



**T. C.
ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
İŞLETME ANABİLİM DALI
SAYISAL YÖNTEMLER BİLİM DALI**

**ÇOK KRİTERLİ KARAR VERME TEKNİKLERİNDEN
BULANIK TOPSIS VE
BULANIK ANALİTİK HİYERARŞİ SÜRECİ**

(DOKTORA TEZİ)

Burcu ÖZTÜRK

BURSA - 2011



**T. C.
ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
İŞLETME ANABİLİM DALI
SAYISAL YÖNTEMLER BİLİM DALI**

**ÇOK KRİTERLİ KARAR VERME TEKNİKLERİNDEN
BULANIK TOPSIS VE
BULANIK ANALİTİK HİYERARŞİ SÜRECİ**

(DOKTORA TEZİ)

Burcu ÖZTÜRK

**Danışman:
Doç Dr. Zehra BAŞKAYA**

BURSA - 2011

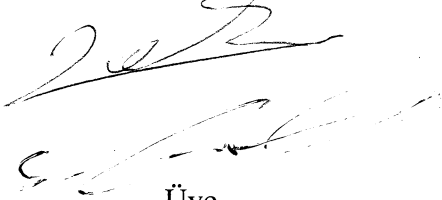
TEZ ONAY SAYFASI

T. C.
ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

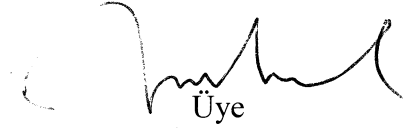
İşletme Anabilim/Anasanat Dalı, Sayısal Yöntemler Bilim Dalı'nda 710514004 numaralı Burcu Öztürk'ün hazırladığı "Çok Kriterli Karar Verme Tekniklerinden Bulanık TOPSIS ve Bulanık Analitik Hiyerarşi Süreci" konulu Doktora çalışması ile ilgili tez savunma sınavı, 23/11/ 2011 günü 11.00-12.00 saatleri arasında yapılmış, sorulan sorulara alınan cevaplar sonunda adayın tezinin/çalışmasının (başarılı/~~başarısız~~) olduğuna(oybirliği/~~oy çokluğu~~) ile karar verilmiştir.

Üye (Tez Danışmanı ve Sınav Komisyonu
Başkanı)

Doç. Dr. Zehra BAŞKAYA
Uludağ Üniversitesi



Üye
Prof. Dr. Sacit ERTAŞ
Uludağ Üniversitesi



Üye
Prof. Dr. İbrahim LAZOL
Uludağ Üniversitesi



Üye
Prof. Dr. Tuncer TOKOL
Uludağ Üniversitesi



Üye
Yrd. Doç. Dr. Cüneyt AKAR
Balıkesir Üniversitesi

23/11/ 2011

ÖZET

Yazar Adı ve Soyadı : Burcu ÖZTÜRK
Üniversite : Uludağ Üniversitesi
Enstitü : Sosyal Bilimler Enstitüsü
Anabilim Dalı : İşletme
Bilim Dalı : Sayısal Yöntemler
Tezin Niteliği : Doktora Tezi
Sayfa Sayısı : XXVI + 295
Mezuniyet Tarihi : / / 20.....
Tez Danışman(lar)ı : Doç. Dr. Zehra BAŞKAYA

Çok Kriterli Karar Verme Tekniklerinden Bulanık TOPSIS ve Bulanık Analitik Hiyerarşi Süreci

Piyasa koşullarındaki belirsizlikler ve yoğun rekabet dolayısıyla tam ve kesin bilgi akışının sağlanması işletmeler için giderek zorlaşmaktadır. Karar vericilerin sözel değerlendirmeleri nedeniyle karar sürecinde bir belirsizlik ortaya çıkmaktadır. Bu tür belirsizlikler, matematiksel olarak bulanık sayılar ile ifade edilmektedir. İşletmelere değer katacak doğru kararların verilmesi için büyük ölçekli problemlerin çözüme ulaştırılması gerekmektedir. Bu tür problemlerde karar verme sürecinde değerlendirilmesi gereken pek çok kriter ve alternatif bulunmaktadır. Bir karar probleminde birden fazla kriterin bir arada değerlendirilmesi söz konusu olduğunda çok kriterli karar verme teknikleri kullanılmaktadır. Bu çalışmada, bulanık çok kriterli karar karar problemlerinin çözümünde kullanılan bulanık TOPSIS ve bulanık AHS teknikleri incelenmiştir. Çalışmada, mağazalar zinciri bulunan bir işletmenin satış elemanı seçim süreci bulanık TOPSIS, bir ekmek fabrikasının un ve ambalaj tedarikçisi değerlendirme süreci ise bulanık AHS ile analiz edilmiştir. Bulanık TOPSIS algoritması, üçgen ve yamuk bulanık sayılar ile uygulanıp aralarındaki ilişki ve karar vericilerin bireysel kararları arasındaki ilişkiler Spearman sıra korelasyon katsayısı ile ölçülmüştür. Üçgen ve yamuk bulanık sayılar ile yapılan değerlendirmeler arasında çok yüksek derecede pozitif bir ilişki, karar vericilerin bireysel kararları arasında ise, yüksek derecede pozitif bir ilişki olduğu görülmüştür. Bulanık AHS probleminde ise genişletilmiş analiz, toplam integral ve çalışma kapsamında önerilen bulanık VZAHS ile uygulanmıştır. Genişletilmiş analiz tekniğinin sakıncaları ortaya konmuş ve önerilen tekniğin bulanık AHS problemlerine uygulanabilir olduğu sonucuna varılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Bulanık sayılar, bulanık ortamda karar verme, bulanık çok kriterli karar verme, bulanık TOPSIS, bulanık AHS, bulanık VZAHS.

ABSTRACT

Name and Surname : Burcu ÖZTÜRK
University : Uludağ University
Institution : Social Science Institution
Field : Business Administration
Branch : Numerical Methods
Degree Awarded : PhD
Page Number : XXVI + 295
Degree Date : / / 20.....
Supervisor (s) : Doç. Dr. Zehra BAŞKAYA

Fuzzy TOPSIS And Fuzzy Analytic Hierarch Process In Multi Criteria Decision Making Techniques

Attainment of complete and certain information flow becomes harder for businesses because of the uncertainty in market conditions and heavy competition. There exists an uncertainty in decision process because of people's linguistic evaluations. Fuzzy numbers are used to express this kind of uncertainty mathematically. In order to make right decisions that add values to businesses, large scale problems need to be solved. In these problems, there has been lots of criterias and alternatives that need to be evaluated in decision process. In the case of evaluating multi criteria together in decision problems multi criteria decision making techniques are used. In this study fuzzy TOPSIS and fuzzy AHP is investigated that is used for solution of multi criteria decision making problems. A firm's salesperson selection process is analyzed with the help of fuzzy TOPSIS algorithm and a bread factory's flour and package supplier evaluation process is analyzed with fuzzy AHP. Fuzzy TOPSIS technique is used with triangular and trapezoidal fuzzy numbers. The relationship between the solutions and individual decisions between decision makers is measured with Spearman rank correlation coefficient. A very high positive relationship between triangular and trapezoidal fuzzy numbers evaluations and a high positive relationship between individual decisions of decision makers is seen. Fuzzy AHP is applied with extended analysis, total integral and proposed technique fuzzy DEAHP. The drawbacks of extended analysis technique is stated and as a result the proposed technique is applicable for fuzzy AHP.

Key Words: Fuzzy numbers, decision making in fuzzy environment, fuzzy multi criteria decision making, fuzzy TOPSIS, fuzzy AHP, fuzzy DEAHP.

ÖNSÖZ

Çalışmanın hazırlık süresince yaptığı rehberlik ve yardımlarından dolayı değerli hocam ve danışmanın Doç. Dr. Zehra BAŞKAYA'ya teşekkür ve saygılarımı sunarım.

Çalışmanın hazırlık süresince yapıcı eleştirileri ile yol gösteren değerli hocalarım Prof. Dr. İbrahim LAZOL'a ve Prof Dr. Sacit ERTAŞ'a teşekkür ve saygılarımı sunarım.

İşletme uygulamalarında yardımcı olan işletme yöneticilerine özellikle Mehmet CEYLAN'a çok teşekkür ederim.

Burcu ÖZTÜRK

26.10.2011

Bursa

İÇİNDEKİLER

	Sayfa No
ÖZET	iii
ABSTRACT	iv
ÖNSÖZ	v
İÇİNDEKİLER	vi
KISALTMALAR	xiii
TABLolar LİSTESİ	xiv
ŞEKİLLER LİSTESİ	xxv
GİRİŞ	1

I. BÖLÜM

BULANIK MANTIK, BULANIK KÜME TEORİSİ VE BULANIK SAYILAR

1. BULANIK MANTIK	4
1.1. Klasik Mantıktan Bulanık Mantığa Geçiş	4
1.1.1. Çok Değerli Mantık	5
1.1.2. n-Değerli ve Sonsuz-Değerli Mantık	6
1.2. Bulanık Mantığın Tanımı	7
1.3. Bulanık Mantık ve Olasılık Teorisi	10
1.4. Sözel Belirsizlik ve Bulanık Mantık	12
1.5. Bulanık Önergeler ve Sözel Değişkenler	12
1.6. Bulanık Mantıkta Doğruluk Değerleri	14
2. BULANIK KÜME TEORİSİ	16
2.1. Klasik Kümelerde Üyelik:	16
2.2. Bulanık Kümeler	18
2.3. Bulanık Küme Türleri	21
2.4. Bulanık Kümelerde İşlemler	22

2.4.1. Bulanık Kümelerde Tümleme İşlemi:	25
2.4.2. Bulanık Kümelerde Birleşim İşlemi:	27
2.4.3. Bulanık Kümelerde Kesişim İşlemi:	28
2.4.4. α -Kesim Kümesi	30
2.4.5. Dışbükey (Konveks) Bulanık Küme:	32
3. BULANIK SAYILAR	34
3.1. Üyelik Fonksiyonlarının Özellikleri	34
3.2. Üyelik Fonksiyonu Türleri	35
3.2.1. Tekil Üyelik Fonksiyonu	35
3.2.2. Üçgen üyelik fonksiyonu	36
3.2.3. Yamuk üyelik fonksiyonu	37
3.2.4. Gaussian üyelik fonksiyonu	38
3.2.5. Çan şekilli üyelik fonksiyonu	39
3.2.6. Sigmoidal üyelik fonksiyonu	40
3.2.7. S tipi üyelik fonksiyonu	41
3.3. Bulanık Sayı Kavramı	42
3.3.1. Bulanık Sayılar ve Aralık İşlemleri	43
3.3.2. α -kesim Aralığı İşlemleri	46
3.3.3. Genişleme Prensipleri ve Bulanık Sayı İşlemleri	47
3.3.4. Üçgen Bulanık Sayılarda İşlemler	48
3.3.4.1. Üçgen bulanık sayılarda toplama, çıkarma ve simetrik görüntü işlemleri ..	49
3.3.4.2. Üçgen bulanık sayılarda çarpma ve bölme işlemlerinde yaklaşık değer bulma	49
3.3.5. Yamuk Bulanık Sayılarda İşlemler	51
3.3.5.1. Yamuk bulanık sayılarda toplama ve çıkarma işlemleri	52
3.3.5.2. Yamuk bulanık sayılarda çarpma ve bölme işlemlerinde yaklaşık değer bulma	52
4. BULANIK SAYILARDA DURULAŞTIRMA (DEFUZZIFICATION) İŞLEMİ	54
4.1. Maksimum Üyelik Yöntemi	55
4.2. Ortalama Maksimum Üyelik Yöntemi	56
4.3. En Büyük İlk veya Son Üyelik Derecesi Yöntemi	57
4.4. Ağırlıklı Ortalama Yöntemi	57

4.5. Ağırlık Merkezi Yöntemi	58
4.6. Yager Sıralama İndeksi	59

II. BÖLÜM

BULANIK TEK AMAÇLI KARAR VERME SÜRECİ

1. KARAR VERME SÜRECİ	60
2. BULANIK ORTAMDA KARAR VERME	64
3. BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA	68
3.1. Klasik Doğrusal Programlama Modeli	68
3.2. Bulanık Doğrusal Programlama Modelleri	73
3.3. Bulanık VZA (Veri Zarflama Analizi)	77
3.3.1. Klasik VZA	77
3.3.1.1. VZA'nın Matematiksel Modelleri	81
3.3.1.1.1. Girdiye Yönelik Doğrusal Programlama Modeli	81
3.3.1.1.2. Çıktıya Yönelik Doğrusal Programlama Modeli	84
3.3.2. Bulanık VZA Modelleri	85
3.3.2.1. Kao-Liu Bulanık VZA Modeli	88
3.3.2.2. Saati, Memariani ve Johanshahloo Bulanık VZA Modeli	97
3.3.2.3. Lertworasirikul Modelleri	103
3.3.2.3.1. En iyi – En iyi modeli	103
3.3.2.3.2. En kötü – En kötü modeli	104
3.3.2.3.3. En iyi – En kötü modeli	105
3.3.2.3.4. En kötü – En iyi modeli	106

III. BÖLÜM

BULANIK ÇOK KRİTERLİ KARAR VERME TEKNİKLERİ: BULANIK TOPSIS VE BULANIK ANALİTİK HİYERARŞİ SÜRECİ

1. ÇOK KRİTERLİ KARAR VERME	108
2. BULANIK TOPSIS (TECHNIQUE FOR ORDER PERFORMANCE BY SIMILARITY TO IDEAL SOLUTION) ALGORİTMASI.....	112
2.1. Klasik TOPSIS Algoritması.....	112
2.2. Bulanık TOPSIS Algoritması	115
2.2.1. Vertex Metodu.....	117
2.2.2. Bulanık TOPSIS Algoritmasında Üçgen Bulanık Sayıların Kullanımı.....	120
2.2.3. Bulanık TOPSIS Algoritmasında Yamuk Bulanık Sayıların Kullanımı	125
3. BULANIK AHS (ANALİTİK HİYERARŞİ SÜRECİ)	132
3.1. Klasik AHS	132
3.1.2. AHS'nin Uygulama Aşamaları ve Matematiksel Yapısı.....	133
3.2. Bulanık AHS	142
3.2.1. Üçgen Bulanık Sayılar ve Bulanık AHS.....	144
3.2.2. Bulanık AHS'nin Matematiksel Yapısı ve Uygulama Aşamaları.....	146
3.2.3. Chang'in Genişletilmiş Analiz Tekniği	149
3.2.4. Liou ve Wang'ın Toplam İntegral Tekniği.....	153
3.2.5. Bulanık VZAHS (Veri Zarflama Analitik Hiyerarşi Süreci)	156
3.2.5.1. Klasik VZAHS	156
3.2.5.2. Bulanık VZAHS	160
3.2.5.2.1. Bulanık VZAHS'nin Uygulanması.....	167

IV. BÖLÜM
ÇOK KRİTERLİ KARAR PROBLEMLERİNİN ÇÖZÜMÜNDE BULANIK
TOPSIS VE BULANIK AHS'İN UYGULANMASI

1. BULANIK TOPSIS İLE SATIŞ ELEMANI ADAYLARININ DEĞERLENDİRİLMESİ	169
1.1. Çalışmanın Amacı	169
1.2. Çalışmanın Kapsamı	169
1.3. Çalışmanın Yöntemi	173
1.3.1. Spearman sıra korelasyon katsayısı	174
1.4. Bulanık TOPSIS Algoritmasının Satış Elemanı Seçim Sürecine Uygulanması	175
1.4.1. Karar vericilerin ve kriterlerin seçilmesi	175
1.4.2. Sözel değişkenler kullanılarak değerlendirmelerin yapılması	178
1.4.3. Değerlendirmelerin bulanık sayılara dönüştürülmesi ve bulanık karar matrislerinin oluşturulması	178
1.4.4. Ağırlıklı normalize edilmiş bulanık karar matrislerinin oluşturulması	181
1.4.5. Bulanık pozitif ve negatif ideal çözümün belirlenmesi	181
1.4.6. Alternatiflerin bulanık pozitif ve negatif ideal çözümden uzaklıklarının hesaplanması, yakınlık katsayılarının bulunması ve alternatiflerin yakınlık katsayılarına göre sıralanması	186
1.4.7. Sonuçların Değerlendirilmesi	186
2. BULANIK ANALİTİK HİYERARŞİ SÜRECİ İLE BİR EKMEK FABRİKASININ UN VE AMBALAJ TEDARİKÇİLERİNİN DEĞERLENDİRİLMESİ	191
2.1. Çalışmanın Amacı	191
2.2. Çalışmanın Kapsamı	191
2.3. Çalışmanın Yöntemi	193
2.4. Bulanık AHS'nin Uygulanması	195
2.4.1. Un tedarikçilerinin değerlendirilmesi	195
2.4.1.1. Amacın ana kriterlerin ve alt kriterlerin belirlenmesi, hiyerarşik yapının oluşturulması	195
2.4.1.2. Bulanık ikili karşılaştırma matrislerinin oluşturulması ve öncelik ağırlıklarının hesaplanması	199

2.4.1.2.1. Kalite ana kriteri ve alt kriterleri için yapılan ikili karşılaştırmalar ve hesaplamalar.....	199
2.4.1.2.2. Teslimat ana kriteri ve alt kriterleri için yapılan ikili karşılaştırmalar ve hesaplamalar.....	225
2.4.1.2.3. Fiyat/maliyet ana kriteri ve alt kriterleri için yapılan ikili karşılaştırmalar ve hesaplamalar	226
2.4.1.2.4. Esneklik ana kriteri ve alt kriterleri için yapılan ikili karşılaştırmalar ve hesaplamalar.....	231
2.4.1.2.5. Satış sonrası hizmet ana kriteri ve alt kriterleri için yapılan ikili karşılaştırmalar ve hesaplamalar	233
2.4.1.2.6. Amaca göre ana kriterler için yapılan ikili karşılaştırmalar ve hesaplamalar.....	234
2.4.1.3. Öncelik ağırlıklarının birleştirilmesi.....	234
2.4.2. Ambalaj tedarikçilerinin değerlendirilmesi	241
2.4.2.1. Amacın, ana kriterlerin ve alt kriterlerin belirlenmesi, hiyerarşik yapının oluşturulması.....	241
2.4.2.2. Bulanık ikili karşılaştırma matrislerinin oluşturulması ve öncelik ağırlıklarının hesaplanması	245
2.4.2.2.1. Kalite ana kriteri ve alt kriterleri için yapılan ikili karşılaştırmalar ve hesaplamalar.....	245
2.4.2.2.2. Teslimat ana kriteri ve alt kriterleri için yapılan ikili karşılaştırmalar ve hesaplamalar.....	249
2.4.2.2.3. Fiyat/maliyet ana kriteri ve alt kriterleri için yapılan ikili karşılaştırmalar ve hesaplamalar	250
2.4.2.2.4. Esneklik ana kriteri ve alt kriterleri için yapılan ikili karşılaştırmalar ve hesaplamalar.....	254
2.4.2.2.5. Satış Sonrası Hizmet Ana Kriteri ve Alt Kriterleri İçin Yapılan İkili Karşılaştırmalar ve Hesaplamalar	255
2.4.2.2.6. Yenilikçilik ana kriteri ve alt kriterleri için yapılan ikili karşılaştırmalar ve hesaplamalar	256
2.4.2.2.6. Amaca göre ana kriterler için yapılan ikili karşılaştırmalar ve hesaplamalar.....	256

2.4.2.3. Öncelik Ağırlıklarının Birleştirilmesi.....	257
2.4.3. Sonuçların değerlendirilmesi	262
SONUÇ	272
KAYNAKLAR.....	278
ÖZGEÇMİŞ.....	295

KISALTMALAR

Kısaltma	Bibliyografik Bilgi
a.g.m.	Adı geçen makale
a.g.e.	Adı geçen eser
A_1, \dots, A_{34}	Satış elemanı adayları
AHS	Analitik hiyerarşi süreci
BD	Biraz düşük
Bİ	Biraz iyi
BK	Biraz kötü
BY	Biraz yüksek
ÇD	Çok düşük
Çİ	Çok iyi
ÇK	Çok kötü
ÇY	Çok yüksek
D	Düşük
Inf	Alt sınır
İ	İyi
K	Kötü
K_1, \dots, K_n	Kriterler
KVB	Karar verme birimi
Maks	Maksimum
Min	Minimum
O	Orta
Sup	Üst sınır
TOPSIS	Technique for order performance by similarity to ideal solution
VZA	Veri zarflama analizi
VZAHS	Veri zarflama analitik hiyerarşi süreci
Y	Yüksek

TABLolar LİSTESİ

Tablo 1. 1: Bulanık Küme Türleri	23
Tablo 2. 1: Bulanık Doğrusal Programlama Problemlerinde Bulanıklığın Türleri.....	75
Tablo 3. 1:Kriterler İçin Görelİ Önem Ağırlıklarını Gösteren Sözel Değişkenler ve Üçgen Bulanık Sayı Olarak İfadeleri.....	120
Tablo 3. 2: Alternatiflerin Değerlendirilmesi İçin Kullanılan Sözel Değişkenler ve Üçgen Bulanık Sayı Olarak İfadeleri.....	121
Tablo 3. 3: Kriterler İçin Görelİ Önem Ağırlıklarını Gösteren Sözel Değişkenler ve Yamuk Bulanık Sayı Olarak İfadeleri.....	126
Tablo 3. 4: Alternatiflerin Değerlendirilmesi İçin Kullanılan Sözel Değişkenler ve Yamuk Bulanık Sayı Olarak İfadeleri.....	126
Tablo 3. 5: Yakınlık Katsayısı Nedeniyle Seçilen Alternatifin Kabul Durumu.....	131
Tablo 3. 6: AHS'de Kullanılan Görelİ Önem Ölçeği	138
Tablo 3. 7: AHS'de Rassal Tutarlılık İndeksi	141
Tablo 3. 8: AHS'de Bulanık Önem Ölçeği	147
Tablo 3. 9: AHS'de Bulanık Önem Ölçeği	148
Tablo 3. 10: AHS ve VZAHS Karar Matrisleri.....	158
Tablo 3. 11: Örnek Karar Matrisi	158
Tablo 3. 12: Bulanık Önem Dereceleri ve α -Kesim Aralıkları	167
Tablo 3. 13: Bulanık VZAHS'de Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisinin Değişimi.....	168
Tablo 4. 1: Karar Kriterlerinin Önem Ağırlıkları için Sözel Değişkenler.....	178
Tablo 4. 2: Satış Elemanı Adaylarının Performansları için Sözel Değişkenler	179
Tablo 4. 3: Üçgen Bulanık Sayılar ile Önem Ağırlıkları için Grup Kararı.....	180
Tablo 4. 4: Yamuk Bulanık Sayılar ile Önem Ağırlıkları için Grup Kararı.....	180
Tablo 4. 5: Üçgen Bulanık Sayılar ile Oluşturulan Bulanık Karar Matrisi.....	182
Tablo 4. 6: Yamuk Bulanık Sayılar ile Oluşturulan Bulanık Karar Matrisi	183
Tablo 4. 7: Üçgen Bulanık Sayılar ile Oluşturulan Ağırlıklı Normalize Edilmiş Bulanık Karar Matrisi	184
Tablo 4. 8: Yamuk Bulanık Sayılar ile Oluşturulan Ağırlıklı Normalize Edilmiş Bulanık Karar Matrisi	185

Tablo 4. 9: Bulanık Negatif ve Pozitif İdeal Çözümde Uzaklıklar, Yakınlık Katsayıları ve Alternatiflerin Sıralanması.....	187
Tablo 4. 10: Alternatifler için Hesaplanan Genel Sonuçlar ve Sıralamalar.....	188
Tablo 4. 11: Grup Kararları için Spearman Sıra Korelasyon Katsayısının Hesaplanması	189
Tablo 4. 12: Ekmeklik Lüks (Tip 650) Beyaz Unun Kalitesi Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi (k_{111}).....	199
Tablo 4. 13: Ekmeklik Lüks (Tip 650) Beyaz Unun Kalitesi Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Çıktı ve Girdi Değerleri.....	201
Tablo 4. 14: Ekmeklik Lüks (Tip 650) Beyaz Unun Kalitesi Alt Kriterine Göre Çıktılar ve Girdinin α -Kesim Aralıkları.....	201
Tablo 4. 15: Ekmeklik Lüks (Tip 650) Beyaz Unun Kalitesi Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları.....	204
Tablo 4. 16: Ekmeklik Normal (Tip 550) Beyaz Unun Kalitesi Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi (k_{112}).....	204
Tablo 4. 17: Ekmeklik Normal (Tip 550) Beyaz Unun Kalitesi Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Çıktı ve Girdi Değerleri.....	206
Tablo 4. 18: Ekmeklik Normal (Tip 550) Beyaz Unun Kalitesi Alt Kriterine Göre Çıktılar ve Girdinin α -Kesim Aralıkları.....	206
Tablo 4. 19: Ekmeklik Normal (Tip 550) Beyaz Unun Kalitesi Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları.....	208
Tablo 4. 20: Pastalık-Böreklik Beyaz Unun Kalitesi Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi (k_{113}).....	208
Tablo 4. 21: Pastalık-Böreklik Beyaz Unun Kalitesi Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Çıktı ve Girdi Değerleri.....	210
Tablo 4. 22: Pastalık-Böreklik Beyaz Unun Kalitesi Alt Kriterine Göre Çıktılar ve Girdinin α -Kesim Aralıkları.....	211
Tablo 4. 23: Pastalık-Böreklik Beyaz Unun Kalitesi Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları.....	213
Tablo 4. 24: İnce Buğday Kepeğinin Kalitesi Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi (k_{131}).....	213
Tablo 4. 25: İnce Buğday Kepeğinin Kalitesi Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Çıktı ve Girdi Değerleri.....	215

Tablo 4. 26: İnce Buğday Kepeğinin Kalitesi Alt Kriterine Göre Çıktılar ve Girdinin α -Kesim Aralıkları	215
Tablo 4. 27: İnce Buğday Kepeğinin Kalitesi Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları.....	218
Tablo 4. 28: Kaba Buğday Kepeğinin Kalitesi Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi (k_{132}).....	218
Tablo 4. 29: Kaba Buğday Kepeğinin Kalitesi Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Çıktı ve Girdi Değerleri.....	220
Tablo 4. 30: Kaba Buğday Kepeğinin Kalitesi Alt Kriterine Göre Çıktılar ve Girdinin α -Kesim Aralıkları	220
Tablo 4. 31: Kaba Buğday Kepeğinin Kalitesi Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları.....	222
Tablo 4. 32: Beyaz Unun Kalitesi Alt Kriterinin Alt Kriterlerinin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Önem Ağırlıkları (k_{11})	222
Tablo 4. 33: Çavdar Ununun Kalitesi Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (k_{12})	222
Tablo 4. 34: Tam Buğday Ununun Kalitesi Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (k_{14})	223
Tablo 4. 35: Unun Kalitesi Alt Kriterinin Alt Kriterlerinin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi (K_1).....	223
Tablo 4. 36: Unun Kalitesi Alt Kriterinin Alt Kriterlerinin Normalize Edilmiş Önem Ağırlıkları.....	223
Tablo 4. 37: Ürünlerin Üretim Sistemine Uygunluğu Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (K_2)	223
Tablo 4. 38: Kalite Standartlarına Uyum Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (K_3)	224
Tablo 4. 39: Ürünlerdeki Kusur Miktarı Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (K_4)	224
Tablo 4. 40: KALİTE Ana Kriterinin Alt Kriterlerinin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi	224
Tablo 4. 41: KALİTE Ana Kriterinin Alt Kriterlerinin Normalize Edilmiş Önem Ağırlıkları	224

Tablo 4. 42: Teslim Koşulları Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (T_1).....	225
Tablo 4. 43: Teslim Süresi Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (T_2).....	225
Tablo 4. 44: Teslim Hataları Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (T_3).....	225
Tablo 4. 45: TESLİMAT Ana Kriterinin Alt Kriterlerinin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Önem Ağırlıkları.....	226
Tablo 4. 46:Ekmeçlik Lüks Beyaz Unun Fiyatı Alt Kriterlerinin Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (f_{111}).....	226
Tablo 4. 47:Ekmeçlik Normal Beyaz Unun Fiyatı Alt Kriterlerinin Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (f_{112}).....	227
Tablo 4. 48:Pastalık-Böreklik Beyaz Unun Fiyatı Alt Kriterlerinin Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (F_{113}).....	227
Tablo 4. 49: Beyaz Unun Fiyatı Alt Kriterinin Alt Kriterlerinin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Önem Ağırlıkları (f_{11}).....	228
Tablo 4. 50:Çavdar Unununun Fiyatı Alt Kriterlerinin Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (F_{12}).....	228
Tablo 4. 51:İnce Buğday Kepeğinin Fiyatı Alt Kriterlerinin Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (f_{131}).....	228
Tablo 4. 52:Kaba Buğday Kepeğinin Fiyatı Alt Kriterlerinin Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (f_{132}).....	228
Tablo 4. 53:Tam Buğday Unununun Fiyatı Alt Kriterlerinin Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (f_{14}).....	229
Tablo 4. 54:Unun Fiyatı Alt Kriterinin Alt Kriterlerinin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi (F_1).....	229
Tablo 4. 55:Unun Fiyatı Alt Kriterinin Alt Kriterlerinin Normalize Edilmiş Önem Ağırlıkları.....	229
Tablo 4. 56:Maliyet Azaltma Kapasitesi Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (F_2).....	229
Tablo 4. 57: Sipariş Maliyeti Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (F_3).....	230

Tablo 4. 58: Un Fiyatlarının Piyasa Fiyatlarına Uygunluğu Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (F ₄)	230
Tablo 4. 59: FİYAT/MALİYET Ana Kriterinin Alt Kriterlerinin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi.....	230
Tablo 4. 60: FİYAT/MALİYET Ana Kriterinin Alt Kriterlerinin Normalize Edilmiş Önem Ağırlıkları	230
Tablo 4. 61: Kısa Hazırlık Zamanı Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (E ₁)	231
Tablo 4. 62: Acil Gereksinimlere Cevap Verebilme Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (E ₂).....	231
Tablo 4. 63: İstenilen Miktarda Ürünü Tedarik Etme Becerisi Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (E ₃).....	231
Tablo 4. 64:Ödeme Koşullarında Esneklik Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (E ₄)	232
Tablo 4. 65: ESNEKLİK Ana Kriterinin Alt Kriterlerinin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi	232
Tablo 4. 66: ESNEKLİK Ana Kriterinin Alt Kriterlerinin Normalize Edilmiş Önem Ağırlıkları	232
Tablo 4. 67:İade Koşulları Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (S ₁)	233
Tablo 4. 68: Ürünün Takibi ve Geliştirilmesi Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (S ₂)	233
Tablo 4. 69: SATIŞ SONRASI HİZMET Ana Kriterinin Alt Kriterlerinin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Önem Ağırlıkları	233
Tablo 4. 70: AMACA Göre Ana Kriterlerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi.....	234
Tablo 4. 71: AMACA Göre Ana Kriterlerin Normalize Edilmiş Önem Ağırlıkları	234
Tablo 4. 72: Beyaz Unun Kalitesi İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi ..	234
Tablo 4. 73: Buğday Kepeğinin Kalitesi İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi	235

Tablo 4. 74: Genişletilmiş Analiz Tekniği İle Unun Kalitesi (K_1) İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi.....	235
Tablo 4. 75: Toplam İntegral Tekniği İle Unun Kalitesi (K_1) İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi.....	235
Tablo 4. 76: Bulanık VZAHS Tekniği İle Unun Kalitesi (K_1) İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi.....	236
Tablo 4. 77: Genişletilmiş Analiz Tekniği İle KALİTE Ana Kriteri İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi.....	236
Tablo 4. 78: Toplam İntegral Tekniği İle KALİTE Ana Kriteri İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi.....	236
Tablo 4. 79: Bulanık VZAHS Tekniği İle KALİTE Ana Kriteri İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi.....	236
Tablo 4. 80: TESLİMAT Ana Kriteri İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi	237
Tablo 4. 81: Beyaz Unun Fiyatı İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi	237
Tablo 4. 82: Buğday Kepeğinin Fiyatı İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi	237
Tablo 4. 83: Genişletilmiş Analiz Tekniği İle Unun Fiyatı (F_1) İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi.....	238
Tablo 4. 84: Toplam İntegral Tekniği İle Unun Fiyatı (F_1) İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi.....	238
Tablo 4. 85: Bulanık VZAHS Tekniği İle Unun Fiyatı (F_1) İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi.....	238
Tablo 4. 86: Genişletilmiş Analiz Tekniği İle FİYAT/MALİYET Ana Kriteri İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi.....	238
Tablo 4. 87: Toplam İntegral Tekniği İle FİYAT/MALİYET Ana Kriteri İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi.....	239
Tablo 4. 88: Bulanık VZAHS Tekniği İle FİYAT/MALİYET Ana Kriteri İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi.....	239
Tablo 4. 89: Genişletilmiş Analiz Tekniği İle ESNEKLİK Ana Kriteri İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi.....	239

Tablo 4. 90: Toplam İntegral Tekniği İle ESNEKLİK Ana Kriteri İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi.....	239
Tablo 4. 91: Bulanık VZAHŞ Tekniği İle ESNEKLİK Ana Kriteri İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi.....	240
Tablo 4. 92: SATIŞ SONRASI HİZMET Ana Kriteri İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi.....	240
Tablo 4. 93: Genişletilmiş Analiz Tekniği İle AMACA Göre Ana Kriterler İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi.....	240
Tablo 4. 94: Toplam İntegral Tekniği İle AMACA Göre Ana Kriterler İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi.....	241
Tablo 4. 95: Bulanık VZAHŞ Tekniği İle AMACA Göre Ana Kriterler İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi.....	241
Tablo 4. 96: Baskılı Poşetin Kalitesi (k_{111}) Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları	245
Tablo 4. 97: Baskısız Poşetin Kalitesi (k_{112}) Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları	245
Tablo 4. 98: Poşetin Kalitesi (K_{11}) Alt Kriterinin Alt Kriterlerinin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Önem Ağırlıkları	245
Tablo 4. 99: Ambalaj Kağının Kalitesi (K_{12}) Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları.....	246
Tablo 4. 100: Pencerele Kесе Kağının Kalitesi (k_{131}) Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları.....	246
Tablo 4. 101: Penceresiz Kесе Kağının Kalitesi (k_{132}) Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları.....	246
Tablo 4. 102: Kесе Kağının Kalitesi (K_{13}) Alt Kriterinin Alt Kriterlerinin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Önem Ağırlıkları	247
Tablo 4. 103: şerbetli Tatlı Kutusunun Kalitesi (k_{141}) Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları.....	247
Tablo 4. 104: Kuru Pasta Kutusunun Kalitesi (k_{142}) Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları.....	247
Tablo 4. 105: Pasta Kutusunun Kalitesi (K_{14}) Alt Kriterinin Alt Kriterlerinin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Önem Ağırlıkları	247

Tablo 4. 106: Ambalajın Kalitesi Alt Kriterinin Alt Kriterlerinin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi (K_1).....	248
Tablo 4. 107: Ambalajın Kalitesi Alt Kriterinin Alt Kriterlerinin Normalize Edilmiş Önem Ağırlıkları.....	248
Tablo 4. 108: Ürünlerin Çevreye Duyarlılığı Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (K_2).....	248
Tablo 4. 109: Kalite Standartlarına Uyum Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (K_3).....	248
Tablo 4. 110: Ürünlerdeki Kusur Miktarı Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (K_4).....	249
Tablo 4. 111: Teslim Koşulları Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (T_1).....	249
Tablo 4. 112: Teslim Süresi Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (T_2).....	249
Tablo 4. 113: Teslim Hataları Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (T_3).....	250
Tablo 4. 114: Baskılı Poşetin Fiyatı Alt Kriterlerinin Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (f_{111}).....	250
Tablo 4. 115: Baskısız Poşetin Fiyatı Alt Kriterlerinin Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (f_{112}).....	250
Tablo 4. 116: Poşetin Fiyatı Alt Kriterinin Alt Kriterlerinin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Önem Ağırlıkları (F_{11}).....	250
Tablo 4. 117: Ambalaj Kağıdının Fiyatı Alt Kriterlerinin Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (F_{12}).....	251
Tablo 4. 118:Pencereli Kese Kağıdının Fiyatı Alt Kriterlerinin Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (f_{131}).....	251
Tablo 4. 119: Penceresiz Kese Kağıdının Fiyatı Alt Kriterlerinin Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (f_{132}).....	251
Tablo 4. 120: Kese Kağıdının Fiyatı Alt Kriterinin Alt Kriterlerinin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Önem Ağırlıkları (F_{13}).....	251
Tablo 4. 121: Şerbetli Tatlı Kutusunun Fiyatı Alt Kriterlerinin Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (f_{141}).....	252

Tablo 4. 122: Kuru Pasta Kutusunun Fiyatı Alt Kriterlerinin Normalize Edilmiş Öncelik Ağrılıkları (f_{142})	252
Tablo 4. 123: Pasta Kutusunun Fiyatı Alt Kriterinin Alt Kriterlerinin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Önem Ağrılıkları (F_{14})	252
Tablo 4. 124: Ambalajın Fiyatı Alt Kriterinin Alt Kriterlerinin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi (F_1)	252
Tablo 4. 125: Ambalajın Fiyatı Alt Kriterinin Alt Kriterlerinin Normalize Edilmiş Önem Ağrılıkları	253
Tablo 4. 126: Maliyet Azaltma Kapasitesi Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağrılıkları (F_2).....	253
Tablo 4. 127: Sipariş Maliyeti Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağrılıkları (F_3)	253
Tablo 4. 128: Ambalaj Fiyatlarının Piyasa Fiyatlarına Uygunluğu Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağrılıkları (F_4)	253
Tablo 4. 129: Kısa Hazırlık Zamanı Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağrılıkları (E_1)	254
Tablo 4. 130: Acil Gereksinimlere Cevap Verebilme Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağrılıkları (E_2).....	254
Tablo 4. 131: İstenilen Miktarda Ürünü Tedarik Etme Becerisi Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağrılıkları (E_3).....	254
Tablo 4. 132: Ödeme Koşullarında Esneklik Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağrılıkları (E_4)	255
Tablo 4. 133: İade Koşulları Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağrılıkları (S_1)	255
Tablo 4. 134: Ürünün Takibi ve Geliştirilmesi Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağrılıkları (S_2)	255
Tablo 4. 135: YENİLİKÇİLİK Ana Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağrılıkları	256
Tablo 4. 136: AMACA GÖRE Ana Kriterlerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi	256
Tablo 4. 137: AMACA GÖRE Ana Kriterlerin Normalize Edilmiş Önem Ağrılıkları.....	256

Tablo 4. 138: Poşetin Kalitesi İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi	257
Tablo 4. 139: Kese Kağıdının Kalitesi İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi	257
Tablo 4. 140: Pasta Kutusunun Kalitesi İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi	257
Tablo 4. 141: Toplam İntegral Tekniği İle Ambalajın Kalitesi İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi	258
Tablo 4. 142: Bulanık VZAHS Tekniği İle Ambalajın Kalitesi İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi	258
Tablo 4. 143: Toplam İntegral Tekniği İle KALİTE Ana Kriteri İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi	258
Tablo 4. 144: Bulanık VZAHS Tekniği İle KALİTE Ana Kriteri İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi	258
Tablo 4. 145: TESLİMAT Ana Kriteri İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi	259
Tablo 4. 146: Poşetin Fiyatı Alt Kriteri İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi	259
Tablo 4. 147: Toplam İntegral Tekniği İle Kese Kağıdının Fiyatı Alt Kriteri İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi	259
Tablo 4. 148: Pasta Kutusunun Fiyatı Alt Kriteri İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi	260
Tablo 4. 149: Toplam İntegral Tekniği İle Ambalajın Fiyatı Alt Kriteri İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi	260
Tablo 4. 150: Bulanık VZAHS Tekniği İle Ambalajın Fiyatı Alt Kriteri İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi	260
Tablo 4. 151: Toplam İntegral Tekniği İle FİYAT/MALİYET Ana Kriteri İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi	260
Tablo 4. 152: Bulanık VZAHS Tekniği İle FİYAT/MALİYET Ana Kriteri İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi	261
Tablo 4. 153: Toplam İntegral Tekniği İle ESNEKLİK Ana Kriteri İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi	261

Tablo 4. 154: Bulanık VZAHS Tekniği İle ESNEKLİK Ana Kriteri İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi.....	261
Tablo 4. 155: SATIŞ SONRASI HİZMET Ana Kriteri İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi.....	261
Tablo 4. 156: Toplam İntegral Tekniği İle AMACA Göre Ana Kriterler İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi.....	262
Tablo 4. 157: Bulanık VZAHS Tekniği İle AMACA Göre Ana Kriterler İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi.....	262
Tablo 4. 158: Un Tedarikçilerinin Görelİ Genel Öncelik Ağırlıkları.....	270
Tablo 4. 159: Ambalaj Tedarikçilerinin Görelİ Genel Öncelik Ağırlıkları.....	270

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1. 1: Klasik kümeler, klasik mantık, bulanık kümeler, sonsuz-değerli mantık ve bulanık mantık arasındaki ilişkiler.....	10
Şekil 1. 2: Yaş Sözel Değişkeni İçin Belirlenen Terimler ve Üyelik	14
Şekil 1. 3: Klasik bir kümenin üyelik fonksiyonu	18
Şekil 1. 4: Klasik Bir Kümenin Grafik Gösterimi	21
Şekil 1. 5: Bulanık Bir Kümenin Grafik Gösterimi	21
Şekil 1. 6: Normal ve Normal Olmayan Bulanık Kümeler	24
Şekil 1. 7: \tilde{A} Bulanık Kümesinde Tümlleme İşlemi.....	26
Şekil 1. 8: \tilde{A} ve \tilde{B} Bulanık Kümelerinin Birleşimi	28
Şekil 1. 9: \tilde{A} ve \tilde{B} Bulanık Kümelerinin Kesişimi.....	30
Şekil 1. 10: α Kesim Kümesi ($\alpha \leq \alpha'$, $A_\alpha \supseteq A_{\alpha'}$)	31
Şekil 1. 11: Dışbükey ve Dışbükey Olmayan Bulanık Küme	33
Şekil 1. 12: Dışbükey Bulanık Kümelerin Kesişimi.....	33
Şekil 1. 13: Bir Bulanık Üyelik Fonksiyonunda Çekirdek, Destek ve Sınırlar.....	34
Şekil 1. 14: Tekil Üyelik Fonksiyonu	36
Şekil 1. 15: Üçgen Üyelik Fonksiyonu	37
Şekil 1. 16: Yamuk Üyelik Fonksiyonu.....	38
Şekil 1. 17: Gaussian Üyelik Fonksiyonu	39
Şekil 1. 18: Çan Şekilli Üyelik Fonksiyonu	40
Şekil 1. 19: Sigmoidal Üyelik Fonksiyonu	41
Şekil 1. 20: S Tipi Üyelik Fonksiyonu.....	42
Şekil 1. 21: $\tilde{A} = [a_1, a_2, a_3]$ Bulanık Sayısı.....	43
Şekil 1. 22: Bulanık Sayının α -kesimi ($\alpha' < \alpha$) $\Rightarrow (A_\alpha \subseteq A_{\alpha'})$	44
Şekil 1. 23: Üçgen Bulanık Sayılar İçin Çarpma işlemi $\tilde{A}(\bullet)\tilde{B} \cong (2, 8, 24)$	50
Şekil 1. 24: $\tilde{A}(\bullet)\tilde{B} = (1,5,6,9)(\bullet)(2,3,5,8)$	53
Şekil 1. 25: Maksimum Üyelik Yöntemi	56

Şekil 1. 26: Ortalama Maksimum Üyelik Yöntemi.....	57
Şekil 2. 1: Bulanık Karar Süreci.....	67
Şekil 2. 2: Bulanık Karar Kümesi ve Üyelik Fonksiyonları.....	68
Şekil 2. 3: Etkinlik Sınırının Karar Birimlerini Zarflama Durumu	79
Şekil 2. 4: Bulanık Girdiler İçin Üçgen Üyelik Fonksiyonu.....	97
Şekil 2. 5: Bulanık Çıktılar İçin Üçgen Üyelik Fonksiyonu	98
Şekil 2. 6: Bulanık Girdi Durumunda Etkinlik Sınırı	99
Şekil 2. 7: Bulanık Çıktı Durumunda Etkinlik Sınırı.....	99
Şekil 3. 1: Çok Kriterli Karar Verme Problemlerinin Yapısı.....	110
Şekil 3. 2: Bulanık Sayıların Uzaklıklarının Karşılaştırılması	119
Şekil 3. 3: Kriterler İçin Önem Ağırlıklarını Gösteren Üçgen Bulanık Sayılar	121
Şekil 3. 4: Alternatiflerin Değerlendirilmesi İçin Kullanılan Üçgen Bulanık Sayılar.....	122
Şekil 3. 5: Kriterler İçin Önem Ağırlıklarını Gösteren Yamuk Bulanık Sayılar.....	127
Şekil 3. 6: Alternatiflerin Değerlendirilmesi İçin Kullanılan Yamuk Bulanık Sayılar.....	127
Şekil 3. 7: Analitik Hiyerarşi Süreci'nin Hiyerarşik Yapısı.....	136
Şekil 3. 8: Üçgen Üyelik Fonksiyonu	145
Şekil 3. 9: M_1 ve M_2 Bulanık Sayılarının Kesişimi	151
Şekil 4. 1: Satış Elemanı Değerlendirme Probleminin Hiyerarşik Yapısı.....	177
Şekil 4. 2. Un Tedarikçisi Değerlendirme Probleminin Hiyerarşik Yapısı.....	198
Şekil 4. 3: Ambalaj Tedarikçisi Değerlendirme Probleminin Hiyerarşik Yapısı	244
Şekil 4. 4: Un Tedarikçisi Değerlendirme Probleminde Ana Kriterlerinin Önem Ağırlıkları	264
Şekil 4. 5: Ambalaj Tedarikçisi Değerlendirme Probleminde Ana Kriterlerinin Önem Ağırlıkları	265
Şekil 4. 6: Kalite Ana Kriterinin Alt Kriterlerinin Önem Ağırlıkları	266
Şekil 4. 7: Teslimat Ana Kriterinin Alt Kriterlerinin Önem Ağırlıkları	267
Şekil 4. 8: Fiyat/Maliyet Ana Kriterinin Alt Kriterlerinin Önem Ağırlıkları.....	268
Şekil 4. 9: Esneklik Ana Kriterinin Alt Kriterlerinin Önem Ağırlıkları	268
Şekil 4. 10: Satış Sonrası Hizmet Ana Kriterinin Alt Kriterlerinin Önem Ağırlıkları	269
Şekil 4. 11: Un Tedarikçisi Değerlendirme Sonuçları.....	271
Şekil 4. 12: Ambalaj Tedarikçisi Değerlendirme Sonuçları	271

GİRİŞ

Günümüzün ağır rekabet koşullarında işletmeler için karar verme faaliyetlerinin önemi gün geçtikçe artmaktadır. Mevcut olan seçenekler yani alternatifler arasından gereksinim duyulan sayıda alternatifin seçimi karar olarak tanımlanmaktadır. Karar sürecindeki problemlerin sayısallaştırılması ile pek çok büyük ölçekli problemin çözüme ulaştırılması mümkündür. Büyük ölçekli işletme problemlerinde karar süreci içerisinde değerlendirilmesi gereken çok sayıda kriter ve alternatif bulunmaktadır. Aralarından seçim yapılması istenen seçenekler alternatifler kümesini, alternatiflerin karara etkilerini ölçmeye yarayan değerlendirme ölçütleri ise kriterler kümesini oluşturmaktadır. Birden fazla kriterin bir arada değerlendirilmesi söz konusu olduğunda çok kriterli karar verme problemlerinin çözüme ulaştırılması gerekmektedir. Çok kriterli karar problemlerinde karar vericiler için alternatiflerin incelenmesi, alternatiflerin önem derecelerine göre sıralanması ve öncelikli alternatifin problemin yapısına uygun bir çok kriterli karar verme tekniği ile çözümü söz konusudur. Çok kriterli karar verme teknikleri, karar verme sürecinde çok sayıda ve genellikle birbiri ile uyuşmayan kriterlerin karar sürecine katılımını gerektiren problemlerin çözümü için geliştirilmiştir. Kişisel kararlardan, işletmeler tarafından verilmesi gereken stratejik kararlara kadar çok kriterli karar problemleri ile oldukça geniş bir alanda karşılaşılması mümkündür. Çok sayıda kriter, alt kriter ve alternatif için eş zamanlı olarak değerlendirme yapabilmeleri açısından çok kriterli karar verme teknikleri doğru karar vermeyi destekleyen önemli avantajlara sahiptir. Klasik çok kriterli karar verme tekniklerinde klasik değerlendirmeler ile işlem yapılması söz konusudur. Fakat gerçek hayatta karşılaşılan pek çok karar verme probleminde kesin verilere ulaşmak her zaman mümkün olmayabilir. Kişilerin yaptıkları sözel değerlendirmelerin, matematiksel karar sürecine uyumlu hale getirilmesinde bulanık küme teorisine dayanılarak oluşturulan bulanık sayıların kullanımı mümkündür. Bulanık sayıların kullanılması ile kesin olmayan bulanık verilerin karar modellerine uygulanması kolaylaşmaktadır. Dolayısı ile karar vericiler tarafından sözel değerlendirmelerin tercih

edildiği, sözel belirsizlik içeren çok kriterli karar problemlerinin çözümünde kesin sayılar yerine bulanık sayıların kullanımı daha uygun olabilir.

Yapılan çalışmada, çok kriterli karar verme tekniklerinden bulanık TOPSIS (Technique for Order Performance by Similarity to Ideal Solution), bulanık AHS (Analitik Hiyerarşi Süreci) ve uygulamalarına yer verilmiştir. Her iki teknik, kişilerin sözel değerlendirmelerinden kaynaklanan bulanıklıkların karar sürecine katılımında önemli rol oynamaktadır. Bulanık TOPSIS tekniği, çok sayıda karar vericinin karar verme faaliyetinde rol aldığı grup karar verme problemlerinin çözümü için geliştirilmiştir ve ideal çözümlerden uzaklıkları dikkate alarak alternatiflerin sıralanmasına dayanmaktadır. Bulanık AHS ise hiyerarşik bir yapıda tanımlanan bulanık çok kriterli karar problemlerinin çözümünde, kriterler ve alternatifler arasında ikili karşılaştırmalar yaparak görece ağırlıkların sentezi için bulanık sayıları kullanmaktadır.

Yapılan çalışmanın amacı, bulanık TOPSIS ve bulanık AHS tekniklerinin çok kriterli ve farklı yapıda işletme problemlerine uygunluğunun değerlendirilmesidir. Çalışmada iki adet işletme uygulaması bulunmaktadır. Birinci uygulamada, mağazalar zinciri bulunan bir işletmenin satış elemanı seçim süreci bulanık TOPSIS, ikinci uygulamada ise, bir ekmek fabrikasının tedarikçi değerlendirme süreci bulanık AHS teknikleri ile incelenmiştir. Satış elemanı seçim sürecinin incelenmesinde genel amaç, işletme için en uygun satış elemanının belirlenmesidir, ayrıca bulanık TOPSIS tekniği bir grup karar verme tekniği olmasına rağmen karar vericilerin subjektif görünen bireysel kararları arasındaki ilişkiler de Spearman sıra korelasyon katsayısı kullanılarak ölçülmüştür. Tedarikçi değerlendirme süreci, un ve ambalaj tedarikçilerinin değerlendirilmesini içeren iki aşamaya sahiptir. Söz konusu süreçte genel amaç en iyi performans gösteren tedarikçilerin belirlenmesidir. Ayrıca, yapılan çalışmada, çok geniş bir uygulama alanı olan ve bulanık AHS problemlerinin çözümünde kullanılan genişletilmiş analiz tekniğinin sakıncaları ortaya konmaya ve bu tekniğe alternatif olabilecek bulanık AHS problemlerinde yerel ağırlıkların belirlenmesi için bulanık VZA (Veri Zarflama Analizi) modellerinin çözümünü gerektiren bulanık VZAHS (Veri Zarflama Analitik Hiyerarşi Süreci) tekniğinin önerisi yapılmaya çalışılmıştır.

Çalışma dört bölümden oluşmaktadır. Birinci bölümde, bulanık mantık, bulanık kümeler ve bulanık sayılar ile ilgili temel bilgilere yer verilmiştir. Klasik mantıktan,

bulanık mantıĝa geçiş sureci, bulanık kumeler, bulanık sayılarda yapılan işlemler ve uyelik fonksiyonları üzerinde durulmuştur. İkinci bolumde, bulanık ortamda karar verme ve çalışmada önerilen tekniĝin bir parçasını oluşturan klasik ve bulanık VZA modelleri açıklanmıştır. Çalışmanın nc bolumnde, çok kriterli karar verme ve bulanık sayılar kullanılarak uygulanan bulanık TOPSIS ve bulanık AHS algoritmaları, klasik ve bulanık VZAHS teknikleri ayrıntılı olarak ele alınmıştır. Çalışmanın son bolumnde ise, satış elemanı seçim sureci ve tedarikçi deĝerlendirme sureci için yapılan işletme uygulamalarına yer verilmiştir.

I. BÖLÜM

BULANIK MANTIK, BULANIK KÜME TEORİSİ VE BULANIK SAYILAR

1. BULANIK MANTIK

1.1. Klasik Mantıktan Bulanık Mantığa Geçiş

Mantık, doğru ve düzgün düşünme biçimlerini inceleyen bilim dalıdır. Doğru ve düzgün düşünmek akıl yürütmektir. Mantıksal çıkarımlar ve akıl yürütmeler, en az iki düşünce arasındaki ilişkinin ortaya konması ve biri diğerinin kanıtlayıcı yapılarak yeni bir yargıya ulaşılması için kullanılmaktadırlar. Yargıya önerme, akıl yürütme eylemine de çıkarım adı verilmektedir.¹

Mantık üzerindeki çalışmalar, mantıksal önermelerin doğruluğu ile ilgilidir. Klasik mantıkta bu doğruluk iki değerlidir.²

Önerme doğruluk değeri taşıyan bir cümledir. Doğruluk değeri taşıyan bir cümle klasik mantıkta doğru veya yanlıştır. Bu iki değeri kendisine doğruluk ölçütü olarak alan mantık sistemi iki değerli mantık sistemidir. Bu şekilde bir mantık, özdeşlik, çelişmezlik ve üçüncünün olmazlığı ilkelerinin doğruluğunu kabul etmektedir.³

Özdeşlik ilkesi, bir nesnenin kendisi ile aynı olması veya kendisi her ne ise o olması zorunluluğudur. Bu durum, bir nesne ve kendisi arasındaki ilişkinin her yönü ile hem sayısal hem de sözel olarak tam olması şeklinde açıklanabilir. “A, A’dır” önermesi özdeşlik ilkesinin karşılığıdır.⁴

Çelişmezlik ilkesi, bir niteliğin aynı nesneye ait olması ve olmaması durumlarının aynı zamanda mümkün olamayacağı düşüncesini açıklamaktadır. Klasik mantıkta bu

¹ A. Kadir Çüçen, **Mantık**, Asa Kitabevi, İstanbul, 1999, s.15–16.

² Timothy J. Ross, **Fuzzy Logic With Engineering Applications**, John Wiley & Sons Ltd., USA, 2004, s. 120.

³ Çüçen, a.g.e., s.102–103.

⁴ Nazife Baykal – Timur Beyan, **Bulanık Mantık İlke ve Temelleri**, Bıçakçılar Kitabevi, Ankara, 2004, s. 5.

durum, “bir olgu için aynı önerme, aynı zaman ve konumda hem doğru hem de yanlış olamaz” şeklinde ifade edilmektedir.⁵

Üçüncünün olmazlığı ilkesi ise, klasik ve sembolik mantığın temelini oluşturmaktadır. Bu ilke ile düşünce evreni doğru ve yanlış olarak iki kesin bölüme ayrılmaktadır. Üçüncünün olmazlığı ilkesi doğrultusunda iki değerli mantık ortaya çıkmaktadır. Üçüncü bir doğruluk değerinin var olması durumu söz konusu değildir.⁶

Klasik mantık sistemlerinde belirsizlik durumları ile ilgilenilmez. Doğru ya da yanlış dışında üçüncü bir durumun varlığının kabul edilmemesinden dolayı bir takım paradokslar ortaya çıkmaktadır. Klasik olmayan mantık sistemleri, klasik mantığın üç ilkesinden birini ya da ikisini yok saymaları nedeniyle çok değerli mantık olarak adlandırılmaktadırlar.⁷

1.1.1. Çok Değerli Mantık

İki değerli mantığın temelinde çelişmezlik ve üçüncünün olmazlığı ilkeleri yanlış ya da doğru olmak üzere iki değer üzerinde yoğunlaşmaktadır. Fakat bazı önermeler vardır ki, ne doğru ne de yanlıştır. Söz konusu önermelerin doğruluğu hakkında karar vermek oldukça zordur veya imkânsızdır.⁸

Gelecek hakkında öne sürülen önermeler doğruluk değeri hakkında şimdiden karar verilemeyecek olan önermelerdir. “Yarın yağmur yağacak” önermesine şu an için bir doğruluk değeri vermek imkânsızdır. Geleceğe ilişkin önermeler ve sözel belirsizlik içeren önermeler, iki değerli mantığın dışında çok değerli mantıkların olabileceğini ortaya koymaktadır. İki den fazla değeri kabul eden mantıklara çok değerli mantık adı verilmektedir.⁹

İki değerli mantık ilginç paradokslara neden olmuştur. Bu tür paradoksların tek boyutlu formuna örnek olarak “Ben yalan söylerim” önermesi gösterilebilir. Klasik mantığa göre, yalan söyleyen bir kimsenin “Ben yalan söylerim” demesi, doğru söylemiş olmasını gerektirir. Diğer bakış açısıyla, doğru söyleyen bir kimsenin “Ben yalan

⁵ A.g.e., s. 5.

⁶ A.g.e., s. 5.

⁷ A.g.e., s. 10.

⁸ Çüçen, a.g.e., s. 179.

⁹ A.g.e., s. 179.

söylerim” demesi ise yalan söylemiş olmasını gerektirir. Bu durumda klasik mantıkla çözümlenemeyecek bir paradoks ortaya çıkmaktadır. Çünkü klasik mantığa göre bir önerme aynı zamanda hem doğru hem de yanlış olamaz. Fakat çok değerli mantık sisteminde bu tür paradokslar matematiksel olarak yarı-doğrudur.¹⁰

Çok değerli mantık konusundaki ilk çalışmalar, Jan Lukasiewicz ve Arend Heyting’in iki değerli mantığa üçüncü bir değer eklemesi ile başlamıştır. Üç değerli mantıkta önermeler “doğru” “yanlış” veya “belirsiz” doğruluk tanımlamalarına sahip olabilmektedir. Bu yaklaşım, önermenin gerçekleşmesi kaçınılmaz ise doğruluk değerinin 1, imkansız ise 0 ve belirsiz ise 1/2 olarak belirlenmesi gerektiğini ve eklenen üçüncü değer paradoksların çözümünde kullanılabileceğini savunmaktadır.¹¹

Bir litrelik su dolu bir sürahi durumu çok değerli mantığa duyulan gereksinime örnek olarak gösterilebilir. Su seviyesi 500 mililitreye düşürüldüğünde sürahinin yarısı dolu mu yoksa yarısı boş mudur? 1 mililitre su boşaltıldığında sürahi hala dolu mudur? 2, 3, 4 ya da 100 mililitre su boşaltıldığında sürahi hala dolu mu olacaktır? Eğer bu sorulara evet cevabı veriliyorsa sonuçta tüm su boşaltılana kadar sürahi hala dolu olarak mı karakterize edilecektir? Su dolu bir sürahi ne zaman boş hale gelecektir? Su boşaltılırken dolu ile boş arasında tam geçişi sağlayacak bir su miktarı belirlenmemektedir. Bu geçiş aşamalıdır ve boşaltılan her mililitre su, aşamalı olarak sürahinin dolu olma doğruluk değerini 1’den (1000 mililitre) 0’a (0 mililitre) kadar düşürecektir. Bu gibi durumlarda klasik iki değerli mantık yerine, çok değerli mantığa gereksinim duyulmaktadır.¹²

1.1.2. n-Değerli ve Sonsuz-Değerli Mantık

n-değerli mantık sisteminde bir önermenin üç doğruluk değerinden daha fazla doğruluk değeri alabilmesi söz konusu olmaktadır. Verilen $n \geq 3$ koşulunu sağlayan herhangi bir doğal sayı için doğruluk değerleri $[0,1]$ aralığındaki rasyonel sayılarla ifade edilmiştir. Doğruluk değerlerini tanımlamak için $[0,1]$ aralığı eşit parçalara bölünmektedir. Doğruluk değeri kümesi T_n , (1.1)’de gösterilmektedir:¹³

¹⁰ Ross, a.g.e., s. 134.

¹¹ Deborah J. Bennett, **Logic Made Easy How to Know When Language Deceives You**, W.W. Norton Company, USA, 2004, s. 168–169.

¹² Ross, a.g.e., s. 134–135.

¹³ George Bojadziev – Maria Bojadziev, **Fuzzy Logic For Business, Finance And Management**, 2nd Edition, World Scientific Publishing, Singapore, 2007, s. 42.

$$T_n = \left\{ 0, \frac{1}{n-1}, \frac{2}{n-1}, \dots, \frac{n-2}{n-1}, 1 \right\} \quad (1.1)$$

Örneğin 7 değerli mantık düşünüldüğünde doğruluk değeri kümesi, $n=7$ için, $T_7 = \left\{ 0, \frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{3}{6}, \frac{4}{6}, \frac{5}{6}, 1 \right\}$ olarak belirlenmektedir.

Doğruluk değerleri kümesi rasyonel sayılar yerine, $[0,1]$ aralığındaki tüm reel sayılar için tanımlanırsa, $T_\infty = [0,1]$ doğruluk değeri kümesine sahip olan çok değerli mantık sistemi ise, sonsuz değerli mantık olarak adlandırılmaktadır.¹⁴

Bilim adamlarının insan düşüncesini modellemek istemeleri nedeniyle, modelleme mantığı ve çok değerli mantığın yapay zeka ile ilgili problemlere uygulamaları yapılmıştır. Örneğin, elektrik devrelerinin analizinde teknik bir araç olarak klasik mantık, “açık” ve “kapalı” olmak üzere iki değeri ile kullanılabilirken, çok değerli mantığın devre anahtarlarının çoklu açıp kapama durumları için kullanılabilceği söylenebilir.¹⁵

Bulanık mantık, bulanık küme teorisini ve bulanık sayıları araç olarak kullanan sonsuz değerli mantıktır. Bulanık mantık, pek çok kavramın sadece siyah veya beyaz olamayacağı bakış açısıyla, belirsizlik koşulları altında yaklaşık karar verme biçimlerini inceleyen bir yöntemdir. Bulanık mantıkta tüm doğrular kısmi ya da yaklaşıktır. Bu şekilde bir düşünme tarzı, ara değerli karar verme olarak da adlandırılabilir. İki değerli mantığın doğru ve yanlış arasındaki kısmi doğruların belirlenmesi bulanık mantık ile mümkündür.¹⁶

1.2. Bulanık Mantığın Tanımı

Bulanık mantık ilk kez Azeri asıllı bilim adamı Lotfi A. Zadeh tarafından 1965 yılında Bilgi ve Kontrol Dergisi'nde (Information and Control) yayımlanan Bulanık Kümeler (Fuzzy Sets) adlı makale ile ortaya konmuştur.¹⁷ Zadeh söz konusu çalışmasında insan düşüncesinin bulanıklığından söz etmiş ve 0 ve 1 ile temsil edilen iki değerli mantık sisteminin bu düşünceleri açıklamakta yetersiz kaldığını ifade etmiştir.¹⁸

¹⁴ A.g.e., s. 43.

¹⁵ Bennett, a.g.e., s. 171–172.

¹⁶ Ross, a.g.e., s. 120.

¹⁷ Lotfi A. Zadeh, “Fuzzy Sets”, **Information And Control**, Vol. 8, 1965, s. 1.

¹⁸ Çetin Elmas, **Bulanık Mantık Denetleyiciler**, Seçkin Yayıncılık, Ankara, 2003, s. 26.

Bulanık mantık, kişisel düşüncelerin ve sözel belirsizliklerin modellenmesine kullanılan matematiksel bir yoldur. Kişisel kararların ve değerlendirme süreçlerinin algoritmik formda ifade edilmesini sağlamaktadır. Fakat bulanık mantığın da yapabilecekleri sınırlıdır. İnsan hayal gücünün ve yaratıcılığının tüm kapsamı bulanık mantık tarafından taklit edilemez.¹⁹

Bulanık mantık, değişik türlerdeki belirsizlik ve bulanıklıkların modellenmesine yardımcı olmaktadır.²⁰ Her an değişen durumlar altında değişik sonuçların elde edilebileceği gerçeğinden yola çıkılarak bulanık mantık için matematiğin gerçek dünyaya uygulanması tanımlaması yapılabilir. Klasik mantık sistemi, günlük olaylar ile ilgili bir takım konularda etkin araçlar sağlayamamaktadır. Örneğin, “Bursa’dan Balıkesir’e gitmek, yoğun bir trafikte yaklaşık iki saat sürmektedir.” cümlesinde yaklaşık ve yoğun sözcükleri bulanık kavramlardır. Geleneksel iki değerli mantık, bulanık kavramların anlamlarını göstermekte ve sözcükler ile ilgili belirsizlik içeren bilgilerin değerlendirilmesinde uygun bir kavramsal çerçeve oluşturmakta yetersiz kalmaktadır.

Bulanık mantık, kesin karar verme yerine yaklaşık karar verme biçimleri ile ilişkilidir. Bulanık mantığın önemi, özellikle sağduyu kullanılarak verilecek olan kararların doğasının yaklaşıklık üzerine kurulu olmasından kaynaklanmaktadır.

Bulanık mantığın temel bir takım özellikleri şunlardır:²¹

1. Bulanık mantıkta belirli verilere dayanılarak kesin karar verme yerine, belirsiz verilere dayanılarak yaklaşık karar verme söz konusudur.²²

2. Herhangi bir mantıksal sistemde ortaya çıkan bulanıklıklar bulanık mantık kullanılarak ifade edilebilir.²³

3. Bulanık mantıkta her ifade $[0,1]$ aralığında belirli bir derece ile gösterilmektedir.²⁴

¹⁹ Constantin Von Altrock, **Fuzzy Logic & Neurofuzzy Applications Explained**, Prentice Hall Ptr, Englewood Cliffs, New Jersey, 1995, s. 10.

²⁰ Dimiter Driankov – Alessandro Saffiotti, **Fuzzy Logic Techniques For Autonomous Vehicle Navigation**, Springer–Verlag Company, New York, 2001, s. 20.

²¹ Lotfi A. Zadeh, “Knowledge Representation in Fuzzy Logic”, **Knowledge And Data Engineering**, Vol. 1, No. 1, 1989, s. 89.

²² A.g.e., s. 89.

²³ A.g.e., s. 89.

²⁴ Elmas, a.g.e., s. 26.

4. Bulanık mantıkta kullanılacak olan bilgi; büyük, küçük, çok, az gibi sözel ifadeler şeklindedir.²⁵

5. Bulanık çıkarım işlemi sözel ifadeler arasında tanımlanan kurallar ile yapılmaktadır.²⁶

6. Bulanık mantık matematiksel model olarak zor elde edilebilecek sistemler için uygundur.²⁷

7. Bulanık mantık, tam olarak bilinmeyen veya eksik verilen bilgilere göre işlem yapma yeteneğine sahiptir.²⁸ Bulanık mantık belirsiz verilere karşı toleranslıdır.

8. Bulanık mantığın kavramsal olarak anlaşılması kolaydır. Bulanık düşünce altındaki matematiksel kapsam, düşünüldüğünden daha kolay anlaşılabilir. Bulanık mantığı kullanılabilir yapan bu yaklaşımın doğallığıdır.²⁹

9. Bulanık mantık esnektir.³⁰

10. Bulanık mantık uzmanların deneyimleri üzerine kurulmuştur. Bulanık mantık, bir işletmenin sistemini anlayan kişilerin süreçlere aktif olarak katılımını sağlamaktadır.³¹

11. Bulanık mantık geleneksel yöntemler ile harmanlanmıştır. Bulanık mantığın kullanılmasının amacı geleneksel yöntemlerin yerine geçmek değil, geleneksel yöntemlerin uygulanmasını basitleştirip etkilerinin artmasını sağlamaktır.³²

12. Bulanık mantık, doğal konuşma dili üzerine kurulmuştur. Bulanık mantığın ana prensipleri insan ilişkileri ile benzerlik göstermektedir.³³

13. Bulanık mantık, gereksiz detaylarla çıkmaza girilmesini önlemektedir. Uygulamada kullanılan sistemlerin oldukça karmaşık olması nedeniyle bu durum önemli bir bakış açısı sağlamaktadır.³⁴

²⁵ A.g.e., s. 26.

²⁶ A.g.e., s. 26.

²⁷ A.g.e., s. 26.

²⁸ A.g.e., s. 26.

²⁹ Roger J. S. Jang – Ned Gulley, **Matlab Fuzzy Logic Toolbox**, The Math Works Inc., USA, 1997, s. 5.

³⁰ A.g.e., s. 5.

³¹ A.g.e., s. 5.

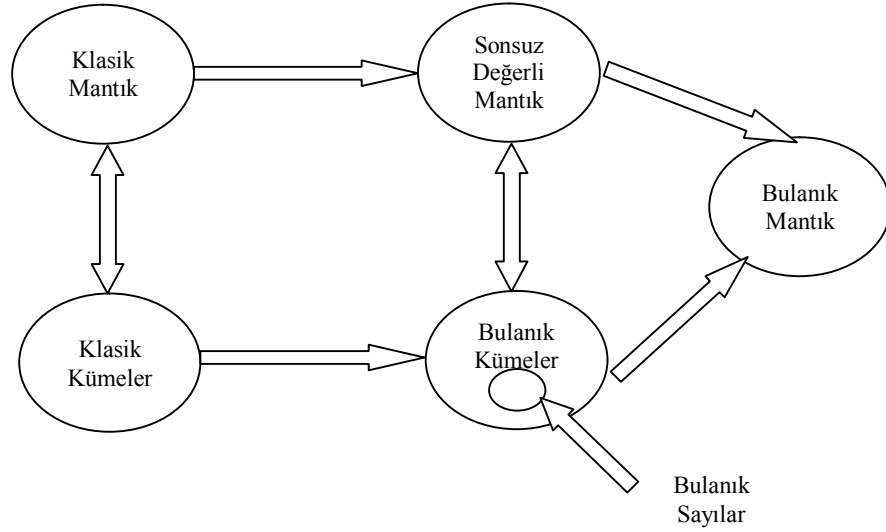
³² A.g.e., s. 5.

³³ A.g.e., s. 6.

³⁴ A.g.e., s. 6.

Bulanık mantık, bulanık küme teorisini temel bir araç olarak kullanmaktadır. Bulanık mantığın temel matematiksel elemanları, sonsuz değerli mantık üzerinden yola çıkılarak geliştirilmiştir. Bulanık mantık, sonsuz değerli mantık sistemine bulanık kümeler ve bulanık sayıların eklenmesi ile ortaya çıkmıştır.³⁵

Klasik kümeler, klasik mantık, bulanık kümeler, sonsuz değerli mantık ve bulanık mantık arasındaki ilişkiler şematik olarak Şekil 1.1’ de gösterilmektedir.



Şekil 1. 1: Klasik kümeler, klasik mantık, bulanık kümeler, sonsuz-değerli mantık ve bulanık mantık arasındaki ilişkiler

(Kaynak: George Bojadziev – Maria Bojadziev, **Fuzzy Logic For Business, Finance And Management**, 2nd Edition, World Scientific Publishing, Singapore, 2007, s. 44.)

1.3. Bulanık Mantık ve Olasılık Teorisi

Belirsizlik kavramının evrensel olarak kabul görmüş bir tanımı bulunmamaktadır. Kesinlik içermeyen bazı durumlarda veriyi tanımlamak için “belirsizlik” ifadesi kullanılmaktadır.³⁶

Bulanıklık kavramı mantık, sistem ve kümeler için belirsizliğin bir türüdür. Belirsizliklerin işlenmesi ve anlamlı sonuçlar çıkarılabilmesi için yapılan pek çok

³⁵ Bojadziev – Bojadziev, a.g.e., s. 43.

³⁶ Lotfi A. Zadeh, “Possibility Theory And Soft Data Analysis”, **Fuzzy Sets, Fuzzy Logic And Fuzzy Systems**, Selected Papers By Lotfi A. Zadeh, ed. George J. Klir – Bo Yuan, World Scientific Publishing, Singapore, 1996, s. 69.

araştırmada olasılık teorisi kullanılmıştır. Olasılık kavramının en önemli özelliği sonuçların ortaya çıkışının rastgele olması ve gerekli tahminlerin kesin bir doğrulukla önceden yapılamamasıdır. Ancak uygulamada bilinen belirsizliklerin tümü rastgele karakterli değildir. Rastgele karakterli olmayan, özellikle sözel belirsizlik içeren olayların söz konusu olduğu durumlarda inceleme ve sonuç çıkarma işlemlerinde olasılık teorisi ve istatistik gibi yöntemler yetersiz kalmaktadır.³⁷

Olasılık, bir olayın ortaya çıkışındaki belirsizliği ifade etmektedir. Bulanıklık ise, olayın olup olmadığını değil, hangi dereceye kadar olduğunu ölçmektedir. Bir olayın olup olmadığı rastgeledir, söz konusu olayın olabileceği veya olamayacağı bir olasılık değeri ile ifade edilmektedir. Olayın hangi dereceye kadar gerçekleştiği ise bulanıklığın göstergesidir.³⁸

Bulanık mantık, sözel belirsizlikten kaynaklanan ve geleneksel yöntemlerle çözümlenemeyen problemler için duyulan gereksinimi karşılamaktadır. Bulanık mantıkta sayılardan çok sözcükler ile hesaplama yapılması önerilmektedir.³⁹

Olasılık ile bulanıklık arasındaki en büyük farklardan biri bulanıklığın tespit edilebilir bir belirsizlik olmasıdır. Bu duruma örnek olarak içi sıvı dolu bir şişe üzerine söylenen iki ifade örnek olarak gösterilebilir:⁴⁰

- Şişenin içindeki sıvı % 50 olasılıkla saf sudur.
- Şişenin içindeki sıvı % 50 oranında saf sudur.

Olasılık ile işleyen sistemlerde sonuç değer herhangi bir değişkene bağlı olmadan rastgele alınmasına rağmen, bulanık sistemlerde sonuç en az bir giriş değişkenine ve uzman kişinin deneyimlerine bağlı olarak alınmaktadır.⁴¹

Söz konusu farkların yanı sıra, bulanıklık ve olasılık değerleri [0,1] aralığındaki belirsiz sayılardan oluşmaları nedeniyle de benzerlik göstermektedirler.⁴²

³⁷ Zekai Şen, **Bulanık (Fuzzy) Mantık Ve Modelleme İlkeleri**, Bilge Kültür Sanat, İstanbul, 2001, s. 12.

³⁸ Baykal – Beyan, a.g.e., s. 311.

³⁹ Lotfi A. Zadeh, “Discussion: Probability Theory And Fuzzy Logic Are Complementary Rather Than Competitive”, **Technometrics**, Vol.37, No.3, 1995, s. 273.

⁴⁰ Elmas, a.g.e., s. 38.

⁴¹ A.g.e., s. 38.

⁴² A.g.e., s. 38.

1.4. Sözel Belirsizlik ve Bulanık Mantık

Belirsizliğin bir türü, doğal konuşma dilindeki bir takım sözcüklerdeki bulanıklıktan kaynaklanan sözel belirsizliktir. Bu tür belirsizlikler, kişilerin kavram değerlendirme ve sonuç çıkarma faaliyetleri için kullandığı pek çok kelimedede doğal olarak ortaya çıkmaktadır.⁴³

Örneğin “uzun boylu erkek” ifadesi tam anlamı ile kesin bir tanımlama değildir. Bir erkeğin uzun boylu olarak nitelendirilebilmesi bazı faktörlere bağlıdır. Çocuk ve yetişkin erkekler için farklı “uzun boy” kavramları bulunmaktadır. Bir erkeğin uzun boylu olarak nitelendirilmesi için kesin bir sınır oluşturulması hatalı olur. Eğer 1,80 cm’den uzun olan tüm erkeklerin uzun boylu kümesinin üyesi olduğu kabul edilirse, 1,79 cm boyundaki bir erkek kümenin dışında kalacaktır.⁴⁴

Bulanık mantık, doğal konuşma dilindeki sözel değişkenler üzerinde odaklanmıştır ve belirsiz önermeler kullanılarak yaklaşık akıl yürütme yapılması için altyapı oluşturmayı amaçlamaktadır. Bulanık mantık sistemi, kullanılan sözcüklerdeki doğruluk ve belirsizliği yansıtmaktadır.⁴⁵

1.5. Bulanık Önermeler ve Sözel Değişkenler

Subjektif ifadeler, karar verme sürecinde önemli bir rol oynamaktadır. Bu tür ifadeler nicel içeriğe sahip olmamalarına karşın, bazı durumlarda karmaşık değerlendirmelerin yapılabilmesi için kullanılmaları gerekmektedir. Bazı açılardan belirsizlik, kullanılan kelimelerin farklı algılanmasından kaynaklanmaktadır. Örneğin, sendikalar ve endüstri temsilcileri arasında yapılacak olan yıllık ücret artışı görüşmelerinde iki tarafın da amacı “uygun” bir maaş artışı gerçekleştirebilmektir. Buradaki problem “uygun” sözcüğünün taraflar açısından ne ifade ettiği.⁴⁶

Klasik önermeler ve bulanık önermeler arasındaki temel fark doğruluk değerlerinden kaynaklanmaktadır. Klasik önermelere verilecek doğruluk değerleri yalnızca doğru veya yanlış olabilirken, bulanık önermelerde doğruluk ya da yanlışlık

⁴³ Altrock, a.g.e., s. 7.

⁴⁴ A.g.e., s. 7-8.

⁴⁵ Bojadziev – Bojadziev, a.g.e., s. 44.

⁴⁶ George J. Klir – Bo Juan, **Fuzzy Sets And Fuzzy Logic Theory And Applications**, Prentice Hall Inc., New Jersey, 1995, s. 220.

derecelendirilerek ölçülmektedir. Tam doğruluk 1 ve tam yanlışlık 0 doğruluk değerine sahip olduğuna göre, her bulanık önermenin doğruluk değeri $[0,1]$ aralığında bir sayı ile ifade edilmektedir.⁴⁷

Sözel bir değişken, doğruluk değeri doğal konuşma dili içerisindeki kelimeler ya da cümlelerdeki bulanıklık ile belirlenen değişkendir.⁴⁸

Bulanık mantığın en önemli karakteristik özelliklerinden biri doğruluk değerlerinin doğru, çok doğru, çok doğru değil vb, sözel değişkenler tarafından tanımlanmasıdır. Bir sözel değişken genellikle $(x,T(x),E)$ ifadeleri ile gösterilmektedir. Burada x , sözel değişkene verilen adı, $T(x)$, x sözel değişkeninin sözel terimlerinden oluşan kümeyi ve E ise, sözel değişkenin tanımlandığı evrensel kümeyi göstermektedir.⁴⁹

Sözel değişken kavramı, konuşma dilinde kullanılan yaş kelimesi üzerine oluşturulmuş bir örnek üzerinde açıklanabilir. Bulanık kümeler ve sözel değerlendirmeler kullanılarak yaş ile ilgili bulanık kümeler oluşturulabilir.⁵⁰

x : Yaş

$T(x)$: {çok genç, genç, orta yaşlı, yaşlı, çok yaşlı}

$E = \{0, 1, \dots, 100\}$

Yaş değişkeni; “çok genç”, “genç”, “orta yaşlı”, “yaşlı”, ve “çok yaşlı” gibi sözel ifadeler kullanılarak bulanık bir sözel değişken olarak ifade edilebilir. Yaş sözel değişkeni, bir evrensel küme olan $E \subset R_+$ için tanımlanan bulanık kümeler ile ifade edilebilir. Yaş sözel değişkeni için ölçü yıllardır. Yaş için oluşturulan bulanık kümelerin her biri uygun bir üyelik fonksiyonu ile tanımlanmıştır.⁵¹

Sözel bir değişken olan yaş, x yıllar açısından yaş değerlerini göstermek üzere evrensel küme $E = [0,100]$ içerisinde x temel değişkeni ile tanımlanmıştır. Bu tanımlama için, çok genç, genç, orta yaşlı, yaşlı ve çok yaşlı bulanık kümelerini belirtmek üzere üçgen ve yamuk şeklindeki bulanık sayılar, kullanılmışlardır.⁵²

⁴⁷ A.g.e., s. 220.

⁴⁸ Lotfi A. Zadeh, “Soft Computing And Fuzzy Logic”, **IEEE Software**, Vol. 11, No. 6, 1994, s. 49.

⁴⁹ R. E. Bellman – L. A. Zadeh, “Local And Fuzzy Logics”, **Fuzzy Sets, Fuzzy Logic And Fuzzy Systems**, Selected Papers By Lotfi A. Zadeh, ed. George J. Klir – Bo Yuan, World Scientific Publishing, Singapore, 1996, s. 291.

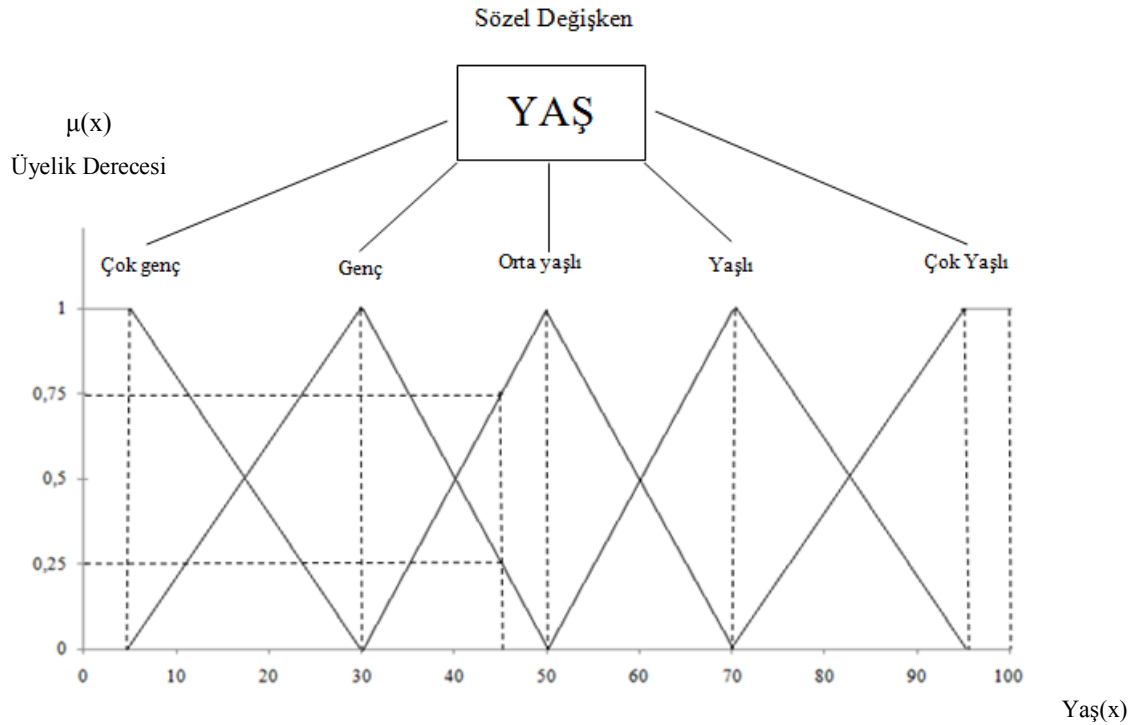
⁵⁰ Bojadziev – Bojadziev, a.g.e., s. 44–45.

⁵¹ A.g.e., s. 45.

⁵² A.g.e., s. 45.

Yaş değişkeni kullanılarak oluşturulan bulanık kümelerin parçalı üyelik fonksiyonları Şekil 1.2’ de verilmiştir.⁵³

Şekil 1.2’de verilmiş olan üyelik fonksiyonlarından her biri bir bulanık kümeyi ifade etmektedir. Örneğin 45 yaşındaki bir kişinin genç ve orta yaşlı kümelerine üyelik derecesi belirlenebilir. Söz konusu kişi, 0.25 üyelik derecesi ile genç bulanık kümesine ve 0.75 üyelik derecesi ile orta yaşlı bulanık kümesine üyedir. 45 yaşındaki bir kişi daha az genç ve daha çok orta yaşlı olarak tanımlanabilir.⁵⁴



Şekil 1. 2:Yaş Sözel Değişkeni İçin Belirlenen Terimler ve Üyelik

(Kaynak: George Bojadziev – Maria Bojadziev, **Fuzzy Logic For Business, Finance And Management**, 2nd Edition, World Scientific Publishing, Singapore, 2007, s. 45.)

1.6. Bulanık Mantıkta Doğruluk Değerleri

Bulanık bir önerme, sınırları açık olarak belirlenmemiş bazı kavramlar içermektedir. Günlük konuşma dilinde kullanılan sözel ifadeler, subjektif fikirleri açıklamakta sıklıkla kullanılırlar, Sözel ifadeler içerisinde çoğunlukla bulanık önermeler

⁵³ A.g.e., s. 45–46.

⁵⁴ A.g.e., s. 46.

bulunmaktadır. Bir insanın kilosunu veya boyunu tarif eden ifadeler ya da kişilerin renkler konusundaki tercihleri bulanık önermelerle ifade edilebilir.⁵⁵

Bulanık bir önerme, \tilde{P} ile gösterildiğinde, \tilde{P} önermesine verilecek olan doğruluk değeri, $[0,1]$ kapalı aralığında herhangi bir sayı olabilmektedir.

Bulanık önermeler bulanık kümeler tarafından belirlenmektedirler. \tilde{P} önermesinin \tilde{A} bulanık kümesine atandığı varsayıldığında, önermenin doğruluk değeri $T(\tilde{P})$, (1.2)'de gösterilmektedir.

$$T(\tilde{P}) = \mu_{\tilde{A}}(X) \quad 0 \leq \mu_{\tilde{A}} \leq 1 \quad (1.2)$$

\tilde{P} önermesinin doğruluk derecesi, $(\tilde{P} : x \in \tilde{A})$ x'in \tilde{A} bulanık kümesi içindeki üyelik derecesi $\mu_{\tilde{A}}(X)$ 'e eşittir.⁵⁶

Klasik mantıkta kullanılan bağlaçlar, bulanık mantıkta da ayrıca tanımlanmıştır. \tilde{A} bulanık kümesinde tanımlanan \tilde{P} önermesi ve \tilde{B} bulanık kümesinde tanımlanan \tilde{Q} önermesi ile, ilgili bağlaçlarla oluşturulan bileşik önermelerin doğruluk değerleri (1.3), (1.4), (1.5), (1.6) ve (1.7)'de tanımlanmaktadır.⁵⁷

Tikel evetleme (Veya): \tilde{P} ve \tilde{Q} bulanık önermeleri veya bağlacı ile bağlandıklarında ortaya çıkan bileşik önermenin doğruluk değeri aralarından maksimum olanın doğruluk değerine eşittir.

$$T(\tilde{P} \vee \tilde{Q}) = \text{maksimum}(T(\tilde{P}), T(\tilde{Q})) \quad (1.3)$$

Tümel Evetleme (Ve): \tilde{P} ve \tilde{Q} bulanık önermeleri ve bağlacı ile bağlandıklarında ortaya çıkan bileşik önermenin doğruluk değeri aralarından minimum olanın doğruluk değerine eşittir.

$$T(\tilde{P} \wedge \tilde{Q}) = \text{minimum}(T(\tilde{P}), T(\tilde{Q})) \quad (1.4)$$

⁵⁵ Ross, a.g.e., s. 135.

⁵⁶ A.g.e., s. 135.

⁵⁷ L. A. Zadeh, "Fuzzy Logic and Approximate Reasoning", *Synthese*, 30, 1975, **Fuzzy Sets, Fuzzy Logic And Fuzzy Systems**, Selected Papers By Lotfi A. Zadeh, ed: George J. Klir – Bo Yuan, World Scientific Publishing, Singapore, 1996, s. 410.

Değilleme: \tilde{P} bulanık önermesinin değili, önermenin doğruluk değerinin 1'den çıkarılması ile elde edilmektedir.

$$T(\tilde{P}) = 1 - T(\tilde{P}) \quad (1.5)$$

Koşul Önermesi (İse):

$$T(\tilde{P} \rightarrow \tilde{Q}) = \text{minimum}(1, 1 - T(\tilde{P}) + T(\tilde{Q})) \quad (1.6)$$

Karşılıklı Koşul Önermesi (Ancak ve ancak)⁵⁸

$$T(\tilde{P} \leftrightarrow \tilde{Q}) = 1 - |T(\tilde{P}) - T(\tilde{Q})| \quad (1.7)$$

2. BULANIK KÜME TEORİSİ

2.1. Klasik Kümelerde Üyelik:

Klasik kümelerde sadece, üyelik ve üye olmamayı gösteren iki özel durum söz konusudur. Bir nesne ya da eleman bir kümeye aittir ya da ait değildir. Klasik kümeler tamamıyla niteliksel bir ayırım yapmaktadır. Bir kümede kesinlikle üye olma 1, üye olmama ise, 0 ile gösterilmektedir.⁵⁹

Bir x elemanının A kümesinin elemanı olup olmadığı üyelik fonksiyonu veya karakteristik fonksiyon adı verilen bir fonksiyon kullanılarak ifade edilebilmektedir.

E evrensel kümesinden $[0,1]$ kapalı aralığa tanımlanan klasik bir A kümesinin elemanları için yalnızca 0 ve 1 değeri alabilen $\mu_A(x)$ üyelik fonksiyonu (1.8)'de tanımlanmaktadır.⁶⁰

⁵⁸ Klir – Yuan, a.g.e., s. 219.

⁵⁹ Charles C. Ragin, **Fuzzy–Set Social Science**, The University of Chicago Press, USA, 2000, s. 153.

⁶⁰ Klir – Yuan, a.g.e., s. 6.

$$\mu_A : E \rightarrow [0, 1]$$

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 ; \text{eğer} & x \in A \\ 0 ; \text{eğer} & x \notin A \end{cases} \quad (1.8)$$

Örneğin, 1 ve 10 sayıları arasındaki tek tam sayılardan oluşan bir A kümesi için $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ evrensel kümesi içerisinde tanımlanabilecek bir üyelik fonksiyonu;

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

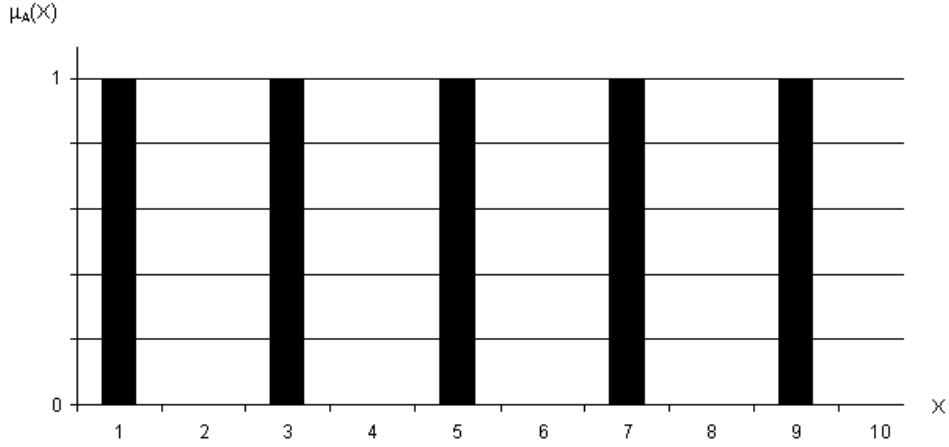
$$A = \{x \in E \mid 0 \leq x \leq 10 \text{ arasındaki tek sayılar ve } x = 1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 ; \text{eğer} & x = 1, 3, 5, 7, 9 \\ 0 ; \text{eğer} & x = 2, 4, 6, 8, 10 \end{cases}$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Bu üyelik fonksiyonunun değeri ise evrensel kümedeki her bir eleman için aşağıdaki şekilde hesaplanmaktadır:

$$\begin{array}{cccc} \mu_A(1) = 1 & \mu_A(2) = 0 & \mu_A(3) = 1 & \mu_A(4) = 0 \\ \mu_A(5) = 1 & \mu_A(6) = 0 & \mu_A(7) = 1 & \mu_A(8) = 0 \\ \mu_A(9) = 1 & \mu_A(10) = 0 & & \end{array}$$

Söz konusu klasik kümenin üyelik fonksiyonunun grafiği ise Şekil 1.3'te gösterilmektedir.



Şekil 1. 3: Klasik bir kümenin üyelik fonksiyonu

Klasik kümelerde kısmi derecede üyelik söz konusu değildir. Kısmi üyelik değerleri bulanık kümeler ile ifade edilmektedir.

2.2. Bulanık Kümeler

Bulanık veriler çoğunlukla kişilerin algılarındaki ve konuşma dilinde kullanılan sözcüklerdeki belirsizlikler nedeniyle ortaya çıkmaktadır. Genellikle bulanık veriler, nitel formdaki sözel değişkenler ile ifade edilmektedir. Örneğin, “Hakan gençtir” ifadesi yeteri kadar açık değildir çünkü gençliğin tanımı kişilere göre farklılıklar göstermektedir. Bulanık verilerin matematiksel olarak modellenmesi ise, bulanık küme teorisi ile mümkün olmaktadır.⁶¹

Bir \tilde{A} bulanık kümesi, E evrensel kümesinden $[0,1]$ kapalı aralığına tanımlanan karakteristik bir fonksiyon ile ifade edilmektedir. Söz konusu fonksiyona, üyelik fonksiyonu adı verilmektedir. \tilde{A} bulanık kümesi için tanımlanacak olan bir üyelik fonksiyonu, (1.9)’da gösterilmektedir.⁶²

$$\mu_{\tilde{A}} : E \rightarrow [0, 1] \quad (1.9)$$

⁶¹ Hung T. Nguyen – Berlin Wu, **Fundamentals Of Statistics With Fuzzy Data Studies In Fuzziness And Soft Computing**, Vol. 198, Springer, Netherlands, 2006, s. 13.

⁶² Ulrich Höhle – Stephen E. Rodabaugh, **Mathematics of Fuzzy Sets, Logic, Topology And Measure Theory**, Kluwer Academic Publishers, USA, 1999, s. 63.

\tilde{A} bulanık kümesinin elemanı olan x 'in üyeliğinin derecesi $\mu_{\tilde{A}}(x)$, x elemanının \tilde{A} bulanık kümesine hangi derecede üye olduğunun göstergesidir. “ x , \tilde{A} bulanık kümesinin elemanıdır ” cümlesinin ne derecede doğru olduğunun hesaplanmasını sağlamaktadır. Bulanık kümelerdeki üyelik dereceleri, bulanık mantıktaki doğruluk değerlerine karşılık gelmektedir.⁶³

Sonlu bir E evrensel kümesi içerisindeki bir \tilde{A} bulanık kümesinin genel gösterimi (1.10)'da verilmektedir.

$$\tilde{A} = \left\{ \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_1)}{x_1} + \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_2)}{x_2} + \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_3)}{x_3} + \dots + \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_n)}{x_n} \right\} = \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_i)}{x_i} \right\} \quad (1.10)$$

Payda bulunan ifadeler her küme elemanı için üyelik derecesini, paydada bulunan ifadeler ise üyelik dereceleri hesaplanmış olan elemanları göstermektedir. (+) işareti burada toplam anlamını değil birleşim anlamını taşımaktadır.

Bulanık kümeler ifade edilirken üyelik değerleri sıfır olan elemanlar yazılmayabilir.

Bulanık bir kümenin tanımlanması için farklı gösterimler de bulunmaktadır. Bir \tilde{A} bulanık kümesi, sıralı ikililer şeklinde de ifade edilebilir. Sıralı ikilideki birinci ifade üyelik derecesi hesaplanan küme elemanını ve ikinci ifade ise, elemanın üyelik derecesini göstermektedir.⁶⁴

$$\tilde{A} = \{ (x_1, \mu(x_1)), (x_2, \mu(x_2)), \dots, (x_n, \mu(x_n)) \} \quad (1.11)$$

Bir \tilde{A} bulanık kümesi, bulanık satır vektörü olarak adlandırılan bir vektör kullanılarak da ifade edilebilir. Söz konusu vektörde, yalnızca üyelik değerleri yer almaktadır.⁶⁵

$$\tilde{A} = \{ \mu(x_1), \mu(x_2), \dots, \mu(x_n) \} \quad (1.12)$$

⁶³ A.g.e., s. 63.

⁶⁴ Hang Xing Li – Vincent C.Yen, **Fuzzy Sets And Decision Making**, CRC Press, USA, 1995, s. 7.

⁶⁵ A.g.e., s. 9.

E evrensel kümesi sürekli ve sonsuz olduğunda bulanık küme ifadesi ise (1.13)'te gösterildiği biçime dönüşmektedir. Burada \int işareti integral ifadesi değildir, evrensel kümenin sonsuz olduğunun göstergesidir.⁶⁶

$$\tilde{A} = \int \frac{\mu_{\tilde{A}}(x)}{x} \quad (1.13)$$

Örneğin, altı elemandan oluşan E evrensel kümesi $E = \{a, b, c, d, e, f\}$ içerisinde tanımlanan \tilde{A} bulanık kümesi için elemanların üyelik dereceleri, $\mu_{\tilde{A}}(a) = 1$, $\mu_{\tilde{A}}(b) = 0.3$, $\mu_{\tilde{A}}(c) = 0.5$, $\mu_{\tilde{A}}(d) = 0.7$, $\mu_{\tilde{A}}(e) = 0.9$ ve $\mu_{\tilde{A}}(f) = 0$ olmak üzere, \tilde{A} bulanık kümesinin farklı gösterimleri aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir.

$$\tilde{A} = \left\{ \frac{1}{a}, \frac{0.3}{b}, \frac{0.5}{c}, \frac{0.7}{d}, \frac{0.9}{e} \right\}$$

$$\tilde{A} = \{(a, 1), (b, 0.3), (c, 0.5), (d, 0.7), (e, 0.9)\}$$

$$\tilde{A} = (1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9)$$

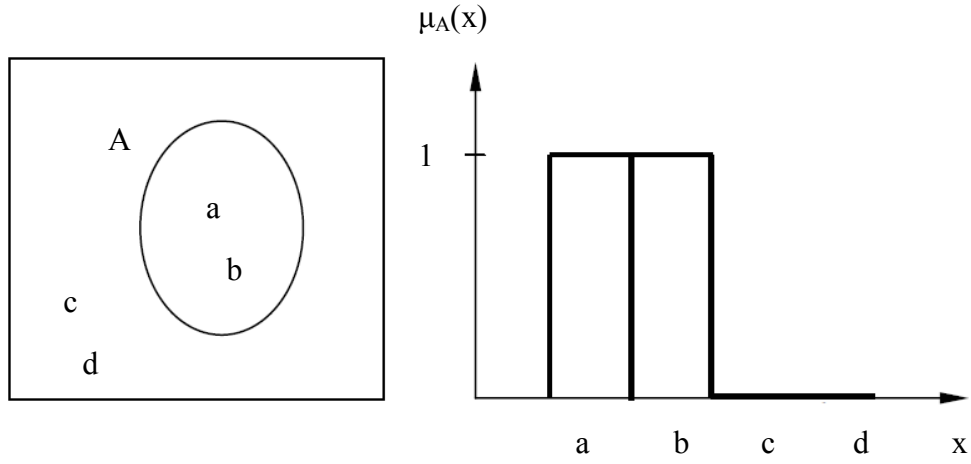
Klasik bir küme ile bulanık bir küme arasındaki farkların görülebilmesi açısından, $E = \{a, b, c, d\}$ evrensel kümesinde tanımlanan $A = \{a, b\}$ klasik kümesi ve

$$\tilde{A} = \left\{ \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{0.5}{c} + \frac{0}{d} \right\} \text{ bulanık kümesinin grafik ifadeleri, Şekil 1.4 ve Şekil}$$

1.5'te verilmiştir.⁶⁷

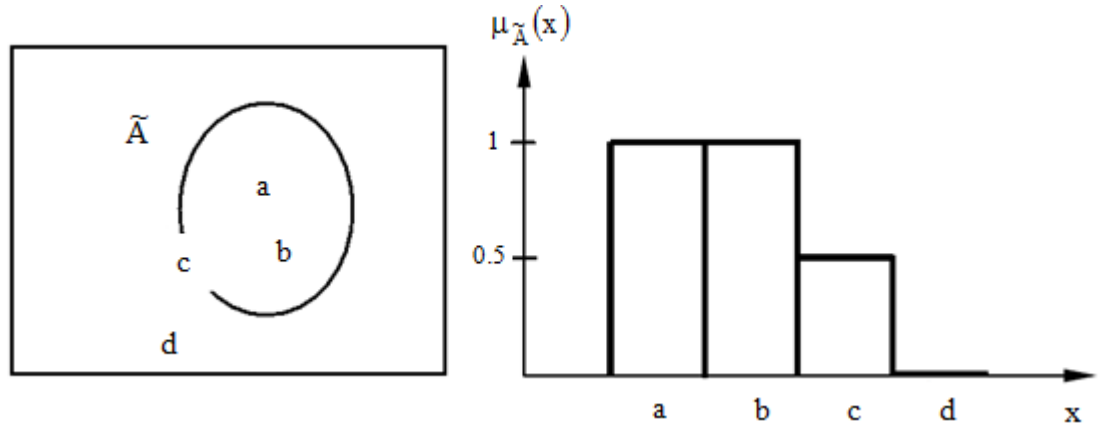
⁶⁶ Ross, a.g.e., s. 34.

⁶⁷ Kwang H. Lee, **First Course On Fuzzy Theory And Applications Advances In Soft Computing**, Springer, Germany, 2005, s. 8.



Şekil 1. 4: Klasik Bir Kümenin Grafik Gösterimi

(Kaynak: H. Kwang Lee, *First Course On Fuzzy Theory And Applications Advances In Soft Computing*, Springer, Germany, 2005, s. 8.)



Şekil 1. 5: Bulanık Bir Kümenin Grafik Gösterimi

(Kaynak: H. Kwang Lee, *First Course On Fuzzy Theory And Applications Advances In Soft Computing*, Springer, Germany, 2005, s. 9.)

2.3. Bulanık Küme Türleri

Bulanık küme türlerinin gelişimi, üç değerli mantıktan yola çıkılarak 0.5 geçiş noktasının üyelik değerlerine eklenmesi ile başlamıştır. 0.5 üyelik değeri kümeye yarı üyeliği göstermektedir. Daha sonra, beş değerli ve yedi değerli bulanık kümeler tanımlanmıştır. Üyelik değerlerinin çeşitliliğine duyulan gereksinim nedeniyle değer sınırlamasını kaldıran ve $[0,1]$ kapalı aralığında herhangi bir üyelik değerine sahip olabilen

sürekli bulanık kümeler geliştirilmiştir. Bulanık küme türleri Tablo 1.1’de gösterilmektedir.⁶⁸

1 üyelik değeri, bir bulanık kümede tamamı ile üyeliği, 1’e yakın olan değerler elemanların kümede güçlü fakat kısmi üyeliğini, 0.5’ten küçük, 0’dan büyük üyelik değerleri elemanların kümede üye olmamaya yaklaştıklarını fakat halen zayıf ta olsa üye olduklarını ve 0 üyelik değeri ise, tamamı ile üye olmadıklarını göstermektedir. Bulanık kümeler, niteliksel ve niceliksel değerlendirmeleri bir arada yapabilmektedirler. 1 ve 0 üyelik değerleri elemanların tamamıyla kümenin içinde ya da dışında olduklarını niteliksel olarak, 1 ve 0 arasındaki değerler ise, üyelik derecesini niceliksel olarak tanımlamaktadır.⁶⁹

2.4. Bulanık Kümelerde İşlemler

Bulanık kümeler ile ilgili bazı temel kavramlar şunlardır:

Bulanık Boş Küme: Bir bulanık kümeye kısmi derecede de olsa üye olan herhangi bir eleman bulunmuyorsa, başka bir deyişle bulanık kümenin üyelik fonksiyonu değeri “sıfır” ise, söz konusu küme bulanık boş küme olarak adlandırılır.⁷⁰

$$\tilde{A} = \emptyset \Leftrightarrow \forall x \in E \mu_{\tilde{A}}(x) = 0 \quad (1.14)$$

Bulanık Evrensel Küme: Bir bulanık kümenin tüm elemanları kümeye tam olarak üye ise, yani üyelik fonksiyonunun değeri kümedeki tüm elemanlar için “bir” ise, bulanık küme evrenseldir.⁷¹

$$\tilde{A} = E \Leftrightarrow \forall x \in E \mu_{\tilde{A}}(x) = 1 \quad (1.15)$$

Eşit Bulanık Kümeler: \tilde{A} ve \tilde{B} bulanık kümelerinin birbirine eşit olması için aynı elemanın, her iki kümede de aynı üyelik değerine sahip olması gerekmektedir.⁷²

$$\forall x \in E \text{ için } \mu_{\tilde{A}}(x) = \mu_{\tilde{B}}(x) \quad (1.16)$$

⁶⁸ Ragin, a.g.e., s. 154–159.

⁶⁹ A.g.e., s. 154–159.

⁷⁰ A.g.e., s. 26.

⁷¹ A.g.e., s. 26.

⁷² A.g.e., s. 26.

Tablo 1. 1: Bulanık Küme Türleri(Kaynak: C. Charles Ragin, **Fuzzy-Set Social Science**, The University of Chicago Press, USA, 2000, s. 156.)

