



**ZAMAN GECİKMELİ TAKAGI-SUGENO BULANIK
COHEN-GROSSBERG YAPAY SİNİR AĞLARININ
KARARLILIK ANALİZİ**

Samet BARIŞ



T.C.
BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**ZAMAN GECİKMELİ TAKAĞI-SUGENO BULANIK COHEN-GROSSBERG
YAPAY SİNİR AĞLARININ KARARLILIK ANALİZİ**

Samet BARIŞ

Dr. Öğr. Üyesi Neyir ÖZCAN SEMERCİ
(Danışman)

YÜKSEK LİSANS TEZİ
ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

BURSA-2019

TEZ ONAYI

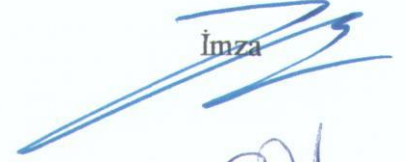
Samet BARIŞ tarafından hazırlanan “Zaman Gecikmeli Takagi-Sugeno Bulanık Cohen-Grossberg Yapay Sinir Ağlarının Kararlılık Analizi” adlı tez çalışması aşağıdaki jüri tarafından oy birliği ile Bursa Uludağ Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı’nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Danışman : Dr. Öğr. Üyesi Neyir ÖZCAN SEMERCİ

Başkan : Dr. Öğr. Üyesi Neyir ÖZCAN SEMERCİ
Bursa Uludağ Üniversitesi,
Mühendislik Fakültesi,
Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

İmza


Üye : Prof. Dr. Güneş YILMAZ
Bursa Uludağ Üniversitesi,
Mühendislik Fakültesi,
Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

İmza


Üye : Prof. Dr. Sabri ARIK
İstanbul Üniversitesi-Cerrahpaşa,
Mühendislik Fakültesi,
Bilgisayar Mühendisliği Anabilim Dalı

İmza


Yukarıdaki sonucu onaylarım



Prof. Dr. Ali BAYRAM

Enstitü Müdürü

26. / 2 / 2019

B.U.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmasında;

- tez içindeki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- görsel, işitsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu,
- atıfta bulunduğum eserlerin tümünü kaynak olarak gösterdiğimi,
- kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı,
- ve bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversite veya başka bir üniversitede başka bir tez çalışması olarak sunmadığımı

beyan ederim.

22/02/2019

Samet BARİŞ

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

ZAMAN GECİKMELİ TAKAGI-SUGENO BULANIK COHEN-GROSSBERG YAPAY SİNİR AĞLARININ KARARLILIK ANALİZİ

Samet BARIŞ

Bursa Uludağ Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Dr. Öğr.Üyesi Neyir ÖZCAN SEMERCİ

Bu tez çalışmasında, çoklu zaman gecikmeli Takagi-Sugeno tipi bulanık tabanlı Cohen-Grossberg yapay sinir ağlarının global asimtotik kararlılık özellikleri incelenmiştir. Bu analizde kararlık koşullarının gecikmeden bağımsız olmasını sağlayan uygun Lyapunov fonksiyonelleri kullanılmıştır. Nöron aktivasyon fonksiyonu olarak Lipschitz fonksiyonları seçilmiştir. Cohen-Grossberg tipi yapay sinir ağlarının dinamik modelinde yer alan davranış ve kuvvetlendirici fonksiyonları için de bazı varsayımlarda bulunulmuştur. Lyapunov'un doğrudan yaklaşımı kullanılarak yapılan kararlılık analizi sonucunda, denge noktasını global asimtotik kararlı yapan gecikme parametresinden bağımsız yeni yeterli bir kararlılık koşulu sunulmuştur. Elde edilen koşul sadece sinir ağının sistem parametrelerine bağlı olarak ifade edilmiştir. Bu nedenle, bu tez çalışmasında kullanılan yapay sinir ağı modelinin denge ve kararlılık özellikleri, bazı özel matris sınıflarının temel özellikleri kullanarak kolaylıkla doğrulanabilir. Tez çalışmasının son kısmında ise sayısal bir örnek verilerek elde edilen sonuçların uygulanabilirliğini gösterilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Takagi-Sugeno Bulanık Sinir Ağları, Cohen-Grossberg Sinir Ağları, Gecikmeli Sistemler, Lyapunov Fonksiyonelleri.

2019, viii + 64 sayfa.

ABSTRACT

MSc Thesis

STABILITY ANALYSIS OF TAKAGI-SUGENO FUZZY COHEN GROSSBERG NEURAL NETWORKS WITH TIME DELAYS

Samet BARIS

Bursa Uludağ University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Electronics Engineering

Supervisor: Assist. Prof. Dr. Neyir ÖZCAN SEMERCI

This thesis investigates the problem of the global asymptotic stability of the class of Takagi-Sugeno Fuzzy Cohen-Grossberg neural networks with multiple time delays. By constructing a suitable fuzzy Lyapunov functional, a new delay-independent sufficient condition for the global asymptotic stability of the equilibrium point for delayed Takagi-Sugeno Fuzzy Cohen-Grossberg neural networks with respect to the Lipschitz activation functions is presented. The obtained condition only relies on the network parameters of the neural system. Therefore, the equilibrium and stability properties of the neural network model considered in this paper can be easily verified by exploiting some basic properties of some certain classes of matrices. A constructive numerical example is also given to show the applicability of the proposed stability results at the end of the thesis.

Keywords: Takagi-Sugeno Fuzzy Neural Networks, Cohen-Grossberg Neural Networks, Delayed Systems, Lyapunov Functionals.

2019, viii + 64 pages.

TEŐEKKÖR

Yüksek lisans öğrenimim sırasında ve tez çalışmalarım boyunca gösterdiği destek ve yardımdan dolayı değerli hocam Dr. Öğr. Üyesi Neyir ÖZCAN SEMERCİ'ye ve her zaman yanımda olan sevgili aileme en içten teşekkürlerimi sunarım.

Samet BARIŞ

22 /02 /2019



İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET.....	i
ABSTRACT.....	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	vi
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	vii
ÇİZELGELER DİZİNİ	viii
1. GİRİŞ	1
2. GENEL BİLGİLER	4
2.1. Yapay Sinir Ağlarının Tarihçesi	4
2.2. Yapay Sinir Ağları	7
2.2.1. Biyolojik sinir ağlarının yapısı.....	7
2.2.2. Biyolojik sinir hücresi	8
2.2.3. Yapay sinir ağlarının yapısı	9
2.2.4. Yapay sinir hücresi.....	10
2.3. Yapay Sinir Ağı Türleri	12
2.3.1. İleri beslemeli yapay sinir ağları	12
2.3.2. Geri beslemeli yapay sinir ağları.....	14
2.4. Yapay Sinir Ağlarında Öğrenme.....	15
2.4.1. Denetimli öğrenme.....	16
2.4.2. Denetimsiz (adaptif) öğrenme.....	17
2.5. Yapay Sinir Ağlarında Öğrenme Kuralları	17
2.5.1. Hebb kuralı.....	17
2.5.2. Hopfield kuralı	17
2.5.3. Delta kuralı.....	18
2.5.4. Kohonen kuralı.....	18
2.6. Yapay Sinir Ağlarında Geri-Yayılm (Back-Propagation)	18
3. MATERYAL VE YÖNTEM	22
3.1. Matris Sınıfları	22
3.1.1. Pozitif tanımlı matrisler.....	22
3.1.2. Pozitif yarı tanımlı matrisler	22
3.1.3. Negatif tanımlı matrisler	22
3.1.4. Negatif yarı tanımlı matrisler	22
3.1.5. Pozitif kararlı matrisler	23
3.1.6. Pozitif yarı kararlı matrisler	23
3.1.7. Negatif kararlı matrisler	23
3.1.8. Negatif yarı kararlı matrisler	23
3.2. Vektör ve Matris Normları.....	23
3.2.1. Vektör normu	24
3.2.2. Matris normu	25
3.3. Aktivasyon Fonksiyonları	25
3.3.1. Sınırlı fonksiyonlar.....	26
3.3.2. Sürekli artan türevi sınırlı fonksiyonlar	26
3.3.3. Azalmayan türevi sınırlı fonksiyonlar.....	26
3.3.4. Lipschitz fonksiyonları.....	27

3.4. Dinamik Sistemlerde Denge Noktası ve Kararlılık.....	30
3.4.1. Barbashin-Krasovskii teoremi.....	32
3.4.2. Lyapunov kararlılık teoremi.....	32
3.4.3. LaSalle değişmezlik ilkesi	34
3.4.4. Hurwitz kararlılık teoremi.....	35
3.5. Yapay Sinir Ağı Modelleri.....	36
3.6. Bulanık Sistemler	40
3.6.1. Bulanıklaştırma	42
3.6.2. Çıkarım sistemi	43
3.6.2.1. Mamdani tipi bulanık modelleme	43
3.6.2.2. Takagi-Sugeno (T-S) tipi bulanık modelleme.....	44
4. BULGULAR VE TARTIŞMA	46
4.1. Bulgular	46
4.2. Gecikmeli Takagi-Sugeno Tipi Bulanık Cohen-Grossberg Sinir Ağlarının Kararlılık Analizi	50
4.3. Tartışma.....	55
5. SONUÇ	58
KAYNAKLAR	60
ÖZGEÇMİŞ	64

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

Simgeler

A, B vb. büyük harfler

x, y vb. küçük harfler

$A = (a_{ij})_{n \times n}$

A^{-1}

A^T

$diag(A)$

$\lambda(A)$

$\lambda_m(A)$

$\lambda_M(A)$

$|A|$

$\|A\|$

$\|A\|_n$

$|x|$

$\|x\|$

$\|x\|_n$

$A > 0$

$A \geq 0$

$A < 0$

$A \leq 0$

I

R

R^n

$R^{m \times n}$

Açıklamalar

Matrisler

Vektörler

$n \times n$ boyutlu kare matris

A matrisinin tersi

A matrisinin transpozesi

Köşegen matris A

A matrisinin özdeğeri

A matrisinin minimum özdeğeri

A matrisinin maksimum özdeğeri

A matrisinin mutlak değeri

Standart matris normu

A matrisinin n . normu

x vektörünün mutlak değeri

Standart vektör normu

x vektörünün n . normu

Pozitif tanımlı matris

Pozitif yarı tanımlı matris

Negatif tanımlı matris

Negatif yarı tanımlı matris

Birim matris

Reel sayılar uzayı

Öklid uzayı

$m \times n$ boyutlu reel matris uzayı

Kısaltmalar

ANN ya da YSA

CGNNs

CNN

T-S

Açıklamalar

Yapay Sinir Ağları

Cohen-Grossberg tipi yapay sinir ağları

Hücrel sinir ağı

Takagi Sugeno

ŞEKİLLER DİZİNİ

	Sayfa
Şekil 2.1. Biyolojik sinir sistemi	7
Şekil 2.2. Biyolojik sinir hücresi	9
Şekil 2.3. Basit yapay sinir ağı yapısı	10
Şekil 2.4. McCulloch ve Pitts hücre yapısı	11
Şekil 2.5. Tek katmanlı ileri beslemeli ağ	13
Şekil 2.6. Çok katmanlı ileri beslemeli ağ	13
Şekil 2.7. Tek katmanlı kısmi geri beslemeli ağ	15
Şekil 2.8. İleri beslemeli geri-yayımlı yapay sinir ağı örneği	19
Şekil 3.1. Bipolar sürekli fonksiyon.....	27
Şekil 3.2. Signum fonksiyonu	28
Şekil 3.3. Unipolar sürekli aktivasyon fonksiyonu	28
Şekil 3.4. Birim basamak fonksiyonu	29
Şekil 3.5. Tanjant hiperbolik fonksiyon	29
Şekil 3.6. Parçalı fonksiyon	30
Şekil 3.7. Herhangi bir <i>i</i> . nörona ait devre modeli	36
Şekil 3.8. Üçgen üyelik fonksiyonu	40
Şekil 3.9. Yamuk üyelik fonksiyonu	41
Şekil 3.10. Gauss üyelik fonksiyonu	41
Şekil 3.11. Çan eğrisi üyelik fonksiyonu	41
Şekil 3.12. Genel bulanık sistem yapısı	42

ÇİZELGELER DİZİNİ

	Sayfa
Çizelge 2.1. Biyolojik sinir sistemi ve yapay sinir ağı sistemi elemanlarının karşılaştırılması	12



1. GİRİŞ

Cohen-Grossberg tipi yapay sinir ağıları 1983 yılında Cohen ve Grossberg tarafından literatüre sunulmuş ve son yıllarda kombinasyonel optimizasyon, görüntü ve işaret işleme, örüntü tanıma, çağrışimli bellek tasarımı ve kontrol sistemleri gibi pek çok pratik mühendislik probleminin çözümünde başarıyla kullanılmaktadır (Cohen ve Grossberg 1983). Bu tür problemlerin çözümünde tasarlanan yapay sinir ağının denge noktasının denge ve kararlılık özellikleri oldukça önemlidir. Herhangi bir problemin çözümünde kullanılacak olan yapay sinir ağlarının denge ve kararlılık özelliklerinin ne olması gerektiğine uygulanacağı problemin yapısına bağlı olarak karar verilir. Örneğin bir yapay sinir ağı optimizasyon problemlerinin çözümünde kullanılacaksa denge noktasının ilk koşullardan bağımsız ve tek olması istenir. Ancak kullanılacak yapay sinir ağı çağrışimli bellek olarak tasarlanacaksa fazla bilgi saklama ihtiyacı sebebiyle denge noktasının çoklu olması arzu edilir. Özellikle kontrol, optimizasyon ve paralel işlem gibi problemlerde tekli denge noktası istendiğinden, bu durumu garanti etmek için uygulanacak yapay sinir ağı global asimtotik kararlı olmalıdır. Bu nedenle, yapay sinir ağlarının dinamik davranış analizi, hem tasarımlarda hem de uygulamalarda büyük önem taşımaktadır. Gerçek zamanlı uygulamalarda yakınsama hızı çok önemlidir. Bu uygulamalarda, sistemin hızlı bir şekilde denge noktasına yakınsaması istenir. Cohen-Grossberg tipi yapay sinir ağlarının dinamik modeli, Hopfield tipi sinir ağından farklı olarak, yakınsama hızı için kontrol parametresi olan bir kuvvetlendirici fonksiyonu içerir. Ayrıca Cohen-Grossberg modelinin dinamik denkleminde denge noktasını durum uzayında istediğimiz yere koymamızı sağlayan bir davranış fonksiyonu mevcuttur. Cohen-Grossberg yapay sinir ağı modelinde davranış fonksiyonu ve kuvvetlendirici fonksiyonu için uygun değerler seçildiğinde dinamik model Hopfield tipi yapay sinir ağına dönüşecektir. Bu durum Cohen-Grossberg modelini daha genel bir model haline getirir.

Yapay sinir ağlarının gerçek zamanlı donanım uygulamalarında kuvvetlendiricilerin sonlu anahtarlama hızı, nöronlarda bilginin işlenmesi ve nöronlar arası iletim sırasında bir zaman gecikmesi olacağı açıktır. Bu zaman gecikmesi ağ davranışlarının dinamiklerini değiştirebilecek niteliktedir. Bu nedenle, yapay sinir ağlarının kararlılık

analizi yapılırken zaman gecikmesinin sinir ağlarının kararlılığı üzerindeki etkilerini dikkate almak önemlidir. Son zamanlarda yapılan pek çok çalışmada, gecikme parametresine sahip Cohen-Grossberg tipi yapay sinir ağlarının denge noktasının global asimtotik kararlılığı incelenmiş ve ağ parametreleri arasında çeşitli ilişkiler kurabilen bazı global kararlılık koşulları ortaya konulmuştur (Cohen ve Grossberg 1983, Arik ve Orman 2005, Zheng ve ark. 2013, Nie ve ark. 2015). Bu tez çalışmasında kullanılan Cohen-Grossberg tipi yapay sinir ağı modelinde de daha gerçekçi bir analiz için gecikme parametresi mevcuttur.

Takagi ve Sugeno 1985 yılında, sinir ağlarının karmaşık dinamik davranışları üzerinde olumlu bir etki yaratan bulanık mantık teorisinin, yapay sinir ağlarını farklı bir matematiksel modelle ifade etmek için kullanılabileceğine işaret etmiştir (Takagi ve Sugeno 1985). Bu amaçla, Takagi ve Sugeno tarafından Takagi-Sugeno (T-S) bulanık model sınıfını ortaya atılmış ve bulanık mantık teorisinin lineer olmayan bir sistemi lineer modellere dönüştürmek için kullanılabileceği kanıtlanmıştır. Bu yaklaşımın avantajı karmaşık ve doğrusal olmayan sistemlerin kararlılık analizini basitleştirerek, doğrusal olmayan karmaşık sistemleri bulanık doğrusal T-S model formunda ifade edebilmesidir. Hou ve ark. 2007 yılında Lyapunov kararlılık teorisini kullanarak, zaman gecikmeli durum için Lipschitz aktivasyon fonksiyonlarına bağlı T-S sınıfı bulanık sinir ağlarının denge noktasının global asimtotik kararlılığını sağlayan bazı yeni yeterli koşullar türetmiştir (Hou ve ark. 2007). Bu sonuçlar T-S tipi bulanık sinir ağlarının kararlılık analizine ilişkin bir çok çalışmaya kaynak olmuştur. Yamamoto ve Furuhashi (2001), Huang ve ark. (2005), Jiang ve Jiang (2007), He ve Xu (2008), Gan ve ark. (2010), Li ve ark. (2010), Ahn (2011), Balasubramaniam ve Ali (2011), Bao ve ark. (2012), Tseng ve ark. (2012), Chandran ve Balasubramaniam (2013), Gan (2013), Mathiyalagan ve ark. (2014), Yang (2014), Xie ve Zhu (2015), Zheng ve ark. (2016), Bao (2016), Senan (2018) çalışmalarında denge noktalarının global asimtotik kararlılığı için yeni yeterli koşullar elde etmek amacıyla gecikmeli bulanık sinir ağı modellerinin çeşitli sınıfları analiz etmişlerdir.

Bu tez çalışması kapsamında, çoklu zaman gecikmeli Takagi-Sugeno tipi bulanık tabanlı Cohen-Grossberg yapay sinir ağlarının kararlılık analizi yapılmıştır. Kararlılık

analizinde uygun bir Lyapunov fonksiyoneli seçilerek Lyapunov'un doğrudan metodu kullanılmıştır. Bu analiz sonucunda gecikmeli T-S tipi bulanık Cohen-Grossberg yapay sinir ağlarının global asimtotik kararlılığı için yeni yeterli koşullar belirlenmiştir. Tezin tartışma kısmında sayısal bir örnek verilerek sonuçların uygulanabilirliği gösterilmiştir. Tezin sonuç kısmında ise elde edilen sonuçlar vurgulanmış ve çalışma ile ilgili genel bir değerlendirme yapılmıştır.



2. GENEL BİLGİLER

2.1. Yapay Sinir Ağlarının Tarihçesi

Tarih boyunca insan beyninin nasıl çalıştığı merak edilmiş ve bu merak neticesinde bilgisayarlar icat edilmiştir. Başlangıçta sadece aritmetik işlemler yapmak üzere kullanılan bilgisayarlardan, bugün çevresel koşulları öğrenebilmesi ve karmaşık işlemler yapabilmesi beklenmektedir. Yapay sinir ağları ise, günümüzde bu beklentiyi karşılayabilecek en önemli bilimlerden bir tanesidir.

Yapay sinir ağlarının tarihi insanların nörobiyoloji çalışmalarına ilgi duyması ve elde edilen bilgileri bilgisayar bilimine uygulaması ile başlamıştır. Yapay sinir ağlarının tarihi 1970 öncesi ve 1970 sonrası diye iki kısma ayrılabilir. Bu ayrımın sebebi yapay sinir ağları ile ilgili karmaşık problemlerin bu yıldan sonra çözülebilmesi ve yeni gelişmeler elde edilebilmesidir (Öztemel 2006).

1970 Öncesi Çalışmalar

Beyin fonksiyonları hakkındaki ilk eser 1890 yılında yayınlanmıştır (James 1890). 1940 öncesi yapay sinir ağları hakkında bazı çalışmalar yapılsa da bunların mühendislik alanında değerleri olmamıştır (Helmholtz, Pavlov, Poincare vb.).

