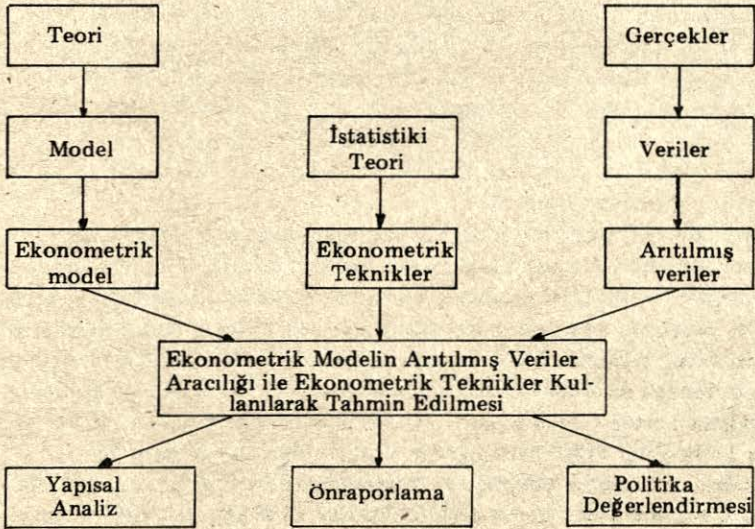


## EKONOMETRİK MODELLER

Sacit ERTAŞ\*

Samuelson, Koopmans ve Stone (1954) ekonometriyi "gerçek ekonomik fenomenlerin, uygun karar alma metodları ile aralarında bağıntı kurularak, birlikte geliştirilen teori ve gözlemlere dayalı nicel analizi" olarak tanımlamaktadır. Bu tanımın da açıkça işaret ettiği gibi herhangi bir ekonometrik çalışmada üç temel öğe — teori, gerçekler ve istatistiki karar alma (sonuç çıkarma) — bulunmaktadır. Bu temel öğelere dayanan ekonometrik yaklaşım Şekil 1'de özetlenmektedir<sup>1</sup>.

Herhangi bir ekonometrik çalışmanın temel öğelerinden biri olan teorinin kullanılabilir bir kalıp içinde geliştirilmesi gerekmektedir. Ekonometrinin amaçları açısından en kullanılabilir kalıp, Şekil 1 de gösterildiği gibi, *model* ve özellikle *ekonometrik model* olmaktadır. Model incelenmekte olan iktisadi fenomen için geçerli teoriyi özetlemektedir. Bu ampirik ölçme ve test etme açısından teorinin en uygun



Şekil: 1  
Ekonometrik Yaklaşım

\* S. Ertaş (Lisans: İstanbul Üniversitesi; D. Phil.: University of York) Uludağ Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesinde Öğretim Üyesidir.

1 Bu diyagram Intriligator (1978)'den alınmıştır. Benzer diyagramlar için bakınız Stone (1965) ve Intriligator (1971).

özeti olmaktadır. Modelin belirtilmesi (specification) — incelenmekte olan iktisadi fenomenlerin uygun bir şekilde temsil eden bir modelin kurulması ve geliştirilmesi — ekonometrinin önemli bir cephesi ve her türlü ekonometrik çalışmanın ayrılmaz bir parçasıdır.

Bu makalenin amacı ekonometrik modellerin temel özelliklerini tartışmaktır. Konu çok kapsamlı olduğundan vurgulanacak noktalar açısından bazı sınırlamalar koymak zorunlu hale gelmiştir. Yazının özellikle üzerinde durduğu konulardan biri genel olarak model ve özellikle ekonometrik model kavramıdır. Tartışmalar daha ziyade genel ekonometrik modellerin, başka bir deyişle eşanlı denklem modellerinin tipik özellikleri üzerinde yoğunlaşmaktadır. Temel fikirler basit örnekler çerçevesinde geliştirilmeye çalışılmıştır. Tek denklem (regresyon) modelleri adı altında gruplandırılan modeller ve bunlara bağlı olarak ortaya çıkan mekanizmalar bu yazının kapsamı dışında bırakılmıştır<sup>2</sup>. Ekonometrik model kurma ile çok yakından ilgili olan teşhis problemi üzerinde durulmamaktadır. Yabancı literatürde söylenenlere ilave olarak pek yeni birşey söylememesine rağmen, Türkçe literatürde bugüne dek incelenmemiş bazı önemli konulara ışık tutması açısından makalenin yararlı olacağı umulmaktadır.

Esas amacımıza geçmeden önce ekonometrik yaklaşımın Şekil 1 de özetlenen diğer öğelerine kısaca değinmek ilerdeki tartışmalarımız açısından kolaylık sağlayacaktır.

Herhangi bir ekonometrik çalışmanın ikinci önemli unsuru *gerçeklerdir*; bu incelenmekte olan ekonomik fenomenlerle ilgili olarak gerçek hayatta karşılaşılan olaylara atıfta bulunmaktadır. Gerçeklerden, geçerli olanlarının gözlemlerini temsil eden bir *veriler* kümesi seçilmektedir. Ham veriler nadiren doğrudan doğruya bir ekonometrik çalışmada kullanılmaya uygundur. Bu nedenle bunlar çeşitli şekillerde süzgeçten geçirilerek (örneğin mevsimlik ayarlamalarla, değişik kaynaklardan elde edilen veriler bir araya getirilerek, ekstrapolasyonla, interpolasyonla) *artılmış veriler* elde edilmesi gerekmektedir.

Teori bir ekonometrik model kalıbına sokulduktan ve gerçekler artılmış veriler haline getirildikten sonra, ekonometrik modelin tahmini için, bunların karşı karşıya getirilip birleştirilmesi gerekmektedir. Bir ekonometrik çalışmanın üçüncü unsuru olan *istatistikî karar alma metodları* (bir ana kitlenin belirli karakteristikleri hakkında sonuç çıkarmak üzere numune bilgilerinin kullanımı ile ilgili metodlar) bu amaçla kullanılan metodlardır. Bu metodlar genellikle bir uygulama alanından diğerine değişmemektedir ve bunların iktisatla kullanımını yöneten ilkeler istatistikî analizin kullanıldığı diğer herhangi bir alandaki ilkelerle aynıdır. Bununla beraber ekonometrik modellerin tahmininde karşılaşılan bazı özel problemleri ele almak için klasik istatistikî metodların genişletilmesine ve belirli istatistikî tekniklerin geliştirilmesine gerek duyulmuştur. Bu genişletme ve geliştirmeler ekonometrinin bir bölümünü oluşturmakta ve bunlara *ekonometrik teknikler* (metodlar) adı verilmiştir.

2. Genellikle bir gerçek hayat sistemini veya fenomenini tek denklemle temsil etmek oldukça güçtür. Ayrıca tek denklem modellerinin tahmini bazı problemler doğurmaktadır. Fakat bu aksak yönlerine rağmen tek denklem (regresyon) modelleri yaygın bir şekilde kullanılmaktadır.

Bir ekonometrik model ile geçerli verilerin ekonometrik teknikler aracılığı ile birleştirilmesi süreci sonunda ekonometrik modelin bir tahmini, başka bir deyişle ekonometrik modelin *parametreleri* olarak adlandırılan büyüklüklerin tahmini, elde edilmektedir.

Tahmin edilen model, Şekil 1'de gösterildiği gibi, yapısal analiz, önraporlama (forecasting) ve politika değerlendirmesi amacıyla kullanılabilir; bunlar ekonometrinin üç temel amacını oluşturmaktadır. *Yapısal analiz*, tahmin edilen bir ekonometrik modelin iktisadi ilişkilerin ölçümü için kullanılmasıdır. Bu aynı zamanda aynı fenomenle ilgili rakip teorilerin karşılaştırılmasına imkân sağlamaktadır. *Önraporlama*, tahmin edilen bir ekonometrik modelin belirli değişkenlerinin numune dışındaki değerlerini kestirmek amacı ile kullanılmasıdır. *Politika değerlendirmesi*, tahmin edilen bir ekonometrik modelin alması politikalarından seçim yapmaya yönelik olarak kullanılmasıdır. Bu üç amaç birbiri ile çok yakından ilişkilidir. Yapısal analiz tarafından belirlenen yapı bir ekonometrik model aracılığı ile önraporlamada kullanılabilir, öte yandan bir ekonometrik model kullanarak yapılan politika değerlendirmesi bir tür şartlı önraporlamadır. Gerçekte başarılı bir ekonometrik çalışmanın bu üç amacın belirli bir kombinasyonunu içermesi gerekmektedir.

Hangi amaçla kullanılırsa kullanılsın bir ekonometrik modelin tahmin edildikten sonra değerlendirilmesi yani bulgularının güvenilirliğinin belirlenmesi gerekir. Bu değerlendirme tahmin edilen modelin teorik yönden anlamlı ve istatistiki ve ekonometrik yönden tatmin edici olup olmadığı hakkında karar vermeyi içermektedir. Eğer tahmin edilen ekonometrik model tatmin edici değilse araştırması alternatif formüllendirmeler ve verilerle deneyler yapabilir ve teori tarafından önerilen faktörler dışındaki faktörleri deneyebilir. Bu şekilde tahminden, teoriye, verilere ve ekonometrik tekniklere yönelik "geri besleyici" (feedback) etkiler mevcuttur. Tahminden teoriye yönelik geri besleyici etkilerle ilgili en göze çarpan örnekler yatırım fonksiyonu<sup>3</sup> ve enflasyon oranı ile işsizlik oranı arasındaki bağıntıyı yansıtan Phillips eğrisidir<sup>4</sup>.

## 1. Modelin Tanımı ve Model Tipleri

### 1.1. Model Nedir?

Gerçekler bilgi sağlamasına karşın kendi başlarına bilimsel anlamda açıklama yapmamaktadırlar. Ne gözlendiği ile ilgili açıklamalar, gelecekteki olayların kestirilmesi ve kontrolü teorileri gerektirmektedir. Gerçek hayatın aşırı ölçüdeki karmaşıklıklarından mantiki anlam çıkarabilmek için araştırma alanının sınırlandırılması zorunlu olmaktadır. Bu nedenle teoriler belirli soruları cevaplandırmak üzere geliştirilmekte ve bir model ortamından yararlanmaktadır. Modelleme—model kurma sanatı—çoğu bilimlerin ayrılmaz bir parçasıdır.

Model, tanım gereği, bir gerçek fenomenin veya bir gerçek hayat sisteminin herhangi bir şekilde temsilidir, gerçek fenomen bir malın piyasa yapısı, bir ekono-

3 Bakınız Evans (1969, s. 73-215).

4 Orijinal ilişki Phillips (1958) de yayınlanmıştır. Bu tahmin edilen ilişkiden kaynaklanan teorik gelişmeler için bakınız Phelps (1970).

minin parasal sektörü veya bir ekonomik sistem olabilir. Model kurmanın amacı yukarıda açıkladığımız teori ve ekonometrik çalışmanın amaçları ile aynıdır. Her model gerçek ile yönetilebilirlik arasında bir uzlaştırmayı gerektirmektedir. Yönetilebilirlik genellikle dışsal etmenlerin elimine edilmesini ve basitleştirmeleri içermektedir. Kuşkusuz bunlar modeli "gerçekçilikten" uzaklaştırmaktadır, fakat modelin işlerliğini garantilemek için bunların yapılması gereklidir. Gerçekçilik ve yönetilebilirlik arasındaki tutarlı bir uzlaştırma iyi modellemenin özünü oluşturmaktadır. Genel bir kural olarak bir fenomenin ilk modelleri çok basittir. Zamanla fenomenin daha fazla içsel bağıntısını açıklamak için daha analitik modeller formüle etme denemelerine girişilir.