	Üç Değerli Bulanık Küme	Beş Değerli Bulanık Küme	Yedi Değerli Bulanık Küme	Sürekli Bulanık Küme
1 = tamamiyla içinde	1 = tamamiyla içinde	1 = tamamiyla içinde 0.75 = dışında olmaktan çok içinde	0 = tamamiyla içinde 0.83 = çoğunlukla fakat tamamı ile içinde değil 0.67 = az ya da çok içinde	1 = tamamiyla içinde Derecesi çoğunlukla içinde olan aralık: $0.5 < x < 1$
	0.5 = içinde ya da dışında değil (geçiş noktası)	0.5 = içinde ya da dışında değil	0.5 = içinde ya da dışında değil	0.5 = içinde ya da dışında değil
		0.25 = içinde olmaktan çok dışında	0.33 = az ya da çok dışında	Derecesi çoğunlukla dışında olan aralık: $0 < x < 0.5$
			0.17 = çoğunlukla fakat tamamen dışında değil	
0 = tamamiyla dışında	0 = tamamiyla dışında	0 = tamamiyla dışında	0 = tamamiyla dışında	0 = tamamiyla dışında

Kapsama: $\mu_{\tilde{A}}(x)$ ve $\mu_{\tilde{B}}(x)$ üyelik fonksiyonları tarafından tanımlanan \tilde{A} ve \tilde{B} bulanık kümeleri için kapsama işlemi (1.17)'de tanımlanmaktadır.⁷³

$$\tilde{A} \subseteq \tilde{B} \Leftrightarrow \mu_{\tilde{A}}(x) \leq \mu_{\tilde{B}}(x) \quad \forall x \in E \quad (1.17)$$

Örneğin, “çok uzun insanlar” bulanık kümesi “uzun insanlar” bulanık kümesi tarafından kapsanmaktadır. Başka bir deyişle, “çok uzun insanlar” bulanık kümesi, “uzun

⁷³ Siegfried Gottwald, “Mathematical Fuzzy Logics”, **The Bulletin Of Symbolic Logic**, Vol. 14, No.2, 2008, s. 213.

insanlar” bulanık kümesinin alt kümesidir. Benzer şekilde, “10’den oldukça büyük reel sayılar bulanık kümesi de, “10’den büyük reel sayılar” kümesi tarafından kapsanmaktadır.⁷⁴

Bulanık Kuvvet Kümesi: Klasik bir küme olan A kümesinin, bulanık kuvvet kümesi $\tilde{P}(A)$, A kümesinin tüm olası bulanık alt kümelerinden (\tilde{T}) oluşan kümedir.⁷⁵

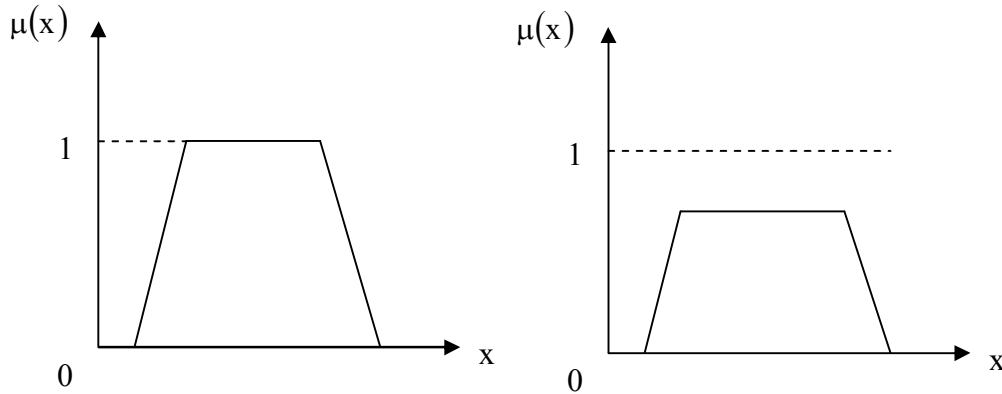
$$\tilde{P}(A) = \{ \tilde{T} \mid \tilde{T} \subseteq A \} \quad (1.18)$$

Bulanık Kümelerin Yüksekliği: Bulanık kümelerin yüksekliği $H(\tilde{A})$, küme elemanlarının sahip olduğu maksimum üyelik değeridir.⁷⁶

$$H(\tilde{A}) = \sup_{x \in E} \mu_{\tilde{A}}(x) \quad (1.19)$$

Eğer, \tilde{A} bulanık kümesinin yüksekliği $H(\tilde{A}) = 1$ ise, \tilde{A} bulanık kümesi normal, eğer yüksekliği 1’den farklı ise normal olmayan bulanık küme olarak adlandırılmaktadır.⁷⁷

Normal ve normal olmayan bulanık kümeler sırasıyla Şekil 1.6’da gösterilmektedir.



Şekil 1. 6: Normal ve Normal Olmayan Bulanık Kümeler

(Kaynak: H. Kwang Lee, **First Course On Fuzzy Theory And Applications Advances In Soft Computing**, Springer, Germany, 2005, s.15.)

⁷⁴ L. A. Zadeh, “Fuzzy Sets And Systems”, **Symposium On System Theory**, Polytechnic Institute Of Brooklyn, April, 20–22, 1965, s. 31.

⁷⁵ Michael Hanss, **Applied Fuzzy Arithmetic An Introduction With Engineering Applications**, Springer, Netherlands, 2005, s. 18.

⁷⁶ A.g.e., s. 18.

⁷⁷ A.g.e., s. 18.

Bulanık Kümelerin Çekirdeği: \tilde{A} bulanık kümesinin çekirdeği $C(\tilde{A})$, \tilde{A} bulanık kümesi içerisinde üyelik derecesi 1'e eşit olan tüm elemanlardan oluşmaktadır.⁷⁸

$$C(\tilde{A}) = \{x \in E \mid \mu_{\tilde{A}}(x) = 1\} \quad (1.20)$$

Bulanık Kümelerde Destek Kümesi: \tilde{A} bulanık kümesinin destek kümesi $S(\tilde{A})$, \tilde{A} bulanık kümesi içerisinde üyelik derecesi 0'dan büyük tüm elemanların oluşturduğu kümedir.⁷⁹

$$S(\tilde{A}) = \{x \in E \mid \mu_{\tilde{A}}(x) > 0\} \quad (1.21)$$

2.4.1. Bulanık Kümelerde Tümlenme İşlemi:

Bir $\tilde{A} \subseteq E$ bulanık kümesinin üyelik fonksiyonu $\mu_{\tilde{A}}(x)$ 'tir. $\overline{\tilde{A}}$ için tanımlanacak olan tümlenim üyelik fonksiyonu (1.22)'de gösterilmektedir.⁸⁰

$$\mu_{\overline{\tilde{A}}}(x) = 1 - \mu_{\tilde{A}}(x) \quad \forall x \in E \quad (1.22)$$

Bulanık tümlenim işlemini, klasik kümelerdeki tümlenim işleminden ayıran bir takım özellikler bulunmaktadır. Yapılacak olan tümlenim işlemine t denildiğinde;

$t: [0,1] \rightarrow [0,1]$ t tümlenim işlemi, $[0,1]$ aralığından yine $[0,1]$ aralığına tanımlanan bir işlemdir.⁸¹

$$\mu_{\overline{\tilde{A}}}(x) = t[\mu_{\tilde{A}}(x)] \quad (1.23)$$

t fonksiyonu ile bulunan $\overline{\tilde{A}}$ bulanık kümesinin, \tilde{A} kümesinin tümlenimini anlamlı bir şekilde temsil edebilmesi için için bazı özelliklere sahip olması gerekmektedir. t

⁷⁸ Terry D. Clark, et al., **Applying Fuzzy Mathematics To Formal Models In Comparative Politics**, Vol. 225, Springer, Berlin, 2008, s. 37.

⁷⁹ Huaguang Zhang – Derong Liu, **Fuzzy Modeling And Fuzzy Control**, Control Engineering Book Series, Birkhauser, Boston, 2006, s. 5.

⁸⁰ Alex B. McBratney – Inakwu O. A. Odeh, , “Application Of Fuzzy Sets In Soil Science: Fuzzy Logic, Fuzzy Measurement And Fuzzy Decisions”, **Geoderme**, Vol. 77, 1997, s. 90.

⁸¹ Hanss, a.g.e., s. 27.

fonksiyonunun her $\mu_1, \mu_2 \in [0,1]$ için (1.24) ve (1.25)'te verilen aksiyomlar ile belirlenen gereksinimleri karşılması gerekmektedir.⁸²

$$\text{Aksiyom } T_1: \quad t(0) = 1 \quad \text{ve} \quad t(1) = 0 \quad (1.24)$$

$$\text{Aksiyom } T_2: \quad \mu_1 \leq \mu_2 \Rightarrow t(\mu_1) \geq t(\mu_2) \quad (1.25)$$

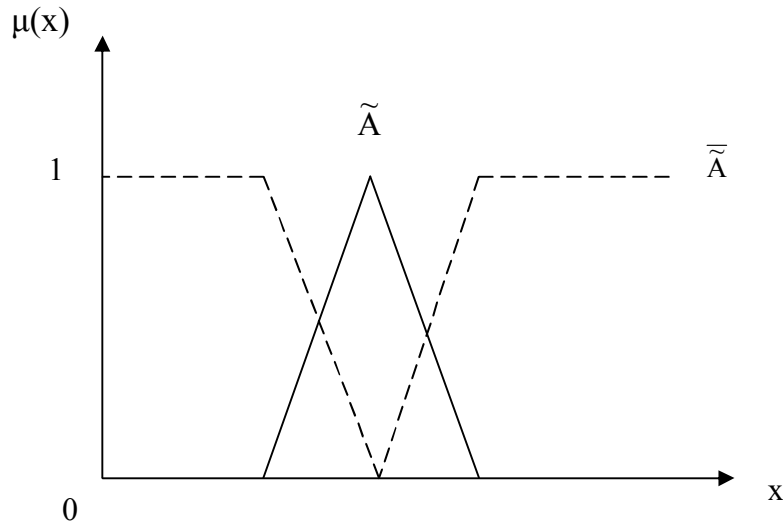
T_1 ve T_2 aksiyomları, bulanık tümlleme işlemini en genel biçimde tanımlamaktadır. Bu iki aksiyom bulanık tümlleme işleminin aksiyomatik iskeletini oluşturmaktadır. Bulanık tümlleme işleme için T_1 ve T_2 aksiyomlarının yanında iki ek gereksinim bulunmaktadır:⁸³

Aksiyom T_3 : t , sürekli bir fonksiyon olmalıdır.

Aksiyom T_4 : $\forall \mu \in E$ için üyelik fonksiyonunun tümleyeninin tümleyeni kendisine eşit olmalıdır.

$$t[t(\mu)] = \mu \quad (1.26)$$

Bulanık kümelerde tümlleme işlemi Şekil 1.7'de gösterilmektedir.



Şekil 1. 7: \tilde{A} Bulanık Kümesinde Tümlleme İşlemi

(Kaynak: J. Timothy Ross, **Fuzzy Logic With Engineering Applications**, John Wiley & Sons Ltd., USA, 2004, s. 36.)

⁸² A.g.e., s. 27.

⁸³ A.g.e., s. 27.

2.4.2. Bulanık Kümelerde Birleşim İşlemi:

E evrensel kümesinde tanımlanan \tilde{A} ve \tilde{B} gibi iki bulanık kümenin birleşimi, üyelik fonksiyonları $\mu_{\tilde{A}}(x)$ ve $\mu_{\tilde{B}}(x)$ olmak üzere (1.27)'de tanımlanmaktadır.⁸⁴

$$\mu_{\tilde{A} \cup \tilde{B}}(x) = \text{maksimum} [\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)] \quad \forall x \in E \quad (1.27)$$

Birleşim işleminin bir diğer gösterimi de mantıksal işlemci veya ile ifade edilmektedir.⁸⁵

$$\mu_{\tilde{A} \cup \tilde{B}}(x) = \mu_{\tilde{A}}(x) \vee \mu_{\tilde{B}}(x) \quad (1.28)$$

Standart bulanık birleşim işlemi, klasik kümelerde yapılan birleşim işleminden bir takım farklılıklar göstermektedir.

İki bulanık küme olan \tilde{A} ve \tilde{B} 'nin birleşimi $\tilde{A} \cup \tilde{B}$ fonksiyonel olarak u ile gösterildiğinde üyelik derecesi (1.29)'da ifade edilmektedir.⁸⁶

$$u: [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$$

$$\mu_{\tilde{A} \cup \tilde{B}}(x) = u [\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)] \quad (1.29)$$

u fonksiyonunun, \tilde{A} ve \tilde{B} bulanık kümelerinin anlamlı bir birleşimini göstermesi için bir takım özelliklere sahip olması gerekmektedir. u fonksiyonu her $\mu_0, \mu_1, \mu_2 \in [0,1]$ için (1.30), (1.31), (1.32) ve (1.33)'te aksiyomatik formda verilen gereksinimleri karşılamalıdır.⁸⁷

$$\text{Aksiyom } U_1: \quad u(\mu_0, 0) = \mu_0 \quad (1.30)$$

$$\text{Aksiyom } U_2: \quad \mu_1 \leq \mu_2 \Rightarrow u(\mu_0, \mu_1) \leq u(\mu_0, \mu_2) \quad (1.31)$$

$$\text{Aksiyom } U_3: \quad u(\mu_1, \mu_2) = u(\mu_2, \mu_1) \quad (1.32)$$

$$\text{Aksiyom } U_4: \quad u[\mu_0, u(\mu_1, \mu_2)] = u[u(\mu_0, \mu_1), \mu_2] \quad (1.33)$$

⁸⁴ E.T. Lee – L.A. Zadeh, "Note On Fuzzy Languages", **Information Sciences**, Vol. 1, No. 4, 1969, s. 422.

⁸⁵ A.g.e., s. 422.

⁸⁶ Hanss, a.g.e., s. 32.

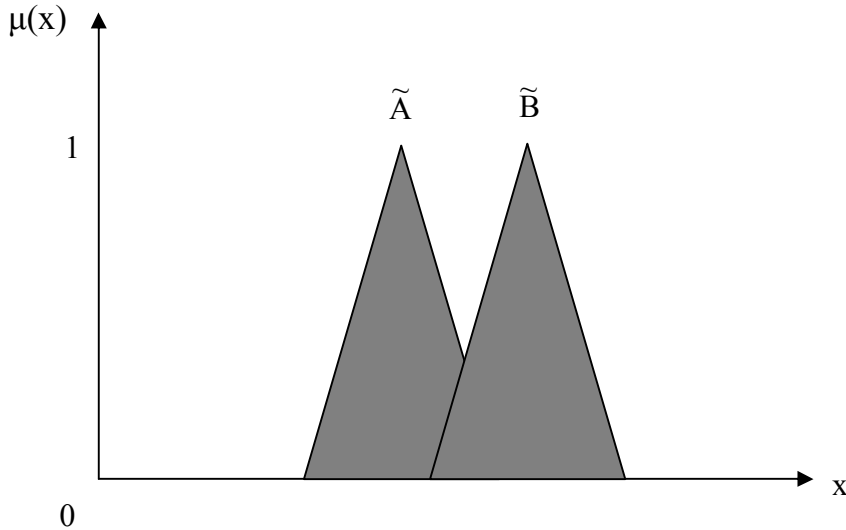
⁸⁷ A.g.e., s. 33.

U_1 'den U_4 'e kadar verilen aksiyomları karşılayan tüm u fonksiyonları, bulanık birleşimlerin en genel ifadeleridir. Bu nedenle, U_1 'den U_4 'e kadar sıralanan aksiyomlar, bulanık birleşim için aksiyomatik iskelet olarak tanımlanmaktadır. Bulanık birleşim için aksiyomatik iskeleti sağlayan her çeşit fonksiyon, ayrıca üçgensel conorm, t-conorm veya s-norm olarak adlandırılmaktadır. Söz konusu terimler birbirleri yerine kullanılabilir. Uygulamada bulanık birleşim işleminde kullanılması gereken ek iki aksiyom ise (1.34)'te tanımlanmaktadır.⁸⁸

Aksiyom U_5 : u sürekli bir fonksiyondur.

Aksiyom U_6 : $\mu_1 < \mu_2$ ve $\mu_3 < \mu_4 \Rightarrow u(\mu_1, \mu_3) < u(\mu_2, \mu_4)$ **(1.34)**

Bulanık birleşim işlemi Şekil 1.8'de gösterilmektedir.



Şekil 1. 8: \tilde{A} ve \tilde{B} Bulanık Kümelerinin Birleşimi

(Kaynak: J. Timothy Ross, **Fuzzy Logic With Engineering Applications**, John Wiley & Sons Ltd., USA, 2004, s. 35.)

2.4.3. Bulanık Kümelerde Kesişim İşlemi:

E evrensel kümesinde tanımlanan \tilde{A} ve \tilde{B} gibi iki bulanık kümenin kesişimi, üyelik fonksiyonları $\mu_{\tilde{A}}(x)$ ve $\mu_{\tilde{B}}(x)$ olmak üzere (1.35)'te tanımlanmaktadır.⁸⁹

⁸⁸ A.g.e., s. 33.

⁸⁹ I. N. Bronshtein et al., **Handbook Of Mathematics**, Springer-Verlag, Berlin, 2007, s. 366.

$$\mu_{\tilde{A} \cap \tilde{B}}(x) = \text{minimum} [\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)] \quad \forall x \in E \quad (1.35)$$

Bulanık kümelerde kesişim işlemi, “ve” mantıksal işlemcisi kullanılarak da ifade edilebilir.⁹⁰

$$\mu_{\tilde{A} \cap \tilde{B}}(x) = \mu_{\tilde{A}}(x) \wedge \mu_{\tilde{B}}(x) \quad (1.36)$$

$\mu_{\tilde{A} \cap \tilde{B}}(x)$ üyelik fonksiyonu, $\mu_{\tilde{A}}(x)$ ve $\mu_{\tilde{B}}(x)$ üyelik fonksiyonu değerlerinden minimum olanı ile tanımlanmaktadır.

$\tilde{A} \cap \tilde{B}$, \tilde{A} ve \tilde{B} bulanık kümelerinin kesişimini göstermek üzere, fonksiyonel olarak k ifade edildiğinde üyelik derecesinin değeri (1.37)’de gösterilmektedir.⁹¹

$$k: [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$$

$$\mu_{\tilde{A} \cap \tilde{B}}(x) = k [\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)] \quad (1.37)$$

$\tilde{A} \cap \tilde{B}$ bulanık kümesinin \tilde{A} ve \tilde{B} bulanık kümelerinin anlamlı bir kesişimi olması için k fonksiyonunun, her $\mu_0, \mu_1, \mu_2 \in [0,1]$ için (1.38), (1.39), (1.40) ve (1.41)’de aksiyomatik formda verilen gereksinimleri karşılamaı gerekmektedir.⁹²

$$\text{Aksiyom K}_1: \quad k(\mu_0, 1) = \mu_0 \quad (1.38)$$

$$\text{Aksiyom K}_2: \quad \mu_1 \leq \mu_2 \Rightarrow k(\mu_0, \mu_1) \leq k(\mu_0, \mu_2) \quad (1.39)$$

$$\text{Aksiyom K}_3: \quad k(\mu_1, \mu_2) = k(\mu_2, \mu_1) \quad (1.40)$$

$$\text{Aksiyom K}_4: \quad k[\mu_0, k(\mu_1, \mu_2)] = k[k(\mu_0, \mu_1), \mu_2] \quad (1.41)$$

K_1 ’den K_4 ’e kadar verilen aksiyomları karşılayan tüm k fonksiyonları, bulanık kesişim işleminin en genel ifadeleridir. Bu nedenle, K_1 ’den K_4 ’e kadar sıralanan aksiyomlar, bulanık kesişim işlemi için aksiyomatik iskelet olarak tanımlanmaktadır. Bulanık kesişim için aksiyomatik iskeleti sağlayan her çeşit fonksiyon, ayrıca üçgensel

⁹⁰ A.g.e., s. 366.

⁹¹ Hanss, a.g.e., s. 30.

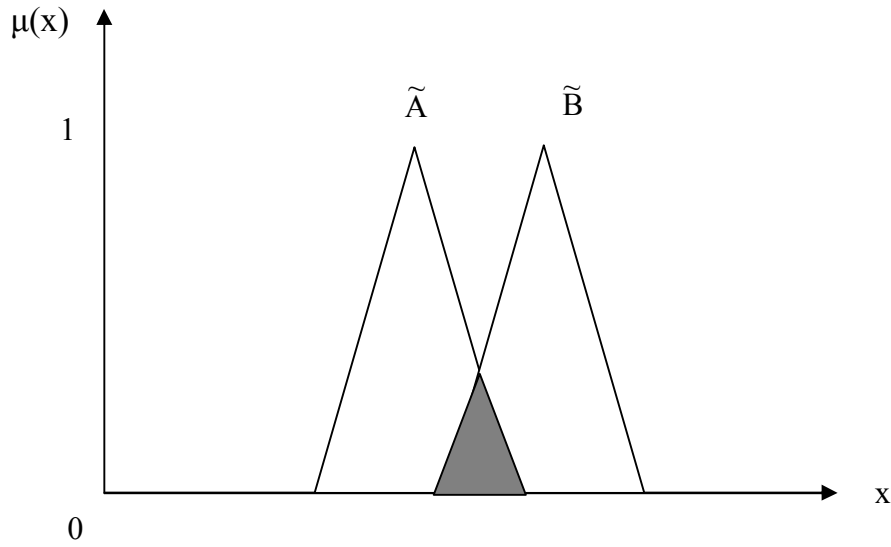
⁹² A.g.e., s. 30.

norm veya t-norm olarak adlandırılmaktadır. Uygulamada bulanık kesişim işleminde kullanılması gereken ek iki aksiyom ise (1.42)'de tanımlanmaktadır.⁹³

Aksiyom K₅: k sürekli bir fonksiyondur.

Aksiyom K₆: $\mu_1 < \mu_2$ ve $\mu_3 < \mu_4 \Rightarrow k(\mu_1, \mu_3) < k(\mu_2, \mu_4)$ **(1.42)**

Bulanık kesişim işlemi Şekil 1.9'da gösterilmektedir.



Şekil 1. 9: \tilde{A} ve \tilde{B} Bulanık Kümelerinin Kesişimi

(Kaynak: J. Timothy Ross, **Fuzzy Logic With Engineering Applications**, John Wiley & Sons Ltd., USA, 2004, s. 35.)

2.4.4. α -Kesim Kümesi

α -kesim kümesi A_α , üyelik değerleri α 'dan daha küçük olmayan elemanlardan oluşan kümedir. α değeri $[0,1]$ kapalı aralığında herhangi bir değer olabilir.⁹⁴

$$A_\alpha = \{ x \in E \mid \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha \} \quad (1.43)$$

⁹³ A.g.e., s. 30.

⁹⁴ Guo Shu Xiang – Lü Zhen Zhou – Feng Li Fu, “Fuzzy Arithmetic And Solving Of The Static Governing Equations Of Fuzzy Finite Element Method”, **Applied Mathematics And Mechanics**, Vol. 23, No. 9, 2002, s. 1055.

α -kesim kümelerinin özellikleri şunlardır:⁹⁵

a. Bulanık kümelerin α -kesim kümeleri klasik kümelerden oluşmaktadır.

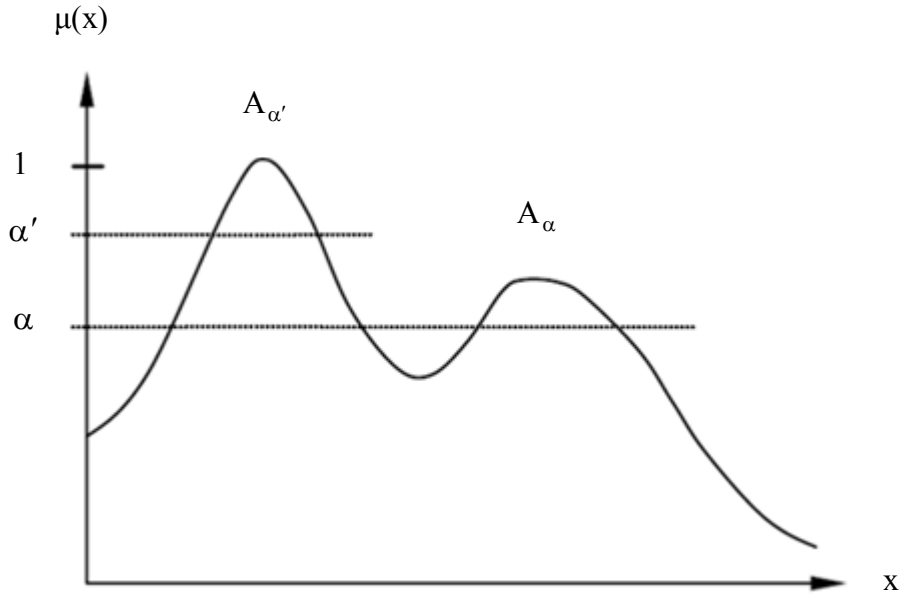
b. $\alpha = 1$ kesim kümesi aynı zamanda \tilde{A} bulanık kümesinin çekirdeği olarak adlandırılmaktadır.⁹⁶

$$C(\tilde{A}) = \{x \in E \mid \mu_{\tilde{A}}(x) = 1\} \quad (1.44)$$

c. α -kesim kümesi işleminde \geq işareti yerine $>$ işareti kullanıldığında α -kesimi güçlü α -kesimi olarak adlandırılır. \tilde{A} bulanık kümesinin destek kümesi, $\alpha = 0$ için güçlü α -kesim kümesidir.⁹⁷

$$S(\tilde{A}) = \{x \in E \mid \mu_{\tilde{A}}(x) > 0\} \quad (1.45)$$

A_α ve $A_{\alpha'}$ gibi iki kesim kümesi için $\alpha \leq \alpha'$ ise, $A_\alpha \supseteq A_{\alpha'}$ olmaktadır. α ve α' kesim kümeleri Şekil 1.10'da gösterilmektedir.



Şekil 1.10: α Kesim Kümesi ($\alpha \leq \alpha'$, $A_\alpha \supseteq A_{\alpha'}$)

(Kaynak: H. Kwang Lee, *First Course On Fuzzy Theory And Applications Advances In Soft Computing*, Springer, Germany, 2005, s. 16.)

⁹⁵ Bronshtein, et al., a.g.e., s. 364.

⁹⁶ A.g.e., s. 364.

⁹⁷ Clark, et al., a.g.e., s. 37.

Düzye kümesi: [0,1] aralığında bulunan α değeri, üyelik fonksiyonunun değeri ni açık olarak göstermektedir. α tarafından belirlenen düzye kümesi, (1.46)'da tanımlanmaktadır.⁹⁸

$$\wedge_{\alpha} = \{ \alpha \mid \mu_{\tilde{A}}(x) = \alpha, \alpha \geq 0, x \in E \} \quad (1.46)$$

Düzye kümesi bir bulanık kümenin elemanlarının aldığı üyelik değerlerinin tümünden oluşmaktadır.⁹⁹

2.4.5. Dışbükey (Konveks) Bulanık Küme:

E evrensel kümesi, n-boyutlu Öklid vektör uzayı R^n 'de tanımlı olmak üzere, bir bulanık kümede, herhangi iki noktayı birleştiren çizgi üzerindeki her nokta kümenin elemanı ise, bulanık küme dışbükeydir. Ayrıca, bir bulanık kümenin tüm α - kesim kümeleri dışbükey ise, bu α -kesim kümelerine sahip olan bulanık küme de dışbükey olarak adlandırılmaktadır.¹⁰⁰

Bir bulanık dışbükey kümenin üyelik fonksiyonunda, evrensel kümede bulunan elemanların değerleri artarken, üyelik değerleri monoton olarak artan veya üyelik değerleri monoton olarak azalan veya önce monoton olarak artan daha sonra monoton olarak azalandır. Başka bir deyişle \tilde{A} bulanık kümesi içerisindeki x, y, z gibi herhangi üç eleman $x < y < z$ gibi bir değer sınırlamasına sahip ise (1.47)'deki koşullar sağlandığında \tilde{A} bulanık kümesi dışbükey bir kümedir.¹⁰¹

$$\mu_{\tilde{A}}(y) \geq \text{Min}[\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{A}}(z)]$$

$$y = \lambda x + (1 - \lambda)z \quad x, z \in R^n, \lambda \in [0, 1] \quad (1.47)$$

Bir bulanık küme sadece, tümleyeni dışbükey ise, içbükey (konkav) bulanık küme olarak adlandırılmaktadır.¹⁰²

⁹⁸ Lee, **First Course On Fuzzy Theory And Applications Advances In Soft Computing**, a.g.e., s. 16.

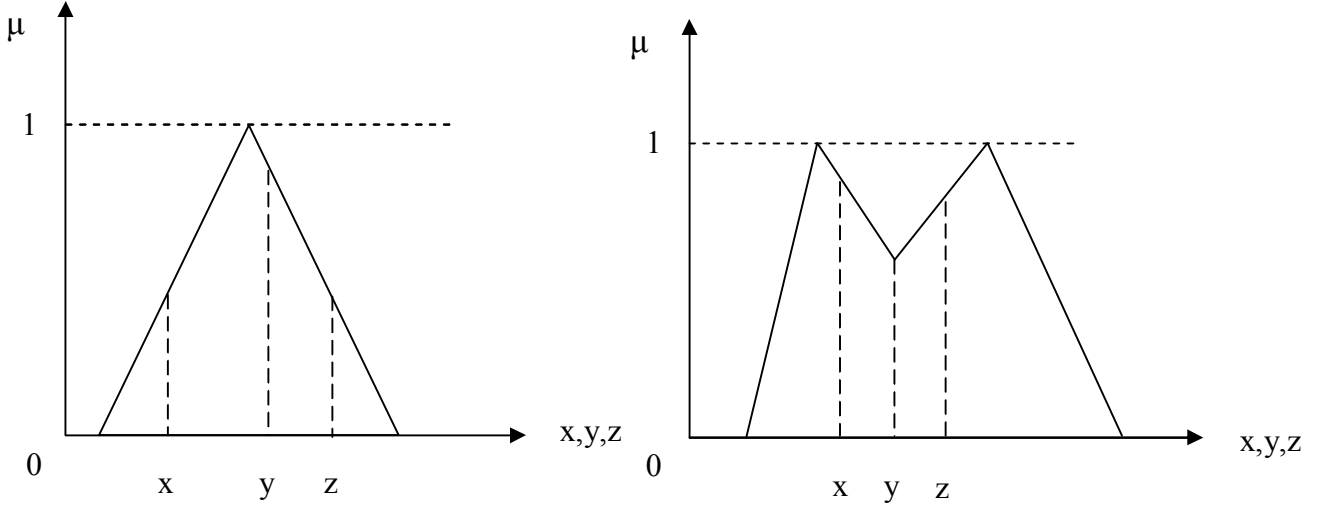
⁹⁹ A.g.e., s. 16.

¹⁰⁰ Lee, **First Course On Fuzzy Theory And Applications Advances In Soft Computing**, a.g.e., s. 76–77.

¹⁰¹ Ross, a.g.e., s. 92.

¹⁰² Zadeh A. Lotfı, “Fuzzy Sets And Systems”, a.g.e., s. 32.

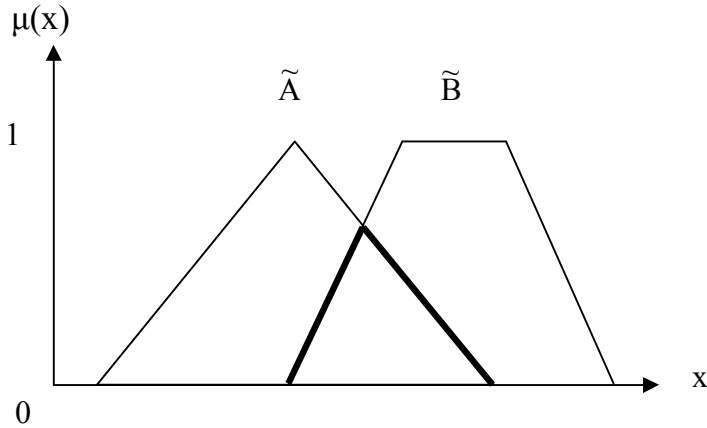
Dışbükey ve dışbükey olmayan kümeler Şekil 1.11’de gösterilmektedir.



Şekil 1. 11: Dışbükey ve Dışbükey Olmayan Bulanık Küme

(Kaynak: J. Timothy Ross, **Fuzzy Logic With Engineering Applications**, John Wiley & Sons Ltd., USA, 2004, s. 92.)

\tilde{A} ve \tilde{B} gibi iki dışbükey bulanık kümenin kesişimi $\tilde{A} \cap \tilde{B}$ kümesi de ayrıca dışbükey bir bulanık kümedir.¹⁰³ Bu durum Şekil 1.12’de gösterilmektedir.



Şekil 1. 12: Dışbükey Bulanık Kümelerin Kesişimi

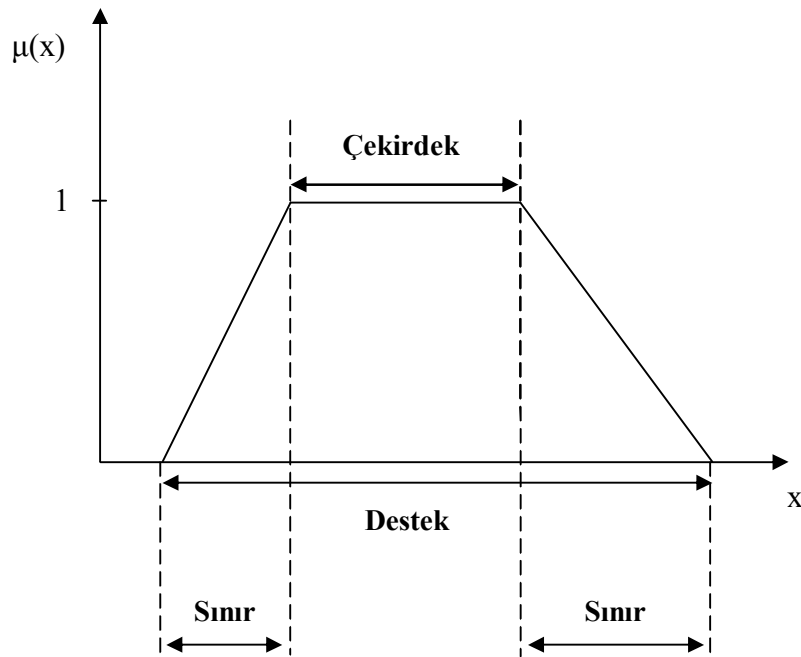
(Kaynak: J. Timothy Ross, **Fuzzy Logic With Engineering Applications**, John Wiley & Sons Ltd., USA, 2004, s. 93.)

¹⁰³ Ross, a.g.e., s. 93.

3. BULANIK SAYILAR

3.1. Üyelik Fonksiyonlarının Özellikleri

Bir bulanık küme içerisindeki tüm bilgiler, bulanık kümenin üyelik fonksiyonu tarafından temsil edilmektedir. Bir evrensel kümeye dahil olan tipik bir bulanık küme için, üyelik fonksiyonların yapısında bulunan çekirdek, destek ve sınırlar Şekil 1.13'te gösterilmektedir.¹⁰⁴



Şekil 1. 13: Bir Bulanık Üyelik Fonksiyonunda Çekirdek, Destek ve Sınırlar

(Kaynak: J. Timothy Ross, *Fuzzy Logic With Engineering Applications*, John Wiley & Sons Ltd., USA, 2004, s. 91.)

\tilde{A} bulanık kümesi için tanımlanan bir üyelik fonksiyonunun çekirdeği, evrensel küme içerisinde \tilde{A} kümesine tam ve tümüyle üye olan elemanların oluşturduğu bölge ile gösterilmektedir. Çekirdek, bulanık kümede üyelik derecesi 1'e eşit olan elemanlardan oluşmaktadır $\mu_{\tilde{A}}(x) = 1$.¹⁰⁵

¹⁰⁴ Ross, a.g.e., s. 91.

¹⁰⁵ A.g.e., s. 91.

\tilde{A} bulanık kümesi için tanımlanan bir üyelik fonksiyonunun desteği ise, \tilde{A} kümesinde üyelik derecesi 0'dan büyük elemanların bulanık küme içerisinde oluşturduğu bölge ile temsil edilmektedir. Destek, bulanık küme içerisinde üyelik derecesi 0'dan büyük elemanlardan oluşmaktadır $\mu_{\tilde{A}}(x) > 0$.¹⁰⁶

\tilde{A} bulanık kümesi için tanımlanan bir üyelik fonksiyonunun sınırları, tam üyelik dışındaki 0'dan farklı üyelik derecelerine sahip elemanların oluşturduğu bölge ile gösterilmektedir. Sınırlar, bulanık küme içerisinde üyelik derecesi 0 ile 1 arasında bulunan elemanlardan oluşmaktadır $0 < \mu_{\tilde{A}}(x) < 1$. Evrensel kümede bulunan bu elemanlar, \tilde{A} bulanık kümesinde, bulanıklığın derecesini veya kısmi üyelik değerlerini göstermektedirler.¹⁰⁷

3.2. Üyelik Fonksiyonu Türleri

Üyelik fonksiyonları, 0 ile 1 arasında değerler alan fonksiyonlar ile modellenir. Üyelik fonksiyonları, verilen bir bulanık küme içerisindeki noktaların farklı üyelik derecelerini göstermektedir. Bulanık sayılar, sürekli veya parçalı sürekli üyelik fonksiyonları ile gösterilmektedir. Üyelik fonksiyonlarından en yaygın olarak kullanılanlar üçgen ve yamuk üyelik fonksiyonlarıdır.

3.2.1. Tekil Üyelik Fonksiyonu

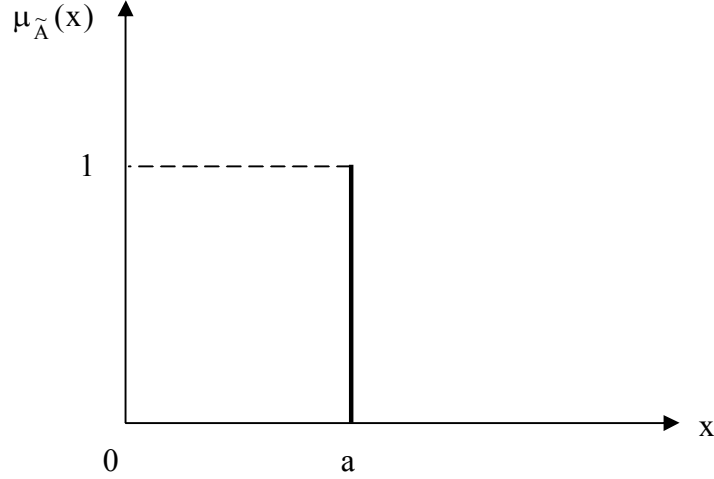
Bulanık küme teorisine göre, klasik sayılar, bulanık sayıların tüm özelliklerine sahip özel bir durumda tanımlanabilir. Bu altyapıdan hareket edilerek, bir klasik a sayısının bulanık bir sayı olarak ifade edilmesini sağlayan üyelik fonksiyonu (1.48)'de ve grafik ifadesi Şekil 1.14'te gösterilmektedir. Tekil üyelik fonksiyonu, bir parametre ile tanımlanır ve x, a sayısına eşit ise 1 ve eşit değil ise 0 değerini alan üyelik fonksiyonudur.¹⁰⁸

¹⁰⁶ A.g.e., s. 91.

¹⁰⁷ A.g.e., s. 92.

¹⁰⁸ Hanss, a.g.e., s. 50.

$$\mu_{\tilde{A}}(x; a) = \begin{cases} x < a & \text{ise,} & 0 \\ x = a & \text{ise,} & 1 \\ x > a & \text{ise,} & 0 \end{cases} \quad (1.48)$$



Şekil 1. 14: Tekil Üyelik Fonksiyonu

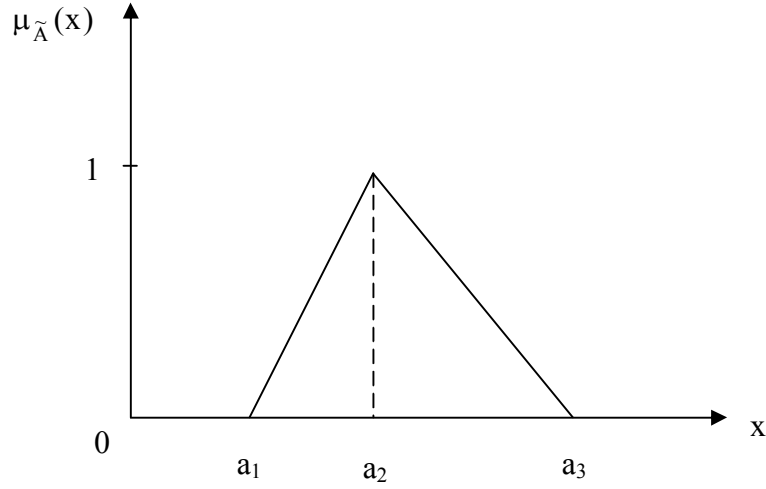
(Kaynak: Michael Hanss, **Applied Fuzzy Arithmetic An Introduction With Engineering Applications**, Springer, Netherlands, 2005, s. 50)

3.2.2. Üçgen üyelik fonksiyonu

Üçgen bir üyelik fonksiyonu üç parametre ile tanımlanmaktadır. Üçgen üyelik fonksiyonunun parçalı fonksiyon şeklindeki ifadesi (1.49)'da verilmektedir.¹⁰⁹ Üçgen bir üyelik fonksiyonu ve bileşenleri Şekil 1.15'te gösterilmektedir.

$$\mu_{\tilde{A}}(x; a_1, a_2, a_3) = \begin{cases} a_1 \leq x \leq a_2 & \text{ise,} & \frac{(x - a_1)}{(a_2 - a_1)} \\ a_2 \leq x \leq a_3 & \text{ise,} & \frac{(a_3 - x)}{(a_3 - a_2)} \\ x > a_3 \text{ veya } x < a_1 & \text{ise,} & 0 \end{cases} \quad (1.49)$$

¹⁰⁹ Zhang–Liu, a.g.e., s. 8.



Şekil 1. 15: Üçgen Üyelik Fonksiyonu

(Kaynak: Huaguang Zhang - Derong Liu, **Fuzzy Modeling And Fuzzy Control**, Control Engineering Book Series, Brikhauser, Boston, 2006, s. 8.)

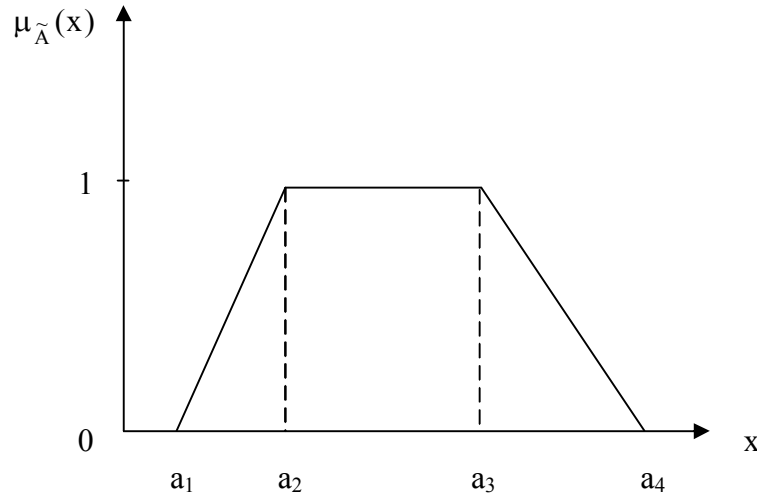
3.2.3. Yamuk üyelik fonksiyonu

Yamuk üyelik fonksiyonu, dört parametre ile tanımlanmaktadır. Yamuk üyelik fonksiyonu, $a_2 = a_3 = a$ ve $a_1 < a < a_2$ olduğu durumda, üçgen üyelik fonksiyonuna dönüşmektedir. a_1, a_2, a_3, a_4 için seçilecek olan farklı değerler, simetrik veya simetrik olmayan yamuk üyelik fonksiyonları elde edilmesine neden olmaktadır. Yamuk üyelik fonksiyonunun parçalı fonksiyon şeklindeki ifadesi (1.50)'de verilmektedir.¹¹⁰ Yamuk bir üyelik fonksiyonu ve bileşenleri Şekil 1.16'da gösterilmektedir.

$$\mu_{\tilde{A}}(x; a_1, a_2, a_3, a_4) = \begin{cases} a_1 \leq x \leq a_2 & \text{ise, } \frac{(x - a_1)}{(a_2 - a_1)} \\ a_2 \leq x \leq a_3 & \text{ise, } 1 \\ a_3 \leq x \leq a_4 & \text{ise, } \frac{(a_4 - x)}{(a_4 - a_3)} \\ x > a_4 \text{ veya } x < a_1 & \text{ise, } 0 \end{cases}$$

(1.50)

¹¹⁰ Bronshtein, et al., a.g.e., s. 361.



Şekil 1. 16: Yamuk Üyelik Fonksiyonu

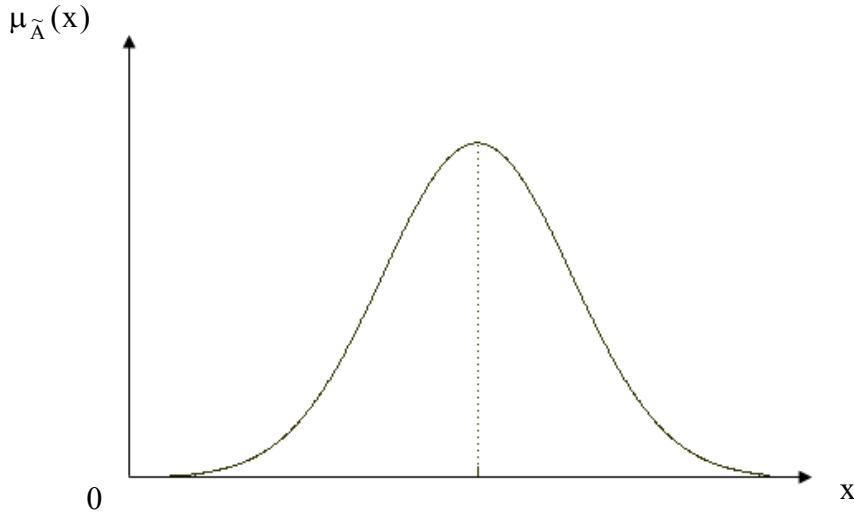
(Kaynak: N. I. Bronshtein et al., **Handbook Of Mathematics**, Springer-Verlag, Berlin, 2007, s. 361.)

3.2.4. Gaussian üyelik fonksiyonu

Gaussian üyelik fonksiyonunda iki parametre bulunmaktadır. m parametresi, fonksiyonun merkezini ve σ parametresi ise, fonksiyonun genişliğini göstermektedir. σ değerinin değiştirilmesi fonksiyonun biçimini değiştirmektedir. σ küçüldükçe fonksiyon incelirken, σ büyüdükçe fonksiyon yayvanlaşmaktadır.¹¹¹ Gaussian üyelik fonksiyonu Şekil 1.17'de gösterilmektedir.

$$\mu_{\tilde{A}}(x; m, \sigma) = \exp\left(-\left(\frac{(x - m)}{\sigma}\right)^2\right) \quad (1.51)$$

¹¹¹ Eduardo Mossad et al., **Fuzzy Logic In Action: Applications In Epidemiology And Beyond**, Studies In Fuzziness And Soft Computing, Vol. 232, Springer, Berlin, 2008, s. 23.



Şekil 1. 17: Gaussian Üyelik Fonksiyonu

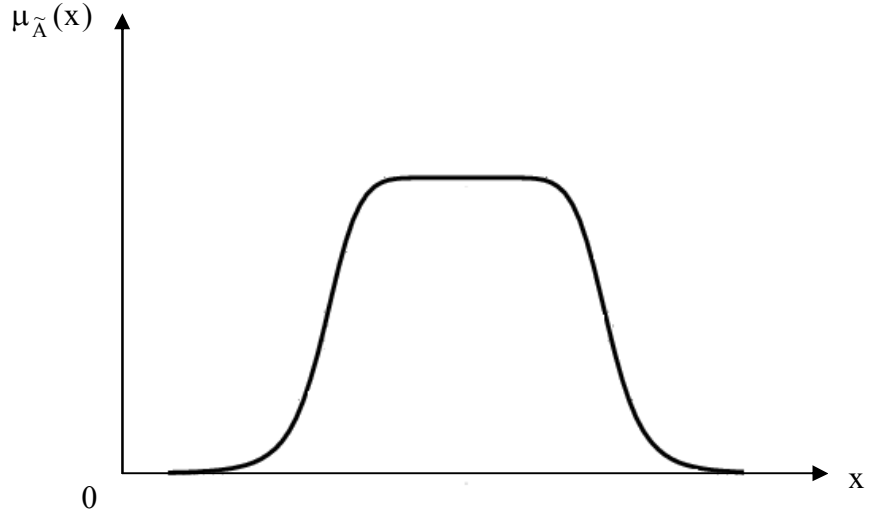
(Kaynak: Eduardo Mossad, et al., **Fuzzy Logic In Action: Applications In Epidemiology And Beyond**, Studies In Fuzziness And Soft Computing, Volume 232, Springer, Berlin, 2008, s. 24.)

3.2.5. Çan şekilli üyelik fonksiyonu

Çan şekilli üyelik fonksiyonunda üç parametre bulunmaktadır. a_1 parametresi, fonksiyonun genişliğini, a_3 parametresi fonksiyonun merkezini ve a_2 parametresi ise eğimini göstermektedir.¹¹² Çan şekilli üyelik fonksiyonu Şekil 1.18’de gösterilmektedir.

$$\mu_A(x; a_1, a_2, a_3) = \frac{1}{1 + \left| \frac{x - a_3}{a_1} \right|^{2a_2}} \quad (1.52)$$

¹¹² Leszek Rutkowski, **Flexible Neuro-Fuzzy Systems Structures, Learning And Performance Evaluation**, Kluwer Academic Publishers, Boston, 2004, s. 9.



Şekil 1. 18: Çan Şekilli Üyelik Fonksiyonu

(Kaynak: Leszek Rutkowski, **Flexible Neuro-Fuzzy Systems Structures, Learning And Performance Evaluation**, Kluwer Academic Publishers, Boston, 2004, s. 10.)

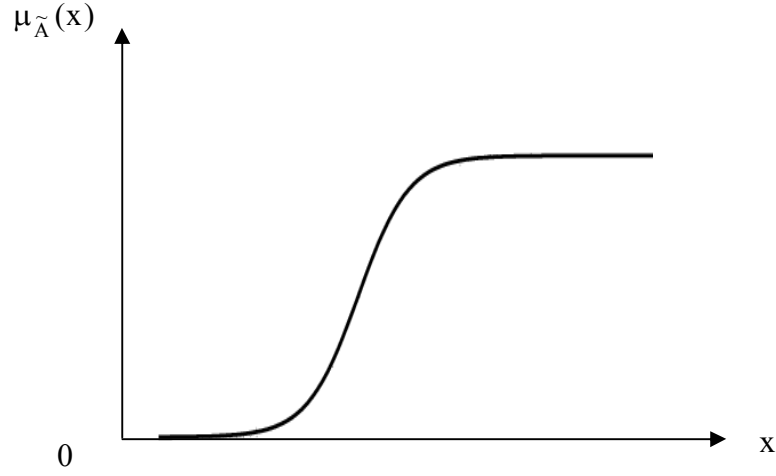
3.2.6. Sigmoidal üyelik fonksiyonu

Bir sigmoidal üyelik fonksiyonu iki parametre ile tanımlanmaktadır. a_1 parametresi geçiş noktasındaki eğimi ve a_2 parametresi de geçiş noktasını göstermektedir. Sigmoidal üyelik fonksiyonu Şekil 1.19'da gösterilmektedir.¹¹³

$$\mu_A(x; a_1, a_2) = \frac{1}{1 + \exp[-a_1(x - a_2)]}$$

(1.53)

¹¹³ A.g.e., s. 9.



Şekil 1. 19: Sigmoidal Üyelik Fonksiyonu

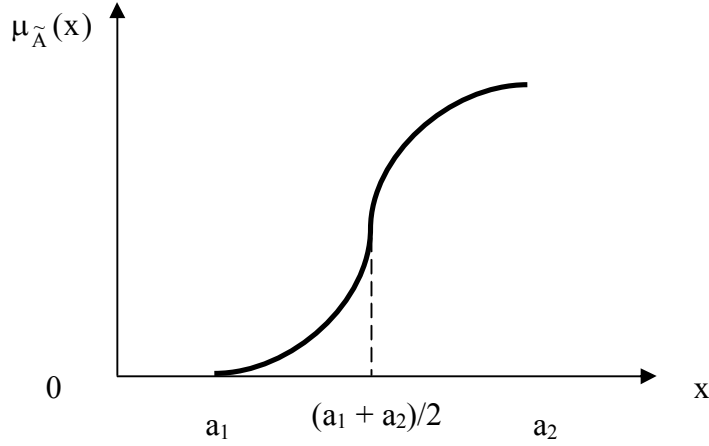
(Kaynak: Leszek Rutkowski, **Flexible Neuro-Fuzzy Systems Structures, Learning And Performance Evaluation**, Kluwer Academic Publishers, Boston, 2004, s. 10.)

3.2.7. S tipi üyelik fonksiyonu

S tipi üyelik fonksiyonu adını şeklinin S harfine benzemesi nedeniyle almıştır. S üyelik fonksiyonu iki parametre ile tanımlanmaktadır.¹¹⁴ S tipi üyelik fonksiyonu Şekil 1.20’de gösterilmektedir.

$$\mu_A(x; a_1, a_2) = \begin{cases} x \leq a_1 & \text{ise;} & 0 \\ a_1 \leq x \leq \frac{(a_1 + a_2)}{2} & \text{ise;} & 2 \left[\frac{(x - a_1)}{(a_2 - a_1)} \right]^2 \\ \frac{(a_1 + a_2)}{2} \leq x \leq a_2 & \text{ise;} & 1 - 2 \left[\frac{(x - a_2)}{(a_2 - a_1)} \right]^2 \\ a_2 \leq x & \text{ise;} & 1 \end{cases} \quad (1.54)$$

¹¹⁴ Baykal-Beyan, a.g.e., s. 80.



Şekil 1. 20: S Tipi Üyelik Fonksiyonu

(Kaynak: Nazife Baykal - Timur Beyan, **Bulanık Mantık İlke ve Temelleri**, Bıçakçılar Kitabevi, Ankara, 2004, s. 80.)

3.3. Bulanık Sayı Kavramı

Reel sayılar evrensel kümesi içerisinde tanımlanmış olan çeşitli tiplerde bulanık küme bulunmaktadır. Bulanık kümeler, kesin olarak belirlenmemiş sayısal miktarların ve kişisel görüşlerin işleme alınmasıyla, bulanık sayılar ile ifade edilmektedir.

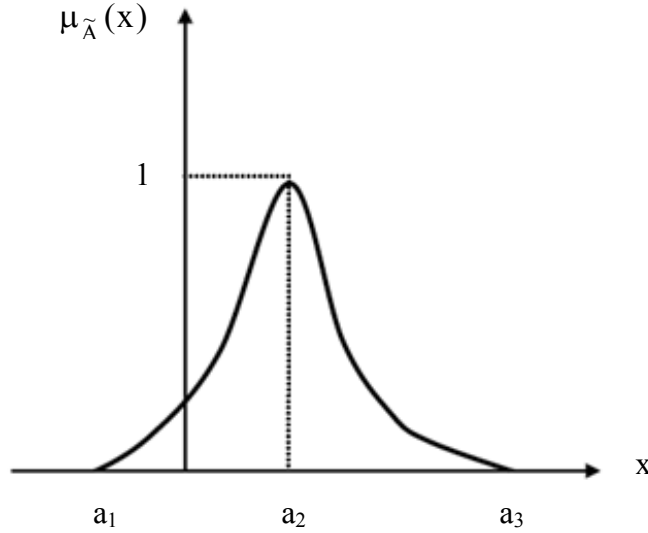
Bir \tilde{A} bulanık kümesi içerisinde tanımlanan bir \tilde{a} sayısının bulanık bir sayı olabilmesi için aşağıda verilen koşulları sağlaması gerekmektedir.¹¹⁵

1. \tilde{A} bulanık kümesi normal olmalıdır. Yani, kümenin yüksekliği 1'e eşit olmalıdır.
2. \tilde{A} bulanık kümesi dışbükey (konveks) olmalıdır.
3. Üyelik derecesi 1'e eşit olan en az bir eleman (\bar{x}) bulunmalıdır. $C(\tilde{A}) = \bar{x}$
4. Üyelik fonksiyonunu gösteren $\mu_{\tilde{A}}(x)$ parçalı ve sürekli bir fonksiyon olmalıdır.

¹¹⁵ Hanss, a.g.e., s. 45-46.

3.3.1. Bulanık Sayılar ve Aralık İşlemleri

Bir bulanık sayı, reel sayılar kümesinde bulanık bir küme tarafından tanımlanan bulanık bir aralık ile ifade edilebilir. Söz konusu aralık aynı zamanda bir bulanık kümeyi göstermektedir. Genel olarak bir bulanık aralık, iki sınır noktası a_1 ve a_3 ve bir doruk noktası a_2 ile tanımlanmaktadır $[a_1, a_2, a_3]$.¹¹⁶ Bu durum Şekil 1.21’de gösterilmektedir.



Şekil 1. 21: $\tilde{A} = [a_1, a_2, a_3]$ Bulanık Sayısı

(Kaynak: H. Kwang Lee, **First Course On Fuzzy Theory And Applications Advances In Soft Computing**, Springer, Germany, 2005, s. 130.)

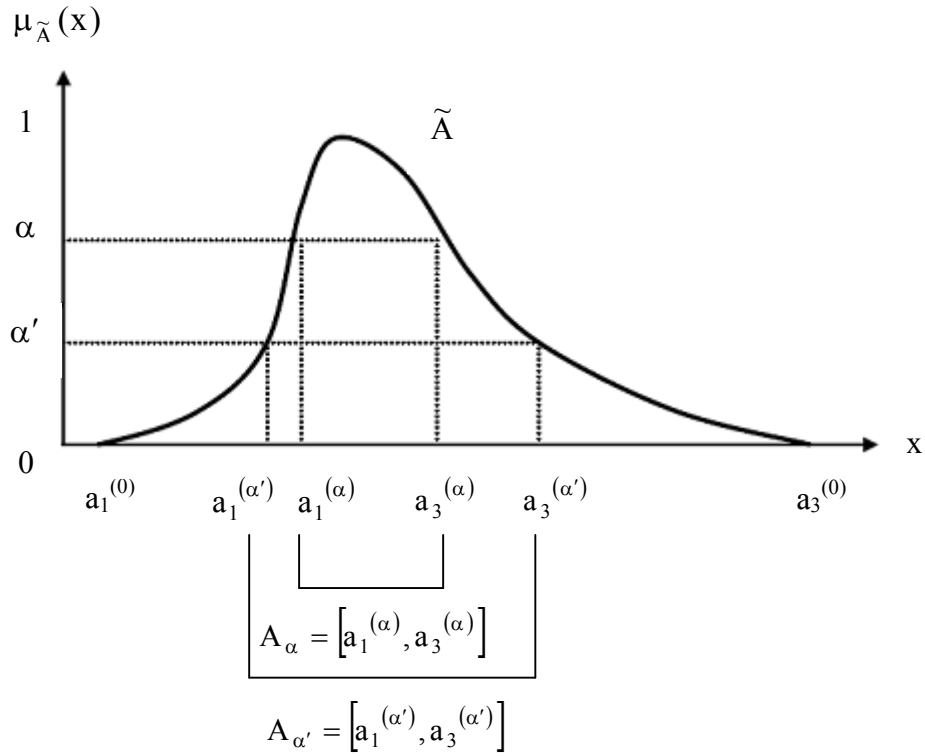
Bir bulanık kümenin bulanık sayı olarak ifade edilebilmesi için normal ve dışbükey olması gerekmektedir.

Dışbükeylik koşulunun gerçekleşmesi için, α -kesiminin sürekli olması ve α - kesim aralığının (1.55)’te verilen koşulu sağlaması yeterlidir.¹¹⁷ Bulanık sayının α -kesimi Şekil 1.22’de gösterilmektedir.

$$A_\alpha = [a_1^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha)}] \quad (\alpha' < \alpha) \Rightarrow (a_1^{(\alpha')} \leq a_1^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha')} \geq a_3^{(\alpha)}) \quad (1.55)$$

¹¹⁶ Lee, **First Course On Fuzzy Theory And Applications Advances In Soft Computing**, a.g.e., s. 130.

¹¹⁷ A.g.e., s. 130.



Şekil 1. 22: Bulanık Sayının α -kesimi ($\alpha' < \alpha$) $\Rightarrow (A_\alpha \subseteq A_{\alpha'})$

(Kaynak: H. Kwang Lee, **First Course On Fuzzy Theory And Applications Advances In Soft Computing**, Springer, Germany, 2005, s. 131.)

Reel sayılardan oluşan klasik aralıklarda yapılan işlemlerin bulanık aralık işlemlerine uygulanması mümkündür. Bulanık aralık işlemleri, standart bulanık aralık ve α -kesim aralığı işlemleri kullanılarak gerçekleştirilmektedir.¹¹⁸ $a_1, a_3, b_1, b_3 \in \mathfrak{R}$ için, $A = [a_1, a_3]$ $B = [b_1, b_3]$ aralıkları arasında yapılacak temel aralık işlemleri (1.56), (1.57), (1.58), (1.59) ve (1.60)'ta tanımlanmaktadır.

Toplama İşlemi:

$$[a_1, a_3] (+) [b_1, b_3] = [a_1 + b_1, a_3 + b_3] \quad (1.56)$$

¹¹⁸ J. G. Klir – Y. Pan, **Constrained Fuzzy Arithmetic: Basic Questions And Some Answers**, Soft Computing, Vol. 2, Springer-Verlag, 1998, s. 101.

Çıkarma İşlemi:

$$[a_1, a_3] (-) [b_1, b_3] = [a_1 - b_3, a_3 - b_1] \quad (1.57)$$

Çarpma İşlemi:

$$[a_1, a_3] (\cdot) [b_1, b_3] = [\text{Minimum}(a_1 \cdot b_1), (a_1 \cdot b_3), (a_3 \cdot b_1), (a_3 \cdot b_3)], \\ [\text{Maksimum}(a_1 \cdot b_1), (a_1 \cdot b_3), (a_3 \cdot b_1), (a_3 \cdot b_3)] \quad (1.58)$$

Bölme İşlemi:

$$[a_1, a_3] (/) [b_1, b_3] = [\text{Minimum}(a_1 / b_1), (a_1 / b_3), (a_3 / b_1), (a_3 / b_3)], \\ [\text{Maksimum}(a_1 / b_1), (a_1 / b_3), (a_3 / b_1), (a_3 / b_3)], \quad b_1, b_3 \neq 0^{119} \quad (1.59)$$

Ters Aralık İşlemi:

$$[a_1, a_3]^{-1} = [\text{Minimum}(1/a_1, 1/a_3), \text{Maksimum}(1/a_1, 1/a_3)], \quad a_1, a_3 \neq 0 \quad (1.60)$$

A ve B kümeleri pozitif reel sayılar \mathfrak{R}^+ kümesinde tanımlandığında, yapılacak olan aralık işlemleri, toplama ve çıkarma işlemleri aynı kalmak üzere, (1.61)¹²⁰, (1.62), (1.63)¹²¹, te gösterildiği gibi değişikliğe uğrayarak basitleşmektedir.

Çarpma İşlemi:

$$[a_1, a_3] (\cdot) [b_1, b_3] = [(a_1 \cdot b_1), (a_3 \cdot b_3)] \quad (1.61)$$

Bölme İşlemi:

$$[a_1, a_3] (/) [b_1, b_3] = [(a_1 / b_3), (a_3 / b_1)] \quad (1.62)$$

Ters Aralık İşlemi:

$$[a_1, a_3]^{-1} = [1/a_3, 1/a_1] \quad (1.63)$$

¹¹⁹ M. Navara – Z. Zabokrtsky, **How To Make Constrained Fuzzy Arithmetic Efficient**, Soft Computing, Vol. 6, Springer–Verlag, 2001, s. 413.

¹²⁰ James J. Buckley, **Simulating Fuzzy Systems, Studies In Fuzziness And Soft Computing**, Springer, Berlin, 2005, s. 10.

¹²¹ Lee, **First Course On Fuzzy Theory And Applications Advances In Soft Computing**, a.g.e., s. 132.

3.3.2. α -kesim Aralığı İşlemleri

Bir bulanık sayı tamamı ile α -kesimleri tarafından ifade edilebilir. α -kesimleri, reel sayılarda tanımlanan kapalı aralıklardır. Aralık analizlerini, bir bulanık sayının α -kesimleri üzerinde uygulamak mümkündür.¹²²

Bulanık bir $A = [a_1, a_3]$ sayısının α -kesim aralığı,

$A_\alpha = [a_1^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha)}], \forall \alpha \in [0,1], a_1, a_3, a_1^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha)} \in \mathfrak{R}$ biçiminde tanımlanmaktadır. Dolayısıyla, A_α klasik bir aralıktır. Sonuç olarak, klasik aralık için yapılan tüm işlemler, α -kesim aralığı işlemleri için de uygulanabilmektedir.¹²³

$A = [a_1, a_3]$ bulanık sayı aralığının α -kesim aralığı A_α ve $B = [b_1, b_3]$ bulanık sayı aralığının α -kesim aralığı B_α olmak üzere yapılacak olan toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemleri (1.64), (1.65), (1.66) ve (1.67)'de verilmektedir.¹²⁴

Toplama İşlemi:

$$[a_1^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha)}](+)[b_1^{(\alpha)}, b_3^{(\alpha)}] = [a_1^{(\alpha)} + b_1^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha)} + b_3^{(\alpha)}] \quad (1.64)$$

Çıkarma İşlemi

$$[a_1^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha)}](-)[b_1^{(\alpha)}, b_3^{(\alpha)}] = [a_1^{(\alpha)} - b_3^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha)} - b_1^{(\alpha)}] \quad (1.65)$$

Çarpma İşlemi:

$$[a_1^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha)}](\bullet)[b_1^{(\alpha)}, b_3^{(\alpha)}] = \left[\begin{array}{l} \text{Minimum}(a_1^{(\alpha)}b_3^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha)}b_1^{(\alpha)}, a_1^{(\alpha)}b_1^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha)}b_3^{(\alpha)}) \\ \text{Maksimum}(a_1^{(\alpha)}b_3^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha)}b_1^{(\alpha)}, a_1^{(\alpha)}b_1^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha)}b_3^{(\alpha)}) \end{array} \right] \quad (1.66)$$

Bölme İşlemi:

$$[a_1^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha)}](/)[b_1^{(\alpha)}, b_3^{(\alpha)}] = \left[\begin{array}{l} \text{Minimum}(a_1^{(\alpha)}/b_3^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha)}/b_1^{(\alpha)}, a_1^{(\alpha)}/b_1^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha)}/b_3^{(\alpha)}) \\ \text{Maksimum}(a_1^{(\alpha)}/b_3^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha)}/b_1^{(\alpha)}, a_1^{(\alpha)}/b_1^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha)}/b_3^{(\alpha)}) \end{array} \right] \quad (1.67)$$

¹²² Simona Saliconei, **Measurement Uncertainty**, Springer Series In Reliability Engineering, Springer, USA, 2007, s. 23.

¹²³ Lee, **First Course On Fuzzy Theory And Applications Advances In Soft Computing**, a.g.e., s. 132.

¹²⁴ Salicone, a.g.e., s. 24.

3.3.3. Genişleme Prensibi ve Bulanık Sayı İşlemleri

Bulanık aritmetik temel olarak iki yöntem kullanılarak yapılmaktadır. Bu yöntemler, α -kesimleri kullanılarak yapılan aralık işlemleri ve genişleme prensibi uygulamalarıdır.¹²⁵ Genişleme kuralı maks-min işlemcisi kullanılarak yapılmaktadır. Öncelikle olası tüm toplam, fark, çarpım, bölüm, maksimum ve minimum işlemleri gerçekleştirilerek “ve” yani minimum işlemcisi daha sonra alternatifler arasından seçim yaparken “veya” yani maksimum işlemcisi kullanılmaktadır. Genişleme prensibi kullanılarak yapılan bulanık sayı işlemleri $\forall x, y, z \in \mathfrak{R}$ için (1.68), (1.69), (1.70), (1.71), (1.72) ve (1.73)’te tanımlanmaktadır.¹²⁶

Toplama: $\tilde{A}(+)\tilde{B}$

$$\mu_{\tilde{A}(+)\tilde{B}}(z) = \bigvee_{z=x+y} (\mu_{\tilde{A}}(x) \wedge \mu_{\tilde{B}}(y)) \quad (1.68)$$

Çıkarma: $\tilde{A}(-)\tilde{B}$

$$\mu_{\tilde{A}(-)\tilde{B}}(z) = \bigvee_{z=x-y} (\mu_{\tilde{A}}(x) \wedge \mu_{\tilde{B}}(y)) \quad (1.69)$$

Çarpma: $\tilde{A}(\bullet)\tilde{B}$

$$\mu_{\tilde{A}(\bullet)\tilde{B}}(z) = \bigvee_{z=x \cdot y} (\mu_{\tilde{A}}(x) \wedge \mu_{\tilde{B}}(y)) \quad (1.70)$$

Bölme: $\tilde{A}(/)\tilde{B}$

$$\mu_{\tilde{A}(/)\tilde{B}}(z) = \bigvee_{z=x/y} (\mu_{\tilde{A}}(x) \wedge \mu_{\tilde{B}}(y)) \quad (1.71)$$

Minimum: $\tilde{A}(\wedge)\tilde{B}$

$$\mu_{\tilde{A}(\wedge)\tilde{B}}(z) = \bigvee_{z=x \wedge y} (\mu_{\tilde{A}}(x) \wedge \mu_{\tilde{B}}(y)) \quad (1.72)$$

Maksimum: $\tilde{A}(\vee)\tilde{B}$

$$\mu_{\tilde{A}(\vee)\tilde{B}}(z) = \bigvee_{z=x \vee y} (\mu_{\tilde{A}}(x) \wedge \mu_{\tilde{B}}(y)) \quad (1.73)$$

Sabit bir sayı ile bir aralığın çarpımı da yapılabilir. $a \in \mathfrak{R}$,

$$a [b_1, b_3] = [(a \bullet b_1) \wedge (a \bullet b_3), (a \bullet b_1) \vee (a \bullet b_3)] \quad (1.74)$$

¹²⁵ Mossad, et al., a.g.e., s. 34.

¹²⁶ Lee, **First Course On Fuzzy Theory And Applications Advances In Soft Computing**, a.g.e., s. 132–133.

Sabit bir sayı ile çarpma α -kesim aralığı için de geçerlidir.
 $\forall \alpha \in [0,1], b_1^{(\alpha)}, b_3^{(\alpha)} \in \mathfrak{R},$ ¹²⁷

$$a [b_1^{(\alpha)}, b_3^{(\alpha)}] = [a \bullet b_1^{(\alpha)} \wedge a \bullet b_3^{(\alpha)}, a \bullet b_1^{(\alpha)} \vee a \bullet b_3^{(\alpha)}] \quad (1.75)$$

3.3.4. Üçgen Bulanık Sayılarda İşlemler

Bir üçgen üyelik fonksiyonu, üç nokta ile tanımlanmaktadır. $\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3)$. a_1 ve a_3 üyelik fonksiyonunun sınırlarının uç noktalarını ve a_2 'de üçgen bulanık sayının tepe noktasını yani yüksekliğini göstermektedir.¹²⁸

Eğer α -kesim işlemi ile klasik bir aralık elde ediliyor ise, $A_\alpha, \forall \alpha \in [0,1]$ için α değerleri; (1.49)'da verilen $\mu_{\tilde{A}}(x)$ üçgen üyelik fonksiyonunda x yerine $a_1^{(\alpha)}$ ve $a_3^{(\alpha)}$ yazılarak,

$$\frac{a_1^{(\alpha)} - a_1}{a_2 - a_1} = \alpha, \quad \frac{a_3 - a_3^{(\alpha)}}{a_3 - a_2} = \alpha \quad \text{şeklinde ifade edilebilir. Buradan hareketle (1.76)}$$

ve (1.77)'ye ulaşılmaktadır.¹²⁹

$$a_1^{(\alpha)} = (a_2 - a_1)\alpha + a_1 \quad (1.76)$$

$$a_3^{(\alpha)} = -(a_3 - a_2)\alpha + a_3 \quad (1.77)$$

$A_\alpha = [a_1^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha)}]$ α -kesim aralığı ise, $A_\alpha = [(a_2 - a_1)\alpha + a_1, -(a_3 - a_2)\alpha + a_3]$ olarak hesaplanmaktadır.¹³⁰

Üçgen bulanık sayı işlemlerinin bir takım önemli özellikleri aşağıda özetlenmektedir:¹³¹

¹²⁷ A.g.e., s. 133.

¹²⁸ Zhang–Liu, a.g.e., s. 8.

¹²⁹ Lee, **First Course On Fuzzy Theory And Applications Advances In Soft Computing**, a.g.e., s. 137–138.

¹³⁰ C.R. Bector – S. Chandra, **Fuzzy Mathematical Programming And Fuzzy Matrix Games**, Studies In Fuzziness And Soft Computing, Vol. 169, Springer, Germany, 2005, s. 47.

¹³¹ Lee, **First Course On Fuzzy Theory And Applications Advances In Soft Computing**, a.g.e., s. 139.

1. İki üçgen bulanık sayı arasında yapılacak olan toplama veya çıkarma işlemlerinin sonucu yine bir üçgen bulanık sayıdır.

2. Çarpma ve bölme işlemlerinin sonucu üçgen bulanık sayı vermeyebilir. Fakat genellikle çarpma ve bölme işlemlerinin sonucu yaklaşık değerlerle üçgen bulanık sayı olarak kabul edilmektedir.

3.3.4.1. Üçgen bulanık sayılarda toplama, çıkarma ve simetrik görüntü işlemleri

İki üçgen bulanık sayı, $\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3)$ ve $\tilde{B} = (b_1, b_2, b_3)$ arasında yapılacak olan toplama, çıkarma ve simetrik görüntü işlemleri (1.78), (1.79) ve (1.80)'de gösterilmektedir.

132

$$\tilde{A}(+) \tilde{B} = (a_1, a_2, a_3)(+)(b_1, b_2, b_3) = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3) \quad (1.78)$$

$$\tilde{A}(-) \tilde{B} = (a_1, a_2, a_3)(-)(b_1, b_2, b_3) = (a_1 - b_3, a_2 - b_2, a_3 - b_1) \quad (1.79)$$

$$- (\tilde{A}) = (-a_3, -a_2, -a_1) \quad (1.80)$$

3.3.4.2. Üçgen bulanık sayılarda çarpma ve bölme işlemlerinde yaklaşık değer bulma

Üçgen bulanık sayılarda yapılan çarpma ve bölme işlemleri için yaklaşık değerler belirlemek mümkündür. Öncelikle iki bulanık sayının α -kesimleri bulunmalıdır.¹³³

Örnek:¹³⁴

$\tilde{A} = (1, 2, 4)$ ve $\tilde{B} = (2, 4, 6)$ bulanık sayılarının α -kesimleri aşağıdaki şekilde hesaplanmaktadır.

$$A_\alpha = [(2-1)\alpha + 1, -(4-2)\alpha + 4] = [\alpha + 1, -2\alpha + 4]$$

¹³² Bector – Chandra, a.g.e., s. 47.

¹³³ Lee, **First Course On Fuzzy Theory And Applications Advances In Soft Computing**, a.g.e., s. 143.

¹³⁴ A.g.e., s. 144.

$$B_\alpha = [(4-2)\alpha + 2, -(6-4)\alpha + 6] = [2\alpha + 2, -2\alpha + 6]$$

Tüm $\alpha \in [0,1]$ için A_α ve B_α klasik aralıklarının çarpımı yapılabilir.

$$\begin{aligned} A_\alpha(\bullet)B_\alpha &= [\alpha + 1, -2\alpha + 4](\bullet)[2\alpha + 2, -2\alpha + 6] \\ &= [(\alpha + 1)(2\alpha + 2), (-2\alpha + 4)(-2\alpha + 6)] \\ &= [2\alpha^2 + 4\alpha + 2, 4\alpha^2 - 20\alpha + 24] \end{aligned}$$

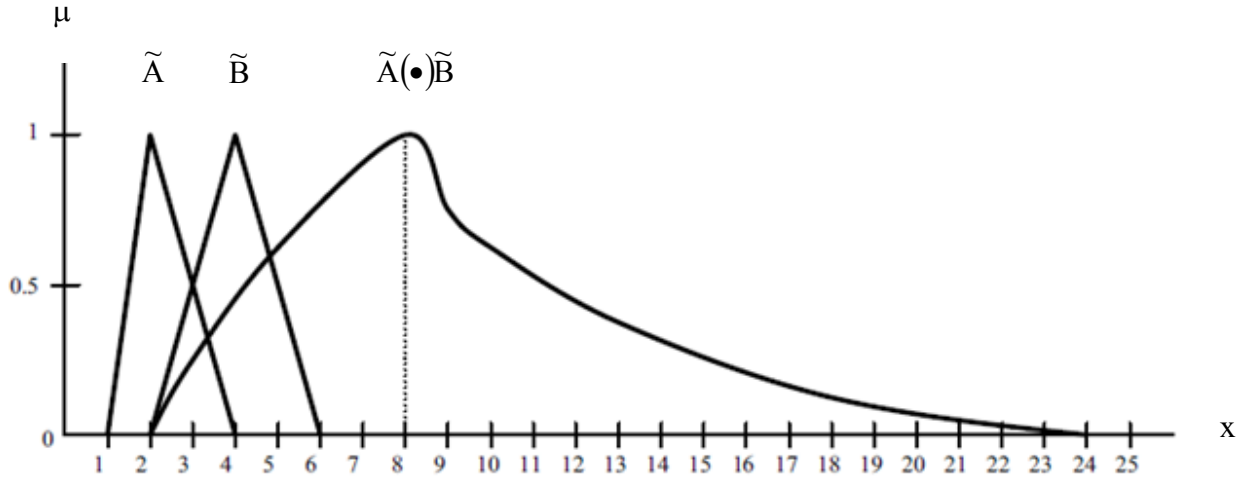
$\alpha = 0$ için;

$$A_0(\bullet)B_0 = [2, 24]$$

$\alpha = 1$ için;

$$A_1(\bullet)B_1 = [2 + 4 + 2, 4 - 20 + 24] = [8, 8] = 8$$

$\tilde{A}(\bullet)\tilde{B}$ 'nin yaklaşık değeri bir üçgen bulanık sayı olarak hesaplanmaktadır. Bu durum Şekil 1.23'te gösterilmektedir. $\tilde{A}(\bullet)\tilde{B} \cong (2, 8, 24)$



Şekil 1. 23: Üçgen Bulanık Sayılar İçin Çarpma işlemi $\tilde{A}(\bullet)\tilde{B} \cong (2, 8, 24)$

(Kaynak: H. Kwang, Lee, **First Course On Fuzzy Theory And Applications Advances In Soft Computing**, Springer, Germany, 2005, s. 143.)

Benzer şekilde, $\tilde{A}(/)\tilde{B}$ bölme işlemi için de yaklaşık bir üçgen bulanık sayı belirlenebilir. Öncelikle A_α ve B_α klasik aralıkları arasında bölme işlemi yapılır.

$$\begin{aligned} A_\alpha(/)B_\alpha &= [\alpha + 1, -2\alpha + 4](/)[2\alpha + 2, -2\alpha + 6] \\ &= [(\alpha + 1)/(-2\alpha + 6), (-2\alpha + 4)/(2\alpha + 2)] \end{aligned}$$

$\alpha = 0$ için;

$$A_0(/)B_0 = [1/6, 2]$$

$\alpha = 1$ için;

$$A_1(/)B_1 = [2/4, 2/4] = 1/2$$

Yaklaşık olarak bulunan bölme işleminin sonucu $\tilde{A}(/)\tilde{B} \cong (1/6, 1/2, 2)$ dir.

3.3.5. Yamuk Bulanık Sayılarda İşlemler

Bir yamuk üyelik fonksiyonu, dört parametre ile tanımlanmaktadır. $\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3, a_4)$. a_1 ve a_4 üyelik fonksiyonunun sınırlarının uç noktalarını ve $[a_2, a_3]$ aralığı da yamuk bulanık sayının 1 değerini aldığı sayı aralığını yani çekirdeğini göstermektedir.¹³⁵

Bir yamuk bulanık sayının α -kesim aralığı (1.50)'de verilen yamuk üyelik fonksiyonu kullanılarak (1.81) ve (1.82)'de hesaplanmaktadır.¹³⁶

$$\frac{(a_1^{(\alpha)} - a_1)}{(a_2 - a_1)} = \alpha \Rightarrow \alpha(a_2 - a_1) = (a_1^{(\alpha)} - a_1) \Rightarrow a_1^{(\alpha)} = (a_2 - a_1)\alpha + a_1 \quad (1.81)$$

$$\frac{(a_4 - a_4^{(\alpha)})}{(a_4 - a_3)} = \alpha \Rightarrow \alpha(a_4 - a_3) = (a_4 - a_4^{(\alpha)}) \Rightarrow a_4^{(\alpha)} = -(a_4 - a_3)\alpha + a_4 \quad (1.82)$$

¹³⁵ Bronshtein, et al., a.g.e., s. 361.

¹³⁶ Lee, **First Course On Fuzzy Theory And Applications Advances In Soft Computing**, a.g.e., s. 143–144.

Yamuk bir sayının α -kesimi (1.83)'te ifade edilmektedir.¹³⁷

$$A_\alpha = [a_1^{(\alpha)}, a_4^{(\alpha)}] = [(a_2 - a_1)\alpha + a_1, -(a_4 - a_3)\alpha + a_4] \quad (1.83)$$

Yamuk bulanık sayılar arasında yapılan toplama ve çıkarma işlemlerinin sonucu yine bir yamuk bulanık sayıdır. Çarpma ve bölme işlemlerinin sonucu ise, yaklaşık değerler bulunarak α -kesimleri ile hesaplanmaktadır.

3.3.5.1. Yamuk bulanık sayılarda toplama ve çıkarma işlemleri

$\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3, a_4)$ ve $\tilde{B} = (b_1, b_2, b_3, b_4)$ arasında yapılacak olan toplama ve çıkarma işlemleri (1.84) ve (1.85)'te tanımlanmaktadır.¹³⁸

$$\begin{aligned} \text{Toplama: } \tilde{A}(+) \tilde{B} &= (a_1, a_2, a_3, a_4)(+)(b_1, b_2, b_3, b_4) \\ &= (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3, a_4 + b_4) \end{aligned} \quad (1.84)$$

$$\begin{aligned} \text{Çıkarma: } \tilde{A}(-) \tilde{B} &= (a_1, a_2, a_3, a_4)(-)(b_1, b_2, b_3, b_4) \\ &= (a_1 - b_4, a_2 - b_3, a_3 - b_2, a_4 - b_1) \end{aligned} \quad (1.85)$$

3.3.5.2. Yamuk bulanık sayılarda çarpma ve bölme işlemlerinde yaklaşık değer bulma

Yamuk bulanık sayılarda çarpma ve bölme işlemleri için α -kesim aralıkları kullanılmaktadır.

Örnek:¹³⁹

$\tilde{A} = (1,5,6,9)$ ve $\tilde{B} = (2,3,5,8)$ bulanık sayıları arasında yapılan çarpma işlemi ve yaklaşık yamuk bulanık küme Şekil 1.24'te gösterilmektedir.

¹³⁷ A.g.e., s. 145.

¹³⁸ Bector – Chandra, a.g.e., s. 51.

¹³⁹ Lee, **First Course On Fuzzy Theory And Applications Advances In Soft Computing**, a.g.e., s. 146.

$$A_\alpha = [4\alpha + 1, -3\alpha + 9]$$

$$B_\alpha = [\alpha + 2, -3\alpha + 8]$$

$$A_\alpha(\bullet)B_\alpha = [(4\alpha + 1)(\alpha + 2), (-3\alpha + 9)(-3\alpha + 8)] = [4\alpha^2 + 9\alpha + 2, 9\alpha^2 - 51\alpha + 72]$$

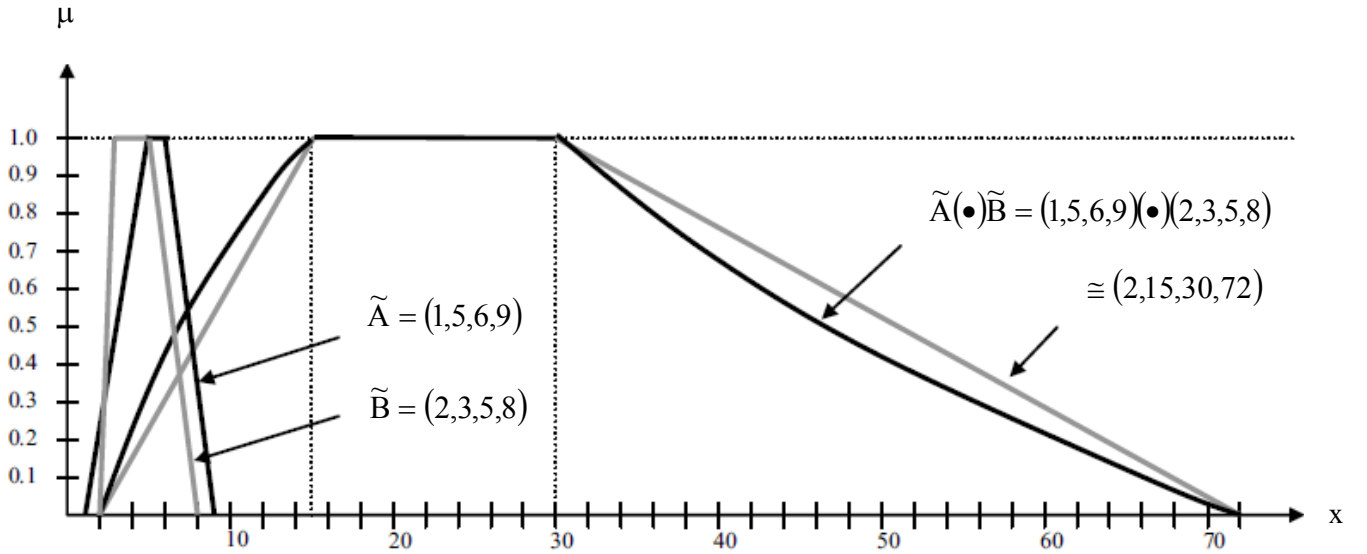
$\alpha = 0$ için;

$$A_0(\bullet)B_0 = [2, 72]$$

$\alpha = 1$ için;

$$A_1(\bullet)B_1 = [4 + 9 + 2, 9 - 51 + 72] = [15, 30]$$

$\alpha = 0$ ve $\alpha = 1$ değerlerinden yola çıkılarak yamuk bulanık sayıların çarpımı için yaklaşık bir değer belirlenebilir.



Şekil 1. 24: $\tilde{A}(\bullet)\tilde{B} = (1,5,6,9)(\bullet)(2,3,5,8)$

(Kaynak: H. Kwang, Lee, **First Course On Fuzzy Theory And Applications Advances In Soft Computing**, Springer, Germany, 2005, s. 147.)

İki yamuk bulanık sayı arasında yapılan bölme işlemi de yaklaşık bir değer vermektedir. Bölme işlemi yapılabilmesi için α -kesimleri kullanılmalıdır.

$$A_\alpha = [4\alpha + 1, -3\alpha + 9]$$

$$B_{\alpha} = [\alpha + 2, -3\alpha + 8]$$

$$A_{\alpha}(/)B_{\alpha} = [(4\alpha + 1)/(-3\alpha + 8), (-3\alpha + 9)/(\alpha + 2)]$$

$\alpha = 0$ için;

$$A_0(/)B_0 = [1/8, 9/2]$$

$\alpha = 1$ için;

$$A_1(/)B_1 = [5/5, 6/3] = [1, 2]$$

$\alpha = 0$ ve $\alpha = 1$ değerlerinden yararlanılarak yamuk bulanık sayıların bölümü için yaklaşık bir değer belirlenebilir.

$$\tilde{A}(/)\tilde{B} \cong [1/8, 1, 2, 9/2]$$

4. BULANIK SAYILARDA DURULAŞTIRMA (DEFUZZIFICATION) İŞLEMİ

Sözel belirsizliklerin bulunduğu ortamlarda bulanık sistemler, bulanık veriler ile tanımlanmaktadır. Bulanık sistemlerin etkileşim içerisinde bulunduğu diğer sistemlerin, klasik değerler ile ifade edildiği durumlarda, sisteme uyumun sağlanması açısından durulaştırma işlemi kullanılmaktadır. Bazı uygulamalarda, bulanık kümeyi veya bulanık sayıyı iyi bir şekilde temsil edecek klasik sayısal bir değere gereksinim duyulmaktadır. Durulaştırma işlemi, bir bulanık kümenin tek bir temsilci sayısal değer ile ifade edilmesini sağlayarak bulanık sayıların klasik sayılara dönüşümünü gerçekleştirmektedir.¹⁴⁰

Durulaştırma işlemini gerçekleştirmek için farklı yöntemler bulunmaktadır. Durulaştırma yöntemlerinde genel olarak gözlemlenen özellikler şunlardır:¹⁴¹

¹⁴⁰ Joao M.C. Sousa – Uzay Kaymak, “Fuzzy Decision Making In Modeling And Control”, **World Scientific Series In Robotics And Intelligent Systems**, Vol. 27, World Scientific Publishing, Singapore, 2002, s. 109,125.

¹⁴¹ Baykal–Beyan, a.g.e., s. 383.

1. Durulaştırma işlemcisi, daima bir sayısal değer hesaplamaktadır. Bu, durulaştırmanın tanımı gereğidir. Ayrıca, durulaştırılmış değer daima orijinal bulanık kümenin sınırları arasında olduğu kabul edilmektedir.

2. Bulanık bir kümenin durulaştırılmış değeri, söz konusu bulanık kümenin üyelik fonksiyonu tarafından belirlenmektedir. Bulanık bir kümenin monoton olarak daraltılması ile durulaştırılmış değere ulaşılmaktadır.

Durulaştırma yöntemlerinden hangisinin en iyi sonucu vereceğinin belirlenmesi sorun yaratmaktadır. Buna karar verilebilmesi için karar vericiler tarafından, durulaştırma işlemi uygulayacakları problemin niteliğinin iyi analiz edilmesi gerekmektedir. Durulaştırma işlemi uygulandıktan sonra elde edilen sonuç karar vericiyi ikilemde bırakacak nitelikte olmamalıdır. Sonuç, durulaştırılmış değeri kullanacak olan kişiler açısından makul ve mantıklı olmalıdır. Örneğin, mantıklı bir durulaştırma sonucunda, elde edilen temsili değer bulanık kümenin sınırlarının arasında olması beklenmektedir. Yapılacak hesaplamaların basit olması da aranılabilecek başka bir özelliktir. Durulaştırma işlemi sonucunda elde edilen temsili değer eldeki verilerin ışığı altında problemin çözümüne iyi denilebilecek cevaplar vermesi istenmektedir.¹⁴²

Bulanık sayıların durulaştırması için kullanılan bazı yöntemler aşağıda sıralanmaktadır.

4.1. Maksimum Üyelik Yöntemi

Yükseklik yöntemi olarak da bilinen maksimum üyelik yönteminde bulanık bir sayının durulaştırılmış değeri, maksimum üyelik değerine sahip olan eleman ile ölçülmektedir.¹⁴³ x^* durulaştırılmış değeri, x bulanık kümenin elemanlarını ve $\mu(x)$ üyelik fonksiyonunu göstermek üzere bu durum (1.86)'da ifade edilmektedir.¹⁴⁴

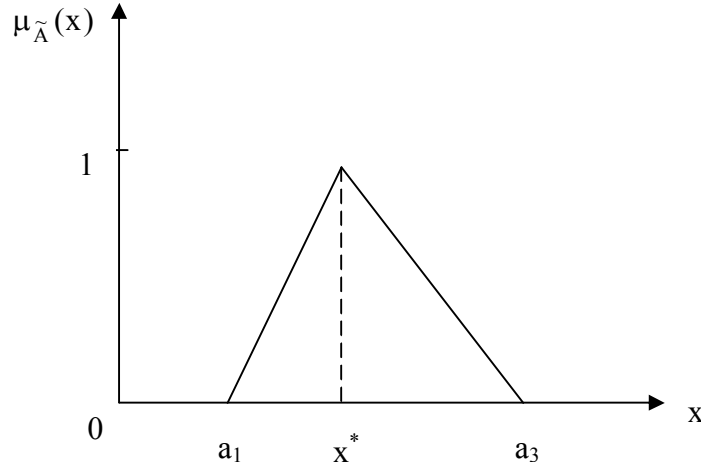
$$\mu(x^*) \geq \mu(x) \quad , \quad \forall x \in \mu(x) \quad (1.86)$$

Maksimum üyelik yöntemi ile durulaştırma işlemi Şekil 1.25'te gösterilmektedir.

¹⁴² Şen, a.g.e., s. 126.

¹⁴³ N. Nedjah – M. Mourelle, **Introducing You To Fuzziness**, Studies On Fuzziness, Vol. 181, Springer-Verlag, Berlin, 2005, s. 19.

¹⁴⁴ Ross, a.g.e., s. 100.



Şekil 1. 25: Maksimum Üyelik Yöntemi

(Kaynak: Zekai Şen, **Bulanık (Fuzzy) Mantık Ve Modelleme İlkeleri**, Bilge Kültür Sanat, İstanbul, 2001, s. 120)

4.2. Ortalama Maksimum Üyelik Yöntemi

Ortalama maksimum üyelik yöntemi aynı zamanda maksimumların ortası olarak da bilinmektedir. Bu bakımdan maksimum üyelik yöntemine oldukça yakındır. Ancak, maksimum üyeliğe sahip elemanın tek olmadığı durumlarda kullanılmaktadır. Üyelik fonksiyonunda maksimum üyelik derecesine sahip bir nokta yerine yatay eksene paralel uzanan bir parça bulunabilmektedir. Bu gibi durumlarda maksimum üyelik değerine sahip olan iki uç noktanın ortalaması alınarak durulaştırma işlemi gerçekleştirilmektedir.¹⁴⁵ Durulaştırılmış değer (1.87)'de verilen formül ile hesaplanmaktadır.^{146 147} Ortalama maksimum üyelik değeri ile durulaştırma işlemi Şekil 1.26'da gösterilmektedir. (Inf alt sınır ve sup üst sınır anlamına gelmektedir.)

$$x^* = \frac{x^{\min} + x^{\max}}{2}$$

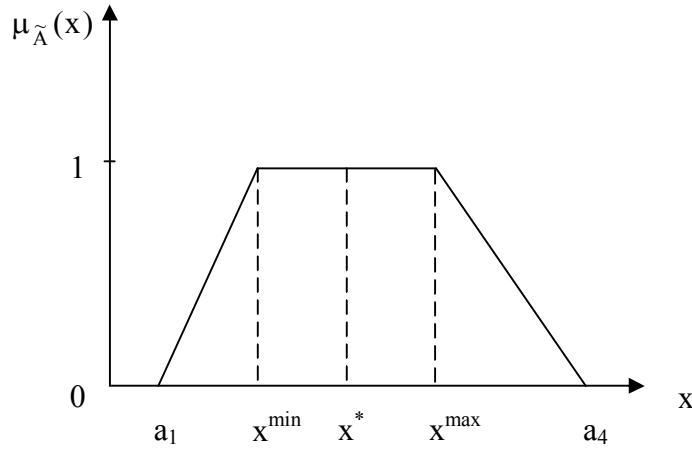
$$x^{\min} = \text{Inf}_x \left\{ x \in \mu(x) \mid \mu_{\tilde{A}}(x) = H(\tilde{A}) \right\}$$

¹⁴⁵ Şen, s.g.e., s. 122.

¹⁴⁶ William Siler – James J. Buckley, **Fuzzy Expert Systems And Fuzzy Reasoning**, Wiley–Interscience, John Wiley & Sons Inc., New Jersey, 2005. s. 53.

¹⁴⁷ Sousa – Kaymak, a.g.e., s. 126.

$$x^{\max} = \text{Sup}_x \{ x \in \mu(x) \mid \mu_{\tilde{A}}(x) = H(\tilde{A}) \} \quad (1.87)$$



Şekil 1. 26: Ortalama Maksimum Üyelik Yöntemi

(Kaynak: J. Timothy Ross, **Fuzzy Logic With Engineering Applications**, John Wiley & Sons Ltd., USA, 2004, s. 102.)

4.3. En Büyük İlk veya Son Üyelik Derecesi Yöntemi

Bu yöntemde bulanık kümenin durulaştırılabilmesi için en yüksek üyelik derecesine sahip değerlerden en küçüğünün veya en büyüğünün seçimi söz konusu olmaktadır.¹⁴⁸ Bu değerlerden (1.88)'de x^{\min} ile ifade edilen değer en büyük ilk ve x^{\max} ile ifade edilen değer ise en büyük son üyelik derecesini ifade etmektedir.

4.4. Ağırlıklı Ortalama Yöntemi

Ağırlıklı ortalama yönteminde üyelik derecesi en yüksek olan bulanık küme elemanına farklı ağırlıklar verilerek durulaştırma işlemi gerçekleştirilmektedir. Üçgen bulanık sayıların durulaştırılması için üç farklı seçenek söz konusudur. $\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3)$ üçgen bir bulanık sayıyı göstermek üzere \tilde{A} bulanık sayısının durulaştırması için kullanılacak olan formüller (1.88)'de ifade edilmektedir.¹⁴⁹

$$x_1^* = \frac{a_1 + a_2 + a_3}{3} \quad (1.88a)$$

¹⁴⁸ Ross, a.g.e., s. 108.

¹⁴⁹ Bojadziev – Bojadziev, a.g.e., s. 69.

$$x_2^* = \frac{a_1 + 2a_2 + a_3}{4} \quad (1.88b)$$

$$x_3^* = \frac{a_1 + 4a_2 + a_3}{6} \quad (1.88c)$$

$\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3, a_4)$ yamuk bir bulanık sayıyı göstermek üzere, \tilde{A} bulanık sayısının durulaştırması için kullanılacak olan formüller ise (1.89)'da verilmektedir.¹⁵⁰

$$x_1^* = \frac{a_1 + \frac{a_2 + a_3}{2} + a_4}{3} \quad (1.89a)$$

$$x_2^* = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4}{4} \quad (1.89b)$$

$$x_3^* = \frac{a_1 + 2(a_2 + a_3) + a_4}{6} \quad (1.89c)$$

4.5. Ağırlık Merkezi Yöntemi

Ağırlık merkezi yönteminde, bulanık sayıların klasik sayılara dönüştürülmesinde integrasyon işlemi kullanılmaktadır.¹⁵¹ Söz konusu integralde, toplam üyelik fonksiyonunun destek kümesinin $[a, b]$ aralığında olduğu varsayılmaktadır.¹⁵² Sugeno (1985) tarafından geliştirilen ağırlık merkezi yöntemi ile durulaştırma işlemi (1.90)'da verilen formül ile yapılmaktadır.¹⁵³

¹⁵⁰ A.g.e., s. 70.

¹⁵¹ Mohammed H. Vahidna – Ali A. Alesheikh – Abbas Alimohammadi, “Hospital Site Selection Using Fuzzy AHP And Its Derivatives”, **Journal Of Environmental Management**, 90, 2009, s. 3051.

¹⁵² Siler–Buckley, a.g.e., s. 53.

¹⁵³ Gülfem Tuzkaya et al., “An Integrated Fuzzy Multi–Criteria Decision Making Methodology For Material Handling Equipment Selection Problem And Application”, **Expert Systems With Applications**, Vol. 37, 2010, s. 2856.

$$x^* = \frac{\int_a^b x \mu(x) dx}{\int_a^b \mu(x) dx} \quad (1.90)$$

4.6. Yager Sıralama İndeksi

Durulaştırma işleminin yapılabilmesi için α -kesim aralıkları da kullanılabilir. Yager (1981) tarafından geliştirilen sıralama indeksi yönteminde dışbükey bir bulanık sayının ortalama değerinin merkezinin bulunması esas alınmaktadır.¹⁵⁴

α -kesim aralığı olan $[x_\alpha^{\min}, x_\alpha^{\max}]$ (1.91)¹⁵⁵, de ve durulaştırma işlemi için kullanılacak olan formül ise (1.92)¹⁵⁶, de gösterilmektedir.

$$\tilde{x}_\alpha = \{x \in \mathbb{R} \mid \mu(x) \geq \alpha\} \quad \alpha \in [0, 1] \quad (1.91a)$$

$$x_\alpha^{\min} = \inf_x \{x \in \mathbb{R} \mid \mu_{\tilde{x}}(x) \geq \alpha\} \quad (1.91b)$$

$$x_\alpha^{\max} = \sup_x \{x \in \mathbb{R} \mid \mu_{\tilde{x}}(x) \geq \alpha\} \quad (1.91c)$$

$$x^* = \frac{1}{2} \int_0^1 (x_\alpha^{\min} + x_\alpha^{\max}) d\alpha \quad (1.92)$$

¹⁵⁴ Shih Pin Chen – Yi Ju Hsueh, “A Simple pproach To Fuzzy Critical Path Analysis In Project Networks”, **Applied Mathematical Modeling**, Vol. 32, 2008, s. 1292.

¹⁵⁵ Shih Pin Chen, “Interfaces With Other Disciplines Analysis Of Critical Paths In A Project Network With Fuzzy Activity Times”, **European Journal Of Operational Research**, Vol. 183, 2007, s. 446.

¹⁵⁶ C. Stanculescu et al., “Multiobjective Fuzzy Linear Programming Problems With Fuzzy Decision Variables”, **European Journal Of Operational Research**, Vol. 149, 2003, s. 661.

II. BÖLÜM

BULANIK TEK AMAÇLI KARAR VERME SÜRECİ

1. KARAR VERME SÜRECİ

Gerek günlük hayatta gerekse iş hayatında kişiler, çeşitli seçenekler arasından birinin seçimi problemi ile sıklıkla karşı karşıya kalmaktadır. Mümkün olan seçenekler arasından bir faaliyet veya faaliyetler dizisinin seçimi karar olarak tanımlanmaktadır. Karar verme sürecinde birçok problem sayısallaştırılabilmektedir. Sayısal verilerin analizinde uygulanan bazı yöntemler yardımı ile amaçların optimizasyonu sağlanabilir. Matematiksel teknikler ve modeller karar verme sürecinin çok önemli elemanlarıdır.¹

Karar verme faaliyetlerinin işletmeler için büyük önemi vardır. Günümüzde, işletmelere değer katacak olan doğru kararlar verilebilmesi için büyük ölçekli verileri içeren problemlerinin çözüme ulaştırılması gerekmektedir. Karar verme sürecinde göz önünde bulundurulacak alternatif sayısı da oldukça fazladır. Karar verici, çok sayıda alternatifi eş zamanlı olarak göz önünde bulundurulabilir.²

Matematiksel modeller kullanılarak karar verme faaliyetlerinde problemlerin bilimsel ve sayısal bir yaklaşımla çözülmesi için geliştirilen teknikler kullanılmaktadır. Söz konusu tekniklerin işleyişi bilimsel bir süreç gerektirmektedir.³ Matematiksel karar verme faaliyetleri için izlenen süreç aşağıdaki aşamalardan oluşmaktadır:

1. Gözlem: Gözlem aşaması, bir durum veya bir kişi ile ilgili olarak bilgi toplama amacıyla olayın izlenmesi aşamasıdır. Gözlem, tüm bilimsel araştırmalarda kullanılacak bir veri toplama yöntemidir. Matematiksel karar verme tekniklerinin işleyişinde gözlem, bir problemin var olup olmadığının belirlenmesine yönelik olarak

¹ Yılmaz Tulunay, **Matematik Programlama ve İşletme Uygulamaları**, İstanbul Üniversitesi İşletme Fakültesi Yayınları, No: 244, Renk-İş Matbaası, İstanbul, 1991, s. 1-2.

² Aydın Ulucan, **Yöneylem Araştırması: İşletmecilik Uygulamalı Bilgisayar Destekli Modelleme**, Siyasal Kitabevi, Ankara, 2004, s. 7.

³ Erkut Düzakın, **İşletme Yöneticileri için Excel ile Karar Verme Teknikleri**, Kare Yayınları, İstanbul, 2005, s. 1.

yapılan bir işlemdir. Herhangi bir olay ile ilgili gözlem yapılmadan var olan problemlerin ortaya çıkarılması mümkün değildir.⁴

2. Problemin Tanımlanması: Gözlemler sonucunda varlığı belirlenen problemin açıkça tanımlanması gerekmektedir. Matematiksel karar verme tekniklerinin işletme problemlerinin çözümünde kullanılabilmesi için sayısal olarak ifade edilmesi gerekmektedir. Sayılarla ifade edilemeyen bir problemin matematiksel teknikler ile çözülmesi beklenemez. Ayrıca problemin amacı açık bir şekilde ifade edilmelidir. Problemin neden çözüldüğünün belirlenmesi oldukça önemlidir. Daha sonra, kısıtlayıcılar veya kriterler belirlenmeli ve tanımlanmalıdır.⁵

3. Matematiksel Modelin Oluşturulması: Problem tanımlandıktan sonra yapılacak işlem, problemi en iyi şekilde temsil edebilecek bir modelin kurulmasıdır. Model, gerçek yaşamın bir takım varsayımlarla basitleştirilmiş bir biçimdir. Bir karar modeli, gerçeğin yansıması veya gerçek durumun bir özeti olarak tanımlanabilir.⁶

Sayısal bir karar modelinin temel bileşenleri şunlardır:

Karar verici: Karşı karşıya kalınan problemi, tanımladığı amaçlar, kriterler ve hedefler doğrultusunda çözüme ulaştırmaya çalışan, yönlendiren ve denetleyen kişi veya gruptur.⁷

Analist: Problemin tanımlanmasından matematiksel modelin kurulmasına kadar karar verici ile iletişim içerisinde bulunan problem çözme teknikleri konusunda uzman olan kişi veya gruptur. Bazı durumlarda karar verici ve analist aynı kişi veya grup olabilir.⁸

Karar değişkenleri: Amaca ulaşmak için kontrol edilebilen değişkenlerdir.⁹

Parametreler: Karar vericinin kontrolünde olmayan sayısal değerlerdir. Üretim işletmesi örneğinde, ürünlerin birim karları ve bir adet ürün üretmek için gerekli işgücü saati parametrelere örnek olarak gösterilebilir.¹⁰

⁴ Düzakın, a.g.e., s. 1–2.

