grubu ile aynı süre içerisinde tüm kazanımları elde edebilecek şekilde, kontrol grubunun da dersleri sınıfın matematik öğretmeni tarafından yürütülmüştür. Çalışma öncesi ve sonrası kontrol grubuna aynı ön ve son testler uygulanmıştır. Öğrencilerin testlerden elde edilen nicel verileri analiz edilerek sonuçları deney grubuyla karşılaştırılarak incelenmiştir.

4. Bölüm

Bulgular ve Yorum

Bu bölümde, araştırma boyunca ortaokul öğrencilerinin sınıf ortamında cebir kavram ve genellemelerini nasıl soyutladıklarının incelenmesiyle elde edilen bulgular ve bu bulgulara ait yorumlar paylaşılmıştır. Bu amaçla 6. ve 7. sınıfı kapsayan boylamsal yapıya sahip olan bu çalışmanın bulguları araştırma alt problemleri sırası dikkate alınarak aşağıda verilmiştir.

4.1. Birinci Alt Probleme Ait Bulgular ve Yorumlar

Tez çalışmasının 1. alt problemi "Altıncı sınıfta öğrencilerin Örüntüler, Cebirsel İfadeler, Cebirsel İfadelerde İşlemlerle ilgili soyutlama süreçlerinin doğası nasıldır?" şeklindedir. Bu soruya ait bulgular, nicel ve nitel olmak üzere iki ayrı alt başlıkta incelenecektir.

4.1.1. Altıncı Sınıfta Yapılan Testlere Ait Nicel Bulgular. Altıncı sınıf düzeyinde uygulama öncesinde ve sonrasında Chelsea Tanılama Testi uygulanmış, uygulamanın sonunda ise Soyutlama Becerileri Testi 1(SBT1) uygulanmıştır.

Chelsea Cebir Tanılama Testi (CCTT) Yöntem kısmında da anlatıldığı üzere cebir kavram ve genellemelerinin soyutlanıp soyutlanmadığını gözlemlemeye imkân veren bir testtir. Alandaki en eski test olması, geçerlik ve güvenirliğinin hesaplanmış olması sebebiyle ön test ve son test olarak kullanılmaya uygun görülmüştür. SBT1 testi de araştırmacı tarafından hazırlanmış, uzman görüşüne sunulmuş, pilot uygulaması yapılmış ve gerekli düzeltmeler yapıldıktan sonra uygulamıştır. Öncelikle test sonuçlarının normal dağılıma uygun olup olmadığına bakılmış, daha sonra ise buna uygun nicel analizler yapılmıştır.

4.1.1.1. Altıncı Sınıfta Yapılan Testlerin Normallik Testi Sonuçları. Öğrencilerin CCTT'ne verdikleri cevaplar incelenmiş, Yöntem kısmında açıklanan puanlama cetveline uygun şekilde puanlanmış ve alınan puanların normallik testi, SPSS 25.0 Programı'nda Kolmogorov-Smirnov Testi ile yapılmıştır. Aşağıdaki Tablo 16'da Normallik Testi sonuçları yer almaktadır.

Tablo 16

Altıncı Sınıf CCTT Ön ve Son Testi Normallik Testi Sonuçları

Chelsea Tanılama Testi	Sınıf Düzeyi	Öğrenci Sayısı	Aritmetik Ortalama	Standart Sapma	Kolmogorov-Smirnov
Deney Ön Test	6I	34	14.85	7.29	0.200
Kontrol Ön Test	6İ	35	14.56	9.23	0.200
Deney Son Test	6I	34	27.55	8.93	0.087
Kontrol Son Test	6İ	35	19.88	10.64	0.200

Normal dağılıma uygun bir veri grubunda Kolmogorov-Smirnov Testi sonuçlarının $p>0.05$ olması gerekmektedir (Can, 2013). Tabloda görüldüğü üzere tüm ön test ve son testlerin Kolmogorov- Smirnov Testi sonuçları 0.05'ten büyüktür, bu durumda veri grupları normal dağılıma uygundur.

Veri grupları normal dağılıma uygun olduğu için deney ve kontrol gruplarının ön test sonuçlarına ve son test sonuçlarına ilişkisiz örneklemler t-testi uygulanmıştır. Ayrıca deney ve kontrol gruplarının kendi içlerinde ön ve son testlerinin puan farkları alınarak normal dağılıma uygun olup olmadığına bakılmış, normal dağılıma uygun ise İlişkili Örneklemler t-testi uygulanmıştır. Böylece deney grubunun kendi içindeki ilerlemesine, kontrol grubunun kendi içindeki ilerlemesine bakılarak anlamlı bir fark olup olmadığı nicel olarak ölçülmüştür. Yapılan testlere ilişkin sonuçlar ilgili başlıklar altında açıklanacaktır.

Uygulamasına 6.sınıf düzeyinde uygulanan tez çalışmasının sonunda araştırmacı tarafından hazırlanıp uygulanan Soyutlama Becerileri Testi 1'e ait normallik testi bulguları aşağıdaki Tablo 17'de verilmiştir.

Tablo 17

SBT1 Normallik Testi Sonuçları

SBT1	Sınıf	N	X	ss	Kolmogorov- Smirnov
Deney G.	6I	34	22.38	5.94	0.200
Kontrol G.	6İ	35	14.08	6.93	0.200

Tablo 17'de belirtildiği üzere deney ve kontrol grupları için uygulanan SBT1 testi normal dağılıma uygundur. Bu durumda bu testin sonuçlarına da parametrik testlerden ilişkili örneklemler t testi uygulanması uygun görülmüştür.

4.1.1.2. Altıncı Sınıfta Yapılan Testlerin Analizi. Aşağıda uygulamanın ilk aşaması olan altıncı sınıfta yapılan testlerin analizi; altıncı sınıfta yapılan CCTT'ye verilen cevapların nicel analizi ve altıncı sınıfta yapılan SBT1'e verilen cevapların nicel analizi olarak iki başlık altında yapılmıştır.

4.1.1.2.1 Altıncı Sınıfta Yapılan CCTT'ye Verilen Cevapların Nicel Analizi. Altıncı sınıfta öğrencilerin soyutlama becerilerini ölçmek amacıyla uygulama öncesi ve sonrası CCTT ile uygulama sonrası araştırmacı tarafından hazırlanan SBT1 testi uygulanmıştır.

Altıncı sınıf düzeyinde yapılan testlerin normal dağılıma uygun olup olmadığına bakıldıktan sonra ön test sonuçlarına parametrik testlerden ilişkili örneklemler t testi ve bağımsız örneklemler t testi uygulanmıştır.

Tablo 18

Altıncı Sınıf Chelsea Tanılama Ön Testi Bağımsız Örneklemler için t- Testi Sonuçları

CCTT	Sınıf	N	$\bar{X}$	S	sd	t	p
Deney G. Ön Test	6I	34	14.85	7.29	62	0.138	0.890
Kontrol G. Ön Test	6İ	35	14.56	9.23			

Altıncı sınıf öğrencilerinin cebir kavram ve genellemelerinin soyutlama süreçlerini hazırlanan bir öğretim tasarımı yardımıyla incelendiği bu çalışmada hem deney hem de kontrol grubuna uygulama öncesinde yapılan Chelsea Tanılama Testi sonuçları arasında anlamlı bir fark olup olmadığına bakılmıştır. Yapılan ilişkisiz örneklemler için t-testinde, hazırlanan tasarım yardımıyla uygulama yapılan sınıfın CCTT ön test puan ortalaması ($\mathbf{X}_{6I} = 14.85$) ile kontrol grubu öğrencilerinin CCTT ön test puan ortalaması ($\mathbf{X}_{6İ} = 14.56$) arasında anlamlı bir fark görülmemiştir ($t_{(62)} = 0.138, p > 0.05$). Tablo 10 incelendiğinde her iki grupta uygulama öncesi anlamlı bir fark olmadığı tespit edilmiştir (p>0.05).

Altıncı sınıf düzeyinde Chelsea Cebir Tanılama Testi uygulama sonunda son test olarak tekrar öğrencilere uygulanmış olup, bu test sonuçlarına SPSS'te ilişkisiz örneklemler için t-Testi uygulanmıştır. Sonuçlar Tablo 19'da yer almaktadır.

Tablo 19

Altıncı Sınıf Chelsea Tanılama Son Testi İçin İlişkisiz Örneklemler t- Testi Sonuçları

CCTT	Sınıf	N	$\bar{X}$	S	sd	t	p
Deney G. Son test	6I	34	27.55	8.93	64	3.249	0.002
Kontrol G. Son test	6İ	35	19.56	10.64			

Altıncı sınıfta yapılan uygulamanın sonunda yapılan Chelsea Tanılama Testi sonuçlarına bakıldığında deney grubu ile kontrol grubu ortalamaları arasında anlamlı bir fark olduğu görülmüştür (p>0.05). Buradan da anlaşılacağı üzere deney grubu hazırlanan öğretim tasarımı yardımıyla sınıf içinde uygulanan eğitimle çok önemli bir fark yakalamışlardır. Kontrol grubunda da MEB öğretim programına uygun şekilde ders yapılarak ilerleme kaydedilmiş fakat aradaki fark puanları deney grubu kadar çok fazla olmamıştır. Deney grubunun ön ve son testlerini kendi içinde, kontrol gruplarının ön ve son testlerini de kendi içinde analiz etmek için ilişkili örneklemler için t-testi, CCTT puanlarına uygulanmıştır. İlişkili örneklemler için t-testini test puanlarına uygulayabilmek için gerekli olan şart puan ortalamaları farkının normal dağılıma uygun olup olmadığıdır. Bundan dolayı ortalamaları kıyaslanacak deney grubu ön ve son testlerinin farklarının oluşturduğu veri dizisinin normal dağılıma uygun olup olmadığına bakılmış, fark puanlarına Kolmogorov- Smirnov Testi uygulanmış ve normal dağılıma uygun olduğu hesaplanmıştır ($p>0.05$). Daha sonra yapılan ilişkili örneklemler için t-testi sonuçları Tablo 20 ve Tablo 21'de yer almaktadır.

Tablo 20

Altıncı Sınıf CCTT İlişkili Örneklemler için t-Testi Sonuçları

CCTT	Sınıf	N	$\bar{X}$	S	sd	t	p
Deney Grubu Öntest	6I	34	14.85	7.29	33	-12.768	0.000
Deney Grubu Son test	6I	34	27.55	8.93			

Tablo 20'de görüldüğü üzere altıncı sınıf deney grubunun CCTT'nin ön ve son testlerinin ortalamaları arasında anlamlı bir fark vardır ($p=0.000$). Aynı zamanda kontrol grubunun ön ve son testleri arasında da anlamlı bir fark vardır (Bkz. Tablo 21). Bu demek oluyor ki, kontrol grubu da MEB müfredatındaki öğretim kitabına uygun öğretim görmüş olduğundan bir ilerleme kaydetmiştir, fakat deney grubundaki ilerleme kontrol grubundaki ilerlemeye göre daha fazladır. Test sonuçlarının ortalamasına bakılırsa bu ayrıntılı görülmektedir (Bkz. Tablo 20). Kontrol grubunun da ön ve son testlerine ait puanlarına ilişkili örneklemler t-testi uygulanmadan önce test puanlarının farklarının normal dağılıma uygun olup olmadığına bakılmıştır. Fark puanlarının normal dağılıma uygun olduğu ($p>0.05$) bulunduktan sonra t-testi uygulanmıştır.

Tablo 21

Altıncı Sınıf CCTT İlişkili Örneklemler için t-Testi Sonuçları

CCTT	Sınıf	N	$\bar{X}$	S	Sd	t	P
Kontrol Grubu Ön test	6İ	35	14.56	9.23	34	-5.073	0.00
Kontrol Grubu Son test	6İ	35	19.56	10.64			

Tablo 21'de görüldüğü üzere kontrol grubu ön ve son testlerinin ortalamaları arasında anlamlı bir fark vardır (p=0.000). Altıncı sınıfta kontrol grubu öğrencilerinde de ilerleme gözlemlenmiştir. Kontrol grubu öğrencileri, CCTT ön ve son testlerinin başarı puanları arasında %34 başarı sağlamıştır (Tablo 55).

4.1.1.2.2 Altıncı Sınıfta Yapılan SBT1'e Verilen Cevapların Nicel Analizi. Altıncı sınıf düzeyinde nicel analizi yapılan ikinci test SBT1 olmuştur. Bu test deney ve kontrol gruplarına uygulama sonrası yapılmıştır. Bu testin deney ve kontrol grupları üzerinde uygulanmasından sonra normallik testleri yapılmış ve sonuçları Tablo 9'da verilmiştir. Normal dağılıma uygun olmalarından dolayı deney ve kontrol gruplarının soyutlama becerileri arasında anlamlı bir fark olup olmadığı ilişkisiz örneklemler t-testi ile ölçülmüştür. Test sonuçlarına ait bilgilere Tablo 22'de yer verilmektedir.

Tablo 22

SBT1 Testi İlişkisiz Örneklemler için t- testi Sonuçları

SBT1	Sınıf	N	$\bar{X}$	S	sd	t	p
Deney Grubu	6I	34	22.38	0.133	1.547	5.376	0.000
Kontrol Grubu	6İ	35	14.08				

Tablo 22’de yer alana sonuçlara göre, altıncı sınıf düzeyinde uygulama sonrası deney ve kontrol grubuna uygulanan SBT1 testinin deney ve kontrol gruplarının ortalamaları arasında anlamlı bir fark olduğu görülmektedir ($p<0.05$). Deney grubunun ortalaması kontrol grubunun ortalamasına göre oldukça yüksektir. Öğrencilerin SBT1’den aldıkları puanlara bakıldığında deney grubunun soyutlama becerilerinde daha başarılı oldukları saptanmıştır.

4.1.2. Altıncı Sınıfta Yapılan Uygulamaya Ait Nitel Bulgular. Altıncı sınıf düzeyinde tezin uygulamasının ilk aşaması gerçekleştirilmiştir. Bundan dolayı yapılan uygulamada, nicel verilerin yanında nitel veriler de toplanmıştır. Öğrencilerin ders içinde kullandıkları etkinlik kağıtları, sınıf içi gözlem, ders kayıtları toplanıp incelenmiş, bunların doküman analizleri yapılmıştır. Bu analizler ise nitel bulguları oluşturmaktadır. Öğrencilerin sınıf içinde gözlemlenen ya da çalışma kağıtlarına yansıyan soyutlama becerileri de çalışmada önemli bir yere sahiptir.

Bu bölümde deney grubu öğrencilerinin verdikleri cevapları tek tek ele almak zor olacağından, 7.sınıfta nitel çalışmaya alınan odak grup görüşmelerinde yer alan öğrencilerin gelişim süreçlerini nitel açıdan incelemek, uygun görülmüştür. Sonuç itibariyle bu öğrenciler tez uygulamasının her aşamasında yer almışlardır. Odak grup öğrencilerinin 6. sınıf boyunca yapılan uygulamada, ön test ve son test olarak uygulanan CCTT, son test olarak uygulanan SBT1 ve uygulama boyunca etkinlik kağıtlarında gözlemlenen soyutlama süreçleri bu bölümde yer alacaktır.

4.1.2.1. Altıncı Sınıf SBT1’e Ait Nitel Bulgular. Bu tez çalışmasında, uygulamanın son aşamasında öğrencilerin ulaştığı soyutlama becerilerine göre temalar oluşturulduğunda ortaya çıkan genel temaların tablosu yöntem bölümünde verilmişti. Bu bölümde ise hem bu temalardan 6. sınıftaki uygulamaya yönelik olanlardaki öğrenci gelişimlerine, hem de SBT1 testinde öğrencilerin elde etikleri soyutlama becerilerini özellikle odak grup görüşmesinde yer alan öğrenciler üzerinden incelemeye yer verilecektir.

SBT1'de ilk üç soru, C1 kazanımını yani örüntü kavramını ve örüntü kuralını bulma genellemesini ölçmeye yönelik bir sorudur. Bu soruya cevap veren öğrencilerden Emre ve Kadir dışındaki diğer tüm öğrenciler doğru cevap vermiş, tam puan almışlardır. Öğrenciler verilen sayı örüntüsünde, ilk adım olarak örüntüyü *tanımış*lar, örüntüye ait ön bilgilerini kullanarak örüntü kuralı bilgisini *oluşturmuş*lardır. Kuralı kullanarak istenen daha büyük adımlara karşılık gelen sayıları da elde etmeyi başarmışlardır. Öğrencilerden başarı düzeyi düşük olan Emre ve Kadir ise örüntüyü *tanımışlar,* örüntünün kuralını sözel olarak ifade etmişler fakat sorunun çözümünde son basamak olan genel kuralı harfli ifade kullanarak yazmayı gerçekleştirememişlerdir. İlk soruda 2n+1 örüntü kuralı genellemesine ulaşamamışlardır. Her iki öğrencinin de harfli ifade kullanmakta zorlandıkları gözlemlenmiştir. Bu durumda soyutlama süreçlerinden *tanıma* ve *kullanmaya* ulaşsalar da *oluşturma* konusunda başarısız olmuşlardır. Yani *yanlış oluşturma* gerçekleştirmişlerdir denebilir. SBTl'de C1 kazanımını ölçmek için hazırlanmış olan sorulara verilen cevapların soyutlama becerileri göstergelerine göre analizi Tablo 23'te yer almaktadır.

Tablo 23

SBT1'deki C1 Kazanımına Ait Nitel Bulgular

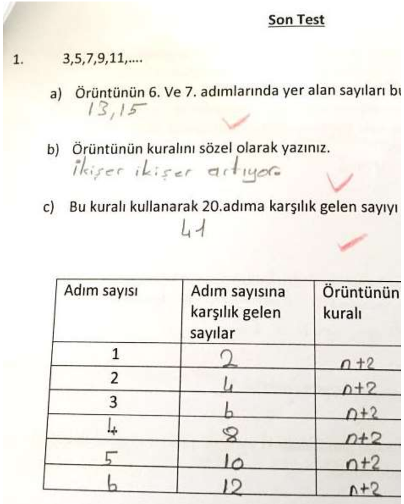
Kazanım	C1-Aritmetik dizilerin kuralını harfle ifade eder							
SBT1	R-Tanıma			B-Kullanma	C-Oluşturma			+C-Pekiştirme
	R1	R2	R3		C1	C2	C3	
Emre (D)		✓		✓	✓			
Kadir (D)			✓	✓		✓		
Pınar (O)			✓	✓			✓	✓
Damla (O)			✓	✓			✓	✓
Nisa (O)			✓	✓			✓	✓

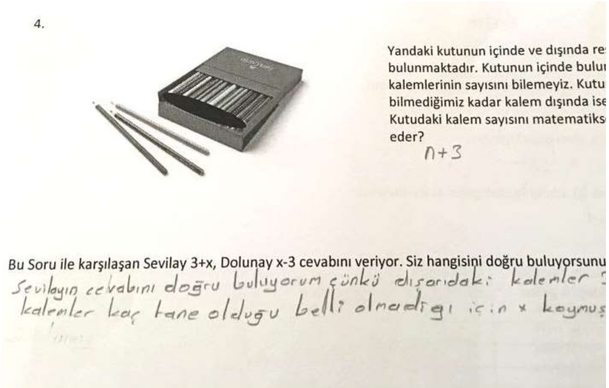
Eylül (Y)			✓	✓			✓	✓
Buse (Y)			✓	✓			✓	✓
Sude (Y)			✓	✓			✓	✓
Malik (Y)			✓	✓			✓	✓

Sonraki 3 soru ise C2 kazanımının soyutlanıp soyutlanmadığını ölçmek amacıyla hazırlanmış sorulardır. Bu sorularda Kadir hariç diğer tüm öğrenciler verilen sözel ifadeye uygun bir cebirsel ifade yazmayı başarmışlardır. Burada araştırmacının gözlemlediği en önemli nokta şu olmuştur ki ilk üç soruda harfli ifade kullanamadığı ya da yanlış kullandığı için *oluşturma* basamağına ulaşamadığı gözlemlenen Kadir'in 4., 5. ve 6. sorularda cebirsel ifadelerde harfli ifade kullanmayı başardığı gözlemlenmektedir. Yani bu durumda Kadir'in Kısmi Doğru Yapılara ulaştığı söylenebilir. Kısmi Doğru Yapıların anlatımına ilk bölümde yer verilmişti. Burada kısaca açıklamak gerekirse, öğrenciler *oluşturma* basamağına bazen ulaşamasalar da bu durum onların o basamağa tam olarak ulaşıp ulaşmadığını ayırt etmeyebilir. Bazen yanlış yoldan, verilen kavram ve genellemeyi soyutlayabildikleri gibi bazen de soyutlamış olduklarını gösterseler de daha sonraki sorularda ya da pekiştirme sürecine geçtiklerinde *oluşturamadıkları* gözlemlenebilir. Hershkowitz ve arkadaşları bu durumu Kısmi Doğru Yapılar olarak isimlendirmişlerdir. Kadir'in kağıdına ait örneğe Şekil 10'da yer verilmiştir.

Şekil 10

Kadir'in SBT1 birinci ve dördüncü sorularına verdiği cevaplar





Şekil 10'da görüldüğü üzere 1. sorudaki genel kuralı sözel ifadeyle bulmuş fakat harfli ifadeyle yanlış gösterdiği halde (*yanlış oluşturma*=C1), 4. soruda verilen cebirsel ifadeyi harfli ifadeyle doğru olarak gösterebilmiştir. Bu iki soruda Kadir'in Kısmi Doğru Yapı'ya (PaCC) ulaştığı gözlemlenmektedir. SBT1'de C2 kazanımını ölçmeye yönelik hazırlanmış sorulara verilen cevapların nitel bulguları Tablo 24'te yer almaktadır.

Tablo 24

SBT1'deki C2 kazanımına ait Nitel Bulgular

Temalar	C2-Sözel durumu cebirsel ifadeyle gösterir.							
SBT1	R-Tanıma			B-Kullanma	C-Oluşturma			+C-Pekiştirme
	R1	R2	R3		C1	C2	C3	
Emre (D)			✓				✓	✓
Kadir (D)			✓	✓		✓		
Pınar (O)			✓	✓			✓	✓
Damla (O)			✓	✓			✓	✓

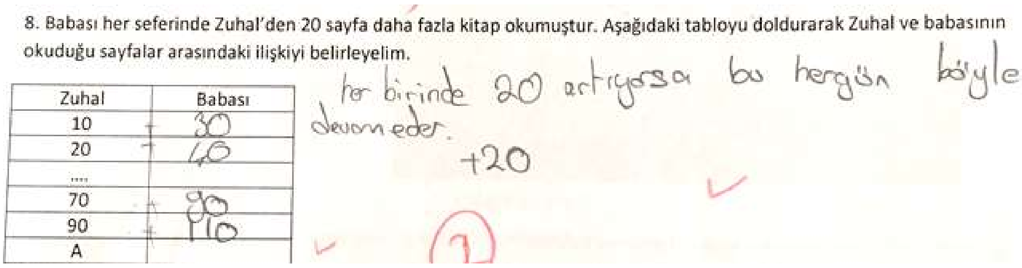
Nisa (O)			✓	✓			✓	✓
Eylül (Y)			✓	✓			✓	✓
Buse (Y)			✓	✓			✓	✓
Sude (Y)			✓	✓			✓	✓
Malik (Y)			✓	✓			✓	✓

Yedinci ve sekizinci sorular C3 kazanımını ölçmeye yönelik sorulardır. Bu soruların her ikisini de doğru cevaplandıran sadece Pınar olmuştur. Yedinci sorunun a şıkkına genelde öğrenciler doğru cevap vermişler, fakat b şıkkına genelde eksik ulaşmışlardır. Sorudaki b şıkkında öğrencilerin karşılaştıkları sorunu göstermek için soruyu hatırlatmak gerekir: *"Tavşanla kaplumbağa yarış yapmaya karar veriyorlar. İkisinin hızları arasındaki ilişki şöyledir: Tavşan kaplumbağanın hızının 5 katından 15 km daha hızlı gidiyor. Tavşanın hızını kaplumbağanın hızı cinsinden nasıl ifade edebiliriz? Kaplumbağanın hızını tavşanın hızı cinsinden nasıl ifade edebiliriz?"*

Öğrencilerin çoğunluğu tavşanın hızını kaplumbağa cinsinden bulmakta zorlanmamışlar, fakat tam tersi olan kaplumbağanın hızını tavşanın hızı cinsinden yazmakta zorlanmışlardır. Değişken *kullanarak* "*t=5k+15*" denklemini *oluşturmuşlar* fakat denklemin tersini bulurken, diğer bir deyişle "k= $\frac{t-15}{5}$" denklemini *oluştururken* değişkenden 15'i çıkarıp öyle 5'e bölmek yerine önce 5'e bölüp sonra 15 çıkarmışlar ya da yapamamışlardır. Buradan da anlaşıldığı üzere bu soru üzerinde de Kısmi Doğru Yapılar gözlemlenmektedir. Sekizinci soruda ise değişken kavramını tanıyarak kullanan öğrencilerin, değişkenler arası doğrusal ilişkiyi oluşturmaları beklenmektedir. Aslında doğrusal ilişki kavramını *oluşturma* üzerinden denklem kavramını *pekiştirmeleri* beklenmektedir. Öğrencilerin geneli iki değişken arasındaki ilişkiyi bulmuşlar, fakat bazıları bu ilişkiyi kullanarak değişken yardımıyla doğrusal ilişkinin genel kuralını yazamamışlardır. Nisa, Kadir, Damla ve Emre genel kural için “a+20” yazmak gerekirken sadece “+20”, “20 artıyor” gibi ifadeler kullanmış, genel kuralı değişken ile *oluşturamamışlardır.* Bu dört öğrenciden ikisinin başarı düzeyi düşük, ikisinin ise orta düzeydedir. Sekizinci soruda genel kuralı *oluşturamayan* öğrencilerden Nisa’nın ve *oluşturan* öğrencilerden Pınar’ın cevap kağıtları Şekil 11’de verilmiştir.

Şekil 11

Sırasıyla Nisa ve Pınar’ın SBT1’de 8. Soruya Verdikleri Cevaplar

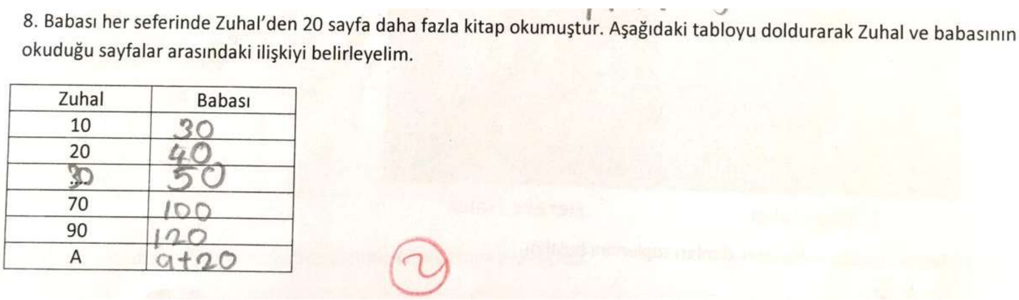


8. Babası her seferinde Zuhal’den 20 sayfa daha fazla kitap okumuştur. Aşağıdaki tabloyu doldurarak Zuhal ve babasının okuduğu sayfalar arasındaki ilişkiyi belirleyelim.

Zuhal	Babası
10	30
20	40
....	
70	90
90	110
A	

her birinde 20 artıyorsa bu hergün böyle devam eder.

+20



8. Babası her seferinde Zuhal’den 20 sayfa daha fazla kitap okumuştur. Aşağıdaki tabloyu doldurarak Zuhal ve babasının okuduğu sayfalar arasındaki ilişkiyi belirleyelim.

Zuhal	Babası
10	30
20	40
30	50
70	100
90	120
A	a+20

SBT1’deki C3 kazanımı için hazırlanmış sorulara verilen cevapların soyutlama becerileri göstergelerine göre nitel analizi Tablo 25’te yer almaktadır.

Tablo 25

SBT1’deki C3 kazanımına ait Nitel Bulgular

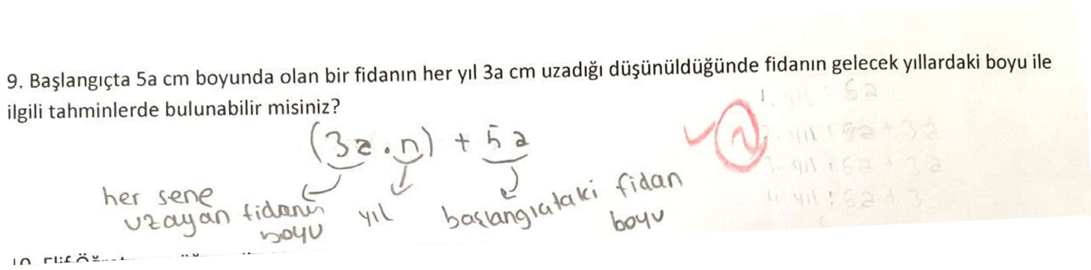
Kazanım	C3-Cebirsel ifadeyi değişkenin alacağı farklı değerler için hesaplar			
SBT1	R-Tanıma	B-Kullanma	C-Oluşturma	+C-Pekiştirme

	R1	R2	R3		C1	C2	C3	
Emre (D)			✓			✓		
Kadir (D)			✓	✓		✓		
Pınar (O)			✓	✓			✓	✓
Damla (O)			✓	✓		✓		
Nisa (O)			✓	✓		✓		
Eylül (Y)			✓	✓		✓		✓
Buse (Y)			✓	✓		✓		✓
Sude (Y)			✓	✓		✓		✓
Malik (Y)			✓	✓		✓		✓

Dokuzuncu ve on birinci sorular C4 kazanımını ölçmeye yöneliktir. Odak grup öğrencilerin başarı düzeyi yüksek dört öğrenci iki soruyu da tam olarak cevaplamıştır. On birinci soruyu tüm öğrenciler doğru cevaplamıştır. Soruda öğrencilerden y değişkenlerini toplarken uygun şekil çizmeleri istenmiştir. Genelde kapalı geometrik şekil kullanmışlar, ya da benzer terim olduklarını belirterek aynı büyüklükte şekiller çizmişlerdir. Bu durumda cebirsel ifadeyi *tanımışlar,* bu ifadeleri *kullanarak* toplama işlemini *oluşturmuşlar* ve bunu şekil üzerinde *kullanarak*, cebirsel ifadeler kavramını benzer terim bilgisi üzerinden *pekiştirmişlerdir.* Fakat dokuzuncu soruda beş öğrenci eksik cevaplar vermiştir. Soruda başlangıçta 5a boyundaki ağacın her yıl 3a uzamasıyla genel kuralı bulmaları istenmiş, dokuz öğrenciden beş tanesi, bir yıl sonraki boyunu “8a” olarak hesaplamışlar fakat ikinci bilinmeyene ihtiyaç olduğunda onu nasıl kullanacaklarını bilememişlerdir. Buradan da bu dört öğrencinin bir bilinmeyenli cebirsel ifadeden yola çıkarak iki bilinmeyenli cebirsel ifadelerle toplama yapmayı *pekiştiremedikleri* söylenebilir. Toplamayı doğru yapıp ikinci bilinmeyeni de kullanan öğrencilerden Sude'nin kağıdı Şekil 12'de verilmiştir.

Şekil 12

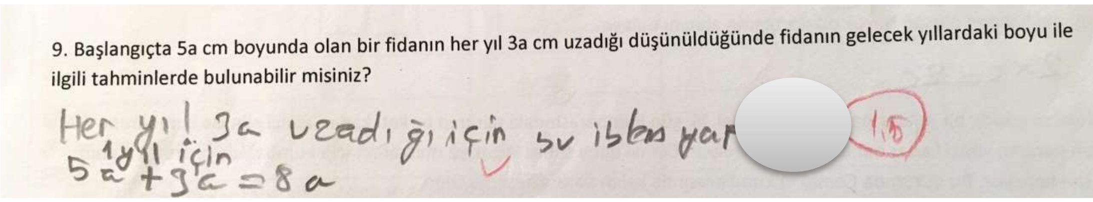
Sude'nin SBT1'deki 9. Soruya Cevabı



Şekil 12'de görüldüğü üzere Sude iki bilinmeyen kullanmış ve tek tek kullandığı bilinmeyenlerin neye karşılık geldiğini yazmıştır. Bağlamdan soyutlama yapmış ve iki bilinmeyenli cebirsel ifadeler üzerinden cebirsel ifadelerde toplamayı *pekiştirebilmiştir*. Sadece bir yıl için değerini bulan öğrencilerden örnek olarak Emre'nin cevabı aşağıda Şekil 13'te yer almaktadır.

Şekil 13

Emre'nin SBT1'de 9. Soruya Verdiği Cevap



Şekil 13'te görüldüğü üzere Emre sadece bir yıl için hesaplama yapmış ve fidanın gelecek yıllardaki boyuyla ilgili yorumda bulunmamıştır. Bu durumda soyutlama Kısmi şekilde gerçekleşmiştir denebilir. C4 kazanımına ait nitel bulgular Tablo 26'da yer almaktadır.

Tablo 26

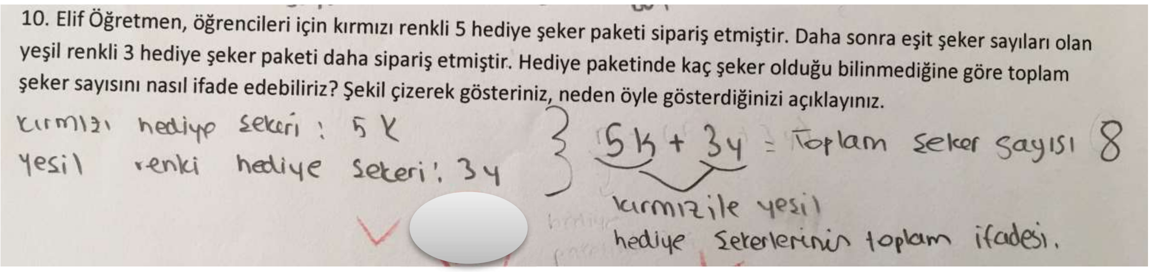
SBT1'deki C4 Kazanımına Ait Nitel Bulgular

Kazanım	C4-Basit cebirsel ifadenin anlamını açıklar.							
SBT1	R-Tanıma			B-Kullanma	C-Oluşturma			+C-Pekiştirme
	R1	R2	R3		C1	C2	C3	
Emre (D)			✓	✓		✓		
Kadir (D)			✓	✓		✓		
Pınar (O)			✓	✓		✓		✓
Damla (O)			✓	✓			✓	✓
Nisa (O)			✓	✓		✓		✓
Eylül (Y)			✓	✓			✓	✓
Buse (Y)			✓	✓			✓	✓
Sude (Y)			✓	✓			✓	✓
Malik (Y)			✓	✓			✓	✓

Sorulardan 10, 12 ve 13. sorular C5 kazanımını ölçmeye yöneliktir. Onuncu soruda dokuz öğrenciden üçü hariç diğer öğrenciler cebirsel ifadelerde toplama işlemi genellemesini *oluşturmuşlardır. Oluşturamayan* öğrencilerden Emre "a+3+5= 8a" bulmuş aslında doğru cevaba yanlış toplama işleminden gitmiştir. Bundan dolayı bulduğu cevapta Kısmi Doğru Yapılar gözlemlenmektedir. Yanlış bilgilerden doğru cevaba ulaşma da Kısmi Doğru Yapılar (PaCC) 'a girmektedir (Ron ve diğerleri, 2010). Öğrencilerden bir diğeri sadece "3+5=8" yazmış ve değişken kullanmamıştır. Bu durum Kısmi Doğru Yapılar'ın bir çeşidi olan "eksik eleman" çeşidine girmektedir. Bir başka öğrenci ise içindeki şeker miktarları aynı olmasına rağmen kutu renkleri farklı iki renkte olduğu için, şeker miktarlarının toplamını bulurken iki ayrı bilinmeyen kullanmıştır. Burada da Kısmi Doğru Yapıları "uyumsuz eleman" çeşidiyle gözlemlemek mümkündür. On birinci soruda iki öğrenci hariç hepsi doğru cevaplayıp soyutlama basamaklarını tamamlamışlardır. Eksik cevap veren iki öğrenci Emre ile Kadir'dir. Kadir üçgeni *tanıyıp,* çevresini hesaplamak için değişken *kullanarak,* cebirsel ifadelerde toplama işlemini *oluşturmuştur.* Fakat bu oluşturduğu bilgiyi pekiştireceği farklı geometrik şekillerde gösterememiştir. Emre ise sadece geometrik şekilleri *tanıyarak* çizmekle kalmıştır. Yani Kısmi Doğru Yapılar'a ulaştıklarını söylemek mümkündür. On üçüncü soru ise dikdörtgende alan bulmadan yararlanarak cebirsel ifadelerde çarpma işleminin *pekiştirilmesi* gereken bir sorudur. Bu soruya ise Emre, Kadir ve Damla eksik cevaplar vermiştir. Şekil 14'te 10. soruda Kısmi Doğru Yapılar'dan "uyumsuz eleman" çeşidine sahip soyutlamayı gerçekleştiren Sude'nin cevabı yer almaktadır.

Şekil 14

SBT1'de Sude'nin 10. Soruya Verdiği Cevap


10. Elif Öğretmen, öğrencileri için kırmızı renkli 5 hediye şeker paketi sipariş etmiştir. Daha sonra eşit şeker sayıları olan yeşil renkli 3 hediye şeker paketi daha sipariş etmiştir. Hediye paketinde kaç şeker olduğu bilinmediğine göre toplam şeker sayısını nasıl ifade edebiliriz? Şekil çizerek gösteriniz, neden öyle gösterdiğinizi açıklayınız.

kırmızı hediye şekeri : 5k
yesil renki hediye sekeri : 3y
5k + 3y = Toplam seker sayısı 8
kırmızı ile yesil hediye sekerlerinin toplam ifadesi.

SBT1'deki C5 kazanımını ölçmeye yönelik hazırlanmış sorulara ait nitel bulgular Tablo 27'de yer almaktadır.

Tablo 27

SBT1'deki C5 Kazanımına Ait Nitel Bulgular

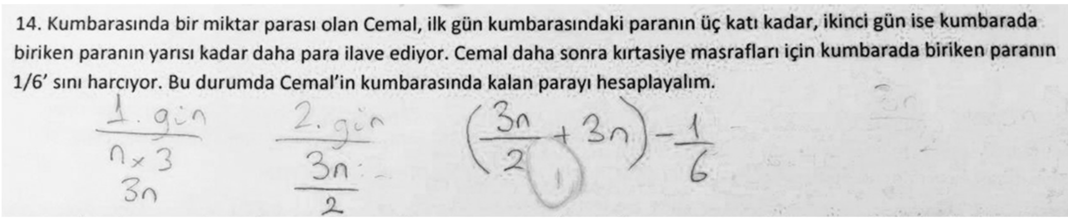
Kazanım	C5- Cebirsel ifade ile toplama çıkarma işlemi yapar.							
SBT1	R-Tanıma			B-Kullanma	C-Oluşturma			+C-Pekiştirme
	R1	R2	R3		C1	C2	C3	
Emre (D)			✓	✓		✓		

Kadir (D)			✓	✓		✓		
Pınar (O)			✓	✓			✓	✓
Damla (O)			✓	✓		✓		✓
Nisa (O)			✓	✓			✓	✓
Eylül (Y)			✓	✓			✓	✓
Buse (Y)			✓	✓			✓	✓
Sude (Y)			✓	✓		✓		✓
Malik (Y)			✓	✓		✓		✓

C6 kazanımına yönelik olan sorular 14 ve 15'tir. Bu son iki soru diğer sorulara göre zorluk seviyesi yüksek sorulardır. Aslında RBC+C'nin tüm basamaklarını birden incelemeye imkân veren sorular olması bakımından önemlidir. Verilen sözel ifadeye uygun cebirsel ifade yazma, yazılan cebirsel ifadeleri toplama ve cebirsel ifadede değişkenin yerine sayı değeri vererek sonucu bulma kazanımlarının nasıl soyutlandığını ölçmeye yardımcı sorulardır. Bu soruların her ikisine de tam cevap veren odak grup öğrencileri üç kişidir. Diğer altı öğrenci ise soruları yarım da olsa yapmış fakat cebirsel ifadelerin katını alırken ya da toplarken hatalar yapmışlardır. Cebirsel ifade yazmayı cebirsel ifadelerde toplama işlemi üzerinden *pekiştirmeleri* beklenirken 15. soruda bunu gerçekleştirme oranı 14. soruya göre daha fazladır. On beşinci soruyu tam cevaplayan öğrenci sayısı altı kişidir. Örneğin; Buse 14. soruda kumbaradaki ilk parayı hesaba katmazken diğer işlemleri doğru yaptığı halde cevabı eksik bulmuştur. Aslında öğrencinin cebirsel ifadelerde toplama genellemesinin soyutlanmasında bir eksiği olmamasına rağmen, ilk parayı hesaba katmadığı için bu soyutlama Kısmi Doğru Yapı çeşitlerinden "eksik eleman" çeşidine dahil olmaktadır. Şekil 14'te Buse'nin 14. ve 15. Sorularının cevabına yer verilmiştir.

Şekil 15

Buse'nin 14. ve 15. Soruya Verdiği Cevaplar



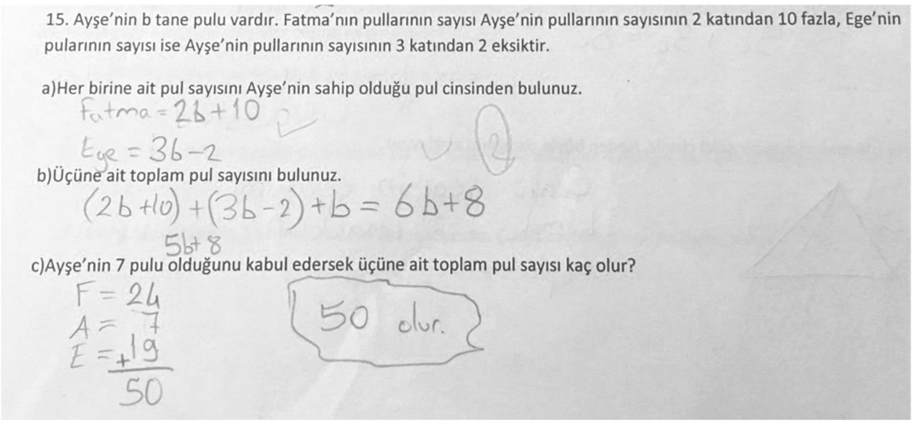
14. Kumbarasında bir miktar parası olan Cemal, ilk gün kumbarasındaki paranın üç katı kadar, ikinci gün ise kumbarada biriken paranın yarısı kadar daha para ilave ediyor. Cemal daha sonra kırtasiye masrafları için kumbarada biriken paranın 1/6' sını harcıyor. Bu durumda Cemal'in kumbarasında kalan parayı hesaplayalım.

1. gün: $n \times 3 = 3n$

2. gün: $\frac{3n}{2}$

$\left(\frac{3n}{2} + 3n\right) - \frac{1}{6}$

1



15. Ayşe'nin b tane pulu vardır. Fatma'nın pullarının sayısı Ayşe'nin pullarının sayısının 2 katından 10 fazla, Ege'nin pularının sayısı ise Ayşe'nin pullarının sayısının 3 katından 2 eksiktir.

a)Her birine ait pul sayısını Ayşe'nin sahip olduğu pul cinsinden bulunuz.

Fatma = 2b+10

Ege = 3b−2

2

b)Üçüne ait toplam pul sayısını bulunuz.

$(2b+10)+(3b-2)+b = 6b+8$

5b+8

c)Ayşe'nin 7 pulu olduğunu kabul edersek üçüne ait toplam pul sayısı kaç olur?

F = 24

A = 7

E = +19

50

50 olur.

Şekil 15'te görüldüğü gibi kumbaradaki ilk parayı hesaplamadığı için diğer günlerin hesaplamalarını doğru yapmış olsa da doğru sonuca ulaşamamıştır. Fakat 15. soruda doğru soyutlamayı *oluşturduğu* görülmektedir. SBT1'deki C6 kazanımını ölçmeye yönelik hazırlanmış sorulara ait nitel bulgular Tablo 28'de yer almaktadır.

Tablo 28

SBT1'deki C6 Kazanımına Ait Nitel Bulgular

Kazanım	C6- Cebirsel bir ifade ile bir sayıyı çarpar.							
SBT1	R-Tanıma			B-Kullanma	C-Oluşturma			+C-Pekiştirme
	R1	R2	R3		C1	C2	C3	
Emre (D)	✓				✓			
Kadir (D)		✓		✓		✓		

Pınar (O)			✓	✓			✓	✓
Damla (O)			✓	✓		✓		
Nisa (O)		✓		✓		✓		
Eylül (Y)			✓	✓			✓	✓
Buse (Y)		✓		✓		✓		✓
Sude (Y)			✓	✓			✓	✓
Malik (Y)			✓	✓		✓		✓

4.1.2.2 Altıncı Sınıf Etkinlik Kağıtlarına Ait Nitel Bulgular. Altıncı sınıfta hazırlanan öğretim tasarımının sınıf içinde uygulanmasıyla elde edilen etkinlik kağıtlarına yansıyan soyutlama becerileri nitel şekilde incelenmiştir. Özellikle her başarı düzeyini temsil ettiği için, odak gruptaki öğrencilerin kağıtları nitel olarak analiz edilmiştir. Etkinlik kağıtlarından elde edilen bulgulara göre temalar oluşturulmuş ve oluşan bu temalara göre öğrencilerin soyutlama becerilerinin düzeyleri belirlenmiştir. Aşağıdaki Tablo 29'da 6.sınıf etkinlik kağıtlarını temel alan temalar yer almaktadır.

Tablo 29

6. Sınıf Etkinlik Kağıtlarıyla Oluşturulan Temalar

Temalar		6.sınıf
3.	Cebirsel İfade Kullanma	✓
4.	Örüntü Kuralı Oluşturma	✓
5.	Cebirsel İfadelerle İşlemler	✓
6.	Ortak Özellik (Değişken)	✓

Şekildeki dört farklı tema, ayrı ayrı her odak grup öğrencisinin etkinlik kağıtlarından elde edilen verilerin analizlerine ait bulgular aşağıda Tablo 30, 31, 32 ve 33'te yer almaktadır.

Tablo 30

6. Sınıf Etkinlik Kağıtlarındaki Örüntü Kuralı Oluşturma Temasına Ait Soyutlama Becerileri Göstergeleri

Temalar	Örüntü Kuralı Oluşturma							
Odak Grup	R-Tanıma			B-Kullanma	C-Oluşturma			+C-Pekiştirme
	R1	R2	R3		C1	C2	C3	
Emre (D)			✓		✓			
Kadir (D)			✓	✓		✓		
Pınar (O)			✓	✓			✓	✓
Damla (O)			✓	✓		✓		✓
Nisa (O)		✓		✓		✓		
Eylül (Y)			✓	✓		✓		
Buse (Y)			✓	✓			✓	✓
Sude (Y)			✓	✓			✓	✓
Malik (Y)			✓	✓			✓	✓

Tablo 30'da görüldüğü üzere etkinlik kağıtlarından elde edilen bulgularda öğrencilerden Emre *Beklenen Tanımayı* gerçekleştirse de bunu etkinlikte *kullanamadığından* örüntü kuralını *yanlış oluşturmuştur*. "n+5=n5" yazarak yanlış örüntü kuralına ulaşmıştır.

Ortak özellik(değişken) temasına ait soyutlama becerileri göstergeleri, Tablo 31'de yer almaktadır.

Tablo 31

6. Sınıf Etkinlik Kağıtlarındaki Ortak Özellik (Değişken) Temasına Ait Soyutlama Becerileri Göstergeleri

Temalar	Ortak Özellik (Değişken)							
Odak Grup	R-Tanıma			B-Kullanma	C-Oluşturma			+C-Pekiştirme
	R1	R2	R3		C1	C2	C3	
Emre (D)		✓			✓			
Kadir (D)			✓	✓		✓		✓
Pınar (O)			✓	✓			✓	✓
Damla (O)			✓	✓			✓	✓
Nisa (O)			✓	✓			✓	✓
Eylül (Y)			✓	✓			✓	✓
Buse (Y)			✓	✓			✓	✓
Sude (Y)			✓	✓			✓	✓
Malik (Y)			✓	✓			✓	✓

Tablo 31'de görüldüğü üzere odak grup öğrencileri ortak özellik (değişken) temasını cebirsel ifade kullanma genellemesi üzerinden *pekiştirmişlerdir*. Yalnızca Emre isimli öğrenci değişken kavramını *yanlış soyutlamıştır*.

Cebirsel ifade kullanma temasına ait soyutlama becerileri göstergeleri, Tablo 32'de yer almaktadır.

Tablo 32

6.Sınıf Etkinlik Kağıtlarındaki Cebirsel İfade Kullanma Temasına Ait Soyutlama Becerileri Göstergeleri

Temalar	Cebirsel İfade Kullanma							
Odak Grup	R-Tanıma			B-Kullanma	C-Oluşturma			+C-Pekiştirme
	R1	R2	R3		C1	C2	C3	
Emre (D)	✓				✓			
Kadir (D)			✓	✓			✓	
Pınar (O)			✓	✓			✓	
Damla (O)			✓	✓			✓	✓
Nisa (O)			✓	✓			✓	✓
Eylül (Y)			✓	✓			✓	
Buse (Y)			✓	✓			✓	✓
Sude (Y)			✓	✓			✓	
Malik (Y)			✓	✓			✓	✓

Tablo 32 incelendiğinde öğrencilerden Emre hariç hepsinin cebirsel ifade kullanma için gerekli olan bilinmeyen, değişken kavramını eksiksiz *tanıdığı* görülmektedir. Emre de kullanmaya çalışmış fakat *ilgisiz tanıma* yaptığından dolayı oluşturma aşamasında *yanlış oluşturma* gerçekleşmiştir. Bilinmeyen kullanmayıp matematiksel ifadeyi sözel olarak ifade edip yazmıştır. Pekiştirme basamağını gözlemlemek adına hazırlanmış olan etkinliklerden biri de cebirsel ifadelerle işlem yapma etkinliği üzerinden cebirsel ifade kullanmayı pekiştirme etkinliğidir. Bu etkinlikte öğrenciler işlem yapmakta zorlanmıştır. Yalnızca 4 öğrenci *pekiştirme* basamağına ulaşmıştır.

Cebirsel İfadelerde İşlem temasına ait soyutlama becerileri göstergeleri Tablo 33'te yer almaktadır.