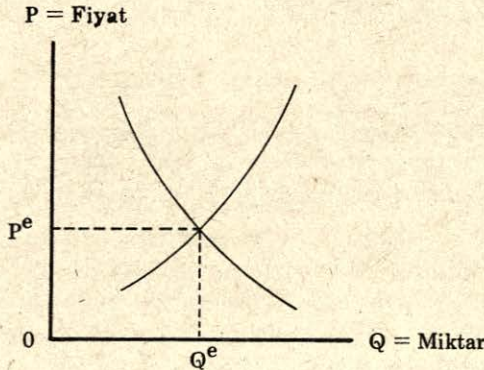
Modeller çok çeşitli tipte olabilir. Nitelik itibarıyla bunları *fiziki* modeller ve *kavramsal* (teorik) modeller olarak iki gruba ayırmak mümkündür. Fiziki modeller aşağı veya yukarı doğru yapılan uygun ölçeklendirmelerle elde edilmektedir. Örneğin coğrafyacılar arazinin topografik ve diğer özelliklerini ufak bir ölçekte yeniden üretmektedir. Bir uçak gövdesi ufak ölçekli bir uyarlaması inşa edilerek test edilmektedir. Biyologlar bir protein molekülünün büyütmüş ölçekli modellerini kullanmaktadır. Fiziki modeller aynı zamanda fiziki olmayan fenomenlerin incelenmesinde de kullanılabilir. Tanklardan ve su borularından oluşan bir sisteme dayanan hidrolik modelleri gayri safi milli hasıla, toplam tüketim, toplam yatırım gibi makro-ekonomik değişkenlerin bir tanktan (bir stoktan) diğerine akımlarını temsil etmek için kullanılmaktadır.

Bizi burada esas ilgilendiren kavramsal (veya teorik) modellerdir. Bunlar bir problemin bir teorisinin uygulanmasına imkan verecek bir biçimde kavramsallaştırılması ile oluşturulmaktadır. Örneğin rekabetçi bir sistemde belirli bir malın tek bir piyasada fiyat ve miktarının nasıl belirlendiği problemini analiz etmek için, arkasında teorik bir yapı bulunan, tam rekabet modelini kullanırız. Fayda, akılcılık, azalan marjinal fayda hipotezi ve maksimum kılıcı hanehalkları davranışı hipotezi talep tarafındaki önemli teorik kavramlardır. Bunların tümü talep ve fiyatın belirli bir şekilde bağıntılı olduğu hipotezini doğrulamaya yönelik kavramlardır. Benzer şekilde, arz tarafında müteşebbislerin kârı maksimum yapmayı amaçladıkları varsayımı ve değişen oranlar yasası yer almaktadır. Daha sonra herşeyi bir araya getirmek için "piyasa" ve "rekabet" gibi teorik kavramlar, hanehalklarının ve üretim faktörleri satınalmında firmaların fiyat kabul edici oldukları varsayımları ile birlikte, kullanılmaktadır. Bu şekilde model, yasaları, hipotezleri ve teorik kavramları, analiz alanını sınırlayan belirli varsayımlar çerçevesi içine yerleştirilerek, teorilerin mantiki sonuçlarını analiz etmemize imkan sağlamaktadır. Modelin alacağı kalıp, başka bir deyişle modelin formüle edildiği şekli, sorulmakta olan sorulara bağlıdır. Örneğin iktisattaki kısmi denge modelleri, iki sektör modelleri ve genel denge modelleri aynı teorik yapıya dayanan fakat değişik sorulara yanıtlamaya yönelik farklı model kalıplarını temsil etmektedir.

Modeller sunuluş şekli açısından da farklı tiplerde olabilir. Bunların en önemlileri sözel-mantıki modeller, geometrik modeller ve cebrik modellerdir. En basit ve bir uygulama alanında çoğunlukla ilk kez kullanılan model tipi sözel-mantıki modeldir. Bunlara bazen *paradigm* adı verilir. Bu tipteki modeller çoğunlukla sistemi "sanki imiş" veya bir amaca yönelikmiş gibi düşünmektedir. Bunun tipik örneği

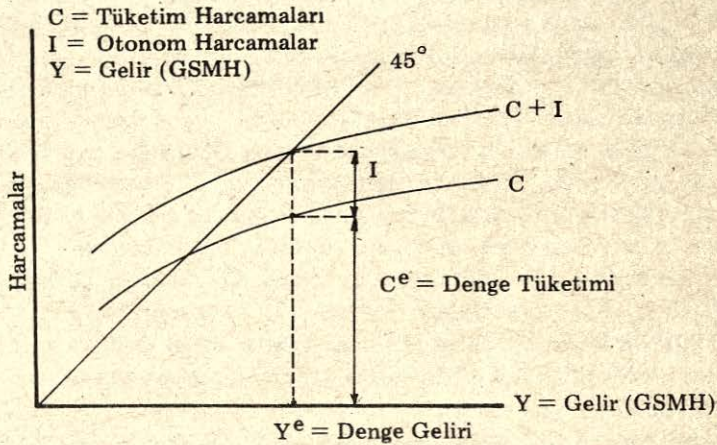
Adam Smith'in kullandığı "görünmeyen el" ilkesidir. Smith her iktisadî birimin, tüketicisi veya üreticisi, tamamen kendi menfaatini güttüğü ve bencil bir şekilde kendi refahını maksimum yapmaya amaçladığı ademi merkezi bir serbest teşebbüs ekonomisini göz önüne almaktadır. Böyle bir ekonomide fiyat sistemi, her birimin faaliyetini fiyat sinyalleri ile yönelterek çok sayıda bireysel faaliyeti bir dengeye ulaştıracak şekilde biraraya getirmekte ve toplumun bir bütün olarak refahını artırmaktadır. Bu şekilde Adam Smith sisteminin, yani ekonominin bütününe, tüm bireysel kararları toplumun refahı için yöneten bir "görünmeyen el" varmış gibi davrandığını gözlemektedir. Model teorilerinin neleri ima ettiğini analiz etmek için kullanılan bir ortam olduğuna göre, ilke olarak, onun sözel olarak ifade edilmesini engelleyen hiçbir neden yoktur. Bununla birlikte, çok sayıda birbiri ile bağımlı değişken ele alındığında bu yöntem tündengelim mantığı yürütmek için gerekli olan hassasiyetin sürdürülebilmesini güçleştirmektedir<sup>5</sup>. Bu nedenle bir modelin geometrik veya cebrik olarak ifadesi iktisadi analizin mantığı yapısını inceleme açısından daha etkin bir yol olmaktadır.

*Geometrik model* iktisat teorisinin gelişimi açısından çok büyük öneme sahip bir model tipidir. Bu tipteki modeller bağıntıları geometrik olarak temsil etmekte ve bu amaçla diyagramlar kullanılmaktadır. En önemli iktisadi örnekler tek bir piyasada fiyat belirlenmesini temsil eden Marshallgil çapraz (Şekil 2) ve milli gelir belirlenmesini temsil eden Keynesgil çaprazdır (Şekil 3). Birincisi bir piyasa talep eğrisinin ( $DD$ ) bir endüstri arz eğrisi ( $SS$ ) ile kombinasyonundan elde edilmektedir. Piyasa talep ve endüstri arz eğrilerinin kesişme noktası ( $P^e$ ,  $Q^e$ ) sıra ile denge fiyat ve miktarı vermektedir. Bu şekilde bulunan diyagrama dayanan arz-talep analizi tek bir piyasada fiyatın nasıl belirlendiğini açıklama yanında bir gider vergisi yüklenmesinin fiyat tabanı veya tavanı konmasının, gümrük vergisindeki değişimin ve talep ve arzı etkileyen diğer birçok değişikliğin etkilerini incelemede yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. Keynesgil çapraz toplam (bütüncül) talep eğrisinin (bu tüketiciler ve di-



Şekil: 2  
Tek Bir Piyasada Fiyatın Belirlenmesi

5 Bakınız. Neal and Shone (1976, s. 84).



Şekil: 3  
Denge Milli Gelirinin Belirlenmesi

ğer harcama üniteleri tarafından talep edilen toplam miktarı, sıra ile  $C$  ve  $I$ , temsil etmektedir) GSMH'nın arzı olarak yorumlanabilecek  $45^\circ$  lik bir doğru ( $Y$ ) ile bir araya getirilmesi ile oluşturulmaktadır. Toplam talep eğrisi ile  $45^\circ$  lik doğrunun kesiştiği noktada bir denge gelir düzeyi ( $Y$ ) belirlenmektedir. Bu basit model milli gelir belirlenmesinin en önemli bağıntılarından bazılarını açıklamaktadır. Her iki model incelenmekte olan fenomenleri temsil eden önemli değişkenler arasındaki temel bağıntılara işaret etmesi açısından yararlıdır. Bununla beraber mevcut boyutların sınırlı sayısı nedeniyle, geometrik modellerin görece olarak az sayıda değişkenle kısıtlandırılması gerekmektedir. Daha fazla sayıda değişkeni ele almak söz konusu olduğunda geometrik bir model yerine cebrik bir modelin kullanılması gerekmektedir.

## 1.2. Cebrik Modeller

Herhangi bir gerçek hayat sistemini bir denklemler sistemi ile temsil eden cebrik model ekonometri açısından en önemli model tipidir. Yukarıda Şekil 3'te geometrik olarak ifade edilen milli gelir belirlenmesi modelini cebrik olarak

$$C = C(Y) \quad (1)$$

$$Y = C + I \quad (2)$$

şeklinde iki denklemlilik bir sistem olarak ifade edebiliriz, burada  $C$  tüketim harcamalarını,  $Y$  milli geliri ve  $I$  otonom harcamaları (örneğin otonom yatırım harcamalarını) simgelemektedir. Bu belirlenmiş bir sistemdir çünkü tüketim fonksiyonu  $C(Y)$  ve otonom harcamalar  $I$  veri iken bu denklemler sistemi tüketim harcamalarının ve milli gelirin denge değerlerini, sıra ile  $C^e$  ve  $Y^e$  belirlemektedir. Bu denklem sisteminde denklem (1) tüketicilerin tüketim kararlarını alırken gelire nasıl tepki gösterdiklerine işaret eden bir davranış denklemdir. Denklem (2) denge halinde gelirin tüketim har-

camaları ve otonom harcamaların toplamı olduğunu ifade eden, bir denge koşulu-  
dur. Denge milli geliri denklem (1) denklem (2) içinde yerine konarak ve bulunan  
ifade  $Y^e$  için çözümlenerek elde edilmektedir.

$$Y^e \equiv C(Y^e) + I \quad (3)$$

Denge tüketimi daha sonra denklem (1) den

$$C^e \equiv C(Y^e) \quad (4)$$

olarak bulunmaktadır. Denklem (3) ve (4)  $C^e$  ve  $Y^e$  denge değerlerini tanımladığı-  
ndan özdeşlik olarak ifade edilmiştir.

Bu şekilde basit Keynesli gelir belirlenmesi modelinin Şekil 3 teki geometrik  
ifadesinden ve yukardaki cebrik formülasyonundan aynı denge değerleri elde edil-  
mektedir. Başka bir deyişle bu ifade biçimleri aynı milli gelir belirlenmesi modeli-  
nin farklı sunuluş şekilleri olmaktadır. Bununla birlikte gerçekte, bir modelin, geo-  
metrik olarak ifade edilmesine kıyasla, cebrik olarak formüle edilmesinin çok sayı-  
da avantajlı yönü vardır. Bunlardan biri işlem yapma kolaylığıdır. Bunu görmek için  
(3) özdeşliğinin her iki yanının  $I$  ya göre diferansiyelini alalım. Bu şekilde

$$\frac{dY^e}{dI} = \frac{dC}{dY^e} \cdot \frac{dY^e}{dI} + 1 \quad (5)$$

elde edilir. Yeniden düzenleme yaptığımızda

$$\frac{dY^e}{dI} = \frac{1}{1 - (dC/dY^e)} \quad (6)$$

bulunur, burada  $dC/dY^e$  denge gelir düzeyindeki marjinal tüketim meylidir. Bu so-  
nuç otonom harcamalardaki, örneğin devlet harcamalarındaki, bir değişimin den-  
ge geliri üzerindeki katlı etkisini belirtmektedir ve *çoğaltan* (veya *çarpan*) olarak bi-  
linir.