⁵ A.g.e., s. 2.

⁶ Alptekin Esin, **Yöneylem Araştırmasında Yararlanılan Karar Yöntemleri**, Gazi Kitabevi, Ankara, 2003, s. 5.

⁷ Mehpare Timor, **Analitik Hiyerarşi Prosesi**, Türkmen Kitabevi, İstanbul, 2011, s. 4.

⁸ A.g.e., s. 4.

⁹ Ulucan, a.g.e., s. 7.

¹⁰ A.g.e., s. 7.

Amaç fonksiyonu: Ulaşılmak istenen amacın karar değişkenlerinin bir fonksiyonu olarak matematiksel ifadesidir. Amaç fonksiyonu maksimize veya minimize edilecek bir fonksiyondur.¹¹

Hedef: Matematiksel karar problemlerinde belirlenen ana amacın yanında, karar verici ulaşılmak istenen bir seviye yani hedef belirleyebilir.¹²

Kısıtlayıcılar: Karar değişkenlerinin alabileceği değerler üzerindeki sınırlamalar ya da gereksinimler kısıtlayıcıları oluşturmaktadır. Kısıtlayıcılar da amaç fonksiyonu gibi karar değişkenlerinin yer aldığı matematiksel fonksiyonlar olarak ifade edilirler.¹³ Kısıtlayıcıları ifade eden matematiksel fonksiyonlar eşitlik veya eşitsizlikler yardımı ile belirlenmektedir. Kısıtlayıcılar, karar değişkenlerinin bulunduğu evrensel küme içerisinde karar probleminin çözümü olarak kabul edilebilecek elemanların belirlenmesini sağlamaktadır.

Kriterler: Kriterler, alternatiflerin yani karar değişkenlerinin etkilerini ölçmeye yarayan değerlendirme için esas alınacak özelliklerden oluşan değerlendirme ölçütleridir.¹⁴

4. Modelin Çözümü: Probleme ilişkin matematiksel model geliştirildikten sonra, problemin uygun bir matematiksel karar verme tekniğiyle çözümü işlemi, matematiksel karar verme sürecinin dördüncü aşamasını oluşturmaktadır.¹⁵

Modelin çözümü değişik tekniklerle yapılabilmesine rağmen karar problemlerinin iki tür çözümü bulunmaktadır:¹⁶

Optimum çözüm: Optimum çözüm var olan olası çözümlerin en iyisidir.

Optimuma en yakın çözüm: Optimum çözümün kesin olarak bulunamadığı belirsizlik durumlarında elde edilen çözümdür.

5. Çözüm Sonuçlarının Değerlendirilmesi ve Karar Verme: Problemin çözümünün elde edilmesinden sonra, çözüm sonuçları değerlendirilerek karar aşamasına

¹¹ A.g.e., s. 7.

¹² Timor, a.g.e., s. 4.

¹³ Ulucan, a.g.e., s. 8.

¹⁴ Gökçe Baysal – Vahap Tecim, “Katı Atık Depolama Sahası Uygunluk Analizinin coğrafi Bilgi Sistemleri (CBS) Tabanlı Çok Kriterli Karar Yöntemleri İle Uygulanması”, 4. Coğrafi Bilgi Sistemleri Bilişim Günleri, Fatih Üniversitesi, İstanbul, 2006, s. 2.

¹⁵ Düzakın, a.g.e., s. 3.

¹⁶ Esin, a.g.e., s. 7.

geçilmektedir. Karar vermenin gerçekleşmesi için, çözüm sonuçlarının uzmanlar tarafından değerlendirilerek yorumlanması ve ilgili kişilere aktarılması gerekmektedir.

Bir matematiksel karar modeli, davranış alternatiflerinin değerlendirilmesine ve seçimine yönelik olarak kurulmaktadır. Değerlendirme ölçüleri ise karar verici tarafından belirlenecek olan bir veya birden çok amaç ve kriterlerdir.¹⁷ Bu bakış açısıyla matematiksel karar verme teknikleri, tek amaçlı tek kriterli, tek amaçlı çok kriterli ve çok amaçlı çok kriterli karar verme teknikleri olmak üzere üç grupta incelenebilir.

Tek amaçlı karar verme teknikleri, karar vericinin maksimum veya minimum olabilen tek bir amaç fonksiyonunu, belirlenen kısıtlayıcılar altında optimize etme mantığına dayanmaktadır. Çok amaçlı karar verme teknikleri aynı anda gerçekleştirilmesi istenen birden çok amacın bulunduğu durumlar için geliştirilmiştir. Çok kriterli karar verme teknikleri ise, çok sayıda kriter ve alternatif içeren seçim veya sıralama problemlerinin çözümü için kullanılmaktadır.

Karar verme faaliyetleri için kullanılan modeller genellikle bir takım kriter veya kısıtlayıcılar içermektedir. Gerçek hayatta karşılaşılan problemlerde söz konusu kriter veya kısıtlayıcıların her zaman kesin olarak modellenmesi yapılamayabilir.¹⁸

Karar verme bir problem çözme sürecidir. Karar verme faaliyetlerinde sonuca gitmek için pek çok yol arasından seçim yapma işlemi gerçekleştirilmektedir. Karar verme süreci özellikle tam olmayan veya belirsiz bilgilerin bulunduğu, sözel ve dilsel belirsizlikler içeren faktörlerin sıklıkla kullanıldığı alanlarda zor bir süreç haline gelmektedir. Söz konusu faktörler, karar verme sürecinin bulanık bir ortamda gerçekleşmesi gerektiğinin bir göstergesidir.¹⁹

Bulanık tek amaçlı ve bulanık çok amaçlı karar verme problemlerinin çözümü için amaçların ve kısıtlayıcıların aynı süreç içerisinde optimizasyonunu sağlayan Bellman ve Zadeh (1970)²⁰ tarafından geliştirilen bulanık karar teorisi temel alınmaktadır. Bulanık karar teorisi kullanılarak çözüme ulaştırılmaya çalışılan ilk matematiksel karar modelleri, doğrusal programlama modelleridir.

¹⁷ Zekai Yılmaz, **Sayısal Yöntemler**, Ekin Kitabevi, Bursa, 2004, s. 6.

¹⁸ Eduardo Massad – Neil R. S. Ortega, **Fuzzy Logic in Action: Applications in Epidemiology and Beyond**, Studies in Fuzziness and Soft Computing, Vol. 232, Springer, Berlin, 2008, s. 97.

¹⁹ A.g.e., s. 91.

²⁰ R.E. Bellman – L.A Zadeh, “Decision Making in a Fuzzy Environment”, **Management Science**, Vol. 17, No. 4, 1970.

2. BULANIK ORTAMDA KARAR VERME

Kişiler tarafından sıklıkla kullanılan doğal konuşma dilinden kaynaklanan bilgiler klasik karar verme sürecinde görmezden gelinmektedir. Oysa ki, sözel belirsizlik ifadelerinin bulunduğu koşullarda da verilecek olan kararların tutarlı ve doğru seçimlerle sonuçlanması oldukça önemlidir.²¹

Klasik matematiksel karar modelleri, uygun kararlar kümesini sınırlayan kısıtlayıcıların ve ilgili verilerin kesinlikle bilindiği, amaç fonksiyonunun kesin bir şekilde tanımlandığı karar modelleridir. Matematiksel bir karar verme problemi, optimizasyon temeline dayanan ve amaç fonksiyonunun maksimum veya minimum olmasını sağlayan değişken miktarlarının, kısıtlayıcılar da göz önünde bulundurularak seçimini içermektedir. Bir bulanık karar problemi için ise bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcılar kendi üyelik fonksiyonları tarafından belirlenmektedir.²²

Bulanık bir karar sürecinin aşamaları da klasik bir karar süreci ile benzer şekilde işlemektedir. Bulanık bir matematiksel karar probleminde de bir alternatifler kümesi, amaç fonksiyonu, kısıtlayıcılar ve parametreler bulunmaktadır. Verilecek olan karara giderken izlenecek yol aynıdır. Farklı olan ise, amaç fonksiyonu, kısıtlayıcılar ve parametrelerde oluşan bulanıklıklar ve çözüm yolunda ortaya çıkan değişikliklerdir. Bulanık karar problemlerinin çözümünde karar verici ve alternatifler evrensel kümesinde bulanıklık olmadığı varsayılmaktadır.

Bilginin tam veya kesin olmadığı durumlarda, karmaşık bir sistemi modellemek için kesin verilere gereksinim duyan matematiksel yöntemlerin kullanımı yetersiz kalmaktadır. Günlük hayatta kullanılan ifadelerden kaynaklanan belirsizliklerin tanımlanması için bulanık küme kavramı geliştirilmiştir. Bulanık küme kavramına dayanarak Bellman ve Zadeh, 1970 yılında Yönetim Bilimi (Management Science) dergisinde yayımlanan Bulanık Ortamda Karar Verme (Decision Making in a Fuzzy Environment) adlı makale ile bulanık karar teorisini ortaya koymuşlardır. Bulanık bir

²¹ Ross, a.g.e., s. 308–309.

²² P.G. Jairaj – S. Vedula, “Multireservoir System Optimization Using Fuzzy Mathematical Programming”, **Water Resources Management**, Vol. 14, 2000, s. 460–461.

çevrede verilecek olan bir karar, bulanık amaç fonksiyonu ve bulanık kısıtlayıcıları bir araya getiren bir karar kümesi ile tanımlanmaktadır.²³

Bulanık bir ortamda karar verme, amaçların veya kısıtlayıcıların oluşturduğu sistemin tümünün kontrol altında tutulamadığı durumlarda ortaya çıkmaktadır. Bulanık bir ortamda, amaç ve kısıtlayıcıların değerleri ve sınırları tam olarak belirlenmemiştir. Uygulamada karar problemlerinin çoğu amaç, kısıtlayıcılar veya olası faaliyetlerin bulanık olduğu bir ortamda oluşmaktadır. Bulanıklık ile bulanık kümelerle tanımlanan belirsizlik türünden söz edilmektedir. Bu durum, üyelik ve üye olmama arasında kesin bir çizginin bulunmamasından kaynaklanmaktadır. Matematikte bir sınıf veya küme için belirlenen kesin çizgiler, gerçek hayatta her zaman çizilememekte ve iki küme her durumda kesin sınırlarla ayrılamamaktadır.²⁴

Amaçların ve kısıtlayıcıların optimize edilmesi söz konusu olduğunda değişkenler kümesi içerisinde bir karar vermek veya seçim yapmak bulanık bir ortamda, mantıksal “ve” ile tanımlanan kesişim kümesi bulunarak gerçekleştirilmektedir. Bulanık bir ortamda verilen karar, bulanık kısıtlayıcılar ve bulanık amaç fonksiyonunun kesişimi şeklinde ifade edilmektedir.²⁵

$X = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ seçim yapılacak olan alternatiflerin bulunduğu evrensel kümeyi, \tilde{G}_i ($i = 1, 2, \dots, m$) bulanık kümesi X evrensel kümesi içinde tanımlanmış olan bulanık amaç fonksiyonunu, \tilde{C}_j ($j = 1, 2, \dots, n$) bulanık kümesi X evrensel kümesi içerisinde bulunan bulanık kısıtlayıcılar kümesini göstermek üzere, bulanık bir karar kümesi olan \tilde{D} , (2.1)’de ifade edilmektedir.²⁶

$$\tilde{D} = \tilde{G} \cap \tilde{C} \quad (2.1)$$

Bulanık amaç kümesi \tilde{G} ve bulanık kısıtlayıcı kümesi \tilde{C} ’nin üyelik fonksiyonları ise sırasıyla $\mu_{\tilde{G}}(x)$ ve $\mu_{\tilde{C}}(x)$ ile gösterilmektedir. $\mu_{\tilde{G}}(x)$ ve $\mu_{\tilde{C}}(x)$ üyelik fonksiyonları $[0, 1]$ kapalı aralığında tanımlanmaktadır ve bu durum (2.2)’de gösterilmektedir.²⁷

²³ Yang Lai Fang, – Keung Kin – Wang Shauvang, **Fuzzy Portfolio Optimization**, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Vol. 609, Springer, Berlin, 2008, s. 19.

²⁴ Bellman – Zadeh, a.g.m., s. 141.

²⁵ Jairaj – Vedula, a.g.m., s. 461.

²⁶ Bellman – Zadeh, a.g.m., s. 148.

²⁷ Jairaj – Vedula, a.g.m., s. 461.

$$\mu_{\tilde{G}} : X \rightarrow [0,1]$$

$$\mu_{\tilde{C}} : X \rightarrow [0,1] \quad (2.2)$$

Bulanık bir karar kümesi olan \tilde{D} 'nin üyelik fonksiyonu ise (2.3)²⁸ ve (2.4)'te²⁹ ifade edilmektedir. Bulanık karar kümesi ve bağlacı, kesişim işlemi, dolayısıyla minimum işlemcisi kullanılarak tanımlanmaktadır.

$$\mu_{\tilde{D}}(x) = \mu_{\tilde{G} \cap \tilde{C}}(x) = \mu_{\tilde{G}}(x) \wedge \mu_{\tilde{C}}(x) = \mu_{\tilde{G}}(x) \cap \mu_{\tilde{C}}(x) \quad (2.3)$$

$$\mu_{\tilde{D}}(x) = \text{Minimum}[\mu_{\tilde{G}}(x), \mu_{\tilde{C}}(x)] \quad (2.4)$$

Bulanık karar verme çok sayıda amacın ve kısıtlayıcının bir arada değerlendirilmesini sağlamaktadır. m sayıda bulanık amaç ve n sayıda bulanık kısıtlayıcıdan oluşan karar kümesi, (2.5)³⁰ ve (2.6)'da³¹ gösterilmektedir.

$$\tilde{D} = \{G_1 \cap G_2 \cap \dots \cap G_m\} \cap \{C_1 \cap C_2 \cap \dots \cap C_n\} \quad (2.5)$$

$$\mu_{\tilde{D}}(x) = \text{Minimum} \{ \mu_{G_1}(x), \dots, \mu_{G_m}(x), \mu_{C_1}(x), \dots, \mu_{C_n}(x) \} \quad (2.6)$$

Bulanık karar kümesi, Zadeh (1965)'in belirlediği bulanık küme gösterimi ile de ifade edilebilmektedir. Bulanık karar kümesi (2.7)'de gösterilmektedir.³²

$$\tilde{D} = \sum_{i=1}^n \frac{\text{Minimum} \mu_{\tilde{D}}(X_i)}{X_i} \quad (2.7)$$

²⁸ Mario Fedrizzi, – Jaunsz Kacprzyk, – Jose L. Verdegay, “A Survey Of Fuzzy Optimization And Mathematical Programming”, *Interactive Fuzzy Optimization*, Lecture Notes In Economics And Mathematical Systems, ed. Fedrizzi, Mario – Kacprzyk, Janusz – Roubens, Marc, Springer–Verlag, Berlin, 1991, s. 15.

²⁹ Fang, et al, a.g.e., s. 19.

³⁰ Jaeseok Chai, et al., **The Air Pollution Constraints Considered Best Generation Mix Using Fuzzy Linear Programming**, Knowledge–Based Intelligent Information and Engineering Systems, Lecture Notes in Computer Science, Vol. 3683, Springer, Berlin, 2005, s. 1130.

³¹ Fang, et al, a.g.e., s.19.

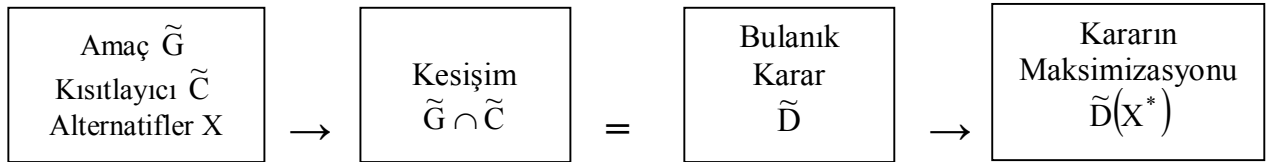
³² Elizabeth Rakus, **Advanced Computational Intelligence Paradigms in Healthcare–3**, Sutudies In Computational Intelligence, Vol. 107, Springer, Berlin, 2008, s. 60.

Bulanık karar kümesi oluşturulduktan sonra, kümenin üyelik fonksiyonu olan $\mu_{\tilde{D}}(x)$ fonksiyonunun değerini maksimum yapan çözüm seçilmektedir.³³ Üyelik fonksiyonu değeri en yüksek olan seçenek X^* ile gösterilmektedir. Amaç fonksiyonu ve kısıtlayıcıların doyurulma düzeyi ise, λ ile ifade edilmektedir. Buradaki amaç, doyurulma düzeyi olan λ değerinin maksimize edilmesidir.³⁴

Bulanık bir karar, maks-min işlemcisi kullanılarak verilmektedir. Bu durum (2.8)'de gösterilmektedir.³⁵

$$\mu_{\tilde{D}}(X^*) = \text{Maksimum} [\mu_{\tilde{D}}(x)] = \text{Maksimum} \{ \text{Minimum} [\mu_{\tilde{G}}(x), \mu_{\tilde{C}}(x)] \} \quad (2.8)$$

Bulanık karar verme süreci Şekil 2.1'de gösterilmektedir.



Şekil 2. 1: Bulanık Karar Süreci

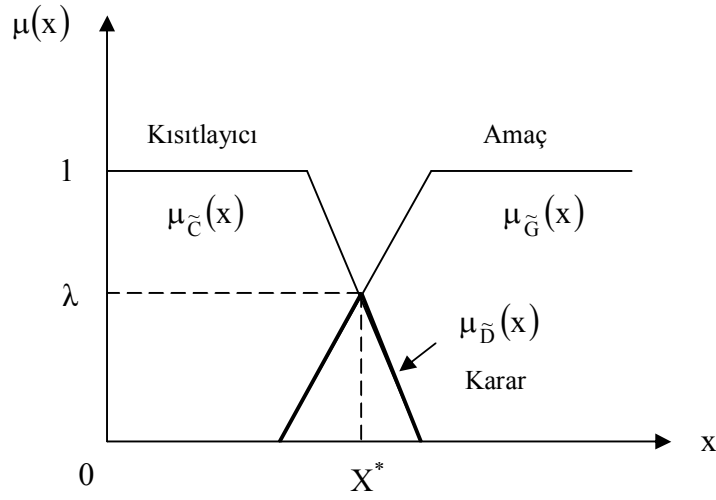
(Kaynak: George Bojadziev – Maria Bojadziev, **Fuzzy Logic For Business, Finance And Management**, 2nd Edition, World Scientific Publishing, Singapore, 2007, s. 93.)

Bulanık amaç, bulanık kısıtlayıcı ve bulanık karar kümesinin oluşumu Şekil 2.2'de gösterilmektedir.

³³ Jairaj – Vedula, a.g.m., s. 462.

³⁴ Chai, et al, a.g.e., s. 1131.

³⁵ Brigitte Werners, , “An Interactive Fuzzy Programming System”, **Fuzzy Sets And Systems**, Vol. 23, 1987, s. 134.



Şekil 2. 2: Bulanık Karar Kümesi ve Üyelik Fonksiyonları

(Kaynak: Jaeseok Chai et al., **The Air Pollution Constraints Considered Best Generation Mix Using Fuzzy Linear Programming**, Knowledge-Based Intelligent Information and Engineering Systems, Lecture Notes in Computer Science, Vol. 3683, Springer, Berlin, 2005, s. 1131.)

Amaç fonksiyonu ve kısıtlayıcıları temsil eden üyelik fonksiyonları dışbükey olmalıdır. Söz konusu üyelik fonksiyonlarının kesişimleri olan bulanık karar kümesi de dışbükey bir bulanık kümedir.³⁶

3. BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA

3.1. Klasik Doğrusal Programlama Modeli

Doğrusal programlama modelleri, optimizasyon temeline dayanan karar modellerinin özel bir türüdür.³⁷ Matematiksel programlama tekniklerinin ekonomik karar problemlerine uygulanması doğrusal programlama aracılığı ile yapılabilmektedir. Doğrusal programlama, optimum kılma amacı ve kısıtlayıcıların doğrusal fonksiyonlar ile ele alınmasına dayanmaktadır. Amaç fonksiyonunun optimum kılınması, mevcut kısıtlayıcılar altında amaca en iyi şekilde ulaşılmasının sağlanmasıdır. Doğrusal programlama

³⁶ Bellman – Zadeh, a.g.m., s. 148.

³⁷ H. J. Zimmermann, **Fuzzy Set Theory and It's Applications**, Second, Revised Edition, Kluwer Academic Publishers, USA, 1992, s. 248.

modelinde amaç fonksiyonu ve kısıtlayıcılar matematiksel eşitlik ve eşitsizlikler yardımıyla doğrusal fonksiyonlar ile formüle edilmektedir.³⁸

Ekonomik kararların amaçları maksimum veya minimum gibi aşırı değerlerle ifade edilmektedir. Örneğin kar veya satış hasılatı maksimizasyonu, maliyet minimizasyonu gibi amaçlar belirlenebilir. Kısıtlayıcılar ile işletmenin ekonomik faaliyetlerini sınırlayan faktörler ifade edilmektedir. Örneğin işletmenin var olan üretim kapasitesi, işletmenin bütçesi veya kullanılabilir işgücü kapasitesi kısıtlayıcılar arasında sayılabilir. Doğrusal programlama modellerinin biçimsel yapısını amaç fonksiyonu, kısıtlayıcılar ve negatif olmama şartı oluşturmaktadır.³⁹

Bir doğrusal programlama modelinin dayandığı temel bazı varsayımlar bulunmaktadır. Bu temel varsayımlar, doğrusallık, toplanabilirlik ve bölünebilirliktir.⁴⁰ Söz konusu varsayımlara ek olarak doğrusal programlama problemlerinin doğasından kaynaklanan bazı ek varsayımlar da bulunmaktadır.

Doğrusallık (Orantılılık) varsayımına göre, modeldeki herhangi bir faaliyetin düzeyinin sabit bir sayı ile çarpılması durumunda o faaliyetin yer aldığı amaç fonksiyonu ve kısıtlayıcıların değerleri de aynı oranda değişmektedir.⁴¹ Örneğin, bir birim ürünün satışından 50 TL kar elde ediliyor ise, 100 birim ürünün satışından 500 TL kar elde edilecektir veya kısıtlayıcılar açısından düşünüldüğünde bir birim ürünün üretimi için 2 saat işgücü gerekiyorsa, 100 birim ürün için 200 saat işgücüne gereksinim duyulacaktır.

Toplanabilirlik varsayımına göre, modeldeki çeşitli faaliyetlerin amaç fonksiyonu veya kısıtlayıcılara katkılarını toplamı, söz konusu amaç fonksiyonunun veya kısıtlayıcının toplam değerine eşit olacaktır. Örneğin, üç ürünün üretimi için sırasıyla 20, 30 ve 40 birim A hammadde kullanılıyorsa, kullanılan toplam hammadde miktarı 90 birim olacaktır.⁴²

Bölünebilirlik varsayımına göre, karar değişkenlerinin değerleri hem sürekli hem de kesikli değerler olabilmektedir.⁴³

³⁸ Yılmaz, a.g.e., s. 73–74.

³⁹ A.g.e., s. 74.

⁴⁰ Ulucan, a.g.e., s. 30.

⁴¹ A.g.e., s. 30.

⁴² A.g.e., s. 30.

⁴³ Hülya Tütek – Şevkinaz Gümüsoğlu, **Sayısal Yöntemler Yönetimsel Yaklaşım**, Beta Basım Yayım, İşletme–Ekonomi Dizisi 47, Yayın No: 1063, İstanbul, 2000, s. 115.

Değişkenler arasında alternatif seçim olanağı bulunmalıdır. Örneğin üretim için yalnızca bir makineye gereksinim duyan bir üretim işletmesinde seçim yapma durumu söz konusu olmadığından doğrusal programlama uygulanamaz.⁴⁴

Doğrusal programlamanın uygulanacağı işletme problemleri kısa dönemli olmalıdır. Çünkü doğrusal programlamanın en önemli varsayımı olan doğrusallık ancak kısa dönemde gerçekleşebilir. Örneğin, bir kar maksimizasyonu probleminde fiyatlar ancak kısa dönemde sabit olabilir. Uzun dönemde fiyatların sabit olması söz konusu değildir.⁴⁵

Ayrıca doğrusal programlama modelleri deterministik modellerdir. Modelde kullanılacak olan tüm sınırların ve parametrelerin kesin olarak bilindiği varsayılmaktadır. Her bir kısıtlayıcının modelde eşit ağırlığa sahiptir ve kısıtlayıcılarda kesinlikle herhangi bir toleransa izin verilmemektedir. Amaç fonksiyonunun değerinin kesinlikle maksimum veya minimum olması söz konusudur. Optimuma yakın değerlerin bulunması klasik bir doğrusal programlama problemi için mümkün değildir.

Klasik bir doğrusal programlama problemi, doğrusal eşitsizlikler veya denklemler ile ifade edilen kısıtlayıcılar altında bir doğrusal fonksiyonun minimum veya maksimum değerinin bulunmasıdır. Tipik bir doğrusal programlama problemi (2.9)'da gösterilmektedir.⁴⁶

Amaç fonksiyonu:

$$Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \rightarrow \text{Maksimum (veya minimum)}$$

Kısıtlayıcılar:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n (\leq, =, \geq) b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n (\leq, =, \geq) b_2$$

.....

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n (\leq, =, \geq) b_m$$

⁴⁴ Esin, a.g.e., s. 25.

⁴⁵ A.g.e., s. 26.

⁴⁶ Klir – Yuan, a.g.e., s. 391.

Negatif olmama şartı:

$$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0 \quad (2.9)$$

Burada;

x_j : Karar değişkenlerini,

c_j : x_j karar değişkenlerinin amaç fonksiyonu katsayılarını,

a_{ij} : x_j karar değişkenlerinin girdi katsayılarını,

b_j : Sınırlı kaynak miktarlarını,

m : Kısıt sayısını,

n : Karar değişkeni sayısını göstermektedir.

Maksimum veya minimum yapılması istenen fonksiyona amaç fonksiyonu adı verilmektedir ve (2.9)'da Z ile gösterilmektedir. Bir doğrusal programlama modeli matris gösterimi ile de ifade edilebilir. Söz konusu model için c amaç fonksiyonu katsayılar vektörü, x değişkenler vektörü, A kısıtlayıcıların katsayılar matrisi, b ise sağ taraf sabitleri vektörünü ifade etmek üzere doğrusal programlama modelinin elemanlarının matris gösterimi (2.10)'da verilmektedir.

$$c = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ c_n \end{bmatrix} \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ b_m \end{bmatrix}$$

(2.10)

(2.10)'da verilen matrisler kullanılarak oluşturulacak olan doğrusal programlama modeli (2.11)'de gösterilmektedir. Matrislerde çarpma işleminin yapılabilmesi için c sütun vektörünün devriği (transpozesi) alınmıştır.

Amaç Fonksiyonu:

$$Z = [c_1, c_2, \dots, c_n]_{1 \times n} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix}_{n \times 1} \rightarrow \text{Maksimum (Minimum)}$$

Kısıtlayıcılar:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}_{m \times n} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix}_{n \times 1} (\leq, =, \geq) \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ b_m \end{bmatrix}_{m \times 1}$$

Negatif olmama şartı:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix}_{n \times 1} \geq 0$$

(2.11)

Amacı maksimizasyon olan bir doğrusal programlama probleminin matris notasyonu ile gösterimi (2.12)'deki gibi basitleştirilebilir.⁴⁷ Burada, tüm verilen kısıtlayıcıları sağlayan x vektör kümesi uygun çözüm olarak adlandırılmaktadır.

$$Z = c^T x \rightarrow \text{Maksimum}$$

$$Ax (\leq, =, \geq) b$$

$$x \geq 0$$

(2.12)

⁴⁷ A.g.e., s. 392.

Bir doğrusal programlama ile verilecek olan bir kararın bulanık bir ortamda gerçekleşmesi söz konusu olduğunda modelde bir takım değişiklikler yapma gereği ortaya çıkmaktadır.⁴⁸

3.2. Bulanık Doğrusal Programlama Modelleri

Karar problemlerinin çözümlerinin güçleşmesinin en önemli nedenlerinden biri, amaç fonksiyonu ve kısıtlayıcıların anlamlarında ortaya çıkan belirsizliklerdir. Ayrıca belirsiz ortamlarda karar vermenin karmaşık hale gelmesi, oldukça güç çözülen problemlerin ortaya çıkmasına neden olabilir. Bulanık ortamda karar verme için bulanık doğrusal programlama modelleri, sözel belirsizliklerden veya karar vericinin sınırlar ile ilgili eksik bilgilerinden kaynaklanan belirsizliklerin matematiksel modellere entegrasyonunda önemli kolaylıklar sağlamaktadır.⁴⁹

Uygulamada oluşan karar problemlerinin matematiksel modelleri kurulurken problemin yapısındaki amaç ve kısıtlayıcılardaki bulanıklıklar göz önünde bulundurulmalıdır. Bulanık doğrusal programlama gerçek dünyanın bulanık yapısını modellemeyi, karar vericinin aktif olarak karar sürecine katılımını sağlamayı ve bulanıklık içeren problemler için en iyi çözümü bulmayı amaçlamaktadır. Bulanık doğrusal programlama karmaşık sistemler için gerçekçi bir çözüm getirmektedir.⁵⁰

Bulanık doğrusal programlama kullanılan bir karar sürecinde klasik doğrusal programlama modellerinde olduğu gibi tüm verilerin belirli olduğu durumlar yerine, kaynak değişkenlerinin, amacın veya kısıtlayıcıların bulanık olabildiği durumlar söz konusudur. Örneğin bir üretim merkezi için makine saati, işgücü, kullanılacak olan hammadde vb. gereksinimler, tamamlanmayan bilgilerden, tedarikçilerden veya işletmenin faaliyet gösterdiği çevreden kaynaklanan belirsizlikler nedeniyle çoğunlukla kesin olarak belirlenmemektedir. Bu gibi durumlarda bir bulanık doğrusal programlama modeli,

⁴⁸ Zimmermann, **Fuzzy Set Theory and It's Applications**, a.g.e., s. 248.

⁴⁹ Weldon Lodwick, A. – Katherine A. Bachman, "Solving Large-Scale Fuzzy and Possibilistic Optimization Problems", **Fuzzy Optimization and Decision Making**, Vol. 4, 2005, ss. 257–278, s. 257.

⁵⁰ İrfan Ertuğrul – Ayşegül Tuş, "Interactive Fuzzy Linear Programming And An Application Sample At A Textile Firm", **Fuzzy Optimization and Decision Making**, Vol. 6, 2007, s. 30.

bulanık kaynaklar ve kısıtlayıcılar ile tanımlanmalı ve bulanık küme teorisini temel alan bulanık karar verme kullanılarak çözülmelidir.⁵¹

Bulanık küme teorisi ile karar verme, doğrusal programlama ile formüle edilebilen fakat belirsiz parametreler ve sınırlar içeren karar problemlerinin çözümü için ideal bir yaklaşımdır.⁵²

Klasik doğrusal programlama problemlerinde amaç fonksiyonunun veya herhangi bir kısıtlayıcının değerinde herhangi bir esneklik sağlanması veya tolerans verilmesi mümkün değildir. Fakat bulanık doğrusal programlama modellerinde yaklaşık sonuçlar ile amacın ve kısıtlayıcıların en üst düzeyde doyurulması söz konusu olduğundan esneklik ve tolerans sağlanması mümkündür.⁵³ Bulanık doğrusal programlama modelleri, parametrelerin veya kısıtlayıcıların bulanık olduğu bazı durumlara göre farklı kategorilere ayrılmaktadır. Dolayısı ile çözüm yöntemleri de farklılık göstermektedir.

Bulanık doğrusal programlama modellerini sınıflandırırken öncelikle bulanıklığın hangi elemanlarda olduğu göz önünde bulundurulmalıdır. Bulanık doğrusal programlama modellerinde bulanıklığın ortaya çıkabileceği altı durum Tablo 2.1’de gösterilmektedir.⁵⁴

Bulanık doğrusal programlamanın temel amacı, tam bilginin bulunmadığı koşullar altında karar alternatifleri arasından en iyi çözümün seçilmesidir.⁵⁵

Bulanık amaçlı ve/veya bulanık kısıtlayıcı bir bulanık doğrusal programlama modeli (2.13)’te verilmektedir.⁵⁶

$$Z = c^T x \rightarrow \tilde{\text{maksimum veya minimum}}$$

$$Ax \left(\tilde{\leq}, \tilde{=}, \tilde{\geq} \right) b$$

$$x \geq 0 \tag{2.13}$$

⁵¹ Pandian Vasant – R. Nagarajan – Sazalı Yaacob, **Fuzzy Linear Programming: A Modern Tool for Decision Making**, Computational Intelligence for Modeling and Prediction, Studies in Computational Intelligence, Vol. 2, Springer, Berlin, 2005, s. 384.

⁵² Sy Ming Guu – Yan Kuen Wu, “Two-phase Approach for Solving the Fuzzy Linear Programming Problems”, **Fuzzy Sets and Systems**, 1999, s. 191.

⁵³ Zimmermann, **Fuzzy Set Theory and It’s Applications**, a.g.e., s. 249.

⁵⁴ Rita Almeida Ribeiro – Fernando Moura Pires, ”Fuzzy Linear Programming Via Simulated Annealing”, **Kybernetika**, Vol:35, No. 1, 1999, s. 58–59.

⁵⁵ A.g.m., s. 58.

⁵⁶ M. R Safi – H.R. Maleki – E. Zaelmazad, “A Geometric Approach for Solving Fuzzy Linear Programming Problems”, **Fuzzy Optimization and Decision Making**, Vol. 6, No. 4, 2007, s. 321.

Tablo 2. 1: Bulanık Doğrusal Programlama Problemlerinde Bulanıklığın Türleri

(Kaynak: Rita Almeida Ribeiro – Fernando Moura Pires, "Fuzzy Linear Programming Via Simulated Annealing", *Kybernetika*, Vol. 35, No. 1, 1999, s. 59.)

DURUMLAR	TANIM
1. Durum	Kısıtlayıcıların sınırlarında bulanıklık olabilir. Bu durum eşitsizliklerin limitlerinde bulanıklık olacağı anlamına gelmektedir. "Örnek: Bir evin boyanması için gerekli olan toplam süre 100 saatten epeyce az olmalıdır."
2. Durum	Amaç fonksiyonunda bulanık bir amacın gerçekleşmesi söz konusu olabilir. Aslında bu durumda amaç fonksiyonunun değeri için bir limit belirlenmesi ile bulanıklık ortaya çıkmaktadır. "Örnek: Proje için hazırlanan toplam bütçe 100.000TL'nin mümkün olduğu kadar altında tutulmalıdır."
3. Durum	Bileşik bulanıklık ortaya çıkabilir. Bu durum birinci ve ikinci bulanıklık türlerinin birleşiminden oluşur ve hem kısıtlayıcıların sınırlarında hem de amaç fonksiyonunun değerinde bulanıklık olduğu anlamına gelir.
4. Durum	Kısıtlayıcılarda bulunan değişkenlerin parametre değerleri tam olarak belirlenemeyebilir. Bunun anlamı söz konusu katsayıların bulanık sayılarla ifade edileceğidir. "Örnek: Bir birim t-shirt üretiminin maliyeti saatte yaklaşık 10TL'dir."
5. Durum	Amaç fonksiyonunda bulunan değişkenlerin katsayıları kesin olarak bilinmiyor olabilir. Bu durum, amaç fonksiyonu katsayılarının bulanık sayılar ile ifade edileceği anlamına gelmektedir. "Örnek: x ürününün satış fiyatı birim başına 100TL civarındadır."
6. Durum	Hem amaç fonksiyonu katsayılarında, hem kısıtlayıcıların katsayılarında, hem de sağ taraf sabitlerinde bulanıklığın söz konusu olduğu problemlerle de karşı karşıya kalınabilir.

Söz konusu modelde sadece amaç fonksiyonu veya kısıtlayıcılardan biri veya bir kaçını bulanık olabilir. \tilde{m} maksimum veya \tilde{m} minimum ifadelerinin ve $(\tilde{\leq}, \tilde{=}, \tilde{\geq})$ kısıtlayıcılarının üzerinde bulunan \sim simgesi bulanıklığın varlığının göstergesidir.⁵⁷

Amaç fonksiyonu katsayıları ve parametreleri bulanık olan bir doğrusal programlama modeli ise (2.14)'te gösterilmektedir.⁵⁸

$$Z = \tilde{c}^T x \rightarrow \text{maksimum veya minimum}$$

$$\tilde{A} x (\tilde{\leq}, \tilde{=}, \tilde{\geq}) \tilde{b}$$

$$x \geq 0 \quad (2.14)$$

Gerçek hayatta karşılaşılan doğrusal programlama modellerinde, uzmanlar veya karar vericiler tarafından atanan katsayıların kesin bir şekilde belirlenmesi mümkün olmayabilir.⁵⁹ Örneğin bir ürün karması seçim problemi bulanık bir ortamda çözümlenmeye çalışılıyorsa, ürünlerin birim fiyatları belirli bir aralıkta değişiyor olabilir ve bulanık sayılar ile ifade edilebilir. Kısıtlayıcı katsayıları olan işgücü saati, hammadde miktarları gibi değerler için de bulanık sayılar kullanılabilir.⁶⁰

Bulanık doğrusal programlama modellerinin çözümü için pek çok alternatif yaklaşım bulunmaktadır. Bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcı doğrusal programlama modelleri için Zimmermann (1978)⁶¹, Werners (1987)⁶², Guu ve Wu (1999)⁶³ tarafından amaç fonksiyonu ve kısıtlayıcılar ile ilgili maksimum seviyelerin ve toleransların belirlendiği simetrik çözüm yöntemleri ve Chanas (1983)⁶⁴, Campos ve Verdegay (1989)⁶⁵,

⁵⁷ Stefan Chanas – Dorota Kuchta – Zenon Nowak, “FPLP–A Package For Fuzzy And Parametric Linear Programming Problems”, **Interactive Fuzzy Optimization**, Lecture Notes In Economics And Mathematical Systems, ed. Mario Fedrizzi, – Janusz Kacprzyk – Marc Roubens, Springer–Verlag, Berlin, 1991, s. 191.

⁵⁸ Vasant, et al, a.g.e., s. 385.

⁵⁹ Amit Kumar – Jagdeep Kaur – Pushpinder Singh, “Fuzzy Optimal Solution Of Fully Fuzzy Linear Programming Problems with Inequality Constraints”, **International Journal Of Mathematical And Computer sciences**, Vol. 6, No. 1, 2010, s. 37.

⁶⁰ Vasant, et al, a.g.e., s. 385.

⁶¹ H. J. Zimmermann, “Fuzzy Programming and Linear Programming with Several Objective Functions”, **Fuzzy Sets And Systems**, Vol. 1, 1978.

⁶² Werners, a.g.e., s. 134.

⁶³ Guu – Wu, a.g.m., s. 191.

⁶⁴ S. Chanas, “The Use of Parametric Programming in Fuzzy Linear programming”, **Fuzzy Sets And Systems**, Vol. 11, 1983.

⁶⁵ L. Campos – J. L. Verdegay, “Linear Programming Problems and Ranking of Fuzzy Numbers”, **Fuzzy Sets And Systems**, Vol. 32, 1989.

tarafından simetrik olmayan parametrik programlamaya dayalı çözüm yöntemleri geliştirilmiştir. Söz konusu yöntemlerde amaç fonksiyonu ve kısıtlayıcı katsayı değerlerinde herhangi bir bulanıklık olmadığı varsayımı yer almaktadır. Verdegay (1982)⁶⁶ yalnızca amaç fonksiyonu katsayılarının bulanık olduğu, kısıtlayıcılarda bulanıklık bulunmadığı durumlarda kullanılabilir olan, üyelik fonksiyonlarının kesinlikle sürekli ve monoton olmasını gerektiren bir çözüm önerisi getirmiştir. Carlsson ve Korhonen (1986)⁶⁷, amaç fonksiyonu katsayıları, kısıtlayıcı katsayıları ve sağ taraf sabitleri bulanık doğrusal programlama modellerinin çözümü için katsayılar için belirlenen üyelik fonksiyonlarının doğrusal, parçalı doğrusal veya üstel olarak ifade edilebildiği bir çözüm yöntemi ile çözümlerin karar vericinin belirleyeceği bir parametre değerine bağlı olarak bulunabilmesini sağlamıştır.

3.3. Bulanık VZA (Veri Zarflama Analizi)

3.3.1. Klasik VZA

VZA, karar birimleri arasındaki görelî etkinliğin ölçümü için kullanılan bir tekniktir. A. Charnes, W.W. Cooper ve E. Rhodes tarafından ilk kez eğitim sektöründe yapılan etkinlik analizleri ile ortaya çıkmıştır.⁶⁸ VZA, benzer girdileri kullanarak benzer çıktılar üreten sistemlerin görelî etkinliklerinin ölçümünü sağlamaktadır. Günümüzde yaşanan yoğun rekabet dolayısıyla işletmelerin rakipleri ile karşılaştırılması büyük önem taşımaktadır. Bu nedenle işletmelerin rakipleri ile görelî etkinlik değerlerinin kıyaslanması sektördeki durumlarının bir göstergesi olarak oldukça yararlı bilgiler sağlamaktadır.⁶⁹

VZA, spesifik olarak karar birimlerinin (KVB = DMU: Decision Making Units) görelî etkinlik değerlerinin ölçülmesi için tasarlanmış, doğrusal programlama tabanlı

⁶⁶ J. L. Verdegay, “ Solving the Mathematical Programming Problem with a New Formulation of Fuzzy Objective”, **Fuzzy Mathematical Programming**, ed. M. M. Gupta – E. Sanches, Fuzzy Information and Decision Process, North–Holland, 1982.

⁶⁷ Christer Carlsson – Pekka Korhonen, “A Parametric Approach to Fuzzy Linear Programming”, **Fuzzy Sets And Systems**, Vol.20, Issue. 3, 1986.

⁶⁸ A. Charnes – W.W Cooper – E. Rhodes, “Measuring The Efficiency Of Decision Making Units”, **European Journal Of Operational Research**, Vol. 2, Issue. 6, 1978, s. 429.

⁶⁹ Burcu Avcı, **İşletmelerarası Görelî Etkinlik Ölçüm Yaklaşımı: Veri Zarflama Analizi ve Uygulaması**, Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi), Bursa, 2004, s. 48.

parametrik olmayan bir tekniktir.⁷⁰ Karar birimi, bir veya daha fazla girdi kullanarak, bir veya daha fazla çıktı üreten herhangi bir varlık olabilir. Örneğin; bir işletme veya işletmenin bir bölümü, bir restoran, okul, üniversite, hastane, askeri birim, banka şubesi veya kamuya ait bir belediye etkinlik ölçümü yapılabilebilecek bir karar birimi olarak belirlenebilir.⁷¹

VZA'nın temelleri verimlilik ölçümlerine dayanmaktadır. Kullanılan girdiler ile elde edilebilecek maksimum çıktı miktarları, karar kümesindeki tüm elemanlar karşılaştırılıp referans noktaları bulunarak hesaplanmakta ve karar kümesindeki etkin ve etkin olmayan karar birimleri belirlenmektedir.⁷² VZA, pek çok girdinin ve çıktının bulunduğu üretim ortamları için uygun bir etkinlik ölçme tekniğidir.⁷³

VZA tekniğinin adı, etkinlik sınırının, belirli bir üretim fonksiyonu tarafından üretilmesi olası olan etkin ya da etkin olmayan tüm girdi ve çıktı bileşimlerini içeren küme olarak tanımlanan, üretim imkanları kümesindeki her girdi çıktı bileşiminin en az bir noktadan geçmesi ve diğer tüm noktaların bu sınırın üzerinde olması veya altında kalması özelliğinden yola çıkılarak verilmiştir. Çünkü bu türde bir sınırın söz konusu noktaları zarfladığı söylenmektedir.⁷⁴ VZA, en iyi performansı veren karar birimlerinin oluşturduğu sınırın bulunmasını ve etkin olmayan karar birimlerinin eksikliklerinin ortaya çıkmasını sağlamaktadır. Etkin sınır, girdi/çıkıtı uzayında etkin gözlemlerin oluşturduğu dışbükey bir sınırdır.⁷⁵ Örneğin, tek çıktı ve iki girdinin bulunduğu bir durum incelendiğinde, girdi-çıkıtı düzleminde bulunan noktalar ile bulunacak olan etkin sınırın çizilmesinde aşağıdaki adımlar izlenmektedir:⁷⁶

1. Yatay eksene paralel olarak alınan bir doğru, ilk gözlem noktasına ulaşılan kadar yukarı kaydırılır.

⁷⁰ Dennis Reynolds, "Hospitality-Productivity Assessment Using Data Envelopment Analysis", **Cornell Hotel And Restaurant Administration Quarterly**, Vol 44, Issue 2, 2003.

⁷¹ David Haas – Frederic Murphy – Richard Lancioni, "Managing Reverse Logistics Channels With Data Envelopment Analysis", **Transportation Journal**, Vol. 42, No. 3, 2003, s. 61–62.

⁷² Reynolds, a.g.m., s. 134.

⁷³ Armağan Tarım, **Veri Zarflama Analizi: Matematiksel Programlama Tabanlı Görelî Etkinlik Ölçüm Yaklaşımı**, Sayıştay Yayınları, Ankara, 2001, s. 13.

⁷⁴ Zehra Başkaya – Burcu Öztürk, "Bireysel Performansın Görelî Etkinliğinin Ölçülmesinde Veri Zarflama Analizi Ve Bir Alışveriş Merkezi Giyim Çalışanları Üzerinde Uygulanması", **Uludağ Üniversitesi İktisadi Ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi**, C. XXIV, S. 1, 2005, s. 18.

⁷⁵ Anthony Ross – Cornelia Droge "An Integrated Benchmarking Approach To Distribution Center Performance Using DEA Modeling", **Journal Of Operations Management**, Vol. 20, Issue 1, 2002, s. 19.

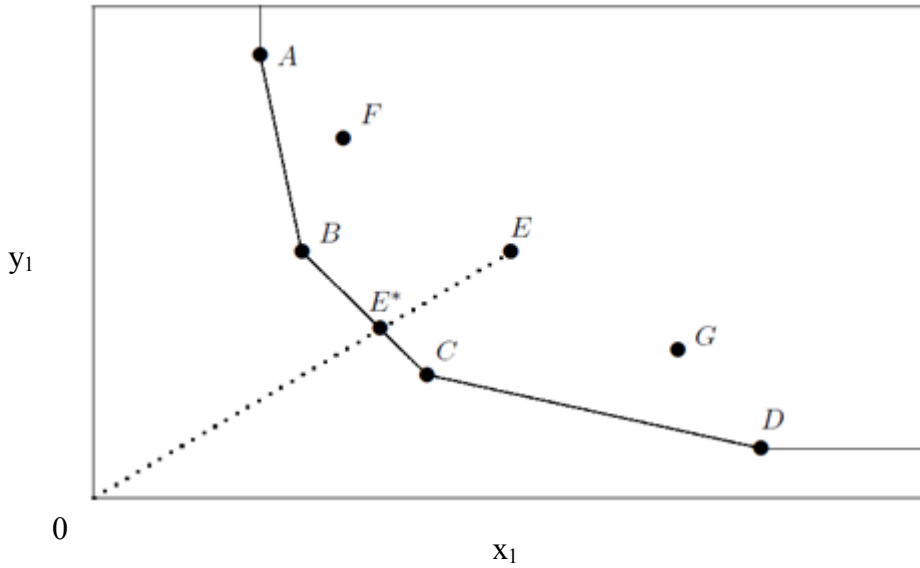
⁷⁶ Tarım, a.g.e., s. 23.

2. Gözlem noktasına ulaşıldığında, gözlem pivot noktası olacak şekilde, doğrunun sol tarafı saat yönünde çevrilir.

3. Çevirme işlemi yeni bir gözlem noktasına ulaşılan veya doğrunun sol tarafı düşey eksene paralel olana kadar sürer.

4. Doğrunun sol tarafı düşey eksene paralel olduğunda işlem sona erer, aksi halde ikinci adıma dönülür.

Bu adımlar sayesinde, tüm gözlemlerin etkin sınır tarafından zarflanması sağlanmış olmaktadır ve bu sınırın dışında hiçbir karar birimi kalmamaktadır. Etkin karar birimleri tarafından oluşturulan zarf Şekil 2.3'te görülmektedir. Etkin sınır olarak tanımlanan zarf, görece olarak etkin olan karar birimlerinin geometrik yeridir. Zarfın içerisinde bulunan karar birimleri, zarf üzerinde bulunan karar birimlerinden daha düşük performans göstermiş olmaktadır.⁷⁷



Şekil 2. 3: Etkinlik Sınırının Karar Birimlerini Zarflama Durumu

(Kaynak: Armağan Tarım, **Veri Zarflama Analizi: Matematiksel Programlama Tabanlı Görece Etkinlik Ölçüm Yaklaşımı**, Sayıştay Yayınları, Ankara, 2001, s. 24.)

Görece etkinlik için belirlenen etkinlik sınırı, en yüksek etkinlik değerine sahip olan karar birimlerinin oluşturduğu noktalar ile ifade edilmektedir. Söz konusu noktalar Şekil

⁷⁷ A.g.e., s. 24.

3.1’de de görüldüğü gibi etkinlik sınırının parçalı doğrusal bir forma sahip olmasına neden olmaktadır.⁷⁸

VZA yönteminde görelî etkinliğin ölçümü iki aşamalı olarak yapılmaktadır. Birinci aşamada, karar birimleri içerisinde en az girdi bileşimini kullanarak en çok çıktı bileşenini üreten en iyi karar birimleri bir başka deyişle etkinlik sınırını oluşturan karar birimleri belirlenmektedir. İkinci aşamada ise, etkin karar birimlerinin oluşturduğu etkinlik sınırı referans olarak kabul edilerek, etkin olmayan karar birimlerinin etkinlik sınırına olan uzaklıkları radyal olarak ölçülmektedir.⁷⁹

VZA, çok sayıda girdi ve çıktı değişkeninin bir doğrusal programlama modelinde kullanımını ve her bir gözlem (KVB) için bir tek etkinlik değerinin elde edilmesini sağlamaktadır.⁸⁰ VZA ile yapılan analiz sonucunda her karar birimi için 0 ile 1 arasında bir etkinlik değeri hesaplanmaktadır. Etkinlik değeri 1’e (% 100) eşit olan karar birimleri etkinlik sınırını oluşturmaktadırlar. Etkinlik değeri 1’den küçük olan karar birimleri ise görelî olarak etkin olmayan karar birimleridir. Görelî olarak etkin olmayan karar birimlerinin 1’den sapma oranları görelî etkinsizlik ölçüsü olarak adlandırılmaktadır.

Herhangi bir çıktının değerini eş zamanlı olarak azaltmadan diğere bir çıktının değerini arttırmanın imkânsız olduğu veya herhangi bir girdinin değerini arttırmadan diğere bir girdinin değerini azaltılmasının imkânsız olduğu durumlarda bir karar biriminin görelî etkinlik değerinin 1’e eşit olması söz konusudur.⁸¹

VZA’nın uygulanmasında üç temel aşama bulunmaktadır.⁸²

1. Analizin yapılabilmesi için karar birimlerinin seçimi ve tanımlanması.
2. Seçilen karar birimlerinin görelî etkinliklerinin değerlendirilmesi için uygun girdi ve çıktı faktörlerinin belirlenmesi.
3. VZA modellerinin uygulanması ve sonuçların analiz edilmesi.

⁷⁸ A. Bessent et al., “Efficiency Frontier Determination By Constrained Facet Analysis”, **Journal Of Operational Research**, Vol. 36, No. 5, 1988, s. 785.

⁷⁹ Reha Yolalan, **İşletmelerarası Görelî Etkinlik Ölçümü**, MPM Yayınları, No. 483, 1993, s. 27–28.

⁸⁰ Aslan Gülcü, “Cumhuriyet Üniversitesi Araştırma Hastanesi Üzerinde VZA Yöntemi İle Görece Verimlilik Analizi”, **Verimlilik Dergisi**, S. 4, Milli Produktivite Merkezi Yayını, 2001, s. 121.

⁸¹ John Ruggiero, “Theory And Methodology Measuring Technical Efficiency”, **European Journal Of Operations Research**, Vol. 121, Issue 1, 2000, s. 138.

⁸² B. Golany – Y. Roll, “An Application Procedure For DEA”, **OMEGA, International Journal Of Management Science**, Vol. 17, No. 3, 1989, s. 238.

VZA'nın uygulanmasında seçilecek olan karar birimlerinin oluşturacağı grubun homojen olması gerekmektedir. Söz konusu grubun homojen olabilmesi için karar birimleri aşağıda verilen özellikleri taşımalıdır:⁸³

1. Tüm karar birimleri benzer görevleri yürütmelidirler ve benzer hedeflere sahip olmalıdırlar.

2. Karar birimlerinin aynı piyasa şartlarında faaliyet göstermeleri gerekmektedir. (Bu durum, okullar, askeri birimler, devlet hastaneleri gibi kar amacı gütmeyen kuruluşların değerlendirilmesinde oldukça önemlidir.)

3. Grup içerisindeki karar birimlerinin performansını belirleyen tüm girdi ve çıktılar, miktarları veya yoğunlukları dışında aynı olmalıdır.

VZA, çok faktörlü verimlilik analizleri yaparak homojen bir küme içerisinde yer alan karar birimlerinin görece etkinliklerinin ölçülmesini sağlamaktadır. Etkinlik değeri, ağırlıklı çıktılar ağırlıklı girdilere oranı olarak ifade edilmektedir.⁸⁴

VZA'da kullanılan matematiksel modeller, girdiye ve çıktıya yönelik olarak kurulabilmektedir. Girdiye yönelik matematiksel modellerde, kullanılan girdilerle üretilen maksimum çıktı miktarları, çıktıya yönelik matematiksel modellerde ise, üretilen çıktılar için kullanılacak minimum girdi miktarları hesaplanmaktadır.

3.3.1.1. VZA'nın Matematiksel Modelleri

3.3.1.1.1. Girdiye Yönelik Doğrusal Programlama Modeli

Girdiye yönelik kesirli programlama modeli, Çıktı/Girdi oranı olan verimlilik değerinden yola çıkılarak oluşturulmuştur. Girdiye yönelik kesirli programlama modelinde ağırlıklandırılmış çıktılar ağırlıklandırılmış girdilere oranı söz konusudur. VZA'nın uygulanmasında sırasıyla çıktıya ve girdilere verilen ağırlıkları gösteren u_{ik} ve v_{ik} her

⁸³ A.g.e., s. 239.

⁸⁴ Holly S. Lewis, "Data Envelopment Analysis: Models And Extensions", **Decision Line Production/Operations Management**, 2000, s. 8.

karar birimi için maksimum etkinlik değerini sağlayacak şekilde ayrı ayrı belirlenmektedir. Kesirli programlama modeli (2.15)'te gösterilmektedir.⁸⁵

$$E_k = \frac{\sum_{r=1}^s u_{rk} Y_{rk}}{\sum_{i=1}^m v_{ik} X_{ik}} \rightarrow \text{maksimum}$$

$$\frac{\sum_{r=1}^s u_{rk} Y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_{ij} X_{ij}} \leq 1 \quad j = 1, \dots, n$$

$$u_{rk}, v_{ik} \geq \varepsilon \quad r = 1, \dots, s ; i = 1, \dots, m \quad (2.15)$$

(2.15)'te verilen kesirli programlama modelinde;

s : Üretilen çıktı sayısını,

m : Kullanılan girdi sayısını,

u_{rk} : k karar birimi tarafından r'inci çıktıya verilen ağırlığı,

Y_{rk} : k karar birimi tarafından üretilen r'inci çıktı miktarını,

v_{ik} : k karar birimi tarafından i'inci girdiye verilen ağırlığı,

X_{ik} : k karar birimi tarafından kullanılan i'inci girdi miktarını,

ε : Yeterince küçük pozitif bir sayıyı (0,0000001) göstermektedir. Modelde girdi ve çıktılara verilen ağırlıkların sıfıra eşit olması istenmediğinden $u_{rk}, v_{ik} \geq \varepsilon$ şartı modele eklenmiştir.⁸⁶

⁸⁵ A. Charnes – W.W. Cooper – E. Rhodes, “Evaluating Program And Managerial Efficiency: An Application Of Data Envelopment Anaysis To Program Follow Through”, **Management Science**, Vol. 27, No. 6, 1981, ss. 668–697, s. 671.

⁸⁶ Y.H.B. Wong – J.E. Beasley, “Restricting Weight Flexibility In Data Envelopment Analysis”, **Journal Of Operational Research Society**, Vol. 41, No. 9, 1990, s. 829.

VZA tekniğinde tüm karar birimleri, girdilere ve çıktılara verecekleri ağırlıkları serbestçe belirleyebilmektedirler. Her karar birimi ağırlıklarını, kendi toplam faktör verimliliği değerini maksimize edecek şekilde seçebilmektedir. Fakat tüm karar birimlerinin kendilerini etkin yapacak ağırlıkları seçmelerini önleyebilmek için modelde toplam ağırlıklı çıktılar/toplam ağırlıklı girdiler ifadesinin dışında bir ek kısıtlayıcı bulunması gerekmektedir. Bu kısıtlayıcı ile yapılacak olan değerlendirmenin mantıklı olabilmesi için, tahsis edilen ağırlıkların 1'i geçmesi yani, ağırlıklı çıktılarının toplamının, ağırlıklı girdilerin toplamından büyük olması engellenmektedir.⁸⁷

VZA tekniği olarak adlandırılan, doğrusal programlama tabanlı görelî etkinlik ölçüm yaklaşımı, temelde kesirli programlama formunda ortaya çıkmıştır. Kesirli programlama için doğrusal programlama modellerinin çözümünde kullanılan simpleks algoritmasına benzer standart bir yöntem bulunmamaktadır. Diğer taraftan, görelî etkinlik analizlerinde kullanılan matematiksel programlama modelinin özel yapısı nedeniyle kesirli programlama modeli standart çözüm yöntemi bulunan bir doğrusal programlama modeline dönüştürülebilmektedir.⁸⁸

Girdiye yönelik kesirli programlama modelinde, amaç fonksiyonunun maksimum olmasını sağlayan ağırlıkların doğrusal kombinasyonları da amaç fonksiyonunun değerini maksimum yapmaktadır. Bu nedenle, (2.16)'da verilen dönüşüm kullanılarak doğrusal programlama modeline ulaşılmaktadır.⁸⁹

$$\sum_{i=1}^m v_{ik} X_{ik} = 1 \quad (2.16)$$

Standart yöntemler ile çözülebilecek olan girdiye yönelik VZA modeli (2.17)'de gösterilmektedir.⁹⁰

⁸⁷ Haas, a.g.m, s. 62.

⁸⁸ Tarım, a.g.e., s. 48-49.

⁸⁹ A.g.e., s. 54.

⁹⁰ Tarım, a.g.e., s. 62.

$$E_k = \sum_{r=1}^s u_{rk} Y_{rk} \quad \rightarrow \quad \text{maksimum}$$

$$\sum_{i=1}^m v_{ik} X_{ik} = 1$$

$$\sum_{r=1}^s u_{rk} Y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_{ij} X_{ij} \leq 0 \quad j=1, \dots, n$$

$$u_{rk}, v_{ik} \geq \varepsilon \quad r=1, \dots, s; \quad i=1, \dots, m \quad (2.17)$$

3.3.1.1.2. Çıktıya Yönelik Doğrusal Programlama Modeli

Çıktıya yönelik kesirli programlama modeli de girdiye yönelik kesirli programlama modeline benzemektedir. Aralarındaki fark, çıktıya göre kurulan kesirli programlama modelinin, ağırlıklandırılmış girdilerin, ağırlıklandırılmış çıktılara oranından meydana gelen amaç fonksiyonunu minimum yapan bir model olmasından kaynaklanmaktadır. Çıktıya yönelik kesirli programlama modeli (2.18)'de verilmektedir.⁹¹

$$F_k = \frac{\sum_{i=1}^m v_{ik} X_{ik}}{\sum_{r=1}^s u_{rk} Y_{rk}} \quad \rightarrow \quad \text{minimum}$$

$$\frac{\sum_{i=1}^m v_{ik} X_{ij}}{\sum_{r=1}^s u_{rk} Y_{rj}} \geq 1 \quad j=1, \dots, n$$

$$u_{rk}, v_{ik} \geq \varepsilon \quad r=1, \dots, s; \quad i=1, \dots, m \quad (2.18)$$

⁹¹ Yolalan, a.g.e., s. 43-44.

Modelin amaç fonksiyonunda F_k 'nin alabileceği en küçük değer 1'dir ve amaç fonksiyonu değerinin 1'e eşit olması k karar biriminin etkin olduğu anlamına gelmektedir. F_k 'nin 1'den büyük olması ise k karar biriminin etkin olmadığını göstermektedir.

Çıktıya yönelik kesirli programlama modelinde, amaç fonksiyonunu minimum yapan ağırlıkların doğrusal kombinasyonları da amaç fonksiyonunun minimum olmasını sağlamaktadır. Kesirli programlama modelinde (2.19)'da verilen dönüşüm kullanılarak çıktıya yönelik doğrusal programlama modeli elde edilmektedir.⁹²

$$\sum_{r=1}^s u_{rk} Y_{rk} = 1 \quad (2.19)$$

$$F_k = \sum_{i=1}^m v_{ik} X_{ik} \rightarrow \text{minimum}$$

$$\sum_{r=1}^s u_{rk} Y_{rk} = 1$$

$$\sum_{i=1}^m v_{ik} X_{ij} - \sum_{r=1}^s u_{rk} Y_{rj} \geq 0 \quad j=1, \dots, n$$

$$u_{rk}, v_{ik} \geq \varepsilon \quad r=1, \dots, s; \quad i=1, \dots, m \quad (2.20)$$

3.3.2. Bulanık VZA Modelleri

VZA, çok sayıda girdi ve çıktının bulunduğu üretim ortamlarında karar birimlerinin göreceli etkinliklerinin ölçülmesini sağlayan, doğrusal programlama tabanlı bir yaklaşımdır. Klasik VZA modellerinde kullanılan tüm verilerin kesin sayısal değerlerden oluştuğu varsayılmaktadır.⁹³ Fakat karar birimleri arasında daha gerçekçi bir değerlendirme yapmak

⁹² Amy Colbert – Reuven R. Levary – Michael C. Shaner, “Theory And Methodology Determining The Relative Efficiency Of MBA Programs Using DEA”, **European Journal Of Operational Research**, Vol. 125, Issue 3, 2000, s. 658.

⁹³ William W. Cooper – Kyung Sam Park – Gang Yu, “IDEA and AR-IDEA: Models for Dealing with Imprecise Data in DEA”, **Management Science**, Vol. 45, No. 4, 1999, s. 597.

gerektiğinde genellikle güçlü bir belirsizlik söz konusu olmaktadır. Sistemlerin karmaşıklığı arttıkça verilerin değerlendirilmesi de zorlaşmaktadır. Karar vericiler değerlendirmelerini “iyi” kalite, “düşük” performans, “yüksek” risk seviyesi gibi sözel ifadeler kullanarak yapabilmektedirler.⁹⁴ Niteliksel veya sözel ifadelerden kaynaklanan belirsizliklerin karar sürecine katılımı, Bellman ve Zadeh (1970) tarafından tanımlanan karar kavramı ile sağlanmaktadır. Klasik VZA modellerinde, belirlenen kısıtlayıcıları sağlayan ve her karar birimi için mümkün olan en yüksek etkinlik değerini veren ağırlıkların seçimi söz konusudur. Karar birimleri ile ilgili bazı gözlemlerin bulanık olması, amaç ve kısıtlayıcıların dolayısıyla karar sürecinin bulanıklaşmasına neden olmaktadır.⁹⁵ Bulanık veriler kullanılarak oluşturulan VZA modelleri gerçek hayatta karşılaşılan problemler için klasik modellerden daha gerçekçi bir yaklaşım sağlamaktadır.⁹⁶ Bu nedenle, bulanık girdi ve çıktı değerlerine sahip olan bir grup karar biriminin etkinliklerinin değerlendirilmesi için bulanık sayıların kullanımı kaçınılmaz hale gelmektedir.⁹⁷

Bulanık VZA modelleri, bulanık ortamda bulunan homojen bir grup içerisindeki karar birimlerinin göreceli etkinlik değerlerinin bulunması amacıyla kullanılmaktadır.⁹⁸ Bulanık bir etkinlik ölçüm sürecindeki belirsiz veriler için bulanık sayılar kullanılmakta ve bulanık VZA modelleri, bulanık doğrusal programlama modelleri olarak ifade edilmektedir.⁹⁹ Verilerin kalitesi ve hassasiyeti için bulanık modelleme ile klasik VZA'nın kombinasyonu olan bulanık VZA, karar birimlerinin performanslarının değerlendirilmesi için oldukça önemlidir.¹⁰⁰

Bulanık VZA modellerinin çözümünde kullanılan yaklaşımlar, tolerans yaklaşımı, durulaştırma yaklaşımı, α -kesim seviyesi tabanlı yaklaşım ve bulanık sıralama yaklaşımı

⁹⁴ Mohamed Dia, “A Model Of Fuzzy Data Envelopment Analysis”, **INFOR**, Vol. 42, No. 4, 2004, s. 268.

⁹⁵ F. Hosseinzadeh Lotfi – G. R. Jahanshahloo – M. Alimardani, “A New Approach for Efficiency Measures by Fuzzy Linear Programming and Application in Insurance Organization”, **Applied Mathematical Sciences**, Vol. 1, No. 14, 2007, s. 647.

⁹⁶ Saowanee Lertworasirikul et al., “Fuzzy BCC Model for Data Envelopment Analysis”, **Fuzzy Optimization and Decision Making**, 2, 2003, s. 339.

⁹⁷ Ying Ming Wang – Ying Luo – Liang Liang, “Fuzzy Data Envelopment Analysis Based Upon Fuzzy Arithmetic With An Application To Performance Assessment Of Manufacturing Enterprises”, **Expert Systems With Applications**, Vol. 36, 2009, s. 5205.

⁹⁸ A. Azadeh et al., “A Fuzzy Mathematical Programming Approach to DEA Models”, **American Journal of Applied Sciences**, Vol. 5, No. 10, 2008, s. 1352.

⁹⁹ Lertworasirikul et al, “Fuzzy BCC Model for Data Envelopment Analysis”, a.g.m., s. 338.

¹⁰⁰ Dia, a.g.m., s. 268.

olmak üzere dört farklı kategoriye ayrılmaktadır. Tolerans yaklaşımı Sengupta (1992)¹⁰¹, Kahraman ve Tolga (1998)¹⁰² tarafından yapılan çalışmalar ile ortaya konmuştur. VZA modellerinde bulanıklığı ilk kez ifade eden Sengupta (1992), amaç fonksiyonu ve kısıtlayıcıların anlamlarında bulanıklık olduğu durumlar için bulanık küme teorisini kullanmıştır. Bulanık doğrusal programlamayı, amaç fonksiyonu ve kısıtlayıcıları bulanıklaştırma yoluyla bulanık VZA modellerine uygulayarak olasılıksal etkinlik sınırı kavramına ulaşmıştır. Tolerans yaklaşımında, sözel belirsizlik VZA modellerine amaç fonksiyonu için istek seviyesi ve kısıtlayıcılar için toleranslar belirlenerek entegre edilmektedir. Durulaştırma yaklaşımı, Lertworasirikul (2002)¹⁰³ tarafından geliştirilmiştir. Bulanık girdi ve çıktı değerlerinin durulaştırılarak klasik sayılara dönüştürülmesi prensibine dayanmaktadır ve klasik sayılar kullanılarak, klasik bir VZA modeli çözüme ulaştırılmaktadır. α -kesim seviyesi yaklaşımında bulanık VZA modelleri α -kesimleri kullanılarak parametrik programlamaya dayalı olarak çözülmektedir. α -kesim tabanlı yaklaşımlar ise, Kao ve Liu (2000)¹⁰⁴, Lertworasirikul (2002), Saati, Memariani ve Jahanshahloo (2002)¹⁰⁵ tarafından yapılan çalışmalar ile çeşitlendirilmiştir. Despotis ve Smirlis (2002)¹⁰⁶, α -kesimlerini kullanmadan alt ve üst sınır etkinlik değerlerinin hesaplanması üzerinde durmuştur. Bulanık sıralama yaklaşımı Guo ve Tanaka (2001)¹⁰⁷ tarafından geliştirilmiştir. Söz konusu yaklaşımda bulanık eşitlik ve eşitsizlikler sıralama yöntemleri kullanılarak tanımlanmaktadır.

Tolerans yaklaşımı ve sıralama yaklaşımında girdi ve çıktı değerlerinin değil, kısıtlayıcıların bulanıklaştırılması söz konusudur. Bu yaklaşımlarda, bulanık girdi ve çıktı değerleri direkt olarak medellere yansıtılamamaktadır. Durulaştırmaya dayalı yaklaşımların uygulanması kolaydır fakat söz konusu yaklaşımlarda girdi ve çıktı değerlerindeki bulanıklık göz ardı edilmektedir. α -kesim seviyelerini kullanan yaklaşımlarda ise, karar

¹⁰¹ Jati K. Sengupta, "A Fuzzy System Approach in Data Envelopment Analysis", **Computers & Mathematics with Applications**, Vol. 24.

¹⁰² Cengiz Kahraman – Ethem Tolga, "Data Envelopment Analysis Using Fuzzy Concept", The 28th International Symposium on Multiple-Valued Logic, USA, 1998.

¹⁰³ Saowanee Lertworasirikul, Fuzzy Data Envelopment Analysis, Faculty Of North Carolina State University, Degree Of Doctor Of Philosophy, USA, 2002.

¹⁰⁴ Chiang Kao – Shiang Tai Liu, "Data Envelopment Analysis With Missing Data: An Application To University Libraries In Taiwan", **Journal Of Operational Research Society**, Vol. 51, 2000.

¹⁰⁵ S. M. Saati – A. Memariani – G.R Jahanshahloo, "Efficiency Analysis And Ranking DMUs With Fuzzy Data", **Fuzzy Optimization And Decision Making**, Vol. 1, 2002.

¹⁰⁶ Dimitris K. Despotis – Yiannis G. Smirlis, "Data Envelopment Analysis With Imprecise Data", **European Journal Of Operational Research**, Vol. 140, 2002.

¹⁰⁷ Peijun Guo – Hideo Tanaka, "Fuzzy DEA: A Perceptual Evaluation Method", **Fuzzy Sets And Systems**, Vol. 119, 2001.

verici tarafından belirlenen farklı α -kesim seviyelerinde etkinlik değerlerinin hesaplanarak bulanıklığın karar sürecine katılımı aralıklar kullanılarak gerçekleştirilmektedir.¹⁰⁸

α -kesim seviyelerini kullanan yaklaşımlarda çözüm önerileri girdi ve çıktı değerlerinin bulanık aralıklar ile ifade edilmesini gerektirmektedir. Bulanık doğrusal programlama problemlerinin çözümünde, katsayılarda bulanıklık olduğu durumlarda, parametrik programlamaya dayalı yaklaşımlar tercih edilmektedir. Bu nedenle, yapılan çalışma kapsamında, üçgen bulanık sayılar kullanılacağından, bu bölümde, alt ve üst sınır etkinlik değerlerinin veya üyelik fonksiyonlarının bilindiği ve üçgen bulanık sayılara uygulanabilecek, parametrik programlamaya dayalı bulanık VZA modellerine yer verilecektir.

3.3.2.1. Kao-Liu Bulanık VZA Modeli

Kao ve Liu (2000) tarafından bulanık etkinlik ölçümleri için yapılan çalışmada, bulanık girdi ve çıktı değerlerine sahip olan karar birimleri için, bulanık ortamda etkinlik ölçümleri gerçekleştirebilen bir yöntem geliştirilmiştir. Söz konusu yöntem, bulanık VZA modellerini, α -kesimlerini kullanarak klasik VZA modellerinin özel bir türüne dönüştürerek çözmeyi amaçlamaktadır.

n ($j = 1, 2, \dots, n$) adet karar biriminin bulunduğu bulanık bir üretim sürecinde karar birimlerinin kullandığı girdi sayısı m ($i = 1, 2, \dots, m$) ve bu girdiler kullanılarak üretilen çıktı sayısı s ($r = 1, 2, \dots, s$) ile gösterilmek üzere, girdi ve çıktıları bulanık sayılar ile ifade edilen bir girdiye yönelik bulanık VZA modeli (2.21)'de ifade edilmektedir. Bulanık VZA modelinin çözümü ile her bir karar birimi için \tilde{E}_k etkinlik değerinin hesaplanması sağlanmaktadır. \tilde{X}_{ij} ve \tilde{Y}_{rj} sırası ile değerleri tam olarak tespit edilemeyen girdi ve çıktı miktarlarını göstermektedir. Her bir bulanık girdi ve her bir bulanık çıktı için birer üyelik fonksiyonu belirlenmektedir. Bulanık VZA modeli, amaç fonksiyonu ve kısıtlayıcı parametreleri bulanık olan bir kesirli programlama problemi olarak ifade edilmektedir. Her bulanık girdi parametresi $\mu_{\tilde{X}_{ij}}$ ve her bulanık çıktı parametresi de $\mu_{\tilde{Y}_{rj}}$ üyelik fonksiyonları tarafından temsil edilmektedir.¹⁰⁹

¹⁰⁸ Dia, a.g.m., s. 268.

¹⁰⁹ A.g.m., s. 270.

$$\tilde{E}_k = \frac{\sum_{r=1}^s u_r \tilde{Y}_{rk}}{\sum_{i=1}^m v_i \tilde{X}_{ik}} \rightarrow \text{maksimum}$$

$$\frac{\sum_{r=1}^s u_r \tilde{Y}_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i \tilde{X}_{ij}} \leq 1$$

$$u_r, v_i \geq \varepsilon \quad (2.21)$$

Klasik VZA modelleri için gerçekleştirilen doğrusal dönüşüm bulanık VZA modellerinde de yapılmaktadır. Doğrusal dönüşüm yapılarak ulaşılabilecek olan bulanık VZA modeli ise (2.22)'de gösterilmektedir.¹¹⁰

$$\tilde{E}_k = \sum_{r=1}^s u_r \tilde{Y}_{rk} \rightarrow \text{maksimum}$$

$$\sum_{i=1}^m v_i \tilde{X}_{ik} = 1$$

$$\sum_{r=1}^s u_r \tilde{Y}_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i \tilde{X}_{ij} \leq 0$$

$$u_r, v_i \geq \varepsilon \quad (2.22)$$

Kao ve Liu (2000)'nin geliştirdiği iki aşamalı bulanık VZA modelinde öncelikle bulanık girdi ve çıktı miktarlarının alt ve üst sınır değerlerinden oluşan aralıklar ifade edilmekte ve daha sonra alt ve üst sınır etkinlik değerlerinin hesaplanması için farklı kısıtlayıcı kümelerine sahip olan doğrusal programlama modelleri çözülmektedir.

¹¹⁰ Lotfi – Jahanshahloo – Alimardani, a.g.e., s. 655.

Değerlendirmesi yapılan her karar birimi için farklı α düzeylerinde, etkinlik değerinin alt ve üst sınırlarını belirleyen bir etkinlik aralığı hesaplanmaktadır.¹¹¹

Alt sınır ve üst sınır etkinliklerini belirleyecek olan doğrusal programlama modellerinin kurulması için, $S(\tilde{X}_{ij})$, \tilde{X}_{ij} bulanık sayısının destek kümesini ve $S(\tilde{Y}_{rj})$ ise \tilde{Y}_{rj} bulanık sayısının destek kümesini göstermek üzere, bulanık girdi ve bulanık çıktı miktarlarını temsil eden üyelik fonksiyonlarının α -kesimlerinin bulunması gerekmektedir. α -kesim kümeleri klasik kümelerdir ve üyelik değerleri α 'dan büyük olan küme elemanlarından oluşmaktadır. Bulanık girdi ve çıktılar için belirlenecek olan α -kesim kümeleri (2.23)'te gösterilmektedir.¹¹²

$$\begin{aligned} (X_{ij})_{\alpha} &= \left\{ x_{ij} \in S(\tilde{X}_{ij}) \mid \mu_{\tilde{X}_{ij}}(x_{ij}) \geq \alpha \right\} & \forall i, j \\ (Y_{rj})_{\alpha} &= \left\{ y_{rj} \in S(\tilde{Y}_{rj}) \mid \mu_{\tilde{Y}_{rj}}(y_{rj}) \geq \alpha \right\} & \forall i, j \end{aligned} \quad (2.23)$$

α -kesim aralıkları, bulanık girdilerin ve bulanık çıktıların alt ve üst sınırlarını ifade etmektedir. $(X_{ij})_{\alpha}^L$, bulanık girdilerin α -kesim kümelerinin alt sınırlarını ve $(X_{ij})_{\alpha}^U$ ise üst sınırlarını, $(Y_{rj})_{\alpha}^L$ bulanık çıktıların α -kesim kümelerinin alt sınırlarını ve $(Y_{rj})_{\alpha}^U$ ise üst sınırlarını göstermektedir. Bulanık girdiler ve bulanık çıktılar için α -kesimlerinin alt ve üst sınırlarının aralık olarak ifadesi (2.24)'te ifade edilmektedir.¹¹³

$$\begin{aligned} (X_{ij})_{\alpha} &= \left[(X_{ij})_{\alpha}^L, (X_{ij})_{\alpha}^U \right] \\ &= \left[\text{Min}_{x_{ij}} \left\{ x_{ij} \in X_{ij} \mid \mu_{\tilde{X}_{ij}}(x_{ij}) \geq \alpha \right\}, \text{Maks}_{x_{ij}} \left\{ x_{ij} \in X_{ij} \mid \mu_{\tilde{X}_{ij}}(x_{ij}) \geq \alpha \right\} \right] \end{aligned}$$

¹¹¹ Chiang Kao, "Interfaces With Other Disciplines Interval Efficiency Measures In Data Envelopment Analysis With Imprecise Data", **European Journal Of Operational Research**, Vol. 174, 2006, s. 1088.

¹¹² Tai Liu Shiang – Mang Chuang, "Fuzzy Efficiency Measures In Fuzzy DEA/AR With Application To University Libraries", **Expert Systems With Applications**, Vol. 36, 2009, s. 1107.

¹¹³ A.g.m., s. 1107.

$$\begin{aligned} (Y_{rj})_{\alpha} &= [(Y_{rj})^L, (Y_{rj})^U] \\ &= \left[\text{Min}_{y_{rj}} \left\{ y_{rj} \in Y_{rj} \mid \mu_{\tilde{Y}_{rj}}(y_{rj}) \geq \alpha \right\}, \text{Maks}_{y_{rj}} \left\{ y_{rj} \in Y_{rj} \mid \mu_{\tilde{Y}_{rj}}(y_{rj}) \geq \alpha \right\} \right] \end{aligned} \quad (2.24)$$

Bulanık VZA modellerinde, elde edilen tüm gözlemlerin bulanık sayılardan oluştuğu ve kesin veriler ile ifade edilen gözlemlerin de tek bir değere sahip olan tekil bir üyelik fonksiyonu tarafından temsil edilebilecekleri varsayılmaktadır. Bir girdi veya çıktı değerinin bulanık olması durumunda söz konusu değer sınırları göz önüne alınarak, girdi veya çıktı değerini en iyi şekilde temsil edebilecek bir üyelik fonksiyonu oluşturulmaktadır. \tilde{X}_{ij} ve \tilde{Y}_{rj} kümelerinin α -kesim aralıkları, herhangi bir α düzeyinde verilen girdi ve çıktı değerlerinin nasıl değiştiğini göstermektedir. Genişleme ilkesi, bir başka deyişle maks-min işlemcisi kullanılarak bulunacak olan, k'ncü karar biriminin etkinlik değerinin üyelik fonksiyonu $\mu_{\tilde{E}_k}$ (2.25)'te ifade edilmektedir.¹¹⁴

$$\mu_{\tilde{E}_k} = \text{Maks}_{x,y} \left[\text{Min} \left\{ \mu_{\tilde{X}_{ij}}(x_{ij}), \mu_{\tilde{Y}_{rj}}(y_{rj}) \mid \forall i, j, r \mid z = E_k(x, y) \right\} \right] \quad (2.25)$$

Maks-min işlemcisinin uygulanması \tilde{E}_k etkinlik değerinin α -kesimlerine de yapılabilir. Diğer bir ifade ile $\mu_{\tilde{E}_k}$ üyelik fonksiyonu \tilde{E}_k etkinlik değeri için farklı α seviyelerinde alt ve üst sınırlar belirlenerek oluşturulabilmektedir. (2.25)'te verilen tanımlamaya göre, $\mu_{\tilde{E}_k}(z)$ üyelik fonksiyonu, $\mu_{\tilde{X}_{ij}}(x_{ij})$ ve $\mu_{\tilde{Y}_{rj}}(y_{rj})$ üyelik fonksiyonlarının kesişiminden oluşmaktadır.

$\mu_{\tilde{X}_{ij}}(x_{ij}) \geq \alpha$ ve $\mu_{\tilde{Y}_{rj}}(y_{rj}) \geq \alpha$ fonksiyonlarına gereksinim duyulmaktadır ve en az bir üyelik fonksiyonunun α 'ya eşit olması beklenmektedir. Bu durumda, $z = E_k(x, y)$ fonksiyonunun $\mu_{\tilde{E}_k} = \alpha$ koşulunu sağlaması gerekmektedir. Tüm α -kesimleri α 'ya göre

¹¹⁴ Kao – Liu, “Data Envelopment Analysis With Missing Data: An Application To University Libraries In Taiwan”, a.g.m., s. 898.

birbiri içerisinde geçmiş olan bir yapıda bulunmaktadır. $0 < \alpha_2 < \alpha_1 \leq 1$ olduğunda iki α -kesimi arasındaki ilişki (2.26)'da gösterilmektedir.¹¹⁵

$$\begin{aligned} \left[(X_{ij})_{\alpha_1}^L, (X_{ij})_{\alpha_1}^U \right] &\subseteq \left[(X_{ij})_{\alpha_2}^L, (X_{ij})_{\alpha_2}^U \right] \\ \left[(Y_{ij})_{\alpha_1}^L, (Y_{ij})_{\alpha_1}^U \right] &\subseteq \left[(Y_{ij})_{\alpha_2}^L, (Y_{ij})_{\alpha_2}^U \right] \end{aligned} \quad (2.26)$$

İki α -kesimi arasındaki ilişkinin yapısı nedeniyle;

$\left\{ x_{ij} \in S(\tilde{X}_{ij}) \mid \mu_{\tilde{X}_{ij}}(x_{ij}) \geq \alpha \right\}$ ile $\left\{ x_{ij} \in S(\tilde{X}_{ij}) \mid \mu_{\tilde{X}_{ij}}(x_{ij}) = \alpha \right\}$ ve $\left\{ y_{ij} \in S(\tilde{Y}_{ij}) \mid \mu_{\tilde{Y}_{ij}}(y_{ij}) \geq \alpha \right\}$ ile $\left\{ y_{ij} \in S(\tilde{Y}_{ij}) \mid \mu_{\tilde{Y}_{ij}}(y_{ij}) = \alpha \right\}$ sırası ile aynı en düşük ve en büyük elemanlara sahip olacaktır.¹¹⁶

$\mu_{\tilde{E}_k}$ üyelik fonksiyonunun bulunabilmesi için \tilde{E}_k etkinlik değerinin α -kesimlerinin alt ve üst sınırlarının hesaplanması gerekmektedir. $\mu_{\tilde{X}_{ij}}(x_{ij}) \geq \alpha$ ve $\mu_{\tilde{Y}_{ij}}(y_{ij}) \geq \alpha$ olarak belirlenerek, bulanık girdi ve bulanık çıktılarının α -kesimleri bulunduğundan sonra, üyelik fonksiyonlarının değerlerinin α 'nın herhangi bir düzeyinde hesaplanması sağlanmaktadır. $\mu_{\tilde{E}_k}$, k'ncü karar biriminin etkinlik değerinin üyelik fonksiyonunu, $(E_k)_\alpha^U$ etkinlik değerinin üst sınırını ve $(E_k)_\alpha^L$ etkinlik değerinin alt sınırını göstermek üzere \tilde{E}_k etkinlik değerinin alt ve üst sınırları (2.27), (2.28)'de verilen modeller çözülerek hesaplanmaktadır.¹¹⁷

¹¹⁵ Chiang Kao – Shiang Tai Liu, “A Mathematical Programming Approach To Fuzzy Efficiency Ranking”, **International Journal Of Production Economics**, Vol. 86, 2003, s. 147.

¹¹⁶ A.g.m., s. 147.

¹¹⁷ A. Mostafaei – F.H.Saljooghi, “Cost Efficiency Measures In Data Envelopment Analysis With Data Uncertainty”, **European Journal Of Operational Research**, Vol. 202, 2010, s. 596–597.

$$(E_k)_\alpha^U = E_k(x, y) \rightarrow \text{maksimum}$$

$$(X_{ij})_\alpha^L \leq x_{ij} \leq (X_{ij})_\alpha^U \quad \forall i, j$$

$$(Y_{rj})_\alpha^L \leq y_{rj} \leq (Y_{rj})_\alpha^U \quad \forall i, j$$

(2.27)

$$(E_k)_\alpha^L = E_k(x, y) \rightarrow \text{min imum}$$

$$(X_{ij})_\alpha^L \leq x_{ij} \leq (X_{ij})_\alpha^U \quad \forall i, j$$

$$(Y_{rj})_\alpha^L \leq y_{rj} \leq (Y_{rj})_\alpha^U \quad \forall i, j$$

(2.28)

Bulanık VZA modelinin çözümü alt ve üst sınır etkinlik değerlerinin bulunmasına yönelik olarak farklı kısıtlayıcı kümeleri için (2.29) ve (2.30)'da verilen kesirli programlama modellerinin çözümü ile gerçekleştirilmektedir.¹¹⁸

$$(E_k)_\alpha^U = \left\{ \begin{array}{l} \text{Maks} \\ \left. \begin{array}{l} (X_{ij})_\alpha^L \leq x_{ij} \leq (X_{ij})_\alpha^U \\ (Y_{rj})_\alpha^L \leq y_{rj} \leq (Y_{rj})_\alpha^U \\ \forall i, j, r \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} E_k = \frac{\sum_{r=1}^s u_r Y_{rk}}{\sum_{i=1}^m v_i X_{ik}} \rightarrow \text{maksimum} \\ \frac{\sum_{r=1}^s u_r Y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i X_{ij}} \leq 1 \\ u_r, v_i \geq \varepsilon \end{array} \right. \end{array} \right.$$

(2.29)

¹¹⁸ Chiang Kao – Shiang Tai Liu, “Fuzzy Efficiency Measures In Data Envelopment Analysis”, **Fuzzy Sets And Systems**, Vol. 13, 2000, s. 432.

$$(E_k)_\alpha^L = \text{Min}_{\substack{(X_{ij})_\alpha^L \leq x_{ij} \leq (X_{ij})_\alpha^U \\ (Y_{rj})_\alpha^L \leq y_{rj} \leq (Y_{rj})_\alpha^U \\ \forall i, j, r}} \left\{ \begin{array}{l} E_k = \frac{\sum_{r=1}^s u_r Y_{rk}}{\sum_{i=1}^m v_i X_{ik}} \rightarrow \text{maksimum} \\ \frac{\sum_{r=1}^s u_r Y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i X_{ij}} \leq 1 \\ u_r, v_i \geq \varepsilon \end{array} \right.$$

(2.30)

Üst ve alt sınırdan oluşan aralık VZA modellerinde karar birimlerinin etkinlik değerlerinin bulunması için kullanılacak olan kısıtlayıcı kümesi bir karar biriminden diğerine farklılık göstermektedir. Ayrıca, aynı karar biriminin üst ve alt sınır etkinliklerinin ölçümü için kullanılacak olan kısıtlayıcı kümeleri de birbirinden farklıdır. Örneğin; k'ncı karar biriminin üst sınır etkinlik değerinin hesaplanması için $\{(X_{ik})_\alpha^L, (Y_{rk})_\alpha^U\}, \{(X_{ij})_\alpha^U, (Y_{rj})_\alpha^L\}$ veri kümesi ve alt sınır etkinlik değerinin hesaplanması için ise, $\{(X_{ik})_\alpha^U, (Y_{rk})_\alpha^L\}, \{(X_{ij})_\alpha^L, (Y_{rj})_\alpha^U\}$ veri kümesi kullanılmaktadır.¹¹⁹ Bunun anlamı, k'ncı karar biriminin görece etkinliğinin üst sınırının ölçümünde söz konusu karar biriminin girdilerinin en düşük ve çıktılarının en yüksek seviyelerinin diğer tüm karar birimlerinin girdilerinin en yüksek ve çıktılarının en düşük seviyelerinin kullanılması gerektiğidir. Benzer şekilde, k'ncı karar biriminin görece etkinliğinin alt sınırının ölçümünde ise, söz konusu karar biriminin girdilerinin en yüksek ve çıktılarının en düşük seviyelerinin diğer tüm karar birimlerinin girdilerinin en düşük ve çıktılarının en yüksek seviyelerinin kullanılması gerekmektedir.¹²⁰

Bulanık girdiler ve bulanık çıktılar için belirlenecek olan üst ve alt sınırlar modellere entegre edildiğinde etkinlik değerinin üst sınırını belirleyecek olan kesirli programlama modeli (2.31) ve alt sınırını belirleyecek olan kesirli programlama modeli ise (2.32)'de ifade edilmektedir.¹²¹

¹¹⁹ Ying Ming Wang – Richard Yang Greatbanks – Bo Jian, “Interval Efficiency Assessment Using Data Envelopment Analysis”, **Fuzzy Sets And Systems**, Vol. 153, 2005, s. 350.

¹²⁰ Kao – Liu, “A Mathematical Programming Approach To Fuzzy Efficiency Ranking”, a.g.m., s. 147.

¹²¹ Kao – Liu, “Fuzzy Efficiency Measures In Data Envelopment Analysis”, a.g.m., s. 433.

$$(E_k)_\alpha^U = \frac{\sum_{r=1}^s u_r (Y_{rk})_\alpha^U}{\sum_{i=1}^m v_i (X_{ik})_\alpha^L} \rightarrow \text{maksimum}$$

$$\frac{\sum_{r=1}^s u_r (Y_{rk})_\alpha^U}{\sum_{i=1}^m v_i (X_{ik})_\alpha^L} \leq 1$$

$$\frac{\sum_{r=1}^s u_r (Y_{rj})_\alpha^L}{\sum_{i=1}^m v_i (X_{ij})_\alpha^U} \leq 1 \quad j=1,2,\dots,n, i \neq j$$

$$u_r, v_i \geq \varepsilon$$

(2.31)

$$(E_k)_\alpha^L = \frac{\sum_{r=1}^s u_r (Y_{rk})_\alpha^L}{\sum_{i=1}^m v_i (X_{ik})_\alpha^U} \rightarrow \text{maksimum}$$

$$\frac{\sum_{r=1}^s u_r (Y_{rk})_\alpha^L}{\sum_{i=1}^m v_i (X_{ik})_\alpha^U} \leq 1$$

$$\frac{\sum_{r=1}^s u_r (Y_{rj})_\alpha^U}{\sum_{i=1}^m v_i (X_{ij})_\alpha^L} \leq 1 \quad j=1,2,\dots,n, i \neq j$$

$$u_r, v_i \geq \varepsilon$$

(2.32)

(2.31) ve (2.32)'de verilen kesirli programlama modellerinin çözümünün doğrusal programlama ile yapılabilmesi için Charnes ve Cooper'ın önerdiği doğrusal dönüşümün

yapılması gerekmektedir. Doğrusal dönüşüm yapıldıktan sonra elde edilecek olan üst sınır ve alt sınır modelleri (2.33) ve (2.34)'te verilmektedir.¹²² Söz konusu modellerin çözümü ile $(E_k)_\alpha = [(E_k)_\alpha^L, (E_k)_\alpha^U]$ değerleri farklı α seviyelerinde hesaplanmaktadır. Modellerin çözümleri alt ve üst sınırların oluşturduğu aralıklar ile ifade edilmektedir.

$$(E_k)_\alpha^U = \sum_{r=1}^s u_r (Y_{rk})_\alpha^U \rightarrow \text{maksimum}$$

$$\sum_{i=1}^m v_i (X_{ik})_\alpha^L = 1$$

$$\sum_{r=1}^s u_r (Y_{rk})_\alpha^U - \sum_{i=1}^m v_i (X_{ik})_\alpha^L \leq 0$$

$$\sum_{r=1}^s u_r (Y_{rj})_\alpha^L - \sum_{i=1}^m v_i (X_{ij})_\alpha^U \leq 0$$

$$u_r, v_i \geq \varepsilon$$

(2.33)

$$(E_k)_\alpha^L = \sum_{r=1}^s u_r (Y_{rk})_\alpha^L \rightarrow \text{maksimum}$$

$$\sum_{i=1}^m v_i (X_{ik})_\alpha^U = 1$$

$$\sum_{r=1}^s u_r (Y_{rk})_\alpha^L - \sum_{i=1}^m v_i (X_{ik})_\alpha^U \leq 0$$

$$\sum_{r=1}^s u_r (Y_{rj})_\alpha^U - \sum_{i=1}^m v_i (X_{ij})_\alpha^L \leq 0$$

$$u_r, v_i \geq \varepsilon$$

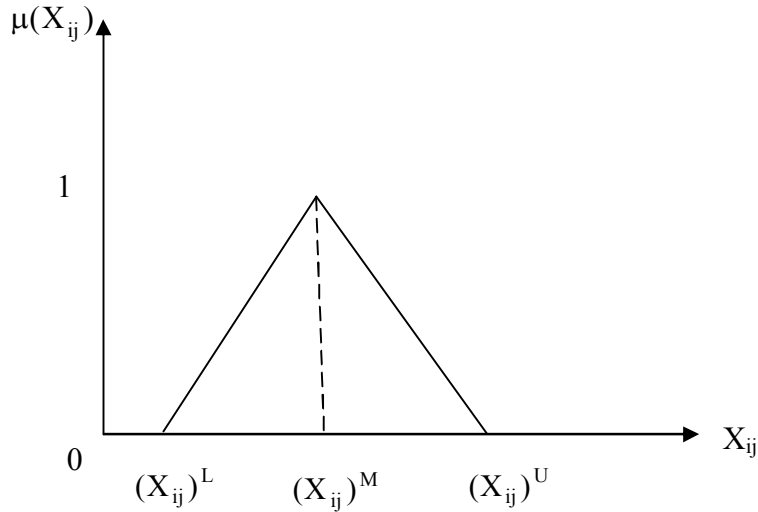
(2.34)

¹²² Amir H. Shokouhi et al., "A Robust Optimization Approach For Imprecise Data Envelopment Analysis", **Computers & Industrial Engineering**, Vol. 59, 2010, s. 389.

3.3.2.2. Saati, Memariani ve Johanshahloo Bulanık VZA Modeli

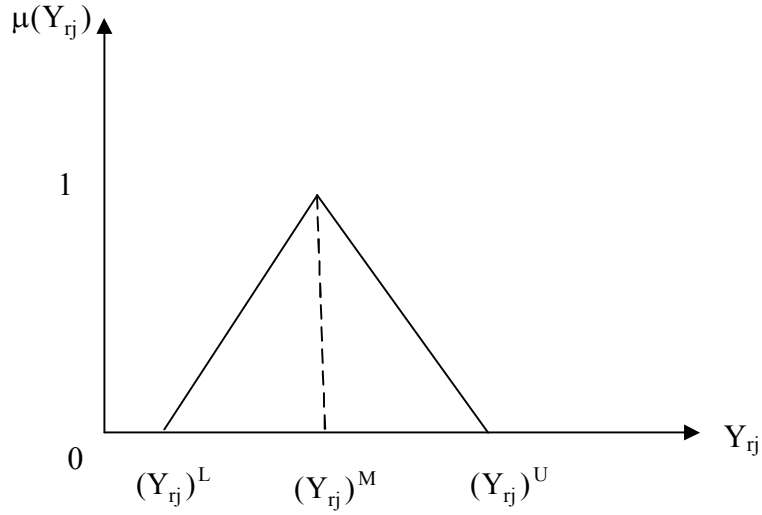
Saati, Memariani ve Johanshahloo (2002) tarafından geliştirilen bulanık VZA modeli girdi ve çıktı değerleri üçgen bulanık sayılar ile ifade edilen üretim süreçleri için uygulanmaktadır. Uygulanacak olan model iki aşamadan oluşmaktadır. Birinci aşamada üçgen bulanık sayılarla ifade edilen girdi ve çıktılar için α -kesimleri bulunmakta ve ikinci aşamada ise, değişken dönüşümleri kullanılarak karar birimleri için etkinlik değerleri hesaplanmaktadır. Bulanık girdiler ve bulanık çıktılar ifade etmek için kullanılan üçgen bulanık sayılar (2.35)¹²³ ve söz konusu bulanık sayılar için belirlenecek olan üçgen üyelik fonksiyonları ise Şekil 2.4 ve Şekil 2.5'te gösterilmektedir.

$$\begin{aligned}\tilde{X}_{ij} &= (X_{ij}^L, X_{ij}^M, X_{ij}^U) \quad 0 \leq X_{ij}^L \leq X_{ij}^M \leq X_{ij}^U \\ \tilde{Y}_{rj} &= (Y_{rj}^L, Y_{rj}^M, Y_{rj}^U) \quad 0 \leq Y_{rj}^L \leq Y_{rj}^M \leq Y_{rj}^U\end{aligned}\quad (2.35)$$



Şekil 2. 4: Bulanık Girdiler İçin Üçgen Üyelik Fonksiyonu

¹²³ E. Karsak, "Using Data Envelopment Analysis For Evaluating Flexible Manufacturing Systems In The Presence Of Imprecise Data", **International Journal Of Advanced Manufacturing Technology**, Vol. 35, 2008, s. 870.



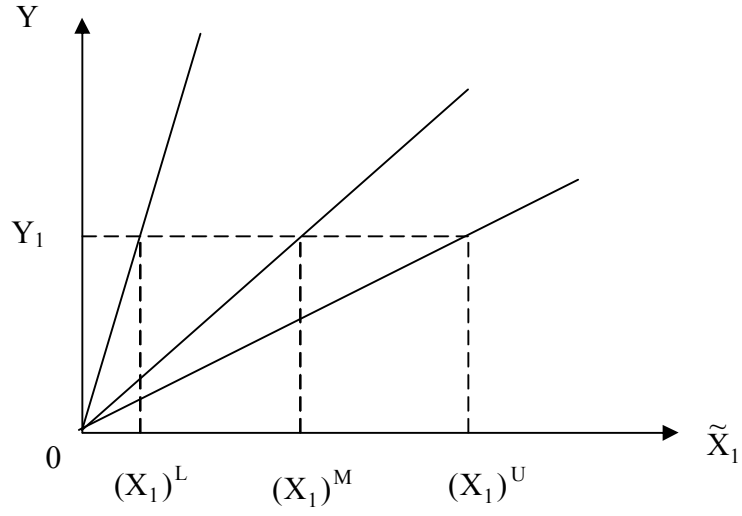
Şekil 2. 5: Bulanık Çıktılar İçin Üçgen Üyelik Fonksiyonu

Gözlemler içerisinde kesin olarak ifade edilen girdi veya çıktı değerleri bulunuyorsa, tekil üyelik fonksiyonları tanımlanabilir. Bu durumda, üçgen bulanık sayılar için $X_{ij}^L = X_{ij}^M = X_{ij}^U$ ve $Y_{rj}^L = Y_{rj}^M = Y_{rj}^U$ durumu söz konusu olacaktır.¹²⁴

Basit bir örnek olarak tek girdi ve tek çıktının bulunduğu bir model verilebilir. Şekil 2.6'da $\tilde{X}_1 = (X_1^L, X_1^M, X_1^U)$ bulanık girdisini kullanarak Y_1 çıktısını üreten bir karar biriminin ve Şekil 2.7'de ise X_1 girdisini kullanarak $\tilde{Y}_1 = (Y_1^L, Y_1^M, Y_1^U)$ çıktısını üreten bir karar biriminin etkinlik sınırı gösterilmektedir.¹²⁵

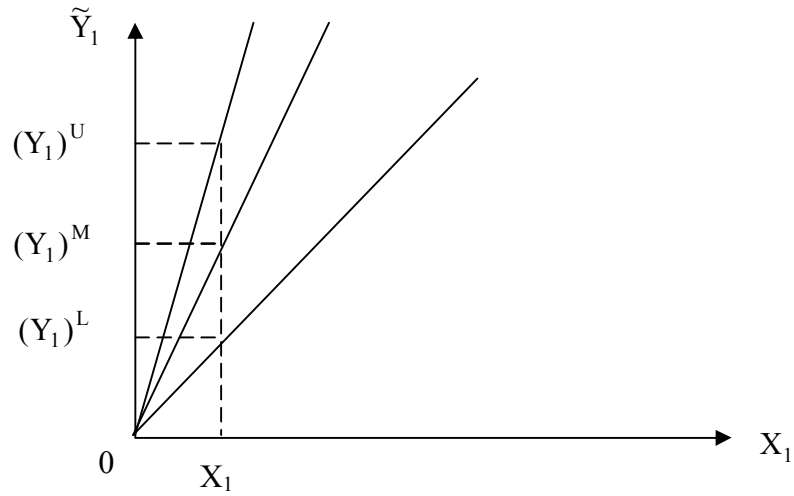
¹²⁴ Wang–Luo–Liang, a.g.m., s. 5206.

¹²⁵ S. M. Saati – A. Memariani – G.R. Jahanshahloo, “Efficiency Analysis And Ranking DMUs With Fuzzy Data”, **Fuzzy Optimization And Decision Making**, Vol. 1, 2002, s. 258.



Şekil 2. 6: Bulanık Girdi Durumunda Etkinlik Sınırı

(Kaynak: S.M. Saati – A. Memariani – G.R. Jahanshahloo, “Efficiency Analysis And Ranking DMUs With Fuzzy Data”, **Fuzzy Optimization And Decision Making**, Vol. 1, 2002, s. 258.)



Şekil 2. 7: Bulanık Çıktı Durumunda Etkinlik Sınırı

(Kaynak: S.M. Saati – A. Memariani – G.R. Jahanshahloo, “Efficiency Analysis And Ranking DMUs With Fuzzy Data”, **Fuzzy Optimization And Decision Making**, Vol. 1, 2002, s. 258.)

Etkinlik değerleri ölçülecek olan karar birimlerinin girdi ve çıktı değerleri üçgen bulanık sayılar ile ifade edildiğinde bulanık VZA modeli (2.36)'da gösterilmektedir.¹²⁶

$$\begin{aligned} \tilde{E}_k &= \sum_{r=1}^s u_r \left(Y_{rk}^L, Y_{rk}^M, Y_{rk}^U \right) \rightarrow \text{maksimum} \\ \sum_{i=1}^m v_i \left(X_{ik}^L, X_{ik}^M, X_{ik}^U \right) &= 1 \\ \sum_{r=1}^s u_r \left(Y_{rj}^L, Y_{rj}^M, Y_{rj}^U \right) - \sum_{i=1}^m v_i \left(X_{ij}^L, X_{ij}^M, X_{ij}^U \right) &\leq 0 \\ u_r, v_i &\geq \varepsilon \end{aligned} \tag{2.36}$$

Modelin ilk aşaması olan α -kesim aralıklarının bulunması üçgen bulanık sayılarda yapılan işlemler kullanılarak gerçekleştirilmektedir. Söz konusu işlemler uygulandığında her bir bulanık girdi ve her bir bulanık çıktı için farklı α değerlerinde alt ve üst sınırları gösteren bir aralık bulunmaktadır. α -kesim aralığı işlemlerinin bulanık girdi ve bulanık çıktılara uygulanması (2.37) ve (2.38) uygulama sonucunda elde edilen α -kesim aralıkları ise (2.39)'da gösterilmektedir.¹²⁷

$$\begin{aligned} \mu_{\tilde{X}_{ij}} \geq \alpha \text{ için,} \quad & \frac{X_{ij}^M - X_{ij}^L}{X_{ij}^M - X_{ij}^L} \geq \alpha \\ & \frac{X_{ij}^U - X_{ij}^M}{X_{ij}^U - X_{ij}^M} \geq \alpha \end{aligned} \tag{2.37}$$

¹²⁶ S. Saati, – A. Memariani, “Reducing Weight Flexibility In Fuzzy DEA”, **Applied Mathematics And Computation**, Vol. 161, 2005, s. 615.

¹²⁷ Saati – Memariani – Jahanshahloo, a.g.m., s. 259.

$$\mu_{\tilde{Y}_{ij}} \geq \alpha \text{ için,}$$

$$\frac{Y_{ij} - Y_{ij}^L}{Y_{ij}^M - Y_{ij}^L} \geq \alpha$$

$$\frac{Y_{ij}^U - Y_{ij}}{Y_{ij}^U - Y_{ij}^M} \geq \alpha$$

(2.38)

$$\tilde{X}_{ij} \in [\alpha X_{ij}^M + (1-\alpha)X_{ij}^L, \alpha X_{ij}^M + (1-\alpha)X_{ij}^U]$$

$$\tilde{Y}_{ij} \in [\alpha Y_{ij}^M + (1-\alpha)Y_{ij}^L, \alpha Y_{ij}^M + (1-\alpha)Y_{ij}^U]$$

(2.39)

(2.36)'da verilen modelin çözümü için üçgen bulanık girdi ve çıktı değerlerinin α -kesimlerinin elde edilmesi gerekmektedir. α -kesimleri belirlendikten sonra oluşan model (2.40)'ta verilmektedir.¹²⁸

$$\tilde{E}_k = \sum_{r=1}^s u_r [\alpha Y_{rk}^M + (1-\alpha)Y_{rk}^L, \alpha Y_{rk}^M + (1-\alpha)Y_{rk}^U] \rightarrow \text{maksimum}$$

$$\sum_{i=1}^m v_i [\alpha X_{ik}^M + (1-\alpha)X_{ik}^L, \alpha X_{ik}^M + (1-\alpha)X_{ik}^U] = 1$$

$$\sum_{r=1}^s u_r [\alpha Y_{rj}^M + (1-\alpha)Y_{rj}^L, \alpha Y_{rj}^M + (1-\alpha)Y_{rj}^U]$$

$$- \sum_{i=1}^m v_i [\alpha X_{ij}^M + (1-\alpha)X_{ij}^L, \alpha X_{ij}^M + (1-\alpha)X_{ij}^U] \leq 0$$

$$u_r, v_i \geq \varepsilon$$

(2.40)

(2.40)'ta verilen modelde tüm girdi ve çıktı değerleri aralıklar ile ifade edilmiştir. Girdi ve çıktı değerleri farklı aralıklarda değişmektedir. Her bir girdi ve çıktının farklı α -kesimlerinde alacağı değerler farklılaşmaktadır.

