T.C.

BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI

MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

MATEMATİK OKURYAZARLIK YETERLİKLERİNİN GELİŞİMİNE DAYALI BİR MODÜLER PROGRAMIN TASARLANMASI, UYGULANMASI VE DEĞERLENDİRİLMESİ

DOKTORA TEZİ

TUĞÇE KOZAKLI ÜLGER

BURSA

2021

T.C.

BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI

MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

MATEMATİK OKURYAZARLIK YETERLİKLERİNİN GELİŞİMİNE DAYALI BİR MODÜLER PROGRAMIN TASARLANMASI, UYGULANMASI VE DEĞERLENDİRİLMESİ

DOKTORA TEZİ

Tuğçe Kozaklı Ülger

Danışman: Prof. Dr. Murat Altun

BURSA

2021

BİLİMSEL ETİĞE UYGUNLUK

Bu çalışmadaki tüm bilgilerin akademik ve etik kurallara uygun bir şekilde elde edildiğini beyan ederim.

Tuğçe Kozaklı Ülger

28 OCAK 2021

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
DOKTORA İNTİHAL YAZILIM RAPORU

BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI BAŞKANLIĞI'NA

Tarih: 15.02.2021

Tez Başlığı / Konusu: Matematik Okuryazarlık Yeterliklerinin Gelişimine Dayalı Bir Modüler Programın Tasarlanması, Uygulanması ve Değerlendirilmesi / Matematiksel Yeterliklerin bütüncül bir şekilde gelişimini ele alan modüler bir programın uygulanması ve uygulama sonuçlarının tartışılması
Yukarıda başlığı gösterilen tez çalışmamın a) Kapak sayfası, b) Giriş, c) Ana bölümler ve d) Sonuç kısımlarından oluşan toplam 440 sayfalık kısmına ilişkin, 28/01/2021 tarihinde şahsım tarafından Turnitin adlı intihal tespit programından aşağıda belirtilen filtrelemeler uygulanarak alınmış olan özgünlük raporuna göre, tezimin benzerlik oranı % 5'tir.

Uygulanan filtrelemeler:

1- Kaynakça hariç
2- Alıntılar hariç/dahil
3- 5 kelimeden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç

Uludağ Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Çalışması Özgünlük Raporu Alınması ve Kullanılması Uygulama Esasları'nı inceledim ve bu Uygulama Esasları'nda belirtilen azami benzerlik oranlarına göre tez çalışmamın herhangi bir intihal içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

Gereğini saygılarımla arz ederim.

Tarih ve İmza

Adı Soyadı:	Tuğçe Kozaklı Ülger
Öğrenci No:	811532201
Anabilim Dalı:	Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi
Programı:	Matematik Eğitimi
Statüsü:	Y.Lisans Doktora

Danışman
(Adı, Soyad, Tarih)
Prof. Dr. Murat ALTUN

*** Turnitin programına Uludağ Üniversitesi Kütüphane web sayfasından ulaşılabilir.**

YÖNERGEYE UYGUNLUK ONAYI

"Matematik Okuryazarlık Yeterliklerinin Gelişimine Dayalı Bir Modüler Programın Tasarlanması, Uygulanması ve Değerlendirilmesi" adlı Doktora tezi, Bursa Uludağ Üniversitesi Tez Önerisi ve Tez Yazma Yönergesi'ne uygun olarak hazırlanmıştır.

Tezi Hazırlayan	Danışman
Tuğçe Kozaklı Ülger	Prof. Dr. Murat Altun

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi ABD Başkanı

Prof. Dr. Ahmet Kılınç

T.C.

BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

Matematik Eğitimi Bilim Dalı'nda 811532201 numaralı Tuğçe Kozaklı Ülger'in hazırladığı "Matematik Okuryazarlık Yeterliklerinin Gelişimine Dayalı Bir Modüler Programın Tasarlanması, Uygulanması ve Değerlendirilmesi" konulu doktora çalışması ile ilgili tez savunma sınavı, 15/02/2021 günü 11:00 – 13:00 saatleri arasında yapılmış, sorulan sorulara alınan cevaplar sonunda adayın tezinin/çalışmasının (başarılı/başarısız) olduğuna (oybirliği/oy çokluğu) ile karar verilmiştir.

Üye
(Tez Danışmanı ve Sınav Komisyonu Başkanı)
Prof. Dr. Murat Altun
Bursa Uludağ Üniversitesi

Üye
Prof. Dr. Salih Çepni
Bursa Uludağ Üniversitesi

Üye
Doç. Dr. Yeliz Yazgan
Bursa Uludağ Üniversitesi

Üye
Prof. Dr. Kürşat Yenilmez
Eskişerhir Osmangazi Üniversitesi

Üye
Doç. Dr. Zelha Tunç
MEF Üniversitesi

ÖNSÖZ

Bir doktora tezi yazmak uzun, sancılı, bazen yoran bazen de zorlukları aştıkça umut veren bir süreç. Tez konumu belirleme, uygulamalarımı yapma ve yazma derken bu tez için uzun bir zaman harcadım diyebilirim. Ama biliyorum ki başladığımdaki Tuğçe ile şu an bitirmek üzere bu önsözü yazan aynı kişi değiller. Çıktığım yolda en iyisini yapma, en orijinal konuyu bulma, en iyi şekilde bu süreci yürütme hedeflerim varken bir nokta geliyor ki aslında elinden geleni yaptıktan sonra hedeflediklerinin bir anlamı kalmıyor. Bu mükemmeliyet hissi sadece seni yoruyor, yıpratıyor yeri geliyor daha olumsuz etkiliyor. Ben tezimin büyük bir kısmını hastane odalarında yazmak durumunda kaldım. Canım babamın yanında olup ona destek olmaya çalışırken, o kaosun içinde yeri gelip umut dolup yeri gelip karamsarlığın dibine vurduğumuz anlarda tezin verdiği sorumluluk duygusunu da yerine getirmeye çalıştım. Ancak babam bizimle birlikte eve dönemediği vakit hiçbirinin bir anlamı kalmadı. O çalışma azmini, mükemmeliyet hissini sanki hepsini de o hastane odasında bıraktım. Tekrar laptopuma elimi sürebilmek uzun bir zamanımı aldı ve şimdi ise tezimi tamamlamış bir şekilde bu önsözü yazıyorum. Bu anı görebilmeyi bunlara tanık olmayı çok istediğini bildiğim canım babam Kadir Kozaklı, ben bu tezimi sana adıyorum. Hayat boyu bana iyi bir insan olmayı, saygılı ve dürüst olmayı örnek olarak gösteren, bana okumayı aşılayan, tüm hayatım boyunca bana destek olan canım babam bugünlere gelmemdeki emeğin için minnettarım. Bir gün kavuşabilmek dileğiyle.

Sizinle ilk resmi tanışmamız dekanlık yaptığınız süreçte göreve yeni başlamam münasebetiyle dekan odanızda ağırladığınız gün olmuştu. Beni kabul ettikten sonra masanızdaki birkaç işi halletmeye koyuldunuz. Dekanlık odasında, dekanın karşısında sessizce oturarak beklemek, nasıl desem heyecan içinde ter döküyordum. Ne zaman ki araladığınız çekmeceden çıkardığınız çikolatayı bana uzatıp da “bunu paylaştır da yiyelim, ağzımız tatlansın.” dediniz, işte o an hem heyecanımı yenebildim hem de sizdeki o babacan tavrı hissedebildim. Ve hep o ilk günkü gibi hissiyatla Murat hocamla çalışabilmiş olmayı bir ayrıcalık saydım. Akademik büyüklüğünün yanı sıra çalışma azmi, sabrı, problem çözen kişiliği ile de beni etkilemiş ve yetiştirmiştir. İnsanın karakterinin gelişmesinde birçok insanın rolü olur ve benim akademik karakterimin gelişiminde en büyük katkı sahibi olan ve her daim en büyük örneğim olacak olan danışmanım Sayın Prof. Dr. Murat Altun'a böylece sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Tüm sevinçlerimi, üzüntülerimi, hayal kırıklıklarımı paylaştığım hayattaki en büyük şansım canım ailem, bu yola biz sizle beraber çıktık. Yatılı liseye bıraktığınız o küçük kızı düşünün. Nasıl o gün ayaklarımın üzerinde durmaya çalıştıysam bugün de sizden aldığım destekle bir yolu daha tamamlıyorum. Her zaman yanımda olmanız yeni tecrübelere atılmamda bana güç vermiştir. Bundan sonrada yanımda olacağınızı bilmenin rahatlığı ve güveni ile iyi ki varsınız, canım annem Feray Kozaklı ve canım kardeşim Burak Kozaklı her şey için size minnettarım.

Doktora eğitimim boyunca benim için bir arkadaştan öte olan hem meslektaşım hem de dostum Dr. Öğrt. Üyesi Işıl Bozkurt'a çok teşekkür ederim. Bu süreçte varlığı ile hem yakından hem de uzaktan her zaman bana güç vermiştir.

Doktora tezi oldukça uzun bir süreç. Bu süreçte birçok kişi ile paylaşımlarım olmuş, birçok kişiden destek ve katkı almışımdır. Bunların başında ilk oda arkadaşlarım Araştırma Görevlisi Melek Merve Yılmaz ve Doktor Öğretim Üyesi Ömer Faruk Tavşanlı gelir ve her zaman bende yerleri ayrıdır. Sonrasında ise Proje Asistanı Muhammed Muzaffer Özhan, Proje Asistanı Esra Yalçıntaş ve Arş. Gör. İmran Çağlayan iyi, kötü günümde yanımda olmuş ve desteklerini eksik etmemiştir. Arş. Gör. Burcu Nur Baştürk Şahin huzurlu bir ortamda çalışmamı sağlamış ve bana pozitif kişiliği ile destek olmuştur. Aynı ortamlarda bulunmaktan mutluluk duyduğum, iyi ki yollarımız kesişmiş dediğim tüm ismini saydığım ve sayamadığım meslektaşlarıma ve saygıdeğer anabilim dalı hocalarıma çok teşekkür ederim.

Sevgili eşim, akıl danıştığım, yol göstericim, dert ortağım, sırdaşım. İnsanın evleneceği kişi doğmadan belli olurmuş ve aynı doğacağın ve öleceği gün gibi kaderin değiştirilemez bir parçasıymış. İyi ki kaderimiz birlikte yazılmış. Bu süreçte bana gösterdiği destek, yardım ve sabır için aynı zamanda meslektaşım olan Dr. Öğt. Üyesi Bestami Buğra Ülger'e sonsuz kez teşekkürler.

Tüm bu araştırma sürecinde özverili çalışmaları, sağladıkları katkılar ve her türlü destekleri için çalışmamda yer alan öğretmenlere ve öğrencilere sonsuz teşekkür ederim.

Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu (TÜBİTAK)'a, doktora eğitimim boyunca, 2211 – Yurt İçi Doktora Bursu ile bana sağladığı destek için teşekkürlerimi sunarım.

Tuğçe Kozaklı Ülger

Ocak 2021

ÖZET

Yazar	: Tuğçe Kozaklı Ülger
Üniversite	: Bursa Uludağ Üniversitesi
Ana Bilim Dalı	: Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi
Bilim Dalı	: Matematik Eğitimi
Tezin Niteliği	: Doktora Tezi
Sayfa Sayısı	: XXXV + 480
Mezuniyet Tarihi	: 15/02/2021
Tez	: Matematik Okuryazarlık Yeterliklerinin Gelişimine Dayalı Bir Modüler Programın Tasarlanması, Uygulanması ve Değerlendirilmesi
Tez Danışmanı	: Prof. Dr. Murat Altun

MATEMATİK OKURYAZARLIK YETERLİKLERİNİN GELİŞİMİNE DAYALI BİR MODÜLER PROGRAMIN TASARLANMASI, UYGULANMASI VE DEĞERLENDİRİLMESİ

Matematik okuryazarı vatandaşlara olan ihtiyaç, bugünün dünyasının beklentilerinin bir sonucu olarak artarak devam etmektedir. Matematik okuryazarlık düzeyini yükseltme üzerine yapılan araştırmaların ortak teması, bu durumun sınıf içi ilişkilerin doğası ve öğretimin şekli ile ilgilidir. Matematik okuryazarı olarak yetişme, sınıf içi ilişkilerin matematikte araştırma, açıklama ve gerekçelendirmeyi açık bir odak haline getirecek şekilde yeniden şekillenmesine bağlıdır. Bu durum bir takım matematiksel yeterliklerin gelişimini gündeme getirmektedir. Matematiksel yetkinlik ve matematiksel yeterlikler kavramlarının son yirmi yıl boyunca matematik eğitimi araştırma, geliştirme ve uygulamadaki hızının yanı sıra bir temel-tutunma noktası kazandığı dikkat çekmektedir. Bu durum, yöntem bazında

matematiksel yeterliklerin gelişimini dikkate alarak öğretime müdahale edilmesi, öğretim içeriğinin yeniden belirlenmesi ve bu ihtiyaçları gidermeye yönelik bir öğretimin planlanıp uygulanması ihtiyacını ön plana çıkarmaktadır. Bu ihtiyaca bağlı olarak bu çalışmada, matematik öğretimi sürecinde öğrencilerin matematiksel yeterlik düzeylerini artırmayı hedefleyen modüler bir öğretim tasarımı üzerine odaklanılmıştır.

Bu çalışma kapsamında öncelikle 25 ortaokul matematik öğretmenine modüler programın dayanakları, uygulama süreci, matematik okuryazarlığı kavramı ve matematik okuryazarlığı problemleri bilgisini içeren bir eğitim (30 saat) verilmiştir. Tasarım tabanlı bu araştırmada öğretmen eğitiminin tamamlanmasından sonra tasarımın uygulanması ve değerlendirilmesi sürecine geçilmiştir. Bu kapsamda eğitim alan öğretmenler arasından belirlenen iki öğretmen ile 7. sınıflarda bir dönem boyunca sınıf içi uygulamalar yürütülmüştür. Çalışma grubunu oluşturan deney grubu 31 öğrenci, pilot grup 30 öğrenci ve kontrol grubu ise 29 öğrenciden oluşmaktadır ve her üç sınıfta da eş zamanlı olarak çalışmalar yürütülmüştür. Çalışma kapsamında sınıflardaki uygulanma süreci, bu modüler programın matematiksel yeterlikleri geliştirmedeki etkisi, öğretmenin bu süreçteki yeterlik gelişimini nasıl desteklediği belirlenmeye çalışılmıştır. Araştırma kapsamında veriler katılımcı gözlem (araştırmacı), öğrenci günlükleri, yarı-yapılandırılmış görüşmeler (altı öğrenci ve öğretmenlerle), klinik etkinlik temelli görüşmeler (altı öğrenci) ve başarı testleri aracılığıyla toplanmıştır. Çalışmada deney grubu 61 saat ve pilot grup 62 saat olmak üzere toplam 123 ders saati boyunca sınıf gözlemleri yapılmıştır.

Çalışma sonucunda öğrencilerin tüm matematiksel yeterliklerde gelişim gösterdiği, verilen eğitimin yeterlik gelişimini olumlu yönde etkilediği başarı testleri ve gözlemler neticesinde belirlenmiştir. Aynı zamanda bu olumlu etkinin öğrenci görüşlerine de yansıdığı görülmüştür. Yeterliklerin gelişimi homojen değil, yani farklı yeterlikler için öğrencilerin ulaştığı yeterlik seviyesi değişmiştir. Ancak net olarak ulaşılan bir sonuç, tüm yeterliklerde bir gelişim olduğudur. Yapılan öğretim sonucunda çoğu öğrenci orta ve üst seviyelere kadar ulaşabilmişlerdir. Diğer bir ulaşılan sonuç, belirli yeterliklerin gelişiminin diğer yeterliklerin gelişimini etkilediği şeklindedir. Özellikle gözlem bulgularından yola çıkarak gruplar arası ve grup içindeki yeterlikler arasındaki etkileşim dikkat çekmiştir. Yapılan analizler yeterlik gelişiminde sınıf içinde etkili olan faktörleri de ortaya çıkarmıştır. Bunlar; akranla (grup çalışması) ve öğretmenle etkileşim, etkinlikler ve MO problemleri şeklindedir. Genel olarak öğretmenin sınıf içi söylemlerinde vurgu yaptığı tüm yeterlik boyutlarında öğrencilerde yeterlik gelişimi olduğu belirlenmiştir. Aynı zamanda öğretmenin herhangi bir vurgusu ve sınıf içi açıklamaları olmamasına veya düşük bir seviyede olmasına karşın etkinliklerin uygulanması ve soruların çözümü ile öğrencilerin gelişim gösterdiği bazı yeterlik boyutları da olmuştur. Bazı yeterlik boyutlarında ise öğretmen vurgusu olmadığı gibi öğrencilerin de bu yeterlikleri geliştirdiğine yönelik herhangi bir göstergeye rastlanmamıştır. Süreçte yeterliklerin gelişimlerine hizmet eden bazı ek göstergeler ve beceriler de gözlenmiştir. Burada özellikle ön plana çıkan *sorgulama* ve *karar verme* becerisi olmuştur. Yaşadıkları bu öğretim deneyiminden yola çıkarak öğretmenler her iki odaktaki çalışmaları benimsediklerini ve bundan sonraki öğretim süreçlerine taşıyacaklarını ifade etmişlerdir. İlk defa bu derslerle etkinlik yapma ve MO problemi çözme fırsatı yakaladıklarını sözlü ve yazılı birçok kez ifade eden öğrenciler tüm sınıf için bu öğretim şeklini daha yararlı bulmuşlardır.

Bu araştırma kapsamında önerilen ve yeterliklerin gelişimine katkısı ortaya konan modüler programı, öğretmenlerin sınıflarında uygulayabileceği ve akademisyenlerin farklı öğretim seviyelerinde ve farklı öğrenme alanları için geliştirmeye yönelik çalışmalar yürütebileceği düşünülmektedir. Araştırmacı ve eğitimcilerin, yapacakları çalışma ve uygulamalarda ve özellikle eğitimsel müdahalelerde ulaşılan bu sonuçları dikkate almaları önerilmektedir.

Anahtar Sözcükler: Matematiksel etkinlik, Matematik okuryazarlığı, matematik okuryazarlığı problemi, matematiksel yetkinlik, matematiksel yeterlikler, tasarım tabanlı araştırma

ABSTRACT

Author	: Tuğçe Kozaklı Ülger
University	: Bursa Uludag University
Field	: Mathematics and Science Education
Branch	: Mathematics Education
Degree Awarded	: PhD Thesis
Page Number	: XXXV + 480
Degree Date	: 15/02/2021
Thesis	: Design, Implementation and Evaluation of a Modular Program Based on The Development of Mathematical Literacy Competencies
Supervisor	**:** Prof. Dr. Murat Altun

DESIGN, IMPLEMENTATION AND EVALUATION OF A MODULAR PROGRAM BASED ON THE DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL LITERACY COMPETENCIES

The need for mathematically literate citizens continues to increase as a result of the expectations of today's world. The common theme of research on raising the level of mathematical literacy is related to the nature of classroom relationships and the way of teaching. Growing up as a mathematical literate depends on the reshaping of classroom relationships in a way that makes research, explanation and justification in mathematics a clear focus. This situation brings the development of some mathematical competencies to the agenda. It is noteworthy that the concepts of mathematical competence and mathematical competences have gained a key-holding point as well as their in mathematics education research, development and momentum of application over the last two decades. This situation

highlights the need to intervene in teaching by taking into account the development of mathematical competences on a method basis, to redefine the teaching content, and to develop and implement a teaching model to meet these needs. In line with this need, this study focuses on an instructional design that aims to increase the mathematical competence levels of students in the mathematics teaching process.

Within the scope of this thesis, firstly, 25 middle school mathematics teachers were given a training (30 hours) including the modular program, the basis of its, the application process, the concept of mathematical literacy and mathematical literacy problems. In this design-based research, after the teacher training was completed, proceeded to the process of design implementation and evaluation. In this context, applications were carried out for a semester in 7th grades with two teachers selected from among the teachers who attended to the teacher training. The experimental group that constitutes the study group consists of 31 students, the pilot group consists of 30 students and the control group consists of 29 students, and studies were conducted simultaneously in all three classes. In this process, the intervention of the modular program in classrooms, the effect of its on developing mathematical competencies, and how the teacher supports competence development in this process have been determined. Within the scope of the research, data were collected through participant observation (researcher), student diaries, semi-structured interviews (with six students and teachers), clinical activity-based interviews (six students) and achievement tests. The class observations were made during a total of 123 class hours, 61 hours in the experimental group and 62 hours in the pilot group.

As a result of the study, it was determined as a result of the achievement tests and observations that the students showed improvement in all mathematical competencies and that the education provided positively affected the competence development. At the same time, it was observed that this positive effect reflected on student views. The development of competences is not homogeneous, ie the level of competence reached by students for different competences has changed. However, a clear conclusion is that there is an improvement in all competences. As a result of the education, most students were able to reach middle and upper levels. Another conclusion has been that the development of certain competences influences the development of other competences. Especially, based on the observation findings, this interaction between groups and competencies within the group has attracted attention. The analysis revealed the factors that are effective in the development of competence within the classroom. These were Interaction with peer (group work) and teacher, activities and ML problems. In general, it was determined that there is competency development in students in all competency dimensions emphasized by the teacher in his classroom discourse. At the same time, although the teacher did not have any emphasis and in-class explanations or was at a low level, there were some competence dimensions in which the students improved with the implementation of the activities and the solution of the questions. In some competence dimensions, there is no teacher emphasis, and there is no indication that students have developed these competency dimensions. In the process, some additional indicators and skills were observed that serve the development of competences. The inquiry and decision-making skills came to the fore in particular in here. Based on this teaching experience, teachers stated that they have adopted the studies in both dual focus points and will carry them to the next teaching processes in future. The students who stated that they had the opportunity to do activities and solve ML problems with these lessons for the first time, expressed their ideas in oral and written form that found this teaching style more useful for the whole class.

It is thought that the modular program, proposed within the scope of this research, which contributes to the development of competencies, can be applied in the classrooms by the teachers and academicians can carry out studies to develop the program further for different learning areas and at different educational levels. Researchers and educators are

recommended to take these results into account in their studies and practices and especially in educational interventions.

Keywords: Design-based research, mathematical competence, mathematical competencies, mathematical literacy, mathematical literacy problem, mathematical task.

İçindekiler

BİLİMSEL ETİĞE UYGUNLUK i

DOKTORA İNTİHAL YAZILIM RAPORU ii

BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ ii

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ ii

ÖNSÖZ v

ÖZET viii

ABSTRACT xii

İçindekiler xvi

Tablolar listesi xxvi

Grafikler listesi xxxvi

Kısaltmalar Listesi xxxvii

1. Bölüm Giriş 1

1.1.Matematik Okuryazarlığı Kavramı: Farklı Perspektifler Üzerinden 4

1.1.1. Matematik okuryazarlığı tanımı. 5

1.1.2. Matematik okuryazarlığı üzerine uluslararası perspektifler 6

1.1.3. Matematik okuryazarlığı üzerine yerel perspektifler. 8

1.1.4. Okul matematiğinde matematik okuryazarlığının gelişimi. 9

1.2. Matematik Okuryazarlığı ve Matematiksel Yeterlikler 11

1.3. Matematiksel Yetkinlik ve Yeterlik Üzerine Açıklamalar 12

1.3.1. Yeterlik ve yetkinlik tanımı. 12

1.3.2. Matematiksel yeterlik ve yetkinlik tanımı. 15
1.3.2.1. Öğretmen boyutu. 19
1.3.2.2. Öğrenci boyutu. 19
1.3.2.3. Öğretim programı boyutu. 19
1.3.2.4. Öğretim boyutu. 20
1.3.2.5. İçerik boyutu. 21
1.3.2.6. Değerlendirme boyutu. 22
1.4. Araştırmanın Amacı 22
1.5. Araştırmanın Gerekçeleri, Önemi ve Problem Durumu 23
1.5.1. Öğretimin şekli. 23
1.5.2. Matematik okuryazarlığı. 24
1.5.3. Öğretmen desteği. 25
1.5.4. Matematiksel yeterlik çerçeveleri. 27
1.6. Problem Cümlesi 29
1.7. Sınırlılıklar 30
1.8. Sınırlamalar 30
2. Bölüm Literatür 31
2.1. Matematiksel Yeterlik Türleri 31
2.1.1. Matematiksel modelleme. 34
2.1.2. Problem çözme için strateji oluşturma yeterliği. 37
2.1.3. Muhakeme ve argüman üretme. 39

2.1.4. Temsil etme. 42

2.1.5. İletişim. 44

2.1.6. Sembolik, teknik dil ve işlemleri kullanma. 46

2.1.7. Matematiksel araç ve gereçleri kullanma. 48

2.2. Literatür 49

2.2.1 Matematiksel yeterliklere ilişkin çalışmaların odakları 49

2.2.1.1 Matematiksel yeterlik çerçeveleri. 50

2.2.1.1.1 PISA yeterlik çerçevesi. 51

2.2.1.1.2. NCTM yeterlik çerçevesi. 54

2.2.1.1.3. KOM yeterlik çerçevesi. 54

2.2.1.1.4. MCRF yeterlik çerçevesi. 56

2.2.1.1.5. Adding It Up yeterlik çerçevesi. 57

2.2.1.1.6. NEPS yeterlik çerçevesi. 57

2.2.1.2. Matematik öğretimi ile ilgili unsurlar. 59

2.2.1.3. Matematiksel yeterlik gelişimine ilişkin çalışmalar. 61

2.2.1.4. Matematiksel yeterlik – öğretim süreci ilişkisini ele alan çalışmalar. 63

2.2.1.5. Matematiksel yeterliklerin değerlendirme süreçleri üzerine çalışmalar. 66

2.2.1.6. Matematiksel yeterlikleri araştırma aracı olarak kullanma. 68

2.2.2. Matematiksel yeterlikler nasıl analiz edilir? 70

2.2.3. Kuramsal Temeller. 76

2.2.3.1. Yapılandırmacı Kuram. 76

2.2.3.2. Gerçekçi Matematik Eğitimi. 77

2.2.3.3. Sorgulamaya Dayalı Öğretim. 79

2.2.3.4. 5E Öğretim Modeli. 82

2.2.3.5. Etkinlik Kavramı. 85

3. Bölüm Yöntem 90

3.1. Tasarım Yapma: Modüler Programın Geliştirilmesi 91

3.1.1. Ön hazırlıklar. 91

3.1.2. Modüler programı geliştirme süreci. 93

3.2. Tasarımı Uygulama 96

3.2.1. Modüler programın ve materyallerin geliştirilmesi. 96

3.2.2. Ölçme araçlarının geliştirilmesi ve/veya geçerlik güvenirlik çalışmalarının yapılması. 97

3.3.Hizmet İçi Öğretmen Eğitimi 97

3.3.1.Matematik okuryazarlığı kavramı ve soruları. 99

3.3.2.Öğretim sürecine müdahale: Etkinlik kavramı 103

3.3.3.Modüler programın teorik yapısı 106

3.3.4. Modüler programı deneyimleme – mikro öğretim. 106

3.4. Modüler Programın Uygulanması: Öğrenci Eğitimi 109

3.4.1. Örneklem seçimi 109

3.4.2. Araştırma öncesinde uygulama öğretmeni. 110

3.5. Öğretim Modüllerin Yapısı 111

3.6. Uygulama Süreci 115

3.6.1. Pilot gruptan sağlanan faydalar. 118

3.7. Modüler Programın Değerlendirilmesi 120

3.7.1. Veri toplama araçları ve veri analizi 120

3.7.1.1. Öğrenciler İçin Matematiksel Yeterlikler Başarı Testi. 121

3.7.1.2 Nitel veri toplama araçları. 126

3.7.1.2.1 Katılımcı gözlem. 126

3.7.1.2.2 Klinik etkinlik temelli görüşme. 127

3.7.1.2.3 Yarı yapılandırılmış görüşme. 129

3.7.1.2.4 Günlük 130

3.8. Verilerin Analizi 132

3.8.1. Nicel veri analizi. 132

3.8.2. Nitel Veri Analizi. 137

3.9. Geçerlik ve Güvenirlik 144

3.9.1. Geçerlik. 145

3.9.1.1. İç Geçerlik / İnandırıcılık. 147

3.9.1.2. Dış Geçerlik / Aktarılabilirlik. 148

3.9.2. Güvenirlik. 149

3.10. Araştırmada Uygulanan Etik Kurallar 150

4. Bölüm Bulgular 152

4.1. Modüler Programın Uygulama Süreci 152

4.1.1 Sınıf içi açıklamalar 152

4.1.2 Öğretmen müdahaleleri. 155

4.1.3 Sınıf içi tartışmalar. 156

4.1.4 Ders işleme yapısı. 159

4.1.5 Sınıf katılımı. 167

4.2. Matematiksel Yeterlikler 168

4.2.1 Öğrencilerin matematiksel yeterlik düzeyindeki gelişim. 169

4.2.1.1.1. Modelleme yeterliğine ilişkin ön-son testteki başarı durumlarının betimsel analizi. 177

4.2.1.1.2. Modelleme yeterliğine ilişkin nicel bulgular 177

4.2.1.1.3. Modelleme yeterliğine ilişkin öğretim sürecinde elde edilen nitel bulgular. 182

4.2.1.2. Problem çözme için strateji oluşturma yeterliği. 197

4.2.1.2.1. Problem çözme için stratejiler oluşturma yeterliğine ilişkin ön-son testteki başarı durumlarının betimsel analizi. 197