Cebrik modellerin diğer bir üstünlüğü yeni değişkenlerin ve denklemlerin ila-  
vesinde sağladığı kolaylıktır. Geometri niteliği gereği iki veya üç boyutlu sınırlıdır.  
Halbuki cebir için böyle bir sınırlama yoktur, dolayısı ile cebrik modeller çok çeşit-  
li şekillerde genişletilebilir, daraltılabilir ve bölümlere ayrılabilir.

Cebrik modellerin geometrik modellere kıyasla bir başka avantajı bu modelle-  
rin iktisadi analizin mantığı yapısını daha etkin bir şekilde ifade edebilmesidir. Key-  
nes tüketicilerin davranışı hakkında şu hipotezleri ileri sürmektedir: (a) tüketim ge-  
lir arttıkça azalmaktadır, fakat tüketimdeki artış gelirdeki artıştan daha düşüktür,  
(b) tüketilen gelir oranı gelir arttıkça azalmaktadır. Formel olarak, birinci ifade  
denklem (1) in birinci türevinin, yani marjinal tüketim meylinin, pozitif fakat bir-  
den küçük olduğunu söylemektedir.

$$0 < \frac{dC}{dY} < 1 \quad (7)$$

ikinci ifade ise

$$\frac{d(C/Y)}{dY} < 0 \quad (8)$$

olduğunu belirtmektedir. Tüketim-gelir oranının gelire göre diferansiyeli alındığında

$$\frac{d(C/Y)}{dY} = \frac{1}{Y} \cdot \frac{dC}{dY} - \frac{C}{Y^2} \quad (9)$$

bulunur. Bu ifadenin, yukarda belirtilen Keynes'in ikinci hipotezi gereği, negatif olması, tüketimin gelir elastikiyetinin birden küçük olması demektir, yani

$$\frac{Y}{C} \cdot \frac{dC}{dY} < 1 \quad (10)$$

Bu şekilde cebrik modeller model kurucuyu geçerli büyüklükler hakkında daha somut ifadeler kullanmaya yöneltmektedir.

## 2. Ekonometrik Modellerin Özellikleri <sup>6</sup>

Ekonometrik model kısaca özel tipte bir cebrik model olarak tanımlanabilir.

### 2.1. Doğrusallık

Bir cebrik modelin bir ekonometrik model olarak kullanılabilmesi için modelin tanımsal denklemler, denge koşulları ve özdeşlikler dışında kalan denklemlerinin fonksiyonel kalıplarının açıkça belirtilmesi gerekir. Ekonometrik model doğrusal veya doğrusal olmayan bir model olabilir. Ekonometrik modellerle ilgili matematiksel ve istatistiki teoremleri ispatlamada ve modellerdeki değişkenlerin aldığı değerleri hesaplamada doğrusallık varsayımı çok önemli bir varsayımdır <sup>7</sup>. Bir önceki kesimde denklem (1) ve (2) tarafından tanımlanan basit Keynesgil model, tüketim fonksiyonu

$$C = \alpha + \beta Y \quad (11)$$

kalıbında ifade edildiğinde doğrusal olmaktadır. Denklem (11) ve (2) ye *yapısal denklemler* olarak atıfta bulunulur. *Ekonomik yapı* belirli bir araştırma dönemi (gözlem periyodu) boyunca sabit kalan tüm özellikler ve niteliklerdir. Bunlar denklemlerin kalıbını ve sabit olduğu varsayılan ve *yapısal parametreler* (yapısal katsayılar) olarak adlandırılan  $\alpha$  ve  $\beta$  nin sayısal değerlerini kapsamaktadır. Bu açıdan bakıldığında model parametrelerin sayısal değerlerinin bilinmediği bir duruma atıfta bulunmaktadır. Yapısal parametreler genellikle ekonometrik teknikler ve geçerli veriler kullanılarak tahmin edilir. Bu şekilde ampirik gözlem ve ölçümle bir modelden bir yapıya geçilmektedir.

6 Ekonomik ve ekonometrik modellerin genel tartışması için bakınız Christ (1966), Ball (1968), Kılıçbay (1968), Kendall (1968), Wallis (1973), Neal and Shone (1976), Intriligator (1978), ve Stewart and Wallis (1981).

7 Bakınız Intriligator (1978, s. 22-23).



Denklem (11) in birinci türevi,  $dC/dY$ , eğim parametresine,  $\beta$ , eşittir. Kesme terimi pozitif olduğunda gelir artarken tüketilen gelir oranı azalmaktadır. Dolayısı ile katsayılar

$$\alpha > 0 \quad \text{ve} \quad 0 < \beta < 1 \quad (12)$$

koşullarını tatmin ettiğinde bu doğrusal tüketim fonksiyonu Keynes'in görüşleri ile tutarlıdır. Dikkat edilirse yukarda (7) ve (8) de tanımlanan özelliklere sahip herhangi bir matematiksel fonksiyon Keynes'in belirtilen iki görüşü ile tutarlıdır ve iktisat teorisinin bazı amaçları açısından daha fazla birşey söylemeye gerek yoktur. Bununla birlikte, eğer model ekonometrik bir amaçla kullanılacak ise tüketim fonksiyonunun kalıbının açıkca ifade edilmesi gerekmektedir. Kuşkusuz ekonometrik bir modelin ifadesi için çok çeşitli fonksiyonel kalıplar mevcuttur, bunlar arasından belirli birinin seçimi teorik olarak kabul edilebilirliğe, tahmin kolaylığına, uyumun iyiliğine, önraporlama kabiliyetine bağlıdır. Çeşitli fonksiyonel kalıplar arasından seçim yapmada doğrusallık varsayımının öneminin çok fazla büyütülmemesi gerekir. Bunun birinci nedeni, doğrusallık varsayımının değişkenler ( $C$ ,  $Y$ ,  $I$ ) için değil, sadece parametreler ( $\alpha$  ve  $\beta$ ) için uygulanmasıdır. Uygulamada, özellikle tahmin açısından, önemli olan modelin parametreleri cinsinden doğrusal olmasıdır; değişkenlerin doğrusallıktan sapmasının üstesinden gelmek oldukça kolaydır. İkincisi, iktisadi ilişkilerin pek çoğu niteliği gereği doğrusaldır. Üçüncüsü, çarpım şeklindeki fonksiyonların genellikle logaritmalar kullanılarak parametreler cinsinden doğrusal kalıplara dönüştürülebilir. Doğrusallık varsayımının çok fazla abartılmaması gerektiğinin dördüncü nedeni, herhangi bir sürekli fonksiyonun ilk yaklaşım olarak doğrusal bir fonksiyon kalıbında temsil edilmesinin mümkün olmasıdır<sup>8</sup>.

Ekonometrik modellerin diğer özelliklerine geçmeden önce ekonometrik modellerle ilgili diğer bazı temel kavramları kısaca açıklamak yararlı olacaktır. Model bazı değişkenlerin değerlerini belirlemektedir, bunlara *içsel değişkenler* (endojen değişkenler) adı verilir. Öte yandan model dışında belirlenen, başka bir deyişle haklarında model tarafından hiçbirşey söylenmeyen, değişkenlere *dışsal değişkenler* (ekzojen değişkenler) adı verilmektedir. Basit makroekonomik modelimizde  $C$  ve  $Y$  içsel değişkenlerdir; bu değişkenler dışsal olan  $I$  değişkeni cinsinden açıklanmaktadır.

Bir (eşanlı) denklem sisteminin tutarlı olması için, yani içsel değişkenlerin parametreler ve dışsal değişkenler cinsinden biricik (unique) değerlerini veren bir çözümün olması için, modeldeki denklem sayısının içsel değişkenlerin sayısı ile aynı olması gerekir. Bu halde modelin *tam* olduğu söylenir. Denklem (2) ve (11) tarafından tanımlanan basit (doğrusal) makroekonomik modelimizin cebrik çözümünü ele alalım. Gelir özdeşliğini, (2), tüketim fonksiyonu, (11), içinde yerine koyduğumuzda ve yeniden düzenlediğimizde

$$C = \frac{\alpha}{1 - \beta} + \frac{\beta}{1 - \beta} I \quad (13)$$

8 Bu noktalar ilgili daha detaylı bilgi için bakınız Intriligator (1978, s. 23-25), Kılıçbay (1968).

elde edilir. Benzer şekilde iki denklemden  $C$ 'yi elimine eder ve yeniden düzenleme yaparsak

$$Y = \frac{\alpha}{1 - \beta} + \frac{1}{1 - \beta} I \quad (14)$$

bulunur. Bu son iki denklem içsel değişkenlerin sadece dışsal değişkenler tarafından nasıl belirlendiğini gösterir; bunlar *indirgenmiş kalıp* olarak bilinmektedir. Başka bir deyişle, içsel değişkenler arasındaki eşanlı bağıntılar *yapısal kalıp* olarak bilinen orijinal model tarafından tasvir edilmekte, indirgenmiş kalıp sadece içsel değişkenler arasındaki karşılıklı ilişkilerin sonucunu belirtmektedir. Yapısal kalıbın denklemleri, *yapısal denklemler*, farklı iktisadi birimlerin veya ekonominin farklı sektörlerinin davranışlarını tasvir eden davranış ilişkilerinden ve özdeşliklerden oluşmaktadır. Özdeşlikler tanımsal olabileceği gibi muhasebe anlamında veya teknik nitelikte özdeşlikler olabilir.

Çoğu kez indirgenmiş kalıbı aşağıdaki gibi daha genel bir şekilde yazmak yararlı olmaktadır.

$$C = \pi_{10} + \pi_{11} I \quad (15)$$

$$Y = \pi_{20} + \pi_{21} I \quad (16)$$

burada  $\pi$ 'ler ( $\pi_{ij}$ ,  $i = 1, 2$ ,  $j = 1, 2$ ) *indirgenmiş kalıp parametreleri* veya katsayılarıdır.  $\pi$ 'ler yapısal parametrelerin (genellikle doğrusal olmayan) fonksiyonlarıdır, yani

$$\pi_{10} = \frac{\alpha}{1 - \beta}, \pi_{11} = \frac{\beta}{1 - \beta}, \pi_{20} = \frac{\alpha}{1 - \beta}, \pi_{21} = \frac{1}{1 - \beta}$$

Bunlara "katsayı ilişkileri sistemi" adı verilebilir. Dikkat edilirse *a priori* bilgiler veya modelin kalıbı indirgenmiş kalıp parametreleri üzerine kısıtlamalar koymaktadır. Basit Keynesgil modelimizde dört  $\pi_{ij}$  olmasına karşın yapısal kalıp sadece iki yapısal parametre,  $\alpha$  ve  $\beta$ , içermektedir, dolayısı ile gelir ve tüketimin indirgenmiş kalıp denklemlerindeki kesme terimlerinin birbirine eşit olması,  $\pi_{10} = \pi_{20}$ , ve bunların eğim katsayıları arasındaki farkın bir,  $\pi_{21} - \pi_{11} = 1$ , olması gerekmektedir. İndirgenmiş kalıp parametre tahminlerini yukarıda belirtilen katsayı ilişkileri aracılığı ile parametre tahminlerinden elde etmek mümkündür. Eğer bizi ilgilendiren sadece  $I$ 'nin veri olarak alınan değerlerinin hangi  $C$  ve  $Y$  değerlerini vereceği ise, bu durumda sadece indirgenmiş kalıp parametrelerini, arkasındaki yapısal kalıba atıfta bulunmaksızın, ekonometrik teknikler ve geçerli veriler kullanarak doğrudan tahmin etmek yeterli olabilir. Bununla birlikte bazı hallerde bizi aynı zamanda yapısal parametrelerin değerleri de ilgilendiriyor olabilir. Bunları katsayı ilişkileri sistemi aracılığı ile indirgenmiş kalıp parametreleri tahminlerinden, dolaylı olarak, hesaplamayı düşünebiliriz. Yapısal parametrelerin bu şekilde indirgenmiş kalıp parametrelerinden hesaplanması her zaman mümkün olmayabilir. Neyin mümkün olduğu sorusu *teşhis* (identification) problemi olarak adlandırılmaktadır.