¹²⁸ A. Azadeh, a.g.m., s. 1354.

k'ncü karar biriminin farklı α düzeylerinde hesaplanacak olan etkinlik değerinin bulunması için, bulanık girdi ve bulanık çıktıların değiştiği aralıklar kısıtlayıcı olarak eklendiğinde oluşan model (2.41)'de verilmektedir.¹²⁹

$$(E_k)_\alpha = \sum_{r=1}^s u_r \tilde{Y}_{rk} \rightarrow \text{maksimum}$$

$$\sum_{i=1}^m v_i \tilde{X}_{ik} = 1$$

$$\sum_{r=1}^s u_r \tilde{Y}_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i \tilde{X}_{ij} \leq 0$$

$$\alpha X_{ij}^M + (1-\alpha) X_{ij}^L \leq \tilde{X}_{ij} \leq \alpha X_{ij}^M + (1-\alpha) X_{ij}^U$$

$$\alpha Y_{rj}^M + (1-\alpha) Y_{rj}^L \leq \tilde{Y}_{rj} \leq \alpha Y_{rj}^M + (1-\alpha) Y_{rj}^U$$

$$u_r, v_i \geq \varepsilon$$

(2.41)

(2.41)'de verilen modelin çözüme ulaştırılmasında, α 'ya bağlı olarak kurulacak olan modelde çıktı değerleri için $\bar{Y}_{rj} = u_r \tilde{Y}_{rj}$ ve girdi değerleri için de $\bar{X}_{ij} = v_i \tilde{X}_{ij}$ dönüşümleri kullanılarak doğrusal olmayan VZA modeli, doğrusal bir VZA modeline dönüştürülmektedir. k'ncü karar birimi için farklı α düzeylerinde etkinlik değerlerinin hesaplanmasını sağlayacak olan girdiye yönelik doğrusal VZA modeli (2.42)'de ifade edilmektedir.¹³⁰

¹²⁹ Saati – Memariani – Jahanshahloo, a.g.m., s. 260.

¹³⁰ A.g.m., s. 260.

$$(E_k)_\alpha = \sum_{r=1}^s \bar{Y}_{rk} \rightarrow \text{maksimum}$$

$$\sum_{i=1}^m \bar{X}_{ik} = 1$$

$$\sum_{r=1}^s \bar{Y}_{rj} - \sum_{i=1}^m \bar{X}_{ij} \leq 0$$

$$v_i \left[\alpha X_{ij}^M + (1 - \alpha) X_{ij}^L \right] \leq \bar{X}_{ij} \leq v_i \left[\alpha X_{ij}^M + (1 - \alpha) X_{ij}^U \right]$$

$$u_r \left[\alpha Y_{rj}^M + (1 - \alpha) Y_{rj}^L \right] \leq \bar{Y}_{rj} \leq u_r \left[\alpha Y_{rj}^M + (1 - \alpha) Y_{rj}^U \right]$$

$$u_r, v_i \geq \varepsilon$$

(2.42)

3.3.2.3. Lertworasirikul Modelleri ¹³¹

Aralık odaklı doğrusal programlama modelleri, girdi ve çıktı aralıklarının kullanımı için geliştirilmiştir. Lertworasirikul (2002), Kao ve Liu (2000)'nun alt ve üst sınır etkinlik değerlerini tanımladığı ve farklı kısıtlayıcı kümelerini kullandığı bulanık VZA modellerinden yola çıkarak, en iyi-en iyi, en kötü-en kötü, en iyi-en kötü ve en kötü-en iyi adlarını verdiği dört ayrı model önerisinde bulunmuştur. Önerilen modellerin çözümlerinin ilk aşamasında üyelik fonksiyonları için α -kesim kümelerinin alt ve üst sınırları belirlenmekte, daha sonraki aşamada ise hangi modelin çözümü yapılacaksa ona ait amaç fonksiyonu ve kısıtlayıcı kümesi kullanılmaktadır.

3.3.2.3.1. En iyi – En iyi modeli

En iyi – en iyi modelinde karar birimleri iyimser bir bakış açısı ile değerlendirilmektedir. Modelde, her karar birimi için, herhangi bir α -kesim seviyesindeki girdi ve çıktı aralıklarında, en düşük girdi ve en yüksek çıktı değerleri kullanılmaktadır. Bu

¹³¹ Lertworasirikul, **Fuzzy Data Envelopment Analysis**, a.g.e., s. 47–52.

modelin kullanımı ile herhangi bir α seviyesinde (2.43)'te verilen bulanık VZA modeline ulaşılmaktadır.

$$(E_k)_\alpha = \sum_{r=1}^s u_r (Y_{rk})_\alpha^U \rightarrow \text{maksimum}$$

$$\sum_{i=1}^m v_i (X_{ik})_\alpha^L = 1$$

$$\sum_{r=1}^s u_r (Y_{rk})_\alpha^U - \sum_{i=1}^m v_i (X_{ik})_\alpha^L \leq 0$$

$$\sum_{r=1}^s u_r (Y_{rj})_\alpha^U - \sum_{i=1}^m v_i (X_{ij})_\alpha^L \leq 0$$

$$u_r, v_i \geq \varepsilon \quad (2.43)$$

3.3.2.3.2. En kötü – En kötü modeli

En kötü – en kötü modelinde karar birimleri kötümser bir bakış açısı ile değerlendirilmektedir. Modelde, her karar birimi için, herhangi bir α -kesim seviyesindeki girdi ve çıktı aralıklarında, en yüksek girdi değerleri ve en düşük çıktı değerleri kullanılmaktadır. Bu durum her bir karar birimi için girdilerin ve çıktıların en kötü olası kombinasyonlarının kullanıldığı anlamına gelmektedir. Modelin kullanımı ile herhangi bir α seviyesinde (2.44)'te verilen bulanık VZA modeli elde edilmektedir.

$$(E_k)_\alpha = \sum_{r=1}^s u_r (Y_{rk})_\alpha^L \rightarrow \text{maksimum}$$

$$\sum_{i=1}^m v_i (X_{ik})_\alpha^U = 1$$

$$\sum_{r=1}^s u_r (Y_{rk})_\alpha^L - \sum_{i=1}^m v_i (X_{ik})_\alpha^U \leq 0$$

$$\sum_{r=1}^s u_r (Y_{rj})_\alpha^L - \sum_{i=1}^m v_i (X_{ij})_\alpha^U \leq 0$$

$$u_r, v_i \geq \varepsilon \quad (2.44)$$

3.3.2.3.3. En iyi – En kötü modeli

En iyi – en kötü modelinde etkinlik değeri bulunacak olan karar birimi k iyimser, diğer tüm karar birimleri kötümser bir bakış açısı ile değerlendirilmektedir. Modelde, her karar birimi için, herhangi bir α -kesim seviyesindeki girdi ve çıktı aralıklarında, etkinlik değeri ölçülen k'ncü karar birimi için en düşük girdi değerleri ve en yüksek çıktı değerleri kullanılırken, diğer tüm karar birimleri için en yüksek girdi değerleri ve en düşük çıktı değerleri kullanılmaktadır. Böylece, söz konusu girdi ve çıktı değerleri kullanılarak, diğer modeller ile karşılaştırma yapıldığında k'ncü karar birimi için en yüksek olası etkinlik değerine ulaşılmaktadır. Bu modelin kullanımı ile herhangi bir α seviyesinde (2.45)'te verilen bulanık VZA modeline ulaşılmaktadır.

$$(E_k)_\alpha = \sum_{r=1}^s u_r (Y_{rk})_\alpha^U \rightarrow \text{maksimum}$$

$$\sum_{i=1}^m v_i (X_{ik})_\alpha^L = 1$$

$$\sum_{r=1}^s u_r (Y_{rk})_\alpha^U - \sum_{i=1}^m v_i (X_{ik})_\alpha^L \leq 0$$

$$\sum_{r=1}^s u_r (Y_{rj})_\alpha^L - \sum_{i=1}^m v_i (X_{ij})_\alpha^U \leq 0$$

$$u_r, v_i \geq \varepsilon \quad (2.45)$$

3.3.2.3.4. En kötü– En iyi modeli

En kötü – en iyi modelinde etkinlik değeri bulunacak olan karar birimi k kötümser, diğer tüm karar birimleri iyimser bir bakış açısı ile değerlendirilmektedir. Modelde, her karar birimi için, herhangi bir α -kesim seviyesindeki girdi ve çıktı aralıklarında, etkinlik değeri ölçülen k'ncı karar birimi için en yüksek girdi değerleri ve en düşük çıktı değerleri kullanılırken, diğer tüm karar birimleri için en düşük girdi değerleri ve en yüksek çıktı değerleri kullanılmaktadır. Böylece, söz konusu girdi ve çıktı değerleri kullanılarak, diğer modeller ile karşılaştırma yapıldığında k'ncı karar birimi için en düşük olası etkinlik değerine ulaşılmaktadır. Bu modelin kullanımı ile herhangi bir α seviyesinde (2.46)'da verilen bulanık VZA modeline ulaşılmaktadır.

$$(E_k)_\alpha = \sum_{r=1}^s u_r (Y_{rk})_\alpha^L \rightarrow \text{maksimum}$$

$$\sum_{i=1}^m v_i (X_{ik})_\alpha^U = 1$$

$$\sum_{r=1}^s u_r (Y_{rk})_\alpha^L - \sum_{i=1}^m v_i (X_{ik})_\alpha^U \leq 0$$

$$\sum_{r=1}^s u_r (Y_{rj})_\alpha^U - \sum_{i=1}^m v_i (X_{ij})_\alpha^L \leq 0$$

$$u_r, v_i \geq \varepsilon \quad (2.46)$$

Lertworasirikul (2002) tarafından önerilen dört alternatif model için karar birimlerinin etkinlikleri değerlendirilirken, karar vericilerin aşağıda verilen durumları değerlendirmeleri gerekmektedir.

a. Karar verici tüm karar birimleri hakkında iyimser bir bakış açısına sahipse, etkinlik ölçümü için en iyi-en iyi modeli,

b. Karar verici etkinlik değeri ölçülecek olan karar birimi hakkında iyimser bir bakış açısına sahipse, etkinlik ölçümünde söz konusu karar birimi için en iyimser sonucu verecek olan en iyi-en kötü modeli,

c. Karar verici tüm karar birimleri hakkında kötümser bir bakış açısına sahipse, etkinlik ölçümü için en kötü-en kötü modeli,

d. Karar verici etkinlik değeri ölçülecek olan karar birimi hakkında kötümser bir bakış açısına sahipse, etkinlik ölçümünde söz konusu karar birimi için en kötümser sonucu verecek olan en kötü-en iyi modeli kullanılabilir.

III. BÖLÜM

BULANIK ÇOK KRİTERLİ KARAR VERME TEKNİKLERİ: BULANIK TOPSIS VE BULANIK ANALİTİK HİYERARŞİ SÜRECİ

1. ÇOK KRİTERLİ KARAR VERME

Günlük yaşamda, mesleki veya kişisel problemlerde kişilerin karar verme durumunda kaldıkları pek çok olay ortaya çıkmaktadır. Belirli bir amaca veya bir probleme yönelik olarak alternatifler içerisinde en uygun olanını seçme işlemi karar verme olarak tanımlanabilir. Karar verme eyleminin gerçekleşebilmesi için öncelikle aralarından seçim yapılabilecek olan birden fazla alternatifin bulunması gerekmektedir. Uygulamada karşılaşılan problemler genellikle karmaşık bir yapıya sahiptir ve birden fazla kriter içermektedir.¹ Kriterler, alternatiflerin etkinliklerini ölçmeye yarayan ve alternatiflerin değerlendirmesi için temel alınacak özelliklerden oluşan değerlendirme ölçütleridir.² Bir başka deyişle kriterler, çözüm sürecinde karar verme için gerekli olan standartları oluşturmaktadırlar. Çok sayıda kriterden oluşan bir yapının analizi için çok kriterli karar verme teknikleri geliştirilmiştir.³

Genel olarak çok kriterli karar verme teknikleri, çok sayıda, birbirinden bağımsız ve farklı şekillerde ifade edilen kriterleri dikkate almaktadır.⁴ Bu tür problemlerde alternatifler arasından seçim yapılabilmesi için çok sayıda kriterin bir arada değerlendirilmesi gerekmektedir. Bu durumda karar verici, bir çok kriterli karar verme problemi ile karşı karşıya kalmaktadır.⁵ Çok kriterli karar verme problemlerinde

¹ Gökçe – Tecim, a.g.e., s. 2.

² Young Jou Lai – Ching Lai Hwang, **Fuzzy Multiple Objective Decision Making Methods And Applications**, Lecture Notes In Economics And Mathematical Systems, Vol. 404, Springer-Verlag, Berlin, 1994, s. 27.

³ Baysal – Tecim, a.g.m., s. 2.

⁴ Talha Ustasüleyman, “Bankacılık Sektöründe Hizmet Kalitesinin Değerlendirilmesi: AHS-TOPSIS Yöntemi”, **Bankacılar Dergisi**, S. 69, 2009, s. 33.

⁵ G.R Jahanshahloo – Hosseinzadeh F. Lotfi – M. Izadikhah, “An Algorithmic Method To Extend TOPSIS For Decision-Making Problems With Interval Data”, **Applied Mathematics And Computation**, Vol. 175, 2006, s. 1376.

alternatifler kümesi içerisinde mevcut kriterleri göz önüne alınması ile en iyi alternatifin seçimi söz konusudur.⁶

Çok kriterli karar verme problemlerinde, karar verici için öncelikli alternatifin seçimi, alternatiflerin önem düzeylerine göre sıralanması ve son kararın verilmesi için alternatiflerin incelenmesi oldukça önemlidir.⁷

Çok kriterli bir karar verme problemi kısaca (3.1)'de verilen matris ve satır vektörü ile ifade edilebilir.⁸

	C ₁	C ₂	...	C _n
A ₁	x ₁₁	x ₁₂	...	x _{1n}
A ₂	x ₂₁	x ₂₂	...	x _{2n}
A _m	x _{n1}	x _{n2}	...	x _{mn}

$$W = [w_1, w_2, \dots, w_n] \quad (3.1)$$

Burada;⁹

A₁, A₂, ..., A_m : Karar vericinin aralarından seçim yapmak durumunda olduğu alternatifleri,

C₁, C₂, ..., C_n : Alternatiflerin performansını gösteren kriterleri,

x_{ij} : A_i alternatifinin C_j kriteri için önem veya öncelik derecesini,

w_j : C_j kriterinin ağırlığını ifade etmektedir.

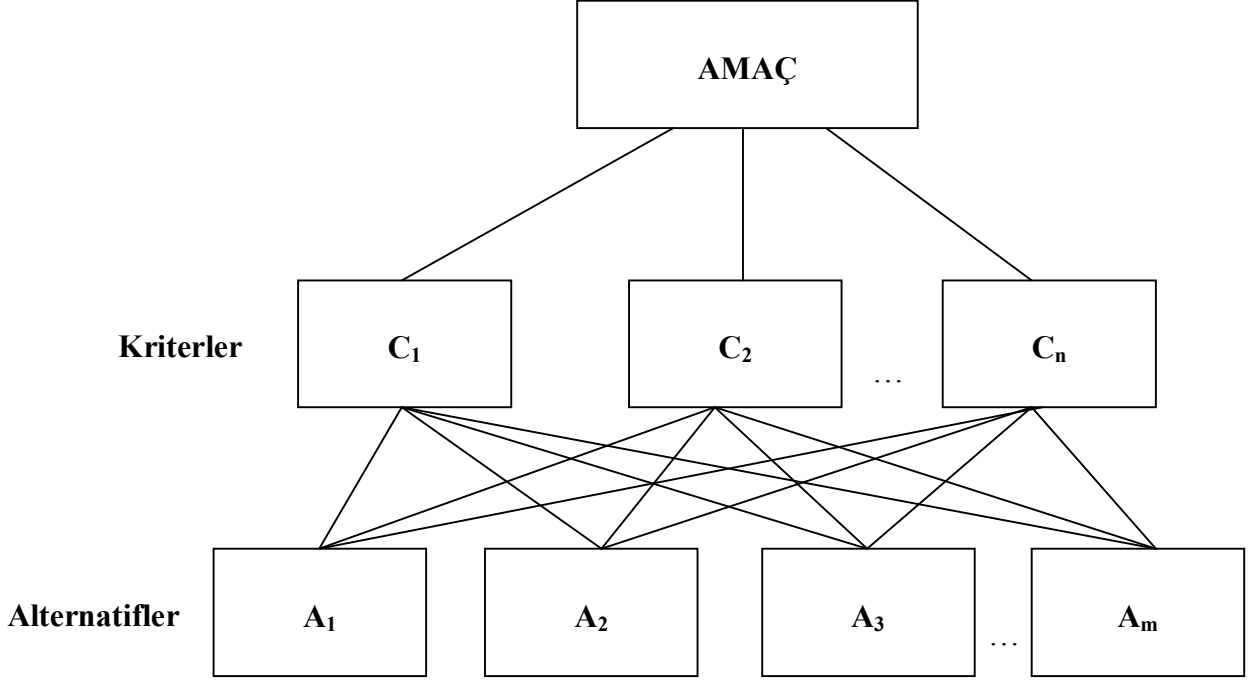
⁶ Ze Shui Xu – Jian Chen, “An Interactive Method For Fuzzy Multiple Attribute Group Decision Making”, **Information Sciences**, Vol. 177, 2007, ss. 248–263, s. 248.

⁷ G.R Jahanshahloo – Hosseinzadeh F. Lotfi – M. Izadikhah, “Extension Of The TOPSIS Method For Decision Making Problems With Fuzzy Data”, **Applied Mathematics And Computation**, Vol. 181, 2006, s. 1545.

⁸ A.g.m., s. 1545.

⁹ A.g.m., s. 1545.

Çok kriterli karar verme problemlerinin yapısı Şekil (3.1)'de gösterilmektedir.



Şekil 3. 1: Çok Kriterli Karar Verme Problemlerinin Yapısı

(**Kaynak:** Gülfem Işıklar – Gülçin Büyükozan, “Using A Multi-Criteria Decision Making Approach To Evaluate Mobile Phone Alternatives”, **Computer Standards & Interfaces**, Vol. 29, Issue 2, 2007, s. 268.)

Farklı alternatiflerin bulunduğu problemlerin çözümünde kullanılan çok kriterli karar verme teknikleri, alternatiflerin değerlendirilmesi için kriter oluşturma, her bir kriter için ağırlıkları belirleme, her alternatifi mevcut kriterler altında sınıflandırma ve alternatifleri sıralama üzerine odaklanmaktadır.¹⁰

Çok kriterli karar verme, çok sayıda kriterin değerlendirilmesi ve alternatiflerin sıralanması için güçlü bir araç olarak kullanılmaktadır. Çok kriterli karar verme teknikleri problemin açık ve sistematik olarak tanımlanmasını sağlamaktadır. Bu karakteristik özellik

¹⁰ Hsu Shih Shih, et al. “Group Decision Making For TOPSIS”, **IEEE Transactions**, 2001, s. 2712.

doğrultusunda karar vericiler problemi kolaylıkla analiz etme ve gereksinimlerine göre uyumlaştırma şansına sahiptirler.¹¹

Çok kriterli karar verme teknikleri, çoklu ve genellikle birbiriyle uyuşmayan kriterlerin olduğu durumlarda oluşan bir probleme çözüm getirecek bir karar verme sürecini tanımlamaktadır. Kişisel kararlardan işletmelerin verdikleri stratejik ve kritik kararlara kadar çok kriterli karar problemleriyle çok geniş bir alanda karşılaşılmaktadır. Çok kriterli karar verme teknikleri, çok sayıda kriter ile alternatifleri bir araya getirerek eş zamanlı olarak çözebilen bir yapıya sahiptirler. Bu durum uygulamada karşılaşılan problemlerin karmaşık yapısı düşünüldüğünde doğru karar vermeyi kolaylaştıran önemli bir avantajdır.¹²

Çok kriterli optimizasyon verilen kriterler göz önüne alınarak en uygun çözümün seçilmesi sürecidir. Uygulamada karşılaşılan problemlerde aralarında uyuşmazlık bulunan kriterlerin birlikte değerlendirilmesi söz konusudur. Bu nedenle, tüm kriterleri eş zamanlı olarak sağlayan bir çözümün bulunması oldukça zordur. Dolayısıyla, karar vericilerin değerlendirmelerine dayalı olarak uzlaşma çözümlerinin bulunduğu bir çözüm kümesi içerisinde seçim yapılması gerekmektedir. Çoğunlukla, çok kriterli karar verme teknikleri, farklı kriterlerin göreceli önem derecelerinin bulunması için kriterlerin kantitatif ağırlıklarının belirlenmesine gereksinim duymaktadır.¹³

Çok kriterli karar vermenin temel adımları aşağıda verilmektedir.¹⁴

1. Problemin kapasitesi göz önüne alınarak değerlendirme kriterleri belirlenir.
2. Seçim yapılabilmesi için gerekli alternatifler belirlenir.
3. Kriterlere bakılarak alternatiflerin değerlendirilmesi yapılır.
4. Problemin türüne göre uygun bir çok kriterli analiz yöntemi uygulanır.
5. Seçenekler arasından optimum olan belirlenir.

¹¹ Işıklar, Gülfem – Büyükozan Gülçin, “Using A Multi-Criteria Decision Making Approach To Evaluate Mobile Phone Alternatives”, **Computer Standards & Interfaces**, Vol. 29, Issue 2, 2007, s. 267.

¹² Baysal – Tecim, a.g.m., s. 2.

¹³ Serafim Opricovic – Gwo Hshiong Tzeng, “Compromise Solution By MCDM Methods: a Comparative Analysis Of VIKOR And TOPSIS”, **European Journal Of Operations Research**, Vol. 156, 2004, s. 446.

¹⁴ Jahanshahloo, et al., “Extension Of The TOPSIS Method For Decision Making Problems With Fuzzy Data”, a.g.m., s. 1545.

6. Eğer optimum bir seçenek belirlenemez ise yeni bilgiler elde edilerek analiz tekrar uygulanır.

Çok kriterli karar vermede, alternatiflerin birden fazla kritere göre sıralanmasını sağlayan teknikler kullanılmaktadır. AHS (Analitik Hiyerarşi Süreci), TOPSIS (Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution), ELECTRE (Elimination and Choice Translating Reality), PHOMETHEE (Preference Ranking Organization Method for Enrichment Evaluation) ve MAUT (Multiattribute Utility Theory) gibi teknikler çok kriterli karar verme tekniklerine örnek olarak gösterilebilir. Yapılan çalışma kapsamında söz konusu çok kriterli karar verme tekniklerinden bulanık sayılar kullanılarak uygulanan bulanık TOPSIS ve bulanık AHS algoritmalarına yer verilecektir.

2. BULANIK TOPSIS (TECHNIQUE FOR ORDER PERFORMANCE BY SIMILARITY TO IDEAL SOLUTION) ALGORİTMASI

2.1. Klasik TOPSIS Algoritması

Yoon ve Hwang (1981)¹⁵ tarafından geliştirilen TOPSIS algoritması pozitif ve negatif ideal çözüm noktaları kullanılarak alternatifler arasından seçim yapma prensibine dayanmaktadır. En iyi alternatif, pozitif ideal çözüme en yakın ve negatif ideal çözüme en uzak olan alternatiftir.¹⁶ TOPSIS algoritmasında her bir kriterin monoton olarak artan veya azalan bir değişim gösterdiği varsayılır, dolayısıyla böyle bir durumda ideal bir çözüm belirlemek kolaylaşmaktadır. Kriterleri en iyi değerlerle sağlayan bir çözüm olan pozitif ideal çözüme ve kriterleri en kötü değerlerle sağlayan bir negatif ideal çözüme ulaşılabilmektedir. Amaç, Öklid uzayında, Öklid uzaklığı kullanılarak pozitif ideal çözüme en yakın olan alternatifin belirlenmesidir. Bununla birlikte bu tür bir alternatifin, eş zamanlı olarak negatif ideal çözümden en uzak olan alternatif olması beklenmektedir.¹⁷ Pozitif ideal çözüm, fayda kriterini maksimize eden ve maliyet kriterini minimize eden

¹⁵ K. P. Yoon – C.L. Hwang, **Multiple Attribute Decision Making: Methods And Applications**, Sprinder-Verlag, Berlin, 1981.

¹⁶ Jafar Songhori Razmi – Mahsen Jafari – Mohammad Hossein Khakbaz, “An Integrated Fuzzy Group Decision Making/Fuzzy Linear Programming (FGDMLP) Framework For Supplier Evaluation And Order Allocation”, **International Journal Of Advanced Manufacturing Technology**, Vol. 43, 2009, s. 292–593.

¹⁷ A. Shanian – O. Savadogo, “TOPSIS Multiple-Criteria Decision Support Analysis For Material Selection Of Metallic Bipolar Plates For Polymer Electrolyte Fuel Cell”, **Journal Of Power Sources**, Vol. 159, 2006, s. 1097.

çözümdür. Diğer taraftan, negatif ideal çözüm ise maliyet kriterini maksimize eden ve fayda kriterini minimize eden çözümdür.¹⁸

TOPSIS algoritmasının uygulama aşamaları aşağıda verilmektedir:¹⁹

1. n adet kriter altında m adet alternatif için performans verileri belirlenir. Normalize edilmiş karar matrisi oluşturulur.

2. Her bir kriter için önem ağırlıkları belirlenir. Ağırlıklandırılmış karar matrisi oluşturulur.

3. Pozitif ideal çözüm ve negatif ideal çözüm belirlenir.

4. Her bir alternatifin pozitif ideal çözümden ve negatif ideal çözümden uzaklıkları hesaplanır.

5. Her alternatif için ideal çözüme olan yakınlık değeri hesaplanır.

6. Yakınlık değerleri göz önüne alınarak alternatifler sıralanır ve ideal çözüme en yakın olan alternatif seçilir.

TOPSIS algoritması kullanılacak olan bir çok kriterli karar verme probleminde, m adet alternatif A_1, A_2, \dots, A_m ve n adet karar kriteri C_1, C_2, \dots, C_n bulunmaktadır ve her alternatifin mevcut kriterlere göre değerlendirilmesi yapılmaktadır. Her bir kritere göre, alternatiflere verilen değerler bir karar matrisi $D = (x_{ij})_{m \times n}$ ile ifade edilmektedir. $W = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ kriterler için belirlenen göreceli ağırlık vektörünü göstermek ve $\sum_{j=1}^n w_j = 1$ koşulunu sağlamak üzere, TOPSIS algoritmasının uygulama aşamaları aşağıdaki şekilde özetlenebilir.²⁰

1. $D = (x_{ij})_{m \times n}$ karar matrisi (3.2)'de verilen denklem kullanılarak normalize edilir. r_{ij} kriterlerin normalize edilmiş değerlerini göstermektedir. Karar matrisindeki her bir değer, sütunlarda bulunan x_{ij} değerlerinin kareleri toplamının kareköküne bölünür.²¹

¹⁸ Ying Ming Wang – M.S. Taha Elhag, “Fuzzy TOPSIS Method Based On Alpha Level Sets With An Application To Bridge Risk Assessment”, **Expert Systems With Applications**, Vol. 31, 2006, s. 310.

¹⁹ D. L. Olson, “Comparison Of Weights In TOPSIS Models”, **Mathematical And Computer Modelling**, Vol. 40, 2004, s. 722.

²⁰ Wang – Elhag, a.g.m., s. 310.

²¹ Shanian – Savadogo, a.g.m., s. 1097.

$$r_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sqrt{\sum_{j=1}^n x_{ij}^2}}, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (3.2)$$

2. Ağırlıklandırılmış normalize karar matrisi $V = (v_{ij})_{m \times n}$ (3.3)'te verilen formül kullanılarak hesaplanmaktadır. w_j kriterlerin göreceli ağırlığını göstermektedir.²²

$$v_{ij} = w_j \cdot r_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (3.3)$$

3. Pozitif ideal çözüm ve negatif ideal çözüm belirlenir. Pozitif ideal çözümün belirlenmesi (3.4)'te ve negatif ideal çözümün belirlenmesi de (3.5)'te gösterilmektedir.²³

$$A^+ = \{v_1^+, v_2^+, \dots, v_n^+\} = \left\{ \left(\text{Maksimum}_{i} v_{ij} \mid j \in K \right), \left(\text{Minimum}_{i} v_{ij} \mid j \in K' \right) \right\} \quad (3.4)$$

$$A^- = \{v_1^-, v_2^-, \dots, v_n^-\} = \left\{ \left(\text{Minimum}_{i} v_{ij} \mid j \in K \right), \left(\text{Maksimum}_{i} v_{ij} \mid j \in K' \right) \right\} \quad (3.5)$$

K fayda kriteri indeksleri ve K' maliyet kriteri indeksleri kümesini göstermektedir.

4. Her bir kriter için pozitif ideal çözümden uzaklıklar (3.6)'da ve negatif ideal çözümden uzaklıklar (3.7)'de verilen formüller yardımı ile hesaplanmaktadır.²⁴

$$D_i^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^n (v_{ij} - v_j^+)^2} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (3.6)$$

$$D_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^n (v_{ij} - v_j^-)^2} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (3.7)$$

5. Her alternatif için hesaplanacak olan ideal çözüme yakınlık değerleri (3.8)'de gösterilmektedir.²⁵

²² Işıklar – Büyükozan, a.g.m., s. 271.

²³ Wang – Elhag, a.g.m., s. 310.

²⁴ Neşe Yalçın Seçme – Ali Bayrakdaroğlu – Cengiz Kahraman, “Fuzzy Performance Evaluation In Turkish Sector Using Analytic Hierarchy Process And TOPSIS”, **Expert Systems With Applications**, Vol. 36, 2009, s. 11703.

²⁵ Opricovic – Tzeng, a.g.m., s. 449.

$$C_i = \frac{D_i^-}{D_i^+ + D_i^-} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad 0 \leq C_i \leq 1 \quad (3.8)$$

2.2. Bulanık TOPSIS Algoritması

Çok kriterli bir karar probleminin çözümü için uygulanacak olan TOPSIS algoritmasında alternatiflerin değerlendirilmesi için sözel değişkenler kullanılabilir. Sözel değişkenler, doğal konuşma dilinde kullanılan kelimelerden oluşmaktadır. Kelimeler çoğunlukla sayılardan daha belirsizdir. Sözel değişkenler, geleneksel ve niceliksel terimler tarafından uygun bir şekilde tanımlayamayan ve bulanıklık içeren karmaşık sistemlerin tanımlanması için kullanılmaktadır.²⁶ Birbiri ile etkileşim içinde bulunan alternatiflerin ve kriterlerin söz konusu olduğu bir karar sürecindeki karmaşıklık ve belirsizliklerin modellenmesi için bulanık çok kriterli karar verme teknikleri kullanılabilir.²⁷ İnsan düşüncesini kesin verilerle tanımlamak oldukça zordur. Bu nedenle bulanık ortamda ortaya çıkan, pek çok alternatifin ve kriterin bulunduğu problemler için TOPSIS algoritmasının sözel değişkenler kullanılarak uyarlanması yapılmıştır.²⁸

Bazı durumlarda, uygulamada karşılaşılan problemlerin modellenmesi için kesin veriler yetersiz kalmaktadır. Kişilerin tercihlerini gösteren kararlar ve yargılar genellikle bulanıktır ve kişiler tercihlerini kesin sayısal değerlerle ifade etmekte zorlanırlar. Sayısal değerler yerine sözel değerlendirmelerin kullanılması daha gerçekçi bir yaklaşımdır. Bulanık çok kriterli bir problem içerisinde bulunan kriterlerin dereceleri ve ağırlıkları sözel değişkenler aracılığı ile ifade edilebilir. Bulanık TOPSIS algoritması, bulanık bir ortamda gerçekleşen çok kriterli problemlerinin ve çok sayıda kişinin karar verme faaliyetinde rol oynadığı grup karar verme problemlerinin çözümü için geliştirilen bir yoldur. Karar verileri içindeki ve grup karar verme sürecindeki bulanıklık düşünüldüğünde, sözel değişkenler, tüm kriterlerin ağırlıklarını değerlendirmek ve her alternatifin kriterlere göre derecelendirmesini yapabilmek için kullanılmaktadır.²⁹

²⁶ Mahdi Hosseininezhad Bashiri – Javad Seyed, “A Fuzzy Group Decision Support System For Multifacility Location Problems”, **International Journal Of Advanced Manufacturing Technology**, Vol. 42, 2009, s. 535.

²⁷ M.R. Abdi, “Fuzzy Multi-Criteria Decision Model For Evaluating Reconfigurable Machines”, **International Journal Of Production Economics**, Vol. 117, 2009, s. 2.

²⁸ Ting Yu Chen – Chueh Yung Tsao, “The Interval-Valued Fuzzy TOPSIS Method And Experimental Analysis”, **Fuzzy Sets And Systems**, Vol. 159, 2008, s. 1411.

²⁹ Chen, “Extensions Of The TOPSIS For Group Decision Making Under Fuzzy Environment”, a.g.m., s. 2.

Grup olarak karar verme durumunda pek çok karar verici söz konusudur. Grup kararı verilirken grup içerisinde bulunan tüm üyelerin kendi tercihlerinden oluşan değerlendirmeleri bulunmaktadır. Fakat grup kararı bireysel olarak değil, grup iradesi tarafından verilmelidir. Bu nedenle bireysel tercihler birleştirilmeli ve grubun ortak tercihleri ortaya çıkarılmalıdır. Bulanık TOPSIS algoritması, bir grup karar vericinin kriterler için belirledikleri önem ağırlıklarının ve alternatifler için yaptıkları değerlendirmelerin bir grup değerlendirmesine dönüştürülmesini sağlamaktadır.³⁰

Bulanık TOPSIS algoritmasının uygulanmasındaki adımlar aşağıdaki şekilde özetlenebilir:³¹

1. adım: Karar vericilerden bir komite oluşturulur ve değerlendirme kriterleri belirlenir.

2. adım: Kriterlerin önem ağırlıkları için uygun sözel değişkenler seçilir ve kriterlere göre alternatiflerin değerlendirilmesi sözel değişkenler kullanılarak yapılır.

3. adım: Karar vericilerin önem ağırlıkları ve alternatiflerin değerlendirilmesi için belirledikleri sözel değişkenler üçgen veya yamuk bulanık sayılara dönüştürülür.

4. adım: Bulanık karar matrisi ve normalize edilmiş bulanık karar matrisi oluşturulur.

5. adım: Ağırlıklı normalize edilmiş karar matrisi elde edilir.

6. adım: Bulanık pozitif ideal çözüm ve bulanık negatif ideal çözüm belirlenir.

7. adım: Her bir alternatifin bulanık pozitif ideal çözümden ve bulanık negatif ideal çözümden uzaklıkları hesaplanır.

8. adım: Her alternatif için yakınlık katsayıları bulunur.

9. adım: Yakınlık katsayılarına bakılarak, tüm alternatifler sıralanır ve en yüksek yakınlık katsayısına sahip olan alternatif seçilir. Yakınlık katsayısının yüksek olması, bir alternatifin bulanık pozitif ideal çözüme daha yakın ve bulanık negatif ideal çözüme daha uzak olduğunu göstergesidir.

³⁰ Zimmermann, **Fuzzy Sets, Decision Making and Expert Systems**, a.g.e., s. 45–46.

³¹ Chen, “Extensions Of The TOPSIS For Group Decision Making Under Fuzzy Environment”, a.g.m., s. 6.

Bulanık TOPSIS algoritması, alternatiflerin değerlendirilmesinde kullanılan sözel değişkenler üçgen bulanık sayılar ile ifade edilerek, pozitif ve negatif ideal çözümden uzaklıkların bulunmasında Vertex metodu kullanılarak, Chen (2000)³² tarafından geliştirilmiştir. Daha sonra Chen, Lin ve Huang (2006)³³ değerlendirmelerinde yamuk bulanık sayıları kullanarak tekniğin farklı bir bakış açısı ile uygulanabileceğini göstermişlerdir. Chu (2002)³⁴ alternatiflerin sıralanmasında Liou ve Wang (1992)'nin toplam integral yöntemine göre sıralama tekniğini kullanarak, kuruluş yeri seçiminde, Chu ve Lin (2003)³⁵, alternatiflerin ağırlıklı ortalama ile sıralanmasını sağlayarak robot seçiminde, Tsaur, Chang ve Yen (2002)³⁶, alternatifleri ağırlık merkezi yöntemine göre sıralayarak havayolu servis kalitesinin ölçümünde bulanık TOPSIS algoritmasının uygulamasını yapmışlardır. Bu çalışmada üçgen ve yamuk bulanık sayı ölçeklerini kullanan Chen (2000) ve Chen, Lin ve Hwang (2006) tarafından geliştirilen bulanık TOPSIS algoritmalarına yer verilecektir.

2.2.1. Vertex Metodu

İki bulanık sayı arasındaki uzaklığın hesaplanması için geliştirilen Vertex metodu, üçgen ve yamuk bulanık sayılar arasındaki uzaklıkların bulunması için kullanılmaktadır.

$\tilde{A} = (m_1, m_2, m_3)$ ve $\tilde{B} = (n_1, n_2, n_3)$ iki üçgen bulanık sayıyı göstermek üzere, \tilde{A} ve \tilde{B} arasındaki uzaklığın Vertex metodu ile hesaplanması (3.9)'da gösterilmektedir.³⁷

$$d(\tilde{A}, \tilde{B}) = \sqrt{\frac{1}{3} [(m_1 - n_1)^2 + (m_2 - n_2)^2 + (m_3 - n_3)^2]} \quad (3.9)$$

³² Chen Tung Chen, "Extensions Of The TOPSIS For Group Decision Making Under Fuzzy Environment", **Fuzzy Sets And Systems**, Vol. 114, 2000.

³³ Chen Tung Chen – Ching Torng Lin – Sue Fn Hwang, "A Fuzzy Approach For Supplier Evaluation And Selection In Supply Chain Management", **International Journal Of Production Economics**, Vol. 102, 2006.

³⁴ T. C. Chu, "Selecting Plant Location Via A Fuzzy TOPSIS Approach", **The International Journal Of Manufacturing Technology**, Vol. 20, 2002.

³⁵ T. C. Chu – Y. C. Lin, "A Fuzzy TOPSIS For Robot Selection", **The International Journal Of Manufacturing Technology**, Vol. 21, 2003.

³⁶ Sheng Hshiang Tsaur – Te Yi Chang – Chang Hua Yen, "The evaluation Of airline Service Quality By Fuzzy MCDM", **Tourism Management**, Vol. 23, 2002.

³⁷ Wang – Elhag, a.g.m., s. 311.

$\tilde{A} = (m_1, m_2, m_3, m_4)$ ve $\tilde{B} = (n_1, n_2, n_3, n_4)$ iki yamuk bulanık sayıyı göstermek üzere, \tilde{A} ve \tilde{B} arasındaki uzaklığın hesaplanması ise (3.10)'da gösterilmektedir.³⁸

$$d(\tilde{A}, \tilde{B}) = \sqrt{\frac{1}{4}[(m_1 - n_1)^2 + (m_2 - n_2)^2 + (m_3 - n_3)^2 + (m_4 - n_4)^2]} \quad (3.10)$$

\tilde{A} bulanık sayısı \tilde{B} bulanık sayısına yaklaştıkça, iki bulanık sayı arasındaki uzaklık $d(\tilde{A}, \tilde{B})$ “0” a yaklaşır. İki bulanık sayı arasındaki uzaklığın bulunmasında Vertex metodunun kullanımı basittir ve etkin sonuçlar vermektedir. Vertex metodunun bazı önemli özellikleri aşağıda verilmektedir.³⁹

1. \tilde{A} ve \tilde{B} sayıları eğer reel sayılar ise, $d(\tilde{A}, \tilde{B})$ uzaklığı, Öklid uzaklığına eşittir. $\tilde{A} = (m_1, m_2, m_3)$ ve $\tilde{B} = (n_1, n_2, n_3)$ reel sayılardır, $m_1 = m_2 = m_3 = m$ ve $n_1 = n_2 = n_3 = n$ olmaktadır ve $d(\tilde{A}, \tilde{B})$ uzaklığı (3.11)'de gösterildiği gibi hesaplanmaktadır.

$$\begin{aligned} d(\tilde{A}, \tilde{B}) &= \sqrt{\frac{1}{3}[(m_1 - n_1)^2 + (m_2 - n_2)^2 + (m_3 - n_3)^2]} \\ &= \sqrt{\frac{1}{3}[(m - n)^2 + (m - n)^2 + (m - n)^2]} \\ &= \sqrt{(m - n)^2} \\ &= |m - n| \end{aligned} \quad (3.11)$$

2. İki bulanık sayı \tilde{A} ve \tilde{B} yalnız $d(\tilde{A}, \tilde{B}) = 0$ olduğunda birbirine eşittir. Eğer, \tilde{A} ve \tilde{B} birbirine eşit ise, $m_1 = n_1$, $m_2 = n_2$ ve $m_3 = n_3$ 'tür. \tilde{A} ve \tilde{B} arasındaki, uzaklığın “0” a eşit olduğu (3.12)'de gösterilmektedir.

³⁸ Chen – Lin – Hwang, a.g.m., s. 293.

³⁹ Chen, “Extensions Of The TOPSIS For Group Decision Making Under Fuzzy Environment”, a.g.m., s. 3–4.

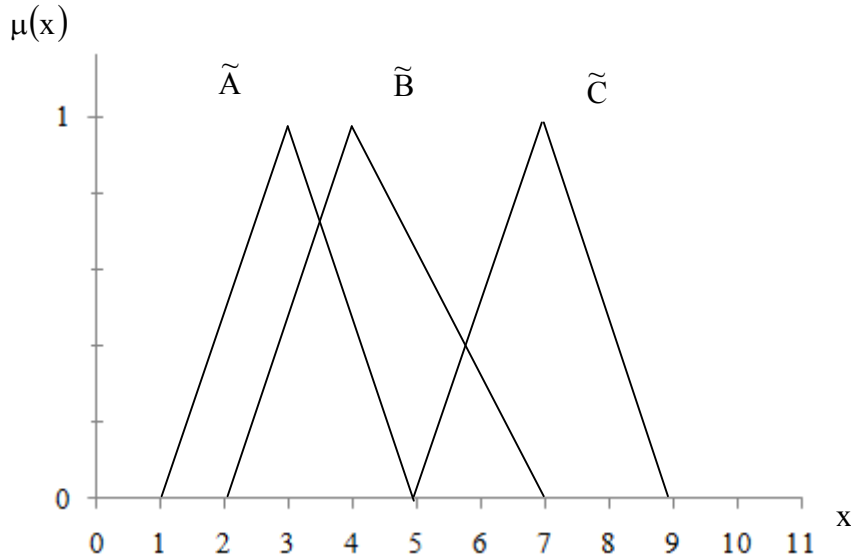
$$\begin{aligned}
d(\tilde{A}, \tilde{B}) &= \sqrt{\frac{1}{3}[(m_1 - n_1)^2 + (m_2 - n_2)^2 + (m_3 - n_3)^2]} \\
&= \sqrt{\frac{1}{3}[(0)^2 + (0)^2 + (0)^2]} = 0
\end{aligned}
\tag{3.12}$$

3. \tilde{A} , \tilde{B} ve \tilde{C} bulanık sayıları için yalnız $d(\tilde{A}, \tilde{B}) < d(\tilde{A}, \tilde{C})$ olduğu durumda \tilde{B} bulanık sayısı \tilde{A} bulanık sayısına \tilde{C} 'den daha yakındır.

Örneğin, $\tilde{A} = (1, 3, 5)$, $\tilde{B} = (2, 4, 7)$ ve $\tilde{C} = (5, 7, 9)$ olmak üzere, Şekil 3.2'de gösterildiği gibi, \tilde{B} bulanık sayısı \tilde{A} bulanık sayısına \tilde{C} 'den daha yakındır. Vertex metoduna göre uzaklıkların hesaplanması aşağıda gösterilmektedir.

$$d(\tilde{A}, \tilde{B}) = \sqrt{\frac{1}{3}[(1-2)^2 + (3-4)^2 + (5-7)^2]} = \sqrt{2}$$

$$d(\tilde{A}, \tilde{C}) = \sqrt{\frac{1}{3}[(1-5)^2 + (3-7)^2 + (5-9)^2]} = 4$$



Şekil 3. 2: Bulanık Sayıların Uzaklıklarının Karşılaştırılması

(Kaynak: Chen Tung Chen, , “Extensions Of The TOPSIS For Group Decision Making Under Fuzzy Environment”, *Fuzzy Sets And Systems*, Vol. 114, 2000, s. 4.)

4. $\tilde{O} = (0, 0, 0)$ orijini göstermek üzere, eğer $d(\tilde{A}, \tilde{O}) < d(\tilde{B}, \tilde{O})$ ise, \tilde{A} bulanık sayısı orijine \tilde{B} bulanık sayısından daha yakındır. Üçüncü özellik kullanılarak bu durum ispatlanabilir.

Bulanık TOPSIS algoritması uygulanırken Vertex metodu, üçgen veya yamuk bulanık sayılar ile ifade edilen alternatiflerin bulanık pozitif ideal çözümden ve bulanık negatif ideal çözümden uzaklıklarının hesaplanması için kullanılmaktadır.

2.2.2. Bulanık TOPSIS Algoritmasında Üçgen Bulanık Sayıların Kullanımı

Chen (2000) tarafından geliştirilen ve üçgen bulanık sayılar ile uygulanan bulanık TOPSIS algoritması, bulanık ortamlarda oluşan grup karar verme problemlerinin çözümü için uygun bir yaklaşımdır. Kriterler için önem ağırlıkları ve alternatiflerin değerlendirilmesinde kullanılan niteliksel kriterlerin dereceleri sözel değişkenler ile ifade edilmektedir.⁴⁰ Kullanılan sözel değişkenler ve değerlendirme için kullanılan söz konusu değişkenlerin üçgen bulanık sayı olarak ifadeleri Tablo 3.1, Tablo 3.2, Şekil 3.3 ve Şekil 3.4'te verilmektedir.

Tablo 3. 1: Kriterler İçin Göreli Önem Ağırlıklarını Gösteren Sözel Değişkenler ve Üçgen Bulanık Sayı Olarak İfadeleri

(Kaynak: Ying Ming Wang, - Taha M.S. Elhag, "Fuzzy TOPSIS Method Based On Alpha Level Sets With An Application To Bridge Risk Assessment", **Expert Systems With Applications**, Vol. 31, 2006, s. 314.)

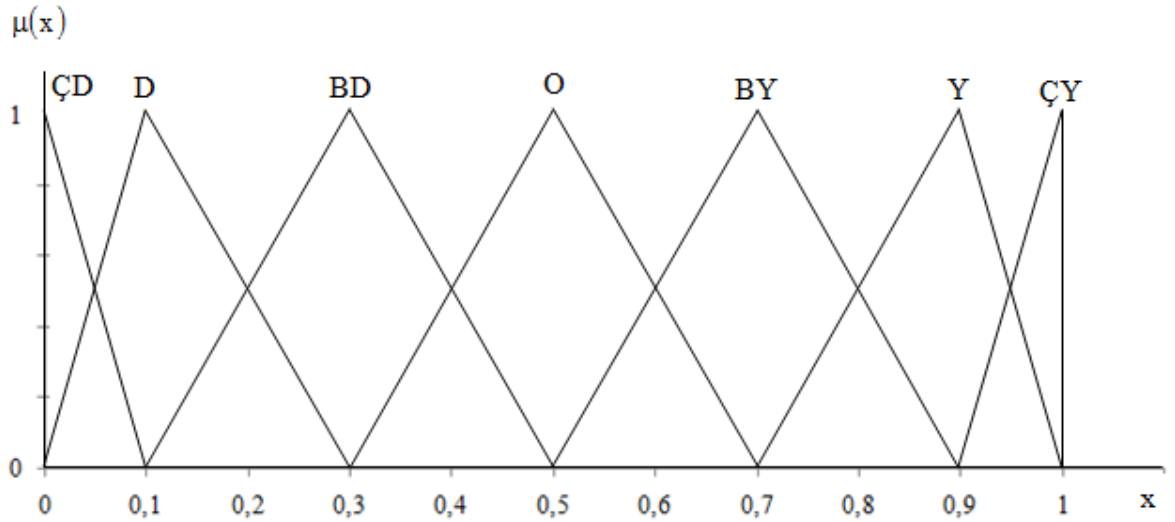
Sözel Değişken	Üçgen Bulanık Sayı
Çok Düşük (ÇD)	(0, 0, 0.1)
Düşük (D)	(0, 0.1, 0.3)
Biraz Düşük (BD)	(0.1, 0.3, 0.5)
Orta (O)	(0.3, 0.5, 0.7)
Biraz Yüksek (BY)	(0.5, 0.7, 0.9)
Yüksek (Y)	(0.7, 0.9, 1.0)
Çok Yüksek (ÇY)	(0.9, 1.0, 1.0)

⁴⁰ A.g.e., s. 4.

Tablo 3. 2: Alternatiflerin Değerlendirilmesi İçin Kullanılan Sözel Değişkenler ve Üçgen Bulanık Sayı Olarak İfadeleri

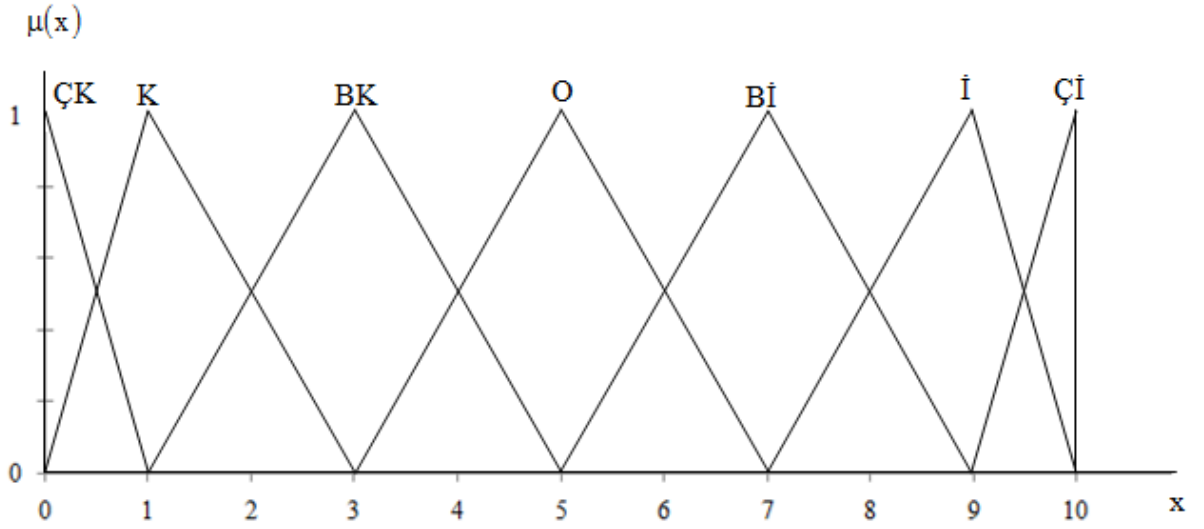
(Kaynak: Ying Ming Wang – Taha M.S. Elhag, “Fuzzy TOPSIS Method Based On Alpha Level Sets With An Application To Bridge Risk Assessment”, **Expert Systems With Applications**, Vol. 31, 2006, s. 314.)

Sözel Değişken	Üçgen Bulanık Sayı
Çok Kötü (ÇK)	(0, 0, 1)
Kötü (K)	(0, 1, 3)
Biraz Kötü (BK)	(1, 3, 5)
Orta (O)	(3, 5, 7)
Biraz İyi (Bİ)	(5, 7, 9)
İyi (İ)	(7, 9, 10)
Çok İyi (Çİ)	(9, 10, 10)



Şekil 3. 3: Kriterler İçin Önem Ağırlıklarını Gösteren Üçgen Bulanık Sayılar

(Kaynak: Chen Tung Chen – Ching Torng Lin – Sue Fn Hwang, “A Fuzzy Approach For Supplier Evaluation And Selection In Supply Chain Management”, **International Journal Of Production Economics**, Vol. 102, 2006, s. 299.)



Şekil 3. 4: Alternatiflerin Değerlendirilmesi İçin Kullanılan Üçgen Bulanık Sayılar

(Kaynak: Chen Tung Chen – Ching Torng Lin – SueFn Hwang, “A Fuzzy Approach For Supplier Evaluation And Selection In Supply Chain Management”, **International Journal Of Production Economics**, Vol. 102, 2006, s. 299.)

Bulanık çok kriterli bir karar problemi, matris formatında (3.13)’te verildiği gibi ifade edilmektedir.⁴¹

$$\tilde{D} = \begin{bmatrix} \tilde{x}_{11} & \tilde{x}_{12} & \dots & \tilde{x}_{1n} \\ \tilde{x}_{21} & \tilde{x}_{22} & \dots & \tilde{x}_{2n} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \tilde{x}_{m1} & \tilde{x}_{m2} & \dots & \tilde{x}_{mn} \end{bmatrix}$$

$$\tilde{W} = [\tilde{w}_1, \tilde{w}_2, \dots, \tilde{w}_n] \quad (3.13)$$

Burada; \tilde{D} bulanık karar matrisini ve \tilde{W} ise bulanık ağırlıklar matrisini göstermektedir. \tilde{x}_{ij} ve \tilde{w}_j sözel değişkenler tarafından tanımlanmaktadır. Söz konusu

⁴¹ Jahanshahloo, et al., “Extension Of The TOPSIS Method For Decision Making Problems With Fuzzy Data”, a.g.m., 1548.

sözel değişkenler, üçgen bulanık sayılar ile ifade edildiğinde, $\tilde{x}_{ij} = (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij})$ ve $\tilde{w}_j = (w_{j1}, w_{j2}, w_{j3})$ şeklinde gösterilebilirler.⁴²

Bulanık TOPSIS algoritması uygulanırken izlenen adımlar aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

Karar vericiler Tablo 3.1 ve Tablo 3.2’de verilen sözel değişkenleri kullanarak, kriterlerin önemini değerlendirmekte ve çeşitli kriterlere göre alternatiflerin değerlendirilmesini yapmaktadırlar.⁴³

Karar verilecek olan bir grup içerisinde K adet kişinin bulunduğu varsayıldığında, kriterlerin önem düzeyleri ve her kritere göre alternatiflerin değerleri (3.14) ve (3.15)’te verilen formüller ile hesaplanmaktadır.⁴⁴

$$\tilde{x}_{ij} = \frac{1}{K} \left[\tilde{x}_{ij}^1 (+) \tilde{x}_{ij}^2 (+) \dots (+) \tilde{x}_{ij}^K \right] \quad (3.14)$$

$$\tilde{w}_j = \frac{1}{K} \left[\tilde{w}_j^1 (+) \tilde{w}_j^2 (+) \dots (+) \tilde{w}_j^K \right] \quad (3.15)$$

Burada \tilde{x}_{ij}^K ve \tilde{w}_j^K sırası ile K’ncü karar vericinin belirlediği alternatiflerin değerlendirmelerini ve kriterlere verdiği önem ağırlıklarını göstermektedir.

Bulanık karar matrisi kullanılarak normalize edilmiş bulanık karar matrisi $\tilde{R} = [\tilde{r}_{ij}]_{m \times n}$ oluşturulur. B kümesi fayda kriterleri kümesini ve C kümesi ise maliyet kriterleri kümesini göstermek üzere normalize edilmiş karar matrisinin hesaplanması (3.16) ve (3.17)’de ifade edilmektedir.⁴⁵

$$\tilde{r}_{ij} = \left(\frac{a_{ij}}{c_j^*}, \frac{b_{ij}}{c_j^*}, \frac{c_{ij}}{c_j^*} \right), \quad j \in B$$

⁴² Chen, “Extensions Of The TOPSIS For Group Decision Making Under Fuzzy Environment”, a.g.m., s. 5.

⁴³ A.g.m., s. 5.

⁴⁴ Chen Tung Chen, “A Fuzzy Approach To Select The Location Of The Distribution Center”, **Fuzzy Sets And Systems**, Vol. 118, 2001, s. 68.

⁴⁵ Fatma Tirtaki – Mehmet Ahlatcioglu, “Fuzzy Stock Selection Using A New Fuzzy Ranking And Weighting Algorithm”, **Applied Mathematics And Computation**, Vol. 170, 2005, s. 147.

$$\tilde{r}_{ij} = \left(\frac{a_j^-}{c_{ij}}, \frac{a_j^-}{b_{ij}}, \frac{a_j^-}{a_{ij}} \right), \quad j \in C \quad (3.16)$$

$$c_j^* = \text{Maksimum}_i c_{ij} \quad j \in B$$

$$a_j^- = \text{Minimum}_i a_{ij} \quad j \in C \quad (3.17)$$

Normalizasyon metodunun kullanılmasının nedeni, normalize edilmiş üçgen bulanık sayıların $[0,1]$ aralığına ait olmaları özelliğinin korunabilmesidir.⁴⁶

Her kriterin farklı önem derecelerinin olduğu düşünüldüğünde ağırlıklı normalize edilmiş bulanık karar matrisi ise, (3.18)'de verilen formül ile hesaplanmaktadır.⁴⁷

$$\tilde{V} = [\tilde{v}_{ij}]_{m \times n} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$\tilde{v}_{ij} = \tilde{r}_{ij} (\cdot) \tilde{w}_j \quad (3.18)$$

Ağırlıklı normalize edilmiş bulanık karar matrisinde \tilde{v}_{ij} değerleri normalize edilmiş pozitif üçgen bulanık sayılardır ve değerleri $[0,1]$ kapalı aralığında değişmektedir.⁴⁸

Daha sonra, bulanık pozitif ideal çözüm (\tilde{A}^+) ve bulanık negatif ideal çözüm (\tilde{A}^-) belirlenmelidir. Bu durum (3.19)'da ifade edilmektedir.⁴⁹

$$\tilde{A}^+ = (\tilde{v}_1^+, \tilde{v}_2^+, \dots, \tilde{v}_n^+)$$

$$\tilde{A}^- = (\tilde{v}_1^-, \tilde{v}_2^-, \dots, \tilde{v}_n^-)$$

$$\tilde{v}_j^+ = (1, 1, 1) \quad \text{ve} \quad \tilde{v}_j^- = (0, 0, 0) \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (3.19)$$

⁴⁶ Chen, "Extensions Of The TOPSIS For Group Decision Making Under Fuzzy Environment", a.g.m., s. 5.

⁴⁷ Chen, "A Fuzzy Approach To Select The Location Of The Distribution Center, a.g.m., s. 69.

⁴⁸ Chen, "Extensions Of The TOPSIS For Group Decision Making Under Fuzzy Environment", a.g.m., s. 5.

⁴⁹ Tiryaki – Ahlatcioglu, a.g.m., s. 148.

Bulanık pozitif ideal çözüm ve bulanık negatif ideal çözüm belirlendikten sonra her bir alternatifin (\tilde{A}^+) ve (\tilde{A}^-) ile olan uzaklıklarının hesaplanması (3.20) ve (3.21)'de gösterilmektedir.⁵⁰

$$D_i^+ = \sum_{j=1}^n d(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_j^+) \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (3.20)$$

$$D_i^- = \sum_{j=1}^n d(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_j^-) \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (3.21)$$

Burada, $d(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_j^+)$ ve $d(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_j^-)$ ifadeleri iki bulanık sayı arasındaki uzaklığı göstermektedir. Söz konusu uzaklıklar Vertex metodu kullanılarak hesaplanmaktadır.

Alternatiflerin sıralamasının yapılabilmesi için yakınlık katsayıları bulunmalıdır. Her alternatif için yakınlık katsayıları (3.22)'de verilen formül ile belirlenmektedir.⁵¹

$$CC_i = \frac{D_i^-}{D_i^+ + D_i^-}, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (3.22)$$

(\tilde{A}^+) 'ya yakın ve (\tilde{A}^-) 'den uzak bir alternatif olan A_i için yakınlık katsayısı değeri 1'e yaklaşmaktadır. Bu durum göz önüne alınarak yakınlık katsayısı değerlerine göre tüm alternatiflerin sıralaması yapılır ve alternatifler arasından en yüksek yakınlık katsayısına sahip olanı seçilir.⁵²

2.2.3. Bulanık TOPSIS Algoritmasında Yamuk Bulanık Sayıların Kullanımı

Yamuk bulanık sayılar kullanılarak uygulanacak olan Chen, Lin ve Hwang (2006) tarafından geliştirilen bulanık TOPSIS algoritmasında izlenecek olan adımlar üçgen bulanık sayılarda izlenen adımlar ile benzerdir. Farklı olan sözel değişkenler ile ifade edilecek olan önem düzeylerinin belirlenmesinde ve alternatifler için yapılacak olan değerlendirmelerde yamuk bulanık sayıların kullanılmasıdır. Karar kriterlerinin önem

⁵⁰ Jahanshahloo, et al., "Extension Of The TOPSIS Method For Decision Making Problems With Fuzzy Data", a.g.m., 1549.

⁵¹ Ta Chung Chu, "Facility Location Selection Using Fuzzy TOPSIS Under Group Decisions", **International Journal Of Uncertainty, Fuzziness And Knowledge-Based Systems**, Vol. 10, No. 6, 2002, s. 697.

⁵² Chen, "Extensions Of The TOPSIS For Group Decision Making Under Fuzzy Environment", a.g.m., s. 6.

düzeylerinin değerlendirilmesinde ve alternatiflerin değerlendirilmesinde kullanılan sözel değişkenler ve yamuk bulanık sayı olarak karşılıkları Tablo 3.3, Tablo 3.4, Şekil 3.5 ve Şekil 3.6’da verilmektedir.

Tablo 3. 3: Kriterler İçin Göreli Önem Ağırlıklarını Gösteren Sözel Değişkenler ve Yamuk Bulanık Sayı Olarak İfadeleri

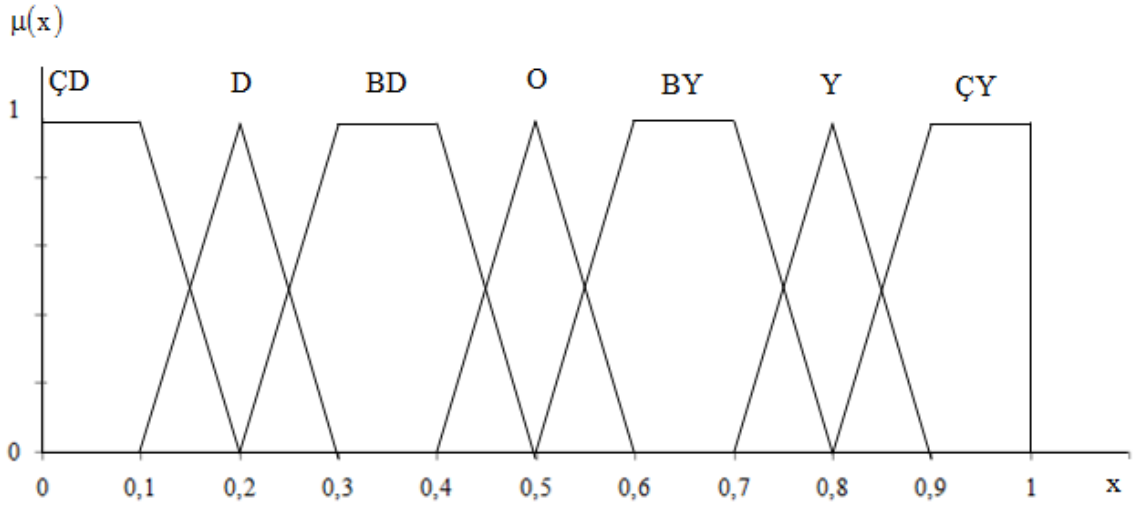
(Kaynak: Chen Tung Chen – Ching Torng Lin – Hwang, Sue Fn, “A Fuzzy Approach For Supplier Evaluation And Selection In Supply Chain Management”, **International Journal Of Production Economics**, Vol: 102, 2006, s. 293.)

Sözel Değişken	Yamuk Bulanık Sayı
Çok Düşük (ÇD)	(0.0, 0.0, 0.1, 0.2)
Düşük (D)	(0.1, 0.2, 0.2, 0.3)
Biraz Düşük (BD)	(0.2, 0.3, 0.4, 0.5)
Orta (O)	(0.4, 0.5, 0.5, 0.6)
Biraz Yüksek (BY)	(0.5, 0.6, 0.7, 0.8)
Yüksek (Y)	(0.7, 0.8, 0.8, 0.9)
Çok Yüksek (ÇY)	(0.8, 0.9, 1.0, 1.0)

Tablo 3. 4: Alternatiflerin Değerlendirilmesi İçin Kullanılan Sözel Değişkenler ve Yamuk Bulanık Sayı Olarak İfadeleri

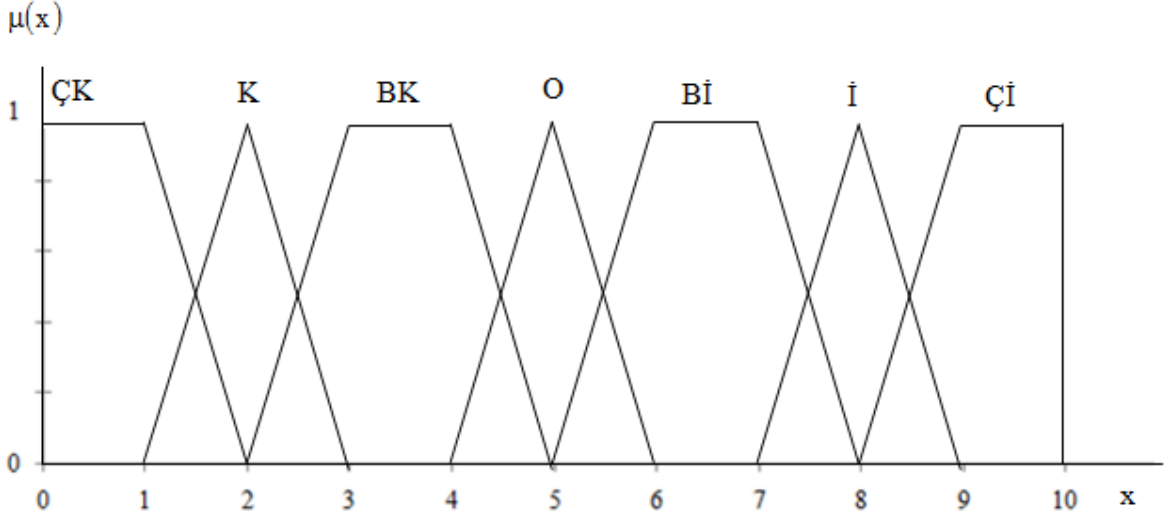
(Kaynak: Chen Tung Chen – Ching Torng Lin – Sue Fn Hwang, , “A Fuzzy Approach For Supplier Evaluation And Selection In Supply Chain Management”, **International Journal Of Production Economics**, Vol: 102, 2006, s. 293.)

Sözel Değişken	Yamuk Bulanık Sayı
Çok Kötü (ÇK)	(0, 0, 1, 2)
Kötü (K)	(0, 2, 2, 3)
Biraz Kötü (BK)	(2, 3, 4, 5)
Orta (O)	(4, 5, 5, 6)
Biraz İyi (Bİ)	(5, 6, 7, 8)
İyi (İ)	(7, 8, 8, 9)
Çok İyi (Çİ)	(8, 9, 10, 10)



Şekil 3. 5: Kriterler İçin Önem Ağırlıklarını Gösteren Yamuk Bulanık Sayılar

(Kaynak: Chen Tung Chen – Ching Torng Lin – Sue Fn Hwang, , “A Fuzzy Approach For Supplier Evaluation And Selection In Supply Chain Management”, **International Journal Of Production Economics**, Vol: 102, 2006, s. 293.)



Şekil 3. 6: Alternatiflerin Değerlendirilmesi İçin Kullanılan Yamuk Bulanık Sayılar

(Kaynak: Chen Tung Chen – Ching Torng Lin – Sue Fn Hwang, , “A Fuzzy Approach For Supplier Evaluation And Selection In Supply Chain Management”, **International Journal Of Production Economics**, Vol: 102, 2006, s. 293.)

K adet karar vericinin bulunduğu ve sözel değişkenlerin yamuk bulanık sayılar ile ifade edildiği TOPSIS algoritmasında karar matrisine yazılacak olan, kritere göre

alternatiflerin değerleri (3.23) ve ağırlık matrisine yazılacak olan karar kriterlerinin önem düzeyleri (3.24)'te verilen denklemler kullanılarak hesaplanmaktadır. K'ncı karar vericinin belirlediği bulanık değerlendirmeler ve önem ağırlıkları sırasıyla $\tilde{x}_{ijk} = (a_{ijk}, b_{ijk}, c_{ijk}, d_{ijk})$ ve $\tilde{w}_{jk} = (w_{jk1}, w_{jk2}, w_{jk3}, w_{jk4})$ ile ifade edilmektedir.⁵³

$$\begin{aligned} \tilde{x}_{ij} &= (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}, d_{ij}) \\ a_{ij} &= \text{Minimum}_k \{ a_{ijk} \} & b_{ij} &= \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K b_{ijk} \\ c_{ij} &= \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K c_{ijk} & d_{ij} &= \text{Maksimum}_k \{ d_{ijk} \} \end{aligned} \quad (3.23)$$

$$\begin{aligned} \tilde{w}_j &= (w_{j1}, w_{j2}, w_{j3}, w_{j4}) \\ w_{j1} &= \text{Minimum}_k \{ w_{jk1} \} & w_{j2} &= \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K w_{jk2} \\ w_{j3} &= \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K w_{jk3} & w_{j4} &= \text{Maksimum}_k \{ w_{jk4} \} \end{aligned} \quad (3.24)$$

Pek çok karar verici tarafından belirlenen önem ağırlıkları ve yine karar vericiler tarafından yapılan alternatiflerin değerlendirmeleri sözel değişkenlere bağlıdır. Söz konusu sözel değişkenler yamuk bulanık sayılar ile ifade edildikten sonra (3.23) ve (3.24)'te verilen formüller kullanılarak bulanık karar matrisi ve bulanık ağırlıklar matrisi oluşturulmaktadır.⁵⁴ \tilde{x}_{ij} ve \tilde{w}_j yamuk bulanık sayılardır.

⁵³ Chen, et al., "A Fuzzy Approach For Supplier Evaluation And Selection In Supply Chain Management", a.g.m., s. 294.

⁵⁴ Jahanshahloo, et al., "Extension Of The TOPSIS Method For Decision Making Problems With Fuzzy Data", a.g.m., 1548.

$$\tilde{D} = \begin{bmatrix} \tilde{X}_{11} & \tilde{X}_{12} & \dots & \tilde{X}_{1n} \\ \tilde{X}_{21} & \tilde{X}_{22} & \dots & \tilde{X}_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \tilde{X}_{m1} & \tilde{X}_{m2} & \dots & \tilde{X}_{mn} \end{bmatrix}$$

$$\tilde{W} = [\tilde{w}_1, \tilde{w}_2, \dots, \tilde{w}_n] \quad (3.25)$$

Bulanık karar matrisi kullanılarak normalize edilmiş bulanık karar matrisi $\tilde{R} = [\tilde{r}_{ij}]_{m \times n}$ oluşturulur. Bir karar sürecindeki matematiksel işlemlerin karmaşıklığından kaçınmak için kriterlerin değerlerinin karşılaştırılabilir değerlere dönüştürülmesi için doğrusal bir dönüşüm kullanılmaktadır. Bu dönüşümün yapılabilmesi için kriter kümesinin fayda kriteri (yüksek dereceye sahip olan kriter) ve maliyet kriteri (düşük dereceye sahip olan kriter) ile oranlanması gerekmektedir. B kümesi fayda kriterleri kümesini ve C kümesi ise maliyet kriterleri kümesini göstermek üzere normalize edilmiş karar matrisinin hesaplanması (3.26) ve (3.27)'de ifade edilmektedir.⁵⁵

$$\tilde{r}_{ij} = \left(\frac{a_{ij}}{d_j^*}, \frac{b_{ij}}{d_j^*}, \frac{c_{ij}}{d_j^*}, \frac{d_{ij}}{d_j^*} \right), \quad j \in B$$

$$\tilde{r}_{ij} = \left(\frac{a_j^-}{d_{ij}}, \frac{a_j^-}{c_{ij}}, \frac{a_j^-}{b_{ij}}, \frac{a_j^-}{a_{ij}} \right), \quad j \in C \quad (3.26)$$

$$d_j^* = \text{Maksimum}_i d_{ij} \quad j \in B$$

$$a_j^- = \text{Minimum}_i a_{ij} \quad j \in C \quad (3.27)$$

Normalize edilmiş bulanık karar matrisi oluşturulduktan sonra bulanık ağırlıklı normalize edilmiş karar matrisi (3.28)'de verilen formül ile hesaplanmaktadır.⁵⁶

⁵⁵ Chen, et al., "A Fuzzy Approach For Supplier Evaluation And Selection In Supply Chain Management", a.g.m., s. 295.

⁵⁶ A.g.e., s. 295.

$$\tilde{V} = [\tilde{v}_{ij}]_{m \times n} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$\tilde{v}_{ij} = \tilde{r}_i(.) \tilde{w}_j \quad (3.28)$$

Ağırlıklı normalize edilmiş bulanık karar matrisinde \tilde{v}_{ij} değerleri normalize edilmiş pozitif yamuk bulanık sayılardır ve değerleri $[0,1]$ kapalı aralığında değişmektedir.

Daha sonra, bulanık pozitif ideal çözüm (\tilde{A}^+) ve bulanık negatif ideal çözüm (\tilde{A}^-) belirlenmelidir. Yamuk bulanık sayılar ile ifade edilen ağırlıklı normalize edilmiş bulanık karar matrisinde bulanık pozitif ideal çözüm ve bulanık negatif ideal çözümün hesaplanması (3.29)'da ifade edilmektedir.⁵⁷

$$\tilde{A}^+ = (\tilde{v}_1^+, \tilde{v}_2^+, \dots, \tilde{v}_n^+)$$

$$\tilde{A}^- = (\tilde{v}_1^-, \tilde{v}_2^-, \dots, \tilde{v}_n^-)$$

$$\tilde{v}_j^+ = \text{Maksimum}_i \{v_{ij}\}$$

$$\tilde{v}_j^- = \text{Minimum}_i \{v_{ij}\} \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (3.29)$$

Bulanık pozitif ideal çözüm ve bulanık negatif ideal çözüm belirlendikten sonra her bir alternatifin (\tilde{A}^+) ve (\tilde{A}^-) ile olan uzaklıklarının hesaplanması (3.20) ve (3.21)'de gösterilmektedir.⁵⁸

$$D_i^+ = \sum_{j=1}^n d(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_j^+) \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (3.30)$$

$$D_i^- = \sum_{j=1}^n d(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_j^-) \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (3.31)$$

⁵⁷ A.g.e., s. 295.

⁵⁸ A.g.e., s. 295.

Burada, $d(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_j^+)$ ve $d(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_j^-)$ ifadeleri iki yamuk bulanık sayı arasındaki uzaklığı göstermektedir. Söz konusu uzaklıklar yamuk bulanık sayılar için verilen Vertex metodu kullanılarak hesaplanmaktadır.

Alternatiflerin sıralamasının yapılabilmesi için yakınlık katsayıları bulunmalıdır. Her alternatif için yakınlık katsayıları (3.32)'de verilen formül ile belirlenmektedir.⁵⁹

$$CC_i = \frac{D_i^-}{D_i^+ + D_i^-}, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (3.32)$$

$CC_i = 1$ ise $A_i = \tilde{A}^+$ ve $CC_i = 0$ ise $A_i = \tilde{A}^-$ 'dir. Yani bir alternatifin yakınlık katsayısı "1"e eşit ise söz konusu alternatifin değeri bulanık pozitif ideal çözüme, "0"a eşit ise bulanık negatif ideal çözüme eşittir. Yakınlık katsayıları kullanılarak alternatiflerin sıralaması yapılır. Alternatifler sıralandıktan sonra, her bir alternatifin yakınlık katsayı değeri için sözel değişkenler tanımlanamak daha gerçekçi bir yaklaşım olabilir. Karar verici verilen sözel değişkenleri göz önüne alarak seçtiği en yüksek yakınlık katsayısına sahip alternatifin de değerlendirmesini yapabilir. Yakınlık katsayıları için belirlenecek olan sözel değişkenler Tablo 3.5'te verilmiştir.⁶⁰

Tablo 3. 5: Yakınlık Katsayısı Nedeniyle Seçilen Alternatifin Kabul Durumu

(Kaynak: Chen Tung Chen – Ching Torng Lin – Hwang, Sue Fn, "A Fuzzy Approach For Supplier Evaluation And Selection In Supply Chain Management", **International Journal Of Production Economics**, Vol: 102, 2006, s. 296.)

Yakınlık Katsayısı (CC _i)	Durum Değerlendirmesi
$CC_i \in [0, 0.2)$	Kabul edilmesi önerilmez.
$CC_i \in [0.2, 0.4)$	Yüksek risk ile kabul edilebilir.
$CC_i \in [0.4, 0.6)$	Düşük risk ile kabul edilebilir.
$CC_i \in [0.6, 0.8)$	Kabul edilebilir.
$CC_i \in [0.8, 1.0]$	Kabul edilebilir ve kesinlikle tercih edilebilir.

⁵⁹ Chu, "Facility Location Selection Using Fuzzy TOPSIS Under Group Decisions", a.g.m., s. 697.

⁶⁰Chen, et al., "A Fuzzy Approach For Supplier Evaluation And Selection In Supply Chain Management", a.g.m., s. 295.

3. BULANIK AHS (ANALİTİK HİYERARŞİ SÜRECİ)

3.1. Klasik AHS

Karar verme problemlerinde insan yargılarının kullanımı oldukça önemli bir konudur. AHS ile karar vericilere, farklı psikolojik ve sosyolojik durumdaki gözlemleri de dikkate alınarak kendi karar verme mekanizmalarını tanıma imkanı sağlanmaktadır. Bu teknikle karar vericilerin daha etkin karar vermeleri amaçlanmaktadır.⁶¹ AHS bir yapılandırma, ölçme ve sentez metodolojisidir. AHS temel olarak, çok kriterli bir ortamda, alternatifler arasından seçim yapılması gereken problemlerin çözümünde kullanılmaktadır.⁶²

AHS’nde çok sayıda kriter ve alternatif hiyerarşik bir yapıda planlanmaktadır. Bir alternatifin seçim önceliği karar verici veya karar vericilerin sezgileri doğrultusunda ikili karşılaştırmalar yapılarak belirlenmektedir.⁶³ AHS, ikili karşılaştırmalar yoluyla öncelikler ve ağırlıkların türetilmesini sağlayan bir tekniktir.⁶⁴ AHS’de, kriterlerin ikili karşılaştırılması sonucunda sisteme olan etkilerinin belirlenmesi amaçlanmaktadır.⁶⁵ AHS’nin hiyerarşik yapısı kompleks çok kriterli karar verme problemlerinin çözümünde oldukça güçlü bir teknik olmasını sağlamaktadır.⁶⁶

AHS, Thomas L. Saaty tarafından geliştirilmiştir. AHS, rasyonel ve irrasyonel tercihleri ve sezgileri de karar verme sürecinin içine katabilmek için kapsamlı bir çerçeve sunmaktadır. AHS, birbiriyle çelişen ölçülebilir veya soyut kriterlerin aynı anda karara katılımını sağlamaktadır.⁶⁷

⁶¹ Metin Dağdeviren – Diyar Akay – Mustafa Kurt, “İş Değerlendirme Sürecinde Analitik Hiyerarşi Ve Uygulaması”, **Gazi Üniversitesi Mühendislik Ve Mimarlık Fakültesi Dergisi**, C. 19, No. 2, 2004, s. 132.

⁶² Ernest H. Forman – Saul I. Gass, “The Analytic Hierarchy Process–An Exposition”, **Operations Research Chronicle**, Vol. 49, No. 4, 2001, s. 469.

⁶³ Tomoe Entani – Hideo Tanaka, “Interval Estimations Of Global Weights In AHP By Upper Approximation, Fuzzy Sets And Systems”, Vol. 158, Issue 17, 2007, s. 1913.

⁶⁴ Thomas L. Saaty – M. Özdemir, “Negative Priorities In The Analytic Hierarchy Process”, **Mathematical And Computer Modelling**, Vol. 37, Issues 9–10, s. 1063.

⁶⁵ K. Bulut – B. Soylu, “Öğretim Üyelerinin İş Yükü Seviyelerini Ölçmek İçin Bir Analitik Ağ Modeli Ve Mühendislik Fakültesinde Bir Uygulama”, **Erciyes Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi**, C. 25, No. 1–2, 2009, s. 152.

⁶⁶ Ashutash Deshmukh – Ido Millet, “An Analytic Hierarchy Process Approach To Assessing The Risk Of Management Fraud”, **The Journal Of Applied Business Research**, Vol. 15, No. 1, 1999, s. 92.

⁶⁷ Mücella Güner, “Analitik Hiyerarşi Yönteminin Fason İşletme Seçiminde Kullanılması”, **Tekstil ve Konfeksiyon Dergisi**, C. 4, 2003, s. 1.

Çok kriterli karar vermede, seçeneklerin değerlendirilmesinde kriterlerin karara etkilerinin eşit olmaması durumunda, AHS ile karar seçeneklerinin ikili karşılaştırmaları yapılarak seçeneklerin sıralanması yapılabilir. Burada önemli olan seçeneklerin nasıl ölçüleceği ve sıralanacağıdır. Soyut kriterlerin de olduğu durumlarda, AHS ile değerlendirme yapmak mümkündür. AHS, bir çok kriterli karar probleminin kriterlerini bir hiyerarşi içinde belirlemeyi ve temsil etmeyi sağlamaktadır. AHS, problemin daha küçük parçalara ayrılmasını sağlayarak, kriterlerin ve seçeneklerin ikili karşılaştırmalarla çözümünün arandığı mantıksal bir süreçtir.⁶⁸

AHS tekniğinin en güçlü tarafı, karşılaştırma yapılacak olan karar değişkenlerinin sayısının eş zamanlı olarak azaltılarak, ikiye düşürülebilmesidir. Tekniğin uygulanması için karar vericinin pek çok seri ikili karşılaştırma yapması gerekmektedir.⁶⁹

3.1.2. AHS'nin Uygulama Aşamaları ve Matematiksel Yapısı

AHS, bir problemin çok kriterli elemanlarının öncelik durumunu bir hiyerarşi içerisinde belirlemeye ve temsil etmeye yarayan sistematik bir tekniktir. AHS'nin problem çözme süreci bu çerçevede üç temel ilkeye dayanmaktadır. Bunlar ayrıştırma, karşılaştırmalı yargılar ve önceliklerin sentezi ilkeleridir.⁷⁰

Ayrıştırma ilkesi, problemin temel elemanlarının belirlenmesi için hiyerarşinin yapılandırılmasını içerir. Bunu yapmanın en etkin yolu, üst seviyedeki kriterden ona bağlı olan bir sonraki seviyedeki alt kriter daha sonra da alternatiflere doğru gidilmesidir. Böylece daha genel ve bazen belirsiz olandan, daha öznel ve belirgin olana doğru hareket edilmiş olur. Karşılaştırmalı yargılar ilkesi, hiyerarşinin bir seviyesindeki elemanların bir bir üst seviyedeki ortak kriter açısından ikili karşılaştırılmasıdır. Elemanların ortak kriter açısından görelî önemlerinin karşılaştırılması sonucu bir matris oluşturulur. Önceliklerin sentezi ilkesi ise, hiyerarşinin en alt seviyesinden elde edilen önceliklerden hareket

⁶⁸ Süleyman Dündar – Fatih Ecer, “Öğrencilerin GSM Operatörü Tercihinin Analitik Hiyerarşi Süreci Yöntemiyle Belirlenmesi”, **Celal Bayar Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Yönetim Ve Ekonomi Dergisi**, C. 5, S. 1, 2008, s. 198–190.

⁶⁹ Frank Taylor III A. – Allen F Ketcham – Darvin Hoffman, “Personnel Evaluation With AHP”, **Management Decision**, Vol. 10, 1998, s. 680.

⁷⁰ Zehra Başkaya – Cüneyt Akar, “Üretim Alternatifi Seçiminde Analitik Hiyerarşi Süreci: Tekstil İşletmesi Örneği”, **Anadolu Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi**, C. 5, No. 1, 2005, s. 275.

edilerek problemin bütünü için ya da hiyerarşide en üst seviyede yer alan amaç için önceliklerin belirlenmesidir.⁷¹

AHS'nin temel aksiyomları şunlardır:⁷²

1. Aksiyom (Terslik): Karar verici, karşılaştırmaları yaparken ve tercihlerin derecelerini belirlerken terslik koşulunu yerine getirmelidir.

A, karar hiyerarşisinde aralarından seçim yapılacak olan alternatifler kümesini göstermek üzere, A kümesindeki önem ağırlıkları w_i ve w_j olan herhangi iki i ve j alternatifinin C kriterler kümesindeki C_1 kriteri altında ikili karşılaştırmaları (3.33)'te ve terslik koşulu için yapılacak olan karşılaştırma da (3.34)'te gösterilmektedir. Burada a_{ij} , i alternatifinin j alternatifine göre önceliğini ifade etmektedir.

$$\frac{w_i}{w_j} = a_{ij} \quad (3.33)$$

$$a_{ji} = \frac{1}{a_{ij}} \quad (3.34)$$

İkili karşılaştırma matrisinin bir elemanı bilindiğinde buna karşılık gelen eleman (3.33)'te verilen terslik aksiyomu ile bulunmaktadır.

2. Aksiyom (Homojenlik): İkili karşılaştırmalarda iki kriterden biri diğerine göre sonsuz kez öncelikli kabul edilemez ($a_{ij} \neq \infty$). Kullanılan önem ölçeği 1-9 aralığında olduğundan a_{ij} değerleri de 1/9, 1/8,, 1,, 7, 8, 9 aralığında bir değer almaktadır.

3. Aksiyom (Bağımsızlık): Hiyerarşik yapı içerisinde bulunan elemanlar hakkındaki yargılar alt seviyedeki elemanlara bağlı değildir. Hiyerarşik yapının oluşturulmasında bu aksiyom temel alınmaktadır.

⁷¹ Gülnur Keçek – Esra Yıldırım, “Kurumsal Kaynak Planlama (ERP) Sisteminin Analitik Hiyerarşi Süreci (AHP) İle Seçimi: Otomotiv Sektöründe Bir Uygulama”, **Süleyman Demirel Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dersisi**, C. 15, S. 1, 2010, s. 196.

⁷² A.g.m., s. 197.

4. Aksiyom (Beklentiler): Mevcut çok kriterli karar problemini etkileyen her bir kriter ve alternatif hiyerarşide gösterilmek durumundadır. Diğer bir ifadeyle karar vericilerin tüm sezgileri kriter olarak karar problemine yansıtılmalıdır.

AHS'nin uygulama aşamaları aşağıda açıklanmaktadır:⁷³

1. Problemin Tanımlanması ve Amaçlar
2. Problemin Hiyerarşik Yapısının Oluşturulması
3. Kriterler ve Alt Kriterler İçin Önceliklerin Belirlenmesi
4. İkili Karşılaştırma Matrislerinin Oluşturulması ve Öncelik Vektörünün Belirlenmesi
5. Tutarlılık Oranının Hesaplanması
6. Her Bir Alternatif İçin Sonuç Puanları Belirlenerek Seçimin Yapılması

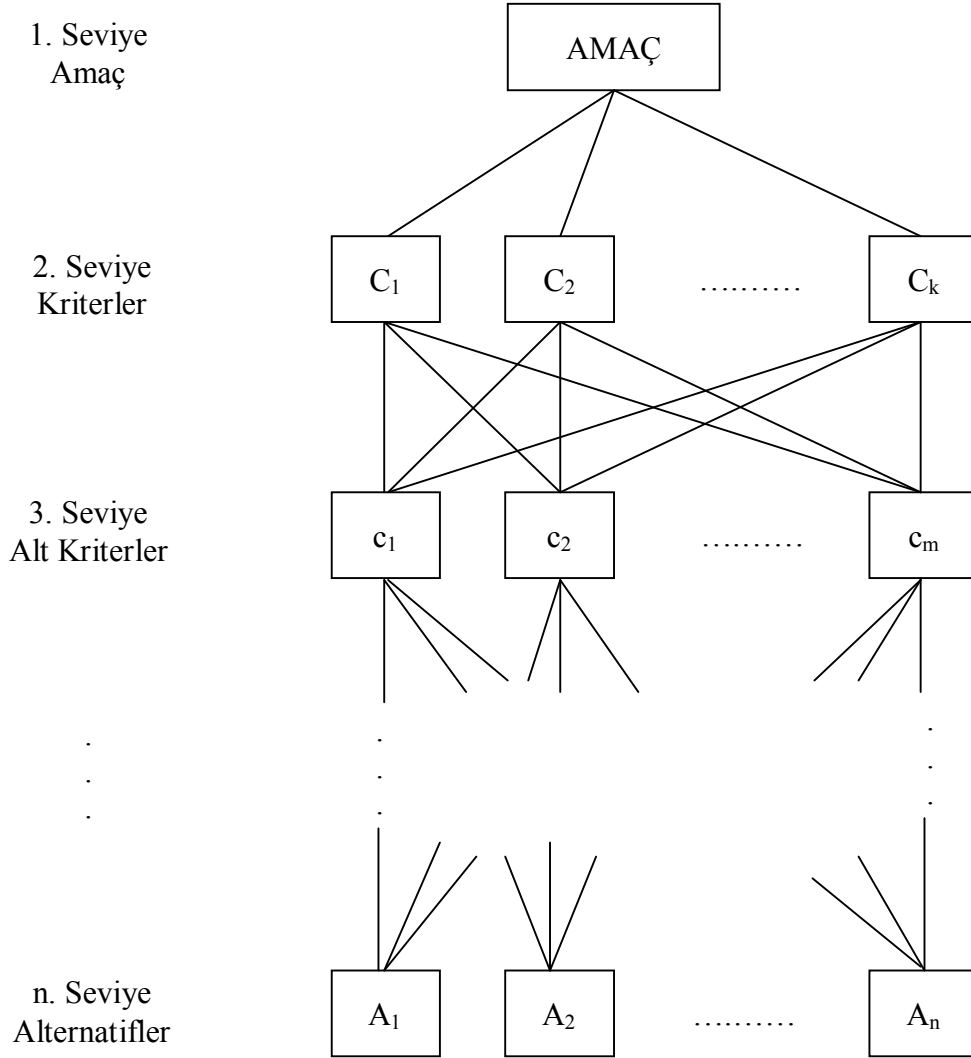
1. Aşama: Problemin tanımlanması ve amaçlar: AHS'nin ilk aşamasında, öncelikle hiyerarşi içerisinde en üst seviyede bulunacak olan amaçların belirlenmesi gerekmektedir. Hiyerarşik yapının oluşturulması aşamasına geçilebilmesi için beklentiler aksiyomu doğrultusunda amaca etki ettiği düşünülen tüm kriter ve alt kriterler ifade edilmelidir. Daha sonra, belirlenen kriterleri belirli ölçülerde sağlayan ve aralarında seçim yapılacak olan alternatifler tanımlanmalıdır.

2. Aşama: Hiyerarşik yapının oluşturulması: AHS, karşılaşılan bir çok kriterli karar verme problemi için amaç, kriterler, alt kriterler ve alternatiflerden oluşan hiyerarşik bir modellemeye olanak sağlayan bir tekniktir.⁷⁴ AHS tekniğinde karar verici öncelikle problemi farklı hiyerarşik bölümlere ayırmaktadır. Hiyerarşik yapının en üst bölümünde varılmak istenen genel amaç, alt bölümlerinde de sırasıyla kriterler ve alt kriterler bulunmaktadır. Hiyerarşinin en altına ise, aralarından seçim yapılacak olan alternatifler yerleştirilmektedir.⁷⁵

⁷³ Ricardo Banuelas – Anthony Fiju, “Going From Six Sigma To Design For Six Sigma: An Exploratory Study Using Analytic Hierarchy Process”, **The TQM Magazine**, Vol. 15, No. 5, 2003, ss. 334–344, s. 339.

⁷⁴ Başkaya – Akar , a.g.m., s. 275.

⁷⁵ Ibrahim Mahdi – Khaled Alreshaid, “Decision Support System For Selecting The Proper Project Delivery Method Using Analytic Hierarchy Process (AHP)”, **International Journal Of Project Management**, Vol. 23, Issue 7, 2005, s. 567.



Şekil 3. 7: Analitik Hiyerarşi Süreci'nin Hiyerarşik Yapısı

(Kaynak: Xu Ruoning – Zhai Xiaoyan, “Extensions Of The Analytic Hierarchy Process In Fuzzy Environment”, **Fuzzy Sets And Systems**, Vol. 52, Issue 3, 1992, s. 252)

Oluşturulan hiyerarşik yapının amacı, üst seviyedeki elemanların alt seviyedeki elemanlara olan etkisini ya da alt seviyedeki elemanların üst seviyedeki elemanların önemine veya tamamlanmasına katkılarını belirlemektir.⁷⁶ Söz konusu hiyerarşik yapı, kompleks

⁷⁶ Keçek – Yıldırım, a.g.m., s. 198.

çok kriterli bir karar probleminin bölümlere ayrılmasını sağlayarak karar vericinin seçim yapmasını kolaylaştırmaktadır.⁷⁷ AHS'nin hiyerarşik yapısı Şekil 3.7'de gösterilmektedir.

3. Aşama: Önceliklerin belirlenmesi: Çok kriterli bir karar probleminin hiyerarşik yapısı oluşturulduktan sonra kriterlerin ve alternatiflerin karşılaştırılarak birbirlerine göre önceliklerinin belirlenmesi gerekmektedir. Her seviyedeki kriterler ve alternatifler arasında yapılan ikili karşılaştırmalar ile görece önem ağırlıkları hesaplanmaktadır. Görece önem ağırlıklarının belirlenmesi, elemanların hiyerarşinin en üst seviyesindeki amaca olan katkılarının saptanmasını sağlamaktadır. İkili karşılaştırmalar Tablo 3.6'da verilen standart 1-9 AHS ölçeği ile gerçekleştirilmektedir.⁷⁸

Karar vericiler, ölçekteki ifadelerden, karşılaştırma yapılan ikili hakkında fikirlerini yansıtanı seçmektedirler ve hesaplamada söz konusu ifadenin karşılığı olan sayısal değer kullanılmaktadır.⁷⁹

4. Aşama: İkili karşılaştırma matrisleri ve öncelik vektörünün oluşturulması: Çok kriterli karar verme problemlerinde, grup veya bireylerin önceliklerini dikkate alarak bir arada değerlendiren AHS, oluşturulan hiyerarşideki elemanları ikişer ikişer ele alıp, elemanların bir kritere göre karşılaştırılmasını ve bu işlemi yaparken diğer kriterleri işleme katmadan tüm elemanlar hakkında farklı yargılara sahip olunmasını sağlayan bir tekniktir.⁸⁰

AHS'nde alternatifler ve kriterler ikili karşılaştırmalar kullanılarak sıralanmaktadır.⁸¹ n sayıda alternatifin sıraya dizilebilmesi için (3.35)'te verilen ölçek kümesi kullanılmaktadır.⁸²

⁷⁷ Ido Millet, "Ethical Decision Making Using The Analytic Hierarchy Process", **Journal Of Business Ethics**, Vol. 17, No. 11, s. 1199.

⁷⁸ Matthew J. Liberatore – Robert L Nydick, "Group Decision Making In Higher Education Using The Analytic Hierarchy Process", **Research In Higher Education**, Vol. 38, No. 5, 1997, s. 599.

⁷⁹ Keçek–Yıldırım, a.g.m., s. 199.

⁸⁰ A.g.m., s. 199.

⁸¹ Joseph M. Lambert, "The Fuzzy Set Membership Problem Using The Hierarchy Decision Method", **Fuzzy Sets And Systems**, Vol. 48, Issue 3, 1992, s. 323.

⁸² Mehdi Ghazanfari – Majid Nojavan, "Reducing Inconsistency In Fuzzy AHP By Mathematical Programming Models", **Asia-Pacific Journal Of Operational Research**, Vol. 21, No. 3, 2004, s. 382.

Tablo 3. 6: AHS’de Kullanılan Göreli Önem Ölçeği

(**Kaynak:** Matthew J. Liberatore - Robert L Nydick, “Group Decision Making In Higher Education Using The Analytic Hierarchy Process”, **Research In Higher Education**, Vol. 38, No. 5, 1997, s. 599.)

Önem Derecesi	Tanımı	Açıklama
1	Eşit Derecede Önemli	İki elemanın amaca eşit düzeyde katkısı vardır.
3	Orta Derecede Önemli	Tecrübeler ve yargılar göz önüne alındığında bir elemanın diğerine göre biraz daha fazla katkısı vardır.
5	Güçlü Derecede Önemli	Tecrübeler ve yargılar göz önüne alındığında bir elemanın diğerine göre çok daha fazla katkısı vardır.
7	Çok Güçlü Derecede Önemli	Bir elemanın diğerine göre çok güçlü derecede katkısı vardır. Uygulamada üstünlüğü ispat edilmiştir.
9	Aşırı Derecede Önemli	Bir elemanın diğerine göre mümkün olan en yüksek derecede katkısı vardır.
2, 4, 6, 8	Ara Değerler	Bazı durumlarda değerlendirme yapılırken tanımlama yapılabilmesi için uygun bir sözcük bulunamıyorsa, sayısal değerlerin ortasında bir ara değer verilebilir.
Yukarıda verilen önem derecelerinin tersleri	Örneğin j elemanı ile i elemanının ikili karşılaştırma değeri 3 ise, i elemanının j elemanına göre ikili karşılaştırma değeri 1/3 olmaktadır.	

$$\delta = \left\{ \frac{1}{9}, \frac{1}{8}, \frac{1}{7}, \frac{1}{6}, \frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \right\} \quad (3.35)$$

i alternatifinin j alternatifi ile olan ikili karşılaştırma ölçek değeri ikili karşılaştırma matrisinde a_{ij} değerini oluşturmaktadır. İkili karşılaştırma matrisinin genel gösterimi (3.36)'da verilmektedir.⁸³ a_{ij} değerleri $a_{ij} = w_i/w_j = 1/a_{ji}$, $a_{ii} = 1$ koşullarını sağlamaktadır.⁸⁴

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ 1/a_{12} & 1 & \dots & a_{2n} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ 1/a_{1n} & \cdot & \dots & 1 \end{pmatrix} \quad (3.36)$$

İkili karşılaştırma matrisinden elde edilen göreceli önem değerleri w_1, w_2, \dots, w_n ile gösterilmektedir. w değerleri öz vektör veya öncelik vektörünü oluşturmaktadır. Kriter ve alternatiflere verilen ağırlıklar ile göreceli ağırlıklar matrisi hesaplanmaktadır. Göreceli ağırlıklar matrisi (3.37)'de ifade edilmektedir.⁸⁵

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \dots & \frac{w_1}{w_n} \\ \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \dots & \cdot \\ \frac{w_n}{w_1} & \cdot & 1 \end{pmatrix} \quad (3.37)$$

AHS, hiyerarşide bulunan alternatiflerin önceliklerinin belirlenmesi için kullanılmaktadır.⁸⁶ Öz vektör, alternatifler arasındaki tercihlerin sayısal olarak

⁸³ Ayşe Oğuzlar, "Analitik Hiyerarşi Süreci İle Müşteri Şikayetlerinin Analizi", **Akdeniz Üniversitesi İktisadi Ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi**, S. 14, 2007, s. 126.

⁸⁴ J. Solnes, "Environmental Quality Indexing Of Large Industrial Development Alternatives Using AHP", **Environmental Impact Assessment Review**, Vol. 23, Issue 3, 2003, s. 295.

⁸⁵ Thomas L. Saaty – Luis G Vargas – Klaus Dellmann, "The Allocation Of Intangible Resources: The Analytic Hierarchy Process And Linear Programming", **Socio-Economic Planning Sciences**, Vol. 37, Issue 3, 2003, s. 172.

⁸⁶ Yoram Wind – Thomas L. Saaty, "Marketing Applications Of The Analytic Hierarchy Process", **Management Science**, Vol. 26, No. 7, 1980, s. 642.

sıralanmasını ifade etmektedir.⁸⁷ Sentezleme olarak da adlandırılan öz vektörün oluşturulması aşamasında öncelikle ikili karşılaştırma matrisleri normalleştirilmektedir. Normalleştirilmiş matris, her bir sütun değerinin ayrı ayrı ilgili sütunun toplamına bölünmesi ile elde edilmektedir. Daha sonra normalleştirilmiş matrisin satır değerlerinin ortalamasının alınması ile her bir kriter, alt kriter ve alternatifin ağırlıkları veya öncelik vektörü elde edilmektedir. Öncelik vektörü karar vermede, ikili karşılaştırma matrislerinden önceliklerin elde edilmesinde kullanılan önemli bir kavramdır. Her bir kriter için bir alt seviyesini oluşturan alternatiflerin ikili karşılaştırmalar matrisinde, ilgili kriterin öz vektörü elde edilir. Söz konusu öncelik vektörleri bir üst seviyede yer alan kriterlerin ağırlık vektörleri ile çarpılarak en üst seviyede olan amaç için genel öncelik vektörü bulunur.⁸⁸ $w = [w_1, w_2, \dots, w_n]$ öz vektörünün elde edilebilmesi için (3.38)'de verilen eşitlikler kullanılmaktadır.⁸⁹

$$Aw = \begin{pmatrix} 1 & \dots & \frac{w_1}{w_n} \\ \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \dots & \cdot \\ \frac{w_n}{w_1} & \cdot & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ w_n \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} w_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ w_n \end{pmatrix} = \lambda w \text{ veya } Aw = \lambda w$$

(3.38)

Burada, eşitlikten bulunan λ değerleri A matrisinin öz değerleri ve w vektörleri de söz konusu λ değerlerine karşılık gelen öz vektörlerdir. AHS'nde yapılan hesaplamalarda sadece öz değerlerin en büyük değerlerini yani λ_{maks} değerlerini içeren vektör, öz vektör olarak alınmaktadır. Bir ikili karşılaştırma matrisinde öz vektör bir tanedir.⁹⁰

5. Aşama: Tutarlılık oranının hesaplanması: AHS'de verilecek olan kararın güvenirliliği açısından tutarlılık önemlidir. İkili karşılaştırmalar sonucunda oluşan değerlerin yani önceliklerin birbirleri ile olan matematiksel ve mantıksal ilişkisi tutarlı olmalıdır.⁹¹

⁸⁷ Thomas L. Saaty, "Decision-Making With The AHP: Why Is The Principal Eigenvector Necessary, *European Journal Of Operational Research*, Vol. 145, Issue 1, 2003, s. 86.

⁸⁸ Keçek – Yıldırım, a.g.m., s. 200.

⁸⁹ Saaty – Vargas – Dellmann, a.g.m., s. 172.

⁹⁰ Keçek – Yıldırım, a.g.m., s. 200–201.

⁹¹ A.g.m., s. 201.

A matrisinin tutarlı olması için gerek ve yeter koşul $\lambda_{\text{maks}} = n$ olmasıdır. A matrisinin yapısındaki tutarsızlık ne kadar fazla ise λ_{maks} n'den o kadar uzaklaşır.⁹² Her durumda $\lambda_{\text{maks}} \geq 0$ koşulu geçerlidir.⁹³ n matrisin satır veya sütun sayısını göstermektedir.⁹⁴

λ_{maks} değeri her zaman n'e eşit veya n'den büyüktür. λ_{maks} değeri tutarlılık oranının hesaplanması için kullanılmaktadır. Tutarlılık indeksi CI (3.39)'da verilen formül ile hesaplanmaktadır.⁹⁵

$$CI = \frac{\lambda_{\text{maks}} - n}{n - 1} \quad (3.39)$$

Tutarlılık indeksi CI hesaplandıktan sonra, bulunan değer rassal olarak oluşturulan ortalama tutarlılık indeksi ile karşılaştırılması gerekmektedir.⁹⁶ Söz konusu rassal indeks RI Tablo 3.7'de verilmiştir. Tutarlılık oranı ise, (3.40)'ta verilen formül ile hesaplanmaktadır.⁹⁷

Tablo 3. 7: AHS'de Rassal Tutarlılık İndeksi

(Kaynak: S.I. Gass - T. Rapcsak, "Singular Value Decomposition In AHP", **European Journal Of Operations Research**, Vol. 154, Issue 3, 2004, s. 575.)

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
RI	0	0	0.58	0.89	1.11	1.25	1.35	1.40	1.45	1.49	1.51	1.54	1.56	1.57	1.58

$$CR = \frac{CI}{RI} \quad (3.40)$$

Kabul edilebilir bir karara ulaşılabilmesi için tutarlılık oranı CR, 0.1 veya daha küçük bir değere sahip olmalıdır. Tutarlılık oranı her bir ikili karşılaştırma matrisi için

⁹² Saaty – Vargas – Dellmann, a.g.m., s. 173.

⁹³ L. Mikhailov, "A Fuzzy Programming Method For Deriving Priorities In The Analytic Hierarchy Process", **The Journal Of The Operational Research Society**, Vol. 51, No. 3, 2000, s. 342.

⁹⁴ Başkaya – Akar, a.g.m., s. 276.

⁹⁵ Bala Chandran – Bruce Golden – Edward Wasil, "Linear Programming Models For Estimating Weights In The Analytic Hierarchy Process", **Computers & Operations Research**, Vol. 32, Issue 9, 2005, s. 2237.

⁹⁶ S.I. Gass – T. Rapcsak, "Singular Value Decomposition In AHP", **European Journal Of Operations Research**, Vol. 154, Issue 3, 2004, s. 575.