1940 yılından sonra ise yapılan çalışmalar mühendislik alanlarına daha çok yönelmiş ve günümüzdeki yapay sinir ağlarının temellerini oluşturmaya başlamıştır. McCulloch ve Pitts yaptıkları çalışmalarda ilk yapay sinir hücre yapısını oluşturmuş ve mantıksal ifadeleri bu hücrelerle ifade etmenin mümkün olduğunu ortaya koymuşlardır (McCulloch ve Pitts 1943).

Hücrelerin birbirleriyle paralel çalışması gerektiği düşüncesinden yola çıkan Donald Hebb, yapay hücrelerden oluşan bir yapay sinir ağının değerlerini değiştiren ve günümüzdeki bir çok öğrenme kuralının temeli olan ‘‘ Hebbian öğrenme’’ kuralını geliştirmiştir (Hebb 1949).

Farley ve Clark (1954) tarafından ortaya atılan rastsal ağlar ile adaptif tepki üretme kavramı , 1958 yılında Rosenblatt tarafından geliştirildi ve perceptron (tek katmanlı) algılayıcı modeli ortaya kondu (Rosenblatt 1958). Bu model yapay sinir ağlarında devrim sayılabilecek çok katmanlı algılayıcıların temelini oluşturduğundan oldukça önemli bir gelişmedir.

1960 yılında yapay sinir ağlarının mühendislik uygulamalarında kullanılması için ilk adım sayılan ‘‘ADALINE’’ modeli ortaya atıldı (Widrow ve Hoff 1960). Bu model, öğrenme algoritması daha gelişmiş olmakla birlikte Rosenblatt’ın algılayıcı modeli ile aynı niteliklere sahiptir. Daha sonra bu çalışmanın sonucunda adaptif öğrenmenin temellerinden olan ve günümüzde de hala kullanılan ‘‘MADELINE’’ modelleri ortaya çıkmıştır.

Bu sırada 1956 yılında ortaya atılan yapay zeka kavramı bilim dünyası tarafından kabul görmüş ve bu alanda da çeşitli gelişmeler yaşanmıştır. Araştırmacılar ilgilerini yapay zekaya çevirdiklerinden ve yapay sinir ağlarına olan ilgi azalmıştır. Yapay sinir ağlarına olan ilgiyi canlandırmak üzere 1960’lı yıllarda Kohonen, Grossberg, Rosenblatt, Widrow, Nilsson, Fukushima vb. gibi bilim adamları çalışmalar yapmıştır. Nilsson tarafından bu çalışmaları bir araya getiren ve çalışmaların teorik bir çatısını oluşturan ‘‘Öğrenen Makineler’’ isimli kitap yayınlanmıştır (Nilsson 1965).

1969 yılında döneminin yapay zeka alanında önde gelen isimlerinden Minsky ve Papert tarafından çıkarılan ‘‘Algılayıcılar (Perceptrons)’’ adlı kitap ile yapay sinir ağları duraklama dönemine girmiştir (Minsky ve Papert 1969). Yapay sinir ağlarına dayalı algılayıcıların doğrusal olmayan problemlere çözüm üretemediğini ve bilimsel bir değeri olmadığını savundukları kitapta tezlerini kanıtlamak için XOR probleminin çözülememesini örnek gösterdiler. Bunun üzerine birçok bilim adamında yapay sinir ağı yapmanın mümkün olmadığı fikri yayıldı ve bu alandaki çalışmalar kesintiye uğradı. Bu duraklama dönemi XOR probleminin çözülmesine kadar sürmüştür.

1970 Sonrası Çalışmalar

Finansal desteklerin kesilmesine rağmen Amari, Anderson, Cooper, Fukushima, Hopfield, Grossberg ve Kohonen gibi bilim adamları yapay sinir ağıları alanında çalışmalarına devam etmişlerdir. Denetimsiz öğrenme çalışmalarının temeli sayılabilecek “çağrışimli bellek” konusunda elektrik mühendisi Kohonen ve nöropsikolojist Anderson tarafından benzer çalışmalar yayınlandı (Kohonen 1972, Anderson 1972).

Fukushima 1970’ lerin sonlarına doğru örüntü tanıma amaçlı geliştirdiği NEOCOGRITION modelini duyurdu (Fukushima 1980).

Kohonen tarafından SOM (Self Organizing Maps - özdüzenleyici haritalar) konusundaki çalışma yayınlandı (Kohonen 1982). Grossberg ise yapay sinir ağlarının mühendislik uygulamalarındaki kolaylığını göstermiş ve Carpenter ile birlikte döneminin en karmaşık öğreticisiz öğrenme şekline sahip yapay sinir ağı modeli olan Adaptif Rezonans Teorisi’ni (ART) geliştirmiştir (Grossberg ve Carpenter 1987).

Hopfield yapay sinir ağlarının genelleştirilebileceğini ve çözülmesi zor problemlere geleneksel bilgisayar programlama yardımıyla çözüm üretilebileceğini gösterdi (Hopfield 1982a, 1982b). Mühendislerin anlayabileceği şekilde sunduğu çalışmalar neticesinde yapay sinir ağları konusu tekrar ilgi çekmeye başlamıştır.

Aynı tarihlerde paralel programlama çalışmalarının sonuçlarını içeren ve çok katmanlı algılayıcıların temellerinin atıldığı iki ciltlik bir eser ortaya konulmuştur (Rummelhart ve ark. 1986). Çok katmanlı algılayıcıların bulunmasıyla yapay sinir ağı çalışmalarına duyulan ilgi artmıştır. Çünkü çok katmanlı algılayıcılar sayesinde tek katmanlı algılayıcılar ile çözülemeyen XOR problemi çözülmüş, yapay sinir ağları ile ilgili önyargılar çürütülmüştür.

Broomhead ve Lowe, 1988 yılında çok katmanlı algılayıcılara alternatif olarak “Radyal tabanlı fonksiyonlar” modelini geliştirmişlerdir (Broomhead ve Lowe 1988). Bu model

özellikle filtreleme işlemlerinde çok daha yüksek başarılar elde edilmesini sağlamıştır. Daha sonra Specht, bu ağların daha gelişmiş modeli olan “Probalistik Ağlar” ve “Genel Regrasyon Ağları” isimli modelleri geliştirmiştir (Specht 1988, 1991).

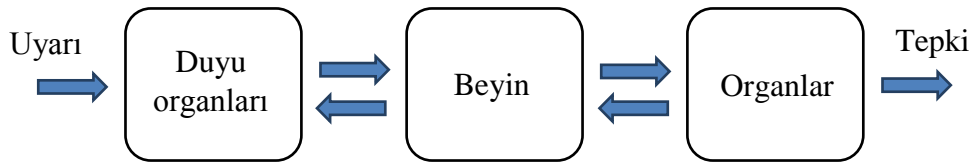
1987 yılından bu yana düzenlenen çeşitli konferans ve sempozyumlarda yapay sinir ağları hakkında yeni gelişmeler tartışılmaktadır. Donanım teknolojilerindeki gelişmeler ve bilgisayar yeteneklerinin artması ile yapay sinir ağlarının kullanılması kolaylaşmış ve gelişimi hız kazanmıştır. Günümüzde ise günlük yaşamımıza adapte olan yapay sinir ağları teorik olmaktan çıkmış kullandığımız sistemlerin bir parçası haline gelmiştir.

2.2. Yapay Sinir Ağları

Yapay sinir ağları, çeşitli problemleri çözebilmek amacıyla insan beyninin hücre yapısından esinlenerek oluşturulmuş modellerdir. İnsan beynindeki biyolojik sinir sisteminin benzetimiyle elde edilen yapay sinir ağları öğrenme, hafızaya alma, öğrendiklerini genelleyerek yeni bilgiler üretebilme ve değişkenler arasındaki ilişkileri ortaya koyabilecek şekilde çalışabilme yeteneklerine sahiptir.

2.2.1. Biyolojik sinir ağlarının yapısı

Biyolojik sinir ağı, merkezinde beyin bulunduğu üç katmandan oluşan bir sistem olarak ifade edilmektedir. Beyin sürekli olarak bilgiyi alır, yorumlar ve uygun bir çıktı üretir. Biyolojik sinir sistemi yapısı Şekil 2.1’de gösterilmektedir.



Şekil 2.1. Biyolojik sinir sistemi

Duyu organlarından gelen uyarılar sinirler tarafından elektriksel sinyallere dönüştürülerek beyne taşınır. Beyin tarafından oluşturulan çıktılar ise elektriksel sinyaller halinde organlara tepki olarak taşınır.

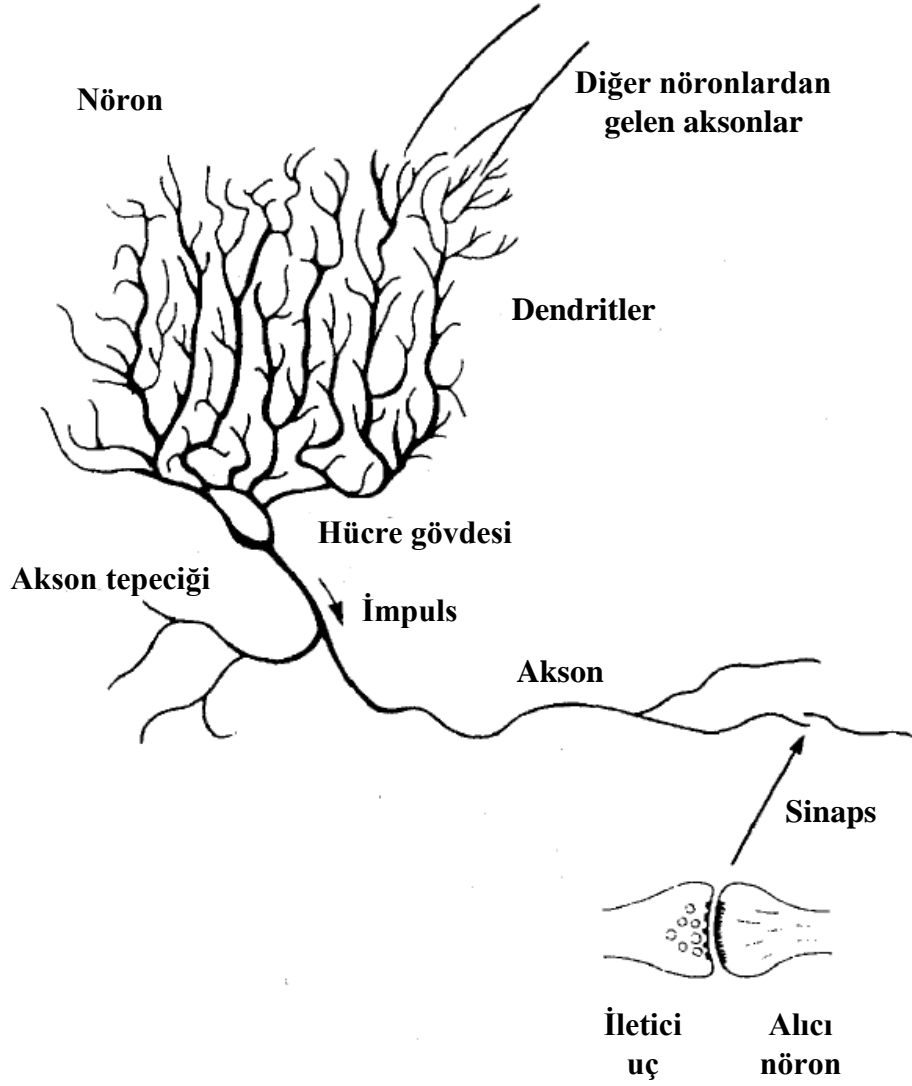
2.2.2. Biyolojik sinir hücresi

İnsan beyni nöron adı verilen yaklaşık 10^{11} adet biyolojik sinir hücrelerinden oluşur. Bu hücreler de hücre başına yaklaşık 10^4 kadar farklı hücrelerle ilişki içerisinde (Zurada 1992). Nöronlar arasındaki bağlantı sayısı arttıkça beynin öğrenme miktarı artarak daha fazla işlem yapabilir hale gelir.

Biyolojik sinir hücreleri dendrit, hücre gövdesi (çekirdek ve soma) ve akson olmak üzere 3 ana kısımdan meydana gelir (Şekil 2.2). Sinir hücreleri arasında fiziksel olmayan ve bir hücreden diğerine nörotransmitter maddeler yardımıyla elektrik sinyalleri geçmesine olanak sağlayan sinaps adı verilen boşluklar bulunur.

Dendritler ve akson hücre gövdesinden çıkan uzantılar olup ağaç dalları biçiminde kısa ve genellikle çok sayıda olan yapılar dendrit adını alır. Dendritler diğer hücrelerin aksonlarından alınan bilgileri hücre gövdesine iletir.

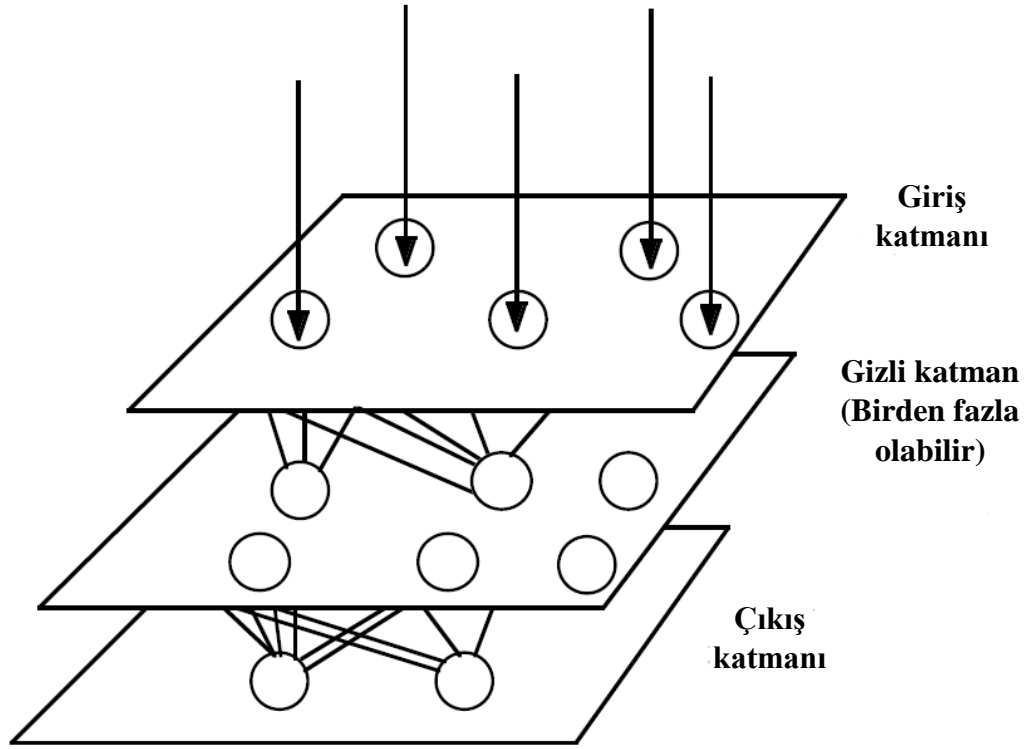
Akson ise hücre gövdesinde üretilen bilgilerin sinaptik boşluk yardımıyla diğer hücrelerin dendritlerine taşımaktan sorumludur.



Şekil 2.2. Biyolojik sinir hücresi (Zurada 1992)

2.2.3. Yapay sinir ağlarının yapısı

Yapay sinir hücreleri bir araya gelerek yapay sinir ağlarını oluşturur. Bu hücreler rastgele bir araya gelmeyip belirli bir düzene göre ve katmanlar halinde sıralanırlar. Yapay sinir ağları genellikle üç katmandan oluşur (Şekil 2.3):



Şekil 2.3. Basit yapay sinir ağı yapısı (Anderson ve McNeill 1992)

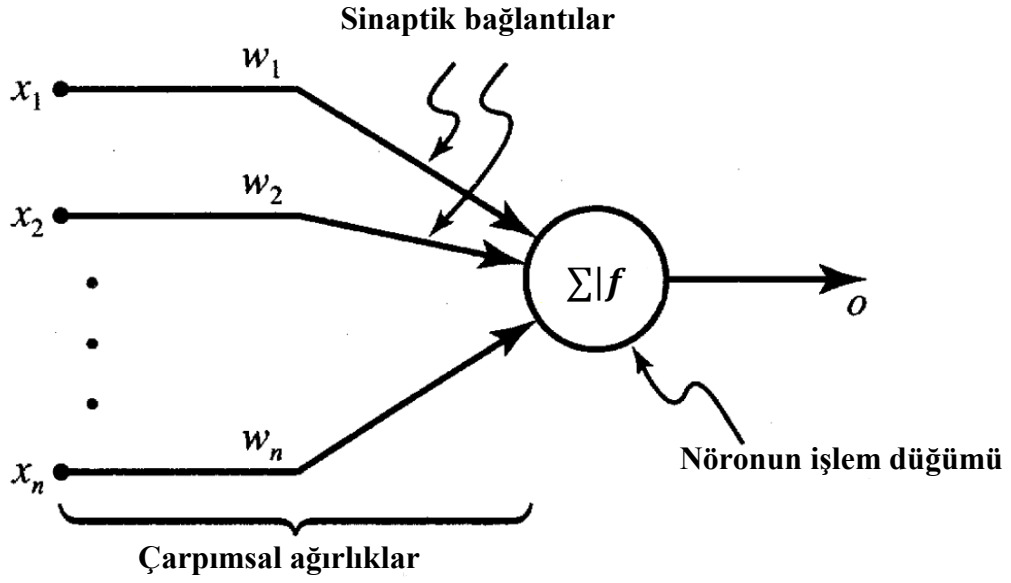
Giriş katmanı: Gelen bilgileri gizli katmanlara iletmekten sorumludur. Bazı ağlarda bu katmanda herhangi bir bilgi işleme gerçekleşmez.

Gizli katmanlar: Giriş katmanından gelen bilgileri işleyerek çıkış katmanına gönderirler. Bir yapay sinir ağında birden fazla gizli katman olabilir.

Çıkış katmanı: Ara katmandan gelen bilgileri işleyerek giriş katmanından verilen veri seti için üretmesi gereken çıkışı verir.

2.2.4. Yapay sinir hücresi

İlk yapay sinir hücresi modeli McCulloch ve Pitts (1943) tarafından ortaya konmuştur (Şekil 2.4). Bu model biyolojik nöron modelinin oldukça basitleştirilmiş bir şeklidir.



Şekil 2.4. McCulloch ve Pitts hücre yapısı (Zurada 1992)

İşlem elemanı da denilen yapay sinir hücresi 5 kısımdan oluşur:

Girdiler (x_n): Yapay sinir hücresine dış dünyadan, diğer hücrelerden ya da kendisinden gelen bilgilerdir.

Ağırlıklar (w_n): Yapay sinir hücresine gelen bilginin hücre üzerindeki etkisini belirtir. Sabit veya değişken değerler alabilirler.

Toplama Fonksiyonu (Σ): Yapay sinir hücresine gelen net girdiyi hesaplar. Ağırlıklı toplamı bulur.

Aktivasyon Fonksiyonu (f): Hücreye gelen net girdiye karşılık hücrenin vereceği cevabı belirler. Bu çıktının hesaplanması için çeşitli fonksiyonlar kullanılabilir.

Çıktı (o): Aktivasyon fonksiyonu ile elde edilen çıktı değeridir. Bu çıktı tekrar hücrenin kendisine, başka bir hücreye ya da dış dünyaya gönderilebilir.

Biyolojik sinir sistemi ve yapay sinir ağı sistemindeki elemanların karşılaştırılması Çizelge 2.1 ile verilmiştir.

Çizelge 2.1. Biyolojik sinir sistemi ve yapay sinir ağı sistemi elemanlarının karşılaştırılması

Biyolojik Sinir Sistemi	Yapay Sinir Ağı Sistemi
Nöron	İşlem elemanı
Dendrit	Toplama fonksiyonu
Hücre gövdesi	Aktivasyon fonksiyonu
Akson	Çıkış
Sinaps	Ağırlıklar

2.3. Yapay Sinir Ağı Türleri

Yapay sinir ağları genel olarak ileri beslemeli ağlar ve geri beslemeli ağlar olmak üzere iki sınıfa ayrılmaktadır. İleri beslemeli ağlar genellikle örüntü tanıma problemlerinde kullanılırken geri beslemeli ağlar ise optimizasyon problemlerinin çözümünde tercih edilmektedir (Narendra ve Parthasarathy 1990).