## 2.2. Stokastiklik (Şansa Dayalı Olma)

Ekonometrik modellerin diğer önemli bir özelliği bunların *deterministik* (kesin belirleyici) değil *stokastik* (şansa dayalı) olmalarıdır. Stokastik bir model bir veya daha fazla tesadüfi değişkeni içeren bir modeldir, halbuki deterministik bir modelde tesadüfi değişken bulunmamaktadır. İktisattaki stokastik modellerin niteliğini açıklamak için gene denklem (2) ve (11) tarafından tanımlanan basit Keynesgil modelimizi ele alalım. Denklem (2)'nin, tanımsal denklem, kesin olarak geçerli olduğu düşünülebilir, gerçekte bazen "istatistiki farklılıklar" ve "net hata ve noksanlar" şeklindeki denkleyici kelimelerle karşılaşılmaktadır. Bizi burada ilgilendiren bu değildir —bu problem kesin ölçümle ortadan kaldırılabilir. Modelin diğer denklemi, (11), tüketimin kesin bir şekilde  $\alpha + \beta Y$  sayısı olarak belirlendiğini belirtmektedir. Bunun mantıki ve kabul edilebilir olmadığı açıktır. Gelir yanında birçok diğer faktör —servet, fiyatlar, zevkler, ulusal ve uluslararası krizler, v.s. — tüketimi etkileyebilir ve etkilemektedir. Ayrıca ilişki denklem (11) de verildiği kadar basit bir matematiksel kalıpta olmayabilir ve değişkenler hassas bir şekilde ölçülmemiş olabilir. Davranışsal denklemdeki bu hata öğeleri geleneksel olarak bir bozukluk terimi (veya hata terimi veya tesadüfi terim),  $u$ , eklenerek dikkate alınmaktadır. Bu şekilde, örneğin, tüketim fonksiyonu

$$C = \alpha + \beta Y + u \quad (17)$$

kalıbında stokastik hale getirilmektedir. Başka bir şekilde ifade edersek bozukluk terimi sistem içine dahil edilmeyen ve kesin doğrusal ilişkiyi "bozan" değişkenlerin ve diğer etkilerin bağımlı değişken üzerindeki etkisini temsil etmektedir. Çoğunlukla ortaya çıkan durum çok sayıda birbirinden ayrı önceden kestirilemeyen etkinin bulunması ve bunların toplamının istatistiki teoremin inceleme alanına giren tesadüfi değişken gibi davranmasıdır. Merkezi Limit Teoremi birbirinden bağımsız olarak aynı şekilde dağılan çok sayıda tesadüfi değişkenin bulunması durumunda bunların toplamının dağılımının, bireysel dağılımlar ne olursa olsun, değişkenlerin sayısı arttıkça bir normal dağılıma yöneleceğini söylemektedir. Bu argüman bozukluk teriminin, en azından yaklaşık olarak, bir normal dağılıma sahip olduğunu iddia etmeyi mümkün kılmaktadır — bazı tahmin problemleri açısından bu yararlı bir varsayımdır.

Denklem (17)'nin sağ yanındaki kesin kısmını ilişkinin sistematik bölümü ve yeni öğeyi,  $u$ , ilişkinin sistematik olmayan bölümü olarak düşünebiliriz. Eklenen tesadüfi terimin geleneksel olarak sıfır ortalamaya (beklenen değere) sahip olduğu varsayılmaktadır:

$$E(u) = 0 \quad (18)$$

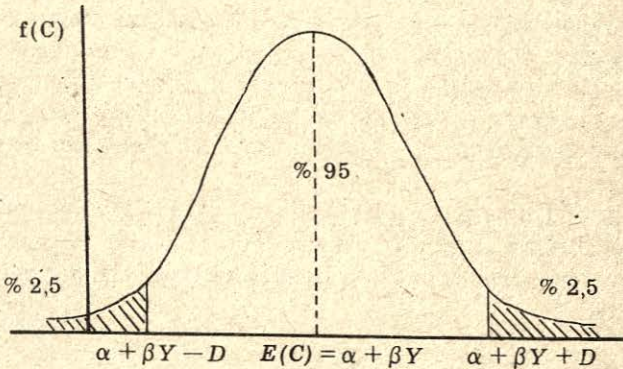
Sıfırdan farklı bir ortalamaya sahip olduğunda bozukluk terimi tanım gereği sistematik bir bölüm içermektedir, bunun sabit kesmeye (sabit terime) aktarılması gerekir.  $E(u)$ 'nin sıfırdan farklı herhangi bir değer almasının yarattığı temel problem teşhis güçlüğüdür, çünkü ortalama sapmayı kesme teriminden ayırmak imkansızdır. Tesadüfi terime sıfır ortalama değer verme geleneğinin asıl nedeni budur<sup>9</sup>.

9 Bakınız Wallis (1973, s. 15) ve Stewart and Wallis (1981, s. 16). Keza bakınız Cramer (1971, s. 84-85).

Tüketim fonksiyonunun stokastik kalıbını,  $C = \alpha + \beta Y + u$ , bir başka açıdan ele alarak açıklamak mümkündür. Veri olarak alınan herhangi bir  $Y$  değeri için tüketim,  $C$ ,  $u$ 'nun tesadüfen aldığı belirli pozitif veya negatif değerlere bağlı olarak çeşitli değerler alabilir. Başka bir deyişle  $Y$ 'nin aldığı değere  $u$ 'nun ve dolayısı ile  $C$ 'nin çeşitli değerlerinin bir dağılımı karşı gelmektedir.  $E(u) = 0$  veri iken söz konusu gelir düzeyinde tüketim ortalama olarak  $E(C) = \alpha + \beta Y$  değerini alacaktır.  $u$ 'nun aldığı belirli değer karşısında, gerçekte gözlenen  $C$  değeri, tüketimin güven aralığı olarak adlandırılabilen belirli bir aralık, yani

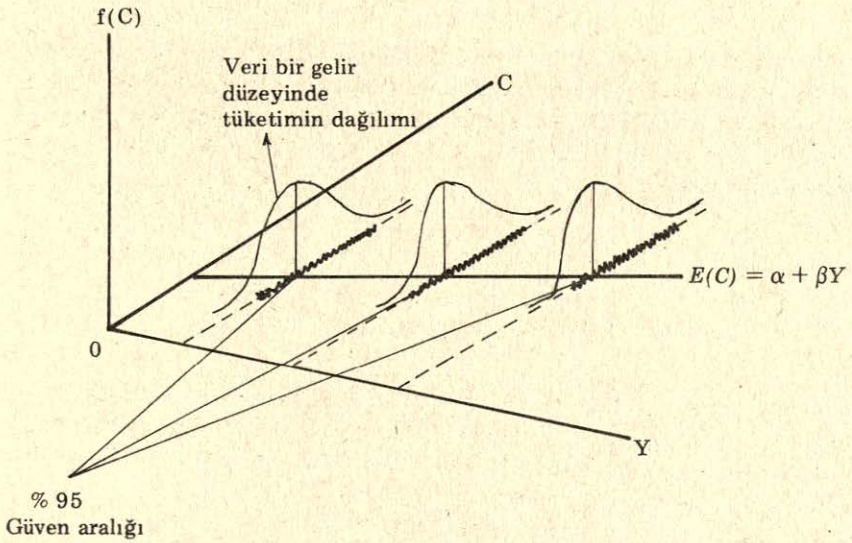
$$C = \alpha + \beta Y \pm D \quad (19)$$

içine düşecektir, burada  $D$  belirli bir güven derecesinde tüketimin içine düşeceği aralığı tanımlayan ortalamanın üstündeki veya altındaki düzeye işaret etmektedir.  $D$ 'nin değeri  $u$ 'nun ve dolayısı ile  $C$ 'nin kendisinin belirli bir yoğunluk fonksiyonuna sahip tesadüfi bir değişken olduğu varsayımına dayanılarak belirlenebilir. Yukarıda da belirttiğimiz gibi geleneksel olarak Merkezi Limit Teoremine atıfla normal dağılım varsayılmaktadır. Bu halde  $C$  Şekil 4'teki gibi temsil edilebilir, düşey eksen olasılık yoğunluk fonksiyonunun,  $f(X)$ , değerini belirtmektedir.  $D$ 'nin değeri seçilebilir, şekilde dağılımın yüzde 95'i güven aralığı içine dahil edilmiştir (ekonometride geleneksel olarak yüzde 95 ve, daha seyrek olarak, yüzde 99 güven aralıkları kullanılmaktadır). Şimdi  $Y$ 'nin tüm mümkün değerlerini göz önüne alalım,  $Y$ 'nin her düzeyi için Şekil 4'tekine benzer bir dağılım Şekil 5'teki gibi oluşturulabilir. Yüzde 95 güven aralığının üst ve alt düzeyleri birbirleri ile birleştirildiğinde tüketim fonksiyonunun bütünü için yüzde 95 güven aralığı bulunur. Tüketimin güven düzeylerini temsil eden bu aralıkların oluşturduğu "şerit" ve ortalama değerleri temsil eden tüketim



Şekil: 4  
Tüketim  $C$  İçin Bir Normal Dağılım

fonksiyonunun nokta değerleri,  $E(Y) = \alpha + \beta Y$ , tüketim ve gelir arasındaki *stokastik* (ve doğrusal) ilişki olarak bilinmektedir. Bu açıdan bakıldığında deterministik ilişki geçerli olasılık dağılımının değişebilirliğinin (variansının) kaybolduğu bir durum olarak yorumlanabilir. Bu halde  $D = 0$  olmaktadır. Bununla birlikte, ilişki hakkın-



Şekil: 5  
Gelir ve Tüketim Arasındaki Stokastik İlişki

daki herşey tam olarak bilinmediğinden, başka bir ifade ile davranışsal denklemlerde bozukluklar olması normal olarak beklendiğinden, sıfır değişebilirlik varsayımı garantilenmemektedir.

Tesadüfi terimi dikkate alarak *stokastik* (ve doğrusal) makro ekonomik modelimizi

$$C = \alpha + \beta Y + u \quad (17)$$

$$Y = C + I \quad (2)$$

$$f(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-u^2/2\sigma^2} \text{ (veya } u \approx N(0, \sigma^2)) \quad (20)$$

şeklinde ifade edebiliriz, burada  $f(u)$  ve  $\sigma^2$  sırası ile tesadüfi terim  $u$ 'nun normal eğri denklemini ve variansını ifade etmektedir<sup>10</sup>. Bununla beraber, birçok durumlarda —ufak numune hipotez testlerine gereksinme olmadığı hallerde— son ifade, (20), yerine

$$E(u) = 0 \text{ ve } E(u^2) = \sigma^2 \quad (21)$$

şeklinde daha zayıf bir ifade yeterli olmaktadır<sup>11</sup>.

10 Variansı  $\sigma^2$  olan bir normal dağılımda  $\alpha + \beta Y \pm 1,96\sigma$  aralığı dağılımın yüzde 95'ini içerir (bakınız Şekil 4 ve 5).

11  $E(u) = 0$ 'ın gerçek anlamda bir sınırlama olmadığına dikkat edilmelidir, çünkü daha önce de belirtildiği gibi sıfırdan farklı bir ortalama ile kesme terimi arasında bir ayırım yapmak çok güçtür.