Tablo 33

6. Sınıf Etkinlik Kağıtlarındaki Cebirsel İfadelerde İşlem Temasına Ait Soyutlama Becerileri Göstergeleri

Temalar	Cebirsel İfadelerde İşlem							
Odak Grup	R-Tanıma			B-Kullanma	C-Oluşturma			+C-Pekiştirme
	R1	R2	R3		C1	C2	C3	
Emre (D)		✓				✓		
Kadir (D)			✓	✓			✓	✓
Pınar (O)			✓	✓			✓	✓
Damla (O)			✓	✓			✓	✓
Nisa (O)			✓	✓		✓		✓
Eylül (Y)			✓	✓			✓	✓
Buse (Y)			✓	✓			✓	✓
Sude (Y)			✓	✓			✓	✓
Malik (Y)			✓	✓			✓	✓

Tablo 33'te görüldüğü üzere öğrenciler tasarımın uygulanması esnasında cebirsel ifadelerde işlem yapmayı gerektiren etkinliklerdeki soyutlama becerilerini tüm basamaklarıyla elde etmişlerdir. Burada gözlemlenen farklı durum Nisa'nın *Kısmi Doğru Yapı Oluşturmasıdır*.

Bunu açıklamak gerekirse 9. etkinliğin şıklarından birinin çözümü "Bir sayının 2 katının 4 eksiği"ni yazarken değişken kullanmış fakat 4 katının 2 eksiğini almıştır. "2x-4" sonucuna ulaşması gerekirken "4x-2" sonucuna ulaşmıştır. Böylece yanlış sonuca ulaşmıştır. Fakat diğer şıklarda verilen tüm "cebirsel ifadelerde işlem" gerektiren soruları doğru cevaplandırmıştır. Bu durumda öğrencinin cebirsel ifadelerde işlem temasında soyutlama becerileri göstergeleri, Kısmi Doğru Oluşturmaya ulaştığını göstermektedir.

Yukarıda elde edilen nitel bulgulara bakıldığında, 6.sınıfta öğrenciler cebir kavram ve genellemeleri üzerine hazırlanan öğretim tasarımı yardımıyla sınıf ortamında soyutlama becerilerini ortaya çıkarabilmişlerdir. Sadece birkaç temada başarı düzeyi düşük öğrenciler *kısmi doğru oluşturma* ya da *yanlış oluşturmaya* ulaşmışlardır.

4.2. İkinci Alt Probleme Ait Bulgular ve Yorumlar

Tez çalışmasının 2. alt problemi "Yedinci sınıfta Eşitlik ve Denklem, Koordinat Sistemi, Doğrusal Denklem Grafiğini soyutlama süreçlerinin doğası nasıldır?" şeklindedir. Bu probleme ait bulgular nicel ve nitel bulgular olmak üzere iki ayrı alt başlık altında incelenecektir.

4.2.1. Yedinci Sınıfta Yapılan Testlere Ait Nicel Bulgular. Yedinci sınıfta yapılan uygulama yöntem bölümünde belirtildiği gibi sekiz hafta, 40 ders saati sürmüş, 38 adet etkinlik öğrencilere uygulanmıştır. Uygulama başında ve sonunda öğrencilerin başladıkları ve geldikleri seviyeyi belirlemek ve soyutlama becerilerini incelemek amacıyla CCTT ile SBT2 uygulama öncesinde ve CCTT ile SBT3 uygulama sonrasında uygulanmıştır. Bu testlerden elde edilen nicel bulgular bu bölümde yer almaktadır.

4.2.1.1. Yedinci Sınıfta Yapılan Testlerin Normallik Testi Sonuçları. Yedinci sınıfta öğrencilerin CCTT ön ve son testlerine verdikleri cevaplar incelenmiş, Yöntem kısmında açıklanan puanlama cetveline uygun şekilde puanlanmış ve alınan puanların normallik testi, SPSS 25.0 Programı'nda Kolmogorov-Smirnov Testi ile yapılmıştır. Aşağıdaki Tablo 34'te Normallik Testi sonuçları yer almaktadır.

Tablo 34

Yedinci Sınıf Chelsea Tanılama Ön ve Son Testi Normallik Testi Sonuçları

Chelsea Tanılama Testi	Sınıf Düzeyi	Öğrenci Sayısı	Aritmetik Ortalama	Standart Sapma	Kolmogorov-Smirnov
Deney Öntest	7I	32	19.81	7.74	0.094
Kontrol Öntest	7İ	32	20.18	9.30	0.200
Deney Son Test	7I	32	28.13	9.03	0.193
Kontrol Son Test	7İ	32	25.80	10.08	0.077

Normal dağılıma uygun bir veri grubunda Kolmogorov-Smirnov Testi sonuçlarının $p>0.05$ olması gerekmektedir (Can, 2013). Tablo 34'te görüldüğü üzere CCTT için tüm ön test ve son test puanlarının Kolmogorov- Smirnov Testi sonuçları 0.05'ten büyüktür, bu durumda veri grupları normal dağılıma uygundur.

Veri grupları normal dağılıma uygun olduğu için deney ve kontrol gruplarının ön test ve son test sonuçlarına ilişkisiz örneklemler için t- testi uygulanmıştır. Ayrıca deney ve kontrol gruplarının kendi içlerinde ön ve son testlerinin puan farkları alınarak normal dağılıma uygun olup olmadığına bakılmış, normal dağılıma uygun ise ilişkili örneklemler t-testi uygulanmıştır. Böylece deney grubunun kendi içindeki ilerlemesine, kontrol grubunun kendi içindeki ilerlemesine bakılarak anlamlı bir fark olup olmadığı nicel olarak ölçülmüştür. Yapılan testlere ilişkin sonuçlar ilgili başlıklar altında açıklanacaktır.

Uygulamasına 7. sınıfta devam edilen tez çalışmasının başında ve sonunda araştırmacı tarafından hazırlanan SBT2 ve SBT3 uygulanmış olup bunlara ait normallik testi bulguları aşağıdaki Tablo 35'te verilmiştir.

Tablo 35

Yedinci Sınıf SBT2 ve SBT3 Normallik Testi Sonuçları

Soyutlama Becerileri Testi	Sınıf Düzeyi	Öğrenci Sayısı	Aritmetik Ortalama	Standart Sapma	Kolmogorov-Smirnov
Deney SBT2	7I	32	4.87	3.45	0.200
Kontrol SBT2	7İ	32	6.25	4.80	0.069
Deney SBT3	7I	32	14.78	6.61	0.200
Kontrol SBT3	7İ	32	7.06	4.85	0.160

Tablo 35'te görüldüğü üzere deney ve kontrol gruplarına uygulanan SBT2 ve SBT3 testlerinin normal dağılıma uygun olup olmadığına bakmak için Kolmogorov-Smirnov Testi yapılmıştır. Test sonuçlarına göre elde edilen tüm sınav puanlarının normal dağılıma uygun olduğu tabloda görülmektedir ($p > 0.005$).

4.2.1.2. Yedinci Sınıfta Yapılan Testlerin Nicel Analizi.

4.2.1.2.1. Yedinci Sınıfta Yapılan CCTT' ne Verilen Cevapların Nicel Analizi. Yedinci sınıfta uygulanan CCTT'nin normal dağılım sergilediği Tablo 25'te gösterilmiştir. Bundan dolayı deney ve kontrol grubuna ön test olarak yapılan CCTT puanlarına ilişkisiz örneklemler için t-testi uygulanmıştır. Bu sonuçlara ait bilgiler Tablo 36'da verilmiştir.

Tablo 36

Yedinci Sınıf CCTT Ön Testi İlişkisiz Örneklemler için t-Testi Sonuçları

CCTT	Sınıf	N	$\bar{X}$	S	Sd	t	p
Deney G. Ön Test	7I	32	19.81	7.74	62	-0.175	0.862
Kontrol G. Ön Test	7İ	32	20.18	9.30			

Sonuçlar Tablo 36'da incelendiğinde, her iki gruba da uygulanan CCTT'nin puan ortalamaları arası fark olup olmadığını sınayan ilişkisiz örneklemler için t testinin p değeri, 0.862 olarak bulunmuştur. Grupların ortalamaları arasında istatistiksel olarak anlamlı fark olmadığı görülmektedir. Bu durumda uygulama öncesi her iki grubun bulunduğu seviye aynı düzeydedir denebilir. Burada akla şu soru gelebilir: Altıncı sınıfta deney grubu öğrencileri bir uygulamaya tabi tutuldukları halde yedinci sınıftaki uygulama öncesinde bu durum test sonucuna neden daha yüksek yansımamış olabilir? Bu sorunun cevabı birkaç maddede izah edilecektir:

-Öğrenciler altıncı sınıf başında bu testi ilk uyguladıklarında ortalamaları deney grubu için14.85 ve kontrol grubu için 14.56 iken 7.sınıftaki uygulama başında bu ortalamalar deney grubu için 19.81 ve kontrol grubu için 20.18 olarak artmıştır. Bu da bir önceki seneye göre gözle görülür bir farktır. Yani ilerleme olmuştur fakat kazanımı unutma, tekrar etmeme, araya zaman girmesi gibi pek çok nedenden dolayı biraz daha düşük düzeyde ilerleme olmuştur.

-Öğrencilerin altıncı sınıf uygulamasının sonunda yaptıkları aynı testin ortalamaları deney grubu için 27.55 ve kontrol grubu için 19.56 iken yedinci sınıftaki aynı test uygulama öncesi yapıldığında ortalamalar sırasıyla 19.81 ve 20.18'e düşmüştür. Buradaki başlıca etkenler ise öğrencilerin bir sene önce öğrendikleri bazı kazanımları unutmuş olabilecekleri ya da matematiksel bilgiyi soyutlayamadıklarını göstermektedir.

Uygulama sonrası deney ve kontrol grubuna son test olarak yapılan CCTT puanlarının normal dağılıma uygun olduğu belirlendikten sonra, bu puanlara İlişkisiz Örneklemler için t-testi uygulanmıştır. Bu sonuçlara ait bilgiler Tablo 37'de verilmiştir.

Tablo 37

Yedinci Sınıf CCTT Son Testi İlişkisiz Örneklemler için t-testi Sonuçları

CCTT	Sınıf	N	$\bar{X}$	S	Sd	T	p
Deney G. Son test	7I	32	28.13	9.03	62	0.844	0.402
Kontrol G. Son test	7İ	32	25.80	10.08			

Tablo 37'de görüldüğü üzere deney ve kontrol grubunun son testlerinin puanları arasında anlamlı bir fark görülmektedir. Çünkü t-testi sonucunun p değeri 0.402'dir. Deney grubu, CCTT son test puanları bakımından kontrol grubuna göre daha başarılı bulunmuştur.

Bundan sonraki aşamada ise yedinci sınıfta yapılan CCTT'nde, deney grubunun kendi içindeki ön test ve son test sonuçlarının fark puanlarının normal dağılıma uygun olup olmadığı test edilmiştir. Bu test sonucunda elde edilen p değeri 0.005'ten büyük olduğundan normal dağılıma uygun olduğu belirlenmiştir. Buna göre, deney grubundan elde edilen CCTT ön ve son test sonuçlarına ilişkili örneklemler için t-testi uygulanmıştır. Bu sonuçlara ait bilgiler Tablo 38'de yer almaktadır.

Tablo 38

Yedinci Sınıf Deney Grubu CCTT İlişkili Örneklemler için t-testi Sonuçları

CCTT	Sınıf	N	$\bar{X}$	S	sd	t	p
Deney G. Ön Test	7I	32	19.81	7.74	31	10.449	0.000
Deney G. Son test	7I	32	28.13	9.03			

Yedinci sınıfta cebir kavram ve genellemelerinin sınıf ortamında soyutlanmasında, hazırlanan öğretim tasarımının, öğrencilerin soyutlama becerilerinin gelişimi üzerindeki etkisinin araştırıldığı 32 kişilik bir sınıfta, hazırlanan öğretim tasarımı yardımıyla öğretim yapılan sınıftaki öğrencilerin uygulama öncesi ve sonrası yapılan CCTT puan ortalamaları arasında anlamlı bir fark olup olmadığını belirlemek için yapılan ilişkili örneklemler için t testi sonucunda, uygulama öncesi yapılan CCTT ortalaması ($\bar{X}_{\text{öntest}} = 19.81$) ile, uygulama sonrası yapılan CCTT ortalaması ($\bar{X}_{\text{son test}} = 28.13$) arasında anlamlı bir fark görülmüştür ($t_{31} = 10.449, \text{p} < 0.05$). Bu sonuç, hazırlanan öğretim tasarımının, öğrencilerin soyutlama becerilerini geliştirme üzerinde anlamlı bir etkisinin olduğunu göstermektedir (Bkz. Tablo 38).

Kontrol grubu olarak seçilen diğer grupta, herhangi bir öğretim tasarımı olmaksızın 7. sınıf MEB kitabına uygun yapılan öğretim sonucunda elde edilen ortalamalar Tablo 25’te yer almaktadır. Kontrol grubuna yapılan öğretimin başında ve sonunda CCTT uygulanmış ve elde edilen puanları karşılaştırmadan önce fark puanlarının normal dağılıma uygunluğuna bakılmıştır. Fark puanları normal dağılıma uygun olduğundan (p>0.05) test sonuçlarına ilişkili örneklemler için t-testi uygulanmıştır. Bu bulgular Tablo 39’da yer almaktadır.

Tablo 39

Yedinci Sınıf Kontrol Grubu CCTT İlişkili Örneklemler için t-testi Sonuçları

CCTT	Sınıf	N	$\bar{X}$	S	sd	t	P
Kontrol G. Ön Test	7İ	32	20.18	9.30	31	-6.920	0.000
Kontrol G. Son test	7İ	32	25.80	10.08			

Kontrol grubuna yapılan ön ve son test puanlarının ortalamaları arasında anlamlı bir fark olduğu görülmektedir. Bu durum söz konusu sınıfta, MEB kitabıyla yapılan öğretimin, öğrencilerin cebir kavram ve genellemelerini soyutlamaları üzerinde anlamlı bir etkisinin olduğunu göstermektedir (p=0.000). Bunun böyle olması çok doğaldır, çünkü son yıllarda MEB kitaplarında yer alan etkinliklerin ve ders planlarının Gerçekçi Matematik Eğitimi'nden yararlanılarak hazırlanmaya çalışıldığı ve gerçek hayat problemlerine daha uygun problemler içerdiği bilinmektedir. Deney grubunun gelişimi kadar olmasa da (Bkz. Tablo 39) kontrol grubunda da CCTT puanlarına bakılarak bir miktar gelişme yaşandığı söylenebilir.

4.2.1.2.2 Yedinci Sınıfta Yapılan SBT2 ve SBT3'e Verilen Cevapların Nicel Analizi. Yedinci sınıfta hazırlanan öğretim tasarımının hem deney hem de kontrol grubuna uygulanmasının öncesinde SBT2, uygulandıktan sonra ise SBT3 testi yapılmıştır. Bu testlere ait normallik sonuçlarına bir önceki başlıkta yer verilmişti. Normal dağılıma uygun olan test puanları ortalamalarına İlişkili ve İlişkisiz Örneklemler için t testi uygulanmıştır.

İlk olarak uygulama öncesi deney ve kontrol gruplarına yapılan SBT2 testi puanlarına ilişkisiz örneklemler için t-testi uygulanmış ve buna ait sonuçlar Tablo 40'ta gösterilmiştir.

Tablo 40

Yedinci Sınıf SBT2 İlişkisiz Örneklemler için t-testi Sonuçları

SBT2	Sınıf	N	$\bar{X}$	S	Sd	t	p
Deney G. SBT2	7I	32	4.87	3.45	62	-1.314	0.194
Kontrol G. SBT2	7İ	32	6.25	4.80			

Tablo 40'taki test sonuçlarına bakıldığında, uygulama öncesi deney ve kontrol gruplarının soyutlama becerilerindeki hazırbulunuşluk durumunu tespit etmek için yapılan SBT2 puanlarına uygulanan ilişkisiz örneklemler için t-testi sonuçlarına göre iki grup arasında anlamlı bir fark yoktur, çünkü p değeri 0.194'tür ($p>0.05$). Bu durumda uygulama öncesi her iki grupta soyutlama becerileri açısından aynı düzeydedir. Hatta denilebilir ki kontrol grubu ortalamaları deney grubuna göre daha yüksektir.

İkinci olarak hazırlanan öğretim tasarımı yardımıyla öğretim yapılan sınıfla MEB yedinci sınıf matematik kitabı ile öğretim gören sınıfın, uygulama sonrası soyutlama becerilerinin gelişimi arasında anlamlı bir fark olup olmadığı SBT3 puanlarına ilişkisiz örneklemler için t-testi uygulanarak incelenmiştir. Bu teste ilişkin sonuçlar Tablo 41'de gösterilmektedir.

Tablo 41

Yedinci Sınıf SBT3 İlişkisiz Örneklemler için t-testi Sonuçları

SBT3	Sınıf	N	$\bar{X}$	S	Sd	t	p
Deney G. SBT3	7I	32	14.78	6.61	62	5.321	0.000
Kontrol G. SBT3	7İ	32	7.06	4.85			

Test sonuçlarına bakıldığında deney grubu ile kontrol grubunun soyutlama becerilerinin gelişimi arasında deney grubu lehine anlamlı bir fark olduğu görülmektedir (p=0.000). Yani deney grubuna hazırlanan öğretim tasarımıyla yapılan öğretim sonrası öğrencilerin soyutlama becerilerindeki gelişme, kontrol grubundaki öğrencilerin soyutlama becerilerinin gelişiminden daha yüksek çıkmıştır. Bu durum, hazırlanan öğretim tasarımının öğrencilerin soyutlama becerilerini geliştirdiğini göstermektedir.

Deney grubuna uygulanan SBT2 ve SBT3 test puanlarının farkı hesaplanmış ve bu fark puanlarının normal dağılıma uygun olup olmadığına bakılmıştır(p>0.05). Çünkü deney grubunun SBT2 ve SBT3 sonuçlarına İlişkili Örneklemler için t-testi yapılabilmesi için ön koşul, fark puanlarının normal dağılıma uygun olmasıdır. Yapılan Kolmogorov-Smirnov Normallik Testi sonucunda puan farklarının normal dağılıma uygun olduğu hesaplanmıştır (p=0.200). Normallik testinden sonra puanlara uygulanan İlişkili Örneklemler için t-testi sonuçları Tablo 42'de yer almaktadır.

Tablo 42

Yedinci Sınıf Deney Grubu SBT2-SBT3 İlişkili Örneklemler için t-testi Sonuçları

SBT2-SBT3	Sınıf	N	$\bar{X}$	S	Sd	t	p
Deney G. SBT2	7I	32	4.87	3.45	31	11.357	0.000
Deney G. SBT3	7İ	32	14.78	6.61			

Yedinci sınıfta cebir kavram ve genellemelerinin sınıf ortamında soyutlanmasında, hazırlanan öğretim tasarımının, öğrencilerin soyutlama becerilerinin gelişimi üzerindeki etkisinin araştırıldığı 32 kişilik bir sınıfta, hazırlanan öğretim tasarımı yardımıyla öğretim yapılan sınıftaki öğrencilerin uygulama öncesi ve sonrası yapılan SBT2 ve SBT3 puan ortalamaları arasında anlamlı bir fark olup olmadığını belirlemek için yapılan ilişkili örneklemler için t testi sonucunda, uygulama öncesi yapılan SBT2 ortalaması ($\bar{X}_{SBT2} = 4.87$) ile, uygulama sonrası yapılan SBT3 ortalaması ($\bar{X}_{SBT3} = 14.78$) arasında anlamlı bir fark görülmüştür ($t_{31} = 11.357, p < 0.05$). Bu sonuç, hazırlanan öğretim tasarımının, öğrencilerin soyutlama becerilerini geliştirme üzerinde anlamlı bir etkisinin olduğunu göstermektedir (Bkz. Tablo 42).

Kontrol grubuna uygulanan SBT2 ve SBT3 testlerindeki aradaki fark puanlar hesaplanmış ve bu farkın normal dağılıma uygun olup olmadığına bakılmıştır(p>0.05). Çünkü kontrol grubunun SBT2 ve SBT3 sonuçlarına ilişkili örneklemler için t-testi yapılabilmesi için gerekli şart, fark puanlarının normal dağılıma uygun olmasıdır. Yapılan Kolmogorov-Smirnov Normallik Testi sonucunda puan farklarının normal dağılıma uygun olduğu hesaplanmıştır (p=0.200). Kontrol grubu SBT2 ve SBT3 puanlarına ilişkili örneklemler için t-testi uygulanmış ve buna ilişkin sonuçlara Tablo 43'te yer verilmektedir.

Tablo 43

Yedinci Sınıf Kontrol Grubu SBT2-SBT3 İlişkili Örneklemler için t-testi Sonuçları

SBT2-SBT3	Sınıf	N	$\bar{X}$	S	Sd	T	P
Kontrol G. SBT2	7I	32	6.25	4.80	31	1.082	0.287
Kontrol G. SBT3	7İ	32	7.06	4.85			

Yedinci sınıfta cebir kavram ve genellemelerinin sınıf ortamında soyutlanmasında, sadece MEB yedinci sınıf kitabına uygun öğretim yapılarak, öğrencilerin soyutlama becerilerinin gelişimi üzerindeki etkisinin araştırıldığı 32 kişilik bir sınıfta, MEB yedinci sınıf kitabına uygun öğretim yapılan kontrol sınıfındaki öğrencilerin uygulama öncesi ve sonrası yapılan SBT2 ve SBT3 puan ortalamaları arasında anlamlı bir fark olup olmadığını belirlemek için yapılan ilişkili örneklemler için t testi sonucunda, uygulama öncesi yapılan SBT2 ortalaması ($\bar{X}_{SBT2} = 6.25$) ile, uygulama sonrası yapılan SBT3 ortalaması ($\bar{X}_{SBT3} = 7.06$) arasında anlamlı bir fark olmadığı görülmüştür ($t_{31} = 1.082, p > 0.05$). Bu sonuç, kontrol grubunda müfredata uygun yapılan öğretimin, öğrencilerin soyutlama becerilerinin gelişiminde anlamlı bir etkisinin olmadığını göstermektedir (Bkz. Tablo 43).

4.2.2. Yedinci Sınıfta Yapılan Uygulamaya Ait Nitel Bulgular. Tez uygulamasının ikinci aşamasına ait "Yedinci sınıfta hazırlanan öğretim tasarımı yardımıyla öğrencilerin soyutlama becerilerini belirlemek" için yapılan uygulamada, toplanan nitel verilerin analizine bu bölümde yer verilecektir. Toplanan veriler; SBT2 ve SBT3 testlerine verilen cevaplar, sınıf içi derslerin ses kaydı, etkinlik kağıtları, CCTT'ne uygulama öncesi ve sonrası verilen cevaplar şeklindedir. Bu veriler toplanıp incelenmiş, bu verilerin nitel analizleri yapılmıştır. Bu analizler nitel bulguları oluşturmaktadır. Öğrencilerin sınıf içinde gözlemlenen ya da çalışma kağıtlarına, ön ve son testlere yansıyan soyutlama becerileri de çalışmada önemli bir yere sahiptir.

Bu bölümde tüm deney grubu öğrencilerinin verdikleri cevapları ayrı ayrı ele almak zor ve uzun olacağından, uygulamanın üçüncü aşaması olan nitel çalışma için seçilen odak grup öğlencilerinin verileri her kademede nitel açıdan incelenmiştir. Böylece odak grup öğrencileri, iki yıl boyunca üç ayrı aşamada mikro açıdan mercek altına alınmıştır. Bu öğrenciler, isimleri değiştirilerek kullanılmıştır.

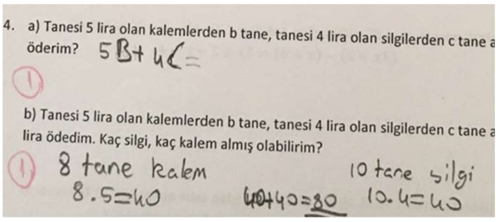
4.2.2.1. SBT2 ve SBT3'e Ait Nitel Bulgular. Öğrencilere 7. sınıf düzeyinde tezin 2. aşamasının öncesinde ve sonrasında uygulanan SBT2 ve SBT3 testlerinin nitel analizleri bu bölümde yer almaktadır. Deney grubundaki tüm öğrencilerin kağıtlarını nitel olarak analiz etmek zor olacağından bu gruptan seçilen odak grup öğrencilerinin kağıtlarına ait nitel analizlere yer verilmiştir. Sonuç itibariyle odak grup, her başarı düzeyinden öğrenciyi gözlemlemeye imkân vermektedir.

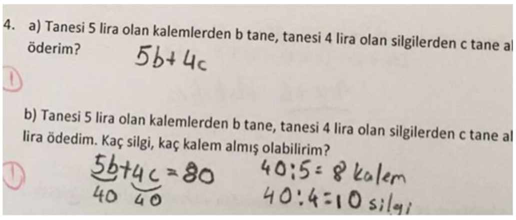
4.2.2.1.1. SBT2'ye Ait Nitel Bulgular. Öğrencilerin uygulama öncesi yapılan SBT2 testinde doğru cevaplayabildikleri sorular çok az olmuştur. Öğrencilerden Buse, Damla ve Pınar gruptaki diğer öğrencilere biraz daha çok soruya doğru cevap verebilmiştir. Ama onların puanları da çok yüksek değildir, SBT2 başarı puanları yüzde 50'nin altındadır. Bu öğrenciler bir önceki yıl öğrendikleri cebirsel ifadeleri kullanmaya çalışmışlar ya da soruları aritmetik işlemlerle çözmüşlerdir. Ama hiçbir soruda oluşturma basamağına ulaşamamışlardır.

Yedinci sınıfın ilk kazanımı olan C7 kazanımı SBT2'de 1. ve 4. sorularla ölçülmektedir. Birinci soruda simit, pide ve ekmek için değişken kullanarak cebirsel ifade yazmaya çalışmışlar, ama bunu denklem yazmaya dönüştürememişlerdir. Sadece Damla, Buse ve Pınar ilk soruya doğru cevap vermişlerdir. Dördüncü soruyu öğrenciler Nisanur hariç tam olarak çözmüşler, bazıları cebirsel ifade olarak "5b+4c" yazmışlar, fakat b şıkkında denklem yazmaya çalışmışlarsa da aritmetik yoldan çözmüşlerdir. Emre'nin 4. soruya verdiği cevap tam da bu şekildedir. Aşağıda Şekil 16'da onun kâğıdı ile tam çözen bir başka öğrencinin kâğıdı incelenebilir.

Şekil 16.

Emre ve Pınar'ın Sırasıyla SBT2 4. Soruya Verdiği Cevaplar



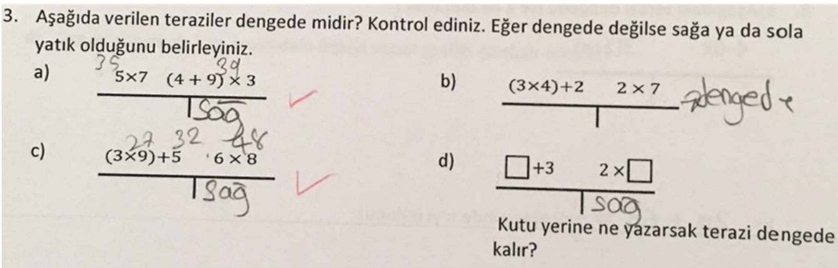


Şekil 16'da görüldüğü üzere Emre a şıkkında cebirsel ifade yazsa da b şıkkında denklemi *oluşturmamış*, ama soruda isteneni anlayıp aritmetik yoldan soruyu doğru çözmüştür. Yani Emre *Yanlış Oluşturma* yapmıştır. Pınar ise a şıkkında cebirsel ifadeyi yazmış ve b şıkkında denklemi de yazmıştır. Denklemde de sayı değeri vererek soruyu çözmüştür.

C8 kazanımını ölçen sorular 10., 3. ve 9. sorulardır. Üçüncü soruda aritmetik işlemlerin yazılı olduğu terazi kefelerinin hangi tarafa yatık olduğu veya dengede olup olmadıkları sorulmaktadır. Bu soruyu da öğrenciler aritmetik olarak hesapladıkları için genel olarak doğru cevaplamışlar, sadece iki öğrenci eksik bir öğrenci de hiç cevap verememiştir. Bu öğrencilerden eksik cevap veren Malik'in cevabı Şekil 17'de yer almaktadır.

Şekil 17.

Malik'in SBT2'de 3. Soruya Verdiği Cevap


3. Aşağıda verilen teraziler dengede midir? Kontrol ediniz. Eğer dengede değilse sağa ya da sola yatık olduğunu belirleyiniz.

a) 5×7 $(4+9)\times3$ — 35, 39 — sağ

b) $(3\times4)+2$ 2×7 — dengede

c) $(3\times9)+5$ 6×8 — 27, 32, 48 — sağ

d) $\square+3$ $2\times\square$ — sağ

Kutu yerine ne yazarsak terazi dengede kalır?

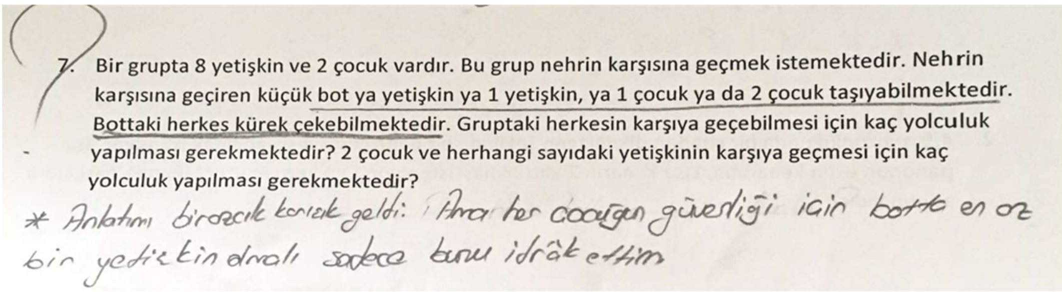
Şekil 17'de görüldüğü üzere ilk üç şıkka doğru cevap veren Malik sorunun "d" şıkkında terazinin dengede durması için gereken değeri yazamamıştır.

C9 kazanımını ölçen sorular 5 ve 8. sorulardır. Beşinci soruyu dokuz öğrenciden sadece 3'ü yarı doğru şekilde cevaplamıştır. Yani uzunluğu verilen demir telden oluşturulabilecek dikdörtgen sayısını sadece üç öğrenci bulmuş ama onlar da eksik bulmuşlardır. Sekizinci soruyu ise doğru cevaplandıran öğrenci olmamıştır.

C10 kazanımını ölçen sorular 2., 6. ve 7. sorulardır. İkinci soruyu doğru cevaplayan öğrencileri iki kişi olup, bunlar Pınar ile Buse'dir. Onun dışında doğru cevaplayan öğrenci olmamıştır. Altıncı ve yedinci soruları sadece iki öğrenci yarım bir şekilde doğru yapmıştır. Bir öğrenci de sadece altıncı soruyu yarım olarak doğru yapmıştır. Öğrencilerin çoğunluğu soruyu anlamadıklarını dile getirmişlerdir. Bunlara örnek oluşturan sınav kâğıdı örneklerine Şekil 18'de yer verilmiştir.

Şekil 18.

Damla'nın SBT2 7. Soruya Verdiği Cevap



7. Bir grupta 8 yetişkin ve 2 çocuk vardır. Bu grup nehrin karşısına geçmek istemektedir. Nehrin karşısına geçiren küçük bot ya yetişkin ya 1 yetişkin, ya 1 çocuk ya da 2 çocuk taşıyabilmektedir. Bottaki herkes kürek çekebilmektedir. Gruptaki herkesin karşıya geçebilmesi için kaç yolculuk yapılması gerekmektedir? 2 çocuk ve herhangi sayıdaki yetişkinin karşıya geçmesi için kaç yolculuk yapılması gerekmektedir?

* Anlatımı birazcık karışık geldi: Ama her çocuğun güvenliği için botta en az bir yetişkin olmalı sadece bunu idrak ettim

Şekil 18'de görüldüğü üzere Damla "Anlatımı birazcık karışık geldi" ifadesini yazmıştır. Bunun gibi pek çok diğer öğrenci, bu tarz matematik sorularına uygulama öncesi alışkın olmadıklarını, anlayamadıklarını dile getirmişlerdir.

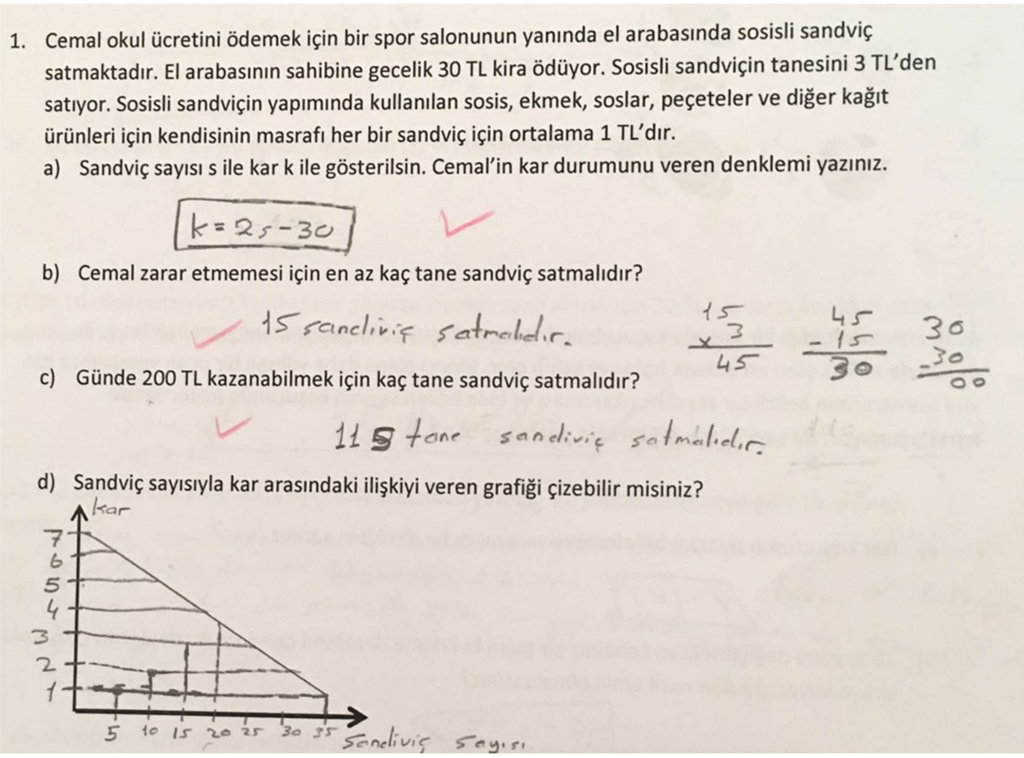
C11, C12 ve C13 kazanımlarını ölçmek için kullanılan soru 11. sorudur. Bu soruyu öğrencilerden hiçbiri doğru cevaplandıramamıştır.

4.2.2.1.2. SBT3'e Ait Nitel Bulgular. Uygulama sonrası yapılan sınav SBT3'tür. Bu sınavda öğrenciler genel itibariyle SBT2'ye oranla çok daha yüksek puanlar almışlardır. Öğrencilerin SBT2 puan ortalaması 5.37 iken, SBT3 puan ortalaması 14.78 olmuştur. Yani öğrenciler SBT2'de %22.42 başarıya sahipken, SBT3'te %61.6 başarı oranına sahip olmuştur. Bu hesaplamalara bakılarak, ön ve son testlerden elde edilen başarıları kıyaslamamız mümkündür. Öğrencilerin uygulama sonrası soyutlama becerilerinde ciddi artışlar meydana geldiği söylenebilir.

SBT3'te C7 kazanımını ölçen sorular 1, 2 ve 4. sorulardır. Aslında SBT3 sorularını tam olarak kazanımlarla sınırlamak doğru olmayabilir, çünkü öğrencilerin soyutlama becerilerini gözlemlemeye imkân verecek şekilde tasarlandıklarından birden fazla kazanıma da hitap etmektedirler. Burada genel olarak sorular, en yakın olabilecekleri kazanımlara atfedilmişlerdir. Birinci soruda öğrenciler bilinmeyen *kullanarak* denklem *oluşturmuşlar*, oluşturdukları doğrusal denklemi koordinat sisteminde grafikle göstererek *pekiştirmişlerdir*. Böylece bu soru, öğrencilerin RBC+C'nin tüm basamaklarını gözlemlemeye imkân vermektedir. Bu üç soruyu eksik çözen üç öğrenci olmuştur. Onlardan ikisi düşük, biri orta başarı düzeyine sahip öğrencilerdir. Diğer tüm odak grup öğrencileri bu üç soruyu doğru cevaplamışlardır. Düşük başarı düzeyine sahip Kadir iki bilinmeyenli denklemi *oluşturmuş,* denklemi sıfır yapan değeri bulmuş, yani denklemi çözmüş, fakat doğrusal denklem grafiğini yanlış çizdiği için grafik üzerinden denklem kavramını *pekiştirememiştir*. Kadir'in cevabı Şekil 19'da yer almaktadır.

Şekil 19.

Kadir'in SBT3'teki 1. Soruya Verdiği Cevap



1. Cemal okul ücretini ödemek için bir spor salonunun yanında el arabasında sosisli sandviç satmaktadır. El arabasının sahibine gecelik 30 TL kira ödüyor. Sosisli sandviçin tanesini 3 TL'den satıyor. Sosisli sandviçin yapımında kullanılan sosis, ekmek, soslar, peçeteler ve diğer kağıt ürünleri için kendisinin masrafı her bir sandviç için ortalama 1 TL'dır.

a) Sandviç sayısı s ile kar k ile gösterilsin. Cemal'in kar durumunu veren denklemi yazınız.

$\boxed{k = 2s - 30}$

b) Cemal zarar etmemesi için en az kaç tane sandviç satmalıdır?

15 sandviç satmalıdır.

$15 \times 3 = 45 \qquad 45 - 15 = 30 \qquad 30 - 30 = 00$

c) Günde 200 TL kazanabilmek için kaç tane sandviç satmalıdır?

115 tane sandviç satmalıdır.

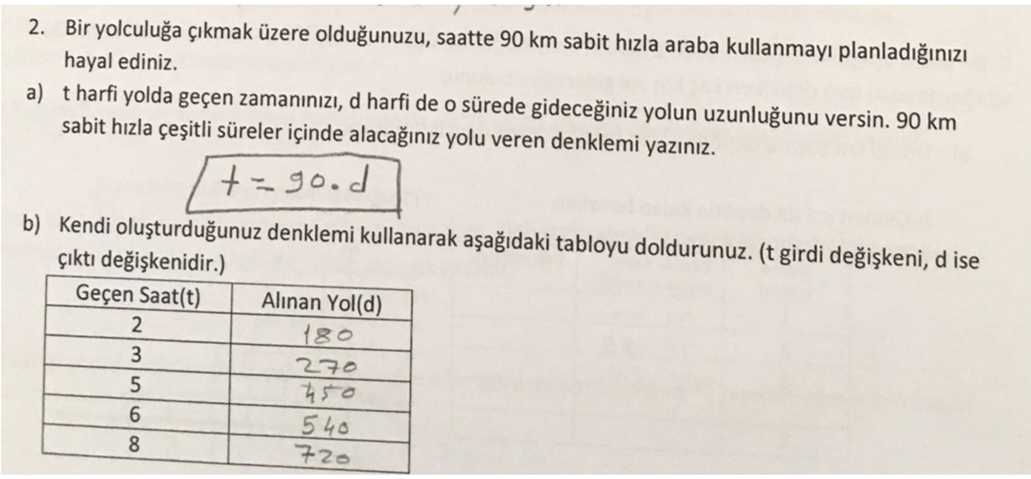
d) Sandviç sayısıyla kar arasındaki ilişkiyi veren grafiği çizebilir misiniz?

Kadir'in cevabı incelenirse, d şıkkında koordinat sistemini çizmiş, koordinatları isimlendirmiş, sayılar yazmış fakat eşleştirmeleri yanlış yapmıştır. Buradan anlaşıldığı üzere aslında koordinat sistemi bilgisini *oluşturmuştur* fakat sandviç sayısı ile kar arasındaki ilişkiyi grafiğe yansıtamamıştır. Bundan dolayı Kadir'in doğrusal denklem grafiği bilgisinde Kısmi

Doğru Yapılar'a ulaşmış olduğu gözlemlenmektedir. Böylece Kısmi Doğru Oluşturma (partially correct construction) gerçekleşmiştir. Birinci soruda *oluşturamadığı* doğrusal ilişki kavramını, ikinci soruda *oluşturabilmiştir*. Zira ikinci soruya verdiği cevap aşağıda Şekil 20'de yer almaktadır.

Şekil 20.

Kadir'in SBT3'teki 2. Soruya Verdiği Cevap



2. Bir yolculuğa çıkmak üzere olduğunuzu, saatte 90 km sabit hızla araba kullanmayı planladığınızı hayal ediniz.

a) t harfi yolda geçen zamanınızı, d harfi de o sürede gideceğiniz yolun uzunluğunu versin. 90 km sabit hızla çeşitli süreler içinde alacağınız yolu veren denklemi yazınız.

$\boxed{t = 90.d}$

b) Kendi oluşturduğunuz denklemi kullanarak aşağıdaki tabloyu doldurunuz. (t girdi değişkeni, d ise çıktı değişkenidir.)

Geçen Saat(t)	Alınan Yol(d)
2	180
3	270
5	450
6	540
8	720

Şekil 20'de görüldüğü üzere Kadir denklemi *oluşturmuş* ve denklem kavramını doğrusal ilişki kavramı üzerinden *pekiştirebilmiştir.*

SBT3'te ikinci soru, denklem kavramını doğrusal ilişki *oluşturma* üzerinden *pekiştirmeye* izin vermektedir. Dördüncü soru ise, sıra dışı bir problem olup denklem *oluşturma* becerilerini ölçmektedir. İlginç şekilde bu üç soruya eksik cevap verenlerden Emre, 4.soruyu hem denklemi oluşturmasıyla hem de denklem önerisiyle doğru çözmüştür. Buradan da anlaşıldığı üzere düşük başarı düzeyine sahip Emre Kısmi Doğru Yapılar'a ulaşmaktadır. Yani oluşturma çeşitlerinden *Kısmi Doğru Oluşturma* gerçekleştirmiştir. SBT3'teki C7 kazanımını ölçmeye yönelik hazırlanmış sorulara ait nitel bulgular Tablo 44'te yer almaktadır.

Tablo 44

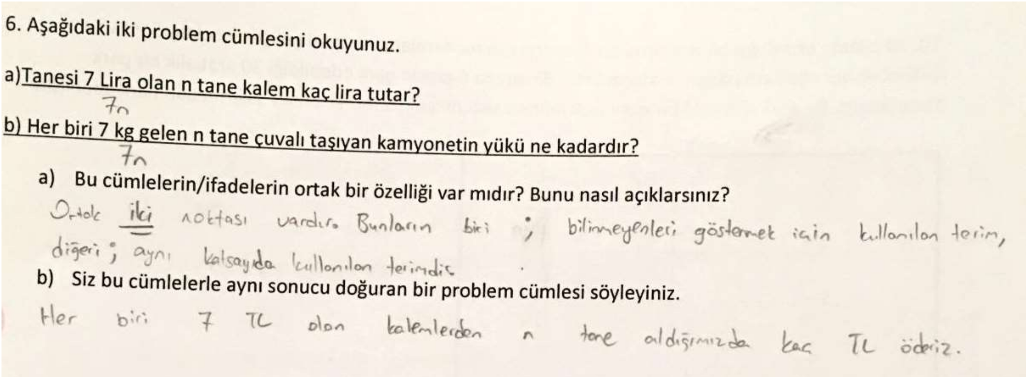
SBT3'teki C7 Kazanımına Ait Nitel Bulgular

Kazanım	C7-Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Kurar.							
SBT3	R-Tanıma			B-Kullanma	C-Oluşturma			+C-Pekiştirme
	R1	R2	R3		C1	C2	C3	
Emre (D)			✓	✓		✓		
Kadir (D)			✓	✓		✓		
Pınar (O)			✓	✓			✓	✓
Damla (O)			✓	✓			✓	✓
Nisa (O)			✓	✓		✓		
Eylül (Y)			✓	✓			✓	✓
Buse (Y)			✓	✓			✓	✓
Sude (Y)			✓	✓			✓	✓
Malik (Y)			✓	✓			✓	✓

SBT3’te C9 kazanımını ölçen sorular 4., 6. ve 7. sorulardır. Altıncı ve yedinci sorulara hiç cevap veremeyen öğrenci Emre olmuştur. Bunun dışında Kadir ve Nisa da bu sorulara eksik cevaplar vermişlerdir. Altıncı soru cebirsel ifadenin benzer terim kavramı üzerinden *pekiştirilmesini* içermektedir. Bu soruda aslında 6. sınıfta öğrenmiş oldukları cebirsel ifade kavramının pekiştirilip pekiştirilmediği ölçülmek istenmektedir. “7x” ya da “7n” yazmanın değişen birimler için farklı olmadığını gösterebilirlerse, cebirsel ifade kavramını ortak özellik bakımından soyutladıklarını göstermiş olacaklardır. Bu sorunun cevabına ait örneklerden biri olan Eylül’ün cevap kâğıdı Şekil 21’de yer almaktadır.

Şekil 21.

Eylül'ün SBT3'te 6. Soruya Verdiği Cevap



6. Aşağıdaki iki problem cümlesini okuyunuz.

a)Tanesi 7 Lira olan n tane kalem kaç lira tutar?

7n

b) Her biri 7 kg gelen n tane çuvalı taşıyan kamyonetin yükü ne kadardır?

7n

a) Bu cümlelerin/ifadelerin ortak bir özelliği var mıdır? Bunu nasıl açıklarsınız?

Ortak iki noktası vardır. Bunların biri; bilinmeyenleri göstermek için kullanılan terim, diğeri; aynı katsayıda kullanılan terimdir.

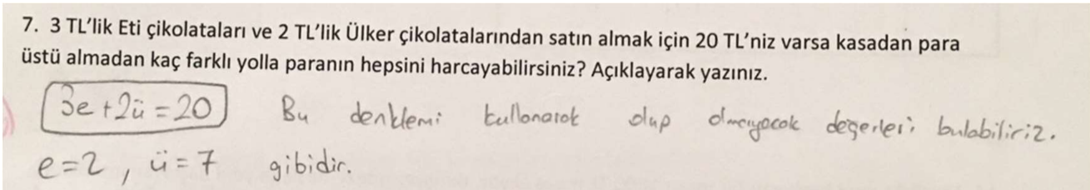
b) Siz bu cümlelerle aynı sonucu doğuran bir problem cümlesi söyleyiniz.

Her biri 7 TL olan kalemlerden n tane aldığımızda kaç TL öderiz.

Şekil 21'de görüldüğü üzere Eylül, a ve b şıkları arasında iki ortak nokta bulmuş ve bunları "bilinmeyenleri göstermek için kullanılan terim" ve "aynı katsayıda kullanılan terim" olarak iki şekilde açıklamıştır. Aslında açıklaması "bilinmeyeni de katsayısı da aynı olan terimler" anlamına gelmektedir. Buradan benzer terim kavramı üzerinden cebirsel ifadeyi *pekiştirdiği* söylenebilir. Aynı şekilde 7. soruda da deneme yanılma yapmadan direk denklemi bulmuş, bu denklemi kullanarak tüm alternatif çikolata alma yollarının bulunabileceğini belirtmiştir. Çoğunlukla diğer arkadaşları tüm olası çikolata alma şekillerini hesaplayarak bulmuşlar, sonrasında denklemi yazmışlardır. Eylül'ün 7. soruya cevabı Şekil 22'de yer almaktadır.

Şekil 22.

Eylül'ün SBT3'teki 7. Soruya Verdiği Cevap



7. 3 TL'lik Eti çikolataları ve 2 TL'lik Ülker çikolatalarından satın almak için 20 TL'niz varsa kasadan para üstü almadan kaç farklı yolla paranın hepsini harcayabilirsiniz? Açıklayarak yazınız.

$\boxed{3e+2ü=20}$ Bu denklemi kullanarak olup olmayacak değerleri bulabiliriz.

$e=2$, $ü=7$ gibidir.

Doğrudan oluşacak denklemi yazan Eylül, "Bu denklemi kullanarak olup olmayacak değerleri bulabiliriz" demiştir. Cebirsel ifade *kullanarak* denklem *oluşturma* epistemik eylemine ulaşmış olduğu görülmektedir. SBT3'teki C9 kazanımını ölçmeye yönelik hazırlanmış sorulara ait nitel bulgular Tablo 45'te yer almaktadır.