4.2.1.2.2. Problem çözme için strateji oluşturma yeterliğine ilişkin nicel bulgular. 198

4.2.1.2.3. Problem çözme için strateji oluşturma yeterliğine ilişkin öğretim sürecinde elde edilen nitel bulgular. 202

4.2.1.3. Muhakeme ve argüman üretme yeterliği. 217

4.2.1.3.1. Muhakeme ve argüman üretme yeterliğine ilişkin ön-son testteki başarı durumlarının betimsel analizi. 217

4.2.1.3.2. Muhakeme ve argüman üretme yeterliğine ilişkin nicel bulgular 219

4.2.1.3.3. Muhakeme ve argüman üretme yeterliğine ilişkin öğretim sürecinde elde edilen nitel bulgular. 223

4.2.1.4. Temsil etme yeterliği 255

4.2.1.4.1. Temsil etme yeterliğine ilişkin ön-son testteki başarı durumlarının betimsel analizi. 255

4.2.1.4.2. Temsil etme yeterliğine ilişkin nicel bulgular. 256

4.2.1.4.3. Temsil etme yeterliğine ilişkin öğretim sürecinde elde edilen nitel bulgular. 260

4.2.1.5. İletişim yeterliği 266

4.2.1.5.1. İletişim yeterliğine ilişkin ön-son testteki başarı durumlarının betimsel analizi. ... 266

4.2.1.5.2. İletişim yeterliğine ilişkin nicel bulgular. 267

4.2.1.5.3. İletişim yeterliğine ilişkin öğretim sürecinde elde edilen nitel bulgular. 272

4.2.1.6. Sembolik, teknik dil ve işlemleri kullanma yeterliği. 279

4.2.1.6.1. Sembolik, teknik dil ve işlemleri kullanma yeterliğine ilişkin ön-son testteki başarı durumlarının betimsel analizi. 279

4.2.1.6.2. Sembolik, teknik dil ve işlemleri kullanma yeterliğine ilişkin nicel bulgular. 280

4.2.1.6.3. Sembolik, teknik dil ve işlemleri kullanma yeterliğine ilişkin öğretim sürecinde elde edilen nitel bulgular. 285

4.2.1.7. Araç ve gereçleri kullanma yeterliği. 295

4.2.1.7.1. Araç ve Gereçleri Kullanma Yeterliğine İlişkin Öğretim Sürecinde Elde Edilen Nitel Bulgular 295

4.2.2. Öğretmenin matematiksel yeterlik vurgusu. 297

4.2.3. Yeterlik göstergeleri dışında kalan durumlar. 304

4.3. Öğretim Sürecine İlişkin Öğretmen Görüşleri 307

4.3.1 Öğrenmenin niteliği. 307

4.3.2 Öğrenci katılımı. 309

4.3.3 Öğrenmenin kalıcılığı ve bilginin kullanılması. 310

4.3.4 Yeterlik gelişimine yer vermesi. 312

4.3.5 Matematiğe verilen değer duygusunun gelişimi 314

4.3.6 Öğretim sürecine bakış. 315

4.3.7 Öğretim anlayışına yansımaları. 318

4.3.8 Ek bilgiler. 320

4.4 Öğretim Sürecine İlişkin Öğrenci Görüşleri 320

4.4.1 Öğrenci görüşlerinin birinci boyutu. 320

4.4.1.1 Modüller – Konuların öğretim şekline ilişkin görüşler. 320

4.4.1.2 Uygulama süreci – değişen öğretim sürecine ilişkin görüşler. 329

4.4.1.3. Derse yönelik özet düşünceler. 333

4.4.1.4 Sınıfla görüşme ve öğrencilerin sınıf içi genel görüşleri. 335

4.4.2 Öğrenci görüşlerinin ikinci boyutu. 338

4.4.3 Öğrenci görüşlerinin üçüncü boyutu. 352

4.4.3.1 Tanı. 352

4.4.3.2 Bağlantı kur. 353

4.4.3.3 Açıkla. 355

4.4.3.4 Düzenle. 357

4.4.3.5 Değerlendir. 362

4.4.3.6 Genel değerlendirme raporları. 365

5. Bölüm Sonuç, Tartışma ve Öneriler 367

5.1. Sonuç ve Tartışma 367

5.1.1. Öğretim modüllerinin uygulama süreci. 367

5.1.2. Öğrencilerin matematiksel yeterliklerdeki gelişim düzeylerinin belirlenmesi. 372

5.1.2.1. Modelleme yeterliğinin süreç içindeki gelişimi. 374

5.1.2.2. Problem çözme için strateji oluşturma yeterliğinin süreç içindeki gelişimi. 377

5.1.2.3. Muhakeme ve argüman üretme yeterliğinin süreç içindeki gelişimi. 380

5.1.2.4. Temsil etme yeterliğinin süreç içindeki gelişimi. 382

5.1.2.5. İletişim yeterliğinin süreç içindeki gelişimi. 383

5.1.2.6. Sembolik, teknik dil ve işlemleri kullanma yeterliğinin süreç içindeki gelişimi. 385

5.1.2.7. Araç ve gereçleri kullanma yeterliğinin süreç içindeki gelişimi. 386

5.1.3. Öğretmenin yeterlik vurgularına karşılık öğrencilerde gelişen yeterlik düzeyleri. 387

5.1.4. Matematiksel yeterlikler dışında kalan bazı ek gösterge ve beceriler. 393

5.1.5. Öğretmenlerin öğretim süreci hakkındaki görüşlerinin değerlendirilmesi. 395

5.1.6. Öğrencilerin öğretim süreci hakkındaki görüşlerinin değerlendirilmesi. 399

5.1.7. Matematiksel yeterlik gelişimi odaklı modüler program: Öğretim süreci ile birlikte değişen yönleriyle. 404

5.2. Genel Değerlendirme 407

5.3. Öneriler 409

Kaynakça 415

EKLER 441

Özgeçmiş 477

Tablolar listesi

Tablo *Sayfa*

1. Çalışmalarda ele alınan yeterlik türleri 32
2. Öğretim modellerinin içerdiği aşamalar 83
3. Haftalara göre öğretmen eğitiminde yapılan uygulamalar 107
4. Modüllerin uygulama süreleri 115
5. Sınıflarda uygulama yapılan gün ve saatler 116
6. Haftalara göre deney grubu ve pilot çalışma grubu uygulama süreci 117
7. Veri toplama araçları, kullanım amaçları ve veri analizi hakkında bilgiler 120
8. Ön ve son test sorularının içerdiği yeterlik türleri 122
9. Ön ve Son Test Sorularının Benzerlik Açısından Karşılaştırılması 124
10. Çalışma grubundaki öğrenci sayıları 125
11. Matematiksel Yeterlik Düzey Açıklamaları 132
12. Matematiksel yeterlikler, kategorileri ve göstergeleri 139
13. Elde edilen verileri birleştirme ve ilişkilendirmede geçerlik tehditleri ve alınan önlemler 145
14. İnandırıcılık için gerçekleştirilen işlemler 148
15. Haftalara Göre İşlenen Modüller 170
16. Matematiksel Yeterliklere İlişkin Haftalara Göre Gösterge Tablosu 170
17. Öğrencilerin eğitiminden önce ve sonra uygulanan ön-son testlerde modelleme yeterliğine ilişkin soru bazında elde ettikleri başarı durumları 177
18. Deney ve kontrol gruplarının modelleme yeterliğine ilişkin ön test sonuçlarına göre normallik testi 178
19. Deney ve kontrol gruplarının modelleme yeterliğine ilişkin ön test sonuçlarına göre normallik için bir başka test 178

20. Deney ve kontrol gruplarının ön test sonuçlarının Mann-Whitney U testi ile karşılaştırılması 178
21. Deney ve kontrol gruplarının son testleri için normallik testi 179
22. Deney ve kontrol gruplarının son test sonuçlarının bağımsız örneklemler için t-testi ile karşılaştırılması 180
23. Deney gruplarının ön-son testleri farkı için normallik testi 181
24. Deney grubunun ön test ve son test sonuçlarının bağımlı örneklemler için t-testi ile karşılaştırılması 181
25. Öğrencilerin eğitiminde uygulanan ön-son testlerde problem çözme için stratejiler oluşturma yeterliğine ilişkin soru bazında elde ettikleri başarı durumları 197
26. Deney ve kontrol gruplarının problem çözme için strateji oluşturma yeterliğine ilişkin ön test sonuçlarına bağımsız örneklemler t-testi uygulayabilmek için sağlanması gereken koşullar 198
27. Deney ve kontrol gruplarının problem çözme için strateji oluşturma yeterliğine ilişkin ön test sonuçlarına göre normallik için bir başka değerlendirme 198
28. Deney ve kontrol gruplarının ön test sonuçlarının bağımsız gruplar t-testi ile karşılaştırılması 199
29. Deney ve kontrol gruplarının normallik testi sonuçları 199
30. Deney ve kontrol gruplarının son test sonuçlarının bağımsız örneklemler için t-testi ile karşılaştırılması 200
31. Deney gruplarının ön-son testleri farkı için normallik testi 201
32. Deney grubunun ön test ve son test sonuçlarının bağımlı örneklemler için t-testi ile karşılaştırılması 202
33. Öğrencilerin eğitiminden önce ve sonra uygulanan ön-son testlerde muhakeme ve argüman üretme yeterliğine ilişkin soru bazında elde ettikleri başarı durumları 218

34. Deney ve kontrol gruplarının muhakeme ve argüman üretme yeterliğine ilişkin ön test sonuçlarına göre normallik testi 219
35. Deney ve kontrol gruplarının muhakeme ve argüman üretme yeterliğine ilişkin ön test sonuçlarına göre normallik için bir başka değerlendirme 219
36. Deney ve kontrol gruplarının ön test sonuçlarının bağımsız gruplar t-testi ile karşılaştırılması 220
37. Deney ve kontrol gruplarının normallik testi sonuçları........ 220
38. Deney ve kontrol gruplarının son test sonuçlarının bağımsız örneklemler için t-testi ile karşılaştırılması 221
39. Deney grubunun normallik testi sonuçları 222
40. Deney grubunun ön test ve son test sonuçlarının bağımlı örneklemler için t-testi ile karşılaştırılması 222
41. Öğrencilerin eğitiminden önce ve sonra uygulanan ön-son testlerde temsil etme yeterliğine ilişkin soru bazında elde ettikleri başarı durumları 255
42. Deney ve kontrol gruplarının temsil etme yeterliğine ilişkin ön test sonuçlarına göre normallik testi........ 256
43. Deney ve kontrol gruplarının ön test sonuçlarının bağımsız gruplar t-testi ile karşılaştırılması 257
44. Deney ve kontrol gruplarının normallik testi sonuçları........ 258
45. Deney ve kontrol gruplarının normalliği açısından bir başka değerlendirme 258
46. Deney ve kontrol gruplarının son test sonuçlarının Mann-Whitney U testi ile karşılaştırılması 258
47. Deney grubunun normallik testi sonuçları 259
48. Deney grubunun ön test ve son test sonuçlarının bağımlı örneklemler için t-testi ile karşılaştırılması 260

49. Öğrencilerin eğitiminden önce ve sonra uygulanan ön-son testlerde iletişim yeterliğine ilişkin soru bazında elde ettikleri başarı durumları 267
50. Deney ve kontrol gruplarının iletişim yeterliğine ilişkin ön test sonuçlarına göre normallik testi 267
51. Deney ve kontrol gruplarının ön test sonuçlarının bağımsız gruplar t-testi ile karşılaştırılması 268
52. Deney ve kontrol gruplarının normallik testi sonuçları.. 269
53. Deney ve kontrol gruplarının iletişim yeterliğine ilişkin normallik için bir başka değerlendirme... 269
54. Deney ve kontrol gruplarının son test sonuçlarının bağımsız örneklemler için t-testi ile karşılaştırılması 270
55. Deney gruplarının ön-son testleri farkı için normallik testi 271
56. Deney grubunun ön test ve son test sonuçlarının bağımlı örneklemler için t-testi ile karşılaştırılması 271
57. Öğrencilerin eğitiminden önce ve sonra uygulanan ön-son testlerde sembolik, teknik dil ve işlemleri kullanma yeterliğine ilişkin soru bazında elde ettikleri başarı durumları 279
58. Deney ve kontrol gruplarının sembolik, teknik dil ve işlemleri kullanma yeterliğine ilişkin ön test sonuçlarına göre normallik testi.. 280
59. Deney ve kontrol gruplarının ilişkin ön test sonuçlarına göre normallik için bir başka değerlendirme... 281
60. Deney ve kontrol gruplarının ön test sonuçlarının Mann-Whitney U testi ile karşılaştırılması 281
61. Deney ve kontrol gruplarının normallik testi sonuçları.. 282
62. Deney ve kontrol gruplarının normallik için ek testler 282

63. Deney ve kontrol gruplarının son test sonuçlarının Mann-Whitney U testi ile karşılaştırılması 283
64. Deney grubunun normallik testi sonuçları 284
65. Deney grubunun ön test ve son test sonuçlarının bağımlı örneklemler için t-testi ile karşılaştırılması 284
66. Öğretmen yeterlik vurgusu ve öğrenci yeterlik gelişim göstergeleri 392

Şekiller Listesi

Şekil *Sayfa*

1. MO kavramının diğer kavramlar ile arasındaki ilişki 7
2. Bir süreç olarak yetkinliğin modellenmesi 13
3. Matematiksel yeterlik çerçevesini ortaya koyan çalışmalar 51
4. *Matematiksel yetkinlik için NEPS çerçevesi.* 58
5. Matematik öğretimi ile ilgili unsurlara ilişkin çalışmaların odakları 59
6. Matematik yeterliklerin gelişimine ilişkin çalışmaların odakları 61
7. Matematiksel yeterlik – öğretim süreci ilişkisine dair çalışmaların odakları 63
8. Matematiksel yeterliklerin değerlendirilmesine ilişkin çalışmaların odakları 66
9. Matematiksel yeterlikleri araç olarak kullanan çalışmaların odakları 69
10. Matematikleştirme sürecinin Bloom taksonomisi üzerinden açıklanmas 78
11. PRIMAS (2011) projesinde sorgulamaya dayalı öğretimin çalışma tanımı 81
12. Matematiksel Etkinlik Çerçevesi (üç aşamalı yapı) 88
13. Tasarım Tabanlı Araştırma Çalışma Planı: Modüler Programı Geliştirme, Uygulama ve Değerlendirme Süreci 92
14. Materyallerin geliştirilmesi 96
15. PISA Matematik Okuryazarlığı Soruları Değerlendirme Çerçevesi 100
16. Modüler programa uygun öğretim sürecine geçiş 108
17. Çok aşamalı karma yöntem örneklemesine göre katılımcıların belirlenmesi 109
18. Öğretim modülleri geliştirme süreci döngüsü 112
19. Öğretim Süreci Tasarımı 116
20. Genel ders işleme yapısı 163
21. Etkinlikte verilen çokgen 190

22. İletki üzerindeki dar ve geniş açı ölçüleri ... 238
23. Alan nedir etkinliğinde kullanılan şekil ... 242
24. O1 ile gösterilen çemberin merkezi ... 292
25. Grup çalışmasında kullanılan üçgen modeli ... 293
26. Öğretimin öğrenmenin niteliği üzerine etkisine ilişkin öğretmen görüşleri ... 309
27. Öğretim sürecinin katılım ve kalıcılık üzerinde etkisine ilişkin öğretmen görüşleri ... 311
28. Öğretim sürecinin yeterlik gelişmine katkısı üzerine öğretmen görüşleri ... 314
29. Öğretimin matematiğe değer verme duygusu üzerine etkisine ilişkin öğretmen görüşleri ... 315
30. Yeterlik gelişimi odaklı modüllerle öğretim sürecine ilişkin öğretmen görüşleri ... 318
31. Öğretim sürecine ilişkin öğretmenlerin anlayış ve önerileri ... 319
32. Yeterlik gelişimi odaklı öğretim modüllerinde konu öğretim şekline ilişkin öğrenci görüşleri ... 325
33. Matematik okuryazarlığı soru yapısına ilişkin öğrenci görüşleri ... 328
34. irinci bahçe ekim alanı ... 343
35. Ö2'nin atıfta bulunduğu soru şekli ... 343
36. İkinci bahçe ekim alanı ... 345
37. Yeterliklerin birbirlerinin gelişimi üzerindeki etkisi ... 373
38. MO problemi çözme sürecinin aşamaları ... 379
39. Modüler programın yapısı ... 406

Resimler Listesi

Resim *Sayfa*

1. Öğretmen eğitiminden kareler ... 98
2. Öğretmen Eğitimi Sürecinde Ortaya Çıkan Çarpıcı Sözler ... 105
3. Farklı çözüm yolları tahtaya taşınıyor ... 154
4. Sınıf ortamı ... 160
5. Öğretmen dönütleri ... 163
6. Öğrenci çözümleri ... 164
7. Öğrenci katılımı örnekleri ... 167
8. Karışım sorusu ... 183
9. Çözümü yapan öğrenci ... 184
10. Çizim çalışması örneği ... 186
11. Grupların aşağıdaki çalışmalarının tahtadaki gösterimi ... 192
12. Dairenin alanının hesaplanması etkinliği ... 194
13. Koşu sorusu ... 203
14. Demirci sorusu ... 204
15. Ayna sorusu ... 205
16. Ayna sorusu öğrenci örnek çözümü ... 206
17. Tahtada öğrenci çözümü ... 206
18. Portakal suyu problemi öğrenci örnek çözümü ... 207
19. Hangi araba grup çalışması örneği ... 208
20. Oteldeki doluluk oranı sorusu ... 211
21. Öğrencilerin çözümlerdeki farklı çözüm aşamalarından örnekler ... 211
22. Raylı taşıma sorusu örnek öğrenci çözümleri ... 212

23. Masa lambası sorusu 213

24. Yeşil alan sorusu çizimi 214

25. Manav sorusu 224

26. Çikolata paketi sorusu 225

27. Demirci sorusu 226

28. Seyir terası sorusu 229

29. Konserve salça sorusu 231

30. Otomabil sorusu öğrenci çözümü 232

31. Bebeğin ağırlığı sorusu farklı öğrenci çözümleri 234

32. Alışveriş puanı sorusu öğrenci örnek çözümleri 235

33. Benzin fiyatı sorusu 237

34. Fıskiye ile Sulama sorusu 240

35. Dairesel şekillerden farklı şekiller elde edilmesi etkinliği 240

36. Öğrencilerin etkinlik sürecinden görüntüleri 241

37. Eş dikdörtgenler sorusu öğrenci örnek çözümü 247

38. Taralı dikdörtgen sorusu 248

39. Parke döşeme sorusu 249

40. Arazinin Kayıp Köşesi sorusu 250

41. Öğrenci örnek çizimi 251

42. Eğlence Programı etkinliği 253

43. Kargo sorusu 262

44. Araba sorusu 263

45. Grafik çizme etkinliklerinde öğrencilerin grafik örnekleri 264

46. Mandal paketleme etkinliği grafikleri 264

47. Örnek hatalı sembol kullanımı 288

48. Öğrenci örnek yanıtı 290
49. Öğrencilerin hata kaynağı 296
50. Açıölçer etkinliği 297
51. Sazan balığı sorusu 338
52. Marangoz sorusu 342
53. Derste alınan notlar sorusu 347
54. Veri analizi sorusu 350
55. Öğrenci örnek cevapları 355
56. Ö9, Ö22 ve Ö30’un cevabı 355
57. Ö2’nin cevabı 356
58. Ö13’ün Cevabı 356
59. Ö32’nin cevabı 357
60. Ö1’in cevabı 357
61. Ö5’in cevabı 357
62. Ö26’nın cevabı 360
63. Ö29’un cevabı 361
64. Ö16’nın cevabı 364
65. Ö25’in cevabı 364

Grafikler listesi

Grafik *Sayfa*

1. Modelleme yeterliği düzeyinin haftalara göre değişim grafiği 196

2. Problem çözme için strateji oluşturma yeterliğinin düzeylerindeki değişim 217

3. Muhakeme ve argüman üretme yeterliği düzeylerindeki değişim 255

4. Temsil etme yeterliğinin düzeylerindeki haftalık değişim 266

5. İletişim yeterliği düzeylerindeki değişim 278

6. Sembolik, teknik dil ve işlemlerin kullanılması yeterliğinin düzeylerindeki değişim294

Kısaltmalar Listesi

LGS: Liseye Geçiş Sınavı

MEB: Milli Eğitim Bakanlığı

MO: Matematik Okuryazarlığı

NCTM: Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi

OECD: Ekonomik Kalkınma ve İşbirliği Örgütü

PISA: Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı

1. Bölüm

Giriş

Çağımızda teknolojinin ve bilimin hızla gelişmesi ile bireyler (öğrenciler) bilgiye hızlı ve kolay bir şekilde ulaşır hale gelmiştir (Wijayanti & Waluya, 2018). Bilgiye ulaşmanın kolaylaşması üzerine öğretim programlarına düşen görev değişikliğe uğramış, bilgiden ziyade becerilerin ve yeterliklerin kazandırılması öne çıkmıştır. Sorunlarla başa çıkabilemek için okul, öğrencilerin yaratıcılıklarını, meraklarını ve öz güvenlerini ve kendi fikirlerini keşfetme ve problem çözme isteklerini teşvik etmelidir. Öğrenciler inisiyatif alma ve sorumluluk alma fırsatına sahip olmalı ve hem bağımsız olarak hem de başkalarıyla birlikte çalışma yeteneklerini geliştirmelidir (Palmér, Johansson & Karlsson, 2018). Günümüz dünyasının sunduğu karmaşık zorluklar üstesinden gelmek, çok çeşitli beceri ve yetkinliklere sahip olmakla mümkündür (Gurat & de Gracia, 2016). Bir disiplin ve bir okul dersi olarak matematik ise diğer okul dersleri ve okul dışı gündelik problem bağlamları da dahil olmak üzere, çeşitli matematiksel bilgilerini kullanmalarını sağlamak için öğrencilerin zihinlerini şekillendirmelidir (Csíkos & Verschaffel, 2011). Okuldan duyulan bu beklentilere karşın hem matematiğe yönelik tutumlar hem de matematik yapma yeteneğinin önem kazandığı dünyada bireylerin matematiği kullanabilme becerileri yetersiz kalmaktadır (Turner, 2016). İfade edilen bu ilişkiye karşın gerçek yaşam ile okul matematiği arasındaki kopukluk ve matematiği gerçek yaşama veya bağlam temelli etkinliklere uygulamada yaşanılan zorluklar eğitim araştırmalarında uzun zamandır süregelen bir problemdir (Geiger, Stillman, Brown, Galbriath & Niss, 2018). Paulos'un (2000) belirttiği gibi, matematiği kullanamamak bireyin kariyer özlemlerini, sosyal refahını ve finansal güvenliğini sınırlamaktadır. Bu noktada yapılan araştırmalar, okul matematiğini dış dünyaya bağlamanın aciliyetine işaret etmektedir (Gainsburg, 2008). Bu hususa birçok kaynakta (örn. Ellerton, 2013; Kaiser & Willander, 2005; Stacey, 2015) vurgu yapılmış ve okul matematiği ile gerçek yaşamın ilişkisi ve bu ilişkinin öğretimle koordine edilmesine olan ihtiyaç açıklanmaya çalışılmıştır. Bunun için ilk olarak, matematiğin nasıl hesaplandığını bilme, ikinci olarak ise onu anlama veya doğru şekilde uygulama (örneğin sağlık veya tarımla ilgili bir dergi okurken karşılaşılan gerçek yaşam durumlarını yorumlama) vb. şeklinde aşamalar izlenmelidir (Drabekova, Svecova & Rumanova, 2014). “Odamı dekore etmek için ne kadar boyaya ihtiyacım var?”, “%20 indirimde olan bir eteği satın almak için ne kadar ödenir?”, “Belirli bir ilacı alırken yan etki geliştirme olasılığı nedir?”, “Araç kiralama oranı, kiralamadaki gün sayısına göre nasıl değişir?” gibi cevaplanması matematiksel bir yaklaşım içeren bu sorular, insanların günlük yaşamlarında karşılaştıkları çok çeşitli matematiksel problemlerden bazı örneklerdir. Okuldaki eğitimin öğrencileri gelecekteki yaşamlarına hazırlamayı, yaşamda karşılaşabilecekleri bu tür problemlere matematik yoluyla cevap bulabilmelerini amaçladığı göz önüne alındığında, matematik eğitimin merkezi bir bileşeni olarak görülmektedir (Neumann ve diğerleri, 2013).

Genç yaştaki öğrenciler gittikçe artan oranda matematikten ve matematik ağırlıklı eğitim programlarından uzak durmaktadır. Matematiksel bilgiler toplumda ve toplumla yakından ilgili olsa da olmasa da çoğu kişi matematiğin kendi ile alakalı olduğunu görmekte zorlanmaktadır (Niss, 2003). Bunu aşmak için öğretme ve öğrenme uygulamaları, kurallar ve algoritmalardan önce kavramsal anlayışa odaklanmalıdır. Matematik derslerinde matematiksel kavram ve beceriler arasındaki bağlantıya yer verilmelidir (Turner, 2016). Öğrenen, matematikten çok matematikleştirmeyi, soyutlanmış bilgiler yerine soyutlamayı, şemalar yerine şemalar oluşturmayı, formüller yerine formülleştirmeyi, algoritmalar yerine algoritma üretmeyi, dili öğrenmek yerine dil oluşturmayı yeniden keşfetmelidir (Freudenthal, 1991, s. 49). Ayrıca, NCTM’in (Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi) Ders Programı ve Değerlendirme Standartlarında (1989) tüm K-12 öğrencileri için matematik eğitimi özelinde geliştirilmesi beklenen beş temel hedef belirlenmiştir: (1) matematiğe karşı değer duygusu geliştirme, (2) matematik yapma yeteneklerinden emin olmaları, (3) matematiksel problem çözücü olmaları, 4) matematiksel olarak iletişim kurmayı öğrenmeleri ve (5) matematiksel olarak muhakeme etmeyi öğrenmeleri (s. 5). Her türden matematik programının hedefi bu beş temel hedefi programın ilgili bulunduğu düzeye uyarlaması olmalıdır. Ancak günümüz matematik öğretim programlarının bu hedefleri ne derece karşıladığı şüphe uyandırmaktadır.

Matematik öğretiminin ve sınıf etkinliklerinin doğası, bugünün öğrencilerinin ihtiyaçlarını karşılamak üzere bir değişim içeresindedir (Doyle, 2007). Her araştırmacı, her matematik eğitimcisi, matematiğin bir insan aktivitesi olduğunu içtenlikle kabul etmektedir (Freudenthal, 1991, s. 14). Matematiği gerçek dünyaya uygulayabilme yeteneğinin nasıl geliştirileceği, matematiğin günlük yaşamdaki rolünün nasıl kavratılacağı araştırmacılar için bir merak konusudur (Csíkos & Verschaffel, 2011; Geiger ve diğerleri, 2018).

Bireyi hayata hazırlamayı hedefleyen ilköğretim seviyesinde öğretilen matematiğin temel işlevlerinden biri, *öğrenilen bilgiyi yaşamda kullanma* becerisini kazandırmak ve yaşamsal olayları matematiksel bir anlayışla ele almak olmalıdır. Oysaki günümüzde bu kopukluk sürmekte; matematik, cebir ve geometri adı altında okutulan matematik konularının, yalnızca belirli alanlarda işe yarayacağının ifade edilmesi ile yetinilmektedir (Steen, Turner & Burkhardt, 2007). Bu durumda *okul matematiği ve günlük yaşam arasındaki "kopukluğu" gidermeye yönelik bir öğretimin uygulanması bir ihtiyaç* olarak görünmektedir. Bu durum, yöntem bazında matematiksel yeterliklerin gelişimini dikkate alarak öğretime müdahale edilmesini, öğretim içeriğinin yeniden belirlenmesini, buna uygun öğretmen eğitiminin gerçekleştirilmesini ve öğretimin sonuçlarının yeniden değerlendirilmesini gerektirmektedir. Bu ihtiyaca bağlı olarak bu çalışmada, matematik öğretimi sürecinde öğrencilerin matematiksel yeterlik düzeylerini artırmayı hedefleyen bir öğretimin planlanıp uygulanması üzerine odaklanılmıştır.