⁹⁷ Chandran et al, a.g.m., s. 2237.

hesaplanmaktadır. 0.1'in üzerindeki bir tutarlılık oranı için ikili karşılaştırmalar tutarsız olacağından karar vericinin değerlendirmelerini tekrar gözden geçirmesi gerekecektir.⁹⁸

6. Aşama: Seçim: Hiyerarşinin en üst seviyesinde bulunan amaca göre alternatiflerin belirlendiği bu aşamada, ikili karşılaştırmalar matrislerinden elde edilen öncelikler birleştirilerek en alt seviyede bulunan alternatifler için sonuç puanları elde edilmektedir.⁹⁹ Karar alternatifleri için belirlenen puanlamalar göz önüne alınarak maksimum puanı alan alternatif seçilmektedir.¹⁰⁰

3.2. Bulanık AHS

AHS, yaygın olarak kullanılan ve uygulamada oldukça başarılı sonuçlar veren bir çok kriterli karar verme tekniğidir. Teknik, bu popülerliğine karşın, karar vericilerin tercihlerinden kaynaklanan belirsizlik ve bulanıklıkların modellenmesinde yetersiz kalmaktadır. Klasik AHS'de alternatifler değerlendirilirken kesin veya klasik yargılara gereksinim duyulmaktadır. Uygulamada karşılaşılan çok kriterli karar verme problemlerindeki karmaşıklık ve belirsizlik nedeniyle, karar vericiler kesin yargılar ile karar vermeye karşı isteksiz olabilirler ve kararlarını sözel değişkenler kullanarak vermek isteyebilirler. Sözel değişkenler, değerleri sayılar ile değil kelimeler veya cümleler ile ifade edilen değişkenlerden oluşmaktadır.¹⁰¹

Gerçek hayatta karşılaşılan pek çok karar verme probleminde, kesin verilere ulaşmak her zaman mümkün olmayabilir. İnsanlar genellikle niteliksel değerlendirmelerde, niceliksel değerlendirmelere göre daha başarılıdırlar. Kesin olarak tanımlanamayan ve sözel değişkenler içeren veriler için ise bulanık küme teorisine dayanılarak oluşturulan bulanık sayılar kullanılabilir. Bulanık sayıların kullanımı, kesin olmayan bulanık bilgilerin karar modellerine entegre edilmesini kolaylaştırmaktadır.¹⁰² Dolayısı ile belirsizlik içeren

⁹⁸ Hsiu Fen Lin, "An Application Of Fuzzy AHP For Evaluating Course Website Quality", **Computers & Education**, Vol. 54, Issue 4, 2010, s. 882.

⁹⁹ Keçek – Yıldırım, a.g.m., s. 202.

¹⁰⁰ Abdullah M.S. Alkahtani – M.E. Woodward – K. AlBagain, "Prioritised Best Effort Routing With Four Quality Of Service Metrics Applying The Concept Of The Analytic Hierarchy Process", **Computers & Operations Research**, Vol. 33, Issue 3, 2006, s. 560.

¹⁰¹ Fatma Tiryaki – Beyza Ahlatçioğlu, "Fuzzy Portfolio Selection Using Analytic Hierarchy Process", **Information Science**, Vol. 179, Issue 1–2, 2009, s. 54.

¹⁰² Osman Kulak – Cengiz Kahraman, "Fuzzy Multi-Attribute Selection Among Transportation Companies Using Axiomatic Design And Analytic Hierarchy Process", **Information Sciences**, Vol. 170, Issue 2–4, 2005, s. 192–194.

çok kriterli karar problemlerinde kesin sayılar yerine bulanık sayıların kullanımı daha uygundur.¹⁰³ Bulanık çok kriterli karar verme problemlerinin çözümünde kullanılan tekniklerden biri bulanık AHS'dir.

Çok kriterli karar verme problemlerinde AHS hem niceliksel hem de niteliksel kriterleri ele almada etkili bir tekniktir. Bu nedenle klasik AHS yerine, AHS'nin geliştirilmiş bir uzantısı olan ve bulanık AHS olarak tanımlanan yaklaşım tercih edilmektedir.¹⁰⁴

Bulanık AHS ile karar vericinin deterministik tercihler yerine algılarını kullanarak bulanık tercihler yapabilmesi sağlanmaktadır. Kişilerin tercihlerindeki sözel belirsizliklerden kaynaklanan bulanıklıklar, bulanık sayılar kullanılarak modellenmektedir. Bulanık küme terminolojisine göre, karar verici tarafından belirlenen öncelikler bulanık sayılardan oluşabilir ve söz konusu öncelikler üyelik fonksiyonları ile ifade edilebilirler. Bulanık AHS'deki tercihler aslında algılara bağlı olarak, oluşmaktadır ve karar vericilerin yargıları bulanık aralıklar ile tanımlanmaktadır. Üyelik fonksiyonları, tercih kümesine ait olan, yargı aralığında bulunan elemanın önem derecesini göstermektedir. Bulanık AHS, bulanık tercih değerlerinden yola çıkılarak, özel önceliklerin bileşiminden, genel önceliklere ulaşılmasını sağlamaktadır. Bulanık yaklaşım, karar verme sürecini daha hassas bir şekilde tanımlamaktadır.¹⁰⁵

Bulanık AHS, hiyerarşik bir yapıda tanımlanan çok kriterli bulanık karar verme problemlerinin çözümü için kullanılmaktadır. Bulanık AHS, düşük, orta ve yüksek değerleri içeren bulanık ölçekleri kullanarak bulanıklık veya sözel belirsizlik içeren karar verme problemlerinin çözümü için uygun bir yaklaşım getirmektedir. Bulanık AHS, göreceli ağırlıkların sentezi için, bulanık kümeleri, üyelik fonksiyonlarını ve bulanık sayıları kullanmaktadır. Teknik uygulanırken, kişilerin bulanıklık veya belirsizlik konusundaki

¹⁰³ Xiangbai Gu – Qunxiong Zhu, “Fuzzy Multi-Attribute Decision-Making Method Based On Eigenvector Of Fuzzy Attribute Evaluation Space”, **Decision Support Systems**, Vol. 41, Issue 2, 2006, s. 401.

¹⁰⁴ J.B. Sheu, “A Hybrid Fuzzy-Based Approach For Identifying Global Logistics Strategies”, **Transportation Research**, Vol. 40, Issue 1, 2000, s. 45.

¹⁰⁵ L.C Leung – D. Cao, “On Consistency And Ranking Of Alternatives In Fuzzy AHP”, **European Journal Of Operational Research**, Vol. 124, 2000, s. 103.

değerlendirmeleri, kriterler ve alternatifler arasında ikili karşılaştırmalar yapılarak karar sürecine yansıtılmaktadır.¹⁰⁶

Bulanık AHS tekniğinde ağırlıklar matrisinde bulunan ikili karşılaştırmalar bulanık sayılardan oluşmaktadır. Bulanık aritmetik kullanılarak ağırlık vektörleri ve her alternatif için toplam puanlar hesaplanmaktadır.¹⁰⁷

Çok kriterli karar problemlerinde bulanık küme teorisini ilk kez Yager (1978) kullanmıştır. Saaty (1977) tarafından geliştirilen öncelik teorisini genişleterek, Laarhoven ve Pedrycz (1983) ikili karşılaştırmalarda bulanık ağırlıkların ve bulanık performans puanlarının hesaplanması için logaritmik en küçük kareler tekniğini, Buckley (1985) geometrik ortalamaların kullanılmasını önermişlerdir. Her iki teknik oldukça fazla hesaplama gerektirdiğinden uygulamada tercih edilmemişlerdir. Ayrıca logaritmik en küçük kareler tekniğinde doğrusal denklem sistemlerinin çözüm sonuçları her zaman bulanık sayı vermediğinden teknik eleştirilmiştir. Bulanık AHS uygulamaları Mon, Cheng ve Lin (1994) tarafından ağırlıkların belirlenmesinde Entropy tekniğinin kullanımı ile devam etmiştir. İkili karşılaştırmalar yapılırken bulanık ölçek kullanılmadığından bulanık ağırlık vektörünün türetilmesi oldukça subjektif bulunmuştur. Ayrıca, yapılacak olan subjektif değerlendirmeler AHS'nin temel aksiyomlarından homojenlik aksiyomuna da ters düşmektedir. Literatürde en çok kabul gören ve bulanık sayılar arasında yapılan aritmetik işlemlerine dayanan Chang (1996) tarafından geliştirilen genişletilmiş analize dayalı teknikte ise ikili karşılaştırmaların yapılabilmesi için üçgen bulanık sayılar kullanılmıştır.

3.2.1. Üçgen Bulanık Sayılar ve Bulanık AHS

Bulanık AHS tekniğinde öncelikler matrisindeki tüm elemanlar ve ağırlık vektörleri üçgen bulanık sayılarla ifade edilmektedir. Her bir kriterin alternatifler üzerindeki göreceli katkısının veya etkisinin tanımlanmasında üçgen bulanık sayıların kullanımı ile bulanık bir

¹⁰⁶ Lee Seong Kon et al. "Econometric Analysis Of The R&D Performance In The National Hydrogen Energy Technology Development For Measuring Relative Efficiency: The Fuzzy AHP/DEA Integrated Model Approach", **International Journal Of Hydrogen Energy**, Vol. 35, 2010, s. 2238.

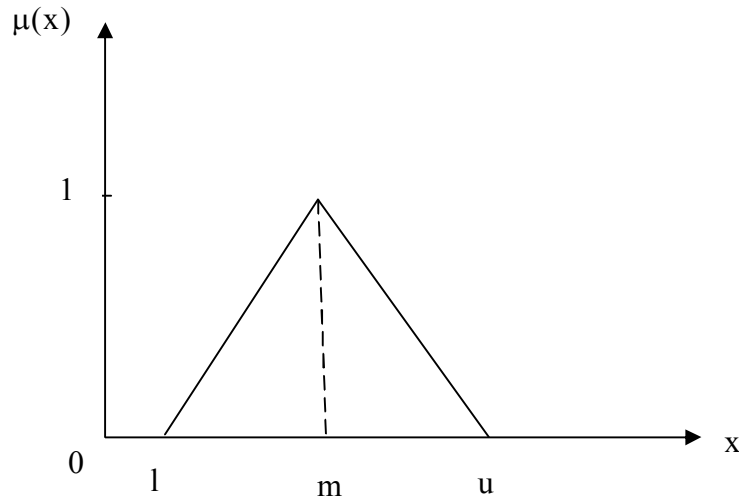
¹⁰⁷ Cengiz Kahraman – Ufuk Cebeci – Ziya Ulukan, "Multi-Criteria Supplier Selection Using Fuzzy AHP", **Logistics Information Management**, Vol. 16, No. 6, 2003, s. 387.

öncelikler matrisi oluşturulmaktadır.¹⁰⁸ $\tilde{A} = (l, m, u)$ şeklinde ifade edilen bir üçgen bulanık sayının üyelik fonksiyonu (3.41)¹⁰⁹, de ve grafik ifadesi de Şekil 3.8’de gösterilmektedir.

Bulanık AHS algoritmasının uygulanmasında üçgen bulanık sayılar arasında işlem yapılırken standart bulanık aritmetik işlemleri kullanılmaktadır.

$$\mu(x) = \begin{cases} x = m & 1 \\ \frac{x-l}{m-l} & l \leq x \leq m \\ \frac{u-x}{u-m} & m \leq x \leq u \\ 0 & \text{aksi durumlarda} \end{cases}$$

(3.41)



Şekil 3. 8: Üçgen Üyelik Fonksiyonu

(**Kaynak:** Metin Dağdeviren – Serkan Yavuz – Nevzat Kılınc, “Weapon Selection Using The AHP And TOPSIS Methods Under Fuzzy Environment”, **Expert Systems With Applications**, Vol. 36, Issue 4, 2008, s. 8146.)

¹⁰⁸ Orlando Duran – Jose Agulio, “Computer–Aided Machine–Tool Selection Based On A Fuzzy–AHP Approach”, **Expert Systems With Applications**, Vol. 34, Issue 3, 2008, s. 1789.

¹⁰⁹ Morteza Pakdin Amiri, “Project Selection For Oil–Fields Development By Using The AHP And Fuzzy TOPSIS Methods”, **Expert Systems With Applications**, Vol. 37, Issue 9, 2010, s. 6219.

$\tilde{M}_1 = (l_1, m_1, u_1)$ ve $\tilde{M}_2 = (l_2, m_2, u_2)$ iki üçgen bulanık sayıyı göstermek üzere, üçgen bulanık sayılar arasında yapılacak olan aritmetik işlemleri (3.42)'de özetlenmektedir.^{110 111}

$$\tilde{M}_1 (+) \tilde{M}_2 = (l_1, m_1, u_1) (+) (l_2, m_2, u_2) = (l_1 + l_2, m_1 + m_2, u_1 + u_2)$$

$$\tilde{M}_1 (-) \tilde{M}_2 = (l_1, m_1, u_1) (-) (l_2, m_2, u_2) = (l_1 - u_2, m_1 - m_2, u_1 - l_2)$$

$$\tilde{M}_1 (x) \tilde{M}_2 = (l_1, m_1, u_1) (x) (l_2, m_2, u_2) = (l_1 x l_2, m_1 x m_2, u_1 x u_2)$$

$$\tilde{M}_1 (/) \tilde{M}_2 = (l_1, m_1, u_1) (/) (l_2, m_2, u_2) = (l_1 / u_2, m_1 / m_2, u_1 / l_2)$$

$$\tilde{M}_1^{-1} = (l_1, m_1, u_1)^{-1} = (1/u_1, 1/m_1, 1/l_1) \quad (3.42)$$

3.2.2. Bulanık AHS'nin Matematiksel Yapısı ve Uygulama Aşamaları

Bulanık AHS'de, Saaty'nin geliştirdiği klasik AHS tekniği ile bulanık küme teorisi bütünleştirilmiştir. Tekniğin uygulanmasında bulanık önem dereceleri kullanılmaktadır.¹¹² Söz konusu önem dereceleri ve üçgen bulanık sayı olarak karşılıkları için kullanılan ölçekler Tablo 3.8 ve Tablo 3.9'da gösterilmektedir.

Bulanık AHS'de ikili karşılaştırma matrislerinin elemanları üçgen bulanık sayılardan oluşmaktadır. Üçgensel bulanık karşılaştırma matrisi (3.43)'te ifade edilmektedir.¹¹³

¹¹⁰ Seong Kon Lee, et al. "A Fuzzy Analytic Hierarchy Process Approach For Assessing National Competitiveness In The Hydrogen Technology Sector", **International Journal Of Hydrogen Energy**, Vol. 33, Issue 23, 2008, s. 6841–6842.

¹¹¹ Metin Dağdeviren – Serkan Yavuz, – Nevzat Kılınç, "Weapon Selection Using The AHP And TOPSIS Methods Under Fuzzy Environment", **Expert Systems With Applications**, Vol. 36, Issue 4, 2008, s. 8146.

¹¹² Jianrong Wang, – Kai Fan – Wanshan Wang, "Integration Of Fuzzy AHP And FPP With TOPSIS Methodology For Aeroengine Health Assessment", **Expert Systems With Applications**, Vol. 37, Issue 12, 2010, s. 8517.

¹¹³ Ying Ming Wang – Ying Luo – Zhongsheng Hua, "On The Extend Analysis Method For Fuzzy AHP And It's Applications", **European Journal Of Operational Research**, Vol. 186, Issue 2, 2008, s. 736.

$$\tilde{A} = (\tilde{a}_{ij})_{n \times n} = \begin{bmatrix} (1, 1, 1) & (l_{12}, m_{12}, u_{12}) & \dots & (l_{1n}, m_{1n}, u_{1n}) \\ (l_{21}, m_{21}, u_{21}) & (1, 1, 1) & \dots & (l_{2n}, m_{2n}, u_{2n}) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ (l_{n1}, m_{n1}, u_{n1}) & (l_{n2}, m_{n2}, u_{n2}) & \dots & (1, 1, 1) \end{bmatrix}$$

(3.43)

Tablo 3. 8: AHS’de Bulanık Önem Ölçeği

(Kaynak: Seong Kon Lee – Gento Mogi – Jong Wook Kim, “Decision Support For Prioritizing Energy Technologies Against High Oil Prices: A Fuzzy Analytic Hierarchy Process Approach”, **Journal Of Loss Prevention In The Process Industries**, Vol. 22, Issue 6, 2009, ss. 915-920, s. 916.)

İkili Karşılaştırma Tercihleri	Önem Derecesi	Önem Derecesinin Eşleniği	Açıklama
Eşit Derecede Önemli	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)	İki elemanın katkısı eşittir.
Biraz Daha Fazla Önemli	(2/3, 1, 3/2)	(2/3, 1, 3/2)	Bir eleman diğerinden biraz daha fazla katkıda bulunmaktadır.
Güçlü Derecede Önemli	(3/2, 2, 5/2)	(2/5, 1/2, 2/3)	Bir eleman diğerinden daha güçlü derecede katkıda bulunmaktadır.
Çok Güçlü Derecede Önemli	(5/2, 3, 7/2)	(2/7, 1/3, 2/5)	Bir eleman diğerinden çok daha güçlü derecede katkıda bulunmaktadır.
Aşırı Derecede Önemli	(7/2, 4, 9/2)	(2/9, 1/4, 2/7)	Bir eleman diğerine göre mümkün olan en yüksek derecede katkıda bulunmaktadır.

Tablo 3. 9: AHS’de Bulanık Önem Ölçeği

(Kaynak: Mohammad H. Vahidnia – Ali A. Alesheikh – Abbas Alimohammadi, “Hospital Site Selection Using Fuzzy AHP And Its Derivatives”, **Journal Of Environmental Management**, Vol. 90, Issue 10, 2009, s. 3051.)

İkili Karşılaştırma Tercihleri	Önem Derecesi	Önem Derecesinin Eşleniği	Açıklama
Eşit Derecede Önemli	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)	İki elemanın katkısı eşittir.
Ara Değer	(1, 2, 3)	(1/3, 1/2, 1)	
Biraz Daha Fazla Önemli	(2, 3, 4)	(1/4, 1/3, 1/2)	Bir eleman diğerinden biraz daha fazla katkıda bulunmaktadır.
Ara Değer	(3, 4, 5)	(1/5, 1/4, 1/3)	
Güçlü Derecede Önemli	(4, 5, 6)	(1/6, 1/5, 1/4)	Bir eleman diğerinden daha güçlü derecede katkıda bulunmaktadır.
Ara Değer	(5, 6, 7)	(1/7, 1/6, 1/5)	
Çok Güçlü Derecede Önemli	(6, 7, 8)	(1/8, 1/7, 1/6)	Bir eleman diğerinden çok daha güçlü derecede katkıda bulunmaktadır.
Ara Değer	(7, 8, 9)	(1/9, 1/8, 1/7)	
Aşırı Derecede Önemli	(8, 9, 10)	(1/10, 1/9, 1/8)	Bir eleman diğerine göre mümkün olan en yüksek derecede katkıda bulunmaktadır.

Bulanık karşılaştırma matrisleri oluşturulurken (3.44)’te verilen koşullar sağlanmalıdır.¹¹⁴

$$\tilde{a}_{ij} = (l_{ij}, m_{ij}, u_{ij}) = \tilde{a}_{ji}^{-1} = (1/u_{ji}, 1/m_{ji}, 1/l_{ji}) \quad (3.44)$$

Bulanık AHS’nin uygulama aşamaları klasik AHS’nin uygulama aşamaları ile benzer şekilde gerçekleştirilmektedir. Söz konusu aşamalar şunlardır.¹¹⁵

1. Amaçların, kriterlerin ve alt kriterlerin belirlenmesi,
2. AHS hiyerarşik yapısının oluşturulması,
3. Önceliklerin ifade edilmesi ve üçgen bulanık sayılara dönüştürülmesi,
4. Bulanık ikili karşılaştırma matrislerinin oluşturulması,
5. Tutarlılık oranının hesaplanması,

¹¹⁴ Mohammad H. Vahidnia – Ali A. Alesheikh – Abbas Alimohammadi, “Hospital Site Selection Using Fuzzy AHP And Its Derivatives”, **Journal Of Environmental Management**, Vol. 90, Issue 10, 2009, s. 3050.

¹¹⁵ Zülal Güngör – Gürkan Serhadlıoğlu – Saadetin Erhan Kesen, “A Fuzzy AHP Approach To Personnel Selection Problem, **Applied Soft Computing**, Vol. 9, Issue 2, 2009, s. 643.

6. Tüm alternatifler için öncelik vektörleri hesaplanarak alternatifler arasından seçim yapılması.

Bulanık AHS’de bulanık karşılaştırma matrislerinin tutarlılıklarının hesaplanması pek çok çalışmada göz ardı edilmiştir. Yapılan çalışmada bulanık ikili karşılaştırma matrislerinin tutarlılığı Kwang ve Bai (2003)¹¹⁶,nin önerdiği birinci bölümde (1.89c)’de verilen formül ile hesaplanan ağırlıklı ortalama yöntemi ile durulaştırma uygulanıp klasik AHS problemlerinde izlenen yol ile hesaplanmıştır. Bunun nedeni, kullanılan farklı tekniklerin her birinde kullanılan algoritmaların farklı oluşu ve standart bir durulaştırma işleminin her biri için uygulanmasının mümkün olmamasıdır. Dolayısıyla, ikili karşılaştırma matrisleri için birden farklı tutarlılık oranı söz konusu olmayacaktır.

3.2.3. Chang’in Genişletilmiş Analiz Tekniği

Chang (1996)’ın geliştirdiği genişletilmiş analiz yönteminde bulanık sentetik derece değerleri tanımlanmaktadır. Sentetik derece değerleri ile ilgili hesaplamalar standart bulanık aritmetik işlemleri kullanılarak yapılmaktadır.¹¹⁷

$X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ elemanlar kümesini ve $U = (u_1, u_2, \dots, u_n)$ bir amaç kümesini göstermek üzere, her bir eleman işleme alınarak her bir amaç için sırasıyla genişletilmiş analiz uygulanır. Bu durumda m adet boyut değeri ortaya çıkmaktadır ve (3.45)’te verilen semboller ile ifade edilmektedir.¹¹⁸

$$M_{gi}^1, M_{gi}^2, \dots, M_{gi}^m \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.45)$$

Tüm $M_{gi}^j \quad j = 1, 2, \dots, m$ üçgen bulanık sayılardır. Chang’in Bulanık AHS algoritması aşağıda verilen aşamalardan geçilerek uygulanmaktadır.

1. Aşama: Hiyerarşik yapı içerisindeki elemanlar arasında, üçgen bulanık sayılar kullanılarak ikili karşılaştırmalar yapılmaktadır.¹¹⁹

¹¹⁶ C.K Kwang – H. Bai, “Determining The Importance Weights For The Customer Requirements In QFD Using A Fuzzy AHP With Extent Analysis Approach”, **IIE Transactions**, Vol. 35, 2003.

¹¹⁷ Kahraman, et al, a.g.m., s. 388.

¹¹⁸ A.g.m., s. 388.

¹¹⁹ Lee, et al, “A Fuzzy Analytic Hierarchy Process Approach For Assessing National Competitiveness In The Hydrogen Technology Sector”, a.g.m., s. 6842.

2. Aşama: i'inci amaca göre, bulanık sentetik derece değerleri (3.46), (3.47), (3.48) ve (3.49)'da verilen formüller yardımıyla hesaplanmaktadır.¹²⁰

$$S_i = \sum_{j=1}^m M_{ij} \otimes \left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m M_{ij} \right]^{-1} \quad (3.46)$$

$$\sum_{j=1}^m M_{ij} = \left(\sum_{j=1}^m l_{ij}, \sum_{j=1}^m m_{ij}, \sum_{j=1}^m u_{ij} \right) \quad (3.47)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m M_{ij} = \left(\sum_{i=1}^n l_{ij}, \sum_{i=1}^n m_{ij}, \sum_{i=1}^n u_{ij} \right) \quad (3.48)$$

$$\left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m M_{ij} \right]^{-1} = \left(\frac{1}{\sum_{i=1}^n u_{ij}}, \frac{1}{\sum_{i=1}^n m_{ij}}, \frac{1}{\sum_{i=1}^n l_{ij}} \right) \quad (3.49)$$

3. Aşama: $M_1 = (l_1, m_1, u_1) \geq M_2 = (l_2, m_2, u_2)$ ifadesinin olabirlik derecesi hesaplanır. Bu durum (3.50)'de gösterilmektedir.¹²¹

$$V(M_2 \geq M_1) = H(M_2 \cap M_1) = \sup_{y \geq x} [\min(\mu_{M_1}(x), \mu_{M_2}(y))] = \mu_{M_2}(d) \quad (3.50)$$

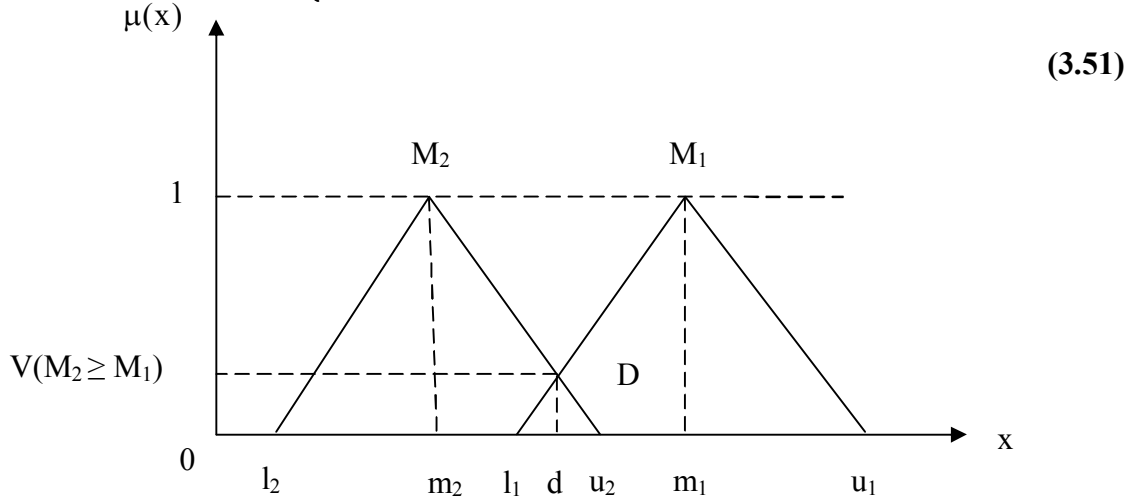
$M_1 = (l_1, m_1, u_1)$ ve $M_2 = (l_2, m_2, u_2)$ üçgen ve dışbükey bulanık sayılar olmak üzere üçgen bulanık sayıların kesişiminin üyelik fonksiyonu (3.51) ve grafik ifadesi ise Şekil 3.9'da gösterilmektedir.¹²²

¹²⁰Seong Kon Lee – Gento Kim Mogi – Wook Jong, “Decision Support For Prioritizing Energy Technologies Against High Oil Prices: A Fuzzy Analytic Hierarchy Process Approach”, **Journal Of Loss Prevention In The Process Industries**, Vol. 22, Issue 6, 2009, s. 916.

¹²¹ F. Bozbura – A. Beskese – C. Kahraman, “Prioritization Of Human Capital Measurement Indicators Using Fuzzy AHP”, **Expert Systems With Applications**, Vol. 32, Issue 4, 2007, s. 1104.

¹²² Kahraman et al, a.g.m., s. 388.

$$\mu_{M_2}(d) = \begin{cases} 1 & m_2 \geq m_1 \\ 0 & l_1 \geq u_2 \\ \frac{l_1 - u_2}{(m_2 - u_2) - (m_1 - l_1)} & \text{aksi durumda} \end{cases}$$



Şekil 3. 9: M₁ ve M₂ Bulanık Sayılarının Kesişimi

(Kaynak: Cengiz Kahraman – Ufuk Cebeci – Ziya Ulukan, , “Multi-Criteria Supplier Selection Using Fuzzy AHP”, **Logistics Information Management**, Vol. 16, No. 6, 2003, s. 389.)

D'nin koordinatlarını ifade etmektedir. M₁ ve M₂ bulanık sayıları arasında bir karşılaştırma yapılabilmesi için $V(M_1 \geq M_2)$ ve $V(M_2 \geq M_1)$ değerlerinin her ikisine de gereksinim duyulmaktadır.¹²³

4. Aşama: Dışbükey bir bulanık sayının olabilirlik derecesinin k adet dışbükey bulanık sayıdan (M_i , i= 1,2,...,k) daha büyük olması için gerekli koşul (3.52)'de tanımlanmaktadır.¹²⁴

$$\begin{aligned} V(M \geq M_1, M_2, \dots, M_k) &= V[(M \geq M_1), (M \geq M_2), \dots, (M \geq M_k)] \\ &= \text{Min } V(M \geq M_i), \quad i = 1, 2, \dots, k \end{aligned}$$

(3.52)

¹²³ Bozbura, et all, a.g.m., s. 1104.

¹²⁴ Shyh Hwang Lee, “Using Fuzzy AHP To Develop Intellectual Capital Evaluation Model For Assessing Their Performance Contribution In A University”, **Expert Systems With Applications**, Vol. 37, Issue 7, 2010, s. 4944.

$k = 1, 2, \dots, n$ ve $k \neq j$ için $d(A_i) = \min V(S_i \geq S_k)$ olduğu varsayıldığında ağırlık vektörü (3.53)'te ifade edilmektedir.¹²⁵

$$W' = (d'(A_1), d'(A_2), \dots, d'(A_n))^T \quad (3.53)$$

5. Aşama: (3.21)'de verilen ağırlık vektörü normalize edilerek, Normalize edilmiş ağırlık vektörüne ulaşılmaktadır. Normalize edilmiş ağırlık vektörü W , bulanık olmayan bir sayıdır ve (3.54)'te gösterilmektedir.¹²⁶

$$W = (d(A_1), d(A_2), \dots, d(A_n))^T \quad (3.54)$$

6. Aşama: Hiyerarşinin en alt basamaklarından amaca doğru gidilerek normalize edilmiş öncelik ağırlığı vektörleri ilgili önem ağırlığı vektörleri ile çarpılır ve genel ağırlıklara ulaşılır.

Hesaplama kolaylığı nedeniyle genişletilmiş analiz tekniği pek çok uygulamada tercih edilmektedir. Buna rağmen tekniğin bir bulanık karşılaştırma matrisinden doğru ağırlıkların türetilmesinde yetersiz kaldığı konusunda eleştiriler yapılmaktadır.

Genişletilmiş analiz tekniğinde görelî önem derecelerinin hesaplanması yerine iki üçgen bulanık sayının karşılaştırma indeksi ölçülmektedir. Burada, normalize edilmiş değerler bir üçgen bulanık sayının diğerlerinden hangi derecede büyük olduğunu göstermektedir. Fakat bu değerlerin görelî önem derecelerini ifade etmek için kullanılmaları sakıncalı görülmüştür. Çünkü bu durumda görelî önem dereceleri için "0" ağırlığının verilmesi söz konusu olmaktadır. Wang, Luo ve Hua (2008) genişletilmiş analiz tekniğinin sakıncalarını şöyle özetlemektedir:¹²⁷

1. Genişletilmiş analiz, bazı gerekli karar kriterleri ve alt kriterlerine sıfır ağırlığı atayarak karar sürecinde değerlendirilmemelerine yol açmaktadır. Bu durum AHS'nin temel aksiyomlarından beklentiler ile çelişmektedir.

¹²⁵ İrfan Ertuğrul – Nilsen Karakaşoğlu, "Performance Evaluation Of Turkish Cement Firms With Fuzzy Analytic Hierarchy Process And TOPSIS Methods", **Expert Systems With Applications**, Vol. 36, Issue 1, 2009, s. 707.

¹²⁶ A.g.m., s. 707.

¹²⁷ Wang – Luo – Hua, a.g.m., s. 738, 745.

2. Görelî önem derecelerine sıfır ağırlığı atanabilmesi nedeniyle bulanık karşılaştırma matrislerindeki bazı bilgilerin göz ardı edilmesi söz konusudur.

3. Genişletilmiş analiz ile bulunan ağırlıklar karar kriterlerinin veya alternatiflerin görelî önemlerini ifade etmekte yetersiz kalmaktadır.

4. Karar süreci değerlendirilirken en kötü alternatifin en iyisiymiş gibi seçilerek bir bulanık AHS probleminde yanlış bir karar verilmesi söz konusu olabilmektedir.

Genişletilmiş analiz tekniğinde, bulanık sentetik derece değerleri arasında büyüklük karşılaştırması yapılarak klasik ağırlıklar elde edilmektedir. Bulanık sentetik derece değerlerinin sıralanması için farklı bir tekniğin kullanımı ile genişletilmiş analiz tekniğinin sakıncalarının ortadan kaldırılması mümkündür. Kaptanoğlu ve Özok (2006)¹²⁸ tarafından yapılan çalışmada Chang (1996)'in genişletilmiş analiz tekniği ile bulunan bulanık sentetik derece değerlerinin sıralanması için Liou ve Wang (1992)'ın toplam integral tekniği kullanılmıştır. Yapılan çalışmada, Chang (1996)'in genişletilmiş analiz tekniği, Liou ve Wang (1992)'ın toplam integral tekniği kullanılacak ve klasik AHS'deki sıra değişim sorununun giderilmesi için Ramanathan (2006) tarafından önerilen VZAHS'den yola çıkılarak bulanık bir ikili karşılaştırma matrisinin görelî önem veya öncelik ağırlığının hesaplanmasında Bulanık VZAHS'nin kullanımı önerilecektir.

3.2.4. Liou ve Wang'ın Toplam İntegral Tekniği

Bulanık sayıların sıralanması karar verme faaliyetleri için oldukça önemli bir konudur. Çünkü bulanık sayılarla, belirsiz bir ortamda alternatiflerin değerlendirilmesi problemlerinde sıklıkla karşı karşıya kalınmaktadır. Liou ve Wang (1992)'ın sıralama için önerdikleri teknikte bulanık sayıların toplam integral değeri ile sıralanması söz konusudur. Kullanılan üyelik fonksiyonunun tipi veya normalliğine bakılmaksızın iki bulanık sayı ve daha fazlası eş zamanlı olarak sıralanabilmektedir.¹²⁹

¹²⁸ Dilek Kaptanoğlu – Ahmet Fahri Özok, “Akademik Performans Değerlendirmesi İçin Bir Bulanık Model”, **İTÜ Mühendislik Dergisi**, Cilt. 5, Sayı. 1, 2006..

¹²⁹ Tian Shy Liou – Mao Jiun Wang, “Ranking Fuzzy Numbers With Integral Value”, **Fuzzy Sets And Systems**, 50, 1992, ss. 247–255.

$f_{\tilde{M}}(x)$, \tilde{M} bulanık sayısının üyelik fonksiyonu, $f_{\tilde{M}}^L(x)$ sol üyelik fonksiyonu $f_{\tilde{M}}^R(x)$ sağ üyelik fonksiyonu, $g_{\tilde{M}}^L(y)$, $f_{\tilde{M}}^L(x)$ 'nin ters fonksiyonu ve $g_{\tilde{M}}^R(y)$, $f_{\tilde{M}}^R(x)$ 'nin ters fonksiyonu olmak üzere, \tilde{M} bulanık sayısının sol integral değeri (3.55) ve sağ integral değeri ise (3.56)'da gösterilmektedir.¹³⁰

$$I_L(\tilde{M}) = \int_0^1 g_{\tilde{M}}^L(y) dy \quad (3.55)$$

$$I_R(\tilde{M}) = \int_0^1 g_{\tilde{M}}^R(y) dy \quad (3.56)$$

Sol integral değeri kötümser bakış açısını, sağ integral değeri ise iyimser bakış açısını yansıtmak için kullanılmaktadır. Sağ ve sol integral değerlerinin dışbükey kombinasyonları bir iyimserlik indeksi doğrultusunda toplam integral değeri olarak adlandırılmaktadır. Buradan hareketle, α karar vericinin iyimserlik indeksini göstermek üzere toplam integral değeri (3.57)'de ifade edilmektedir.¹³¹

$$I_T^\alpha(\tilde{M}) = \alpha I_R(\tilde{M}) + (1 - \alpha) I_L(\tilde{M}) \quad (3.57)$$

$\alpha = 0$ olduğunda toplam integral değeri kötümser bir karar vericinin, $\alpha = 1$ olduğunda ise iyimser bir karar vericinin bakış açısını göstermektedir. İlimli bir karar vericiyi ifade etmek için ise $\alpha = 0.5$ değeri kullanılmaktadır. Bu durumda hesaplanacak olan integral değeri (3.58)'de gösterilmektedir.¹³²

$$I_T^{0.5}(\tilde{M}) = \frac{1}{2} [I_R(\tilde{M}) + I_L(\tilde{M})] \quad (3.58)$$

Toplam integral değeri $\tilde{M} = (l, m, u)$ gibi üçgen bir bulanık sayı için genelleştirilebilir. Sol ve sağ üyelik fonksiyonları ve tersleri (3.59) ve (3.60)'ta ifade edilmektedir.¹³³

¹³⁰ A.g.m., s. 250.

¹³¹ A.g.m., s. 249–250.

¹³² A.g.m., s. 250.

¹³³ A.g.m., s. 252.

$$f_{\tilde{M}}^L(x) = \frac{x-1}{m-1} \quad f_{\tilde{M}}^R(x) = \frac{x-u}{m-u} \quad (3.59)$$

$$g_{\tilde{M}}^L(y) = 1 + (m-1)y \quad g_{\tilde{M}}^R(y) = u + (m-u)y \quad (3.60)$$

$\alpha \in [0, 1]$ olmak üzere, sağ ve sol integral değerleri ve toplam integral değeri (3.61)'de gösterildiği gibi hesaplanmaktadır.^{134 135}

$$I_L(\tilde{M}) = \int_0^1 g_{\tilde{M}}^L(y) dy = \int_0^1 [1 + (m-1)y] dy = \frac{1}{2}(1+m)$$

$$I_R(\tilde{M}) = \int_0^1 g_{\tilde{M}}^R(y) dy = \int_0^1 [u + (m-u)y] dy = \frac{1}{2}(m+u)$$

$$I_T^\alpha(\tilde{M}) = \frac{1}{2}\alpha(m+u) + \frac{1}{2}(1-\alpha)(1+m) = \frac{1}{2}[\alpha u + m + (1-\alpha)1] \quad (3.61)$$

Herhangi iki üçgen bulanık sayı \tilde{M}_i ve \tilde{M}_j için yapılacak olan karşılaştırmada (3.62)'de verilen sonuçlar elde edilmektedir.¹³⁶

$$\begin{aligned} I_T^\alpha(\tilde{M}_i) < I_T^\alpha(\tilde{M}_j) & \text{ ise } \tilde{M}_i < \tilde{M}_j \\ I_T^\alpha(\tilde{M}_i) &= I_T^\alpha(\tilde{M}_j) \text{ ise } \tilde{M}_i = \tilde{M}_j \\ I_T^\alpha(\tilde{M}_i) > I_T^\alpha(\tilde{M}_j) & \text{ ise } \tilde{M}_i > \tilde{M}_j \end{aligned} \quad (3.62)$$

¹³⁴ A.g.m., s. 252.

¹³⁵ Kaptanoğlu – Özok, a.g.m., s. 198.

¹³⁶ Çiğdem Sofyaloğlu, “Bulanık Analitik Hiyerarşi Süreci İle Uygun Altı Sigma Metodolojisinin Seçimi”, *Celal Bayar Üniversitesi Yönetim Ve Ekonomi Dergisi*, C. 16, S. 2, 2009, s. 10.

3.2.5. Bulanık VZAHS (Veri Zarflama Analitik Hiyerarşi Süreci)

3.2.5.1. Klasik VZAHS

VZA ve AHS teknikleri kendi alanlarında oldukça etkili araçlardır. VZA karar birimlerinin görelî etkinlik ölçümü uygulamalarında, AHS ise çok kriterli karar problemlerinde niteliksel ve niceliksel kriterlerin bir arada bulunduğu durumlarda alternatiflerin sıralanmasında sıklıkla kullanılan tekniklerdir. Karşılaşılan bazı karmaşık problemde iki tekniğin kombinasyonu kullanılarak çözüme gidilebilmesi de mümkündür.¹³⁷

VZAHS ilk olarak Ramanathan (2006) tarafından geliştirilmiştir. Bu çözüm sürecinde, VZA, AHS içerisine gömülmeye çalışılmıştır. VZAHS tekniği verilen bir karar matrisinden VZA kullanılarak yerel ağırlıkların türetilmesini ve yerel ağırlıkların birleştirilerek genel (toplam) ağırlıklara ulaşılmasını sağlamaktadır.¹³⁸

Yaygın olarak kullanılmasına rağmen, literatürde AHS ile ilgili tekniğin uygulanabilirliğine sınırlamalar getiren bazı eksiklikler görülmüştür. AHS’de yapılacak olan değerlendirme sayısı, alternatif ve kriter sayısı arttıkça artmaktadır. Bu durum karar verici açısından oldukça sıkıcı ve çaba gerektiren bir durumdur. Sıra değiştirme sorunu, klasik AHS’de dikkat çeken bir sınırlamadır. Klasik AHS’de alternatiflerin sırası, probleme bir alternatifin eklenmesi veya problemde bir alternatifin çıkarılması ile bozulabilmektedir. Örneğin A_1 , A_2 ve A_3 alternatiflerinin bulunduğu bir çok kriterli karar sürecine A_4 alternatifinin eklenmesi veya A_1 , A_2 ve A_3 alternatiflerinden birinin karar sürecinden çıkarılması durumunda yapılan sıralamanın değişmesi olasılığı ortaya çıkmaktadır. Klasik AHS için yapılacak olan bazı değişiklikler ile sıra değiştirme problemi ortadan kaldırılabilir.¹³⁹ Ramanathan (2006) sıra değiştirme sorununun çözümü için AHS’de yerel ağırlıkların belirlenmesinde VZA’nın kullanımını önermektedir.

VZA’da etkinlik ölçümlerinin yapılabilmesi için girdilere ve çıktılara gereksinim duyulmaktadır. VZAHS tekniğinde karar matrisindeki her satır bir karar birimi ve her

¹³⁷ Ramakrishnan Ramanathan, “Data Envelopment Analysis For Weight Derivation And Aggregation In The Analytic Hierarchy Process”, **Computers & Operations Research**, Vol. 33, 2006, s. 1294.

¹³⁸ Mehmet Sevkli, et al., “ An Application Of Data Envelopment Analytic Hierarchy Process For Supplier Selection: A Case Study Of BEKO In Turkey”, **International Journal Of Production Research**, Vol. 45, No. 9, 2007, ss. 1973–2003, s. 1979.

¹³⁹ Ramanathan, a.g.m., s. 1294.

sütun da bir çıktı olarak belirlenmektedir. $n \times n$ boyutunda olan bir karar matrisinde n sayıda karar birimi ve n sayıda çıktı bulunmaktadır. Karar matrisinde çıktı olarak atanan değerler çıktıların sahip olduğu karakteristik özellikleri taşımaktadır. Yani, sayısal değeri daha yüksek olan bir eleman, değeri daha düşük olana göre daha iyi performans göstermiş olarak değerlendirilmektedir. VZA hesaplamaları sadece çıktı verileri kullanılarak yapılamayacağından aynı zamanda en az bir adet girdiye gereksinim duyulmaktadır. Bu nedenle, tüm karar birimleri için “1” değerine sahip olan bir kukla girdi modele eklenmektedir.¹⁴⁰

Her karar birimi için, değeri “1” olan tek bir girdi ile n sayıda çıktı üreten n adet karar biriminin göreceli etkinlik değerleri VZA tekniği ile hesaplanmaktadır. Hesaplanan etkinlik değerleri, ilgili karar biriminin yerel ağırlığı olarak adlandırılmaktadır. Klasik bir AHS ve VZAHS karar matrisleri arasındaki ilişki Tablo 3.10’da gösterilmektedir.¹⁴¹

Ramanathan (2006) VZA’nın tutarlı bir karar matrisi için doğru ağırlıkları uygun bir şekilde hesapladığını kanıtlamıştır.¹⁴²

Tablo 3.11’de örnek bir karar matrisi verilmiştir. Klasik AHS ile hesaplanan ağırlıklar ile VZAHS ile hesaplanan ağırlıklar karşılaştırıldığında farklı değerler aldıkları görülmektedir. Bu farklılık tekniklerin dayandığı varsayımlardan kaynaklanmaktadır. Verilen karar matrisinde kriterler amaca bağlı olarak değerlendirilmiştir. Tablo 3.11’de kriterlerin dört çıktı cinsinden performansları gösterilmektedir. Yerel ağırlıkların hesaplanmasında kullanılan VZA modellerine örnek olarak C_1 kriteri için kurulan model (3.62)’de verilmiştir. Modelin optimum çözümü ile C_1 kriterinin yerel ağırlığı elde edilmektedir. Diğer kriterlerin yerel ağırlıklarına ulaşabilmek için (3.63)’te verilen modele benzer, yalnız amaç fonksiyonunun değişikliğe uğradığı VZA modellerinin kurulması gerekmektedir.¹⁴³

¹⁴⁰ A.g.m., s. 1295.

¹⁴¹ Ergün Eroğlu – Fatma Lorcü, “Veri Zarflama Analitik Hiyerarşi Prosesi (VZAHP) İle Sayısal Karar Verme”, **İstanbul Üniversitesi İşletme Fakültesi Dergisi**, C. 36, S. 2, 2007, s. 37.

¹⁴² Şevkli et al., a.g.m., s. 1980.

¹⁴³ Ramanathan, a.g.m., s. 1297.

Tablo 3. 10: AHS ve VZAHS Karar Matrisleri

(Kaynak: Ergün Eroğlu - Fatma Lorcü, “Veri Zarflama Analitik Hiyerarşi Prosesi (VZAHP) İle Sayısal Karar Verme”, İstanbul Üniversitesi İşletme Fakültesi Dergisi, C. 36, S. 2, 2007, s. 36.)

	1. Kriter	2. Kriter	3. Kriter	n. Kriter
1. Alternatif	1	a_{12}	a_{13}	a_{1n}
2. Alternatif	$1/a_{12}$	1	a_{23}	a_{2n}
3. Alternatif	$1/a_{13}$	$1/a_{23}$	1	a_{3n}
.....	1
n. Alternatif	$1/a_{n1}$	$1/a_{n2}$	$1/a_{n3}$	1



	1. Çıktı	2. Çıktı	3. Çıktı	n. Çıktı	Kukla Girdi
1. Karar Birimi	1	a_{12}	a_{13}	a_{1n}	1
2. Karar Birimi	$1/a_{12}$	1	a_{23}	a_{2n}	1
3. Karar Birimi	$1/a_{13}$	$1/a_{23}$	1	a_{3n}	1
.....	1	1
n. Karar Birimi	$1/a_{n1}$	$1/a_{n2}$	$1/a_{n3}$	1	1

Tablo 3. 11: Örnek Karar Matrisi

(Kaynak: Ramakrishnan Ramanathan, “Data Envelopment Anaysis For Weight Derivation And Aggregation In The Analytic Hierarchy Process”, Computers & Operations Research, Vol. 33, 2006, s. 1297.)

Karar Birimi	Çıktı 1	Çıktı 2	Çıktı 3	Çıktı 4	Kukla Girdi	Klasik AHS	VZA Etkinliği
C ₁	1	1	4	5	1	1	1
C ₂	1	1	5	3	1	0.985	1
C ₃	1/4	1/5	1	3	1	0.319	0.6
C ₄	1/5	1/3	1/3	1	1	0.195	0.333

$$Z = u_{11} + u_{12} + 4u_{13} + 5u_{14} \rightarrow \text{Maksimum}$$

$$v_{11} = 1$$

$$u_{11} + u_{12} + 4u_{13} + 5u_{14} - v_{11} \leq 0$$

$$u_{11} + u_{12} + 5u_{13} + 3u_{14} - v_{11} \leq 0$$

$$1/4u_{11} + 1/5u_{12} + u_{13} + 3u_{14} - v_{11} \leq 0$$

$$1/5u_{11} + 1/3u_{12} + 1/3u_{13} + u_{14} - v_{11} \leq 0$$

$$u_{11}, u_{12}, u_{13}, u_{14}, v_{11} \geq 0 \quad (3.63)$$

Değerlendirmeden bir alternatif çıkarıldığında geriye kalan alternatifler arasındaki sıralama, asıl sıralama ile eşdeğer olmalıdır. Fakat geleneksel AHS tekniğinin bu kuralı sağlamadığı literatürde tartışılmaktadır. Ramanathan (2006) sıra değiştirme sorunun çözümü için VZAHS tekniğinin kullanılmasını önermektedir. VZA ile sıra değiştirme sorunun ortadan kaldırılması doğrusal programlama modelinin bazı varsayımlarından hareketle açıklanabilir.

Genel VZA formülasyonunda eğer elenecek olan alternatif etkin bir karar birimi değilse, yeni sıralama tekrar en iyi değere sahip olan alternatife bağlı olarak yapılacağından alternatiflerin sırası değişmeyecektir. Karar birimlerinin etkinlik değerlerinin bulunması için VZA tekniği uygulandığında etkin olmayan bir karar biriminin orijinal karar birimleri kümesinden çıkarılması durumunda karar birimlerinin görelî sıralaması aynı kalacaktır.¹⁴⁴

Doğrusal programlama modeli, u_r ve v_i değişkenlerinin uygun değerlerini amaç fonksiyonunu maksimize edecek şekilde seçmektedir. Amaç fonksiyonunun değeri etkin karar birimleri için “1” dir, etkin olmayan karar birimleri için ise daha düşüktür. $u_{rk} Y_{ik} - v_{ik} X_{ik} \leq 0$ kısıtlayıcısı değerlendirildiğinde, n sayıda kısıtlayıcının bulunduğu bir karar sürecinde etkin olmayan karar birimleri ile ilgili olan kısıtlayıcılar tam olarak

¹⁴⁴ A.g.m., s. 1302.

doyurulmamaktadır. Eğer bir karar birimi için ilgili kısıtlayıcı tam olarak sağlanıyorsa k'ncü karar birimi için belirlenen kısıtlayıcı $u_{rk} Y_{ik} - v_{ik} X_{ik} = 0$ olacaktır. k'ncü karar birimi için kurulan VZA modelinin çözümü ile karar biriminin etkin olduğu anlamına gelen "1" etkinlik değerine ulaşılacaktır.¹⁴⁵

Doğrusal programlama problemlerinin çözümünde tam olarak doyurulmayan bir kısıtlayıcının modele eklenmesi veya modelden çıkarılması amaç fonksiyonunun değerini değiştirmemektedir. Bu durumda etkin olmayan bir karar biriminin, orijinal karar birimleri kümesinden çıkarılması veya kümeye eklenmesi ile etkinlik değerlerinde ve karar birimlerinin görelî sıralamalarında herhangi bir değişiklik olmayacaktır. Eğer karar sürecinden çıkarılacak olan alternatif karar kümesindeki en iyi değere sahip ise, kalan alternatiflerin sırası değişebilir. Etkin karar birimleri için tamamen sağlanan bir kısıtlayıcının doğrusal programlama modelinden çıkarılması ile optimum çözümde amaç fonksiyonunun değeri değişmektedir. Dolayısıyla çıkarılan en iyi görelî ağırlığa sahip alternatiften sonraki en iyi alternatif bulunarak yeni VZA etkinlik değerleri hesaplanacaktır.¹⁴⁶

3.2.5.2. Bulanık VZAHS

Chang (1996)'in geliştirdiği ve üçgen bulanık sayıların büyüklüklerine göre sıralandığı Bulanık AHS tekniğinin uygulanmasında literatürde tartışılan bir takım sınırlamalar bulunmaktadır. Yapılan çalışmanın bu bölümünde söz konusu sınırlamaların ortadan kaldırılabilmesi için bir yaklaşım önerisi getirilmeye çalışılacaktır. Klasik AHS'de ortaya çıkan sıra değiştirme sorununun çözümü için Ramanathan (2006) tarafından VZAHS tekniği geliştirilmiştir. Bulanık AHS'de karşılaşılan problemlerin çözümünde kullanılmak üzere VZAHS yaklaşımından hareketle, Bulanık VZA modellerinin kurulması ve çözüm sonuçlarının bulanık karar matrisi elemanlarının yerel ağırlıkları olarak belirlenmesi önerilecektir.

Chang (1996)'in genişletilmiş analiz tekniğinde bulanık bir ikili karşılaştırma matrisinin yerel ağırlıklarının hesaplanmasında bazı sorunlar ortaya çıkmaktadır. Öncelik vektöründe hesaplanan değerler arasında sıfır bulunabildiğinden bazı alternatifler, ilgili

¹⁴⁵ A.g.m., s. 1302–1303.

¹⁴⁶ A.g.m., s. 1303.

kriterler açısından hiç değerlendirilmemektedir. Bu durumda, sıralamalarda bir takım aksaklıklar meydana gelebilmektedir. Bir alternatifin herhangi bir kritere göre önceliği sıfır değerini aldığı anda, değerlendirme sürecinde söz konusu alternatif için yapılan sözel değerlendirmenin karar sürecine hiçbir etkisi olmamaktadır. Böylece, alternatifler arasında küçük farklılıklar olduğunda sıralamayı değiştirebilecek olan değerler göz ardı edilmektedir.

Bulanık VZAHS tekniği, Bulanık AHS ve Bulanık VZA tekniklerinin bileşiminden oluşmaktadır. Bulanık bir AHS karar sürecinde, Bulanık VZA kullanılarak yerel ağırlıkların belirlenmesi sağlanmaktadır.

VZA tekniğinde; karar sürecinde, gözlem kümesi içerisinde bulunan karar birimlerinin görelî etkinlik değerleri ölçülmektedir. VZA'nın varsayımları göz önüne alındığında, herhangi bir girdi ve çıktı değerine sahip olan bir karar birimi için mutlaka bir etkinlik değeri hesaplanmaktadır. Değerlendirme sürecine az da olsa katkısı olan bir karar biriminin etkinlik değeri sıfıra yakın olabilir fakat sıfır değeri alması söz konusu değildir. Bu nedenle VZA'nın varsayımları AHS'ye de AHS'deki bulanıklık kavramının doğasına da ters düşmemektedir. Dolayısıyla yerel ağırlıkların belirlenmesinde Bulanık VZA'nın kullanımını öncelik vektöründe sıfır değerinin yer almasını önleyecek ve bu durumdan kaynaklanabilecek sorunların aşılmasını sağlayacaktır. Bulanık AHS'de üçgen bulanık sayılar kullanılarak değerlendirme yapılmaktadır. Bu nedenle bulanık karar matrisi için kurulacak olan Bulanık VZA modelinin buna uygun olması gerekmektedir. Bulanık VZA modeli aynı zamanda bir bulanık doğrusal programlama modelidir. Karar matrislerinin köşegen elemanları ve aynı derecede öneme sahip elemanları hariç tüm elemanları üçgen bulanık sayılardan oluşmaktadır. Bulanık doğrusal programlama modelleri kurulurken, karar sürecinde kesin sayılar bulunuyorsa, bu sayılar da bulanık sayı cinsinden ifade edilebileceğinden tüm karar matrisinin bulanık sayılardan oluştuğu varsayılabilir. Dolayısıyla, kurulacak olan bulanık doğrusal VZA modelinin tüm girdi ve çıktıları bulanıktır. Tüm elemanları bulanık olan bir doğrusal programlama modeli α -kesimleri yardımıyla çözümlenmektedir. Bu kriterlere uygun tek bir etkinlik değeri ile optimum çözümün bulunabileceği uygun bir model olan Saati, Memariani ve Johanshahloo (2002) Bulanık VZA modeli kullanılacaktır. Bulanık AHS alternatiflerin sıralanması için kullanıldığından tüm karar matrislerinin aynı Bulanık VZA modeli ile değerlendirilmesi gerekmektedir. Modellerin çözümünde kullanılacak olan α değerinin seçimi karar vericiye bırakılmaktadır.

Fakat her bulanık ikili karşılaştırma matrisi için aynı α değerinin kullanılması gerekmektedir.

Saati, Memariani ve Johanshaloo (2002) Bulanık VZA modelinde, üçgen bulanık sayılardan oluşan girdi ve çıktı değerlerine sahip olan karar birimlerinin göreceli etkinlik değerleri ölçülmektedir. Öncelikle, girdi ve çıktı verileri için α -kesim aralıkları oluşturulmakta ve girdi ve çıktı değerleri için alt ve üst sınır aralıkları belirlenmektedir.

Bulanık AHS'de yapılan sözel değerlendirmelerin α -kesim aralıklarının belirlenmesi için üçgen bulanık sayılarda yapılan α -kesim işlemleri kullanılmalıdır. Yapılan α -kesim işlemleri (3.64) – (3.79) ve yapılan işlemler sonucunda bulunan bulanık önem dereceleri ve önem derecelerinin eşleniklerinin α -kesim aralıkları Tablo 3.12'de gösterilmektedir.

Ara Değer : (1, 2, 3)

$$\mu(x; 1, 2, 3) = \begin{cases} 1 \leq x \leq 2 & x - 1 \\ 2 \leq x \leq 3 & 3 - x \\ x > 3 \text{ veya } x < 1 & 0 \end{cases}$$

$$(1, 2, 3)_\alpha = [1 + \alpha, 3 - \alpha] \quad (3.64)$$

Ara Değer Eşleniği: (1/3, 1/2, 1)

$$\mu(x; 1/3, 1/2, 1) = \begin{cases} 1/3 \leq x \leq 1/2 & 6x - 2 \\ 1/2 \leq x \leq 1 & 2 - 2x \\ x > 1 \text{ veya } x < 1/3 & 0 \end{cases}$$

$$(1/3, 1/2, 1)_\alpha = \left[\frac{1}{3} + \frac{\alpha}{6}, 1 - \frac{\alpha}{2} \right] \quad (3.65)$$

Biraz Daha Fazla Önemli: (2, 3, 4)

$$\mu(x; 2, 3, 4) = \begin{cases} 2 \leq x \leq 3 & x - 2 \\ 3 \leq x \leq 4 & 4 - x \\ x > 4 \text{ veya } x < 2 & 0 \end{cases}$$

$$(2, 3, 4)_\alpha = [2 + \alpha, 4 - \alpha] \quad (3.66)$$

Biraz Daha Fazla Önemli Eşleniği: (1/4, 1/3, 1/2)

$$\mu(x; 1/4, 1/3, 1/2) = \begin{cases} 1/4 \leq x \leq 1/3 & 12x - 3 \\ 1/3 \leq x \leq 1/2 & 3 - 6x \\ x > 1/2 \text{ veya } x < 1/4 & 0 \end{cases}$$

$$(1/4, 1/3, 1/2)_\alpha = \left[\frac{1}{4} + \frac{\alpha}{12}, \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{6} \right] \quad (3.67)$$

Ara Değer : (3, 4, 5)

$$\mu(x; 3, 4, 5) = \begin{cases} 3 \leq x \leq 4 & x - 3 \\ 4 \leq x \leq 5 & 5 - x \\ x > 5 \text{ veya } x < 3 & 0 \end{cases}$$

$$(3, 4, 5)_\alpha = [3 + \alpha, 5 - \alpha] \quad (3.68)$$

Ara Değer Eşleniği: (1/5, 1/4, 1/3)

$$\mu(x; 1/5, 1/4, 1/3) = \begin{cases} 1/5 \leq x \leq 1/4 & 20x - 4 \\ 1/4 \leq x \leq 1/3 & 4 - 12x \\ x > 1/3 \text{ veya } x < 1/5 & 0 \end{cases}$$

$$(1/5, 1/4, 1/3)_\alpha = \left[\frac{1}{5} + \frac{\alpha}{20}, \frac{1}{3} - \frac{\alpha}{12} \right] \quad (3.69)$$

Güçlü Derecede Önemli: (4, 5, 6)

$$\mu(x; 4, 5, 6) = \begin{cases} 4 \leq x \leq 5 & x - 4 \\ 5 \leq x \leq 6 & 6 - x \\ x > 6 \text{ veya } x < 4 & 0 \end{cases}$$

$$(4, 5, 6)_\alpha = [4 + \alpha, 6 - \alpha]$$

(3.70)

Güçlü Derecede Önemli Eşleniği: (1/6, 1/5, 1/4)

$$\mu(x; 1/6, 1/5, 1/4) = \begin{cases} 1/6 \leq x \leq 1/5 & 30x - 5 \\ 1/5 \leq x \leq 1/4 & 5 - 20x \\ x > 1/4 \text{ veya } x < 1/6 & 0 \end{cases}$$

$$(1/6, 1/5, 1/4)_\alpha = \left[\frac{1}{6} + \frac{\alpha}{30}, \frac{1}{4} - \frac{\alpha}{20} \right]$$

(3.71)

Ara Değer: (5, 6, 7)

$$\mu(x; 5, 6, 7) = \begin{cases} 5 \leq x \leq 6 & x - 5 \\ 6 \leq x \leq 7 & 7 - x \\ x > 7 \text{ veya } x < 5 & 0 \end{cases}$$

$$(5, 6, 7)_\alpha = [5 + \alpha, 7 - \alpha]$$

(3.72)

Ara Değer Eşleniği: (1/7, 1/6, 1/5)

$$\mu(x; 1/7, 1/6, 1/5) = \begin{cases} 1/7 \leq x \leq 1/6 & 42x - 6 \\ 1/6 \leq x \leq 1/5 & 6 - 30x \\ x > 1/5 \text{ veya } x < 1/7 & 0 \end{cases}$$

$$(1/7, 1/6, 1/5)_\alpha = \left[\frac{1}{7} + \frac{\alpha}{42}, \frac{1}{5} - \frac{\alpha}{30} \right]$$

(3.73)

Çok Güçlü Derecede Önemli: (6, 7, 8)

$$\mu(x; 6, 7, 8) = \begin{cases} 6 \leq x \leq 7 & x - 6 \\ 7 \leq x \leq 8 & 8 - x \\ x > 8 \text{ veya } x < 6 & 0 \end{cases}$$

$$(6, 7, 8)_\alpha = [6 + \alpha, 8 - \alpha]$$

(3.74)

Çok Güçlü Derecede Önemli Eşleniği: (1/8, 1/7, 1/6)

$$\mu(x; 1/8, 1/7, 1/6) = \begin{cases} 1/8 \leq x \leq 1/7 & 56x - 7 \\ 1/7 \leq x \leq 1/6 & 7 - 42x \\ x > 1/6 \text{ veya } x < 1/8 & 0 \end{cases}$$

$$(1/8, 1/7, 1/6)_\alpha = \left[\frac{1}{8} + \frac{\alpha}{56}, \frac{1}{6} - \frac{\alpha}{42} \right]$$

(3.75)

Ara Değer: (7, 8, 9)

$$\mu(x; 7, 8, 9) = \begin{cases} 7 \leq x \leq 8 & x - 7 \\ 8 \leq x \leq 9 & 9 - x \\ x > 9 \text{ veya } x < 7 & 0 \end{cases}$$

$$(7, 8, 9)_\alpha = [7 + \alpha, 9 - \alpha]$$

(3.76)

Ara Değer Eşleniği: (1/9, 1/8, 1/7)

$$\mu(x; 1/9, 1/8, 1/7) = \begin{cases} 1/9 \leq x \leq 1/8 & 72x - 8 \\ 1/8 \leq x \leq 1/7 & 8 - 56x \\ x > 1/7 \text{ veya } x < 1/9 & 0 \end{cases}$$

$$(1/9, 1/8, 1/7)_\alpha = \left[\frac{1}{9} + \frac{\alpha}{72}, \frac{1}{7} - \frac{\alpha}{56} \right]$$

(3.77)

Aşırı Derecede Önemli: (8, 9, 10)

$$\mu(x; 8, 9, 10) = \begin{cases} 8 \leq x \leq 9 & x - 8 \\ 9 \leq x \leq 10 & 10 - x \\ x > 10 \text{ veya } x < 8 & 0 \end{cases}$$

$$(8, 9, 10)_\alpha = [8 + \alpha, 10 - \alpha]$$

(3.78)

Aşırı Derecede Önemli Eşleniği: (1/10, 1/9, 1/8)

$$\mu(x; 1/10, 1/9, 1/8) = \begin{cases} 1/10 \leq x \leq 1/9 & 90x - 9 \\ 1/9 \leq x \leq 1/8 & 9 - 72x \\ x > 1/8 \text{ veya } x < 1/10 & 0 \end{cases}$$

$$(1/10, 1/9, 1/8)_\alpha = \left[\frac{1}{10} + \frac{\alpha}{90}, \frac{1}{8} - \frac{\alpha}{72} \right]$$

(3.79)

Bulanık AHS’de yapılan değerlendirmeler çıktı karakteri taşımaktadır. Üçgen bulanık sayılar ile belirlenen tercihler için yapılan, sayısal değeri daha yüksek olan bir değerlendirme, değeri daha düşük olana göre daha etkin olarak tanımlanabilmektedir. Bu nedenle, Bulanık AHS’de bulanık karar matrisindeki her satır bir karar birimi ve her sütun da çıktı olarak düşünülebilmektedir. Bulanık VZA modeli de girdi verileri olmadan çözülemeyeceğinden tüm karar birimleri için (1, 1, 1) üçgen bulanık sayısı kukla girdi olarak atanacaktır.

Tablo 3. 12: Bulanık Önem Dereceleri ve α -Kesim Aralıkları

İkili Karşılaştırma Tercihleri	Önem Derecesi	α -Kesim Aralığı	Önem Derecesinin Eşleniği	α -Kesim Aralığı
Eşit Derecede Önemli	(1, 1, 1)	[1, 1]	(1, 1, 1)	[1, 1]
Ara Değer	(1, 2, 3)	[1 + α , 3 - α]	(1/3, 1/2, 1)	$\left[\frac{1}{3} + \frac{\alpha}{6}, 1 - \frac{\alpha}{2} \right]$
Biraz Daha Fazla Önemli	(2, 3, 4)	[2 + α , 4 - α]	(1/4, 1/3, 1/2)	$\left[\frac{1}{4} + \frac{\alpha}{12}, \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{6} \right]$
Ara Değer	(3, 4, 5)	[3 + α , 5 - α]	(1/5, 1/4, 1/3)	$\left[\frac{1}{5} + \frac{\alpha}{20}, \frac{1}{3} - \frac{\alpha}{12} \right]$
Güçlü Derecede Önemli	(4, 5, 6)	[4 + α , 6 - α]	(1/6, 1/5, 1/4)	$\left[\frac{1}{6} + \frac{\alpha}{30}, \frac{1}{4} - \frac{\alpha}{20} \right]$
Ara Değer	(5, 6, 7)	[5 + α , 7 - α]	(1/7, 1/6, 1/5)	$\left[\frac{1}{7} + \frac{\alpha}{42}, \frac{1}{5} - \frac{\alpha}{30} \right]$
Çok Güçlü Derecede Önemli	(6, 7, 8)	[6 + α , 8 - α]	(1/8, 1/7, 1/6)	$\left[\frac{1}{8} + \frac{\alpha}{56}, \frac{1}{6} - \frac{\alpha}{42} \right]$
Ara Değer	(7, 8, 9)	[7 + α , 9 - α]	(1/9, 1/8, 1/7)	$\left[\frac{1}{9} + \frac{\alpha}{72}, \frac{1}{7} - \frac{\alpha}{56} \right]$
Aşırı Derecede Önemli	(8, 9, 10)	[8 + α , 10 - α]	(1/10, 1/9, 1/8)	$\left[\frac{1}{10} + \frac{\alpha}{90}, \frac{1}{8} - \frac{\alpha}{72} \right]$

3.2.5.2.1. Bulanık VZAHS'nin Uygulanması

Bulanık VZAHS tekniği uygulanırken, klasik AHS uygulanırken izlenen aşamalar takip edilmektedir. İkili karşılaştırma matrislerinin oluşturulmasında bulanık sayılar kullanıldığından önem veya öncelik ağırlıklarının hesaplanmasında izlenen yol farklılaşmaktadır. Bulanık VZAHS'de bulanık ikili karşılaştırma matrisleri oluşturulduktan sonra Tablo 3.12'de verilen önem derecelerinin ve eşleniklerinin α -kesim aralıkları kullanılarak, yapılan ikili karşılaştırmalar karar birimi, çıktı ve girdi cinsinden ifade edilmektedir. Bulanık bir ikili karşılaştırma matrisinin bulanık VZAHS uygulanabilmesi için gösterdiği değişim Tablo 3.13'te ifade edilmektedir.

Tablo 3. 13: Bulanık VZAHS’de Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisinin Değişimi

	1. Kriter/Alternatif	2. Kriter/Alternatif	n. Kriter/Alternatif
1. Kriter/Alternatif	\tilde{a}_{11}	\tilde{a}_{12}	\tilde{a}_{1n}
2. Kriter/Alternatif	\tilde{a}_{21}	\tilde{a}_{22}	\tilde{a}_{2n}
.....
n. Kriter/Alternatif	\tilde{a}_{n1}	\tilde{a}_{n2}	\tilde{a}_{n1}



	1. Çıktı	2. Çıktı	n. Çıktı	Kukla Girdi
1. Karar Birimi	(1, 1, 1)	(l_{12}, m_{12}, u_{12})	(l_{1n}, m_{1n}, u_{1n})	(1, 1, 1)
2. Karar Birimi	(l_{21}, m_{21}, u_{21})	(1, 1, 1)		(l_{2n}, m_{2n}, u_{2n})	(1, 1, 1)
.....	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)
n. Karar Birimi	(l_{n1}, m_{n1}, u_{n1})	(l_{n2}, m_{n2}, u_{n2})	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)



	1. Çıktı	2. Çıktı	n. Çıktı	Kukla Girdi
1. Karar Birimi	[1, 1]	$[(\tilde{a}_{12})_{\alpha}^L, (\tilde{a}_{12})_{\alpha}^U]$		$[(\tilde{a}_{1n})_{\alpha}^L, (\tilde{a}_{1n})_{\alpha}^U]$	[1, 1]
2. Karar Birimi	$[(\tilde{a}_{21})_{\alpha}^L, (\tilde{a}_{21})_{\alpha}^U]$	[1, 1]		$[(\tilde{a}_{2n})_{\alpha}^L, (\tilde{a}_{2n})_{\alpha}^U]$	[1, 1]
.....	[1, 1]	[1, 1]
n. Karar Birimi	$[(\tilde{a}_{n1})_{\alpha}^L, (\tilde{a}_{n1})_{\alpha}^U]$	$[(\tilde{a}_{n2})_{\alpha}^L, (\tilde{a}_{n2})_{\alpha}^U]$	[1, 1]	[1, 1]

Tablo 3.13’de gösterildiği gibi çıktı ve girdilerin α -kesim aralıkları tanımlandıktan sonra, karar vericinin belirleyeceği bir α seviyesinde, her bir karar birimi için yalnızca amaç fonksiyonunun değiştirilmesi ile bulanık VZA modelleri kurularak çözülmekte ve her bir karar birimi için bulunan etkinlik değerleri söz konusu kriter veya alternatifin göreceli ağırlığı olarak belirlenmektedir. Daha sonra bulunan değerler normalize edilerek normalize edilmiş önem veya öncelik ağırlıklarına ulaşılmaktadır. Son aşamada ise, bulunan öncelik ağırlıkları, ilgili kriter veya alt kriterin önem ağırlıkları ile birleştirilerek her bir alternatif için genel göreceli öncelik ağırlıkları belirlenmekte ve alternatifler sıralanmaktadır. En yüksek göreceli öncelik ağırlığına sahip olan alternatif, en iyi performans gösteren alternatif olarak belirlenmektedir.

IV. BÖLÜM

ÇOK KRİTERLİ KARAR PROBLEMLERİNİN ÇÖZÜMÜNDE BULANIK TOPSIS VE BULANIK AHS'NİN UYGULANMASI

1. BULANIK TOPSIS İLE SATIŞ ELEMANI ADAYLARININ DEĞERLENDİRİLMESİ

1.1. Çalışmanın Amacı

Üst, orta ve alt konsept seviyelerinde 20 adet satış mağazası bulunan bir işletmenin satış elemanı adaylarının değerlendirilmesinde bulanık TOPSIS algoritmasının uygulanması ile ilgili yapılan çalışmanın amacı, bir çok kriterli grup karar verme tekniği olan bulanık TOPSIS algoritmasının satış elemanı değerlendirme sürecine uygunluğunun araştırılması ve üçgen veya yamuk bulanık sayıların kullanımının hangi sonuçları doğurabileceğinin değerlendirilmesidir. Ayrıca, sıra korelasyon katsayılarının hesaplanması ile, tamamen sözel değerlendirmelerden oluşan bir süreçte farklı karar vericilerin kararlarının aynı doğrultuda olup olmadığı tespit edilmeye çalışılacaktır. Yapılan çalışma ile işletmenin üst seviye konsept mağazalarında çalışmak üzere başvuran satış elemanı adaylarının belirlenen kriterlere göre değerlendirilmesi, bulanık TOPSIS algoritmasında grup kararı verilirken üçgen veya yamuk bulanık sayıların kullanılmasının avantaj ve dezavantajlarının ortaya konması ve karar vericilerin değerlendirmelerinin doğrultusunun tespit edilmesi amaçlanmaktadır.

1.2. Çalışmanın Kapsamı

Çalışma kapsamında, Bursa, İstanbul, Ankara, İzmir ve Antalya illerinde 20 adet satış mağazası bulunan bir işletmenin üst seviye konsept mağazalarında çalışmak üzere başvuran 34 satış elemanı adayının değerlendirme süreci incelenecektir.

İşletmelerin satış faaliyetlerine aktif olarak katılan tüm elemanlar işletmelerin satış gücünü oluşturmaktadır. Satış gücünün etkili olmasında kişisel satış işlemi ağırlık kazanmaktadır. İşletmelerin pazarlama faaliyetlerinde, özellikle de mağazacılık

sektöründe, kullanılan en önemli tutundurma araçlarından biri kişisel satıştır. Bu nedenle, kişisel satışı gerçekleştiren satış elemanları çalıştıkları mağazaların mal satışlarının miktarında çok önemli rol oynamaktadırlar. Satış elemanları, mal veya hizmetin sunumu, tüketicinin istek ve gereksinimlerine cevap verme, tutum ve davranışları açısından çok dikkatli davranmalı, satış işlemini gerçekleştirirken de işletmenin satış politikalarına ters düşmemelidir.¹

İşletmelerin pazardaki temsilcisi ve tutundurma aracı olan satış elemanları, söz konusu rollerini ve işlevlerini yerine getirecek niteliklerden yoksun olduklarında veya satış elemanlarının sayısı mevcut iş temposunu kaldıracak yeterliliğe sahip olmadığında, işletme satış faaliyetleri bakımından istenen performansı sergileyemeyecektir. İşletme satış gücünü oluştururken işe yeni alınacak olan satış elemanlarının sayı ve nitelik bakımından yeterli olmalarına dikkat etmelidir. İşletmelerin kendileri için uygun nitelikleri taşıyan satış elemanlarını bulmaları büyük önem taşımaktadır. İşletme yöneticilerinin, uygun satış elemanların bulunması problemini çözebilmek için, konuyu aşama aşama ele almaları gerekmektedir.²

Satış elemanları, bir işletmenin en pahalı beşeri sermayelerindedir. Eleman seçiminde yapılabilecek olan hatalar, sadece performans kaybına değil, işletmenin bazı fırsatları kaçırmasına ve en önemlisi de işletme kaynaklarının etkin olmayan bir şekilde kullanılmasına neden olabilmektedir. Dolayısıyla satış faaliyetlerinde çalışacak olan satış elemanlarının seçimine daha fazla özen gösterilmesi gerekmektedir. Satış elemanı seçimi bir süreçtir. Satış elemanı seçim süreci aşağıda verilen aşamalardan oluşmaktadır.³

1. Satış görevlerinin analizi
2. Satış elemanlarının niteliklerinin belirlenmesi
3. İş başvurularının değerlendirilmesi ve eleman seçimi
4. Seçilen elemanların işe alınması
5. Satış elemanlarının eğitimi

¹ Erdoğan Gavcar – Savaş Tavşancı, Pazarlama İşletmelerinde Satış Elemanlarının İş Memnuniyeti Ve Sorunları, **Celal Bayar Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi**, C. 11, S. 1, 2004, ss. 83–90, s. 84.

² Ahmet H. İslamoğlu – R. Altunışık, **Satış Ve Satış Yönetimi**, Sakarya Yayıncılık, Sakarya, 2007, s. 185.

³ A.g.e., s. 185.

Satış görevlerinin analizi aşamasında, öncelikle satış çalışmalarıyla ilgili görevlerin sınıflandırması yapılır. Daha sonra bu görevler için yapılacak işler belirlenir ve eleman gereksinimi ortaya konur.⁴

Satış elemanlarının seçiminde, satış elemanlarının taşıması gereken özellikler her işletme için farklı olabilir. İşletme yöneticileri seçim sürecinde, işletmenin satış amaçlarını, satış gücünün yapısını, işletmenin sosyal yapısını, müşterileri ve yıllık hedefleri göz önünde bulundurarak satış elemanlarında bulunması gereken kriterleri belirlemelidir. Satış yöneticisi, işletmenin belirlemiş olduğu pazarlama ve satış politikalarını öncelikle dikkate almalıdır. Satış hacminin ve pazar payının hızla artırılması planlanıyorsa, satış elemanı adaylarında aranacak özellikler farklı, müşteri ilişkilerini geliştirmek, mevcut müşteri memnuniyetini yükselterek sadakat düzeyi artırılmak isteniyorsa satış elemanlarında aranacak özellikler farklı olacaktır. Satış elemanlarının seçiminde satış gücü ekibinin yapısı da dikkate alınmalıdır. Deneyim seviyesi, eğitim, yaş, gibi özellikler değerlendirilerek mevcut yapıya uyum sağlayabilecek özelliklere uygun satış elemanı seçmeye özen gösterilmelidir. Ayrıca, satış gücünün sosyal özellikleri de dikkate alınmalıdır. Satış gücünün entelektüellik düzeyinin satış elemanlarının seçiminde etkili olup olamayacağı araştırılmalıdır. İşletmelerin müşterilerinin özellikleri de satış elemanı seçiminde önemli rol oynayabilir. Müşterilerin demografik, kültürel, sosyal özelliklerine uyum sağlayıp onlarla kolay iletişim kurabilecek birine gereksinim duyulup duyulmadığı açıkça belirlenmelidir. İşletmenin yıllık hedefi de göz önünde bulundurulması gereken bir unsurdur. Satış hacmi, müşteri sayısındaki artış, müşterilerin ziyaret sayısı gibi göstergeler ile ilgili belirlenen hedefler de satış elemanı seçim sürecinde belirlenen kriterlerde etkili olmaktadır. Bu unsurların yazılı olarak tanımlanması ile satış elemanı adayları arasında nasıl seçim yapılacağı da belirlenmiş olur. Diğer bir ifade ile, satış elemanı adayları ile yapılacak olan görüşmelerde hangi özelliklerin aranması gerektiği ortaya çıkacaktır. Satış faaliyetinin özelliklerine ve işletmenin yapısına bağlı olarak değişikliğe uğramasına rağmen iyi bir satış elemanının taşıması gereken özellikler şunlardır:⁵

a. Meraklı olmalı, sürekli sorgulamalıdır.

b. Karmaşık konuları basite indirgeyerek aktarabilme becerisi göstermelidir.

⁴ Serap Çabuk, **Profesyonel Satış Yönetimi**, Nobel Kitabevi, Adana, 2005, s. 114.

⁵ Cemal Yükselen, **Satış Yönetimi**, Detay Yayıncılık, Ankara, 2007, s. 90–92.

c. Düzgün giyimli ve üzeri daima bakımlı olmalıdır.

d. İletişim kurma ve geliştirme becerisi gelişmiş olmalıdır. Beden dilini iyi kullanabilmelidir.

e. İkna gücü yüksek olmalıdır. Empati yapabilmelidir.

İş başvurularının değerlendirilmesi ve elemanların seçimi süreci işletmenin büyüklüğü ile değişikliğe uğrayabileceği gibi, sürecin uygulanmasında, başvuru formlarının ve özgeçmişlerin incelenmesi, görüşme, referansların incelenmesi, sağlık kontrolü, psikolojik testler ve deneme süresi yöntemlerinden bazılarında veya tümünden yararlanılmaktadır.⁶⁷

Satış elemanlarının seçiminde dikkat edilmesi gereken konular aşağıda sıralanmaktadır:⁸

a. Satış elemanı seçim sürecinde tek bir seçim tekniğine bağlı kalmamak gerekmektedir.

b. Herhangi bir seçim sürecine başlanmadan kapsamlı bir iş analizi yapılmalıdır.

c. İş analizleri çerçevesinde sektör ve işletme açısından başarı kazanılması için gerekli olan temel yetenekler belirlenmelidir ve söz konusu yetenekleri ortaya çıkaracak seçim yöntemleri seçilmelidir.

d. Testler uygulanırken en iyiler ile en kötüler arasındaki farkların karşılaştırılması kişilik, karakter, zihinsel tutumlar ve satış becerileri açısından başarılı ve başarısız olabilecek satış elemanlarının belirlenmesine yardımcı olacaktır.

Yukarıda verilen konular ışığında bir değerlendirme yapmak gerekirse, satış elemanı seçim sürecinde tek bir yöntemin uygulanması gerçekçi bir yaklaşım olmayacaktır. Birden çok yöntem bir arada uygulandığında elde edilen sonuçların bazılarının nitel bazılarının da nicel değerlerle ifade edilmesi gerekliliği ortaya çıkacaktır. Subjektif olan kriterlerin de süreç içerisinde yer aldığı düşünüldüğünde tek bir kişinin satış elemanlarını seçmesinin de objektif sonuçlar vermesi oldukça zordur. Satış elemanı seçim sürecinde birden fazla yöneticinin yer alması daha uygun olacaktır.

⁶ Çabuk, a.g.e., s. 114.

⁷ Yükselen, a.g.e., s. 94.

⁸ İslamoğlu – Altunışık, a.g.e., s. 194.

Birden çok karar vericinin ve birden çok yöntem ile değerlendirilen çok sayıda kriterin bulunduğu satış elemanı seçim sürecinde Bulanık TOPSIS algoritmasının uygulaması yapılabilir. Bulanık TOPSIS, birden çok yöneticinin karara katılmasını ve yapılan subjektif değerlendirmelerin matematiksel olarak ifade edilmesini sağlamaktadır. Ayrıca tekniğin uygulanmasıyla, özgeçmişlerin incelenmesinden ve yapılan görüşmelerden elde edilen bilgilerin hatta yapılan psikolojik testlerin sonuçlarının mantıksal bir süreç içinde kriterler olarak yer alması sağlanabilir.

Satış elemanı seçim süreci değerlendirilen işletme 1976 yılında bir aile şirketi olarak Bursa'da kurulmuştur. Faaliyetlerine saat satışı ve tamiri yaparak başlayan işletme bugün üst, orta ve alt konsept seviyelerinde 20 adet satış mağazasına sahip olarak, 25 adet markanın saat ve aksesuar satışını üstlenmekte, saat yedek parçası ithalatı yapmakta ve kapsamlı bir teknik servisle müşterilerine satış sonrasında da hizmet vermektedir. Üst, orta ve alt konsept mağazalarında işletmenin hizmet ilkeleri açısından herhangi bir farklılık olmamakla birlikte, mağazaların konseptleri, mağazada hangi markaların ve bu markalardan kaç adet ürünün bulunacağına, mağazaların metrekaresine, yerine ve satış verilerine göre belirlenmektedir.

1.3. Çalışmanın Yöntemi

Çalışmada karar vericilerin yaptıkları sözel değerlendirmeler temel alınarak işletmenin karşı karşıya olduğu seçim problemine uygun bir bulanık çok kriterli grup karar verme tekniği olan bulanık TOPSIS algoritması kullanılmıştır. Çalışmada kullanılacak olan sözel değerlendirmeler, adayların özgeçmişleri incelenerek ve adaylar ile karşılıklı görüşmeler yapılarak karar vericiler tarafından belirlenmiştir. Önem ağırlıkları ve sözel değişkenler karar vericilere sunulmuş ve belirlenen kriterlere göre her satış elemanı adayını ve her kriteri söz konusu sözel değişkenleri kullanarak değerlendirmeleri istenmiştir. Bulanık sözel değerlendirmeler bulanık sayılara dönüştürülürken çalışmanın üçüncü bölümünde Tablo 3.1, Tablo 3.2, Tablo 3.3 ve Tablo 3.4'te verilen bulanık değerlendirme ölçekleri kullanılmıştır.

Yapılan çalışmada 34 satış elemanı adayı yapılan sözel değerlendirmeler doğrultusunda üçgen ve yamuk bulanık sayılar kullanılarak ayrı ayrı sıralanmışlardır. Söz konusu sıralamalar grup kararı açısından yapılmış ve her iki sıralama arasındaki ilişki

Spearman sıra korelasyon katsayısı ile ölçülmüştür. Daha sonra, karar vericilerin yaptığı sözel değerlendirmeler için bireysel kararlar göz önünde bulundurularak üçgen bulanık sayılar ile satış elemanı adaylarının sıralanması yapılmıştır. Bu sıralamalar için karar vericilerin kararları arasındaki ilişki Spearman sıra korelasyon katsayısı kullanılarak ölçülmüştür.

1.3.1. Spearman sıra korelasyon katsayısı

Doğrusal korelasyon, aralarındaki ilişki hesaplanmaya çalışılan değişkenlerin nicel karakterli olduğu ve ölçümleri ile ilgili doğru bilgilere sahip olduğu varsayımlarına dayanmaktadır. Buna rağmen, karar sürecinde nitel değişkenlerin olduğu durumlarda değişkenler sayısal olarak ölçülememektedir. Gözlem değerlerinin herhangi bir ölçüte göre sıralandığı durumlarda değişkenlerin sayısal değerleri yerine sıraları önem kazandığında, doğrusal korelasyon katsayısı hesaplanamayacağından, bu gibi durumlarda Spearman sıra korelasyon katsayısının kullanılması mümkündür. Spearman sıra korelasyon katsayısının hesaplanabilmesi için verilerin sırasının bilinmesi yeterli olmaktadır. Sıra korelasyon katsayısı bulunurken öncelikle gözlem değerleri büyüklük, önem vb. açılarından 1, 2,, n kullanılarak belirli bir sıraya dizilmekte daha sonra gerçek değerler yerine söz konusu sıra numaraları arasındaki ilişki ölçülmeye çalışılmaktadır. Spearman sıra korelasyon katsayısı (4.1)'de verilen formül ile hesaplanmaktadır.⁹

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum D_i^2}{n(n^2 - 1)} \quad (4.1)$$

Burada;

r_s : Spearman sıra korelasyon katsayı değerini,

D_i : İki gözlemin sıraları arasındaki farkı

n : Örneklem hacmini göstermektedir.

Sıra korelasyon katsayısının değeri -1 ile $+1$ arasında değişmektedir. $+1$ sıra korelasyon katsayısı değeri gözlemlerin sıraları arasında aynı yönde bire bir değişme olduğunu ve tam pozitif ilişkiyi, -1 sıra korelasyon katsayısı değeri ise, gözlemlerin

⁹ Özer Serper, **Uygulamalı İstatistik**, 6. Baskı, Ezgi Kitabevi, Bursa, 2010, s. 594–595.

sıraları arasında zıt yönde bire bir değişme olduğunu ve tam negatif ilişkiyi ifade etmektedir.¹⁰

1.4. Bulanık TOPSIS Algoritmasının Satış Elemanı Seçim Sürecine Uygulanması

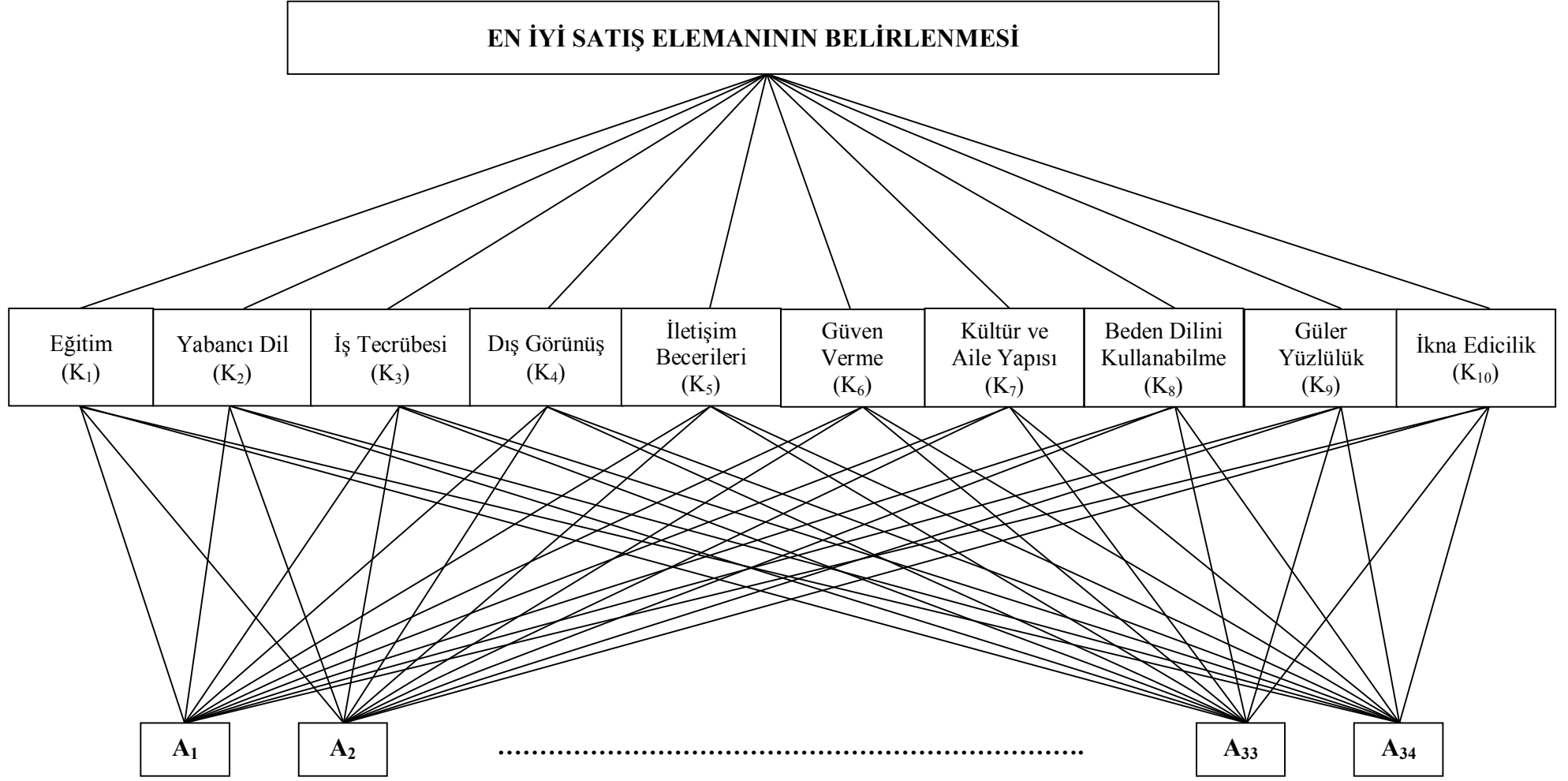
1.4.1. Karar vericilerin ve kriterlerin seçilmesi

Çalışma kapsamında, karar vericiler adayları, özgeçmişlerini inceleyerek ve karşılıklı görüşmeler yaparak değerlendirmişlerdir. Satış elemanı seçiminin amacı, işletmenin gereksinimlerini tutarlı ve en iyi şekilde karşılayabilecek satış elemanlarının belirlenmesidir. Genel amaç en iyi performansa sahip olan satış elemanlarının belirlenmesi olmasına rağmen, değerlendirme kriterleri işletmenin gereksinimlerine bağlı olarak değişiklik göstermektedir. Kriterlerin tüm satış elemanı adaylarına uygulanabilir olması gerekmektedir. Bu nedenle, adayların değerlendirilmesinde kullanılacak olan kriterler işletmenin satış ve insan kaynakları politikaları göz önünde bulundurularak karar vericiler tarafından belirlenmiştir.

Çalışmada karar vericilerin yaptıkları sözel değerlendirmeler temel alınarak işletmenin karşı karşıya olduğu seçim problemine uygun bir bulanık çok kriterli grup karar verme tekniği olan Bulanık TOPSIS algoritması kullanılmıştır. Öncelikle satış elemanının seçiminde aktif rol oynayacak olan karar vericiler ile görüşülerek kriterlerin belirlenme gerekçeleri ve yapılan değerlendirmeler tartışılmıştır. Karşılıklı fikir alışverişinde bulunmuş ve belirlenen kriterlerin literatürde bulunan kriterlerle uyumlu olması sağlanmıştır. Satış elemanlarını değerlendirecek olan karar vericiler, işletmenin genel koordinatörü, üst seviye konsept koordinatörü ve insan kaynakları sorumlusudur. Yapılan görüşmeler sonucunda işletmede çalışabilecek kişilerin sağlaması gereken on adet kriter belirlenmiştir. Söz konusu kriterler aşağıdaki gibi olup, çok kriterli grup karar verme probleminin hiyerarşik yapısı ise Şekil 4.1’de gösterilmektedir.

¹⁰ A.g.e., s. 595.

K₁: Eğitim, K₂: Yabancı Dil, K₃: İş Tecrübesi, K₄: Dış Görünüş, K₅: İletişim Becerileri, K₆: Güven Verme, K₇: Kültür ve Aile Yapısı, K₈: Beden Dilini Kullanabilme Becerisi, K₉: Güler Yüzlülük, K₁₀: İkna Edicilik



Şekil 4. 1: Satış Elemanı Değerlendirme Probleminin Hiyerarşik Yapısı

1.4.2. Sözel değişkenler kullanılarak değerlendirmelerin yapılması

Karar vericiler tarafından yapılacak olan ilk değerlendirme karar kriterlerinin ağırlıkları ile ilgilidir. Karar vericilerin karar kriterlerinin ağırlıkları için yaptığı sözel değerlendirmeler Tablo 4.1’de verilmiştir.

Tablo 4. 1: Karar Kriterlerinin Önem Ağırlıkları için Sözel Değişkenler

Kriterler	1. Karar Verici	2. Karar Verici	3. Karar Verici
Eğitim	O	BY	O
Yabancı Dil	O	BY	BY
İş Tecrübesi	BY	BY	O
Dış Görünüş	ÇY	Y	ÇY
İletişim Becerileri	Y	ÇY	ÇY
Güven Verme	ÇY	ÇY	ÇY
Kültür ve Aile Yapısı	ÇY	ÇY	ÇY
Beden Dilini Kullanabilme	ÇY	ÇY	ÇY
Güler Yüzlülük	Y	BY	BY
İkna Edicilik	ÇY	ÇY	ÇY

Karar vericilerin yapacağı ikinci değerlendirme ise tüm satış elemanı adaylarının performanslarının belirlenen on karar kriterine göre sözel değişkenler ile ifade edilmesidir. Karar vericilerin adaylar ile ilgili yaptıkları sözel değerlendirmeler Tablo 4.2’de gösterilmektedir.

1.4.3. Değerlendirmelerin bulanık sayılara dönüştürülmesi ve bulanık karar matrislerinin oluşturulması

Karar kriterlerinin önem ağırlıkları için belirlenen sözel değişkenler ilgili ölçekler kullanılarak üçgen ve yamuk bulanık sayılara dönüştürülmüştür. Üçgen ve yamuk bulanık sayılar için grup kararı verilirken algoritmanın uygulanmasında farklılıklar bulunmaktadır. Üçgen bulanık sayılarda grup kararı üç karar vericinin kararlarının ortalamasından oluşurken, yamuk bulanık sayılarda grup kararı verilirken yamuk bulanık sayının alt sınırı en düşük değerlendirmenin alt sınırından, üst sınırı en yüksek değerlendirmenin üst sınırından ve bulanık sayının çekirdeği ise karar vericilerin kararlarının ortalamasından oluşmaktadır.

Tablo 4. 2: Satış Elemanı Adaylarının Performansları için Sözel Değişkenler

Karar Vericiler	Kriterler	ADAYLAR																																		
		A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇	A ₈	A ₉	A ₁₀	A ₁₁	A ₁₂	A ₁₃	A ₁₄	A ₁₅	A ₁₆	A ₁₇	A ₁₈	A ₁₉	A ₂₀	A ₂₁	A ₂₂	A ₂₃	A ₂₄	A ₂₅	A ₂₆	A ₂₇	A ₂₈	A ₂₉	A ₃₀	A ₃₁	A ₃₂	A ₃₃	A ₃₄	
1. KARAR VERİCİ	K ₁	İ	O	İ	İ	Çİ	Bİ	İ	O	O	O	İ	Bİ	Çİ	Çİ	İ	O	O	O	Çİ	İ	BK	İ	İ	Bİ	İ	İ	İ	O	BK	İ	O	Bİ	İ	İ	
	K ₂	O	Bİ	Çİ	İ	Çİ	İ	İ	O	ÇK	O	BK	ÇK	İ	O	O	K	ÇK	O	Çİ	BK	K	O	K	O	BK	İ	İ	O	İ	İ	K	O	Çİ	K	
	K ₃	İ	Bİ	İ	Bİ	O	BK	İ	BK	İ	İ	O	BK	İ	O	Çİ	İ	Bİ	Bİ	O	BK	Çİ	İ	İ	İ	O	İ	BK	İ	İ	İ	İ	İ	İ	İ	Bİ
	K ₄	İ	Çİ	İ	O	İ	O	İ	Çİ	İ	O	İ	O	Çİ	O	İ	O	İ	İ	Çİ	Çİ	O	Çİ	Çİ	Bİ	O	Çİ	İ	Çİ	Çİ	İ	Çİ	O	O	İ	
	K ₅	O	İ	Çİ	İ	Çİ	Bİ	Çİ	İ	Çİ	İ	Çİ	O	İ	İ	Çİ	İ	Bİ	İ	İ	Çİ	Çİ	İ	İ	İ	O	Çİ	Çİ	İ	İ	Çİ	O	İ	Çİ	İ	
	K ₆	İ	O	İ	O	İ	O	İ	İ	Çİ	O	Bİ	BK	İ	Çİ	İ	İ	Bİ	O	Çİ	İ	Çİ	Çİ	Çİ	İ	Bİ	İ	İ	İ	Bİ	İ	O	O	Çİ	O	
	K ₇	O	İ	İ	İ	İ	BK	Çİ	O	Çİ	İ	Bİ	O	İ	Çİ	Çİ	O	BK	İ	İ	İ	Çİ	Çİ	İ	İ	O	İ	Çİ	İ	Çİ	İ	O	Bİ	Çİ	İ	
	K ₈	BK	Bİ	Çİ	Bİ	İ	O	İ	Bİ	İ	Bİ	İ	BK	Çİ	Bİ	İ	Bİ	O	Bİ	Bİ	İ	İ	Bİ	O	Bİ	K	İ	Bİ	Bİ	Bİ	Çİ	BK	Bİ	Çİ	Bİ	
	K ₉	O	İ	İ	Bİ	İ	O	İ	Bİ	İ	Bİ	İ	K	Çİ	İ	İ	Bİ	O	Bİ	İ	İ	Bİ	O	Bİ	İ	O	İ	İ	Bİ	İ	İ	O	İ	İ	İ	
	K ₁₀	Bİ	BK	Çİ	BK	Bİ	BK	Çİ	Bİ	İ	Bİ	O	K	Çİ	İ	Bİ	Bİ	O	Bİ	İ	Bİ	İ	İ	İ	Bİ	BK	Bİ	Bİ	Bİ	O	Çİ	O	BK	İ	Bİ	
2. KARAR VERİCİ	K ₁	BK	BK	İ	O	İ	K	İ	BK	BK	BK	Bİ	BK	Çİ	BK	Bİ	ÇK	BK	BK	İ	İ	BK	İ	BK	BK	İ	Bİ	Bİ	BK	BK	Bİ	İ	O	Bİ	İ	
	K ₂	K	O	İ	Çİ	Çİ	BK	İ	K	ÇK	Bİ	K	O	İ	İ	İ	K	ÇK	BK	Çİ	K	K	O	ÇK	O	K	İ	İ	O	Bİ	İ	Bİ	K	Çİ	K	
	K ₃	BK	İ	İ	Bİ	O	ÇK	O	O	İ	İ	Bİ	BK	O	ÇK	İ	Bİ	K	Bİ	BK	K	Çİ	İ	K	K	Bİ	Bİ	BK	O	İ	Çİ	K	Bİ	İ	Bİ	
	K ₄	BK	Çİ	Bİ	BK	İ	İ	İ	BK	Bİ	O	İ	BK	İ	BK	O	K	O	İ	Çİ	İ	Bİ	Çİ	Bİ	BK	Bİ	Çİ	Çİ	İ	Çİ	İ	O	BK	Bİ	İ	
	K ₅	ÇK	Bİ	İ	İ	Çİ	K	İ	BK	Çİ	Bİ	İ	Bİ	İ	BK	Bİ	O	Bİ	İ	Bİ	Çİ	İ	Bİ	K	K	BK	İ	İ	Bİ	İ	İ	K	Bİ	Çİ	İ	
	K ₆	K	O	İ	BK	Bİ	K	İ	BK	Çİ	Bİ	O	Bİ	İ	BK	İ	BK	O	Bİ	İ	İ	Çİ	İ	O	O	O	Bİ	İ	Bİ	Bİ	Çİ	İ	Bİ	Çİ	O	
	K ₇	İ	İ	İ	İ	Bİ	O	Çİ	K	İ	İ	Bİ	Bİ	İ	BK	Bİ	K	K	İ	Bİ	İ	Çİ	Çİ	O	Bİ	Bİ	Bİ	İ	İ	Çİ	İ	K	BK	İ	İ	
	K ₈	İ	O	İ	Bİ	İ	K	Çİ	K	İ	O	Bİ	O	İ	BK	Bİ	BK	K	Bİ	O	O	Bİ	O	BK	Bİ	K	Bİ	O	O	O	Çİ	Bİ	BK	İ	O	
	K ₉	İ	Bİ	İ	Bİ	Bİ	ÇK	Çİ	ÇK	İ	O	İ	O	Çİ	K	O	K	K	Bİ	İ	İ	İ	O	BK	Bİ	O	İ	İ	Bİ	İ	Çİ	K	O	İ	Bİ	
	K ₁₀	Bİ	BK	İ	O	O	K	İ	K	İ	O	BK	Bİ	İ	O	Bİ	K	BK	O	Bİ	O	İ	Bİ	Bİ	K	BK	O	Bİ	O	O	Çİ	K	K	İ	Bİ	
3. KARAR VERİCİ	K ₁	O	O	İ	İ	İ	Bİ	İ	O	K	BK	Bİ	K	İ	Çİ	O	BK	O	BK	Çİ	İ	BK	İ	Çİ	O	İ	Bİ	İ	O	BK	Bİ	İ	BK	Bİ	İ	
	K ₂	BK	Bİ	İ	Çİ	Çİ	O	İ	O	K	O	BK	BK	Bİ	O	Bİ	ÇK	K	O	İ	K	K	O	K	O	İ	Bİ	İ	BK	İ	İ	Bİ	O	İ	BK	
	K ₃	K	Bİ	Bİ	Bİ	O	K	İ	BK	İ	İ	O	K	İ	O	Bİ	O	Bİ	Bİ	O	BK	Çİ	İ	İ	İ	İ	O	BK	O	O	İ	İ	İ	Çİ	O	
	K ₄	K	Çİ	İ	O	İ	İ	İ	Bİ	İ	BK	İ	K	İ	O	O	ÇK	İ	Bİ	Çİ	Çİ	İ	İ	Çİ	Bİ	Bİ	O	İ	İ	İ	Bİ	İ	O	Bİ	İ	
	K ₅	K	Bİ	Çİ	İ	İ	Bİ	İ	O	Çİ	İ	İ	O	Bİ	Bİ	İ	Bİ	İ	İ	Bİ	İ	İ	Bİ	Bİ	İ	Bİ	İ	İ	İ	İ	İ	O	Bİ	İ	İ	İ
	K ₆	Bİ	O	Bİ	O	Bİ	K	İ	İ	Çİ	O	O	O	O	Çİ	O	BK	O	Bİ	İ	İ	Çİ	İ	İ	İ	O	İ	İ	İ	İ	İ	İ	İ	Bİ	Çİ	Bİ
	K ₇	Bİ	Bİ	İ	İ	İ	Bİ	Çİ	O	Çİ	İ	Bİ	O	Bİ	İ	Bİ	ÇK	O	İ	Bİ	İ	Çİ	Çİ	İ	İ	Bİ	Bİ	İ	İ	İ	Bİ	Bİ	Bİ	Çİ	İ	
	K ₈	O	O	Bİ	O	Bİ	O	Çİ	Bİ	Bİ	Bİ	Bİ	BK	İ	O	İ	BK	Bİ	O	O	Bİ	Bİ	O	O	Bİ	O	O	O	Bİ	O	İ	O	O	Çİ	O	
	K ₉	Bİ	İ	Çİ	O	Bİ	K	Bİ	O	İ	O	İ	O	İ	Bİ	Bİ	K	O	Bİ	Bİ	İ	Bİ	O	İ	İ	Bİ	O	İ	Bİ	Bİ	Bİ	Bİ	Bİ	İ	Çİ	Bİ
	K ₁₀	O	K	Bİ	O	O	Bİ	İ	O	İ	O	BK	O	İ	Bİ	O	O	BK	O	Bİ	O	İ	Bİ	İ	O	O	BK	Bİ	O	O	İ	İ	O	İ	Bİ	

Üçgen ve yamuk bulanık sayılar ile yapılan değerlendirmelerdeki farklılıklar bulanık sayı ölçeklerinden ve grup kararının alınmasındaki değişiklikten kaynaklanmaktadır. Karar kriterlerinin önem ağırlıkları için üçgen bulanık sayılar kullanılarak verilen grup kararı Tablo 4.3 ve yamuk bulanık sayılar kullanılarak verilen grup kararı ise Tablo 4.4'te verilmektedir.