Tablo 45

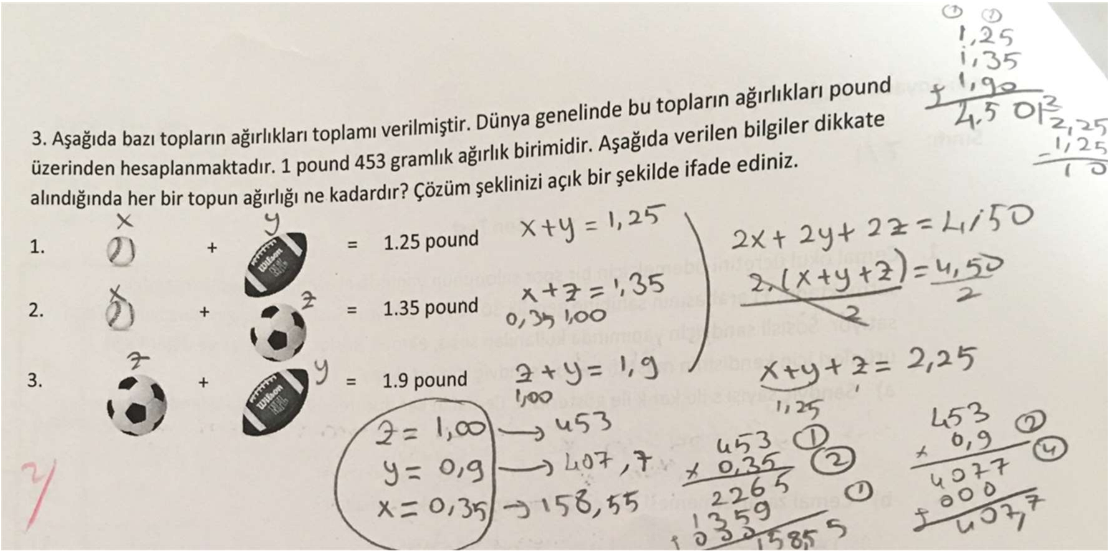
SBT3'teki C9 Kazanımına Ait Nitel Bulgular

Kazanım	C9-Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Çözer							
SBT3	R-Tanıma			B-Kullanma	C-Oluşturma			+C-Pekiştirme
	R1	R2	R3		C1	C2	C3	
Emre (D)	✓				✓			
Kadir (D)		✓		✓		✓		
Pınar (O)			✓	✓			✓	✓
Damla (O)			✓	✓			✓	✓
Nisa (O)		✓		✓		✓		
Eylül (Y)			✓	✓			✓	✓
Buse (Y)			✓	✓			✓	✓
Sude (Y)			✓	✓			✓	✓
Malik (Y)			✓	✓			✓	✓

SBT3'te C10 kazanımını ölçen sorular 3. ve 8. sorulardır. Odak grup öğrencilerinden bir kişi bu kazanımı ölçen sorulara eksik cevaplar vermiş, bir kişi de hiç cevap verememiştir. Bunun dışındaki diğer yedi öğrenci her iki soruyu da doğru cevaplandırmıştır. Üçüncü sorunun en büyük özelliği üç bilinmeyenli denklem *oluşturma* genellemesi üzerinden, bir bilinmeyenli denklem kavramını *pekiştirmeye* imkân veren bir soru olmasıdır. Bu soruda üç ayrı bilinmeyen vardır. Öğrencilerin buna uygun bir şekilde üç ayrı denklem kurmaları gerekmektedir. Yüksek başarı düzeyine sahip dört öğrenci, orta başarı düzeyine sahip iki öğrenci ve düşük başarı düzeyine sahip bir öğrenci bu denklemleri kurabilmiş ve o denklemleri çözebilmiştir. Üçüncü ve sekizinci soruları doğru çözen öğrenci kağıtlarına ait iki örnek aşağıda Şekil 23 ve 24'te yer almaktadır.

Şekil 23

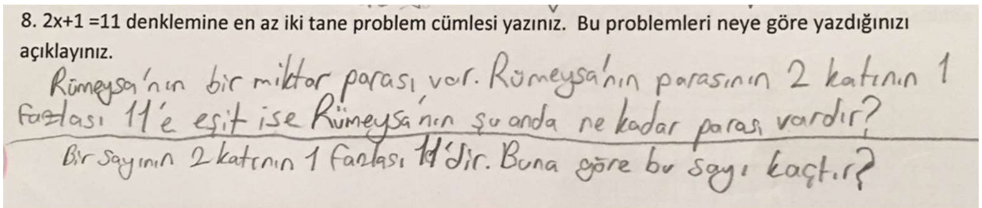
Sude'nin SBT3'teki 3. Soruya Verdiği Cevap



Şekil 23'te Sude'nin çözümüne bakıldığında, her bir top çeşidine farklı bilinmeyen atadığı görülmektedir. Üç farklı bilinmeyenle üç farklı denklem oluşturmuş ve bu denklemleri taraf tarafa toplayarak çözmüştür. Aslında denklem sistemi *oluşturma* üzerinden birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurup çözmeyi *pekiştirmiştir.*

Şekil 24

Pınar'ın SBT3'teki 8. Soruya Verdiği Cevap



Pınar, Şekil 24’te görüldüğü üzere denkleme uygun problemi yazmıştır. Denklemi verilen problem cümlelerini *oluşturabilmiştir.* SBT3’teki C10 kazanımını ölçmeye yönelik hazırlanmış sorulara ait nitel bulgular Tablo 46’da yer almaktadır.

Tablo 46

SBT3’teki C10 Kazanımına Ait Nitel Bulgular

Kazanım	C10-Denklem Kurmayı Gerektiren Problem Çözer							
SBT3	R-Tanıma			B-Kullanma	C-Oluşturma			+C-Pekiştirme
	R1	R2	R3		C1	C2	C3	
Emre (D)	✓				✓			
Kadir (D)			✓	✓			✓	✓
Pınar (O)			✓	✓			✓	✓
Damla (O)			✓	✓			✓	✓
Nisa (O)		✓		✓		✓		
Eylül (Y)			✓	✓			✓	✓
Buse (Y)			✓	✓			✓	✓
Sude (Y)			✓	✓			✓	✓
Malik (Y)			✓	✓			✓	✓

SBT3’te C11 kazanımını ölçen sorular 5. ve 10. sorulardır. Koordinat sistemi ile doğrusal denklem grafiği kavram ve genellemelerini ölçen bu soruları, odak grup öğrencilerinden beş tanesi doğru şekilde cevaplamıştır. Öğrenciler bu kazanımda koordinat sistemi ile ilgili olan 10. soruyu cevaplamakta zorlanmamışlar, sekiz öğrenci doğru yapmıştır. Fakat 5. soru doğrusal denklem grafiği çizmekle ilgili olduğundan öğrencilerin dört tanesi tam olarak sonuca ulaşamamıştır. Doğrusal denklem grafiği sorusunda öğrenciler, denklemi *oluşturmuşlar,* buna bağlı olarak doğrusal denklem grafiği *oluşturma* üzerinden doğrusal ilişki kavramını *pekiştirememişlerdir.* Örneğin, Nisa denklemi kursa da doğrusal ilişkiyi tabloda ve grafikle gösterememiştir. Yani doğrusal ilişki ve doğrusal denklem grafiği kavramlarını *oluşturamamıştır*. SBT3'teki C11 kazanımını ölçmeye yönelik hazırlanmış sorulara ait nitel bulgular Tablo 47'de yer almaktadır.

Tablo 47

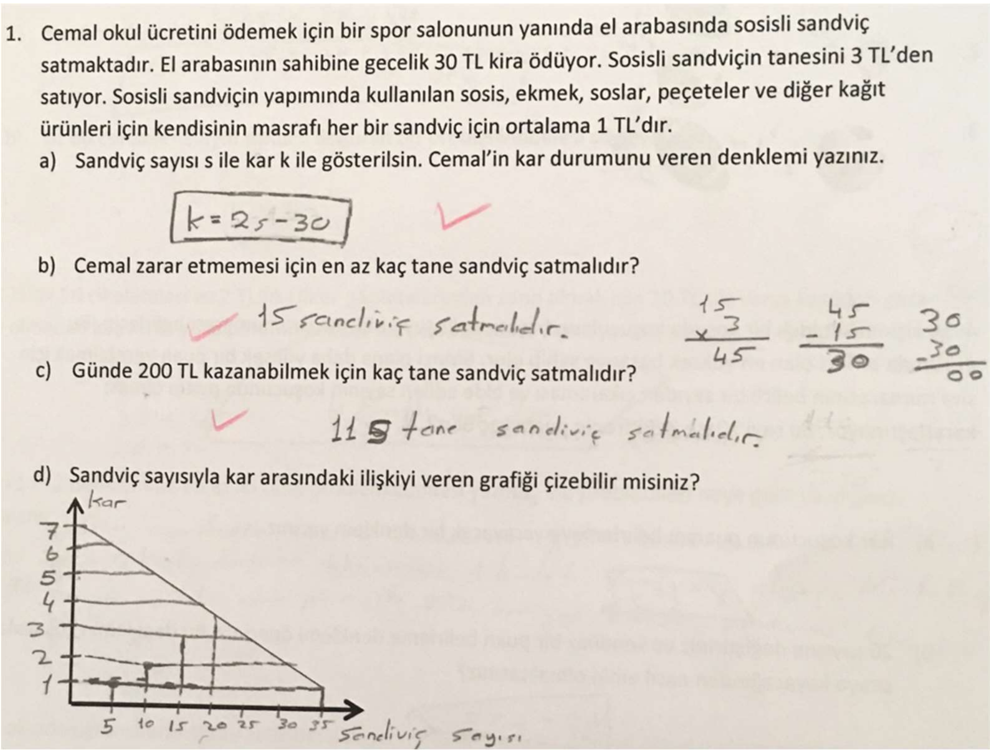
SBT3'teki C11 kazanımına ait Nitel Bulgular

Kazanım	C11-Koordinat sistemini tanır.							
SBT3	R-Tanıma			B-Kullanma	C-Oluşturma			+C-Pekiştirme
	R1	R2	R3		C1	C2	C3	
Emre (D)		✓			✓			
Kadir (D)		✓		✓		✓		
Pınar (O)			✓	✓			✓	✓
Damla (O)			✓	✓			✓	✓
Nisa (O)			✓	✓			✓	✓
Eylül (Y)			✓	✓			✓	✓
Buse (Y)			✓	✓			✓	✓
Sude (Y)			✓	✓			✓	✓
Malik (Y)			✓	✓			✓	✓

SBT3'te C12 kazanımını ölçen sorular özellikle 1. sorunun d şıkkı ve 2. sorulardır. Başarı düzeyi orta ve yüksek olan altı öğrenci her iki soruyu da doğru cevaplandırmıştır. Yani denklem ve doğrusal ilişki kavramlarını doğrusal denklem genellemesi üzerinden *pekiştirmişlerdir.* Dokuz öğrenciden başarı düzeyi düşük iki öğrenci ve başarı düzeyi orta olan bir öğrenci, her iki soruya da eksik cevaplar vermişlerdir. Emre hem 1. sorunun d şıkkını hem de 2. soruyu çözememiştir. Fakat 1. sorudaki denklemi kurabilmiş, a, b ve c şıklarını yapabilmiştir. Burada dikkati çeken bir husus şu olmuştur ki, bu öğrenciler problemlere ait denklemi kursalar da aritmetik işlemle çözmeye çalışmışlardır. Sorunun nihayetindeki d şıkkında grafiği ya eksik çizmişler ya da çizememişlerdir. Bu kâğıt örneklerinden Kadir'in cevabı Şekil 25'te yer almaktadır.

Şekil 25

SBT3'te Kadir'in 1. Sorunun d Şıkkına Verdiği Cevap



Şekil 25'te görüldüğü üzere Kadir denklemi *oluşturmuş*, fakat sorunun b şıkkını aritmetik işlem yaparak çözmüştür. Buradan da anlaşılacağı üzere denklem *oluşturması* doğru olsa da kurduğu denklemi kullanarak soruyu çözmesi eksik olmuştur. *Kısmi Doğru Oluşturmaya* örnek bir çözüm yapmıştır. Sandviç sayısıyla kar arasındaki ilişkiyi gösteren denklemde sadece eksenlerin isimlerini doğru oluşturmuş fakat aralarındaki ilişkiyi göstermek için yanlış sayılar atamıştır. Noktaların koordinatlarını aşağıdan yukarıya belirlese de grafiği çizerken aşağı yönlü bir doğru oluşturmuştur. Böylece doğrusal denklem grafiği genellemesini *yanlış oluşturmuştur.* SBT3'teki C12 kazanımını ölçmeye yönelik hazırlanmış sorulara ait nitel bulgular Tablo 48'de yer almaktadır.

Tablo 48

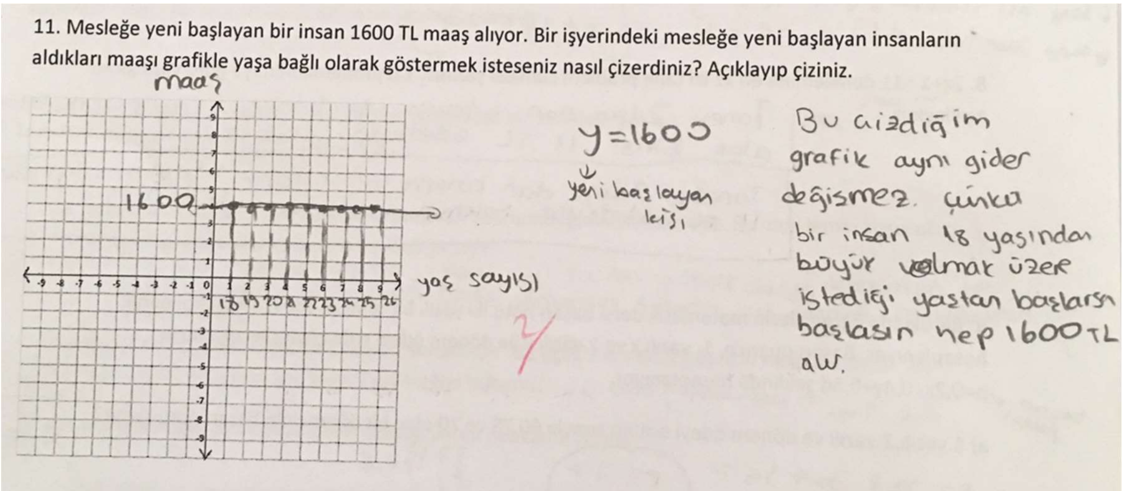
SBT3'teki C12 kazanımına ait Nitel Bulgular

Kazanım	C12- Doğrusal ilişkiyi tanır.							
SBT3	R-Tanıma			B-Kullanma	C-Oluşturma			+C-Pekiştirme
	R1	R2	R3		C1	C2	C3	
Emre (D)	✓				✓			
Kadir (D)			✓	✓		✓		
Pınar (O)			✓	✓			✓	✓
Damla (O)			✓	✓			✓	✓
Nisa (O)			✓	✓		✓		
Eylül (Y)			✓	✓			✓	✓
Buse (Y)			✓	✓			✓	✓
Sude (Y)			✓	✓			✓	✓
Malik (Y)			✓	✓			✓	✓

SBT3'te C13 kazanımını ölçen sorular 5., 1., ve 11. sorulardır. Diğer kazanımlardan 5. ve 1. soruyu içeren kazanımlar bulunduğundan bu sorular açıklanmıştı. Bundan dolayı bu kazanımda, daha önce bahsedilmeyen 11. soru ile ilgili bulgulara yer verilecektir. On birinci soruyu doğru cevaplayan öğrenci sayısı altıdır. Yine önceki kazanımda olduğu gibi başarı düzeyi düşük ve orta olan öğrencilerden Emre, Nisa ve Kadir bu soruya cevap verememiştir. Bu soruda öğrencilerin doğrusal denklem grafiği kavramını y=a grafiği oluşturma üzerinden *pekiştirmeleri* beklenmektedir. Doğru yapan öğrencilerden Sude'nin soruya verdiği cevap örneği Şekil 26'da yer almaktadır.

Şekil 26

SBT3'te Sude'nin 11. Soruya Verdiği Cevap



Şekil 26'da görüldüğü üzere Sude, mesleğe yeni başlayan bir bireyin, hangi yaşta mesleğe başlarsa başlasın alacağı maaşın yeni başlayan maaşı olacağından değişmeyeceğini belirtmiştir. Böylece doğrusal denklem grafik çeşitlerinden y=a grafiğini *oluşturarak*, doğrusal denklem grafiğini *pekiştirmiştir.* Buna benzer şekilde diğer beş öğrenci de doğrusal denklem grafiği kavramını pekiştirmiştir. SBT3'teki C13 kazanımını ölçmeye yönelik hazırlanmış sorulara ait nitel bulgular Tablo 49'da yer almaktadır.

Tablo 49

SBT3'deki C13 Kazanımına Ait Nitel Bulgular

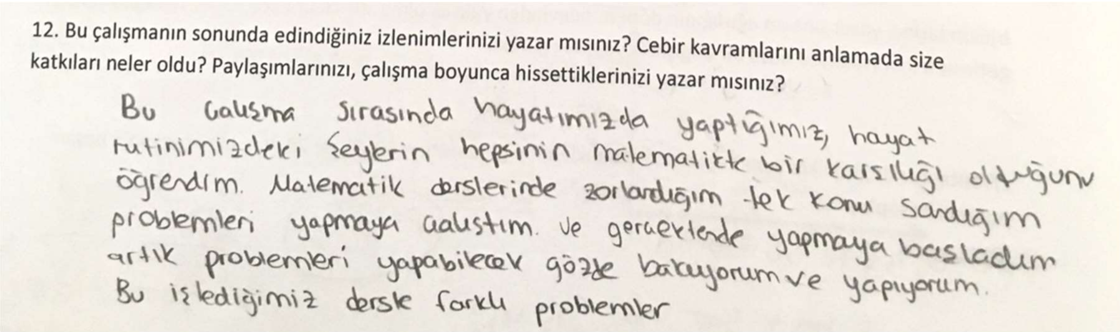
Kazanım	C13-Doğrusal Denklem Grafiğini Çizer							
SBT3	R-Tanıma			B-Kullanma	C-Oluşturma			+C-Pekiştirme
	R1	R2	R3		C1	C2	C3	
Emre (D)	✓				✓			
Kadir (D)		✓		✓	✓			
Pınar (O)			✓	✓			✓	✓
Damla (O)			✓	✓			✓	✓
Nisa (O)		✓		✓	✓			
Eylül (Y)			✓	✓			✓	✓
Buse (Y)			✓	✓			✓	✓
Sude (Y)			✓	✓			✓	✓
Malik (Y)			✓	✓			✓	✓

SBT3'te son soru olarak öğrenci ders tutumlarını ölçmeyi hedefleyen *"Bu çalışmanın sonunda edindiğiniz izlenimlerinizi yazar mısınız? Cebir kavramlarını anlamada size katkıları neler oldu? Paylaşımlarınızı, çalışma boyunca hissettiklerinizi yazar mısınız?"* sorusunda, öğrenciler cebir kavramlarını kolaylıkla öğrendiklerinden bahsetmiş ve "hayat rutinlerindeki şeylerin hepsinin matematikte bir karşılığı olduğunu öğrendiklerini" belirtmişlerdir. Bu öğrencilerin vermiş oldukları cevaplara örnekler Şekil 27, 28, 29, 30 ve 31'de yer almaktadır.

Öğrencilerden Sude'nin "matematikte zorlandığını sandığı problemler konusunu gerçekten de yapmaya başladığını" hissetmesi önemli bir bulgu olmuştur. Öğrenciler problemlere daha ön yargılı yaklaşmaktadırlar, yapamayacaklarına karşı tutum geliştirmişlerdir. Fakat bu tez çalışması ile problem çözme becerilerinde de gözle görülür gelişmeler yaşanmıştır.

Şekil 27

SBT3'te Sude'nin 12. Soru Olan Ders Tutum Sorusuna Verdiği Cevap

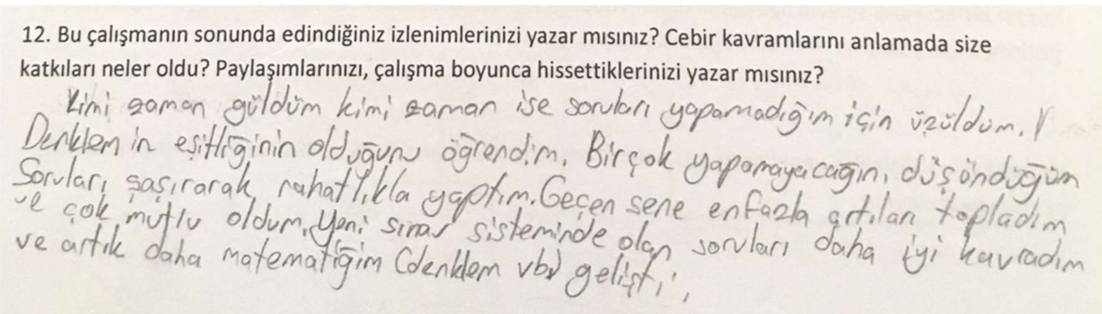

12. Bu çalışmanın sonunda edindiğiniz izlenimlerinizi yazar mısınız? Cebir kavramlarını anlamada size katkıları neler oldu? Paylaşımlarınızı, çalışma boyunca hissettiklerinizi yazar mısınız?

Bu calısma sırasında hayatımızda yaptığımız, hayat rutinimizdeki şeylerin hepsinin matematikte bir karsılığı olduğunu öğrendim. Matematik derslerinde zorlandığım tek konu sandığım problemleri yapmaya calıstım. Ve gerçektende yapmaya basladım artık problemleri yapabilecek gözle bakıyorum ve yapıyorum. Bu işlediğimiz derste farklı problemler

Şekil 27'de görüldüğü üzere Pınar bu soruda özellikle "Birçok yapamayacağını düşündüğüm soruları şaşırarak rahatlıkla yaptım" diyerek mutluluğunu dile getirmiştir. Yeni sınav sistemi olan LGS'deki matematik okuryazarlığı içeren soruları daha iyi kavradığını belirtmiştir.

Şekil 28

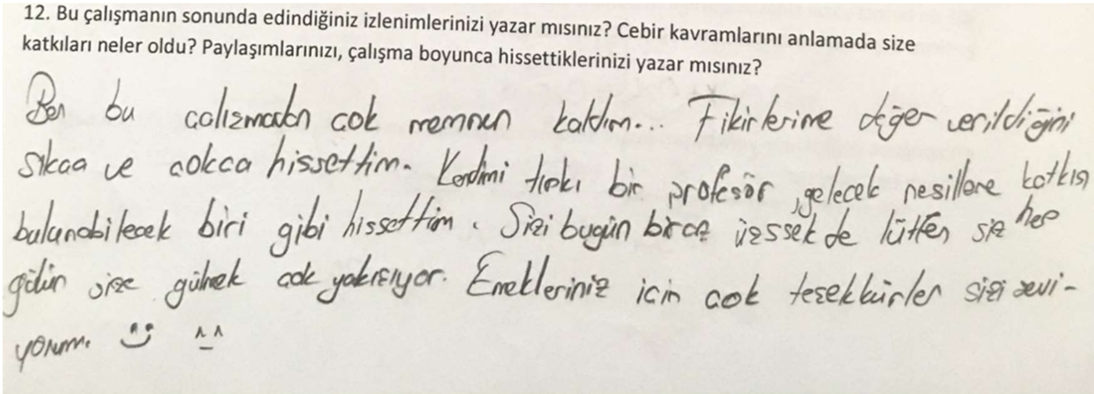
SBT3'te Pınar'ın 12. Soru Olan Ders Tutum Sorusuna Verdiği Cevap


12. Bu çalışmanın sonunda edindiğiniz izlenimlerinizi yazar mısınız? Cebir kavramlarını anlamada size katkıları neler oldu? Paylaşımlarınızı, çalışma boyunca hissettiklerinizi yazar mısınız?

Kimi zaman güldüm kimi zaman ise soruları yapamadığım için üzüldüm. V Denklem in eşitliğinin olduğunu öğrendim. Birçok yapamayacağını düşündüğüm Soruları şaşırarak rahatlıkla yaptım. Geçen sene en fazla artılan topladım ve çok mutlu oldum. Yeni sınav sisteminde olan soruları daha iyi kavradım ve artık daha matematiğim (denklem vb) gelişti.

Şekil 29

SBT3'te Damla'nın 12. Soru Olan Ders Tutum Sorusuna Verdiği Cevap

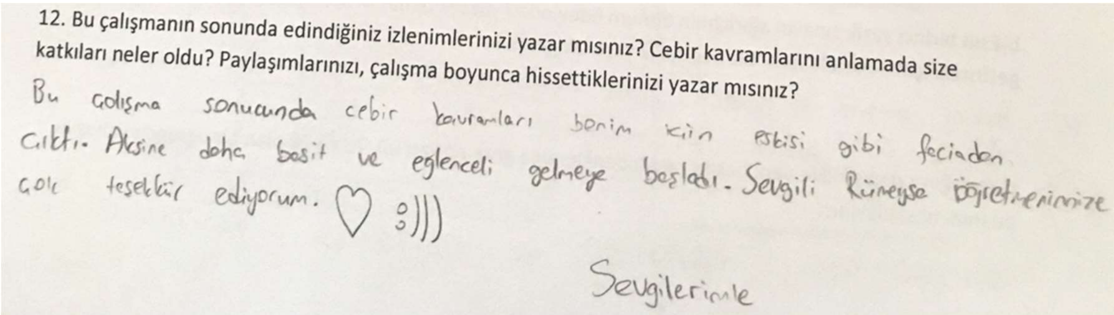


12. Bu çalışmanın sonunda edindiğiniz izlenimlerinizi yazar mısınız? Cebir kavramlarını anlamada size katkıları neler oldu? Paylaşımlarınızı, çalışma boyunca hissettiklerinizi yazar mısınız?

Ben bu çalışmadan çok memnun kaldım... Fikirlerime değer verildiğini sıkca ve çokca hissettim. Kendimi tıpkı bir profesör, gelecek nesillere katkısı bulunabilecek biri gibi hissettim. Sizi bugün birazcık üzsek de lütfen siz her gülün size gülmek çok yakışıyor. Emekleriniz için çok teşekkürler sizi seviyorum. :) ^^

Şekil 30

SBT3'te Damla'nın 12. Soru Olan Ders Tutum Sorusuna Verdiği Cevap



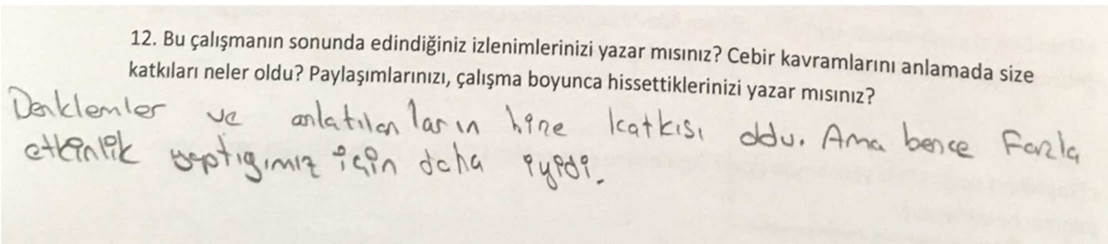
12. Bu çalışmanın sonunda edindiğiniz izlenimlerinizi yazar mısınız? Cebir kavramlarını anlamada size katkıları neler oldu? Paylaşımlarınızı, çalışma boyunca hissettiklerinizi yazar mısınız?

Bu çalışma sonucunda cebir kavramları benim için eskisi gibi feciadan çıktı. Aksine daha basit ve eğlenceli gelmeye başladı. Sevgili Rümeysa öğretmenimize çok teşekkür ediyorum. ♡ :)))

Sevgilerimle

Şekil 31

SBT3'te Nisa'nın 12. Soru Olan Ders Tutum Sorusuna Verdiği Cevap



12. Bu çalışmanın sonunda edindiğiniz izlenimlerinizi yazar mısınız? Cebir kavramlarını anlamada size katkıları neler oldu? Paylaşımlarınızı, çalışma boyunca hissettiklerinizi yazar mısınız?

Denklemler ve anlatılanların bize katkısı oldu. Ama bence fazla etkinlik yaptığımız için daha iyiydi.

4.2.3. Yedinci Sınıf Etkinlik Kağıtlarına Ait Nitel Bulgular. Öğrencilerin soyutlama becerilerini sınıf içerisinde ortaya çıkarmaya yardımcı olacak şekilde yedinci sınıf düzeyinde cebir kavram ve genellemelerini içeren bir öğretim tasarımı hazırlanıp uygulanmış ardından tasarıma ait etkinlik kağıtları toplanmış ve bu kağıtlardan elde edilen verilerle temalar oluşturulmuştur. Elde edilen temalarda araştırmacı yanlılığını önlemek amacıyla, başka bir matematik öğretmeninden de bu etkinlik kağıtlarından temalar oluşturması istenmiştir. Oluşturulan temalar ortak olarak incelenerek uzman görüşüne danışılmış ve son şekli verilmiştir. Bu temalar Tablo 50'de yer almaktadır.

Tablo 50

7. Sınıf Etkinlik Kağıtlarıyla Oluşturulan Temalar

Temalar		7.sınıf
1.	Denklem Kurma	✓
2.	Denklemde Değişkeni İfade Etme	✓
3.	Değişkenler Arası İlişkiyi Tablo ile Gösterme	✓
4.	Değişkenler Arası İlişkiyi Grafikle Gösterme	✓

Tablo 50'de belirlenen temalar ışığında Denklem Kurma temasına ait öğrencilerin soyutlama becerileri, göstergelerine göre Tablo 51'deki gibi analiz edilmiştir.

Tablo 51

7. Sınıf Etkinlik Kağıtlarındaki Denklem Kurma Temasına Ait Soyutlama Becerileri Göstergeleri

Temalar	Denklem Kurma							
Odak Grup	R-Tanıma			B-Kullanma	C-Oluşturma			+C-Pekiştirme
	R1	R2	R3		C1	C2	C3	
Emre (D)			✓	✓		✓		
Kadir (D)		✓				✓		

Pınar (O)			✓	✓			✓	✓
Damla (O)			✓	✓			✓	
Nisa (O)			✓	✓			✓	✓
Eylül (Y)			✓	✓		✓		
Buse (Y)			✓	✓			✓	✓
Sude (Y)			✓	✓			✓	✓
Malik (Y)			✓	✓			✓	✓

Tablo 51'e bakıldığında öğrencilerden Eylül'ün denklem kurma temasını Kısmi Doğru Oluşturma ile soyutladığı görülmektedir. Yani bu temaya ait etkinliklerden *oluşturma* basamağının gözleneceği etkinlikteki denklem kurma temasını *kısmi olarak doğru oluşturmuştur*. Karenin çevresinden yola çıkarak alanını bulmuş fakat alanından yola çıkarak çevresini bulamamıştır. Aynı zamanda kırtasiyede bulunan aynı fiyata satılan dört farklı paketin içindekileri kıyaslarken de başlangıçta doğru bilgiden yararlanarak işlem yapmış fakat yanlış sonuca ulaşmıştır. Böylece *pekiştirme* basamağı da gerçekleşememiştir. Fakat ilginçtir ki, öğrencilerin sınıf ortamında devinimsel şekilde öğretim hayatları devam ettiğinden kısmi oluşturmuş ya da pekiştirememiş öğrencilerin bir sonraki derslerde bu kavramları öğrenmeye devam ettiklerinden dolayı eşitlik ve denklem kavramlarını anladıkları ve soyutlayabildikleri gözlenmiştir.

Kadir isimli öğrenci de *yardımcı tanıma (R2)* gerçekleştirmiştir. Karenin çevre hesaplama bilgisini yanlış tanımıştır. Ama alanını doğru hesaplamıştır. Bu durumda öğrenci yardımcı tanıma gerçekleştirmiştir denebilir, bundan dolayı da *kısmi doğru yapı (C2) oluşturmuştur*. Emre isimli öğrenci de *beklenen tanımayı* gerçekleştirmiş fakat *kısmi doğru yapı oluşturmuştur.* Eşitliği tanımış, denklem kurmaya çalışmış fakat bilinmeyen değişken kavramını denklem de doğru olarak kullanamadığından kısmi doğru yapıya ulaştığı gözlemlenmiştir.Tablo 35’te belirlenen temalara göre Denklem Kurma temasına ait öğrencilerin soyutlama becerileri, göstergelerine göre Tablo 52’deki gibi analiz edilmiştir.

Tablo 52

7. Sınıf Etkinlik Kağıtlarındaki Denklemde Değişkeni İfade Etme Temasına Ait Soyutlama Becerileri Göstergeleri

Temalar	Denklemde Değişkeni İfade Etme							
Odak Grup	R-Tanıma			B-Kullanma	C-Oluşturma			+C-Pekiştirme
	R1	R2	R3		C1	C2	C3	
Emre (D)		✓		✓	✓			
Kadir (D)			✓	✓			✓	✓
Pınar (O)			✓	✓			✓	✓
Damla (O)			✓	✓			✓	✓
Nisa (O)			✓	✓			✓	✓
Eylül (Y)			✓	✓			✓	
Buse (Y)			✓	✓			✓	✓
Sude (Y)			✓	✓			✓	✓
Malik (Y)			✓	✓			✓	✓

Yukarıda verilen Tablo 52'de görüldüğü üzere Emre Denklemde Değişkeni İfade Etme temasında değişken kullanma açısından yardımcı tanıma gerçekleştirmiştir. Yani "3k+2m= 24" denkleminde değişken kullanmış görünmektedir, fakat değişken kavramını beklenen şekilde tanıma yerine 3 kg kivi ve 2 kg mandalinayı bilinmeyen değil de kivi ve mandalinanın kısaltması olarak kullandığı anlaşılmaktadır. Bundan dolayı da denklemde değişkeni ifade etmeyi *yanlış oluşturmuştur.* Öğrencilerden Eylül ise *beklenen tanımayı* sağlamış, değişkeni denklem *oluşturmada kullanmış,* fakat denklemi problemde kullanarak *pekiştirememiştir.* Fakat bir önceki tabloyu açıklarken de değinildiği gibi sınıf ortamında öğretim devinimsel bir yapıda devam etmektedir. Yani öğrencilerin bir önceki derste oluşturamadıkları bilgiyi bir sonraki derste yeni bilgiyi oluşturma aşamasında soyutlayabildikleri gözlemlenmiştir. Tablo 53’te ikinci tema olan Değişkenler Arası İlişkiyi Tablo ile Gösterme temasına ait soyutlama becerileri göstergeleri yer almaktadır.

Tablo 53

7.Sınıf Etkinlik Kağıtlarındaki Değişkenler Arası İlişkiyi Tablo ile Gösterme Temasına Ait Soyutlama Becerileri Göstergeleri

Temalar	Değişkenler Arası İlişkiyi Tablo ile Gösterme							
Odak Grup	R-Tanıma			B-Kullanma	C-Oluşturma			+C-Pekiştirme
	R1	R2	R3		C1	C2	C3	
Emre (D)		✓		✓		✓		
Kadir (D)			✓	✓			✓	
Pınar (O)			✓	✓			✓	✓
Damla (O)			✓	✓			✓	✓
Nisa (O)			✓	✓			✓	✓
Eylül (Y)			✓	✓			✓	✓
Buse (Y)			✓	✓			✓	✓
Sude (Y)			✓	✓			✓	✓
Malik (Y)			✓	✓			✓	✓

Tablo 53’te görüldüğü üzere öğrencilerin etkinlik kağıtları incelendiğinde, değişkenler arası ilişkiyi tabloyla gösterme temasını soyutlayabilmişlerdir. Başarı düzeyi düşük Emre *yardımcı tanıma* gerçekleştirmiştir. Değişkeni *tanırken* bilinmeyen olarak değil de artimetik olarak işlem yapmak için kullanmıştır. Sonrasında ise *kısmi doğru oluşturma* gerçekleştirerek soyutlamayı tamamlamıştır. Denklemi *oluşturmuştur* fakat denklemi tabloyla gösterirken eksik şekilde göstermiştir. Kadir isimli öğrenci de verilen etkinliği *kısmi olarak doğru oluşturmuştur.* Yani tabloyu oluştururken eksik şekilde tamamlamıştır. Onun dışında diğer öğrencilerin soyutlama becerilerinde bir eksiklik gözlemlenmemiştir.

Son tema olan “Değişkenler Arası İlişkiyi Grafikle Gösterme” temasına ait göstergeler Tablo 54’te yer almaktadır.

Tablo 54

7. Sınıf Etkinlik Kağıtlarındaki Değişkenler Arası İlişkiyi Grafikle Gösterme Temasına Ait Soyutlama Becerileri Göstergeleri

Temalar	Değişkenler Arası İlişkiyi Grafikle Gösterme							
Odak Grup	R-Tanıma			B-Kullanma	C-Oluşturma			+C-Pekiştirme
	R1	R2	R3		C1	C2	C3	
Emre (D)			✓	✓		✓		
Kadir (D)			✓	✓		✓		
Pınar (O)			✓	✓			✓	✓
Damla (O)			✓	✓			✓	
Nisa (O)			✓	✓			✓	✓
Eylül (Y)			✓	✓			✓	
Buse (Y)			✓	✓			✓	✓
Sude (Y)			✓	✓			✓	✓
Malik (Y)			✓	✓			✓	✓

Tablo 54'te belirtildiği üzere Emre isimli öğrenci, *beklenen tanımayı* gerçekleştirmiş, doğrusal denklemin grafiğini oluşturmak için değişken kavramını *tanımış*, koordinat sistemi bilgisi ile doğrusal denklem bilgisini *kullanmış* ve doğrusal denklem grafiğini *oluşturmak* için doğrusal ilişki tablosunu kullanmıştır. Fakat grafiği çizerken eksenleri eksik isimlendirmiş ve tabloda her bir x değer için bulduğu y değerlerini grafikte gösterememiştir. Çizdiği grafiğe bakıldığında grafik, oluşması gereken şekilde azalan bir yapıya sahiptir ama her bir x değeri için azalan y değeri tabloda olduğu gibi grafikte gösterilememiştir. Bu durumda, *kısmi doğru oluşturma* gerçekleşmiştir. Aynı şekilde Kadir isimli öğrenci de *beklenen tanımayı* sağlamış, bilgilerini kullanıp doğrusal denklemi oluşturmuş fakat grafiği eksik çizmiştir. Bundan dolayı doğrusal denklemleri grafikle gösterme genellemesini *kısmi* olarak *doğru oluşturmuştur* denebilir.

Damla isimli öğrenci soyutlama becerilerinin tüm basamaklarını elde etmiş olmasına karşın *pekiştirme* basamağını elde edememiştir. Doğrusal denklem grafiğini doğrusal denklemlerin üç farklı çeşidi (eksenlere paralel doğrular, orijinden geçen doğrular, eksenleri kesen doğrular) üzerinden pekiştirememiştir.

Eylül isimli öğrenci ise, doğrusal denklemlerin grafiği genellemesini eksenleri kesen doğrular kavramı üzerinden pekiştirememiştir. Çünkü "2x+1=y" denklemi ekseni kesen bir doğru çeşididir ve eksenleri kesen doğrular orijinden geçmez. Eylül ise tablosunu doğru oluştursa da grafiği orijinden geçirerek pekiştirme sağlayamamıştır.

Bunun dışında odak grubundaki diğer tüm öğrenciler, söz konusu temaya ait soyutlama beceri basamaklarına tek tek sahip olduklarını yazmış oldukları etkinlik kağıtlarında göstermişlerdir.

4.3. Üçüncü Alt Probleme Ait Bulgular ve Yorumlar

Tez çalışmasının 3. Alt problemi "Cebir kavram ve genellemelerinin soyutlanma süreçleriyle ilgili 6.sınıf düzeyinde hazırlanan öğretim tasarımı yardımıyla yapılan uygulamanın 7.sınıf düzeyinde hazırlanan öğretim tasarımı yardımıyla yapılan uygulamaya etkisinin doğası nasıldır?" şeklindedir. Bu probleme ait bulgular nicel ve nitel bulgular olmak üzere iki ayrı alt başlık altında incelenecektir.

4.3.1. Üçüncü Alt Probleme Ait Nicel Bulgular. Üçüncü probleme ait nicel bulguları incelerken, özellikle uygulamanın her iki yılı boyunca ön ve son test olarak kullanılan CCTT'ye ait öğrenci başarı puanlarına başvurmak çalışmaya katkı sunması bakımından önemlidir. Öğrencilerin CCTT'ye ait başarı puanı ortalamalarının karşılaştırmaları aşağıda Tablo 55'te yer almaktadır.

Tablo 55

CCTT Başarı Puanı Ortalamalarının Karşılaştırılması

Grup	Düzey	CCTT Ön	CCTT Son	Öntest Başarı yüzdesi	Son test Başarı Yüzdesi
Deney	6	14.85	27.55	%34	%62
Kontrol	6	14.56	19.88	%33	%45
Deney	7	19.81	28.13	%45	%65
Kontrol	7	20.18	25.80	%46	%59

Tablo 55'te görüldüğü üzere deney ve kontrol gruplarının her ikisinin de ortalamalarında artışlar gerçekleşmiştir. Eğer 6. sınıftan 7. sınıfa geçtikten sonra yapılan öntest ortalamalarına bakılırsa, öğrencilerin 7.sınıfa geçtiklerinde, 6. sınıftaki son test ortalamalarını korudukları söylenemez. Deney grubu 6.sınıfta son testten 27.55 ortalamaya sahipken, 7. sınıfa başladıklarındaki öntest başarı puanı ortalamaları 19.81'e düşmüştür. Bu düşüş, tatil döneminde yapılmayan tekrarlar, unutulan kavram ve genellemelere yorulabilir. Çünkü ilk uygulamanın üstünden yaklaşık 10 ay geçtikten sonra ikinci uygulama yapılmıştır. Bu süre zarfında, öğrencilerin öğrendikleri bilgileri unutmaları mümkündür. Önceki yıla göre bir başka değişen durum, deney grubunda başarılı öğrencilerden üç kişinin sınıftan ayrılmasıdır. Ortaokulda devlet okulunda okuyan öğrencilerin bazıları 7. sınıf düzeyine geldiklerinde özel okullara geçiş yapabilmektedir. Bundan dolayı deney grubunun uygulama başındaki başarı puanlarında düşüş yaşadıklarını gözlemlemek mümkündür. Bir de CCTT sadece 6. sınıf kazanımlarını değil aynı zaman da 7. sınıf kazanımlarını da içermektedir. Yedinci sınıfta uygulamanın başında henüz eşitlik ve denklem konularını bilmediklerinden dolayı testin ilgili kısımlarını yapamamışlardır.

Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin 6. sınıfta uygulamanın başında ortalamaları yaklaşık 14.8’lerde iken uygulama sonunda deney grubu 27.55, kontrol grubu 19.88 ortalama ile bitirmiştir. Yani deney grubunda ciddi bir ilerleme olmuştur. 7.sınıfa başladıklarında her iki grup da bir kısım bilgileri unutmuşlar ortalamaları yaklaşık 19-20 puan aralığına gerilemiş, fakat uygulama sonunda ortalamalarını arttırmışlardır. Deney grubu 28.13, kontrol grubu ise 25.80 ortalama ile bitirmiştir. Burada dikkati çeken durum, her iki grup da ortalamalarını arttırmışlardır. Nihayetinde kontrol grubunda da müfredata uygun öğretim gerçekleştirilmiştir. O grup da müfredat aracılığıyla cebir kavram ve genellemelerini öğrenmiştir. Fakat deney grubundaki artış gözle görülür biçimde kontrol grubundan fazladır.

Sonuç olarak şu söylenebilir ki, deney ve kontrol grupları cebir kavram ve genellemelerindeki soyutlama becerilerini, 6.sınıftan 7.sınıfa geçerken arttırmışlar, özellikle de deney grubu kontrol grubuna göre biraz daha fazla başarı puanına sahip olarak tamamlamıştır. Burada uygulanan öğretim tasarımının katkısı göze çarpmaktadır.

Altıncı ve yedinci sınıflarda sırasıyla yapılan SBT1, SBT2 ve SBT3 sınavlarından elde edilen başarı puanlarındaki değişimleri ve başarı yüzdelerini incelemek için aşağıda Tablo 56'da oluşturulmuştur.

Tablo 56

SBT1, SBT2, SBT3 başarı puanı yüzdeleri

SBT	SBT1	Başarı Yüzdesi	SBT2	Başarı Yüzdesi	SBT3	Başarı Yüzdesi
Deney Grubu	22.38	%74	4.87	%22	14.78	%61.6
Kontrol Grubu	14.08	%47	6.66	%27.75	7.06	%29

Soyutlama becerileri testlerinden SBT1 6. sınıftaki uygulamanın sonunda, SBT2 yedinci sınıftaki uygulamanın başında ve SBT3 yedinci sınıftaki uygulamanın sonunda yapılmıştır. Testlerdeki sorular CCTT'deki gibi aynı değildir. SBT1 sadece 6. sınıf cebir kavram ve genellemelerinin kazanımlarını içeren sorulardan oluşurken, SBT2 ve SBT3 ise yedinci sınıf kavram ve genellemelerini içeren sorulardan oluşmaktadır. Altıncı sınıftan yedinci sınıfa geçen deney grubu öğrencilerinin SBT2 sınav kağıtları incelendiğinde cebirsel ifade kullandıkları gözlemlenmiş fakat denklem kuramadıkları için soruları çözememişlerdir. Yedinci sınıfta, kontrol grubu deney grubuna göre daha yüksek başarı puanı ortalamasıyla başlamasına rağmen ($\bar{x}$=27.75), müfredata uygun öğretim sonrası ortalamasında önemli bir değişiklik olmadan bitirmiştir ($\bar{x}$=29).

4.3.2. Üçüncü Alt Probleme Ait Nitel Bulgular. Altıncı sınıfta yapılan uygulama sonrası öğrenciler, yedinci sınıfa geçtiklerinde soyutlamış oldukları bazı kavram ve genellemeleri unutmuşlardır. Bundan dolayı CCTT puanları altıncı sınıfın sonunda 27.55 iken yedinci sınıf başında 19.81'e düşmüştür. Duruma etki eden birtakım etkenler şöyle sıralanabilir. Öğrenciler aradan geçen yedi aylık zaman diliminde 6. sınıfta soyutladıkları kavram ve genellemeleri az da olsa unutmuşlardır. Bu durum örgün öğretimde sıkça karşılaşılan bir durumdur. Çünkü pekiştirilmeyen, tekrar edilmeyen bilgiler kırılgan yapıya sahip olduklarından unutulabilmektedir. Soyut işlemler döneminin altıncı sınıfta yeni başlıyor olması da cebirsel ifadeler konusunu soyutlamayı zorlaştıran etkenlerdendir.

Bu etkenler uygulamanın etkililiğini azaltmış gibi görünse de 7. sınıfta deney grubu öğrencilerinin 6. sınıf bilgilerini çağrıştırmakta güçlük çekmedikleri gözlemlenmiştir.

4.4. Dördüncü Alt Probleme Ait Bulgular ve Yorumlar

Tez çalışmasının 4. alt problemi "Yedinci sınıf düzeyinde seçilen odak grup öğrencilerinin cebir kavram ve genellemelerini soyutlama becerileri nasıldır?" şeklindedir. Bu soruya cevap aramak için yedinci sınıftaki uygulamanın sonunda bu gruptan seçilen dört orta, dört düşük, dört yüksek başarı düzeyine sahip öğrenciler belirlenmiştir. Düşük başarı düzeyine sahip iki öğrenci çalışmaya katılmaktan vazgeçmişler, dört öğrenciden ikisi uygulamaya katılmıştır. Orta başarı düzeyine sahip dört öğrenciden üçü çalışmaya katılmış, 1 öğrenci ise vazgeçmiştir. Başarı düzeyi yüksek dört öğrencinin dördü de çalışmaya katılmıştır. Toplamda 9 öğrenci odak grup görüşmelerine katılmıştır.

Bu öğrencilere, 2017-2018 eğitim-öğretim yılının sonuna doğru, ana uygulamadan 6 ay sonra, seçmeli matematik dersinde 6. ve 7. sınıfta yapılan boylamsal uygulamadaki cebir kavram ve genellemelerini içeren etkinlikler hazırlanmış ve 4 hafta boyunca 10 ders saati araştırmacı tarafından uygulanmıştır. Uygulama esnasında soyutlama süreçlerini derinden incelemeye imkân vermesi açısından etkinlik kağıtları toplanmış, derslerde ses kaydı yapılmıştır. Uygulama boyunca elde edilen dokümanlar ve ses kayıtları içerik analizine tabi tutularak soyutlama düzeylerindeki gelişmeler incelenmiştir. Uygulama sonunda bireysel soyutlama becerileri testi uygulanmıştır. Çalışma sonunda toplanan veriler nitel analize tabi tutulmuştur.

4.4.1. Odak Grup Görüşme Sorularına Ait Nitel Bulgular ve Yorumlar. Odak grup görüşme sorularına öğrencilerin verdiği cevaplarla oluşturulan temaların RBC+C modelinin ayrıntılandırılmış hali ile analizi aşağıdaki tablolarda yer almaktadır. Araştırmada yanlılığı önlemek için araştırmacının alandan başka bir matematik öğretmeninden grup görüşme soruları için temalar oluşturması istenmiştir. Oluşturulan temalar karşılaştırılarak ortak temalar elde edilmiştir. Oluşan temalar uzman görüşüne başvurularak son halini aldıktan sonra yöntem bölümünde yerini almıştır. Temaları hatırlatmak adına Tablo 57'de verilecektir.

Tablo 57

Odak Grup Görüşme Temaları

	Temalar	Odak Grup Görüşmeleri
1.	Cebirsel İfade Kullanma	✓
2.	Denklem Kurma	✓
3.	Ortak Özellik(Değişken)	✓
4.	Denklemde Değişkeni İfade Etme	✓
5.	Değişkenler Arası İlişkiyi Tablo ile Gösterme	✓
6.	Değişkenler Arası İlişkiyi Grafikle Gösterme	✓

Bu temaları analiz etmek için kullanılan model, detaylandırılmış RBC+C modelidir. İlk tema olan *"Cebirsel İfade Kullanma"* temasına ait öğrencilerin görüşme sonrası ortaya koydukları soyutlama becerilerine ait gösterge tablosu Tablo 58'de verilmiştir.