1.1.Matematik Okuryazarlığı Kavramı: Farklı Perspektifler Üzerinden

Bireyin matematiği yaşamsal sorunlara uygulayabilme kapasitesini belirlemeye yönelik bileşenlere sahip olan Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı (PISA) ve Yetişkin Yeterliklerini Uluslararası Değerlendirme Programı (PIAAC) gibi uluslararası karşılaştırmalı değerlendirmelerin artan popülaritesinin hükümetlerin eğitim politikaları üzerinde etkisi olduğunu göstermektedir. Bu değerlendirmelerin sonuçları devletlerin eğitim politikası reformunu giderek daha fazla şekillendirmektedir (Geiger, Goos & Forgasz, 2015; Geiger, Forgasz & Goos, 2015). Toplumların hızla değişen yapısı için gereken yeterliklerin ve becerilerin ne olduğu ve ne olacağı birçok faktöre bağlı olup, gerekli temel matematiksel yeterlikler ve beceriler, belirli bir zamanda toplumun ihtiyaçları tarafından belirlenmektedir (Edwards, Nichols & Sharpe, 1972). Matematiksel yetkinlik ve yeterlik kavramlarının son yirmi yıl boyunca matematik eğitimi araştırma, geliştirme ve uygulamadaki hızının yanı sıra alanyazında bir temel-tutunma noktası kazandığı dikkat çekmektedir. 2002 yılında yayınlanan Danimarka KOM Projesi (KOM: Yeterlikler ve Matematik Öğrenimi) raporu, bu gelişmede önemli bir rol oynamıştır. Bu gelişmeler matematiğin gerçek yaşamdaki rolünü anlama ve karşılaşılan sorunların çözümünde matematiği kullanabilme (McCrone & Dossey, 2007) anlamına gelen matematik okuryazarlığı (MO), sayısallık (numeracy) ve niceliksel okuryazarlık kavramlarının doğmasına yol açmıştır. Bu kavramlar, matematiğin işlevsel kullanımına yönelik, gerçek bilginin ve prosedüre ilişkin becerilerin ötesine geçen, matematiksel uzmanlığın temel özelliklerine işaret etmek üzere oluşturulmuştur (Niss, 2015). Temel amacı matematik okuryazarlığı düzeyini ölçmek olan PISA (Programme for International Student Assessment) uygulamaları ile birlikte kavram, uluslararası düzeyde bir önem kazanmıştır.

MO kavramı ilk olarak Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyinin yazılı kaynaklarında (NCTM (1970/2002), s. 244)), okulun başarabilecek herkes için matematik okuryazarlığının gerekli kılınması ifadesi ile birlikte ortaya çıkmıştır. Daha sonraki zamanlarda ise NCTM 1989 Standartlarında (NCTM, 1989, s. 5) matematik okuryazarlığı ve matematik okuryazarı öğrenciler üzerine açıklama yapılmıştır. Bu standartlarda MO'ya, bir problemi çözmek için: bireyin, (i) keşfetme, (ii) tahmin etme, (iii) mantık yürütme ve (iv) problemleri çözmek için çeşitli matematiksel yöntemleri etkili bir şekilde kullanma yeteneği olacak şekilde dört anlam yüklenmiştir.

1.1.1. Matematik okuryazarlığı tanımı. MO deyimi, okuryazarlık deyiminin dildeki naif anlamından daha güçlü bir kavram olup, bir yaşam becerisi olarak matematiğin önemini kavramayı ve matematiğin kendisini anlamlı ve kullanışlı hale getirmeyi kapsamaktadır. MO kavramı üzerine bugüne değin birçok ulusal (örn. Northwest Regional Education Laboratory, 2006), uluslararası (örn. OECD, 2016) kurum ve araştırmacılar (örn. Jablonka, 2003; Steen ve diğerleri, 2007) birbiriyle paralel olan farklı tanımlamalar yapmıştır. Örneğin; McCrone ve Dossey (2007) MO'yu, *matematiğin günlük hayattaki rolünü anlama, günlük hayatta karşılaşılan sorunların çözümünde matematiği kullanabilme kapasitesi* olarak ifade etmiştir. Sari ve Wijaya (2017), günlük yaşamda karşılaşılan zorluklarla başa çıkmak için matematiksel bilgi ve anlayışı etkili bir şekilde kullanma becerisi olarak tanımlar. Wijayanti ve Waluya (2018)'e göre MO, matematiksel bilgilerini günlük yaşamdaki problemleri çözmek için kullanmada öğrencilerin sahip olması gereken bir yetenektir. Bazı araştırmacılar ise beceri odaklı bir tanımlama yapmış ve MO'nun;

- analitik düşünme, akıl yürütme gibi üst düzey düşünme becerileri (Colwell & Enderson, 2016)
- "soru sorma, hipotez kurma, argüman üretme ve sonuç çıkarma" gibi iletişimsel düşünmeyi (Venkat, Graven, Lampen, Nalube & Chitera, 2009)
- akıl yürütme, düşünme ve yorumlamayı (Colwell & Enderson, 2016)

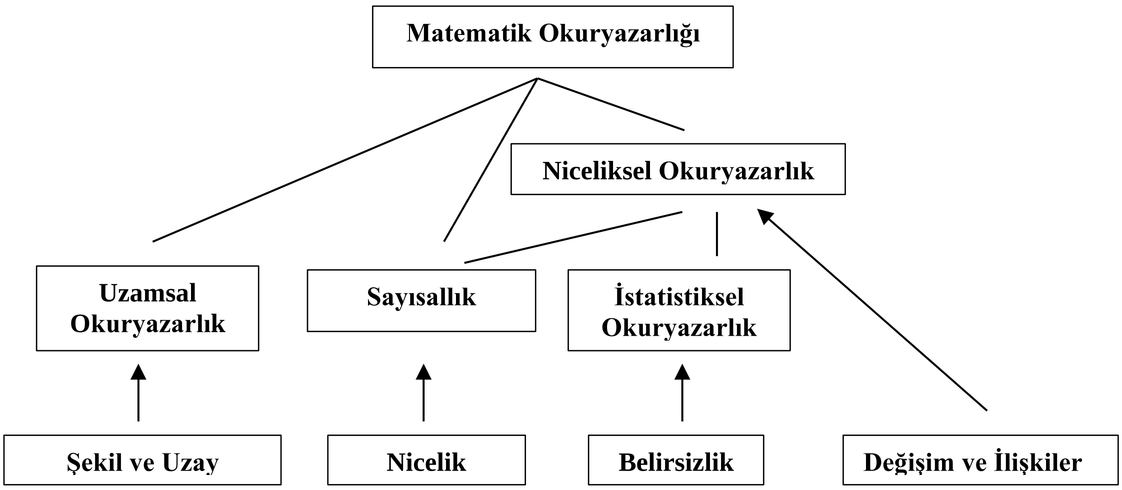
gerektirdiğini vurgulamıştır. MO, sadece okul öğretim programındaki konulara hakim olmakla sınırlı olmayıp, matematiksel bilgi ve becerileri kullanma kapasitesini tasvir etmek için kullanılmaktadır (Kramarski & Mizrachi, 2004).

MO, sosyal ve kültürel olarak yerleşik bir uygulama olarak görülmekte ve MO kavramlarının, paydaşların kültürüne ve değerlerine göre değiştiği savunulmaktadır (Jablonka, 2003). Ayrıca, de Lange (2003), MO'yu kavramsallaştırmada kültürel farklılıkları dikkate alma gereğini kabul etmektedir. MO daha az formal ve daha sezgisel, daha az soyut ve daha bağlamsal, daha az sembolik ve daha somuttur (De Lange, 2003). Matematik öğretim programı okul temelli bilgiye odaklanırken MO, gerçek dünyada kullanılan matematiği de içerir (De Lange, 2003). Yapılan tanımlamalar ışığında bu araştırma kapsamında ele alınan MO tanımı ise "Bireyin günlük yaşamında matematik bilginin rolünü anlama, karşılaşılan problemlerin çözümünde bu bilgiyi kullanma ve uygulama kapasitesi" olarak ifade edilmektedir (Jablonka, 2003; McCrone & Dossey, 2007; Ojose, 2011).

1.1.2. Matematik okuryazarlığı üzerine uluslararası perspektifler. Yeni bir kavram olan Matematik Okuryazarlığı, ilişkili bulunduğu bazı kavramlarla birlikte veya birbirilerinin yerine kullanımlar olmuştur. Matematik eğitimi literatüründe, MO kavramı ile birlikte anılan sayısallık (numeracy), niceliksel okuryazarlık (quantitative literacy), uzamsal okuryazarlık (spatial literacy), istatistiksel okuryazarlık gibi bir dizi birbiriyle ilişkili kavramlar mevcuttur (Niss & Jablonka, 2014; Niss, Bruder, Planas, Turner & Villa-Ochoa, 2017). İngiltere, Kanada, Güney Afrika, Avustralya ve Yeni Zelanda gibi ülkelerde sayısallık teriminin kullanımı yaygın iken, niceliksel okuryazarlık veya matematik okuryazarlığı gibi diğer adlandırmalar ABD'de ve başka ülkelerde kullanılmaktadır. Ek olarak, istatistiksel okuryazarlık gibi alana özgü diğer ifadeler matematiğin, yaşamın matematiksel açıdan zorlayıcı/emek isteyen yönlerini ele almak için spesifik bir alan içindeki kullanımlarını göstermektedir (Geiger ve diğerleri, 2015). Bazı araştırmacılar "sayısallık", "niceliksel okuryazarlık" ve "matematiksel okuryazarlık" kavramlarını eş anlamlı olarak kabul ederken, bazıları kapsam ve amaç bakımından açık bir şekilde farklılık gösterdiğini savunur ve bunları birbirinden ayırmaktadır (Niss & Jablonka, 2014). Farklı yazarlar tarafından farklı şekilde yorumlansa da bu kavramların ortak noktaları, matematik eğitiminin önemli bir amacı olarak bir dizi farklı alanda matematiğin yararı ve matematiği kullanma yeteneğine ilişkin farkındalığı ve matematiksel ürünler ve süreçleri vurgulamalarıdır (Niss & Jablonka, 2014; Niss ve diğerleri, 2017). Bu noktada kavramlar arasındaki ilişki Şekil 1'de daha net ortaya konmaya çalışılmıştır.

Şekil 1

MO kavramının diğer kavramlar ile arasındaki ilişki



Kaynak: De Lange (2003)'ten alınmış olan şekil revize edilerek son hali verilmiştir.

"Sayısallık" terimi, ülkeler arasında değişmekle birlikte gerçek dünya problemlerine öğrenilen matematikle nasıl bağlantı kurulacağı temel aritmetik becerilerinde usta olmanın ötesine geçmektedir. Matematiksel olmayan bir bağlamı matematiksel bir bakış açısıyla anlamlandırmayı, eleştirel yargıda bulunmayı ve gerçek dünyadaki problemleri araştırma ve çözüm getirmeyi de içerir (Geiger ve diğerleri, 2015). Benzer şekilde PIAAC (Yetişkin Yetkinliklerinin Uluslararası Değerlendirilmesi Programı) kapsamında sayısallık terimini kullanan OECD, "*çeşitli durumların matematiksel taleplerini etkin bir şekilde yönetmek ve* *bunlara yanıt vermek için gereken bilgi ve beceriler"* olarak tanımlamaktadır (PIAAC Sayısal Uzmanlık Grubu, 2009). "Niceliksel okuryazarlık" terimi ise Steen'in çalışmalarına dayanan Amerikan kökenli bir başka terimdir (Madison & Steen 2003). Özellikle PISA'nın matematik okuryazarlığı kavramını kullanmayı tercih etmesi ile birlikte MO, uluslararası literatürde daha fazla kabul gören bir kavram olmuştur.

MO'nun öneminin artması dikkatleri, ana teması okuryazarlığın değerlendirilmesi olan OECD tarafından organize edilen PISA (Programme for International Student Assessment)'ya çekmiştir (Breakspear, 2012). Bir anlamda PISA, öteden beri bilinen okul matematiği ile yaşam arasındaki kopukluğu gidermede tetikleyici bir rol üstlenmiştir. PISA, 2000 yılından itibaren üç yılda bir, ilköğretimdeki birikimin yaşama yansıma düzeyini ölçmek üzere 15 yaş grubundaki öğrencilere uygulanan ve öğrencilerin matematik, fen okuryazarlık düzeylerini ve dil becerilerini ölçen bir uygulamadır. Uluslararası karşılaştırmalı bir çalışma olan PISA, bu çalışma kapsamında ele alınan matematik okuryazarlığı açısından, günlük yaşam bağlamlarında matematiğin fonksiyonel uygulanmasına yöneliktir. PISA sınavları matematik okuryazarlığı üzerine uluslararası bir fikir birliğini temsil etmesi bakımından önemli görülmektedir (Steen ve diğerleri, 2007). Bu şekliyle PISA, ülkelerin eğitim politikalarını belirlemede temel bir referans olmuştur. PISA başta olmak üzere uluslararası ölçekli başarı değerlendirme çalışmalarının bir sonucu olarak matematik okuryazarlığına ilişkin birçok çalışma ve proje yürütülmektedir. Bu araştırma da bu kapsamda yürütülen bir çalışmadır.

1.1.3. Matematik okuryazarlığı üzerine yerel perspektifler. Matematik okuryazarlığına PISA çalışmaları gibi uluslararası düzeyde verilen önem, ülke öğretim programlarına da yansımıştır (örneğin; Endonezya, Güney Afrika, Türkiye). Ülkemiz Milli Eğitim Bakanlığı (MEB)'in ilkokul ve ortaokul öğrencileri için yeni yayınlamış olduğu matematik dersi öğretim programında ise öğrencilerin matematiksel okuryazarlık becerilerini geliştirebileceği ve etkin bir şekilde kullanabileceği bir öğretimin amaçlandığı ifade edilmektedir (MEB, 2018a). Türk milli eğitim sisteminde okul öğretim programları üzerinde yapılan değişimler ve PISA sınavlarına benzer ulusal çapta düzenlenmeye başlayan sınavlar (ABİDE projesi), matematik okuryazarlığı üzerine yönelen bir çaba olduğunu göstermektedir.

Güney Afrika'da**,** MO zorunlu eğitim yıllarında tek başına bir ders olarak öğretilmektedir (10-12.sınıf). Dersin amacı, öğrencilerin günlük hayat ihtiyaçlarını karşılamak için matematiği kullanma yeteneklerini geliştirmektir (SA DoE 2003; SA DBE 2011). Bu nedenle, öğretim programı dokümanları, matematiğin bu konudaki yaşamsal uygulamalarının kullanımını ve gerçek dünya problemlerini çözmek için durumları yorumlama ve analiz etmede matematiği kullanmanın önemini vurgulamaktadır. Avustralya'da ise bir politika ve öğretim programı geliştirme seviyesinde ele alınan MO, tüm derslere entegre olması beklentisi ile öğretim programları arası bir sorumluluk olarak görülmektedir. Bu perspektif, okullarda başarılı bir öğrenen olmalarında ve okul sonrası gelecek yaşamlarında öğrenciler için gerekli olan bir beceri olarak MO'yu tanımlayan Avustralya hükümetinin (Council of Australian Governments, 2008) yaptıkları ulusal bir incelemeye yansıtılmıştır.

1.1.4. Okul matematiğinde matematik okuryazarlığının gelişimi. Okul matematiği, ileri matematiğin temel becerilerine odaklanırken, matematik okuryazarlığı, temel matematiğin ileri düzeyde kullanımı üzerine odaklanmaktadır (Steen ve diğerleri, 2007). Lengnink (2005)'e göre herkes matematikte bir uzman haline gelmese de yaşam kalitesini artırmak için önemli matematiksel süreçleri yansıtmaya ve değerlendirmeye olanak tanıyan belirli bir MO seviyesine ulaşmalıdır. Okullardaki öğrenmeler öğrencilerin bir matematik okuryazarı olma yolunda atacağı ilk adımlardır ve bu adımları okulda en iyi şekilde deneyimlemelidirler. Matematiksel okuryazarlığı geliştirme üzerine yapılan araştırmalarda ortak bir tema, bu gelişimin sınıf içi ilişkilerin doğasına ve öğrencilerin öğretim sırasındaki konumuna bağlı olduğudur: fikirlerini yansıtması ve tartışması, önerilerde bulunması için öğrenciler motive edilmeli ve imkan tanınmalıdır.

Matematik okuryazarı vatandaşlara olan ihtiyaç, bugünün dünyasının artan beklentilerinin bir sonucu olarak büyümeye devam etmektedir (Edge, 2009). Toplumdaki insanların (ve dolayısıyla öğrencilerin) çoğunluğuna odaklanan matematik aktivitelerinin değeri, yalnızca öğrencilerin matematik okuryazarlığının geliştirilmesine sağlayacağı katkı ile belirlenebilir (Gellert, 2004). Matematik okuryazarı olarak yetişme, sınıf içi ilişkilerin matematikte araştırma, açıklama ve gerekçelendirmeyi açık bir odak haline getirecek şekilde yeniden şekillenmesine bağlıdır (Solomon, 2009). Matematiksel ortamlarda yapılacak olan sorgulamalar ve tartışmalar sırasında bireyin iddialarının doğrulanması ya da kendi fikrinin yanlışlığını fark etmesi önemlidir (Höfer & Beckmann, 2009; Johnson, Watson, Delahunty, McSwiggen & Smith, 2011).

Matematik okuryazarı öğrenciler yetiştirmenin önündeki bir zorluk, onları yetiştirecek öğretmenleri yetiştirmektir. Matematik okuryazarlığını sınıf ortamına taşımak, ifade edilen becerileri geliştirebilmek için öncelikle öğretmenlerin MO'yu anlamaları gerekmektedir (Mosher, 2015). Matematik öğretmenlerinin birçoğu öğrencilerin günlük hayatı, çevresi ile matematik arasında nadiren ilişki kurmaktadır (Steen ve diğerleri, 2007). Öğretmen eğitimcileri, öğretmenlerin MO bilgi ve becerilerini geliştirmelerini sağlamalıdır (Mbekwa, 2006). Yapılan çalışmalar öğrencilerin matematik okuryazarı olarak yetişmelerinde olumlu ya da olumsuz etkisi olabilen öğretmenlerin sahip olduğu rolü araştırmak için bir pencere açmıştır. Nitelikli bir öğretmen, matematiksel anlam oluşturma için bir ortam yaratma yollarını aramalıdır (Schoenfeld, 2002). Böyle bir ortam, MO'yu geliştirmek için destekleyici bir söylem topluluğuna katılarak anlam oluşturmaları yönünde öğrencileri cesaretlendirir (Doyle, 2007). MO'yu konu alan araştırmalar okullarda matematik öğretiminde üst düzey düşünmeyi desteklemek için umut vericiyse de matematik öğretmenlerinin matematiksel okuryazarlığı öğretimine nasıl hazırlanacaklarına ilişkin araştırmalar yetersizdir ve daha fazla araştırmaya ihtiyaç duyulmaktadır (Colwell & Enderson, 2016).

MO'nun tanımının yerel ve evrensel perspektifler üzerinden yapılan bu değerlendirmeler, matematik öğretiminde yeterlikleri öne çıkarmaktadır. İzleyen bölümde MO için gerekli temel unsur olan "yeterliklerin" ne olduğu üzerinde durulacaktır.

1.2. Matematik Okuryazarlığı ve Matematiksel Yeterlikler

MO, matematiksel olmayan problemleri çözmek için bir araç olarak matematiğe odaklanırken, matematiksel yetkinlik (yeterlik) kavramı matematiksel olduğu kadar matematiksel olmayan problemleri çözme kapasitesi de dahil olmak üzere matematiğe büyük ölçüde hakim olmaya odaklanır (Niss & Jablonka, 2014). Matematiksel yeterlik ve yetkinlikler, matematiksel verimlilik ve matematiksel uygulamalar gibi kavramlara odaklanarak, matematikte ustalaşmanın ne anlama geldiğine dair çeşitli tarihsel ve çağdaş görüş ve kavramsallaştırmaları inceler (Niss, Bruder, Planas, Turner & Villa-Ochoa, 2016). MO'nun itici gücü, sıradan bir vatandaşın günlük, sosyal ve toplumsal dünyanın matematik yüklü yönleriyle uğraşırken matematiği işlevselleştirme yeteneğidir. Bu durum şüphesiz ki matematiksel yeterlikleri ve yetkinliği gerektirir ve içerir. Matematiksel yeterlikler işlevsel olarak yaşama ilişkin olsun ya da olmasın matematiğin tüm yönleriyle ilgilenir. MO için ihtiyaç duyulan bu yeterlikler aslında okul matematiği için gereken yeterliklerdir (De Lange, 2003).

Matematiksel yeterliklere sahip olma, MO düzeyleri ile yakından ilişkilidir (Turner, 2010). Matematiksel yetkinliğin anahtarı MO'dur, çünkü problem çözme sürecine aktif olarak katılabilecek, problemi anlayabilecek ve sonuçta bir çözümün ortaya çıkabileceği araçlardır (Doyle, 2007). Niss (2015) ise MO'yu matematiksel yeterliğin uygun bir alt kümesi olarak algıladığını ve matematiksel olarak yetkin olması için kişinin matematik okuryazarı olması gerektiğini ima etmektedir. Matematiksel yapılar, günlük yaşamda fiziksel dünyada hiçbir zaman gerekli olmayan √2 ve π'nin irrasyonelliği, aksiyomların, tanımların ve ispatların rolünü yüksek seviyede anlama gibi pür matematiksel yapılarla işlem yapmayı da içerir. Bu sebeple her ne kadar matematik okuryazarlığı tüm yeterliklerden faydalansa da yeterlikleri tam ve ayrıntılı bir şekilde temsil etmemektedir (Niss, 2015). Bu yüzden, matematiksel olarak okuryazar bir insanın aynı zamanda matematiksel olarak yetkin olduğu anlamı çıkmaz.

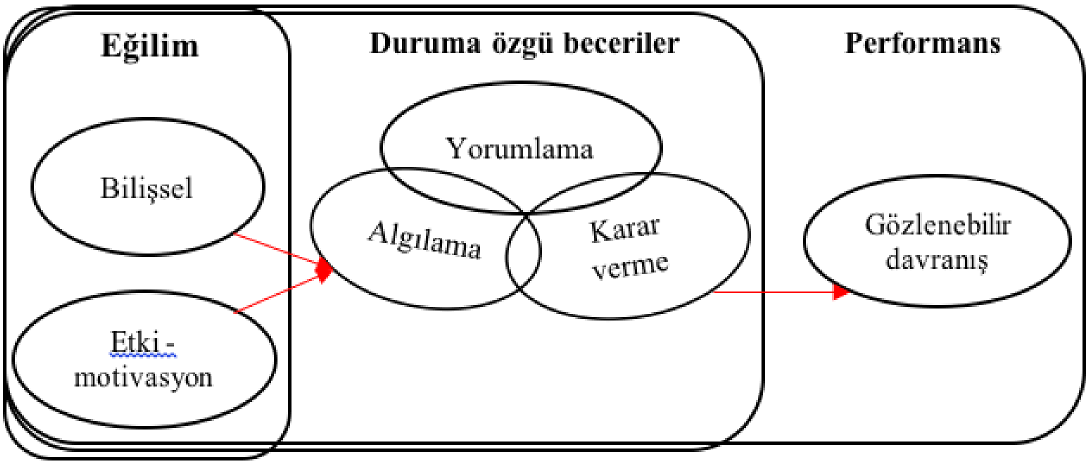
1.3. Matematiksel Yetkinlik ve Yeterlik Üzerine Açıklamalar

Matematiksel yetkinlik ve yeterlik farklı anlamlara sahip olmakla birlikte birbirleriyle yakından ilişkilidir. İlerleyen bölümde sırasıyla yetkinlik-yeterlik kavramlarının ne olduğu açıklanmış, ardından matematiksel olarak bu kavramların tanımları verilmiştir.

1.3.1. Yeterlik ve yetkinlik tanımı. Uzun yıllardır araştırmalarda kullanılan bir kavram olmasına rağmen, "yetkinlik" terimi son yıllarda psikolojide ve diğer disiplinlerde artan bir değer kazanmıştır (Klieme, Funke, Leutner, Reimann & Wirth, 2001; Sternberg & Grigorenko, 2003; Weinert, 2001). Gündelik bir terim olarak yetkinlik, sağlam temellere dayanan yargı ve genel bakış temelinde etkin bir şekilde hareket etme ve o alanın temel yönlerine hakim olma yeteneğini ifade eder (Niss & Højgaard, 2019). Ancak kavramın eğitim araştırmalarında ifade edilen tanımı kısmen bulanık kalır (Koeppen, Hartig, Klieme & Leutner, 2008) ve ortak bir tanım ve anlayıştan uzaktır (Blomeke, Gustafsson & Shavelson, 2015a; Westera, 2001). Buna karşın farklı araştırmacıların birbiriyle örtüşen tanımları mevcuttur. Koeppen, Hartig, Klieme ve Leutner (2008) yetkinliği, belirli alanlardaki durumlarla veya görevlerle başarılı bir şekilde başa çıkmak için edinilen ve ihtiyaç duyulan bağlamsal ve bilişsel eğilimler olarak tanımlamaktadır. Chomsky (1977), performanstan farklı olarak ele aldığı yetkinliğin doğaçlama yeteneğiyle ilgili olduğu fikrini savunurken, Perrenoud (1997) yetkinliğin öğrenme sonucu geliştiğini vurgular. Westera (2001) ise genellikle karmaşık durumlara hakim olmak (mastering) için bilgi ve becerileri uygulama yeteneği olarak tanımlar. Bu doğrultuda yetkinlik terimi, birikmiş bir tecrübe, bilgi ve beceriyi içerir. Yani, bir kimsenin belirli bir bilgi-görev bağlamında başarılı bir şekilde hareket etme yeteneğini ifade eder (Eichelmann, Narciss, Faulhaber & Melis, 2008). Şekil 2'de belirtildiği üzere bu tanımlarda ön plana çıkan kavramlar ve yetkinliğin bir eğilim ve yetenek olduğu ve performans sonucu oluştuğudur.

Şekil 2

Bir süreç olarak yetkinliğin modellenmesi



Kaynak: Blomeke, Gustafsson & Shavelson, 2015b.

Bir başka bakış açısı ile yetkinlik, bireyin zorlayıcı durumlara yönelik hareket etmeye içsel olarak hazır olma hali olarak tanımlanmaktadır (Blomhøj & Jensen, 2006; Niss & Højgaard, 2019). Tanımda geçen "hazır olma" durumu bilişsel anlamda kullanılmaktadır. Bilişsel seviyenin ötesine geçen, ancak bilişsel ve bilişsel olmayan faktörleri içeren karmaşık bir yapıdır (Albano, 2011). Bu doğrultuda tanımlar incelendiğinde yetkinlik kavramının sahip olduğu özellikler şu şekilde ön plana çıkmaktadır:

- Yetkinlik eyleme yöneliktir. Karar verme de dahil olmak üzere fiziksel ve zihinsel eylemleri kapsayan "eylem" kavramı geniş bir anlamda kullanılmaktadır (Blomhøj & Jensen, 2003; Jensen, 2007; Niss & Højgaard, 2019). Çünkü yeterlik tanımında geçen "harekete hazır olma" terimi, fiziksel bir eylemde bulunmak veya belirli bir durumda belirli eylemlerde bulunmaktan kaçınmak için bilinçli ve açık bir karar da içerebilir (Højgaard, 2009; Niss & Højgaard, 2019).

- Yetkinlik, insanlardan bağımsız olarak gerçekleştirilemez. Aksine, insanların daha büyük veya daha küçük ölçüde sahip olabileceği ve belirli durumlarda ve bağlamlarda kullanabileceği bir özelliktir (Niss & Højgaard, 2019).

- Tüm yetkinliklerin bir etki alanı vardır. Burada kastedilen yetkinliğin olgunlaşabileceği bir alanın olmasıdır (Jensen, 2007). Ancak bu durum, yetkinliğin belirli bir etkinliği çözmek için belirli bir yöntemin kullanımına bağlamsal olarak bağlı olduğu anlamına gelmez (Wedege, 2000).

- Yetkinliklerin temel bir unsuru bağlama özgünlüktür (Koeppen ve diğerleri, 2008). Çeşitli bağlamlardaki, yani problemli durumlardaki kaynakları etkinleştirme süreci (bilgi, beceri, stratejiler) ile ilgilidir (Perrenoud, 1997). Yeterliklerin kazanılmasının "ilgili, alana özgü durumlarda öğrenme ve deneyime" dayandığı anlamına gelir (Koeppen ve diğerleri, 2008, s. 62).

- Yetkinlik doğrudan gözlenemez. Ancak bireyin örnek etkinlikler üzerindeki performansından, davranışlarından çıkarılabilir; öğrenme yoluyla gelişmekte ve unutulduğunda ise körelmektedir (Shavelson, 2010; 2013).

- Yetkinlik tanımındaki "*zorlayıcı*" terimi kilit bir bileşendir. Duruma ve içeriğe bağlı olarak zorluklar, tamamen entelektüel veya bilimsel, ahlaki, profesyonel veya finansal, pratik zorluklara kadar, doğada çok çeşitli olabilir. Ayrıca, bazı insanlar için zorlayıcı olan şey başkaları için öyle olmayabilir (Niss & Højgaard, 2019).

Yeterlikler, yetkinliğin farklı bileşenlerini ifade etmektedir. Yeterlik kavramı, bütünsel bir bakış açısıyla karmaşık bir özellik tanımlarken, yetkinlik ise analitik bir duruşla ilgilidir. Bu bileşenler bilişsel, duygusal veya motivasyonel olabilir (Blomeke ve diğerleri, 2015a). Yeterliğe ilişkin olarak sözlüklerde "Yeterli veya nitelikli olma durumu veya niteliği"; "Başarılı ya da verimli bir şeyler yapabilme"; "Gerekli beceri, bilgi, nitelik veya kapasiteye sahip olma"; "Belirli bir beceri, bilgi veya yetenek aralığı"; ve "Bir kişinin ya da grubun bilgi ya da kabiliyetinin kapsamı." gibi tanımlar yer almaktadır (Kilpatrick, 2014). Yeterlik, içeriğe özgü, gerçek yaşamdaki performansla yakından ilişkili olan karmaşık bir yetenek yapıları olarak kavramsallaştırılmıştır (Hartig, Klieme & Leutner, 2008; Koeppen ve diğerleri, 2008). Bir kişinin belirli öğrenme ve davranış alanlarındaki bilişsel talepleri karşılama potansiyelini yansıtır. Bu nedenle, yeterlikler "gerçek hayat" ile daha yakından ilgilidir (Koeppen ve diğerleri, 2008).