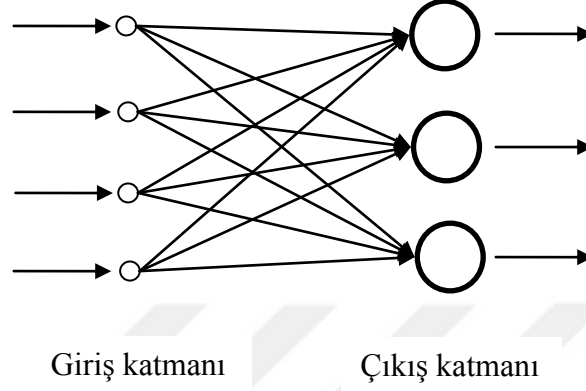
2.3.1. İleri beslemeli yapay sinir ağları

İleri beslemeli ağlarda bilgi ya da işaretler girişten çıkışa doğru olmak üzere sadece tek yönde hareket eder. Bir katmanda bulunan hücreler ancak bir önceki katmanın çıkışlarını giriş olarak alabilir. İleri beslemeli ağlar da tek katmanlı ileri beslemeli ağlar ve çok katmanlı ileri beslemeli ağlar olmak üzere ikiye ayrılır.

Tek katmanlı ileri beslemeli ağlar

Tek katmanlı yapay sinir ağları giriş ve çıkış katmanlarından oluşur. Giriş katmanında hesaplama yapılmadığı için katman olarak sayılmaz. Her ağın bir veya daha fazla girdisi

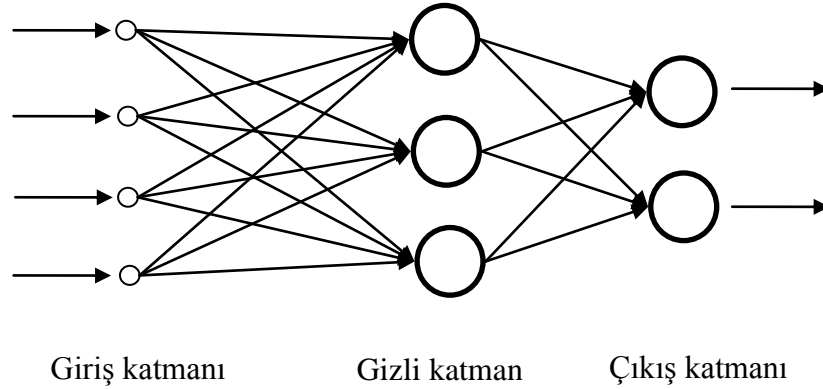
ve çıktısı vardır. Giriş katmanındaki sinyaller çıkış katmanı ile bağlantılıdır ve her bağlantının bir ağırlık değeri vardır. Bilgi işlemesi girişten çıkışa doğrudur. Tek katmanlı ileri beslemeli bir ağ örneği Şekil 2.5'te gösterilmiştir.



Şekil 2.5. Tek katmanlı ileri beslemeli ağ

Çok katmanlı ileri beslemeli ağlar

Giriş ve çıkış katmanlarının yanı sıra bir ya da birden fazla gizli katman içeren ağlardır. Gizli katman, giriş ve çıkış katmanları arasındaki bağlantıyı oluşturur. Her bir düğüm sonraki katmandaki tüm düğümlerle bağlı ise bu ağa tam bağlı ağ denir. Bazı ağlarda tüm nöronlar birbiriyle bağlı olmayabilir. Bu yapılara ise kısmi bağlı ağ denir. Şekil 2.6'da bir tam bağlı ağ örneği verilmiştir.



Şekil 2.6. Çok katmanlı ileri beslemeli ağ

2.3.2. Geri beslemeli yapay sinir ağıları

Geri beslemeli yapay sinir ağılarında nöronların çıktıları, önceki katmanlarda bulunan nöronlara veya nöronun kendisine (öz geri besleme) giriş olabilir. Böylece işaretler hem ileri hem de geri yönde aktarılmış olur. İleri beslemeli ağılarda olduğu gibi birden fazla gizli katman içerebilirler. Geri beslemeli ağılarda zaman gecikmesi elemanları da dikkate alınır. Zaman gecikme elemanları lineer olmayan dinamik davranış sergiler.

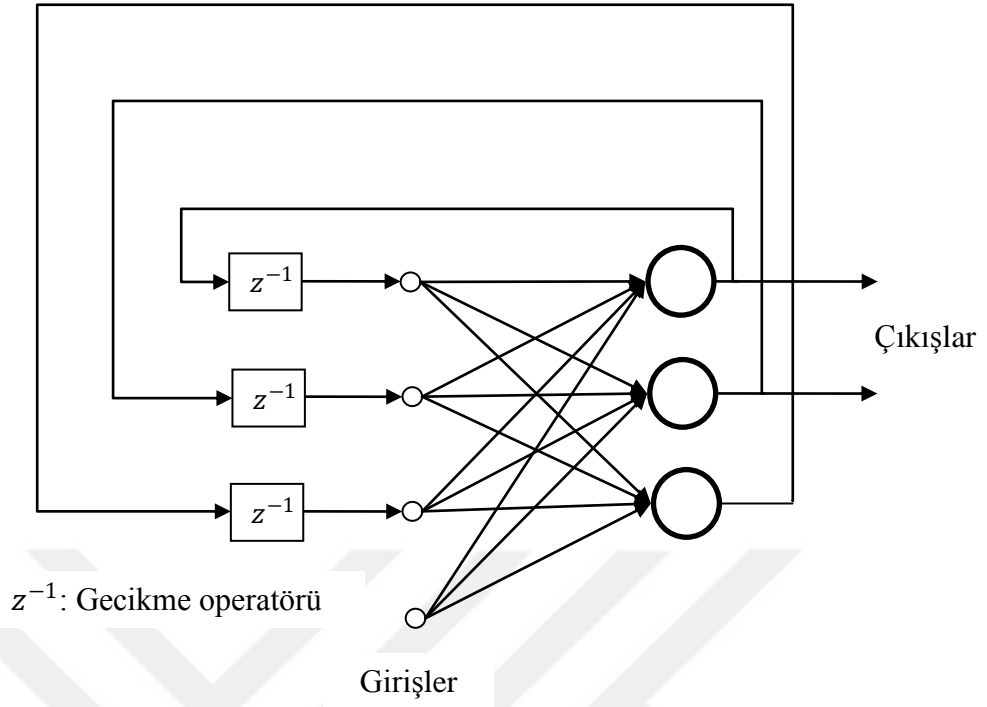
Geri beslemeli ağılar da ikiye ayrılır (Öztemel 2006):

Tam geri beslemeli ağılar

Gelişi güzel ileri ve geri bağlantıları olan ve bu bağlantıların hepsinin eğitilebildiği ağılardır.

Kısmi geri beslemeli ağılar

Bu ağılarda işlem elemanlarına ek olarak içerik elemanları da bulunur. Temelde ileri beslemeli ağılardır ve ileri bağlantılar eğitebilirler. Geri besleme bağlantıları sadece içerik elemanları üzerinden yapılır ve bu bağlantılar eğitilemez. İçerik elemanları ara katmandaki elemanların geçmiş durumlarını hatırlamakta kullanılır. Geçmiş durumları hatırlayabildiklerinden bu ağılar dinamik hafızaya sahiptir. Tek katmanlı kısmi geri beslemeli ağı modeli Şekil 2.7’de gösterilmiştir.



Şekil 2.7. Tek katmanlı kısmi geri beslemeli ağ

2.4. Yapay Sinir Ağlarında Öğrenme (Anderson ve McNeill 1992)

Belirli bir uygulamada kullanılmak üzere seçilen bir ağ öncelikle eğitilmelidir. Bunun için başta ağırlıklar rastgele seçilir ve böylece öğrenme başlar.

Öğrenme biçimleri denetimli ve denetimsiz olarak ikiye ayrılmaktadır. Denetimli öğrenmede ağdan arzu edilen çıkışı alabilmek için ağdan istenen çıkış giriş olarak verilir ya da girişler manuel olarak derecelendirilir. Denetimsiz öğrenmede ağın dışarıdan yardım almadan girişleri anlamlandırması gerekmektedir.

Ağların büyük bir kısmında denetimli öğrenme kullanılmaktadır. Denetimsiz öğrenme bazı girişlerdeki başlangıç karakteristiklerini uygulamak için kullanılır. Ancak kendi kendine öğrenme hala tam olarak gerçekleştirilemediğinden bu alandaki çalışmalar devam etmektedir.

2.4.1. Denetimli öğrenme

Denetimli öğrenmede hem girişler hem de çıkışlar sağlanır. Daha sonra ağ girdileri işleyerek elde edilen sonuçlarla istenen sonuçları karşılaştırır. Hatalar sisteme geri yayıldıktan sonra sistemin ağı kontrol eden ağırlıkları düzeltmesine neden olur. Bu işlem ağırlıklar ayarlanana kadar sürekli olarak devam eder. Öğrenmeyi sağlayan veri setine “eğitim seti” denir. Ağın eğitimi sırasında aynı veri seti bağlantı ağırlıkları hiç değişmeyene kadar birçok kez işlenir.

Mevcut ticari ağ geliştirme paketleri yapay sinir ağının doğru cevabı tahmin edebilme yeteneğinin ne kadar başarılı olduğunu gösteren araçlar sağlamaktadır. Bu araçlar eğitim süresince günlerce çalışır ve yalnızca sistem istenen istatistiksel noktaya ya da doğruluğa ulaştığında durur. Bununla birlikte bazı ağlar asla öğrenmez. Bunun nedeni, giriş verilerinin istenen çıkışın elde edildiği belirli bilgileri içermemesi olabilir. Ayrıca tam öğrenmeyi sağlayacak kadar veri yoksa ağlar yakınsamaz. En ideali yeteri kadar veri olması ve bunların bir kısmının test verisi olarak saklanmasıdır. Birden fazla düğüme sahip çok katmanlı ağlar verileri ezberleyebilir. Ağın verileri anlamsız bir yolla ezberleyip ezberlemediğini belirleyebilmek için, öğreticili öğrenmenin eğitiminden sonra sistemi test etmek için kullanılacak bir dizi veriyi geri tutması gerekir.

Eğer bir ağ sorunu basitçe çözemese tasarımcı giriş ve çıkışları, katman sayısını, katmanlar arasındaki bağlantı sayısını, toplama, transfer ve eğitim fonksiyonunu ve hatta ağırlıkları gözden geçirir. En yaygın teknik geri-yayılım algoritmaları kullanmaktır.

Başlangıçta verilerin genel istatistiksel eğilimine göre kendisini yapılandıran yapay sinir ağı daha sonra verileri genelleştirerek öğrenmeye devam eder. En sonunda sistem eğitilip daha fazla öğrenmesine gerek kalmadığında ağırlıklar dondurulabilir. Bazı sistemlerde bu nihai ağ daha hızlı olabilmek adına donanıma dönüştürülürken diğer sistemler kendilerini kilitleyerek öğrenmeye devam edebilirler.

2.4.2. Denetimsiz (adaptif) öğrenme

Denetimsiz eğitmede ağa girişler sağlanır fakat istenen çıkışlar sağlanmaz. Sistem giriş verilerini gruplamak için hangi özellikleri kullanacağına kendisi karar vermelidir. Bu genellikle kendi kendine organizasyon ya da adaptasyon olarak adlandırılır.

Günümüzde denetimsiz öğrenme çok iyi anlaşılmamaktadır. Çünkü yaşamın içindeki durumları içeren kesin veri setleri mevcut değildir. Bu durumlardan bazıları yeni savaş teknikleri ve silahlarla karşılaşabilecek askeri hareketlerdir. Beklenmeyen durumlardan dolayı bu alan için araştırmalar devam etmektedir. Ancak şu anda sinir ağları üzerine yapılan çalışmaların büyük bir kısmı denetimli öğrenme üzerinedir.

Denetimsiz öğrenmede başta gelen araştırmacılardan birisi Teuvo Kohonen'dir. Doğru cevabı bilmeden kendi kendisini düzenleyen ve oto-okuryazar olarak adlandırılan bir ağ geliştirmiştir. Bu ağ tek katmanlı ve çok bağlantılı bir ağıdır. Bu bağlantıların ağırlıkları seçilmeli ve girişler normalize edilmelidir.

2.5. Yapay Sinir Ağlarında Öğrenme Kuralları (Öztemel 2006)

2.5.1. Hebb kuralı

1949 yılında geliştirilen bu kural bilinen en eski öğrenme kuralıdır ve diğer öğrenme kuralının temelini oluşturmaktadır. Bu kurala göre bir hücre diğer bir hücreden bilgi alırsa ve her iki hücre de matematiksel olarak aynı işareti taşıyorsa (aktifse), nöronlar arasındaki ağırlık kuvvetlendirilmelidir. Başka bir ifadeyle hücre kendisi aktif ise bağlı olduğu hücreyi aktif, pasif ise bağlı olduğu hücreyi pasif yapmaya çalışır.

2.5.2. Hopfield kuralı

Yapay sinir ağı elemanlarının bağlantılarının ne kadar zayıflatılması veya kuvvetlendirilmesi gerektiğinin belirlenmesi dışında Hebb kuralına benzer. Eğer istenen

çıktı ve girişin ikisi de aktifse ya da pasifse, bağlantı ağırlığı öğrenme katsayısı yoluyla kuvvetlendirilir ya da zayıflatılır. Öğrenme katsayısı kullanıcı tarafından atanan ve genellikle sıfır ile bir arasında olan sabit ve pozitif değerlerdir.

2.5.3. Delta kuralı

En çok kullanılan kurallardan biri olan Delta kuralı, Hebb kuralının daha gelişmiş şeklidir. Bu kural, istenen çıkış değeri ile işlem elemanının gerçek çıkışı arasındaki farkı (delta) azaltmak için bağlantıların ağırlık değerlerinin sürekli olarak değiştirilmesi fikrine dayanır. Ağın ürettiği çıktıyla beklenen çıktı arasındaki hatanın karesinin ortalamasını en aza indirecek şekilde sinaptik ağırlıkları değiştirir. Bu kural aynı zamanda Widrow-Hoff Öğrenme Kuralı ya da En Küçük Ortalama Kare Kuralı (Least Mean Square- LMS) olarak da adlandırılır.

2.5.4. Kohonen kuralı

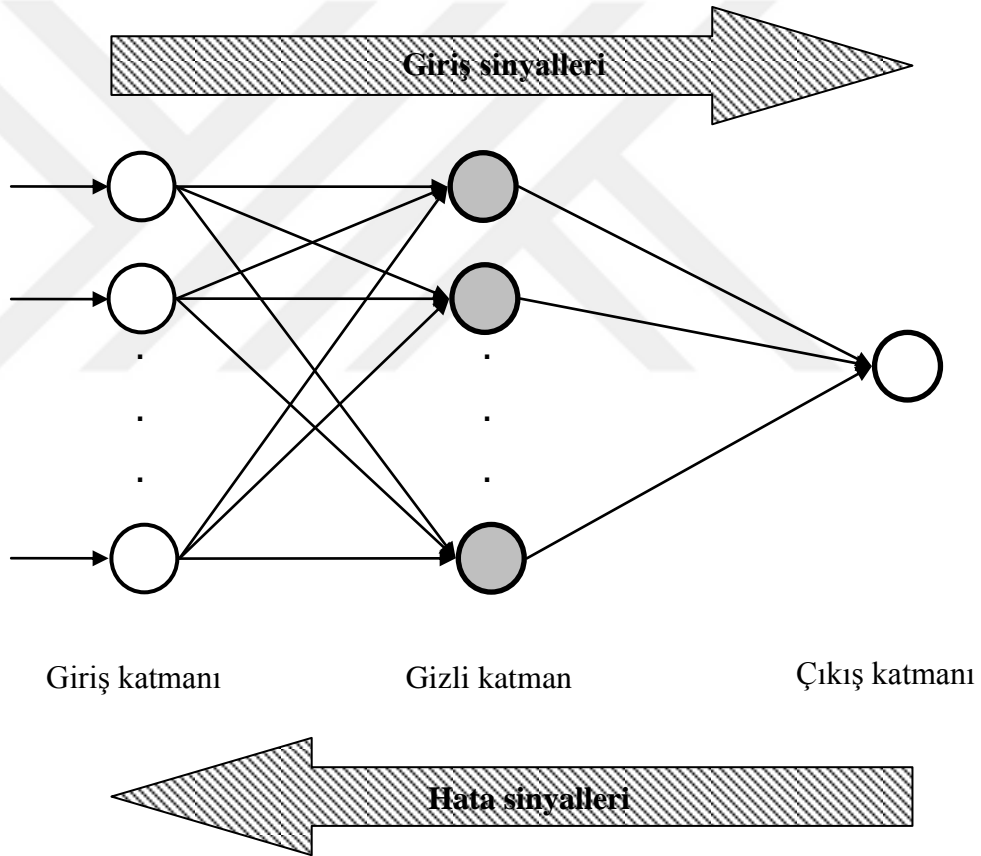
Biyolojik sistemlerdeki öğrenmeden ilham alınarak geliştirilmiş bir kuraldır. Bu kurala göre ağ elemanları ağırlıklarını değiştirmek için birbirleriyle rekabet eder. En büyük çıktıyı veren işlem elemanı kazanan ilan edilir . Bu hücre rakiplerini engelleme ve komşu hücreleri uyarma yeteneğine sahiptir. Sadece kazanan işlem elemanları ve komşularının bağlantı ağırlıklarını değiştirmesine izin verilir.

2.6. Yapay Sinir Ağlarında Geri-Yayımlım (Back-Propagation)

Geri-yayımlım mimarisi ilk defa 1970'li yıllarda ortaya konmuştur (Werbos 1974, Parker 1985). Birçok bağımsız araştırmacı tarafından aynı zamanlarda geliştirilen bu mimari adını 1986 yılındaki bir makale ile duyurmuştur (Rumelhart, Hinton ve Williams 1986). Bu ortak gelişme çeşitli konferans ve makalelerin teşviki sonucu olmuştur. Günümüzde de kullanılan geri yayılım mimarisi çok katmanlı ağlar için etkili, öğrenmesi kolay ve en popüler modeldir. Bu çözümün ardındaki ana fikir, gizli katman ve çıkış katmanı elemanlarının hatalarının geriye doğru yayılmasıyla belirlenmesidir. Bu nedenle, yöntem genellikle geri-yayımlım öğrenme kuralı olarak adlandırılır. Bu model birçok

farklı uygulamada kullanılmıştır. Bu mimarinin en güçlü olduğu alan tanımlanmamış doğrusal olmayan problemlerdir (Anderson ve McNeill 1992).

Tipik bir geri-yayılım ağı giriş katmanı, çıkış katmanı ve en az bir gizli katman içerir. Gizli katman sayısı teorik olarak kısıtlanmamasına rağmen genelde bir ya da iki olarak seçilir. Herhangi bir karmaşık problemin çözümünde üç gizli katman ve bir çıkış katmanı olmak üzere maksimum dört katmanın yeterli olduğuna ilişkin bazı çalışmalar yapılmıştır. Her katman onu izleyen katmana bağlantılıdır. Geri-yayımlı bir yapay sinir ağı örneği Şekil 2.8’de gösterilmiştir.



Şekil 2.8. İleri beslemeli geri-yayımlı yapay sinir ağı örneği

Giriş ve çıkış katmanları, hatırlama sırasında bilgi akışını gösterir. Hatırlama, giriş verilerini eğitilmiş bir ağı koyma ve cevabı alma işlemidir. Geri-yayılım hatırlama sırasında kullanılmaz, sadece ağı bir eğitim setini öğrenirken kullanılır.

İleri beslemeli geri-yayılım topolojisinde katman sayısı ve katman başına işlem elemanı sayısı önemlidir. Herhangi bir uygulama için belirli bir ağ düzeni yoktur. Fakat bu mimariyi kullanan araştırmacılar tarafından zamanla toplanmış genel kurallar bulunmaktadır. Bu kurallar şu şekildedir:

Kural 1: Giriş ile istenen çıkış arasındaki ilişki karmaşıklıkça gizli katmandaki işlem elemanları artmalıdır.