Tablo 58

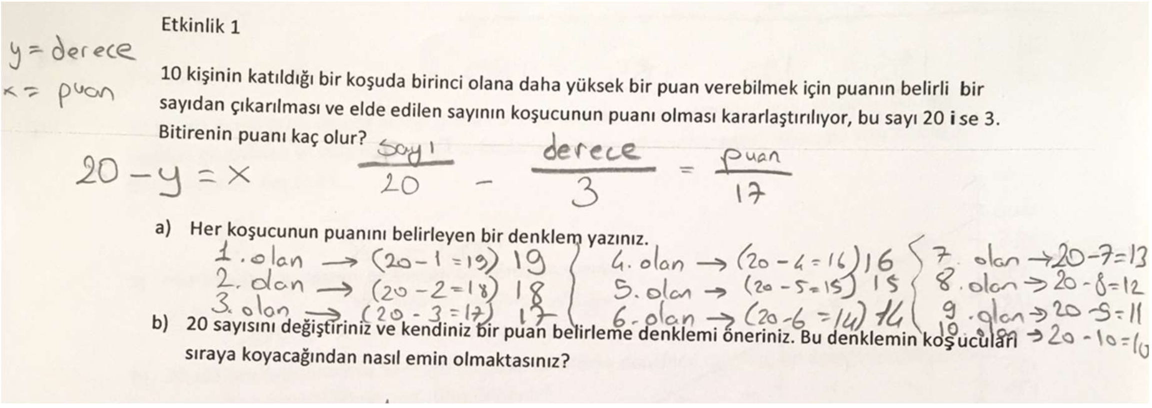
Cebirsel İfade Kullanma Temasına Ait Soyutlama Becerileri Göstergeleri

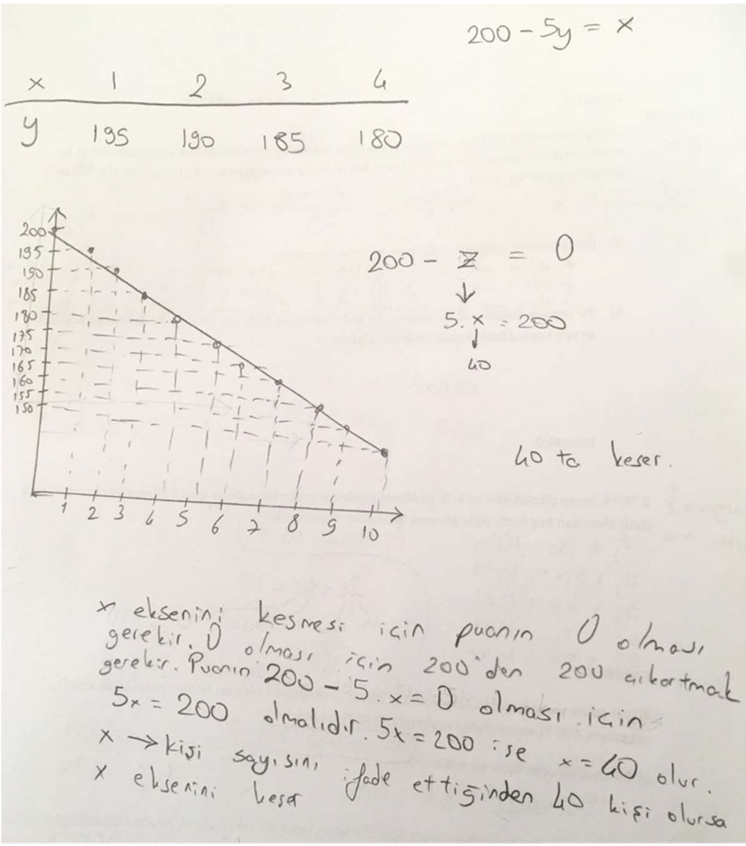
Temalar	Cebirsel İfade Kullanma							
Bireysel Görüşme	R-Tanıma			B-Kullanma	C-Oluşturma			+C-Pekiştirme
	R1	R2	R3		C1	C2	C3	
Emre (D)		✓		✓		✓		
Kadir (D)			✓	✓			✓	✓
Pınar (O)			✓	✓			✓	✓
Damla (O)			✓	✓			✓	✓
Nisa (O)		✓		✓		✓		✓
Eylül (Y)			✓	✓			✓	✓
Buse (Y)			✓	✓			✓	✓
Sude (Y)			✓	✓			✓	✓
Malik (Y)			✓	✓			✓	✓

Tablo 58'deki verileri detaylandırmak gerekirse öğrencilerden Nisa ve Emre hariç diğer öğrencilerin hepsi Cebirsel İfade Kullanma temasına ait soyutlama göstergelerinin tüm basamaklarını gerçekleştirmişlerdir. Bu öğrencilerden bir tanesi olan Buse'nin bulgusu örnek olarak Şekil 32'de yer almaktadır.

Şekil 32

Buse'nin Cebirsel İfade Kullanma Temasına Ait Cevabının Bulgusu



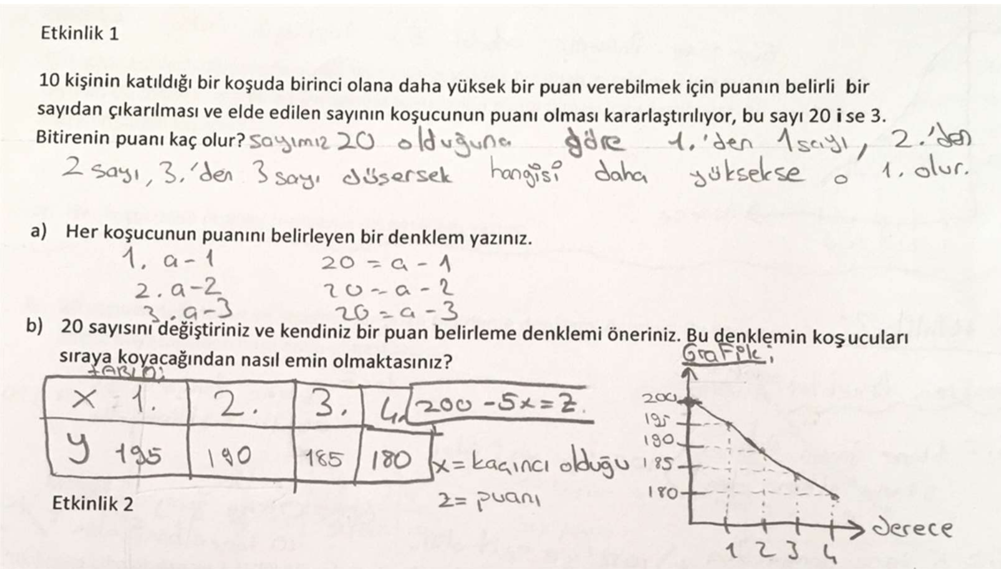


Şekil 32'de görüldüğü üzere Buse, verilen problemi çözerken *beklenen tanımayı* gerçekleştirmiş, cebirsel ifade *kullanmaya* ihtiyaç duymuş, gerekli denklemi cebirsel ifade *kullanarak oluşturmuştur*. Cebirsel ifade kavramını doğrusal denklem grafiği *oluşturma* genellemesi üzerinden *pekiştirmiştir.*

Nisa, *beklenen* bir *tanıma* gerçekleştirememiş, verilen problemi sözel ifadeyle açıklamış ama cebirsel ifadeyi nasıl tanımlayacağını bilememiştir. Sözel ifadede problemi tanımasında bir sıkıntı yok iken, sıra cebirsel ifade olarak yazmaya gelince değişkeni eksik yazmıştır. Bu durumda *yardımcı tanıma* gerçekleşmiştir. Kâğıtta verdiği cevap aşağıda Şekil 32'de yer almaktadır. Etkinliğin devamında puan belirleme için kendi denklemlerini kurmaları istendiğinde cebirsel ifadeyi beklenen şekilde *tanımış*, denklem kurmada *kullanmış*, denklemde değişkeni ifade etmiştir. Böylece cebirsel ifade kullanma ile ilgili *kısmi oluşturma* gerçekleştirmiştir. *Kısmi doğru oluşturma* sağlamış olsa da cebirsel ifade kullanmayı doğrusal denklemlerin grafiği üzerinden doğru şekilde *pekiştirmiştir*. Bu durum Şekil 33'te görülebilmektedir.

Şekil 33

Nisa'nın Cebirsel İfade Kullanma Temasına Ait Bulgusu


Etkinlik 1

10 kişinin katıldığı bir koşuda birinci olana daha yüksek bir puan verebilmek için puanın belirli bir sayıdan çıkarılması ve elde edilen sayının koşucunun puanı olması kararlaştırılıyor, bu sayı 20 ise 3. Bitirenin puanı kaç olur? Sayımız 20 olduğuna göre 1.'den 1 sayı, 2.'den 2 sayı, 3.'den 3 sayı düşersek hangisi daha yüksekse o 1. olur.

a) Her koşucunun puanını belirleyen bir denklem yazınız.

1. a-1   20 = a - 1
2. a-2   20 = a - 2
3. a-3   20 = a - 3

b) 20 sayısını değiştiriniz ve kendiniz bir puan belirleme denklemi öneriniz. Bu denklemin koşucuları sıraya koyacağından nasıl emin olmaktasınız?

Tablo:

x	1.	2.	3.	4.
y	195	190	185	180

200 - 5x = z

x = kaçıncı olduğu

z = puanı

Etkinlik 2

Kısmi doğru oluşturma basamağına ulaşan diğer öğrenci Emre ise, *yardımcı tanıma* gerçekleştirmiştir. Yani cebirsel ifadeyi kullanması gereken denklemde, değişkeni birimin kısaltması olarak kullanmış, doğru bilgiden yanlış bilgiye ulaşmıştır. Bir başka "cebirsel ifade kullanma temasına" ait etkinlikte ise cebirsel ifade kullanmayı *doğru oluşturmuştur*. Bundan dolayı cebirsel ifade kullanma temasını *kısmi* olarak *doğru oluşturmuştur*.

İkinci tema olan "Ortak Özellik" temasına ait soyutlama göstergeleri Tablo 59'da yer almaktadır.

Tablo 59

Ortak Özellik (Değişken) Temasına Ait Soyutlama Becerileri Göstergeleri

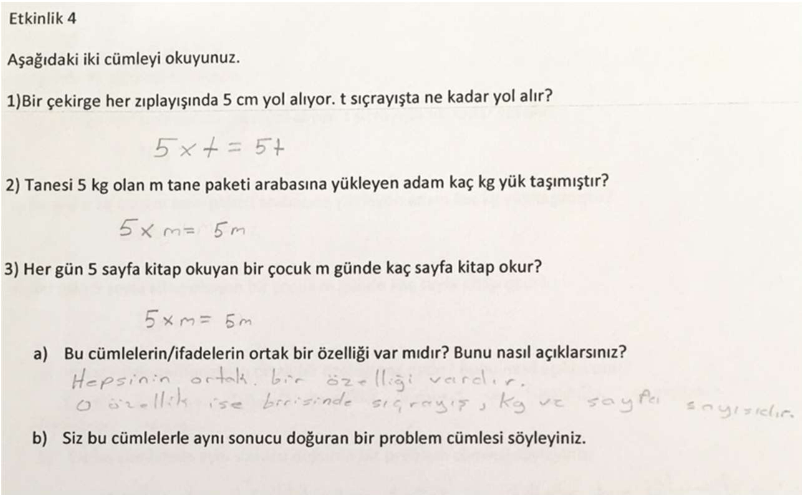
Temalar	Ortak Özellik (Değişken)							
Bireysel Görüşme	R-Tanıma			B-Kullanma	C-Oluşturma			+C-Pekiştirme
	R1	R2	R3		C1	C2	C3	
Emre (D)	✓				✓			
Kadir (D)			✓	✓		✓		✓
Pınar (O)		✓		✓			✓	✓
Damla (O)		✓		✓		✓		
Nisa (O)			✓				✓	✓
Eylül (Y)			✓	✓			✓	✓
Buse (Y)			✓	✓			✓	✓
Sude (Y)			✓	✓		✓		✓
Malik (Y)			✓	✓			✓	✓

Odak grup öğrencilerinden Kadir *ortak özellik (değişken) temasına* ait etkinliklerden ilkine şu şekilde cevap vermiştir: "5k, 5m ve 5n cebirsel ifadelerinde hepsinin ortak bir özelliği vardır ve bu özellik birisinde sıçrayış, diğerinde kilogram, bir diğerinde ise sayfa sayısıdır."

Bu durumda ortak özelliği, değişken kavramını *kısmi olarak oluşturduğu* söylenebilir. Çünkü *tanıyıp kullandığı* değişken kavramına kendi örnek vermesi gerektiğinde örnek verememiştir. Kavramı *oluşturduğuna* dair izler bulunsa da tam anlamıyla oluşturduğu söylenemez. Bununla ilgili etkinlik kâğıdı aşağıda şekil 34'te yer almaktadır.

Şekil 34

Kadir'in Ortak Özellik (Değişken) Temasına Ait Cevabının Bulgusu



Etkinlik 4

Aşağıdaki iki cümleyi okuyunuz.

1)Bir çekirge her zıplayışında 5 cm yol alıyor. t sıçrayışta ne kadar yol alır?

$5 \times t = 5t$

2) Tanesi 5 kg olan m tane paketi arabasına yükleyen adam kaç kg yük taşımıştır?

$5 \times m = 5m$

3) Her gün 5 sayfa kitap okuyan bir çocuk m günde kaç sayfa kitap okur?

$5 \times m = 5m$

a) Bu cümlelerin/ifadelerin ortak bir özelliği var mıdır? Bunu nasıl açıklarsınız?

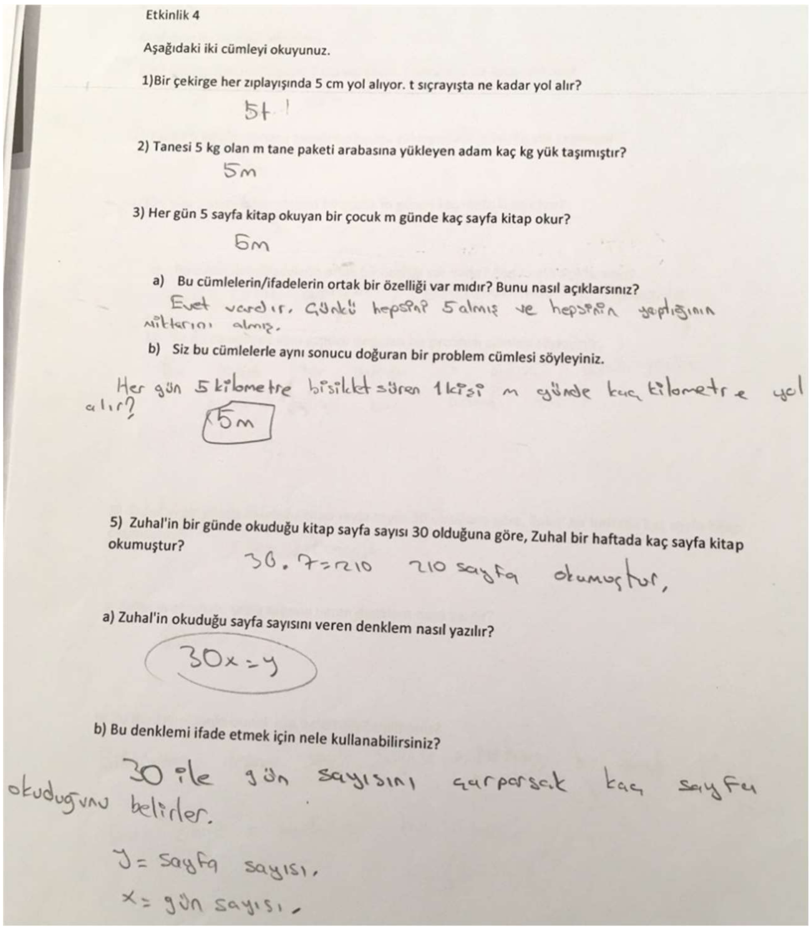
Hepsinin ortak. bir özelliği vardır.
O özellik ise birisinde sıçrayış, kg ve sayfa sayısıdır.

b) Siz bu cümlelerle aynı sonucu doğuran bir problem cümlesi söyleyiniz.

Eylül, Malik, Pınar ortak özellik-değişken kavramını *beklenen tanıma* ile *kullanıp doğru şekilde oluşturmuşlardır*. Orta başarı düzeyine sahip Nisa isimli öğrenci de değişken kavramını beklenen şekilde *tanıyıp kullanmış ve doğru oluşturma* gerçekleştirmiştir. Sonrasında denklem kurma kavramı üzerinden *pekiştirme* de sağlamıştır. Nisa'nın cevabı Şekil 35'te yer almaktadır.

Şekil 35

Nisa'nın Ortak Özellik (Değişken) Temasına Ait Cevabının Bulgusu



Etkinlik 4

Aşağıdaki iki cümleyi okuyunuz.

1)Bir çekirge her zıplayışında 5 cm yol alıyor. t sıçrayışta ne kadar yol alır?

5t !

2) Tanesi 5 kg olan m tane paketi arabasına yükleyen adam kaç kg yük taşımıştır?

5m

3) Her gün 5 sayfa kitap okuyan bir çocuk m günde kaç sayfa kitap okur?

5m

a) Bu cümlelerin/ifadelerin ortak bir özelliği var mıdır? Bunu nasıl açıklarsınız?

Evet vardır. Çünkü hepsini 5 almış ve hepsinin yaptığının miktarını almış.

b) Siz bu cümlelerle aynı sonucu doğuran bir problem cümlesi söyleyiniz.

Her gün 5 kilometre bisiklet süren 1 kişi m günde kaç kilometre yol alır?

$\boxed{5m}$

5) Zuhal'in bir günde okuduğu kitap sayfa sayısı 30 olduğuna göre, Zuhal bir haftada kaç sayfa kitap okumuştur?

30 . 7 = 210 210 sayfa okumuştur.

a) Zuhal'in okuduğu sayfa sayısını veren denklem nasıl yazılır?

30x = y

b) Bu denklemi ifade etmek için nele kullanabilirsiniz?

30 ile gün sayısını çarparsak kaç sayfa okuduğunu belirler.

y = sayfa sayısı.

x = gün sayısı.

Şekilde görüldüğü üzere Nisa, "Hepsini 5 almış ve hepsinin yaptığı miktarını almış." diyerek beş katsayısına sahip değişkenler oluştuğunu fark etmiştir.

Damla ise *yardımcı tanıma* gerçekleştirmiş, bilinmeyen, değişken kavramının yalnız denklem olarak kullanılabileceğini düşünmüş, bir eşitliğe ihtiyaç duymuş, sonra bu kararından vazgeçerek silmiştir. Bu durumda *yardımcı tanıma* gerçekleştirmiştir. Devamında ise denklemde kullanarak pekiştirmeleri beklenen etkinlikte, denklemde kullanılacak olan değişken kavramlarını açıklayamamıştır. Bu durumda değişken kavramını denklem üzerinden *pekiştirememiştir.*

Odak grup görüşmelerinde yer alan bir başka tema ise *Denklem Kurma* temasıdır. Bu tema, soyutlama becerileri göstergelerine göre analiz edilmiştir. Temanın analizi Tablo 60'ta yer almaktadır.

Tablo 60

Denklem Kurma Temasına Ait Soyutlama Becerileri Göstergeleri

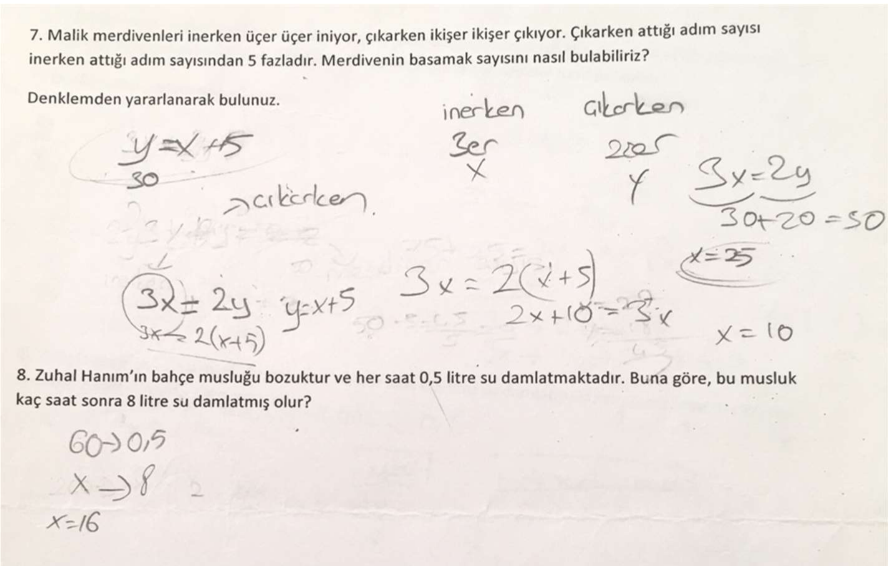
Temalar	Denklem Kurma							
Bireysel Görüşme	R-Tanıma			B-Kullanma	C-Oluşturma			+C-Pekiştirme
	R1	R2	R3		C1	C2	C3	
Emre (D)		✓				✓		
Kadir (D)	✓			✓	✓			
Pınar (O)			✓	✓			✓	✓
Damla (O)			✓	✓		✓		
Nisa (O)			✓	✓		✓		✓
Eylül (Y)			✓	✓			✓	✓
Buse (Y)			✓	✓			✓	✓
Sude (Y)			✓	✓			✓	✓
Malik (Y)			✓	✓			✓	✓

Öğrencilerden Emre, 7. sınıf döneminde sınıf içinde yapılan uygulamada, denklem kurma kavramını soyutlama problemi yaşamadığı halde, odak grup görüşmeleri sırasında denklem kurmaya ihtiyaç hissetmeden problemleri çözmüştür. Öncesinde soyutladığı gözlemlenen denklem kurma kavramını odak grup görüşmelerinde kullanmadığı tespit edilmiştir. Bu durumda Emre'nin denklem kurma kavramıyla ilgili yaptığı etkinlikler gözden geçirdiğinde *beklenen* *tanımayı* gerçekleştiremediği gözlemlenmiştir. *Yardımcı tanıma* gerçekleştirmiştir. Aynı zamanda değişken kavramını bazı etkinliklerde *kullanmamış,* fakat değişken kullanmadığı bu etkinlikleri denklem kurmadan çözmeyi başarmıştır. Denklem kurarak çözdüğü problemler de olduğu için *Kısmi Doğru Oluşturma* gerçekleştirmiştir denebilir. Fakat doğrusal denklem grafiği üzerinden denklem kurma kavramını *pekiştirememiştir*.

Damla isimli öğrenci *beklenen tanımayı* gerçekleştirmiştir, değişken kavramını hatırlamış, bunu denklem kurmada *kullanmıştır*. Fakat etkinliklerden birinde denklemi *doğru oluştururken*, diğerinde ise denklem kurmadan problemi çözmüştür. Denklem kurma temasıyla ilgili *kısmi doğru oluşturma* gerçekleştirmiştir. Denklem kurmadan çözse de problemle ilgili değişken tanımlamıştır. Fakat denklem kurma kavramını doğrusal denklem grafiği üzerinden pekiştirememiştir. Damla'nın cevap kağıdına ait bulgular Şekil 36'da yer almaktadır.

Şekil 36

Damla'nın Denklem Kurma Temasına Verdiği Cevapların Bulgusu



7. Malik merdivenleri inerken üçer üçer iniyor, çıkarken ikişer ikişer çıkıyor. Çıkarken attığı adım sayısı inerken attığı adım sayısından 5 fazladır. Merdivenin basamak sayısını nasıl bulabiliriz?

Denklemden yararlanarak bulunuz.

inerken çıkarken
3er 2şer
x y
$y = x + 5$
30
→ çıkarken
$3x = 2y$
$30 + 20 = 50$
$x = 25$
$3x = 2y$ $y = x + 5$
$3x = 2(x+5)$
$3x = 2(x+5)$
$2x + 10 = 3x$
$x = 10$

8. Zuhal Hanım'ın bahçe musluğu bozuktur ve her saat 0,5 litre su damlatmaktadır. Buna göre, bu musluk kaç saat sonra 8 litre su damlatmış olur?

$60 \to 0{,}5$
$x \to 8$
$x = 16$

Şekil 36'da görüldüğü üzere ilk etkinlikte cevabı denklem kurarak bulabilmişken, ikinci etkinlikte denklem kurmaya ihtiyaç duymamıştır.

Kadir ise denklem kurma ile ilgili *ilgisiz tanıma* gerçekleştirmiş, değişken kavramını farklı sembollerle tanımlamış ama etkinlikteki istenen denklemi *oluşturamamıştır*. Çünkü her bir değişkeni farklı bir sembolle göstermiş, adım sayılarının sayı değeri verildiği halde onların yerine de cebirsel ifade kullanmıştır. Daha sonra sorunun çözümünde ise denklem kurmadan aritmetik işlemle çözmüştür. Denklem kurma temasını *yanlış oluşturmuştur*.

Nisa isimli öğrenci denklem kurmayla ilgili *beklenen tanımayı* gerçekleştirmiştir. Değişken kavramını *tanımış*, eşitlik oluşturmak için *kullanmış*, sadece etkinliklerden birinde denklem oluşturmakta zorlanınca arkadaşından yardım almış, diğerini ise doğru oluşturmuştur. Bundan *dolayı kısmi doğru oluşturma* sağlamıştır denebilir. Doğrusal denklem grafiği oluşturma üzerinden denklem kurma temasını *pekiştirmiştir*. Çünkü doğrusal denklem grafiği oluşturma etkinliğini doğru bir şekilde tamamlamıştır.

Başarı düzeyi yüksek dört öğrencinin tamamı ise, denklem kurma temasını, soyutlama göstergelerinin tümünü tam olarak gerçekleştirerek doğru olarak soyutlamışlardır.

Odak grup görüşmelerinden elde edilen bulgulardaki temalardan bir diğeri ise, Denklemde Değişkeni İfade Etme temasıdır. Bu temayla ilişkili etkinliklere verilen cevaplar soyutlama becerileri göstergelerine göre analiz edilmiştir. Elde edilen sonuçlar, Tablo 61'de yer almaktadır.

Tablo 61

Denklemde Değişkeni İfade Etme Temasına Ait Soyutlama Becerileri Göstergeleri

Temalar	Denklemde Değişkeni İfade Etme							
Bireysel Görüşme	R-Tanıma			B-Kullanma	C-Oluşturma			+C-Pekiştirme
	R1	R2	R3		C1	C2	C3	
Emre (D)		✓		✓		✓		
Kadir (D)			✓	✓		✓		✓
Pınar (O)			✓	✓			✓	✓
Damla (O)			✓	✓			✓	
Nisa (O)			✓	✓			✓	✓
Eylül (Y)			✓	✓	✓			
Buse (Y)			✓	✓			✓	✓
Sude (Y)			✓	✓			✓	✓
Malik (Y)			✓	✓		✓		

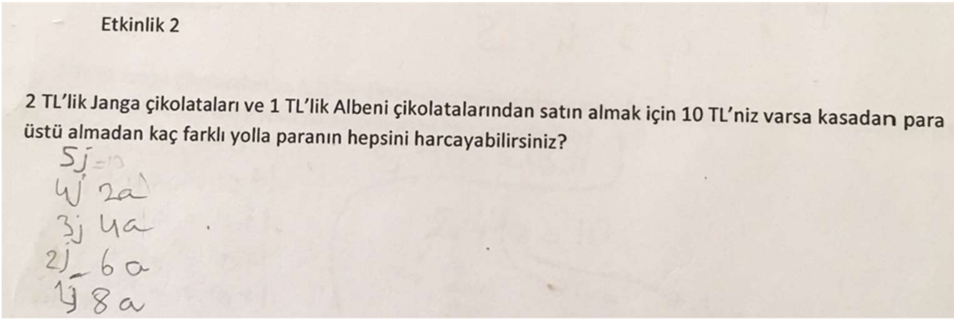
Tablo 61'de görüldüğü üzere Emre *yardımcı tanıma* gerçekleştirmiştir. Çünkü harfli ifade kullanmış fakat rakamları betimlemek anlamında kullanmıştır. Örneğin odak grup görüşmelerindeki Etkinlik 2 şu şekildedir:

"2 TL'lik Janga çikolataları ve 1 TL'lik Albeni çikolatalarından satın almak için 10 TL'niz varsa kasadan para üstü almadan kaç farklı yolla paranın hepsini harcayabilirsiniz?"

Emre sorunun cevabını, "5j", "4j, 2a" , "3j, 4a" , "2j, 6a" , 1j, 8a" şeklinde olası durumları yazarak aslında "janga" ve "albeni" kelimelerini kısaltma amacıyla baş harflerini kullanmıştır. Bu durumda "bir denklemde değişkeni ifade etme" temasını soyutlayamadığı gözlemlenmiştir. Emre'nin cevabı Şekil 37'de yer almaktadır.

Şekil 37

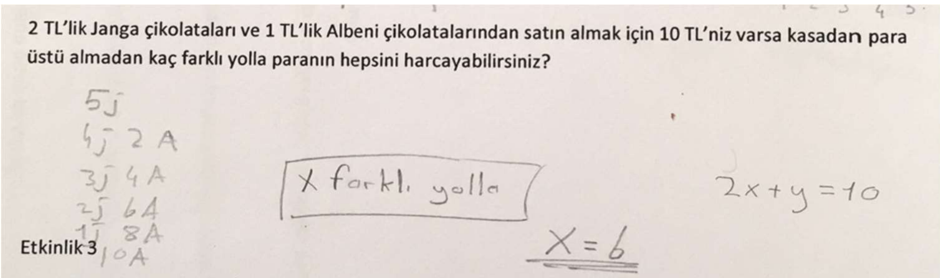
Emre'nin Denklemde Değişkeni İfade Etme Temasına Ait Cevabının Bulgusu



Kadir isimli öğrenci ise *beklenen tanımayı* sağlamış, değişken kullanarak denklem kurması gerektiğini fark etmiş, denklemde değişkeni ifade etme temasını *kısmi olarak oluşturmuştur*. Çünkü cevabında "x farklı yolla yapar ve x=6" yazarak denklemi çözmemiş, soruyu aritmetik yoldan çözerek kurduğu denklemi cevabı bulmak için kullanmamıştır. Kadir'in çözümü Şekil 38'te yer almaktadır.

Şekil 38

Kadir'in Denklemde Değişkeni İfade Etme Temasına Verdiği Cevabın Bulgusu

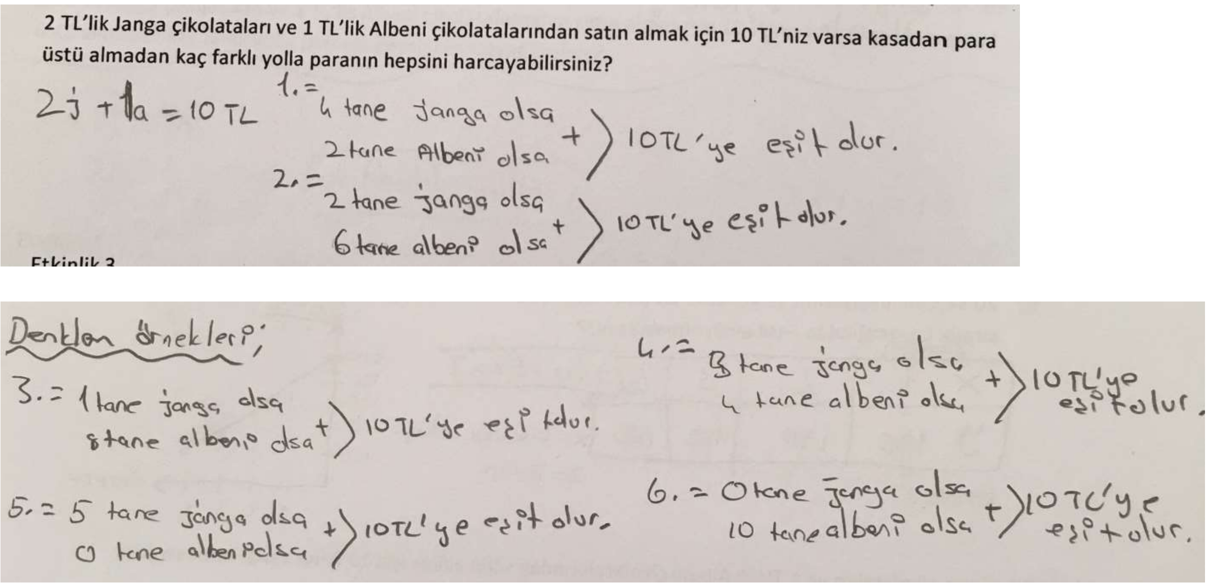


Damla ise değişken kavramını *beklenen* şekilde *tanımış*, denklemi *oluştururken* değişken *kullanmış* fakat problemi yanlış şekilde sonuçlandırmıştır. Denklem kurmayı denklem çözme üzerinden *pekiştirememiştir*.

Nisa, değişkeni *beklenen* şekilde *tanımış,* denklemi değişkeni doğru şekilde tanıyarak kurmuş, denklemi kullanarak değişkenlere karşılık gelen değerleri ifade etmiştir. *Doğru oluşturma* sağlamıştır. Çünkü denklemde kullanabileceği değişkenleri bulurken altı farklı yol olduğunu belirtmiştir. Nisa'nın denklemde değişkeni ifade etme temasına ait bulgusu Şekil 39'da yer almaktadır.

Şekil 39

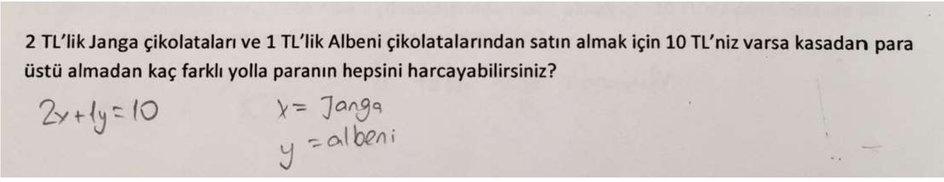
Nisa'nın Denklemde Değişkeni İfade Etme Temasına Ait Bulgusu



Eylül *beklenen tanımayı* gerçekleştirmiştir, değişkeni doğru olarak *tanımış*, denklemde *kullanmış*, fakat denklemde değişkeni kaç farklı yolla ifade edeceği bilgisini *oluşturamamıştır*. *Yanlış oluşturma* sağlamıştır. Bu durumda *pekiştirme* aşamasına bu tema için geçememiştir. Eylül'ün etkinliğe verdiği cevap Şekil 40'ta yer almaktadır.

Şekil 40

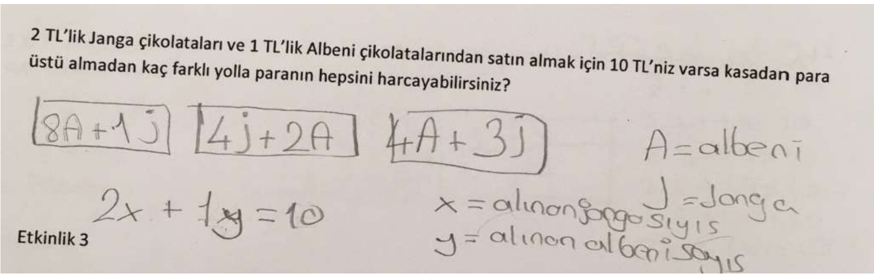
Eylül'ün Denklemde Değişkeni İfade Etme Temasına Ait Bulgusu



Öğrencilerden Malik de *beklenen tanımayı* sağlamış, değişkeni *tanımış*, değişkeni denklemde kullanarak denklemi oluşturmuştur. Fakat denklemde değişken ifade etmeyi kısmi olarak oluşturabilmiştir. Çünkü denklemde değişken altı farklı yolla ifade edilebiliyorken, Malik üç tanesini gösterebilmiştir. Fakat denklemde değişkeni ifade etmeyi başka etkinliklerde başarmıştır *ve pekiştirebilmiştir*. Malik'in cevabına ait bulgu Şekil 41'de yer almaktadır.

Şekil 41

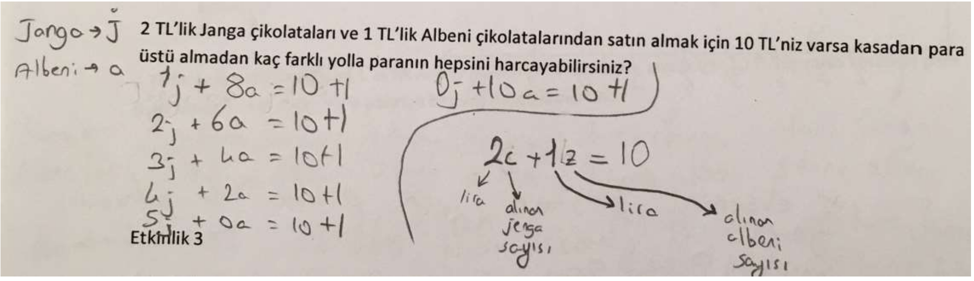
Malik'in Denklemde Değişkeni İfade Etme Temasına Ait Bulgusu



Buse, Pınar ve Sude ise denklemde değişkeni ifade etme temasına ait soyutlama göstergelerinin hepsini gerçekleştirmiştir. Buse ve Sude'nin denklemde değişkeni ifade etme temasına ait bulguları ise Şekil 42 ve Şekil 43'te yer almaktadır.

Şekil 42

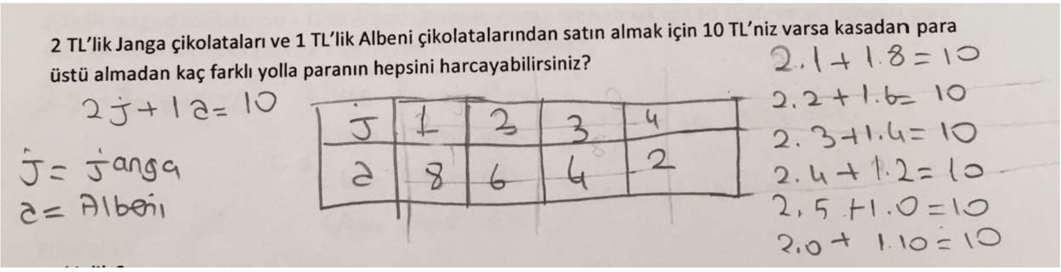
Buse’nin Denklemde Değişken İfade Etme Temasına Ait Bulgusu



Şekil 42’de Buse’nin denklemde değişkeni nasıl ifade ettiği görülmektedir. Buse değişkeni *beklenen* şekilde *tanımıştır.* Denklemdeki her değişkenin neyi ifade ettiğini sözel ifade ile yazmıştır. Denklemde değişken yerine gelebilecek her değeri hesaplamıştır. Denklemde değişkeni ifade etme temasını *doğru şekilde oluşturmuştur*. Böylelikle verilen problemi doğru şekilde çözmüştür.

Şekil 43

Sude’nin Denklemde Değişkeni İfade Etme Temasına Ait Bulgusu



Şekil 43’te görüldüğü üzere, Sude değişkenleri ifade etmek için tablo oluşturmuş ve değişkenleri denklemde üzerinde tek tek deneyerek değişkenlerin değerlerini sayısal olarak tabloda ifade etmiştir. Değişkeni *tanımış*, denklemde *kullanmış* ve hatta değişkenler arası ilişkiyi ifade etmek için tablodan yararlanmıştır. Denklemde değişkeni ifade etmeyi doğrusal ilişkiyi tablo ile gösterme genellemesi üzerinden *pekiştirmiştir*.

Öğrencilerden elde edilen bulgularla belirlenen temalardan bir diğeri, Değişkenler Arası İlişkiyi Tablo ile Gösterme temasıdır. Bu temaya ait soyutlama becerileri göstergeleri aşağıda Tablo 62'de yer almaktadır.

Tablo 62

Değişkenler Arası İlişkiyi Tablo ile Gösterme Temasına Ait Soyutlama Becerileri Göstergeleri

Temalar	Değişkenler Arası İlişkiyi Tablo ile Gösterme							
Bireysel Görüşme	R-Tanıma			B-Kullanma	C-Oluşturma			+C-Pekiştirme
	R1	R2	R3		C1	C2	C3	
Emre (D)	✓				✓			
Kadir (D)	✓				✓			
Pınar (O)			✓	✓			✓	✓
Damla (O)			✓	✓		✓		
Nisa (O)			✓	✓			✓	✓
Eylül (Y)			✓	✓			✓	✓
Buse (Y)			✓	✓			✓	✓
Sude (Y)			✓	✓			✓	✓
Malik (Y)			✓	✓			✓	✓

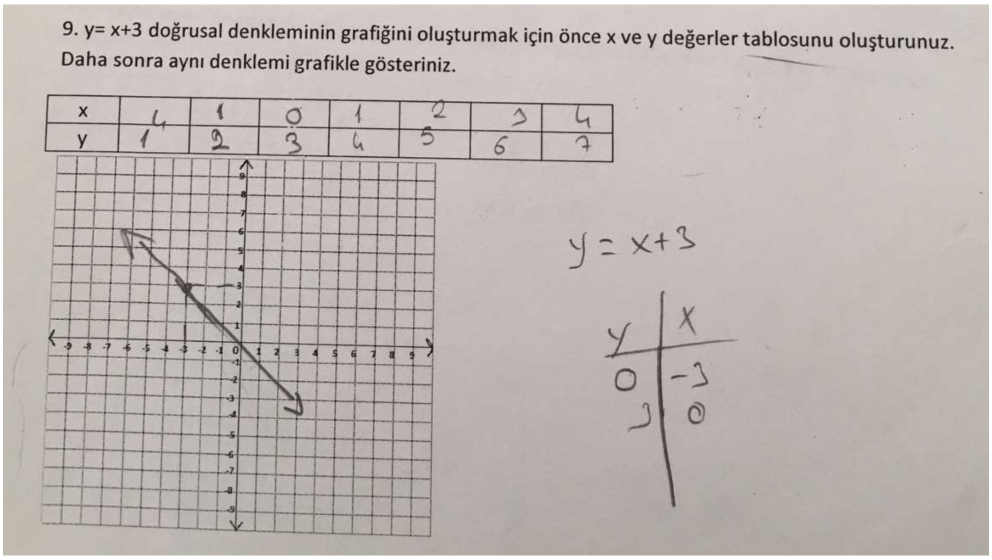
Yukarıdaki tabloda görüldüğü üzere Nisa isimli öğrenci *beklenen şekilde* denklemdeki x ve y bileşenlerini *tanımış*, y'nin x değişkenine göre değişeceğini belirtmiş, buna uygun şekilde x'e değerler vererek denklemde *kullanmış* ve doğrusal ilişki tablosunu *oluşturmuştur*. Doğrusal denklem grafiği oluşturma üzerinden doğrusal ilişki kavramını *pekiştirmiştir.*

Kadir ile Emre ise *ilgisiz tanımada* bulunmuş, değişkenleri belirlememiş, bundan dolayı denklemi oluşturmamış ve doğrusal ilişkiyi tabloda gösterememişlerdir. *Yanlış oluşturma* sağlamışlardır.

Damla, beklenen tanımayı gerçekleştirmiş, denklemdeki değişkenleri *tanımış* ve yerlerine değer vererek tabloyu *oluşturmak* için girişimde bulunmuştur. Fakat verdiği değerlerle tabloyu eksik oluşturmuş ve değişkenler arası doğrusal ilişkiyi tam olarak gösterememiştir. Bu durumda *kısmi doğru oluşturma* gerçekleştirmiştir. Kısmi doğru oluşturma gerçekleştirdiği için doğrusal ilişkiyi tabloyla göstermeyi, doğrusal denklemlerin grafiği üzerinden pekiştirememiştir. Çünkü tabloda yanlış koordinatlar bulmuş ve bu durum yanlış grafik meydana getirmiştir. Damla'nın verdiği cevap Şekil 44'te yer almaktadır.

Şekil 44

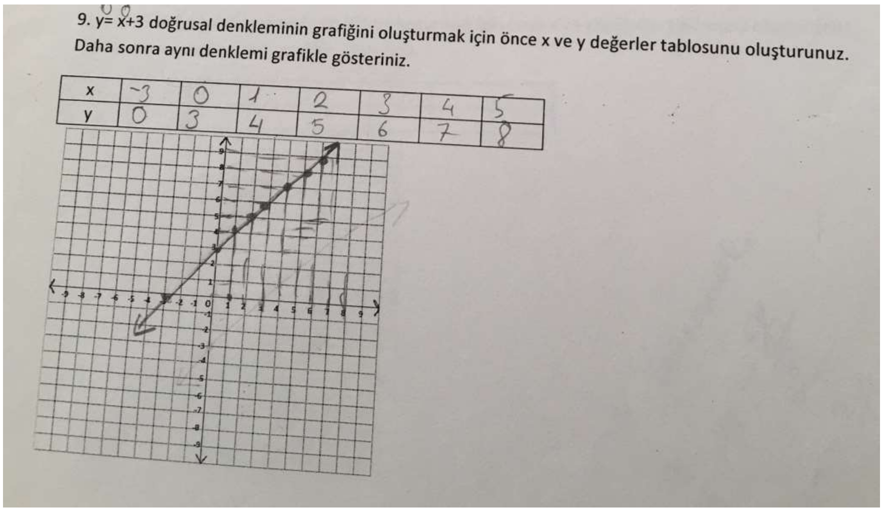
Damla'nın Değişkenler Arası İlişkiyi Tablo ile Gösterme Temasına Ait Cevabın Bulgusu



Pınar, Nisa, Sude, Buse, Eylül ve Malik isimli öğrenciler beklenen tanımayı gerçekleştirmiş, değişkenlere değer vererek denklemde *kullanmış* ve tabloyu doğru şekilde *oluşturmuşlardır*. Doğrusal denklemlerin grafiği kavramı üzerinden doğrusal ilişkiyi tabloyla gösterme kavramını *pekiştirebilmişlerdir*. Doğrusal ilişkiyi tabloyla gösterme temasını doğru olarak soyutlamayı başaran öğrencilerden birine örnek olarak Pınar'ın cevabına ait bulgu Şekil 45'te yer almaktadır.

Şekil 45

Pınar'ın Doğrusal İlişkiyi Tabloyla Gösterme Temasına Ait Cevabının Bulgusu



Son olarak ise odak grup görüşmelerinden elde edilen bulgularla belirlenen Değişkenler Arası İlişkiyi Grafikle Gösterme temasına ait soyutlama becerileri göstergeleri Tablo 63'te yer almaktadır.

Tablo 63

Değişkenler Arası İlişkiyi Grafikle Gösterme Temasına Ait Soyutlama Becerileri Göstergeleri

Temalar	Değişkenler Arası İlişkiyi Grafikle Gösterme							
Bireysel Görüşme	R-Tanıma			B-Kullanma	C-Oluşturma			+C-Pekiştirme
	R1	R2	R3		C1	C2	C3	
Emre (D)	✓				✓			
Kadir (D)			✓	✓		✓		
Pınar (O)			✓	✓			✓	✓
Damla (O)			✓	✓	✓			
Nisa (O)			✓	✓			✓	✓
Eylül (Y)			✓	✓			✓	✓
Buse (Y)			✓	✓			✓	✓
Sude (Y)			✓	✓			✓	✓
Malik (Y)			✓	✓			✓	✓

Tablo 63'te görüldüğü üzere Emre, Kadir ve Damla hariç hepsi değişkenler arası ilişkiyi grafikle gösterme temasını *doğru* şekilde *oluşturarak, soyutlayabilmişlerdir*.

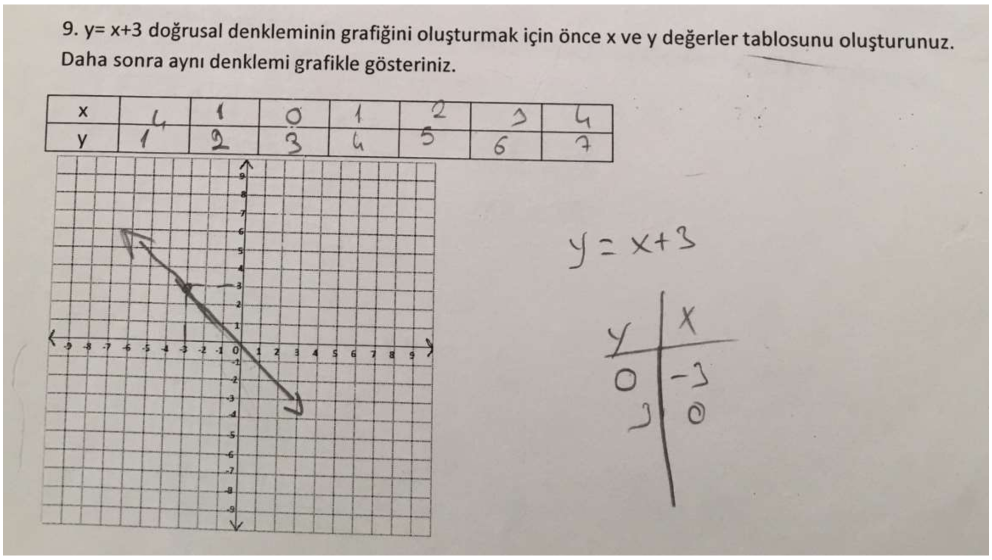
Öğrencilerden Emre, doğrusal denklemlerin grafiği için *ilgisiz tanımada* bulunmuş, değişkenlerin farklı değerlerini denklemde kullanmamış, *yanlış oluşturmada* bulunmuştur.

Kadir ise temayla ilgili bir soruyu hiç çözemezken, diğer soruyu çözebilmiştir. Bu durumda *beklenen tanımayı* gerçekleştirse de *kısmi doğru oluşturma* sağlamıştır.

Damla isimli öğrenci de beklenen *tanımayı* gerçekleştirmiş, değişkenler arası ilişkiyi önce tabloyla sonra grafikle göstermeye çalışmış, fakat değişken değerlerini grafiğe yanlış konumlandırmıştır. Bu durumda yanlış oluşturma gerçekleştirmiştir. Damla'nın cevabına ait bulgu Şekil 46'da yer almaktadır.

Şekil 46

Damla'nın Değişkenler Arası İlişkiyi Tabloyla Gösterme Temasına Ait Cevabının Bulgusu



Şekil 46'da görüldüğü üzere Damla denklemde eksenleri kesen noktaları bulmak için x ve y yerine 0 değeri vererek eksenleri kesen noktaları bulmuştur. Fakat (0, 3) ve (-3, 0) noktalarını grafikte yanlış göstermiştir. Bundan dolayı çizdiği grafik orijinden geçmiştir. Halbuki denklem (0, 0) noktalarını sağlamamaktadır. Bundan dolayı *yanlış oluşturma* gerçekleşmiştir.

4.4.2. Odak Grup Görüşme Testi'ne Ait Nitel Bulgular ve Yorumlar. 7. sınıf düzeyinde hazırlanan tasarımın uygulanmasının üzerinden geçen altı ay süreden sonra yapılan odak grup görüşmeleriyle ile ilgili bulgulara bir önceki başlıkta yer verilmişti. Bu başlıkta ise odak grup görüşmesi sonrası son olarak öğrencilere uygulanan Odak Grup Görüşme Testi'ne ait bulgulara ve yorumlara yer verilecektir. Odak grup öğrencilerine uygulanan Odak Grup Görüşme Testi'nde RBC+C'nin basamaklarından özellikle "*pekiştirme*" basamağını gözlemlemek hedef alınmıştır. Çünkü müfredatın kısıtlı olmasından dolayı 6. ve 7. sınıf düzeyinde pekiştirme basamağını gözlemlemek zor olmaktadır. Ama bu test aracılığıyla cebir kavram ve genellemelerini parçalı fonksiyon grafiği üzerinden pekiştirmelerini gözlemlemek mümkündür. O yüzden bu bölümde 6. ve 7. sınıf cebir kavram ve genellemeleri adına pekiştirme basamağına ulaşan ya da ulaşamayan öğrencilerin bulguları yer almaktadır.

OGGT'de yer alan soruların ilk ikisi "denklem kurma ve denklem çözme" genellemelerini içermektedir. Diğer dört soru da "parçalı fonksiyon grafiği üzerinden doğrusal denklemi, doğrusal ilişkiyi ve doğrusal denklemlerin grafiği" kavram ve genellemelerini *pekiştirmeyi* içermektedir.