Yetkinlik ve yeterlik, öğrenilebilir olarak kabul edilir ve bu nedenle planlanmış psikolojik ve eğitimsel uygulamalarla geliştirilebilir (Epstein & Hundert, 2002; Shavelson, 2010; Weinert, 2001). Bu uygulamalarda ele alınan yeterlikler genellikle belirli içerik alanlarıyla ilgilidir (Hartig & Klieme, 2006; Koeppen ve diğerleri, 2008; Weinert, 2001). Bu alanlara etki alanı denir. İlk ve orta öğretimdeki tipik alana özgü yeterlikler, *okuma yazma*, *matematiksel yeterlik* ve *fen yeterliğini* içerir. Yetkinliklerin karmaşıklığı göz önüne alındığında, belirli alanlarda kesin olarak tanımlanmaları önemlidir. Etki alanına özgü performansın bilişsel modellerinin geliştirilmesi bu bağlamda merkezi bir konudur (Koeppen ve diğerleri, 2008).

1.3.2. Matematiksel yeterlik ve yetkinlik tanımı. Gittikçe daha fazla ülkede, matematik eğitiminin amacı, öğrencilerin prosedürel ve kavramsal bilginin ötesinde matematik becerilerini geliştirmektir (Pettersen & Nortvedt, 2018). 1990'ların başından beri matematiksel öğrenmeyi öğrencilerde teşvik etmek ve değerlendirmek için matematiksel yeterlik ve yetkinlikler, temel matematiksel kapasiteler (OECD, 2013), matematiksel ustalık (proficiency) ve matematiksel uygulamalar gibi birbiriyle ilişkili olan bu kavramların geliştirilmesine odaklanma konusunda uluslararası bir eğilim vardır (Albaladejo, García & Codina, 2015; Boesen, Lithner & Palm, 2018; Kilpatrick, Swafford & Findell, 2001; Niss ve diğerleri, 2016; Niss & Højgaard, 2019). Matematik eğitimi geleneksel olarak kavramları kazanmaya ve prosedürleri ezberlemeye odaklanırken, matematiksel yeterlik kavramı matematiğe hakim olmanın ne demek olduğuna dair daha zengin bir görüş içermektedir (Kilpatrick, 2014; Niss ve diğerleri, 2016; Pettersen & Braeken, 2019).

Birçok yazar (örn. Niss, 2003, 2011; Weinert, 2001) matematikte yetkinliğin ne anlama geldiğini açıklamaya çalışmıştır. Hepsi, temel kavramlara ve prosedürlere (bilgi ve beceriler) dayanan karmaşık ve dinamik bir yapı olduğu ancak bilişsel faktörlerin ötesine geçtiği konusunda hemfikirdir. Matematiksel yetkinlik, bütün ve karmaşık yapıyı belirtmek için kullanılan bir terimdir (Niss, 2015). “Öğretilmesi gereken bir şey” değil, öğretme / öğrenme süreci için uzun vadeli, bir süreklilik olarak nitelendirilen bir amaç olarak görülmektedir. Bu bağlamda *bilgi ve beceriler, her ikisi de eşit derecede* öneme sahiptir (Albano, 2011). Yapılan tartışmalarda, yetkinlik, katılımda bulundukları belirli bağlamlardan ayrı olarak bireylere atfedilen beceri veya yetenek koleksiyonunu ifade eder (Kilpatrick ve diğerleri, 2001; Schoenfeld 1999). Matematiksel yetkinlik, yetkinlik tanımında geçen bileşenlerin matematiksel olduğu durumdur. Kişinin belirli bir durumdaki belirli bir matematiksel zorluğa cevap olarak hareket etmeye hazır olması olarak tanımlanır. Niss (2003)’ün vermiş olduğu tanımda matematiksel yetkinlik ve belirli matematiksel yeterlikler ile kastedilen şudur:

> “Kişisel, mesleki veya sosyal yaşamın bazı alanlarında yetkinliğe (yetkin olmak) sahip olmak, o alandaki yaşamın temel yönlerine (adil bir dereceye kadar, koşulları ve durumları düzenleyerek) hakim olmaktır. Matematiksel yetkinlik, matematiği çeşitli bağlamlarda ve matematiğin oynadığı veya oynayabileceği durumlarda anlama, yargılama, uygulama ve kullanma yeteneği anlamına gelir. [. . .] Bir matematiksel yeterlik, matematiksel yetkinliğin açıkça tanımlanabilir ve farklı, ana bir bileşenidir (Niss, 2003, s. 6).”

Bu tanım açıkça matematik alanında çeşitli gerçek ve usule dayalı bilgi ve somut becerilerin varlığına işaret eder, ancak bu önkoşullar matematik yetkinlik için tek başlarına yeterli değildir (Niss & Jensen, 2011). Niss (2003), bu yetkinliklerin her birinin hem analitik hem de üretken bir tarafa sahip olduğunu gözlemlemektedir. Analitik taraf matematiği anlamayı ve incelemeyi, üretken taraf ise onu gerçekleştirmeyi içerir. Yetkinlikler, matematiğe özgü olsa da konunun ötesine geçer ve çeşitli şekillerde ele alınabilir (Kilpatrick, 2014). Bir öğrencinin “yetkin” olarak kabul edilip edilmediği, o öğrencinin özelliği olarak görülmekten ziyade katılması gereken fırsatlar ile bireyin bu fırsatları benimseme yöntemleri arasındaki etkileşim olarak algılanmaktadır (Gresalfi, Martin, Hand & Greeno, 2009).

Matematiksel yetkinlik tanımı güncellenmiş versiyonu ile "verilen durumlarla ilgili her türlü matematiksel zorlamaya karşın uygun olarak hareket etmeye yönelik kişinin hazır bulunuşluğudur." şeklinde ifade edilmiştir (Niss & Jensen, 2011). Bu nedenle *matematiksel yetkinlik*, bir durumun veya bağlamın her türlü zorluğuyla başa çıkmak için matematiğin etkinleştirilmesini içerirken, *matematiksel bir yeterlik*, soruları cevaplama, problemleri çözme, olguları veya ilişkileri anlama veya karar vermek için matematiğin fiili veya potansiyel olarak talep edilen belirli bir tür zorlukla başa çıkmak için aktivasyonuna odaklanır (Niss & Hojgaard, 2019). Matematiksel yeterlik, matematiksel yetkinlikten ayrı bir ana bileşendir (Jaworski, 2012). Matematiksel yetkinlik ve yeterlik kavramı, işlevsel yönlerle sınırlı olmamakla birlikte aynı ruh içinde oluşturulmuş ve geliştirilmiştir (Niss, 2015). Başka bir deyişle, *matematiksel yetkinlik, bir dizi matematiksel yeterlik tarafından oluşturulan bir yapıdır* (Jensen, 2007; Niss & Hojgaard, 2019). Yeterliklerin bir bütün olarak matematiksel yetkinliğin özünü kapsadığı ve kuşattığı söylenebilir (Niss & Jensen, 2011).

Matematiksel yeterliklerin her biri, belirli bir türün açık ya da örtük matematiksel zorluklarının kendini gösterdiği çok çeşitli durumlarla başarılı bir şekilde başa çıkabilme yeteneği olarak algılanabilir (Niss, 2015). Yeterlikler, bireysel karakteristikler veya niteliklerin bir bütünü olarak düşünülebilir (Turner, 2010). Bazı araştırmacılar ise yeterlik tanımında gerçek yaşama vurgu yaparak; "matematik ile ortaya çıktığı gerçek dünyayı birbirine bağlamak ve ortaya çıkan problemi çözmek için aktive edilmesi gereken bilişsel süreçler" (Saenz, 2009, s.126) ve "öğrencilerin geleceğin zorluklarını karşılamak için gerçek yaşama geçirmeleri gereken bir yapı" (Liakos, 2016, s.2) olarak ifade etmiştir. Bu tanımlarda geçen geleceğe yönelik olma durumu, eğitim açısından bir öğrencinin matematiksel bilgisini işlevsel kullanıma nasıl koyduğu anlamında kullanılmıştır. Son araştırmalar, kişinin bu yeterlikleri ne kadar oluşturabilir ve aktive edebilirse, etkinlikleri çözmek için matematiksel bilgiyi etkili bir şekilde kullanabileceğini göstermiştir (Turner, 2010). Daha genel bir anlamda matematiksel yeterliklere hakim olmanın matematiğe hakim olma anlamı taşıdığı söylenebilir (Boesen ve diğerleri, 2014; Maaß, 2006).

Bir yeterlik aktif olarak matematik yapma yönlerine odaklanır (Niss & Højgaard, 2019). Maaß (2004), bir öğrencinin matematiksel yeterliklerini geliştirmesi için bilginin tek başına yeterli olmadığını anlamanın önemli olduğunu dikkate almıştır. Ancak bazı matematiksel bilgilere sahip olmadan matematiksel bir yeterliğe sahip olmak mümkün değildir. Örneğin, temsil etme yeterliği, grafik türleri (çizgi, sütun ve daire grafiği) ve özellikleri ile doğrusal denklemlerin grafiklerinin böyle bir sistemde nasıl temsil edildiğine dair matematiksel bilgi gerektirir. Bunun tersine, asgari matematiksel yeterliğe sahip olmadan da gerçek bilgiye sahip olmak neredeyse imkansızdır. Yeterliklerin ve bilgilerin odakları çok farklı, ama hiçbir şekilde çatışma içinde olmayan, birbirlerini etkileyen bir sistemde ilerlemektedir (Niss & Højgaard, 2019). Sınıfı, öğrencileri, öğretmenleri, öğretim programı materyallerini, yazılım araçlarını ve fiziksel ortamı içerebilecek bir sosyal organizasyon olarak tanımladığımız bir "etkinlik sistemi" olarak çalışmak, tüm bu yönlerin yetkinlik inşasında nasıl etkileşime girdiğini anlamak için uygundur (Gresalfi ve diğerleri, 2009). Bu noktada matematiksel yetkinliğin inşasında bazı bileşenler ön plana çıkmaktadır. Bu bileşenlerin ne olduğu ve bu süreçteki rolleri aşağıda kısa açıklanmıştır.

1.3.2.1. Öğretmen boyutu. Öğretiminin niteliği, öğretim sırasında uğraşılan aktiviteler ile bağlantılıdır (Hiebert, 2003). Öğretmenler, günümüz toplumunda etkin işleyiş için gerekli matematiksel beceri ve yeterliklerin kazanılmasına yönelik uygun hedefler belirlemeli ve uygun faaliyetler ve diğer tekniklerle öğrencilerin katılımını sağlamalıdır (Edwards ve diğerleri, 1972). Öğretmenler, öğrencilere bu yeterlikle ilgili belirli süreçleri uygulamada iyi bir ortam sağlamaları halinde belirli bir yeterlik gelişimi için fırsat sunmuş olurlar. Örneğin; dersler süresince problem çözme ile uğraştırılmayan öğrenciler problem çözmeyi geliştirme fırsatını yakalayamazlar (Lithner ve diğerleri, 2010). Öğretmenlerin bu süreçteki etkin rolü, öğrencilerin matematiksel yeterliklerini geliştirmeleri için uygun öğrenme ortamı ve etkinliklerini sağlamaktır.

1.3.2.2. Öğrenci boyutu. Öğretmen, bir sınıfta yetkinlik inşasını şekillendirebilen tek katılımcı değildir; öğrenciler de bu müzakerede etkin rol oynamaktadır. (Gresalfi ve diğerleri, 2009). Yetkinlik kazanmak için öğrencilerin, öğrendiklerinin pasif tekrarlayıcıları olmak yerine, bilgilerini geliştirmede sorumluluk alarak didaktik ve adidaktik durumlara (Brousseau, 1997) katılmaları gerekir (Albano, 2011).

1.3.2.3. Öğretim programı boyutu. Son yıllarda, yetkinliğe odaklanma, öğretim programı tasarımını etkileyerek “yeterlik öğrenimi” ve “yetkinlik temelli öğretim programı” gibi kavramların ortaya çıkmasına neden olmuştur (Koeppen ve diğerleri, 2008; Westera, 2001). Öğretim programı belgelerine yeterliklerin dahil edilmesi, matematik eğitiminde uluslararası bir reform hareketi ışığında görülmektedir (Boesen ve diğerleri, 2014; Niss ve diğerleri, 2016). Burada adı geçen reform, matematik öğrenmenin iki yönünü vurgular: matematik bilmek ve matematik yapmak (Niss ve diğerleri, 2016). İlk boyut, matematiksel düşünce, kavramlar ve metotlar gibi matematiksel içeriğe, ne bilinmesi üzerine odaklanır. İkinci boyut ise matematiksel yeterliklerin nasıl ele alınacağı üzerine odaklanmaktadır.

Österholm (2018) yürütmüş olduğu çalışmasında farklı ülke öğretim programlarını yeterlikler bakımından analiz etmiş ve üç farklı yaklaşım ortaya koymuştur. İlk olarak, çoğu öğretim programı matematiğe özgü yeterlikleri tanımlamaktadır, ancak bazıları (örneğin Yeni Zelanda) yalnızca daha genel yeterlikleri açıklamaktadır. Buradaki sonuçlar matematiğe özgü yeterlikleri tanımlamanın yaygın olduğunu göstermektedir. İkinci olarak, çoğu öğretim programı yeterlikleri öğrenme hedefleri olarak tanımlarken sadece bazıları (örneğin; Avustralya) temel olarak yeterlikleri araç olarak tanımlar. Yeni Zelanda ve Singapur gibi bazı ülkeler ise öğrenme sürecinde hem araç hem de sonuç olarak tanımlamaktadır. Üçüncü olarak ise çoğu belge, farklı sınıf seviyelerine özgü yeterlikler için genel bir gelişim odağını tanımlarken bazı ülke öğretim programlarında (Kanada, İrlanda ve İsveç) farklı öğrenme hedefleri belirtilmektedir Ülkemiz öğretim programında ise matematiksel yetkinlik;

> "Günlük hayatta karşılaşılan bir dizi problemi çözmek için matematiksel düşünme tarzını geliştirme ve uygulamadır. Sağlam bir aritmetik becerisi üzerine inşa edilen süreç, faaliyet ve bilgiye vurgu yapılmaktadır. Matematiksel yetkinlik, düşünme (mantıksal ve uzamsal düşünme) ve sunmanın (formüller, modeller, kurgular, grafikler ve tablolar) matematiksel modlarını farklı derecelerde kullanma beceri ve isteğini içermektedir." (MEB, 2018a, s.6).

şeklinde ele alınmıştır. Öğretim programı belgelerindeki bu açıklamalara karşın, mevcut öğrenme kazanımlarına tam olarak yansıtılmamıştır.

1.3.2.4. Öğretim boyutu. Matematiksel yetkinlik, çocukların okullarda yaşaması gereken eğitimsel deneyimlerden bağımsız bir yapı değildir (Abrantes, 2001). Öğrencilerin yalnızca bilgi veya becerileri değil aynı zamanda matematikteki yeterlikleri ele almalarını sağlayan öğrenme deneyimlerine odaklanılmalıdır (Albano, 2011). Buradaki soru matematiksel yeterliklerin eğitimsel bir eyleme ve bir müdahaleye nasıl dönüştürüleceğidir (Niss ve diğerleri, 2017). Belirli bir ders tasarlarken, elbette matematiğin tüm kavram alanları ele alınamaz. Ancak, yeterliklerin geliştirilmesine odaklanırken, birden fazla kavram alanı dahil etmek mantıklı görülmektedir (Højgaard & Jankvist, 2015).

Yeterliklerin gerçek öğretim uygulamalarına taşınmasının zorlayıcı olduğu kabul edilmektedir (Højgaard, 2019). Yeterlik odaklı yaklaşımların sınıflarda uygulanmasında en büyük zorluklardan biri çerçevelerin ve öğretim programının, öğretmenlere her zaman öğrencilerin matematiksel yeterliklerini geliştirecek sınıf kültürlerini yaratmak için gereken mesleki yeterlikler ve didaktik-pedagojik kaynakları sağlayamamasıdır. Bu durum, yalnızca günlük sınıf uygulamalarında yeterliklerin uygulanmasının önündeki bir engel değil, aynı zamanda bu tür uygulamaları etkilemeye kararlı olan araştırma ve geliştirme için de bir engeldir (Niss ve diğerleri, 2017). Öğretime yönelik planlama ve uygulama sürecindeki diğer engel ise zamandır. Öğretimi planlama şu soru ile ilgilenir: Öğrenciler neler öğrenecektir? Bu anlamda, öğretimin planlanması kaçınılmaz olarak tek bir baskın boyuta kaymaktadır: Zaman. Öğretim zorunlu okul eğitimi gibi resmi bir eğitim sistemi içerisinde gerçekleştiğinde zaman kıt bir kaynak olduğundan, planlamadaki soru; “Öğrenciler ne zaman ne öğrenecek?” şeklinde revize edilmektedir (Højgaard & Sølberg, 2018).

1.3.2.5. İçerik boyutu. Buradaki soru matematiksel yeterlikler ile matematiksel içerik arasındaki ilişkinin ne olduğudur. Matematiksel yeterlikler, anaokulundan üniversiteye kadar her türlü matematiksel içeriğe uygun olduğu için ne içerikten yeterlikler ne de yeterliklerden içerik türetilmez, yeterlikler ne matematiksel bir konu olmadan var olabilir ne de bir konunun ayrıntılarına indirgenebilir (Niss, 2015; Niss & Højgaard, 2019). Yeterlikler, bir dizi matematiksel kavramla birlikte anlamlıdır (Højgaard & Jankvist, 2015).

Matematiksel yeterliklerin matematik eğitimine kilit bir unsur olarak dahil edilmesini sistematik olarak kolaylaştırmaya yönelik çabanın temeli, matematiksel yeterlikleri ve konu alanlarını içeriğin iki bağımsız boyutu olarak ele almaktır (Højgaard, 2012; Niss & Højgaard, 2019). Matematik öğretim programına konuya özel yeterlik tanımlarını dahil etme çabasına öncelikle öğretim programı ile mücadele girişimi rehberlik eder. Bu bakış açısına göre, konuya özel yeterlikler ile geleneksel olarak ders programında açıklanan konu arasındaki etkileşime odaklanmak önemli görülmektedir (Højgaard, Bundsgaard, Elmose & Sølberg, 2010; Højgaard & Sølberg, 2018; Niss & Højgaard, 2019). Yürütülen ulusal bazı projelerde (örn. Hollanda'da KOM projesi) matematiksel yeterlikleri matematik öğretim programına dahil etmek için bir matris yapısı kullanma alternatifi önerilmiştir (Niss & Højgaard, 2011, s. 124-125). Bu yaklaşım ile iki boyutlu bir içerik yapısından yıllık bir öğretimin planlanabileceği düşüncesi ortaya konmuştur (Højgaard, 2012). Højgaard (2019) ise bu modeli analitik olarak üç boyutlu model oluşturmak için kullanarak sınıf düzeyini de eklemiş ve "yeterlikler x kavramlar x düzey" şeklinde üç boyut tanımlamıştır.

1.3.2.6. Değerlendirme boyutu. Son yıllarda değerlendirmede kullanılan araç sayısında bir artış olmuştur. En göze çarpanlar, standartlaştırılmış test, merkezi sınavlar ve sınıf içi gözlemlerdir (Abrantes, 2001). Bu araçların en zayıf yanı, sınıf içi gözlemlerde öğretmenin mesleki yargılarının süreci etkileyebilmesi ve aynı zamanda standartlaştırılmış test ve sınavların esneklik, yeterlik ve çeşitlilik bakımında sınırlayıcı olabilmesidir (Abrantes, 2001).

1.4. Araştırmanın Amacı

Bu araştırmanın amacı öğrencilerin matematiksel yeterliklerini geliştirme odaklı modüler bir programın işlerliğinin ve uygulanabilirliğinin test edilmesidir. Araştırma sürecinde:

- ✓ Modüllerin öğretim sürecindeki işlerliğini ortaya koymak
- ✓ Modüler programın yeterliklerin gelişimine olan katkısını belirlemek

- ✓ Öğretmenlerin öğretim sürecinde öğrencilerde gözlenen yeterlik işaretçilerini ne derece fark ettiğini belirlemek
- ✓ Modüler programın öğrenci ve öğretmen görüşlerine yansımalarını belirlemek amaçlanmıştır.

1.5. Araştırmanın Gerekçeleri, Önemi ve Problem Durumu

Bu bölümde araştırmanın amacı ve alt amaçlarına paralel olarak bu çalışmanın planlanması ve uygulanmasının gerekçeleri sunulmuştur. Çalışmanın gerekçeleri, araştırmanın literatürde belirtilen ihtiyaçlara cevap verebilmesi ve birer zorluk olarak ifade edilen durumlara açıklık getirmesi dikkate alınarak belirlenmiştir. Bu gerekçeler: öğretimin şekli, matematik okuryazarlığı, öğretmen desteği, yeterlik çerçeveleri, yeterlik türlerinin ihmali esas alınarak başlıkları altında açıklanmıştır.

1.5.1. Öğretimin şekli. “Okul matematiği ile okul dışında kullanılan matematik arasında bir kopukluk var mıdır?”, “Varsa bu kopukluğu gidermek için öğretim şekli nasıl olmalıdır?” sorularını cevaplamak için daha önce belirtilen matematiksel yeterliklere daha derinlemesine bakılması gerekmektedir (Turner, 2010). Araştırmacılar asıl zorluk alanının, matematiksel yeterliklerin ortaya çıkarılabilmesi için gerçek bir dünya durumunun matematiksel bir formata nasıl dönüştürüleceğinin öğrenilmesinin olduğu konusunda hemfikirdir (Gould & Wasserman 2014). Bu görüş, PISA verileriyle de desteklenmektedir (Stacey & Turner 2015). Yeterliklerin, problemlerin üretildiği gerçek dünyayı matematikle ilişkilendirmek suretiyle problemleri ele almak için aktif hale getirilmesi gerekir (OECD, 2006). Matematiğin öğretimi ve öğreniminde bu yeterlikler meşru bir şekilde yer almalı ve öğrenciler arasındaki bilinçli ve görünür gelişime yönelik çabalar yönlendirilmelidir (Turner, Blum & Niss, 2015). Bu yeterlikler matematik derslerinde doğrudan hedeflenmeli ve ilerletilmelidir (Turner, 2010).

Matematiksel yeterliklerin en iyi nasıl teşvik edilebileceği / destekleneceği sorusu, açık bir sorudur. Öğretmenlerin zengin MO etkinlikleri ve aktiviteleri tasarlayabildiği ve öğretim programındaki konulardaki çeşitlilikte MO fırsatlarından yararlanabildikleri ortaya konmuş (örn. Geiger, Goos & Dole, 2014; Goos ve diğerleri, 2014) olmasına rağmen bu süreçte etkinliklerin özellikleri ya da bu etkinliklerin öğrenci öğrenimini nasıl desteklediğini araştıran az sayıda çalışma vardır (Geiger ve diğerleri, 2015).

Alanyazında bir öğretim süreci boyunca matematiksel yeterliklerin nasıl geliştirilebileceği üzerine odaklanan sınırlı sayıda çalışmaya rastlanmıştır (Oktiningrum, Zulkardi & Hartono, 2016; Thompson & Chappell, 2007). Bu açıdan matematiksel yeterliklerin öğretim süreçlerinde nasıl ele alınacağı, öğretmenlerin bu yeterlikleri geliştirecek hangi öğretim ortamlarını ve yöntemlerini tercih etmeleri gerektiği, kısacası nasıl bir öğretim gerçekleştirilmesine yönelik çalışmalara ihtiyaç olduğu anlaşılmaktadır.

1.5.2. Matematik okuryazarlığı. Bireyler, bugünün dünyasının karmaşık zorluklarıyla yüzleşmek için geniş bir yeterlik yelpazesi edinmeye ihtiyaç duymaktadırlar. Eğitimin gerçek yaşam problemlerine ve yaşam boyu öğrenme veya işgücü bilgisine uygulanmasıyla ilgili norm ve standartlara doğru köklü bir kaymanın kaçınılmaz olmasının nedenlerinden biri olarak bu durum görülmektedir (Gurat & de Gracia, 2016). Öğrencilerin matematiksel düşüncelerini ve okuryazarlıklarını geliştirmek için yaşamsal problemleri kullanmak, bu tür problem ve etkinlikler ile yüzleştirmek önemlidir. Bu aynı zamanda öğrenciyi matematiksel muhakeme temelli kararlar almaya hazırlamaktır (Bokar, 2013).

Alanyazında yeterliklerin her birinin MO'ya önemli bir katkı sağladığı ifade edilmekte ve kabul edilmektedir (OECD, 2000). Öğrencilerin MO düzeylerinin düşüklüğüne neden olan etkenlerden biri olarak okul matematik öğreniminde hala sürece daha az vurgu yapılması gösterilmektedir (Wijayanti & Waluya, 2018). MO'nun geliştirilmesine bağlı olarak artan uluslararası öneme rağmen, MO'nun gelişiminin en iyi nasıl teşvik edilebileceği tartışma konusu olmaya devam etmektedir. Birçok eğitimsel yargıyla birlikte MO'nun öğrenilmesi ve öğretiminin geleneksel matematik dersleri içerisinde yer alması beklenir. Bu nedenle matematik okuryazarı olma, konuya özgü eğitimin bir sonucu olarak görülür (Geiger ve diğerleri, 2015). De Lange (2003) MO'yu geliştirmek için matematik eğitimine ilişkin gözlemlerinden biri olarak eğitim amaçlarının yalnızca konu alanlarında planlanmasının yanı sıra, aynı zamanda yeterlikleri de içermesi gerektiğini ifade etmiştir. Öğrencilerde matematik okuryazarlığı düzeylerini geliştirmenin bir yolu olarak bu yeterliklerin her biri için öğretim ve uygulama olanakları sağlanmalıdır (Turner ve diğerleri, 2015). Bu durum matematiğin içindeki alanlar için de geçerlidir: sadece aritmetik, cebir, geometri konu başlıkları boyunca değil, matematiksel yeterlikler hakkında da düşünmeyi gerektirir. Anaokulundan itibaren, yeterliklere odaklanılması; matematiksel kavramların gelişiminin çok tutarlı bir şekilde tasarlanması ve temel anlamda matematiksel olarak okuryazar olmanın ne demek olduğunun bilinmesi ve planlanması gerekmektedir. Bu süreçte öğrencilerin matematik yeterlikleri gelişirken aynı zamanda matematiksel okuryazarlık düzeylerinin de gelişmesi beklenir (Drabekova, ve diğerleri, 2014).

1.5.3. Öğretmen desteği. Öğrencilerin yaşamsal problemleri anlamasının, çözüm için matematiksel modeller yaratmasının ve sahip olduğu matematiksel kavramları uygulamasının zor olduğu kabul edilmektedir. Bu zorluğu aşabilmek için öğretmenlerin uygun öğrenme modelleri ve stratejilerini tanımaları ve kullanmaları (Wijayanti & Waluya, 2018), öğrencilerinin MO becerilerini geliştirmesine katkı sağlayacak uygulamalar yaptırmaları beklenmektedir (Khaerunisak, Kartono, Hidayah & Fahmi, 2017; Uysal & Yenilmez, 2011). Matematik dersinde öğrencilerin temel matematiksel yeterliklerin gelişimini teşvik etmek için yeterli zamanın ayrılmamakta, dahası öğretmenlerin uygulamak durumunda kaldığı öğretim programları, matematiksel kavramların ve becerilerin geliştirilmesinin yanı sıra bu yeterliklere odaklanma için yeterli bir itici güç ve teşvik sağlamamaktadır (Turner, 2010).

Öğrencilere, matematik etkinlikleri ve matematiksel kavramlar hakkındaki düşüncelerini ifade etmeleri için fırsat verilmesi gerekmektedir. Açıkçası, öğretmenler sınıfta bu tür bir tartışmayı düzenlemede merkezi bir rol oynamaktadır ve bu da öğrencilerin matematiksel argümanlarını yazarak bir sonraki adımı atmaya teşvik etmelerinin temelini oluşturmaktadır (Turner, 2010). Bu noktada öğretmenlerin farklı yeterlik ve içerik tanım türlerini nasıl yorumladıklarını ve öğretimin nasıl etkilendiğini bilmek için deneysel çalışmalara ihtiyaç vardır (Österholm, 2018).

Niss ve Højgaard (2019), "Eğitimsel bağlamlarda matematiksel yeterliklere kilit rollerin yüklenmesinden kazancımız nedir?" sorusuna cevap aramıştır. Buna yönelik yorumlardan biri, yeterliklerin öğretmenler tarafından hem kısa hem de uzun vadede öğrenci etkinlikleri ve ödevleri dahil kendi öğretimlerini düzenlemek, planlamak, yürütmek, izlemek ve değerlendirmek için kullanılabileceği yönündedir. Bunu başarabilmek, öğretmenlerin öğretimlerini bu şekilde düzenleyebilecek bilgi, beceri ve deneyim sahibi olmasına bağlıdır.