Kural 2: Örneğe göre yapılan işlemler birden fazla aşamaya ayrılırsa ilave olarak gizli katmanlar gerekebilir. Eğer işlem aşamalara ayrılamazsa ek katmanlar hafızaya almayı etkinleştirebilir ve gerçek genel bir çözüm sağlanmaz.

Kural 3: Gizli katmanlardaki işlem elemanları sayısının üst limitini mevcut eğitim verisi miktarı belirler. Bu üst sınırı hesaplamak için eğitim setindeki giriş-çıkış çifti örneklerinin sayısı ağdaki toplam giriş ve çıkış işleme elemanlarının sayısına bölünür. Daha sonra elde edilen sonuç ölçeklendirme faktörüne bölünür. Gürültü miktarı yüksek veriler için daha büyük ölçeklendirme faktörü kullanılır. Gizli katmanlardaki işlem elemanlarının sayısının az olması önemlidir. Eğer fazla olursa çok sayıda öğretim seti hafızaya alınır, verilerin genelleştirilmesi sağlanamaz ve ağ sonraki veri setleri için kullanışsız hale gelir.

Ağı oluşturmak için yukarıdaki kurallar kullanılarak öğretim işlemine başlanmış olur. Bu işlemde istenen ve gerçek çıktılar arasındaki hesaplanan farkla Delta kuralının bir versiyonu kullanılır. Global kararlılık için, bağlantı ağırlıkları hata sürelerine bağlı olarak ölçeklendirme faktörü ile arttırılır. Bunu ayrı bir düğüm için yapmak girdi, istenen çıkış ve gerçek çıkışın aynı işlem elemanında olması gerektiğini gösterir. Bu mekanizmanın karmaşık olan tarafı, sistem için hangi girdilerin yanlış çıktıya daha fazla sebep olduğunun saptanması ve bu elemanın hatayı düzeltmek için nasıl değiştiğinin takibidir. Etkin olmayan bir düğümün hataya katkısı olmaz ve ağırlıklarını değiştirmek gerekmez.

Bu sorunu çözmek için ağın giriş katmanına eğitim girişleri uygulanarak istenilen ıkışlar çıkış katmanında karşılaştırılır. Öğrenme sırasında ağ üzerinde ileri yönde bir tarama yapılarak her bir elemanın çıktısı katman bazında hesaplanır. Transfer fonksiyonunun türevi ile modifiye edilen nihai katmanın çıkışı ile istenen çıkış arasındaki fark, önceki katmanlara geri yayılarak bağlantı ağırlıkları Delta kuralına göre ayarlanır. Bu işlem giriş katmanına ulaşana kadar devam eder.

Geri-yayılım ağları için birçok öğrenme kuralı çeşidi vardır. Farklı hata fonksiyonları, transfer fonksiyonları hatta transfer fonksiyonunun türevi metodu kullanılabilir. İleri beslemeli geri-yayılım uygulamaları görüntü işleme, banka kredi değerlendirmesi, öngörme ve tahmin, çok hedefli izleme ve robot kolu gibi birçok alanda uygulanmaktadır.

3. MATERYAL VE YÖNTEM

Yapay sinir ağlarının kararlılık analizinde matris teorisi önemli rol oynar. Sistemin denge noktasına ait kararlılık koşulları belirlenirken matris ve vektörlere ait temel eşitlik ve eşitsizliklerden önemli ölçüde faydalanılmaktadır. Literatürde ve bu tez çalışmasında kullanılan özel matris sınıflarına ait temel teorem, varsayım ve özelliklerden tezin bu bölümünde kısaca bahsedilecektir.

3.1. Matris Sınıfları

3.1.1. Pozitif tanımlı matrisler

$n \times n$ boyulu simetrik bir \mathbf{A} matrisinin ($A = A^T$) tüm özdeğerleri pozitif ise \mathbf{A} matrisi pozitif tanımlı bir matristir ve $A > 0$ şeklinde gösterilir.

3.1.2. Pozitif yarı tanımlı matrisler

$n \times n$ boyulu simetrik bir \mathbf{A} matrisinin ($A = A^T$) özdeğerlerinden bazıları pozitif, bazıları sıfır ise \mathbf{A} matrisi pozitif yarı tanımlı bir matristir ve $A \geq 0$ şeklinde gösterilir.

3.1.3. Negatif tanımlı matrisler

$n \times n$ boyulu simetrik bir \mathbf{A} matrisinin ($A = A^T$) tüm özdeğerleri negatif ise \mathbf{A} matrisi negatif tanımlı bir matristir ve $A < 0$ şeklinde gösterilir.

3.1.4. Negatif yarı tanımlı matrisler

$n \times n$ boyulu simetrik bir \mathbf{A} matrisinin ($A = A^T$) özdeğerlerinden bazıları negatif, bazıları sıfır ise \mathbf{A} matrisi negatif yarı tanımlı bir matristir ve $A \leq 0$ şeklinde gösterilir.

3.1.5. Pozitif kararlı matrisler

$n \times n$ boyulu simetrik bir \mathbf{A} matrisinin ($A = A^T$) tüm özdeğerlerinin reel kısmı pozitif ise \mathbf{A} matrisi pozitif kararlı bir matristir.

3.1.6. Pozitif yarı kararlı matrisler

$n \times n$ boyulu simetrik bir \mathbf{A} matrisinin ($A = A^T$) özdeğerlerinin reel kısmının bazıları pozitif, bazıları sıfır ise \mathbf{A} matrisi pozitif yarı kararlı bir matristir.

3.1.7. Negatif kararlı matrisler

$n \times n$ boyulu simetrik bir \mathbf{A} matrisinin ($A = A^T$) tüm özdeğerlerinin reel kısmı negatif ise \mathbf{A} matrisi negatif kararlı bir matristir.

3.1.8. Negatif yarı kararlı matrisler

$n \times n$ boyulu simetrik bir \mathbf{A} matrisinin ($A = A^T$) özdeğerlerinin reel kısmının bazıları negatif, bazıları sıfır ise \mathbf{A} matrisi negatif yarı kararlı bir matristir.

3.2. Vektör ve Matris Normları

Bir x vektörünün normu ($\|x\|$) aşağıdaki özellikleri sağlayan gerçek değer fonksiyonudur (Khalil 1992).

- Tüm $x \in R^n$ vektörleri için $\|x\| \geq 0$ olacaktır. Sadece $x = 0$ için $\|x\| = 0$ olur.
- Tüm $x, y \in R^n$ vektörleri için $\|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|$.
- Tüm $\alpha \in R$ sabitleri ve $x \in R^n$ vektörleri için $\|\alpha x\| = |\alpha| \|x\|$.

3.2.1. Vektör normu

Norm koşullarını sağlayan bir x vektörünün k -normu aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$\|x\|_k = \sqrt[k]{|x_1|^k + |x_2|^k + \dots + |x_n|^k} \quad 1 \leq k < \infty$$

Bu tanıma göre bir vektörün 2. normunu aşağıdaki gibi yazabiliriz:

$$\|x\|_2 = \left\{ \sum_{i=1}^n |x_i|^2 \right\}^{1/2}$$

Bir vektörün sonsuz normu ise

$$\|x\|_\infty = \max_{1 \leq i \leq n} |x_i|$$

şeklinde tanımlanmıştır.

Kural 3.2.1.1: $x \in R^n$ vektörleri için $\alpha \neq \beta$ olduğu durum için k -normu tanımından hareketle aşağıdaki eşitsizliği sağlayan pozitif c_1 ve c_2 sabitleri bulunabilir.

$$c_1 \|x\|_\alpha \leq \|x\|_\beta \leq c_2 \|x\|_\alpha$$

Kural 3.2.1.2: $x \in R^n$ vektörleri için

$$\|x\|_2 \leq \|x\|_1 \leq \sqrt{n} \|x\|_2$$

$$\|x\|_\infty \leq \|x\|_1 \leq \sqrt{n} \|x\|_\infty$$

$$\|x\|_\infty \leq \|x\|_2 \leq \sqrt{n} \|x\|_\infty$$

3.2.2. Matris normu

$R^{m \times n}$ uzayında tanımlı bir A matrisi ($A = (a_{ij})_{m \times n}$) için en genel norm tanımı:

$$\|A\|_k = \sup_{x \neq 0} \frac{\|Ax\|_k}{\|x\|_k} = \max_{\|x\|_k=1} \|Ax\|_k$$

Bu genel tanımdan hareketle A matrisinin birinci, ikinci ve sonsuz normlarını aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır:

$$\|A\|_1 = \max_{1 \leq i \leq n} \sum_{j=1}^m |a_{ji}|$$

$$\|A\|_2 = [\lambda_{\max}(A^T A)]^{1/2}$$

$$\|A\|_\infty = \max_{1 \leq i \leq n} \sum_{j=1}^m |a_{ij}|$$

Kural 3.2.2.1: $R^{m \times n}$ uzayında tanımlı bir A matrisi ($A = (a_{ij})_{m \times n}$) ve $R^{n \times r}$ uzayında tanımlı bir B matrisi ($B = (b_{ij})_{n \times r}$) için aşağıdaki eşitsizlikler genel norm tanımından hareketle yazılabilir.

$$\|A\|_2 \leq \sqrt{\|A\|_1 \|A\|_\infty}$$

$$\frac{1}{\sqrt{n}} \|A\|_\infty \leq \|A\|_2 \leq \sqrt{m} \|A\|_\infty$$

$$\frac{1}{\sqrt{m}} \|A\|_1 \leq \|A\|_2 \leq \sqrt{n} \|A\|_1$$

$$\|AB\|_k \leq \|A\|_k \|B\|_k$$

3.3. Aktivasyon Fonksiyonları

Yapay sinir ağlarında kullanılan aktivasyon fonksiyonları uygulanacak problemin türüne ve kullanılacak YSA modeline bağlı olarak çeşitlilik gösterir. Örneğin YSA bir optimizasyon probleminin çözümünde kullanılacaksa tekli denge noktası isteneceğinden

sistem parametrelerine daha az kısıtlama getiren ve uygun Lyapunov fonksiyonelleri bulmanın daha kolay olduğu sınırlı aktivasyon fonksiyonları tercih edilecektir. Ayrıca sınırlı aktivasyon fonksiyonların kullanımı YSA’larda denge noktasının varlığını garantiler. Aktivasyon fonksiyonunu sınırsız olduğu durumlarda ise denge noktasının varlığı her zaman garanti değildir. Bu nedenle sınırsız fonksiyonun kullanıldığı YSA’larda denge noktasının varlığı, tekliği ve sistemin kararlılık analizi daha karmaşıktır. Literatürde sıklıkla kullanılan aktivasyon fonksiyonu türleri:

3.3.1. Sınırlı fonksiyonlar

ρ_i pozitif bir sabit olmak üzere aşağıdaki koşulu sağlayan fonksiyonlar sınırlı fonksiyonlardır.

$$|f_i(x)| \leq \rho_i, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

3.3.2. Sürekli artan türevi sınırlı fonksiyonlar

γ_i pozitif bir sabit olmak üzere aşağıdaki koşulu sağlayan fonksiyonlar sürekli artan türevi sınırlı fonksiyonlardır.

$$0 < \frac{f_i(x) - f_i(y)}{x - y} \leq \gamma_i, \quad i = 1, 2, \dots, n, \forall x, y \in R, x \neq y$$

3.3.3. Azalmayan türevi sınırlı fonksiyonlar

ε_i pozitif bir sabit olmak üzere aşağıdaki koşulu sağlayan fonksiyonlar azalmayan türevi sınırlı fonksiyonlardır.

$$0 \leq \frac{f_i(x) - f_i(y)}{x - y} \leq \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n, \forall x, y \in R, x \neq y$$

3.3.4. Lipschitz fonksiyonları

ℓ_i pozitif bir sabit olmak üzere aşağıdaki koşulu sağlayan fonksiyonlar Lipschitz fonksiyonları olarak bilinir.

$$|f_i(x) - f_i(y)| \leq \ell_i |x - y|, i = 1, 2, \dots, n, \forall x, y \in R, x \neq y$$

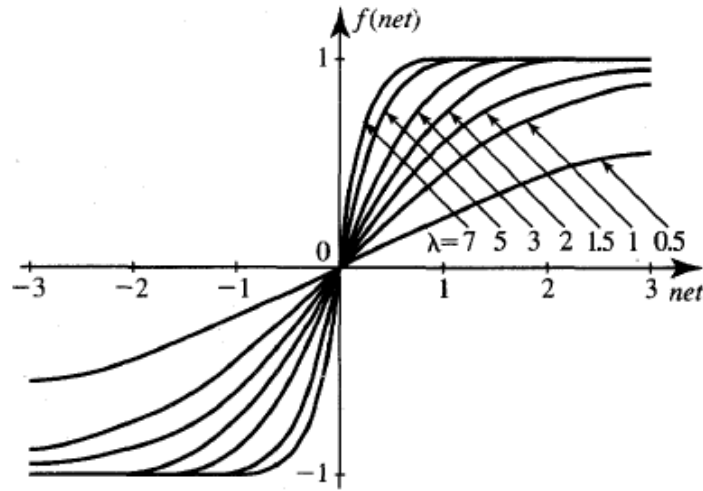
Literatürde sıklıkla kullanılan bazı aktivasyon fonksiyonlarına örnek verecek olursak:

Bipolar Sürekli Fonksiyonlar (Zurada 1992)

Matematiksel olarak aşağıdaki denklemlerle ifade edilen aktivasyon fonksiyonlarıdır.

$$f(net) = \frac{2}{1 + \exp(-\lambda net)} - 1$$

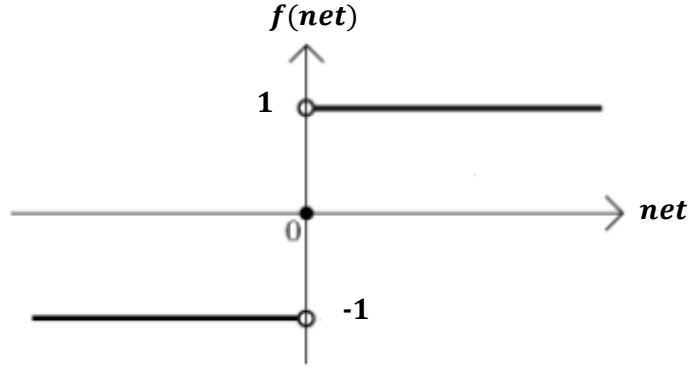
Fonksiyondaki λ terimi fonksiyonun dikliğini belirler ve nöron aktivasyon fonksiyonlarında $\lambda > 0$ seçilir. Değişik λ değerleri için bipolar sürekli fonksiyon grafiği Şekil 3.1' de gösterilmiştir.



Şekil 3.1. Bipolar sürekli fonksiyon

Bipolar sürekli fonksiyonun matematiksel ifadesindeki λ terimi sonsuza giderken ($\lambda \rightarrow \infty$) aktivasyon fonksiyonu signum fonksiyonuna dönüşür. Signum fonksiyonu grafiği Şekil 3.2’de gösterilmiştir.

$$f(net) \triangleq sgn(net) = \begin{cases} +1, & net > 0 \\ -1, & net < 0 \end{cases}$$

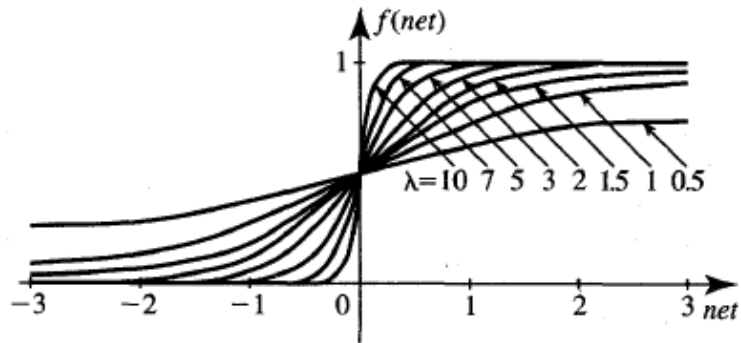


Şekil 3.2. Signum fonksiyonu

Unipolar Sürekli Fonksiyonlar (Zurada 1992)

Bipolar sürekli fonksiyonlar ötelenerek unipolar sürekli aktivasyon fonksiyonları elde edilir (Şekil 3.3).

$$f(net) = \frac{1}{1 + \exp(-\lambda net)}$$

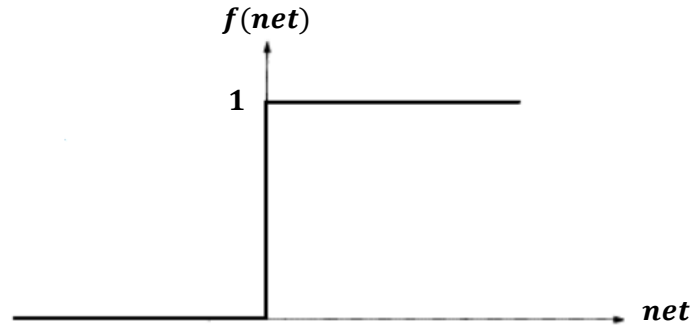


Şekil 3.3. Unipolar sürekli aktivasyon fonksiyonu

Unipolar sürekli fonksiyonun matematiksel ifadesindeki λ terimi sonsuza giderken ($\lambda \rightarrow \infty$) aktivasyon fonksiyonu aşağıdaki eşitliğe dönüşür.

$$f(net) \triangleq \begin{cases} +1, & net > 0 \\ 0, & net < 0 \end{cases}$$

Bu fonksiyonun grafiği ise standart birim basamak fonksiyonudur (Şekil 3.4).

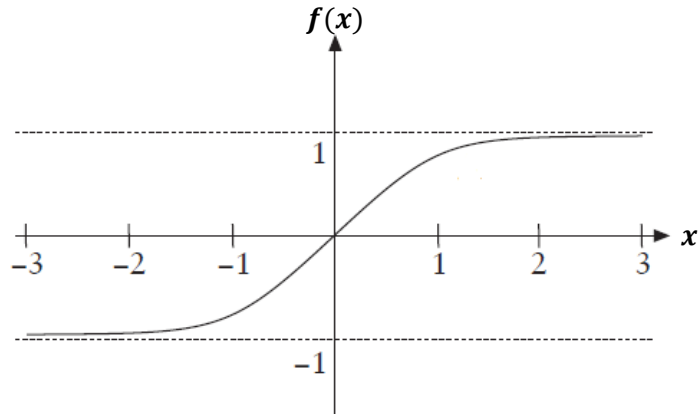


Şekil 3.4. Birim basamak fonksiyonu

Tanjant Hiperbolik Fonksiyonlar

Tanjant hiperbolik fonksiyonların (Şekil 3.5) matematiksel ifadesi:

$$f(x) = \text{Tanh}(x) = \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}$$

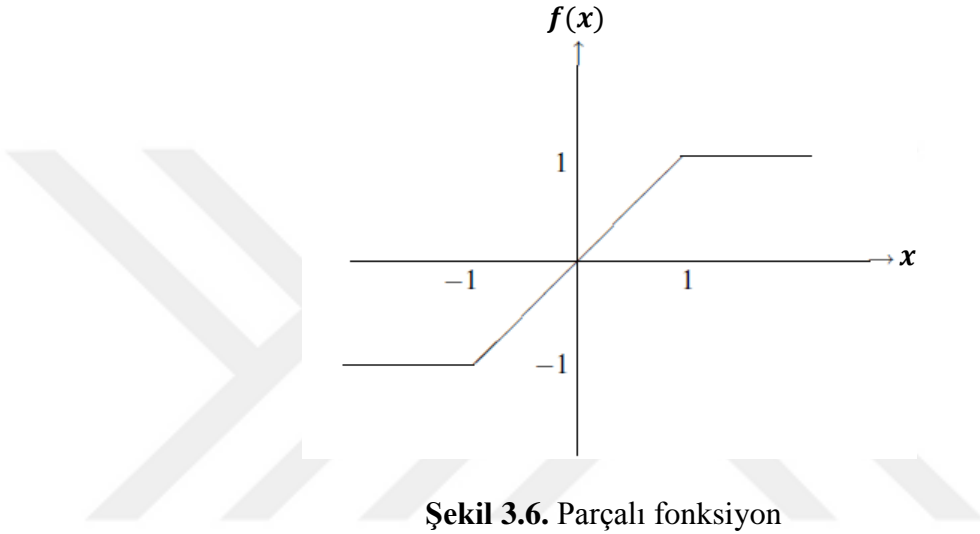


Şekil 3.5. Tanjant hiperbolik fonksiyon

Parçalı (Piecewise) Fonksiyonlar

Çoğunlukla hücrel sinir ağlarında kullanılan aktivasyon fonksiyonudur. Parçalı fonksiyonun (Şekil 3.6) matematiksel ifadesi:

$$f(x) = \frac{1}{2} [|x + 1| - |x - 1|]$$



3.4. Dinamik Sistemlerde Denge Noktası ve Kararlılık

Doğrusal olmayan sistemlerde dinamik denklem aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$\dot{x}_i = f_i(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)), \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Yukarıdaki ifadeyi açacak olursak

$$\dot{x}_1 = f_1(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))$$

$$\dot{x}_2 = f_2(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))$$

.