Cebrik modelimiz stokastik modele dönüştürüldüğünde parametre sayısı bir arttırılmış olmaktadır. Parametreler  $\alpha$ ,  $\beta$  ve tesadüfi terimin variansı  $\sigma^2$  dir. Stokastik modelin indirgenmiş kalıbı her içsel değişkeni dışsal değişkenlerin ve yapısal bozuklukların doğrusal bir fonksiyonu olarak ifade eder. Denklem (2) ve (17) çözüldüğünde indirgenmiş kalıp

$$C = \frac{\alpha}{1-\beta} + \frac{\beta}{1-\beta} I + v \quad (22)$$

$$Y = \frac{\alpha}{1-\beta} + \frac{1}{1-\beta} I + v \quad (23)$$

olarak bulunmaktadır, burada  $v = (1/1 - \beta)u$ . Stokastik modelde içsel değişkenlerin kendilerinin tesadüfi değişkenler olduğu açıkça görülmektedir. İndirgenmiş kalıp denklemlerinden her birinin tesadüfi terimi,  $v$ , genellikle tüm yapısal denklem tesadüfi terimlerinin,  $u$ 'ların, doğrusal bir fonksiyonudur. Dolayısı ile  $E(v) = 0$  olmaktadır; eğer  $u$ 'lar normal olarak dağılıyorsa  $v$ 'lerde normal olarak dağılır.

Yukarda dışsal değişkenleri model (veya sistem) dışında belirlenen değişkenler olarak tanımlamıştık Stokastik modelde söz konusu dışsallık, dışsal değişkenlerin modeldeki tüm bozukluk terimlerinden bağımsızlığını gerektirmektedir. Bu nedenle, stokastik modeller için, dışsal değişkeni herhangi bir dönemdeki değeri modeldeki tüm bozukluk terimlerinin herhangi bir dönemdeki değerinden bağımsız olan değişken olarak yeniden tanımlıyoruz. Bağımsızlık sıfır kovariansı ima eder.  $E(u) = 0$  olduğundan basit makro ekonomik modelimiz için sıfır kovarians

$$E(Iu) = 0 \quad (\text{tüm } u\text{'lar için}) \quad (24)$$

şeklinde yazılabilir.

### 2.3. Zamanın Rolü ve Dinamik Modeller <sup>12</sup>

Ekonometrik modeller statik veya dinamik olabilir. *Statik* modellerde zaman önemli bir rolü yoktur, başka bir ifade ile zamana karşı açıkça görünen bir bağımlılık yoktur. Yukardaki tüketim fonksiyonumuzu, (17), zaman periyodunu gösteren alt imler ilave ederek yeniden anlamını değiştirmeksizin,

$$C_t = \alpha + \beta Y_t + u_t \quad (17')$$

şeklinde yazabiliriz <sup>13</sup>. Bu bir *statik* denklem örneğidir <sup>14</sup>. Cari tüketimin tek belirleyicisi cari gelirdir, tüm ayarlamaların tek bir dönem içinde tamamlandığı varsayılmaktadır; eğer gelecek dönemde gelir aniden değişiyorsa tüketim de aniden değişmektedir. *Dinamik model* zamanın önemli bir rol oynadığı modeldir <sup>15</sup>. Tarihlendirilmiş değişkenleri farklı zaman periyodlarına atıfta bulunduğunda ve herhangi bir mekanizma aracılığı ile geçmiş veya gelecekle ilgili bağıntılar içerdiğinde, model

12 Dinamik sistemlerle ilgili detaylı bir tartışma için bakınız Stewart and Wallis (1981, s. 29-70).

dinamik hale gelmektedir. Bu mekanizmalar trendler, zaman gecikmeli değişkenler, değişme hadleri değişkenleri, bekleyiş hipotezleri veya ayarlama süreçleri olabilir. İktisatın birçok alanlarında, zaman önemli bir rol oynamakta ve bu türde mekanizmaların ortaya çıkmasına neden olmaktadır: İktisadi karar birimleri değişen koşullara hemen tepki göstermemektedir; malların imalatı zaman almaktadır; İktisadi kararların birçoğunda belirli bir gelecekte geçerli olması beklenen koşullar kararın alındığı andaki koşullardan daha önemlidir; Bazı iktisadi problemlerde önemli değişkenler iktisadi büyüklüklerin değişme oranı (örneğin fiyatların değişme oranı veya enflasyon oranı) olmaktadır. Bu kesimde zamanın önemli rol oynadığı dinamik modellerin temel özelliklerini tartışacağız. Tartışmayı basitleştirmek için başlangıçta bozukluk terimlerini, sıfır ortalama (beklenen) değerlerine eşitleyerek, düşürüyoruz.

Birçok tüketim için — özellikle işyeri kendisine ait olanlar için — cari gelir gerçekte yıl sonuna kadar bilinmemektedir ve yıllık olarak belirlenmesine rağmen kâr ve faiz belirli bir süre geçtikten sonra ödenmektedir. Bu milli gelir hesaplarında görülen yaratılan milli gelir ile kazançların gerçekten ele geçmesi ve harcanması arasında bir zaman gecikmesinin ortaya çıkmasına neden olmaktadır. Bunu toplam tüketimin geçen yılın gelirine ve cari gelire doğrusal olarak bağlı birbirinden ayrı iki bölümün toplamı olduğunu düşünerek temsil edebiliriz; alternatif olarak cari tüketimin geçerli belirleyicisinin cari gelirin ve bir periyot gecikmeli gelirin ağırlıklı bir toplamı olduğunu postula olarak alabiliriz. Her iki halde de sonuç

$$C_t = \alpha + \beta_1 Y_t + \beta_2 Y_{t-1} \quad (25)$$

kalıbında bir dinamik tüketim fonksiyonu olmaktadır. İlaveten gecikmelerle ilgili *a priori* bilgileri değerlendirerek

$$\beta_1 > 0, \beta_2 > 0, \beta_1 > \beta_2 \quad (26)$$

olmasını bekleyebiliriz. Eğer tüketim harcamaları cari gelir yanında — tüketicilerin alışkanlıklarının yavaş değişmesi nedeniyle — tüketim harcamalarının bir önceki dönemdeki düzeyi tarafından etkileniyorsa, alternatif bir dinamik tüketim fonksiyonu

$$C_t = \alpha + \beta Y_t + \gamma C_{t-1} \quad (27)$$

- 
- 13 Daha önceki tartışmalarımızda yapının gözlem periyodu boyunca sabit kaldığını belirtmiştik. Denklem (17) de yapılan tek şey her değişkene bir zaman alt imi ( $t$ ) ekleyerek bunu açık hale getirmektir. Gözlem sayısı  $N$  olduğunda  $t = 1, \dots, N$  gözlem periyodu olmaktadır. Kuşkusuz bu tipte bir tüketim fonksiyonu zaman serileri yerine çapraz-kesit verileri kullanılarak tahmin edilebilir. Gözlemler numunesi için gene gözlem periyodu terimini kullanabiliriz, fakat bu halde veriler veri olarak alınan bir zaman noktasındaki farklı gözlem ünitelerine atıfta bulunur; başka bir deyişle bu durumda  $t$ 'lerin zaman periyodu ile bir ilgisi yoktur.
- 14 Buna paralel olarak, bundan önceki kesimlerde ele alınan basit makro ekonomik modelimiz bir statik model örneği olmaktadır.
- 15 Bu durumda gözlemlerimiz zaman boyunca yapılan gözlemler olduğundan, "gözlem periyodu" artık bir çapraz-kesit numunesine atıfta bulunamaz.

kalıbında ifade edilebilir <sup>16</sup>. Bu denklem, sol yan değişkeninin cari değeri ile aynı değişkenin bir gecikmeli değeri arasında bağıntı kurmaktadır. Bu bağıntı basit bir fark denklemi örneğidir. Dinamik ekonometrik modellerde genellikle fark denklemleri ile çalınmaktadır <sup>17</sup>.

Denklem (25) te tanımlanan dinamik tüketim fonksiyonuna tanımsal denklem (2) yi ekleyerek basit bir dinamik makro ekonomik modeli

$$C_t = \alpha + \beta_1 Y_t + \beta_2 Y_{t-1} \quad (25)$$

$$Y_t = C_t + I_t \quad (2)$$

şeklinde ifade edebiliriz. İki değişik kalıpta görünen gelir değişkenleri birbirinden ayırmak için  $Y_{t-1}$ 'e gecikmeli içsel değişken ve  $Y_t$  (ve  $C_t$ ) ye cari içsel değişken adı verilir. Tüm dışsal ve gecikmeli içsel değişkenler *önceden belirlenmiş değişkenler* olarak adlandırılmaktadır; bunun nedeni gecikmeli içsel değişkenlerin önceki bir dönemde, dışsal değişkenlerin ise söz konusu sistem dışında bir sistem tarafından belirlenmesidir. Bu tipteki modeller içsel değişkenlerin zaman sürecindeki davranışını tasvir etmektedir. Söz konusu modeller, değişkenlerin *zaman yolunu* incelemek, bu yolun bir denge durumuna yakınsaklaşıp yakınsaklaşmadığı ile ilgili soruları yanıtlamak ve denge durumunu *kararlılık* açısından değerlendirmek amacı ile kullanılmaktadır.

Dinamik modellerde denge statik olabileceği gibi dinamik özelliklere sahip olabilir. Örneğin, büyüme modellerinde tutunur (steady) durum büyümenin kararlılığından söz edilir; burada tek bir durgun (stationary) denge durumu değil, ancak kararlı sistemlerle ulaşılabilen, bir denge yolu söz konusu olmaktadır. Dolayısı ile dinamik modellerde "denge" terimi bir nokta veya zaman yoluna (bir zaman noktaları kümesine) atıfta bulunmak üzere kullanılabilir.

- 16 Bu denklemdeki  $\beta$  katsayısının statik modelimizdeki  $\beta$  katsayısından farklı yorumlanması gerektiğine dikkat edilmelidir. Denklem (25) teki  $\beta$  katsayısı bir önceki dönemde tüketicinin değişmeden aynen kaldığı varsayımı altında tüketicinin cari gelire tepkisini göstermektedir. Bu denklem parametrelerinin daha açık yorumu aşağıda verilmektedir.
- 17 *Fark denklemi* terimi genel olarak bir değişkenin zaman sürecindeki çeşitli noktalarda aldığı değerler arasındaki bir ilişkiye atıfta bulunmaktadır. Bu terimin nereden kaynaklandığını görmek için herhangi bir  $x$  değişkenindeki (cebrik) değişmeyi,  $x_t - x_{t-1}$ ,  $\Delta x_t$  ile simgeleyelim, burada  $\Delta$  simgesi birinci fark operatörünü belirtmektedir.  $\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1}$  ve  $\Delta C_t = C_t - C_{t-1}$  olduğundan denklem (25) ve (27) aynı zamanda

$$C_t = \alpha + (\beta_1 + \beta_2) Y_t + \beta_2 \Delta Y_t \quad (25')$$

ve

$$C_t = \frac{1}{1 - \gamma} (\alpha + \beta Y_t - \gamma \Delta C_t) \quad (27')$$

şeklinde yazılabilir. Bu ikinci kalıplar, birinci fark operatörü içermemelerine rağmen orijinal kalıplara neden fark denklemleri dendiğini açıkça göstermektedir.