Benzer şekilde Schoenfeld (2002), nitelikli bir öğretmenin matematiksel anlam oluşturma için ortam yaratmanın yollarını araması gerektiğini belirtmiştir. Böyle bir ortam öğrencilerin, yeterliklerin gelişimini destekleyici bir tartışma topluluğuna katılmaları için cesaretlendirmek suretiyle oluşturulabilir (Doyle, 2007). Bu noktada derslerde matematiksel anlamayı destekleyici etkinliklerin yapılması (Güneş & Gökçek, 2013; Machaba & Mwakapenda, 2017; Şefik & Dost, 2016) önerilmektedir. Öğretmenlerin öğrenci başarısının önemli bir belirleyicisi olduğu (Brown & Schafer, 2006) dikkate alındığında bu başarı düzeyini yükseltecek yeterliklerin gelişimini sağlamak için öğretmene çok iş düşmektedir. Bu kapsamda öğretmen eğitimi için program tasarlarken, bağlamsallaştırılmış sosyal uygulamalar kullanmanın yararlı olduğu, öğretmenleri 21. yy sınıflarına girmeye hazırlamak için çeşitli strateji ve çerçeveler içeren uygulamalarla yüzleştirmek gerektiği (Frith & Prince, 2006) vurgulanmaktadır. Bu araştırmada ise öğretmenlere öğrencilerinin matematiksel yeterliklerini geliştirebilmeleri için mesleki gelişim kapsamında bir öğretmen eğitimi verilmiştir. Eğitim sürecinde öğretmenler, nasıl bir öğretim yapılması gerektiğine yönelik anlatımlarda öğrenen, bu anlatımlara uygun yapılan sınıf içi uygulamalarda ise öğretmen konumunda yer almışlardır.

1.5.4. Matematiksel yeterlik çerçeveleri. KOM, MCRF gibi matematiksel yeterlik çerçevelerinin ulusal müfredat ve programlar üzerindeki geniş etkisine rağmen, öğrenme ortamını analiz etmek için az sayıda araştırma mevcuttur (Boesen ve diğerleri, 2018). "Bireysel yeterlikler" üzerine, örneğin, modelleme (Gravemeijer, 2002; Lesh & Doerr, 2003), problem çözme (Farlow Morris & Speiser, 2010; Speiser, Walter & Sullivan, 2007), muhakeme (Lithner, 2008; Mueller & Maher, 2009), temsil etme (Sfard, 2008; Stylianou, 2011) veya iletişim (Shein, 2012; Ryve, 2011) yeterliği üzerine çalışmalar yapılmıştır. Daha kapsamlı açıklamaları içeren çalışmalara gelince bir bütün olarak matematiksel yeterlikler ve deneysel sınıf verilerinin analizi için yeterlik çerçevelerini kullanan çalışmalar çok az sayıdadır (Säfström, 2013). Bunun bir nedeni olarak Boesen, Lithner ve Palm (2018) yeterlik çerçevelerinin büyük çoğunluğunun deneysel verileri analiz etmek için araçlar olarak değil de matematik eğitimi için hedef olarak ele alınmasına bağlanabileceğini belirtmiştir. Bu araştırma, bu eksiği gidermek için literatürdeki mevcut yeterlik çerçevelerinden, öğretim sürecinde öğrenci yeterliklerinin gelişimini bütün olarak sağlama ve bu gelişimi izleme açısından düzenlenmiştir.

1.5.5. Matematiksel yeterlik türlerinin ihmali. Mevcut öğrenme ortamlarında (özellikle ülkemizde) semboller ve formalizm yeterliği ve kısmen temsil yeterliğinin bileşenlerinin öğretimine önem verilmektedir. Modellemenin (matematikleştirmenin) uygulanması ve gerçek yaşam problemlerinin öğretimi ise bazı sınıflarda olsa dahi geniş kullanımı gerçekleşmemektedir. İletişim yeterliğinin uygulamalarına yer verme, problem çözme stratejisi geliştirme ve muhakeme ve argüman üretmeye göre daha az yaygın olarak görülmektedir (Turner ve diğerleri, 2015). Öğretim sürecinde çözülen soruların “niceliği” ön planda tutulmakla birlikte bu durum problem çözme için strateji üretme yeterliğini tam olarak karşılamamaktadır. Bu çalışma kapsamında matematiksel yeterliklerin her biri odak çalışmaların içeriğinin hazırlanmasında ve uygulanmasında referans alınacak olup böylece göz ardı edilen bir yeterliğin kalmayacağı düşünülmektedir.

Niss ve Højgaard (2019) eğitimsel bağlamlarda yeterliklere aktarılan bir diğer kilit rolü, matematik eğitiminde takip edilen (edilmeyen) yeterliklerle ilgili durumu tanımlamak ve karakterize etmek için analitik bir araç olarak kullanılması olarak ifade etmiştir. Bu kilit rol ışığında yeterlik düzeylerinin gelişimine odaklanılmıştır. Araştırmanın bu işlevi, 23.10.2018 günü açıklanan MEB 2023 Vizyonunda yer alan “Farklı konu alanlarında yeterlik tanımları yapılarak standartlar oluşturulacak, öğretim programlarının bu standartlara uygunluğu sağlanacaktır” ve “Çocuklarımızın her ders ve düzeyde yeterliklerinin belirlenmesi, izlenmesi ve desteklenmesi için Yeterlik Temelli Değerlendirme Sistemi kurulacaktır” ilkelerine uygundur (MEB, 2018b, s.32-34). Uygulama sürecinde düşünce üretme ve savunma, tartışmaya katılma vs. gibi özellikler ortaya çıkacak ve bu şekliyle öğretim bireyin özgürleşmesine katkı sağlayabilecektir.

Aynı zamanda matematik eğitiminde yapılan araştırmalar, uzun yıllardır bazı yeterliklerin (örneğin; modelleme, muhakeme etme gibi) değerlendirilmesi yollarıyla ilgilenmiştir. Öte yandan, *bütüncül bir şekilde yeterlik profillerini tanımlamayan ve değerlendiren* az çalışma mevcuttur (Niss & Højgaard, 2011). Bu doğrultuda yapılan en yakın girişim muhtemelen mevcut PISA araştırmalarıdır. Ancak uluslararası karşılaştırmalı bu sınavlar ise bireysel yeterlikleri çok genel kapsamda ve sadece yazılı sınavlar aracılığıyla ölçmektedir. Bir kişinin belirli bir yeterlik düzeyinin nasıl algılanabileceği, nitelendirebileceği ve değerlendirebileceğine dair ayrıntılara, belirli bir eğitim düzeyinde belirli bir matematiksel yeterliğin düzeyine ilişkin araştırmalara hala ihtiyaç vardır.

Yazılan başlıkları toparladığımızda bu çalışmada, bir öğretim süreci boyunca yeterliklerin gelişimi bütüncül bir şekilde ele alınmakta ve bu süreçte öğrencilerin yeterlik düzeylerindeki gelişimler ve öğretmenlerin bu süreci destekleme şekli incelenmektedir.

1.6. Problem Cümlesi

İlgili kısımda ortaya koyulan gerekçeler ışığında bu araştırmanım amacı, matematiksel yeterlikleri geliştirmeyi hedefleyen modüler bir programı içerik, uygulama ve öğretimin değerlendirilmesi bakımından bir bütün halinde ele almaktır. Bu noktada araştırmanın problem cümlesi: "*Matematiksel yeterlik düzeyini geliştirmeye dayalı modüler bir programın uygulama süreci ve öğrencilerin yeterlik düzeyleri üzerindeki etkisi nasıldır?"* olarak belirlenmiştir. Araştırmanın alt problemleri ise şu şekildedir:

1. Matematiksel yeterliklerin gelişimine odaklanan modüler bir programa uygun yürütülen matematik dersleri nasıl işlemektedir ve süreç içinde nasıl değişmiştir?

2. Modüler programa uygun yürütülen matematik ders sürecinin matematiksel yeterlikler üzerine etkisi nasıldır?

2.1. Modüler programa uygun yürütülen matematik ders sürecinin ortaokul 7.sınıf öğrencilerinin matematiksel yeterlik düzeylerini nasıl etkilemiştir?

2.2. Modüler programa uygun yürütülen derslerde öğretmenin, matematiksel yeterliklere yönelik vurgusu nasıldır?

2.3. Modüler programa uygun yürütülen derslerde matematiksel yeterlikler haricinde öğrencilerin matematiksel gelişimlerine etki eden farklı özellikler ortaya çıkmış mıdır?

3. Öğretmenlerin modüler programa uygun işlenen matematik dersleri hakkındaki bilgi, düşünce ve yorumları nelerdir?

4. Öğrencilerin modüler programa uygun işlenen matematik dersleri hakkındaki bilgi, düşünce ve yorumları nelerdir?

1.7. Sınırlılıklar

Bu çalışmada öncelikle 2018 yılı bahar döneminde öğretmen eğitimi yapılmış ve bu süreçte bir yandan modüllerin geliştirilmesine başlanmıştır. Modüllerde yer alan bazı etkinlik ve MO problemleri eğitime katılan öğretmenler tarafından sınıflarında uygulanmıştır. Yine devamında araştırmacı tarafından bir-iki kişilik öğrenci gruplarında kalan etkinliklerin ve MO problemlerinin çözülmesi sağlanmıştır. Tüm bu çalışmalar ön-pilot çalışma olarak kabul edilmiştir. Ancak pilot çalışma için ayrıca bir süreç uygulanamayacağı, modüllerin 7.sınıf bahar dönemi konuları üzerinde hazırlandığı dikkate alınarak 2019 yılı bahar döneminde pilot çalışma ve asıl uygulama eş zamanlı olarak uygulanmıştır. Pilot çalışma ve asıl uygulama arasında 1 yıl gibi bir süre konması çalışma sürecini uzatacağı ve olumsuz etkileyebileceği düşünülerek bu şekilde bir çözüm geliştirilmiştir.

Çalışmanın bir diğer sınırlılığı kontrolü elde olmayan bir güçlüktür. Modüllerin son hali öğretmen ile ilgili derslerden çok daha önce paylaşılmış olmasına rağmen öğretmenlerin yeterince incelememiş olduğu ve tüm etkinlik ve soruları çözmeden derse geldiği görülmüştür. Bu durum ise bazı soruları derste çözmeye çalışırken öğretmenin zorlanması ile fark edilmiş ve öğretmenin kendisi tarafından da bu “eksiklik” ifade edilmiştir.

1.8. Sınırlamalar

- ✓ Araştırma, 2018-2019 öğretim yılı bahar döneminde Bursa ilinde bulunan iki ortaokulda çalışan iki matematik öğretmeni ve onların öğrencilerinden elde edilen verilerle sınırlıdır.
- ✓ Araştırma, 7. sınıf matematik dersi bahar dönemi konuları üzerine gerçekleştirilmiştir. Bu nedenle çalışma kapsamında geliştirilen modüller bu konular ile sınırlıdır.
- ✓ Uygulama gruplarının oluşturulmasında öğrenci seçimi seçkisiz olarak atanamadığı için kontrol edilemeyen değişkenlerin deney sonuçları üzerinde etkili olmuş olabileceği düşünülmektedir.

2. Bölüm

Literatür

Bu başlık altında sırasıyla yeterlik türlerinin ayrıntılı açıklamasına, bu çalışma ile ilgili literatür taramasına ve bu çalışmanın arka planını oluşturan kuramsal çerçevelere yer verilmiştir.

2.1. Matematiksel Yeterlik Türleri

Günümüzde matematiğin bir takım bilgi ve kuralları hatırlayıp yeri geldikçe kullanma şeklindeki anlayış yerine, realitenin modellenmesini esas alan anlamlandırma ve problem çözme suretiyle oluşan bilgi ve yine bu süreç içinde gelişen beceriler olarak anlaşılması (Altun, 2018), matematik öğretiminde bilginin yanı sıra yeterlikler olarak adlandırılan aktiviteleri ve eylemleri ön plana çıkarmıştır. Bu anlayışı destekleyen başka yayınlar da vardır. Örneğin; Papert (1972) görüşünü şu şekilde ifade etmiştir:

“Matematikçi olmak birtakım bilgileri hatırda tutmaktan öte birşeydir. Matematiksel yollarla düşünebilmeyi öğrenmeyi ve öğretmeyi başarmak gerekir. Bu husus başarıldığında bilgiye ulaşmak kolaydır.” (s.249)

Bu ifadeler yeterlikleri bilginin önüne çıkarmaktadır. Temel matematiksel yeterliklerin neler olduğu ve öğrencilerde öğretim süreci içerisinde bu yeterliklerin geliştirilmesi gerektiği araştırmalarda da vurgulanmaktadır (örn. Bansilal, Webb & James, 2015; Gellert, 2004; Tai & Lin, 2015; Vithal, 2006). Bu araştırmadaki öneminden ötürü matematiksel yeterlik kavramı ve türleri aşağıda açıklanmaktadır.

Niss ve Højgaard (2019) uzunca bir liste vermek çok fazla ayrıntı sağlayacağı için yeterliklere ilişkin böyle bir sıralamanın kullanışsız olacağını ifade etmektedir. Bu noktada matematiksel yetkinliği açıklamada bir veya iki yeterlik çok az, 20 ise çok fazla görülmektedir. Yeterliklerin farklı kaynaklarda çeşitli sınıflamaları vardır. Yürütülen bazı çalışmaların ele aldığı yeterlikler Tablo 1’de sunulmuş olup çoğunlukla birbiri ile örtüşen bu yeterlikler, matematiksel aktivitenin tamamını kapsayacak bir dizi olarak belirlenmiştir.

Tablo 1

Çalışmalarda ele alınan yeterlik türleri

Çalışmaların Ele Aldığı Yeterlik Türleri						
NCTM (2000)	**MCRF Çerçevesi (2010)**	**KOM Projesi (2011)**	**Albaladejo, García ve Codina (2015)**	**PISA Çerçevesi (2016)**	**Bothma, Engelbrech & Harding, (2016)**	**Liakos, Rogovchenko, Rogovchenko (2018)**
		Matematiksel düşünme	Düşünme ve Muhakeme Etme		Matematiksel düşünme	Matematiksel düşünme
		Modelleme	Modelleme	Matematikleştirme	Matematiksel modelleme	Matematiksel modelleme
Problem çözme olarak matematik	Problem çözme	Problem çözme stratejisi tasarlama	Problem kurma ve çözme	Problem çözme stratejisi tasarlama	Problem kurma ve çözme	
Muhakeme olarak matematik	Muhakeme	Muhakeme	Argümantasyon	Muhakeme ve kanıt gösterme	Matematiksel muhakeme etme	Muhakeme ve iletişim
Temsil etme	Temsil etme	Temsil etme	Temsil etme	Temsil etme	Matematiksel varlıkları temsil etme	Temsil etme
İletişim olarak matematik	İletişim	İletişim	İletişim	İletişim	Matematikte, matematikle ve matematik hakkında iletişim	
		Sembolik, teknik dil ve işlemleri kullanma	Sembolik, teknik dil ve işlemleri kullanma	Sembolik, teknik dil ve işlemleri kullanma	Matematiksel sembolleri ve işlemleri kullanma	
Matematiksel bağlantılar	Bağlantı yeterliği	Yardım ve araçlar	Yardım ve araçların kullanımı	Matematiksel araçları kullanma	Yardım ve araçları kullanma	Yardım ve araçlar
	Prosedürel yeterlik				Prosedürel akıcılık	
					Üretken eğilim	

Her bir matematiksel yeterlik, onu diğerlerinden ayıran bir kimliğe sahip olup, kısmen birbirinden ayrı olarak tanımlanmıştır (Niss, 2015). Farklı olmakla birlikte yeterliklerin karşılıklı olarak ilişkili olduklarını, örtüştükleri durumlar olduğunu ve normalde birbirlerinden bağımsız olarak düşünülemeyeceğini anlamak önemlidir (Jankvist & Kjeldsen, 2011). Tüm yeterliklerin örtüşmesi, bir yeterliğin etkinleştirilmesi esnasında diğer yeterliklerin ikincil bir şekilde etkinleşmesi şeklinde yorumlanabilir (Niss, 2015). Diğer bir ifade ile yeterliklerden biri işlevsel, diğer yeterliklerin bir kısmı veya tamamı duruma ve içeriğe bağlı olarak yardımcı rollerde sahneye girebilir (Niss & Hojgaard, 2019). Yine de her bir yeterliğin, onu diğer yeterliklerden ayıran iyi tanımlanmış bir kimliğe sahip olması gerekmektedir (Niss & Hojgaard, 2019).

Yeterliklerin her biri, belirli matematik aktiviteleri yürütmek için gerekli somut becerilere dayanır. Bu çalışmanın odağına aldığı yeterlikler "matematiksel düşünme" yeterliği hariç tutulduğunda Niss (2003)'ün önermiş olduğu ve KOM projesi ile de sürdürülen yeterlikler ile birebir örtüşmektedir. Matematiksel düşünmenin hariç tutulma sebebi ise aslında Niss'in de kendi araştırmalarında ifade ettiği üzere muhakeme yeterliği ile çok fazla örtüşmesi ve diğer tüm yeterlikleri de içinde barındırmasıdır.

Çalışmada odak alınan yedi yeterlik iki gruba ayrılmıştır. İlk grup "matematikte ve matematikle ilgili soruları cevaplama ve soru sormaya ilişkin" ilk üç yeterliği kapsamaktadır. Bunlar; problem çözme, matematiksel modelleme ve muhakeme ve argüman üretme yeterlikleridir. Bunlardan (a) *modelleme yeterliği*, mevcut matematiksel modellerin temellerini ve özelliklerini analiz edebilme ve bunların doğruluğunu değerlendirebilme, yaşamsal durumları "matematikleştirme", (b) *problem çözme için strateji oluşturma yeterliği*, farklı türdeki matematiksel problemleri saptama, formüle etme, sınırlandırma ve hali hazırda formüle edilmiş problemleri çözebilme ve (c) *muhakeme ve argüman üretme yeterliği*, matematiksel problemleri çözmek için argümanları anlama, değerlendirme ve sonuç çıkarma anlamına gelmektedir.

İkinci gruptakiler "matematiksel dil ve araçları kullanma" ile ilgili matematiksel aktiviteyi gerçekleştirme yeterlikleri olup, bunlar dört tanedir: temsil etme, sembol ve formal dili kullanma, iletişim ve matematiksel araç ve gereçleri kullanma yeterliği. Bunlardan (a) *temsil etme yeterliği*, matematiksel varlıkların, olguların ve durumların farklı temsillerini anlayabilme ve kullanabilme, (b) *sembolik, teknik dil ve işlemleri kullanma yeterliği*, sembolleri anlama, matematiksel dil ve doğal dil arasında iki yönlü çeviri yapabilme, formülleri içeren sembolik ifadeleri kullanabilme, (c) *iletişim yeterliği*, yazılı, sözlü ve görsel matematiksel ifadeleri veya metinleri inceleme ve yorumlayabilme ve (d) *matematiksel araç ve gereçleri kullanma yeterliği*, matematiksel aktiviteler için çeşitli araç ve gereçlerden yararlanabilme ve bunlarla ilişki kurabilme durumlarını içermektedir.

Bu şekilde iki gruba ayrılmasının bir sebebi ilk üç yeterliğin temel yeterlikler olarak görülmesi ve "matematik yapma"nın bu yeterlikler üzerinden gerçekleşmesidir. İkinci grupta yer alan kalan dört yeterlik ise matematik yapmada yardımcı görev üstlenen matematik yapmayı kolaylaştıran yeterliklerdir (Altun, 2020). Yeterliklerin iki gruba bölünmesi, her iki gruptan gelen yeterliklerin, aynı gruba ait olanlardan daha az birbirine bağlı olduğunun bir göstergesi olarak görülmemelidir. Yapılan bu gruplama dışında başka olası düzenlemeler, farklı gruplar arasındaki iki yeterlik arasında yakın bir ilişkiyi gösterebilir. Örneğin, sembolik, teknik dil ve işlemleri kullanma yeterliğine sahip olma, sorulara cevap verebilmek, yani matematik problemlerini oluşturma ve çözme yeterliğine sahip olmak için genellikle kritik bir ön koşuldur (Niss & Jensen, 2011).

Yukarıda yapılan açıklamalar doğrultusunda her iki grupta yer alan toplam yedi yeterliğin ne olduğuna dair tanımlamalar ve literatür bilgisi sırayla aşağıda açıklanmıştır.

2.1.1. Matematiksel modelleme. Matematiksel modelleme, problem çözme ile birlikte matematiğin çok önemli iki kavramından biridir, çünkü matematik, yaşanan hayatla ilgili bir takım matematik modeller (formül, kural, örüntü) bulur ve bunları matematiksel olarak ifade ederek kullanıma sunar (Altun, 2020). Matematiksel modelleme, son yıllarda matematik eğitiminde en yoğun şekilde tartışılan ve yaygınlaşan konulardan biri haline gelmiştir (Blum & Ferri, 2009). Bu süreç, öğrencilerin "karşılaştıkları durumları matematiksel olarak inşa etmek, tanımlamak veya açıklamak" için kavramsal sistemler geliştirmelerini ifade eder (Lesh & Doerr, 2003, s. 9). Bu yeterlik, matematik dışı sorular, bağlamlar ve durumlarla başa çıkmak için kullanılan matematiğe odaklanır. Modellenen ekstra-matematiksel (matematik dışı olarak ifade edilen yaşamsal durum) alanın amaçları, verileri, gerçekleri, özellikleri ve nitelikleri dikkate alınırken, mevcut veya önerilen modelleri eleştirel olarak analiz etme, değerlendirme ve bu tür matematiksel modeller oluşturma, bu yeterliğin özüdür (Niss & Højgaard, 2019). Matematiksel modelleme problemleri, gerçekçi ve grafik metinler aracılığıyla, aynı zamanda hem sözlü hem de sözel olarak ilgili bilgileri elde etmeyi, yönetmeyi ve sunmayı içermektedir (Doyle, 2007). En sade şekliyle "gerçek hayat problemlerinin soyutlanarak matematik diline aktarıldığı" sürece modelleme, ulaşılan matematiksel yapıya model denmektedir (Erbaş ve diğerleri, 2014). PISA ile ilgili yayınlarda ise modelleme;

> "modelleme; bireylerin matematik bilgi ve becerilerini kullanabilecekleri durumları fark etmeleri ve tanımalarından sonra içerikte yer alan matematiksel yapıyı kurabilmelerini ifade etmektedir." (OECD, 2003).

Bu yeterlik, var olan matematiksel modelleri "matematikselleştirme", yani model elemanlarını ve sonuçlarını modellenmesi gereken gerçek alan veya durum açısından çözme ve yorumlama yeteneğini içermektedir (Niss & Højgaard, 2011). Baumert (2002) matematikleştirmeyi, bir problemi gerçek bir durumdan matematik diline aktarma, bu matematik problemini matematiğin araçlarıyla çözme ve ardından sonucu gerçek dünya problemine göre değerlendirme olarak ifade etmektedir. Bu anlamda matematikleştirme, matematik eğitimi literatüründe tanımlandığı gibi matematiksel modellemeye eşdeğerdir (Blum & Leiß, 2005; Ferri, 2006; Neumann ve diğerleri, 2013). Modelleme döngüsünün temel süreçleri içinde ve arasında ilişki kurmayı ve birbiri içinde gezinmeyi içermektedir (Blomhøj & Jensen, 2003; Blum & Leiß, 2007; Niss, 2010). Bu süreçte öğrenciler, akranlarıyla bir tartışma topluluğuna katılarak, ilişki ve örüntüleri aramakta, yorumlamakta, analiz ve muhakeme etmekte, ardından durumları açıklamakta ve gerekçelendirmektedirler (Lesh & Doerr, 2003). Bu yeterliğin aktivasyonu, bağlamsal bir problemdeki matematiksel yapıları fark etmek ve dönüşüm yapmak için gereken yaratıcılık, içgörü ve bilgi derecesiyle artar (Turner ve diğerleri, 2015). Yeterliğinin gelişmesi, doğrudan modelin yazılması ile gerçekleşmeyip, daha alt düzeyde modellenecek yapıyı fark etme, modelde verilen koşula uygun değişiklik yapma, modeli tartışma vs. de içerir (Altun, 2020).

Modelleme yeterliğinin içerdiği süreçlerle ilgili bazı değerlendirmeler şöyledir;

- Ekstra matematiksel (yaşamsal) bir durum, matematiksel işleme uygun bir forma çeviri gerektirebilir. Bu durum, varsayımlar yapmayı, bağlamda mevcut değişkenleri ve aralarındaki ilişkileri tanımlamayı ve bu değişkenleri matematiksel bir biçimde ifade etmeyi içerir. Bu çeviri matematikleştirme olarak adlandırılır.
- Matematiksel bir sonucun, ekstra matematiksel bir durum ya da bağlamla ilgili olarak yorumlanması gerekebilir. Bu durum ise bağlamın belirli unsurlarına ilişkin matematiksel sonuçların çevrilmesini ve çözümün bağlamının içeriğine göre doğrulanmasını içerir. Bu süreç ise de-matematikleştirme (sürecin matematik dışı duruma göre yorumlanması) olarak adlandırılır.
- Modelleme, belirli bağlamlarda matematiğin ötesindeki durumlara matematiksel olarak bakabilmeyi içermektedir. Aktif modelleme süreci; modellenecek olan gerçek alanı veya durumu yapılandırmayı, bunu matematiğe uygulamayı, nesneleri, ilişkileri, problem formülasyonunu vb. matematiksel bir modele dönüştüren matematiksel terimlere çevirmeyi içermektedir. Örneğin; alanı 120 m^2 olan bir evin kat planının ne olabileceği, cep telefonu kullanmanın ne kadar pahalı olduğu üzerine bir çalışma veya bir teneke kutunun optimal şeklinin belirlenmesi gibi.
- Hem içsel (modelin matematiksel özellikleriyle ilgili olarak) hem de dışsal (modellenen durumla ilgili olarak) olarak tamamlanmış modelin doğrulanmasının yanı

sıra matematiksel problemlerin çözülmesi ile sonuçlanan modelle çalışabilmeyi gerektirir. Mevcut veya önerilen modellerin analizi ile ilgili olarak; dünya nüfusunun katlanarak büyümesi üzerine çalışan bir modeli göz önünde bulundurma ve mevcut nüfus verileri ile karşılaştırma veya vücut kütle indeksi modelini inceleme gibi.

– Modelleme sürecinin matematikleştirme kısmı tarafından oluşturulan matematiksel problemlerin ele alınmasını içerir. Bu gibi durumlarda problem çözümünün yönetimi, modelleme yeterliğinin bir parçası olarak kabul edilir (Niss & Højgaard, 2011, 2019; Turner ve diğerleri, 2015).

Modelleme süreci, problem çözme yeterliği ile yakından ilişkilidir. Ekstra-matematiksel durumlarla başa çıkma, formal bir anlamda modellemeyi içermektedir, ancak böyle bir girişim matematiksel modelleme yeterliğini etkilemediğinden problem çözme yeterliği içinde mütalaa edilmelidir (Niss & Højgaard, 2019). Başka bir ifade ile gerçeğe ait unsurlarla çalışmayı gerektirmeyen, yaşamsal yönü olmayan matematik içerikli problemlerle uğraşmak, problem çözme yeterliğine aittir (Niss & Højgaard, 2011). Bir başka durum ise matematiksel alan içerisinde ortaya çıkan soruların ve problemlerin matematik içindeki işleyişi, diğer yeterlikler altında ele alınmaktadır. Bu nedenle matematikleştirme yeterliği matematiksel varlıklar yoluyla matematik dışı bağlamları temsil etmektedir. Ancak matematiksel varlıkların temsil edilmesi modelleme değil, temsil yeterliği altında ele alınmalıdır (Turner ve diğerleri, 2015).

Tüm dünyadaki sınıf uygulamalarında verilen öneme karşın öğretimde modelleme hala arzu edilenden çok daha az bir role sahiptir. Eğitim tartışmasının amaçları ile günlük okul uygulamaları arasındaki bu farkın temel nedeni ise modellemenin hem öğrenciler hem de öğretmenler için zor olarak görülmesidir (Blum & Ferri, 2009).

2.1.2. Problem çözme için strateji oluşturma yeterliği. Problem çözme matematik öğretim programının bel kemiği olarak görülmekte ve matematiksel yeterliklerin geri kalanı da bu durumu desteklemektedir (Albaladejo ve diğerleri, 2015). Matematik eğitiminin önemli bir parçası olan ve çoğu yerden beslenen bu yeterlik çeşitli matematiksel alanların içinde ve genelinde "pür" ve "uygulamalı", "açık" ve "örtük" farklı matematiksel problemleri çözebilmeyi ve kurabilmeyi (yani tanımlayabilmeyi, betimlemeyi ve formüle edebilmeyi) ve aynı zamanda kendi ve başkalarının problem çözme teşebbüslerini analiz edebilmeyi ve değerlendirebilmeyi içerir (Niss & Højgaard, 2011; Niss, 2015; Niss & Højgaard, 2019).