Tablo 4. 3: Üçgen Bulanık Sayılar ile Önem Ağırlıkları için Grup Kararı

Kriterler	1. Karar Verici			2. Karar Verici			3. Karar Verici			GRUP KARARI		
Eğitim	0,3	0,5	0,7	0,5	0,7	0,9	0,3	0,5	0,7	0,37	0,57	0,77
Yabancı Dil	0,3	0,5	0,7	0,5	0,7	0,9	0,5	0,7	0,9	0,43	0,63	0,83
İş Tecrübesi	0,5	0,7	0,9	0,5	0,7	0,9	0,3	0,5	0,7	0,43	0,63	0,83
Dış Görünüş	0,9	1	1	0,7	0,9	1	0,9	1	1	0,83	0,97	1
İletişim Becerileri	0,7	0,9	1	0,9	1	1	0,9	1	1	0,83	0,97	1
Güven Verme	0,9	1	1	0,9	1	1	0,9	1	1	0,9	1	1
Kültür ve Aile Yapısı	0,9	1	1	0,9	1	1	0,9	1	1	0,9	1	1
Beden Dilini Kullanabilme	0,9	1	1	0,9	1	1	0,9	1	1	0,9	1	1
Güler Yüzlülük	0,7	0,9	1	0,5	0,7	0,9	0,5	0,7	0,9	0,57	0,77	0,93
İkna Edicilik	0,9	1	1	0,9	1	1	0,9	1	1	0,9	1	1

Tablo 4. 4: Yamuk Bulanık Sayılar ile Önem Ağırlıkları için Grup Kararı

Kriterler	1. Karar Verici				2. Karar Verici				3. Karar Verici				GRUP KARARI			
Eğitim	0,4	0,5	0,5	0,6	0,5	0,6	0,7	0,8	0,4	0,5	0,5	0,6	0,4	0,53	0,57	0,8
Yabancı Dil	0,4	0,5	0,5	0,6	0,5	0,6	0,7	0,8	0,5	0,6	0,7	0,8	0,4	0,57	0,63	0,8
İş Tecrübesi	0,5	0,6	0,7	0,8	0,5	0,6	0,7	0,8	0,4	0,5	0,5	0,6	0,4	0,57	0,63	0,8
Dış Görünüş	0,7	0,8	0,8	0,9	0,7	0,8	0,8	0,9	0,7	0,8	0,8	0,9	0,7	0,8	0,8	0,9
İletişim Becerileri	0,7	0,8	0,8	0,9	0,8	0,9	1	1	0,8	0,9	1	1	0,7	0,87	0,93	1
Güven Verme	0,8	0,9	1	1	0,8	0,9	1	1	0,8	0,9	1	1	0,8	0,9	1	1
Kültür ve Aile Yapısı	0,8	0,9	1	1	0,8	0,9	1	1	0,8	0,9	1	1	0,8	0,9	1	1
Beden Dilini Kullanabilme	0,8	0,9	1	1	0,8	0,9	1	1	0,8	0,9	1	1	0,8	0,9	1	1
Güler Yüzlülük	0,7	0,8	0,8	0,9	0,5	0,6	0,7	0,8	0,5	0,6	0,7	0	0,5	0,67	0,73	0,9
İkna Edicilik	0,8	0,9	1	1	0,8	0,9	1	1	0,8	0,9	1	1	0,8	0,9	1	1

Bulanık karar matrislerinin oluşturulması için karar vericilerin adaylar için yaptığı sözel değerlendirmeler üçgen ve yamuk bulanık sayılara dönüştürülerek grup kararları

hesaplanmıştır. Üçgen bulanık sayılar ile oluşturulan grup kararını gösteren bulanık karar matrisi Tablo 4.5 ve yamuk bulanık sayılar ile oluşturulan grup kararını gösteren bulanık karar matrisi ise Tablo 4.6'da ifade edilmektedir.

1.4.4. Ağırlıklı normalize edilmiş bulanık karar matrislerinin oluşturulması

Bu aşamada, öncelikle bulanık karar matrisindeki tüm değerler içerisindeki maksimum değerlendirmeler belirlenerek bulanık karar matrisleri normalize edilmektedir. Üçgen bulanık sayılar ile oluşturulan bulanık karar matrisinde de yamuk bulanık sayılar ile oluşturulan bulanık karar matrisinde de maksimum değerlendirme 10 olduğundan her iki bulanık karar matrisindeki tüm değerler 10'a bölünerek normalize edilmiş bulanık karar matrisleri oluşturulmuştur. Daha sonra her kriter için belirlenen önem ağırlıkları ilgili kriter için adayların değerlendirmeleri ile çarpılarak ağırlıklı normalize edilmiş bulanık karar matrisleri elde edilmiştir. Üçgen bulanık sayılar ile belirlenen ağırlıklı normalize edilmiş bulanık karar matrisi Tablo 4.7 ve yamuk bulanık sayılar ile belirlenen ağırlıklı normalize edilmiş bulanık karar matrisi ise Tablo 4.8'de ifade edilmektedir.

1.4.5. Bulanık pozitif ve negatif ideal çözümün belirlenmesi

Yapılan çalışmada üçgen bulanık sayılar için negatif ve pozitif ideal çözümler belirlenirken literatürde Chen (2000) tarafından standartlaştırılan negatif ideal çözüm için “(0, 0, 0)” ve pozitif ideal çözüm için “(1, 1, 1)” değerleri kullanılmamıştır. Bunun nedeni, böyle bir standartlaştırmanın asıl negatif ve pozitif ideal çözümler yansıtmayacağına düşünülmesidir. Buradan hareketle, ağırlıklı normalize edilmiş bulanık karar matrislerinde her bir kriter için maksimum değerler bulanık pozitif ideal çözümü, minimum değerler ise bulanık negatif ideal çözümü oluşturmaktadır. Üçgen bulanık sayılar ile elde edilen normalize edilmiş bulanık karar matrisi için bulanık pozitif ve negatif ideal çözümler aşağıda verilmiştir.

$$\tilde{A}^+ = \left\{ \begin{array}{l} (0.77, 0.77, 0.77), (0.83, 0.83, 0.83), (0.83, 0.83, 0.83), (1, 1, 1), (1, 1, 1), (1, 1, 1), (1, 1, 1), \\ (1, 1, 1), (0.93, 0.93, 0.93), (1, 1, 1) \end{array} \right\}$$

$$\tilde{A}^- = \left\{ \begin{array}{l} (0.04, 0.04, 0.04), (0, 0, 0), (0.01, 0.01, 0.01), (0.08, 0.08, 0.08), (0.08, 0.08, 0.08), \\ (0.09, 0.09, 0.09), (0.09, 0.09, 0.09), (0.09, 0.09, 0.09), (0.06, 0.06, 0.06), (0.09, 0.09, 0.09) \end{array} \right\}$$

Tablo 4. 5: Üçgen Bulanık Sayılar ile Oluşturulan Bulanık Karar Matrisi

	K ₁			K ₂			K ₃			K ₄			K ₅			K ₆			K ₇			K ₈			K ₉			K ₁₀		
A ₁	3,7	5,7	7,3	1,3	3,0	5,0	2,7	4,3	6,0	2,7	4,3	6,0	1,0	2,0	3,7	4,0	5,7	7,3	5,0	7,0	8,7	3,7	5,7	7,3	5,0	7,0	8,7	4,3	6,3	8,3
A ₂	2,3	4,3	6,3	4,3	6,3	8,3	5,7	7,7	9,3	9,0	10,0	10,0	5,7	7,7	9,3	3,0	5,0	7,0	6,3	8,3	9,7	3,7	5,7	7,7	6,3	8,3	9,7	1,0	3,0	5,0
A ₃	7,0	9,0	10,0	7,7	9,3	10,0	6,3	8,3	9,7	6,3	8,3	9,7	8,3	9,7	10,0	6,3	8,3	9,7	7,0	9,0	10,0	7,0	8,7	9,7	7,7	9,3	10,0	7,0	8,7	9,7
A ₄	5,7	7,7	9,0	8,3	9,7	10,0	5,0	7,0	9,0	2,3	4,3	6,3	7,0	9,0	10,0	2,3	4,3	6,3	7,0	9,0	10,0	4,3	6,3	8,3	4,3	6,3	8,3	2,3	4,3	6,3
A ₅	7,7	9,3	10,0	9,0	10,0	10,0	3,0	5,0	7,0	7,0	9,0	10,0	8,3	9,7	10,0	5,7	7,7	9,3	6,3	8,3	9,7	6,3	8,3	9,7	5,7	7,7	9,3	3,7	5,7	7,7
A ₆	3,3	5,0	7,0	3,7	5,7	7,3	0,3	1,3	3,0	5,7	7,7	9,0	3,3	5,0	7,0	1,0	2,3	4,3	3,0	5,0	7,0	2,0	3,7	5,7	1,0	2,0	3,7	2,0	3,7	5,7
A ₇	7,0	9,0	10,0	7,0	9,0	10,0	5,7	7,7	9,0	7,0	9,0	10,0	7,7	9,3	10,0	7,0	9,0	10,0	9,0	10,0	10,0	8,3	9,7	10,0	7,0	8,7	9,7	7,7	9,3	10,0
A ₈	2,3	4,3	6,3	2,0	3,7	5,7	1,7	3,7	5,7	5,0	6,7	8,0	3,7	5,7	7,3	5,0	7,0	8,3	2,0	3,7	5,7	3,3	5,0	7,0	2,7	4,0	5,7	2,7	4,3	6,3
A ₉	1,3	3,0	5,0	0,0	0,3	1,7	7,0	9,0	10,0	6,3	8,3	9,7	9,0	10,0	10,0	9,0	10,0	10,0	8,3	9,7	10,0	6,3	8,3	9,7	7,0	9,0	10,0	7,0	9,0	10,0
A ₁₀	1,7	3,7	5,7	3,7	5,7	7,7	7,0	9,0	10,0	2,3	4,3	6,3	6,3	8,3	9,7	3,7	5,7	7,7	7,0	9,0	10,0	4,3	6,3	8,3	3,7	5,7	7,7	3,7	5,7	7,7
A ₁₁	5,7	7,7	9,3	0,7	2,3	4,3	3,7	5,7	7,7	7,0	9,0	10,0	7,7	9,3	10,0	3,7	5,7	7,7	5,0	7,0	9,0	5,7	7,7	9,3	7,0	9,0	10,0	1,7	3,7	5,7
A ₁₂	2,0	3,7	5,7	1,3	2,7	4,3	0,7	2,3	4,3	1,3	3,0	5,0	3,7	5,7	7,7	3,0	5,0	7,0	3,7	5,7	7,7	1,7	3,7	5,7	2,0	3,7	5,7	2,7	4,3	6,3
A ₁₃	8,3	9,7	10,0	6,3	8,3	9,7	5,7	7,7	9,0	7,7	9,3	10,0	6,3	8,3	9,7	5,7	7,7	9,0	6,3	8,3	9,7	7,7	9,3	10,0	9,0	10,0	10,0	7,0	8,7	9,7
A ₁₄	6,3	7,7	8,3	4,3	6,3	8,0	2,0	3,3	5,0	2,3	4,3	6,3	4,3	6,3	8,0	6,3	7,7	8,3	5,7	7,3	8,3	3,0	5,0	7,0	4,0	5,7	7,3	5,0	7,0	8,7
A ₁₅	5,0	7,0	8,7	5,0	7,0	8,7	7,0	8,7	9,7	4,3	6,3	8,0	7,0	8,7	9,7	5,7	7,7	9,0	6,3	8,0	9,3	6,3	8,3	9,7	5,0	7,0	8,7	4,3	6,3	8,3
A ₁₆	1,3	2,7	4,3	0,0	0,7	2,3	4,3	6,3	8,0	1,0	2,0	3,7	5,0	7,0	8,7	3,0	5,0	6,7	1,0	2,0	3,7	2,3	4,3	6,3	1,7	3,0	5,0	2,7	4,3	6,3
A ₁₇	2,3	4,3	6,3	0,0	0,3	1,7	3,3	5,0	7,0	5,7	7,7	9,0	5,7	7,7	9,3	3,7	5,7	7,7	1,3	3,0	5,0	2,7	4,3	6,3	2,0	3,7	5,7	1,7	3,7	5,7
A ₁₈	1,7	3,7	5,7	2,3	4,3	6,3	5,0	7,0	9,0	6,3	8,3	9,7	7,0	9,0	10,0	4,3	6,3	8,3	7,0	9,0	10,0	4,3	6,3	8,3	5,0	7,0	9,0	3,7	5,7	7,7
A ₁₉	8,3	9,7	10,0	8,3	9,7	10,0	2,3	4,3	6,3	9,0	10,0	10,0	5,7	7,7	9,3	7,7	9,3	10,0	5,7	7,7	9,3	3,7	5,7	7,7	6,3	8,3	9,7	5,7	7,7	9,3
A ₂₀	7,0	9,0	10,0	0,3	1,7	3,7	0,7	2,3	4,3	8,3	9,7	10,0	8,3	9,7	10,0	7,0	9,0	10,0	7,0	9,0	10,0	5,0	7,0	8,7	7,0	9,0	10,0	3,7	5,7	7,7
A ₂₁	1,0	3,0	5,0	0,0	1,0	3,0	9,0	10,0	10,0	5,0	7,0	8,7	7,7	9,3	10,0	9,0	10,0	10,0	9,0	10,0	10,0	5,7	7,7	9,3	5,7	7,7	9,3	7,0	9,0	10,0
A ₂₂	7,0	9,0	10,0	3,0	5,0	7,0	7,0	9,0	10,0	8,3	9,7	10,0	5,7	7,7	9,3	7,7	9,3	10,0	9,0	10,0	10,0	3,7	5,7	7,7	3,0	5,0	7,0	5,7	7,7	9,3
A ₂₃	5,7	7,3	8,3	0,0	0,7	2,3	4,7	6,3	7,7	7,7	9,0	9,7	4,0	5,7	7,3	6,3	8,0	9,0	5,7	7,7	9,0	2,3	4,3	6,3	4,3	6,3	8,0	6,3	8,3	9,7
A ₂₄	3,0	5,0	7,0	3,0	5,0	7,0	4,7	6,3	7,7	3,7	5,7	7,7	4,7	6,3	7,7	5,7	7,7	9,0	6,3	8,3	9,7	5,0	7,0	9,0	6,3	8,3	9,7	2,7	4,3	6,3
A ₂₅	7,0	9,0	10,0	2,7	4,3	6,0	5,0	7,0	8,7	4,3	6,3	8,3	3,0	5,0	7,0	3,7	5,7	7,7	4,3	6,3	8,3	1,0	2,3	4,3	3,7	5,7	7,7	1,7	3,7	5,7
A ₂₆	5,7	7,7	9,3	6,3	8,3	9,7	5,0	7,0	8,7	7,0	8,3	9,0	7,7	9,3	10,0	6,3	8,3	9,7	5,7	7,7	9,3	5,0	7,0	8,7	5,7	7,7	9,0	3,0	5,0	7,0
A ₂₇	6,3	8,3	9,7	7,0	9,0	10,0	1,0	3,0	5,0	7,7	9,3	10,0	7,7	9,3	10,0	7,0	9,0	10,0	7,7	9,3	10,0	3,7	5,7	7,7	7,0	9,0	10,0	5,0	7,0	9,0
A ₂₈	2,3	4,3	6,3	2,3	4,3	6,3	4,3	6,3	8,0	7,7	9,3	10,0	6,3	8,3	9,7	6,3	8,3	9,7	7,0	9,0	10,0	4,3	6,3	8,3	5,0	7,0	9,0	3,7	5,7	7,7
A ₂₉	1,0	3,0	5,0	6,3	8,3	9,7	5,7	7,7	9,0	8,3	9,7	10,0	7,0	9,0	10,0	5,7	7,7	9,3	8,3	9,7	10,0	3,7	5,7	7,7	6,3	8,3	9,7	3,0	5,0	7,0
A ₃₀	5,7	7,7	9,3	7,0	9,0	10,0	7,7	9,3	10,0	6,3	8,3	9,7	6,3	8,0	9,0	7,7	9,3	10,0	6,3	8,3	9,7	8,3	9,7	10,0	7,0	8,7	9,7	8,3	9,7	10,0
A ₃₁	5,7	7,7	9,0	3,3	5,0	7,0	4,7	6,3	7,7	6,3	8,0	9,0	2,7	4,3	6,3	5,7	7,7	9,0	2,7	4,3	6,3	3,0	5,0	7,0	2,7	4,3	6,3	3,3	5,0	6,7
A ₃₂	3,0	5,0	7,0	2,0	3,7	5,7	6,3	8,3	9,7	2,3	4,3	6,3	6,3	8,3	9,7	4,3	6,3	8,3	3,7	5,7	7,7	3,0	5,0	7,0	5,7	7,7	9,0	1,3	3,0	5,0
A ₃₃	5,7	7,7	9,3	8,3	9,7	10,0	7,7	9,3	10,0	4,3	6,3	8,3	8,3	9,7	10,0	9,0	10,0	10,0	8,3	9,7	10,0	8,3	9,7	10,0	7,7	9,3	10,0	7,0	9,0	10,0
A ₃₄	7,0	9,0	10,0	0,3	1,7	3,7	4,3	6,3	8,3	7,0	9,0	10,0	7,0	9,0	10,0	3,7	5,7	7,7	7,0	9,0	10,0	3,7	5,7	7,7	5,7	7,7	9,3	5,0	7,0	9,0

Tablo 4. 6: Yamuk Bulanık Sayılar ile Oluşturulan Bulanık Karar Matrisi

	K ₁				K ₂				K ₃				K ₄				K ₅				K ₆				K ₇				K ₈				K ₉				K ₁₀			
A ₁	2	5,3	5,7	9	0	3,3	3,7	6	0	4,3	4,7	9	0	4,3	4,7	9	0	2,3	2,7	6	0	5,3	5,7	9	4	6,3	6,7	9	2	5,3	5,7	9	4	6,3	6,7	9	4	5,7	6,3	8
A ₂	2	4,3	4,7	6	4	5,7	6,3	8	5	6,7	7,3	9	8	9	10	10	5	6,7	7,3	9	4	5	5	6	5	7,3	7,7	9	4	5,3	5,7	8	5	7,3	7,7	9	0	2,7	3,3	5
A ₃	7	8	8	9	7	8,3	8,7	10	5	7,3	7,7	9	5	7,3	7,7	9	7	8,7	9,3	10	5	7,3	7,7	9	7	8	8	9	5	7,7	8,3	10	7	8,3	8,7	10	5	7,7	8,3	10
A ₄	4	7	7	9	7	8,7	9,3	10	5	6	7	8	2	4,3	4,7	6	7	8	8	9	2	4,3	4,7	6	7	8	8	9	4	5,7	6,3	8	4	5,7	6,3	8	2	4,3	4,7	6
A ₅	7	8,3	8,7	10	8	9	10	10	4	5	5	6	7	8	8	9	7	8,7	9,3	10	5	6,7	7,3	9	5	7,3	7,7	9	5	7,3	7,7	9	5	6,7	7,3	9	4	5,3	5,7	8
A ₆	0	4,7	5,3	8	2	5,3	5,7	9	0	1,7	2,3	5	4	7	7	9	0	4,7	5,3	8	0	3	3	6	2	4,7	5,3	8	0	4	4	6	0	2,3	2,7	6	0	3,7	4,3	8
A ₇	7	8	8	9	7	8	8	9	4	7	7	9	7	8	8	9	7	8,3	8,7	10	7	8	8	9	8	9	10	10	7	8,7	9,3	10	5	7,7	8,3	10	7	8,3	8,7	10
A ₈	2	4,3	4,7	6	0	4	4	6	2	3,7	4,3	6	2	6	7	10	2	5,3	5,7	9	2	6,3	6,7	9	0	4	4	6	0	4,7	5,3	8	0	3,7	4,3	8	0	4,3	4,7	8
A ₉	0	3,3	3,7	6	0	0,7	1,3	3	7	8	8	9	5	7,3	7,7	9	8	9	10	10	8	9	10	10	7	8,7	9,3	10	5	7,3	7,7	9	7	8	8	9	7	8	8	9
A ₁₀	2	3,7	4,3	6	4	5,3	5,7	8	7	8	8	9	2	4,3	4,7	6	5	7,3	7,7	9	4	5,3	5,7	8	7	8	8	9	4	5,7	6,3	8	4	5,3	5,7	8	4	5,3	5,7	8
A ₁₁	5	6,7	7,3	9	0	2,7	3,3	5	4	5,3	5,7	8	7	8	8	9	7	8,3	8,7	10	4	5,3	5,7	8	5	6	7	8	5	6,7	7,3	9	7	8	8	9	2	3,7	4,3	6
A ₁₂	0	3,7	4,3	8	0	2,7	3,3	6	0	2,7	3,3	5	0	3,3	3,7	6	4	5,3	5,7	8	2	4,7	5,3	8	4	5,3	5,7	8	2	3,7	4,3	6	0	4	4	6	0	4,3	4,7	8
A ₁₃	7	8,7	9,3	10	5	7,3	7,7	9	4	7	7	9	7	8,3	8,7	10	5	7,3	7,7	9	4	7	7	9	5	7,3	7,7	9	7	8,3	8,7	10	8	9	10	10	5	7,7	8,3	10
A ₁₄	2	7	8	10	4	6	6	9	0	3,3	3,7	6	2	4,3	4,7	6	2	5,7	6,3	9	2	7	8	10	2	6,7	7,3	10	2	4,7	5,3	8	0	5,3	5,7	9	4	6,3	6,7	9
A ₁₅	4	6,3	6,7	9	4	6,3	6,7	9	5	7,7	8,3	10	4	6	6	9	5	7,7	8,3	10	5	7,3	7,7	9	5	7	8	10	5	7,3	7,7	9	4	6,3	6,7	9	4	5,7	6,3	8
A ₁₆	0	2,7	3,3	6	0	1,3	1,7	3	4	6,3	6,7	9	0	1,7	2,3	6	4	6,3	6,7	9	2	4,7	5,3	9	0	2,3	2,7	6	2	4	5	8	0	3,3	3,7	8	0	4,3	4,7	8
A ₁₇	2	4,3	4,7	6	0	0,7	1,3	3	0	4,7	5,3	8	4	7	7	9	5	6,7	7,3	9	4	5,3	5,7	8	0	3,3	3,7	6	0	4,3	4,7	8	0	4	4	6	2	3,7	4,3	6
A ₁₈	2	3,7	4,3	6	2	4,3	4,7	6	5	6	7	8	5	7,3	7,7	9	7	8	8	9	4	5,7	6,3	8	7	8	8	9	4	5,7	6,3	8	5	6	7	8	4	5,3	5,7	8
A ₁₉	7	8,7	9,3	10	7	8,7	9,3	10	2	4,3	4,7	6	8	9	10	10	5	6,7	7,3	9	7	8,3	8,7	10	5	6,7	7,3	9	4	5,3	5,7	8	5	7,3	7,7	9	5	6,7	7,3	9
A ₂₀	7	8	8	9	0	2,3	2,7	5	0	2,7	3,3	5	7	8,7	9,3	10	7	8,7	9,3	10	7	8	8	9	7	8	8	9	4	6,3	6,7	9	7	8	8	9	4	5,3	5,7	8
A ₂₁	2	3	4	5	0	2	2	3	8	9	10	10	4	6,3	6,7	9	7	8,3	8,7	10	8	9	10	10	8	9	10	10	5	6,7	7,3	9	5	6,7	7,3	9	7	8	8	9
A ₂₂	7	8	8	9	4	5	5	6	7	8	8	9	7	8,7	9,3	10	5	6,7	7,3	9	7	8,3	8,7	10	8	9	10	10	4	5,3	5,7	8	4	5	5	6	5	6,7	7,3	9
A ₂₃	2	6,7	7,3	10	0	1,3	1,7	3	0	6	6	9	5	8	9	10	0	5,3	5,7	9	4	7,3	7,7	10	4	7	7	9	2	4,3	4,7	6	2	5,7	6,3	9	5	7,3	7,7	9
A ₂₄	2	4,7	5,3	8	4	5	5	6	0	6	6	9	2	5	6	8	0	6	6	9	4	7	7	9	5	7,3	7,7	9	5	6	7	8	5	7,3	7,7	9	0	4,3	4,7	8
A ₂₅	7	8	8	9	0	4,3	4,7	9	4	6,3	6,7	9	4	5,7	6,3	8	2	4,7	5,3	8	4	5,3	5,7	8	4	5,7	6,3	8	0	3	3	6	4	5,3	5,7	8	2	3,7	4,3	6
A ₂₆	5	6,7	7,3	9	4	7	7	9	4	6,3	6,7	9	4	7,7	8,3	10	7	8,3	8,7	10	5	7,3	7,7	9	5	6,7	7,3	9	4	6,3	6,7	9	4	7	7	9	2	4,7	5,3	8
A ₂₇	5	7,3	7,7	9	7	8	8	9	2	3	4	5	7	8,3	8,7	10	7	8,3	8,7	10	7	8	8	9	7	8,3	8,7	10	4	5,3	5,7	8	7	8	8	9	5	6	7	8
A ₂₈	2	4,3	4,7	6	2	4,3	4,7	6	4	6	6	9	7	8,3	8,7	10	5	7,3	7,7	9	5	7,3	7,7	9	7	8	8	9	4	5,7	6,3	8	5	6	7	8	4	5,3	5,7	8
A ₂₉	2	3	4	5	5	7,3	7,7	9	4	7	7	9	7	8,7	9,3	10	7	8	8	9	5	6,7	7,3	9	7	8,7	9,3	10	4	5,3	5,7	8	5	7,3	7,7	9	4	5	5	6
A ₃₀	5	6,7	7,3	9	7	8	8	9	7	8,3	8,7	10	5	7,3	7,7	9	4	7,3	7,7	10	7	8,3	8,7	10	5	7,3	7,7	9	7	8,7	9,3	10	5	7,7	8,3	10	7	8,7	9,3	10
A ₃₁	4	7	7	9	0	4,7	5,3	8	0	6	6	9	4	7,3	7,7	10	0	4,3	4,7	8	4	7	7	9	0	4,3	4,7	8	2	4,7	5,3	8	0	4,3	4,7	8	0	5	5	9
A ₃₂	2	4,7	5,3	8	0	4	4	6	5	7,3	7,7	9	2	4,3	4,7	6	5	7,3	7,7	9	4	5,7	6,3	8	2	5	6	8	2	4,7	5,3	8	4	7	7	9	0	3,3	3,7	6
A ₃₃	5	6,7	7,3	9	7	8,7	9,3	10	7	8,3	8,7	10	4	5,7	6,3	8	7	8,7	9,3	10	8	9	10	10	7	8,7	9,3	10	7	8,7	9,3	10	7	8,3	8,7	10	7	8	8	9
A ₃₄	7	8	8	9	0	2,3	2,7	5	4	5,7	6,3	8	7	8	8	9	7	8	8	9	4	5,3	5,7	8	7	8	8	9	4	5,3	5,7	8	5	6,7	7,3	9	5	6	7	8

Tablo 4. 7: Üçgen Bulanık Sayılar ile Oluşturulan Ağırlıklı Normalize Edilmiş Bulanık Karar Matrisi

	K ₁			K ₂			K ₃			K ₄			K ₅			K ₆			K ₇			K ₈			K ₉			K ₁₀		
A ₁	0,14	0,32	0,56	0,06	0,19	0,42	0,11	0,27	0,5	0,22	0,42	0,6	0,08	0,19	0,37	0,36	0,57	0,73	0,45	0,7	0,87	0,33	0,57	0,73	0,29	0,54	0,81	0,39	0,63	0,83
A ₂	0,09	0,25	0,49	0,19	0,4	0,69	0,24	0,48	0,77	0,75	0,97	1	0,47	0,74	0,93	0,27	0,5	0,7	0,57	0,83	0,97	0,33	0,57	0,77	0,36	0,64	0,9	0,09	0,3	0,5
A ₃	0,26	0,51	0,77	0,33	0,59	0,83	0,27	0,53	0,8	0,53	0,81	0,97	0,69	0,94	1	0,57	0,83	0,97	0,63	0,9	1	0,63	0,87	0,97	0,44	0,72	0,93	0,63	0,87	0,97
A ₄	0,21	0,44	0,69	0,36	0,61	0,83	0,22	0,44	0,75	0,19	0,42	0,63	0,58	0,87	1	0,21	0,43	0,63	0,63	0,9	1	0,39	0,63	0,83	0,25	0,49	0,78	0,21	0,43	0,63
A ₅	0,28	0,53	0,77	0,39	0,63	0,83	0,13	0,32	0,58	0,58	0,87	1	0,69	0,94	1	0,51	0,77	0,93	0,57	0,83	0,97	0,57	0,83	0,97	0,32	0,59	0,87	0,33	0,57	0,77
A ₆	0,12	0,29	0,54	0,16	0,36	0,61	0,01	0,08	0,25	0,47	0,74	0,9	0,28	0,49	0,7	0,09	0,23	0,43	0,27	0,5	0,7	0,18	0,37	0,57	0,06	0,15	0,34	0,18	0,37	0,57
A ₇	0,26	0,51	0,77	0,3	0,57	0,83	0,24	0,48	0,75	0,58	0,87	1	0,64	0,91	1	0,63	0,9	1	0,81	1	1	0,75	0,97	1	0,4	0,67	0,9	0,69	0,93	1
A ₈	0,09	0,25	0,49	0,09	0,23	0,47	0,07	0,23	0,47	0,42	0,65	0,8	0,3	0,55	0,73	0,45	0,7	0,83	0,18	0,37	0,57	0,3	0,5	0,7	0,15	0,31	0,53	0,24	0,43	0,63
A ₉	0,05	0,17	0,39	0	0,02	0,14	0,3	0,57	0,83	0,53	0,81	0,97	0,75	0,97	1	0,81	1	1	0,75	0,97	1	0,57	0,83	0,97	0,4	0,69	0,93	0,63	0,9	1
A ₁₀	0,06	0,21	0,44	0,16	0,36	0,64	0,3	0,57	0,83	0,19	0,42	0,63	0,53	0,81	0,97	0,33	0,57	0,77	0,63	0,9	1	0,39	0,63	0,83	0,21	0,44	0,71	0,33	0,57	0,77
A ₁₁	0,21	0,44	0,72	0,03	0,15	0,36	0,16	0,36	0,64	0,58	0,87	1	0,64	0,91	1	0,33	0,57	0,77	0,45	0,7	0,9	0,51	0,77	0,93	0,4	0,69	0,93	0,15	0,37	0,57
A ₁₂	0,07	0,21	0,44	0,06	0,17	0,36	0,03	0,15	0,36	0,11	0,29	0,5	0,3	0,55	0,77	0,27	0,5	0,7	0,33	0,57	0,77	0,15	0,37	0,57	0,11	0,28	0,53	0,24	0,43	0,63
A ₁₃	0,31	0,55	0,77	0,27	0,53	0,8	0,24	0,48	0,75	0,64	0,91	1	0,53	0,81	0,97	0,51	0,77	0,9	0,57	0,83	0,97	0,69	0,93	1	0,51	0,77	0,93	0,63	0,87	0,97
A ₁₄	0,23	0,44	0,64	0,19	0,4	0,66	0,09	0,21	0,42	0,19	0,42	0,63	0,36	0,61	0,8	0,57	0,77	0,83	0,51	0,73	0,83	0,27	0,5	0,7	0,23	0,44	0,68	0,45	0,7	0,87
A ₁₅	0,19	0,4	0,67	0,22	0,44	0,72	0,3	0,55	0,8	0,36	0,61	0,8	0,58	0,84	0,97	0,51	0,77	0,9	0,57	0,8	0,93	0,57	0,83	0,97	0,29	0,54	0,81	0,39	0,63	0,83
A ₁₆	0,05	0,15	0,33	0	0,04	0,19	0,19	0,4	0,66	0,08	0,19	0,37	0,42	0,68	0,87	0,27	0,5	0,67	0,09	0,2	0,37	0,21	0,43	0,63	0,1	0,23	0,47	0,24	0,43	0,63
A ₁₇	0,09	0,25	0,49	0	0,02	0,14	0,14	0,32	0,58	0,47	0,74	0,9	0,47	0,74	0,93	0,33	0,57	0,77	0,12	0,3	0,5	0,24	0,43	0,63	0,11	0,28	0,53	0,15	0,37	0,57
A ₁₈	0,06	0,21	0,44	0,1	0,27	0,53	0,22	0,44	0,75	0,53	0,81	0,97	0,58	0,87	1	0,39	0,63	0,83	0,63	0,9	1	0,39	0,63	0,83	0,29	0,54	0,84	0,33	0,57	0,77
A ₁₉	0,31	0,55	0,77	0,36	0,61	0,83	0,1	0,27	0,53	0,75	0,97	1	0,47	0,74	0,93	0,69	0,93	1	0,51	0,77	0,93	0,33	0,57	0,77	0,36	0,64	0,9	0,51	0,77	0,93
A ₂₀	0,26	0,51	0,77	0,01	0,11	0,3	0,03	0,15	0,36	0,69	0,94	1	0,69	0,94	1	0,63	0,9	1	0,63	0,9	1	0,45	0,7	0,87	0,4	0,69	0,93	0,33	0,57	0,77
A ₂₁	0,04	0,17	0,39	0	0,06	0,25	0,39	0,63	0,83	0,42	0,68	0,87	0,64	0,91	1	0,81	1	1	0,81	1	1	0,51	0,77	0,93	0,32	0,59	0,87	0,63	0,9	1
A ₂₂	0,26	0,51	0,77	0,13	0,32	0,58	0,3	0,57	0,83	0,69	0,94	1	0,47	0,74	0,93	0,69	0,93	1	0,81	1	1	0,33	0,57	0,77	0,17	0,39	0,65	0,51	0,77	0,93
A ₂₃	0,21	0,42	0,64	0	0,04	0,19	0,2	0,4	0,64	0,64	0,87	0,97	0,33	0,55	0,73	0,57	0,8	0,9	0,51	0,77	0,9	0,21	0,43	0,63	0,25	0,49	0,74	0,57	0,83	0,97
A ₂₄	0,11	0,29	0,54	0,13	0,32	0,58	0,2	0,4	0,64	0,3	0,55	0,77	0,39	0,61	0,77	0,51	0,77	0,9	0,57	0,83	0,97	0,45	0,7	0,9	0,36	0,64	0,9	0,24	0,43	0,63
A ₂₅	0,26	0,51	0,77	0,11	0,27	0,5	0,22	0,44	0,72	0,36	0,61	0,83	0,25	0,49	0,7	0,33	0,57	0,77	0,39	0,63	0,83	0,09	0,23	0,43	0,21	0,44	0,71	0,15	0,37	0,57
A ₂₆	0,21	0,44	0,72	0,27	0,53	0,8	0,22	0,44	0,72	0,58	0,81	0,9	0,64	0,91	1	0,57	0,83	0,97	0,51	0,77	0,93	0,45	0,7	0,87	0,32	0,59	0,84	0,27	0,5	0,7
A ₂₇	0,23	0,48	0,74	0,3	0,57	0,83	0,04	0,19	0,42	0,64	0,91	1	0,64	0,91	1	0,63	0,9	1	0,69	0,93	1	0,33	0,57	0,77	0,4	0,69	0,93	0,45	0,7	0,9
A ₂₈	0,09	0,25	0,49	0,1	0,27	0,53	0,19	0,4	0,66	0,64	0,91	1	0,53	0,81	0,97	0,57	0,83	0,97	0,63	0,9	1	0,39	0,63	0,83	0,29	0,54	0,84	0,33	0,57	0,77
A ₂₉	0,04	0,17	0,39	0,27	0,53	0,8	0,24	0,48	0,75	0,69	0,94	1	0,58	0,87	1	0,51	0,77	0,93	0,75	0,97	1	0,33	0,57	0,77	0,36	0,64	0,9	0,27	0,5	0,7
A ₃₀	0,21	0,44	0,72	0,3	0,57	0,83	0,33	0,59	0,83	0,53	0,81	0,97	0,53	0,78	0,9	0,69	0,93	1	0,57	0,83	0,97	0,75	0,97	1	0,4	0,67	0,9	0,75	0,97	1
A ₃₁	0,21	0,44	0,69	0,14	0,32	0,58	0,2	0,4	0,64	0,53	0,78	0,9	0,22	0,42	0,63	0,51	0,77	0,9	0,24	0,43	0,63	0,27	0,5	0,7	0,15	0,33	0,59	0,3	0,5	0,67
A ₃₂	0,11	0,29	0,54	0,09	0,23	0,47	0,27	0,53	0,8	0,19	0,42	0,63	0,53	0,81	0,97	0,39	0,63	0,83	0,33	0,57	0,77	0,27	0,5	0,7	0,32	0,59	0,84	0,12	0,3	0,5
A ₃₃	0,21	0,44	0,72	0,36	0,61	0,83	0,33	0,59	0,83	0,36	0,61	0,83	0,69	0,94	1	0,81	1	1	0,75	0,97	1	0,75	0,97	1	0,44	0,72	0,93	0,63	0,9	1
A ₃₄	0,26	0,51	0,77	0,01	0,11	0,3	0,19	0,4	0,69	0,58	0,87	1	0,58	0,87	1	0,33	0,57	0,77	0,63	0,9	1	0,33	0,57	0,77	0,32	0,59	0,87	0,45	0,7	0,9

Tablo 4. 8: Yamuk Bulanık Sayılar ile Oluşturulan Ağırlıklı Normalize Edilmiş Bulanık Karar Matrisi

	K ₁				K ₂				K ₃				K ₄				K ₅				K ₆				K ₇				K ₈				K ₉				K ₁₀			
A ₁	0,08	0,28	0,32	0,72	0	0,19	0,23	0,48	0	0,25	0,29	0,72	0	0,35	0,37	0,81	0	0,2	0,25	0,6	0	0,48	0,57	0,9	0,32	0,57	0,67	0,9	0,16	0,48	0,57	0,9	0,2	0,42	0,49	0,81	0,32	0,51	0,63	0,8
A ₂	0,08	0,23	0,27	0,48	0,16	0,32	0,4	0,64	0,2	0,38	0,46	0,72	0,56	0,72	0,8	0,9	0,35	0,58	0,68	0,9	0,32	0,45	0,5	0,6	0,4	0,66	0,77	0,9	0,32	0,48	0,57	0,8	0,25	0,49	0,56	0,81	0	0,24	0,33	0,5
A ₃	0,28	0,42	0,46	0,72	0,28	0,48	0,55	0,8	0,2	0,42	0,48	0,72	0,35	0,59	0,61	0,81	0,49	0,75	0,87	1	0,4	0,66	0,77	0,9	0,56	0,72	0,8	0,9	0,4	0,69	0,83	1	0,35	0,56	0,63	0,9	0,4	0,69	0,83	1
A ₄	0,16	0,37	0,4	0,72	0,28	0,49	0,59	0,8	0,2	0,34	0,44	0,64	0,14	0,35	0,37	0,54	0,49	0,7	0,74	0,9	0,16	0,39	0,47	0,6	0,56	0,72	0,8	0,9	0,32	0,51	0,63	0,8	0,2	0,38	0,46	0,72	0,16	0,39	0,47	0,6
A ₅	0,28	0,44	0,49	0,8	0,32	0,51	0,63	0,8	0,16	0,29	0,32	0,48	0,49	0,64	0,64	0,81	0,49	0,75	0,87	1	0,4	0,6	0,73	0,9	0,4	0,66	0,77	0,9	0,4	0,66	0,77	0,9	0,25	0,45	0,54	0,81	0,32	0,48	0,57	0,8
A ₆	0	0,25	0,3	0,64	0,08	0,3	0,36	0,72	0	0,1	0,15	0,4	0,28	0,56	0,56	0,81	0	0,41	0,5	0,8	0	0,27	0,3	0,6	0,16	0,42	0,53	0,8	0	0,36	0,4	0,6	0	0,16	0,19	0,54	0	0,33	0,43	0,8
A ₇	0,28	0,42	0,46	0,72	0,28	0,46	0,5	0,72	0,16	0,4	0,44	0,72	0,49	0,64	0,64	0,81	0,49	0,73	0,81	1	0,56	0,72	0,8	0,9	0,64	0,81	1	1	0,56	0,78	0,93	1	0,25	0,51	0,61	0,9	0,56	0,75	0,87	1
A ₈	0,08	0,23	0,27	0,48	0	0,23	0,25	0,48	0,08	0,21	0,27	0,48	0,14	0,48	0,56	0,9	0,14	0,46	0,53	0,9	0,16	0,57	0,67	0,9	0	0,36	0,4	0,6	0	0,42	0,53	0,8	0	0,25	0,32	0,72	0	0,39	0,47	0,8
A ₉	0	0,18	0,21	0,48	0	0,04	0,08	0,24	0,28	0,46	0,5	0,72	0,35	0,59	0,61	0,81	0,56	0,78	0,93	1	0,64	0,81	1	1	0,56	0,78	0,93	1	0,4	0,66	0,77	0,9	0,35	0,54	0,58	0,81	0,56	0,72	0,8	0,9
A ₁₀	0,08	0,19	0,25	0,48	0,16	0,3	0,36	0,64	0,28	0,46	0,5	0,72	0,14	0,35	0,37	0,54	0,35	0,64	0,71	0,9	0,32	0,48	0,57	0,8	0,56	0,72	0,8	0,9	0,32	0,51	0,63	0,8	0,2	0,36	0,41	0,72	0,32	0,48	0,57	0,8
A ₁₁	0,2	0,35	0,42	0,72	0	0,15	0,21	0,4	0,16	0,3	0,36	0,64	0,49	0,64	0,64	0,81	0,49	0,73	0,81	1	0,32	0,48	0,57	0,8	0,4	0,54	0,7	0,8	0,4	0,6	0,73	0,9	0,35	0,54	0,58	0,81	0,16	0,33	0,43	0,6
A ₁₂	0	0,19	0,25	0,64	0	0,15	0,21	0,48	0	0,15	0,21	0,4	0	0,27	0,29	0,54	0,28	0,46	0,53	0,8	0,16	0,42	0,53	0,8	0,32	0,48	0,57	0,8	0,16	0,33	0,43	0,6	0	0,27	0,29	0,54	0	0,39	0,47	0,8
A ₁₃	0,28	0,46	0,53	0,8	0,2	0,42	0,48	0,72	0,16	0,4	0,44	0,72	0,49	0,67	0,69	0,9	0,35	0,64	0,71	0,9	0,32	0,63	0,7	0,9	0,4	0,66	0,77	0,9	0,56	0,75	0,87	1	0,4	0,6	0,73	0,9	0,4	0,69	0,83	1
A ₁₄	0,08	0,37	0,46	0,8	0,16	0,34	0,38	0,72	0	0,19	0,23	0,48	0,14	0,35	0,37	0,54	0,14	0,49	0,59	0,9	0,16	0,63	0,8	1	0,16	0,6	0,73	1	0,16	0,42	0,53	0,8	0	0,36	0,41	0,81	0,32	0,57	0,67	0,9
A ₁₅	0,16	0,34	0,38	0,72	0,16	0,36	0,42	0,72	0,2	0,44	0,53	0,8	0,28	0,48	0,48	0,81	0,35	0,67	0,78	1	0,4	0,66	0,77	0,9	0,4	0,63	0,8	1	0,4	0,66	0,77	0,9	0,2	0,42	0,49	0,81	0,32	0,51	0,63	0,8
A ₁₆	0	0,14	0,19	0,48	0	0,08	0,11	0,24	0,16	0,36	0,42	0,72	0	0,13	0,19	0,54	0,28	0,55	0,62	0,9	0,16	0,42	0,53	0,9	0	0,21	0,27	0,6	0,16	0,36	0,5	0,8	0	0,22	0,27	0,72	0	0,39	0,47	0,8
A ₁₇	0,08	0,23	0,27	0,48	0	0,04	0,08	0,24	0	0,27	0,34	0,64	0,28	0,56	0,56	0,81	0,35	0,58	0,68	0,9	0,32	0,48	0,57	0,8	0	0,3	0,37	0,6	0	0,39	0,47	0,8	0	0,27	0,29	0,54	0,16	0,33	0,43	0,6
A ₁₈	0,08	0,19	0,25	0,48	0,08	0,25	0,29	0,48	0,2	0,34	0,44	0,64	0,35	0,59	0,61	0,81	0,49	0,7	0,74	0,9	0,32	0,51	0,63	0,8	0,56	0,72	0,8	0,9	0,32	0,51	0,63	0,8	0,25	0,4	0,51	0,72	0,32	0,48	0,57	0,8
A ₁₉	0,28	0,46	0,53	0,8	0,28	0,49	0,59	0,8	0,08	0,25	0,29	0,48	0,56	0,72	0,8	0,9	0,35	0,58	0,68	0,9	0,56	0,75	0,87	1	0,4	0,6	0,73	0,9	0,32	0,48	0,57	0,8	0,25	0,49	0,56	0,81	0,4	0,6	0,73	0,9
A ₂₀	0,28	0,42	0,46	0,72	0	0,13	0,17	0,4	0	0,15	0,21	0,4	0,49	0,69	0,75	0,9	0,49	0,75	0,87	1	0,56	0,72	0,8	0,9	0,56	0,72	0,8	0,9	0,32	0,57	0,67	0,9	0,35	0,54	0,58	0,81	0,32	0,48	0,57	0,8
A ₂₁	0,08	0,16	0,23	0,4	0	0,11	0,13	0,24	0,32	0,51	0,63	0,8	0,28	0,51	0,53	0,81	0,49	0,73	0,81	1	0,64	0,81	1	1	0,64	0,81	1	1	0,4	0,6	0,73	0,9	0,25	0,45	0,54	0,81	0,56	0,72	0,8	0,9
A ₂₂	0,28	0,42	0,46	0,72	0,16	0,29	0,32	0,48	0,28	0,46	0,5	0,72	0,49	0,69	0,75	0,9	0,35	0,58	0,68	0,9	0,56	0,75	0,87	1	0,64	0,81	1	1	0,32	0,48	0,57	0,8	0,2	0,34	0,37	0,54	0,4	0,6	0,73	0,9
A ₂₃	0,08	0,35	0,42	0,8	0	0,08	0,11	0,24	0	0,34	0,38	0,72	0,35	0,64	0,72	0,9	0	0,46	0,53	0,9	0,32	0,66	0,77	1	0,32	0,63	0,7	0,9	0,16	0,39	0,47	0,6	0,1	0,38	0,46	0,81	0,4	0,66	0,77	0,9
A ₂₄	0,08	0,25	0,3	0,64	0,16	0,29	0,32	0,48	0	0,34	0,38	0,72	0,14	0,4	0,48	0,72	0	0,52	0,56	0,9	0,32	0,63	0,7	0,9	0,4	0,66	0,77	0,9	0,4	0,54	0,7	0,8	0,25	0,49	0,56	0,81	0	0,39	0,47	0,8
A ₂₅	0,28	0,42	0,46	0,72	0	0,25	0,29	0,72	0,16	0,36	0,42	0,72	0,28	0,45	0,51	0,72	0,14	0,41	0,5	0,8	0,32	0,48	0,57	0,8	0,32	0,51	0,63	0,8	0	0,27	0,3	0,6	0,2	0,36	0,41	0,72	0,16	0,33	0,43	0,6
A ₂₆	0,2	0,35	0,42	0,72	0,16	0,4	0,44	0,72	0,16	0,36	0,42	0,72	0,28	0,61	0,67	0,9	0,49	0,73	0,81	1	0,4	0,66	0,77	0,9	0,4	0,6	0,73	0,9	0,32	0,57	0,67	0,9	0,2	0,47	0,51	0,81	0,16	0,42	0,53	0,8
A ₂₇	0,2	0,39	0,44	0,72	0,28	0,46	0,5	0,72	0,08	0,17	0,25	0,4	0,49	0,67	0,69	0,9	0,49	0,73	0,81	1	0,56	0,72	0,8	0,9	0,56	0,75	0,87	1	0,32	0,48	0,57	0,8	0,35	0,54	0,58	0,81	0,4	0,54	0,7	0,8
A ₂₈	0,08	0,23	0,27	0,48	0,08	0,25	0,29	0,48	0,16	0,34	0,38	0,72	0,49	0,67	0,69	0,9	0,35	0,64	0,71	0,9	0,4	0,66	0,77	0,9	0,56	0,72	0,8	0,9	0,32	0,51	0,63	0,8	0,25	0,4	0,51	0,72	0,32	0,48	0,57	0,8
A ₂₉	0,08	0,16	0,23	0,4	0,2	0,42	0,48	0,72	0,16	0,4	0,44	0,72	0,49	0,69	0,75	0,9	0,49	0,7	0,74	0,9	0,4	0,6	0,73	0,9	0,56	0,78	0,93	1	0,32	0,48	0,57	0,8	0,25	0,49	0,56	0,81	0,32	0,45	0,5	0,6
A ₃₀	0,2	0,35	0,42	0,72	0,28	0,46	0,5	0,72	0,28	0,48	0,55	0,8	0,35	0,59	0,61	0,81	0,28	0,64	0,71	1	0,56	0,75	0,87	1	0,4	0,66	0,77	0,9	0,56	0,78	0,93	1	0,25	0,51	0,61	0,9	0,56	0,78	0,93	1
A ₃₁	0,16	0,37	0,4	0,72	0	0,27	0,34	0,64	0	0,34	0,38	0,72	0,28	0,59	0,61	0,9	0	0,38	0,43	0,8	0,32	0,63	0,7	0,9	0	0,39	0,47	0,8	0,16	0,42	0,53	0,8	0	0,29	0,34	0,72	0	0,45	0,5	0,9
A ₃₂	0,08	0,25	0,3	0,64	0	0,23	0,25	0,48	0,2	0,42	0,48	0,72	0,14	0,35	0,37	0,54	0,35	0,64	0,71	0,9	0,32	0,51	0,63	0,8	0,16	0,45	0,6	0,8	0,16	0,42	0,53	0,8	0,2	0,47	0,51	0,81	0	0,3	0,37	0,6
A ₃₃	0,2	0,35	0,42	0,72	0,28	0,49	0,59	0,8	0,28	0,48	0,55	0,8	0,28	0,45	0,51	0,72	0,49	0,75	0,87	1	0,64	0,81	1	1	0,56	0,78	0,93	1	0,56	0,78	0,93	1	0,35	0,56	0,63	0,9	0,56	0,72	0,8	0,9
A ₃₄	0,28	0,42	0,46	0,72	0	0,13	0,17	0,4	0,16	0,32	0,4	0,64	0,49	0,64	0,64	0,81	0,49	0,7	0,74	0,9	0,32	0,48	0,57	0,8	0,56	0,72	0,8	0,9												

Yamuk bulanık sayılar ile elde edilen normalize edilmiş bulanık karar matrisi için bulanık pozitif ve negatif ideal çözümler aşağıda verilmiştir.

$$\tilde{A}^+ = \left\{ \begin{array}{l} (0.8, 0.8, 0.8, 0.8), (0.8, 0.8, 0.8, 0.8), (0.8, 0.8, 0.8, 0.8), (0.9, 0.9, 0.9, 0.9), (1, 1, 1, 1), (1, 1, 1, 1), \\ (1, 1, 1, 1), (1, 1, 1, 1), (0.93, 0.93, 0.93, 0.93), (1, 1, 1, 1) \end{array} \right\}$$

$$\tilde{A}^- = \left\{ \begin{array}{l} (0, 0, 0, 0), (0, 0, 0, 0), (0, 0, 0, 0), (0, 0, 0, 0), (0, 0, 0, 0), (0, 0, 0, 0), (0, 0, 0, 0), (0, 0, 0, 0), \\ (0, 0, 0, 0), (0, 0, 0, 0) \end{array} \right\}$$

1.4.6. Alternatiflerin bulanık pozitif ve negatif ideal çözümden uzaklıklarının hesaplanması, yakınlık katsayılarının bulunması ve alternatiflerin yakınlık katsayılarına göre sıralanması

Bulanık pozitif ve bulanık negatif çözümden uzaklıklar hesaplanırken alternatiflerin her bir kriter için ağırlıklı normalize edilmiş bulanık karar matrisinde elde edilen değerleri ile bulanık pozitif ve negatif ideal çözümler kullanılmaktadır. Bulanık sayılar arasındaki uzaklıklar üçgen ve yamuk bulanık sayılar için Vertex metodu kullanılarak hesaplanmıştır. Her bir alternatifin her bir kriter açısından hesaplanan uzaklıkları toplanarak alternatifler için genel bulanık pozitif ve negatif ideal çözümden uzaklıklar elde edilmiştir. Daha sonra genel pozitif ve negatif ideal çözümden uzaklıklar kullanılarak her alternatif için yakınlık katsayıları hesaplanmış, alternatifler yakınlık katsayı değerlerine göre büyükten küçüğe doğru sıralanmışlardır. Alternatiflerin bulanık negatif ve pozitif ideal çözümden uzaklıkları, yakınlık katsayıları ve alternatiflerin yakınlık katsayılarına göre yapılan sıralama üçgen ve yamuk bulanık sayılar için Tablo 4.9'da ifade edilmektedir.

1.4.7. Sonuçların Değerlendirilmesi

Üçgen ve yamuk bulanık sayılar kullanılarak verilen grup kararlarının yanında, üçgen bulanık sayılar kullanılarak her bir karar verici için ayrı ayrı yakınlık katsayıları bulunmuş ve alternatiflerin sıralanması yapılmıştır. Yapılan sıralamaların genel sonuçları Tablo 4.10'da verilmektedir.

Tablo 4. 9: Bulanık Negatif ve Pozitif İdeal Çözümünden Uzaklıklar, Yakınlık Katsayıları ve Alternatiflerin Sıralanması

Alternatifler	Üçgen Bulanık Sayılar ile Grup Kararı					Alternatifler	Yamuk Bulanık Sayılar ile Grup Kararı				
	D_i^-	D_i^+	$D_i^-(+)D_i^+$	CC_i	Alternatifin Sırası		D_i^-	D_i^+	$D_i^-(+)D_i^+$	CC_i	Alternatifin Sırası
A ₇	7,059	2,539	9,599	0,735	1	A ₃₃	6,849	3,138	9,987	0,687	1
A ₃₃	7,004	2,552	9,555	0,733	2	A ₇	6,809	3,119	9,928	0,686	2
A ₃₀	6,862	2,719	9,581	0,716	3	A ₃₀	6,655	3,408	10,064	0,661	3
A ₃	6,873	2,744	9,618	0,715	4	A ₃	6,587	3,427	10,013	0,658	4
A ₁₃	6,751	2,823	9,574	0,705	5	A ₁₃	6,531	3,508	10,039	0,651	5
A ₉	6,257	3,222	9,479	0,66	6	A ₉	6,132	3,74	9,872	0,621	6
A ₅	6,302	3,284	9,586	0,657	7	A ₂₇	6,084	3,724	9,808	0,62	7
A ₁₉	6,25	3,303	9,553	0,654	8	A ₁₉	6,154	3,773	9,927	0,62	8
A ₂₇	6,261	3,342	9,603	0,652	9	A ₅	6,132	3,764	9,896	0,62	9
A ₂₂	6,184	3,366	9,55	0,648	10	A ₂₂	6,045	3,771	9,816	0,616	10
A ₂₁	6,108	3,366	9,473	0,645	11	A ₂₁	6,069	3,805	9,874	0,615	11
A ₂₆	6,016	3,551	9,567	0,629	12	A ₁₅	6,005	4,112	10,117	0,594	12
A ₁₅	5,941	3,602	9,543	0,623	13	A ₂₀	5,806	4,031	9,837	0,59	13
A ₂₉	5,925	3,638	9,563	0,62	14	A ₂₆	5,941	4,162	10,103	0,588	14
A ₂₀	5,833	3,686	9,519	0,613	15	A ₂₉	5,786	4,066	9,852	0,587	15
A ₂₈	5,675	3,869	9,544	0,595	16	A ₃₄	5,592	4,186	9,778	0,572	16
A ₃₄	5,65	3,94	9,59	0,589	17	A ₂₈	5,565	4,277	9,842	0,565	17
A ₁₈	5,507	4,064	9,571	0,575	18	A ₁₁	5,426	4,405	9,831	0,552	18
A ₁₁	5,423	4,149	9,572	0,567	19	A ₁₈	5,377	4,39	9,768	0,551	19
A ₂	5,326	4,237	9,562	0,557	20	A ₄	5,262	4,559	9,821	0,536	20
A ₄	5,298	4,289	9,588	0,553	21	A ₂	5,251	4,609	9,861	0,533	21
A ₂₃	5,129	4,26	9,389	0,546	22	A ₁₀	5,214	4,6	9,814	0,531	22
A ₂₄	5,179	4,311	9,489	0,546	23	A ₂₃	5,366	4,931	10,298	0,521	23
A ₁₀	5,143	4,409	9,552	0,538	24	A ₂₄	5,296	4,917	10,214	0,519	24
A ₁₄	4,81	4,554	9,365	0,514	25	A ₁₄	5,281	5,155	10,435	0,506	25
A ₃₁	4,588	4,832	9,42	0,487	26	A ₃₁	5,102	5,402	10,504	0,486	26
A ₃₂	4,615	4,91	9,525	0,485	27	A ₃₂	4,82	5,232	10,052	0,48	27
A ₂₅	4,375	5,151	9,526	0,459	28	A ₂₅	4,796	5,227	10,023	0,479	28
A ₁	4,152	5,238	9,39	0,442	29	A ₁	4,871	5,543	10,414	0,468	29
A ₈	3,986	5,373	9,359	0,426	30	A ₈	4,531	5,838	10,369	0,437	30
A ₁₇	3,83	5,588	9,417	0,407	31	A ₁₇	4,26	5,773	10,033	0,425	31
A ₆	3,451	5,933	9,384	0,368	32	A ₆	4,198	6,116	10,314	0,407	32
A ₁₂	3,411	5,99	9,401	0,363	33	A ₁₂	4,102	5,996	10,098	0,406	33
A ₁₆	3,133	6,208	9,341	0,335	34	A ₁₆	4,116	6,157	10,272	0,401	34

Tablo 4. 10: Alternatifler için Hesaplanan Genel Sonuçlar ve Sıralamalar

SIRA	1. Karar Verici	2. Karar Verici	3. Karar Verici	Üçgen Bulanık Sayılar ile Grup Kararı	Yamuk Bulanık Sayılar ile Grup Kararı
1	A ₁₃	A ₃₀	A ₃₃	A ₇	A ₃₃
2	A ₃	A ₇	A ₇	A ₃₃	A ₇
3	A ₃₀	A ₃₃	A ₃	A ₃₀	A ₃₀
4	A ₇	A ₁₃	A ₉	A ₃	A ₃
5	A ₃₃	A ₃	A ₂₁	A ₁₃	A ₁₃
6	A ₂₆	A ₅	A ₂₇	A ₉	A ₉
7	A ₁₅	A ₂₁	A ₃₀	A ₅	A ₂₇
8	A ₁₉	A ₉	A ₂₃	A ₁₉	A ₁₉
9	A ₅	A ₂₇	A ₁₃	A ₂₇	A ₅
10	A ₉	A ₂₂	A ₅	A ₂₂	A ₂₂
11	A ₂₂	A ₂₆	A ₃₁	A ₂₁	A ₂₁
12	A ₂₇	A ₁₉	A ₁₉	A ₂₆	A ₁₅
13	A ₂₀	A ₂₉	A ₂₂	A ₁₅	A ₂₀
14	A ₂₃	A ₁₅	A ₂₄	A ₂₉	A ₂₆
15	A ₁₄	A ₃₄	A ₂₀	A ₂₀	A ₂₉
16	A ₂₈	A ₂₀	A ₂₉	A ₂₈	A ₃₄
17	A ₂₄	A ₁₈	A ₃₄	A ₃₄	A ₂₈
18	A ₂₉	A ₄	A ₂₈	A ₁₈	A ₁₁
19	A ₂₁	A ₁₁	A ₁₄	A ₁₁	A ₁₈
20	A ₁₁	A ₂₈	A ₂₅	A ₂	A ₄
21	A ₃₄	A ₂	A ₄	A ₄	A ₂
22	A ₁₈	A ₁₀	A ₁₅	A ₂₃	A ₁₀
23	A ₂	A ₁₂	A ₁₈	A ₂₄	A ₂₃
24	A ₈	A ₂₅	A ₂	A ₁₀	A ₂₄
25	A ₁₀	A ₁	A ₁₁	A ₁₄	A ₁₄
26	A ₄	A ₃₂	A ₃₂	A ₃₁	A ₃₁
27	A ₁₆	A ₃₁	A ₂₆	A ₃₂	A ₃₂
28	A ₃₂	A ₂₄	A ₁₀	A ₂₅	A ₂₅
29	A ₁	A ₂₃	A ₈	A ₁	A ₁
30	A ₁₇	A ₁₄	A ₁₇	A ₈	A ₈
31	A ₃₁	A ₁₇	A ₆	A ₁₇	A ₁₇
32	A ₆	A ₆	A ₁	A ₆	A ₆
33	A ₂₅	A ₁₆	A ₁₂	A ₁₂	A ₁₂
34	A ₁₂	A ₈	A ₁₆	A ₁₆	A ₁₆

Tablo 4. 11: Grup Kararları için Spearman Sıra Korelasyon Katsayısının Hesaplanması

	Üçgen Bulanık Sayılar ile Grup Kararı Sıralaması	Yamuk Bulanık Sayılar ile Grup Kararı Sıralaması	Sıralar Arasındaki Farklar D_i	$(D_i)^2$
A₁	29	29	0	0
A₂	20	21	-1	1
A₃	4	4	0	0
A₄	21	20	1	1
A₅	7	9	-2	4
A₆	32	32	0	0
A₇	1	2	-1	1
A₈	30	30	0	0
A₉	6	6	0	0
A₁₀	24	22	2	4
A₁₁	19	18	1	1
A₁₂	33	33	0	0
A₁₃	5	5	0	0
A₁₄	25	25	0	0
A₁₅	13	12	1	1
A₁₆	34	34	0	0
A₁₇	31	31	0	0
A₁₈	18	19	-1	1
A₁₉	8	8	0	0
A₂₀	15	13	2	4
A₂₁	11	11	0	0
A₂₂	10	10	0	0
A₂₃	22	23	-1	1
A₂₄	23	24	-1	1
A₂₅	28	28	0	0
A₂₆	12	14	-2	4
A₂₇	9	7	2	4
A₂₈	16	17	-1	1
A₂₉	14	15	-1	1
A₃₀	3	3	0	0
A₃₁	26	26	0	0
A₃₂	27	27	0	0
A₃₃	2	1	1	1
A₃₄	17	16	1	1
TOPLAM			0	32
Spearman Sıra Korelasyon Katsayısı			$r_s = 0.995$	

Üçgen ve yamuk bulanık sayılar ile yapılan değerlendirmelere bakıldığında, alternatiflerin sırasının birbirine çok yakın olduğu görülmektedir. Genel olarak, iki sıralama arasındaki ilişkinin hangi yönde ve hangi düzeyde olduğunun belirlenmesi için Spearman sıra korelasyon katsayısı hesaplanmıştır. Tablo 4.11'den de görülebileceği gibi, sıra korelasyon katsayısı $r_s = 0.995$ olarak bulunmuştur. Bu durum, üçgen bulanık sayılar ile yapılan sıralama ile yamuk bulanık sayılar ile yapılan sıralama arasında aynı yönde çok yüksek pozitif bir ilişki bulunduğu anlamına gelmektedir.

Karar vericilerin bireysel kararları arasındaki ilişkinin ölçümü için her bir karar vericinin kişisel tercihlerinden oluşan karar matrisleri üçgen bulanık sayılar ile değerlendirilmiştir. Üçgen ve yamuk bulanık sayılar ile yapılan değerlendirmeler arasında aynı yönde çok yüksek bir ilişki bulunduğundan yalnızca üçgen bulanık sayılar kullanılarak yakınlık katsayıları bulunmuş ve alternatifler her bir karar vericiye göre ayrı ayrı sıralanmıştır. Sıralama sonuçları Tablo 4.10'da gösterilmektedir. Daha sonra karar vericiler arasında ikili olarak Spearman sıra korelasyon katsayıları hesaplanmıştır. 1. ve 2. karar verici tarafından yapılan sıralamaların sıra korelasyon katsayısı $r_s = 0.783$, 1. ve 3. karar verici tarafından yapılan sıralamaların sıra korelasyon katsayısı $r_s = 0.715$ ve 2. ve 3. karar verici tarafından yapılan sıralamaların sıra korelasyon katsayısı ise $r_s = 0.726$ olarak bulunmuştur. Bu durum, her üç karar vericinin de uzun yıllardır aynı aile şirketinin prensip ve politikaları doğrultusunda çalıştığı göz önünde bulundurulduğunda, karar vericilerin verdikleri kararlar arasında yüksek sayılabilecek derecelerde aynı yönde pozitif bir ilişkinin doğal olabileceği sonucuna varılmasına neden olmaktadır.

2. BULANIK ANALİTİK HİYERARŞİ SÜRECİ İLE BİR EKMEK FABRİKASININ UN VE AMBALAJ TEDARİKÇİLERİNİN DEĞERLENDİRİLMESİ

2.1. Çalışmanın Amacı

Bir ekmek fabrikasının tedarikçilerinin değerlendirilmesinde Bulanık AHS'nin uygulanması ile ilgili yapılan çalışmanın amacı, Bulanık AHS problemlerinin çözümü için geliştirilen genişletilmiş analiz tekniğinin sakıncalarının ortaya konması ve Bulanık AHS'nin tedarikçi değerlendirme sürecine uygunluğunun değerlendirilmesidir. Ayrıca yapılan çalışma kapsamında önerilen Bulanık VZAHS'nin, Bulanık AHS problemlerinin çözümü için işlevsel olup olmadığının test edilmesi amaçlanmaktadır. Bunun yanında, sözel değerlendirmelerin yapıldığı bulanık bir karar sürecine girdi karakterli klasik sayıların entegrasyonu sağlanmaya çalışılacaktır. Dolayısıyla, yapılan çalışma ile ekmek fabrikasının un ve ambalaj tedarikçilerinin belirlenen kriterlere göre değerlendirilmesi, Bulanık AHS çözüm tekniklerinin karşılaştırılması, güçlü ve zayıf yönlerinin ortaya konması ve önerilen yaklaşımların sürece uygunluğunun değerlendirilmesi amaçlanmaktadır.

2.2. Çalışmanın Kapsamı

Çalışmanın kapsamında Bursa'da faaliyet gösteren bir ekmek fabrikasının tedarikçi değerlendirme süreci incelenecektir.

Son yıllarda tedarik zinciri yönetimi, tedarikçi seçimi ve tedarikçi değerlendirmelerinin işletmeler için önemi artmıştır. Tedarik zinciri yönetiminin temel amacı, bir ürünün tedarik zinciri aşamalarındaki her bir organizasyonun aynı amaçlar doğrultusunda çalışmasını sağlayarak, ürünün oluşturulmasında en etkin yolların seçimini gerçekleştirmektir. Bu nedenle, tedarik zincirini oluşturan işletmeler birbirinden bağımsız olarak düşünülemez. Her bir zincir üyesi hem kendi performanslarını geliştirmeli hem de diğer zincir üyelerinin

performansları ile yakından ilgilenmelidir. Aksi halde, aynı zincir içerisinde bulunan diğer üyelerin başarısızlığı tüm zinciri olumsuz yönde etkileyecektir.¹

Bir tedarik zincirinin yapısı, potansiyel tedarikçiler, dağıtıcılar, perakendeciler ve müşterilerden oluşmaktadır. Tedarikçiler, tedarik yönetiminin amaçlarının gerçekleştirilebilmesi için çok önemli rol oynamaktadır. Tedarikçi performanslarının iyileştirilmesi sağlanarak, israfların elimine edilmesi ile maliyetlerin azaltılması, kalitenin sürekli artırılması ile sıfır hataya ulaşılması, esnekliğin artırılması ile son kullanıcıların gereksinimlerinin karşılanması ve tedarik zincirinin farklı halkalarında gecikme sürelerinin azaltılması mümkündür.²

Birçok üretici, yönetim performanslarını ve rekabet güçlerini arttırabilmek için tedarikçileri ile işbirliği içerisine girmişlerdir.³ Satın alma fonksiyonunun işletmeler için stratejik önemi gün geçtikçe artmaktadır. Üretimde tedarik eden ve tedarikçi ilişkileri üzerinde önemle durulması gerekmektedir. Uzun dönemli ilişkilerin kurulması ile işletmeler tedarik zincirini güçlendirerek rekabet avantajı sağlayacaktır. Başka bir ifade ile bir tedarikçi iyi yönetilen bir tedarik zincirinin parçası olduğunda bu ilişki işletmenin etkinliği üzerinde çok önemli bir etkiye sahip olacaktır. Bu nedenle, tedarikçilerin değerlendirilmesi, etkili bir tedarik zinciri sistemi kurulabilmesi için çözüme ulaştırılması gereken önemli bir konu haline gelmektedir. Tedarikçi değerlendirme süreci, satın alma riskinin azaltılması ve tedarik eden ile tedarikçiler arasında uzun dönemli ilişkilerin geliştirilmesi açısından oldukça önemlidir. Tedarik zincirinde üretici ve tedarikçiler arasındaki koordinasyonun sağlanması tipik olarak dağıtım kanallarında zor ve önemli bir bağlantı kurulmasını gerektirmektedir.⁴

Her tedarikçinin çeşitli güçlü yanları ve zayıflıkları bulunmaktadır.⁵ En iyi tedarikçinin belirlenmesi için tüm alternatiflerin verilen kriterlere göre karşılaştırmalarının

¹ G. Akman, – A. Alkan, “Tedarik Zinciri Yönetiminde Bulanık AHP Yöntemi Kullanılarak Tedarikçilerin Performansının Ölçülmesi: Otomotiv Yan Sanayinde Bir Uygulama”, **İstanbul Ticaret Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi**, C. 5, No. 9, 2006, s. 25.

² Saman Amin – Razmi Jafar Hassanzadeh, An İntegrated Fuzzy Model For Supplier Management: A Case Study Of ISP Selection And Evaluation, **Expert Systems with Applications**, Vol. 36, 2009, s. 8639.

³ Ali İhsan Özdemir – Neşe Seçme, “İki Aşamalı Stratejik Tedarikçi Seçiminin Bulanık TOPSIS Yöntemi İle Analizi”, **Afyon Kocatepe Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi**, Vol. 1, No. 2, 2009, s. 81.

⁴ Chen Tung Chen – Ching Torng Lin – Sue Fn Hwang, “A Fuzzy Approach For Supplier Evaluation And Selection In Supply Chain Management”, **International Journal Of Production Economics**, Vol. 102. s. 289–290.

⁵ Fuh Hwa Liu – Hai Hui Franklin, “The Voting Analytic Hierarchy Process Method For Selection Supplier”, **International Journal Of Production Economics**, Vol. 97, Issue 3, 2005, s. 308.

yapılması gerekmektedir.⁶ Tedarikçilerin değerlendirilmesi, işletmelerin başarısı için oldukça önemlidir. Tedarikçilerin değerlendirilmesi bir çok kriterli karar problemi olup, günümüzde işletmelerin tedarikçilerini değerlendirirken nitel ve nicel karakterli pek çok faktörü göz önünde bulundurmaları gerekmektedir.⁷

Tedarikçi değerlendirme süreci incelenen ekmek fabrikası 1974 yılında kurulmuştur. İşletme faaliyetlerini 2000 m² üzerinde ekmek ve unlu mamuller üretimi yaparak sürdürmektedir. İşletmeye ait bir fabrika satış mağazası ile iki adet perakende satış mağazası bulunmaktadır. İşletmenin günlük 2.6 ton un işleme kapasitesi bulunmakta fakat bu kapasitenin dönemsel talep artış ve azalışları göz önünde alındığında günlük 1.6 ile 1.9 ton arası kullanımı gerçekleştirilmektedir. İşletme, Bursa ili ve çevresinde alışveriş merkezlerine, fabrika yemekhanelerine ve yemek şirketlerine ürün tedarik etmektedir.

İşletme, etkili bir yönetim sisteminin nasıl kurulabileceğini, dökümante edileceğini ve sürdürülebileceğini gösteren işletmenin müşteri odaklı çalışmasını, çalışanların yönetime katılımını, süreçlerde sürekli iyileştirme yapılmasını, yönetimde sistem ve süreç yaklaşımlarının benimsenmesini ve karşılıklı çıkara dayalı tedarikçi ilişkilerinin geliştirilmesi prensiplerini benimseyen ISO 9001 Kalite Yönetim Sistemi ve güvenilir ürünlerin tüketiciye sunulması amacıyla düzgün işleyen bir sistemin oluşturulması ve korunması temeline dayalı, güvenli gıda tedarik edilmesini sağlamak amacıyla düzenlenmiş ISO 22000 Gıda Güvenliği Yönetim Sistemi kalite belgelerine sahiptir.⁸ ISO 9001 belgesi denetimleri kapsamında düzenli olarak tedarikçilerinin değerlendirilmesi gerekmektedir. Bir tedarikçinin ağırlık puanı uzun süre belirli bir seviyenin altında seyrettiğinde tedarikçi ile ilişkilerin kesilmesi ve farklı tedarikçiler ile çalışılması önerilmektedir.

2.3. Çalışmanın Yöntemi

Çalışmada kullanılacak olan bulanık sözel değerlendirmeler ve klasik sayılar karar verici ile yapılan karşılıklı görüşmeler yoluyla elde edilmiştir. Kullanılacak olan önem ölçeği karar vericiye sunulmuş, en alt kriterlerden amaca doğru tüm değerlendirmeler karar vericiyle görüşülerek yapılmış ve alınan cevaplar doğrultusunda ikili karşılaştırma matrisleri

⁶ Ozcan Kilincci – Suzan Aslı Onal, Fuzzy AHP Approach For Supplier Selection In A Washing Machine Company, **Expert Systems With Applications**, Vol. 38, 2011, ss. 9656– 9664, s. 9656.

⁷ Timor, a.g.e., s. 136.

⁸ www. aycerkalite.com. 12.08.2011 12:27.

oluşturulmuştur. İkili karşılaştırma matrislerinden bazılarında tutarsızlıklar olduğu tespit edilmiş ve karar vericiden söz konusu karşılaştırmaları tekrar yapması istenmiştir.

Yapılan çalışmada, karar vericinin yaptığı sözel karşılaştırmalardan yola çıkılarak ekmek fabrikasının karşı karşıya olduğu tedarikçi değerlendirme problemine uygun bir bulanık çok kriterli karar verme tekniği olan Bulanık AHS kullanılmıştır. Değerlendirme yapılırken Chang (1996)'in genişletilmiş analiz tekniği, Liou ve Wang (1992)'in toplam integral tekniği ve Bulanık VZAHŞ tekniği ayrı ayrı kullanılmış ve sonuçların karşılaştırılması gerçekleştirilmiştir. Un tedarikçileri değerlendirilirken her üç yöntem ve genişletilmiş analiz tekniğinin sakıncaları ortaya konduktan sonra, ambalaj tedarikçileri değerlendirilirken Liou ve Wang (1992)'in toplam integral tekniği ve Bulanık VZAHŞ tekniği kullanılmıştır. Toplam integral tekniği ve bulanık VZAHŞ tekniği uygulanırken karar verici tarafından iyimserlik katsayısı $\alpha = 0.75$ ve α kesim seviyesi de $\alpha = 0.75$ olarak belirlenmiş ve tüm hesaplamalar bu değerler kullanılarak yapılmıştır.

Bulanık sözel değerlendirmeler bulanık sayılara dönüştürülürken çalışmanın üçüncü bölümünde Tablo 3.9'da verilen bulanık önem ölçeği kullanılmıştır.

Ayrıca değerlendirme için belirlenen Fiyat/Maliyet ana kriterinin alt kriterlerinde klasik sayılar ile ifade edilen değerler bulunmaktadır. Söz konusu değerler, ürünlerin fiyatlarıdır. Ürünlerin fiyatları uzun süredir değişim göstermediği için bulanık sayılarla değil klasik sayılarla ifade edilmişlerdir. Tedarik edilecek ürünler için ödenecek tutarlar işletme için üretimde kullanılacak olan girdilerin maliyetleri kapsamında yer almaktadır. Bu nedenle fiyatları daha düşük olan tedarikçi bu konuda daha iyi olarak değerlendirilebilir. Başka bir ifade ile fiyat çıktı karakteri değil, girdi karakteri taşımaktadır. Fiyatlar birbirine oldukça yakın olduğundan söz konusu alt kriterlerin değerlendirmesinin AHS ile değerlendirilmesi tercih edilmemiş ilgili klasik sayılar için bir girdili ve bir çıktılı Klasik VZA modelleri kurulmuş ve bunların çözüm sonuçları öncelik vektörleri olarak kullanılmıştır. Daha az fiyat veren tedarikçi, daha çok fiyat veren tedarikçiden daha etkindir, yani etkinlik değeri daha yüksektir.

Ho, Xu ve Dey (2010)⁹ tarafından yapılan literatür taramasında tedarikçi seçim ve değerlendirme problemlerinde en çok kullanılan kriterler belirlenmiştir. Buna göre, ilk üç

⁹ William Ho – Xiaowei Xu – Prasanta K. Dey, "Multi-Criteria Decision Making Approaches For Supplier Evaluation And Selection: A Literature Review", Vol. 202, 2010.

sırayı kalite, teslim, fiyat/maliyet almaktadır. Tedarikçi değerlendirmesinin amacı, işletmenin gereksinimlerini en tutarlı ve kabul edilebilir bir maliyetle karşılayabilecek tedarikçilerin belirlenmesidir. Değerlendirme, belirli kriter ve ölçütler kullanılarak tedarikçilerin karşılaştırılması ile yapılmaktadır. Tedarikçilerin değerlendirilmesi için kullanılan detayların düzeyi ise işletmenin gereksinimlerine bağlı olarak değişmektedir. Genel amaç en iyi potansiyele sahip tedarikçinin belirlenmesidir. Kullanılacak olan kriter ve ölçütler değerlendirilecek olan tüm tedarikçilere uygulanabilir olmalıdır ve işletmenin tedarik gereksinimlerini ve teknoloji stratejisini yansıtmalıdır. İşletmelerin gereksinimlerini gerekli kriterlere dönüştürmek kolay olmayabilir, çünkü kriterler genellikle nitel olarak ifade edilmektedirler. İşletmenin seçim kriterleri belirlenirken söz konusu kriterlerin uygulamada kullanılabilir olmasına dikkat edilmelidir.¹⁰

Çalışmanın gerçekleştirildiği işletmede tedarikçilerin değerlendirilmesi için mal alımından sorumlu genel müdür karar verici olarak belirlenmiştir. Karar verici, un ve ambalaj tedarikçilerinin değerlendirme kriterlerinden bazılarının farklı olmasını talep ettiğinden değerlendirme iki farklı süreçte yapılmıştır. Değerlendirme kriterleri belirlenirken literatürde kullanılan kriterler karar vericiye sunulmuş ve işletmenin satın alma politikaları ve işletmeye özgü değerlendirme ölçütlerinin de kriter veya alt kriter olarak sürece katılımı sağlanmaya çalışılmıştır. Karşılıklı olarak yapılan fikir alışverişleri sonucunda belirlenen kriter ve alt kriterlerin literatürde kullanılan kriterlerle uyumlu olması sağlanmıştır.

2.4. Bulanık AHS'nin Uygulanması

2.4.1. Un tedarikçilerinin değerlendirilmesi

2.4.1.1. Amacın ana kriterlerin ve alt kriterlerin belirlenmesi, hiyerarşik yapının oluşturulması

AHS' de ilk olarak amaç, daha sonra ana kriterler ve bunlara bağlı alt kriterler belirlenmelidir. Hiyerarşi belirlenirken amaçtan alternatiflere, çözüm yapılırken ise alternatiflerden amaca doğru bir gidiş söz konusudur. Çalışmanın bu kısmında amaç, en iyi performansa sahip un tedarikçisinin belirlenmesi ve un tedarikçilerinin değerlendirilmesidir. Un tedarikçilerinin değerlendirilmesi amacıyla, kalite, teslimat, fiyat/maliyet, esneklik, satış

¹⁰ Kahraman – Cebeci – Ulukan, a.g.m., s. 392.

sonrası hizmet olarak beş ana kriter belirlenmiştir. AHS'nin en büyük avantajlarından biri ana kriterlere bağlı olarak gereksinim duyulan sayıda alt kriter ve yine bunlara bağlı alt kriterler belirlenerek problemin dallara ayrılabilmesidir. Dolayısıyla bu durumdan hareketle, problemin hiyerarşik yapısı işletmenin gereksinim duyduğu ana kriter ve alt kriterler belirlenerek oluşturulmuştur. Belirlenen ana kriterler ve alt kriterler aşağıda verilmektedir. Problemin hiyerarşik yapısı ise Şekil 4.2'de ifade edilmektedir.

KALİTE (K)

K₁: Unun Kalitesi

K₁₁: Beyaz unun kalitesi

k₁₁₁: Ekmeklik lüks (tip 650) beyaz unun kalitesi

k₁₁₂: Ekmeklik normal (tip 550) beyaz unun kalitesi

k₁₁₃: Pastalık-Böreklik beyaz unun beyaz unun kalitesi

k₁₂: Çavdar ununun kalitesi

k₁₃: Buğday kepeğinin kalitesi

k₁₃₁: İnce buğday kepeğinin kalitesi

k₁₃₂: Kalın buğday kepeğinin kalitesi

k₁₄: Tam buğday ununun kalitesi

K₂: Ürünlerin Üretim Sistemine Uygunluğu

K₃: Kalite Standartlarına Uyum

K₄: Ürünlerdeki Kusur Miktarı

TESLİMAT (T)

T₁: Teslim Koşulları

T₂: Teslim Süresi

T₃: Teslim Hataları

FİYAT/MALİYET (F)

F₁: Un Fiyatları

F₁₁: Beyaz unun fiyatı

f₁₁₁: Ekmeklik lüks (tip 650) beyaz unun fiyatı

f₁₁₂: Ekmeklik normal (tip 550) beyaz unun fiyatı

f₁₁₃: Pastalık-Böreklik beyaz unun fiyatı

F₁₂: Çavdar ununun fiyatı

F₁₃: Buğday kepeğinin fiyatı

f₁₃₁: İnce buğday kepeğinin fiyatı

f₁₃₂: Kalın buğday kepeğinin fiyatı

F₁₄: Tam buğday ununun fiyatı

F₂: Maliyet Azaltma Kapasitesi

F₃: Sipariş Maliyeti

F₄: Un Fiyatlarının Piyasa Fiyatlarına Uygunluğu

ESNEKLİK (E)

E₁: Kısa Hazırlık Zamanı

E₂: Acil Gereksinimlere Cevap Verebilme

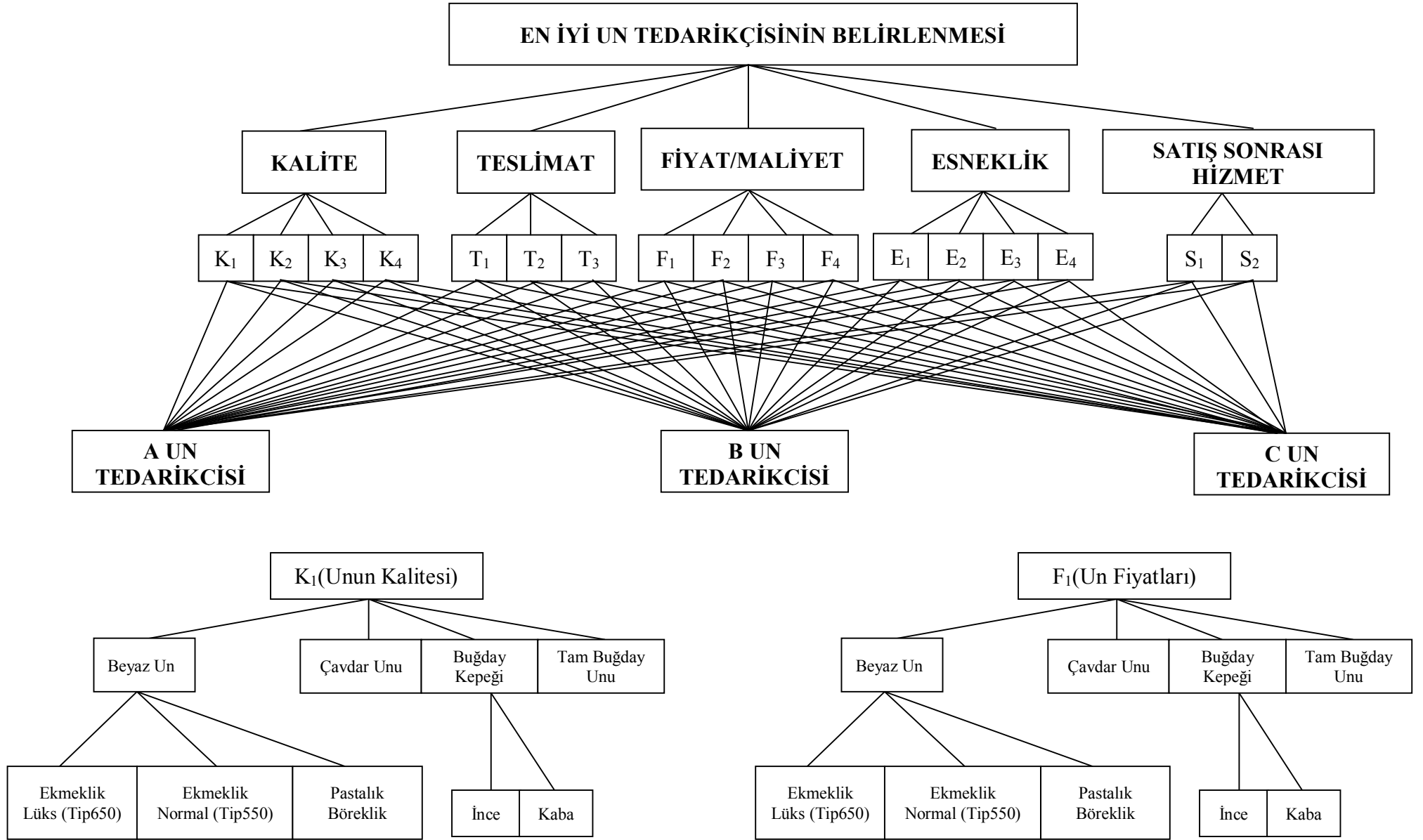
E₃: İstenilen Miktarda Ürünü Tedarik Edebilme

E₄: Ödeme Koşullarında Esneklik

SATIŞ SONRASI HİZMET (S)

S₁: İade Koşulları

S₂: Ürünün Takibi Ve Geliştirilmesi



Şekil 4. 2. Un Tedarikçisi Değerlendirme Probleminin Hiyerarşik Yapısı

2.4.1.2. Bulanık ikili karşılaştırma matrislerinin oluşturulması ve öncelik ağırlıklarının hesaplanması

Bu aşamada karar verici ile yapılan görüşmeler sonucunda her bir alt kriter ve ana kriter için yapılan sözel değerlendirme ve karşılaştırmalar bulanık sayılara dönüştürülerek ikili karşılaştırma matrisleri oluşturulmuştur. Oluşturulan ikili karşılaştırma matrisleri ve söz konusu matrislerden üç ayrı teknikle belirlenen öncelik ve önem ağırlıkları Tablo 4.12 – Tablo 4.71’de gösterilmektedir. Hesaplamalar hiyerarşinin en alt basamaklarından, amaca doğru gidilerek yapılmış ve ilk beş matris için yapılan hesaplamalar gösterilmiştir.

2.4.1.2.1. Kalite ana kriteri ve alt kriterleri için yapılan ikili karşılaştırmalar ve hesaplamalar

Tablo 4. 12: Ekmeklik Lüks (Tip 650) Beyaz Unun Kalitesi Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi (k_{111})

	A Un	B Un	C Un
A Un	(1, 1, 1)	(2, 3, 4)	(3, 4, 5)
B Un	(1/4, 1/3, 1/2)	(1, 1, 1)	(1, 2, 3)
C Un	(1/5, 1/4, 1/3)	(1/3, 1/2, 1)	(1, 1, 1)
Tutarlılık oranı = 0.061			

Chang’in genişletilmiş analiz tekniği ile öncelik ağırlıklarının hesaplanması:

$$S_{A_{k_{111}}} = (6, 8, 10) \otimes (9.783, 13.083, 16.833)^{-1}$$

$$S_{A_{k_{111}}} = (6, 8, 10) \otimes \left(\frac{1}{16.833}, \frac{1}{13.083}, \frac{1}{9.783} \right)$$

$$S_{A_{k_{111}}} = (0.356, 0.611, 1.022)$$

$$S_{B_{k_{111}}} = (2.250, 3.333, 4.5) \otimes (9.783, 13.083, 16.833)^{-1}$$

$$S_{B_{k_{111}}} = (2.250, 3.333, 4.5) \otimes \left(\frac{1}{16.833}, \frac{1}{13.083}, \frac{1}{9.783} \right)$$

$$S_{B_{k_{111}}} = (0.134, 0.255, 0.46)$$

$$S_{C_{k_{111}}} = (1.533, 1.750, 2.333) \otimes (9.783, 13.083, 16.833)^{-1}$$

$$S_{C_{k_{111}}} = (1.533, 1.750, 2.333) \otimes \left(\frac{1}{16.833}, \frac{1}{13.083}, \frac{1}{9.783} \right)$$

$$S_{C_{k_{111}}} = (0.091, 0.134, 0.239)$$

Bulanık sentetik derece değerlerinin büyüklük karşılaştırması:

$$V(S_{A_{k_{111}}} \geq S_{B_{k_{111}}}) = 0.611 \geq 0.255 \quad \text{olduğundan, } \mu_{S_{A_{k_{111}}}}(d_1) = 1$$

$$V(S_{A_{k_{111}}} \geq S_{C_{k_{111}}}) = 0.611 \geq 0.134 \quad \text{olduğundan, } \mu_{S_{A_{k_{111}}}}(d_2) = 1$$

$$V(S_{A_{k_{111}}} > S_{B_{k_{111}}}, S_{C_{k_{111}}}) = \min(1, 1) = 1$$

$$V(S_{B_{k_{111}}} \geq S_{A_{k_{111}}}) = \mu_{B_{k_{111}}}(d_1) = \frac{0.356 - 0.460}{(0.255 - 0.460) - (0.611 - 0.356)} = 0.226$$

$$V(S_{B_{k_{111}}} \geq S_{C_{k_{111}}}) = 0.255 \geq 0.134 \quad \text{olduğundan, } \mu_{S_{B_{k_{111}}}}(d_2) = 1$$

$$V(S_{B_{k_{111}}} > S_{A_{k_{111}}}, S_{C_{k_{111}}}) = \min(0.226, 1.00) = 0.226$$

$$V(S_{C_{k_{111}}} \geq S_{A_{k_{111}}}) = 0.356 \geq 0.239 \quad \text{olduğundan, } \mu_{S_{C_{k_{111}}}}(d_1) = 0$$

$$V(S_{C_{k_{111}}} \geq S_{B_{k_{111}}}) = \mu_{C_{k_{111}}}(d_2) = \frac{0.134 - 0.239}{(0.134 - 0.239) - (0.255 - 0.134)} = 0.465$$

$$V(S_{C_{k_{111}}} > S_{A_{k_{111}}}, S_{B_{k_{111}}}) = \min(0, 0.465) = 0$$

Genişletilmiş analiz tekniği ile belirlenen öncelik ağırlıkları ve normalize edilmiş öncelik ağırlıkları vektörleri şunlardır.

$$W'_{k_{111}} = (1, 0.226, 0)^T$$

$$W_{k_{111}} = (0.816, 0.184, 0)^T$$

Liou ve Wang'ın toplam integral tekniği ile öncelik ağırlıklarının hesaplanması:

$$S_{A_{k_{111}}} = (0.356, 0.611, 1.022)$$

$$\mu_{S_{A_{k_{111}}}} = \frac{1}{2} [0.75 \times (1.022) + 0.611 + 0.25(0.356)] = 0.734$$

$$S_{B_{k_{111}}} = (0.134, 0.255, 0.46)$$

$$\mu_{S_{B_{k_{111}}}} = \frac{1}{2} [0.75x(0.46) + 0.255 + 0.25(0.134)] = 0.317$$

$$S_{C_{k_{111}}} = (0.091, 0.134, 0.239)$$

$$\mu_{S_{C_{k_{111}}}} = \frac{1}{2} [0.75x(0.239) + 0.134 + 0.25(0.091)] = 0.168$$

Toplam integral tekniği ile belirlenen öncelik ağırlıkları ve normalize edilmiş öncelik ağırlıkları vektörleri şunlardır:

$$W'_{k_{111}} = (0.734, 0.317, 0.168)^T$$

$$W_{k_{111}} = (0.602, 0.26, 0.138)^T$$

Bulanık VZAHŞ tekniği ile öncelik ağırlıklarının hesaplanması:

Tablo 4. 13: Ekmeklik Lüks (Tip 650) Beyaz Unun Kalitesi Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Çıktı ve Girdi Değerleri

Karar Birimi	ÇIKTILAR			KUKLA GİRDİ
	Y_{1j}	Y_{2j}	Y_{3j}	X_{1j}
A	(1, 1, 1)	(2, 3, 4)	(3, 4, 5)	(1, 1, 1)
B	(1/4, 1/3, 1/2)	(1, 1, 1)	(1, 2, 3)	(1, 1, 1)
C	(1/5, 1/4, 1/3)	(1/3, 1/2, 1)	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)

Tablo 4. 14: Ekmeklik Lüks (Tip 650) Beyaz Unun Kalitesi Alt Kriterine Göre Çıktılar ve Girdinin α -Kesim Aralıkları

Karar Birimi	ÇIKTILAR			KUKLA GİRDİ
	Y_{1j}	Y_{2j}	Y_{3j}	X_{1j}
A	[1, 1]	$[2 + \alpha, 4 - \alpha]$	$[3 + \alpha, 5 - \alpha]$	[1, 1]
B	$[\frac{1}{4} + \frac{\alpha}{12}, \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{6}]$	[1, 1]	$[1 + \alpha, 3 - \alpha]$	[1, 1]
C	$[\frac{1}{5} + \frac{\alpha}{20}, \frac{1}{3} - \frac{\alpha}{12}]$	$[\frac{1}{3} + \frac{\alpha}{6}, 1 - \frac{\alpha}{2}]$	[1, 1]	[1, 1]

Her bir karar biriminin, öncelik ağırlıkları vektörünü ifade edecek olan etkinlik değerlerinin bulunması için aynı kısıtlayıcı kümesine sahip üç adet bulanık VZA modelinin çözülmesi gerekmektedir. Kısıtlayıcı kümesi değişmeyeceğinden her bir karar birimi için amaç fonksiyonu ve girdiler toplamının 1'e eşit olmasını sağlayan kısıtlayıcı aşağıda verilmiştir.