Basit dinamik modelimizde, otonom harcamaların tüm zaman dönemlerinde sabit,  $I$ , olduğunu farzederek, içsel değişkenlerin denge değerlerini bir kez ulaşıldığında sürekli olarak devam ettirilmesi gereken durum olarak tanımlayabiliriz, yani

$$\dots C_t - I = C_t = C_{t+1} = \dots = C^e$$

$$\dots Y_t - I = Y_t = Y_{t+1} = \dots = Y^e$$

burada üst im  $e$  denge değerlerini belirtmektedir. Bu değerler (25) ve (2) de yerine konduğunda denge durumu

$$C^e = \alpha + (\beta_1 + \beta_2) Y^e \quad (28)$$

$$Y^e = C^e + I \quad (29)$$

olarak bulunur. Daha sonra bu statik denklemlerin çözümünden içsel değişkenlerin denge değerleri

$$C^e = \frac{\alpha}{1 - (\beta_1 + \beta_2)} + \frac{(\beta_1 + \beta_2)}{1 - (\beta_1 + \beta_2)} I \quad (30)$$

$$Y^e = \frac{\alpha}{1 - (\beta_1 + \beta_2)} + \frac{I}{1 - (\beta_1 + \beta_2)} \quad (31)$$

şeklinde elde edilir. Bu çözümün veri olarak alınan sabit bir otonom harcama düzeyi,  $I$ , için statik modelden elde edilen çözüm, denklem (13) ve (14) ile tamamen aynı olduğu kanıtlanabilir. Bunu gelirdeki veri olarak alınan bir değişimin kısa-dönem ve uzun-dönem etkilerini inceleyerek ve bunların parametrelerin yorumu açısından neyi ima ettiğini gözden geçirerek yapabiliriz. Gelirdeki değişimin kısa dönem etkisi ile onun tüketim üzerindeki ilk (ani) etkisi anlaşılmakta ve bu cari tüketimin cari gelire göre türevi ile,  $\partial C_t / \partial Y_t$ , ölçülmektedir. Uzun dönemdeki etki ise gelir düzeyinde sadece bir kez ortaya çıkan bir değişimin zaman içinde yarattığı tüm etkidir ve  $dC^e / dY^e$  ile ölçülmektedir. Dolayısı ile, denklem (25) teki  $\beta_1$ , kısa dönem marjinal tüketim meylini,  $(\beta_1 + \beta_2)$  ise, denklem (28) den açıkça görüldüğü gibi, uzun dönem marjinal tüketim meylini belirtmektedir. Öte yandan statik modeldeki  $\beta$  parametresi hem kısa ve hem de uzun dönem marjinal tüketim meylini ifade etmektedir<sup>18</sup>. Denge durumunda  $\beta = \beta_1 + \beta_2$  olmaktadır. Bu şekilde dinamik sistemin denge durumu dinamik modelden zaman alt imleri düşürülerek elde edilen bir statik modelin çözümü olarak bulunmaktadır. Genel olarak, bir dengeye sahip her dinamik modele tekabül eden ve bu denge durumunu tasvir eden bir statik model vardır. Bununla beraber, aynı statik model çok sayıda dinamik modele hizmet edebilir. Örneğin basit dinamik modelimizdeki bir gecikmeli gelir yerine iki, üç veya daha fazla gecikmeli gelir değişkenini içeren farklı dinamik modellere tekabül eden statik model aynıdır.

18 Aynı denge tanımından hareketle, denklem (25) teki  $\beta$  parametresinin kısa-dönem marjinal tüketim meylini ifade ettiği açıktır. Bu durumda uzun-dönem marjinal tüketim meyli  $\beta / (1 - \gamma)$  olmaktadır.

Dinamik modelin denge durumunu bu şekilde tanımladıktan sonra, bu denge durumunun ulaşılabilir olup olmadığını, yani sistemin kararlı olup olmadığını, zaman yolunun ve kısa ve uzun dönem çoğaltanlarının ne olduğunu araştırabiliriz. Yolun, *başlangıç koşulları* olarak bilinen, başlama noktasını,  $t = 0$ ,  $C_0$  ve  $Y_0$  ile simgeleyelim. Bu durumda dinamik model  $C_t$  ve  $Y_t$  nin zaman yolunu, başlangıç koşulları, parametre değerleri ve dışsal değişkenlerin değerleri cinsinden verir. Bu zaman yolları, başlangıç koşulları ne olursa olsun dengeye yöneldiğinde sistemin kararlı olduğu söylenir.  $C_t$  ve  $Y_t$  için açık bir çözüm modelin indirgenmiş kalıp denklemleri tarafından verilmektedir.

Dinamik bir modelde *indirgenmiş kalıp denklemleri* her içsel değişkeni yapısal parametreler ve önceden belirlenmiş değişken — yani dışsal değişkenler ve  $t$  zamanında belirlenmiş olan gecikmeli içsel değişkenler — cinsinden ifade etmektedir. Dolayısı ile  $C_t$  ve  $Y_t$  nin indirgenmiş kalıp denklemleri

$$C_t = \frac{\alpha}{1 - \beta_1} + \frac{\beta_2}{1 - \beta_1} Y_{t-1} + \frac{\beta_1}{1 - \beta_1} I_t \quad (32)$$

$$Y_t = \frac{\alpha}{1 - \beta_1} + \frac{\beta_2}{1 - \beta_1} Y_{t-1} + \frac{1}{1 - \beta_1} I_t \quad (33)$$

tüketim ve gelirin bir zaman noktasındaki değerlerini önceden belirlenmiş değişkenler cinsinden çözmemize imkan sağlamaktadır.

Denklem (33) otonom harcamalardaki bir *ceteris paribus* değişimin gelir üzerindeki etkisini

$$\frac{\partial Y_t}{\partial I_t} = \frac{1}{1 - \beta_1}$$

olarak vermektedir. Bu otonom harcamaların gelir üzerindeki yaptığı ilk etkiye (impact) işaret ettiğinden *ilk etki çoğaltanı* olarak bilinir. Buna aynı zamanda, cari otonom harcamaların cari gelir üzerindeki etkisini gösterdiğinden, *kısa-dönem çoğaltanı* adı verilmektedir.

$Y_t$  nin indirgenmiş kalıp denklemi, (33), bir (doğrusal) birinci dereceden fark denklemidir. Bunu yeniden

$$Y_t = \pi_1 Y_{t-1} + \pi_2 I_t + \pi_3 \quad (34)$$

şeklinde yazabiliriz, burada

$$\pi_1 = \frac{\beta_2}{1 - \beta_1} ; \quad \pi_2 = \frac{1}{1 - \beta_1} ; \quad \pi_3 = \frac{\alpha}{1 - \beta_1} \quad (35)$$

Fark denkleminin çözümü *nihai-kalıp* denklemi olarak bilinmektedir. Fark denklemlerini çözenin bir yolu sürekli yerine koyma metodudur (iterative metod). Bu metod adım adım ilerleyerek gelir için bir zaman yolu çıkarmamıza ve gelirin uzun ve kısa dönem çoğaltanlarının tümünü hesaplamamıza imkan vermektedir. Sürekli ikame yolu ile çözüm için (34)'ü bir gecikmeli olarak yazalım.

$$Y_{t-1} = \pi_1 Y_{t-2} + \pi_2 I_{t-1} + \pi_3 \quad (36)$$

Bu (34) içinde yerine konduğunda

$$Y_t = \pi_1^2 Y_{t-2} + \pi_2 (I_t + \pi_1 I_{t-1}) + \pi_3 (1 + \pi_1) \quad (37)$$

elde edilir. Benzer şekilde (34) ten  $Y_{t-2}$  belirlendiğinde ve sonuç (37) içinde yerine konduğunda

$$Y_t = \pi_1^3 Y_{t-3} + \pi_2 (I_t + \pi_1 I_{t-1} + \pi_1^2 I_{t-2}) + \pi_3 (1 + \pi_1 + \pi_1^2) \quad (38)$$

bulunur. Bu yerine koyma işlemine geriye doğru başlangıç dönemine kadar  $t = 0$  devam edersek

$$Y_t = \pi_1^t Y_0 + \pi_2 (I_t + \pi_1 I_{t-1} + \pi_1^2 I_{t-2} + \dots + \pi_1^{t-1} I_1) + \pi_3 (1 + \pi_1 + \pi_1^2 + \dots + \pi_1^{t-1}) \quad (39)$$

elde edilir. Bu gelirin nihai kalıp denklemidir. Bundan gelirin tüm çoğaltanları — kısa ve uzun dönem — hesaplanabilir. Örneğin cari otonom harcamalardaki bir değişimin cari gelir üzerindeki etkisini veren ilk etki (veya kısa dönem) çoğaltanı

$$\frac{\partial Y_t}{\partial I_t} = \pi_2 = \frac{1}{1 - \beta_1} \quad (40)$$

olarak bulunur. Bunun daha önce bulunan sonuçla aynı olduğu açıkça görülmektedir. Benzer şekilde, bir önceki dönemde otonom harcamalarda meydana gelen bir değişimin gelir üzerindeki etkisi

$$\frac{\partial Y_t}{\partial I_{t-1}} = \pi_2 \pi_1 = \frac{\beta_2}{(1 - \beta_1)^2} \quad (41)$$

olarak ve iki dönem kümülatif çoğaltan

$$\left. \frac{\partial Y_t}{\partial I_t} \right|_{\Delta I_{t-1} = \Delta I_t} = \pi_2 (1 + \pi_1) = \frac{1 - \beta_1 + \beta_2}{(1 - \beta_1)^2} \quad (42)$$

olarak bulunur. Genel olarak,  $s$  - dönem kümülatif çoğaltan

$$\left. \frac{\partial Y_t}{\partial I_t} \right|_{\Delta I_{t-s} = \dots = \Delta I_{t-1} = \Delta I_t} = \pi_2 (1 + \pi_1 + \pi_1^2 + \dots + \pi_1^{s-1}) \quad (43)$$

olmaktadır; bu gelirin otonom harcamalardaki bir artışa, cari dönemde ve önceki  $s - 1$  dönemde gösterdiği tepkilerin toplamını ifade etmektedir. Dönem sayısı  $s$  sonsuza yaklaştığında bu ifade, (39), uzun dönem çoğaltanını

$$\frac{\partial Y}{\partial I_t} \Big|_{uzun\ dönem} = \pi_2 (1 + \pi_1 + \pi_1^2 + \dots) = \frac{\pi_2}{1 - \pi_1}$$

$$= \frac{I}{1 - (\beta_1 + \beta_2)} \quad (44)$$

vermektedir <sup>19</sup>. Payda da yer alan  $(\beta_1 + \beta_2)$  nin uzun dönem marjinal tüketim meyli olduğunu yukarıda belirtmiştik. Bu şekilde uzun dönem çoğaltanı uzun dönem marjinal tasarruf meylinin tersine eşit olmaktadır. Uzun dönem çoğaltanı otonom harcamalardaki bir birim artışın cari dönemde ve sonsuz geçmişe kadar uzanan, tüm geçmiş dönemlerde yarattığı etkiden kaynaklanan gelirdeki değişime olarak yorumlanmaktadır. Uzun dönem çoğaltanı aynı zamanda otonom harcamalardaki geçici olmayan bir artıştan doğan gelecekteki gelir değişimi olarak yorumlanabilir.