En genel anlamda *problem*, belirli açık sorular taşıyan, kişinin ilgisini çeken ve kişinin bu soruları cevaplayacak yeterli algoritma ve yöntem bilgisine sahip olmadığı bir durumdur (Bloom & Niss, 1991). Problem kavramında, problem çözücü için rutin olan yaklaşımların, yöntemlerin ve prosedürlerin kullanılmasından daha fazlasını gerektirdiği anlamı yer almaktadır, ancak burada dikkat edilmesi gereken en önemli nokta, bir kişi için problem olan bir durumun başkası için olmayabileceğidir (Højgaard & Jankvist, 2015; Niss & Højgaard, 2011; 2019).

Bu yeterliğe olan talep, çözüm sürecinin karmaşıklığının (örneğin, bir stratejide ihtiyaç duyulan aşamaların sayısı, çeşitliliği) artmasıyla ve sonuç olarak çözüme yönelik stratejinin uygulanmasında daha fazla üstbilişsel kontrolün gerekli olmasıyla birlikte uygun bir stratejinin tanımlanmasında yer alan yaratıcılık ve buluş derecesiyle artmaktadır (Turner ve diğerleri, 2015).

Niss ve Højgaard (2019) matematiksel yeterlik tanımlarına yönelik yaptıkları revizyonlar neticesinde problem çözme yeterliğine ilişkin iki önemli noktaya dikkat çekmektedir. İlk olarak matematiksel modelleme yeterliği ile olan benzerliği önlemek için mevcut versiyonda, problem çözme yeterliği sadece matematiğin içindeki problemlerle yani yaşamla bağlantısız, pratik hayatta matematik gerektiren pür problemlerle ilgili olarak ele alınmakta oluşudur. İkinci olarak ise problem çözmenin özellikle "stratejiler üretme ve kullanma" yönüne vurgu yapılmaktadır. Stratejiler üretme olarak da adlandırılan bu yeterliğin odağı matematiksel problem çözmenin stratejik yönleridir: bir çözüm stratejisinin seçilmesi, inşa edilmesi veya aktif hale getirilmesi ve dahil olan süreçlerin uygulanmasının izlenmesi ve kontrol edilmesi gibi (Turner ve diğerleri, 2015).

Problem çözmenin kuralları yok, ancak sistematiği vardır. Yani çözüme, belirli adımlar atıldığında kesin olarak ulaşılamamaktadır. Problem çözmeyle ilgili bu sistematiği kavramak ve bu sistematiği kullanırken başvurulacak stratejileri, problem çözmeyle ilgili temel becerileri kazandırmak önemlidir (Altun, 2019). Problem çözmede kullanılan stratejilerin başlıcaları şunlardır: Sistematik liste yapma, tahmin ve kontrol, diyagram çizme, bağıntı bulma (veriler arasında ilişki arama), eşitlik yazma, tahmin etme, benzer problemlerin çözümünden faydalanma, geriye doğru çalışma, tablo yapma gibi. Bu tür stratejiler üretip kullanabilme öğrencinin gelişmişlik seviyesiyle ilgilidir (Reys, Suydam, Lindquist & Smith, 1995).

2.1.3. Muhakeme ve argüman üretme. Bu yeterlik Turner, Blum ve Niss (2015) tarafından argümanları ve sonuçları oluşturmak, incelemek veya doğrulamak için problem unsurlarını keşfeden ve birbirine bağlayan mantıklı köklü düşünce süreçlerini kullanarak çıkarımlarda bulunma şeklinde tanımlanmıştır. Matematiksel muhakeme yeterliğinin özü, matematiksel iddiaların, cevapların ve çözümlerin matematiksel bir muhakeme çerçevesinde doğrulanması ve gerekçelendirilmesidir (Niss, 2015; Niss & Højgaard, 2019). İddiaların gerekçelendirilmesinin yanı sıra mevcut veya önerilen gerekçelendirme girişimlerinin eleştirel bir şekilde analiz edilmesini ve değerlendirilmesini de kapsar (Niss & Højgaard, 2019). Bu tür bir muhakeme süreci iddiaları, cevapları ve çözümleri doğrulayacak bir argümanlar zinciri oluşturabilmeyi gerektirmektedir (Niss, 2015). Nitekim iç içe ve birbiriyle yakından ilişkili olan bu kavramlardan (Conner, Singletary, Smith, Wagner & Francisco, 2014) muhakemenin temel olarak argümantasyon süreci için sosyal bir araç olduğu sonucuna varılabilir (Erkek & Işıksal Bostan, 2019). Argümantasyon sürecinde öğrenciler fikirlerini sunmakta, ikna edici argümanlar ortaya koymakta, akranlarının argümanlarını çürütmekte ve kendi fikirlerini savunmaktadır (Krummheuer, 2000; Stein, Engle, Smith & Hughes, 2008). Inagaki, Hatano ve Morita (1998)'e göre öğrencilerin tartışması, arkadaşlarına soru sorması, fikirlerinin arkadaşları tarafından değerlendirilmesi ve doğrudan akranlarından dönüt alması gibi süreçler bilginin yapılandırılması açısından çok etkilidir. Sonuç olarak argümantasyon bir süreç ifade ederken argüman ise süreç sonucunda ifade edilen ürünlerdir (Erkek, 2017).

Yeterlik kapsamında sağlam temelli yargılar elde etmek için gereken matematiksel bilgilere dayanan geçerli çıkarımlar oluşturulur ve bu çıkarımlar daha ileri seviyede bunları kanıtlamak için birleştirilir (Turner ve diğerleri, 2015). Formüllerin ve teoremlerin doğruluğunu ifade etme, aynı zamanda bir soru veya problem için verilen bir cevabın doğru ve yeterli olup olmadığını tespit etmeyi kapsamaktadır (Niss & Højgaard, 2011). Muhakeme etme, mantıksal çıkarımlarda bulunmaktan aksiyomlara dayalı katı ispatlar yapmaya kadar değişen gerekçelendirme formlarının geniş bir yelpazesini içerir (Niss & Højgaard, 2019). Çıkarımlarda bulunulması gereken unsurların niteliği, sayısı veya karmaşıklığı ve gerekli çıkarım zincirinin uzunluğu ve karmaşıklığı, bu yeterlikteki gelişimin artmasına önemli katkı sağlar (Turner ve diğerleri, 2015).

Krummheuer (1995), Toulmin'den (1969) alınan fikirlerden yola çıkarak matematik sınıflarında, argümantasyona ilişkin dört bileşen önermiştir: iddialar, veriler, gerekçeler ve destekler. Krummheuer (1995), argümantasyonu "gözlemlenen sınıfta, bir çözümün altında yatan muhakemenin açıklanması esnasında veya sonrasında ortaya çıkan etkileşimler" (s.231) olarak tanımlamaktadır. Argüman üretme süreci, işbirliği içerisindeki bireylerin bulundukları eylemlerin gerekçelerini sözlü olarak sunmalarını ve böylece birbirlerinin niyet ve yorumlarını değiştirmeye çalıştıkları toplumsal bir olgudur. Bu tanımlamaların Toulmin'inkinden en büyük farkı bir kişinin başkalarını ikna etmesi yerine ortak bir etkileşimin üzerinde durulmasıdır. Bu dört bileşenden biri olan *iddia*, bir bakış açısının savlarıdır; çoğu durumda ise bunlar önerilen çözüm anlamındadır. *Veriler*, iddiaların çizildiği, biçimlendiği tartışmasız olgulardır. *Destekler*, uygun gerekçeler için bağlamlar sağlarken *gerekçeler,* verilere katılan bilgi parçalarıdır. Kapsamlı bir argüman dört bileşenin tümünü içerir. Kaiser ve Willander (2005)'in ikna edici bir argümanın mevcut dört bileşenin hepsine ihtiyaç duymayabileceğini ifade etmiştir. Bunun nedeni, bağlamın kendisinin bazı unsurları gereksiz hale getirmesidir. Örneğin, problemin kendisi verileri oluşturabilir, bu yüzden onları yeniden ifade etmek gereksiz olabilir.

Cevapların ve çözümlerin gerekçelerinin dahil edilmesiyle, muhakeme yeterliği hem problem çözme hem de modelleme yeterliği ile yakından ilişkilidir (Niss & Højgaard, 2011). Bu süreçte ortaya çıkan zihinsel işlem ve yansıtma biçimleri, diğer yeterliklerin her birinin temelini oluşturmaktadır. Örneğin, bir problemi çözmek için bir yaklaşım seçmek veya geliştirmek için gerekli olan düşünme, problem çözme yeterliği altında ele alınmakta iken, bağlamsal unsurları matematiksel bir forma dönüştürmede yer alan düşünme ise modelleme yeterliği olarak ele alınmaktadır (Turner ve diğerleri, 2015). Hesap yapma gibi rutin işlemleri gerçekleştirme ise bir hesabın sonucunun gerekçesini belirtmeyi içerdiği için muhakeme yeterliği içinde olduğu söylenebilir. Aynı zamanda bu işlemlerin fiili olarak gerçekleştirilmesi, matematiksel sembollerle ilgili yeterlik kapsamına dahil edilirken, işlemi aktif hale getirebilmek için, analiz veya genel bakış gerektirirse, muhakeme yeterliği altında ele alınmaktadır (Niss & Højgaard, 2011).

Bu üç yeterliğin her birinin etkinleştirilebilmesi, matematiksel dil ve araçları ele alma ve kullanma becerisini gerektirir. Bunların arasında, matematiksel varlıkların (yani nesneler, olgular, ilişkiler, süreçler ve durumlar) çeşitli gösterimleri ayrı bir önem taşır (Niss, 2015). Burada tanımlanacak olan dört yeterlik, yukarıda açıklanan üç yeterliğin aktive edilmesi için destek rol üstlenmektedir. Bu gruplama, birinci gruptaki yeterliklerle, ikinci gruptaki yeterliklerin ayrık, kopuk olduğunu göstermemektedir. Aksine birinci gruptaki herhangi bir yeterlik, ikinci gruptaki bir veya birkaç yeterliğin aktive olması ile görünür, gözlenebilir hale gelir. Örneğin; problem çözücünün ortaya çıkan matematik problemlerini çözmek için bir strateji geliştirmesi gerekir. Bu tür bir strateji, belki "matematiksel araç ve gereçleri kullanma" ile desteklenerek "sembolik, teknik dil ve işlemleri kullanma"yı içerecektir. Çözümün son aşamasında ise problem çözücünün, çözüm sürecini ve sonucunu ve bunun yanı sıra gerekçelerini başkalarına bildirmesi gerekecektir. Bu ise bizi "iletişim" yeterliğine götürür (Niss, 2015). Burada karşılaştırılan ikinci grup yeterlikler ile ilgili açıklamalar aşağıda yer almaktadır.

2.1.4. Temsil etme. Bu yeterlik, matematiksel nesnelerin, olguların, problemlerin veya durumların farklı türde temsillerini (sembolik, cebirsel, görsel, geometrik, grafik, çizelge, diyagram, tablo halinde veya sözlü gösterimler) anlayabilmeyi, çözümlemeyi, yorumlamayı, ayırt etmeyi ve kullanabilmeyi içermektedir (Niss & Højgaard, 2011; Niss, 2015; Niss & Højgaard, 2019). Temsil yeterliği, aynı varlığın farklı temsil biçimleri arasındaki ilişkileri anlayabilme, farklı temsil biçimlerindeki bilgi kaybı ve artışını temsillerin güçlü ve zayıf yönlerini bilmeyi kapsar (Niss & Højgaard, 2011, 2019; Niss, 2015). Aynı zamanda bu yeterlik kapsamındaki önemli bir husus da duruma ve amaca bağlı olarak, aynı matematiksel nesne, durum veya olgu için farklı temsil formları arasında en uygun olanını seçmeyi içermesidir (Albaladejo ve diğerleri, 2015; Niss & Højgaard, 2011). Yani aynı matematiksel varlığın farklı gösterimlerinin, varlık hakkında içerdikleri bilgi bakımından mutlaka eşdeğer olmaları gerekmez. Bu nedenle, bu yeterlik kapsamında farklı temsiller arasında değişiklik yapılmasına ihtiyaç olabilir. Genellikle bilgi kazancı veya kaybı ile sonuçlanan bu geçişler, kazanç ve kayıplar dikkate alınarak değerlendirilebilmelidir (Niss & Højgaard, 2019).

Temsillerin öğrencilerin matematiği bağlantısız kavramlar kümesi yerine bütünleşik bir bütün olarak öğrenmesine izin verdiği inancı, matematik eğitimi topluluğunda yaygındır

(Thompson & Chappell, 2007). Grafik veya şekil çizme, fiziksel model kullanma, canlandırma yapma gibi birçok değişik şekilde temsil yapmak mümkündür. Bir üçgen çizimi üzerinde çalışan bireyin taslak üçgen çizmesi ve verilenleri bu taslak üzerinde işaretlemesi bir temsildir ve bu temsil çizimin nasıl yapılacağı hakkında akıl yürütmeyi ciddi şekilde kolaylaştırır (Altun, 2020). Bu yeterliğin temel bir örneği, sözlü temsillerin yanı sıra (örneğin, beş milyon, yüz yirmi altı bin, dokuz yüz otuz yedi) notasyonlar, semboller, romen rakamları, çivi yazısı, vb. gösterimlerin yardımıyla veya sayma çubukları, abaküs veya benzerlerinin yardımıyla aynı şekil veya büyüklükte noktalarla doğal bir sayı temsil etme veya bir sayıyı yeniden yazma yeteneği olabilir. Diğer bir temel örnek, analog ve dijital saatlerin eşdeğer olduğu, ancak zamanın tamamen farklı temsilleri olan zaman ifadeleridir. Başka bir örnek, π'nin farklı temsillerini ve aralarındaki ilişkileri anlamak ve kullanmak olabilir. Bir başka örnek ise açık bir cebirsel ifadeyi temsil edebilecek $f(x) = 3x–7$ şeklinde lineer fonksiyon kavramıdır (Niss & Højgaard, 2011). Bu yeterliğin düzeyi, çıkarılacak bilgi miktarı ile çoklu temsillerden elde edilen bilgileri entegre etme ihtiyacı ve verilen sunumları kullanmak yerine yeni sunumlar tasarlama ihtiyacı ile birlikte artar. Ayrıca, temsilin çözümlenmesinin ek karmaşıklığı ile birlikte, minimum çözümleme (bir çubuk grafik veya koordinat düzlemi gibi) gerektiren basit ve standart gösterimlerden, çoklu bileşen içeren (nüfus piramidi veya bir binanın yan yükseltileri gibi) karmaşık ve daha az standart gösterimlere kadar artış gösterir (Turner ve diğerleri, 2015).

Sembolik gösterimler matematikte özel bir öneme sahiptir. Bu nedenle, mevcut yeterlik ile matematiksel sembollerin kullanımı için "kurallara" odaklanan sembolik, teknik dil ve işlemleri kullanma yeterliği arasında yakın bir ilişki vardır ve aynı zamanda sembolik temsile bağlı olmayan matematiksel dilin bölümleriyle de ilişkilidir (Niss & Højgaard, 2011). Sadece sembolik temsillerle çalışmak; sembolik, teknik dil ve işlemler yeterliğinin kullanımı içinde iken farklı temsiller arasındaki çeviri ise her zaman temsil yeterliğinin içinde mütaala edilir (Turner ve diğerleri, 2015). Benzer şekilde sözlü veya yazılı bilgileri, fotoğraflar ve grafikleri anlamak, genellikle temsil yeterliğine ait değildir - bu iletişim yeterliğinin bir parçasıdır. Matematiksel varlıkları ve olguları temsil etmek, matematikle, matematik hakkında ve matematiğin içinde iletişim kurmakla yakından ilişkili olduğu için iletişim becerisi ile açık bir bağlantısı vardır (Niss & Højgaard, 2011; Turner ve diğerleri, 2015). Kısacası matematiksel dil ve araçları ele alma ve kullanma başlığı altında ele alınan diğer üç yeterliğin sembolik dil, sözlü veya materyal gibi belirli temsil biçimleriyle ilgilendiği söylenebilir. Bununla birlikte, bu yeterliklerin asıl vurguları, tek bir temsil kategorisi ile uğraşmak iken temsil yeterliği, aralarındaki tüm temsil ve dönüşüm yelpazesine odaklanmaktadır (Niss & Højgaard, 2019).

2.1.5. İletişim. Matematiği öğrenirken veya uygularken matematik konularında iletişimde bulunma, başkalarının yazılı, sözlü, görsel, mecazi veya hareketli matematiksel ifadelerini veya metinlerini yorumlama, matematiksel konularda başkalarına kendini ifade etme, matematiksel iletişim yeterliğinin özünü oluşturmaktadır (Niss & Højgaard, 2011; Niss, 2015; Niss & Højgaard, 2019). Burada ifade edilen *alıcı bileşen*, kullanılan matematik dili, hangi bilgilerin ilgili olduğu ve istenen cevabın doğasının ne olduğu, etkinliğin neyi ifade ettiğini anlamayı içerir. Yazılı ve bilgisayar tabanlı öğelerde, alıcı iletişim, metinleri ve görüntüleri anlama ile ilgilidir. İletişim, problemin nasıl çözüleceği, elde edilen cevabın nasıl yorumlanacağı bilgisinden ziyade, ilgili bilginin anlaşılması ya da sunulması ile ilgilidir. Bu yeterliğin ileri seviyesi, yorumlanacak materyalin karmaşıklığına göre artar; birden fazla bilgi kaynağını birbiri ile ilişkilendirme veya bilgi bileşenleri arasında hareket etme ihtiyacı olduğunda güçlenir (Turner ve diğerleri, 2015). Örneğin, matematiksel bir düşünceyi ifade edebilme; bir alıştırma ya da problemi çözme, bunun altında yer alır. Benzer şekilde, bir ders kitabındaki sunumları çözümleme ve yorumlama, alıcı tarafa örnek oluşturur (Niss & Højgaard, 2011). *Yapıcı bileşen* ise adım adım cevabı sunmaktan, kullanılan mantığın tanımını ve verilen cevabın gerekçesinden ibarettir. Yapıcı özellik, ayrıntılı bir yazılı çözüm veya açıklama sağlama ihtiyacı ile artar (Turner ve diğerleri, 2015).

Matematiksel iletişim; (1) matematik içinde iletişim, (2) matematikle iletişim ve (3) matematik hakkında iletişim olmak üzere üç temel bileşene ayrılabilir (Niss, 2003). Bunlardan;

- ✓ *Matematik içinde iletişim*; başkalarının yazdığı, konuştuğu matematiksel içerikli metinleri anlama, anladıklarını farklı şekillerde ifade edebilme, matematikle ilgili metni etkinlik, uygulama ve soru örneklerini anlama, yorumlama ve problem çözme sürecini için bunları yapabilmeyi kapsar. Sembol ve işaretleri içeren formal dili bilmeyi gerektirir.
- ✓ *Matematik ile iletişim;* konusu matematik olmayan hususlar da dahil olmak üzere her konudaki bilgi paylaşımında matematikten destek almadır. Bir anlatımı güçlendirmek için kullanılan eylemleri kapsar.
- ✓ *Matematik hakkında iletişim*; başkası ile matematik üzerine konuşma, yazılı/sözlü bilgi paylaşma ile ilgilidir. Bu kapsamda matematik hakkında iletişimde söylenen eylemlerin matematik üzerine konuşurken yapılması vardır.

Matematiğin içinde, matematikle ve matematik hakkında olan her türlü iletişim, genel iletişimin ötesine geçer ve özellikle matematiğin doğasının önemli unsurlarını içerir. Bu nedenle, matematiksel iletişim çoğu zaman matematiksel düşünce ve kavramları, terimleri, sonuçları ve teorileri veya matematiğin bir disiplin ve konu olarak diğer özelliklerini çağırır ve genellikle bir veya daha fazla matematiksel gösterimin kullanılmasını içerir (Niss & Højgaard, 2019). Öğrencilerin matematik konuşma, yazma, okuma ve dinleme şansına sahip oldukları tek yer ve dolayısıyla matematikle iletişim kurma fırsatı ve beklentisi olan tek yer matematik sınıflarıdır (Thompson & Chappell, 2007). Öğrencilerin matematik hakkında sağlam bir anlayış ve akıcılık geliştirmeleri için iletişimin tüm yönleri sınıflara entegre edilmelidir.

Yazılı, sözlü veya görsel iletişim, farklı temsil şekillerini (ve ortamlarını) kullandığından, temsil yeterliği ile yakından bağlantılıdır. Bu tür iletişim genellikle matematiksel sembol ve terimleri kullanmayı gerektirdiğinden sembolik, teknik dil ve işlemler yeterliği ile de güçlü bir bağı vardır. Bununla birlikte iletişim yeterliği, gönderen ile alıcı arasında iletişim için onların mevcut durumları, geçmişleri ve ön koşullarının dikkate alınması gerektiğinden iletişim ilişkilendirildiği diğer yeterliklerden daha ileri bir boyuta sahiptir (Niss & Højgaard, 2011).

2.1.6. Sembolik, teknik dil ve işlemleri kullanma. Bu yeterliğin temel bileşeni, matematiksel prosedürler ve dili (sembolik ifadeler, aritmetik ve cebirsel işlemler dahil) anlama ve uygulamadır. Bunların altında yatan kurallar ve teorik çerçeveler ile ilişki kurma ve tanımlar, sonuçlar, kurallar ve formal sistemler bilgisini aktive etmek ve kullanmak da bu yeterlik kapsamında yer alır (Niss & Højgaard, 2019; Turner ve diğerleri, 2015). Matematiksel sembolleştirme becerisi, matematiksel tanımlar, sonuçlar, kurallar, algoritmalar ve prosedürler gibi matematiksel içerik bilgisini aktive etmeyi, bu bilgiyi kullanmayı, sembolik ifadeleri hatırlama ve kullanmayı, formülleri veya fonksiyonel ilişkileri veya diğer cebirsel ifadeleri anlama ve yönetmeyi ve işlemlerin formal kurallarını (örneğin, aritmetik hesaplamalar veya denklemleri çözme) kullanma becerisini yansıtmaktadır (Niss, 2015; Turner ve diğerleri, 2015).

Matematiğin kendine has dili, işaretleri ve bunların kullanım kural ve formları vardır. Mevcut kuralların kullanılması, yazılı metinlerin anlaşılmasını ve sözlü iletişimi kolaylaştırır (Altun, 2020). Örneğin; üçgende köşelerin büyük harfler (A, B, C ile kenarların küçük harflerle gösterilmesi (a, b, c); yardımcı elemanların indisli yazılması (h_a, n_A, V_a) gibi. Matematiksel semboller sadece ileri matematiğin özel sembolleri değil, aynı zamanda sayı sembolleri ve aritmetikte kullanılan temel işaretleri de içermektedir. Benzer şekilde, bu sembollerin kullanımı sadece "cebirsel işlemler", "hesaplar" ve benzerleriyle değil, aynı zamanda temel aritmetiğin biçimsel tarafları ile de ilgilidir (Niss & Højgaard, 2011). Ayrıca, ölçüm birimleriyle ve türetilmiş miktarlarla (hız, yoğunluk gibi) çalışmayı da gerektirir (Turner ve diğerleri, 2015). Bu yeterlik, bir yandan, sembol ve biçimsel dili çözümlemeyi; matematiksel sembol dili ile doğal dil arasında iki yönlü çeviri yapabilmeyi ve formüller dahil olmak üzere sembolik ifadeleri kullanabilmeyi kapsamaktadır. Öte yandan, formal matematiksel sistemlerin "kurallarının" doğası hakkında bir fikir sahibi olmaya odaklanır (Niss & Højgaard, 2011). Niss ve Højgaard (2019), bu yeterliği yapıcı ve alıcı taraf olmak üzere iki yönden ele almaktadır; Matematiksel bağlamlar ve durumlar ile uğraşırken sembol ve teknik dili tanıtmaya ve kullanmaya odaklanma *yapıcı tarafın* işi iken; sembolik ifadelerin ve dönüşüm örneklerinin kodunu çözme ve yorumlama ile ilgili kısım ise *alıcı tarafın* işini oluşturmaktadır.

Temel seviyede bu yeterlik; sayılar ve sayıların kullanımı ile gösterilebilir. Daha ileri seviyede ise bilinmeyen kavramı, bağımlı-bağımsız değişkenler işin içine girer (Niss & Højgaard, 2011). Bu yeterliğin düzeyi, gereken matematiksel içeriğin ve işlemsel bilginin karmaşıklığı ve çok yönlülüğü ile birlikte artmaktadır (Turner ve diğerleri, 2015).

Bu yeterlik, sembollerin anlamları üzerine konuşlanmasından dolayı temsil etme yeterliği ile yakından ilişkilidir. Aralarında yine de bazı temel farklılıklar vardır (Niss & Højgaard, 2011). Temsil etme yeterliği, sembolik temsiller dahil olmak üzere matematiksel varlıkların çok sayıda temsilleri arasındaki ilişkilere ve dönüşümlere değinirken, mevcut yeterlik semboller ve teknik dil üzerinde yoğunlaşmaktadır (Niss & Højgaard, 2019). Sembolik ifadeleri yönlendirme, matematiksel temsilleri içerse dahi semboller, işlemler ve formal dil yeterliğinin kullanımına aittir. Bununla birlikte, sembolik ve diğer temsiller arasında çeviri, temsil yeterliği kapsamında ele alınır. Matematik dünyanın dışındaki (ekstra-matematiksel) durumların sembollerle ifadelendirilmesi ise matematikleştirme yeterliğinin bir parçasıdır (Turner ve diğerleri, 2015).

2.1.7. Matematiksel araç ve gereçleri kullanma. Geçmişte olduğu gibi, bugün de matematiksel yapıları temsil etmek veya matematiksel işlemleri gerçekleştirmeye yardımcı olmak için çeşitli fiziksel nesneler, araçlar ya da makinelerden faydalanmaktadır (Niss, 2015). Bu yeterlik, matematikte kullanılan çeşitli araçların varlığı ve özellikleri ve farklı bağlamlardaki türlerindeki olanakları ve sınırlamaları hakkında bilgi ve içgörü sahibi olmak ve bu tür destekleri yansıtıcı bir şekilde kullanabilmeyi içerir (Niss & Højgaard, 2011). Bir kişinin matematiksel çalışmalarda bu tür araç ve gereçleri yapıcı olarak kullanabilmesi, aynı zamanda kişinin kendi ve başkalarının bu tür araçları kullanmasını eleştirel bir şekilde ilişkilendirebilmesi, bu yeterliğin çekirdeğini oluşturur (Niss & Højgaard, 2019).

Matematik, ölçümler ve hesaplamalar ile ilgili olarak hem matematik varlıklarını ve olgularını temsil etmek ve sürdürmek hem de bunlarla başa çıkmak için her zaman çeşitli teknik yardımlardan yararlanmıştır (Niss & Højgaard, 2011). Matematikte araç ve gereç kullanımını göstermek için verilebilecek sayısız örnek mevcuttur. Yararlanılan bu teknik yardımlar daha düşük sınıflarda, kavramsallaştırma, bağlantıların incelenmesi, temel becerilerin öğretilmesi gibi yardımlardan, abaküsler, geometrik şablonlar, cetveller, pergeller, açıölçerler, düzgün cisimlerin modelleri (silindir, koni, küp, vs.), özel çizgili kağıt, katlama veya kesme için karton gibi araç-gereçlerin kullanımına değin geniş bir kapsama sahiptir. Bunun yanı sıra hesap makinelerinin ve bilgisayarların yansıtıcı kullanımını, matematik yazılımları (Cabri, Geometer's Sketchpad, GeoGebra vb.), akıllı cihazlar vb. teknolojik aletleri de içermektedir (Niss & Højgaard, 2011; Niss, 2015; Niss & Højgaard, 2019). Bazı matematik kavramlar da araç niteliğindedir. Örneğin birim çember tüm matematik formülleri çıkarmak için araç olarak kullanabilir (Altun, 2020). Bu yardımların her biri bir veya daha fazla matematiksel temsil türü içerdiğinden, araç ve gereçleri kullanma yeterliği temsil yeterliği ile yakından ilişkilidir. Ayrıca, belirli yardımların kullanılması genellikle oldukça kesin "kurallara" başvurma ve belirli matematiksel varsayımlara dayanması bakımından, sembolik, teknik dil ve işlemleri kullanma yeterliğiyle de bağlantılıdır (Niss & Højgaard, 2011).

2.2. Literatür

Bu kısımda matematiksel yeterlikleri konu alan çalışmalardan oluşan literatür altı boyut altında tanıtılmıştır.

2.2.1 Matematiksel yeterliklere ilişkin çalışmaların odakları. Matematiksel yeterliklerle ilgili araştırmalar son 10 yılda PISA uygulamaları üzerine oldukça artmıştır. Temelde iki tür araştırma yaklaşımı ön plana çıkmaktadır. İlki, yeterlik ve yetkinlik yapısına ilişkin teorik veya deneysel araştırmaların olduğu çalışmaları içeren yaklaşımdır. Bu tür araştırmaların ana hedefi yeterliklerdir. Yeterliklerin yapısını açıklayan, yeterliklerdeki gelişmeyi desteklemek amacıyla bireylerin gelişim aşamalarını ve yetkinliklerin ana boyutlarını belirleyen çalışmalardan oluşur. "Yeterliklerin temel bileşenleri nelerdir?", "Kavramlar aralarındaki benzerlikler ve farklılıklar nelerdir" gibi sorular bu araştırmaların temel sorularıdır (Niss ve diğerleri, 2016; 2017). İkinci yaklaşım ise matematiksel yeterliklerin başka bir amaç için kullanımını konu alan araştırmalardır. Bu tür araştırmalar da teorik ve deneysel çalışmaları içermektedir.