A karar birimi için amaç fonksiyonu ve girdi kısıtlayıcısı:

$$\left(E_{A_{k_{111}}}\right)_{\alpha} = [\bar{Y}_{11} + \bar{Y}_{21} + \bar{Y}_{31}] \rightarrow \text{Maksimum}$$
$$\bar{X}_{11} = 1$$

B karar birimi için amaç fonksiyonu ve girdi kısıtlayıcısı:

$$\left(E_{B_{k_{111}}}\right)_{\alpha} = [\bar{Y}_{12} + \bar{Y}_{22} + \bar{Y}_{32}] \rightarrow \text{Maksimum}$$
$$\bar{X}_{12} = 1$$

C karar birimi için amaç fonksiyonu ve girdi kısıtlayıcısı:

$$\left(E_{C_{k_{111}}}\right)_{\alpha} = [\bar{Y}_{13} + \bar{Y}_{23} + \bar{Y}_{33}] \rightarrow \text{Maksimum}$$
$$\bar{X}_{13} = 1$$

Her karar birimi için ortak olan kısıtlayıcılar ise şunlardır:

$$\begin{aligned} [\bar{Y}_{11} + \bar{Y}_{21} + \bar{Y}_{31}] - [\bar{X}_{11}] &\leq 0 \\ [\bar{Y}_{12} + \bar{Y}_{22} + \bar{Y}_{32}] - [\bar{X}_{12}] &\leq 0 \\ [\bar{Y}_{13} + \bar{Y}_{23} + \bar{Y}_{33}] - [\bar{X}_{13}] &\leq 0 \end{aligned}$$

$$v_1 \leq \bar{X}_{11} \leq v_1 \quad v_1 \leq \bar{X}_{12} \leq v_1 \quad v_1 \leq \bar{X}_{13} \leq v_1$$

$$\begin{aligned} u_1 &\leq \bar{Y}_{11} \leq u_1 \\ \left(\frac{1}{4} + \frac{\alpha}{12}\right)u_1 &\leq \bar{Y}_{12} \leq \left(\frac{1}{2} - \frac{\alpha}{6}\right)u_1 \\ \left(\frac{1}{5} + \frac{\alpha}{20}\right)u_1 &\leq \bar{Y}_{13} \leq \left(\frac{1}{3} - \frac{\alpha}{12}\right)u_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2 + \alpha)u_2 &\leq \bar{Y}_{21} \leq (4 - \alpha)u_2 \\ u_2 &\leq \bar{Y}_{22} \leq u_2 \\ \left(\frac{1}{3} + \frac{\alpha}{6}\right)u_2 &\leq \bar{Y}_{23} \leq \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)u_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3 + \alpha)u_3 &\leq \bar{Y}_{31} \leq (5 - \alpha)u_3 \\ (1 + \alpha)u_3 &\leq \bar{Y}_{32} \leq (3 - \alpha)u_3 \\ u_3 &\leq \bar{Y}_{33} \leq u_3 \end{aligned}$$

$$\bar{X}_{ij}, \bar{Y}_{ij} \geq 0$$

$$v_1, u_1, u_2, u_3 \geq \varepsilon$$

$$E_{A_{k_{111}}} = 1 \quad E_{B_{k_{111}}} = 0.6 \quad E_{C_{k_{111}}} = 0.271$$

Bulanık VZAHS tekniği ile belirlenen öncelik ağırlıkları ve normalize edilmiş öncelik ağırlıkları vektörleri şunlardır:

$$W'_{k_{111}} = (1, 0.60, 0.271)^T \quad W_{k_{111}} = (0.535, 0.321, 0.144)^T$$

Tablo 4. 15: Ekmeklik Lüks (Tip 650) Beyaz Unun Kalitesi Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları

	A Un	B Un	C Un
Genişletilmiş Analiz	0.816	0.184	0
Toplam İntegral	0.602	0.26	0.138
Bulanık VZAHS	0.535	0.321	0.144

Tablo 4. 16: Ekmeklik Normal (Tip 550) Beyaz Unun Kalitesi Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi (k_{112})

	A Un	B Un	C Un
A Un	(1, 1, 1)	(5, 6, 7)	(6, 7, 8)
B Un	(1/7, 1/6, 1/5)	(1, 1, 1)	(2, 3, 4)
C Un	(1/8, 1/7, 1/6)	(1/4, 1/3, 1/2)	(1, 1, 1)
Tutarlılık oranı = 0.10			

Chang'in genişletilmiş analiz tekniği ile öncelik ağırlıklarının hesaplanması:

$$S_{A_{k_{112}}} = (12, 14, 16) \otimes (16.518, 19.643, 22.867)^{-1}$$

$$S_{A_{k_{112}}} = (7, 9, 11) \otimes \left(\frac{1}{22.867}, \frac{1}{19.643}, \frac{1}{16.518} \right)$$

$$S_{A_{k_{112}}} = (0.525, 0.713, 0.969)$$

$$S_{B_{k_{112}}} = (12, 14, 16) \otimes (16.518, 19.643, 22.867)^{-1}$$

$$S_{B_{k_{112}}} = (3.143, 4.167, 5.2) \otimes \left(\frac{1}{22.867}, \frac{1}{19.643}, \frac{1}{16.518} \right)$$

$$S_{B_{k_{112}}} = (0.137, 0.212, 0.315)$$

$$S_{C_{k_{112}}} = (1.375, 1.476, 1.667) \otimes (16.518, 19.643, 22.867)^{-1}$$

$$S_{C_{k_{112}}} = (7, 9, 11) \otimes \left(\frac{1}{22.867}, \frac{1}{19.643}, \frac{1}{16.518} \right)$$

$$S_{C_{k_{112}}} = (0.060, 0.075, 0.101)$$

Bulanık sentetik derece değerlerinin büyüklük karşılaştırması:

$$V(S_{A_{k_{112}}} \geq S_{B_{k_{112}}}) = 0.713 \geq 0.212 \text{ olduğundan, } \mu_{S_{A_{k_{112}}}}(d_1) = 1$$

$$V(S_{A_{k_{112}}} \geq S_{C_{k_{112}}}) = 0.713 \geq 0.075 \text{ olduğundan, } \mu_{S_{A_{k_{112}}}}(d_2) = 1$$

$$V(S_{A_{k_{112}}} > S_{B_{k_{112}}}, S_{C_{k_{112}}}) = \min(1, 1) = 1$$

$$V(S_{B_{k_{112}}} \geq S_{A_{k_{112}}}) = 0.525 \geq 0.315 \text{ olduğundan, } \mu_{S_{B_{k_{112}}}}(d_1) = 0$$

$$V(S_{B_{k_{112}}} \geq S_{C_{k_{112}}}) = 0.212 \geq 0.075 \text{ olduğundan, } \mu_{S_{B_{k_{112}}}}(d_2) = 1$$

$$V(S_{B_{k_{112}}} > S_{A_{k_{112}}}, S_{C_{k_{112}}}) = \min(0, 1) = 0$$

$$V(S_{C_{k_{112}}} \geq S_{A_{k_{112}}}) = 0.525 \geq 0.101 \text{ olduğundan, } \mu_{S_{C_{k_{112}}}}(d_1) = 0$$

$$V(S_{C_{k_{112}}} \geq S_{B_{k_{112}}}) = 0.137 \geq 0.101 \text{ olduğundan, } \mu_{S_{C_{k_{112}}}}(d_2) = 0$$

$$V(S_{C_{k_{112}}} > S_{A_{k_{112}}}, S_{B_{k_{112}}}) = \min(0, 0) = 0$$

Genişletilmiş analiz tekniği ile belirlenen öncelik ağırlıkları ve normalize edilmiş öncelik ağırlıkları vektörleri şunlardır:

$$W'_{k_{112}} = (1, 0, 0)^T \quad W_{k_{112}} = (1, 0, 0)^T$$

Liou ve Wang'ın toplam integral tekniği ile öncelik ağırlıklarının hesaplanması:

$$S_{A_{k_{112}}} = (0.525, 0.713, 0.969)$$

$$\mu_{S_{A_{k_{112}}}} = \frac{1}{2} [0.75 \times (0.969) + 0.713 + 0.25(0.525)] = 0.785$$

$$S_{B_{k_{112}}} = (0.137, 0.212, 0.315)$$

$$\mu_{S_{B_{k_{112}}}} = \frac{1}{2} [0.75 \times (0.315) + 0.212 + 0.25(0.137)] = 0.241$$

$$S_{C_{k_{112}}} = (0.060, 0.075, 0.101)$$

$$\mu_{S_{C_{k_{112}}}} = \frac{1}{2} [0.75 \times (0.101) + 0.075 + 0.25(0.060)] = 0.083$$

Toplam integral tekniği ile belirlenen öncelik ağırlıkları ve normalize edilmiş öncelik ağırlıkları vektörleri şunlardır:

$$W'_{k_{112}} = (0.785, 0.241, 0.083)^T \quad W_{k_{112}} = (0.708, 0.217, 0.075)^T$$

Bulanık VZAHŞ tekniği ile öncelik ağırlıklarının hesaplanması:

Tablo 4. 17: Ekmeklik Normal (Tip 550) Beyaz Unun Kalitesi Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Çıktı ve Girdi Değerleri

Karar Birimi	ÇIKTILAR			KUKLA GİRDİ
	Y_{1j}	Y_{2j}	Y_{3j}	X_{1j}
A	(1, 1, 1)	(5, 6, 7)	(6, 7, 8)	(1, 1, 1)
B	(1/7, 1/6, 1/5)	(1, 1, 1)	(2, 3, 4)	(1, 1, 1)
C	(1/8, 1/7, 1/6)	(1/4, 1/3, 1/2)	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)

Tablo 4. 18: Ekmeklik Normal (Tip 550) Beyaz Unun Kalitesi Alt Kriterine Göre Çıktılar ve Girdinin α -Kesim Aralıkları

Karar Birimi	ÇIKTILAR			KUKLA GİRDİ
	Y_{1j}	Y_{2j}	Y_{3j}	X_{1j}
A	[1, 1]	$[5 + \alpha, 7 - \alpha]$	$[6 + \alpha, 8 - \alpha]$	[1, 1]
B	$\left[\frac{1}{7} + \frac{\alpha}{42}, \frac{1}{5} - \frac{\alpha}{30} \right]$	[1, 1]	$[2 + \alpha, 4 - \alpha]$	[1, 1]
C	$\left[\frac{1}{8} + \frac{\alpha}{56}, \frac{1}{6} - \frac{\alpha}{42} \right]$	$\left[\frac{1}{4} + \frac{\alpha}{12}, \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{6} \right]$	[1, 1]	[1, 1]

A karar birimi için amaç fonksiyonu ve girdi kısıtlayıcısı:

$$\left(E_{A_{k_{112}}} \right)_{\alpha} = [\bar{Y}_{11} + \bar{Y}_{21} + \bar{Y}_{31}] \rightarrow \text{Maksimum}$$

$$\bar{X}_{11} = 1$$

B karar birimi için amaç fonksiyonu ve girdi kısıtlayıcısı:

$$\left(E_{B_{k_{112}}} \right)_{\alpha} = [\bar{Y}_{12} + \bar{Y}_{22} + \bar{Y}_{32}] \rightarrow \text{Maksimum}$$

$$\bar{X}_{12} = 1$$

C karar birimi için amaç fonksiyonu ve girdi kısıtlayıcısı:

$$\left(E_{C_{k_{112}}}\right)_{\alpha} = [\bar{Y}_{13} + \bar{Y}_{23} + \bar{Y}_{33}] \rightarrow \text{Maksimum}$$

$$\bar{X}_{13} = 1$$

Her karar birimi için ortak olan kısıtlayıcılar ise aşağıda gösterilmektedir:

$$\begin{aligned} [\bar{Y}_{11} + \bar{Y}_{21} + \bar{Y}_{31}] - [\bar{X}_{11}] &\leq 0 \\ [\bar{Y}_{12} + \bar{Y}_{22} + \bar{Y}_{32}] - [\bar{X}_{12}] &\leq 0 \\ [\bar{Y}_{13} + \bar{Y}_{23} + \bar{Y}_{33}] - [\bar{X}_{13}] &\leq 0 \end{aligned}$$

$$v_1 \leq \bar{X}_{11} \leq v_1 \quad v_1 \leq \bar{X}_{12} \leq v_1 \quad v_1 \leq \bar{X}_{13} \leq v_1$$

$$\begin{aligned} u_1 &\leq \bar{Y}_{11} \leq u_1 \\ \left(\frac{1}{7} + \frac{\alpha}{42}\right)u_1 &\leq \bar{Y}_{12} \leq \left(\frac{1}{5} - \frac{\alpha}{30}\right)u_1 \\ \left(\frac{1}{8} + \frac{\alpha}{56}\right)u_1 &\leq \bar{Y}_{13} \leq \left(\frac{1}{6} - \frac{\alpha}{42}\right)u_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (5 + \alpha)u_2 &\leq \bar{Y}_{21} \leq (7 - \alpha)u_2 \\ u_2 &\leq \bar{Y}_{22} \leq u_2 \\ \left(\frac{1}{4} + \frac{\alpha}{12}\right)u_2 &\leq \bar{Y}_{23} \leq \left(\frac{1}{2} - \frac{\alpha}{6}\right)u_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (6 + \alpha)u_3 &\leq \bar{Y}_{31} \leq (8 - \alpha)u_3 \\ (2 + \alpha)u_3 &\leq \bar{Y}_{32} \leq (4 - \alpha)u_3 \\ u_3 &\leq \bar{Y}_{33} \leq u_3 \end{aligned}$$

$$\bar{X}_{ij}, \bar{Y}_{ij} \geq 0$$

$$v_1, u_1, u_2, u_3 \geq \varepsilon$$

$$E_{A_{k_{112}}} = 1$$

$$E_{B_{k_{112}}} = 0.481$$

$$E_{C_{k_{112}}} = 0.149$$

Bulanık VZAHS tekniği ile belirlenen öncelik ağırlıkları ve normalize edilmiş öncelik ağırlıkları vektörleri şunlardır:

$$W'_{k_{112}} = (1, 0.481, 0.149)^T \quad W_{k_{112}} = (0.614, 0.295, 0.091)^T$$

Tablo 4. 19: Ekmeklik Normal (Tip 550) Beyaz Unun Kalitesi Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları

	A Un	B Un	C Un
Genişletilmiş Analiz	1	0	0
Toplam İntegral	0.708	0.217	0.075
Bulanık VZAHS	0.614	0.295	0.091

Tablo 4. 20: Pastalık-Böreklik Beyaz Unun Kalitesi Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi (k113)

	A Un	B Un	C Un
A Un	(1, 1, 1)	(1, 2, 3)	(1/3, 1/2, 1)
B Un	(1/3, 1/2, 1)	(1, 1, 1)	(1/4, 1/3, 1/2)
C Un	(1, 2, 3)	(2, 3, 4)	(1, 1, 1)
Tutarlılık oranı = 0.078			

Chang'in genişletilmiş analiz tekniği ile öncelik ağırlıklarının hesaplanması:

$$S_{A_{k_{113}}} = (2.333, 3.5, 5) \otimes (7.917, 11.333, 15.5)^{-1}$$

$$S_{A_{k_{113}}} = (2.333, 3.5, 5) \otimes \left(\frac{1}{15.5}, \frac{1}{11.333}, \frac{1}{7.917} \right)$$

$$S_{A_{k_{113}}} = (0.151, 0.309, 0.632)$$

$$S_{B_{k_{113}}} = (1.583, 1.833, 2.5) \otimes (7.917, 11.333, 15.5)^{-1}$$

$$S_{B_{k_{113}}} = (1.583, 1.833, 2.5) \otimes \left(\frac{1}{15.5}, \frac{1}{11.333}, \frac{1}{7.917} \right)$$

$$S_{B_{k_{113}}} = (0.102, 0.162, 0.316)$$

$$S_{C_{k_{113}}} = (4, 6, 8) \otimes (7.917, 11.333, 15.5)^{-1}$$

$$S_{C_{k_{113}}} = (4, 6, 8) \otimes \left(\frac{1}{15.5}, \frac{1}{11.333}, \frac{1}{7.917} \right)$$

$$S_{C_{k_{113}}} = (0.258, 0.529, 1.011)$$

Bulanık sentetik derece değerlerinin büyüklük karşılaştırması:

$$V(S_{A_{k_{113}}} \geq S_{B_{k_{113}}}) = 0.309 \geq 0.162 \text{ olduğundan, } \mu_{S_{A_{k_{113}}}}(d_1) = 1$$

$$V(S_{A_{k_{113}}} \geq S_{C_{k_{113}}}) = \mu_{A_{k_{113}}}(d_2) = \frac{0.258 - 0.632}{(0.309 - 0.632) - (0.529 - 0.258)} = 0.63$$

$$V(S_{A_{k_{113}}} > S_{B_{k_{113}}}, S_{C_{k_{113}}}) = \min(1, 0.63) = 0.63$$

$$V(S_{B_{k_{113}}} \geq S_{A_{k_{113}}}) = \mu_{B_{k_{113}}}(d_1) = \frac{0.151 - 0.316}{(0.309 - 0.632) - (0.309 - 0.151)} = 0.343$$

$$V(S_{B_{k_{113}}} \geq S_{C_{k_{113}}}) = \mu_{B_{k_{113}}}(d_2) = \frac{0.258 - 0.316}{(0.162 - 0.316) - (0.529 - 0.258)} = 0.136$$

$$V(S_{B_{k_{113}}} > S_{A_{k_{113}}}, S_{C_{k_{113}}}) = \min(0.343, 0.136) = 0.136$$

$$V(S_{C_{k_{113}}} \geq S_{A_{k_{113}}}) = 0.529 \geq 0.309 \text{ olduğundan, } \mu_{S_{C_{k_{113}}}}(d_1) = 1$$

$$V(S_{C_{k_{113}}} \geq S_{B_{k_{113}}}) = 0.529 \geq 0.162 \text{ olduğundan, } \mu_{S_{C_{k_{113}}}}(d_2) = 1$$

$$V(S_{C_{k_{113}}} > S_{A_{k_{113}}}, S_{B_{k_{113}}}) = \min(1, 1) = 1$$

Genişletilmiş analiz tekniği ile belirlenen öncelik ağırlıkları ve normalize edilmiş öncelik ağırlıkları vektörleri şunlardır:

$$W'_{k_{113}} = (0.63, 0.136, 1)^T$$

$$W_{k_{113}} = (0.357, 0.077, 0.566)^T$$

Liou ve Wang'ın toplam integral tekniği ile öncelik ağırlıklarının hesaplanması:

$$S_{A_{k_{113}}} = (0.151, 0.309, 0.632)$$

$$\mu_{S_{A_{k_{113}}}} = \frac{1}{2} [0.75x(0.632) + 0.309 + 0.25(0.151)] = 0.41$$

$$S_{B_{k_{113}}} = (0.102, 0.162, 0.316)$$

$$\mu_{S_{B_{k_{113}}}} = \frac{1}{2} [0.75x(0.316) + 0.162 + 0.25(0.102)] = 0.212$$

$$S_{C_{k_{113}}} = (0.258, 0.529, 1.011)$$

$$\mu_{S_{C_{k_{113}}}} = \frac{1}{2} [0.75x(1.011) + 0.529 + 0.25(0.258)] = 0.676$$

Toplam integral tekniği ile belirlenen öncelik ağırlıkları ve normalize edilmiş öncelik ağırlıkları vektörleri şunlardır:

$$W'_{k_{113}} = (0.41, 0.212, 0.676)^T \quad W_{k_{113}} = (0.316, 0.163, 0.521)^T$$

Bulanık VZAHS tekniği ile öncelik ağırlıklarının hesaplanması:

Tablo 4. 21: Pastalık-Böreklik Beyaz Unun Kalitesi Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Çıktı ve Girdi Değerleri

Karar Birimi	ÇIKTILAR			KUKLA GİRDİ
	Y_{1j}	Y_{2j}	Y_{3j}	X_{1j}
A	(1, 1, 1)	(1, 2, 3)	(1/3, 1/2, 1)	(1, 1, 1)
B	(1/3, 1/2, 1)	(1, 1, 1)	(1/4, 1/3, 1/2)	(1, 1, 1)
C	(1, 2, 3)	(2, 3, 4)	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)

Tablo 4. 22: Pastahk-Böreklik Beyaz Unun Kalitesi Alt Kriterine Göre Çıktılar ve Girdinin α -Kesim Aralıkları

Karar Birimi	ÇIKTILAR			KUKLA GİRDİ
	Y_{1j}	Y_{2j}	Y_{3j}	X_{1j}
A	[1, 1]	$[1 + \alpha, 3 - \alpha]$	$\left[\frac{1}{3} + \frac{\alpha}{6}, 1 - \frac{\alpha}{2}\right]$	[1, 1]
B	$\left[\frac{1}{3} + \frac{\alpha}{6}, 1 - \frac{\alpha}{2}\right]$	[1, 1]	$\left[\frac{1}{4} + \frac{\alpha}{12}, \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{6}\right]$	[1, 1]
C	$[1 + \alpha, 3 - \alpha]$	$[2 + \alpha, 4 - \alpha]$	[1, 1]	[1, 1]

A karar birimi için amaç fonksiyonu ve girdi kısıtlayıcısı:

$$\left(E_{A_{k_{113}}}\right)_{\alpha} = [\bar{Y}_{11} + \bar{Y}_{21} + \bar{Y}_{31}] \rightarrow \text{Maksimum}$$

$$\bar{X}_{11} = 1$$

B karar birimi için amaç fonksiyonu ve girdi kısıtlayıcısı:

$$\left(E_{B_{k_{113}}}\right)_{\alpha} = [\bar{Y}_{12} + \bar{Y}_{22} + \bar{Y}_{32}] \rightarrow \text{Maksimum}$$

$$\bar{X}_{12} = 1$$

C karar birimi için amaç fonksiyonu ve girdi kısıtlayıcısı:

$$\left(E_{C_{k_{113}}}\right)_{\alpha} = [\bar{Y}_{13} + \bar{Y}_{23} + \bar{Y}_{33}] \rightarrow \text{Maksimum}$$

$$\bar{X}_{13} = 1$$

Her karar birimi için ortak olan kısıtlayıcılar ise aşağıda gösterilmektedir:

$$\begin{aligned} [\bar{Y}_{11} + \bar{Y}_{21} + \bar{Y}_{31}] - [\bar{X}_{11}] &\leq 0 \\ [\bar{Y}_{12} + \bar{Y}_{22} + \bar{Y}_{32}] - [\bar{X}_{12}] &\leq 0 \\ [\bar{Y}_{13} + \bar{Y}_{23} + \bar{Y}_{33}] - [\bar{X}_{13}] &\leq 0 \end{aligned}$$

$$v_1 \leq \bar{X}_{11} \leq v_1 \quad v_1 \leq \bar{X}_{12} \leq v_1 \quad v_1 \leq \bar{X}_{13} \leq v_1$$

$$\begin{aligned} u_1 &\leq \bar{Y}_{11} \leq u_1 \\ \left(\frac{1}{3} + \frac{\alpha}{6}\right)u_1 &\leq \bar{Y}_{12} \leq \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)u_1 \\ (1 + \alpha)u_1 &\leq \bar{Y}_{13} \leq (3 - \alpha)u_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (1 + \alpha)u_2 &\leq \bar{Y}_{21} \leq (3 - \alpha)u_2 \\ u_2 &\leq \bar{Y}_{22} \leq u_2 \\ (2 + \alpha)u_2 &\leq \bar{Y}_{23} \leq (4 - \alpha)u_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{3} + \frac{\alpha}{6}\right)u_3 &\leq \bar{Y}_{31} \leq \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)u_3 \\ \left(\frac{1}{4} + \frac{\alpha}{12}\right)u_3 &\leq \bar{Y}_{32} \leq \left(\frac{1}{2} - \frac{\alpha}{6}\right)u_3 \\ u_3 &\leq \bar{Y}_{33} \leq u_3 \end{aligned}$$

$$\bar{X}_{ij}, \bar{Y}_{ij} \geq 0$$

$$v_1, u_1, u_2, u_3 \geq \varepsilon$$

$$E_{A_{k_{113}}} = 0.818$$

$$E_{B_{k_{113}}} = 0.375$$

$$E_{C_{k_{113}}} = 1$$

Bulanık VZAHŞ tekniği ile belirlenen öncelik ağırlıkları ve normalize edilmiş öncelik ağırlıkları vektörleri şunlardır:

$$W'_{k_{113}} = (0.818, 0.375, 1)^T$$

$$W_{k_{113}} = (0.373, 0.171, 0.456)^T$$

Tablo 4. 23: Pastalık-Böreklik Beyaz Unun Kalitesi Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları

	A Un	B Un	C Un
Genişletilmiş Analiz	0.357	0.077	0.566
Toplam İntegral	0.316	0.163	0.521
Bulanık VZAHS	0.373	0.171	0.456

Tablo 4. 24: İnce Buğday Kepeğinin Kalitesi Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi (k_{131})

	A Un	B Un	C Un
A Un	(1, 1, 1)	(3, 4, 5)	(1/4, 1/3, 1/2)
B Un	(1/5, 1/4, 1/3)	(1, 1, 1)	(1/6, 1/5, 1/4)
C Un	(2, 3, 4)	(4, 5, 6)	(1, 1, 1)
Tutarlılık oranı = 0.094			

Chang'in genişletilmiş analiz tekniği ile öncelik ağırlıklarının hesaplanması:

$$S_{A_{k_{131}}} = (4.25, 5.333, 6.5) \otimes (12.617, 15.783, 19.083)^{-1}$$

$$S_{A_{k_{131}}} = (4.25, 5.333, 6.5) \otimes \left(\frac{1}{19.083}, \frac{1}{18.783}, \frac{1}{12.617} \right)$$

$$S_{A_{k_{131}}} = (0.223, 0.338, 0.515)$$

$$S_{B_{k_{131}}} = (1.367, 1.45, 1.583) \otimes (12.617, 15.783, 19.083)^{-1}$$

$$S_{B_{k_{131}}} = (1.367, 1.45, 1.583) \otimes \left(\frac{1}{19.083}, \frac{1}{18.783}, \frac{1}{12.617} \right)$$

$$S_{B_{k_{131}}} = (0.072, 0.092, 0.125)$$

$$S_{C_{k_{131}}} = (7, 9, 11) \otimes (12.617, 15.783, 19.083)^{-1}$$

$$S_{C_{k_{131}}} = (7, 9, 11) \otimes \left(\frac{1}{19.083}, \frac{1}{18.783}, \frac{1}{12.617} \right)$$

$$S_{C_{k_{131}}} = (0.367, 0.570, 0.872)$$

Bulanık sentetik derece değerlerinin büyüklük karşılaştırması:

$$V(S_{A_{k131}} \geq S_{B_{k131}}) = 0.338 \geq 0.125 \text{ olduğundan, } \mu_{S_{A_{k131}}}(d_1) = 1$$

$$V(S_{A_{k131}} \geq S_{C_{k131}}) = \mu_{S_{A_{k131}}}(d_2) = \frac{0.367 - 0.515}{(0.338 - 0.515) - (0.570 - 0.367)} = 0.39$$

$$V(S_{A_{k131}} > S_{B_{k131}}, S_{C_{k131}}) = \min(1, 0.39) = 0.39$$

$$V(S_{B_{k131}} \geq S_{A_{k131}}) = 0.223 \geq 0.125 \text{ olduğundan, } \mu_{S_{B_{k131}}}(d_1) = 0$$

$$V(S_{B_{k131}} \geq S_{C_{k131}}) = 0.367 \geq 0.125 \text{ olduğundan, } \mu_{S_{B_{k131}}}(d_2) = 0$$

$$V(S_{B_{k131}} > S_{A_{k131}}, S_{C_{k131}}) = \min(0, 0) = 0$$

$$V(S_{C_{k131}} \geq S_{A_{k131}}) = 0.570 \geq 0.338 \text{ olduğundan, } \mu_{S_{C_{k131}}}(d_1) = 1$$

$$V(S_{C_{k131}} \geq S_{B_{k131}}) = 0.570 \geq 0.092 \text{ olduğundan, } \mu_{S_{C_{k131}}}(d_2) = 1$$

$$V(S_{C_{k131}} > S_{A_{k131}}, S_{B_{k131}}) = \min(1, 1) = 1$$

Genişletilmiş analiz tekniği ile belirlenen öncelik ağırlıkları ve normalize edilmiş öncelik ağırlıkları vektörleri şunlardır:

$$W'_{k131} = (0.39, 0, 1)^T \quad W_{k131} = (0.28, 0, 0.72)^T$$

Liou ve Wang'ın toplam integral tekniği ile öncelik ağırlıklarının hesaplanması:

$$S_{A_{k131}} = (0.223, 0.338, 0.515)$$

$$\mu_{S_{A_{k131}}} = \frac{1}{2} [0.75 \times (0.515) + 0.338 + 0.25(0.223)] = 0.39$$

$$S_{B_{k_{131}}} = (0.072, 0.092, 0.125)$$

$$\mu_{S_{B_{k_{131}}}} = \frac{1}{2} [0.75x(0.125) + 0.092 + 0.25(0.072)] = 0.102$$

$$S_{C_{k_{131}}} = (0.367, 0.570, 0.872)$$

$$\mu_{S_{C_{k_{131}}}} = \frac{1}{2} [0.75x(0.872) + 0.570 + 0.25(0.367)] = 0.66$$

Toplam integral tekniği ile belirlenen öncelik ağırlıkları ve normalize edilmiş öncelik ağırlıkları vektörleri şunlardır:

$$W'_{k_{131}} = (0.39, 0.102, 0.66)^T \quad W_{k_{131}} = (0.339, 0.089, 0.572)^T$$

Bulanık VZAHŞ tekniği ile öncelik ağırlıklarının hesaplanması:

Tablo 4. 25: İnce Buğday Kepeğinin Kalitesi Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Çıktı ve Girdi Değerleri

Karar Birimi	ÇIKTILAR			KUKLA GİRDİ
	Y_{1j}	Y_{2j}	Y_{3j}	X_{1j}
A	(1, 1, 1)	(3, 4, 5)	(1/4, 1/3, 1/2)	(1, 1, 1)
B	(1/5, 1/4, 1/3)	(1, 1, 1)	(1/6, 1/5, 1/4)	(1, 1, 1)
C	(2, 3, 4)	(4, 5, 6)	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)

Tablo 4. 26: İnce Buğday Kepeğinin Kalitesi Alt Kriterine Göre Çıktılar ve Girdinin α -Kesim Aralıkları

Karar Birimi	ÇIKTILAR			KUKLA GİRDİ
	Y_{1j}	Y_{2j}	Y_{3j}	X_{1j}
A	[1, 1]	$[3 + \alpha, 5 - \alpha]$	$\left[\frac{1}{4} + \frac{\alpha}{12}, \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{6} \right]$	[1, 1]
B	$\left[\frac{1}{5} + \frac{\alpha}{20}, \frac{1}{3} - \frac{\alpha}{12} \right]$	[1, 1]	$\left[\frac{1}{6} + \frac{\alpha}{30}, \frac{1}{4} - \frac{\alpha}{20} \right]$	[1, 1]
C	$[2 + \alpha, 4 - \alpha]$	$[4 + \alpha, 6 - \alpha]$	[1, 1]	[1, 1]

A karar birimi için amaç fonksiyonu ve girdi kısıtlayıcısı:

$$\left(E_{A_{k131}}\right)_{\alpha} = [\bar{Y}_{11} + \bar{Y}_{21} + \bar{Y}_{31}] \rightarrow \text{Maksimum}$$
$$\bar{X}_{11} = 1$$

B karar birimi için amaç fonksiyonu ve girdi kısıtlayıcısı:

$$\left(E_{B_{k131}}\right)_{\alpha} = [\bar{Y}_{12} + \bar{Y}_{22} + \bar{Y}_{32}] \rightarrow \text{Maksimum}$$
$$\bar{X}_{12} = 1$$

C karar birimi için amaç fonksiyonu ve girdi kısıtlayıcısı:

$$\left(E_{C_{k131}}\right)_{\alpha} = [\bar{Y}_{13} + \bar{Y}_{23} + \bar{Y}_{33}] \rightarrow \text{Maksimum}$$
$$\bar{X}_{13} = 1$$

Her karar birimi için ortak olan kısıtlayıcılar ise aşağıda gösterilmektedir:

$$\begin{aligned} [\bar{Y}_{11} + \bar{Y}_{21} + \bar{Y}_{31}] - [\bar{X}_{11}] &\leq 0 \\ [\bar{Y}_{12} + \bar{Y}_{22} + \bar{Y}_{32}] - [\bar{X}_{12}] &\leq 0 \\ [\bar{Y}_{13} + \bar{Y}_{23} + \bar{Y}_{33}] - [\bar{X}_{13}] &\leq 0 \end{aligned}$$

$$v_1 \leq \bar{X}_{11} \leq v_1 \quad v_1 \leq \bar{X}_{12} \leq v_1 \quad v_1 \leq \bar{X}_{13} \leq v_1$$

$$\begin{aligned} u_1 &\leq \bar{Y}_{11} \leq u_1 \\ \left(\frac{1}{5} + \frac{\alpha}{20}\right)u_1 &\leq \bar{Y}_{12} \leq \left(\frac{1}{3} - \frac{\alpha}{12}\right)u_1 \\ (2 + \alpha)u_1 &\leq \bar{Y}_{13} \leq (4 - \alpha)u_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3 + \alpha)u_2 &\leq \bar{Y}_{21} \leq (5 - \alpha)u_2 \\ u_2 &\leq \bar{Y}_{22} \leq u_2 \\ (4 + \alpha)u_2 &\leq \bar{Y}_{23} \leq (6 - \alpha)u_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{4} + \frac{\alpha}{12}\right)u_3 &\leq \bar{Y}_{31} \leq \left(\frac{1}{2} - \frac{\alpha}{6}\right)u_3 \\ \left(\frac{1}{6} + \frac{\alpha}{30}\right)u_3 &\leq \bar{Y}_{32} \leq \left(\frac{1}{4} - \frac{\alpha}{20}\right)u_3 \\ u_3 &\leq \bar{Y}_{33} \leq u_3 \end{aligned}$$

$$\bar{X}_{ij}, \bar{Y}_{ij} \geq 0$$

$$v_1, u_1, u_2, u_3 \geq \varepsilon$$

$$E_{A_{k_{131}}} = 0.894$$

$$E_{B_{k_{131}}} = 0.212$$

$$E_{C_{k_{132}}} = 1$$

Bulanık VZAHŞ tekniği ile belirlenen öncelik ağırlıkları ve normalize edilmiş öncelik ağırlıkları vektörleri şunlardır:

$$W'_{k_{131}} = (0.894, 0.212, 1)^T$$

$$W_{k_{131}} = (0.424, 0.1, 0.476)^T$$

Tablo 4. 27: İnce Buğday Kepeğinin Kalitesi Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları

	A Un	B Un	C Un
Genişletilmiş Analiz	0.280	0	0.720
Toplam İntegral	0.339	0.089	0.572
Bulanık VZAHS	0.424	0.10	0.476

Tablo 4. 28: Kaba Buğday Kepeğinin Kalitesi Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi (k_{132})

	A Un	B Un	C Un
A Un	(1, 1, 1)	(5, 6, 7)	(1, 1, 1)
B Un	(1/7, 1/6, 1/5)	(1, 1, 1)	(1/7, 1/6, 1/5)
C Un	(1, 1, 1)	(5, 6, 7)	(1, 1, 1)
Tutarlılık oranı = 0.005			

Chang'in genişletilmiş analiz tekniği ile öncelik ağırlıklarının hesaplanması:

$$S_{A_{k_{132}}} = (7, 8, 9) \otimes (15.286, 17.333, 19.4)^{-1}$$

$$S_{A_{k_{132}}} = (7, 8, 9) \otimes \left(\frac{1}{19.4}, \frac{1}{17.333}, \frac{1}{15.286} \right)$$

$$S_{A_{k_{132}}} = (0.361, 0.462, 0.589)$$

$$S_{B_{k_{132}}} = (1.286, 1.333, 1.4) \otimes (15.286, 17.333, 19.4)^{-1}$$

$$S_{B_{k_{132}}} = (1.286, 1.333, 1.4) \otimes \left(\frac{1}{19.4}, \frac{1}{17.333}, \frac{1}{15.286} \right)$$

$$S_{B_{k_{132}}} = (0.066, 0.077, 0.092)$$

$$S_{C_{k_{132}}} = (7, 8, 9) \otimes (15.286, 17.333, 19.4)^{-1}$$

$$S_{C_{k_{132}}} = (7, 8, 9) \otimes \left(\frac{1}{19.4}, \frac{1}{17.333}, \frac{1}{15.286} \right)$$

$$S_{C_{k_{132}}} = (0.361, 0.462, 0.589)$$

Bulanık sentetik derece değerlerinin büyüklük karşılaştırması:

$$V(S_{A_{k_{132}}} \geq S_{B_{k_{132}}}) = 0.462 \geq 0.077 \text{ olduğundan, } \mu_{S_{A_{k_{132}}}}(d_1) = 1$$

$$V(S_{A_{k132}} \geq S_{C_{k132}}) = 0.462 \geq 0.462 \text{ olduğundan, } \mu_{S_{A_{k132}}}(d_2) = 1$$

$$V(S_{A_{k132}} > S_{B_{k132}}, S_{C_{k132}}) = \min(0, 1) = 1$$

$$V(S_{B_{k132}} \geq S_{A_{k132}}) = 0.361 \geq 0.092 \text{ olduğundan, } \mu_{S_{B_{k132}}}(d_1) = 0$$

$$V(S_{B_{k132}} \geq S_{C_{k132}}) = 0.361 \geq 0.092 \text{ olduğundan, } \mu_{S_{B_{k132}}}(d_2) = 0$$

$$V(S_{B_{k132}} > S_{A_{k132}}, S_{C_{k132}}) = \min(0, 0) = 0$$

$$V(S_{C_{k132}} \geq S_{A_{k132}}) = 0.462 \geq 0.462 \text{ olduğundan, } \mu_{S_{C_{k132}}}(d_1) = 1$$

$$V(S_{C_{k132}} \geq S_{B_{k132}}) = 0.462 \geq 0.077 \text{ olduğundan, } \mu_{S_{C_{k132}}}(d_2) = 1$$

$$V(S_{C_{k132}} > S_{A_{k132}}, S_{B_{k132}}) = \min(1, 1) = 1$$

Geniştirilmiş analiz tekniği ile belirlenen öncelik ağırlıkları ve normalize edilmiş öncelik ağırlıkları vektörleri şunlardır:

$$W'_{k132} = (1, 0, 1)^T \quad W_{k132} = (0.5, 0, 0.5)^T$$

Liou ve Wang'ın toplam integral tekniği ile öncelik ağırlıklarının hesaplanması:

$$S_{A_{k132}} = (0.361, 0.462, 0.589)$$

$$\mu_{S_{A_{k132}}} = \frac{1}{2} [0.75x(0.589) + 0.462 + 0.25(0.361)] = 0.497$$

$$S_{B_{k132}} = (0.066, 0.077, 0.092)$$

$$\mu_{S_{B_{k132}}} = \frac{1}{2} [0.75x(0.092) + 0.077 + 0.25(0.066)] = 0.081$$

$$S_{C_{k132}} = (0.361, 0.462, 0.589)$$

$$\mu_{S_{C_{k132}}} = \frac{1}{2} [0.75x(0.589) + 0.462 + 0.25(0.361)] = 0.497$$

Toplam integral tekniği ile belirlenen öncelik ağırlıkları ve normalize edilmiş öncelik ağırlıkları vektörleri şunlardır:

$$W'_{k_{132}} = (0.497, 0.081, 0.497)^T \quad W_{k_{132}} = (0.462, 0.076, 0.462)^T$$

Bulanık VZAHŞ tekniği ile öncelik ağırlıklarının hesaplanması:

Tablo 4. 29: Kaba Buğday Kepeğinin Kalitesi Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Çıktı ve Girdi Değerleri

Karar Birimi	ÇIKTILAR			KUKLA GİRDİ
	Y_{1j}	Y_{2j}	Y_{3j}	X_{1j}
A	(1, 1, 1)	(5, 6, 7)	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)
B	(1/7, 1/6, 1/5)	(1, 1, 1)	(1/7, 1/6, 1/5)	(1, 1, 1)
C	(1, 1, 1)	(5, 6, 7)	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)

Tablo 4. 30: Kaba Buğday Kepeğinin Kalitesi Alt Kriterine Göre Çıktılar ve Girdinin α -Kesim Aralıkları

Karar Birimi	ÇIKTILAR			KUKLA GİRDİ
	Y_{1j}	Y_{2j}	Y_{3j}	X_{1j}
A	[1, 1]	$[5 + \alpha, 7 - \alpha]$	[1, 1]	[1, 1]
B	$\left[\frac{1}{7} + \frac{\alpha}{42}, \frac{1}{5} - \frac{\alpha}{30}\right]$	[1, 1]	$\left[\frac{1}{7} + \frac{\alpha}{42}, \frac{1}{5} - \frac{\alpha}{30}\right]$	[1, 1]
C	[1, 1]	$[5 + \alpha, 7 - \alpha]$	[1, 1]	[1, 1]

A karar birimi için amaç fonksiyonu ve girdi kısıtlayıcısı:

$$\left(E_{A_{k_{132}}}\right)_{\alpha} = [\bar{Y}_{11} + \bar{Y}_{21} + \bar{Y}_{31}] \rightarrow \text{Maksimum}$$

$$\bar{X}_{11} = 1$$

B karar birimi için amaç fonksiyonu ve girdi kısıtlayıcısı:

$$\left(E_{B_{k_{132}}}\right)_{\alpha} = [\bar{Y}_{12} + \bar{Y}_{22} + \bar{Y}_{32}] \rightarrow \text{Maksimum}$$

$$\bar{X}_{12} = 1$$

C karar birimi için amaç fonksiyonu ve girdi kısıtlayıcısı:

$$\left(E_{C_{k_{132}}} \right)_{\alpha} = [\bar{Y}_{13} + \bar{Y}_{23} + \bar{Y}_{33}] \rightarrow \text{Maksimum}$$

$$\bar{X}_{13} = 1$$

Her karar birimi için ortak olan kısıtlayıcılar ise aşağıda gösterilmektedir:

$$\begin{aligned} [\bar{Y}_{11} + \bar{Y}_{21} + \bar{Y}_{31}] - [\bar{X}_{11}] &\leq 0 \\ [\bar{Y}_{12} + \bar{Y}_{22} + \bar{Y}_{32}] - [\bar{X}_{12}] &\leq 0 \\ [\bar{Y}_{13} + \bar{Y}_{23} + \bar{Y}_{33}] - [\bar{X}_{13}] &\leq 0 \end{aligned}$$

$$v_1 \leq \bar{X}_{11} \leq v_1 \quad v_1 \leq \bar{X}_{12} \leq v_1 \quad v_1 \leq \bar{X}_{13} \leq v_1$$

$$\begin{aligned} u_1 &\leq \bar{Y}_{11} \leq u_1 \\ \left(\frac{1}{7} + \frac{\alpha}{42} \right) u_1 &\leq \bar{Y}_{12} \leq \left(\frac{1}{5} - \frac{\alpha}{30} \right) u_1 \\ u_1 &\leq \bar{Y}_{13} \leq u_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (5 + \alpha) u_2 &\leq \bar{Y}_{21} \leq (7 - \alpha) u_2 \\ u_2 &\leq \bar{Y}_{22} \leq u_2 \\ (5 + \alpha) u_2 &\leq \bar{Y}_{23} \leq (7 - \alpha) u_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_3 &\leq \bar{Y}_{31} \leq u_3 \\ \left(\frac{1}{7} + \frac{\alpha}{42} \right) u_3 &\leq \bar{Y}_{32} \leq \left(\frac{1}{5} - \frac{\alpha}{30} \right) u_3 \\ u_3 &\leq \bar{Y}_{33} \leq u_3 \end{aligned}$$

$$\bar{X}_{ij}, \bar{Y}_{ij} \geq 0$$

$$v_1, u_1, u_2, u_3 \geq \varepsilon$$

$$E_{A_{k_{132}}} = 1 \quad E_{B_{k_{132}}} = 0.175 \quad E_{C_{k_{132}}} = 1$$

Bulanık VZAHŞ tekniği ile belirlenen öncelik ağırlıkları ve normalize edilmiş öncelik ağırlıkları vektörleri şunlardır:

$$W'_{k_{132}} = (1, 0.175, 1)^T$$

$$W_{k_{132}} = (0.46, 0.08, 0.46)^T$$

Tablo 4. 31: Kaba Buğday Kepeğinin Kalitesi Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları

	A Un	B Un	C Un
Genişletilmiş Analiz	0.5	0	0.5
Toplam İntegral	0.462	0.076	0.462
Bulanık VZAHS	0.46	0.08	0.46

Kriter ve alt kriterler ile ilgili yapılan diğer karşılaştırmalar ve hesaplamaların sonuçları tablolar halinde gösterilecektir.

Tablo 4. 32: Beyaz Unun Kalitesi Alt Kriterinin Alt Kriterlerinin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Önem Ağırlıkları (k_{11})

Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi				Normalize Edilmiş Önem Ağırlıkları		
	Ekmeklik Lüks	Ekmeklik Normal	Pastalık-Böreklik	Genişletilmiş Analiz	Toplam İntegral	Bulanık VZAHS
Ekmeklik Lüks	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)	(6, 7, 8)	0.5	0.467	0.465
Ekmeklik Normal	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)	(6, 7, 8)	0.5	0.467	0.465
Pastalık-Böreklik	(1/8, 1/7, 1/6)	(1/8, 1/7, 1/6)	(1, 1, 1)	0	0.066	0.07
Tutarlılık oranı = 0.004						

Buğday kepeğinin kalitesi alt kriterinin alt kriterler önem dereceleri eşit olduğundan ince ve kaba buğday kepeğinin önem ağırlıkları 0.5 olarak belirlenecektir.

Tablo 4. 33: Çavdar Ununun Kalitesi Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (k_{12})

Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi				Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları		
	A Un	B Un	C Un	Genişletilmiş Analiz	Toplam İntegral	Bulanık VZAHS
A Un	(1, 1, 1)	(1/4, 1/3, 1/2)	(1, 2, 3)	0	0.23	0.242
B Un	(2, 3, 4)	(1, 1, 1)	(5, 6, 7)	1	0.65	0.618
C Un	(1/3, 1/2, 1)	(1/7, 1/6, 1/5)	(1, 1, 1)	0	0.12	0.14
Tutarlılık oranı = 0.046						

Tablo 4. 34: Tam Buğday Ununun Kalitesi Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (k_{14})

Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi			Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları			
	A Un	B Un	C Un	Genişletilmiş Analiz	Toplam İntegral	Bulanık VZAHS
A Un	(1, 1, 1)	(2, 3, 4)	(3, 4, 5)	0.72	0.575	0.468
B Un	(1/4, 1/3, 1/2)	(1, 1, 1)	(2, 3, 4)	0.28	0.314	0.405
C Un	(1/5, 1/4, 1/3)	(1/4, 1/3, 1/2)	(1, 1, 1)	0	0.111	0.127
Tutarlılık oranı = 0.09						

Tablo 4. 35: Unun Kalitesi Alt Kriterinin Alt Kriterlerinin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi (K_1)

	Beyaz Un	Çavdar Unu	Buğday Kepeği	Tam Buğday Unu
Beyaz Un	(1, 1, 1)	(3, 4, 5)	(3, 4, 5)	(1, 2, 3)
Çavdar Unu	(1/5, 1/4, 1/3)	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)	(1/4, 1/3, 1/2)
Buğday Kepeği	(1/5, 1/4, 1/3)	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)	(1/4, 1/3, 1/2)
Tam Buğday Unu	(1/3, 1/2, 1)	(2, 3, 4)	(2, 3, 4)	(1, 1, 1)
Tutarlılık oranı = 0.027				

Tablo 4. 36: Unun Kalitesi Alt Kriterinin Alt Kriterlerinin Normalize Edilmiş Önem Ağırlıkları

	Beyaz Un	Çavdar Unu	Buğday Kepeği	Tam Buğday Unu
Genişletilmiş Analiz	0.605	0	0	0.395
Toplam İntegral	0.466	0.104	0.104	0.326
Bulanık VZAHS	0.416	0.112	0.112	0.36

Tablo 4. 37: Ürünlerin Üretim Sistemine Uygunluğu Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (K_2)

Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi			Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları			
	A Un	B Un	C Un	Genişletilmiş Analiz	Toplam İntegral	Bulanık VZAHS
A Un	(1, 1, 1)	(2, 3, 4)	(4, 5, 6)	0.72	0.572	0.475
B Un	(1/4, 1/3, 1/2)	(1, 1, 1)	(3, 4, 5)	0.28	0.339	0.424
C Un	(1/6, 1/5, 1/4)	(1/5, 1/4, 1/3)	(1, 1, 1)	0	0.089	0.101
Tutarlılık oranı = 0.015						

Tablo 4. 38: Kalite Standartlarına Uyum Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (K3)

Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi				Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları		
	A Un	B Un	C Un	Genişletilmiş Analiz	Toplam İntegral	Bulanık VZAHS
A Un	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)	(2, 3, 4)	0.5	0.428	0.421
B Un	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)	(2, 3, 4)	0.5	0.428	0.421
C Un	(1/4, 1/3, 1/2)	(1/4, 1/3, 1/2)	(1, 1, 1)	0	0.144	0.158
Tutarlılık oranı = 0.024						

Tablo 4. 39: Ürünlerdeki Kusur Miktarı Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (K4)

Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi				Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları		
	A Un	B Un	C Un	Genişletilmiş Analiz	Toplam İntegral	Bulanık VZAHS
A Un	(1, 1, 1)	(1, 2, 3)	(2, 3, 4)	0.566	0.521	0.456
B Un	(1/3, 1/2, 1)	(1, 1, 1)	(1, 2, 3)	0.357	0.316	0.373
C Un	(1/4, 1/3, 1/2)	(1/3, 1/2, 1)	(1, 1, 1)	0.077	0.163	0.171
Tutarlılık oranı = 0.078						

Tablo 4. 40: KALİTE Ana Kriterinin Alt Kriterlerinin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi

	K ₁	K ₂	K ₃	K ₄
K ₁	(1, 1, 1)	(1, 2, 3)	(3, 4, 5)	(3, 4, 5)
K ₂	(1/3, 1/2, 1)	(1, 1, 1)	(2, 3, 4)	(2, 3, 4)
K ₃	(1/5, 1/4, 1/3)	(1/4, 1/3, 1/2)	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)
K ₄	(1/5, 1/4, 1/3)	(1/4, 1/3, 1/2)	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)
Tutarlılık oranı = 0.027				

Tablo 4. 41: KALİTE Ana Kriterinin Alt Kriterlerinin Normalize Edilmiş Önem Ağırlıkları

	K ₁	K ₂	K ₃	K ₄
Genişletilmiş Analiz	0.605	0.395	0	0
Toplam İntegral	0.466	0.326	0.104	0.104
Bulanık VZAHS	0.416	0.36	0.112	0.112

2.4.1.2.2. Teslimat ana kriteri ve alt kriterleri için yapılan ikili karşılaştırmalar ve hesaplamalar

Tablo 4. 42: Teslim Koşulları Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (T₁)

Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi				Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları		
	A Un	B Un	C Un	Genişletilmiş Analiz	Toplam İntegral	Bulanık VZAHS
A Un	(1, 1, 1)	(1/3, 1/2, 1)	(1/9, 1/8, 1/7)	0	0.083	0.09
B Un	(1, 2, 3)	(1, 1, 1)	(1/8, 1/7, 1/6)	0	0.158	0.205
C Un	(7, 8, 9)	(6, 7, 8)	(1, 1, 1)	1	0.759	0.705
Tutarlılık oranı = 0.06						

Tablo 4. 43: Teslim Süresi Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (T₂)

Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi				Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları		
	A Un	B Un	C Un	Genişletilmiş Analiz	Toplam İntegral	Bulanık VZAHS
A Un	(1, 1, 1)	(1, 2, 3)	(4, 5, 6)	0.68	0.32	0
B Un	(1/3, 1/2, 1)	(1, 1, 1)	(2, 3, 4)	0.32	0.329	0.105
C Un	(1/6, 1/5, 1/4)	(1/4, 1/3, 1/2)	(1, 1, 1)	0	0.36	0.113
Tutarlılık oranı = 0.048						

Tablo 4. 44: Teslim Hataları Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (T₃)

Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi				Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları		
	A Un	B Un	C Un	Genişletilmiş Analiz	Toplam İntegral	Bulanık VZAHS
A Un	(1, 1, 1)	(1, 2, 3)	(1, 2, 3)	0.562	0.514	0.444
B Un	(1/3, 1/2, 1)	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)	0.219	0.243	0.278
C Un	(1/3, 1/2, 1)	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)	0.219	0.243	0.278
Tutarlılık oranı = 0.062						

Tablo 4. 45: TESLİMAT Ana Kriterinin Alt Kriterlerinin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Önem Ağırlıkları

Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi				Normalize Edilmiş Önem Ağırlıkları		
	T ₁	T ₂	T ₃	Genişletilmiş Analiz	Toplam İntegral	Bulanık VZAHS
T ₁	(1, 1, 1)	(1/8, 1/7, 1/6)	(1/4, 1/3, 1/2)	0	0.075	0.091
T ₂	(6, 7, 8)	(1, 1, 1)	(5, 6, 7)	1	0.708	0.614
T ₃	(2, 3, 4)	(1/7, 1/6, 1/5)	(1, 1, 1)	0	0.217	0.295
Tutarlılık oranı = 0.10						

2.4.1.2.3. Fiyat/maliyet ana kriteri ve alt kriterleri için yapılan ikili karşılaştırmalar ve hesaplamalar

Ürünlerin fiyatları belirli olduğundan karar verici, sözel değerlendirmeler yapmak yerine fiyatları klasik sayılar ile ifade etmeyi tercih etmiştir. Klasik AHS’de klasik sayıların adaptasyonu toplam içerisindeki payları bulunarak yapılmaktadır. Fakat burada fiyatı düşük olan tedarikçi daha iyi performans göstermiş sayılacağından değerler çıktı karakteri değil, girdi karakteri taşımaktadır. Bu nedenle toplam içindeki pay oranlarının kullanımı uygun değildir. Ürün fiyatları alt kriterinin alt kriterleri klasik sayılar ile ifade edileceğinden tek girdi ve tek çıktıya sahip olarak kurulacak Klasik VZA modellerinin sonuçları ağırlık vektörü olarak kullanılacaktır.

Tablo 4. 46: Ekmeklik Lüks Beyaz Unun Fiyatı Alt Kriterlerinin Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (f₁₁₁)

	Girdi (TL)	Çıktı (kg)	Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlığı
A Un	48	50	0.324
B Un	46	50	0.338
C Un	46	50	0.338

A karar birimi için VZA modeli:

$$\begin{aligned} E_{A_{f_{111}}} &= 50u_1 \rightarrow \text{maksimum} \\ 48v_1 &= 1 \\ 50u_1 - 48v_1 &\leq 0 \\ 50u_1 - 48v_1 &\leq 0 \\ 50u_1 - 48v_1 &\leq 0 \\ u_1, v_1 &\geq \varepsilon \end{aligned}$$

B ve C karar birimi için VZA modeli:

$$\begin{aligned} E_{B,C_{f_{111}}} &= 50u_1 \rightarrow \text{maksimum} \\ 46v_1 &= 1 \\ 50u_1 - 48v_1 &\leq 0 \\ 50u_1 - 48v_1 &\leq 0 \\ 50u_1 - 48v_1 &\leq 0 \\ u_1, v_1 &\geq \varepsilon \end{aligned}$$

Yukarıda verilen klasik VZA modellerinin çözümü ile öncelik ağırlıklarına ulaşılmaktadır.

$$E_A = 0.958 \quad E_{B,C} = 1$$

$$W'_{f_{111}} = (0.958, 1, 1)^T \quad W_{f_{111}} = (0.324, 0.338, 0.338)^T$$

Klasik sayılar ile ifade edilen diğer fiyat/maliyet ana kriterinin alt kriterleri için de aynı yol kullanılarak normalize edilmiş öncelik ağırlıkları belirlenmiştir.

Tablo 4. 47: Ekmeklik Normal Beyaz Unun Fiyatı Alt Kriterlerinin Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (f_{112})

	Girdi (TL)	Çıktı (kg)	Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlığı
A Un	46	50	0.326
B Un	44	50	0.341
C Un	45	50	0.333

Tablo 4. 48: Pastalık-Böreklik Beyaz Unun Fiyatı Alt Kriterlerinin Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (F_{113})

	Girdi (TL)	Çıktı (kg)	Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlığı
A Un	46	50	0.32
B Un	44	50	0.333
C Un	45	50	0.347

Tablo 4. 49: Beyaz Unun Fiyatı Alt Kriterinin Alt Kriterlerinin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Önem Ağırlıkları (f_{11})

Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi			Normalize Edilmiş Önem Ağırlıkları			
	Ekmeklik Lüks	Ekmeklik Normal	Pastalık-Böreklik	Genişletilmiş Analiz	Toplam İntegral	Bulanık VZAHŞ
Ekmeklik Lüks	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)	(6, 7, 8)	0.5	0.467	0.465
Ekmeklik Normal	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)	(6, 7, 8)	0.5	0.467	0.465
Pastalık-Böreklik	(1/8, 1/7, 1/6)	(1/8, 1/7, 1/6)	(1, 1, 1)	0	0.066	0.07
Tutarlılık oranı = 0.004						

Tablo 4. 50:Çavdar Ununun Fiyatı Alt Kriterlerinin Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (F_{12})

	Girdi (TL)	Çıktı (kg)	Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlığı
A Un	66	50	0.326
B Un	66	50	0.326
C Un	62	50	0.348

Tablo 4. 51:İnce Buğday Kepeğinin Fiyatı Alt Kriterlerinin Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (f_{131})

	Girdi (TL)	Çıktı (kg)	Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlığı
A Un	16	35	0,33
B Un	16	35	0,33
C Un	15,5	35	0,34

Tablo 4. 52:Kaba Buğday Kepeğinin Fiyatı Alt Kriterlerinin Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (f_{132})

	Girdi (TL)	Çıktı (kg)	Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlığı
A Un	11	25	0.301
B Un	10	25	0.341
C Un	9,75	25	0.349

Buğday kepeğinin fiyatı alt kriterinin alt kriterlerinin öncelikleri eşit olduğundan ince ve kaba buğday kepeğinin önem dereceleri 0.5 olarak belirlenecektir.

Tablo 4. 53: Tam Buğday Ununun Fiyatı Alt Kriterlerinin Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (f_{14})

	Girdi (TL)	Çıktı (kg)	Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlığı
A Un	58	50	0.309
B Un	54	50	0.332
C Un	50	50	0.359

Tablo 4. 54: Unun Fiyatı Alt Kriterinin Alt Kriterlerinin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi (F_1)

	Beyaz Un	Çavdar Unu	Buğday Kepeği	Tam Buğday Unu
Beyaz Un	(1, 1, 1)	(3, 4, 5)	(3, 4, 5)	(1, 2, 3)
Çavdar Unu	(1/5, 1/4, 1/3)	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)	(1/4, 1/3, 1/2)
Buğday Kepeği	(1/5, 1/4, 1/3)	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)	(1/4, 1/3, 1/2)
Tam Buğday Unu	(1/3, 1/2, 1)	(2, 3, 4)	(2, 3, 4)	(1, 1, 1)
Tutarlılık oranı = 0.027				

Tablo 4. 55: Unun Fiyatı Alt Kriterinin Alt Kriterlerinin Normalize Edilmiş Önem Ağırlıkları

	Beyaz Un	Çavdar Unu	Buğday Kepeği	Tam Buğday Unu
Genişletilmiş Analiz	0.605	0	0	0.395
Toplam İntegral	0.466	0.104	0.104	0.326
Bulanık VZAHS	0.416	0.112	0.112	0.36

Tablo 4. 56: Maliyet Azaltma Kapasitesi Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (F_2)

Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi				Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları		
	A Un	B Un	C Un	Genişletilmiş Analiz	Toplam İntegral	Bulanık VZAHS
A Un	(1, 1, 1)	(1, 2, 3)	(3, 4, 5)	0.678	0.56	0.505
B Un	(1/3, 1/2, 1)	(1, 1, 1)	(1, 2, 3)	0.322	0.296	0.315
C Un	(1/5, 1/4, 1/3)	(1/3, 1/2, 1)	(1, 1, 1)	0	0.144	0.18
Tutarlılık oranı = 0.069						

Tablo 4. 57: Sipariş Maliyeti Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (F₃)

Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi				Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları		
	A Un	B Un	C Un	Genişletilmiş Analiz	Toplam İntegral	Bulanık VZAHS
A Un	(1, 1, 1)	(1/3, 1/2, 1)	(1/6, 1/5, 1/4)	0	0.125	0.133
B Un	(1, 2, 3)	(1, 1, 1)	(1/4, 1/3, 1/2)	0.055	0.244	0.279
C Un	(4, 5, 6)	(2, 3, 4)	(1, 1, 1)	0.945	0.631	0.588
Tutarlılık oranı = 0.048						

Tablo 4. 58: Un Fiyatlarının Piyasa Fiyatlarına Uygunluğu Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (F₄)

Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi				Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları		
	A Un	B Un	C Un	Genişletilmiş Analiz	Toplam İntegral	Bulanık VZAHS
A Un	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)	(1/3, 1/2, 1)	0.219	0.243	0.278
B Un	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)	(1/3, 1/2, 1)	0.219	0.243	0.278
C Un	(1, 2, 3)	(1, 2, 3)	(1, 1, 1)	0.562	0.514	0.444
Tutarlılık oranı = 0.062						

Tablo 4. 59: FİYAT/MALİYET Ana Kriterinin Alt Kriterlerinin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi

	F ₁	F ₂	F ₃	F ₄
F ₁	(1, 1, 1)	(6, 7, 8)	(3, 4, 5)	(4, 5, 6)
F ₂	(1/8, 1/7, 1/6)	(1, 1, 1)	(1/6, 1/5, 1/4)	(1/3, 1/2, 1)
F ₃	(1/5, 1/4, 1/3)	(4, 5, 6)	(1, 1, 1)	(2, 3, 4)
F ₄	(1/6, 1/5, 1/4)	(1, 2, 3)	(1/4, 1/3, 1/2)	(1, 1, 1)
Tutarlılık oranı = 0.065				

Tablo 4. 60: FİYAT/MALİYET Ana Kriterinin Alt Kriterlerinin Normalize Edilmiş Önem Ağırlıkları

	F ₁	F ₂	F ₃	F ₄
Genişletilmiş Analiz	0.796	0	0.204	0
Toplam İntegral	0.53	0.061	0.293	0.116
Bulanık VZAHS	0.443	0.066	0.344	0.147

2.4.1.2.4. Esneklik ana kriteri ve alt kriterleri için yapılan ikili karşılaştırmalar ve hesaplamalar

Tablo 4. 61: Kısa Hazırlık Zamanı Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (E₁)

Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi				Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları		
	A Un	B Un	C Un	Genişletilmiş Analiz	Toplam İntegral	Bulanık VZAHS
A Un	(1, 1, 1)	(2, 3, 4)	(6, 7, 8)	0.718	0.563	0.482
B Un	(1/4, 1/3, 1/2)	(1, 1, 1)	(5, 6, 7)	0.282	0.373	0.446
C Un	(1/8, 1/7, 1/6)	(1/7, 1/6, 1/5)	(1, 1, 1)	0	0.064	0.072
Tutarlılık oranı = 0.10						

Tablo 4. 62: Acil Gereksinimlere Cevap Verebilme Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (E₂)

Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi				Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları		
	A Un	B Un	C Un	Genişletilmiş Analiz	Toplam İntegral	Bulanık VZAHS
A Un	(1, 1, 1)	(2, 3, 4)	(4, 5, 6)	0.72	0.572	0.476
B Un	(1/4, 1/3, 1/2)	(1, 1, 1)	(3, 4, 5)	0.28	0.339	0.424
C Un	(1/6, 1/5, 1/4)	(1/5, 1/4, 1/3)	(1, 1, 1)	0	0.089	0.10
Tutarlılık oranı = 0.094						

Tablo 4. 63: İstenilen Miktarda Ürünü Tedarik Etme Becerisi Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (E₃)

Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi				Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları		
	A Un	B Un	C Un	Genişletilmiş Analiz	Toplam İntegral	Bulanık VZAHS
A Un	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)	(3, 4, 5)	0.5	0.445	0.44
B Un	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)	(3, 4, 5)	0.5	0.445	0.44
C Un	(1/5, 1/4, 1/3)	(1/5, 1/4, 1/3)	(1, 1, 1)	0	0.11	0.12
Tutarlılık oranı = 0.013						

Tablo 4. 64:Ödeme Koşullarında Esneklik Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (E₄)

Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi				Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları		
	A Un	B Un	C Un	Genişletilmiş Analiz	Toplam İntegral	Bulanık VZAHS
A Un	(1, 1, 1)	(1, 2, 3)	(1/4, 1/3, 1/2)	0.055	0.244	0.279
B Un	(1/3, 1/2, 1)	(1, 1, 1)	(1/6, 1/5, 1/4)	0	0.125	0.133
C Un	(2, 3, 4)	(4, 5, 6)	(1, 1, 1)	0.945	0.631	0.588
Tutarlılık oranı = 0.048						

Tablo 4. 65: ESNEKLİK Ana Kriterinin Alt Kriterlerinin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi

	E ₁	E ₂	E ₃	E ₄
E ₁	(1, 1, 1)	(2, 3, 4)	(2, 3, 4)	(1, 1, 1)
E ₂	(1/4, 1/3, 1/2)	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)	(1/4, 1/3, 1/2)
E ₃	(1/4, 1/3, 1/2)	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)	(1/4, 1/3, 1/2)
E ₄	(1, 1, 1)	(2, 3, 4)	(2, 3, 4)	(1, 1, 1)
Tutarlılık oranı = 0.015				

Tablo 4. 66: ESNEKLİK Ana Kriterinin Alt Kriterlerinin Normalize Edilmiş Önem Ağırlıkları

	E ₁	E ₂	E ₃	E ₄
Genişletilmiş Analiz	0.5	0	0	0.5
Toplam İntegral	0.378	0.122	0.122	0.378
Bulanık VZAHS	0.364	0.136	0.136	0.364

2.4.1.2.5. Satış sonrası hizmet ana kriteri ve alt kriterleri için yapılan ikili karşılaştırmalar ve hesaplamalar

Tablo 4. 67: İade Koşulları Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (S₁)

Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi				Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları		
	A Un	B Un	C Un	Genişletilmiş Analiz	Toplam İntegral	Bulanık VZAHS
A Un	(1, 1, 1)	(1, 2, 3)	(1, 2, 3)	0.562	0.514	0.444
B Un	(1/3, 1/2, 1)	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)	0.219	0.243	0.278
C Un	(1/3, 1/2, 1)	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)	0.219	0.243	0.278
Tutarlılık oranı = 0.062						

Tablo 4. 68: Ürünün Takibi ve Geliştirilmesi Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (S₂)

Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi				Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları		
	A Un	B Un	C Un	Genişletilmiş Analiz	Toplam İntegral	Bulanık VZAHS
A Un	(1, 1, 1)	(1/3, 1/2, 1)	(2, 3, 4)	0.384	0.35	0.405
B Un	(1, 2, 3)	(1, 1, 1)	(3, 4, 5)	0.616	0.533	0.468
C Un	(1/4, 1/3, 1/2)	(1/5, 1/4, 1/3)	(1, 1, 1)	0	0.117	0.127
Tutarlılık oranı = 0.061						

Tablo 4. 69: SATIŞ SONRASI HİZMET Ana Kriterinin Alt Kriterlerinin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Önem Ağırlıkları

Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi			Normalize Edilmiş Önem Ağırlıkları		
	S ₁	S ₂	Genişletilmiş Analiz	Toplam İntegral	Bulanık VZAHS
S ₁	(1, 1, 1)	(1/3, 1/2, 1)	0.693	0.663	0.615
S ₂	(1, 2, 3)	(1, 1, 1)	0.307	0.337	0.385

2.4.1.2.6. Amaca göre ana kriterler için yapılan ikili karşılaştırmalar ve hesaplamalar

Tablo 4. 70: AMACA Göre Ana Kriterlerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi

	Kalite	Teslimat	Fiyat/Maliyet	Esneklik	Satış Sonrası Hizmet
Kalite	(1, 1, 1)	(3, 4, 5)	(2, 3, 4)	(1, 2, 3)	(3, 4, 5)
Teslimat	(1/5, 1/4, 1/3)	(1, 1, 1)	(1/3, 1/2, 1)	(1/4, 1/3, 1/2)	(1, 1, 1)
Fiyat/Maliyet	(1/4, 1/3, 1/2)	(1, 2, 3)	(1, 1, 1)	(1/3, 1/2, 1)	(1, 2, 3)
Esneklik	(1/3, 1/2, 1)	(2, 3, 4)	(1, 2, 3)	(1, 1, 1)	(2, 3, 4)
Satış Sonrası Hizmet	(1/5, 1/4, 1/3)	(1, 1, 1)	(1/3, 1/2, 1)	(1/4, 1/3, 1/2)	(1, 1, 1)
Tutarlılık oranı = 0.032					

Tablo 4. 71: AMACA Göre Ana Kriterlerin Normalize Edilmiş Önem Ağırlıkları

	Kalite	Teslimat	Fiyat/Maliyet	Esneklik	Satış Sonrası Hizmet
Genişletilmiş Analiz	0.488	0	0.169	0.343	0
Toplam İntegral	0.387	0.085	0.172	0.271	0.085
Bulanık VZAHS	0.333	0.09	0.199	0.288	0.09

2.4.1.3. Öncelik ağırlıklarının birleştirilmesi

Öncelik ağırlıklarının birleştirilmesi aşamasında, hiyerarşinin en alt basamaklarından itibaren bulunan öncelik ağırlıkları, kendine ait ana kriter veya alt kriterin önem dereceleri ile çarpılarak genel ağırlıklara ulaşılmaktadır. Söz konusu hesaplamalar amaca göre alternatiflerin öncelik ağırlıkları bulununcaya kadar devam etmektedir. Un tedarikçisi değerlendirme problemi için genişletilmiş analiz, toplam integral ve bulanık VZAHS tekniklerine göre önem ve öncelik ağırlıklarının birleştirilerek alternatiflerin öncelik ağırlıklarına ulaşılması Tablo 4.72 – Tablo 4.95’te ifade edilmektedir.

Tablo 4. 72: Beyaz Unun Kalitesi İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi

	Genişletilmiş Analiz			Toplam İntegral			Bulanık VZAHS			Öncelik Ağırlıkları		
	Ekmeklik Lüks	Ekmeklik Normal	Pastalık-Böreklik	Ekmeklik Lüks	Ekmeklik Normal	Pastalık-Böreklik	Ekmeklik Lüks	Ekmeklik Normal	Pastalık-Böreklik	Genişletilmiş Analiz	Toplam İntegral	Bulanık VZAHS
A	0.816	1	0.357	0.602	0.708	0.316	0.535	0.614	0.373	0.908	0.632	0.561
B	0.184	0	0.077	0.26	0.217	0.163	0.321	0.295	0.171	0.092	0.234	0.298
C	0	0	0.566	0.138	0.075	0.521	0.144	0.091	0.456	0	0.134	0.141
AĞR.	0.5	0.5	0	0.467	0.467	0.066	0.465	0.465	0.07			

Tablo 4. 73: Buğday Kepeğinin Kalitesi İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi

	Genişletilmiş Analiz		Toplam İntegral		Bulanık VZAHS		Öncelik Ağırlıkları		
	İnce Buğday Kepeği	Kaba Buğday Kepeği	İnce Buğday Kepeği	Kaba Buğday Kepeği	İnce Buğday Kepeği	Kaba Buğday Kepeği	Genişletilmiş Analiz	Toplam İntegral	Bulanık VZAHS
A	0.28	0.5	0.339	0.462	0.424	0.46	0.39	0.401	0.442
B	0	0	0.089	0.076	0.1	0.08	0	0.083	0.090
C	0.72	0.5	0.572	0.462	0.476	0.46	0.61	0.516	0.468
AĞR.	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5			

Tablo 4. 74: Genişletilmiş Analiz Tekniği İle Unun Kalitesi (K₁) İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi

	Beyaz Un	Çavdar Unu	Buğday Kepeği	Tam Buğday Unu	Öncelik Ağırlığı
A	0.908	0	0.39	0.72	0.834
B	0.092	1	0	0.28	0.166
C	0	0	0.61	0	0.000
AĞIRLIKLAR	0.605	0	0	0.395	

Tablo 4. 75: Toplam İntegral Tekniği İle Unun Kalitesi (K₁) İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi

	Beyaz Un	Çavdar Unu	Buğday Kepeği	Tam Buğday Unu	Öncelik Ağırlığı
A	0.632	0.23	0.401	0.575	0.547
B	0.234	0.65	0.083	0.314	0.288
C	0.134	0.12	0.516	0.111	0.165
AĞIRLIKLAR	0.466	0.104	0.104	0.326	

Tablo 4. 76: Bulanık VZAHS Tekniği İle Unun Kalitesi (K_1) İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi

	Beyaz Un	avdar Unu	Buğday Kepeği	Tam Buğday Unu	Öncelik Ağırlığı
A	0.561	0.242	0.442	0.468	0.478
B	0.298	0.618	0.09	0.405	0.35
C	0.141	0.14	0.468	0.127	0.172
AĞIRLIKLAR	0.416	0.112	0.112	0.36	

Tablo 4. 77: Genişletilmiş Analiz Tekniği İle KALİTE Ana Kriteri İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi

	K_1	K_2	K_3	K_4	Öncelik Ağırlığı
A	0.834	0.72	0.5	0.566	0.789
B	0.166	0.28	0.5	0.357	0.211
C	0	0	0	0.077	0.000
AĞIRLIKLAR	0.605	0.395	0	0	

Tablo 4. 78: Toplam İntegral Tekniği İle KALİTE Ana Kriteri İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi

	K_1	K_2	K_3	K_4	Öncelik Ağırlığı
A	0.547	0.572	0.428	0.521	0.540
B	0.288	0.339	0.428	0.316	0.322
C	0.165	0.089	0.144	0.163	0.138
AĞIRLIKLAR	0.466	0.326	0.104	0.104	

Tablo 4. 79: Bulanık VZAHS Tekniği İle KALİTE Ana Kriteri İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi

	K_1	K_2	K_3	K_4	Öncelik Ağırlığı
A	0.478	0.475	0.421	0.456	0.468
B	0.35	0.424	0.421	0.373	0.387
C	0.172	0.101	0.185	0.171	0.145
AĞIRLIKLAR	0.416	0.36	0.112	0.112	

Tablo 4. 80: TESLİMAT Ana Kriteri İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi

	Genişletilmiş Analiz			Toplam İntegral			Bulanık VZAHŞ			Öncelik Ağırlıkları		
	T ₁	T ₂	T ₃	T ₁	T ₂	T ₃	T ₁	T ₂	T ₃	Genişletilmiş Analiz	Toplam İntegral	Bulanık VZAHŞ
A	0	0.68	0.562	0.083	0.566	0.514	0.09	0.527	0.444	0.68	0.518	0.463
B	0	0.32	0.219	0.158	0.329	0.243	0.205	0.36	0.278	0.32	0.298	0.322
C	1	0	0.219	0.759	0.105	0.243	0.705	0.113	0.278	0	0.184	0.215
AĞR.	0	1	0	0.075	0.708	0.217	0.091	0.614	0.295			

Tablo 4. 81: Beyaz Unun Fiyatı İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi

	Genişletilmiş Analiz			Toplam İntegral			Bulanık VZAHŞ			Öncelik Ağırlıkları		
	Ekmeklik Lüks	Ekmeklik Normal	Pastalık-Böreklik	Ekmeklik Lüks	Ekmeklik Normal	Pastalık-Böreklik	Ekmeklik Lüks	Ekmeklik Normal	Pastalık-Böreklik	Genişletilmiş Analiz	Toplam İntegral	Bulanık VZAHŞ
A	0.324	0.326	0.32	0.324	0.326	0.32	0.324	0.326	0.32	0.325	0.325	0.325
B	0.338	0.341	0.333	0.338	0.341	0.333	0.338	0.341	0.333	0.340	0.339	0.339
C	0.338	0.333	0.347	0.338	0.333	0.347	0.338	0.333	0.347	0.335	0.336	0.336
AĞR.	0.5	0.5	0	0.467	0.467	0.066	0.465	0.465	0.07			

Buğday kepeğinin fiyatı alt kriterinin alt kriterlerinin önem ağırlıkları eşit olduğundan tüm yöntemlerle bulunacak önem ağırlıkları eşit olacaktır.

Tablo 4. 82: Buğday Kepeğinin Fiyatı İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi

	İnce Buğday Kepeği	Kaba Buğday Kepeği	Öncelik Ağırlığı
A	0.33	0.31	0.32
B	0.33	0.341	0.336
C	0.34	0.349	0.344
AĞIRLIKLAR	0.5	0.5	

Tablo 4. 83: Genişletilmiş Analiz Tekniği İle Unun Fiyatı (F₁) İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi

	Beyaz Un	avdar Unu	Buğday Kepeği	Tam Buğday Unu	Öncelik Ağırlığı
A	0.325	0.326	0.32	0.309	0.319
B	0.340	0.326	0.336	0.332	0.337
C	0.335	0.348	0.344	0.359	0.344
AĞIRLIKLAR	0.605	0	0	0.395	

Tablo 4. 84: Toplam İntegral Tekniği İle Unun Fiyatı (F₁) İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi

	Beyaz Un	avdar Unu	Buğday Kepeği	Tam Buğday Unu	Öncelik Ağırlığı
A	0.325	0.326	0.32	0.309	0.319
B	0.339	0.326	0.336	0.332	0.335
C	0.336	0.348	0.344	0.359	0.346
AĞIRLIKLAR	0.466	0.104	0.104	0.326	

Tablo 4. 85: Bulanık VZAHS Tekniği İle Unun Fiyatı (F₁) İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi

	Beyaz Un	avdar Unu	Buğday Kepeği	Tam Buğday Unu	Öncelik Ağırlığı
A	0.325	0.326	0.32	0.309	0.319
B	0.339	0.326	0.336	0.332	0.335
C	0.336	0.348	0.344	0.359	0.346
AĞIRLIKLAR	0.416	0.112	0.112	0.36	

Tablo 4. 86: Genişletilmiş Analiz Tekniği İle FİYAT/MALİYET Ana Kriteri İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi

	F ₁	F ₂	F ₃	F ₄	Öncelik Ağırlığı
A	0.319	0.678	0	0.219	0.254
B	0.337	0.322	0.055	0.219	0.279
C	0.344	0	0.945	0.562	0.467
AĞIRLIKLAR	0.796	0	0.204	0	

Tablo 4. 87: Toplam İntegral Tekniği İle FİYAT/MALİYET Ana Kriteri İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi

	F ₁	F ₂	F ₃	F ₄	Öncelik Ağırlığı
A	0.319	0.56	0.125	0.243	0.268
B	0.335	0.296	0.244	0.243	0.295
C	0.346	0.144	0.631	0.514	0.437
AĞIRLIKLAR	0.53	0.061	0.293	0.116	

Tablo 4. 88: Bulanık VZAHS Tekniği İle FİYAT/MALİYET Ana Kriteri İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi

	F ₁	F ₂	F ₃	F ₄	Öncelik Ağırlığı
A	0.319	0.505	0.133	0.278	0.261
B	0.335	0.315	0.279	0.278	0.306
C	0.346	0.18	0.588	0.444	0.433
AĞIRLIKLAR	0.443	0.066	0.344	0.147	

Tablo 4. 89: Genişletilmiş Analiz Tekniği İle ESNEKLİK Ana Kriteri İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi

	E ₁	E ₂	E ₃	E ₄	Öncelik Ağırlığı
A	0.718	0.72	0.5	0.055	0.386
B	0.282	0.28	0.5	0	0.141
C	0	0	0	0.945	0.473
AĞIRLIKLAR	0.5	0	0	0.5	

Tablo 4. 90: Toplam İntegral Tekniği İle ESNEKLİK Ana Kriteri İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi

	E ₁	E ₂	E ₃	E ₄	Öncelik Ağırlığı
A	0.563	0.572	0.445	0.244	0.429
B	0.373	0.339	0.445	0.225	0.322
C	0.064	0.089	0.11	0.531	0.249
AĞIRLIKLAR	0.378	0.122	0.122	0.378	

Tablo 4. 91: Bulanık VZAHS Tekniği İle ESNEKLİK Ana Kriteri İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi

	E ₁	E ₂	E ₃	E ₄	Öncelik Ağırlığı
A	0.482	0.476	0.44	0.279	0.402
B	0.446	0.424	0.44	0.133	0.328
C	0.072	0.1	0.12	0.588	0.270
AĞIRLIKLAR	0.364	0.136	0.136	0.364	

Tablo 4. 92: SATIş SONRASI HİZMET Ana Kriteri İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi

	Genişletilmiş Analiz		Toplam İntegral		Bulanık VZAHS		Öncelik Ağırlıkları		
	S ₁	S ₂	S ₁	S ₂	S ₁	S ₂	Genişletilmiş Analiz	Toplam İntegral	Bulanık VZAHS
A	0.562	0.384	0.514	0.35	0.444	0.405	0.507	0.459	0.429
B	0.219	0.616	0.243	0.533	0.278	0.468	0.341	0.34	0.351
C	0.219	0	0.243	0.117	0.278	0.127	0.152	0.201	0.220
AĞR.	0.693	0.307	0.663	0.337	0.615	0.385			

Tablo 4. 93: Genişletilmiş Analiz Tekniği İle AMACA Göre Ana Kriterler İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi

	KALİTE	TESLİMAT	FİYAT/MALİYET	ESNEKLİK	SATIş SONRASI HİZMET	Öncelik Ağırlığı
A	0.789	0.68	0.254	0.386	0.507	0.560
B	0.211	0.32	0.279	0.141	0.341	0.199
C	0	0	0.467	0.473	0.152	0.241
AĞIRLIKLAR	0.488	0	0.169	0.343	0	

Tablo 4. 94: Toplam İntegral Tekniği İle AMACA Göre Ana Kriterler İçin Alternatiflerin ncelik Ağırlıklarının Birleşimi

	KALİTE	TESLİMAT	FİYAT/MALİYET	ESNEKLİK	SATIŞ SONRASI HİZMET	ncelik Ağırlığı
A	0.54	0.518	0.268	0.429	0.459	0.454
B	0.322	0.298	0.295	0.322	0.34	0.317
C	0.138	0.184	0.437	0.249	0.201	0.229
AĞIRLIKLAR	0.387	0.085	0.172	0.271	0.085	

Tablo 4. 95: Bulanık VZAHS Tekniği İle AMACA Göre Ana Kriterler İçin Alternatiflerin ncelik Ağırlıklarının Birleşimi

	KALİTE	TESLİMAT	FİYAT/MALİYET	ESNEKLİK	SATIŞ SONRASI HİZMET	ncelik Ağırlığı
A	0.468	0.463	0.261	0.402	0.429	0.404
B	0.387	0.322	0.306	0.328	0.351	0.345
C	0.145	0.215	0.433	0.27	0.22	0.251
AĞIRLIKLAR	0.333	0.09	0.199	0.288	0.09	

2.4.2. Ambalaj tedarikçilerinin değerlendirilmesi

2.4.2.1. Amacın, ana kriterlerin ve alt kriterlerin belirlenmesi, hiyerarşik yapının oluşturulması

Çalışmanın bu kısmında amaç, en iyi ambalaj tedarikçisinin belirlenmesi ve ambalaj tedarikçilerinin değerlendirilmesidir. Ambalaj tedarikçilerinin değerlendirilmesi amacıyla, kalite, teslimat, fiyat/maliyet, esneklik, satış sonrası hizmet ve yenilikçilik olmak üzere altı ana kriter belirlenmiştir. Ana kriterler doğrultusunda, işletmenin ambalaj tedarikçilerini değerlendirme gereksinimlerine göre problemin hiyerarşik yapısı oluşturulmuştur. Belirlenen ana kriterler ve alt kriterler aşağıda verilmiştir. Problemin hiyerarşik yapısı ise Şekil 5.3'te ifade edilmektedir.

KALİTE (K)

K₁: Ambalajın Kalitesi

K₁₁: Poşetin kalitesi

k₁₁₁: Baskılı poşetin kalitesi

k₁₁₂: Baskısız poşetin kalitesi

K₁₂: Ambalaj kağıdının kalitesi

K₁₃: Kese kağıdının kalitesi

k₁₃₁: Pencereleli kese kağıdının kalitesi

k₁₃₂: Penceresiz kese kağıdının kalitesi

K₁₄: Pasta kutusunun kalitesi

k₁₃₁: Şerbetli tatlı kutusunun kalitesi

k₁₃₂: Kuru pasta kutusunun kalitesi

K₂: Ürünlerin Çevreye Duyarlılığı

K₃: Kalite Standartlarına Uyum

K₄: Ürünlerdeki Kusur Miktarı

TESLİMAT (T)

T₁: Teslim Koşulları

T₂: Teslim Süresi

T₃: Teslim Hataları

FİYAT/MALİYET (F)

F₁: Ambalaj Fiyatları

F₁₁: Poşetin fiyatı

f₁₁₁: Baskılı poşetin fiyatı

f₁₁₂: Baskısız poşetin fiyatı

F₁₂: Ambalaj kağıdının fiyatı

F₁₃: Kese kağıdının fiyatı

f₁₃₁: Pencereleli kese kağıdının fiyatı

f₁₃₂: Penceresiz kese kağıdının fiyatı

F₁₄: Pasta kutusunun fiyatı

F₁₃₁: Şerbetli tatlı kutusunun fiyatı

f₁₃₂: Kuru pasta kutusunun fiyatı

F₂: Maliyet Azaltma Kapasitesi

F₃: Sipariş Maliyeti

F₄: Un Fiyatlarının Piyasa Fiyatlarına Uygunluğu

ESNEKLİK (E)

E₁: Kısa Hazırlık Zamanı

E₂: Acil Gereksinimlere Cevap Verebilme

E₃: İstenilen Miktarda Ürünü Tedarik Edebilme

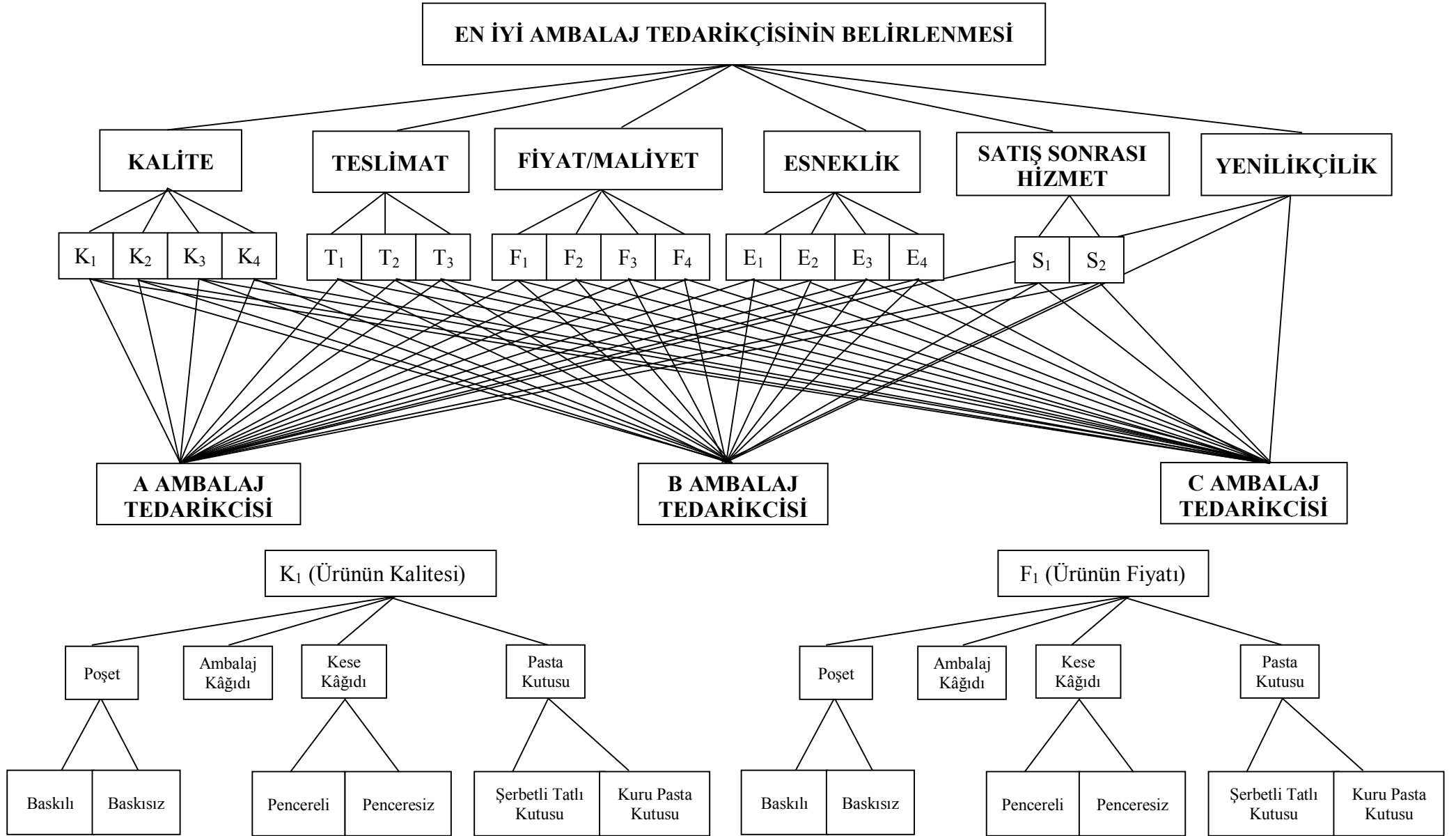
E₄: Ödeme Koşullarında Esneklik

SATIŞ SONRASI HİZMET (S)

S₁: İade Koşulları

S₂: Ürünün Takibi Ve Geliştirilmesi

YENİLİKÇİLİK (Y)



Şekil 4. 3: Ambalaj Tedarikçisi Değerlendirme Probleminin Hiyerarşik Yapısı

2.4.2.2. Bulanık ikili karşılaştırma matrislerinin oluşturulması ve öncelik ağırlıklarının hesaplanması

Ambalaj tedarikçisi değerlendirme probleminde iki teknikte bulunan önem ve öncelik ağırlıkları Tablo 4.96 – Tablo 4.137’de gösterilmektedir.

2.4.2.2.1. Kalite ana kriteri ve alt kriterleri için yapılan ikili karşılaştırmalar ve hesaplamalar

Tablo 4. 96: Baskılı Poşetin Kalitesi (k_{111}) Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları

	A Ambalaj	B Ambalaj	C Ambalaj	Toplam İntegral	Bulanık VZAHS
A Ambalaj	(1, 1, 1)	(1/7, 1/6, 1/5)	(1/3, 1/2, 1)	0.104	0.111
B Ambalaj	(5, 6, 7)	(1, 1, 1)	(4, 5, 6)	0.7	0.64
C Ambalaj	(1, 2, 3)	(1/6, 1/5, 1/4)	(1, 1, 1)	0.196	0.249
Tutarlılık oranı = 0.059					

Tablo 4. 97: Baskısız Poşetin Kalitesi (k_{112}) Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları

	A Ambalaj	B Ambalaj	C Ambalaj	Toplam İntegral	Bulanık VZAHS
A Ambalaj	(1, 1, 1)	(1/4, 1/3, 1/2)	(1/4, 1/3, 1/2)	0.144	0.158
B Ambalaj	(2, 3, 4)	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)	0.428	0.421
C Ambalaj	(2, 3, 4)	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)	0.428	0.421
Tutarlılık oranı = 0.024					

Tablo 4. 98: Poşetin Kalitesi (K_{11}) Alt Kriterinin Alt Kriterlerinin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Önem Ağırlıkları

	Baskılı Poşet	Baskısız Poşet	Toplam İntegral	Bulanık VZAHS
Baskılı Poşet	(1, 1, 1)	(1/4, 1/3, 1/2)	0.806	0.789
Baskısız Poşet	(2, 3, 4)	(1, 1, 1)	0.194	0.211

Tablo 4. 99: Ambalaj Kağıdının Kalitesi (K_{12}) Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları

	A Ambalaj	B Ambalaj	C Ambalaj	Toplam İntegral	Bulanık VZAHS
A Ambalaj	(1, 1, 1)	(1, 2, 3)	(1/3, 1/2, 1)	0.316	0.373
B Ambalaj	(1/3, 1/2, 1)	(1, 1, 1)	(1/4, 1/3, 1/2)	0.163	0.171
C Ambalaj	(1, 2, 3)	(2, 3, 4)	(1, 1, 1)	0.521	0.456
Tutarlılık oranı = 0.078					

Tablo 4. 100: Pencereleli Kесе Kağıdının Kalitesi (k_{131}) Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları

	A Ambalaj	B Ambalaj	C Ambalaj	Toplam İntegral	Bulanık VZAHS
A Ambalaj	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)	0.462	0.46
B Ambalaj	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)	0.462	0.46
C Ambalaj	(1/7, 1/6, 1/5)	(1/7, 1/6, 1/5)	(1/7, 1/6, 1/5)	0.076	0.08
Tutarlılık oranı = 0.005					

Tablo 4. 101: Penceresiz Kесе Kağıdının Kalitesi (k_{132}) Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları

	A Ambalaj	B Ambalaj	C Ambalaj	Toplam İntegral	Bulanık VZAHS
A Ambalaj	(1, 1, 1)	(1/6, 1/5, 1/4)	(1, 1, 1)	0.125	0.133
B Ambalaj	(4, 5, 6)	(1, 1, 1)	(4, 5, 6)	0.631	0.588
C Ambalaj	(1, 2, 3)	(1/4, 1/3, 1/2)	(1, 2, 3)	0.244	0.279
Tutarlılık oranı = 0.048					

Tablo 4. 102: Kese Kağıdının Kalitesi (K₁₃) Alt Kriterinin Alt Kriterlerinin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Önem Ağırlıkları

	Pencereli Kese Kağıdı	Penceresiz Kese Kağıdı	Toplam İntegral	Bulanık VZAHs
Pencereli Kese Kağıdı	(1, 1, 1)	(7, 8, 9)	0.891	0.885
Penceresiz Kese Kağıdı	(1/9, 1/8, 1/7)	(1, 1, 1)	0.109	0.115

Tablo 4. 103: Şerbetli Tatlı Kutusunun Kalitesi (k₁₄₁) Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları

	A Ambalaj	B Ambalaj	C Ambalaj	Toplam İntegral	Bulanık VZAHs
A Ambalaj	(1, 1, 1)	(1, 2, 3)	(4, 5, 6)	0.592	0.505
B Ambalaj	(1/3, 1/2, 1)	(1, 1, 1)	(1, 2, 3)	0.277	0.315
C Ambalaj	(1/6, 1/5, 1/4)	(1/3, 1/2, 1)	(1, 1, 1)	0.131	0.18
Tutarlılık oranı = 0.076					

Tablo 4. 104: Kuru Pasta Kutusunun Kalitesi (k₁₄₂) Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları

	A Ambalaj	B Ambalaj	C Ambalaj	Toplam İntegral	Bulanık VZAHs
A Ambalaj	(1, 1, 1)	(1, 2, 3)	(3, 4, 5)	0.533	0.468
B Ambalaj	(1/3, 1/2, 1)	(1, 1, 1)	(2, 3, 4)	0.35	0.405
C Ambalaj	(1/5, 1/4, 1/3)	(1/4, 1/3, 1/2)	(1, 1, 1)	0.117	0.127
Tutarlılık oranı = 0.061					

Tablo 4. 105: Pasta Kutusunun Kalitesi (K₁₄) Alt Kriterinin Alt Kriterlerinin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Önem Ağırlıkları

	Şerbetli Tatlı Kutusu	Kuru Pasta Kutusu	Toplam İntegral	Bulanık VZAHs
Şerbetli Tatlı Kutusu	(1, 1, 1)	(1/8, 1/7, 1/6)	0.122	0.13
Kuru Pasta Kutusu	(6, 7, 8)	(1, 1, 1)	0.878	0.87

Tablo 4. 106: Ambalajın Kalitesi Alt Kriterinin Alt Kriterlerinin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi (K₁)

	Poşet	Ambalaj Kağıdı	Kese Kağıdı	Pasta Kutusu
Poşet	(1, 1, 1)	(2, 3, 4)	(2, 3, 4)	(6, 7, 8)
Ambalaj Kağıdı	(1/4, 1/3, 1/2)	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)	(4, 5, 6)
Kese Kağıdı	(1/4, 1/3, 1/2)	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)	(4, 5, 6)
Pasta Kutusu	(1/8, 1/7, 1/6)	(1/6, 1/5, 1/4)	(1/6, 1/5, 1/4)	(1, 1, 1)
Tutarlılık oranı = 0.037				

Tablo 4. 107: Ambalajın Kalitesi Alt Kriterinin Alt Kriterlerinin Normalize Edilmiş Önem Ağırlıkları

	Poşet	Ambalaj Kağıdı	Kese Kağıdı	Pasta Kutusu
Toplam İntegral	0.468	0.241	0.241	0.05
Bulanık VZAHS	0.369	0.288	0.288	0.055

Tablo 4. 108: Ürünlerin Çevreye Duyarlılığı Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (K₂)

	A Ambalaj	B Ambalaj	C Ambalaj	Toplam İntegral	Bulanık VZAHS
A Ambalaj	(1, 1, 1)	(1/4, 1/3, 1/2)	(1/4, 1/3, 1/2)	0.144	0.158
B Ambalaj	(2, 3, 4)	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)	0.428	0.421
C Ambalaj	(2, 3, 4)	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)	0.428	0.421
Tutarlılık oranı = 0.024					

Tablo 4. 109: Kalite Standartlarına Uyum Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (K₃)

	A Ambalaj	B Ambalaj	C Ambalaj	Toplam İntegral	Bulanık VZAHS
A Ambalaj	(1, 1, 1)	(1/6, 1/5, 1/4)	(1/4, 1/3, 1/2)	0.105	0.113
B Ambalaj	(4, 5, 6)	(1, 1, 1)	(1, 2, 3)	0.566	0.527
C Ambalaj	(2, 3, 4)	(1/3, 1/2, 1)	(1, 1, 1)	0.329	0.36
Tutarlılık oranı = 0.048					

Tablo 4. 110: Ürünlerdeki Kusur Miktarı Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (K₄)

	A Ambalaj	B Ambalaj	C Ambalaj	Toplam İntegral	Bulanık VZAHS
A Ambalaj	(1, 1, 1)	(1/6, 1/5, 1/4)	(1, 1, 1)	0.138	0.15
B Ambalaj	(4, 5, 6)	(1, 1, 1)	(4, 5, 6)	0.724	0.7
C Ambalaj	(1, 1, 1)	(1/6, 1/5, 1/4)	(1, 1, 1)	0.138	0.15
Tutarlılık oranı = 0.008					

2.4.2.2.2. Teslimat ana kriteri ve alt kriterleri için yapılan ikili karşılaştırmalar ve hesaplamalar

Tablo 4. 111: Teslim Koşulları Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (T₁)

	A Ambalaj	B Ambalaj	C Ambalaj	Toplam İntegral	Bulanık VZAHS
A Ambalaj	(1, 1, 1)	(4, 5, 6)	(6, 7, 8)	0.692	0.613
B Ambalaj	(1/6, 1/5, 1/4)	(1, 1, 1)	(2, 3, 4)	0.23	0.296
C Ambalaj	(1/8, 1/7, 1/6)	(1/4, 1/3, 1/2)	(1, 1, 1)	0.078	0.091
Tutarlılık oranı = 0.061					

Tablo 4. 112: Teslim Süresi Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (T₂)

	A Ambalaj	B Ambalaj	C Ambalaj	Toplam İntegral	Bulanık VZAHS
A Ambalaj	(1, 1, 1)	(1/4, 1/3, 1/2)	(1, 2, 3)	0.244	0.279
B Ambalaj	(2, 3, 4)	(1, 1, 1)	(4, 5, 6)	0.631	0.588
C Ambalaj	(1/3, 1/2, 1)	(1/6, 1/5, 1/4)	(1, 1, 1)	0.125	0.133
Tutarlılık oranı = 0.048					

Tablo 4. 113: Teslim Hataları Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (T_3)

	A Ambalaj	B Ambalaj	C Ambalaj	Toplam İntegral	Bulanık VZAHS
A Ambalaj	(1, 1, 1)	(1/3, 1/2, 1)	(1, 1, 1)	0.243	0.278
B Ambalaj	(1, 2, 3)	(1, 1, 1)	(1, 2, 3)	0.514	0.444
C Ambalaj	(1, 1, 1)	(1/3, 1/2, 1)	(1, 1, 1)	0.243	0.278
Tutarlılık oranı = 0.062					

2.4.2.2.3. Fiyat/maliyet ana kriteri ve alt kriterleri için yapılan ikili karşılaştırmalar ve hesaplamalar

Tablo 4. 114: Baskılı Poşetin Fiyatı Alt Kriterlerinin Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (f_{111})

	Girdi (TL)	Çıktı (kg)	Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlığı
A Ambalaj	4.75	1	0.351
B Ambalaj	5.25	1	0.316
C Ambalaj	5.00	1	0.333

Tablo 4. 115: Baskısız Poşetin Fiyatı Alt Kriterlerinin Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (f_{112})

	Girdi (TL)	Çıktı (kg)	Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlığı
A Ambalaj	4.50	1	0.312
B Ambalaj	4.50	1	0.312
C Ambalaj	3.75	1	0.376

Tablo 4. 116: Poşetin Fiyatı Alt Kriterinin Alt Kriterlerinin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Önem Ağırlıkları (F_{11})

	Baskılı Poşet	Baskısız Poşet	Toplam İntegral	Bulanık VZAHS
Baskılı Poşet	(1, 1, 1)	(1/4, 1/3, 1/2)	0.806	0.789
Baskısız Poşet	(2, 3, 4)	(1, 1, 1)	0.194	0.211

Tablo 4. 117: Ambalaj Kağıdının Fiyatı Alt Kriterlerinin Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (F₁₂)

	Girdi (TL)	Çıktı (kg)	Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlığı
A Ambalaj	3.00	1	0.317
B Ambalaj	2.75	1	0.345
C Ambalaj	2.80	1	0.338

Tablo 4. 118: Pencerelessi Kesse Kağıdının Fiyatı Alt Kriterlerinin Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (f₁₃₁)

	Girdi (TL)	Çıktı (kg)	Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlığı
A Ambalaj	6.00	1	0.328
B Ambalaj	6.00	1	0.328
C Ambalaj	5.70	1	0.344

Tablo 4. 119: Penceresiz Kesse Kağıdının Fiyatı Alt Kriterlerinin Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (f₁₃₂)

	Girdi (TL)	Çıktı (kg)	Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlığı
A Ambalaj	4.80	1	0.318
B Ambalaj	5.25	1	0.334
C Ambalaj	5.00	1	0.348

Tablo 4. 120: Kesse Kağıdının Fiyatı Alt Kriterinin Alt Kriterlerinin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Önem Ağırlıkları (F₁₃)

	Pencerelessi Kesse Kağıdı	Penceresiz Kesse Kağıdı	Toplam İntegral	Bulanık VZAHS
Pencerelessi Kesse Kağıdı	(1, 1, 1)	(7, 8, 9)	0.891	0.885
Penceresiz Kesse Kağıdı	(1/9, 1/8, 1/7)	(1, 1, 1)	0.109	0.115

Tablo 4. 121: Şerbetli Tatlı Kutusunun Fiyatı Alt Kriterlerinin Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (f_{141})

	Girdi (Krş)	Çıktı (Adet)	Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlığı
A Ambalaj	45	1	0.347
B Ambalaj	51	1	0.306
C Ambalaj	45	1	0.347

Tablo 4. 122: Kuru Pasta Kutusunun Fiyatı Alt Kriterlerinin Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (f_{142})

	Girdi (Krş)	Çıktı (Adet)	Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlığı
A Ambalaj	40	1	0.31
B Ambalaj	35	1	0.355
C Ambalaj	37	1	0.335

Tablo 4. 123: Pasta Kutusunun Fiyatı Alt Kriterinin Alt Kriterlerinin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Önem Ağırlıkları (F_{14})

	Şerbetli Tatlı Kutusu	Kuru Pasta Kutusu	Toplam İntegral	Bulanık VZAHŞ
Şerbetli Tatlı Kutusu	(1, 1, 1)	(1/8, 1/7, 1/6)	0.122	0.13
Kuru Pasta Kutusu	(6, 7, 8)	(1, 1, 1)	0.878	0.87

Tablo 4. 124: Ambalajın Fiyatı Alt Kriterinin Alt Kriterlerinin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi (F_1)

	Poşet	Ambalaj Kağıdı	Kese Kağıdı	Pasta Kutusu
Poşet	(1, 1, 1)	(2, 3, 4)	(2, 3, 4)	(6, 7, 8)
Ambalaj Kağıdı	(1/4, 1/3, 1/2)	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)	(4, 5, 6)
Kese Kağıdı	(1/4, 1/3, 1/2)	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)	(4, 5, 6)
Pasta Kutusu	(1/8, 1/7, 1/6)	(1/6, 1/5, 1/4)	(1/6, 1/5, 1/4)	(1, 1, 1)
Tutarlılık oranı = 0.037				

Tablo 4. 125: Ambalajın Fiyatı Alt Kriterinin Alt Kriterlerinin Normalize Edilmiş Önem Ağırlıkları

	Poşet	Ambalaj Kağıdı	Kese Kağıdı	Pasta Kutusu
Toplam İntegral	0.468	0.241	0.241	0.05
Bulanık VZAHS	0.369	0.288	0.288	0.055

Tablo 4. 126: Maliyet Azaltma Kapasitesi Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (F₂)

	A Ambalaj	B Ambalaj	C Ambalaj	Toplam İntegral	Bulanık VZAHS
A Ambalaj	(1, 1, 1)	(1/4, 1/3, 1/2)	(1/3, 1/2, 1)	0.163	0.171
B Ambalaj	(2, 3, 4)	(1, 1, 1)	(1, 2, 3)	0.521	0.456
C Ambalaj	(1, 2, 3)	(1/3, 1/2, 1)	(1, 1, 1)	0.316	0.373
Tutarlılık oranı = 0.078					

Tablo 4. 127: Sipariş Maliyeti Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (F₃)

	A Ambalaj	B Ambalaj	C Ambalaj	Toplam İntegral	Bulanık VZAHS
A Ambalaj	(1, 1, 1)	(1/6, 1/5, 1/4)	(2, 3, 4)	0.242	0.325
B Ambalaj	(4, 5, 6)	(1, 1, 1)	(5, 6, 7)	0.674	0.575
C Ambalaj	(1/4, 1/3, 1/2)	(1/7, 1/6, 1/5)	(1, 1, 1)	0.084	0.10
Tutarlılık oranı = 0.098					

Tablo 4. 128: Ambalaj Fiyatlarının Piyasa Fiyatlarına Uygunluğu Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (F₄)

	A Ambalaj	B Ambalaj	C Ambalaj	Toplam İntegral	Bulanık VZAHS
A Ambalaj	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)	(3, 4, 5)	0.445	0.44
B Ambalaj	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)	(3, 4, 5)	0.445	0.44
C Ambalaj	(1/5, 1/4, 1/3)	(1/5, 1/4, 1/3)	(1, 1, 1)	0.11	0.12
Tutarlılık oranı = 0.013					

2.4.2.2.4. Esneklik ana kriteri ve alt kriterleri için yapılan ikili karşılaştırmalar ve hesaplamalar

Tablo 4. 129: Kısa Hazırlık Zamanı Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (E₁)

	A Ambalaj	B Ambalaj	C Ambalaj	Toplam İntegral	Bulanık VZAHS
A Ambalaj	(1, 1, 1)	(1/6, 1/5, 1/4)	(1, 2, 3)	0.186	0.225
B Ambalaj	(4, 5, 6)	(1, 1, 1)	(6, 7, 8)	0.717	0.675
C Ambalaj	(1/3, 1/2, 1)	(1/8, 1/7, 1/6)	(1, 1, 1)	0.097	0.1
Tutarlılık oranı = 0.046					

Tablo 4. 130: Acil Gereksinimlere Cevap Verebilme Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (E₂)

	A Ambalaj	B Ambalaj	C Ambalaj	Toplam İntegral	Bulanık VZAHS
A Ambalaj	(1, 1, 1)	(1/4, 1/3, 1/2)	(1, 1, 1)	0.192	0.214
B Ambalaj	(2, 3, 4)	(1, 1, 1)	(2, 3, 4)	0.616	0.572
C Ambalaj	(1, 1, 1)	(1/4, 1/3, 1/2)	(1, 1, 1)	0.192	0.214
Tutarlılık oranı = 0.024					

Tablo 4. 131: İstenilen Miktarda Ürünü Tedarik Etme Becerisi Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (E₃)

	A Ambalaj	B Ambalaj	C Ambalaj	Toplam İntegral	Bulanık VZAHS
A Ambalaj	(1, 1, 1)	(1/6, 1/5, 1/4)	(1/7, 1/6, 1/5)	0.074	0.084
B Ambalaj	(4, 5, 6)	(1, 1, 1)	(1/4, 1/3, 1/2)	0.358	0.437
C Ambalaj	(5, 6, 7)	(2, 3, 4)	(1, 1, 1)	0.568	0.479
Tutarlılık oranı = 0.097					

Tablo 4. 132: Ödeme Koşullarında Esneklik Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (E₄)

	A Ambalaj	B Ambalaj	C Ambalaj	Toplam İntegral	Bulanık VZAHS
A Ambalaj	(1, 1, 1)	(1/3, 1/2, 1)	(1, 2, 3)	0.296	0.315
B Ambalaj	(1, 2, 3)	(1, 1, 1)	(3, 4, 5)	0.56	0.505
C Ambalaj	(1/3, 1/2, 1)	(1/5, 1/4, 1/3)	(1, 1, 1)	0.144	0.18
Tutarlılık oranı = 0.069					

2.4.2.2.5. Satış Sonrası Hizmet Ana Kriteri ve Alt Kriterleri İçin Yapılan İkili Karşılaştırmalar ve Hesaplamalar

Tablo 4. 133: İade Koşulları Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (S₁)

	A Ambalaj	B Ambalaj	C Ambalaj	Toplam İntegral	Bulanık VZAHS
A Ambalaj	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)	(3, 4, 5)	0.445	0.44
B Ambalaj	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)	(3, 4, 5)	0.11	0.12
C Ambalaj	(1/5, 1/4, 1/3)	(1/5, 1/4, 1/3)	(1, 1, 1)	0.445	0.44
Tutarlılık oranı = 0.013					

Tablo 4. 134: Ürünün Takibi ve Geliştirilmesi Alt Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları (S₂)

	A Ambalaj	B Ambalaj	C Ambalaj	Toplam İntegral	Bulanık VZAHS
A Ambalaj	(1, 1, 1)	(1/7, 1/6, 1/5)	(1/7, 1/6, 1/5)	0.076	0.08
B Ambalaj	(5, 6, 7)	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)	0.462	0.46
C Ambalaj	(5, 6, 7)	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)	0.462	0.46
Tutarlılık oranı = 0.005					

2.4.2.2.6. Yenilikçilik ana kriteri ve alt kriterleri için yapılan ikili karşılaştırmalar ve hesaplamalar

Tablo 4. 135: YENİLİKÇİLİK Ana Kriterine Göre Alternatiflerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi ve Normalize Edilmiş Öncelik Ağırlıkları

	A Ambalaj	B Ambalaj	C Ambalaj	Toplam İntegral	Bulanık VZAHS
A Ambalaj	(1, 1, 1)	(1/7, 1/6, 1/5)	(1/4, 1/3, 1/2)	0.088	0.10
B Ambalaj	(5, 6, 7)	(1, 1, 1)	(3, 4, 5)	0.653	0.575
C Ambalaj	(2, 3, 4)	(1/5, 1/4, 1/3)	(1, 1, 1)	0.259	0.325
Tutarlılık oranı = 0.065					

2.4.2.2.6. Amaca göre ana kriterler için yapılan ikili karşılaştırmalar ve hesaplamalar

Tablo 4. 136: AMACA GÖRE Ana Kriterlerin Bulanık İkili Karşılaştırma Matrisi

	Kalite	Teslimat	Fiyat/Maliyet	Esneklik	Satış Sonrası Hizmet	Yenilikçilik
Kalite	(1, 1, 1)	(3, 4, 5)	(2, 3, 4)	(1, 2, 3)	(3, 4, 5)	(2, 3, 4)
Teslimat	(1/5, 1/4, 1/3)	(1, 1, 1)	(1/3, 1/2, 1)	(1/4, 1/3, 1/2)	(1, 1, 1)	(1/3, 1/2, 1)
Fiyat/Maliyet	(1/4, 1/3, 1/2)	(1, 2, 3)	(1, 1, 1)	(1/3, 1/2, 1)	(1, 2, 3)	(1, 1, 1)
Esneklik	(1/3, 1/2, 1)	(2, 3, 4)	(1, 2, 3)	(1, 1, 1)	(2, 3, 4)	(1, 2, 3)
Satış Sonrası Hizmet	(1/5, 1/4, 1/3)	(1, 1, 1)	(1/3, 1/2, 1)	(1/4, 1/3, 1/2)	(1, 1, 1)	(1/3, 1/2, 1)
	(1/4, 1/3, 1/2)	(1, 2, 3)	(1, 1, 1)	(1/3, 1/2, 1)	(1, 2, 3)	(1, 1, 1)
Tutarlılık oranı = 0.032						

Tablo 4. 137: AMACA GÖRE Ana Kriterlerin Normalize Edilmiş Önem Ağırlıkları

	Kalite	Teslimat	Fiyat/Maliyet	Esneklik	Satış Sonrası Hizmet	Yenilikçilik
Toplam İntegral	0.336	0.073	0.141	0.236	0.073	0.141
Bulanık VZAHS	0.278	0.075	0.166	0.24	0.075	0.166

2.4.2.3. Öncelik Ağırlıklarının Birleştirilmesi

Ambalaj tedarikçisi değerlendirme problemi için toplam integral ve bulanık VZAHS tekniklerine göre önem ve öncelik ağırlıklarının birleştirilerek alternatiflerin öncelik ağırlıklarına ulaşılması Tablo 4.138 – Tablo 4.157’de ifade edilmektedir.