.

.

$$\dot{x}_n = f_n(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))$$

Bu diferansiyel denklem takımındaki $x(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))^T$ sisteme ait durum değişkenidir. Aynı ifadenin vektör-matris formu aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\dot{x} = f(x(t))$$

$f(x^*) = 0$ eşitliğini sağlayan x^* vektörü, sisteme ait denge noktasıdır.

$$x^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)^T$$

Doğrusal olmayan bir sisteme ait denge noktası tek olabileceği gibi birden fazla da olabilir. Örneğin optimizasyon problemi çözümünde kullanılacak bir sistemin denge noktasının tek olması istenirken, çağrışumlu bellek tasarımında ise denge noktasının çoklu olması istenir.

Sistemler kararlı ya da kararsız olabilirler. Bir sistem kararsız ise çözümü ya sonsuza gider ya da osilasyon yapar. Sistem kararlı ise sistemin tüm çözümleri denge noktasına yakınsayacaktır. Bir sistemin denge noktasının kararlılığına dair koşullar incelenirken sistemin denge noktasını orjine taşımak analizde büyük kolaylık sağlar. Bu nedenle, sistemin denge noktasını x^* dan orjine taşıyan aşağıdaki dönüşüm yapılır.

$z(.) = x(.) - x^*$ olsun. Bu durumda $x(.) = z(.) + x^*$ ve $\dot{x}(.) = \dot{z}(.)$ olacaktır. Bu dönüşüm yapıldıktan sonra artık sistemin denge noktası x^* yerine dönüştürülmüş sistemin denge noktası olarak orjinin kararlılığı incelenebilir.

Bir sistemin kararlılığını matematiksel olarak ifade etmek istersek aşağıdaki tanımlı verebiliriz.

Tanım 3.4.1 (Khalil 1992): Bir sistem ait denge noktası $x = 0$ ise

- Tüm $\varepsilon > 0$ değerleri için aşağıdaki eşitsizliği sağlayan $\delta = \delta(\varepsilon) > 0$ bulunabiliyorsa sistemin denge noktası $x = 0$ kararlıdır.

$$\|x(0)\| < \delta \Rightarrow \|x(t)\| < \varepsilon, \forall t \geq 0$$

- Sistem kararlı ve δ aşağıdaki koşulu sağlayacak şekilde seçilebiliyorsa sistemin denge noktası asimtotik kararlıdır.

$$\|x(0)\| < \delta \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$$

Tezin bu kısmında literatürde doğrusal olmayan sistemlerin kararlılık analizinde kullanılan yöntemlerden kısaca bahsedilecektir.

3.4.1. Barbashin-Krasovskii teoremi

$x = 0$, $\dot{x}(t) = f(x(t))$ sistemi için bir denge noktası olsun ($f(0) = 0$). $V(x(t))$ fonksiyonu da $V(x(t)): R^n \rightarrow R$ tanımlı, sürekli, türevlenebilir ve

$$V(x(t)) > 0, \forall x \neq 0 \text{ ve } V(0) = 0$$

$$\|x(t)\| \rightarrow \infty \Rightarrow V(x(t)) \rightarrow \infty$$

$$\dot{V}(x(t)) < 0, \forall x(t) \neq 0$$

şekinde tanımlanan bir fonksiyon olsun. Bu koşullar altında $x = 0$ global, asimtotik kararlıdır.

3.4.2. Lyapunov kararlılık teoremi

Lyapunov teoremi doğrusal olmayan sistemlerin kararlılık analizinde en yaygın kullanılan yöntemlerden biridir. Lyapunov yöntemi, sisteme ait karmaşık diferansiyel denklemleri çözmeden, sistemin enerji değişiminden sistemin davranışını ve kararlılık koşullarını belirler. Mantığı enerji kavramına dayanır. Lyapunov yönteminde öncelikle pozitif bir enerji fonksiyonu tanımlanır. Bu fonksiyonun sağlaması gereken özellik:

- $V(x) > 0, \forall x \neq 0$
- $V(0) = 0$

Bu özelliği sağlayan tüm pozitif fonksiyonlar Lyapunov fonksiyonu olarak seçilebilir. Analize uygun bir Lyapunov fonksiyoneli seçmenin belirli bir kuralı ve yöntemi yoktur. Kullanılacak Lyapunov fonksiyonu, kararlılık koşullarında belirleyici olması istenen sistem parametrelerine göre belirlenir.

Bir sistemde enerji her zaman pozitiftir. Denge noktalarının kararlılık özellikleriyle ilgili sonuçlara varmak için enerji fonksiyonunun türevine bakılır. Enerji fonksiyonunun türevi sıfırdan küçük ise ($\dot{V}(x) < 0$) enerji azalmakta, sıfırdan büyük ise ($\dot{V}(x) > 0$) enerji sürekli artmaktadır. Bir sistem kararlı ise denge noktası sistemin enerjisinin minimuma indiği noktadır.

Lyapunov'un Doğrudan Yaklaşımı

$x = 0$, $\dot{x}(t) = f(x(t))$ sistemi için bir denge noktası olsun ($f(0) = 0$). $V(x(t))$ fonksiyonu da $V(x(t)): R^n \rightarrow R$ tanımlı sürekli ve türevlenebilir bir fonksiyon olsun. Bu durumda $V(x(t))$ fonksiyonunun türevi aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\dot{V}(x(t)) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial V(x(t))}{\partial x_i(t)} \dot{x}_i = \sum_{i=1}^n \frac{\partial V(x(t))}{\partial x_i(t)} f_i(x_i) = \frac{\partial V(x(t))}{\partial x(t)} f(x(t))$$

$V(x(t)) > 0, \forall x \neq 0$ ve $V(0) = 0$ olan bir enerji fonksiyonu için;

- $\dot{V}(x(t)) \leq 0, \forall x(t) \in R^n$ ise sistemin denge noktası $x = 0$ kararlı olacaktır.
- $\dot{V}(x(t)) < 0, \forall x(t) \neq 0$ ise sistemin denge noktası $x = 0$ asimtotik kararlı olacaktır.
- $\dot{V}(x(t)) < 0, \forall x(t) \neq 0$ ise ayrıca $|x(t)| \rightarrow \infty$ iken $V(x(t)) \rightarrow \infty$ oluyorsa sistemin denge noktası $x = 0$ global asimtotik kararlı olacaktır.
- $\dot{V}(x(t)) > 0, \forall x(t) \neq 0$ ise sistemin denge noktası $x = 0$ kararsız olacaktır.

Lyapunov'un Dolaylı Yaklaşımı

$x = 0$, $\dot{x} = f(x)$ olarak tanımlanan lineer olmayan bir sistemi için denge noktası, f fonksiyonu, orjinin D komşuluğunda $f: D \rightarrow R^n$ tanımlı sürekli ve türevlenebilir bir fonksiyon olsun. A matrisi

$$A = \frac{\partial f}{\partial x}(x)|_{x=0}$$

formunda tanımlansın.

- A matrisinin tüm özdeğerlerinin reel kısmı negatif ise sistemin denge noktası olan orjin asimtotik karardır.
- A matrisinin tüm özdeğerlerinin reel kısmı pozitif ise sistemin denge noktası olan orjin kararsız olacaktır.

3.4.3. LaSalle değışmezlik ilkesi

Denge noktalarının yerel ve global asimtotik kararlılığıyla ilgili bir teoremdir. LaSalle Teoremi, Lyapunov teoreminin aksine pozitif tanımlı bir $V(x)$ fonksiyonuna ihtiyaç duymaz. Ancak, pozitif tanımlı fonksiyonlar için radyal sınırsızlığı kontrol etmek daha kolaydır. Fonksiyon pozitif tanımlı değilse radyal sınırsızlığı kontrol etmede yeterli olmayabilir.

LaSalle değışmezlik ilkesi sadece $\dot{V}(x) = 0$ 'ı inceler. $\dot{V}(x)$ sadece $x = 0$ olduğu durumda sıfır oluyorsa LaSalle'nin prensibine göre sistemin asimtotik kararlı olduğu söylenir.

Teorem:

$\dot{x} = f(x)$ sistemi için $x^* = 0$ bir denge noktası olsun. $V(x): \Omega \rightarrow R$ şeklinde tanımlanmış sürekli türevlenebilir ve pozitif tanımlı, orjin civarındaki Ω kümesi üzerinde ise $\dot{V}(x) \leq 0$ olsun.

- $S = \{x \in \Omega | \dot{V}(x) = 0\}$ olsun. $t \rightarrow \infty$ kümede kalan tek çözümün orjin olduğu durumda sistemin denge noktası olan orjin asimptotik kararlıdır.

$\dot{x} = f(x)$ sistemi için $x^* = 0$ bir denge noktası olsun. $V(x): R^n \rightarrow R$ şeklinde tanımlanmış sürekli türevlenebilir, pozitif tanımlı, $\|x\| \rightarrow \infty$ iken $V(x) \rightarrow \infty$ olan bir fonksiyon ve $\dot{V}(x) \leq 0$ olsun.

- $S = \{x \in R^n | \dot{V}(x) = 0\}$ olsun. $t \rightarrow \infty$ kümede kalan tek çözümün orjin olduğu durumda sistemin denge noktası olan orjin global asimptotik kararlıdır.

3.4.4. Hurwitz kararlılık teoremi

$x = 0$, $\dot{x} = f(x)$ olarak tanımlanan lineer olmayan bir sistemi için denge noktası olsun. $\dot{x} = f(x)$ doğrusal olmayan sistemin $x = 0$ civarındaki doğrusallaştırılmış modeli, $\dot{x} = f(x)$ sisteminin Jacobianı olan aşağıdaki ifade ile tanımlansın.

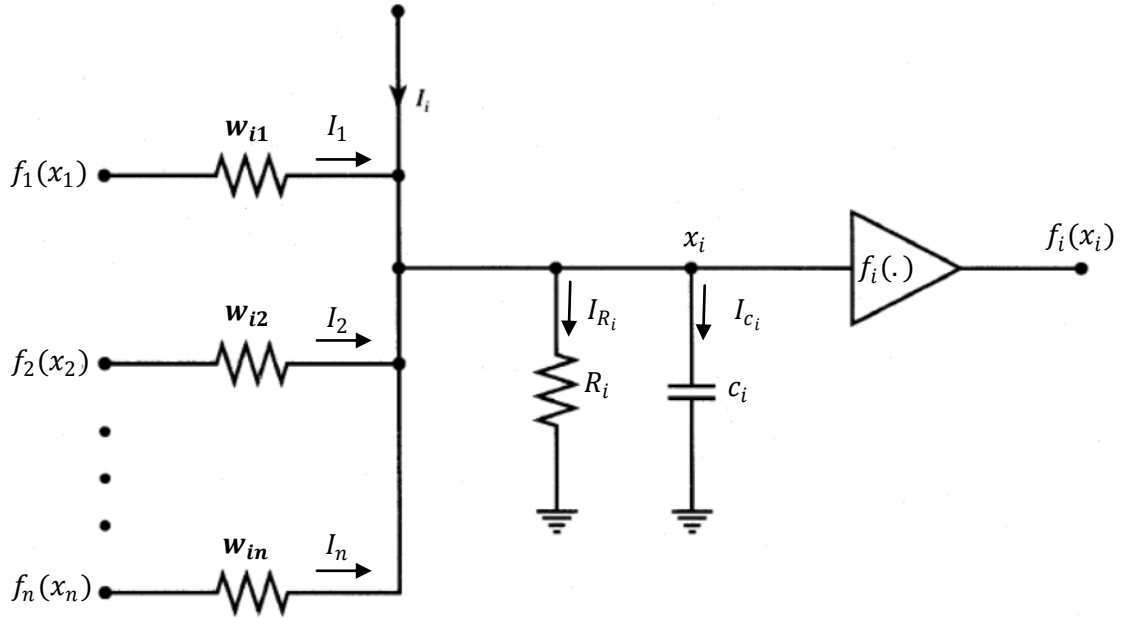
$$A = \left. \frac{\partial f(x(t))}{\partial x(t)} \right|_{x=0}$$

- $\dot{x} = f(x)$ sisteminin denge noktası olarak tanımlanmış olan orjin, A Jacobian matrisinin tüm özdeğerlerinin reel kısmı negatif ya da sıfır ise kararlıdır.
- $\dot{x} = f(x)$ sisteminin denge noktası olarak tanımlanmış olan orjin, A Jacobian matrisinin tüm özdeğerlerinin reel kısmı negatif ise asimptotik kararlıdır.
- $\dot{x} = f(x)$ sisteminin denge noktası olarak tanımlanmış olan orjin, A Jacobian matrisinin özdeğerlerinden en az bir tanesinin reel kısmı pozitif ise kararsızdır.

3.5. Yapay Sinir Ağı Modelleri

Yapay sinir ağları, görüntü işleme, optimizasyon problemleri, çağrışimli bellek tasarımı, sınıflandırma, tahmin gibi mühendislik problemlerinde son yıllarda kullanılan en popüler modeldir. Yapay sinir ağlarının paralel bilgi işleme yeteneği tercih edilme sebeplerinden biridir. Ayrıca bu sayede sistem parametrelerinin dış etkilere karşı daha dayanıklı olacağı kabul edilmiştir.

Yapay sinir ağlarının ilk dinamik modeli bir işlemsel kuvvetlendirici, direnç ve kapasitelerden elektronik olarak gerçekleştirilen Hopfield tipi yapay sinir ağı modelidir. Bu model 1982 yılında Hopfield tarafından geliştirilmiştir (Hopfield 1982a). Bir nöron için elektronik model Şekil 3.7’de gösterilmiştir (Zurada 1992):



Şekil 3.7. Herhangi bir i . nörona ait devre modeli

$$\sum_{k=1}^n I_k + I_i - I_{R_i} - I_{C_i} = 0$$
$$I_1 = (f_1(x_1) - x_i)G_{i1} \Rightarrow \sum_{k=1}^n G_{ik} (f_i(x_i) - x_i) + I_i - G_i x_i - c_i \frac{dx_i}{dt} = 0$$

$$\frac{dx_i}{dt} = -x_i \left(\frac{G_i}{c_i} + \frac{1}{c_i} \sum_{k=1}^n G_{ik} \right) + \sum_{k=1}^n \frac{G_{ik}}{c_i} f_k(x_k) + I_i$$

Temel devre analiz tekniklerini kullanarak yukarıdaki şekilde devre analiz edildiğinde aşağıdaki dinamik denklem modeli elde edilir (Hopfield 1982b).

$$\frac{dx_i}{dt} = -c_i x_i(t) + \sum_{k=1}^n a_{ik} f_k(x_k(t)) + u_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.1)$$

Bu diferansiyel denklem setinde n nöron sayısı olmak üzere $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ olarak ifade edilen durum değişkenine ait vektörünü, c_i devre gerçekleştirilmesinde kullanılan direnç ve kapasite değerlerinden oluşan ve $C = \text{diag}(c_i > 0)$ olarak tanımlanan matrisi, a_{ik} nöron ağırlık katsayılarından oluşan bağlantı matrisini, $f = (f_1(x_1), f_2(x_2), \dots, f_n(x_n))^T$ nöron aktivasyonlarını, $u = (u_1, u_2, \dots, u_n)^T$ giriş vektörünü ifade etmektedir.

Hopfield'in bu ilk modelinde gecikme parametresi mevcut değildir. Ancak yapay sinir ağlarında, bilginin iletimi sırasında ve tasarımda kullanılan işlemsel kuvvetlendiricinin sınırlı anahtarlama hızı kaynaklı bir gecikme söz konusu olacağı açıktır. Bu gecikme, ağ modelinin dinamik karakteristiğini etkileyebilir. Daha gerçekçi bir modelleme için τ ile gösterilecek bir gecikme parametresi dinamik denklem setine eklenmiştir (Marcus ve Westervelt 1989).

$$\frac{dx_i}{dt} = -c_i x_i(t) + \sum_{k=1}^n a_{ik} f_k(x_k(t - \tau)) + u_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.2)$$

Bu denklemdeki τ sabit bir zaman gecikmesidir. Bu modele göre tüm nöronlar arası geçişlerde oluşan gecikmenin aynı olduğu kabul edilir. Ancak modeli daha genelleştirmek için tüm bu nöron geçişlerindeki gecikme parametresinin farklı olduğu düşünülerek i . ve n . nöron geçişleri için farklı bir gecikme parametresi tanımlanmış ve aşağıdaki dinamik model geliştirilmiştir (Gopalsamy ve He 1994):

$$\frac{dx_i}{dt} = -c_i x_i(t) + \sum_{k=1}^n a_{ik} f_k(x_k(t - \tau_{ik})) + u_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.3)$$

1992 yılında Roska , Wu, Balsi ve Chua tarafından gecikme parametresi denkleme ilave edilerek yeni bir hibrit model elde edilmiştir (Roska, Wu, Balsi ve Chua 1992).

$$\frac{dx_i}{dt} = -x_i(t) + \sum_{k=1}^n a_{ik} f_k(x_k(t)) + \sum_{k=1}^n b_{ik} f_k(x_k(t - \tau_k)) + u_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.4)$$

Bu hibrit model ve Hopfield tipi çoklu zaman gecikmeli yapay sinir ağı birleştirilerek hareket içeren uygulamalarda daha iyi sonuç veren aşağıdaki dinamik model oluşturulmuştur (Joy 1999):

$$\frac{dx_i}{dt} = -c_i x_i(t) + \sum_{k=1}^n a_{ik} f_k(x_k(t)) + \sum_{k=1}^n b_{ik} f_k(x_k(t - \tau_{ik})) + u_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.5)$$

Joy tarafından geliştirilen bu modelde gecikme parametresi zamandan bağımsızdır. Modellemeyi genelleştirmek adına bir adım daha ileriye gidilerek gecikmenin zamanla değiştiği durum için yeni bir modelle çalışılmaya başlanmıştır (Liao, Chen ve Sanchez 2002), (He, Wang ve Wu 2005).

$$\frac{dx_i}{dt} = -c_i x_i(t) + \sum_{k=1}^n a_{ik} f_k(x_k(t)) + \sum_{k=1}^n b_{ik} f_k(x_k(t - \tau_k(t))) + u_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.6)$$

1983 yılında ise Cohen ve Grossberg, Hopfield tarafından geliştirilen ve (3.1) denklemini ile ifade edilmiş olan modele $d_i(x_i(t))$ ile gösterilen bir kuvvetlendirici fonksiyonu ekleyerek yeni bir model oluşturmuştur (Cohen ve Grossberg 1983).

$$\frac{dx_i}{dt} = d_i(x_i(t))[-c_i(x_i(t)) + \sum_{j=1}^n a_{ij} f_j(x_j(t)) + u_i] \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.7)$$

Bu modelde n nöron sayısı olmak üzere $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ olarak ifade edilen durum değişkenine ait vektörünü, $d_i(x_i(t))$ kuvvetlendirici fonksiyonunu, $c_i(x_i(t))$ davranış fonksiyonunu, a_{ij} nöron ağırlık katsayılarından oluşan bağlantı matrisini, $f = (f_1(x_1), f_2(x_2), \dots, f_n(x_n))^T$ nöron aktivasyonlarını, $u = (u_1, u_2, \dots, u_n)^T$ giriş vektörünü ifade etmektedir. $d_i(x_i(t))$ sistemin yakınsama hızını belirleyen parametredir. Cohen-Grossberg'in bu temel modelinde gecikme parametresi yoktur. Ancak sistem içerisinde de bilgi iletimi ve işlenmesi sırasında bir gecikmenin olduğu ve bu gecikmeyi sistem modeline yansıtmanın modeli daha da genelleştireceği düşünülerek aşağıdaki model oluşturulmuştur:

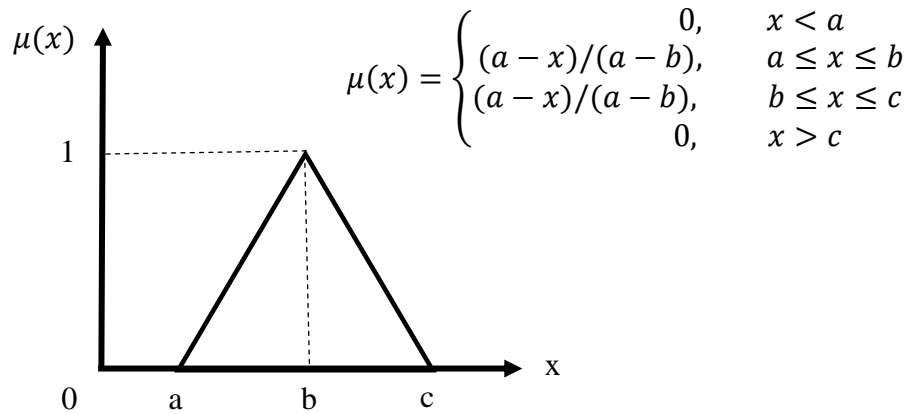
$$\frac{dx_i}{dt} = d_i(x_i(t)) \left[-c_i x_i(t) + \sum_{j=1}^n a_{ij} f_j(x_j(t)) + \sum_{j=1}^n b_{ij} f_j(x_j(t - \tau_{ij})) + u_i \right], \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.8)$$

(3.8) dinamik denklem setinde $\tau = \max(\tau_{ij}), 1 \leq i, j \leq n$ olmak üzere $\tau_{ij} \geq 0$ olarak tanımlanan gecikme parametresidir. $C([- \tau, 0], R): [- \tau, 0] \rightarrow R$ tanımlı tüm sürekli fonksiyonların kümesini ifade ettiği durumda bu model için ilk koşullar $x_i(t) = \phi_i(t) \in C([- \tau, 0], R)$ olarak belirlenmiştir. Son yıllarda, bu model kullanılarak, bir çok mühendislik problemine başarıyla uygulanan gecikmeli Cohen-Grossberg tipi yapay sinir ağlarının kararlık analizi üzerine, pek çok çalışma yapılmıştır (Arik ve Orman 2005, Zheng ve ark. 2013, Nie ve ark. 2015).