Temelde iki tür olarak ele alınan çalışmalar ayrıntılı bir literatür analizi sonucunda altı tema altında toplanmıştır. Bunlar; i) Matematiksel yeterlik çerçeveleri, ii) Matematik öğretimi ile ilgili paydaşlar, iii) Matematiksel yeterlik gelişimi üzerine etkili faktörler, iv) Matematiksel yeterliğe ilişkin öğretim sürecindeki faktörleri ele alan çalışmalar, v) Matematiksel yeterliklerin değerlendirme süreçleri üzerine çalışmalar, vi) Matematiksel yeterlikleri araştırma aracı olarak kullanma şeklindedir. Her bir temaya ilişkin açıklamalar aşağıda verilmiştir.

2.2.1.1 Matematiksel yeterlik çerçeveleri. Matematiksel yetkinlik kavramı yeni bir oluşum değildir. Seksenli yıllarda Hiebert (1986), öğrencilerin matematikte tam yetkin olmaları için hem kavramsal hem de prosedürel bilgiye ve ikisi arasındaki ilişkiyi anlamalarına ihtiyaç duyduğunu iddia etmiştir. Daha yakın zamanlarda ise matematiğe ve matematiksel yetkinliğe ilişkin daha zengin bir bakış açısı gelişmiştir. 2000'li yılların başında yeterlik üzerine artan odakla birlikte, iletişim, modelleme ve matematiksel düşünme gibi yeteneklerin önemini vurgulayan, farklı bilişsel beceri ve yetenekleri tanımlayan çeşitli çerçeveler ortaya çıkmıştır (Boesen ve diğerleri, 2014; Kilpatrick, 2014; Niss ve diğerleri, 2016). Birçok çerçeve, matematiğe hakim olmanın, sadece prosedürleri uygulamak ve matematiksel gerçekleri ezberlemekle sınırlı olmayan çeşitli yeterlikler gerektirdiğini vurgulamaktadır (Kilpatrick, 2014; Niss ve diğerleri, 2016). Kilpatrick (2014), matematiksel yeterlik çerçevelerini, “... bilişsel becerilerin ve matematik öğrenmede kullanılan yeteneklerin ve becerilerin sınıflanması için yapısal plan” olarak tanımlamıştır (s. 85).

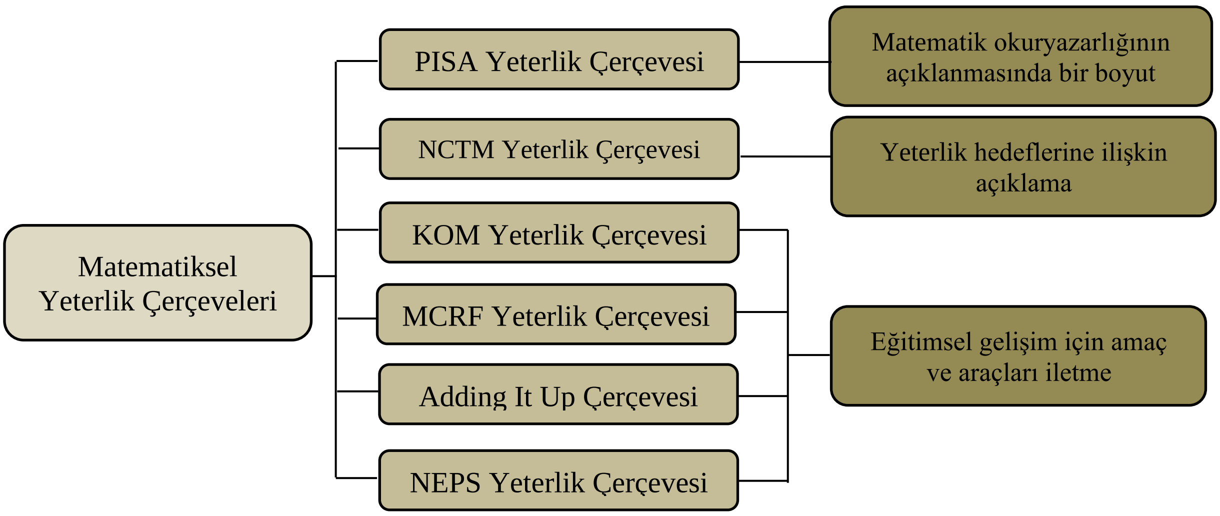
“[. . .] Matematiği bilmek, matematik yapmaktır.”

(NCTM, 1989, s. 9)

Matematiksel bir yeterlik sisteminin varlığını araştıran ve ortaya koyan çalışmalar mevcuttur. Danimarka KOM projesinda (Niss & Jensen, 2002), "Adding it up" da (Kilpatrick ve diğerleri, 2001) ve uluslararası karşılaştırmalı TIMSS ve PISA çalışmalarında yeterlik çerçeveleri kullanılmaktadır (OECD, 1999). KOM çerçevesi, Danimarka, Almanya, Katalonya, İsveç ve Norveç gibi bazı Avrupa ülkelerinde müfredat reformlarını etkilemiştir (Boesen ve diğerleri, 2014; Niss ve diğerleri, 2016; Valenta, Nosrati & Wæge, 2015). KOM Projesi ile tahminen aynı zamanda ABD araştırmacıları tarafından “Adding It Up” (Ulusal Araştırma Konseyi, 2001) ve “Tüm Öğrenciler İçin Matematiksel Yeterlik” (RAND Matematik Çalışmaları Paneli, 2003) adı altında benzer fikirler geliştirilmiş ve dile getirilmiştir (Niss & Højgaard, 2019). NCTM Prensip ve Standartları’nda (NCTM, 2000) ise yeterlik hedeflerinin uluslararası olarak etkili bir açıklaması sunulmuştur. KOM projesi, Adding it Up ve NCTM Standartları gibi yayınların temel amacı, eğitimsel gelişim için amaç ve araçları iletmektir. Bununla birlikte bu çerçevelerin birbirleriyle örtüşen yeterlik tanımları sebebi ile deneysel verilerin analizi için kullanımının ideal olarak uygun olmadığı iddia edilmiştir. (Boesen ve diğerleri, 2014). Bu iddia ile yola çıkan İsveç'teki Lithner ve diğerleri (2010), Matematiksel Yeterlik Araştırma Çerçevesini (MCRF) bu çerçevelerden ilham alarak geliştirmiştir. Bu yeni çerçevede ise genel düzeyde yeterlikler, prosedürel yeterliğin eklenmesi dışında NCTM Standartları'ndaki (2000) süreç standartlarına denk gelir, ancak MCRF'de bireysel yeterlikler, daha ayrı ve daha az örtüşen şekilde tanımlanmıştır. Şekil 3'te matematik yeterlik çerçeveleri ve bu çerçevelerin odakları ifade edilmiştir.

Şekil 3

Matematiksel yeterlik çerçevesini ortaya koyan çalışmalar



Bu çerçeveler aşağıda kısaca açıklanmıştır.

2.2.1.1.1 PISA yeterlik çerçevesi. Uluslararası karşılaştırmalı bir çalışma olan PISA, günlük yaşam bağlamlarında matematiğin fonksiyonel olarak uygulanma durumunu değerlendirmektedir. OECD (Organization for Economic Co-Operation and Development)'nin düzenlediği PISA değerlendirmeleri hâlihazırda üç temel alan ile ilgilenmektedir: Matematik okuryazarlığı, fen okuryazarlığı ve okuma becerileri. PISA değerlendirmelerinde beceriler kavramı öne çıkarılmakta olup, doğrudan bilgiyi ölçmek yerine bilgiyi kullanma şekline ağırlık verilmektedir (Altun, 2020). Matematik okuryazarlığı söz konusu olduğunda, PISA, öğrencilerin matematiksel bilgilerini, toplumdaki aktif katılımlarına hazır olmalarının bir ölçüsü olarak yaşamla ilgili bağlamlarda kullanıp kullanamayacaklarını değerlendirmek için tasarlanmıştır (Geiger ve diğerleri, 2015).

PISA ne yapar? 2003 yılından itibaren PISA, öğrencilerin matematik bilgilerini çeşitli alanlarda yansıtıcı şekilde işlevsel kullanma kapasitelerine odaklanmaktadır (OECD, 2003). Çoğu zaman otantik bağlamlardan uzaklaştırılmış, soyut bir matematik dünyasında öğretilen geleneksel okul matematiğinin aksine PISA, matematiğin gerçek dünyadaki yararını göstermeye odaklanmakta ve öğrencilerin, gerçek ve matematik dünyası arasında, genellikle karmaşık açık uçlu etkinliklere müdahale edebilmelerini istemektedir (Schleicher, 2007). Bu süreçte öğrencilerin; karşılaştığı durum veya problemi matematiksel bir forma çevirme, problemleri matematiksel müdahaleye uygun hale getirme, çözmek için gerekli matematik bilgiyi kullanma ve nihayetinde çözümü orijinal problemin bağlamına göre değerlendirmeleri beklenmektedir. Ayrıca PISA, öğrencilerin öğrenme alışkanlıklarına, öğrenme yaklaşımlarına, akademik benlik kavramlarına ve daha genel olarak okula katılımlarına bakmaktadır. Başlangıçtan itibaren benimsenen bakış açısı, matematiği temelde çeşitli ders dışı ortamlarda ve bağlamlarda, başka bir deyişle öğrenilen matematiğin işlevsel yönlerinde kullanıma koymadır (Niss, 2015). Altun (2020) ise PISA'yı, "öğrediğin sana kalsın, yapabildiğini söyle!" sloganı ile özetlemektedir.

PISA ne yapmaz? PISA tarafından değerlendirilen yeterlikler ve bunların değerlendirme şekli ele alındığında geleceğe hazırlanmak için 15 yaşındakilerin ihtiyaç duyduğu her şeyi dikkate almamaktadır. Örneğin, iyi tasarlanmış olsa da bir kişiye verilen bir test, öğrencilerin başkalarıyla iyi ilişkiler içinde olma, çatışmaları yönetme ve çözme kapasitesi, farklı değerlere, inançlara veya kültürlere saygı duyma ve onları takdir etme gibi boyutları değerlendiremez (Schleicher, 2007). Benzer şekilde PISA, yeterlikteki uzmanlığın boyutlarını sadece çok genel anlamda ve dolaylı ölçümlerini sağlar.

PISA Projesi (OECD, 2006, 2009) matematiksel yeterlik çalışması için bir çerçeve olarak kabul edilmiştir (Albaladejo ve diğerleri, 2015). PISA değerlendirmeleri, KOM projesinde geliştirilen matematiksel yeterlik çerçevesine dayandırarak 15 yaş öğrencilerin başarısına katkı sağlayan anahtar yeterlikleri belirlemeyi amaçlamaktadır. 2000 yılındaki ilk PISA anket uygulamasında matematik küçük bir değerlendirme alanı iken çerçevenin ilk versiyonu (OECD 1999), KOM projesinin sekiz matematiksel yeterliğinin bir versiyonuna vurgu yapmaktadır (Niss, 2015). İlerleyen zamanda KOM projesinde ifade edilen “matematiksel düşünme” yeterliği, muhakeme yeterliğinden ayrılması zor olan ilişkisi dolayısıyla “'muhakeme ve argüman üretme” başlığı altında birleştirilmiştir. Modelleme yeterliğine özel bir vurgu yapmakla birlikte, yeterlikler kümesinin modellemeye hizmet etmesi bakımından birbirini tekrar eden bir döngüden kaçınmak için modellemeyi yeterlik kümesinden çıkarmış, “durumları matematiksel olarak formüle etmek” anlamındaki “matematikleştirme” terimini kullanmayı tercih etmiştir (OECD, 2015). Ancak Niss (2015), PISA’nın bu yeterliği çıkarmasının mantıksız olacağını vurgulamaktadır.

PISA, yetkinliği; bilgi ve beceri, motivasyon, tutum, duygular ve diğer sosyal ve davranışsal bileşenlerin harekete geçirilmesi yoluyla çeşitli bağlamlarda karmaşık problemleri başarıyla çözme yeteneği olarak tanımlamaktadır. PISA değerlendirmelerine ilişkin Schleicher (2007) yürüttüğü çalışmasında; i) PISA'nın ne yaptığını ve yapmadığını netleştirme; ii) PISA tarafından değerlendirilen yeterliklerin sonraki eğitim, sosyal ve ekonomik sonuçlarla nasıl ilişkili olduğunu analiz etme ve iii) PISA'nın gelişmiş öğrenme sonuçlarına nasıl katkıda bulunabileceğini göstermeyi amaçlamıştır. Bu çalışmanın sonuçları, PISA'nın değerlendirdiği yeterliklerin öğrencilerin gelecekteki başarısı için oldukça öngörücü olduğunu göstermektedir. PISA değerlendirmelerine odaklanan bir başka çalışmada Niss ve arkadaşları (2017) matematiksel yeterlikleri araştırma, geliştirme ve uygulamadaki kavramları, kavramsallaştırmalarını ve rollerini uluslararası bir bakış açısıyla incelemiş ve 2015 PISA çerçevesine katkıda bulunmuşlardır. PISA matematiksel yeterlik gelişimine odaklanan Turner ve arkadaşları (2013) ise PISA'da yer alan matematiksel yeterlik grubuyla ilgili olarak matematik değerlendirme maddelerinin özelliklerinin bir analizini sunmaktadır. Bu matematiksel yeterlikleri tanımlamak, her bir değerlendirme maddesinin aktif hale getirilmesi için hangi çözümün gerekli olduğunu ölçmek ve bu yeterliklerin aktive olmasının test maddelerinin zorluğuyla nasıl ilişkili olduğunu araştırmak için bir çerçeve sunmuşlardır.

PISA, matematiksel yeterliklerin artan aktivasyonunu artan madde zorluğuyla birleştirmektedir. Zorlayıcı matematik derslerinin takibinde, öğrencilerin bu yeterlikleri geliştirmelerini gerektiren sınıf etkinlikleri ve pedagojiye ihtiyaç duyulacak gibi görünmektedir (Sawatzki & Sullivan, 2018). Bu tez kapsamında ise ifade edilen bu durum hem etkinliklerin hem de dersin yapısına yansıtılmıştır.

2.2.1.1.2. NCTM yeterlik çerçevesi. Okul Matematiği için NCTM Müfredatı ve Değerlendirme Standartları (1989), tüm K-12 öğrencileri için hedeflenen amaçlar ile uyumlu olarak her sınıf seviyesindeki matematiğe ilişkin dört standart belirledi: "Problem çözme olarak matematik"; 'İletişim olarak matematik'; 'Muhakeme olarak matematik'; ve 'matematiksel bağlantılar'. Bu standartlar, konunun edinilmesine izin veren matematiğin farklı temel süreç yönleri olarak sunulmaktadır.

Sonraki süreçte NCTM'nin Gözden Geçirilmiş Okul Matematiği İlkeleri ve Standartları (2000) olarak yayımlanan yeni belgede bazı değişikliklere gidilmiştir. Standartlar açısından bu değişiklik tüm okul seviyelerinin genel standartlarını koruyarak bu standartlar arasına "temsil etme" eklenmiştir (Niss ve diğerleri, 2016; 2017).

2.2.1.1.3. KOM yeterlik çerçevesi. Danimarka matematik eğitimi reformu için bir platform oluşturmak amacıyla Eğitim Bakanlığı ve diğer resmi kurumlar tarafından 2000'li yılların başında KOM (Competencies and The Learning of Mathematics) projesi başlatılmıştır. Projenin temel fikri, matematik müfredatının tanımını, geleneksel konu listeleri, kavramlar ve sonuçların geleneksel anlamı yerine, "matematiksel yeterlik" kavramına dayanmaktadır (Niss, 2003). KOM projesinin başlatılmasının iki ana nedeni vardır. Bunlardan birincisi matematik eğitiminde ders programı ile savaşmaktır. Savaşmak olarak ifade edilmesinin sebebi ise müfredatların bir konuya hakim olma hedefi ile önemli bazı yönleri (problem çözme, muhakeme ve modelleme gibi) ihmal etmesidir. Projenin başlatılmasının ikinci nedeni ise eğitim sistemindeki tutarlılığı ele almaktır. Bu amaçla, KOM projesinin temel fikri, önerilen matematiksel yeterlikler bütününü, ilköğretimden üniversiteye kadar tüm eğitim seviyelerinde matematik eğitimini geliştirmek için bir araç olarak uygulamaktır (Højgaard & Jankvist, 2015).

KOM projesinin üzerinde durduğu diğer bir konu, daha genel bir kavram olan öğretimin amacı ve öğretimin planlanması-düzenlenmesi arasında oluşan "eksik bir bağlantı" dır. Öğretmenlerin yalnızca çok az bir kısmının bu bağlantıyı oluşturabileceği hususu dikkate alınarak projeye yön verilmiştir (Højgaard, 2012). KOM projesinin en önemli aktivitelerinden biri, bir öğrencinin eğitim sistemi boyunca matematik yeterliklerinin gelişimindeki ilerlemeyi tanımlama, nitelendirme ve değerlendirme olanaklarını araştırmaktır. Bir öğrencinin belirli bir yeterlikteki düzeyini tanımlamak için *kapsam derecesi*, *eylem yarıçapı* ve *teknik seviye* adı verilen üç boyutu birleştirerek, öğrencinin zaman içinde ilgili yeterliği nasıl geliştirdiğini dinamik olarak açıklayan bir araç elde etmişlerdir (Niss & Højgaard, 2011).

KOM projesi sonucunda ulaşılan yeterlik tanımları, yeterlik değerlendirme önerileri ve yapısı projeyi yürüten araştırmacılar tarafından hem proje raporu hem de yayınladıkları makaleler ile paylaşılmıştır. Son olarak projeyi yürüten Niss ve Hojgaard (2019), 2002 yılında yürütülen KOM projesinden beri yaşanan pek çok yeni gelişme üzerine bu gelişmeleri değerlendirmek ve orijinal kavramsal çerçeve ve terminolojinin güncel bir versiyonunu sağlamak için temel kavramların kavramsalları yeniden gözden geçirmiştir. Terminolojinin birkaç yönünün yanı sıra bireysel yeterliklerin daha ayrıntılı tanımlamaları ve açıklamalarını ifade etmiş, farklı yeterlikler arasındaki spesifik şekilde ayrım ve tanımlama yapmışlardır.

2.2.1.1.4. MCRF yeterlik çerçevesi. Lithner ve diğerleri (2010) tarafından geliştirilen Matematiksel Yeterlik Araştırma Çerçevesinin (MCRF) amacı, yeterlikleri daha spesifik olarak ve daha az örtüşecek şekilde tanımlamak ve verilerin sınıflandırılması için bir araç geliştirmektir. MCRF, yeterliklerin birbirlerinden ayrılmasını daha da ileri götürmeyi amaçlamaktadır. Bunun altında yatan temel düşünce, aynı olguyu aynı yeterlikle kategorize etme riskinin, deneysel verileri analiz etmek için orijinal çerçevelerin kullanılmasından daha düşük olmasıdır (Boesen ve diğerleri, 2018). NCTM (2000) ve Niss ve Jensen (2002)'nin tanımlamış olduğu yeterlik çerçeveleri ile aynı olmayıp, yeni önerilen bu çerçevede mevcut yeterliklerden oldukça esinlenilmiştir. Genel düzeyde, yeterliklere prosedürel yeterliğin (algoritmaları izleme) eklenmesi dışında NCTM Standartlarındaki (2000) süreç standartlarına denk gelmektedir (Boesen ve diğerleri, 2014). Çerçevenin içerdiği yeterlik türleri; (i) Problem çözme yeterliği, (ii) Muhakeme yeterliği, (iii) Prosedürel yeterlik, (iv) Bağlantı yeterliği, (v) İletişim yeterliğidir. Bu çerçevede matematiksel yeterliklerin doğasına uygun olarak, daha iyi sınıflayabilmek için yeterlikle ilgili üç aktivite – yeterlikle ilişkili aktiviteler (CRA) – ele alınmıştır.

- Yorumlama: (bilgiyi inşa etme, anlama, yorumlama, belirleme, tanıma) yeterliklerle ilgili bilgilerin yorumlanmasıyla ilgilidir.
- Yap ve kullan: (etkinlikle meşgul olma, kurma, çözme, kullanma, cevaplama, geliştirme, tartışma, seçme, yaratma, destekleme, belirleme, uygulama, uyarlama, tahmin etme) etkinlikleri çözmek için bilgiyi kullanmakla ilgilidir. “Yap”, öğrencinin matematik bilgisini geliştirmekle, “kullan” ise matematiğin içinde ve dışında bu

bilgiye başvurmakla ilgilidir. Bu aktivitenin iki temel versiyonu ise (1) taklit etme ve (2) oluşturmadır.

- Değerlendirme/yargılama: (değerlendirme, izleme, yansıtma) matematiği öğrenme, anlama, yapma ve kullanmayla ilişkili aktiviteler ve matematik üzerine görüş ve sonuçları değerlendirme, yansıtma ve oluşturma ile ilgili üst düzey düşünceleri ve endişeleri içerir (Boesen ve diğerleri, 2018; Lithner ve diğerleri, 2010).

Lithner ve diğerleri (2010) bu çerçeveyi tanıttıkları çalışmalarında öğrencilerin matematiksel yeterliklerini geliştirmek üzere fırsatların bir dökümünü yapmışlardır.

2.2.1.1.5. Adding It Up yeterlik çerçevesi. Kilpatrick, Swafford ve Findell tarafından düzenlenen ve Ulusal Akademiler tarafından yayınlanan ve Ulusal Araştırma Konseyinin himayesinde Matematiksel Öğrenme Çalışma Komitesi tarafından Adding It Up projesi (Ulusal Araştırma Konseyi, 2001) yürütülmüştür. Bu projede yeterlik kavramı ile ilgili olarak aşağıdaki ifadeye yer verilmektedir.

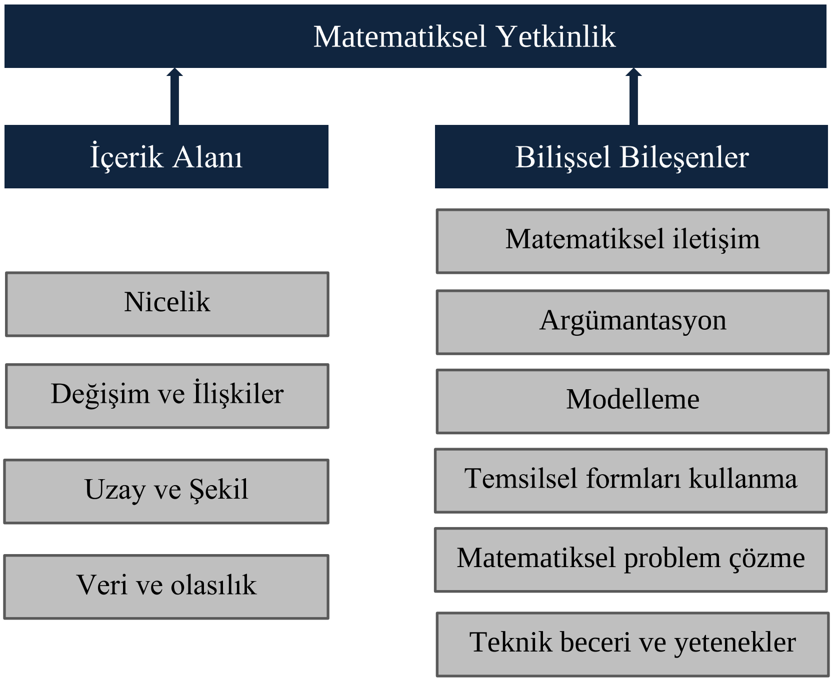
> *"Hiçbir terimin matematikte uzmanlık, yetkinlik, bilgi ve ustalık ile ilgili tüm yönleri tamamıyla tanımlamadığını kabul ederek, matematiğin başarılı bir şekilde öğrenilmesi için gerekli olduğuna inandığımız şeyleri yakalamak için matematiksel yeterlik kavramını seçtik. [...]" (Ulusal Araştırma Konseyi 2001, s. 116).*

Ulusal Araştırma Konseyi'nin (NRC) Adding It Up Projesi, iç içe geçmiş beş aşamayı belirterek matematiksel yeterlik terimini benimsemiştir. Bu aşamalar; kavramsal anlama, prosedürel akıcılık, stratejik yetkinlik, uyarlamalı muhakeme ve üretken eğilimdir. NRC ekibi yeterlik kavramı ile ilgili bu aşamaların "matematiği başarılı bir şekilde öğrenmek için gerekli" olduğunu kabul etmektedir. Kısacası bu yeni yaklaşım, matematiğin öğrenilmesi için gerekenleri ve dolayısıyla öğrenmeyi başaran bir bireyin karakteristiğini yakalama girişimidir.

2.2.1.1.6. NEPS yeterlik çerçevesi. Yeterlik gelişimi ile ilgili olarak, Almanya NEPS (National Educational Panel Study) projesi "Yeterlik yaşam boyunca nasıl gelişir?", “Öğrenme ortamları ve eğitim kararları arasında nasıl bir ilişki vardır?”, “Yeterlik gelişiminin eğitime etkisi nasıl olur?” gibi soruları incelemeyi amaçlamıştır (Weinert ve diğerleri, 2011). Bireylerde matematiksel yeterliğin gelişimini izlemek için tutarlı ve istikrarlı önlemler sağlayacak bir çerçeve önerilmiştir (bkz. Şekil 4).

Şekil 4

Matematiksel yetkinlik için NEPS çerçevesi.

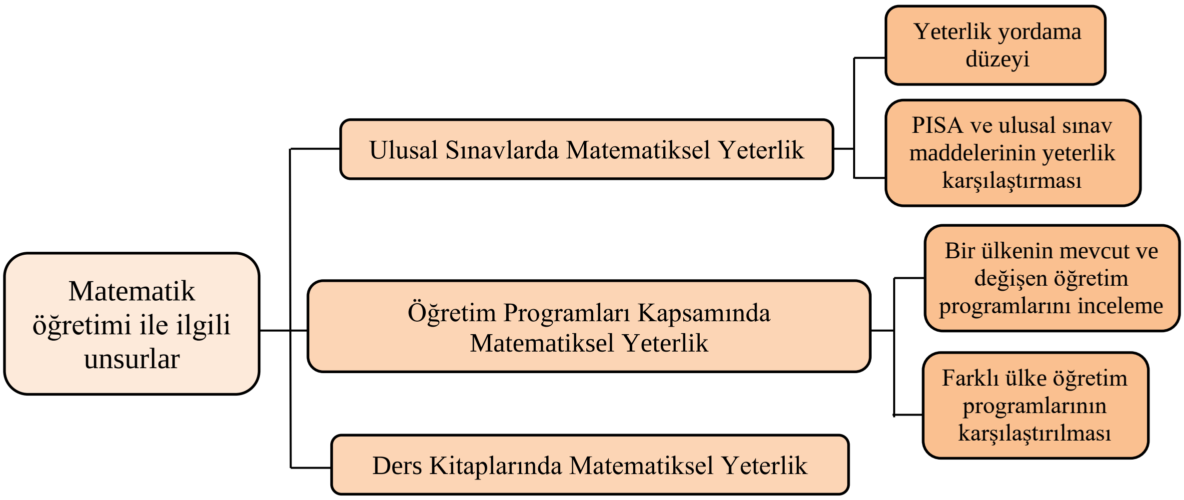


Çerçeve aynı zamanda PISA çalışmalarında kullanılan matematik okuryazarlığı kavramını da benimsemiştir. Müfredat ve matematiksel yeterlik ile uyumlu olması için (PISA'da olduğu gibi), NEPS çerçevesi, PISA çerçevesi ile çok yakından bağlantılı olarak geliştirilmiştir. Şekil 4’de görüldüğü üzere NEPS’in esas aldığı matematiksel yetkinlik kavramının bir boyutu matematiği kapsayan içerik alanlarını, diğer bir boyutu ise matematik problemlerini çözmek için gerekli olan bilişsel süreçleri içermektedir (Neumann ve diğerleri, 2013).

2.2.1.2. Matematik öğretimi ile ilgili unsurlar. Matematik öğretimi ile ilgili birçok önemli faktör işin içine girmekle birlikte bu tema altında Şekil 5'de gösterildiği üzere üç boyut yer almaktadır: ulusal sınavlar, öğretim programları ve ders kitapları.