Denklem (39)'u zaman yolunun denge değerine yakınsaklaşıp yakınsaklaşmadığını görmek için yeniden düzenleyebiliriz. Hatırlanacağı gibi denge değerini otonom harcamaların zaman boyunca sabit olduğunu, yani  $I_t = I$ , varsayarak çıkarmıştık. Bunu (39) içinde yerine koyar ve  $\pi_1 \neq 1$  olduğunu varsayarsak, geometrik serilerin toplamı formülünden yararlanarak

$$Y_t = \pi_1^t Y_0 + (\pi_2 I + \pi_3) (1 + \pi_1 + \pi_1^2 + \dots + \pi_1^{t-1})$$

$$= \pi_1^t Y_0 + (\pi_2 I + \pi_3) \frac{1 - \pi_1^t}{1 - \pi_1} \quad (45)$$

buluruz. Fark denklemleri ile aşına olan okur bu çözümün denklem (45) te tanımlanan fark denkleminin ( $I_t = I$  ve  $\pi_1 \neq 1$  iken) genel çözümünün kesin uyarlaması olduğunu farkedecektir <sup>20</sup>. Modelimizin denge durumu yukarıda

$$Y^e = \frac{I}{1 - (\beta_1 + \beta_2)} (\alpha + I) = \frac{\pi_2 I + \pi_3}{1 - \pi_1} \quad (31)$$

olarak tanımlanmıştı. Bunu (45) içinde yerine koyduğumuzda

$$Y_t - Y^e = \pi_1^t (Y_0 - Y^e) \quad (46)$$

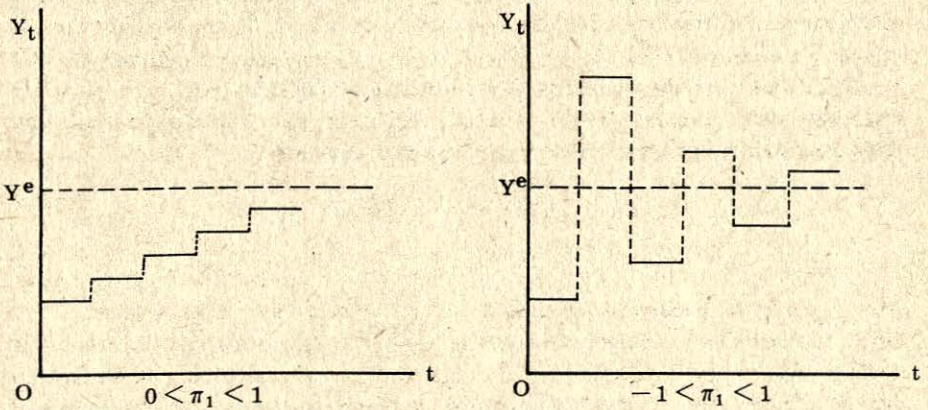
elde edilir. Buradan  $Y_t$ 'nin  $Y^e$ 'ye ancak  $t$  artarken sağ taraf sıfıra gidiyorsa yaklaşacağı sonucu çıkmaktadır, bu (sistemin gerçekte dengeden başlamadığını varsayarsak)  $t \rightarrow \infty$  iken  $\pi_1^t \rightarrow 0$  olmasını gerektirir.  $\pi_1^t \rightarrow 0$  için gerekli ve yeterli koşul  $|\pi_1| < 1$  olmaktadır, bu bize *kararlılık koşulunu*

$$-1 < (\pi_1) \Rightarrow \frac{\beta_2}{1 - \beta_1} < 1 \quad (47)$$

19 Bu sonucun çıkarılmasında,  $0 < \pi_1 < 1$  varsayımı altında, bir geometrik serinin toplamı formülünden ve (35) te yapılan tanımlardan yararlanılmıştır.

20 Doğrusal fark denklemlerinin çözümü için bakınız Baumol (1951), Allen (1956) ve Chiang (1967).

olarak vermektedir. Bu şekilde zaman yolunun bir dengeye yakınsaklaşıp yakınsaklaşmadığı fark denklemindeki gecikmeli içsel değişkenin katsayısına bağlıdır. Bu koşulun tatmin edildiğini ve  $Y_0 < Y^e$  olduğunu varsayarsak, iki yakınsaklaşan zaman yolunu Şekil 6 daki gibi gösterebiliriz.  $I_t$  nin



Şekil: 6

sabit olduğu varsayımı sabit bir denge değerini,  $Y^e$ , vermektedir;  $I_t$  nin zaman boyunca belirli bir şekilde değiştiği belirtildiğinde denge durumu hareketli olacak ve zaman yolu şekilindeki gibi yatay doğruya değil bu hareket eden yola yaklaşacaktır. Nihai kalıbın ve denge değerinin, tüketim için, gelirinkine özdeş bir çözüm

$$C_t - C^e = \pi_1^t (C_0 - C^e) \quad (48)$$

vereceği kanıtlanabilir. Bu şekilde, model için kararlılık koşulu elde etmede içsel değişkenlerden herhangi birinin fark denklemi çözümüne bakmamızın yeterli olduğu sonucu çıkmaktadır.

Şimdi hem dinamik ve hem de stokastik olan bir modelin neleri ima ettiğini incelemeye dönüyoruz. Yukardaki basit (doğrusal ve deterministik) dinamik makro ekonomik modelimizi, tüketim denklemine bir hata terimi ekleyerek

$$C_t = \alpha + \beta_1 Y_t + \beta_2 Y_{t-1} + u_t \quad (49)$$

$$Y_t = C_t + I_t \quad (2)$$

şeklinde bir stokastik model haline dönüştürebiliriz. Tesadüfi terimin eklenmesi yukarıda statik stokastik denklemlerle ilgili olarak yaptığımız tartışmalara benzer bir anlam taşımaktadır. Örneğin tüketim fonksiyonunun stokastik (doğrusal) kalıbını veren denklem (49),  $C_t$  nin düzeyinin sadece cari ve bir gecikmeli gelir tarafından belirlenmediğini, bunlara ilaveten  $C_t$  yi etkileyen göremediğimiz veya teşhis edemediğimiz birçok ihmal edilen değişkenin bulunduğunu ve bunların hata terimi  $u_t$  içinde toplandığını söylemektedir.

Ekonometrik modeli tamamlamak için  $u_t$  hakkında ve bununla modelin diğer değişkenleri arasındaki ilişki hakkında neler varsaydığımızı açıkça belirtmemiz gerekmektedir. Statik modelde olduğu gibi ilişkinin sistematik olmayan bölümü olarak yorumlanan bozukluk terimlerinin sıfır ortalamaya sahip olduğunu,  $E(u_t) = 0$ , ve bunların normal olarak dağıldığını,  $u_t \approx N(0, \sigma^2)$ , veya varyansının sabit olduğunu,  $E(u_t^2) = \sigma^2$ , varsayıyoruz. Dışsal değişkenler için yapılan dışsallık varsayımı da statik modeldekinden farklı değildir;  $I_t$  nin tüm  $u$  lardan bağımsız olduğunu varsayıyoruz. Bu  $E(I_t u_s) = 0$  ( $s = \dots u_t - 2, u_t, u_t + 1 \dots$ ) koşulunu ima etmektedir. Bununla birlikte, dinamik modellerdeki gecikmeli içsel değişkenler bu koşulu tatmin etmemektedir.  $t$  zamanında  $Y_t - 1$  önceden belirlenmiş bir değişkendir fakat, modelin aşağıdaki bir gecikmeli ifadesinden açıkça görüldüğü gibi,

$$C_{t-1} = \alpha + \beta_1 Y_{t-1} + \beta_2 Y_{t-2} + u_{t-1} \quad (50)$$

$$Y_{t-1} = C_{t-1} + I_{t-1} \quad (51)$$

$Y_{t-1}$ , tüketim fonksiyonu aracılığı ile,  $u_{t-1}$ 'e bağımlıdır. Buna ilaveten  $Y_{t-1}$  in  $Y_{t-2}$ 'ye bağımlı olduğu ve dolayısı ile  $u_{t-2}$  tarafından etkilendiği gözlenmektedir, sürekli yerine koymalarla  $Y_{t-1}$  in tüm geçmiş bozukluklar tarafından etkilendiği görülecektir. Bu nedenle stokastik modelde önceden belirlenmiş değişkeni  $t$  zamanında tüm cari ve gelecek bozukluklardan bağımsız olan bir değişken olarak tanımlıyoruz<sup>21</sup>, yani  $s > t$  için  $E(Y_{t-1}, u_s) = 0$ .

### 3. Genel Ekonometrik Model

Genel ekonometrik model, cebrik (parametrelerinde) doğrusal stokastik bir modeldir.  $G$  sayıda içsel (müşterekten bağımlı) değişken,  $y_1, y_2, \dots, y_G$ , ve  $K$  sayıda önceden belirlenmiş (dışsal ve gecikmeli içsel) değişken,  $z_1, z_2, \dots, z_K$ , olduğunu varsayarsak, genel ekonometrik model

$$\begin{aligned} \beta_{11}y_1 + \beta_{12}y_2 + \dots + \beta_{1G}y_G + \gamma_{11}z_1 + \gamma_{12}z_2 + \dots + \gamma_{1K}z_K &= u_1 \\ \beta_{21}y_1 + \beta_{22}y_2 + \dots + \beta_{2G}y_G + \gamma_{21}z_1 + \gamma_{22}z_2 + \dots + \gamma_{2K}z_K &= u_2 \quad (52) \\ \beta_{G1}y_1 + \beta_{G2}y_2 + \dots + \beta_{GG}y_G + \gamma_{G1}z_1 + \gamma_{G2}z_2 + \dots + \gamma_{GK}z_K &= u_G \end{aligned}$$

şeklinde yazılabilir, burada  $u_1, u_2, \dots, u_G$  bozukluk terimlerini (tesadüfi değişkenleri),  $\beta$  lar içsel değişkenlerin katsayılarını,  $\gamma$  lar önceden belirlenmiş değişkenlerin katsayılarını simgelemektedir. İçsel değişkenlerin sayısı kadar bağımsız denklem bulunduğu denklemler sistemi tamdır. Bu durumda sistem içsel değişkenlerin değerlerini önceden belirlenmiş değişkenlerin değerleri ve bozukluk terimlerinin aldığı değerler cinsinden belirlemektedir.

21 Bozukluk terimi otokorrelasyonlu olduğunda (yani  $u_t$  ile kendi gecikmeli değerleri korrelasyonlu olduğunda) bu tanım karşımıza bazı problemler çıkarılmaktadır. Söz konusu problemler daha ziyade modelin tahmini ile ilgili olduğundan burada dikkate alınmamıştır. Bakınız Wallis (1973, s. 41-42) ve Stewart and Wallis (1981, s. 63).

Sistem (52) deki her denklem en fazla  $G + K$  sayıda parametre  $-\beta_{g1}, \beta_{g2}, \dots, \beta_{gG}$  ve  $\gamma_{g1}, \gamma_{g2}, \dots, \gamma_{gK}$ ,  $g = 1, 2, \dots, G$  içerir, kuşkusuz bu parametrelerden bazılarının üzerine sıfır sınırlaması konabilir, yani söz konusu içsel veya önceden belirlenmiş değişkenin belirli bir denklemde hiç bir etkiye sahip olmadığı belirtilebilir<sup>22</sup>. Sabit terimler (kesmeler) her denklemdeki önceden belirlenmiş değişkenlerden birinin, geleneksel olarak sonucunun, bir değeri aldığı belirtilerek göz önüne alınabilir, dolayısı ile bunların parametreleri,  $\gamma_{1k}, \gamma_{2k}, \dots, \gamma_{Gk}$ , kesme terimleri olmaktadır.

Eşanlı denklem sistemindeki her denklem bağımsız bir anlam ve kimliğe sahiptir, bunlar bir davranışsal ilişkiyi (örneğin tüketim fonksiyonunu) veya bir teknolojik ilişkiyi (örneğin üretim fonksiyonunu) veya incelenmekte olan sistemi açıklayan teorinin önerdiği başka bir ilişkiyi yansıtıyor olabilir. Sistemin yapısının bir cephesini yansıttığı için her denkleme, yukarıda da belirttiğimiz gibi, yapısal denklem ve yapısal denklemler kümesine de yapısal kalıp denmektedir. Sistemin bazı denklemleri, örneğin tanımlar, özdeşlikler ve denge koşulları, deterministik olabilir, bu denklemlerde bozukluk terimi sıfıra eşittir. İlaveten bu denklemlerde görünen parametreleri 1 lere veya  $-1$  lere eşitleyerek sınırlarız. Bununla birlikte, söz konusu denklemleri, hem denklem hem de içsel değişken sayısını azaltarak, düşürmek mümkündür.