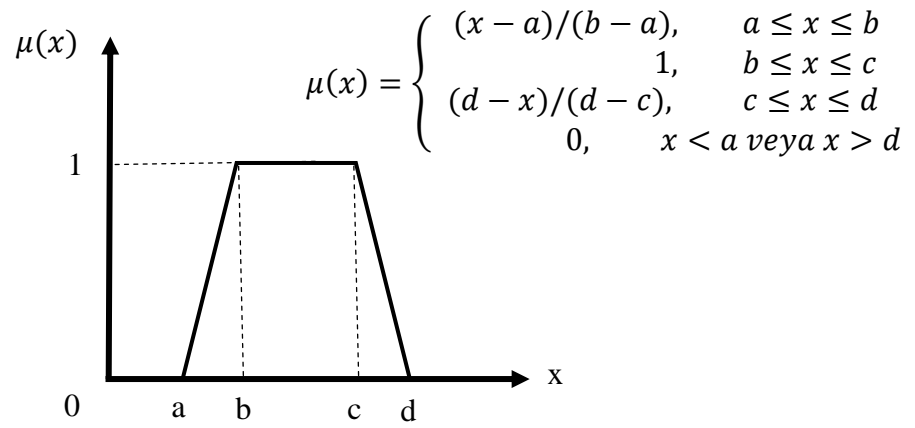
Bu tez çalışmasında da (3.8) dinamik modeli kullanılarak sistemi kararlı yapan yeni yeter koşullar elde edilmeye çalışılacaktır.

3.6. Bulanık Sistemler

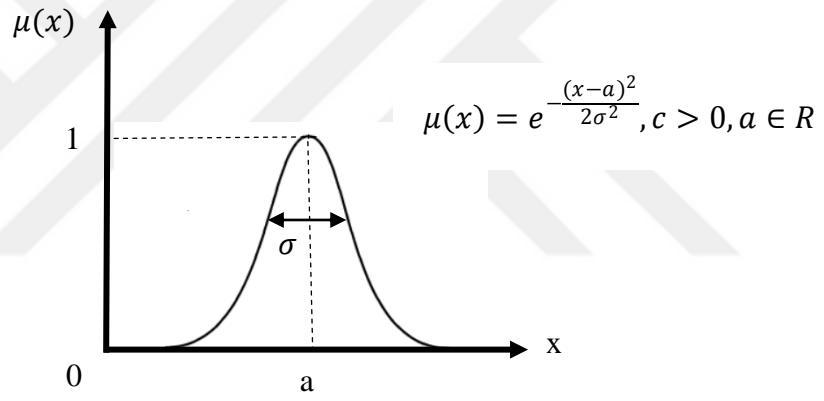
Bulanık mantık, 1961 yılında Prof. Lütü Aliasker Zade tarafından geliştirilmiş, temeli dereceli üyelik kavramına dayanan, belirsiz ve kesin olmayan verileri modellemede çok başarılı bir kavramdır. Aristo mantığında bir önerme “doğru” ya da “yanlış” olarak değerlendirilirken, bulanık mantık yaklaşımında gerçek olayların modellenmesinde doğru ve yanlış arasındaki değerler kullanılır. Bu ara değerleri ifade etmek için de dereceli veri modellemesinden faydalanılır. Klasik kümeleme mantığı kümeye kesin ait olma 1 ya da kesinlikle ait değil 0 şeklinde iki grup oluşturur. Ancak gerçek uygulamalarda, örneğin 100 derecede kaynayan suya sıcak, 0 derecede donan su için soğuk diyecek olursak, suyun ılık ya da az soğuk sıfatlarını kullandığımız ara sıcaklık değerleri için bir tanımlama getirmemiz gerekir. Bulanık kümeleme, belirsiz kavramlara bir üyelik derecesi atayarak matematiksel olarak bu belirsizlikleri tanımlar. Üyelik derecesi 0 ile 1 arasında reel bir sayıdır. Böylece az, çok, ılık, orta, yavaş, hızlı gibi sınırları belirsiz dilsel ifadelerle matematiksel bir tanımlama getirir. Evrensel kümenin bir elemanının üyelik derecesini $[0, 1]$ aralığında belirleyen fonksiyona üyelik fonksiyonu denir. Bulanık kümeler için yaygın olarak kullanılan bazı üyelik fonksiyonları ve matematiksel ifadeleri aşağıda verilmiştir (Şekil 3.8, Şekil 3.9, Şekil 3.10 ve Şekil 3.11).



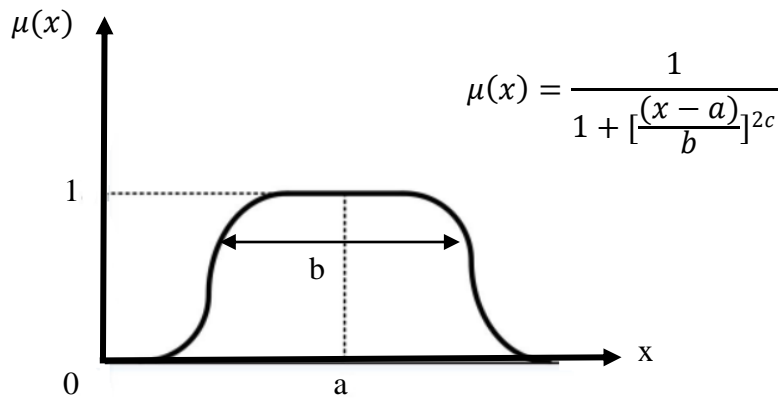
Şekil 3.8. Üçgen üyelik fonksiyonu



Şekil 3.9. Yamuk üyelik fonksiyonu

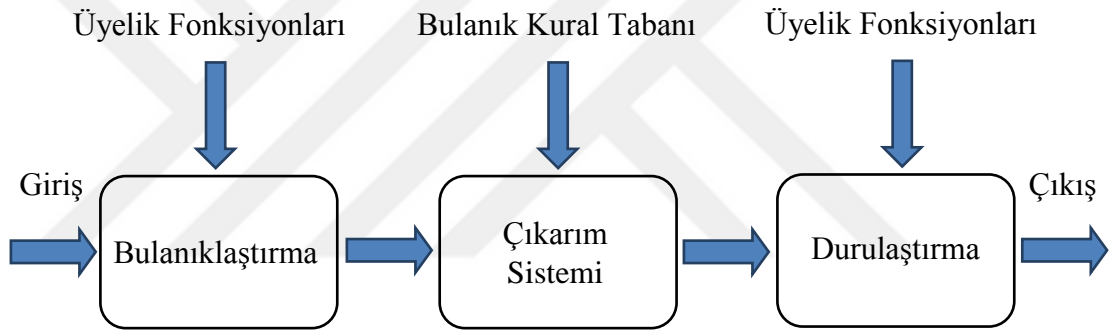


Şekil 3.10. Gauss üyelik fonksiyonu



Şekil 3.11. Çan eğrisi üyelik fonksiyonu

Bulanık mantığa dayalı bulanık sistemler, matematiksel modeli kestirelemeyen sistemler için sistemi modelleme başarısı oldukça yüksek olan bir yaklaşımdır. Bulanık sistemlerin çoğu EĞER-OHALDE önermesiyle oluşturulan kurallar setiyle tanımlanır. Kurallar setiyle tanımlanan bu sistemlere kural tabanlı bulanık sistemler denir (Cordon 1998). Bulanık sistemlerde öncelikle girişler üyelik fonksiyonları ile bulanıklaştırılır. Bu bulanık girişler, çıkarım mekanizmasında kural setiyle işlenir. Çıkarım sisteminde kullanılan kural tipine bağlı olarak elde edilen çıkış bulanık ya da gerçek olabilir. Eğer çıkış bulanık ise sistem gerçek çıkışı elde etmek için durulaştırma işlemine ihtiyaç duyar. Ancak çıkarım sisteminde elde edilen çıkış gerçek ise sistemde durulaştırma işlemi yapılmaz. Genel bir bulanık sistemin blok şeması aşağıda verilmiştir (Şekil 3.12):



Şekil 3.12. Genel bulanık sistem yapısı

3.6.1. Bulanıklaştırma

Bulanık sistemlerde veri tabanı, giriş bilgisinin bulanıklaştırılması ve çıkarım sistemi tarafından işlenerek elde edilen bulanık çıkışın durulaştırılması için kullanılacak üyelik fonksiyonu bilgilerini içerir. Bulanık bir sistem için bulanıklaştırma ve durulaştırma süreçlerinde hangi tip üyelik fonksiyonun kullanılacağına dair kesin bir kural yoktur. Üyelik fonksiyonunun türüne, bulanık modellemenin kullanılacağı probleme ve modellemenin performansına bakılarak deneme yanılma yöntemi ile karar verilir.

3.6.2. Çıkarım sistemi

Bulanık sistemde veri tabanındaki üyelik fonksiyonu ile bulanıklaştırılan giriş verisi çıkarım sistemindeki bulanık kurallar ile işlenir. Bulanık kurallar EĞER- OHALDE önermesiyle belirlenen iki kısımdan oluşur. Birinci kısım koşulu belirlerken önermenin ikinci kısmı, çıkarım sisteminde sonucu belirler. Önermenin birincil kısmında giriş değerinin hangi üyelik fonksiyonu ile ifade edileceği, ikincil kısım ise durulaştırma işleminde kullanılacak olan üyelik fonksiyonu bilgisini içerir. r adet kural içeren bir bulanık sistem için EĞER- OHALDE önermesinin genel formu aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$K_r: \text{EĞER } x_i = A_{ri}, i = 1, 2, \dots, n \text{ OHALDE } y = B_r (r = 1, 2, \dots, m)$$

EĞER- OHALDE önermesinde r modellemedeki kural sayısını, x_i i . giriş parametresini, A_{ri} giriş verisini bulanıklaştıracak olan üyelik fonksiyonunu, y çıkarım sisteminden elde edilecek bulanık çıkışı, B_r ise durulaştırma işleminde kullanılacak üyelik fonksiyonunu ifade etmektedir.

Bulanık modellemede sıklıkla kullanılan iki tip kural tabanlı model mevcuttur. Bu modeller Mamdani tipi bulanık modelleme ve Takagi-Sugeno (T-S) tipi bulanık modellemedir. Bu iki modelleme arasındaki fark EĞER- OHALDE önermesinin ikincil kısmındadır. Mamdani tipi modellemede önermenin ikincil kısmında çıkış bulanıktır. Bu çıkışı gerçek değerlere dönüştürmek için durulaştırma işlemine ihtiyaç vardır. Takagi-Sugeno tipi modellemede ise çıkış, giriş parametrelerine bağlı doğrusal bir fonksiyondur. Tezin bu kısmında kısaca bu modellerden bahsedilmiştir.

3.6.2.1. Mamdani tipi bulanık modelleme

Mamdani tipi bulanık modelleme ilk defa 1975'te Mamdani ve Assilian tarafından kontrol sistemi tasarımında kullanılmıştır (Mamdani ve Assilian 1975). Mamdani tipi bulanık modellemede T-S tipi modellemeden farklı olarak önermenin ikinci kısmından elde edilen çıkış bulanıktır ve bir durulaştırma işlemine ihtiyaç duyulur.

Üç kurallı Mamdani tipi modelleme EĞER- OHALDE önermesinin genel formundan aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$K_1: \text{EĞER } x_i = A_{1i}, i = 1, 2, \dots, n \text{ OHALDE } y = B_1$$

$$K_2: \text{EĞER } x_i = A_{2i}, i = 1, 2, \dots, n \text{ OHALDE } y = B_2$$

$$K_3: \text{EĞER } x_i = A_{3i}, i = 1, 2, \dots, n \text{ OHALDE } y = B_3$$

Mamdani tipi bulanık modellemenin kullanıldığı çıkarım sisteminde öncelikle bulanıklaştırılmış çıkarım sistemi girişinin kurallara göre ağırlıkları hesaplanır. Bu ağırlıklar ile önermenin ikincil kısmındaki sonuç birleştirilerek elde edilen tüm sonuçlar toplanarak çıkarım sisteminin bulanık çıkışı elde edilir.

3.6.2.2. Takagi-Sugeno (T-S) tipi bulanık modelleme

Takagi-Sugeno (T-S) tipi modellemede Mamdani tipinden farklı olarak kural tabanını oluşturan önermelerin ikincil kısmında giriş değişkenlerinin doğrusal fonksiyonları kullanılır. Takagi-Sugeno tipi bulanık modelleme için kural tabanının genel ifadesi aşağıda verilmiştir:

$$K_r: \text{EĞER } x_i = A_{ri}, i = 1, 2, \dots, n \text{ OHALDE } y = B_r(x) \quad (r = 1, 2, \dots, m)$$

Mamdani tipi modelleme ile karşılaştırmak için 3 kurallı bir T-S tipi modelin EĞER- OHALDE önermesini yazacak olursak:

$$K_1: \text{EĞER } x_i = A_{1i}, i = 1, 2, \dots, n \text{ OHALDE } y = B_1(x)$$

$$K_2: \text{EĞER } x_i = A_{2i}, i = 1, 2, \dots, n \text{ OHALDE } y = B_2(x)$$

$$K_3: \text{EĞER } x_i = A_{3i}, i = 1, 2, \dots, n \text{ OHALDE } y = B_3(x)$$

T-S tipi modellemenin çıkışı, öncül kısımdaki üyelik fonksiyonuna bağlı olan gerçek bir değerdir. Bu nedenle çıkarım sisteminden elde edilen sonucu durulaştırma işlemi gerektirmez. T-S tipi bulanık modellemenin kullanıldığı çıkarım sisteminde öncelikle EĞER- OHALDE önermesinin öncül kısmındaki üyelik fonksiyonlarından faydalanarak

her bir kuralın ağırlık değeri w hesaplanır. Bu ağırlık değeri ve önermenin ikincil kısmındaki doğrusal fonksiyonla hesaplanan çıktı ile birlikte uygulamaya özel seçilen bir yöntemle gerçek sonuca dönüştürülür. Örneğin ortalama ağırlık yönteminin kullanıldığı bir çıkarım sisteminde r . kurala ait gerçek çıkış aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$gerçek\ çıkış = \frac{\sum_{r=1}^m w_r B_r}{\sum_{r=1}^m B_r}$$

Ortalama ağırlık yöntemi haricinde kullanıcının tercihine ve kullanılacak problemin türüne göre çıkarım sisteminde kullanılan başka yöntemler de mevcuttur (single winner, weighted vote vb.) (Ishibuchi, Nakashima ve Morisawa 1999).

Bu tez çalışmasında kararlılık analizi yapılacak olan Cohen-Grossberg yapay sinir ağı T-S tipi bulanık tabanlı bir modeldir.

4. BULGULAR VE TARTIŞMA

4.1. Bulgular

Bu tez çalışmasında Takagi-Sugeno Bulanık Cohen-Grossberg Tipi Zaman Gecikmeli Yapay Sinir Ağları İçin Kararlılık Analizi yapılmıştır. Kullanılan Cohen-Grossberg tipi yapay sinir ağı çoklu zaman gecikmeli bir modeldir. Bu modele göre her nöronun diğer nöronla iletişimi sırasında meydana gelen gecikmenin farklı olduğu kabul edilmiştir. Tez çalışmasında kullanılacak çoklu zaman gecikmeli Cohen-Grossberg tipi yapay sinir ağı modelinin dinamik davranışı aşağıdaki diferansiyel denklem seti ile ifade edilebilir:

$$\dot{x}_i(t) = d_i(x_i(t)) \left[-c_i(x_i(t)) + \sum_{j=1}^n a_{ij} f_j(x_j(t)) + \sum_{j=1}^n b_{ij} f_j(x_j(t - \tau_{ij})) + u_i \right] \quad (4.1)$$

Bu diferansiyel denklem setide n sistemdeki nöron sayısını, x_i i. nörona ait durumu, $d_i(x_i)$ kuvvetlendirici fonksiyonunu, $c_i(x_i)$ ise davranış fonksiyonunu ifade eder. a_{ij} ve b_{ij} sırasıyla zaman gecikme parametresiz ve parametrelili nöron ara bağlantı parametresidir. $f_i(\cdot)$ nöronun aktivasyon fonksiyonudur. u_i ise sisteme dışarıdan katılan sabit girişlerdir. Tez çalışmasında kullanılacak bu dinamik modelde gecikme parametresi $\tau_{ij} \geq 0$, $\tau = \max(\tau_{ij})$, $1 \leq i, j \leq n$ olarak tanımlanmıştır. (4.1) sisteminin başlangıç koşulları ise bu çalışmada $C([- \tau, 0], R)$ 'nin $[- \tau, 0]$ aralığından R 'ye tanımlı tüm sürekli fonksiyonları gösterdiği durum için $x_i(t) = \phi_i(t) \in C([- \tau, 0], R)$ şeklinde belirlenmiştir.

Bu tez çalışmasında sistem (4.1) denkleminde yer alan kuvvetlendirici fonksiyonu $d_i(x_i)$, davranış fonksiyonu $c_i(x_i)$ ve nöron aktivasyon fonksiyonu $f_i(x_i)$ için bir takım varsayımlarda bulunulmuştur. Bu varsayımlara göre :

H₁: $d_i(x)$ ($i = 1, 2, \dots, n$) kuvvetlendirici fonksiyonları, μ_i ve ρ_i pozitif sabitleri için aşağıdaki eşitsizliği sağlar:

$$0 < \mu_i \leq d_i(x) \leq \rho_i, \forall x \in R$$

H₂: $c_i(x)$ ($i = 1, 2, \dots, n$) davranış fonksiyonları γ_i pozitif sabitleri için aşağıdaki eşitsizliği sağlar:

$$\frac{c_i(x) - c_i(y)}{x - y} = \frac{|c_i(x) - c_i(y)|}{|x - y|} \geq \gamma_i > 0, i = 1, 2, \dots, n, \forall x, y \in R, x \neq y$$

H₃: $f_i(x)$, ($i = 1, 2, \dots, n$) aktivasyon fonksiyonu ℓ_i pozitif sabitleri için aşağıdaki eşitsizliği sağlar:

$$|f_i(x) - f_i(y)| \leq \ell_i |x - y|, i = 1, 2, \dots, n, \forall x, y \in R, x \neq y$$

Bu çalışmada H_3 varsayımından görüldüğü gibi nöron aktivasyon fonksiyonu Lipschitz fonksiyonu olarak seçilmiştir. Bunun sebebi, sistemin çözümünün varlığı ve tekliğini garanti etmektir. $\dot{x} = f(x)$ şeklinde tanımlanabilecek bir sistem için çözümünün var olması $f(x)$ fonksiyonunun tüm argümanlarının zamana göre sürekli olmasını gerektirir. Ancak bu yeter koşul değildir. Bu koşul ayrıca çözümün tekliğini de garanti edemez. Bu nedenle, çözümün varlığı ve tekliğini garanti etmek için $f(x)$ fonksiyonu, Lipschitz sürekli seçilir.