Odak grup öğrencilerinin sınav kağıtlarıyla ilgili bulgular içerik analizine tabi tutulmuştur. OGGT sorularına verilen cevapları daha rahat analiz etmek için, tematik analiz yapıldığında, ağırlıklı olarak iki tema başlığı altında toplandığı yöntem bölümünde açıklanmıştı. Bu temalar, soyutlama becerilerinin göstergeleri ışığında analiz edilmiştir. İlk tema olan denklem kurma ve çözme temasına ait soyutlama becerileri göstergelerine ait analiz Tablo 64'te yer almaktadır.

Tablo 64

Denklem Kurma ve Çözme Temasına Ait Soyutlama Becerileri Göstergeleri

Temalar	Denklem Kurma ve Çözme							
OGGT	R-Tanıma			B-Kullanma	C-Oluşturma			+C-Pekiştirme
	R1	R2	R3		C1	C2	C3	
Emre (D)	✓				✓			
Kadir (D)		✓				✓		
Pınar (O)			✓	✓		✓		✓
Damla (O)		✓		✓		✓		
Nisa (O)			✓	✓		✓		
Eylül (Y)			✓	✓			✓	✓
Buse (Y)			✓	✓			✓	✓
Sude (Y)			✓	✓			✓	✓
Malik (Y)			✓	✓			✓	✓

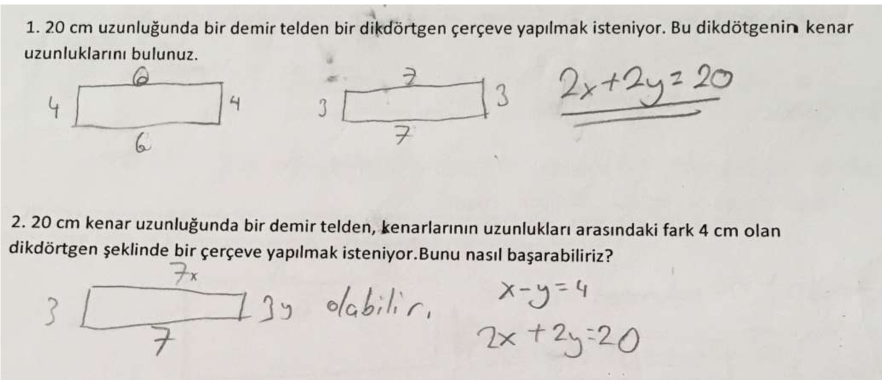
Tablo 64'te görüldüğü üzere öğrencilerden Emre *ilgisiz tanıma* gerçekleştirmiştir. Dikdörtgen çizmiş, kenarlarına uzunluk olarak 20 cm yazıp bırakmıştır. İki soruyu da çözememiş, bu durumda denklem kurma ve denklem çözme temasını *yanlış oluşturmuştur* denebilir.

Kadir isimli öğrenci de ilk iki soruda *beklenen tanımayı* gerçekleştirmiştir. Dikdörtgenin çevre uzunluğunu denklem kurarak bulmuş ve olası tüm kenar değerlerini bulmak için denklemi çözmüştür. Böylece doğru oluşturma sağlamıştır. İkinci soruda da oluşturduğu gözlenen denklem kurma ve çözme temasını *pekiştirdiği* gözlemlenmektedir.

Pınar ise dikdörtgenin elemanlarını, çevre uzunluğunu nasıl bulunacağını *tanımış*, *beklenen tanımayı* gerçekleştirmiş, bu elemanları kullanarak dikdörtgenin çevresini denklem kurma yoluyla *oluşturmuş,* böylelikle *doğru oluşturma* sağlamıştır. İkinci soruda da yine *beklenen tanımayı* gerçekleştirmiş, değişken *kullanarak* denklemi *oluşturmuş*, dikdörtgenin kenarlarının farkını ve dikdörtgenin çevresini iki bilinmeyenli iki ayrı denklemle göstermiştir. Böylece iki bilinmeyenli iki ayrı denklem yazarak denklem kurma ve çözme temasını denklem sistemi *oluşturarak, pekiştirmiştir*. Bir üst bilgiye rahatlıkla geçiş yaptığı gözlemlenmektedir. Pınar'ın çözümü Şekil 47'de yer almaktadır.

Şekil 47

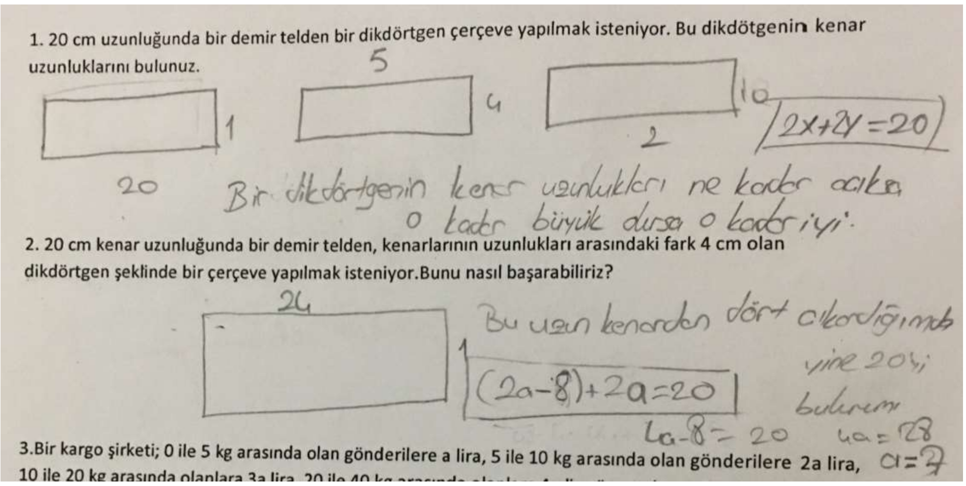
Pınar'ın OGGT'deki Denklem Kurma ve Çözme Temasına Ait Bulgusu



Damla, denklem kurma ve çözme temasına ait ilk soruda, *ilgisiz tanımada* bulunarak, dikdörtgenin çevresinin kuralını tanımak yerine alanını *tanımıştır*. Buna rağmen dikdörtgenin çevresini hesaplamak için doğru denklemi *kullanarak* yazmıştır. Ama kuralını doğru yazsa da hesaplamayı alan üzerinden yapınca soruyu yanlış çözmüştür. Öte yandan aynı temaya ait ikinci soruda istenen denklemi yazabilmiş, denklemi çözmeye çalışmıştır. Bundan dolayı *kısmi doğru oluşturma* sağlamıştır. Damla'nın çözümüne ait bulgu Şekil 48'de yer almaktadır.

Şekil 48

Damla'nın OGGT'deki Denklem Kurma ve Çözme Temasına Ait Bulgusu

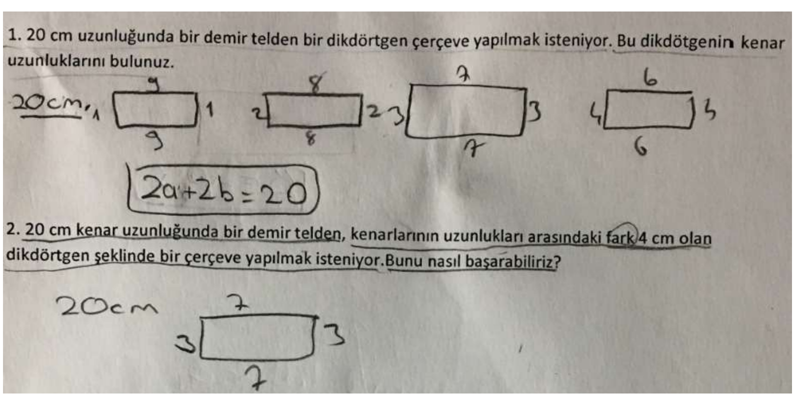


Şekil 48'de görüldüğü üzere, Damla 20 cm'yi çevre yerine değil, dikdörtgenin alanı olarak düşünüp hesaplama yapmıştır.

Nisa ise *beklenen tanımayı* gerçekleştirmiş olup, dikdörtgenin çevre bilgisini tanımş ve denklem kurmada *kullanmış*, denklemi çözerken olası tüm dikdörtgen durumlarını tek tek yazmıştır. Aynı temaya ait ikinci soruyu da çözmüş fakat denklem kurmadan çözmüştür. Bu durumda *kısmi doğru oluşturma* sağlamıştır. Nisa'nın ilk iki OGGT sorusuna verdiği cevap Şekil 49'da yer almaktadır.

Şekil 49

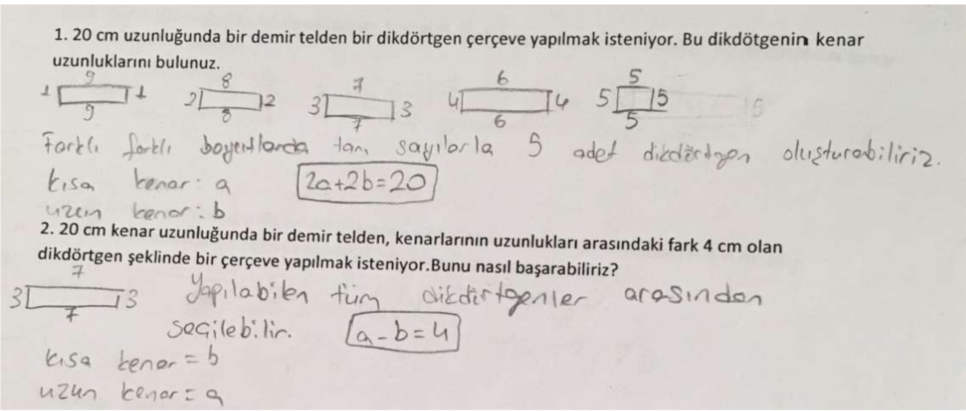
Nisa'nın OGGT'deki Denklem Kurma ve Denklem Çözme Temasına Ait Bulgusu



Eylül, Buse, Sude ve Malik ise OGGT'deki denklem kurma ve çözme temasına ait ilk iki soruyu tam anlamıyla doğru olarak cevaplamışlardır. Denklem kurma ve çözme temasına ait tüm soyutlama becerilerini gerçekleştirmişlerdir. Örnek olarak bu öğrencilerden Eylül'e ait çözüm kâğıdı Şekil 50'de yer almaktadır.

Şekil 50

Eylül'ün OGGT'deki Denklem Kurma ve Denklem Çözme Temasına Ait Bulgusu



Şekil 50'de görüldüğü üzere Eylül dikdörtgenin elemanlarını tanımış, denklem kurmada değişken kullanmış, denklemi doğru şekilde kurmuş ve telin uzunluğuna uygun şekilde olası tüm farklı dikdörtgenleri bulmuştur. Kısa kenarı "a" değişkeni, uzun kenarı "b" değişkeni ile göstermiştir. Aynı şekilde ikinci soruda da denklem kurma ve çözmeyi *pekiştirmiştir*. Çünkü birinci soru ile ikinci soru, soyutlama becerilerinin aynı basamaklarını gözlemlemeye imkân vermesi bakımından benzerdir; birinci soru ile öğrencinin denklem kurma ve çözme temasını *oluşturup oluşturmadığını* gözlemlemek mümkündür, ikinci soru ise denklem kurma ve denklem çözme temasını *pekiştirmeyi* gözlemlemeye imkân vermektedir. Öğrencinin *pekiştirme basamağına* ulaştığı şu cümlesi ile gözlemlenmiştir*: "Birinci soruda yapılabilen tüm dikdörtgenler arasından kenar farkı 4 olan seçilebilir."*

Odak grup görüşme sonrasında yapılan OGGT sorularına verilen cevaplar doğrultusunda belirlenen ikinci tema, *doğrusal denklemlerin grafiğinden yararlanarak parçalı fonksiyonu oluşturma* temasıdır. OGGT'deki 3., 4., 5. ve 6. sorular bu temayı soyutlamayı ölçen sorulardır. Sorular, ortaokul cebir kavram ve genellemelerini oluşturan öğrencilerin, bunu parçalı fonksiyon kavramı üzerinden pekiştirip pekiştiremediklerini belirlemeye imkân verecek şekilde hazırlanmış sorulardır. Bu tema, soyutlama becerileri göstergeleri ışığında analiz edilmiş, elde edilen bulgular aşağıda Tablo 65'teki gibidir.

Tablo 65

Doğrusal Denklemlerin Grafiğinden Yararlanarak Parçalı Fonksiyon Oluşturma Temasına Ait Soyutlama Becerileri Göstergeleri

Temalar	Doğrusal Denklemlerin Grafiğinden Yararlanarak Parçalı Fonksiyon Oluşturma							
OGGT	R-Tanıma			B-Kullanma	C-Oluşturma			+C-Pekiştirme
	R1	R2	R3		C1	C2	C3	
Emre (D)	✓				✓			
Kadir (D)		✓		✓		✓		
Pınar (O)			✓	✓		✓		✓
Damla (O)			✓	✓		✓		
Nisa (O)			✓	✓			✓	✓
Eylül (Y)			✓	✓			✓	✓
Buse (Y)		✓		✓		✓		
Sude (Y)			✓	✓			✓	✓
Malik (Y)			✓	✓			✓	✓

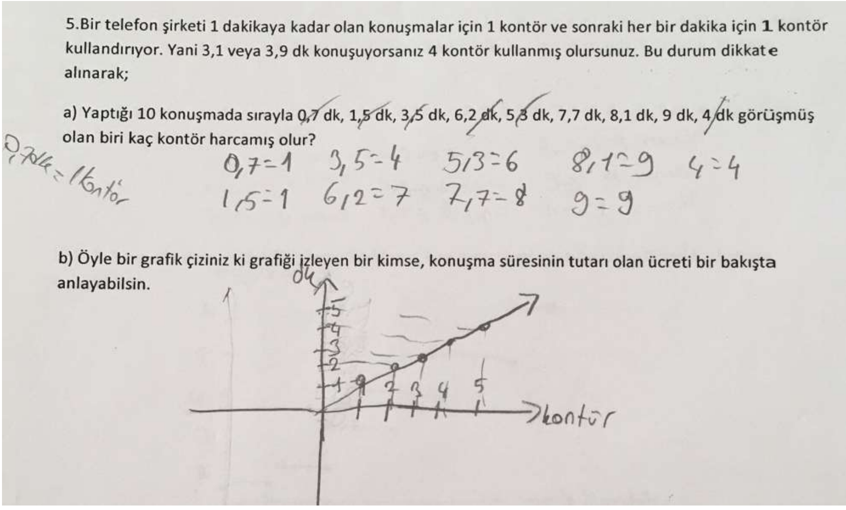
Emre kod isimli öğrenci, OGGT'deki ikinci temaya ait sorulara doğru cevaplar verememiştir. Bu durum doğrusal denklemlerin grafiği kavram ve genellemesinin pekiştirilemediğini göstermektedir. Bu kavram ve genellemeleri, yeni yapıların oluşturulması üzerinden *pekiştirememiştir* denebilir.

Kadir isimli öğrenci ise *yardımcı tanıma* gerçekleştirip denklem grafiği çizebilmek için gerekli olan koordinat sistemi kavramını eksik çizmiş, eksenleri isimlendirmemiştir. Daha sonra verilen doğrusal ilişki tablosundaki bilgileri kullanarak grafiği kısmi olarak doğru çizmiştir. Çünkü verilen değerleri grafiğe çizgi grafiği olarak yansıtmıştır. Bu durumda *kısmi doğru oluşturma* sağlamıştır.

Pınar ikinci temayı içeren 3., 4. ve 6. soruda *beklenen tanımayı* gerçekleştirip, doğrusal ilişkiyi, koordinat sistemini tanımış, koordinat sistemini kullanarak grafiği çizmiştir. Grafikte aralıkları göstermek için doğru parçası kullanmış, fakat doğru parçalarının bitiş noktalarını da dahil etmiştir. Fakat 5. soruda konuşma dakikaları ile kullanılan kontör arasındaki ilişkiyi orijinden geçen doğrusal denklem grafiği kullanarak çizmiştir. Beşinci soruya verdiği cevabın bulgusu Şekil 51'de yer almaktadır.

Şekil 51

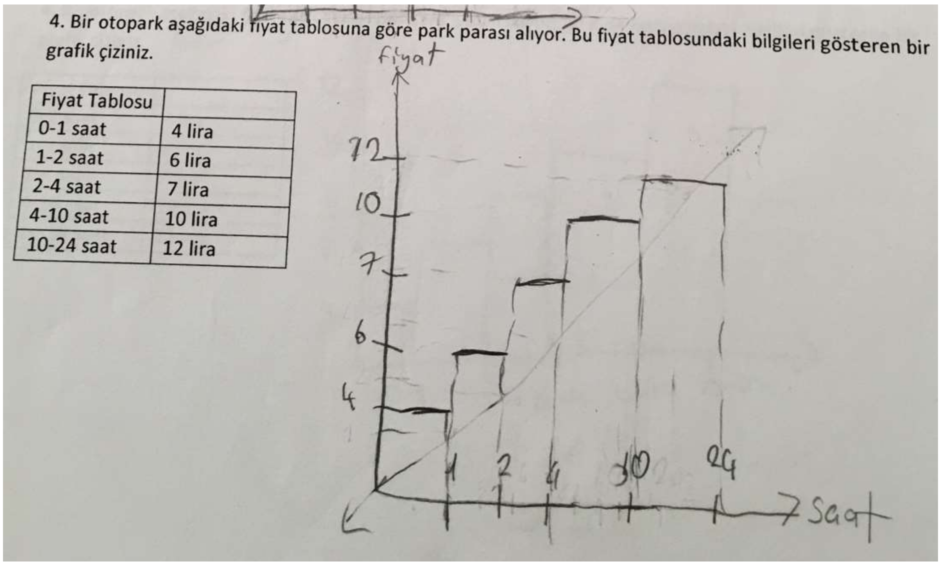
Pınar'ın OGGT'deki 2. Temaya Ait 5. Sorunun Bulgusu



Şekil 51'de görüldüğü üzere Pınar, 5. soruya eksik cevap vermiştir. Öte yandan diğer problemleri doğru çözdüğü için *kısmi doğru oluşturma* sağladığı gözlemlenmektedir. Ama doğrusal denklemlerin grafiği kavramını parçalı fonksiyon grafiği üzerinden *pekiştirdiği* gözlemlenmektedir. *Doğru oluşturma* sağladığı diğer sorulardan birine örnek aşağıda Şekil 52'dedir.

Şekil 52

Pınar'ın OGGT'deki 2. Temaya Ait 4. Sorunun Bulgusu

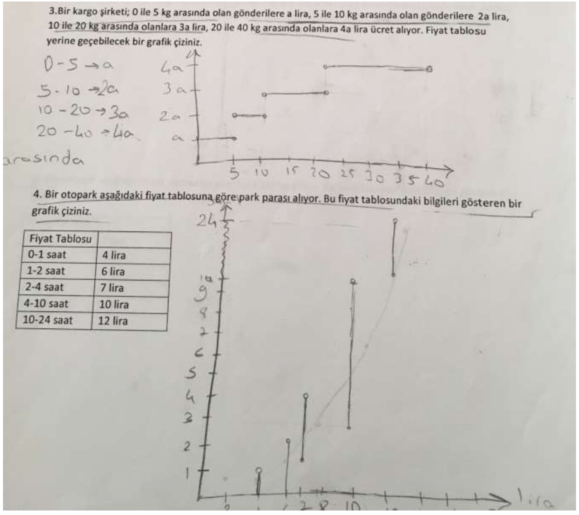


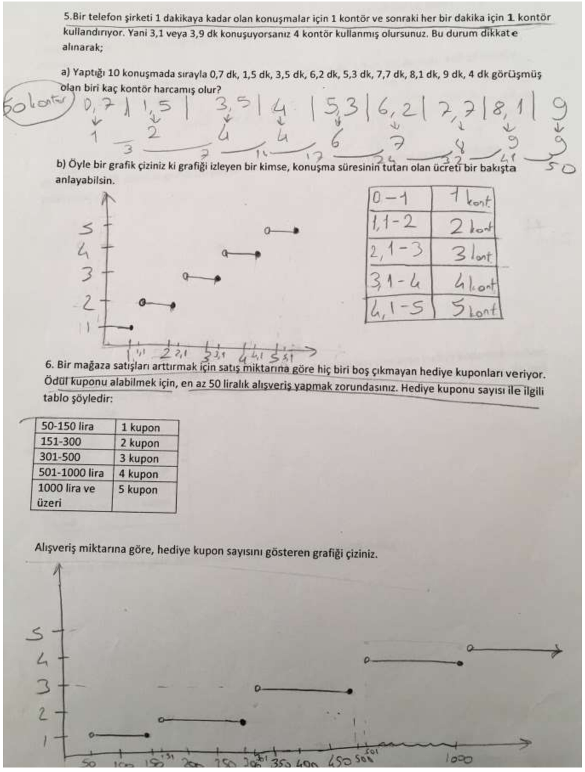
Şekil 52’de görüldüğü üzere, Pınar 4.sorunun cevabında önce doğrusal denklem grafiği çizmiş, sonra ise silmiştir. Kendisine neden böyle yaptığı sınav sonrası sorulduğunda şöyle cevap vermiştir: “*Önce doğrusal denklem grafiği çizmem gerektiğini düşündüm, çünkü doğrusal ilişki tablosunu gördüm ve bu bir doğru denklemidir dedim, fakat 0-1 saat arası sadece 4 TL olduğundan bunu yukarı doğru artan grafik gibi gösteremem diye düşündüm, eksenlere paralel bir doğru olması gerekiyordu, ama sonsuza gidemezdi çünkü farklı saat aralıkları için ücret değişiyordu, eksenlere paralel doğru denkleminin özel haliydi, öğretmenime sordum (teacher intervention) bunu nasıl gösterebilirim diye, “Her saat aralığı için ayrı ayrı doğru parçaları çizsen nasıl olur?” dedi, ben de çizip her aralığı tablodan sorguladım, sonucun doğru çıktığını görünce doğru çözdüğümü düşündüm.”* Pınar’ın verdiği cevapta görüldüğü üzere ikilemde kalmış ama en sonunda yan yana eksenlere paralel doğru parçalarının birleşimi şeklinde gösterdiğini belirtmiştir. Öğretmen ise bu şekilde çizilen grafiklere parçalı fonksiyon grafiği dendiğini açıklamıştır.

Öğrencilerden Buse, 2. temaya ait sorularda koordinat sisteminin elemanlarını *yardımcı olarak tanımış (subsidiary recoginising),* eksenlere bu soruların hiçbirinde isim vermemiştir. Hatta böyle yaptığı için 4. soruda parçalı fonksiyonu dikey olarak parçalayarak göstermiştir. Tabloda verilen bilgileri koordinat sistemini çizerken *kullanmış*, doğrusal denklem grafiğini *kısmi* olarak *doğru oluşturmuştur.* Çünkü tabloları okurken grafiğe eksik aktardığı yerler bulunmaktadır (Bkz. Şekil 53). Böyle tablodaki veriler aralık belirttiği için başlangıç ve bitişlerini (Parçalı fonksiyon grafiğini) nasıl göstereceğini öğretmenine sormuş (teacher intervention), öğretmen de başladığı günler için halka çizip içini boş bırakabileceğini belirtmiştir. Buse de öğretmenin yol gösterdiği şekilde çizmiştir. Buse’nin 2. temaya ait bulguları aşağıda Şekil 53’te yer almaktadır.

Şekil 53

Buse'nin OGGT'deki 2. Temaya Ait Soruların Bulgusu

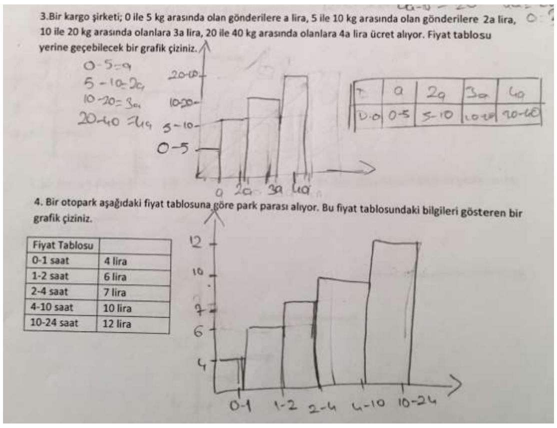


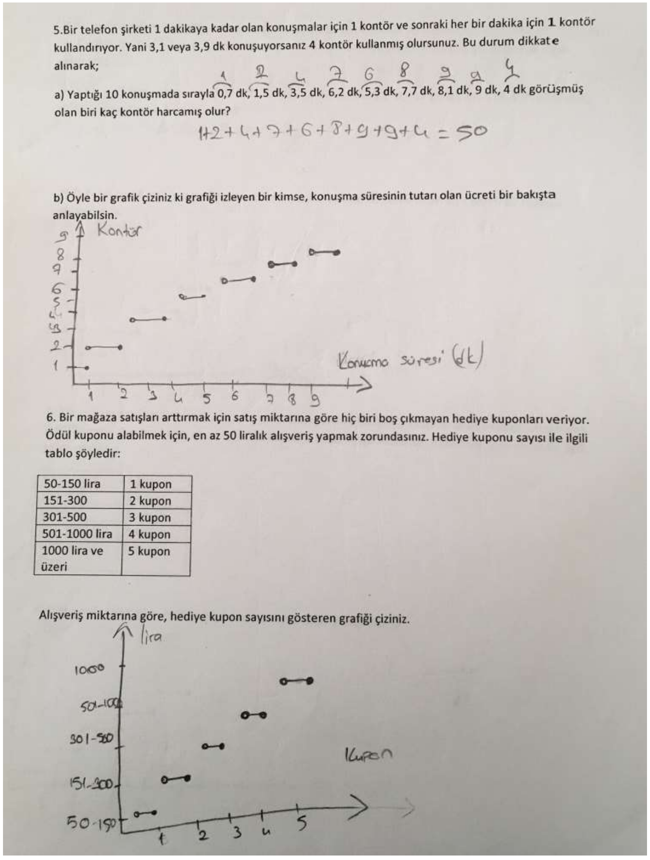


Odak grup öğrencilerinden Damla da Buse gibi *beklenen tanımayı* gerçekleştirmiş, koordinat sistemini *kullanarak* grafikte tablodaki verileri yerleştirmeye çalışmıştır. Üçüncü ve dördüncü problemlerde çizdiği grafikleri sütun grafiği şeklinde çizmiştir. Sonra sütun grafiğinin içindeki tüm değerleri almasının verilen tablodaki değerleri doğrulamayacağını düşünerek, eksenlere paralel doğrular çizmeyi düşündüğünü belirtmiştir. Bundan dolayı altı-yedi tane doğru parçası çizmek istediğini öğretmenine danışmıştır. Fakat bu doğru parçalarının bir aralığa sahip olduğunu düşünse de başlangıç ve bitiş noktalarıyla ilgili yorum yapmamıştır. Bundan dolayı 2. temadaki OGGT sorularında *kısmi doğru oluşturma* sağlamıştır. Damla'nın cevap kağıtları Şekil 54'te yer almaktadır.

Şekil 54

Damla'nın OGGT'de 2. Temaya Ait Soruların Bulgusu

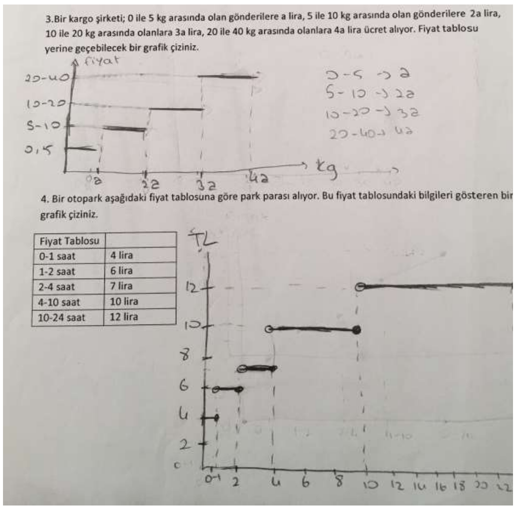


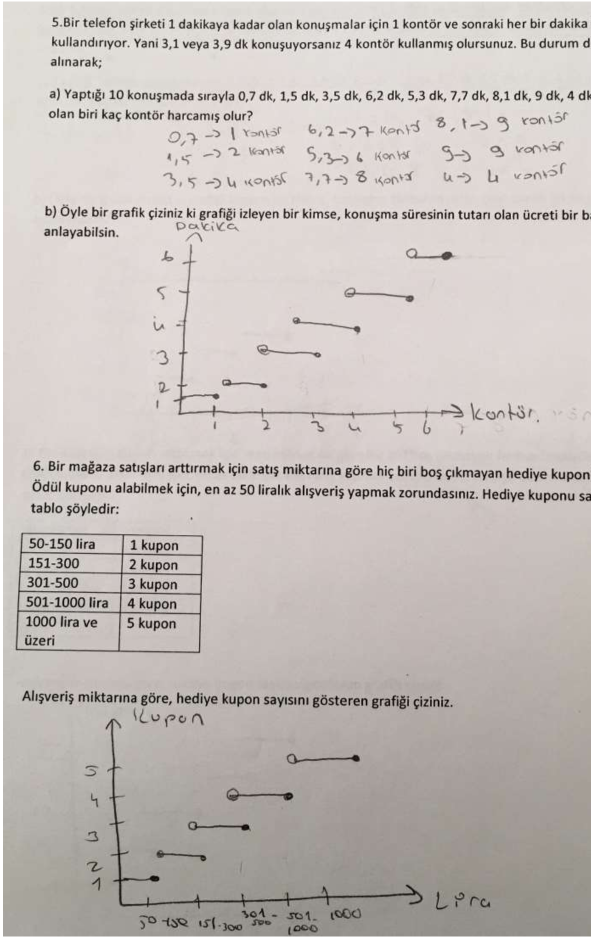


Nisa, Eylül, Buse ve Malik ikinciyi temayı kapsayan 3., 4., 5. ve 6. sorulara doğru cevaplar vermişlerdir. Böylece doğrusal denklemlerin grafiği kavramını parçalı fonksiyon grafiği kavramını hissetme üzerinden *pekiştirebilmişlerdir*. Bu öğrencilerden örnek olarak Sude'nin cevap kağıdına ait bulgu, Şekil 55'te yer almaktadır.

Şekil 55

Sude'nin OGGT'de 2. Temaya Ait 3., 4., 5., ve 6. Sorularının Bulgusu





Sude, Şekil 55'te görüldüğü Sude koordinat sistemi, doğrusal ilişki tablosu, eksenleri isimlendirme gibi kavramları *beklenen şekilde tanımış* ve bunları *kullanarak* doğru denklemi grafiğini *doğru* bir şekilde *oluşturmuştur*. Burada önemli bir husus da şudur ki, koordinat sistemindeki eksenleri dört soruda da doğru şekilde isimlendirmiştir. Oluşturduğu grafikte her bir x aralık değeri için farklı bir y değeri olduğunu fark etmiştir. Yalnız her aralık başlarken bir önceki aralık bittiği için "Aralıkların başlangıç noktalarını dahil etmemek adına ne yapabilirim?" diye öğretmenine danışmış, öğretmen de böyle durumlarda içi dolu değil de içi boş bir halkayla başlatabileceğini söylemiştir. Böylece Sude doğru grafiklerini çizerken, aralıklardaki başlangıç noktalarını boş bırakmıştır. Sonuç olarak Sude, doğrusal denklemlerin grafiği konusunu *doğru oluştururak*, parçalı fonksiyon kavramını hissettirme üzerinden *pekiştirmiştir*.

4.4.3. Odak Grup Görüşmeleri Sonunda Öğrenci Tutumlarına Yönelik Soruların Nitel Bulguları ve Yorumlar. Odak grup öğrencileriyle yapılan görüşmeler sonunda, öğrencilerin yapılan uygulamaya yönelik tutumlarını ölçmek için beş soru sorulmuştur. Bu soruları hatırlamak gerekirse aşağıdaki şekildedir:

1. Bu çalışmanın size olan yararları nelerdir?

2. Çalışmada karşılaştığınız güçlükler var mıdır? Varsa nelerdir?

3. Problemlerde anlamadığınız yerler var mıdır?

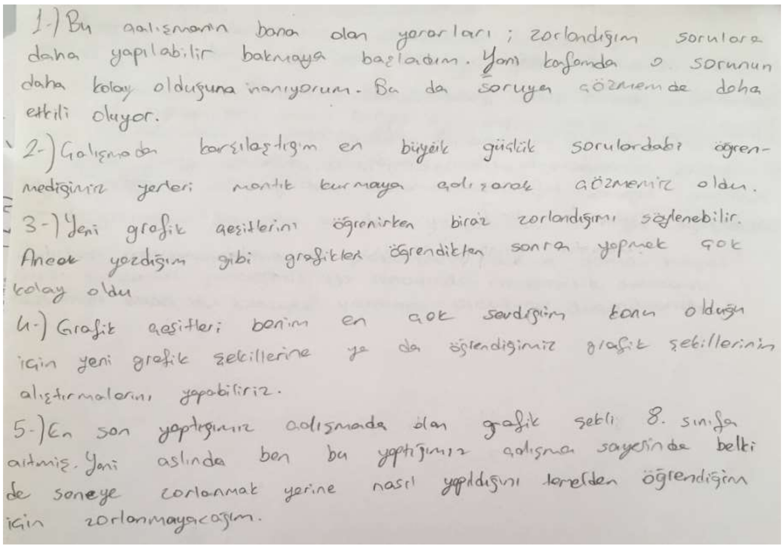
4. Çalışmanın sonunda "Çalışmada bu da olsaydı, iyi olurdu." dediğiniz bir şey oldu mu?

5. Çalışma boyunca kafanızda canlanan, size yardımı olduğunu düşündüğünüz konular nelerdir?

Bu sorular odak grup öğrencilerine yöneltilmiş, öğrenciler buna ait cevaplarını yazılı olarak ifade etmişlerdir. Bu bulgulara örnek olarak Eylül, Sude ve Damla'nın cevaplarına Şekil 56 ve 57 ve 58'de yer verilecektir.

Şekil 56

Eylül'ün Uygulama Tutumlarına Yönelik Sorulara Ait Bulguları



1-) Bu çalışmanın bana olan yararları; zorlandığım sorulara daha yapılabilir bakmaya başladım. Yani kafamda o sorunun daha kolay olduğuna inanıyorum. Bu da soruyu çözmemde daha etkili oluyor.

2-) Çalışmada karşılaştığım en büyük güçlük sorulardaki öğrenmediğimiz yerleri mantık kurmaya çalışarak çözmemiz oldu.

3-) Yeni grafik çeşitlerini öğrenirken biraz zorlandığımı söylenebilir. Ancak yazdığım gibi grafikleri öğrendikten sonra yapmak çok kolay oldu

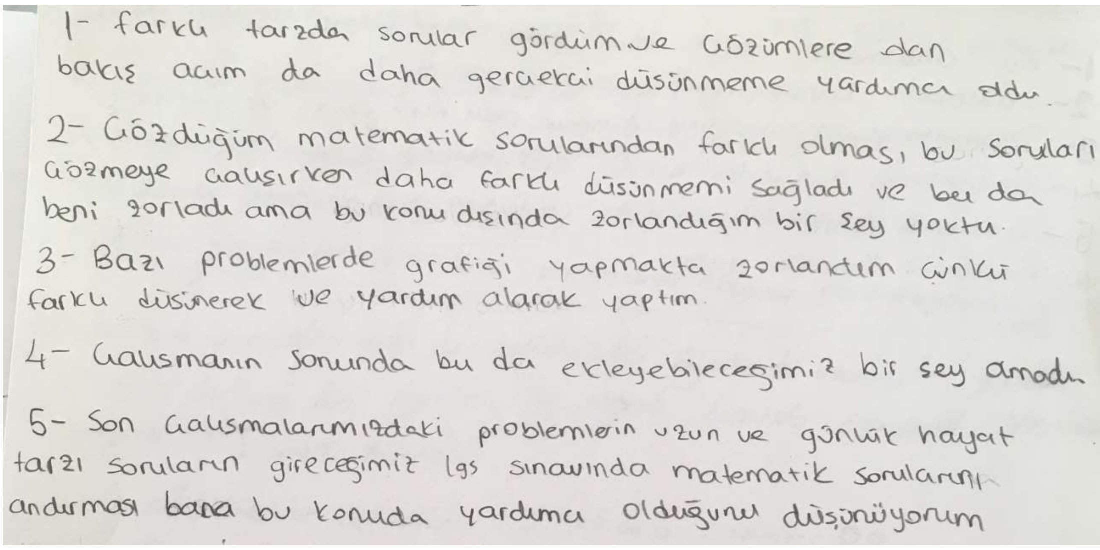
4-) Grafik çeşitleri benim en çok sevdiğim konu olduğu için yeni grafik şekillerine ya da öğrendiğimiz grafik şekillerinin alıştırmalarını yapabiliriz.

5-) En son yaptığımız çalışmada olan grafik şekli 8. sınıfa aitmiş. Yani aslında ben bu yaptığımız çalışma sayesinde belki de seneye zorlanmak yerine nasıl yapıldığını şimdiden öğrendiğim için zorlanmayacağım.

Eylül'ün verdiği cevaplara dikkat edilirse pekiştirme basamağını gözlemlemek için kullanılan parçalı fonksiyon grafiği oluşturma sorularında zorlandığını anlatmaktadır. Ama bundan sonra grafik çeşitlerine ait soruları daha kolaylıkla yapacağını belirtmiştir. Zorlandığını düşündüğü konulara daha yapabilir bakmaya başladığını ifade etmesi, soyutlama becerilerinin geliştiğinin göstergesidir.

Şekil 57

Sude'nin Uygulama Tutumlarına Yönelik Sorulara Ait Bulguları



1- farklı tarzda sorular gördüm ve çözümlere olan bakış açım da daha gerçekçi düşünmeme yardımcı oldu.

2- Çözdüğüm matematik sorularından farklı olması, bu soruları çözmeye çalışırken daha farklı düşünmemi sağladı ve bu da beni zorladı ama bu konu dışında zorlandığım bir şey yoktu.

3- Bazı problemlerde grafiği yapmakta zorlandım çünkü farklı düşünerek ve yardım alarak yaptım.

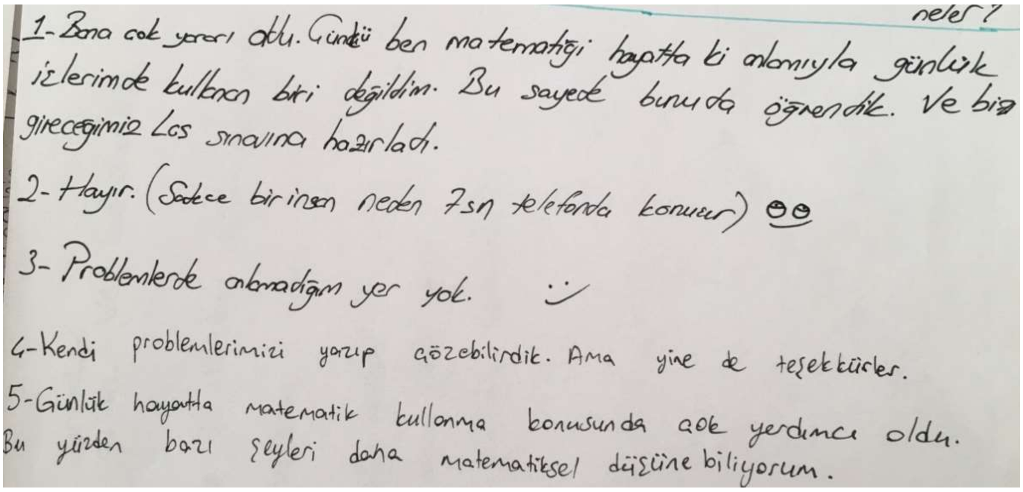
4- Çalışmanın sonunda bu da ekleyebileceğimi? bir şey olmadı

5- Son çalışmalarımızdaki problemlerin uzun ve günlük hayat tarzı soruların gireceğimiz lgs sınavında matematik sorularını andırması bana bu konuda yardımcı olduğunu düşünüyorum

Sude'nin verdiği cevaplarda gözlemlendiği üzere "Çözdüğüm matematik sorularından farklı olması bu soruları çözerken daha farklı düşünmemi sağladı ve bu da beni zorladı." diyerek gerçek yaşam problemleri ve bağlam temelli etkinliklere alışkın olmadıklarını dile getirmiştir. Böylece bu problemlerin farklı düşünmesine sebep olduğunu vurgulamıştır. Parçalı fonksiyon grafiği kavramına ait OGGT sorularını kastederek, o soruları çözerken zorlandığını ve yardım aldığını belirtmiştir. Sonunda tüm öğrencilerin kaygılanmasına neden olan 8. sınıftaki sınava atıfta bulunarak "Çalışmalarımızdaki problemlerin uzun ve günlük hayat tarzı sorularından olması, gireceğimiz LGS sınavındaki matematik sorularına benzediğinden sınava hazırlanmama yardımcı olacaktır." demiştir.

Şekil 58

Damla'nın Uygulama Tutumlarına Yönelik Sorulara Ait Bulguları



neler?

1- Bana çok yararı oldu. Çünkü ben matematiği hayatta ki anlamıyla günlük işlerimde kullanan biri değildim. Bu sayede bunuda öğrendik. Ve bize gireceğimiz Lgs sınavına hazırladı.

2- Hayır. (Sadece bir insan neden 7sn telefonda konuşur)

3- Problemlerde anlamadığım yer yok.

4-Kendi problemlerimizi yazıp çözebilirdik. Ama yine de teşekkürler.

5-Günlük hayatta matematik kullanma konusunda çok yardımcı oldu. Bu yüzden bazı şeyleri daha matematiksel düşüne biliyorum.

Şekil 58'de görüldüğü üzere, Damla'nın tutum sorularına verdiği cevap da diğer arkadaşlarına benzerdir. Farklı olarak belirttiği "kendi problemlerimizi yazıp çözebilirdik" olmuştur. Fakat öğrencilerin kendi problemlerini yazıp çözdüğü dersler de mevcuttur. Günlük hayatta matematiği çok fazla kullanmadığını, ama bu uygulama ile kullanmaya başladığını belirtmiştir.

5. Bölüm

Sonuç, Tartışma ve Öneriler

Bu başlıkta çalışmanın sonuçlarından bahsedilip, sonuçlar literatür referans alınarak tartışılacaktır. Sonunda ise çalışma kapsamında ortaya çıkan bazı öneriler sunulacaktır.

5.1. Sonuç ve Tartışma

Çalışmanın bu bölümünde ortaokul öğrencilerinin cebir kavram ve genellemelerini soyutlama süreçlerini incelemeye imkân vermek üzere hazırlanan ve uygulanan öğretim tasarımının, öğrencilerin soyutlama süreçlerine etkileri, yapılan çalışmalar kapsamında tartışılmıştır. Tartışma dört bölüm şeklinde yapılmıştır. Birinci bölümde 6. sınıf öğrencilerinin soyutlama becerilerinde gözlemlenen gelişimler, ikinci bölümde 7. sınıf öğrencilerinin soyutlama becerilerinde gözlemlenen gelişimler, dördüncü bölümde altıncı sınıfta yapılan uygulamanın yedinci sınıfta yapılan uygulamaya etkisindeki gelişimler, beşinci bölümde ise RBC+C modelinin soyutlama becerilerinin analizi üzerindeki etkileri ve sınıf ortamında soyutlama becerilerinin gözlemlenmesinin değerlendirilmesi incelenmiştir.

5.1.1. Hazırlanan Öğretim Tasarımının 6. Sınıf Öğrencilerinin Soyutlama Becerilerinin Gelişimi Üzerindeki Etkisine Yönelik Tartışma. Altıncı sınıfta hazırlanan öğretim tasarımının uygulanmasının ardından belirlenen tematik çerçeveyle analiz edilen soyutlama becerileri göstergeleri ayrı ayrı tartışılmıştır.

Öğrenciler cebir kavram ve genellemeleriyle ilk defa 6. sınıfta karşı karşıya gelmektedirler. Matematik dersini sayılar ve işlemler olarak öğrenmeye alışmış öğrencilerin cebirsel ifade ve örüntülerle karşılaşmasıyla soyutlama becerilerindeki gelişimler farklılık göstermektedir. Araştırma iki eğitim-öğretim yılı boyunca üç aşamada yürütüldüğü için her aşamanın başında ve sonunda öğrencilerin soyutlama becerilerindeki gelişmeleri gözlemlemek için ön ve son testler yapılmıştır.

Altıncı sınıf düzeyinde yapılan ön ve son testler CCTT ve SBT1'dir. Bu testlerin sonuçlarına, ön ve son test arasındaki farklılığa bakıldığında (Tablo 18-19-20-21-22) deney grubu öğrencilerinin soyutlama becerilerinde oldukça olumlu gelişmeler gözlemlenmiştir. Tersine kontrol grubu test sonuçlarında ise anlamlı bir ilerleme gözlemlenmemiştir. Bunun yanı sıra elde edilen nitel bulgulardan oluşturulan temalar; cebirsel ifade kullanma, örüntü kuralı oluşturma, ortak özellik ve cebirsel ifadelerde işlemlerdir. Nitel bulguları ayrıntılı incelenen öğrenciler, odak grubu öğrencileri olmuştur. Bu öğrencilerin sonuçları soyutlama becerileri göstergelerine göre değerlendirilmiş ve temaları soyutlayıp soyutlayamama durumlarına göre aşağıda Tablo 66 oluşturulmuştur.

Tablo 66

6. Sınıf SBT1-CCTT son test temalarını oluşturma-pekiştirme sonuçları

Öğrenciler / Temalar	Emre(D)		Kadir(D)		Pınar(O)		Damla(O)		Nisa(O)		Eylül(Y)		Buse(Y)		Sude(Y)		Malik(Y)	
	O	P	O	P	O	P	O	P	O	P	O	P	O	P	O	P	O	P
Örüntü Kuralı Oluşturma	−	−	−	−	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
Cebirsel İfade Kullanma	⊥	−	⊥	−	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
Ortak Özellik (Değişken)	−	−	⊥	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
Cebirsel İfadelerde İşlemler	⊥	−	⊥	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+

Bulunan sonuçlar, Altun ve Yılmaz'ın (2010), Memnun ve diğerlerinin (2017) çalışmasının sonuçları ile paraleldir. Öğrencilerden orta ve yüksek başarı düzeyine sahip öğrenciler cebirsel ifadeler, örüntü, cebirsel ifadelerde işlemler gibi kavram ve genellemelerinin tümünü doğru şekilde oluşturmuş ve pekiştirebilmişlerdir. Başarı düzeyi düşük öğrencilerden

Emre örüntü kuralını değişken kullanarak *oluşturamamış ve pekiştirememiştir*. Fakat 7. sınıfta denklem kurma temasını soyutladığı gözlemlenmiştir. Bu durumda öğrencilerdeki soyutlama becerileri süregelen bir boylamsal çalışma ile daha rahat gözlemlenebilir. Öğrenci 6. sınıfta soyutlayamadığı bir kavramı bir sonraki sınıfta soyutlayabilmektedir. Buradan anlaşılacağı üzere, soyutlama bir kere olmuyorsa bir daha olmayacağı anlamına gelmez. Bu durum, Özmantar' ın (2004) çalışmasıyla paralel şekilde *pekiştirilen oluşturmaların* (consolidated constructions) soyutlandığını söylemek mümkündür.

Nitel bulgularda başarı düzeyi düşük öğrencilerden Kadir ve Emre isimli öğrenci de 6. sınıf düzeyinde yapılan ön ve son testlerde cebirsel ifade kullanma ve cebirsel ifadelerde işlemler temalarında Tablo 66'da görüldüğü üzere *kısmi doğru oluşturmalar* gözlemlenmiştir. Emre isimli öğrenci *kısmi doğru oluşturma* sağlamış olmakla birlikte pekiştirme basamağında başarılı olamamıştır. Kadir isimli öğrenci ise *kısmi doğru oluşturma* sağlayıp *pekiştirme* basamağına ulaşmıştır. Bu durum zaman zaman sınıf içinde yapılan uygulamalarda karşılaşılan bir durumdur. Öğrenciler *kısmi doğru yapılar* elde etseler de sonrasında kavramı ya da genellemeyi pekiştirebilmişlerdir. Yani başka kavram üzerinde önceki *kısmi oluşturdukları* kavramı kullanabilmişlerdir.

Benzer sonuçlar Ron, Dreyfus ve Hershkowitz'in (2010) Kısmi Doğru Oluşturma (PaCC) ile ilgili ilk çalışmasında da elde edilmiştir. Dreyfus ve diğerlerine göre "Bilgi dinamik bir yapıya sahiptir, öğrenenlerin de edindikleri bilgiyi tüm ayrıntılarıyla kavramaları mümkün değildir, bu yüzden öğrenenin bilgisi her zaman kısmidir." Bu tez çalışması da sınıf ortamında uygulandığı için yukarıdaki çalışmalarla benzer şekilde öğrencilerin kısmi doğru oluşturmalara ulaştıkları gözlemlenmiştir.

Benzer şekilde Smith, diSessa ve Rochelle (1993) *kısmi doğru oluşturmayı* Knowledge in Pieces şeklinde ele almışlar ve KiP'e göre matematiksel bilginin birbiriyle ilişkili genel kuralları olduğundan, ön bilgi (prior knowledge) tamamlanamasa da ya da hatalı olsa da bilişsel gelişimin birincil kaynağı olduğunu belirtmişlerdir.

Yine benzer şekilde Wagner ve diSessa'ya göre (2005) bir kavram, birçok eleman ve ilişki içeriyorsa, bazıları eksik veya bozuk olabilir, bu yüzden kavramı "elde etme (having) " ile "elde etmeme (not having) " arasında keskin bir çizgi yoktur.

Literatürde kısmi doğru yapılarla ilgili yapılmış sadece iki çalışma olup bu ikisinden elde edilen bilgiler ile yapılan bu tez çalışması karşılaştırıldığında benzer sonuçlar elde edilmiş olup sınıf içinde yapılan bu tez çalışması ile bilginin oluşumunun *kısmi* olabildiği gözlemlenmiştir (Ron ve diğerleri, 2010; 2017).