Yapısal denklemler kümesini, toplama simgelemesi ve vektör-matriks simgelemesi kullanarak daha derli toplu bir şekilde ifade etmek mümkündür. Toplama simgelemesi ile sistem (52) deki denklemler

$$\sum_{i=1}^G \beta_{gi} y_i + \sum_{k=1}^K \gamma_{gk} z_k = u_g \quad g = 1, 2, \dots, G \quad (53)$$

şeklinde ifade edilebilir, burada  $g$  denklem alt imi,  $i$  içsel değişken alt imi, ve  $k$  önceden belirlenmiş değişken alt imidir. Genel modeli vektör-matriks kalıbında

$$\begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \dots & \beta_{1G} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \dots & \beta_{2G} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_{G1} & \beta_{G2} & \dots & \beta_{GG} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_G \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \dots & \gamma_{1K} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \dots & \gamma_{2K} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma_{G1} & \gamma_{G2} & \dots & \gamma_{GK} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_G \end{bmatrix} \quad (54)$$

şeklinde yazabiliriz.  $B$  ve  $\Gamma$  'yı yukardaki yapısal parametreler matrisleri ve  $y, z$  ve  $u$  'yu sıra ile içsel değişkenlerin, önceden belirlenmiş değişkenlerin ve bozukluk terimlerinin sütun vektörleri olarak tanımlarsak, yapısal kalıp vektör-matriks simgelemesi ile

$$\begin{matrix} B & y & + & \Gamma & z & = & u \\ G \times G & G \times 1 & & G \times K & K \times 1 & & G \times 1 \end{matrix} \quad (55)$$

şeklinde ifade edilebilir.

22 Bir modelin tahmin edilebilir olmasında sıfır sınırlamaları önemli bir rol oynamaktadır.

Yapısal denklemlerin her birindeki tüm terimleri sıfırdan farklı bir sayı ile çarptığımızda denklemler değişmemektedir. Bu belirsizlik problemi bir *normalleştirme kuralı* seçilerek, her denklemdeki sıfırdan farklı yapısal katsayılardan biri için belirli bir sayısal değer seçmeye yönelik bir kural benimsenerek, elimine edilir. Geleneksel kural *i* ninci denklemdeki *i* ninci içsel değişkenin katsayısını, bu denklemdeki tüm katsayıları  $\beta_{ii}$  ile bölerek, bire eşit yapmaktır. ( $\beta_{ii} = 1$ ). Bu kural ile içsel değişkenlerin katsayılar matrisinin asal diyagonalindeki tüm elemanları değeri bire eşit yapılmaktadır. Söz konusu kural bir endojen değişkeni bir katsayısı ile denklemin solunda yazmaya tekabül eder.

Yukarıda ele aldığımız stokastik modeller bu genel formüllendirmeye örnek teşkil etmektedir. Yapısal denklem (49) ve (2) tarafından tanımlanan basit dinamik modelimizi ele alalım. Terimleri yeniden düzenleyerek modeli

$$\begin{aligned} C_t - \beta_1 Y_t - \beta_2 Y_{t-1} - \alpha &= u_t \\ -C_t + Y_t + I_t &= 0 \end{aligned} \quad (56)$$

şeklinde yazabiliriz.  $C_t$  ve  $Y_t$  içsel ve  $Y_{t-1}$  ve  $I_t$  önceden belirlenmiş değişkenlerdir. Değişkenleri

$$\begin{aligned} C_t &= y_1 & Y_{t-1} &= z_1 & u_t &= u_1 \\ Y_t &= y_2 & I_t &= z_2 \end{aligned} \quad (57)$$

olarak yeniden adlandırır ve sabit terimi  $z_3 = 1$  olarak modele katarsak, dinamik modelimiz

$$\begin{bmatrix} 1 & -\beta_1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\beta_2 & 0 & -\alpha_1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (58)$$

şeklinde vektör-matris kalıbına dönüştürülmüş olur. **B** kare matrisinin asal diyagonal boyunca 1 lerin yer aldığı görülmektedir. Kesme terimleri (sabit terimler),  $z_3 = 1$  olarak tanımlandığından  $\Gamma$  matrisinin son sütununda yer almaktadır. Özdeşlik veya denge koşulu kolaylıkla seçilebilir, çünkü yapısal parametreleri  $-1$  veya  $+1$  olarak ve bozukluk teriminin değeri sıfır olarak belirtilmiştir.

Genel indirgenmiş kalıp

$$y_i = \sum_{k=1}^K \pi_{ik} z_k \quad i = 1, \dots, G \quad (59)$$

veya

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} & \dots & \pi_{1K} \\ \pi_{21} & \pi_{22} & \dots & \pi_{2K} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \pi_{G1} & \pi_{G2} & \dots & \pi_{GK} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_K \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_G \end{bmatrix} \quad (60)$$



veya

$$y = \pi z + v \quad (61)$$
$$Gx1 \quad GxK \quad Kx1 \quad Gx1$$

şeklinde yazılabilir, burada

$$v \equiv B^{-1} u \quad (62)$$
$$Gx1 \quad GxG \quad Gx1$$

$$\pi \equiv -B^{-1} \Gamma \quad (63)$$
$$GxK \quad GxG \quad GxK$$

İndirgenmiş kalıbın çıkarılmasında zımnı olarak B matrisinin inversinin mevcut olduğu varsayımı yapılmaktadır. Bu şekilde B nin determinantının sıfırdan farklı olduğu, başka bir deyişle yapısal denklemin diğer yapısal denklemlerin doğrusal bir kombinasyonu olmadığı varsayılmaktadır.

İndirgenmiş kalıp katsayıları matrisinin öğeleri modelin karşılaştırılmalı statik sonuçlarını, yani önceden belirlenmiş değişkenlerdeki değişimin içsel değişkenleri ne kadar değiştirdiğini, belirtmektedir. Basit dinamik makro ekonomik modelimizin, (49) ve (2),  $\pi$  matrisi

$$\begin{bmatrix} \frac{\beta_2}{1-\beta_1} & \frac{\beta_1}{1-\beta_1} & \frac{\alpha}{1-\beta_1} \\ \frac{\beta_2}{1-\beta_1} & \frac{1}{1-\beta_1} & \frac{\alpha}{1-\beta_1} \end{bmatrix} \quad (64)$$

şeklindedir, burada

$$\frac{1}{1-\beta_1} = \frac{\partial y_2}{\partial z_2} = \frac{\partial Y_t}{\partial I_t} \quad (65)$$

olmaktadır. Bu nedenle  $\pi$  matrisinin öğelerinin tahmini yapısal analizin önemli bir parçasını oluşturmaktadır.

Günümüzde kurulmakta olan büyük makro ekonometrik modeller göz önüne alındığında büyük bir B matrisinin inversinin alınmasının ve dolayısı ile indirgenmiş kalıbın çözülmesinin çok zor olduğu düşünülebilir. Uygulamada çözümü mümkün kılan şey modelin ardında yatan teorinin, genellikle, B matrisinin birçok elemanı üzerine sıfır sınırlaması koymasındır.

Cari içsel değişkenleri, başlangıç değerlerinin, geçerli cari ve gecikmeli dışsal değişkenlerin ve tesadüfi terimlerin fonksiyonları olarak ifade eden nihai kalıbı da vektör-matris simgelemesi ile göstermek mümkündür. Bu oldukça karmaşık ifadeleri gerektirdiğinden burada sunulmamıştır.

Genel ekonometrik modeli tamamlamak için  $u$ 'larla ilgili varsayımların açıkça belirtilmesi gerekir. Bunun için değişkenlerin zaman içinde aldığı değerleri göstermek üzere her değişkene bir zaman alt imi eklemek kolaylık sağlayacaktır. Zaman alt imleri ile genel ekonometrik model kalıbı

$$\sum_{i=1}^G \beta_{gi} y_{it} + \sum_{k=1}^K \gamma_{gk} z_{kt} = u_{gt} \quad g = 1, \dots, G \quad t = 1, \dots, N \quad (66)$$

veya

$$\begin{matrix} \mathbf{B} & \mathbf{y}_t & + & \mathbf{\Gamma} & \mathbf{z}_t & = & \mathbf{u}_t \\ \mathbf{G \times G} & \mathbf{G \times 1} & & \mathbf{G \times K} & \mathbf{K \times 1} & & \mathbf{G \times 1} \end{matrix} \quad (67)$$

şeklinde ifade edilebilir. İlk olarak,  $\mathbf{u}_t$  vektörlerinin sıfır ortalamaya sahip olduğu

$$E(\mathbf{u}_t) = \mathbf{0} \quad \text{tüm } t \text{ ler} \quad (68)$$

$\mathbf{G \times 1}$

varsayılmaktadır. Bu daha önceden tek davranışsal denklemler için yapılan  $E(u) = 0$  varsayımının, çok davranışsal denklemler modeline genelleştirilmesidir. İkincisi,  $\mathbf{u}_t$ 'nin kovarians matrisinin tüm  $t$  ler için sabit olduğu varsayılmaktadır.

$$\text{kov}(\mathbf{u}_t) = E(\mathbf{u}_t \mathbf{u}_t') = \sum_{\mathbf{G \times G}} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1G} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \dots & \sigma_{2G} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{G1} & \sigma_{G2} & \dots & \sigma_{GG} \end{bmatrix} \quad (69)$$

Bu varsayım da yukarıda tek davranışsal denklemler çerçevesinde yaptığımız var  $(u) = \sigma^2$  varsayımının genelleştirilmiş şeklidir. Bazı hallerde bu ikinci varsayım yerine daha güçlü bir varsayım olan  $\mathbf{u}_t$  lerin normal olarak dağıldığı varsayımı yapılmaktadır:

$$\mathbf{u}_t \sim N(\mathbf{0}, \Sigma) \quad (70)$$

Keza genel modelde, yukarıda basit modeller çerçevesi içinde yaptığımız dışsal değişkenlerin tüm  $u$  lardan bağımsız olduğu ve önceden belirlenmiş değişkenlerin  $t$  zamanında tüm cari ve gelecek ile ilgili tesadüfi terimlerden bağımsız olduğu varsayımları tekrarlanmaktadır.

## KAYNAKLAR

- Allen, R.G.D. (1956), *Mathematical Economics*, New York: Macmillan.  
 Ball, R.J. (1968), "Econometric Model Building", *Mathematical Model Building in Economics and Industry* içinde, London: Charles Griffin and Co., Ltd.  
 Baumol, W.J. (1951), *Economic Dynamics*, New York: Macmillan.

- Chiang, A.C. (1967): *Fundamental Methods of Mathematical Economics*, New York: McGraw-Hill.
- Christ, C. (1966), *Econometric Models and Methods*, New York: John Wiley and Sons, Inc.
- Evans, M.K. (1969), *Macroeconomic Activity, Theory, Forecasting, and Control, An Econometric Approach*, New York: Harper and Row.
- Intriligator, M.D. (1971), "Econometrics and Economic Forecasting," J.M. English, Ed., *The Economics of Engineering and Social Systems* içinde, New York: John Wiley and Sons, Inc.
- Intriligator, M.G. (1968), *Econometric Models, Techniques and Applications*, Amsterdam: North-Holland Publishing Co.
- Kendall, M.G. (1968), "Introduction to Model Building and its Problems," *Mathematical Model Building in Economics and Industry* içinde, London: Charles Griffin and Co., Ltd.
- Kılıçbay, A. (1968), *Ekonometri*, İstanbul: Sermet Matbaası.
- Kılıçbay, A. (1980), *Ekonometrinin Temelleri*, İstanbul: Has Kurtuluş Matbaası.
- Neal F. and R. Shone (1976), *Economic Model Building*, London: Macmillan.
- Phelps, E.S., Ed., (1970), *Microeconomic Foundations of Employment and Inflation Theory*, New York: W. W. Norton and Company, Inc.
- Phillips, A.W. (1958), "The Relation Between Unemployment and the Rate of Change of Money Wages in the United Kingdom, 1861-1957," *Economics*, 25, 283-99.
- Stewart, M.B. and K.F. Wallis (1981), *Introductory Econometrics*, Oxford: Basil Blackwell.
- Stone, R. (1965), "The Analysis of Economic Systems," *Scripta Varia*, 28, 1-88.
- Wallis, K.F. (1973), *Introductory Econometrics*, London: Gray-Mills Publishing Ltd.