Tablo 4. 138: Poşetin Kalitesi İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi

	Toplam İntegral		Bulanık VZAHS		Öncelik Ağırlıkları	
	Baskılı Poşet	Baskısız Poşet	Baskılı Poşet	Baskısız Poşet	Toplam İntegral	Bulanık VZAHS
A	0.104	0.144	0.111	0.158	0.112	0.121
B	0.7	0.428	0.64	0.421	0.647	0.594
C	0.196	0.428	0.249	0.421	0.241	0.285
AĞR.	0.806	0.194	0.789	0.211		

Tablo 4. 139: Kese Kağıdının Kalitesi İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi

	Toplam İntegral		Bulanık VZAHS		Öncelik Ağırlıkları	
	Pencereli Kese Kağıdı	Penceresiz Kese Kağıdı	Pencereli Kese Kağıdı	Penceresiz Kese Kağıdı	Toplam İntegral	Bulanık VZAHS
A	0.462	0.125	0.46	0.133	0.426	0.422
B	0.462	0.631	0.46	0.588	0.480	0.475
C	0.076	0.244	0.08	0.279	0.094	0.103
AĞR.	0.891	0.109	0.885	0.115		

Tablo 4. 140: Pasta Kutusunun Kalitesi İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi

	Toplam İntegral		Bulanık VZAHS		Öncelik Ağırlıkları	
	Şerbetli Tatlı Kutusu	Kuru Pasta Kutusu	Şerbetli Tatlı Kutusu	Kuru Pasta Kutusu	Toplam İntegral	Bulanık VZAHS
A	0.592	0.533	0.505	0.468	0.540	0.473
B	0.277	0.35	0.315	0.405	0.341	0.393
C	0.131	0.117	0.18	0.127	0.119	0.134
AĞR.	0.122	0.878	0.13	0.87		

Tablo 4. 141: Toplam İntegral Tekniği İle Ambalajın Kalitesi İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi

	Poşet	Ambalaj Kağıdı	Kese Kağıdı	Pasta Kutusu	Öncelik Ağırlığı
A	0.112	0.316	0.426	0.54	0.258
B	0.647	0.163	0.48	0.341	0.475
C	0.241	0.521	0.094	0.119	0.267
AĞIRLIKLAR	0.468	0.241	0.241	0.05	

Tablo 4. 142: Bulanık VZAHS Tekniği İle Ambalajın Kalitesi İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi

	Poşet	Ambalaj Kağıdı	Kese Kağıdı	Pasta Kutusu	Öncelik Ağırlığı
A	0.121	0.373	0.422	0.473	0.300
B	0.594	0.171	0.475	0.393	0.427
C	0.285	0.456	0.103	0.134	0.273
AĞIRLIKLAR	0.369	0.288	0.288	0.055	

Tablo 4. 143: Toplam İntegral Tekniği İle KALİTE Ana Kriteri İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi

	K ₁	K ₂	K ₃	K ₄	Öncelik Ağırlığı
A	0.258	0.144	0.105	0.138	0.192
B	0.475	0.428	0.566	0.724	0.495
C	0.267	0.428	0.329	0.138	0.313
AĞIRLIKLAR	0.466	0.326	0.104	0.104	

Tablo 4. 144: Bulanık VZAHS Tekniği İle KALİTE Ana Kriteri İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi

	K ₁	K ₂	K ₃	K ₄	Öncelik Ağırlığı
A	0.3	0.158	0.113	0.15	0.211
B	0.427	0.421	0.527	0.7	0.467
C	0.273	0.421	0.36	0.15	0.322
AĞIRLIKLAR	0.416	0.36	0.112	0.112	

Tablo 4. 145: TESLİMAT Ana Kriteri İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi

	Genişletilmiş Analiz			Toplam İntegral			Öncelik Ağırlıkları	
	T ₁	T ₂	T ₃	T ₁	T ₂	T ₃	Toplam İntegral	Bulanık VZAHS
A	0.692	0.244	0.243	0.613	0.279	0.278	0.277	0.309
B	0.23	0.631	0.514	0.296	0.588	0.444	0.576	0.519
C	0.078	0.125	0.243	0.091	0.133	0.278	0.147	0.172
AĞR.	0.075	0.708	0.217	0.091	0.614	0.295		

Tablo 4. 146: Poşetin Fiyatı Alt Kriteri İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi

	Toplam İntegral		Bulanık VZAHS		Öncelik Ağırlıkları	
	Baskılı Poşet	Baskısız Poşet	Baskılı Poşet	Baskısız Poşet	Toplam İntegral	Bulanık VZAHS
A	0.351	0.312	0.351	0.312	0.344	0.343
B	0.316	0.312	0.316	0.312	0.315	0.315
C	0.333	0.376	0.333	0.376	0.341	0.342
AĞR.	0.806	0.194	0.789	0.211		

Tablo 4. 147: Toplam İntegral Tekniği İle Kese Kağıdının Fiyatı Alt Kriteri İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi

	Toplam İntegral		Bulanık VZAHS		Öncelik Ağırlıkları	
	Pencereli Kese Kağıdı	Penceresiz Kese Kağıdı	Pencereli Kese Kağıdı	Penceresiz Kese Kağıdı	Toplam İntegral	Bulanık VZAHS
A	0.328	0.318	0.328	0.318	0.327	0.327
B	0.328	0.334	0.328	0.334	0.329	0.329
C	0.344	0.348	0.344	0.348	0.344	0.344
AĞR.	0.891	0.109	0.885	0.115		

Tablo 4. 148: Pasta Kutusunun Fiyatı Alt Kriteri İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi

	Toplam İntegral		Bulanık VZAHŞ		Öncelik Ağırlıkları	
	Şerbetli Tatlı Kutusu	Kuru Pasta Kutusu	Şerbetli Tatlı Kutusu	Kuru Pasta Kutusu	Toplam İntegral	Bulanık VZAHŞ
A	0.347	0.31	0.347	0.31	0.315	0.315
B	0.306	0.355	0.306	0.355	0.349	0.348
C	0.347	0.335	0.347	0.335	0.336	0.337
AĞR.	0.122	0.878	0.13	0.87		

Tablo 4. 149: Toplam İntegral Tekniği İle Ambalajın Fiyatı Alt Kriteri İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi

	Poşet	Ambalaj Kağıdı	Kese Kağıdı	Pasta Kutusu	Öncelik Ağırlığı
A	0.344	0.317	0.327	0.315	0.332
B	0.315	0.345	0.329	0.349	0.327
C	0.341	0.338	0.344	0.336	0.341
AĞIRLIKLAR	0.468	0.241	0.241	0.05	

Tablo 4. 150: Bulanık VZAHŞ Tekniği İle Ambalajın Fiyatı Alt Kriteri İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi

	Poşet	Ambalaj Kağıdı	Kese Kağıdı	Pasta Kutusu	Öncelik Ağırlığı
A	0.343	0.317	0.327	0.315	0.329
B	0.315	0.345	0.329	0.348	0.329
C	0.342	0.338	0.344	0.337	0.342
AĞIRLIKLAR	0.369	0.288	0.288	0.055	

Tablo 4. 151: Toplam İntegral Tekniği İle FİYAT/MALİYET Ana Kriteri İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi

	F ₁	F ₂	F ₃	F ₄	Öncelik Ağırlığı
A	0.332	0.163	0.242	0.445	0.309
B	0.327	0.521	0.674	0.445	0.454
C	0.341	0.316	0.084	0.11	0.237
AĞIRLIKLAR	0.53	0.061	0.293	0.116	

Tablo 4. 152: Bulanık VZAHS Tekniği İle FİYAT/MALİYET Ana Kriteri İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi

	F ₁	F ₂	F ₃	F ₄	Öncelik Ağırlığı
A	0.329	0.171	0.325	0.44	0.334
B	0.329	0.456	0.575	0.44	0.438
C	0.342	0.373	0.10	0.12	0.228
AĞIRLIKLAR	0.443	0.066	0.344	0.147	

Tablo 4. 153: Toplam İntegral Tekniği İle ESNEKLİK Ana Kriteri İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi

	E ₁	E ₂	E ₃	E ₄	Öncelik Ağırlığı
A	0.186	0.192	0.074	0.296	0.215
B	0.717	0.616	0.358	0.56	0.601
C	0.097	0.192	0.568	0.144	0.184
AĞIRLIKLAR	0.378	0.122	0.122	0.378	

Tablo 4. 154: Bulanık VZAHS Tekniği İle ESNEKLİK Ana Kriteri İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi

	E ₁	E ₂	E ₃	E ₄	Öncelik Ağırlığı
A	0.225	0.214	0.084	0.315	0.237
B	0.675	0.572	0.437	0.505	0.567
C	0.1	0.214	0.479	0.18	0.196
AĞIRLIKLAR	0.364	0.136	0.136	0.364	

Tablo 4. 155: SATIŞ SONRASI HİZMET Ana Kriteri İçin Alternatiflerin Öncelik Ağırlıklarının Birleşimi

	Toplam İntegral		Bulanık VZAHS		Öncelik Ağırlıkları	
	S ₁	S ₂	S ₁	S ₂	Toplam İntegral	Bulanık VZAHS
A	0.445	0.076	0.44	0.08	0.320	0.301
B	0.11	0.462	0.12	0.46	0.229	0.251
C	0.445	0.462	0.44	0.46	0.451	0.448
AĞR.	0.663	0.337	0.615	0.385		

Tablo 4. 156: Toplam İntegral Tekniği İle AMACA Göre Ana Kriterler İçin Alternatiflerin ncelik Ağırlıklarının Birleşimi

	KALİTE	TESLİMAT	FİYAT/ MALİYET	ESNEKLİK	SATIŞ SONRASI HİZMET	YENİLİKÇİLİK	ncelik Ağırlığı
A	0.192	0.277	0.308	0.215	0.32	0.088	0.215
B	0.495	0.576	0.454	0.601	0.229	0.653	0.523
C	0.313	0.147	0.238	0.184	0.451	0.259	0.262
AĞIRLIKLAR	0.336	0.073	0.141	0.236	0.073	0.141	1

Tablo 4. 157: Bulanık VZAHS Tekniği İle AMACA Göre Ana Kriterler İçin Alternatiflerin ncelik Ağırlıklarının Birleşimi

	KALİTE	TESLİMAT	FİYAT/ MALİYET	ESNEKLİK	SATIŞ SONRASI HİZMET	YENİLİKÇİLİK	ncelik Ağırlığı
A	0.211	0.309	0.334	0.237	0.301	0.1	0.233
B	0.467	0.519	0.438	0.567	0.251	0.575	0.492
C	0.322	0.172	0.228	0.196	0.448	0.325	0.275
AĞIRLIKLAR	0.278	0.075	0.166	0.24	0.075	0.166	1

2.4.3. Sonuçların değerlendirilmesi

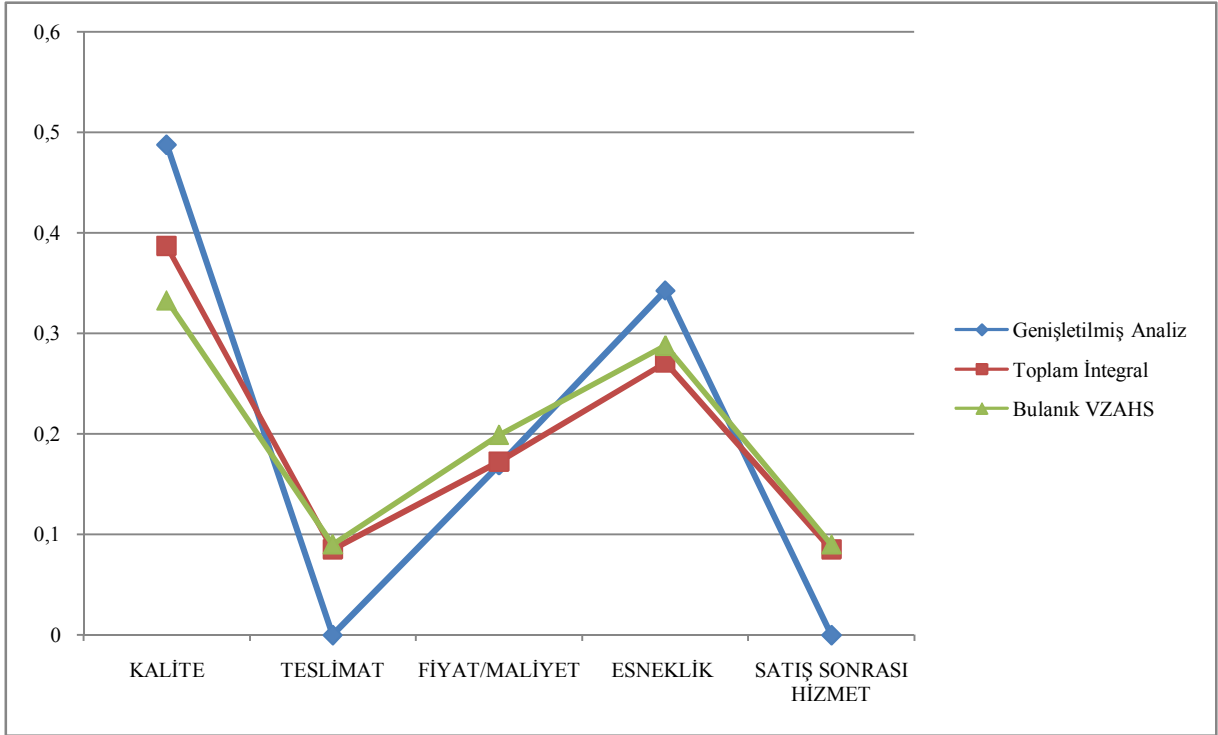
Bir ekmek fabrikasının un ve ambalaj tedarikçilerinin değerlendirildiği bu çalışmada, bulanık AHS problemi olarak ifade edilen un tedarikçi değerlendirme sürecinin incelenmesi Chang (1996)'in genişletilmiş analiz tekniği, Liou ve Wang (1992)'in toplam integral tekniği ve bulanık VZAHS teknikleri ile ambalaj tedarikçisi değerlendirme sürecinin incelenmesi ise genişletilmiş analiz tekniğinin sakıncaları ortaya konduktan sonra, toplam integral ve bulanık VZAHS teknikleri ile yapılmıştır. Teknikler uygulanırken Tablo 4.10'da verilen bulanık önem leği kullanılmıştır. Homojenlik aksiyomu gereği, değerlendirmelerde bir ölçek kullanılmalıdır ve dolayısıyla yapılan değerlendirmelerin birbiri ile tutarlı olması için tüm tekniklerde karşılaştırmalar aynı ölçekle yapılmıştır. Tablo 4.9'da verilen ölçeğin değil, diğer ölçeğin kullanılmasının birinci nedeni, daha geniş bir değerlendirme yelpazesi sunması ve ara değerleri de dikkate alması, ikinci nedeni ise biraz daha önemli değerlendirmesi olan (2/3, 1, 3/2) bulanık önem derecesinin eşleniğinin de aynı olmasından kaynaklanabilecek tutarsızlıkların nlenebilmesidir.

Karar vericinin yaptığı sözel değerlendirmeler üçgen bulanık sayılar ile ifade edilmiş ve değerlendirmelerin yapıldığı tüm tekniklerde aynı ikili karşılaştırma matrisleri kullanılmıştır. İkili karşılaştırma matrislerinin tutarlılığı Kwang ve Bai (2003)'nin önerdiği ağırlıklı ortalama yöntemi ile durulaştırma uygulanıp klasik AHS problemlerinde izlenen yol ile hesaplanmıştır. Bunun nedeni, kullanılan farklı tekniklerin her birinde kullanılan algoritmaların farklı oluşu ve standart bir durulaştırma işleminin her biri için uygulanmasının mümkün olmamasıdır. Dolayısıyla, ikili karşılaştırma matrisleri için birden farklı tutarlılık oranı söz konusu olmayacaktır.

Kullanılan teknikler ana kriterlerin önem ağırlıkları açısından değerlendirildiğinde, ana kriterlerin önem sırasının değişmediği görülmektedir. Bu durum tüm alt kriterler için de geçerlidir. Ortaya çıkan bazı istisnai durumlar ilgili kısımda açıklanacaktır. Önem ağırlıkları açısından teknikler arasında küçük farklılıklar bulunmaktadır. Bu durum, uygulanan tekniklerin farklı varsayımlara sahip olmasından kaynaklanmaktadır. Fakat, genişletilmiş analiz tekniğinin uygulanmasında, bulanık sayılar karşılaştırılırken önem ağırlıklarından bazılarında sıfır değeri verilmiştir. Bu nedenle bazı ana kriterlerin ve alt kriterlerin önem ağırlığı değerleri daha yüksek gözükürken, bazıları hiç değerlendirmeye alınmamıştır. Un tedarikçisi değerlendirme problemi için ana kriterlerin önem ağırlıklarının her üç tekniğe göre karşılaştırması Şekil 4.4'te gösterilmektedir. Buna göre ekmek fabrikası için karar vericinin tedarikçi değerlendirme ana kriterlerinden kalite ana kriterini en önemli ana kriter olarak belirlediği görülmektedir. Kalite ana kriterini esneklik ve fiyat/maliyet ana kriterleri izlemektedir. Karar verici için en az öneme sahip olan ana kriterler teslimat ve satış sonrası hizmettir. Ana kriterlerin önem ağırlıkları belirlenirken, genişletilmiş analiz tekniği ile yapılan değerlendirmede aynı derecede önemli olan teslimat ve satış sonrası hizmet ana kriterlerinin önem dereceleri sıfır olarak bulunmuştur. Bu durum, un tedarikçileri değerlendirilirken genişletilmiş analiz tekniği kullanıldığında, teslimat ve satış sonrası hizmet ana kriterleri için yapılan tüm ikili karşılaştırmaların sürece katılmamasına neden olmaktadır.

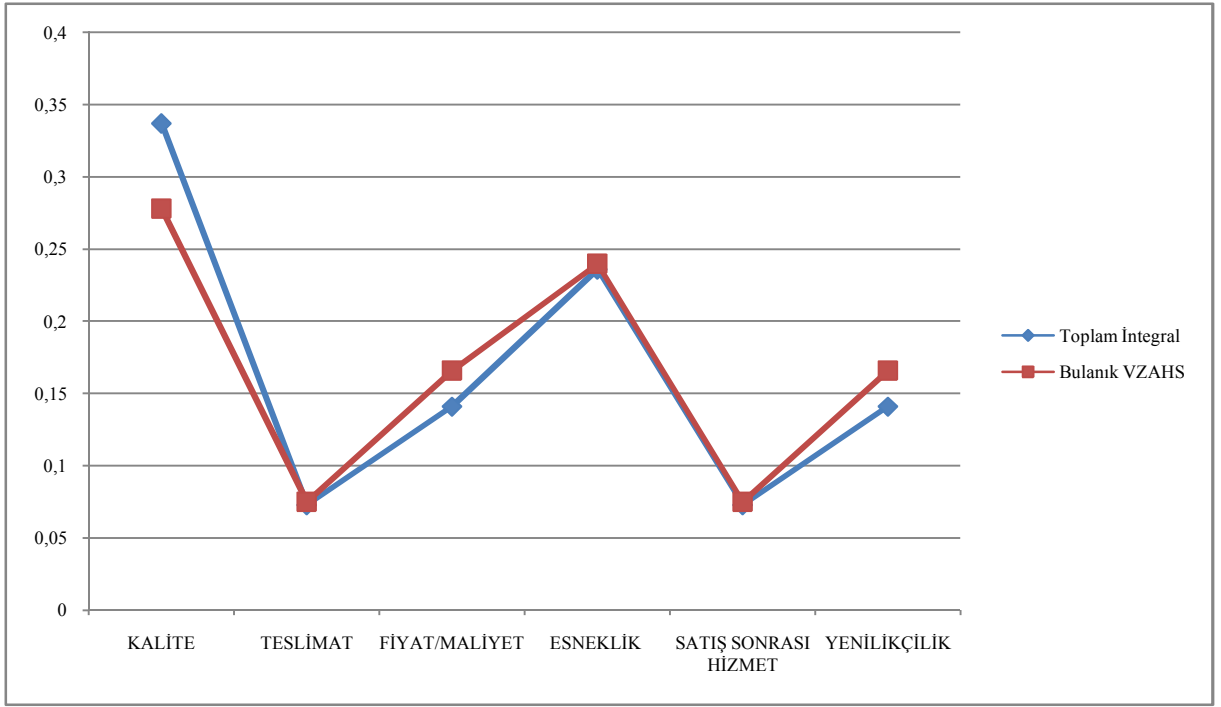
Un tedarikçi değerlendirme ve ambalaj tedarikçisi değerlendirme problemlerinde ana kriterlerin alt kriterlerinin önem ağırlıkları eşittir. Ana kriterlerin önem dereceleri ambalaj tedarikçi değerlendirme probleminde yedi kriter kullanılması nedeniyle farklıdır. Ana kriterlerin amaca göre belirlenen önem ağırlıkları Şekil 4.5'te gösterilmektedir. Ambalaj tedarikçilerinin değerlendirilmesinde ek olarak yenilikçilik ana kriteri

kullanılmıştır. Burada da kalite ana kriterinin en önemli kriter olduğu, daha sonra esneklik ana kriterinin geldiği, üçüncü sırada fiyat/maliyet ve yenilikçilik kriterlerinin ve önem sırasında son sırada teslimat ve satış sonrası hizmet ana kriterlerinin yer aldığı görülmektedir.



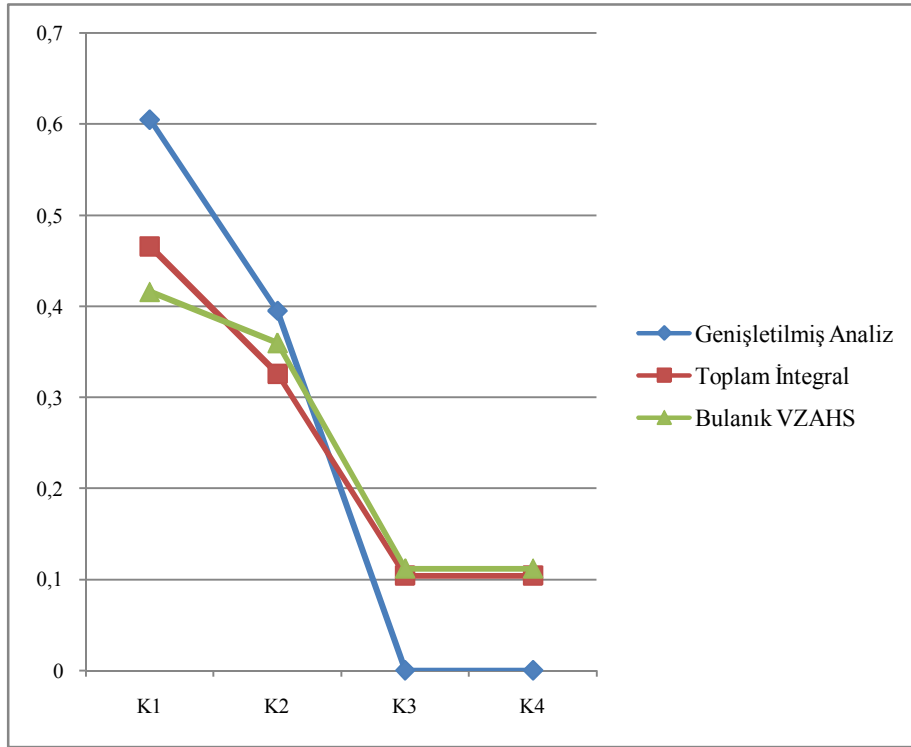
Şekil 4. 4: Un Tedarikçisi Değerlendirme Probleminde Ana Kriterlerinin Önem Ağırlıkları

Ana kriterlerin alt kriterlerinin önem dereceleri için yapılan sözel karşılaştırmalar aynı olduğundan, un tedarikçilerinin ve ambalaj tedarikçilerinin değerlendirilmesinde kullanılan alt kriter ağırlıkları değişmeyecektir. Bu nedenle ana kriterlerin alt kriterlerinin önem ağırlıkları için yapılacak olan değerlendirmeler aynı grafikler üzerinde gösterilecektir.



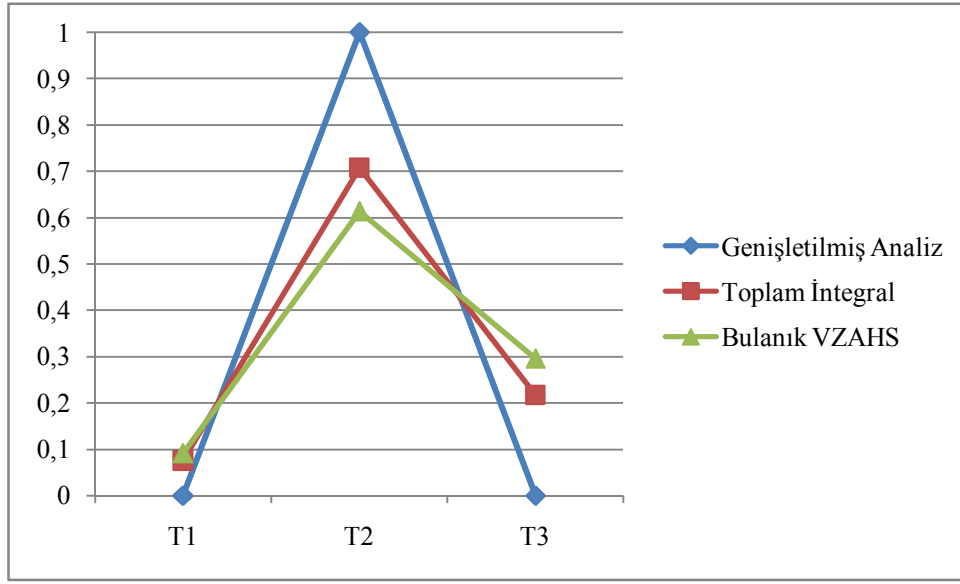
Şekil 4. 5: Ambalaj Tedarikçisi Değerlendirme Probleminde Ana Kriterlerinin Önem Ağırlıkları

Kalite ana kriterinin alt kriterleri için yapılan değerlendirmelerin sonuçları Şekil 4.6'da gösterilmektedir. İşletme için kalite ana kriteri açısından ürünün kalitesi (K_1) alt kriterinin önem derecesinin yüksek olduğu ve bunu ürünlerin üretim sistemine uygunluğu (K_2) alt kriterinin izlediği görülmektedir. Alt kriterler önem sırasına konulduğunda, en az derecede önemli olanlar ise, kalite standartlarına uyum (K_3) ve ürünlerdeki kusur miktarı (K_4) alt kriterleridir. Söz konusu değerlendirmede genişletilmiş analiz tekniği ile bulunan önem ağırlıklar incelendiğinde, kalite standartlarına uyum ve ürünlerdeki kusur miktarı alt kriterlerinin sürece katılmadığı görülmektedir.



Şekil 4. 6: Kalite Ana Kriterinin Alt Kriterlerinin Önem Ağırlıkları

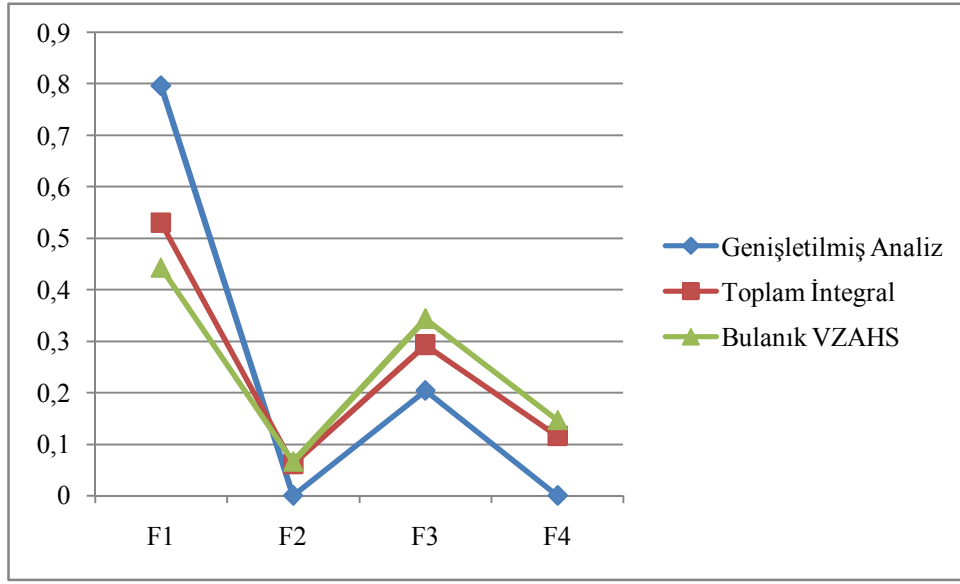
Teslimat ana kriterinin alt kriterleri için yapılan değerlendirmede ise, teslim süresi (T_2) alt kriterinin önem derecesi en yüksek alt kriter olduğu ve bu alt kriteri teslim hataları (T_3) ve teslim koşulları (T_1) alt kriterinin izlediği söylenebilir. Genişletilmiş analiz tekniği ile bulunan önem ağırlıklarına bakıldığında, alt kriterlerin sırası açısından da değişim görülmektedir. Teslim hataları alt kriteri, teslim koşulları alt kriterinden daha önemli olmasına rağmen, her iki alt kriterin de önem ağırlığı sıfır değerini almış ve her iki alt kriter de değerlendirme sürecine alınmamıştır. Bu durum Şekil 4.7’de görülmektedir.



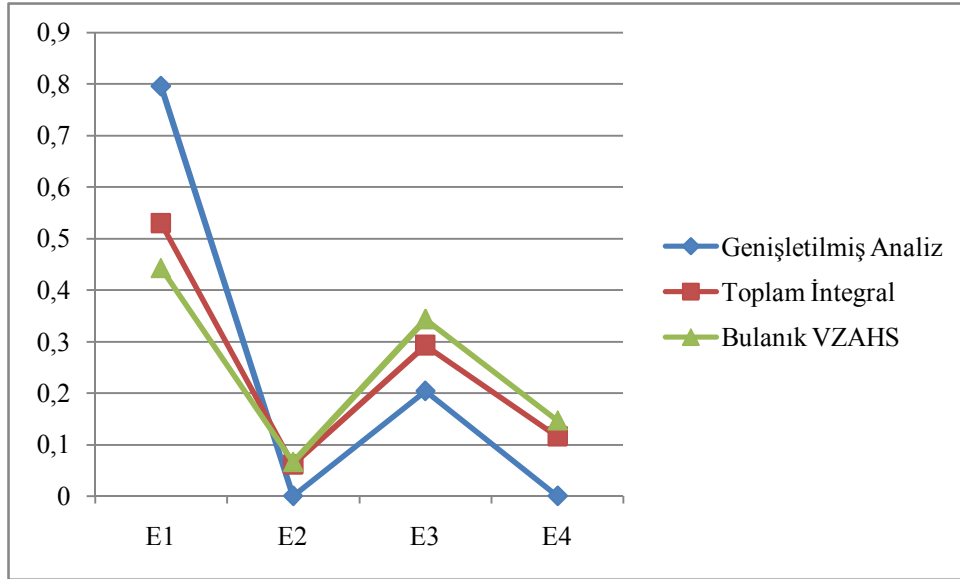
Şekil 4. 7: Teslimat Ana Kriterinin Alt Kriterlerinin Önem Ağırlıkları

Fiyat/maliyet ana kriterinin alt kriterleri açısından yapılan değerlendirmeler ise, Şekil 4.8’de gösterilmektedir. İşletme için en önemli alt kriter ürünlerin fiyatlarıdır (F_1) daha sonra sipariş maliyeti (F_3) gelmektedir. Fiyat/maliyet ana kriterinin en az derecede önemli olan alt kriterleri ise sırasıyla ürün fiyatlarının piyasa fiyatlarına uygunluğu (F_4) ve maliyet azaltma kapasitesidir (F_2). Genişletilmiş analiz tekniği ile yapılan hesaplamalarda her iki alt kriter de sıfır önem ağırlıklarıyla hesaba katılmamışlardır. Fakat, ürün fiyatlarının piyasa fiyatlarına uygunluğu, maliyet azaltma kapasitesi alt kriterinden daha önemlidir.

Esneklik ana kriterinin alt kriterleri için yapılan değerlendirme sonucunda, kısa hazırlık zamanı (E_1) ve ödeme koşullarında esneklik (E_4) alt kriterlerinin en yüksek önem derecesine sahip olduğu Şekil 4.9’da görülmektedir. Acil gereksinimlere cevap verebilme (E_2) ve istenilen miktarda ürünü tedarik edebilme becerisi (E_3) alt kriterleri daha az önemlidir. Genişletilmiş analiz tekniği söz konusu kriterlerin önem derecelerini yine göz ardı etmektedir.

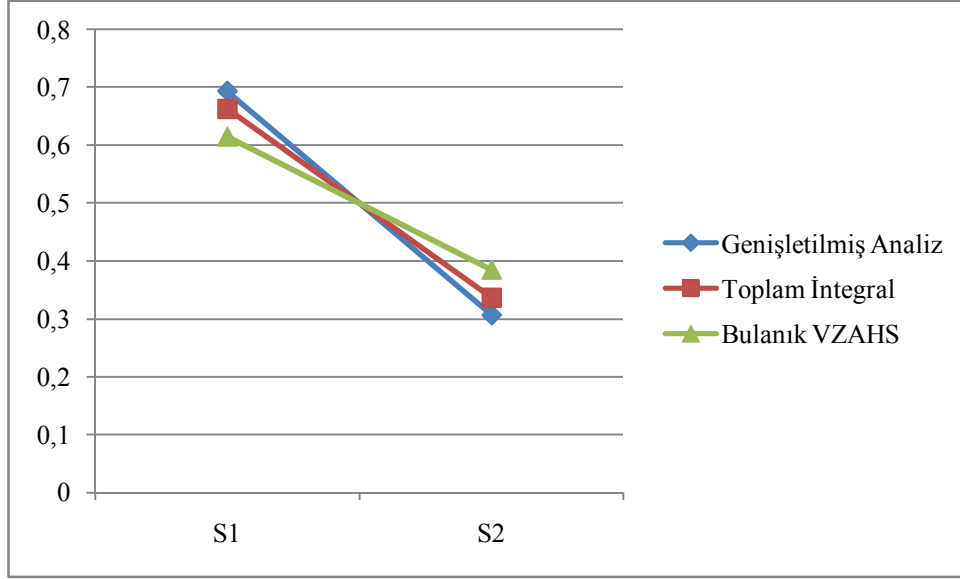


Şekil 4. 8: Fiyat/Maliyet Ana Kriterinin Alt Kriterlerinin Önem Ağırlıkları



Şekil 4. 9: Esneklik Ana Kriterinin Alt Kriterlerinin Önem Ağırlıkları

Satış sonrası hizmet ana kriteri için yapılan değerlendirmelerde iade koşulları (S_1) alt kriterinin, ürünün takibi ve geliştirilmesi (S_2) alt kriterinden daha yüksek bir önem derecesine sahip olduğu belirlenmiş ve bu durum Şekil 4.10'da gösterilmiştir. Yenilik ana kriterinin alt kriteri bulunmadığından herhangi bir karşılaştırma yapılmamıştır.



Şekil 4. 10: Satış Sonrası Hizmet Ana Kriterinin Alt Kriterlerinin Önem Ağırlıkları

Tedarikçi değerlendirmesinde hiyerarşi oluşturulurken, ürünün kalitesi ve ürünün fiyatı alt kriterleri de alt kriterlere ayrılmıştır. Ekmek fabrikasının tedarik ettiği ürünlere göre bir dallandırma söz konusudur. Ürünün kalitesi ve fiyatı alt kriterleri için önem ağırlıkları açısından bir değişiklik yoktur. Yani bir ürünün kalitesinin önem derecesi aynı zamanda söz konusu ürünün fiyatının önem derecesidir.

Un tedarikçisi ve ambalaj tedarikçisi değerlendirmelerinin farklılığı ikinci derecede alt kriterlerde ortaya çıkmaktadır. Un tedarikçisi değerlendirme probleminde ikinci derece alt kriterler tedarik edilen un çeşitlerine göre, ambalaj tedarikçisi değerlendirme probleminde tedarik edilen ambalaj çeşitlerine göre şekillenmiştir.

Un tedarikçileri değerlendirilirken kalite ve fiyat açısından en önemli ürün beyaz unudur. Beyaz unun kalitesi ve fiyatı da üçüncü derece alt kriterlere ayrılarak önem derecelerine göre, ekmeklik lüks (Tip 650), ekmeklik normal (Tip 550) ve pastalık-böreklik un olarak sıralanmaktadır. İşletme için ikinci derecede önemli olan tam buğday unu ve en az derecede önemli olanlar ise, çavdar unu ve buğday kepeğidir. Buğday kepeğinin kalitesi ve fiyatının üçüncü derece alt kriterleri ince ve kaba buğday kepeğidir ve önem ağırlıkları eşittir. Genişletilmiş analiz tekniği ile yapılan değerlendirmelerde, pastalık-böreklik beyaz unun kalitesi ve fiyatı, çavdar ununun kalitesi ve fiyatı ile buğday kepeğinin kalitesi ve fiyatı değerlendirme dışı kalmıştır.

Ambalaj tedarikçileri değerlendirilirken kalite ve fiyat açısından en önemli ürün poşettir. Poşetin kalitesi ve fiyatı üçüncü derece alt kriterlere ayrılarak önem derecelerine göre baskılı ve baskısız poşetin kalitesi ve fiyatı olarak sıralanmaktadır. İkinci derecede önemli olan ürünler ambalaj kağıdı ve kese kağıdıdır. Kese kağıdının kalitesi ve fiyatının üçüncü derece alt kriterleri pencereci ve penceresiz kese kağıdıdır ve pencereci kese kağıdının kalitesi ve fiyatı işletme için daha önemlidir. Kalite ve fiyat açısından yapılan önem sıralamasında son sırayı pasta kutusu almaktadır. Pasta kutusunun kalite ve fiyatı için üçüncü derecede alt kriterler şerbetli tatlı kutusu ve kuru pasta kutusunun kalitesi ve fiyatıdır. Kuru pasta kutusunun kalitesi ve fiyatının önem derecesi daha yüksektir.

Üçüncü derece alt kriterlerden başlanarak, hiyerarşinin en alt basamaklarından itibaren alternatifler için yapılan ikili karşılaştırmalar kullanılarak öncelik ağırlıkları hesaplanmış, kriter ve alt kriterlerin önem ağırlıkları ile birleştirilerek her bir alternatif için görcü öncelik ağırlıklarına ulaşılmıştır.

Un tedarikçileri için üç teknik kullanılarak elde edilen sonuçlar Şekil 4.11 ve Tablo 4.158’de özetlenmektedir.

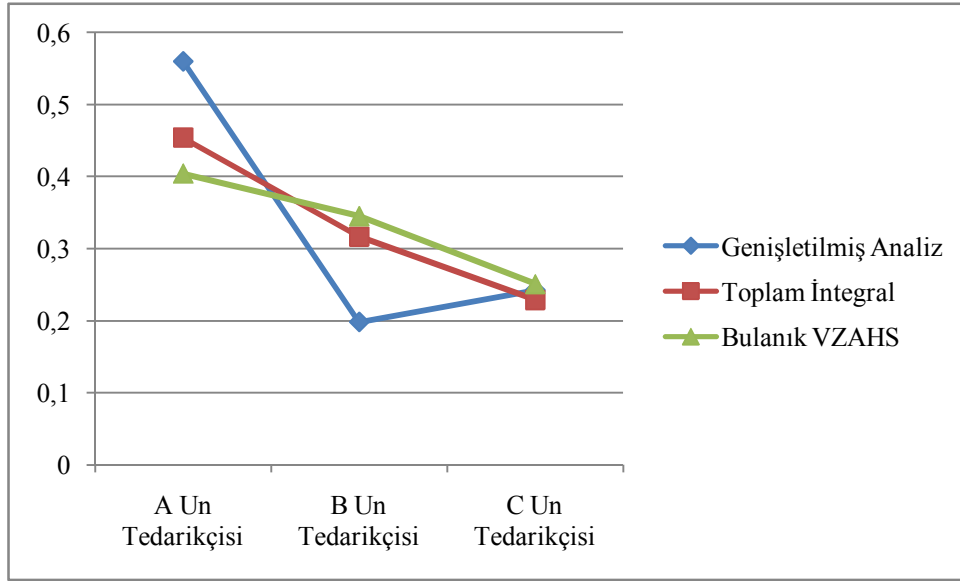
Tablo 4. 158: Un Tedarikçilerinin Görcü Genel Öncelik Ağırlıkları

	A Un Tedarikçisi	B Un Tedarikçisi	C Un Tedarikçisi
Genişletilmiş Analiz	0.56	0.198	0.242
Toplam İntegral	0.454	0.317	0.229
Bulanık VZAHS	0.404	0.345	0.251

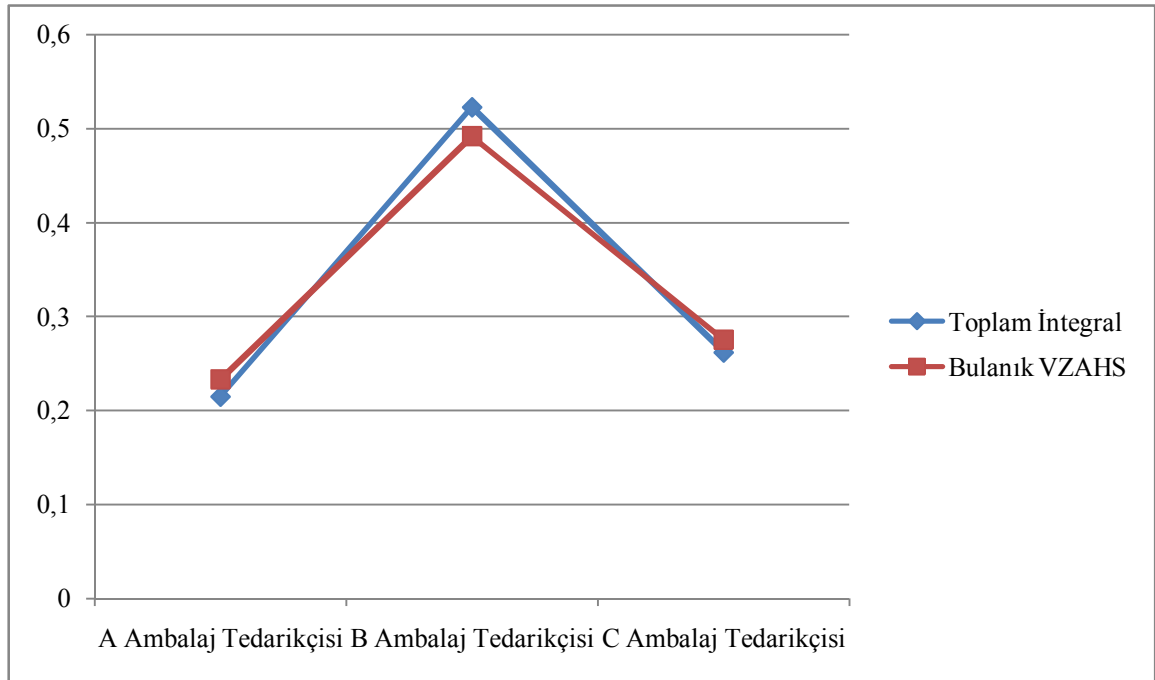
Ambalaj tedarikçileri için iki teknik kullanılarak elde edilen sonuçlar Şekil 4.12 ve Tablo 4.159’da özetlenmektedir.

Tablo 4. 159: Ambalaj Tedarikçilerinin Görcü Genel Öncelik Ağırlıkları

	A Ambalaj Tedarikçisi	B Ambalaj Tedarikçisi	C Ambalaj Tedarikçisi
Toplam İntegral	0.215	0.523	0.262
Bulanık VZAHS	0.233	0.492	0.275



Şekil 4. 11: Un Tedarikçisi Değerlendirme Sonuçları



Şekil 4. 12: Ambalaj Tedarikçisi Değerlendirme Sonuçları

SONUÇ

İşletmeler arasında yaşanan rekabet ve karar verme faaliyetlerinde etkili olan verilerdeki belirsizlikler nedeniyle karar süreçlerinin değerlendirilmesi giderek zorlaşmaktadır. İşletmelerin faaliyetlerini etkin hale getirecek doğru kararların verilmesi için büyük ölçekli problemlerin çözüme ulaştırılması gerekmektedir. Bu problemler genellikle değerlendirilmesi gereken pek çok kriter ve aralarından seçim yapılması istenen çok sayıda alternatif içermektedir. Söz konusu problemlerin çözümü için çok kriterli karar verme tekniklerinden yararlanılmaktadır. Çok kriterli karar verme teknikleri birbiri ile uyumlu olmayan pek çok kriterin eş zamanlı olarak karar sürecine katılımını sağlamaktadır. Çok kriterli karar problemlerinde karar vericilerin de bireyler olmasından kaynaklanan bir belirsizlik ortaya çıkmaktadır. Kişilerin kullandığı sözel ifadeler matematiksel karar süreçlerine bulanık sayılar aracılığıyla entegre edilmektedir.

Bu çalışmada, çok kriterli karar verme tekniklerinden bulanık TOPSIS, bulanık AHS ve işletme uygulamalarına yer verilmiştir. Bu iki tekniğin uygulanma prensipleri farklı olduğundan yapılan çalışmada teknikler, farklı işletme problemlerinde ele alınarak uygulanmıştır.

Perakende satışlarını mağazalar aracılığıyla yapan bir işletmenin üst seviye konsept mağazalarında çalışmak üzere başvuran 34 satış elemanı adayının değerlendirildiği birinci uygulamada, satış elemanı seçim sürecinin incelenmesi üçgen ve yamuk bulanık sayılar kullanılarak bulanık TOPSIS algoritması ile yapılmıştır. Bulanık TOPSIS algoritması, grup kararı verilmesi gereken çok kriterli karar problemlerinin çözümü için geliştirilmiştir. En önemli avantajı, grup karar vermeyi desteklediğinden karar vericiler arasında çıkabilecek olası anlaşmazlıkların önüne geçebilmesidir. Bu tür teknikler için yapılan en önemli eleştiri, karar vericilerin de bireyler olmasından kaynaklanan belirsizliklerin karar sürecini olumsuz yönde etkileyeceğidir. Bu nedenle çoklu karar vericilerin bulunduğu bir karar sürecinde, sözel değerlendirmeler yapılarak verilen kararların sayısallaştırılması ve grup kararı verilmesini desteklediğinden bulanık TOPSIS algoritmasının kullanımı tercih edilmiştir. İşletmenin genel koordinatörü, üst seviye konsept koordinatörü ve insan kaynakları sorumlusunun belirlenen kriter ve alternatifler ile ilgili yaptıkları sözel değerlendirmeler üçgen ve yamuk bulanık sayılarla ifade edilmiş ve her iki ölçek

kullanılarak alternatifler için yakınlık katsayıları hesaplanmıştır. Alternatiflerin sıralanması üçgen ve yamuk bulanık sayılar ile verilen grup kararı doğrultusunda bulunan yakınlık katsayılarına göre, büyükten küçüğe doğru yapılmış, en yüksek yakınlık katsayısına sahip olan alternatif en iyi, en düşük yakınlık katsayısına sahip olan alternatif ise en kötü performansı gösteren alternatif olarak belirlenmiştir.

Kullanılan üçgen ve yamuk bulanık sayılar kriterlerin önem ağırlıkları açısından değerlendirildiklerinde, karar vericiler için en önemli kriterlerin, en yüksek önem ağırlıkları ile, güven verme, kültür ve aile yapısı, beden dilini kullanabilme becerisi ve ikna edicilik olduğu belirlenmiştir. Bu kriterleri dış görünüş ve iletişim becerileri izlemektedir. Daha sonra, güler yüzlülük, yabancı dil ve iş tecrübesi gelmekte ve karar vericilerin en az önem verdiği kriterin eğitim olduğu görülmektedir. Karar vericiler ile yapılan görüşmelerde bir aile şirketi olan işletmenin yönetim politikaları doğrultusunda daha çok satış elemanı adaylarının kişilik özelliklerine ve aile yapısına önem verdiği saptanmıştır. Eğitim kriterini daha az önemli olarak belirlemelerinin nedeni ise şirket içi eğitimlerin verilmesi ve bu eğitimlerde gösterilen başarının adayın önceki eğitim düzeyinin üzerinde tutulmasıdır. Satış elemanı gereksinimi olan mağazalar üst seviye konsept mağazaları olduğundan yabancı dil karar kriteri olarak karar sürecinde yer almaktadır.

Üçgen bulanık sayılar ile verilen grup kararında ilk sırayı A_7 alternatifi alırken, yamuk bulanık sayılar ile verilen grup kararında ilk sırayı A_{33} alternatifi almaktadır. Söz konusu farklılık A_7 ve A_{33} alternatiflerinin yakınlık katsayılarının birbirine oldukça yakın değerler almasından kaynaklanmaktadır. Grup kararı verilirken algoritmanın farklı uygulanması nedeniyle oluşan bu küçük fark, en iyi performansı gösteren alternatifin değişmesine yol açmıştır. Üst seviye konsept mağazalarında çalışmak üzere, birkaç elemanın işe alınacağı göz önünde bulundurulduğunda, söz konusu farklılık önemini kaybetmektedir. Buna rağmen en iyi performansa sahip alternatifin belirlenmesi karar vericilerin tercihlerine bırakılmıştır. Karar vericiler kararlarının, tercihlerinin ortalamasından oluşmasını ve üçgen bulanık sayılar ile karar vermeyi seçtiklerinde en iyi alternatif A_7 , karar vericiler yaptıkları değerlendirmelerin minimum ve maksimum değerlerinin de karar sürecine katılmasını ve yamuk bulanık sayılar ile karar vermeyi seçtiklerinde ise en iyi alternatif A_{33} olacaktır. Karar vericilerin bireysel kararlarının üçgen bulanık sayılar kullanılarak ayrıca sıralamaları yapılmıştır. Bu sıralamalara göre birinci

karar verici için en iyi satış elemanı adayı A_{13} , ikinci karar verici için en iyi satış elemanı adayı A_{30} ve üçüncü karar verici için en iyi satış elemanı adayı A_{33} olarak belirlenmiştir.

Üçgen ve yamuk bulanık sayılar ile verilen grup kararları ve karar vericilerin bireysel kararları arasındaki ilişkilerin belirlenmesi amacıyla Spearman sıra korelasyon katsayıları hesaplanmıştır. Bu hesaplamalara göre, üçgen ve yamuk bulanık sayılar ile yapılan sıralamalar arasında çok yüksek derecede pozitif bir ilişkinin olduğu görülmüştür. Karar vericilerin bireysel kararları kullanılarak yapılan sıralamalar arasında ise, yüksek derecede pozitif ilişkiler bulunmaktadır.

Karar vericiler ile yapılan görüşmelerde, minimum ve maksimum değerlendirmeler yerine ortalama değerlendirmeleri tercih ettikleri belirlenmiştir. Bu nedenle yapılan çalışmanın sonucu olarak üçgen bulanık sayılar kullanılarak hesaplanan yakınlık katsayıları sıralaması esas alınacaktır. Söz konusu sıralama, en yüksek yakınlık katsayısından en düşüğüne doğru, $A_7, A_{33}, A_{30}, A_3, A_{13}, A_9, A_5, A_{19}, A_{27}, A_{22}, A_{21}, A_{26}, A_{15}, A_{29}, A_{20}, A_{28}, A_{34}, A_{18}, A_{11}, A_2, A_4, A_{23}, A_{24}, A_{10}, A_{14}, A_{31}, A_{32}, A_{25}, A_1, A_8, A_{17}, A_6, A_{12}, A_{16}$ şeklinde oluşmuştur. Dolayısıyla, bu sıralamaya göre, en yüksek performans gösteren satış elemanı adayı $CC_i = 0.735$ yakınlık katsayısı ile A_7 ve en düşük performans gösteren satış elemanı adayı ise $CC_i = 0.335$ yakınlık katsayısı ile A_{16} olarak belirlenmiştir. Ayrıca, yakınlık katsayılarına göre satış elemanı adaylarının kabul durumları incelendiğinde, ilk 15 sırada bulunan ve yakınlık katsayıları 0.6'dan büyük olan alternatiflerin kabul edilebilir oldukları ve 15. sıradan itibaren alternatiflerin yakınlık katsayılarına göre riskli bölgelerde yer aldıkları sonucuna varılmaktadır.

Bir ekmek fabrikasının un ve ambalaj tedarikçilerinin değerlendirilmesinin yapıldığı ikinci uygulamada bulanık AHS kullanılmıştır. Bulanık AHS, ana kriterlere bağlı çok sayıda alt kriterin bulunduğu ve karar vericinin alternatifleri aralarında karşılaştırma yaparak değerlendirdiği durumlarda alternatiflerin göreceli ağırlıklarının belirlenmesi için geliştirilmiştir. Un tedarikçisi değerlendirme sürecinin incelenmesi, bulanık AHS problemlerinin çözümü için geliştirilmiş olan Chang (1996)'in genişletilmiş analiz tekniği, Liou ve Wang (1992)'in toplam integral tekniği ve bulanık VZAHS teknikleri ile ambalaj tedarikçisi değerlendirme sürecinin incelenmesi ise genişletilmiş analiz tekniğinin sakıncaları göz önünde bulundurularak, toplam integral ve bulanık VZAHS teknikleri ile yapılmıştır.

Kullanılan teknikler, ana kriterlerin önem ağırlıkları açısından değerlendirildiklerinde ana kriterlerin önem sırasının değişmediği fakat un tedarikçisi değerlendirme probleminde, genişletilmiş analiz tekniği ile yapılan değerlendirmede teslimat ve satış sonrası hizmet kriterlerinin sıfır ağırlığı almaları nedeniyle karar sürecine katılmadıkları belirlenmiştir. Un tedarikçisi değerlendirme probleminde, karar verici için en önemli kriterin en yüksek görece önem ağırlığı ile kalite ana kriteri olduğu görülmektedir. Kalite ana kriterini sırasıyla esneklik, ve fiyat/maliyet ana kriterleri izlemektedir. Karar verici için en az derecede önemli olan kriterler ise teslimat ve satış sonrası hizmettir. Ambalaj tedarikçisi değerlendirme probleminde ise en önemli kriterin kalite olduğu, daha sonra esneklik ana kriterinin geldiği, üçüncü sırada aynı önem ağırlığına sahip olan fiyat/maliyet ve yenilikçilik kriterlerinin olduğu görülmektedir. Karar verici için en az derecede önemli olan kriterler yine teslimat ve satış sonrası hizmettir.

Un tedarikçileri, görece öncelik ağırlıklarına göre sıralandıklarında, her üç tekniğe göre yapılan değerlendirmede A un tedarikçisinin birinci sırayı aldığı görülmektedir. Ekmek fabrikasının un tedarikçilerinden en yüksek performans gösteren A un tedarikçisidir. İkinci sırada bulunan un tedarikçisi için teknikler açısından farklılıklar bulunmaktadır. Genişletilmiş analiz tekniği ile yapılan hesaplamalarda ikinci sırayı C un tedarikçisi ve üçüncü sırayı B un tedarikçisi alırken, diğer iki teknik ile yapılan hesaplamalarda B un tedarikçisi ikinci sırayı ve C un tedarikçisi üçüncü sırayı almıştır. Söz konusu sıra değişiminin ortaya çıkmasının en önemli nedeni genişletilmiş analiz tekniğinin uygulama esaslarıdır. Bulanık sayılar arasında yapılan büyüklük karşılaştırmalarında ortaya çıkan sıfır önem ağırlıkları daha iyi performans gösteren B un tedarikçisinin geriye düşmesine neden olmuştur. B un tedarikçisi için genişletilmiş analiz tekniği ile yapılan tüm değerlendirmeler incelendiğinde, önem ağırlığı sıfır olan çavdar ununun kalitesi alt kriteri ve kalite standartlarına uyum alt kriteri açısından en iyi tedarikçi olduğu, yine ürünlerdeki kusur miktarı, maliyet azaltma kapasitesi, acil gereksinimlere cevap verebilme gibi önem ağırlığı sıfır olan alt kriterler açısından ikinci en iyi tedarikçi olduğu görülmektedir. Benzer şekilde, karar sürecine hiç katılmayan teslimat ve satış sonrası hizmet ana kriterleri için de B un tedarikçisinin ikinci en iyi tedarikçi olduğu ve söz konusu kriter ve alt kriterler için tedarikçiler hiç değerlendirmeye alınmadığından genişletilmiş analiz tekniği ile elde edilen sonuçlarda geriye düştüğü sonucuna varılmaktadır.

Bu sonuçlardan hareketle genişletilmiş analiz tekniği için yapılan eleştirilerin haklı olduğu söylenebilir. Bulanık AHS problemlerinde kullanımı hatalı kararlar verilmesine neden olabileceğinden farklı tekniklerin kullanımı daha uygundur.

Ambalaj tedarikçileri, görelî öncelik ağırlıklarına göre sıralandıklarında, her iki tekniğe göre yapılan değerlendirmede aynı sıralamanın söz konusu olduğu görülmektedir. Ekmek fabrikasının ambalaj tedarikçilerinden en yüksek performansı gösteren B ambalaj tedarikçisidir. İkinci sırada C ambalaj tedarikçisi ve üçüncü sırada da A ambalaj tedarikçisi gelmektedir.

Toplam integral tekniği ile bulunan sıralama ile bulanık VZAHS ile bulunan sıralama aynıdır. Tedarikçilerin öncelik ağırlıkları arasında küçük farklılıklar bulunmaktadır.

Tedarikçi değerlendirme sürecinin incelendiği ekmek fabrikası, değerlendirmesi yapılan un ve ambalaj tedarikçileri ile uzun dönemli ilişkiler kurmuştur. Un tedarikçilerinin her biri ile en az 10 yıl, ambalaj tedarikçilerinin her biri ile en az 6 yıldır çalışmaktadır. Karar verici değerlendirmelerini yaparken yüksek karşılaştırma değerlerini seçmekten kaçınmıştır. Karşılaştırmalarını yaparken çoğunlukla birbirine yakın önem derecelerini tercih etmiştir.

Toplam integral tekniği ile yapılan hesaplamalarda, Chang (1996)'in genişletilmiş analiz tekniği ile bulunan sentetik derece değerlerinin toplam integral değerleri bulunarak durulaştırılması sağlanmaktadır. Bulanık sayıların durulaştırılması için çeşitli teknikler bulunmaktadır. Söz konusu teknikler ile bulanık sayı durulaştırılırken genellikle durulaştırılmış değerler, bulanık sayının çekirdeğine yakın değerler almaktadır. Toplam integral tekniğinde de her ne kadar iyimserlik katsayısı belirlenebilse de sonuçlar yine üçgen bulanık sayının çekirdeği etrafında toplanmaktadır.

Genişletilmiş analiz tekniği ile bulunan sentetik derece değerlerinin durulaştırılması durumunda, önem ağırlıkları ve öncelik ağırlıkları sentetik derece değerlerini oluşturan bulanık sayının çekirdeğine çok yakın değerler almaktadır. Bu nedenle bazı kriterlerin önem ağırlıkları veya alternatiflerin öncelik ağırlıkları olması gerekenden daha düşük değerler alabilmektedir. Örneğin, un tedarikçisi değerlendirme problemi için alternatiflerin iade koşulları alt kriterine göre değerlendirilmesinde, B ve C un tedarikçileri sürece aynı derecede katkıda bulunurken, A un tedarikçisinin (1, 2, 3) değerlendirmesi ile B ve C un

tedarikçilerinden biraz daha fazla katkıda bulunduğu karşılaştırması yapılmıştır. A un tedarikçisinin katkısı, eşit düzeyde katkının sadece bir derece üzerinde yer almasına rağmen genişletilmiş analiz ve toplam integral teknikleri ile bulunan öncelik ağırlığı, B ve C un tedarikçilerin ağırlıklarının iki katından daha fazladır. Toplam integral tekniği ile bulunan ağırlıklar, A un tedarikçisi için 0.514, B ve C un tedarikçileri için 0.243'tür. Bulanık VZAHS tekniğinin uygulanması ile elde edilen öncelik ağırlıkları ise, A un tedarikçisi için 0.444, B ve C un tedarikçileri için 0.278'dir. Bulanık VZAHS tekniği ile bulunan ağırlıklar alternatiflerin karşılaştırma durumları açısından daha uygun görülmektedir. Söz konusu farklılık her ne kadar un ve ambalaj tedarikçilerinin değerlendirilmesinde sıra değişimine neden olmamış olsa da, alternatiflerin genel öncelik ağırlıkları birbirine çok yakın olduğu durumlarda sıra değişikliklerinin ortaya çıkma olasılığı bulunmaktadır.

Bu değerlendirmeler sonucunda, genişletilmiş analiz tekniğinin bulanık AHS problemlerinin çözümünde kullanılmasının sakıncalı olabildiği, toplam integral ve bulanık VZAHS tekniklerinin ise uygulanabilir oldukları söylenebilir. Toplam integral tekniğinin kullanımı daha kolay olmasına rağmen, bulanık VZAHS tekniği tüm karşılaştırma matrisi değerlerini aynı anda değerlendirmeye katarak görelî ağırlıkların hesaplanmasını sağladığından daha hassas ve karşılaştırmalarla daha tutarlı sonuçlar verebilmektedir. Günümüzün teknolojisi ve bilgisayar yazılımlarının kullanım kolaylıkları göz önünde bulundurulduğunda, teknikler arasında uygulama açısından çok büyük farklılıklar bulunmadığı söylenebilir.

KAYNAKLAR

- ABDI M.R., “Fuzzy Multi–Criteria Decision Model For Evaluating Reconfigurable Machines”, **International Journal Of Production Economics**, Vol. 117, 2009, ss. 1-15.
- AKMAN G. – A. ALKAN, “Tedarik Zinciri Yönetiminde Bulanık AHP Yöntemi Kullanılarak Tedarikçilerin Performansının Ölçülmesi: Otomotiv Yan Sanayinde Bir Uygulama”, **İstanbul Ticaret Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi**, C. 5, No. 9, 2006, ss. 23–46.
- ALKAHTANI Abdullah M.S. – M.E. WOODWARD – K. ALBEGAIN, “Prioritised Best Effort Routing With Four Quality Of Service Metrics Applying The Concept Of The Analytic Hierarchy Process”, **Computers & Operations Research**, Vol. 33, Issue 3, 2006, ss. 559–580.
- ALTROCK Constantin Von, **Fuzzy Logic & Neurofuzzy Applications Explained**, Prentice Hall Ptr, Englewood Cliffs, New Jersey, 1995.
- AMIN Saman – Razmi Jafar HASSANZADEH, “An Integrated Fuzzy Model For Supplier Management: A Case Study Of ISP Selection And Evaluation”, **Expert Systems with Applications**, Vol. 36, 2009, ss. 8639–8648.
- AMIRI Morteza Pakdin, “Project Selection For Oil–Fields Development By Using The AHP And Fuzzy TOPSIS Methods”, **Expert Systems With Applications**, Vol. 37, Issue 9, 2010, ss. 6218–6224.
- AVCI Burcu, **İşletmelerarası Görelî Etkinlik Ölçüm Yaklaşımı: Veri Zarflama Analizi ve Uygulaması**, Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi), Bursa, 2004, s. 48.
- AZADEH A. – S. F. Ghaderi – Z. Javaheri, – M. Saberi, “A Fuzzy Mathematical Programming Approach To DEA Models”, *American Journal Of Applied Sciences*, Vol. 5, No. 10, 2008, ss. 1352–1357.
- BANUELAS Ricardo – Anthony FIJU, “Going From Six Sigma To Design For Six Sigma: An Exploratory Study Using Analytic Hierarchy Process”, **The TQM Magazine**, Vol. 15, No. 5, 2003, ss. 334–344, s. 339.
- BASHIRI Mahdi Hosseininezhad – Javad SEYED, “A Fuzzy Group Decision Support System For Multifacility Location Problems”, **International Journal Of Advanced Manufacturing Technology**, Vol. 42, 2009, ss. 533–543.

- BAŞKAYA Zehra – Burcu ÖZTÜRK, “Bireysel Performansın Görelî Etkinliğinin Ölçülmesinde Veri Zarflama Analizi Ve Bir Alışveriş Merkezi Giyim Çalışanları Üzerinde Uygulanması”, **Uludağ Üniversitesi İktisadi Ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi**, C. XXIV, S. 1, 2005, ss. 15–31.
- BAŞKAYA Zehra – Cüneyt AKAR, “Üretim Alternatifi Seçiminde Analitik Hiyerarşi Süreci: Tekstil İşletmesi Örneği”, **Anadolu Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi**, C. 5, No. 1, 2005, ss. 273–286.
- BAYKAL Nazife – Timur BEYAN, **Bulanık Mantık İlke ve Temelleri**, Bıçakçılar Kitabevi, Ankara, 2004.
- BAYSAL Gökçe – Vahap TECİM, “Katı Atık Depolama Sahası Uygunluk Analizinin coğrafi Bilgi Sistemleri (CBS) Tabanlı Çok Kriterli Karar Yöntemleri İle Uygulanması”, 4. Coğrafi Bilgi Sistemleri Bilişim Günleri, Fatih Üniversitesi, İstanbul, 2006.
- BECTOR C.R. – S. CHANDRA, **Fuzzy Mathematical Programming And Fuzzy Matrix Games**, Studies In Fuzziness And Soft Computing, Vol. 169, Springer, Germany, 2005.
- BELLMAN R.E. – L.A ZADEH, “Decision Making in a Fuzzy Environment”, **Management Science**, Vol. 17, No. 4, 1970, ss. 141–164.
- BELLMAN R. E. – L. A. ZADEH, “Local And Fuzzy Logics”, **Fuzzy Sets, Fuzzy Logic And Fuzzy Systems**, Selected Papers By Lotfi A. Zadeh, ed. George J. KLIR – Bo YUAN, World Scientific Publishing, Singapore, 1996.
- BENNETT Deborah J., **Logic Made Easy How to Know When Language Deceives You**, W.W. Norton Company, USA, 2004.
- BESSENT A. – W. Bessent – J. Elam – T. Clark, “Efficiency Frontier Determination By Constrained Facet Analysis”, *Journal Of Operational Research*, Vol: 36, No: 5, 1988, ss. 785–796.
- BOJADZIEV George – Maria BOJADZIEV, **Fuzzy Logic For Business, Finance And Management**, 2nd Edition, World Scientific Publishing, Singapore, 2007.
- BOZBURA F. – A. BESKESE – C. KAHRAMAN, “Prioritization Of Human Capital Measurement Indicators Using Fuzzy AHP”, **Expert Systems With Applications**, Vol. 32, Issue 4, 2007, ss. 1100–1112.
- BRONSHTEIN I. N. et al., **Handbook Of Mathematics**, Springer–Verlag, Berlin, 2007.
- BUCKLEY James J., **Simulating Fuzzy Systems, Studies In Fuzziness And Soft Computing**, Springer, Berlin, 2005.

- BULUT K. – B. SOYLU, “Öğretim Üyelerinin İş Yükü Seviyelerini Ölçmek İçin Bir Analitik Ağ Modeli Ve Mühendislik Fakültesinde Bir Uygulama”, **Erciyes Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi**, C. 25, No: 1–2, 2009, ss. 150–167.
- CAMPOS L. – J. L. VERDEGAY, “ Linear Programming Problems and Ranking of Fuzzy Numbers”, **Fuzzy Sets And Systems**, Vol. 32, 1989, ss. 1–11.
- CARLSSON Christer – Pekka KORHONEN, “A Parametric Approach to Fuzzy Linear Programming”, **Fuzzy Sets And Systems**, Vol.20, Issue. 3, 1986, ss. 17–30.
- CHAI, Jaeseok – Trungtinh TRAN, – Jungji KWAN, – Sangsik LEE, – Abdurrahim ELKEIB, *The Air Polution Constraints Considered Best Generation Mix Using Fuzzy Linear Programming*, Knowledge-Based Intelligent Information and Engineering Systems, Lecture Notes in Computer Science, Vol:3683, Springer, Berlin, 2005.
- CHANAS Stefan, – Dorota KUCHTA – Zenon NOWAK, “FPLP–A Package For Fuzzy And Parametric Linear Programming Problems”, **Interactive Fuzzy Optimization**, Lecture Notes In Economics And Mathematical Systems, ed. Mario FEDRIZZI, – Janusz KACPRZYK – Marc ROUBENS, Springer–Verlag, Berlin, 1991.
- CHANAS S., “The Use of Parametric Programming in Fuzzy Linear programming”, **Fuzzy Sets And Systems**, Vol. 11, 1983, ss. 45–55.
- CHANDRAN Bala – Bruce GOLDEN – Edward WASIL, “Linear Programming Models For Estimating Weights In The Analytic Hierarchy Process”, **Computers & Operations Research**, Vol. 32, Issue 9, 2005, ss. 2235–2254.
- CHARNES A. – W.W COOPER – E. RHODES, “Measuring The Efficiency Of Decision Making Units”, **European Journal Of Operational Research**, Vol. 2, Issue. 6, 1978, ss. 429–444, s. 429.
- CHARNES A., – W.W. COOPER – E. RHODES, “Evaluating Program And Managerial Efficiency: An Application Of Data Envelopment Anaysis To Program Follow Through”, **Management Science**, Vol. 27, No. 6, 1981, ss. 668–697.
- CHEN Chen Tung, “Extensions Of The TOPSIS For Group Decision Making Under Fuzzy Environment”, **Fuzzy Sets And Systems**, Vol: 114, 2000, ss. 1–9.
- CHEN Chen Tung, “A Fuzzy Approach To Select The Location Of The Distribution Center”, **Fuzzy Sets And Systems**, Vol. 118, 2001, ss. 65–73.

- CHEN Ting Yu, – Chueh Yung TSAO, “The Interval-Valued Fuzzy TOPSIS Method And Experimental Analysis”, **Fuzzy Sets And Systems**, Vol. 159, 2008, ss. 1410–1428.
- CHEN Chen Tung – Ching Torng LIN – Sue Fn HWANG, “A Fuzzy Approach For Supplier Evaluation And Selection In Supply Chain Management”, **International Journal Of Production Economics**, Vol. 102, 2006, ss. 289–301.
- CHEN Chen Tung – Ching Torng Lin – Sue Fn Hwang, “A Fuzzy Approach For Supplier Evaluation And Selection In Supply Chain Management”, **International Journal Of Production Economics**, Vol. 102, ss. 289–301.
- CHEN Shih Pin, “Interfaces With Other Disciplines Analysis Of Critical Paths In A Project Network With Fuzzy Activity Times”, **European Journal Of Operational Research**, Vol. 183, 2007, ss. 442–459.
- CHEN Shih Pin – Yi Ju HSUEH, “A Simple Approach To Fuzzy Critical Path Analysis In Project Networks”, **Applied Mathematical Modeling**, Vol. 32, 2008, ss.1289–1297.
- CHU Ta Chung, “Facility Location Selection Using Fuzzy TOPSIS Under Group Decisions”, **International Journal Of Uncertainty, Fuzziness And Knowledge-Based Systems**, Vol. 10, No. 6, 2002, ss. 687–701.
- CHU Ta Chung, “Selecting Plant Location Via A Fuzzy TOPSIS Approach”, **The International Journal Of Manufacturing Technology**, Vol. 20, 2002, ss. 859–864.
- CHU T. C. – Y. C. LIN, “A Fuzzy TOPSIS For Robot Selection”, **The International Journal Of Manufacturing Technology**, Vol. 21, 2003, ss. 284–290.
- CLARK Terry D. et al., **Applying Fuzzy Mathematics To Formal Models In Comparative Politics**, Vol. 225, Springer, Berlin, 2008.
- COLBERT Amy – Reuven R. LEVARY – Michael C. SHANER, “Theory And Methodology Determining The Relative Efficiency Of MBA Programs Using DEA”, **European Journal Of Operational Research**, Vol. 125, Issue 3, 2000, ss. 656–669.
- COOPER William W. – Kyung Sam PARK – Gang YU, “IDEA and AR-IDEA: Models for Dealing with Imprecise Data in DEA”, **Management Science**, Vol. 45, No. 4, 1999, ss. 597–607.
- ÇABUK Serap, **Profesyonel Satış Yönetimi**, Nobel Kitabevi, Adana, 2005.
- ÇÜÇEN A. Kadir, **Mantık**, Asa Kitabevi, İstanbul, 1999.

- DAĞDEVİREN Metin – Serkan YAVUZ – Nevzat KILINÇ, “Weapon Selection Using The AHP And TOPSIS Methods Under Fuzzy Environment”, **Expert Systems With Applications**, Vol. 36, Issue 4, 2008, ss. 8143–8151.
- DAĞDEVİREN Metin – Diyar AKAY – Mustafa Kurt, “İş Değerlendirme Sürecinde Analitik Hiyerarşi Ve Uygulaması”, **Gazi Üniversitesi Mühendislik Ve Mimarlık Fakültesi Dergisi**, C. 19, No. 2, 2004, ss. 131–138.
- DESHMUKH Ashutash – Ido MILLET, “An Analytic Hierarchy Process Approach To Assessing The Risk Of Management Fraud”, **The Journal Of Applied Business Research**, Vol. 15, No. 1, 1999, ss. 87–102.
- DESPOTIS Dimitris K. – Yiannis G. SMIRLIS, “Data Envelopment Analysis With Imprecise Data”, **European Journal Of Operational Research**, Vol. 140, 2002, ss. 24–36.
- DIA Mohamed, “A Model Of Fuzzy Data Envelopment Analysis”, **INFOR**, Vol. 42, No. 4, 2004, ss. 267–279.
- DRIANKOV Dimiter – Alessandro SAFFIOTTI, **Fuzzy Logic Techniques For Autonomous Vehicle Navigation**, Springer–Verlag Company, New York, 2001.
- DURAN Orlando – Jose AGULIO, “Computer–Aided Machine–Tool Selection Based On A Fuzzy–AHP Approach”, **Expert Systems With Applications**, Vol. 34, Issue 3, 2008, ss. 1787–1794.
- DÜNDAR Süleyman – Fatih ECER, “Öğrencilerin GSM Operatörü Tercihinin Analitik Hiyerarşi Süreci Yöntemiyle Belirlenmesi”, **Celal Bayar Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Yönetim Ve Ekonomi Dergisi**, C. 5, S. 1, 2008, ss. 195–205.
- DÜZAKIN Erkut, **İşletme Yöneticileri için Excel ile Karar Verme Teknikleri**, Kare Yayınları, İstanbul, 2005.
- ENTANI Tomoe – Hideo TANAKA, “Interval Estimations Of Global Weights In AHP By Upper Approximation”, **Fuzzy Sets And Systems**, Vol. 158, Issue 17, 2007, ss. 1913–1921.
- ELMAS Çetin, **Bulanık Mantık Denetleyiciler**, Seçkin Yayıncılık, Ankara, 2003.
- EROĞLU Ergün – Fatma LORCU, “Veri Zarflama Analitik Hiyerarşi Prosesi (VZAHP) İle Sayısal Karar Verme”, **İstanbul Üniversitesi İşletme Fakültesi Dergisi**, C. 36, S. 2, 2007, ss. 29–51.
- ERTUĞRUL İrfan, – Nilsen KARAKAŞOĞLU, “Performance Evaluation Of Turkish Cement Firms With Fuzzy Analytic Hierarchy Process And TOPSIS Methods”, **Expert Systems With Applications**, Vol. 36, Issue 1, 2009, ss. 702–715.

- ERTUĞRUL İrfan – Ayşegül TUŞ, “Interactive Fuzzy Linear Programming And An Application Sample At A Textile Firm”, **Fuzzy Optimization and Decision Making**, Vol. 6, 2007, ss. 29–49, s. 30.
- ESİN Alptekin, **Yöneylem Araştırmasında Yararlanılan Karar Yöntemleri**, Gazi Kitabevi, Ankara, 2003.
- FANG Yang Lai – Keung KIN – Wang SHAUVANG, **Fuzzy Portfolio Optimization**, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Vol. 609, Springer, Berlin, 2008.
- FEDRIZZI Mario – Jaunsz KACPRZYK – Jose L. VERDEGAY, “A Survey Of Fuzzy Optimization And Mathematical Programming”, *Interactive Fuzzy Optimization*, Lecture Notes In Economics And Mathematical Systems, ed. Mario Fedrizzi – Janusz Kacprzyk, – Marc Roubens, Springer–Verlag, Berlin, 1991.
- FORMAN Ernest H. – Saul I. GASS, “The Analytic Hierarchy Process–An Exposition”, **Operations Research Chronicle**, Vol. 49, No. 4, 2001, ss. 469–486.
- GASS S.I. – T. RAPCSAK, “Singular Value Decomposition In AHP”, **European Journal Of Operations Research**, Vol. 154, Issue 3, 2004, ss. 573–584.
- GAVCAR Erdoğan – Savaş Tavşancı, Pazarlama İşletmelerinde Satış Elemanlarının İş Memnuniyeti Ve Sorunları, **Celal Bayar Üniversitesi İktisadi ve İdari bilimler Fakültesi Dergisi**, C. 11, S. 1, 2004, ss. 83–90.
- GHAZANFARI Mehdi – Majid NOJAVAN, “Reducing Inconsistency In Fuzzy AHP By Mathematical Programming Models”, **Asia–Pacific Journal Of Operational Research**, Vol. 21, No. 3, 2004, ss. 379–391.
- GOLANY B. – Y. ROLL, “An Application Procedure For DEA”, **OMEGA International Journal Of Management Science**, Vol. 17, No. 3, 1989, ss. 237–250.
- GOTTWALD Siegfried, “Mathematical Fuzzy Logics”, **The Bulletin Of Symbolic Logic**, Vol. 14, No.2, 2008, ss. 210–239.
- GU Xiangbai – Qunxiong ZHU, “Fuzzy Multi–Attribute Decision–Making Method Based On Eigenvector Of Fuzzy Attribute Evaluation Space”, **Decision Support Systems**, Vol. 41, Issue 2, 2006, ss. 400–410.
- GUO Peijun – Hideo TANAKA, “Fuzzy DEA: A Perceptual Evaluation Method”, **Fuzzy Sets And Systems**, Vol. 119, 2001, ss. 149–160.
- GUU Sy Ming – Yan Kuen WU, “Two–phase Approach for Solving the Fuzzy Linear Programming Problems”, **Fuzzy Sets and Systems**, Vol. 107, 1999, ss. 191–195.

- GÜLCÜ Aslan, “Cumhuriyet Üniversitesi Araştırma Hastanesi Üzerinde VZA Yöntemi İle Görece Verimlilik Analizi”, **Verimlilik Dergisi**, S. 4, Milli Prodüktivite Merkezi Yayını, 2001, ss. 113–138.
- GÜNER Mücella, “Analitik Hiyerarşi Yönteminin Fason İşletme Seçiminde Kullanılması”, **Tekstil ve Konfeksiyon Dergisi**, C. 4, 2003, ss. 1–5.
- GÜNGÖR Zülal – Gürkan SERHADLIOĞLU – Saadettin Erhan KESEN, “A Fuzzy AHP Approach To Personnel Selection Problem”, **Applied Soft Computing**, Vol. 9, Issue 2, 2009, ss. 641–646.
- HAAS David – Frederic MURPHY – Richard LANCIONI, “Managing Reverse Logistics Channels With Data Envelopment Analysis”, **Transportation Journal**, Vol. 42, No. 3, 2003, ss. 59–70.
- HANSS Michael, **Applied Fuzzy Arithmetic An Introduction With Engineering Applications**, Springer, Netherlands, 2005.
- HO William – Xiaowei XU – Prasanta K. DEY, “Multi-Criteria Decision Making Approaches For Supplier Evaluation And Selection: A Literature Review”, Vol. 202, 2010, ss. 16–24.
- HOHLE Ulrich – Stephen E. RODAHAUGH, **Mathematics of Fuzzy Sets, Logic, Topology And Measure Theory**, Kluwer Academic Publishers, USA, 1999.
- IŞIKLAR Gülfem – Gülçin BÜYÜKOZAN, “Using A Multi-Criteria Decision Making Approach To Evaluate Mobile Phone Alternatives”, **Computer Standards & Interfaces**, Vol. 29, Issue 2, 2007, ss. 265–274.
- İSLAMOĞLU Ahmet H. – R. ALTUNIŞIK, **Satış Ve Satış Yönetimi**, Sakarya Yayıncılık, Sakarya, 2007.
- JAHANSHALOO G.R – Hosseinzadeh F. LOTFI – M. IZADIKHAH, “Extension Of The TOPSIS Method For Decision Making Problems With Fuzzy Data”, **Applied Mathematics And Computation**, Vol. 181, 2006, ss. 1544–1551.
- JAHANSHALOO G.R – Hosseinzadeh F. LOTFI – M. IZADIKHAH, “An Algorithmic Method To Extend TOPSIS For Decision-Making Problems With Interval Data”, **Applied Mathematics And Computation**, Vol. 175, 2006, ss. 1375–1384.
- JAIRAJ P.G. – S. VEDULA, “Multireservoir System Optimization Using Fuzzy Mathematical Programming”, **Water Resources Management**, Vol. 14, 2000, ss. 457–472.
- JANG Roger J. S. – Ned GULLEY, **Matlab Fuzzy Logic Toolbox**, The Math Works Inc., USA, 1997.

- KAHRAMAN Cengiz – Ufuk Cebeci – Ziya Ulukan, “Multi-Criteria Supplier Selection Using Fuzzy AHP”, **Logistics Information Management**, Vol. 16, No. 6, 2003, ss. 382–394.
- KAHRAMAN Cengiz – Ethem TOLGA, “Data Envelopment Analysis Using Fuzzy Concept”, The 28th International Symposium on Multiple-Valued Logic, USA, 1998.
- KAO, Chiang, “Interfaces With Other Disciplines Interval Efficiency Measures In Data Envelopment Analysis With Imprecise Data”, **European Journal Of Operational Research**, Vol. 174, 2006, ss. 1087–1099.
- KAO, Chiang – Shiang Tai LIU, “A Mathematical Programming Approach To Fuzzy Efficiency Ranking”, **International Journal Of Production Economics**, Vol. 86, 2003, ss. 145–154.
- KAO Chiang – Shiang Tai LIU, “Fuzzy Efficiency Measures In Data Envelopment Analysis”, **Fuzzy Sets And Systems**, Vol. 13, 2000, ss. 427–437.
- KAO Chiang – Shiang Tai LIU, “Data Envelopment Analysis With Missing Data: An Application To University Libraries In Taiwan”, **Journal Of Operational Research Society**, Vol. 51, 2000, ss. 897–905.
- KAPTANOĞLU Dilek – Ahmet Fahri ÖZOK, “Akademik Performans Değerlendirmesi İçin Bir Bulanık Model”, **İTÜ Mühendislik Dergisi**, C. 5, S. 1, 2006, ss. 193–204.
- KARSAK E., “Using Data Envelopment Analysis For Evaluating Flexible Manufacturing Systems In The Presence Of Imprecise Data”, **International Journal Of Advanced Manufacturing Technology**, Vol. 35, 2008, ss. 867–874.
- KEÇEK Gülnur – Esra YILDIRIM, “Kurumsal Kaynak Planlama (ERP) Sisteminin Analitik Hiyerarşi Süreci (AHP) İle Seçimi: Otomotiv Sektöründe Bir Uygulama”, **Süleyman Demirel Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dersisi**, C. 15, S. 1, 2010, ss. 193–211.
- KİLİNCCI Ozcan – Suzan Aslı ONAL, “Fuzzy AHP Approach For Supplier Selection In A Washing Machine Company”, **Expert Systems With Applications**, Vol. 38, 2011, ss. 9656– 9664.
- KLIR J. G. – Y. PAN, **Constrained Fuzzy Arithmetic: Basic Questions And Some Answers**, Soft Computing, Vol. 2, Springer-Verlag, 1998.
- KLIR George J. – Bo JUAN, **Fuzzy Sets And Fuzzy Logic Theory And Applications**, Prentice Hall Inc., New Jersey, 1995.

- KON Lee Seong et al. “Econometric Analysis Of The R&D Performance In The National Hydrogen Energy Technology Development For Measuring Relative Efficiency: The Fuzzy AHP/DEA Integrated Model Approach”, **International Journal Of Hydrogen Energy**, Vol. 35, 2010, ss. 2236–2246.
- KULAK Osman – Cengiz KAHRAMAN, “Fuzzy Multi-Attribute Selection Among Transportation Companies Using Axiomatic Design And Analytic Hierarchy Process”, **Information Sciences**, Vol. 170, Issue 2–4, 2005, ss. 191–210.
- KUMAR Amit – Jagdeep KAUR – Pushpinder SINGH, “Fuzzy Optimal Solution Of Fully Fuzzy Linear Programming Problems With Inequality Constraints”, **International Journal Of Mathematical And Computer Sciences**, Vol. 6, No. 1, 2010, ss. 37–41.
- KWANG C.K. – H. BAI, “Determining The Importance Weights For The Customer Requirements In QFD Using A Fuzzy AHP With Extent Analysis Approach”, **IIE Transactions**, Vol. 35, 2003, ss. 619–626.
- LAARHOVEN Van – W. PEDRYCZ, “A Fuzzy Extension Of Saaty’s Priority Theory”, **Fuzzy Sets And Systems**, Vol. 11, 1983, ss. 229–241.
- LAMBERT Joseph M, “The Fuzzy Set Membership Problem Using The Hierarchy Decision Method”, **Fuzzy Sets And Systems**, Vol. 48, Issue 3, 1992, ss. 323–330.
- LAI Young Jou– Ching Lai HWANG, **Fuzzy Multiple Objective Decision Making Methods And Applications**, Lecture Notes In Economics And Mathematical Systems, Vol. 404, Springer-Verlag, Berlin, 1994, s. 27.
- LEE E.T. – L.A. ZADEH, “Note On Fuzzy Languages”, **Information Sciences**, Vol. 1, No. 4, 1969, ss. 421–434.
- LEE Kwang H., **First Course On Fuzzy Theory And Applications Advances In Soft Computing**, Springer, Germany, 2005.
- LEE Seong Kon – Gento MOGI – Jong Wook KIM, “Decision Support For Prioritizing Energy Technologies Against High Oil Prices: A Fuzzy Analytic Hierarchy Process Approach”, **Journal Of Loss Prevention In The Process Industries**, Vol. 22, Issue 6, 2009, ss. 915–920.
- LEE Seong Kon – Gento Kim MOGI – Wook JONG, “Decision Support For Prioritizing Energy Technologies Against High Oil Prices: A Fuzzy Analytic Hierarchy Process Approach”, **Journal Of Loss Prevention In The Process Industries**, Vol. 22, Issue 6, 2009, ss. 915–920.
- LEE Shyh Hwang, “Using Fuzzy AHP To Develop Intellectual Capital Evaluation Model For Assessing Their Performance Contribution In A University”, **Expert Systems With Applications**, Vol. 37, Issue 7, 2010, ss. 4941–4947.

- LEE Seong Kon et al. “A Fuzzy Analytic Hierarchy Process Approach For Assessing National Competitiveness In The Hydrogen Technology Sector”, **International Journal Of Hydrogen Energy**, Vol. 33, Issue 23, 2008, ss. 6840–6848.
- LERTWORASIRIKUL Saowanee, Fuzzy Data Envelopment Analysis, Faculty Of North Carolina State University, Degree Of Doctor Of Philosophy, USA, 2002.
- LERTWORASIRIKUL Saowanee et al., “Fuzzy BCC Model for Data Envelopment Analysis”, **Fuzzy Optimization and Decision Making**, Vol. 2, 2003, ss. 337–358.
- LEUNG L.C – D. CAO, “On Consistency And Ranking Of Alternatives In Fuzzy AHP”, **European Journal Of Operational Research**, Vol. 124, 2000, ss. 102–113.
- LEWIS Holly S., “Data Envelopment Analysis: Models And Extensions”, **Decision Line Production/Operations Management**, 2000, ss. 8–11.
- LI Hang Xing – Vincent C.YEN, **Fuzzy Sets And Decision Making**, CRC Press, USA, 1995.
- LIBERATORE Matthew J. – Robert L. NYDICK, “Group Decision Making In Higher Education Using The Analytic Hierarchy Process”, **Research In Higher Education**, Vol. 38, No. 5, 1997, ss. 593–614.
- LIN Hsiu Fen, “An Application Of Fuzzy AHP For Evaluating Course Website Quality”, **Computers & Education**, Vol. 54, Issue 4, 2010, ss. 877–888.
- LIOU Tian Shy – Mao Jiun WANG, “Ranking Fuzzy Numbers With Integral Value”, **Fuzzy Sets And Systems**, Vol. 50, 1992, ss. 247–255.
- LIU Fuh Hwa – Hai Hui Franklin, “The Voting Analytic Hierarchy Process Method For Selection Supplier”, **International Journal Of Production Economics**, Vol. 97, Issue 3, 2005, ss. 308–317.
- LODWICK Weldon, A. – Katherine A. BACHMAN, “Solving Large–Scale Fuzzy and Possibilistic Optimization Problems”, **Fuzzy Optimization and Decision Making**, Vol. 4, 2005, ss. 257–278.
- LOTFI F. Hosseinzadeh – G. R. JAHANSHAHLOO – M. ALIMARDANI, “A New Approach for Efficiency Measures by Fuzzy Linear Programming and Application in Insurance Organization”, **Applied Mathematical Sciences**, Vol. 1, No. 14, 2007, ss. 647–663.

- MAHDI Ibrahim – Khaled ALRESHAID, “Decision Support System For Selecting The Proper Project Delivery Method Using Analytic Hierarchy Process (AHP)”, **International Journal Of Project Management**, Vol. 23, Issue: 7, 2005, ss. 564–572.
- MASSAD Eduardo – Neil R. S. ORTEGA, **Fuzzy Logic in Action: Applications in Epidemiology and Beyond**, Studies in Fuzziness and Soft Computing, Vol. 232, Springer, Berlin, 2008.
- MCBRATNEY Alex B. – Inakwu O. A. ODEH, , “Application Of Fuzzy Sets In Soil Science: Fuzzy Logic, Fuzzy Measurement And Fuzzy Decisions”, **Geoderme**, Vol. 77, 1997, ss. 85–113.
- MILLET Ido, “Ethical Decision Making Using The Analytic Hierarchy Process”, **Journal Of Business Ethics**, Vol. 17, No. 11, ss. 1197–1204.
- MIKHAILOV L., “A Fuzzy Programming Method For Deriving Priorities In The Analytic Hierarchy Process”, **The Journal Of The Operational Research Society**, Vol. 51, No. 3, 2000, ss. 341–349.
- MOSSAD Eduardo et al., **Fuzzy Logic In Action: Applications In Epidemiology And Beyond**, Studies In Fuzziness And Soft Computing, Vol. 232, Springer, Berlin, 2008.
- MOSTAFAEE A. – F.H. SALJOOGHI, “Cost Efficiency Measures In Data Envelopment Analysis With Data Uncertainty”, **European Journal Of Operational Research**, Vol. 202, 2010, ss. 595–603.
- NAVARA M. – Z. ZABOKRTSKY, **How To Make Constrained Fuzzy Arithmetic Efficient**, Soft Computing, Vol. 6, Springer–Verlag, 2001.
- NEDJAH N. – M. MOURELLE, **Introducing You To Fuzziness**, Studies On Fuzziness, Vol. 181, Springer–Verlag, Berlin, 2005.
- NGUYEN Hung T. – Berlin WU, **Fundamentals Of Statistics With Fuzzy Data Studies In Fuzziness And Soft Computing**, Vol. 198, Springer, Netherlands, 2006.
- OĞUZLAR Ayşe, “Analitik Hiyerarşi Süreci İle Müşteri Şikayetlerinin Analizi”, **Akdeniz Üniversitesi İktisadi Ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi**, S. 14, 2007, ss. 122–134.
- OLSON D.L., “Comparison Of Weights In TOPSIS Models”, **Mathematical And Computer Modelling**, Vol. 40, 2004, ss. 721–727.
- OPRICOVIC Serafim – Gwo Hshiong TZENG, “Compromise Solution By MCDM Methods: A Comparative Analysis Of VIKOR And TOPSIS”, **European Journal Of Operations Research**, Vol. 156, 2004, ss. 445–455.

- RAGIN Charles C., **Fuzzy–Set Social Science**, The University of Chicago Press, USA, 2000.
- RAMANATHAN Ramakrishnan, “Data Envelopment Analysis For Weight Derivation And Aggregation In The Analytic Hierarchy Process”, **Computers & Operations Research**, Vol. 33, 2006, ss. 1289–1307.
- RAKUS Elizabeth, **Advanced Computational Intelligence Paradigms in Healthcare–3**, Studies In Computational Intelligence, Vol. 107, Springer, Berlin, 2008.
- RAZMI Jafar Songhori – Mahsen JAFARI – Mohammad Hossein KHAKBAZ, “An Integrated Fuzzy Group Decision Making/Fuzzy Linear Programming (FGDMLP) Framework For Supplier Evaluation And Order Allocation”, **International Journal Of Advanced Manufacturing Technology**, Vol. 43, 2009, ss. 590–607.
- REYNOLDS Dennis, “Hospitality–Productivity Assessment Using Data Envelopment Analysis”, **Cornell Hotel And Restaurant Administration Quarterly**, Vol 44, Issue 2, 2003, ss. 130–137.
- RIBEIRO Rita Almeida – Fernando Moura PIRES, ”Fuzzy Linear Programming Via Simulated Annealing”, **Kybernetika**, Vol. 35, No. 1, 1999, ss. 57–67.
- ROSS Anthony – Cornelia DROGE “An Integrated Benchmarking Approach To Distribution Center Performance Using DEA Modeling”, *Journal Of Operations Management*, Vol. 20, Issue 1, 2002, ss. 19–32.
- ROSS Timothy J., **Fuzzy Logic With Engineering Applications**, John Wiley & Sons Ltd., USA, 2004.
- RUGGERIO John, “Theory And Methodology Measuring Technical Efficiency”, **European Journal Of Operations Research**, Vol. 121, Issue 1, 2000, ss. 138–150.
- RUONING Xu – Zhai XIAOYAN, “Extensions Of The Analytic Hierarchy Process In Fuzzy Environment”, **Fuzzy Sets And Systems**, Vol. 52, Issue 3, 1992, ss. 251–257.
- RUTKOWSKI Leszek, **Flexible Neuro–Fuzzy Systems Structures, Learning And Performance Evaluation**, Kluwer Academic Publishers, Boston, 2004.
- SAATY Thomas L., “A Scaling Method For Priorities In Hierarchical Structures”, **Journal Of Mathematical Psychology**, Vol. 15, 1977, ss. 59–62.
- SAATI S. M.– A. MEMARIANI – G.R JAHANSHAHLOO, “Efficiency Analysis And Ranking DMUs With Fuzzy Data”, **Fuzzy Optimization And Decision Making**, Vol. 1, 2002, ss. 255–267.

- SAATI S.M. – A. MEMARIANI – G.R. JAHANSHAHLOO, “Efficiency Analysis And Ranking DMUs With Fuzzy Data”, **Fuzzy Optimization And Decision Making**, Vol. 1, 2002, ss. 255–267.
- SAATI S. – A. MEMARIANI, “Reducing Weight Flexibility In Fuzzy DEA”, **Applied Mathematics And Computation**, Vol. 161, 2005, ss. 611–622.
- SAATY Thomas L. – Luis G. VARGAS – Klaus DELLMANN, “The Allocation Of Intangible Resources: The Analytic Hierarchy Process And Linear Programming”, **Socio–Economic Planning Sciences**, Vol. 37, Issue 3, 2003, ss. 169–184.
- SAATY Thomas L., “Decision–Making With The AHP: Why Is The Principal Eigenvector Necessary”, **European Journal Of Operational Research**, Vol. 145, Issue 1, 2003, ss. 85–91.
- SAATY Thomas L. – M. ÖZDEMİR, “Negative Priorities In The Analytic Hierarchy Process”, **Mathematical And Computer Modelling**, Vol. 37, Issues 9–10, ss. 1063–1075.
- SAFI M. R – H.R. MALEKI – E. ZAELMAZAD, “A Geometric Approach for Solving Fuzzy Linear Programming Problems”, **Fuzzy Optimization and Decision Making**, Vol. 6, No. 4, 2007, ss. 315–336.
- SALICONEI Simona, **Measurement Uncertainty**, Springer Series In Reliability Engineering, Springer, USA, 2007.
- SEÇME Neşe Yalçın – Ali BAYRAKDAROĞLU – Cengiz KAHRAMAN, “Fuzzy Performance Evaluation In Turkish Sector Using Analytic Hierarchy Process And TOPSIS”, **Expert Systems With Applications**, Vol. 36, 2009, ss. 11699–11709.
- SENGUPTA Jati K., “A Fuzzy System Approach in Data Envelopment Analysis”, **Computers & Mathematics with Applications**, Vol. 24, ss. 259–266.
- SERPER Özer, **Uygulamalı İstatistik**, 6. Baskı, Ezgi Kitabevi, Bursa, 2010.
- SEVKLİ, Mehmet – Lenny S.C. KOH – Selim ZAİM – Mehmet DEMİRBAĞ – Ekrem TATOĞLU, “ An Application Of Data Envelopment Analytic Hierarchy Process For Supplier Selection: A Case Study Of BEKO In Turkey”, **International Journal Of Production Research**, Vol. 45, No. 9, 2007, ss. 1973–2003.
- SHANIAN A. – O. SAVADOGO, “TOPSIS Multiple–Criteria Decision Support Analysis For Material Selection Of Metallic Bipolar Plates For Polymer Electrolyte Fuel Cell”, **Journal Of Power Sources**, Vol. 159, 2006, ss. 1095–1104.
- SHEU J.B., “A Hybrid Fuzzy–Based Approach For Identifying Global Logistics Strategies”, **Transportation Research**, Vol. 40, Issue 1, 2000, ss. 39–61.

- SHIANG Tai Liu – Mang CHUANG, , “Fuzzy Efficiency Measures In Fuzzy DEA/AR With Application To University Libraries”, **Expert Systems With Applications**, Vol. 36, 2009, ss. 1105–1113.
- SHIH Hsu Shih, et al. “Group Decision Making For TOPSIS, **IEEE Transactions**, 2001, ss. 2712–2717.
- SHOKOUHI Amir H. – Adel Hatami MARBINI, – Madjid TAVANA, – Saber SAATI, “A Robust Optimization Approach For Imprecise Data Envelopment Analysis”, **Computers & Industrial Engineering**, Vol. 59, 2010, ss. 387–397.
- SILER William – James J. BUCKLEY, **Fuzzy Expert Systems And Fuzzy Reasoning**, Wiley–Interscience, John Wiley & Sons Inc., New Jersey, 2005.
- SOFYALIOĞLU Çiğdem, “Bulanık Analitik Hiyerarşi Süreci İle Uygun Altı Sigma Metodolojisinin Seçimi”, **Celal Bayar Üniversitesi Yönetim Ve Ekonomi Dergisi**, C. 16, S. 2, 2009, ss. 1–17.
- SOLNES J., “Environmental Quality Indexing Of Large Industrial Development Alternatives Using AHP”, **Environmental Impact Assessment Review**, Vol. 23, Issue 3, 2003, ss. 283–303.
- SOUSA Joao M.C. – Uzay KAYMAK, “Fuzzy Decision Making In Modeling And Control”, **World Scientific Series In Robotics And Intelligent Systems**, Vol. 27, World Scientific Publishing, Singapore, 2002.
- STANCIULESCU C. et al., “Multiobjective Fuzzy Linear Programming Problems With Fuzzy Decision Variables”, **European Journal Of Operational Research**, Vol. 149, 2003, ss. 654–675.
- SUGENO M., **Industrial Applications Of Fuzzy Control**, Elsevier Science Publishers, Netherlands, 1985.
- ŞEN Zekai, **Bulanık (Fuzzy) Mantık Ve Modelleme İlkeleri**, Bilge Kültür Sanat, İstanbul, 2001.
- TARIM Armağan, **Veri Zarflama Analizi: Matematiksel Programlama Tabanlı Görelî Etkinlik Ölçüm Yaklaşımı**, Sayıştay Yayınları, Ankara, 2001, s. 13.
- TAYLOR Frank III A. – Allen F. KETCHAM – Darwin HOFFMAN, “Personnel Evaluation With AHP”, **Management Decision**, Vol. 10, 1998, ss. 679–685.
- TİMOR Mehpare, **Analitik Hiyerarşi Prosesi**, Türkmen Kitabevi, İstanbul, 2011.
- TİRYAKİ Fatma, – Beyza AHLATÇIOĞLU, “Fuzzy Portfolio Selection Using Analytic Hierarchy Process”, **Information Science**, Vol. 179, Issue 1–2, 2009, ss. 53–69.

- TİRTAKİ Fatma – Mehmet AHLATÇIOĞLU, “Fuzzy Stock Selection Using A New Fuzzy Ranking And Weighting Algorithm”, **Applied Mathematics And Computation**, Vol. 170, 2005, ss. 144–157.
- TULUNAY Yılmaz, **Matematik Programlama ve İşletme Uygulamaları**, İstanbul Üniversitesi İşletme Fakültesi Yayınları, No: 244, Renk–ış Matbaası, İstanbul, 1991.
- TSAUR, Sheng Hsiung – Te Yi CHANG – Chang Hua YEN, “The Evaluation Of Airline Service Quality By Fuzzy MCDM”, *Tourism Management*, Vol. 23, 2002, ss. 107–115.
- TUZKAYA Gülfem et al., “An Integrated Fuzzy Multi–Criteria Decision Making Methodology For Material Handling Equipment Selection Problem And Application”, **Expert Systems With Applications**, Vol. 37, 2010, ss. 2853–2863.
- TÜTEK Hülya – Şevkinaz GÜMÜŞOĞLU, **Sayısal Yöntemler Yönetmel Yaklaşım**, Beta Basım Yayım, İşletme–Ekonomi Dizisi 47, Yayın No: 1063, İstanbul, 2000.
- ULUCAN Aydın, **Yöneylem Araştırması: İşletmecilik Uygulamalı Bilgisayar Destekli Modelleme**, Siyasal Kitabevi, Ankara, 2004.
- USTASÜLEYMAN Talha, “Bankacılık Sektöründe Hizmet Kalitesinin Değerlendirilmesi: AHS–TOPSIS Yöntemi”, **Bankacılar Dergisi**, S. 69, 2009, ss. 33–43.
- VAHIDNIA Mohammad H. – Ali A. ALESHEIKH – Abbas ALIMOHAMMADI, “Hospital Site Selection Using Fuzzy AHP And Its Derivatives”, **Journal Of Environmental Management**, Vol. 90, Issue 10, 2009, ss. 3048–3056.
- VASANT Pandian – R. NAGARAJAN – Sazalı YAACOB, **Fuzzy Linear Programming: A Modern Tool for Decision Making**, Computational Intelligence For Modeling And Prediction, Studies in Computational Intelligence, Vol. 2, Springer, Berlin, 2005, s. 384.
- VERDEGAY J. L., “ Solving the Mathematical Programming Problem with a New Formulation of Fuzzy Objective”, **Fuzzy Mathematical Programming**, ed. M. M. GUPTA – E. SANCHES, Fuzzy Information and Decision Process, North–Holland, 1982, ss. 231–237.
- WANG Ying Ming – M.S. Taha ELHAG, “Fuzzy TOPSIS Method Based On Alpha Level Sets With An Application To Bridge Risk Assessment”, **Expert Systems With Applications**, Vol. 31, 2006, ss. 309–319.
- WANG Jianrong, – Kai FAN – Wanshan WANG, “Integration Of Fuzzy AHP And FPP With TOPSIS Methodology For Aeroengine Health Assessment”, **Expert Systems With Applications**, Vol. 37, Issue 12, 2010, ss. 8516–8526.

- WANG Ying Ming – Ying LUO – Zhongsheng HUA, “On The Extend Analysis Method For Fuzzy AHP And It’s Applications”, **European Journal Of Operational Research**, Vol. 186, Issue 2, 2008, ss. 735–747.
- WANG Ying Ming – Ying LUO – Liang LIANG, “Fuzzy Data Envelopment Analysis Based Upon Fuzzy Arithmetic With An Application To Performance Assessment Of Manufacturing Enterprises”, **Expert Systems With Applications**, Vol. 36, 2009, ss. 5205–5211.
- WANG Ying Ming – Richard Yang GREATBANKS – Bo JIAN, “Interval Efficiency Assessment Using Data Envelopment Analysis”, **Fuzzy Sets And Systems**, Vol. 153, 2005, ss. 347–370.
- WERNERS Brigitte, “An Interactive Fuzzy Programming System”, **Fuzzy Sets And Systems**, Vol. 23, 1987, ss. 131–147.
- WIND Yoram – Thomas L. SAATY, “Marketing Applications Of The Analytic Hierarchy Process”, **Management Science**, Vol. 26, No. 7, 1980, ss. 641–658.
- WONG Y.H.B. – J.E. BEASLEY, “Restricting Weight Flexibility In Data Envelopment Analysis”, **Journal Of Operational Research Society**, Vol. 41, No. 9, 1990, ss. 829–835.
- XIANG Guo Shu – Lü, Zhen ZHOU – Feng Li FU, “Fuzzy Arithmetic And Solving Of The Static Governing Equations Of Fuzzy Finite Element Method”, **Applied Mathematics And Mechanics**, Vol. 23, No. 9, 2002, ss. 1054–1061.
- XU Ze Shui – Jian CHEN, “An Interactive Method For Fuzzy Multiple Attribute Group Decision Making”, **Information Sciences**, Vol. 177, 2007, ss. 248–263.
- YAGER, R. R., “Fuzzy Decision Making Including Unequal Objectives”, **Fuzzy Sets And Systems**, Vol. 1, 1978, ss. 87–95.
- YAGER, R. R., “A Procedure For Ordering Fuzzy Subsets Of The Unit Interval”, **Information Sciences**, Vol. 24, 1981, ss. 143–161.
- YILMAZ Zekai, **Sayısal Yöntemler**, Ekin Kitabevi, Bursa, 2004.
- YOLALAN Reha, **İşletmelerarası Görelilik Ölçümü**, MPM Yayınları, No. 483, 1993.
- YOON K. P. – C.L. HWANG, **Multiple Attribute Decision Making: Methods And Applications**, Sprinder-Verlag, Berlin, 1981.
- YÜKSELEN Cemal, **Satış Yönetimi**, Detay Yayıncılık, Ankara, 2007.

ZADEH Lotfi A., “Fuzzy Sets”, **Information And Control**, Vol. 8, 1965, ss. 141–164.

ZADEH Lotfi A., “Knowledge Representation in Fuzzy Logic”, **Knowledge And Data Engineering**, Vol. 1, No. 1, 1989, ss. 89–100.

ZADEH Lotfi A., “Possibility Theory And Soft Data Analysis”, **Fuzzy Sets, Fuzzy Logic And Fuzzy Systems**, Selected Papers By Lotfi A. Zadeh, ed. George J. KLIR – Bo YUAN, World Scientific Publishing, Singapore, 1996.

ZADEH Lotfi A., “Discussion: Probability Theory And Fuzzy Logic Are Complementary Rather Than Competitive”, **Technometrics**, Vol.37, No.3, 1995, ss. 271–276.

ZADEH L. A., “Fuzzy Logic and Approximate Reasoning”, **Synthese**, 30, 1975, **Fuzzy Sets, Fuzzy Logic And Fuzzy Systems**, Selected Papers By Lotfi A. Zadeh, ed: George J. KLIR – Bo YUAN, World Scientific Publishing, Singapore, 1996.

ZADEH L. A., “Fuzzy Sets And Systems”, **Symposium On System Theory**, Polytechnic Institute Of Brooklyn, April, 20–22, 1965, ss. 29–37.

ZHANG Huaguang – Derong LIU, **Fuzzy Modeling And Fuzzy Control**, Control Engineering Book Series, Brikhauser, Boston, 2006.

ZIMMERMANN H. J., **Fuzzy Set Theory and It’s Applications**, Second, Revised Edition, Kluwer Academic Publishers, USA, 1992.

ZIMMERMANN H. J., “Fuzzy Programming and Linear Programming with Several Objective Functions”, **Fuzzy Sets And Systems**, Vol. 1, 1978, ss. 45–55.

www. aycerkalite.com. 12.08.2011 12:27.

ÖZGEÇMİŞ		
Adı, Soyadı	Burcu ÖZTÜRK	
Doğum Yeri ve Yılı	Mudanya 1980	
Bildiği Yabancı Diller	İngilizce	
ve Düzeyi	İyi	
Eğitim Durumu	Başlama – Bitirme Yılı	Kurum Adı
Lise		Bursa Erkek Lisesi
Lisans	1997	2001
		Uludağ Üniversitesi İşletme Bölümü
Yüksek Lisans	2001	2004
		Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü İşletme Anabilim Dalı
Doktora	2005	2011
		Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü İşletme Anabilim Dalı
Çalıştığı Kurum (lar)	Başlama – Ayrılma Yılı	Çalışılan Kurumun Adı
1.	2001	
		Uludağ Üniversitesi İ.İ.B.F
Yayımlar:	<p>Başkaya Zehra, Avcı Öztürk Burcu, “Bireysel Performansın Görelî Etkinliğinin Ölçülmesinde Veri Zarflama Analizi Ve Bir Alışveriş Merkezi Giyim Çalışanları Üzerinde Uygulanması”, Uludağ Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi, Cilt:XXIV Sayı: 1, 2005.</p> <p>Başkaya Zehra, Avcı Öztürk Burcu, “Tamsayı Programlamada Dal Kesme Yöntemi Ve Bir Ekmek Fabrikasında Oluşturulan Araç Rotalama Problemine Uygulanması”, Uludağ Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi, Cilt:XXIV Sayı: 1, 2005.</p> <p>Başkaya Zehra, Avcı Öztürk Burcu, “Bulanık TOPSIS ile Satış Elemanı Adaylarının Değerlemesi”, Business and Economics Research Journal, Vol. 2, No. 2, 2011.</p> <p>Başkaya Zehra, Öztürk Burcu, “Bulanık Analitik Hiyerarşi Süreci İle Bir Alışveriş Merkezinde Mağaza Kuruluş Yerinin Seçimi”, Bandırma İ.İ.B.F. Akademik Fener Dergisi, Sayı: 15, 109-129, 2011.</p> <p>Öztürk Burcu, Başkaya Zehra, “Bulanık TOPSIS Algoritmasında Üçgen Bulanık Sayılar İle Satış Elemanlarının Değerlendirilmesi”, Bandırma İ.İ.B.F. Akademik Fener Dergisi, Sayı: 16, 2011.</p> <p>Başkaya Zehra, Avcı Burcu, Veri Zarflama Analizi, Dora Yayınları, Bursa, 2011.</p> <p>Öztürk Burcu, Başkaya Zehra, “Bulanık Analitik Hiyerarşi Süreci İle Bir Ekmek Fabrikasında Un Tedarikçisinin Seçimi”, Business and Economics Research Journal, Vol. 3, No. 1, 2012.</p> <p>Başkaya, Zehra, Avcı Öztürk Burcu, “ Measuring The Financial Efficiency of Cement Firms Listed on Istanbul Stock Exchange Via Fuzzy Data Envelopment Analysis”, The Journal Of Accounting And Finance, 2012.</p>	
İletişim (e-posta):	bavci@uludag.edu.tr	