Altıncı sınıf düzeyinde hazırlanan öğretim tasarımının, RBC+C modelini gözlemlemeye elverişli olduğu ön ve son testlerden elde edilen nitel ve nicel bulguların sonuçları tablosunda görülmektedir (Bkz. Tablo 51). Hazırlanan etkinliklerle yapılan eğitim sonrası öğrencilerin soyutlama süreçleri incelendiğinde RBC+C modelinin basamaklarına ulaşan öğrenciler deney grubunun çoğunluğunu teşkil etmektedir. Elde edilen sonuçlar literatürle karşılaştırıldığında sınıf içi çalışmalar pek görülmese de bireysel çalışmalar da benzer sonuçlar görülmektedir (Altun, 2010; Çelebioğlu & Altun, 2013; Hershkowitz vd, 2001; Katrancı & Altun, 2013; Türnüklü, 2006; Yeşildere, 2008) Yapılan bu çalışmalarda öğrencilerin epistemik eylemlerin hangi basamaklarına ulaşıp ulaşmadığı incelenmiş ve bu incelemenin yapılması için hazırlanan öğretim bağlamının önemli olduğu vurgulanmıştır.

5.1.2. Hazırlanan Öğretim Tasarımının 7. Sınıf Öğrencilerinin Soyutlama Becerilerinin Gelişimi Üzerindeki Etkisine Yönelik Tartışma. Yedinci sınıfta hazırlanan öğretim tasarımının uygulanmasının ardından belirlenen tematik çerçeveyle analiz edilen soyutlama becerileri göstergeleri ayrı ayrı tartışılmıştır. Öğrencilere 7. sınıfın başında yapılan SBT2 sınavının sonuçları, oluşturulan temalarla sonuçları aşağıda Tablo 67'de paylaşılmıştır.

Tablo 67

7. sınıf SBT2 Temalarını Oluşturma- Pekiştirme Sonuçları

Temalar \ Öğrenciler	Emre(D)		Kadir(D)		Pınar(O)		Damla(O)		Nisa(O)		Eylül(Y)		Buse(Y)		Sude(Y)		Malik(Y)	
	O	P	O	P	O	P	O	P	O	P	O	P	O	P	O	P	O	P
Denklem Kurma	–	–	⊥	–	+	+	+	+	⊥	–	+	+	+	+	+	+	⊥	–
Denklemde Değişkeni İfade Etme	–	–	–	–	⊥	–	–	–	–	–	–	–	+	+	–	–	–	–
Değişkenler Arası İlişkiyi Tablo ile Gösterme	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
Değişkenler Arası İlişkiyi Grafik ile Gösterme	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–

Tablo 67'de görüldüğü üzere 7. sınıftaki uygulama öncesi öğrenciler herhangi bir cebir kavram ve genellemesini soyutlamadıkları için SBT2'deki sorulara cevap verememişlerdir. Sadece denklem kurma temasıyla ilgili sorulara 6. sınıftaki cebir kavram ve genelleme bilgilerinden yararlanarak doğru *oluşturma sağlayıp pekiştiren* öğrenciler, Pınar, Damla, Buse, Sude ve Eylül olmuştur. Bunların dışında Kadir, Nisa ve Malik *kısmi doğru oluşturma* sağlamışlardır, denklemi oluşturmuşlar fakat çözememişlerdir. Burdan anlaşılacağı üzere öğrenciler herhangi bir öğretim uygulanmadan soyutlama becerilerine ulaşamamışlardır. Uygulama öncesi ön bilgilerinin olmadığı sonucuna varılmıştır. Yedinci sınıfta yapılan SBT3

Testi'ne ait belirlenen odak grup öğrencilerinin nitel verilerine ait sonuçlar Tablo 68'de yer almaktadır.

Tablo 68

7. Sınıf SBT3 Temalarının Oluşturulma- Pekiştirilme Sonuçları

Temalar \ Öğrenciler	Emre(D)		Kadir(D)		Pınar(O)		Damla(O)		Nisa(O)		Eylül(Y)		Buse(Y)		Sude(Y)		Malik(Y)	
	O	P	O	P	O	P	O	P	O	P	O	P	O	P	O	P	O	P
Denklem Kurma	+	–	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
Denklemde Değişkeni İfade Etme	⊥	–	⊥	–	+	+	+	+	⊥	–	+	+	+	+	+	+	+	+
Değişkenler Arası İlişkiyi Tablo ile Gösterme	–	–	⊥	+	+	+	⊥	–	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
Değişkenler Arası İlişkiyi Grafik ile Gösterme	⊥	–	⊥	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+

Tablo 68'de görüldüğü üzere 7. sınıfta hazırlanan öğretim tasarımı yardımıyla yapılan uygulama sonrası SBT3 uygulanmış ve öğrencilerin soyutlama becerilerini ölçen göstergelere ait tablo hazırlanmıştır. Bu tabloda görüldüğü üzere genel olarak öğrenciler soyutlama becerilerini geliştirmişler ve *bağlamdan soyutlamayı* (AiC) gerçekleştirmişlerdir.

Özelde ise başarı düzeyi düşük Emre kod isimli öğrenci, *denklem kurma* temasına ait oluşturma basamağını gerçekleştirdiği halde, *pekiştirme* epistemik eylemini gerçekleştiremediği görülmektedir. *Denklemde değişkeni ifade etme* temasına ait soyutlama becerilerini *kısmi olarak* *doğru oluşturan* öğrenciler, Emre, Kadir ve Nisa'dır. Bu öğrenciler *kısmi doğru oluşturma* sağlayıp, *pekiştirme* basamağına geçememişlerdir.

Değişkenler arası ilişkiyi tablo ile gösterme temasını başarı düzeyi düşük Emre'nin soyutlayamadığı gözlemlenmiştir. Kadir bu temada *kısmi doğru yapılara* ulaşsa da değişkenler arası ilişkiyi tablo ile gösterme temasını doğrusal denklemlerin grafiği kavramı üzerinden *pekiştirmiştir*. *Kısmi doğru oluşturma* ile kavramı pekiştirme literatürde rastlanan bir durum olmasa da bu çalışmanın boylamsal bir yapıya sahip olması ve sınıf ortamında yürütülmesi nedeniyle bu çalışma da karşılaşılan bir durum olmuştur. Çalışmanın özgünlüğünü göstermesi açısından bu sonuç önemlidir. Damla kod adlı öğrenci ise aynı temada, *kısmi doğru oluşturma* sağlamıştır. Fakat kısmi *doğru oluşturması* kavramı *pekiştirmesine* yardımcı olmamıştır.

Bu çalışma göstermektedir ki, *kısmi doğru oluşturmaya* ulaşan Kadir ve Damla isimli öğrencilerden Kadir, söz konusu kavram veya genellemeyi pekiştirebilmişken Damla pekiştirememiştir. Bunun nedeninin ise, aslında *kısmi doğru oluşturmada* öğrencinin doğru bilgiden yola çıkıp yanlış bilgiye ulaşmasından kaynaklandığını Dreyfus ve diğerleri (2010) yaptıkları çalışmayla göstermişlerdir. Bundan dolayı da aslında Kadir, verilen etkinlikte oluşturmasını göstermekte eksik kaldığı için kısmi doğru oluşturma sağlamış, yani değişkenler arası ilişkiyi grafikle gösterme becerisini *kısmi doğru oluşturmuş*, ama aynı zamanda bu kavramı pekiştirmek için verilen parçalı fonksiyon grafiğini doğru yaparak kısmi doğru oluşturmadan pekiştirme basamağına ulaşabildiğini göstermiştir.

Değişkenler arası ilişkiyi grafikle gösterme temasını eksik soyutlayan başarı düzeyi düşük olan Emre ile Kadir'dir. Her ikisi de *kısmi doğru yapıya* ulaşmışlardır, fakat Kadir ilerleyen günlerde *pekiştirme* basamağına ulaşsa da Emre pekiştirememiştir. Burada da yine *kısmi doğru oluşturma* basamağına ulaşan iki öğrenciden birinin aynı beceriyi pekiştirebildiğini diğerinin ise pekiştiremediği sonucuna varılmıştır.

Literatürde doğrusal denklemlerin grafiğini sınıf ortamında bir öğretim tasarımı yardımıyla öğrencinin soyutlaması sağlandıktan sonra bunun sonuçlarını inceleyen çalışmaya rastlanmadığından ötürü, bu durum bu çalışmanın özgünlüğünü ortaya koyması bakımından literatüre önemli katkı sağlayacaktır. Genelde yapılan çalışmalar bireysel soyutlama süreçlerine odaklanmakta ve kısmi soyutlama süreçlerine değinilmektedir (Altun, Memnun, 2012; Katrancı, Altun, 2013; Monoghan & Özmantar, 2004). Daha önce de belirtildiği gibi kısmi soyutlama veya diğer bir deyişle kısmi doğru oluşturmayı içeren sadece iki çalışma bulunmaktadır (Ron vd., 2010; 2017). Belirtilen çalışmalarda ise olasılık ve istatistik konuları üzerinden soyutlamayı incelemişlerdir.

Tablo 68'de görüldüğü üzere yukarıda ayrıntılı sonuçları paylaşılan öğrenciler dışında diğer tüm öğrenciler *oluşturma ve pekiştirme* basamaklarına ulaşmış olup 7. sınıf cebir kavram ve genellemelerini soyutlamışlardır. Bu durumda hazırlanan öğretim tasarımının öğrencilerin soyutlama becerilerini geliştirme üzerindeki etkisi güçlüdür denebilir. Yapılan testlerin sonuçları kontrol grubuyla kıyaslandığında deney grubunun çok daha yüksek sonuçlar elde ettiği belirlenmiştir.

5.1.3 Altıncı Sınıfta Yapılan Uygulamanın Yedinci Sınıfta Yapılan Uygulamaya Etkisine Yönelik Tartışma. Tez çalışmasının iki yıl boyunca sürmesi öğrencilerin soyutlama süreçlerini ayrıntılı olarak incelemeye imkân vermiştir. Özellikle soyutlama süreçlerini inceleme üzerine boylamsal bir çalışma olmadığı için genel olarak literatürdeki boylamsal çalışmalar incelendiğinde ortak olan bir durum bu çalışmada da gözlemlenmiştir ki, öğrenciler uzun süren uygulamalarda kavram ve genellemeleri unutabilmektedirler (Sezer, 2019). Aslında boylamsal çalışmalar yapılan öğretimin kalıcılığı hakkında fikir vermektedir. Fakat deney grubundaki öğrencilerin kontrol grubundaki öğrencilere göre daha az unuttukları yapılan ön ve son testlerin sonuçlarında görülmektedir. Altıncı sınıftan yedinci sınıfa geçen öğrencilerin bir kısmı soyutladıkları cebir kavram ve genellemelerini unutmuşlardır. Ama burada dikkati çeken husus şudur ki yedinci sınıftaki uygulama başladığında öğrencilerin büyük çoğunluğu eski soyutladıkları bilgileri geri çağırmışlardır. Bunda öğretim tasarımının soyutlama becerilerini geliştirmedeki payının büyük olmasının etkisi bulunmaktadır.

Yapılan soyutlama becerileri testi sonuçlarına ve sınıf içi gözlemlere bakıldığında 6. sınıftaki uygulamanın sonunda öğrencilerin sınıf ortamında soyutlama süreçlerinde oldukça yüksek düzeyde gelişmeler olduğu sonucuna varılmıştır. Yedinci sınıfa geçiş yaptıklarında bir kısım soyutladıkları bilgilerde kayıplar olsa da 7. sınıftaki uygulama boyunca eski bilgilerin çabucak hatırlayıp işe koştukları da araştırmacının dikkatinden kaçmamıştır.

Bu bölümde boylamsal çalışmanın önemine de vurgu yapmak gerekir ki soyutlama süreçleri süreklilik gerektiren bir süreçtir. O yüzden çalışmanın iki yıl sürmesi de öğrencilerin cebir kavram ve genellemelerini soyutlama süreçlerinin her aşamasını rahatlıkla gözlemleme imkânı vermiştir. Bazı durumlarda öğrencilerin 6.sınıfta oluşturamadığı bazı kavramları 7. sınıfta rahatlıkla oluşturabildikleri gözlemlenebilmiştir.

Literatürde soyutlama süreçlerini inceleyen çalışmalara bakıldığında, boylamsal bir çalışmaya rastlanmadığından bu tez çalışmasının boylamsal bir çalışma olması, çalışmanın özgünlüğünü ortaya koyan farklı bir noktadır. Literatürdeki çalışmalar genellikle kısa süreli durum çalışmalarından oluşmaktadır.

5.1.4. RBC+C Modelinin Soyutlama Becerilerinin Analizi Üzerindeki Etkisine Yönelik Tartışma. İki yıl süren çalışmanın en başında 6. ve 7. sınıflar için soyutlama süreçlerini gözlemlemeye imkân veren bir öğretim tasarımı oluşturulma ihtiyacı doğmuştur. Bu öğretim tasarımı hazırlanırken tasarım aracı olarak kullanılacak aracın, aslında bulguların analizinde kullanılacak olan RBC+C modeli olabileceği belirlenmiştir. Böylece RBC+C modeli bu çalışmada tasarımı hazırlama sürecinde de kullanıldığından “tasarım aracı” olarak da işlev görmüştür.

Hazırlanan öğretim tasarımının soyutlama becerilerinin gelişimine sunduğu katkıyı analiz etmek için bir modele ihtiyaç duyulmuştur. Araştırmacı, uzman görüşüne başvurarak yaptığı araştırmalar sonunda soyutlama süreçlerini analiz etmek için en uygun modelin RBC+C modeli olduğu kanısına ulaştığından, bu modeli elde ettiği verilerin analizinde kullanmıştır. Bu şekilde kullanıldığında ise model, “tanılama aracı” işlevine sahip olmuştur.

Bu tez çalışması örgün öğretim sürecinde sınıf içinde yürütüldüğünden ve aslında düzenli olarak günlük hayatta soyutlamanın ana merkezi olan matematik derslerindeki süreci izlerken “bilgilendirici bir araç” (informative tool) olarak yine RBC+C modeline başvurulmuştur.

5.1.4.1. RBC+C Modelinin Aracı Olduğu Tespit Edilen Alanlar. RBC+C modelinin aracılık ettiği üç farklı alan, bu tez çalışması aracılığıyla tespit edilmiştir. Tespit edilen bu alanlara sonuç kısmında yer vermek gerekirse bu maddeler aşağıdaki gibi sıralanmıştır.

5.1.4.1.1. Tanılama Aracı (Diagnostic Tool) olarak RBC+C Modeli. Araştırmacı, RBC+C modelini Soyutlama Becerilerinin analizinde kullanırken bu aracın “Tanılama Aracı” (Diagnostic Tool) olarak görev aldığını belirlemiştir. Literatürdeki çalışmalar da RBC+C modelinin tanılama aracı olarak kullanıldığını desteklemektedir (Altun, 2008; Altun & Yılmaz, 2008; Çelebioğlu & Altun, 2011; Durmaz & Altun, 2013; Katrancı & Altun, 2013; Memnun & Altun, 2012; Ulaş & Yenilmez, 2017; Yeşildere, 2008). Adı geçen çalışmaların tümünde RBC+C Modeli, öğrencilerin oluşturulmak istenen kavram ve genellemenin soyutlama sürecini incelerken tanılama aracı olarak kullanılmıştır. Bu zaten modelin literatürdeki araştırmalarda kullanım şeklidir.

5.1.4.1.2. Tasarım Aracı (Designing Tool) Olarak RBC+C Modeli. Bu tez çalışması ile RBC+C modelinin “tanılama aracı” olmasının yanında aracı olduğu başka durumların olduğu da tespit edilmiştir. Araştırmacı bu tez çalışmasıyla diğer durumları ortaya koymaya çalışmıştır. Bu nedenle, model aynı zamanda "tasarım aracı" (designing tool) olarak da kullanılabilir. "Tasarım aracı" ile kastedilen hazırlanan öğretim tasarımının hazırlık aşamasında bu modelden yararlanılmasıdır. Yani öğretim tasarımının RBC+C modelindeki basamakları gözlemlemeye imkân vermesi, tasarımın öğrencilerdeki soyutlama becerilerini geliştirmedeki katkısını arttırmıştır. Hazırlanan etkinlikleri soyutlama becerilerini gözlemlemeye elverişli şekilde hazırlayınca soyutlama sürecini daha ayrıntılı görmek mümkün olmuştur.

Literatüre bakıldığında RBC+C modelinin tasarım aracı olarak kullanıldığı bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bundan dolayı bu tezde ilk defa RBC+C modeli, tasarım aracı olarak kullanıldığından dolayı çalışmaya özgün bir boyut kazandırmıştır.

5.1.4.1.3. Bilgilendirici Araç (Informative Tool) Olarak RBC+C Modeli. Yukarıda açıklanan iki aracın yanı sıra, RBC+C Modeli, bu çalışmada "bilgilendirici araç" rolünü de üstlenmiştir. Tez çalışması sırasında "bilgilendirici araç" olarak kullanıldığı fark edilen durumlar olduğu için bu isim kullanılmıştır. Literatürde yapılan çalışmalara bakıldığında modelin kurucuları olan Hershkowitz ve diğerlerinin (2001), RBC+C modelini ve PaCC'ı, "açıklayıcı araç" (explanatory tool) olarak tanıttığı çalışmalar mevcuttur (Ron ve diğerleri; 2010).

Bu tez çalışmasının sınıf ortamına taşınmak istenmesinin özel amacı, öğrencilerin soyutlama becerilerini gözlemleme aracı olarak belirlenen RBC+C modelinin aynı zamanda bilgilendirici araç olarak işlev gördüğünün fark edilmesidir. Literatürde yapılan çalışmaların çoğunun bireysel ya da küçük gruplar üzerinde denenmiş olması modelin "tanılama aracı" olarak kullanılmasından kaynaklanır. Aslında soyutlama süreçleri, örgün eğitimde sınıf ortamında her gün gerçekleşen bir olaydır. Bu yüzden sınıf ortamında çalışılması, öğretimin verimliliği ve ekonomisi bakımından bir ihtiyaç olarak görülmektedir. Bundan dolayıdır ki; bu model sınıf ortamında yapılan bu çalışma için, öğrencilerin soyutlama sürecini sınıf ortamında açıklamaya yaradığından "bilgilendirici araç" rolü üstlenmiştir.

Öğrencilerin soyutlama süreçleri hakkında ayrıntılı bilgi vermeyi sağladığı için RBC+C modeli bu tez çalışmasında "bilgilendirici araç (informative tool)" rolü üstlendiğini gösteren örneklere yer vermek gerekirse, öğrencilerin sınıf ortamında oluşturulan gruplardaki etkileşimle soyutlamalarını arttırdıkları gözlemlenmiştir. Öğretmen tek başına aktaran konumdan çıktığı için sosyal etkileşimle soyutlama becerilerinin arttığı gözlemlenmiştir. Hazırlanan etkinliklerin soyutlama becerilerindeki başarıyı arttırdığı gözlemlenmiştir.

5.1.5. Odak Grup Öğrencilerinin Nitel Çalışmadaki Soyutlama Becerilerinin Analizine Yönelik Tartışma

Araştırmanın üçüncü aşamasında öğrencilerle iki yıl boyunca boylamsal olarak yürütülen çalışmanın ardından altı ay sonra deney grubundan seçilen odak grup öğrencileriyle soyutlama becerilerinin derinlemesine incelemesini sağlamak için nitel bir çalışma yürütülmüştür. Bu çalışmadan elde edilen bulgulara ait sonuçlar Tablo 69'da paylaşılmıştır.

Tablo 69

Odak Grup Öğrencilerinin OGGT Temalarına Ait Oluşturma-Pekiştirme Sonuçları

Temalar \ Öğrenciler	Emre(D)		Kadir(D)		Pınar(O)		Damla(O)		Nisa(O)		Eylül(Y)		Buse(Y)		Sude(Y)		Malik(Y)	
	O	P	O	P	O	P	O	P	O	P	O	P	O	P	O	P	O	P
Denklem Kurma ve Çözme	–	–	⊥	–	+	+	⊥	–	⊥	–	+	+	+	+	+	+	+	+
Doğrusal Denklemlerin Grafiğinden Yararlanarak Parçalı Fonksiyon Oluşturma	–	–	⊥	–	+	+	⊥	–	+	+	+	+	⊥	–	+	+	+	+

Tablo 69'da görüldüğü üzere soyutlama sürecinde önem arz eden, oluşturma basamağından sonra gelen pekiştirme basamağını daha yakından ve ayrıntılı olarak seçilen odak grup üzerinde incelemek, uygulamanın 3. aşamasının ana amacı olmuştur. Bu amaca uygun olarak öğrencilerin parçalı fonksiyon kavramını *oluşturma* üzerinden doğrusal denklemler grafiğini *pekiştirme* süreçleri incelenmiştir.

Başarı düzeyi düşük olan öğrencilerden Emre'nin her iki temayı da oluşturamadığı gözlemlenmiştir. Burada dikkati çeken önemli bir husus şudur ki Emre, hem 6 hem de 7.sınıftaki uygulamalarda *kısmi doğru oluşturmalara* ve *doğru oluşturmalara* ulaşıp kavramları *pekiştirebildiğ*i halde uygulamanın son aşamasındaki her iki temayı da soyutlayamamıştır. Buradan anlaşılacağı üzere soyutlama süreci sürekli değişen ve dönüşen bir yapıya sahiptir. Bilginin kırılganlığı bir kez daha bu tez çalışmasıyla kendini göstermiştir. Öğrenen, zaman içinde değişen şekilde soyutlama düzeylerine sahip olabilmektedir.

Başarı düzeyi düşük olan Kadir ve başarı düzeyi orta olan Damla ise her iki tema için *kısmi doğru oluşturma* gerçekleştirmiş ve kavramları *pekiştirememişlerdir*. *Pekiştirme* oluşturulan kavramın bir üstünde yer alan kavramı oluştururken pekiştirildiği için öğrencilerden başarı düzeyi düşük olan öğrencilerin bu noktada zorlandıkları sonucuna varılmıştır.

Burada elde edilen ilginç bir sonuç da şudur ki, ilk tema olan denklem kurma ve denklem çözmede orta başarı düzeyine sahip Nisa kısmi doğru oluşturma elde etse de ikinci tema olan doğrusal denklemlerin grafiğinden yararlanarak parçalı fonksiyon oluşturmada hem *oluşturma* hem *pekiştirme* epistemik eylemine ulaşabilmiş yani temayı soyutlamıştır. Bu tez çalışmasında sık rastlanılan bir durum olmuştur. Öğrenciler kimi zaman bazı kavramları tam olarak soyutlayamazken, bir sonraki kavram oluşturmada önceki kavramı pekiştirebilmişlerdir. Çıkarılacak sonuç, öğretim sınıf ortamında olduğundan öğrencinin öğretim süreci devinimsel olarak devam ettiğinden bazı kavramlar oluşturulamazken onun ilerisindeki bir başka kavram soyutlanabilmiştir.

Başarı düzeyi yüksek öğrencilerden Buse ise ilk temayı soyutlarken ikinci temayı *kısmi doğru oluşturma* basamağına kadar ulaştırabilmiştir. Bunun dışında kalan diğer öğrencilerin her iki temayı da tam olarak *oluşturup pekiştirebilmişlerdir*.

Elde edilen sonuçlar Ron, Dreyfus ve Hershkowitz'in (2010; 2017) çalışmalarıyla benzerlik göstermektedir. Fakat söz konusu çalışmalar, boylamsal bir yapıya sahip olmadığından ve bireysel boyutta kaldığından *kısmi doğru oluşturmaların* zaman içerisinde nereye evirildiğini gözlemlemeleri mümkün olmamıştır. Bu tez çalışmasıyla öğrencilerdeki soyutlama sürecinin iki yıl içinde kalıcılığını ve hangi noktalara evirildiğini gözlemlemek mümkün olmuştur. Örneğin Buse isimli öğrenci başarı düzeyi yüksek bir öğrencidir, soyutlama sürecinde oldukça başarı göstermiştir, tüm kavram ve genellemeleri soyutladığını söylemek mümkündür fakat uygulamanın son aşamasında parçalı fonksiyon kavramını doğrusal denklemlerin grafiği üzerinden soyutlayamamıştır. Bu tez çalışmasında tüm şartlar soyutlama süreçlerini kolaylaştıracak şekilde düzenlendiği halde yine de pekiştirme basamağına nadiren de olsa ulaşamayan öğrenciler olmuştur. Kontrol grubunda ise öğrencilerin soyutlama becerileri deney grubundaki öğrencilerden çok daha düşük düzeyde kalmıştır. Bu sonuca, CCTT, SBT2 ve SBT3 sonuçlarına bakılarak ulaşılmıştır.

5.1.6. Hazırlanan Öğretim Tasarımının Öğrencilerin Soyutlama Becerilerine Etkisinin Değerlendirilmesi. İki sene boyunca yürütülen araştırmanın amacı öğrencilerin sınıf içindeki soyutlama süreçlerini gözlemlemek olduğundan, buna en uygun öğrenme ortamını tasarlamak ve her düzeye uygun bir öğretim tasarımı oluşturmak işin en önemli parçasıydı. Bu süreçte oluşturulan etkinlikler yapılandırmacı kuram ve GME'ye uygun bir şekilde hazırlanmıştır. Sürecin analizi RBC+C modeli ile gerçekleştirildiğinden tasarım sürecinde de bu basamakları gözlemlemeye elverişli etkinlikler seçilmesi gerekmiştir. Yani RBC+C modeli de tasarım aracı olarak işe koşulmuştur.

Öğrenme ortamında yaşamsal bağlamlar oluşturmanın önemi büyüktür. Öğrenciler yaşamsal buldukları öğrenme ortamlarında daha kolay şekilde öğrenmektedirler. Bundan dolayı ders tasarımları yapılırken öğretilecek kavrama uygun yaşamsal etkinlikler tasarlamak önemlidir. Etkinlikler ne kadar yaşamsal ise öğrencinin öğrenmeye olan ilgisi o kadar artmaktadır. Böylelikle öğrencilerin ilgi duydukları bağlamdan matematiksel bilgiyi soyutlamaları ile bilgi oluşturmaları sağlanmaktadır. Cebir kavram ve genellemeleri de ortaokulda soyutlama süreçlerinin derinlemesine gözlemlenebildiği konulardan olduğundan bununla ilgili hazırlanan öğretim tasarımının soyutlama sürecine katkısı artmıştır.

Aslında hem öğrencinin soyutlamasını kolaylaştıran tasarım oluşturmak, hem de bunu uygulayıp soyutlama süreç becerilerinin ne kadar geliştiğini gözlemlemek çalışmayı değerli ve farklı kılan özelliklerindendir. Bundan dolayı soyutlama yapmanın merkezi olan sınıf ortamında, geliştirilen ders tasarımlarıyla öğrencilerin gelişim süreçlerini incelemek oldukça etkili olmuştur.

Ders tasarımları yapılırken gerçek yaşam durumlarını temel alan etkinliklerle derse başlanmalıdır. Hazırlanan etkinlik bir kavramı öğretmeye yönelik olmalıdır. Kimi zaman ders, bir taşıyıcı soru ile başlayabilir (Altun, 2019). Öğrenciler, sorgulayıcı toplum kuralına uygun olarak rahatlıkla sınıf içinde oluşturulan grupları içerisinde verilen etkinliklerle ilgili fikirlerini akranlarına danışıp birbirlerine sorarak soyutlama süreçlerini kolaylaştırabilmektedir.

Oluşan kavram ya da genelleme bilgisi kırılgan yapıya sahip olduğundan yani RBC+C modelinde basamak olan pekiştirilmeye ihtiyaç duyduğundan taşıyıcı soru ve etkinliğin arkasından kavrama uygun uygulama problemleriyle derse devam edilmelidir. Bu uygulama soru ya da problemleri de aynı şekilde gerçek yaşam problemlerinden seçilmelidir.

İki yıl süren boylamsal tez çalışmasından elde edilen sonuçları özetlemek gerekirse;

i) Sınıf içinde öğretim sırasında soyutlama süreçlerini iki yıl boyunca inceleyen bir çalışma olduğundan uzun bir çalışma olmuştur.

ii) Soyutlama süreçlerini incelemek için hazırlanan, Yapılandırmacı kuram ve GME temelli öğretim tasarımının süreci incelemeye katkısı büyük olmuştur. Bundan dolayı sınıf ortamındaki öğretimlerde öğretim tasarımının içeriğinin önemli olması, çalışmanın önemli sonuçlarındandır.

iii) Başlangıçta çalışmanın amaçları arasında yer almasa da soyutlama sürecini incelemede kullanılan RBC+C modelinin sadece "tanılama aracı" olmadığı aynı zamanda "bilgilendirici" ve "tasarım" aracı olarak da kullanılabileceği bilgisi, çalışmanın kendiliğinden ortaya çıkan sonuçları arasında yer almıştır.

iii) Literatürde sadece iki çalışmada yer alan, sınıf içindeki soyutlama süreçlerini gözlemlerken kullanılan "kısmi soyutlama", "kısmi doğru yapılar" kavramları, yurt içinde yapılan çalışmalar içinde ilk defa bu tez çalışmasında yer alması bakımından çalışmanın önemli bir sonucu olmuştur.

iv) Çalışmanın önemli sonuçlarından biri de soyutlama değerine doğruluk atfedilmediği için yanlış soyutlama da yapılabileceği ve bu soyutlamanın gelecek soyutlamalarda öğrencinin doğru bilgi oluşturmasına engel teşkil edebileceğidir. Çalışma boylamsal olduğu için bunu incelemeye imkân vermiştir. Ayrıca RBC+C modelindeki epistemik eylemlerden "R" ve "C" eylemleri için alt kategoriler oluşturulabileceği de bu çalışmanın sonuçlarındandır.

5.2. Öneriler

Ortaokul 6. ve 7. sınıf öğrencileri için hazırlanan öğretim tasarımı yardımıyla yapılan çalışmanın, öğrencilerin soyutlama becerilerinin gelişimine farklı şekillerde katkı sağladığı görülmüştür. Bu bölümde araştırmada ulaşılan sonuçlar ışığında, matematik öğretimi için öneriler, araştırma sonuçlarına dayalı olarak gelecek çalışmalar için öneriler, araştırmaya benzer öğretim tasarımı yardımıyla sınıf ortamında yapılacak çalışmalar için öneriler şeklinde üç başlık altında toplanmıştır.

5.2.1. Araştırma sonuçlarına göre matematik öğretimi için öneriler. Soyutlama matematik bilginin oluşmasında en temel bir süreçtir, bu yönüyle kavramların nasıl soyutlandığının öğretime yansımaları beklenir. Öğrencilerin soyutlama süreçleri genellikle sınıf ortamında gerçekleştiğinden bu ortamın gerek tasarımsal açıdan gerek uygulama açısından yönetilmesi matematik öğretiminde oldukça önemli bir yere sahiptir. Türkiye'de ya da yurt dışında yapılan örnek çalışmalara bakıldığında çalışmaların büyük çoğunluğu bireysel çalışma olarak kalmıştır. Soyutlama süreçlerini incelemeyi sınıf ortamına entegre eden çalışmalara ağırlık vermek bu açıdan önem arz edecektir. Bu çalışmada cebir kavram ve genellemeleri ele alınmıştır, yapılacak yeni çalışmalarda öğrencilerin zorlandıkları alanlardan olan geometri öğrenme alanında ya da istatistik ve olasılık öğrenme alanında yeni çalışmaların yapılması önerilebilir. Ya da lise müfredatında yer alan konuların soyutlanma süreçlerini incelemek için ders tasarımları hazırlanarak uygulanıp sonuçlarının analiz edilmesi matematik öğretiminde önemli olacaktır.

Ortaokul müfredatında öğrencilerin liselere giriş sınavlarında karşılaştıkları, soyutlamakta zorlandıkları konuları belirleyip bu konular üzerine soyutlama süreçlerini inceleyecek çalışmalara ağırlık verilebilir.

5.2.2. Araştırmaya benzer öğretim tasarımı yardımıyla yapılacak çalışmalar için öneriler. Bu araştırmanın hem boylamsal olması hem süreç analizi gerektirmesi hem de öğretim tasarımı yardımıyla yapılıp uygulanması nedeniyle zaman zaman ders tasarımlarının hazırlık aşamasında ve sınıf içi gözlemlerde yoğun iş yüküne maruz kalmaktan ötürü veri kaybı ya da zor yetişen ders tasarımları söz konusu olmuştur. Bundan dolayı bundan sonraki benzer çalışmalar için önerim, hazırlanacak ders planlarının çok daha önceden hazırlanmasıdır.

Araştırmanın ilk aşaması tasarım tabanlı olması nedeniyle tasarım döngülerinin sayıca daha fazla olması gerekmektedir ki tasarımdaki yanlışları revize ederek hata payını en aza indirgemek mümkün olsun, ama bu çalışmada zaman mefhumundan dolayı bu döngüler daha az sayıda kalmıştır. Yapılacak yeni çalışmalarda tasarım döngülerinin arttırılması önerilebilir.

Araştırmanın üçüncü aşaması olan durum çalışması kısmında başarı düzeyi düşük öğrencilerin uygulamaya katılımı ve isteği az olmuştur. Çünkü öğrencilerin seçmeli derslerinde bu çalışma yapıldığından katılmakta güçlük çekmişlerdir. Başarı düzeyi düşük öğrencilerin soyutlama sürecinde karşılaştıkları zorlukları inceleyip çözümler üretme adına onları istekli hale getirecek formüller üretilebilir.

Sınıf içinde uygulaması yapılan bu tez çalışması, 32-34 öğrenciyle yapıldığı için sınıf içinde alınan ses kayıtlarını ayırt etmek ya da tek tek her öğrenci için yapılması mümkün olmamıştır. Bundan dolayı çalışmadaki nitel bulgular, öğrencilerden elde edilen dokümanlar olan etkinlik kağıtları, yapılan ön ve son testlerdeki cevaplar olmuştur. Bundan sonraki çalışmalarda ses kayıtlarını alırken öğrencilerin oluşturdukları grupları daha yakından kayda almakla ilgili yollar denenebilir.

5.2.3. Araştırma sonuçlarına dayalı olarak gelecek çalışmalar için öneriler. Bu çalışmada öğrencilerin soyutlama süreçlerinin incelenmesi cebir kavram ve genellemeleriyle sınırlıdır. Sınıf ortamında yapılan çalışmaların azlığından dolayı yine sınıf ortamında farklı kavram ve genellemeler için uygulanabilir.

Soyutlama analizlerinin yaygınlaşması, öğrencilerin matematiksel kavram ve genellemeleri daha iyi soyutlayabilmelerini sağlama, hangi aşamalarda tıkandıklarını ya da güçlük çektiklerini belirleme adına yararlı sonuçlar doğuracaktır. Soyutlamayı kolaylaştıracak etkinlikler, ders tasarımları, öğrenme ortamları hazırlama, soyutlama becerilerini arttırmada önemli etkendir. Bu faktörleri farklı şekillerde düzenleyerek yeni çalışmalar yapılabilir.

Matematiğin kendisi soyutlama bilimidir, matematiksel kavramlar da soyutlamalarla öğrenilir, soyutlama sürecindeki en önemli faktör ise bağlamdır (Hershkowitz ve diğerleri, 2001), bu nedenle bağlamın gerçek yaşam durumlarına uygun olan etkinliklerle oluşturmak gerekir. Gelecekte yapılacak çalışmalar buna uygun tasarlanabilir.

Günümüzde matematik okuryazarlığı önem arz etmektedir. Bu çalışmada da matematik okuryazarlığı problemleri yer almıştır. Fakat çalışmanın tümünde yer almamıştır. Tüm çalışmanın matematik okuryazarlığı sorularından oluştuğu uygulamalar yapılarak sonuçların soyutlama analizleri yapılabilir.

Kaynakça

Akkaya, R. (2010). *Olasılık ve istatistik öğrenme alanındaki kavramların gerçekçi matematik eğitimi ve yapılandırmacılık kuramına göre bilgi oluşturma sürecinin incelenmesi*. (Yayımlanmamış Doktora tezi). Uludağ Üniversitesi, Bursa.

Altun, M. (2019). *Eğitim fakülteleri ve ilköğretim öğretmenleri için matematik öğretimi*. Alfa Yayıncılık.

Altun, M., & Durmaz, B. (2013). Doğrusal İlişki Bilgisini Oluşturma Süreci Üzerinde Bir Durum Çalışması. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *26*(2), 423-438.

Altun, M., & Yılmaz, A. (2008). Lise öğrencilerinin tam değer fonksiyonu bilgisini oluşturma süreci. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi*, *41*(2), 237-271.

Altun, M., & Yılmaz, A. (2010). Lise öğrencilerinin parçalı fonksiyon bilgisini oluşturma ve pekiştirme süreci. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *23*(1), 311-337

Altun, M., & Yılmaz, A. (2011). Lise Öğrencilerinin Parçalı Fonksiyon Üzerine İşaret Fonksiyonu Bilgisini Oluşturma Süreci. *Eğitim ve Bilim*, *36*(162).

Baykul, Y. (1999). *İstatistik: Metodlar ve uygulamalar*. Anı yayıncılık.

Bednarz, N., Kieran, C., & Lee, L. (1996). Approaches to algebra: Perspectives for research and teaching. In *Approaches to algebra* (pp. 3-12). Springer, Dordrecht.

Bell, P., Hoadley, C. M., & Linn, M. C. (2004). Design-based research in education. *Internet environments for science education*, *2004*, 73-85.

Bikner-Ahsbahs, A. (2004). Towards the emergence of constructing mathematical meaning. In *Proceeding of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (2), 119-126.

Bikner-Ahsbahs, A., & Kidron, I. (2015). A cross-methodology for the networking of theories: The general epistemic need (GEN) as a new concept at the boundary of two theories. In *Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education* (pp. 233-250). Springer, Dordrecht.

Bodker, S. (1997). Computers in mediated human activity. *Mind, Culture, and Activity*, *4*(3), 149-158.

Bills, L., Dreyfus, T., Mason, J., Tsamir, P., Watson, A., & Zaslavsky, O. (2006). Exemplification in mathematics education. In *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 126-154).

Can, A. (2013). *SPSS ile Bilimsel Araştırmalar Sürecinde Veri Analizi*. (1. Baskı). Ankara: Pegem Akademi.

Celebioglu, B., & Altun, M. (2011). Process of construction of the knowledge on division to decimal places at fourth grade level. *Proceedings of the 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 1. *PME 35.* Ankara, TÜRKİYE.

Cifarelli, V. V. (1990). *The role of abstraction as a learning process in mathematical problem-solving.* University Microfilms.

Cifarelli, V. V. (1998). The development of mental representations as a problem solving activity. *The Journal of Mathematical Behavior*, *17*(2), 239-264.

Creswell, J. W., & Clark, V. L. P. (2014). *Karma yöntem araştırmaları: Tasarımı ve yürütülmesi*. Anı Yayıncılık.

Creswell, J. W. (2012). Educational research: planning, conducting, and evaluating quantitative and qualitative research. 4th edition, Boston:Pearson.

Cobb, P. (2001). Supporting the improvement of learning and teaching in social and institutional context. *Cognition and instruction: Twenty-five years of progress*, *78*, 19-37.

Collins, A., Joseph, D., & Bielaczyc, K. (2004). Design research: Theoretical and methodological issues. *The Journal of the learning sciences*, *13*(1), 15-42.

Confrey, J., & Costa, S. (1996). A critique of the selection of “mathematical objects” as a central metaphor for advanced mathematical thinking. *International journal of computers for mathematical learning*, *1*(2), 139-168.

Çakır, R. (2013). Okullarda teknoloji entegrasyonu, teknoloji liderliği ve teknoloji planlaması. içinde, *Öğretim teknolojilerinin temelleri: Teoriler, araştırmalar, eğilimler*. Ankara: PegemA Akademi.

Çıkla Akkuş, O. (2004). *The effects of multiple representations-based instruction on seventh grade students' algebra performance, attitude towards mathematics, and representation preference.* (Unpublished Doctoral Thesis). METU, Ankara.

Davydov, V. V. (1990). *Types of generalization in ınstruction: logical and psychological problems in the structuring of school curricula. soviet studies in mathematics education. Volume 2*. National Council of Teachers of Mathematics, 1906 Association Dr., Reston, VA 22091.

De Corte, E. (2004). Mainstreams and perspectives in research on learning (mathematics) from instruction. *Applied psychology*, *53*(2), 279-310.

Dede, Y., & Argün, Z. (2003). Cebir, öğrencilere niçin zor gelmektedir. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *24*(24), 180-185.

Dewey, J. (1896). The reflex arc concept in psychology. *Psychological review*, *3*(4), 357.

Dooley, T. (2012). Constructing and consolidating mathematical entities in the context of whole-class discussion. *Mathematics Education Research Group of Australasia*.

Doolittle, P. E. (1999). *Constructivism and online education*. https://jgregorymcverry.com/readings/Doolittle%20-%201999%20-%20Constructivism%20and%20online%20education.pdf

Dreyfus, T. (1991). On the status of visual reasoning in mathematics and mathematics education. In *Proc. 15th Conf. of the Int. Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 33-48).

Dreyfus, T. (2007). *Processes of abstraction in context the nested epistemic actions model.* http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.379.4416&rep=rep1&type=pdf.

Dreyfus, T. (2015). Constructing abstract mathematical knowledge in context. In *Selected Regular Lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 115-133). Springer, Cham.

Dreyfus, T., Hershkowitz, R., & Schwarz, B. (2001). Abstraction in context II: The case of peer interaction. *Cognitive Science Quarterly*, *1*(3/4), 307-368.

Dreyfus T., Hadas N., Hershkowitz, R. & Schwarz, B. (2006). Mechanisms for consolidating knowledge constructs. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 465.

Dreyfus, T., Hershkowitz, R., & Schwarz, B. (2015). The nested epistemic actions model for abstraction in context: Theory as methodological tool and methodological tool as theory. In *Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education* (pp. 185-217). Springer, Dordrecht.

Dreyfus, T., & Tsamir, P. (2004). Ben's consolidation of knowledge structures about infinite sets. *The Journal of Mathematical Behavior*, *23*(3), 271-300.

Foster, D. (2007). Making meaning in algebra: Examining students' understandings and misconceptions. *Assessing mathematical proficiency*, *53*, 163-176.

Freudenthal, H. (2006). *Revisiting mathematics education: China lectures* (Vol. 9). Springer Science & Business Media.

Freudenthal, H. (2012). *Mathematics as an educational task*. Springer Science & Business Media.

Goodson-Espy, T. (1998). The roles of reification and reflective abstraction in the development of abstract thought: Transitions from arithmetic to algebra. *Educational studies in mathematics*, *36*(3), 219-245.

Gravemeijer, K. P. (1994). *Developing realistic Mathematics Education (Ontwikkelen van realistisch reken/wiskundeonderwijs).* Ulrecht, CD [Beta].

Greeno, J.G. (1997). On claims that answer the wrong question. *Educational Researcher, 26*(1), 5-17.

Guler, H. K., & Gurbuz, M. C. (2018). Construction Process of the Length of 3√ 2 by Paper Folding. *International Journal of Research in Education and Science*, *4*(1), 121-135.

Hassan, I., & Mitchelmore, M. (2006). The role of abstraction in learning about rates of change. https://www.researchgate.net/profile/Michael-Mitchelmore/publication/251813376_The_Role_of_Abstraction_in_Learning_about_Rates_of_Change/links/0deec53687166f24d5000000/The-Role-of-Abstraction-in-Learning-about-Rates-of-Change.pdf

Hershkowitz, R. (2009). Contour lines between a model as a theoretical framework and the same model as methodological tool. *Transformation of knowledge through classroom interaction*, 273-280.

Hershkowitz, R., Hadas, N., Dreyfus, T., & Schwarz, B. (2007). Abstracting processes, from individuals'constructing of knowledge to a group's "shared knowledge". *Mathematics Education Research Journal*, *19*(2), 41-68.

Hershkowitz, R., Parzysz, B., & Van Dormolen, J. (1996). Space and shape. In *International handbook of mathematics education* (pp. 161-204). Springer, Dordrecht.

Hershkowitz, R., Schwarz, B. B., & Dreyfus, T. (2001). Abstraction in context: Epistemic actions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 195-222.

Hershkowitz, R., Tabach, M., Rasmussen, C., & Dreyfus, T. (2014). Knowledge shifts in a probability classroom: a case study coordinating two methodologies. *ZDM*, *46*(3), 363-387.

Hung, W. C., Smith, T. J., Harris, M. S., & Lockard, J. (2010). Development research of a teachers'educational performance support system: the practices of design, development, and evaluation. *Educational Technology Research and Development*, *58*(1), 61-80.

Ivankova, N. V., & Kawamura, Y. (2010). Emerging trends in the utilization of integrated designs in the social, behavioral, and health sciences. *Sage handbook of mixed methods in social and behavioral research*, *2*, 581-611.

Karasar, N. (1995). Bilimsel araştirma yöntemi: Kavramlar, ilkeler, teknikler.Nobel yayınları.

Katrancı, Y., & Altun, M. (2013a). İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin olasılık bilgisini oluşturma ve pekiştirme süreci. *Kalem Eğitim ve İnsan Bilimleri Dergisi*, *3*(2), 11-58.

Katrancı, Y., & Altun, M. (2013b). The process of constructing absolute value function knowledge for high school students. *International Journal on New Trends in Education and Their Implications*.

Kelly, A. (2004). Design research in education: Yes, but is it methodological?. *The Journal of the Learning Sciences*, *13*(1), 115-128.

Kidron, I., Lenfant, A., Bikner-Ahsbahs, A., Artigue, M., & Dreyfus, T. (2008). Toward networking three theoretical approaches: the case of social interactions. *ZDM*, *40*(2), 247-264.

Kidron, I., & Dreyfus, T. (2010). Justification enlightenment and combining constructions of knowledge. *Educational Studies in Mathematics*, *74*(1), 75-93.

Kidron, I., & Dreyfus, T. (2014). Proof image. *Educational Studies in Mathematics*, *87*(3), 297-321.

Kieran, C. (1996). The Changing Face of School Algebra. th 7. In *International Congress On Mathematical Education*.

Kuutti, K. (1996). Activity theory as a potential framework for human-computer interaction research. *Context and consciousness: Activity theory and human-computer interaction*, *1744*.

Küchemann, D. (1978). Children's understanding of numerical variables. *Mathematics in school*, *7*(4), 23-26.

Küchemann, D., Hart, M. L. Brown, D. M. Kerslake, D. E.& Ruddock G. (1988). Children's understanding of mathematics: 11-16 (pp. 102-119). London: Athenaeum Press.

Leont'ev, A. N., & Wertsch, J. V. (1981). The concept of activity in Soviet psychology. *JV Wertsch (Ed. & Trans.), The concept of activity in Soviet psychology*, 37-71.

Liz, B., Dreyfus, T., Mason, J., Tsamir, P., Watson, A., & Zaslavsky, O. (2006). Exemplification in mathematics education. In *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (July, Vol. 1, pp. 126-154).

Marlowe, B., & Page, M. L.(1998). *Creating and sustaining the constructivist classroom*.

Memnun, D. S., & Altun, M. (2012a). Rbc+ c modeline göre doğrunun denklemi kavramının soyutlanması üzerine bir çalışma: özel bir durum çalışması. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi*, *1*(1), 17-37.

Memnun, D, Altun, M. (2012b). Matematiksel başarı düzeyleri farklı iki altıncı sınıf öğrencisinin koordinat sistemini soyutlamaları üzerine bir örnek olay çalışması. *Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi (elektronik)*, *11*(41), 34-52.

Memnun, D. S., Aydın, B., Özbilen, Ö., & Erdoğan, G. (2017). The abstraction process of limit knowledge. *Educational Sciences: Theory & Practice*, *17*(2).

MEB, (2013). *Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7, 8. sınıflar) öğretim programı*. Ankara: Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.

MEB (2018). Matematik dersi öğretim programı. Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara.

Monaghan, J., & Ozmantar, M. F. (2006). Abstraction and consolidation. *Educational Studies in Mathematics*, *62*(3), 233-258.

Noss, R., & Hoyles, C. (1996). *Windows on mathematical meanings: Learning cultures and computers* (Vol. 17). Springer Science & Business Media.

Ohlsson, S., & Lehtinen, E. (1997). Abstraction and the acquisition of complex ideas. *International Journal of Educational Research*, *27*(1), 37-48.

Ozmantar, M. F. (2004). Scaffolding, abstraction and emergent goals. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, *24*(2), 83-89.

Ozmantar, M. F., & Monaghan, J. (2007). A dialectical approach to the formation of mathematical abstractions. *Mathematics Education Research Journal*, *19*(2), 89-112.

Ozmantar, M.F. (2005). An investigation of the formation of mathematical abstractions through scaffolding. The University of Leeds, School of Education (Unpublished Doctoral Thesis), Leeds, United Kingdom.

Piaget, J. (1970). Genetic epistemology. *American Behavioral Scientist*, New York.

Pontecorvo, C., & Girardet, H. (1993). Arguing and reasoning in understanding historical topics. *Cognition and instruction*, *11*(3-4), 365-395.

Ron, G., Dreyfus, T., & Hershkowitz, R. (2010). Partially correct constructs illuminate students'inconsistent answers. *Educational Studies in Mathematics*, *75*(1), 65-87.

Ron, G., Dreyfus, T., & Hershkowitz, R. (2017). Looking back to the roots of partially correct constructs: The case of the area model in probability. *The Journal of Mathematical Behavior*, *45*, 15-34.

Rosch, E., & Mervis, C. B. (1975). Family resemblances: Studies in the internal structure of categories. *Cognitive psychology*, *7*(4), 573-605.

Saxe, G. B., Gearhart, M., Shaughnessy, M., Earnest, D., Cremer, S., Sitabkhan, Y., ... & Young, A. (2009). A methodological framework and empirical techniques for studying the travel of ideas in classroom communities. *Transformation of knowledge through classroom interaction*, 203-222.

Schwarz, B., & Dreyfus, T. (2009). The nested epistemic actions model for abstraction in context. In *Transformation of knowledge through classroom interaction* (pp. 19-49). Routledge.

Schwarz, B., Dreyfus, T., Hadas, N., & Hershkowitz, R. (2004). Teacher Guidance of Knowledge Construction. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*.

Schwarz, B., Dreyfus, T., & Hershkowitz, R. (Eds.). (2009). *Transformation of knowledge through classroom interaction*. Routledge.

Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational studies in mathematics*, *22* (1), 1-36.

Stacey, K., & MacGregor, M. (1997a). Students' understanding of algebraic notation: 11–15. *Educational studies in mathematics*, *33*(3), 1-19.

Stacey, K., & MacGregor, M. (1997b). Ideas about symbolism that students bring to algebra. *The Mathematics Teacher*, *90*(2), 110-113.

Stacey, K., & MacGregor, M. (1999). Learning the algebraic method of solving problems. The Journal of Mathematical Behavior, 18(2), 149-167.

Stevenson, I. (1998). Review of the book Radical Constructivism. *Educational Studies in Mathematics*, *35*, 93-104.