Bu tezdeki (4.1) sistemi için yapılacak kararlılık analizi kısmına geçilmeden önce bu analizi kolaylaştıracak bir dönüşümden bahsedilmelidir. Bu dönüşüm işlemi sistem (4.1)'in denge noktasını, orjine ötelir. Böylece belirsiz bir denge noktası yerine sistemin orjini kararlılığı incelenebilir. Bu kararlılık analizini kolaylaştıran bir işlemdir.

$x^* = [x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*]$, $i = 1, 2, \dots, n$ sistem (4.1) için denge noktası olsun.

$z(t) = x(t) - x^*$ dönüşümünü kullanacak olursak $x(t) = z(t) + x^*$ ve $\dot{x}(t) = \dot{z}(t)$ olacağından dönüştürülmüş sistemin dinamik denklemi aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\dot{z}_i(t) = \alpha_i(z_i(t)) \left[-\beta_i(z_i(t)) + \sum_{j=1}^n a_{ij} g_j(z_j(t)) + \sum_{j=1}^n b_{ij} g_j(z_j(t - \tau_{ij})) \right] \quad (4.2)$$

Dönüştürülmüş yeni sistem (4.2) için kuvvetlendirici fonksiyonu $d_i(x_i)$, davranış fonksiyonu $c_i(x_i)$ ve nöron aktivasyon fonksiyonu $f_i(x_i)$ aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$\alpha_i(z_i(t)) = d_i(z_i(t) + x_i^*), i = 1, 2, \dots, n$$

$$\beta_i(z_i(t)) = c_i(z_i(t) + x_i^*) - c_i(x_i^*), i = 1, 2, \dots, n$$

$$g_i(z_i(t)) = f_i(z_i(t) + x_i^*) - f_i(x_i^*), i = 1, 2, \dots, n$$

Yukarıdaki ifadeden anlaşılacağı üzere $d_i(x_i)$, $c_i(x_i)$ ve $f_i(x_i)$ fonksiyonları için yapılan tüm varsayımlar $\alpha_i(z_i(t))$, $\beta_i(z_i(t))$ ve $g_i(z_i(t))$ fonksiyonları için de geçerlidir.

1985 yılında Takagi ve Sugeno tarafından bulanık EĞER-O HALDE kuralları kullanılarak, doğrusal olmayan sistemlerin yerel doğrusal giriş-çıkış ilişkilerini temsil etmek için bulanık bir T-S modeli önerilmiştir (Takagi ve Sugeno 1985). Bu model bulanık kümeden oluşan bir önerme kısmı ve sonrasında gelen doğrusal, zamanla değişmeyen sistemler içeren ve doğrusal olmayan sistemin, yerel doğrusal giriş-çıkış bağıntıları ile ifade edilmesini sağlayan bir dizi “EĞER-O HALDE” bulanık kuralından meydana gelir. Bu bulanık tabanlı modelleme Cohen- Grosberg tipi yapay sinir ağına uygulanacak olursa aşağıdaki diferansiyel denklem seti elde edilir. Takagi-Sugeno bulanık tabanlı modellemenin r . kuralı (4.2) denklemi ile ifade edilen ötelenmiş sistemin için aşağıdaki gibi yazılabilir (Senan 2018):

EĞER $\{\theta_1(t) = M_{r1}\}$ ve... ve $\{\theta_p(t) = M_{rp}\}$ ise

OHALDE

$$\dot{z}_i(t) = \alpha_i^{(r)}(z_i(t)) \left[-\beta_i^{(r)}(z_i(t)) + \sum_{j=1}^n a_{ij}^{(r)} g_j(z_j(t)) + \sum_{j=1}^n b_{ij}^{(r)} g_j(z_j(t - \tau_{ij})) \right] \quad (4.3)$$

Yukarıdaki denklem setinde $\theta_l(t)$ ($l = 1, 2, \dots, p$) öncül değişkenleri, M_{rl} ($r \in \{1, 2, \dots, m\}$, $l \in \{1, 2, \dots, p\}$) bulanık kümeler, m ise EĞER-OHALDE kurallarının sayısıdır.

2018 yılında Senan tarafından yapılan çalışmada, bu bulanık modelden yola çıkarak, (4.3) sisteminin matematiksel modeli için aşağıdaki ifade kullanılmıştır:

$$\dot{z}_i(t) = \sum_{r=1}^m h_r(\theta(t)) \left\{ \alpha_i^{(r)}(z_i(t)) \left[-\beta_i^{(r)}(z_i(t)) + \sum_{j=1}^n a_{ij}^{(r)} g_j(z_j(t)) + \sum_{j=1}^n b_{ij}^{(r)} g_j(z_j(t - \tau_{ij})) \right] \right\} \quad (4.4)$$

Yukarıdaki denklem setinde $\theta(t) = [\theta_1(t), \theta_2(t), \dots, \theta_p(t)]^T$ öncül değişkenleri, $\omega_r(\theta(t)) = \prod_{l=1}^p M_{rl}(\theta_l(t))$ her bir bulanık kuralın ağırlığını, $h_r(\theta(t)) = \frac{\omega_r(\theta(t))}{\sum_{r=1}^m \omega_r(\theta(t))}$ ise her bir bulanık kuralın ortalama ağırlığını göstermektedir. $\omega_{rl}(\theta_l(t))$ terimi, $\theta_l(t)$ 'nin ω_{rl} 'deki üyelik derecesidir. $\omega_r(\theta(t)) \geq 0, r \in \{1, 2, \dots, m\}$ varsayımına göre, tüm $t \geq 0$ için $\sum_{r=1}^m h_r(\theta(t)) = 1$ olacaktır.

Bulanık mantık teorisinden hareketle H_1 , H_2 ve H_3 varsayımları T-S bulanık sinir ağı modeli (4.4) için yeniden ifade edilecek olursa aşağıdaki eşitsizlikler yazılabilir:

$$0 < \alpha_i^{(r)}(z_i(t)) \leq \rho_i^{(r)}, i = 1, 2, \dots, n$$

$$z_i(t)\beta_i^{(r)}(z_i(t)) \geq \gamma_i^{(r)} z_i^2(t) \geq 0, i = 1, 2, \dots, n$$

$$|g_i(z_i(t))| \leq k_i |z_i(t)|, z_i(t)g_i(z_i(t)) \geq 0, i = 1, 2, \dots, n$$

4.2. Gecikmeli Takagi-Sugeno Tipi Bulanık Cohen-Grossberg Sinir Ağlarının Kararlılık Analizi

Tez çalışmasının bu bölümünde, Takagi-Sugeno tipi bulanık Cohen-Grossberg sinir ağlarının analizi sonucunda elde edilen kararlılık koşullarından bahsedilmiştir. Bu analizde Lyapunov'un doğrudan metodu kullanılarak sistem (4.4) için sistem parametrelerine bağlı yeni yeter koşullar türetilmiştir. Öncelikle elde edilmiş olan sonuç bir teoremlerle verilip sonrasında ispatı yapılmıştır. Bu bölümün son kısmında ise sayısal bir örnek yardımı ile elde edilen sonuçların uygulanabilirliğini test edilmiştir.

Teorem 1: $\mu = \min\{\mu_i^{(r)}\}, \rho = \max\{\rho_i^{(r)}\}, \gamma = \max\{\gamma_i^{(r)}\}, \ell = \max\{\ell_i\}, i = 1, 2, \dots, n, r = 1, 2, \dots, m, A_r = (a_{ij}^{(r)})_{n \times n}$ ve $B_r = (b_{ij}^{(r)})_{n \times n}$ olsun. Kuvvetlendirici fonksiyonu $d_i(x_i)$, davranış fonksiyonu $c_i(x_i)$ ve nöron aktivasyon fonksiyonu $f_i(x_i)$ için H_1, H_2 ve H_3 varsayımları altında (4.4) dinamik modeli ile ifade edilen gecikmeli T-S bulanık Cohen-Grossberg yapay sinir ağının orjini aşağıdaki koşul sağlandığında global asimtotik kararlıdır.

$$\delta = \frac{\mu\gamma}{\rho\ell} - \sum_{r=1}^m \|A_r\|_2 - \sum_{r=1}^m \sqrt{\|B_r\|_1 \|B_r\|_\infty} > 0$$

İspat: Teorem 1'in sonuçlarını ispat etmek için Lyapunov kararlılık yaklaşımından faydalanılmış ve Lyapunov'un doğrudan metodu kullanılmıştır. Analize geçmeden önce aşağıdaki pozitif tanımlı Lyapunov fonksiyoneli seçilmiştir.

$$\begin{aligned} V(z(t)) &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n z_i^2(t) + \frac{1}{2} \rho \ell \sum_{r=1}^m \xi_r \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \int_{t-\tau_{ij}}^t |b_{ij}^{(r)}| z_j^2(\zeta) d\zeta \\ &+ \varepsilon \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \int_{t-\tau_{ij}}^t z_j^2(\zeta) d\zeta \end{aligned} \quad (4.5)$$

Bu fonksiyonelde ξ_r, ε ve σ daha sonra belirlenecek olan pozitif sabitlerdir. $V(z(t))$ fonksiyonunun, sistem (4.4)'ün yörüngeleri boyunca zamana göre türevi alındığında aşağıdaki ifade elde edilir:

$$\begin{aligned}
\dot{V}(z(t)) &= \sum_{i=1}^n z_i(t)\dot{z}_i(t) + \frac{1}{2}\rho\ell \sum_{r=1}^m \xi_r \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |b_{ij}^{(r)}| z_j^2(t) \\
&\quad - \frac{1}{2}\rho\ell \sum_{r=1}^m \xi_r \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |b_{ij}^{(r)}| z_j^2(t - \tau_{ij}) \\
&\quad + \varepsilon \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n z_j^2(t) - \varepsilon \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n z_j^2(t - \tau_{ij}) \\
&= - \sum_{r=1}^m h_r(\theta(t)) \sum_{i=1}^n z_i(t) \alpha_i^{(r)}(z_i(t)) \beta_i^{(r)}(z_i(t)) \\
&\quad + \sum_{r=1}^m h_r(\theta(t)) \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \alpha_i^{(r)}(z_i(t)) a_{ij}^{(r)} z_i(t) g_j(z_j(t)) \\
&\quad + \sum_{r=1}^m h_r(\theta(t)) \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \alpha_i^{(r)}(z_i(t)) b_{ij}^{(r)} z_i(t) g_j(z_j(t - \tau_{ij})) \\
&\quad + \frac{1}{2}\rho\ell \sum_{r=1}^m \xi_r \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |b_{ij}^{(r)}| z_j^2(t) - \frac{1}{2}\rho\ell \sum_{r=1}^m \xi_r \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |b_{ij}^{(r)}| z_j^2(t - \tau_{ij}) \\
&\quad + \varepsilon \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n z_j^2(t) - \varepsilon \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n z_j^2(t - \tau_{ij}) \tag{4.6}
\end{aligned}$$

H_1, H_2 ve H_3 varsayımlarına dayanarak, $V(z(t))$ fonksiyonunun zamana göre türevinin terimleri için aşağıdaki eşitsizlikleri yazılabilir:

$$\begin{aligned}
- \sum_{r=1}^m h_r(\theta(t)) \sum_{i=1}^n z_i(t) \alpha_i^{(r)}(z_i(t)) \beta_i^{(r)}(z_i(t)) &\leq -\mu\gamma \sum_{i=1}^n z_i^2(t) \\
&= -\mu\gamma \|z(t)\|_2^2 \tag{4.7}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{r=1}^m h_r(\theta(t)) \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \alpha_i^{(r)}(z_i(t)) \alpha_{ij}^{(r)} z_i(t) g_j(z_j(t)) \\
&= \sum_{r=1}^m h_r(\theta(t)) z^T(t) \alpha_r(z(t)) A_r g(z(t)) \\
&\leq \sum_{r=1}^m \|\alpha_r(z(t))\|_2 \|A_r\|_2 \|z(t)\|_2 \|g(z(t))\|_2 \\
&\leq \rho \ell \sum_{r=1}^m \|A_r\|_2 \|z(t)\|_2^2 \tag{4.8}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{r=1}^m h_r(\theta(t)) \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \alpha_i^{(r)}(z_i(t)) b_{ij}^{(r)} z_i(t) g_j(z_j(t - \tau_{ij})) \\
&\leq \rho \sum_{r=1}^m \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |b_{ij}^{(r)}| |z_i(t)| |g_j(z_j(t - \tau_{ij}))| \\
&\leq \rho \ell \sum_{r=1}^m \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |b_{ij}^{(r)}| |z_i(t)| |z_j(z_j(t - \tau_{ij}))| \\
&\leq \frac{1}{2} \rho \ell \sum_{r=1}^m \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{1}{\xi_r} |b_{ij}^{(r)}| z_i^2(t) + \frac{1}{2} \rho \ell \sum_{r=1}^m \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \xi_r |b_{ij}^{(r)}| z_j^2(t - \tau_{ij}) \tag{4.9}
\end{aligned}$$

(4.7)-(4.9) eşitsizlikleri (4.6) denkleminde yerine yazılacak olursa, $V(z(t))$ fonksiyonunun zamana göre türevi için aşağıdaki eşitsizlik yazılabilir:

$$\begin{aligned}
\dot{V}(z(t)) &\leq -\mu \gamma \|z(t)\|_2^2 + \rho \ell \sum_{r=1}^m \|A_r\|_2 \|z(t)\|_2^2 \\
&+ \frac{1}{2} \rho \ell \sum_{r=1}^m \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{1}{\xi_r} |b_{ij}^{(r)}| z_i^2(t) + \frac{1}{2} \rho \ell \sum_{r=1}^m \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \xi_r |b_{ij}^{(r)}| z_j^2(t - \tau_{ij}) \\
&+ \frac{1}{2} \rho \ell \sum_{r=1}^m \xi_r \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |b_{ij}^{(r)}| z_j^2(t) - \frac{1}{2} \rho \ell \sum_{r=1}^m \xi_r \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |b_{ij}^{(r)}| z_j^2(t - \tau_{ij}) \\
&+ \varepsilon \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n z_j^2(t) - \varepsilon \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n z_j^2(t - \tau_{ij})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -\mu\gamma\|z(t)\|_2^2 + \rho\ell \sum_{r=1}^m \|A_r\|_2 \|z(t)\|_2^2 \\
&\quad + \frac{1}{2}\rho\ell \sum_{r=1}^m \frac{1}{\xi_r} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |b_{ij}^{(r)}| z_i^2(t) + \frac{1}{2}\rho\ell \sum_{r=1}^m \xi_r \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |b_{ij}^{(r)}| z_i^2(t) \\
&\quad + \varepsilon \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n z_j^2(t) - \varepsilon \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n z_j^2(t - \tau_{ij}) \tag{4.10}
\end{aligned}$$

Matrislerin temel norm özelliklerinden yararlanarak (4.10) eşitsizliğinin iki terimi için aşağıdaki ifadeler yazılabilir:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |b_{ij}^{(r)}| z_i^2(t) \leq \|B_r\|_\infty \|z(t)\|_2^2 \tag{4.11}$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |b_{ji}^{(r)}| z_i^2(t) \leq \|B_r\|_1 \|z(t)\|_2^2 \tag{4.12}$$

(4.11) ve (4.12) eşitsizliklerini kullanarak (4.10) eşitsizliğini yeniden düzenleyecek olursak aşağıdaki eşitsizliği oluşturabiliriz:

$$\begin{aligned}
\dot{V}(z(t)) &\leq -\mu\gamma\|z(t)\|_2^2 + \rho\ell \sum_{r=1}^m \|A_r\|_2 \|z(t)\|_2^2 \\
&\quad + \frac{1}{2}\rho\ell \sum_{r=1}^m \frac{1}{\xi_r} \|B_r\|_\infty \|z(t)\|_2^2 + \frac{1}{2}\rho\ell \sum_{r=1}^m \xi_r \|B_r\|_1 \|z(t)\|_2^2 \\
&\quad + \varepsilon \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n z_j^2(t) - \varepsilon \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n z_j^2(t - \tau_{ij}) \tag{4.13}
\end{aligned}$$

ξ_r pozitif sabiti $\xi_r = \frac{\sqrt{\|B_r\|_\infty}}{\sqrt{\|B_r\|_1}}$, $r = 1, 2, \dots, m$ şeklinde seçilecek olursa (4.13) denklemi için aşağıdaki ifade yazılabilir:

$$\begin{aligned}
\dot{V}(z(t)) &\leq -\mu\gamma\|z(t)\|_2^2 + \rho\ell \sum_{r=1}^m \|A_r\|_2 \|z(t)\|_2^2 \\
&\quad + \frac{1}{2}\rho\ell \sum_{r=1}^m \sqrt{\|B_r\|_1 \|B_r\|_\infty} \|z(t)\|_2^2 + \frac{1}{2}\rho\ell \sum_{r=1}^m \sqrt{\|B_r\|_1 \|B_r\|_\infty} \|z(t)\|_2^2 \\
&\quad + \frac{1}{2}\rho\ell \sum_{r=1}^m \sqrt{\|B_r\|_1 \|B_r\|_\infty} \|z(t)\|_2^2 + \varepsilon \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n z_j^2(t) - \varepsilon \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n z_j^2(t - \tau_{ij}) \\
&= -\rho\ell \left(\frac{\mu\gamma}{\rho\ell} - \sum_{r=1}^m \|A_r\|_2 - \sum_{r=1}^m \sqrt{\|B_r\|_1 \|B_r\|_\infty} \right) \|z(t)\|_2^2 \\
&\quad + \varepsilon n \|z(t)\|_2^2 - \varepsilon \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n z_j^2(t - \tau_{ij}) \\
&= -\rho\ell\delta \|z(t)\|_2^2 + \varepsilon n \|z(t)\|_2^2 - \varepsilon \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n z_j^2(t - \tau_{ij}) \\
&\leq -\rho\ell\delta \|z(t)\|_2^2 + \varepsilon n \|z(t)\|_2^2 \\
&= -(\rho\ell\delta - \varepsilon n) \|z(t)\|_2^2 \tag{4.14}
\end{aligned}$$

(4.14) eşitsizliğinde ε pozitif sabitinin $\varepsilon < \frac{\rho\ell\delta}{n}$ şeklinde seçilmesi tüm $z(t) \neq 0$ durumları için $V(z(t))$ fonksiyonunun zamana göre türevinin sıfırdan küçük ($\dot{V}(z(t)) < 0$) olacağı açıktır.

$z(t) = 0$ olduğu durumda ise $V(z(t))$ fonksiyonunun zamana göre türevi aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\begin{aligned}
\dot{V}(z(t)) &= -\frac{1}{2}\rho\ell \sum_{r=1}^m \xi_r \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |b_{ij}^{(r)}| z_j^2(t - \tau_{ij}) - \varepsilon \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n z_j^2(t - \tau_{ij}) \\
&\leq -\varepsilon \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n z_j^2(t - \tau_{ij}) \tag{4.15}
\end{aligned}$$

(4.15) ifadesinden, sıfırdan farklı en az bir $z_j(t - \tau_{ij})$ var ise $V(z(t))$ fonksiyonunun zamana göre türevinin sıfırdan küçük olacağı, $\dot{V}(z(t)) < 0$, doğrudan söylenebilir.

Tüm $z_j(t - \tau_{ij}) = 0$ için sadece ve sadece $z(t) = 0$ ise $\dot{V}(z(t)) = 0$ olacaktır. $\|z(t)\| \rightarrow \infty$ iken $V(z(t)) \rightarrow \infty$ olacağından Lyapunov fonksiyonelinin radyal sınırsızlığını doğrulamak kolaydır. Dolayısı ile standart Lyapunov kararlılık teoreminden faydalanarak analiz edilen (4.4) dinamik modeli ile ifade edilen gecikmeli T-S tipi bulanık Cohen-Grossberg yapay sinir ağının orjininin global asimtotik kararlı olduğu söylenebilir.