Şengel, E. (2013). Öğretim Teknolojilerinin Temelleri: Teoriler, Araştırmalar, Eğilimler. *Tasarım ve Geliştirme Araştırmaları, ss*, 327-340.

Tabach, M., Hershkowitz, R., & Schwarz, B. (2006). Constructing and consolidating of algebraic knowledge within dyadic processes: A case study. *Educational studies in mathematics*, *63*(3), 235-258.

Tomic, W., & Nelissen, J. (1998). Representations in mathematics education. *Hearken. ERIC Document Reproduction Service No. ED*, *428950*.

Treffers, A. (1987). Integrated column arithmetic according to progressive schematisation. *Educational studies in Mathematics*, *18*(2), 125-145.

Türk Dil Kurumu. (2005). *Türkçe sözlük* (10. baskı). Ankara: Türk Dil Kurumu.

Ulaş, T., & Yenilmez, K. (2017). Analyzing the Eighth Grade Students'Formation Process of the Identity Concept. *International e-Journal of Educational Studies*, *1*(2), 103-117.

Van den Heuvel-Panhuizen, M. (1996). *Assessment and realistic mathematics education* (Vol. 19). Utrecht University.

Van Oers, B. (1998). The fallacy of decontextualization. *Mind, culture, and activity*, *5*(2), 135-142.

Von Glasersfeld, E. (1989). Cognition, construction of knowledge, and teaching. *Synthese*, *80*(1), 121-140.

Vygotsky, L. S. (1988). Aprendizagem e desenvolvimento intelectual na idade escolar. *Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem*, *10*, 103-117.

Wagner, S. (Ed.). (1981a). An analytical framework for mathematical variables. In Proceedings of the Fifth Conference by The Psychology of Mathematics Education. Grenoble, France. 165-170. C. Comti ve G. Vernaud.

Wagner, S. (1981b). Conservation of equation and function under transformations of variable. *Journal for research in mathematics education*, *12*(2), 107-118.

diSessa, A. A., & Wagner, J. F. (2005). What coordination has to say about transfer. *Transfer of learning from a modern multi-disciplinary perspective*, 121-154.

Whitsed, N. (2004). Learning and teaching. *Health Information & Libraries Journal*, *21*(3), 201-205.

Yaşar, Ş. (2010). Yapılandırmacı yaklaşımda öğretmenin, öğrencinin ve velinin rolü. *Eğitime Bakış Dergisi*, *17*, 15-19.

Yeşildere, S. (2006). *Farklı matematiksel güce sahip ilköğretim 6, 7 ve 8 sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme ve bilgiyi oluşturma süreçlerinin incelenmesi.* (Yayımlanmamış Doktora Tezi). DEÜ Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Yeşildere, S., & Türnüklü, E. B. (2008). İlköğretim sekizinci sınıf öğrencilerinin bilgi oluşturma süreçlerinin matematiksel güçlerine göre incelenmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 21*(2), 485-510.

Özgeçmiş

Doğum Yeri - Tarihi:

Öğrenim Durumu:

Derece	**Bölüm/Program**	**Üniversite**	**Yıl**
Lisans	İlköğretim Matematik Öğretmenliği	Kocaeli Üniversitesi	2005
Yüksek Lisans	İlköğretim Matematik Eğitimi Anabilim Dalı	Uludağ Üniversitesi	2014
Doktora	İlköğretim Matematik Eğitimi Anabilim Dalı	Uludağ Üniversitesi	2021

Bildiği Yabancı Diller: İngilizce (İleri düzey), Rusça, Arapça, Farsça, Özbekçe, Tacikçe

Akademik Başarı: Kocaeli Üniversitesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bölüm Birinciliği (3.72)

Yurt İçi ve Yurt Dışı Bilimsel Toplantılar:

1. 6.sınıf Cebir Kavramlarının Soyutlanması Üzerine Deneysel Bir Çalışma – ISOEVA, 2017. 5-8 Ekim 2017, Bodrum/MUĞLA.
2. 7.Sınıf cebir kavramlarının soyutlanması üzerine deneysel bir çalışma- 10. Uluslararası Eğitim Araştırmaları Kongresi, 2018. 27-30 Nisan 2018, NEVŞEHİR.
3. 7.sınıf Cebir Kavramlarının Soyutlama Süreçlerinin İncelenmesi – UFBMEK, 2018. 04-08 Ekim 2018, DENİZLİ.
4. Matematiksel Kavramların Soyutlama Sürecine İlişkin Yayınların Analizi- TÜRKBİLMAT 4, 2019. 26-28 Eylül 2019, Çeşme/İZMİR.

Ek 1. 6. Sınıf Soyutlama Becerileri Testi 1 (SBT1)

<u>Son Test</u>

Adı Soyadı:

1. 3,5,7,9,11,….

   a) Örüntünün 6. ve 7. adımlarında yer alan sayıları bulunuz.

   b) Örüntünün kuralını sözel olarak yazınız.

   c) Bu kuralı kullanarak 20. adıma karşılık gelen sayıyı bulunuz.

Adım sayısı	Adım sayısına karşılık gelen sayılar	Örüntünün kuralı
1		
2		
3		
…		

2.Örüntü kürdan kullanılarak oluşturulmuştur. Örüntüyü inceleyiniz.

					
Karelerin sayısı					
Kibrit çöplerinin sayısı					

a) 4.kare için kaç tane kibrit çöpüne gereksinim vardır?

b) 5. kare için kaç tane kibrit çöpüne gereksinim vardır?

c) n. kare için kaç tane kibrit çöpüne gereksinim vardır?

3.

Girdi	1	4	10	20	N
Çıktı	5	8	14		

a)Tabloyu tamamlayınız.

b)Girdi değerine karşılık gelen çıktı değerini veren bir kural bulabilir misiniz?

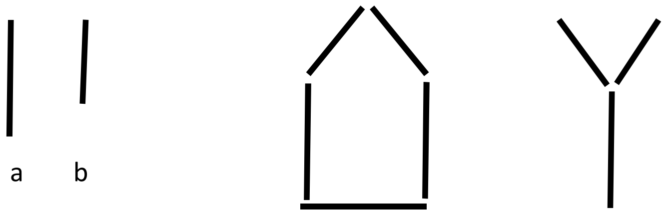
4.

Yandaki kutunun içinde ve dışında resim kalemleri bulunmaktadır. Kutunun içinde bulunan resim kalemlerinin sayısını bilemeyiz. Kutunun içinde bilmediğimiz kadar kalem dışında ise 3 tane kalem vardır. Kutudaki kalem sayısını matematiksel olarak nasıl ifade eder?

Bu Soru ile karşılaşan Sevilay 3+x, Dolunay x-3 cevabını veriyor. Siz hangisini doğru buluyorsunuz? Açıklayınız.

5. Aşağıda verilen farklı uzunluklara sahip çubuklardan kaçar tane satın alınmalıdır ki yandaki şekiller oluşturulabilsin?

a) Satın alınması gereken çubuk toplamını matematiksel olarak ifade ediniz.



b) Yukarıdaki örneklere benzer kendi çubuklarınızı çizerek örnekler oluşturunuz ve matematiksel olarak ifade ediniz.

6.Zuhal geliştirdiği oyunu arkadaşlarına anlatıyor. Oyunun amacı söylediği cümleleri matematiksel olarak ifade etmektir. Bu oyuna göre aşağıdaki cümleler yerine ne yazılabilir?

a. Cemal'in futbol maçında attığı gol sayısının 5 fazlası

b. Efe'nin bilyelerinin 3 eksiğinin 5 katı ile Efe'nin bilyelerinin 3 katının 4 eksiğini ayrı ayrı gösteriniz.

c. Eve gelen annelerin 3 katının 2 fazlası çocuk sayısıdır. Çocuk sayısını gösteren ifade nedir?

d. Mehmet’in babasının yaşı Mehmet’in yaşının 3 katından 8 fazladır. Ayşe ise Mehmet’ten 5 yaş küçüktür. Ayşe’nin yaşını Mehmet’in yaşı türünden ifade ediniz.

7.Tavşanla kaplumbağa yarış yapmaya karar veriyorlar. İkisinin hızları arasındaki ilişki şöyledir:

Tavşan, kaplumbağanın hızının 5 katından 15 km daha hızlı gidiyor.

a) Tavşanın hızını kaplumbağanın hızı cinsinden nasıl ifade edebiliriz?

b) Kaplumbağanın hızı tavşanın hızı cinsinden nasıl ifade edilebilir?

8. Babası her seferinde Zuhal’den 20 sayfa daha fazla kitap okumuştur. Aşağıdaki tabloyu doldurarak Zuhal ve babasının okuduğu sayfalar arasındaki ilişkiyi belirleyelim.

Zuhal	Babası
10	
20	
….	
70	
90	
A	

9. Başlangıçta 5a cm boyunda olan bir fidanın her yıl 3a cm uzadığı düşünüldüğünde fidanın gelecek yıllardaki boyu ile ilgili tahminlerde bulunabilir misiniz?

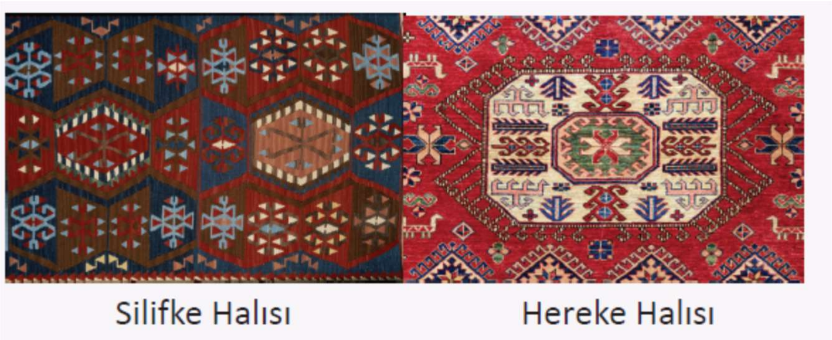
10. Elif Öğretmen, öğrencileri için kırmızı renkli 5 hediye şeker paketi sipariş etmiştir. Daha sonra eşit şeker sayıları olan yeşil renkli 3 hediye şeker paketi daha sipariş etmiştir. Hediye paketinde kaç şeker olduğu bilinmediğine göre toplam şeker sayısını nasıl ifade edebiliriz? Şekil çizerek gösteriniz, neden öyle gösterdiğinizi açıklayınız.

11. 4y+3y+y işlemine uygun bir şekil çiziniz. Neden böyle çizdiğinizi açıklayınız.

12.Bir kenarının uzunluğu x birim olan bir eşkenar üçgenin, bir karenin, düzgün bir altıgenin çevresini hesaplayalım.

Eşkenar Üçgen **Kare** **Düzgün Altıgen**

13.



Kısa kenarının uzunluğu 2 m, uzun kenarının uzunluğu c metre olan Silifke ve Hereke halıları bir salona yan yana olacak şekilde seriliyor.

a) Silifke ve Hereke halılarının alanları toplamını bulalım.

b) İki halıdan oluşan büyük dikdörtgenin alanını bulalım.

14. Kumbarasında bir miktar parası olan Cemal, ilk gün kumbarasındaki paranın üç katı kadar, ikinci gün ise kumbarada biriken paranın yarısı kadar daha para ilave ediyor. Cemal daha sonra kırtasiye masrafları için kumbarada biriken paranın 1/6' sını harcıyor. Bu durumda Cemal'in kumbarasında kalan parayı hesaplayalım.

15. Ayşe'nin b tane pulu vardır. Fatma'nın pullarının sayısı Ayşe'nin pullarının sayısının 2 katından 10 fazla, Ege'nin pularının sayısı ise Ayşe'nin pullarının sayısının 3 katından 2 eksiktir.

a)Her birine ait pul sayısını Ayşe'nin sahip olduğu pul cinsinden bulunuz.

b)Üçüne ait toplam pul sayısını bulunuz.

c)Ayşe'nin 7 pulu olduğunu kabul edersek üçüne ait toplam pul sayısı kaç olur?

Ek 2. 7. Sınıf Soyutlama Becerileri Testi 2 (SBT2)

ÖNTEST

1. İki simit, bir ekmek, bir pide satın aldım ve kasaya 20 TL ödedim. Bana para üstü olarak 4 TL verildi. Fiyatlarını bilmiyorum ama ekmek simidin, pide ekmeğin 2 katı fiyatındadır. Pidenin fiyatı kaç liraydı acaba?

2. 4,5 m uzunluğunda bir çıtadan dikdörtgen şeklinde bir pano çerçevesi yapılmak isteniyor. Bu panonun uzun kenarının, kısa kenarın 2 katı olması isteniyor. Çıta kaç cm uzunluğunda parçalara ayrılmalıdır?

3. Aşağıda verilen teraziler dengede midir? Kontrol ediniz. Eğer dengede değilse sağa ya da sola yatık olduğunu belirleyiniz.

   a) $5 \times 7 \qquad (4+9) \times 3$

   b) $(3 \times 4) + 2 \qquad 2 \times 7$

   c) $(3 \times 9) + 5 \qquad 6 \times 8$

   d) $\square + 3 \qquad 2 \times \square$ Kutu yerine ne yazarsak terazi dengede kalır?

4. a) Tanesi 5 lira olan kalemlerden b tane, tanesi 4 lira olan silgilerden c tane alırsam, kaç lira öderim?

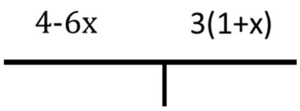
   b) Tanesi 5 lira olan kalemlerden b tane, tanesi 4 lira olan silgilerden c tane aldım ve toplam 80 lira ödedim. Kaç silgi, kaç kalem almış olabilirim?

5. 40 cm uzunluğunda bir demir telden kenarları tamsayı olan kaç değişik dikdörtgen çerçeve yapılabilir?

6. Bir adanın gece ve gündüz sıcaklıkları ortalaması 2°C'dir. Bu adada hangi sıcaklıklar ölçülmüş olabilir?

7. Bir grupta 8 yetişkin ve 2 çocuk vardır. Bu grup nehrin karşısına geçmek istemektedir. Nehrin karşısına geçiren küçük bot ya yetişkin ya 1 yetişkin, ya 1 çocuk ya da 2 çocuk taşıyabilmektedir. Bottaki herkes kürek çekebilmektedir. Gruptaki herkesin karşıya geçebilmesi için kaç yolculuk yapılması gerekmektedir? 2 çocuk ve herhangi sayıdaki yetişkinin karşıya geçmesi için kaç yolculuk yapılması gerekmektedir?

8. a)Aşağıdaki terazi dengede ise x ne olmalıdır?



b) $2n + 63 = \frac{n}{2}$ denkleminde n'yi bulunuz.

9. Aşağıdaki sadeleştirmenin nasıl düzeltileceğini açıklayınız. Gerekçelerinizi belirtiniz.

$$(3x + 2) - (x + 4) = 3x + 2 - x + 4$$

10. 2 TL'lik Janga çikolataları ve 1 TL'lik Albeni çikolatalarından satın almak için 10 TL'niz varsa kasadan para üstü almadan kaç farklı yolla paranın hepsini harcayabilirsiniz?

11. Cemal okul ücretini ödemek için büyük gösteri ve oyunların yapıldığı spor salonun yanında el arabasında sosisli sandviç satarak para kazanmaya çalışıyor. El arabasının sahibine gecelik 35 tl kira ödüyor. Sosisli sandviçin tanesini 1.25 tl'den satıyor. Sosisli sandviçler, soslar, peçeteler ve diğer kağıt ürünleri için kendisinin masrafı her bir sandviç için ortalama 60 kuruştur.
    a) Cemal'in karını veren denklemi yazınız.

    b) Cemal zarar etmemesi için en az kaç tane sandviç satmalıdır?

    c) 200 tl kazanabilmek için kaç tane sandviç satmalıdır?

    d) Sandviç sayısıyla karı arasındaki ilişkiyi veren grafiği çizebilir misiniz?

Ek 3. 7. Sınıf Soyutlama Becerileri Testi 3 (SBT3)

Son Test

1. Cemal okul ücretini ödemek için bir spor salonunun yanında el arabasında sosisli sandviç satmaktadır. El arabasının sahibine gecelik 30 TL kira ödüyor. Sosisli sandviçin tanesini 3 TL'den satıyor. Sosisli sandviçin yapımında kullanılan sosis, ekmek, soslar, peçeteler ve diğer kağıt ürünleri için kendisinin masrafı her bir sandviç için ortalama 1 TL'dır.
   a) Sandviç sayısı s ile kar k ile gösterilsin. Cemal'in kar durumunu veren denklemi yazınız.

   b) Cemal zarar etmemesi için en az kaç tane sandviç satmalıdır?

   c) Günde 200 TL kazanabilmek için kaç tane sandviç satmalıdır?

   d) Sandviç sayısıyla kar arasındaki ilişkiyi veren grafiği çizebilir misiniz?

2. Bir yolculuğa çıkmak üzere olduğunuzu, saatte 90 km sabit hızla araba kullanmayı planladığınızı hayal ediniz.

a) t harfi yolda geçen zamanınızı, d harfi de o sürede gideceğiniz yolun uzunluğunu versin. 90 km sabit hızla çeşitli süreler içinde alacağınız yolu veren denklemi yazınız.

b) Kendi oluşturduğunuz denklemi kullanarak aşağıdaki tabloyu doldurunuz. (t girdi değişkeni, d ise çıktı değişkenidir.)

Geçen Saat(t)	Alınan Yol(d)
2	
3	
5	
6	
8	

3. Aşağıda bazı topların ağırlıkları toplamı verilmiştir. Dünya genelinde bu topların ağırlıkları pound üzerinden hesaplanmaktadır. 1 pound 453 gramlık ağırlık birimidir. Aşağıda verilen bilgiler dikkate alındığında her bir topun ağırlığı ne kadardır? Çözüm şeklinizi açık bir şekilde ifade ediniz.

1.  +  = 1.25 pound

2.  +  = 1.35 pound

3.  +  = 1.9 pound

4. 10 kişinin katıldığı bir koşuda koşucuların başarısını koşuyu bitirme sıra numarası belirlesin. Bu durumda birinci olan en yüksek başarıya sahip olur. Birinci olana daha yüksek bir puan verebilmek için sıra numarasının belirli bir sayıdan çıkarılması ve elde edilen sayının koşucunun puanı olması kararlaştırılıyor, bu sayı 20 ise 3. Bitirenin puanı kaç olur?

a) Her koşucunun puanını belirlemeye yarayacak bir denklem yazınız.

b) 20 sayısını değiştiriniz ve kendiniz bir puan belirleme denklemi öneriniz. Bu denklemin koşucuları sıraya koyacağından nasıl emin olmaktasınız?

5. Bir yolcu uçağının deposu 26000 L benzin almaktadır. Bu uçak 1 km'de 5 L benzin harcamaktadır. Bu uçağın deposu tam dolu iken kaç km yol gideceğini bulunuz.

a) Gittiği km başına depoda kalan benzini veren denklemi yazınız.

b)Gidilen yol ile depoda kalan benzinin arasındaki doğrusal ilişkiyi tabloda gösteriniz.

Gidilen Yol(km)	Depoda kalan benzin miktarı(L)	Doğrusal İlişki
1		
2		
3		
X		

c) Doğrusal ilişkiyi grafikle gösteriniz.

6. Aşağıdaki iki problem cümlesini okuyunuz.

a)Tanesi 7 Lira olan n tane kalem kaç lira tutar?

b) Her biri 7 kg gelen n tane çuvalı taşıyan kamyonetin yükü ne kadardır?

a) Bu cümlelerin/ifadelerin ortak bir özelliği var mıdır? Bunu nasıl açıklarsınız?

b) Siz bu cümlelerle aynı sonucu doğuran bir problem cümlesi söyleyiniz.

7. 3 TL'lik Eti çikolataları ve 2 TL'lik Ülker çikolatalarından satın almak için 20 TL'niz varsa kasadan para üstü almadan kaç farklı yolla paranın hepsini harcayabilirsiniz? Açıklayarak yazınız.

8. $2x+1 = 11$ denklemine en az iki tane problem cümlesi yazınız. Bu problemleri neye göre yazdığınızı açıklayınız.

9. Bir okulda öğrencilerin matematik dersi başarı notu iki yazılı bir dönem ödevi dikkate alınarak hesaplanıyor. Başarı puanı p, 1. yazılı x ve 2.yazılı y ile dönem ödevi d ile gösterilecek olursa $p=0,2x+0,4y+0,5d$ şeklinde hesaplanıyor.

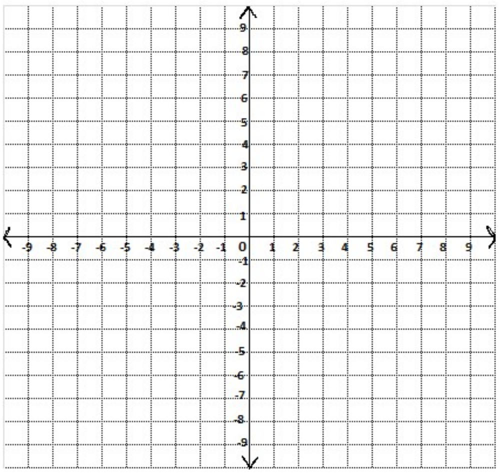
a) 1.yazılı,2.yazılı ve dönem ödevi notları sırayla 60,75 ve 70 olan bir öğrencinin başarı notu kaçtır?

b)Esin birinci yazılı sınavın ağırlığının dönem ödevinden yüksek olmasını savunuyor. Esin'in isteğini yerine getirmek için yukarıda nasıl bir değişiklik yapmak gerekir?

c)Yaptığınız değişiklikle yeni başarı puanı denklemine göre notları 60, 75 ve 70 olan bir öğrencinin başarı puanını hesaplayınız.

10. 30 ailenin oturduğu bir apartmanın otoparkı için numaralama sistemi geliştirilecektir. Sonra kura çekilecek her aile kedi parkını kullanacaktır. Bir sırada 6 aracın park edebildiği 30 arabalık bir park tasarlayınız. Bu park için öyle bir numaralandırma sistemi geliştiriniz ki aileler şaşırmadan park edebilsin.

11. Mesleğe yeni başlayan bir insan 1600 TL maaş alıyor. Bir işyerindeki mesleğe yeni başlayan insanların aldıkları maaşı grafikle yaşa bağlı olarak göstermek isteseniz nasıl çizerdiniz? Açıklayıp çiziniz.



12. Bu çalışmanın sonunda edindiğiniz izlenimlerinizi yazar mısınız? Cebir kavramlarını anlamada size katkıları neler oldu? Paylaşımlarınızı, çalışma boyunca hissettiklerinizi yazar mısınız?

Ek 4. Odak Grup Görüşme Testi (OGGT)

Son Test Bireysel

1. 20 cm uzunluğunda bir demir telden bir dikdörtgen çerçeve yapılmak isteniyor. Bu dikdörtgenin kenar uzunluklarını bulunuz.

2. 20 cm kenar uzunluğunda bir demir telden, kenarlarının uzunlukları arasındaki fark 4 cm olan dikdörtgen şeklinde bir çerçeve yapılmak isteniyor. Bunu nasıl başarabiliriz?

3.Bir kargo şirketi; 0 ile 5 kg arasında olan gönderilere a lira, 5 ile 10 kg arasında olan gönderilere 2a lira, 10 ile 20 kg arasında olanlara 3a lira, 20 ile 40 kg arasında olanlara 4a lira ücret alıyor. Fiyat tablosu yerine geçebilecek bir grafik çiziniz.

4. Bir otopark aşağıdaki fiyat tablosuna göre park parası alıyor. Bu fiyat tablosundaki bilgileri gösteren bir grafik çiziniz.

Fiyat Tablosu	
0-1 saat	4 lira
1-2 saat	6 lira
2-4 saat	7 lira
4-10 saat	10 lira
10-24 saat	12 lira

5.Bir telefon şirketi 1 dakikaya kadar olan konuşmalar için 1 kontör ve sonraki her bir dakika için 1 kontör kullandırıyor. Yani 3,1 veya 3,9 dk konuşuyorsanız 4 kontör kullanmış olursunuz. Bu durum dikkate alınarak;

a) Yaptığı 10 konuşmada sırayla 0,7 dk, 1,5 dk, 3,5 dk, 6,2 dk, 5,3 dk, 7,7 dk, 8,1 dk, 9 dk, 4 dk görüşmüş olan biri kaç kontör harcamış olur?

b) Öyle bir grafik çiziniz ki grafiği izleyen bir kimse, konuşma süresinin tutarı olan ücreti bir bakışta anlayabilsin.

6. Bir mağaza satışları arttırmak için satış miktarına göre hiç biri boş çıkmayan hediye kuponları veriyor. Ödül kuponu alabilmek için, en az 50 liralık alışveriş yapmak zorundasınız. Hediye kuponu sayısı ile ilgili tablo şöyledir:

50-150 lira	1 kupon
151-300	2 kupon
301-500	3 kupon
501-1000 lira	4 kupon
1000 lira ve üzeri	5 kupon

Alışveriş miktarına göre, hediye kupon sayısını gösteren grafiği çiziniz.

Ek 5. 6. Sınıf Cebirsel İfadeler ve Örüntüler Öğretim Tasarımı

Konu: Örüntüden Sayılara

1.Etkinlik

Aşağıda verilen sayılardan 1 tanesi farklıdır. Farklı olanı bulunuz.

1,3,5,7,9,11,….

1,4,5,6,10,12,…..

2,3,6,8,13,14,…..

2.Etkinlik

Aşağıda verilen sayılardan 2 tanesi farklıdır. Onları bulup ortak özelliğini belirleyiniz.

2,2,5,6,7,…..

3,6,9,12,……

6,7,10,13,…..

1,4,8,13,…..

3,2,1,1,………

3.Etkinlik: Örüntü olanların devamını yazınız.

4. Etkinlik

a)1. etkinliğe uygun örnek verin.

b) 2.etkinliğe uygun örnek verin.

5. Etkinlik

Bir örüntünün ilk 4 adımını yazınız. Diğer 4'ünü arkadaşlarınız devam ettirecek. Şimdi geri iade edin, sizin istediğiniz cevaplar mıdır?

6.Etkinlik

Kağıtta verdiğiniz örüntünün kuralını sözle yazar mısınız? Matematiksel olarak ifade etmek isteseydiniz nasıl yazardınız?

7.Etkinlik

Bir kazıdan sayılar bulunmuştur. Örüntü olduğu fark edilmiştir. Ama ilk 10 teriminden 7.sayı bulunmamıştır. Bulunamayan sayı nedir?

13 9 37 5 21 ? 25 1 29 33

8.Etkinlik

			
1.	2.	3.	4.

i)Örüntünün 4. ve 8. adımlarını çiziniz.

ii) Örüntünün genel kuralını bulunuz.

iii)4. ve 8. adımda kaç tane yuvarlak vardır?

9.Etkinlik

3,5,7,9,11,….

a) Örüntünün 6. Ve 7. adımlarında yer alan sayıları bulunuz.
b) Örüntünün kuralını sözel olarak yazınız.
c) Bu kuralı kullanarak 20.adıma karşılık gelen sayıyı bulunuz.

Adım sayısı	Adım sayısına karşılık gelen sayılar	Örüntünün kuralı
1		
2		
3		
…		

Örnekler:

Örüntünün kuralını bulunuz, kuralı kullanarak örüntünün 10.adımına karşılık gelen sayıları elde ediniz.

a) 2,5,8,11,14,…

b) 2,6,10,14,18,…

10.Etkinlik

Örüntü kürdan kullanılarak oluşturulmuştur. Örüntüyü inceleyiniz.

					
Karelerin sayısı					
Kibrit çöplerinin sayısı					

a) 4.kare için kaç tane kibrit çöpüne gereksinim vardır?

b) 5. kare için kaç tane kibrit çöpüne gereksinim vardır?

c) n. kare için kaç tane kibrit çöpüne gereksinim vardır?

11.Etkinlik

Kuralım Nedir?

Girdi	1	4	10	20	n
Çıktı	5	8	14		

a)Tabloyu tamamlayınız.

b)Girdi değerine karşılık gelen çıktı değerini veren bir kural bulabilir misiniz?

12.Etkinlik

Girdi	3	7	10	20	n
Çıktı	7	15	21		

a)Tabloyu tamamlayınız.

b)Girdi değerine karşılık gelen bir kural bulabilir misiniz?

Konu: Cebirsel İfadeler

Etkinlik 1

Yukarıdaki kutunun içinde ve dışında resim kalemleri bulunmaktadır. Kutunun içinde bulunan resim kalemlerinin sayısını bilemeyiz. Kutunun içinde bilmediğimiz kadar kalem dışında ise 3 tane kalem vardır. Kutudaki kalem sayısını matematiksel olarak nasıl ifade eder?

Etkinlik 2

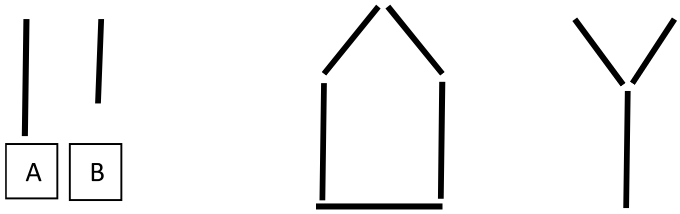
Elinizdeki kürdanlarla kapalı geometrik şekiller oluşturunuz.

a)Oluşturduğunuz kapalı şekillerin çevresini nasıl bir ifade ile yazabiliriz?

c)Oluşturduğunuz kapalı şekillere 2 cm’lik 2 çubuk eklersek şeklin çevresi nasıl gösterilir?

Etkinlik 3

Aşağıda verilen farklı uzunluklara sahip çubuklardan kaçar tane satın alınmalıdır ki yandaki şekiller oluşturulabilsin? a) Satın alınması gereken çubuk toplamını matematiksel olarak ifade ediniz.



b)Yukarıdaki örneklere benzer kendi çubuklarınızı çizerek örnekler oluşturunuz ve matematiksel olarak ifade ediniz.

Etkinlik 4

Zuhal geliştirdiği oyunu arkadaşlarına anlatıyor. Buna göre söylediği cümleleri matematiksel olarak ifade etmek oyunun amacıdır. Bu oyuna göre aşağıdaki cümleler yerine ne yazılabilir?

1) Cemal'in futbol maçında attığı gol sayısının 5 fazlası

2) Efe'nin bilyelerinin 4 eksiği

3) Eve gelen annelerin 3 katının 2 fazlası çocuk sayısıdır. Çocuk sayısını gösteren ifade nedir?

4) Mehmet'in babasının yaşı Mehmet'in yaşının 3 katından 8 fazladır. Ayşe ise Mehmet'ten 5 yaş küçüktür. Ayşe'nin yaşını Mehmet'in yaşı türünden ifade ediniz.

Etkinlik 5

Tavşanla kaplumbağa yarış yapmaya karar veriyorlar. İkisinin hızları arasındaki ilişki şöyledir:

Tavşan, kaplumbağanın hızının 5 katından 15 km daha hızlı gidiyor.

a)Tavşanın hızını kaplumbağanın hızı cinsinden nasıl ifade edebiliriz?

b)Kaplumbağanın hızı tavşanın hızı cinsinden nasıl ifade edilebilir?

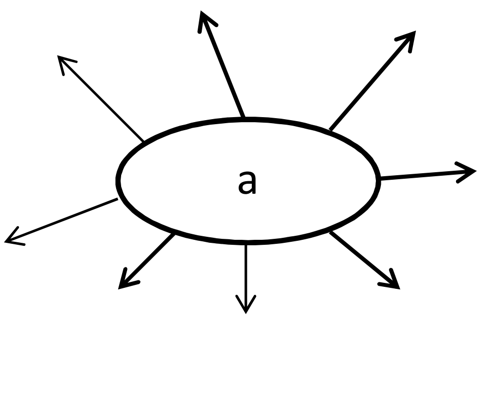
Etkinlik 6

Babası her seferinde Ege'den 15 sayfa daha fazla kitap okumuştur. Aşağıdaki tabloyu doldurarak Ege ve babasının okuduğu sayfalar arasındaki ilişkiyi belirleyelim.

Ege	Babası
10	
20	
….	
70	
90	
A	

Etkinlik 7

Yukarıda farklı gösterilen sayfa sayısına verilen değer için neler söylemek istersiniz? Haydi bir beyin fırtınası yapalım. Ok işaretinin çevresine yazalım.



Etkinlik 8

Elinizde bulunan pet bardaklara farklı miktarlarda fasulye koyalım. Dışında ise 5 tane daha fasulye olsun. Masadaki fasulye miktarını nasıl belirleriz? Matematiksel olarak ifade ediniz.

Etkinlik 9

Aşağıdaki seçeneklere uygun cebirsel ifadeleri yazalım.

a)Bir karenin çevresi

b)30 tl karla satılan ürünün satış fiyatı

c)Bir sayının 2 katının 4 eksiği

d)Gidilecek yolun $\frac{1}{5}$'nin 20 eksiği

Etkinlik 10

Aşağıda verilen cebirsel ifadelere uygun günlük hayat örnekleri veriniz.

a) 2x+3 b) 5x-3

d) x+7 c) 3x+2

Etkinlik 11

Aşağıda verilen cebirsel ifadelerle onlara karşılık gelen cümleleri eşleştiriniz.

a) 2y+1	Bir sayının 10 fazlası
b) d+10	Bir miktar cevizin 4 katının 4 fazlası
c) 4(n-1)	Elimdeki paranın 2 katının 1 lira fazlası
d) $\frac{x}{3} - 11$	Çantamdaki kalem sayısının 1 eksiğinin 4 katı
e) 4z+4	Atılan basket sayısının 1/3'ünün 11 eksiği

Etkinlik 12

Cebirsel ifadesi 2a+6 olan bir sayı örüntüsünün ilk 4 adımını bulunuz.

1.adım –

2.adım –

3.adım-

4.adım-

Bir örüntünün kuralı aynı zamanda bir …………………….. …………………

Etkinlik 13

Berker, Ege'ye aklından bir sayı tutmasını ve o sayının 3 katını alıp sonuca 4 eklemesini ister.

a)Ege'nin aklından tuttuğu sayıya uyguladığı işlemi cebirsel olarak ifade edelim.

b) Ege aklından 7 sayısını tutmuşsa ulaşacağı sayıyı bulalım.

Etkinlik 14

Selin, arkadaşlarıyla ip atlama oyunu oynamak istiyor. Oyun için evden getirdiği ipten 20 cm kesip ayırıyor. Kalan ipi iki arkadaşına ve kendisine olacak şekilde eşit olarak paylaştırmak istiyor. Her bir kişiye düşen ipini uzunluğunun cebirsel ifadesini yazınız.

Sıra Sizde

1. Aşağıda verilen cümlelerin cebirsel ifadelerini yanlarındaki kutucuklara yazınız.

a) Bir sayının 5 katının 4 fazlası

b) Bir eşkenar üçgenin çevresi

c) Bir sınıftaki öğrenci sayısının 10 eksiği

d) Ahmet'in yaşının 3 eksiğinin 2 katı

e) Bir sayının 3'te birinin 7 eksiği

f) 90 dakikalık bir maçın belli bir süre geçtikten sonra kalan zamanı

g) Her bir sorunun değeri 5 puan olan bir sınavda 3 yanlış yapan öğrencinin alacağı puan

2. Aşağıda verilen cebirsel ifadelerin, belirtilen sayılara karşılık gelen değerini bulunuz.

Cebirsel İfade	Değişken	Değer
20 – a	a = 3 için	
3 · (t – 4)	t = 7 için	
5 k + 8	k = 10 için	
$x^2 - 1$	x = 4 için	
$\frac{b}{3}$	b = 21 için	
25 – 3y	y = 4 için	

Etkinlik 15

Uzun kenarı 3 metre kısa kenarı a birim olan dikdörtgenini alanını bulalım.

Konu: Cebirsel İfadelerde Toplama ve Çıkarma

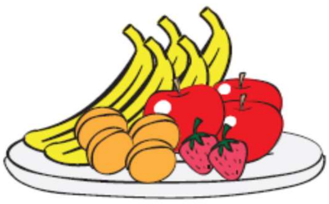
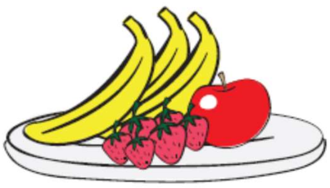
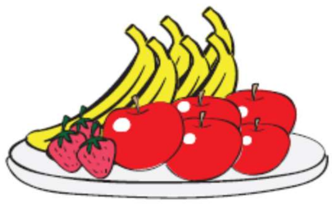
Etkinlik 16

Başlangıçta 4a cm boyunda olan bir fidanın her yıl 2a cm uzadığı düşünüldüğünde fidanın gelecek yıllardaki boyu ile ilgili tahminlerde bulunabilir misiniz?

Etkinlik 17

Ortak Yanımızı Bulalım

1. Tabak	2. Tabak	3. Tabak
3 elma, 5 muz	1 elma, 3 muz	5 elma, 6 muz
2 çilek, 4 kayısı	6 çilek	3 çilek

Her bir tabaktaki meyve sayısına göre aşağıdaki tabloyu doldurunuz.

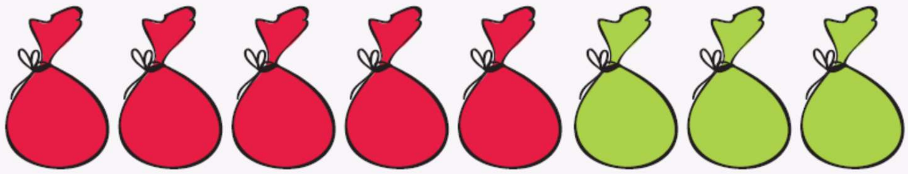
Meyveler / Tabaklar	Elma	Muz	Çilek	Kayısı
1.Tabak				
2.Tabak				
3.Tabak				
Toplam				

Meyvelerin toplam sayısını bulurken nelere dikkat ettiğinizi belirtiniz.

Etkinlik 18

Elif Öğretmen, öğrencileri için kırmızı renkli 5 hediye şeker paketi sipariş etmiştir. Daha sonra eşit şeker sayıları olan yeşil renkli 3 hediye şeker paketi daha sipariş etmiştir. Hediye paketinde kaç şeker olduğu bilinmediğine göre toplam şeker sayısını nasıl ifade edebiliriz?

Çözüm



Soru

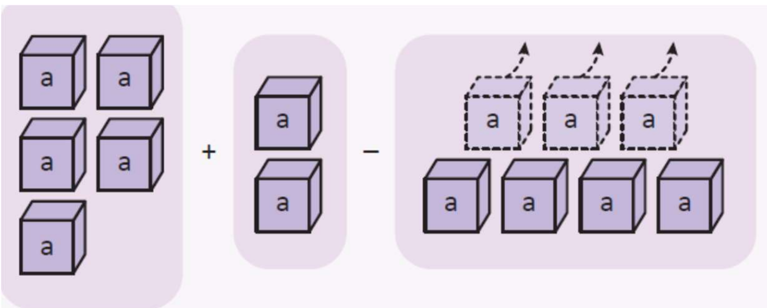
5x+8 cebirsel ifadesinde katsayıyı ve sabit terimi belirleyelim.

Etkinlik 19

3y+2y+ y işleminin sonucunu bulmayı şekille göstermek isteseydiniz, nasıl yapardınız? Anlatınız.

Etkinlik 20

5a+2a-3a işleminin sonucunu şekille göstererek bulalım. Ayrıntılı anlatalım.



Etkinlik 21

Bir kenarının uzunluğu x birim olan bir eşkenar üçgenin, bir karenin, düzgün bir beşgenin çevresini hesaplayalım.

Eşkenar Üçgen **Kare** **Düzgün Beşgen**

Cebirsel ifadeler en az bir ………………… içerir.

Etkinlik 22

Silifke Halısı Hereke Halısı

Kısa kenarının uzunluğu 1 m, uzun kenarının uzunluğu h metre olan Silifke ve Hereke halıları bir salona yan yana olacak şekilde seriliyor.

a)Silifke ve Hereke halılarının alanları toplamını bulalım.

b) İki halıdan oluşan büyük dikdörtgenin alanını bulalım.

Etkinlik 23

Uzun kenarı 3 birim kısa kenarı e birim olan dikdörtgenin alanının 4'te 1'ini bulalım.

Etkinlik 24

Aşağıda her birinin içerisinde eşit miktarda mantar olmak üzere üstü açık dikdörtgenler prizması şeklinde 5 kutu vardır.

Kutuların dışındaki mantarlarla birlikte toplam kaç mantar olduğunu bulalım.

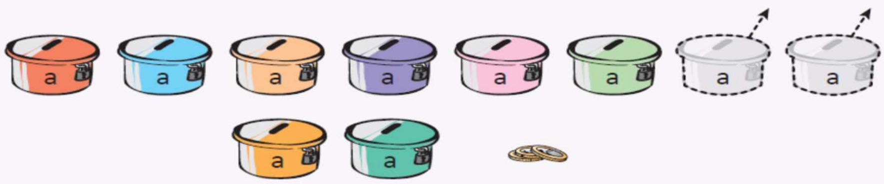
Sabit terim ile ……………. …………… toplanmaz. Çünkü benzer terim değillerdir. 3a ile 5a, 2x ile 9x benzer terimlerdir.

Etkinlik 25

Kumbarasında bir miktar parası olan Cemal, ilk gün kumbarasındaki paranın üç katı kadar, ikinci gün ise kumbarada biriken paranın yarısı kadar daha para ilave ediyor. Tarık daha sonra kırtasiye masrafları için kumbarada biriken paranın 1/6' sını harcıyor. Bu durumda Cemal'in kumbarasında kalan parayı hesaplayalım.

Etkinlik 26

Aşağıda verilen kumbaraların içerisinde üzerinde yazılı sayı kadar 1 lira vardır. Kumbaranın dışında ise 3 adet 1 lira bulunmaktadır.



Şekilde verilen cebirsel ifadeye ait cebirsel işlemi yazıp, toplam ne kadar para olduğunu cebirsel olarak ifade ediniz.

Alıştırmalar

1. Aşağıda verilen tabloyu uygun şekilde tamamlayınız.

	Katsayı	Sabit terim	Terim sayısı
$3x + 1$			
7			
$\frac{a}{5} + 21$			
$17 + 4b$			
$0{,}7\,t$			
$19 - 2b$			
$-36d$			

2.

Aşağıda verilen cebirsel ifadelerdeki işlemleri yapınız.

a) $5n + 8n$

b) $23h + 9h + 10h$

c) $27s - 9s$

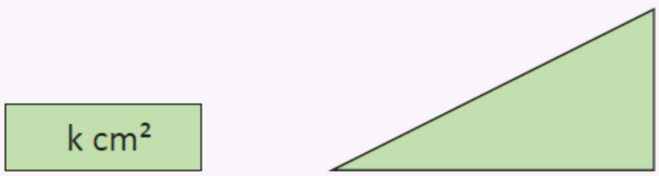
d) $15c + 4 - 12c$

e) $6m + 9m - 10m$

f) $18r - 9 + 6r + 3$

3.

Bir dikdörtgenin alanı k cm^2 dir. Üçgenin alanı ise dikdörtgenin alanının 3 katı kadardır. Dikdörtgenin alanı ile üçgenin alanı arasındaki farkı k cinsinden yazınız ve k = 24 ise üçgenin alanını hesaplayınız.



4. Ayşe'nin b tane pulu vardır. Fatma'nın pullarının sayısı Ayşe'nin pullarının sayısının 2 katından 10 fazla, Ege'nin pularının sayısı ise Ayşe!nin pullarının sayısının 3 katından 2 eksiktir.

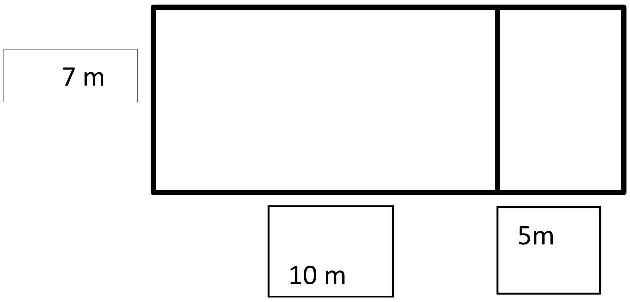
a)Her birine ait pul sayısını Ayşe'nin sahip olduğu pul cinsinden bulunuz.

b)Üçüne ait toplam pul sayısını bulunuz.

c)Ayşe'nin 7 pulu olduğunu kabul edersek üçüne ait toplam pul sayısı kaç olur?

Konu: Bir Doğal Sayı ile Bir Cebirsel İfadenin Çarpımı

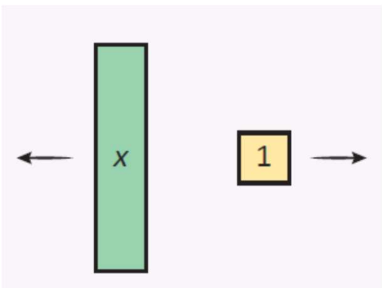
Etkinlik 27



Yandaki dikdörtgenlerin alanları toplamını bulunuz.

Etkinlik 28

Aşağıdaki modelleri kullanarak 2(x+1) cebirsel ifadesini modelleyelim.



Etkinlik 29

3(x+2) cebirsel ifadesinin 3x+6'ya eşit olduğunu yukarıdaki cebir karolarını kullanarak gösterelim.

Etkinlik 30

Bal üretimi yapan Hasan amcanın elinde belli miktarda kovan vardır. Hasan amca elinde bulunan kovanlara ilk ay 12 kovan daha eklemiştir. 5 ay boyunca her ay 1. aydaki kadar kovan ekleyerek bal üretmeye devam etmiştir. Buna göre Hasan amcanın 5 ay sonunda toplam ne kadar kovanı olacağını hesaplayalım.

Ek 6. 7. Sınıf Eşitlik ve Denklem Öğretim Tasarımı

EŞİTLİK VE DENKLEM -Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Kurma

Etkinlik 1

Kollarınızı tahterevalliye benzer iki yana açınız. Hepsi aynı ağırlıkta olan portakallarınız ve küçük elmalarınız olsun.

a) Her biriniz sol elinize bir portakal alınız. Elleriniz ne durumda?

b) Sağ elinize de bir portakal aldığınızı düşünün. Ellerinizin durum nedir?

c) Portakallar duruyorken sol elinizdeki portakalın yanına bir de küçük elma aldığınızı hayal edin. Kollarınızın durumu ne oldu? Tahterevalli bulgularınızı yazınız.

Etkinlik 2

Görmüş olduğunuz terazide kırmızı silindirler aynı ağırlıkta ve sarı toplar aynı ağırlıktadır. Terazi dengededir. Topların ve silindirlerin ağırlıkları hakkında ne söyleyebilirsiniz?

Etkinlik 3

Görmüş olduğunuz terazinin her iki kefesine bir miktar misket koyunuz ve teraziyi dengeye getiriniz.

a)Her iki kefeye sayarak 5'er misket daha ekleyiniz ve sonucun ne olacağını tahmin ediniz, yazınız.

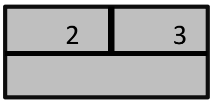
b)Her iki kefeden 7'şer misket alınız ve sonucun ne olacağını gözlemleyip yazınız.

c)Dengede bulunan terazinin her iki kefesindeki misketleri iki katına çıkarınız ve sonucu gözlemleyip yazınız.

d)Dengede bulunan terazinin her iki kefesindeki bilye miktarını yarıya indiriniz ve sonucu ifade ediniz.

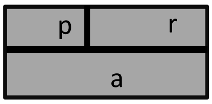
Etkinlik 4

Değişik boylardaki çubukları alınız.

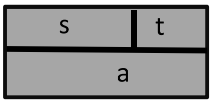


a)Yandaki düzenekte rakamla ifade edileni harfle ifade edebilir misiniz?

b) 1+5=6 eşitliğine uygun düzenek hazırlayınız.



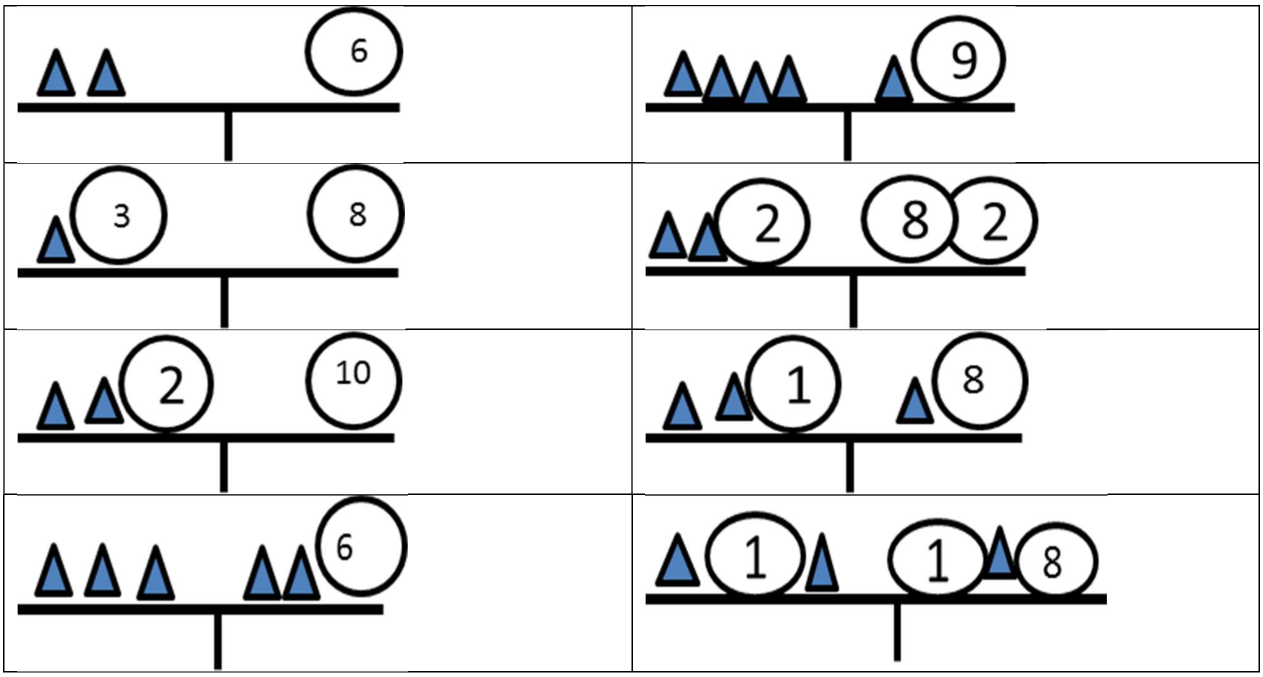
c)Yandaki düzeneği harflerle ifade ediniz.



d)Yandaki düzeneği harflerle ifade ediniz.

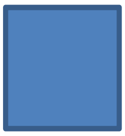
Etkinlik 5

Aşağıdaki teraziler dengededir. Terazilerin dengeye gelmesi için her birinde üçgen değerlerini bulunuz.



Etkinlik 6

Aşağıda verilen farklı büyüklükteki karelerin çevresini ve alanını bulunuz.



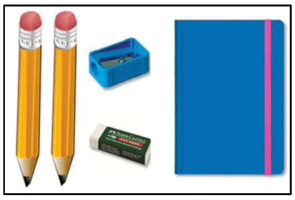
a

b

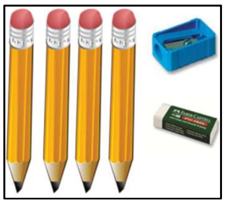
a) Eğer karenin alanı 16'ya eşit olsa kenar uzunluğunu denklem kurarak bulabilir misiniz?

Etkinlik 7

Bir kırtasiye aynı fiyata 4 farklı paket satmaktadır.

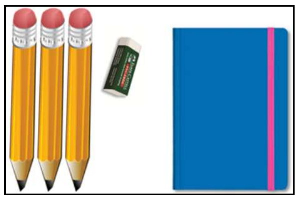


1



2

3



4

a)1. ve 2. Paket arasında ne fark var? 1. ve 2. Pakette paket fiyatını değiştirmeden değişiklik yapmak isteseniz nelerin yerini değiştirirsiniz?

b)3. ve 4. Paket arasında ne fark var? Yazarak açıklayınız. 3.ve 4. Paketler arasında fiyat değişikliği yapmadan hangi ürünlerin yerini değiştirmek istersiniz?

c)2. ve 3.paketleri karşılaştırınız. Aralarındaki ilişkiyi bulunuz.

d)Bir kalem 1 tl ise her bir paketin fiyatını bulabilir misiniz?

Etkinlik 8


Kalabalık bir aileye sahip olan Ali Amca, haftalık meyve harcaması için 24 TL ayırıyor. Birinci hafta 3 kg elma, 5 kg portakal almış, ikinci hafta ise 4 kg elma 4 kg portakal almıştır. Elma ve portakalın fiyatları hakkında ne söylenebilir? Buna göre iki haftalık meyve alışverişini denklem kurarak ifade ediniz. (İki hafta boyunca meyve fiyatları değişmemiştir.)

a)Portakalın kilosu 5 lira ise elmanın kilosu kaç liradır?

b)Ali Amca bütçesini bozmadan elma ve portakalın miktarını azaltarak yerine hangi meyveden ne kadar alabilir? Kivinin kilosu 4 TL, muzun kilosu 6 TL'dir.

c)Bunu denklemle göstermek istersek nasıl gösteririz?

Etkinlik 9

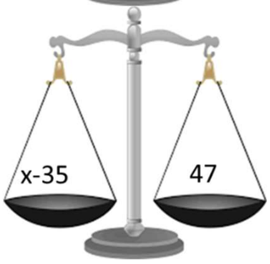
Bir aileye çocuk yardımı yapılacak. Her aileye 150 lira sabit ücret aile yardımı yapılıyor. Ayrıca çocuk başına 100 lira veriliyor.

a) Sizin ailenize kaç lira ödenir?

b) Ödenecek para miktarı y ise denklemi yazınız.

Etkinlik 10

a)Yandaki terazi dengede ise n'nin alması gereken değeri bulunuz.



b)Yandaki terazi dengede ise x'in alması gereken değeri bulunuz.

c) z-56=244 z?

d) y+288=288 y?

e) 251=t-250 t?

f) b-36=102 b?

g) c-230=230 c=?

h) 30=y-14 y?

Etkinlik 11

Hedefiniz 390 TL biriktirerek bir DVD oynatıcısı almak olsun. Geçen 5 haftada 40, 50, 25,50, 35 ve 20 TL biriktirdiniz.

a) Daha biriktirmeniz gereken miktarı harfle gösteren, DVD oynatıcı ücretini verecek denklemi yazınız.

b) Biriktirmeniz gereken ücreti veren denklemi çözünüz.

Etkinlik 12

Çalıştığınız şirkette aylık maaşlara 1000 TL zam yapılacak.

a) 1000 TL zam sonrası yeni maaşınızı nasıl bulacağınızı sözle ifade ediniz ve yazınız.

b) Sözlü ifadenizi denkleme dönüştürünüz. Her bir harfin ne anlama geldiğini açıklayınız.

Etkinlik 13

Bir yolculuğa çıkmak üzere olduğunuzu, saatte 90 km sabit hızla araba kullanmayı planladığınızı hayal ediniz.

a) 2 saatte ne kadar yol alırsınız? Ya 5 saatte ne kadar yol alırsınız?

b) t harfi yolda geçen zamanınızı, d harfi de o sürede gideceğiniz yolun uzunluğunu versin. 90 km sabit hızla çeşitli süreler içinde alacağınız yolu veren denklemi yazınız.

c) Denklemi kullanarak aşağıdaki tabloyu doldurunuz. (t girdi değişkeni, d ise çıktı değişkenidir.)

Geçen Süre(Saat)	Alınan Yol
2	
3	
5	
6	
8	

Etkinlik 14

Şimdi de saatte 60 km hızla gideceğinizi hayal ediniz.

a)Bu durumda geçen sürede alacağınız yolu veren denklemi yazınız.

b)Sırasıyla 2 saatte, 3 saatte, 4 saatte, 6 saatte ve 10 saatte ne kadar yol gideceğinizi hesaplayınız. Sonuçlarınızı aşağıdaki tabloya yazınız.

Geçen Süre(Saat)	Alacağınız Yol
3	
4	
6	
10	

c) "Saatte 60 km hızla 420 km'lik yolu kaç saatte alırsınız?" sorusunu a şıkkında bulmuş olduğunuz denklemi kullanarak cevaplayınız.

Soru 1

Aşağıdaki denklemleri çözünüz.

a) 10t=220 b) 4x=12 c) 3q=27

d) 5x+ 15=50 e) 3x+2=20-3 f) 2x-1=7+4

Etkinlik 15

a)Bir otomobilin benzini bitmek üzeredir. Benzinciye ulaştığında, otomobilin t dakikada pompalanan benzin miktarı l litredir. Dakikada 5 litre pompalarsa kaç litre benzin pompalanmış olur?

b)w suyun litre olarak miktarını gösteren bir sayı olsun. Su dakikada 3 litre akıyorsa banyo küvetini t dakikada doldurunca küvetteki su miktarını bulunuz.

Soru 2:

Aşağıda verilen teraziler dengede midir? Kontrol ediniz. Eğer dengede değilse sağa ya da sola yatık olduğunu belirleyiniz.

a) $5\times7 \quad (4+9)\times3$

b) $(3\times4)+2 \quad 2\times7$

c) $(3\times9)+5 \quad 6\times8$

d) $\square+3 \quad 2\times\square$

Kutu yerine ne yazarsak terazi dengede kalır?

Soru 3:

Aşağıdaki terazi dengede ise x ne olmalıdır?

4-6x 3(1+x)

Soru 4:

2 TL'lik Janga çikolataları ve 1 TL'lik Albeni çikolatalarından satın almak için 10 TL'niz varsa kasadan para üstü almadan kaç farklı yolla paranın hepsini harcayabilirsiniz?

Soru 5:

2 TL'lik Janga çikolataları ve 1 TL'lik Albeni çikolatalarından satın almak için 10 TL'niz varsa kasadan para üstü almadan kaç farklı yolla paranın hepsini harcayabilirsiniz?

Etkinlik 16

Aşağıda bazı topların ağırlıkları toplamı verilmiştir. Dünya genelinde bu topların ağırlıkları pound üzerinden hesaplanmaktadır. 1 pound 453 gramlık ağırlık birimidir. Aşağıda verilen bilgiler dikkate alındığında her bir topun ağırlığı ne kadardır? Çözüm şeklinizi açık bir şekilde ifade ediniz.

1.  + 

= 1.25 pound

2.  +  = 1.35 pound

3.  + 

= 1.9 pound

Soru 7:

Bir grupta 8 yetişkin ve 2 çocuk vardır. Bu grup nehrin karşısına geçmek istemektedir. Nehrin karşısına geçiren küçük bot ya 1 yetişkin, ya 1 çocuk ya da 2 çocuk taşıyabilmektedir. Bottaki herkes kürek çekebilmektedir. Gruptaki herkesin karşıya geçebilmesi için kaç yolculuk yapılması gerekmektedir? 2 çocuk ve herhangi sayıdaki yetişkinin karşıya geçmesi için kaç yolculuk yapılması gerekmektedir?

Soru 8

Aşağıdaki işlemleri yapınız.

a) 5 eksiğinin 3 katı 15 olan sayı kaçtır?

b) 3 katının 5 eksiği 25 olan sayı kaçtır?

Soru 9

a) 2(x-3)=10 b) 5(a+7)=45

b) 5y-3=17 d)2z+6=4z-6

Soru 10

Zuhal evine yemek masası takımı almak istiyor. 6 sandalyesi olan bu takımın nakliyesine 150 TL, masasına 400 TL veren Zuhal toplamda 1450 TL ödemiştir.

a) Bir sandalyenin fiyatını veren denklemi bulunuz.

b) Bir sandalyenin fiyatını bulunuz.

Soru 11

Ayşe'nin okuduğu kitap sayfa sayısı, Mehmet'in okuduğu kitap sayfa sayısının 4 katıdır, Ceren ise Ayşe'den 10 sayfa fazla okumuştur. Bu üç arkadaşın toplam okuduğu sayfa sayısı 370 ise her birinin okuduğu sayfa sayılarını bulunuz. (Denklem kullanarak çözünüz.)

Soru 12

Aşağıdaki denklemlerin hikayelerini, problemlerini yazınız.

a) $10t=220$ b) $4x=12$ c) $3q=27$

d) $5x+15=50$ e) $3x+2=20-3$ f) $2x-1=7+4$

Etkinlik 17

Bir iş yerinde çalışanlara aile yardımı altında, çocuk sayısına bağlı olarak a=20ç+100 TL ödeme yapılıyor.

(a:aile yardımı, ç:çocuk sayısı)

a) Çocuksuz bir aileye ne kadar yardım yapılacaktır?
b)
c) 3 çocuklu bir aile kaç lira yardım alır?

d) Kendi aileniz ne kadar yardım alır?

e) Çok çocuklu aileler durumdan şikayetçi olup, çocuk bakımının zorlaştığını ileri sürerek çocuk sayısının verilen parayı artıracak yönde etkilemelerini istiyorlar. Bunun için denklemde nasıl bir değişiklik gerekir?

Etkinlik 18

Ping-pong oyununda Zehra daha iyi oynadığını düşünerek Selma'ya 3 avans veriyor. Oyun oynarken Zehra a sayı alıyor, Selma a+2 sayı alıyor. Hangisi önde olur? Kararınızı neye dayandırıyorsunuz?

Etkinlik 19

10 kişinin katıldığı bir koşuda birinci olana daha yüksek bir puan verebilmek için puanın belirli bir sayıdan çıkarılması ve elde edilen sayının koşucunun puanı olması kararlaştırılıyor, bu sayı 20 ise 3. Bitirenin puanı kaç olur?

a) Her koşucunun puanını belirleyen bir denklem yazınız.

b) 20 sayısını değiştiriniz ve kendiniz bir puan belirleme denklemi öneriniz. Bu denklemin koşucuları sıraya koyacağından nasıl emin olmaktasınız?

Etkinlik 20

a) Her biri p lira olan 2 tane mandalina poşeti alan bir kişi kaç lira öder?

b)Aynı kişi paket başına 0.5 TL ambalaj parası ödüyor. Bu durumda kaç lira öder?

Etkinlik 21

Aşağıdaki iki cümleyi okuyunuz.

1)Bir çekirge her zıplayışında 5 cm yol alıyor. t sıçrayışta ne kadar yol alır?

2) Tanesi 5 kg olan t tane çuvalı kamyonetine yükleyen adam kaç kg yük taşımıştır?

a) Bu cümlelerin/ifadelerin ortak bir özelliği var mıdır? Bunu nasıl açıklarsınız?

b) Siz bu cümlelerle aynı sonucu doğuran bir problem cümlesi söyleyiniz.

Denklem Problemleri

1.Bir kavanoz boş iken tartıldığında 100 gr gelmektedir. Kavanozun içine eşit kütleli 150 tane şeker konduğunda kavanoz 400 gram gelmektedir. Buna göre şekerlerin her biri kaç gramdır?

2.Bir mağaza her ay bir önceki ayda satılan ürün miktarından 300 fazla ürün satıyor. 5 ayın sonunda bu mağazada 5000 ürün satıldığına göre, 3.ayda satılan ürün miktarına oranı kaçtır?

3.Biri diğerinin 3 katının 5 eksiğine eşit olan iki sayının toplamı 55'tir. Buna göre, bu sayılardan küçük olanı kaçtır?

4.Emel'in alışveriş merkezindeki merdivenleri ikişer ikişer çıkarken attığı adım sayısı, üçer üçer inerken attığı adım sayısının 2 katından 10 eksiktir. Buna göre Emel'in kullandığı merdiven kaç basamaklıdır?

5.Saat 15.00'te başlayıp 17.00'de biten bir filmde 10 dakika film arası verilmiştir. Filmin ilk yarısı, ikinci yarısından 10 dakika uzun olduğuna göre, filmin ikinci yarısı kaç dakikadır?

6.Zuhal Hanım'ın bahçe musluğu bozuktur ve her saat 0,5 litre su damlatmaktadır. Buna göre, bu musluk kaç saat sonra 8 litre su damlatmış olur?

7.Emir ve Elif koşu parkurunda koşuyorlar. Elif, Emir'in koştuğu mesafenin 3 katının 2 eksiği mesafeyi koşmuştur. İkisinin koştuğu mesafelerin toplamı 6 km olduğuna göre Elif'in koştuğu mesafe kaç km'dir?

8.18 kişilik bir grup sinemaya giderek toplam 174 TL bilet parası verip bilet alıyor. Bilet fiyatları 8 yaşından küçükler için 5 TL, 8 yaşından büyükler için ise 12 TL'dir. Buna göre, grupta 8 yaşından küçük olan kaç kişi vardır?

9.Begüm'ün dedesi Begüm'ün boynunu 4 karıştan 3 cm eksik ölçüyor. Begüm'ün dedesinin bir karışı 26 cm olduğuna göre, Begüm'ün boyu kaç cm'dir?

10.Kerem kırtasiyeden fiyatı 18 TL ve 24 TL olan kalemlerden alıyor. Kerem toplamda 30 kalem alıp karşılığında 636 TL ödüyor. Buna göre, fiyatı 18 TL olan kalemlerden kaç tane almıştır?

11.Bir sitede yer alan her apartmanda 10 kat ve her katta 3 daire vardır. Bu sitede toplam 180 tane daire olduğuna göre, kaç tane apartman vardır?

12. -2(x+1)-3(x-2)=-1 denklemdeki x'i bulunuz.

13. -x-4(x-4)+3(x+6)=2 denkleminin kökünü bulunuz.

14. $\frac{x+3}{2} + \frac{x+9}{3} = x + 4$ denkleminin kökünü bulunuz.

DOĞRUSAL DENKLEMLER

Koordinat Sistemi

Etkinlik 1

Öğretmen öğrencilerin yeni tanıyacağı sınıftaki yerlerini belirlemek için bir plan yapıyor. Öğrencilerin her birinin yerini belirleyip ayrı kartlara yazıyor ve sınıfa girmeden ellerine veriyor. Hiçbir karışıklığa yer vermeden oturabilmeleri için bu kartlarda ne tür bir bilgi olmalıdır?

Hatice sınıfa giriyor. Öğretmen kart dağıtıyor. Herkes o kağıda bakarak yerine oturuyor. Öğretmen nasıl bir şey hazırlamış olmalı ki herkes yerini buluyor?

Etkinlik 2

120 kişilik bir sinema salonu tasarlayınız. Bu salonda oturma planı yapmak isteseniz, nasıl yapardınız?

Çizerek gösteriniz.

Etkinlik 3

Bursa'ya yapılacak yeni tiyatro salonunun koltuk numaralandırma işlemi için görevlendirildiniz. Koltuk numaralarını nasıl kodlarsınız?

Etkinlik 4

Arkanızda ya da önünüzde oturan arkadaşlarınızla 4'er kişilik grup oluşturunuz. Noktalı kağıda bir sayı doğrusu çiziniz. Çizdiğiniz sayı doğrusuna 0 noktasından geçen dik bir sayı doğrusu daha çiziniz.

a) Sayı doğrularıyla oluşturulan bölgeye köşeleri noktalarda olan üçgen şeklinde define adası çiziniz.

b) Karşınızdaki gruptaki arkadaşlarınızı define adasını bulmaya yönlendiriniz.

Etkinlik 5

Noktalı kağıtta iki nokta sırası belirleyerek bunları çizilecek şeklin eksenleri olarak göz önüne alınız.

a)Eksenlerin birindeki 1.noktayı diğerinin 5.noktasına, 2. noktayı diğerinin 4.noktasına,… birleştiriniz.

b)Çizim işlemine sırası gelen noktalarla devam ediniz.

c)Bu çalışmayı eksenlerin belirlediği dört bölgenin her birinde yapınız.

d) (Ev Ödevi) Yukarıda noktalı kağıtta yaptığınız çalışmayı geometri tahtası(çivili tahta) üzerinde renkli iplik gererek yapınız.

Etkinlik 6

Kareli kağıdın çizgilerini kullanarak birbirine dik iki çizginin üzerinden geçerek koyulaştırınız.

a)Eksenleri numaralandırınız.

b)Düzlemdeki diğer kare kesim noktalarının birkaç tanesini doğal sayı ikilileri ile gösteriniz.

c)Düzlemde her noktaya bir sayı ikilisi, her sayı ikilisine düzlemin bir noktası eşleniyor mu?

d) Bu ikili bileşenler; **(,)**

Birincisine ……………………, ikincisine ……………………, bu adlandırmaya bağlı olarak yatay eksene ……………… ………………, ya da ………………….. ……………………., dikey eksene ……………. …………………, ya da ……………………… ……………………. denir.

e)Aynı eksen sisteminde eksenlere dokunarak teğet duran yarıçapı 2 birim olan çember çiziniz.

f)Bu çemberin merkezini nasıl işaretleyip anlatabilirsiniz?

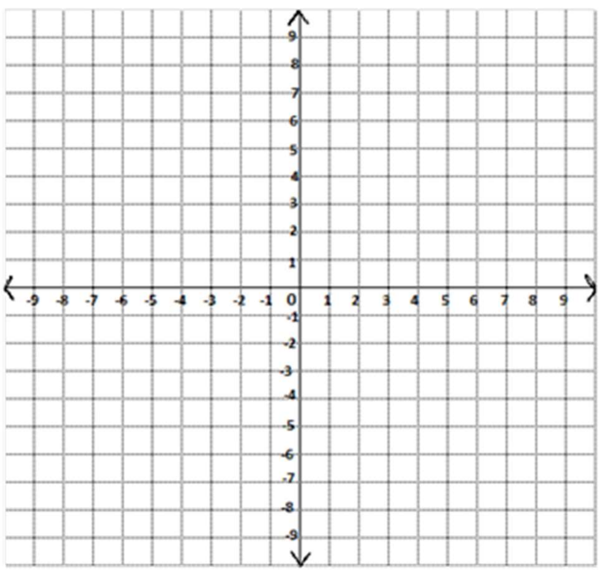
g) Analitik düzlemde üç nokta belirleyerek bu konumları ikili bileşen şeklinde gösteriniz.

h)Verilen A(3,1), B(2,0), C(0,4) noktalarını kareli kağıtta gösteriniz.

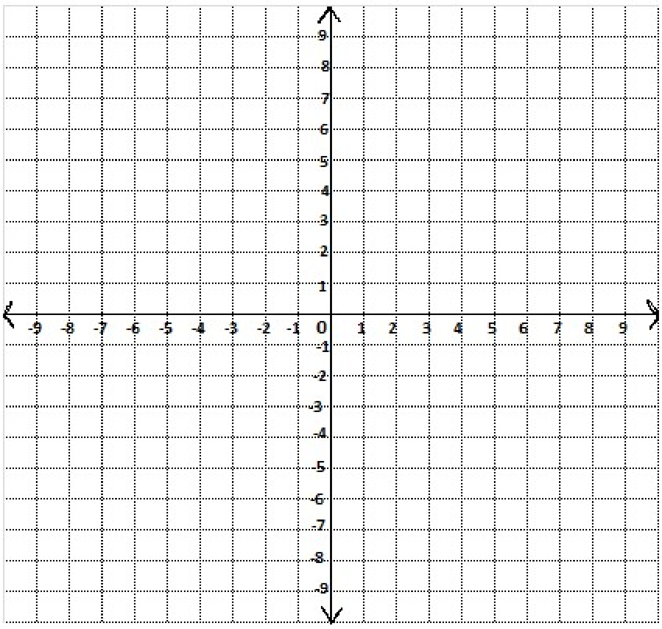
I)Köşeleri A(1,3), B(0,4), C(-2,-7) ve D(3,-5) olan dörtgeni çiziniz.

i) Köşeleri A(0,0), B(4,0), C(3,2) olan üçgeni çiziniz.

j) Kendiniz istediğiniz bir deseni analitik düzlemde tasarlayıp çiziniz. Koordinatlarını ikili bileşenler halinde belirleyip yazınız.



Etkinlik 7



Kendi evinizi yukarıdaki koordinat düzleminde 4 farklı bölgede çiziniz.

a)Koordinatlarını(konumunu) her bölgeye göre yazınız.

b)Bölgeden bölgeye koordinatlardaki değişim nasıl oldu?

c)Bölgeleri nasıl isimlendirebiliriz?

Not: Bölge isimleri aşağıdaki şekildedir:

………… Bölge (,)

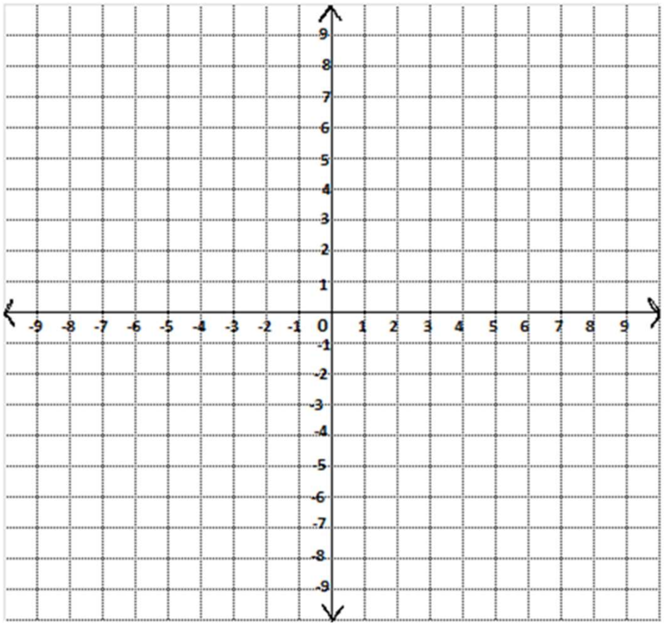
………… Bölge (,)

………… Bölge (,)

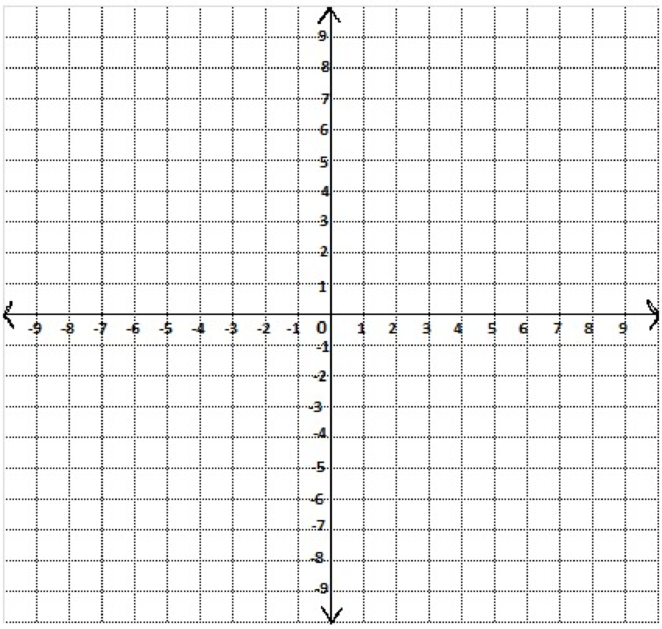
……….. Bölge (,)

Etkinlik 8

Bazı derslerden proje ödevi aldınız, teslim edeceğiniz tarihler şu şekildedir; 3 Nisan, 4 Mayıs, 6 Mayıs. Bu tarihleri koordinat sisteminde göstermek isteseniz nasıl gösterirdiniz? (Ayları dikey eksende, günleri yatay eksende gösterebilirsiniz.)



Etkinlik 9



A (-1, -8), B (6, 8), C (-7, 4), Ç (2, -5), D (4, 1), E (6, -9), F (-5, -3), G (0, -4), Ğ (-6, 3), I (-8, 0)

Yukarıda verilen noktaları yandaki koordinat sisteminde gösteriniz. Aşağıda noktaların hangi bölgede veya hangi eksen üzerinde olduğunu yazınız.

A noktası .... bölgededir.
B noktası .... bölgededir.
C noktası .... bölgededir.
Ç noktası .... bölgededir.
D noktası .... bölgededir.
E noktası .... bölgededir.
F noktası .... bölgededir.
G noktası .... üzerindedir.
Ğ noktası .... bölgededir.
I noktası .... üzerindedir.

Doğrusal İlişki

Etkinlik 10

Dakikada 4 m hızla giden bir aracın, 1, 2, 3, 4, 5 dakikada aldığı yolu hesaplayınız. Denklemini gösteriniz.

a)Aracın aldığı yolun geçen süreyle olan ilişkisini tabloda gösteriniz.

Süre							
Yol							

b)Şimdi de tablodaki verileri grafikle gösteriniz.

Etkinlik 11

x liralık benzinle 2x+1 km yol alan bir aracın aldığı yolu denklemle gösteriniz.

a) Aldığı yolun kullandığı benzine olan doğrusal ilişkisini tabloda gösteriniz.

Benzin(TL)	x						
Aldığı yol(km)	y						

b) Ayrıca aldığı yolun kullandığı benzinle olan ilişkisini grafikle gösteriniz.

Etkinlik 12

Cemal'in bir günde okuduğu kitap sayfa sayısı 40'tır. Cemal'in bir hafta boyunca okuduğu kitap sayfa sayısını veren denklemi yazınız.

a) Cemal'in okuduğu kitap sayfa sayısı ile geçen gün arasındaki ilişkiyi tabloda gösteriniz.

Gün							
Kitap sayfası							

b) Okunan kitap sayfa sayısı ile geçen gün arasındaki ilişkiyi grafikle gösteriniz.

Etkinlik 13

Bir işyerinde ödenecek ücret; çocuk sayısını 100 ile çarparak ve 50 TL üzerine bonus verilerek hesaplanıyor. Bu işyerinde bir kişiye verilecek ücreti hesaplayan denklemi bulunuz.

a)1 çocukluya, 2 çocukluya, 3 çocukluya, 4 ve 5 çocukluya ve hiç çocuğu olmayan kişilere ödenecek ücretleri tabloyla gösteriniz.

Çocuk sayısı	x						
Ödenecek ücret	y						

b)Çocuk sayısıyla ödenecek ücret arasındaki ilişkiyi gösteren grafiği çiziniz.

Etkinlik 14

Bir yolcu uçağının deposu 26000 L benzin almaktadır. Bu uçak 1 km’de 5 L benzin harcamaktadır. Bu uçağın deposu tam dolu iken kaç km yol gideceğini bulunuz.

a) Gittiği km başına depoda kalan benzini veren denklemi yazınız.
b) Gidilen yol ile depoda kalan benzinin arasındaki doğrusal ilişkiyi tabloda gösteriniz.

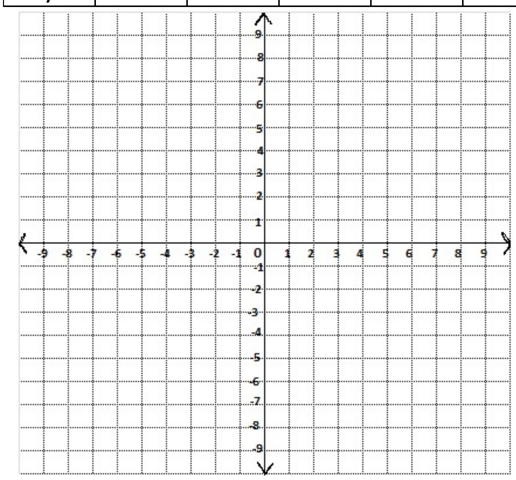
Gidilen Yol(km)	Depoda kalan benzin miktarı(L)	Doğrusal İlişki
1		
2		
3		
x		

c) Doğrusal ilişkiyi grafikle gösteriniz.

Soru

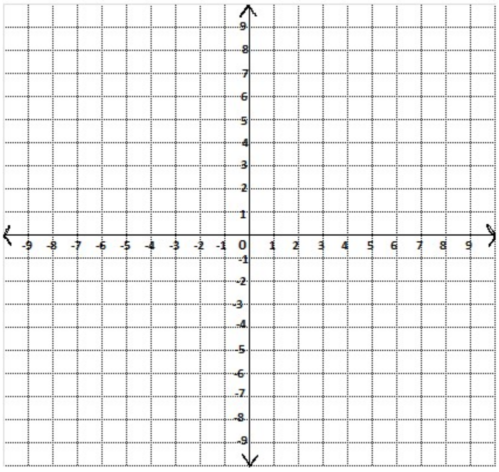
y= x+3 doğrusal denkleminin grafiğini oluşturmak için önce x ve y değerler tablosunu oluşturunuz. Daha sonra aynı denklemi grafikle gösteriniz.

x							
y							



Etkinlik 15

Mesleğe yeni başlayan bir insan 1600 TL maaş alıyor. Bir işyerindeki mesleğe yeni başlayan insanların aldıkları maaşı grafikle yaşa bağlı olarak göstermek isteseniz nasıl çizerdiniz? Açıklayıp çiziniz.

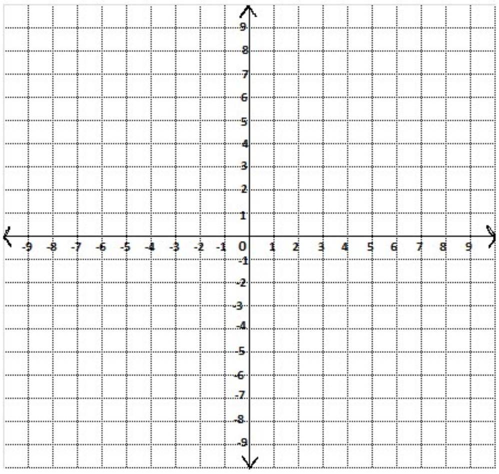


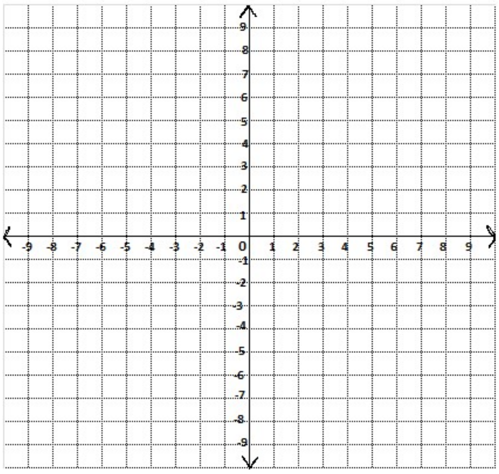
Soru

x=4 doğrusal denkleminin grafiği nasıl çizilir? y=5 doğrusal denkleminin grafiği nasıl çizilir? İkisini çizip kıyaslayınız.

x							
y							

x							
y							

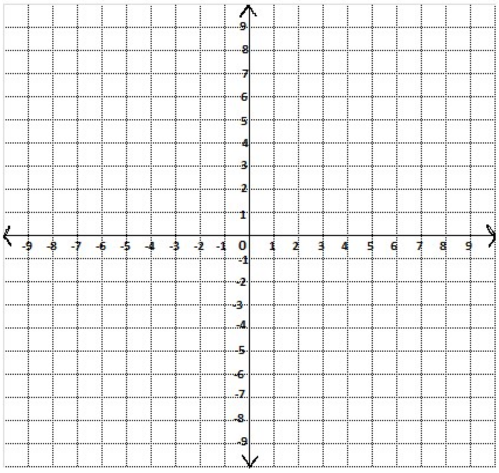




Etkinlik 16

Bahçesindeki tavuklardan her gün 2 tane yumurta alan İpek'in sırasıyla 1., 2., 3., 4., 5. gün sonunda aldığı yumurtaların sayısını hesaplayınız, bu yumurtaların sayısını veren denklemi yazıp grafikle gösteriniz.

x							
y							

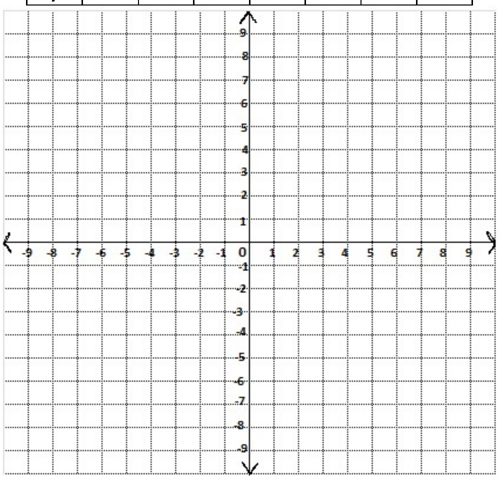


Yukarıdaki denklemin grafiği y=x+3 denkleminin grafiğinden hangi yönden ayrılıyor? Kıyaslayınız.

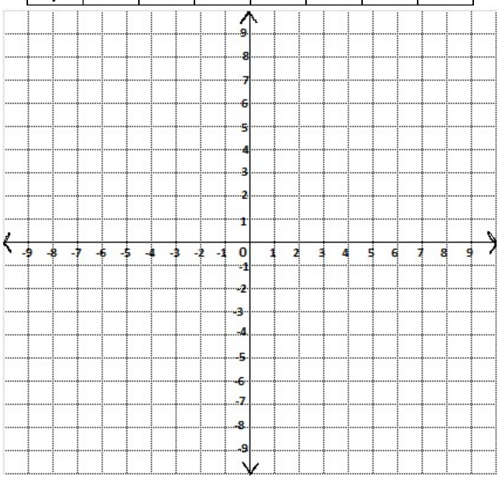
Etkinlik 17

Yanda yazan 3 denklemin grafiğini çiziniz. Özelliklerini altlarına yazınız. 1) y=-2x   2)y=4   3)2x+1=3

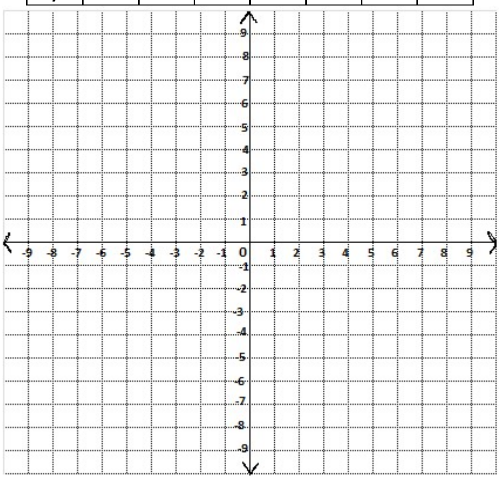
x							
y							



x							
y							



x							
y							



Doğru Denklemi Çeşitleri   (y=ax+by+c şeklinde yazılan denklemler doğrusal denklemlerdir.)

1)………………..   ……………… Doğrular

2)………………..   ………………… Doğrular

3)………………..   ……………….. Doğrular

Ek 7. Bireysel Soyutlama Odak Grup Etkinlik Kağıtları

Etkinlik 1

10 kişinin katıldığı bir koşuda birinci olana daha yüksek bir puan verebilmek için puanın belirli bir sayıdan çıkarılması ve elde edilen sayının koşucunun puanı olması kararlaştırılıyor, bu sayı 20 ise 3. Bitirenin puanı kaç olur?

a) Her koşucunun puanını belirleyen bir denklem yazınız.

b) 20 sayısını değiştiriniz ve kendiniz bir puan belirleme denklemi öneriniz. Bu denklemin koşucuları sıraya koyacağından nasıl emin olmaktasınız?

Etkinlik 2

2 TL'lik Janga çikolataları ve 1 TL'lik Albeni çikolatalarından satın almak için 10 TL'niz varsa kasadan para üstü almadan kaç farklı yolla paranın hepsini harcayabilirsiniz?

Etkinlik 3

Zuhal evine yemek masası takımı almak istiyor. 6 sandalyesi olan bu takımın nakliyesine 150 TL, masasına 400 TL veren Zuhal toplamda 1450 TL ödemiştir.

a) Bir sandalyenin fiyatı ne kadardır?

b) Yemek masası takımından Cemal de 4 sandalyesi olan bir takım almak istiyor. Ödemesi gereken ücret ne kadardır?

c)Bu şekilde bir alışveriş yapmak isteyenlere yol gösterecek bir yöntem var mıdır?

Etkinlik 4

Aşağıdaki iki cümleyi okuyunuz.

1)Bir çekirge her zıplayışında 5 cm yol alıyor. t sıçrayışta ne kadar yol alır?

2) Tanesi 5 kg olan m tane paketi arabasına yükleyen adam kaç kg yük taşımıştır?

3) Her gün 5 sayfa kitap okuyan bir çocuk m günde kaç sayfa kitap okur?

a) Bu cümlelerin/ifadelerin ortak bir özelliği var mıdır? Bunu nasıl açıklarsınız?

b) Siz bu cümlelerle aynı sonucu doğuran bir problem cümlesi söyleyiniz.

5) Zuhal' in bir günde okuduğu kitap sayfa sayısı 30 olduğuna göre, Zuhal bir haftada kaç sayfa kitap okumuştur?

a) Zuhal 'in okuduğu sayfa sayısını veren denklem nasıl yazılır?

b) Bu denklemi ifade etmek için neler kullanabilirsiniz?

5. Rümeysa' nın günlük çözdüğü soru sayısı 20'dir. Çözdüğü soru sayısıyla geçen süre arasındaki ilişkiyi göstermek isteseniz matematiksel olarak en iyi nasıl açıklardınız? Gerekçeleriyle birlikte yazınız.

6.İçinde hazine bulunan çok önemli bir haritayı saklamanız gerekiyor. Fakat haritayı gömdüğünüz yeri aklınızda tutabilmek için yerini belirlemeniz gerekli. Nasıl bir yol izlerdiniz? İzlediğiniz yolu gerekçeleriyle birlikte açıklayıp çözümünüzü tüm ayrıntılarıyla yazınız.

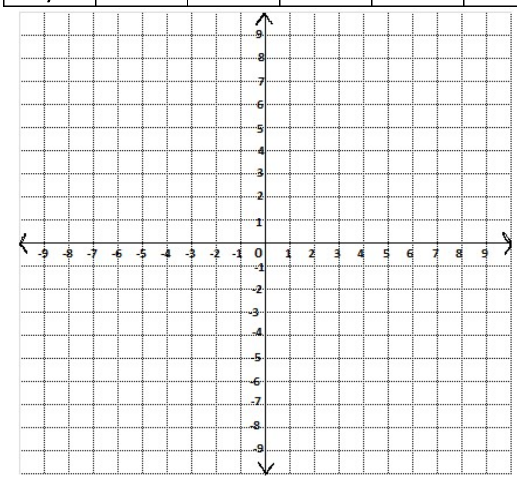
7. Malik merdivenleri inerken üçer üçer iniyor, çıkarken ikişer ikişer çıkıyor. Çıkarken attığı adım sayısı inerken attığı adım sayısından 5 fazladır. Merdivenin basamak sayısını nasıl bulabiliriz?

Denklemden yararlanarak bulunuz.

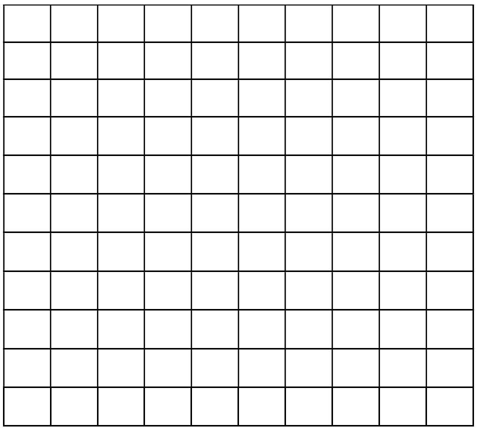
8. Zuhal Hanım'ın bahçe musluğu bozuktur ve her saat 0,5 litre su damlatmaktadır. Buna göre, bu musluk kaç saat sonra 8 litre su damlatmış olur?

9. y= x+3 doğrusal denkleminin grafiğini oluşturmak için önce x ve y değerler tablosunu oluşturunuz. Daha sonra aynı denklemi grafikle gösteriniz.

x							
y							



10. Sanitra ülkesinde iki nokta arası uzaklık $max(|x1-x2|,|y1-y2|)$ şeklinde belirlenmiştir. Şekildeki noktalarla oluşturulabilecek Sanitra eşkenar üçgeni var mıdır? Varsa bu üçgen hangisidir? Eşkenar olduğuna nasıl karar verdiğinizi açıklayınız.



11. Nisan ve Doruk koordinat sisteminde kare şeklinde bir define yeri belirliyorlar. Belirledikleri noktalardan bir tanesinin koordinatları A(3,4) olduğuna göre diğer dört nokta neler olabilir, yorumlayınız.

Ek 8. Chelsea Cebir Tanılama Testi

KAVRAMSAL CEBİR TESTİ

1) Belirtilenlere göre aşağıdaki boşlukları doldurunuz.

a) $x \longrightarrow (x+2)$ **b)** $x \longrightarrow (4x)$

6 $\longrightarrow$ …..   3 $\longrightarrow$......

r $\longrightarrow$ …..

2) Aşağıdakilerden en küçük ve en büyük olanı yazınız

en küçük   en büyük

$n+1$, $n+4$, $n-3$, n, $n-7$ ....

3) Hangisi daha büyüktür, $2n$ ya da $n+2$?

Yanıtınızı açıklayınız:...

4) a) n'ye 4 eklendiğinde ***"n+4"*** olarak yazılır. Aşağıdaki ifadelerin her birine 4 ekleyiniz.

8    $n+5$ $3n$

....

b) n 4 ile çarpıldığında ***"4n"*** olarak yazılır. Aşağıdaki ifadelerin her birini 4 ile çarpınız.

8    $n+5$ $3n$

....

5) a + b = 43 ise a + b + 2 = ...

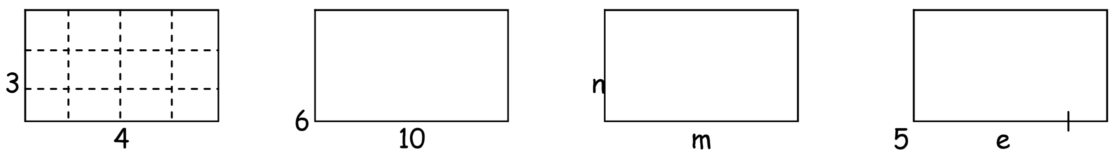
n **-** 246 = 762 ise   n **-** 247 = ...

e + f = g ise   e + f + g = ...

6) a +5 = 8 ise   a nedir? ....

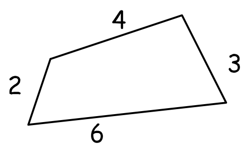
b + 2, 2b'ye eşit ise   b nedir?.........................

7) Aşağıdaki şekillerin alanı nedir?

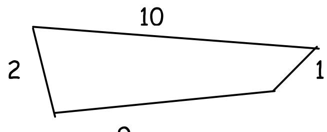


Alan = ...   Alan = ...   Alan = ...   Alan= ....

8) Yandaki şeklin çevresi, 6+3+4+2 = 15'tir.

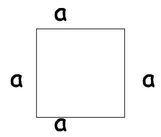


Buna göre, aşağıdaki şeklin çevresi nedir?

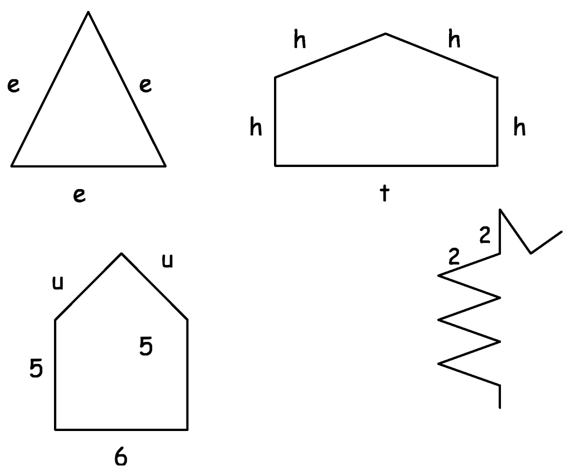


Çevre = ...

9) Yandaki karenin kenar uzunluğu g birimdir.
Bu karenin çevresi, Ç = 4a olarak gösterilir.



Buna göre, aşağıdaki şekillerin çevrelerini nasıl yazarız?



Bir kısmı çizilmeyen yandaki şeklin toplam n kenarı vardır ve herbir kenar uzunluğu 2cm'dir.

10) Kırtasiyede satılan bilgisayar dergilerinin tanesi 8, müzik dergilerinin tanesi 6 milyon liradır.
b harfi satın alınan bilgisayar dergilerinin sayısını,
m harfi de müzik dergilerinin sayısını gösteriyorsa;

8b+6m neyi göstermektedir? ....
Toplam kaç tane dergi alınmıştır?...

11) Eğer u = v+3 ve v = 1 ise, u = ? ....

Eğer m = 3n+1 ve n = 4 ise, m = ? ....

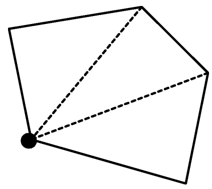
12) Eğer Özlem'in Ö, Atakan'ın da A kadar misketi varsa, ikisinin sahip olduğu toplam misket miktarını nasıl yazarsınız?...

13) a+3a ifadesi sade haliyle 4a olarak yazılır.
Buna göre; aşağıdaki ifadeleri yazılabiliyor ise sade halleriyle yazınız.

2a + 5a = ...	
2a + 5b = ...	3a - (b + a) = ...
(a + b) + a = ...	a + 4 + a - 4 = ...
2a + 5b + a = ...	3a – b + a = ...
(a - b) + b = ...	(a + b) + (a - b) = ...

14) Eğer r = s + t ve r + s + t = 30 ise r = ...

15) Yandaki gibi bir şekilde köşegen sayısı
kenar sayısından 3 çıkarılarak bulunabilir.
Buna göre; 5 kenarlı bir şeklin 2 köşegeni vardır.
57 kenarlı bir şeklin ....köşegeni vardır.
k kenarlı bir şeklin ....köşegeni vardır.



16) Eğer c + d = 10 ve c, d'den küçük ise c = ...

17) Ahmet'in haftalık kazancı 20 milyon liradır ve fazla mesai yaptığı her saat başına 2 milyon lira daha almaktadır.
Eğer s harfi yapılan fazla mesai saatini ve k harfi de Ahmet'in toplam kazancını gösteriyorsa; s ile k arasındaki ilişkiyi gösteren bir denklem yazınız:...
Eğer Ahmet 4 saat fazla mesai yaparsa, toplam kazancı ne olur?...

18) Aşağıdaki ifadeler ne zaman doğrudur? Her zaman, Asla, Bazen?
Doğru yanıtın altını çiziniz. Yanıtınız "Bazen" ise ne zaman olduğunu açıklayınız.

A+B+C = C+A+B Her zaman Asla Bazen, ...

L+M+N = L+P+N Her zaman Asla Bazen, ...

19) a = b + 3 iken b 2 artırıldığında a ne olur?...

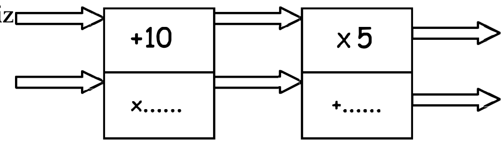
f= 3g + 1iken g 2 artırıldığında f ne olur?...

20) Isırgan büfede kekler k liraya, börekler b liraya satılmaktadır.
Eğer 4 kek ve 3 börek alırsam,
4k + 3b ifadesi ne anlama gelir? ....

21) Kırtasiyede satılan mavi kalemlerin her biri 5, kırmızı kalemlerin her biri 6 milyon liradır. Biraz mavi ve kırmızı kalem alırsam, toplam 90 milyon lira ödüyorum.
Eğer m alınan mavi kalem sayısını,
k alınan kırmızı kalem sayısını gösteriyorsa,
m ve k hakkında ne yazabilirsiniz?...

22)
Yandaki makineyi herhangi bir sayı ile besleyebilirsiniz

Aynı etkiye sahip başka bir makine bulabilir misiniz?



Ek 9. Etik Kurul Onayı

ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
ARAŞTIRMA VE YAYIN ETİK KURULLARI
(Sosyal ve Beşeri Bilimler Araştırma ve Yayın Etik Kurulu)
TOPLANTI TUTANAĞI

OTURUM TARİHİ	OTURUM SAYISI
29 Aralık 2017	2017-17

KARAR NO 2 : Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü'nden alınan Temel Eğitim Anabilim Dalı Doktora öğrencisi Rümeysa YILMAZ'ın "7.Sınıf Cebirsel Kavramların Soyutlanması Sürecinin Öğretim Tasarımı, Uygulanması ve Değerlendirilmesi" konulu tez çalışması kapsamında uygulanacak test sorularının değerlendirilmesine geçildi.

Yapılan görüşmeler sonunda; Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü'nden alınan Temel Eğitim Anabilim Dalı Doktora öğrencisi Rümeysa YILMAZ'ın "7.Sınıf Cebirsel Kavramların Soyutlanması Sürecinin Öğretim Tasarımı, Uygulanması ve Değerlendirilmesi" konulu tez çalışması kapsamında uygulanacak test sorularının, fikri, hukuki ve telif hakları bakımından metot ve ölçeğine ilişkin sorumluluğu başvurucuya ait olmak üzere uygun olduğuna oybirliği ile karar verildi.