4.3. Tartışma

Tez çalışmasının bu bölümünde elde edilmiş olan sonuçların uygulanabilirliğini test etmek için sayısal bir örnek verilmiştir.

Örnek: (4.4) dinamik modeli ile ifade edilen T-S bulanık Cohen Grossberg yapay sinir ağı için $r = 3, n = 3$, seçilmiştir. Sistemin ağ parametreleri olarak aşağıdaki ifadeler belirlenmiştir.

$$A_1 = \begin{bmatrix} a & a & a \\ -a & -a & -a \\ -a & -a & -a \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} a & a & a \\ a & a & a \\ -a & -a & -a \end{bmatrix}, A_3 = \begin{bmatrix} -a & -a & -a \\ a & a & a \\ a & a & a \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} b & b & -b \\ b & -b & -b \\ -b & -b & -b \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} -b & -b & b \\ b & b & b \\ b & -b & b \end{bmatrix}, B_3 = \begin{bmatrix} b & b & b \\ b & -b & b \\ b & b & -b \end{bmatrix}$$

$$\mu = \gamma = \rho = \ell = 1$$

Bu ağ parametreleri ile tanımlanmış sistem için

$$\sum_{r=1}^3 \|A_r\|_2 = 9a,$$

$$\sum_{r=1}^3 \sqrt{\|B_r\|_1 \|B_r\|_\infty} = 9b$$

olacağından (4.4) dinamik modeli ile ifade edilen sistem için kararlılık koşulu Teorem 1'e göre aşağıdaki şekilde belirlenir:

$$\delta = 1 - 9a - 9b > 0$$

$$(a + b) < \frac{1}{9}$$

Ağ parametreleri için sayısal değerler seçilecek olursa yukarıdaki ağ yapısı için

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0,04 & 0,04 & 0,04 \\ -0,04 & -0,04 & -0,04 \\ -0,04 & -0,04 & -0,04 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 0,04 & 0,04 & 0,04 \\ 0,04 & 0,04 & 0,04 \\ -0,04 & -0,04 & -0,04 \end{bmatrix},$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} -0,04 & -0,04 & -0,04 \\ 0,04 & 0,04 & 0,04 \\ -0,04 & -0,04 & -0,04 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0,06 & 0,06 & -0,06 \\ 0,06 & -0,06 & -0,06 \\ -0,06 & -0,06 & -0,06 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} -0,06 & -0,06 & 0,06 \\ 0,06 & 0,06 & 0,06 \\ 0,06 & -0,06 & 0,06 \end{bmatrix},$$

$$B_3 = \begin{bmatrix} 0,06 & 0,06 & 0,06 \\ 0,06 & -0,06 & 0,06 \\ 0,06 & 0,06 & -0,06 \end{bmatrix}$$

$\mu = \gamma = \rho = \ell = 1$ olarak tanımlansın.

Bu ağ parametreleri ile tanımlanmış sistem için

$$\sum_{r=1}^3 \|A_r\|_2 = 0,36,$$

$$\sum_{r=1}^3 \sqrt{\|B_r\|_1 \|B_r\|_\infty} = 0,54$$

olacağından (4.4) dinamik modeli ile ifade edilen sistem için Teorem 1 uygulandığında

$$\delta = 1 - 0,36 - 0,54$$

$$\delta = 0,1 > 0$$

olacaktır. Bu koşullar altında $\delta > 0$ olacağından (4.4) dinamik modeli ile ifade edilen sistem global asimtotik kararlıdır. Böylece (4.4) sisteminin seçilmiş olan ağ parametrelerine göre Teorem 1'in kararlılık koşullarını sağladığı gösterilmiş ve Teorem 1 ile elde edilmiş olan sonuçların uygulanabilirliği test edilmiştir.



5. SONUÇ

Bu tez çalışmasında, bulanık Lyapunov fonksiyonellerinin yeni bir türü kullanılarak, aktivasyon fonksiyonlarının Lipschitz olduğu, gecikmeli Takagi-Sugeno (T-S) tipi bulanık tabanlı Cohen-Grossberg yapay sinir ağlarının global asimtotik kararlılığı üzerine çalışılmış ve bu sınıf yapay sinir ağları için denge noktasının global asimtotik kararlılığı için yeni yeterli koşullar türetilmiştir. Elde edilen kararlılık sonucu, gecikme parametrelerinden bağımsız olarak ara bağlantı matrislerinin normları üzerine bazı sınırlamalar getirdiğinden kolaylıkla doğrulanabilmektedir.

Tez çalışmasında nöron aktivasyon fonksiyonu çözümün varlığı ve tekliğini garanti etmek için Lipschitz sürekli seçilmiştir. Cohen-Grossberg yapay sinir ağı modelinde bulunan davranış ve kuvvetlendirici fonksiyonları için de bazı varsayımlar yapılmıştır. Ayrıca kararlılık analizine geçmeden önce sistemin denge noktası bir dönüşüm işlemi ile orjine taşınmış, böylece belirsiz bir denge noktası yerine sistemin orjininin kararlılığı incelenebilmiştir.

Bu tez çalışmasında standart Cohen-Grossberg yapısı yerine, sistemin dinamik modeline Takagi-Sugeno tipi bulanık tabanlı modellemenin uygulandığı bulanık bir yapı kullanılmıştır. Bu bulanık tabanlı Cohen-Grossberg yapay sinir ağının denge noktasının analizi için de Lyapunov'un doğrudan yaklaşımından faydalanılmıştır. Analizde kullanılan pozitif tanımlı Lyapunov fonksiyoneli, sistemde oluşan gecikmelerden bağımsız kararlılık koşulları türetebilecek, sistemin yapısına uygun radyal sınırsız bulanık bir fonksiyoneldir. Yapılan kararlılık analizi sonucunda Takagi-Sugeno tipi bulanık tabanlı gecikmeli Cohen-Grossberg yapay sinir ağı modeli için gecikmeden bağımsız, denge noktasının kararlılığını garanti eden yeni yeter koşullar elde edilmiştir. Bu analiz sırasında temel vektör-norm ilişkilerinden ve matris teorisinden faydalanılmıştır. Elde edilen bu sonuçların uygulanabilirliğini test etmek için de sayısal bir örnek kullanılmıştır.

Tez çalışmasının içeriğinde bahsedildiği üzere Cohen-Grossberg yapay sinir ağı modelinde, diğer yapay sinir ağlarından farklı olarak, yakınsama hızını kontrol için

kullanılan bir kuvvetlendirici fonksiyonu $D(x(t))$ ve sistemin kararlı noktalarının konumunu ayarlayan bir davranış fonksiyonu bulunmaktadır. Cohen-Grossberg sinir ağının kuvvetlendirici fonksiyonu için $D(x(t)) = 1$, davranış fonksiyonu için de c pozitif bir sabit olmak üzere $C(x(t)) = cx(t)$ eşitliği yazılacak olursa Hopfield tipi yapay sinir ağını ifade eden dinamik denkleme, aktivasyon fonksiyonu olarak parçalı doğrusal (piecewise) aktivasyon fonksiyonu seçildiğinde ise hücrel sinir ağına ait dinamik denkleme ulaşılır. Bunun anlamı Cohen-Grossberg tipi yapay sinir ağlarının Hopfield ve hücrel sinir ağlarına (CNN) göre daha genel bir model olduğudur. Başka bir deyişle Hopfield ve hücrel sinir ağları Cohen-Grossberg tipi yapay sinir ağının özel bir durumudur. Bu nedenle elde edilmiş olan sonuçlar kolaylıkla Hopfield tipi ya da hücrel sinir ağı modellerine kolaylıkla uyarlanabilir ve yine bu sonuçlar farklı tipteki yapay sinir ağlarının kararlılık analizi için de alternatiftir.

Cohen-Grossberg tipi yapay sinir ağları dinamik model olarak daha genel bir yapıya sahip olduğundan bulanık taban yaklaşımı ile birlikte pratik mühendislik problemlerine uygulama alanında yaygın olarak kullanılacağı açıktır. Lineer olmayan sistemler için bulanık tabanlı modelleme, sistemin kullanılacağı mühendislik problemleri için oldukça başarılı bir seçenektir. Bu nedenle literatürdeki dinamik modelleme ile ilgili çalışmaların, analiz için uygun yeni Lyapunov fonksiyonlarının oluşturulması, aktivasyon fonksiyonları olarak kullanılan sürekli fonksiyonlar yerine gecikme parametresinin sisteme etkisini en aza indirecek alternatif fonksiyonlar kullanımı ve probleme uygun bulanık tabanlı modellemeye yöneleceği düşünülmektedir.

KAYNAKLAR

- Ahn, C. K. 2011.** Takagi-Sugeno fuzzy Hopfield neural networks for H-infinity nonlinear system identification. *Neural Processing Letters*, 34(1): 59-70.
- Anderson, D., McNeill, G. 1992.** Artificial Neural Networks Technology. A DACS State-of-the-Art Report, ELIN: A011, New York.
- Anderson, J. A. 1972.** A simple neural network generating on interactive memory. *Mathematical Biosciences*, 14(3): 197-220.
- Arik, S., Orman, Z. 2005.** Global stability analysis of Cohen-Grossberg neural networks with time varying delays. *Physics Letters A*, 341(5-6): 410-421.
- Balasubramaniam, P., Ali, M. S. 2011.** Stability analysis of Takagi-Sugeno fuzzy Cohen-Grossberg BAM neural networks with discrete and distributed time-varying delays. *Mathematical and Computer Modelling*, 53(1-2): 151-160.
- Bao, G., Wen, S., Zeng, Z. 2012.** Robust stability analysis of interval fuzzy Cohen-Grossberg neural networks with piecewise constant argument of generalized type. *Neural Networks*, 33: 32-41.
- Bao, H. 2016.** Existence and exponential stability of periodic solution for BAM fuzzy Cohen-Grossberg neural networks with mixed delays. *Neural Processing Letters*, 43(3): 871-885.
- Broomhead, D. S., Lowe, D. 1988.** Radial basis-functions, multi-variable functional interpolation and adaptive networks. *Royal signals and radar establishment memorandum*, No:4148.
- Chandran, R., Balasubramaniam, P. 2013.** Delay dependent exponential stability for fuzzy recurrent neural networks with interval time-varying delay. *Neural Processing Letters*, 37(2): 147-161.
- Cohen, M.A., Grossberg, S. 1983.** Absolute stability and global pattern formation and parallel memory storage by competitive neural networks. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 13(5): 815-821.
- Cordon, O., Del Jesus, M.J., Herrera, F. 1998.** Genetic Learning of Fuzzy Rule-Based Classification Systems Cooperating with Fuzzy Reasoning Methods. *International Journal of Intelligent Systems*, 13: 1025-1053.
- Farley, B. G., Clark, W. A. 1954.** Simulation of self-organizing systems by digital computers. *IEEE Transactions of Professional Group of Information Theory*, PGIT-4; 76-84.
- Fukushima, K. 1980.** Neocognitron: a self-organizing neural network model for a mechanism of pattern recognition unaffected by shift in position. *Biological Cybernetics*, 36: 193-202.
- Gan, Q., Xu, R., Yang, P. 2010.** Stability analysis of stochastic fuzzy cellular neural networks with time-varying delays and reaction-diffusion terms. *Neural Processing Letters*, 32(1): 45-57.
- Gan, Q. 2013.** Exponential synchronization of stochastic fuzzy cellular neural networks with reaction-diffusion terms via periodically intermittent control, *Neural Processing Letters*, 37(3): 393-410.
- Gopalsamy, K., He, X. 1994.** Stability in asymmetric Hopfield nets with transmission delays. *Physica D:Nonlinear Phenomena*, 76: 344-358.
- Grossberg, S., Carpenter, G. 1987.** ART2: self-organisation of stable category recognition codes for analog input patterns. *Applied Optics*, 26(3):4919-4930.

- He, Y., Wang, Q.G. ve Wu, M. 2005.** LMI-based stability criteria for neural networks with multiple time-varying delays. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 212: 126-136.
- He, D. and Xu, D. 2008.** Attracting and invariant sets of fuzzy Cohen-Grossberg neural networks with time-varying delays. *Physics Letters A*, 372(47): 7057-7062.
- Hebb, D. O. 1949.** Stage of perception: growth of the assembly, The organization of behaviour, Wiley & Sons, New York, 60-78.
- Hopfield, J. J. 1982a.** Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 79: 2554-2558.
- Hopfield, J. J. 1982b.** Neurons with graded response have collective computational properties like those of two state neurons. *Proceedings of the National, Academy of Sciences*, 81: 3088-3092.
- Hou, Y.Y, Liao, T.L., Yan, J.J. 2007.** Stability analysis of Takagi-Sugeno fuzzy cellular neural networks with time-varying delays. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 37(3): 720-726.
- Huang, H., Ho, D.W.C., Lam, J. 2005.** Stochastic stability analysis of fuzzy Hopfield neural networks with time-varying delays. *IEEE Transactions on Circuits Systems-I, Fundamental Theory and Applications*, 52(5): 251-255.
- Ishibuchi, H., Nakashima, T., Morisawa, T. 1999.** Voting in Fuzzy Rule-Based Systems for Pattern Classification Problems. *Fuzzy Set and Systems*, 103(2): 223-238.
- James, W. 1890.** Association: Psychology (Briefer Course), New York: Holt, USA, 253-279.
- Jian, J. and Jiang, W. 2017.** Lagrange exponential stability for fuzzy Cohen-Grossberg neural networks with time-varying delays. *Fuzzy Sets and Systems*, 277: 65-80.
- Joy, M. 1999.** On the global convergence of a class of differential equations with applications in neural networks. *Journal Mathematical Analysis and Applications*, Vol. 232: 61-81.
- Khalil, H. 1992.** Nonlinear Systems. Maxwell Macmillan, Toronto, 564 pp.
- Kohonen, T. 1972.** Correlation matrix memories. *IEEE Transactions on Computers*, 21(4): 353-359.
- Kohonen, T. 1982.** Self-organized formation of topologically correct feature maps. *Biological Cybernetics*, 43: 59-69.
- Li, C., Li, Y., Ye, Y. 2010.** Exponential stability of fuzzy Cohen-Grossberg neural networks with time delays and impulsive effects. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 15(11): 3599-3606. doi:10.1016/j.cnsns.2010.01.001
- Liao, X., Chen,G., Sanchez, E.N. 2002.** LMI-based approach for asymptotic stability analysis of delayed neural networks. *IEEE Transactions on circuits and systems - I*, 49: 1033-1039.
- Mamdani E. H., Assilian, S. 1975.** An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller. *International Journal of Man-Machine Studies*, 7: 1-13.
- Marcus, C.M., Westervelt, R.M. 1989.** Stability of analog neural networks with delay. *Physical Review A*, 39 (1): 347-359.
- Mathiyalagan, K., Park, J. H., Sakthivel, R., Anthoni, S. M. 2014.** Delay fractioning approach to robust exponential stability of fuzzy Cohen-Grossberg neural networks. *Applied Mathematics and Computation*, 230: 451-463.
- McClelland, J. L., Rumelhart, D. E. 1986.** Parallel distributed processing, explorations in the microstructure of cognition. MIT Press Cambridge, MA, 547 pp.

McCulloch, W. S., Pitts, W. A. 1943. A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity. *Buttetin of Mathematics and Biophysics*, 5: 115-133.

Minsky, M., Papert, S. 1969. *Perceptrons*. MIT Press Cambridge, MA, 258 pp.

Narendra, K. S., Parthasarathy, K. 1990. Identification and Control Dynamic Systems Usind Neural Network, *IEEE Transactions on circuits and systems - I*, 1: 4-27.

Nie, X., Zheng, W. X., Cao, J. 2015. Multistability of memristive Cohen-Grossberg neural networks with non-monotonic piecewise linear activation functions and time-varying delays. *Neural Networks*, 71, 27-36.

Nilsson, N. J. 1965. *Learning Machines*. McGraw-Hill, New York, 137 pp.

Öztemel, E. 2006. *Yapay Sinir Ağları*. Papatya Yayıncılık Eğitim, İstanbul, 232 s.

Rosenblatt, F. 1958. The perceptron: A probabilistic model for information storage and organization in the brain. *Psychoanalytic Review*, 65: 386-408.

Roska, T., Wu, C.W., Balsa, M. ve Chua, L.O. 1992. Stability and Dynamics of Delay-Type General and Cellular Neural Networks. *IEEE Transaction on Circuits and Systems-I*, 39 (6): 487-490.

Rumelhart, D. E., Hinton, D. E., Williams, R. J. 1986. Learning representation by backpropagating errors. *Nature*, 323(9): 533-536.

Rumelhart, D. E., McClelland, J. L. 1986. *Parallel distributed processing explorations in the microstructure of cognition: Foundations*. MIT Press Cambridge, MA, USA, 567 pp.

Rumelhart, D. E., McClelland, J. L. 1988. *Parallel distributed processing, explorations in the microstructure of cognition: A handbook of models, programs and exercises*. MIT Press Cambridge, MA, USA, 355 pp.

Senan, S. 2018. An analysis of global stability of Takagi-Sugeno fuzzy Cohen-Grossberg neural networks with time delays. *Neural Processing Letters*, 48(3): 1693-1704.

Specht, D. F. 1988. Probabilistic neural networks for classification, mapping or associative memory. *IEEE Conference on Neural Networks*, 1: 525-532.

Specht, D. F. 1991. A general regression neural network. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2(6): 568-576.

Takagi, T., Sugeno, M. 1985. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 15(1): 116-132.

Tanaka T., Sugeno, M. 1992. Stability Analysis and Design of Fuzzy Control Systems. *Fuzzy Sets & Systems*, 45(2), 135-156.

Tseng, K.H, Tsai, J. S., Lu, C. Y. 2012. Design of delay-dependent exponential estimator for T-S Fuzzy Neural networks with mixed time-varying interval delays using hybrid Taguchi-Genetic algorithm. *Neural Processing Letters*, 36(1): 49-67.

Werbos, P. J. 1974. *Beyond regression: New tools for prediction and analysis in the behavioral sciences*. *Ph. D. Thesis*, Harvard University, Cambridge, MA.

Widrow, B., Hoff, M. E. 1960. Adaptive switching circuits. *IRE WESCON Convention Record*, 4: 96-104.

Xie, W., Zhu, Q. 2015. Mean square exponential stability of stochastic fuzzy delayed Cohen-Grossberg neural networks with expectations in the coefficients. *Neurocomputing*, 166: 133-139.

Yamamoto, H. and Furuhashi, T. 2001. A new sufficient condition for stable fuzzy control system and its design method. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 9(4): 554-569.

Yang, W. 2014. Periodic solution for fuzzy Cohen-Grossberg BAM neural networks with both time-varying and distributed delays and variable coefficients. *Neural Processing Letters*, 40(1): 51-73.

Zadeh L. A. 1973. Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes. *IEEE Transactions Systems, Man and Cybernetics*, 3: 28-44.

Zheng, C.D., Shan, Q. H., Zhang, H., Wang, Z. 2013. On stabilization of stochastic Cohen-Grossberg neural networks with mode-dependent mixed time-delays and Markovian switching. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 24(5): 800-811.

Zheng, C. D., Zhang, X., Wang, Z. 2016. Mode and delay-dependent stochastic stability conditions of fuzzy neural networks with Markovian jump parameters. *Neural Processing Letters*, 43(1): 195-217.

Zurada, J. M. 1992. Introduction to Artificial Neural Systems, West Publishing Company, USA, 758 pp.



ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Samet BARIŞ
Doğum Yeri ve Tarihi : Bursa / 1992
Yabancı Dili : İngilizce

Eğitim Durumu (Kurum ve Yıl)
Lise : Bursa Gazi Anadolu Lisesi, 2010
Lisans : Uludağ Üniversitesi, 2015

Çalıştığı Kurum/Kurumlar :

İletişim (e-posta) : sametbaris1@gmail.com

Yayınları :

Ozcan, N., Baris, S. 2018. Stability Analysis of A Class of Takagi-Sugeno Fuzzy Cohen-Grossberg Neural Networks with Time Delays. *Uludağ University Journal of The Faculty of Engineering*, 23(2); 45-54.