Şekil 5

Matematik öğretimi ile ilgili unsurlara ilişkin çalışmaların odakları



İlk boyut olan *ulusal sınavlara* ilişkin Boesen, Lithner ve Palm (2018) tarafından yürütülen çalışmada, İsveç ulusal matematik sınavlarında hangi yeterlikler ve yeterlikle ilgili aktivitelerin test edildiği araştırılmıştır. Böylece sınavların yeterliği ne derece yordadığı ortaya konulmuştur. Sonuçlar, ulusal testlerin tüm yeterlikleri değerlendirdiğini ancak yeterliklerin yorumlanması ve değerlendirilmesinde sınırlı bir odaklanma gösterdiğini ortaya koymuştur. Pettersen ve Braeken (2019)'un yürüttüğü bir başka çalışmada ise PISA 2012 anketi ve Norveç ulusal sınavı matematik soruları için matematiksel yeterlik taleplerinin, madde zorluğundaki değişiklikten nasıl etkilendiğini araştırmak için öğretmen değerlendirmesi doğrultusunda açıklayıcı bir madde tepki modellemesi yaklaşımı uygulamıştır. Sonuçlar, puanlanmış yeterlik taleplerinin, PISA ve sınav maddeleri için sırasıyla madde zorluğundaki varyansın yarısından biraz daha fazlasını açıklayabildiğini göstermektedir.

Bir diğer boyut *öğretim programları* kapsamında matematiksel yeterliklere odaklanan çalışmalardır. Bu kapsamdaki çalışmalar; i) tek bir ülkenin mevcut ve değişen müfredatlarını açısından yeterlikleri ele alan ve ii) ülke müfredatlarının yeterlikleri ne düzeyde içerdiğini karşılaştırmalı olarak açıklayan araştırmalar olmak üzere iki türdedir. İlk türde yer alan araştırmalardan Abrantes (2001)'in çalışmasında, matematiksel yeterlik özellikleri için bir formülasyon ve bunun etkileri tartışılmıştır. Böyle bir yaklaşım önerildiğinde ulusal müfredat kapsamında ortaya çıkan engeller belirlenmeye çalışılmıştır. Boesen ve arkadaşları (2014) ise İsveç'teki ulusal müfredat reformunun matematiksel yeterlik hedefleri üzerine etkisini araştırmıştır. Reformla birlikte müfredata yeterlik hedeflerinin getirilmesinin etkisini araştırmak için sınıf içi gözlemler yapılmıştır. Yeni müfredatın uygulanmasından 15 yıl sonra, gözlemlenen zamanının yaklaşık %80'inde "sınıf uygulamasında hala geleneksel işlem ağırlıklı öğretimin hâkim olduğu" (Boesen ve diğerleri, 2014) tespit edilmiştir.

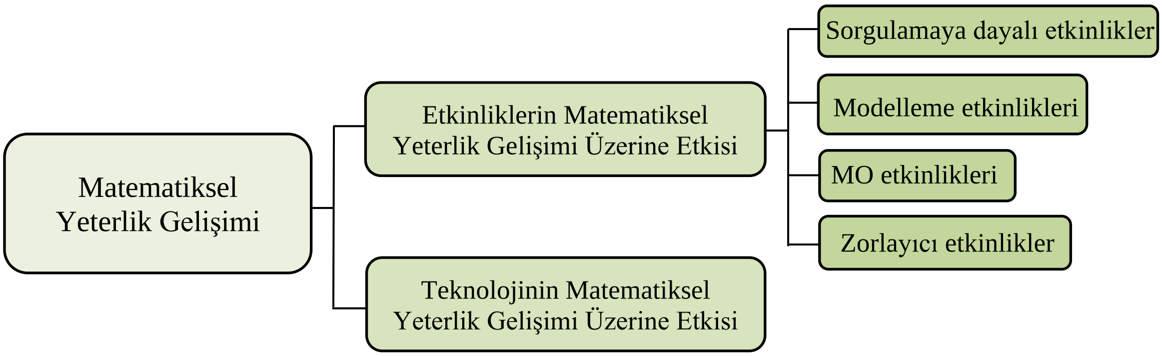
İkinci türde yer alan çalışmaların ilkinde, ICME 13 araştırma ekibinin "*Matematik eğitimi araştırmalarında yeterliklerin, bilgi ve bilmenin rolü ve kavramsallaştırma*" konusundaki çalışmaların sonuçları ile ilgili genel bir bakış sunulmuştur. Bu yapı içerisinde çeşitli ülke ve bölgelerdeki müfredatlardaki yeterlik kavramlarının nasıl ele alındığı belirtilmiştir (Niss ve diğerleri, 2016). Farklı ülke müfredatlarını inceleyen bir başka çalışmada Österholm (2018), matematiksel yeterliklerin müfredat belgelerindeki rolünü ve yetkinlikler ile içerik arasındaki ilişkiyi tartışmıştır. 11 farklı ülkenin müfredatları analiz edilmiş ve çalışmanın sonuçları, yeterliklerin matematiğe özgü olup olmadığına, yeterliklerin öğrenme hedefleri olarak tanımlanıp tanımlanmadığına ve bu öğrenme hedeflerinin sınıf seviyeleri arasında farklılaştırılmasına ilişkin üç farklı varyasyon teması ortaya koymuştur.

Üçüncü boyut ise yeterliklerin *ders kitaplarında* ele alınış şekli üzerinedir. Højgaard, (2019) çalışmasında Matematrix adı verilen bir sistemi tanıtmıştır. Bu sistem, matematik öğretmenlerini yeterlikler bakımından desteklemek üzere tasarlanan K-9 sınıflarına yönelik bir Danimarka matematik ders kitabı sistemidir. Araştırmada matematiksel yeterlikleri, matematiksel temel kavramları ve not seviyesini birleştiren üç boyutlu bir içerik ve amaç modeli sunulmuştur (Højgaard, 2019).

2.2.1.3. Matematiksel yeterlik gelişimine ilişkin çalışmalar. Matematiksel yeterliklerin gelişimine odaklanan çalışmalar temelde iki boyutta ele alınmıştır. Bu boyutlar Şekil 6 üzerinde şemalaştırılmıştır.

Şekil 6

Matematik yeterliklerin gelişimine ilişkin çalışmaların odakları



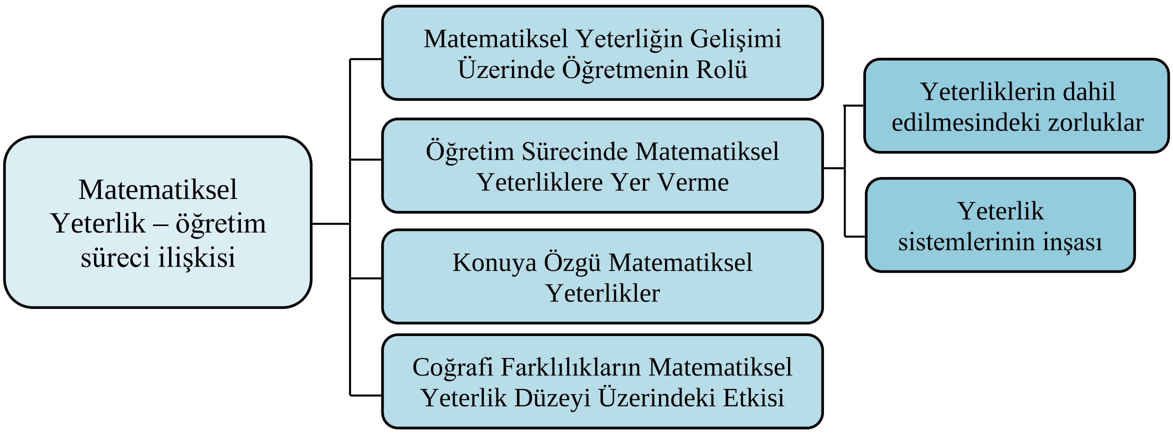
Birinci boyut, öğretim sürecinde kullanılan etkinliklerin yeterliklerin gelişimi üzerine etkisini inceleyen çalışmalardır. Bu çalışmaların bir kısmı (Liakos, 2016; Liakos & Viirman, 2017; Rensaa, 2011; Liakos, Rogovchenko & Rogovchenko, 2018) öğrencilerin matematiksel yeterliklerin gelişimi ve değerlendirilmesi için modelleme etkinliklerini önermektedir. Bu makalelerde öğrencilerin matematiksel yeterliklerindeki ilerlemenin işaretçileri ortaya konmuş, böylece matematik eğitiminde modellemenin yararlılığı için kanıtlar sağlanmıştır. Jaworski (2013) ise yürütmüş olduğu çalışmada, gelişimsel bir araştırma yaklaşımı içerisinde sorgulamaya dayalı etkinliklerin kavramsal öğrenmeyi ve yeterliklerin gelişimini teşvik etme potansiyelleri değerlendirilmiştir. Saenz (2009) ve Drabekova, Svecova ve Rumanova (2014)'ün matematiksel yeterliklerin gelişimine odaklanılan çalışmalarında MO etkinliklerinin etkisi araştırılmıştır. Capone, Adesso, Del Regno, Lombardi ve Tortoriello (2020) okul faaliyetlerini PISA tipi etkinliklerle destekleyerek matematik okuryazarlığını geliştirmeyi amaçlamış ve ana odak noktası olarak da temsil, muhakeme ve iletişim yeterliklerinin gelişimi altında yatan süreçler seçilmiştir. Sonuçta düşük dil becerileri olan, matematikte yazma alışkanlığının olmadığı ve genel olarak argümantasyonun bulunduğu sınıf bağlamlarında öğrencilerin göstergebilimsel temsili değiştirirken daha fazla zorluk yaşadıklarını göstermektedir. Tersine, başlangıçtan itibaren daha fazla dilsel yeterliklerin olduğu sınıflar ve bağlamlar için ise giderek daha eksiksiz argümanlara doğru bir evrim süreci görülmüştür. Bir diğer ele alınan etkinlik türü ise "zorlayıcı etkinlikler"dir. Zorlayıcı etkinlikler; birden fazla adımdan oluşan ve bu adımlar arasında bağlantı kurma, çok sayıda bilgiyi işleme, stratejiler üretme ve bunları açıklama ve gerekçelendirmeyi gerektirmektedir (Sullivan ve diğerleri, 2011). Matematiksel yeterlikleri aktive etmek için bilişsel eylemleri zorlayıcı karakterdeki bu etkinliklerin oluşturulması veya tanıtılması matematik öğretimi için önemli bir bileşen olarak değerlendirilmiştir (Jackson, Garrison, Wilson, Gibbons & Shahan, 2013; Sawatzki & Sullivan, 2018).

İkinci boyut teknolojinin matematiksel yeterlik gelişimi üzerine etkisini ele alan çalışmalardır. Eichelmann, Narciss, Faulhaber ve Melis (2008) çalışmalarında bilgisayar tabanlı aktiviteler aracılığıyla yeterliklerin gelişimini değerlendirmeye odaklanmıştır. Bu analizin sonuçları, bu tür etkinlikler yoluyla açık bir yetkinlik atamasının mümkün olduğunu ortaya koymuştur. Diğer bir makalede, Dinamik Geometri Sistemlerinin (DGS) ortaokul öğrencilerin matematiksel yeterlikleri geliştirmedeki etkilerini bildirmektedir. Sonuçlar, DGS'nin öğrencilere farklı derecelerde matematiksel yeterlikleri geliştirmelerine (özellikle araç kullanma, temsil ve problem çözme ile ilgili yeterlikler) yardımcı olduğuna dair kanıtlar göstermektedir. Yazılım, muhakeme, argümantasyon ve iletişim ile ilgili yeterliklerde temel ila orta seviyelerde etkili olduğu kanıtlanmıştır (Albaladejo ve diğerleri, 2015).

2.2.1.4. Matematiksel yeterlik – öğretim süreci ilişkisini ele alan çalışmalar. Öğretim süreсindeki faktörler açısından matematiksel yeterliğe odaklanan çalışmalar 4 tema altında Şekil 7'de gösterilmiştir.

Şekil 7

Matematiksel yeterlik – öğretim süreci ilişkisine dair çalışmaların odakları



İlk boyut matematiksel yeterliğin gelişimi üzerinde öğretmenin rolünü ele alan çalışmalardır. Matematik eğitiminde yeterlik odaklı yapıların başlangıcından bu yana, araştırmalarda dikkat çeken konulardan biri, öğretmenlerin matematiksel yeterlikler kavramını yorumlanması ve kullanılmasıdır. Bu çalışmalarda, öğretmenlerin mesleki gelişimlerine, yeterlik kavramını anlamalarına ve onları belirleyip destekleyebilmelerine özellikle dikkat çekilmiştir. Öğretmenler, matematiğin öğretilmesi ve öğrenilmesine yönelik yeterlik odaklı yaklaşımların yayılması ve uygulanmasında önemli bir faktör olarak görülmektedir (Niss ve diğerleri, 2016; 2017). Örneğin, Boesen ve arkadaşları (2014) matematiksel yeterlik hedeflerine ilişkin öğretmen anlayışlarını araştırmıştır. Çalışmaya katılan öğretmenlerin müfredatta yer alan yeterlik mesajına yönelik olumlu görüşlerini belirlemiştir. Ancak öğretmenlerin mesajın anlamını tanımlamaları için müfredat belgeleri yeterli olmamıştır. Dolayısıyla öğretmenlerin yeterlik mesajının işlevsel bilgisini edinemedikleri tespit edilmiştir (s. 72). Bir diğer araştırma, Palmér, Johansson ve Karlsson (2018) tarafından ilköğretim okullarında matematiksel yeterliklerin öğretimdeki potansiyelini ortaya çıkaran bir tasarım araştırmasıdır. Bu çalışmanın odak noktası, *girişimcilik* ve *matematiksel yeterliklerin* öğretimde birleştirilmesi durumunda öğretmen rolündeki değişikliklerdir. İfade edilen değişiklikler “daha az söylemek” ve “kontrolü öğrencilere bırakmaya cesaret” etmektir. Makalede, öğretmenlerin öğretim sürecindeki rolü açısından bu iki değişikliğin etkisi incelenmiş ve öğrencilerinin matematiği öğrenme olasılıklarının nasıl etkilendiğine ilişkin bazı çıkarımlarda bulunulmuştur. Bu boyuttaki diğer iki çalışma ise öğretmen görüşlerinin tespiti üzerinedir. İlk olarak Aydoğdu İskenderoğlu ve Uzuner (2017) tarafından yürütülen tarama çalışmasında sınıf öğretmenlerinin matematik öğretimi sırasında benimsedikleri yöntem, teknik ve uygulamalar ile matematiksel yeterliklerin öğrencilere kazandırılması konusundaki yetkinliklerine ilişkin görüşleri belirlenmiştir. Öğretmenlerin söz konusu yeterliklere ilişkin farklı düzeylerde bilgi sahibi olduğu ve yeterlik gelişimine dönük sınıf içi bazı çalışmalara yer vermelerine karşın kendilerini bu konuda tam olarak yetkin görmedikleri ortaya çıkmıştır. İkinci olarak Demir ve Akar Vural (2017) yine yürüttükleri tarama çalışmasında ortaöğretim matematik programında hedeflenen matematik yeterliklerinin kazandırılma sürecine ilişkin öğretmen görüşleri alınmıştır. Öğretmenlere göre matematiksel yeterliklerin kazandırılmasındaki zorlukların başında mevcut sınav sistemi, öğretim programını yetiştirme zorunluluğu ve öğrencilerin hazırbulunuşluk seviyeleri olduğu tespit edilmiştir.

İkinci boyut, öğretim sürecinde matematiksel yeterliğin gelişimine odaklanan çalışmaları içermektedir. İkinci boyuttaki çalışmalar, kendi içinde iki kısımda ele alınmıştır: i) Yeterliklerin sürece dahil edilmesindeki zorlukları ve ii) yeterlik sistemlerinin inşasını ele alan çalışmalar. Birinci kısımla ilgili olarak, Blomhøj ve Jensen (2007)’nin yürüttükleri çalışma matematik eğitimi ile ilgili çalışmaları geliştirmek amacı ile bir dizi matematiksel yeterlik tanımının uygulanmasıyla ilgilidir. Çalışma, matematiksel yeterliklerle çalışma fikrini ve bu fikri eğitim uygulamalarına dahil etme potansiyelinin bir analizini sunmaktadır.

Yeterlikleri öğretim süreçlerine dahil etmede yaşanan üç zorluk, analizin temelini oluşturur: Öğretim programıyla mücadele, öğretmenin ikilemi ve özerkliğin yönlendirilmesi.

Bu boyutta yer verilen ikinci kısımdaki çalışmalar ise şu şekildedir: Højgaard (2016)'ın çalışması, yetkinlik fikrini eğitimde uygulama ve üniversite düzeyinde bunun nasıl yapılabileceğini örnekleme üzerinedir. Bir başka araştırmada Gresalfi, Martin, Hand ve Greeno (2009), iki ortaokuldaki matematik dersinde öğretmenler ve öğrenciler arasındaki söylem analizlerine dayanarak yeterlik sistemlerinin inşası incelenmiştir. Bu çalışmanın amacı matematik derslerinde yetkinlik inşası sürecini göz önünde bulunduracak bir çerçeve sunmaktır. Çalışma kapsamında öğrencilerin katılımının, onlara verilen fırsatlar ile ne yaptıkları arasındaki ilişkinin bir fonksiyonu olarak görülmesi bağlamında öğrenciler arasında yetkinlik oluşturma yollarına odaklanılmıştır. Daha spesifik olarak, yetkinlik sistemlerinin inşa edilme biçimlerini destekleyen sınıfların iki yönüne odaklanılmıştır: aracılık (agency) ve sorumluluğun (accountability) sınıfta dağıtılması. Sınıf katılım yapılarının bu iki yönünü vurgulayarak hem analitik bir mercek hem de sınıf sistemlerinin karmaşıklığını daha iyi anlamak için bir araç sağlanmıştır. Palmér, Johansson ve Karlsson (2018) ise ilköğretim okullarında matematiksel yeterliklerin öğretiminin potansiyelini ortaya çıkaran bir eğitim tasarımı araştırması yürütmüşlerdir. Bu çalışmalar dışında farklı bir öğrenme grubu olarak mühendislik öğrencilerini (Jaworski, 2013) ve farklı bir ders olarak fizik dersindeki (Nilsen, Angell & Grønmo, 2013) matematiksel yeterliklerin rolü ve gelişimi üzerine çalışmalar yürütülmüştür.

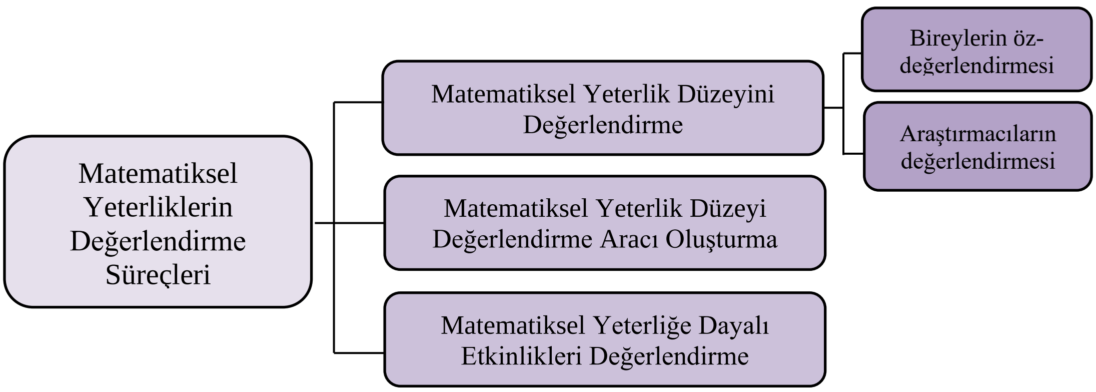
Üçüncü boyut, konuya özgü matematiksel yeterliklere odaklanan araştırmaları içermektedir. Højgaard (2012, 2016) araştırmalarında konuya özel yeterlikler ile konu arasındaki ilişkinin iki boyutlu bir yapılanmasını (ikili matris) önermiştir. Böyle bir matris yapısının yetkinlik fikrini öğretime entegre etmeye çalışırken müfredatla mücadelenin önemli bir unsur olduğunu kanıtlanmıştır. Bazı araştırmalar ise sadece belirli bir matematik konusu üzerinde matematiksel yeterliklerin entegrasyonuna odaklanmıştır. Örneğin; kesirler (Eichelmann ve diğerleri, 2008); geometri (Albaladejo ve diğerleri, 2015) gibi.

Son olarak dördüncü boyut, coğrafi farklılıkların matematiksel yeterlik düzeyi üzerindeki etkisini inceleyen araştırmalar ile ilgilidir. Bu boyutta yer alan sadece bir çalışma tespit edilmiştir. Bratti, Checchi ve Filippin (2007) tarafından yürütülen bu araştırmada, İtalyan öğrencilerin matematiksel yeterliklerindeki coğrafi farklılıkların varlığı ve büyüklüğü incelenmiştir. İller arasında, matematik okuryazarlığı ile okul binalarının bakımı ve mahalli istihdam olanakları arasında anlamlı bir ilişki olduğu bulunmuştur

2.2.1.5. Matematiksel yeterliklerin değerlendirme süreçleri üzerine çalışmalar. Matematiksel yeterliklerin değerlendirilmesine odaklanan çalışmalar 3 tema altında ele alınmış ve Şekil 8'de bu şema yapısı gösterilmiştir.

Şekil 8

Matematiksel yeterliklerin değerlendirilmesine ilişkin çalışmaların odakları



Genel anlamda araştırmaların çoğu bireysel yeterlik düzeylerini belirlemeye odaklanmaktadır. Bu değerlendirmeler (i) nitel veya nicel yöntemler ile araştırmacıların öğrencilerin yeterliklerini değerlendirmesi ve (ii) çalışma grubunda yer alan öğrencilerin kendi yeterliklerini değerlendirmesine dayanmaktadır.

(i) İlk kısımda yer alan çalışmaların ele aldığı en temel soru, yeterliklerin tamamının veya bir kısmının "matematik yapabilen" kişilerin matematiksel aktivitelerinde deneysel olarak tespit edilip tanımlanıp tanımlanamayacağıdır. Niss, Bruder, Planas, Turner ve Villa-

Ochoa’nın 2016 ve 2017 yılında yürüttükleri her iki çalışma da öğrencilerin mevcut yeterliklerinin düzeyini ve gelişimini değerlendirmedeki olasılıklar ve zorluklar odakta yer almaktadır. Bu araştırmada yeterliklerin doğası gereği mevcut karmaşıklıklara rağmen yetkinliklerin deneysel olarak tespit edilip, tanımlanabileceği gösterilmiştir. Deneysel olarak test edilmesi mümkün olmakla birlikte dikkate alınması gereken en az iki önemli zorluk olduğu ifade edilmiştir. Birinci zorluk; yeterliklerin genel olarak ayrık/bağımsız olmaması, birbiriyle iç içe geçmiş yapılarıdır. Her biri teorik terimlerle diğer yeterliklerden ayırt edilebilir, iyi tanımlanmış bir kimliğe sahip olsa bile, aktive edilmesi halinde bazı diğer yeterliklere de dayanabilir. İkinci zorluk ise bilişsel terimlerle matematiksel yeterliklerin ayrıştırılmamasıdır. Problemlerin farklı yeterlik kümelerini çağırarak, oldukça farklı yollarla çözülebilmesi sebebiyle belirli yeterlik yönlerini tam olarak ölçmenin zor olduğu açıklanmıştır. Sáenz (2009) çalışmasında öğretmen adaylarının matematiksel yeterliklerinin değerlendirilmesine odaklanmıştır. Araştırmanın sonuçları, öğretmen adaylarının matematiksel yeterliklerinin değerlendirilmesinin, okul matematiksel bilgisine (bağlamsal, kavramsal ve prosedürel) ne ölçüde sahip olduklarının bir değerlendirmesini içermesi gerektiğini göstermiştir.

(ii) İkinci kısımda yer alan Vintere (2017)’nin araştırmasında sürdürülebilir kalkınmaya yönelik matematiğin rolü araştırılmıştır. Bu kapsamda üniversite öğrencilerinden kendi matematiksel yeterliklerini (öz-değerlendirme) 0'dan 3'e kadar değerlendirmeleri istenmiştir. Sonuçlar, katılımcıların matematik öğrenme deneyiminin yanı sıra, matematik bilgi ve becerileri için yeterliklerini, ihtiyaçların yanı sıra sosyal sermaye oluşturma faktörüne göre analiz ettiklerini göstermiştir.

İkinci boyut, matematiksel yeterlik düzeylerini değerlendirme araçları üzerine odaklanmaktadır. Çeşitli çalışmalarda yeterliklerin nasıl değerlendirilebileceği hususunda çeşitli araçlar önerilmiş ve bu araçların nasıl kullanılacağı açıklanmıştır. Bu konuya ilişkin

Niss (2003), yeterlikleri değerlendirmenin üç tür genel bakış ile kullanılabileceğini ifade etmiştir: (a) standart (normatif) bir şekilde okul matematiği için sonuçlar çıkarma; (b) matematik öğretimi ve öğrenimini tanımlama ve (c) metabilişsel olarak öğretmenlerin ve öğrencilerin ne öğrettiklerini veya öğrendiklerini izlemelerine ve kontrol etmelerine yardımcı olma. Turner ve Adams (2012)'nin makalesi yeterlik değerlendirme çizelgesi olarak adlandırıdıkları aracın deneysel olarak doğrulanması ile ilgilidir. Araştırma, matematiksel yeterlikteki gelişmeyi anlamaya ve tanımlamaya, dolayısıyla da matematik müfredatındaki ve matematik öğretmenlerinin günlük çalışmalarındaki yeterliklerin yerine getirdiği etkileri belirlemeye çalışmaktadır.

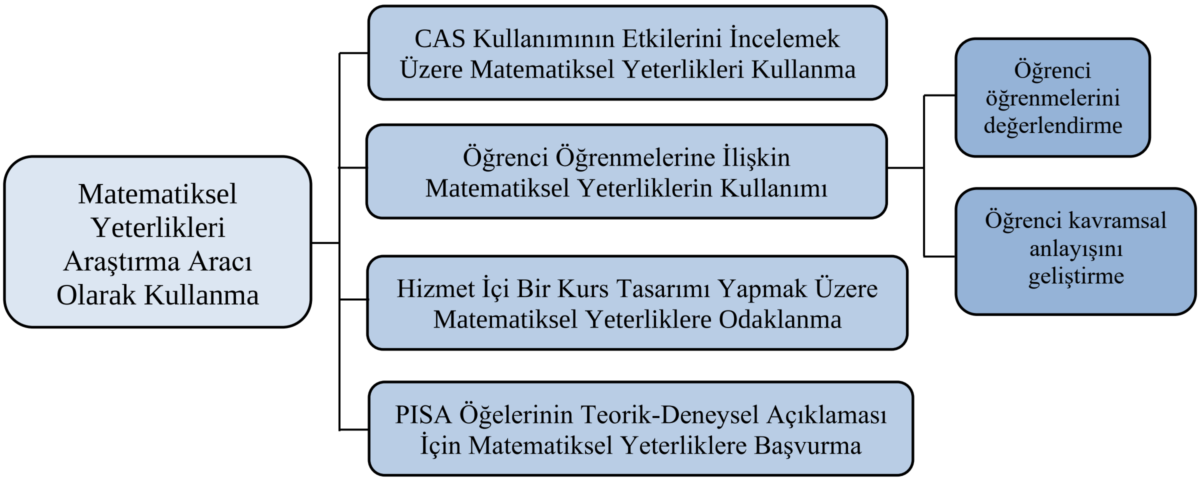
Üçüncü boyut ise etkinliklerin matematiksel yeterlikler açısından değerlendirilmesini içermektedir. Pettersen ve Nortvedt (2018) yürüttükleri çalışmalarında, öğretmen ve öğretmen adaylarının bir kısım etkinliği içerdikleri yeterlik düzeyleri açısından analiz etmeleri istenmiş ve sonuçları paylaşılmıştır. Sonuç olarak, bu şekilde bir değerlendirmenin matematiksel yeterliklerin gelişimini artırmaya uygun etkinlikleri analiz etme ve seçme aracı olarak yararlı olabileceği önerilmiştir.

2.2.1.6. Matematiksel yeterlikleri araştırma aracı olarak kullanma. Matematiksel yeterlikler, yeni matematik çerçevelerini veya öğretim programı tasarımlarını desteklemek, gerçek matematik öğretiminde ne olduğunu belirlemek ve anlamak, ilk okuldan üniversiteye ve öğretmen eğitimine verilen yeterlik odaklı öğretme ve öğrenme etkinlikleri önermek ve yeterliklere dayalı öğrenme ortamları oluşturmak için normatif bir biçimde kullanılmıştır (Niss, 2015; Niss ve diğerleri, 2017). Bu şekilde yeterlikleri bir amaçtan ziyade araç olarak kullanan çalışmalar 4 tema altında ele alınmış ve Şekil 9'da bu şema yapısı gösterilmiştir.

Matematiksel yeterlikler, öncelikli odak noktası yeterlikler olmayan teorik ve deneysel araştırma ve geliştirmeyi vurgulamak için çeşitli şekillerde kullanılmıştır. Birinci boyutta yer alan çalışmada Jankvist ve Misfeldt (2015), Danimarka'daki lise matematik eğitiminde CAS kullanımının etkilerini incelemek için matematiksel yeterlikleri kullanmıştır.

Şekil 9

Matematiksel yeterlikleri araç olarak kullanan çalışmaların odakları



İkinci boyutta yer alan çalışmalar iki kısımda ele alınmıştır. Bunlar; (i) mevcut öğrenmeyi belirleme ve (ii) mevcut öğrenmeyi ilerletme üzerinedir. (i) Jaworski (2012) bu çalışmasında mühendislik öğrencilerinin kavramsal anlayışlarını ilerletmek üzere matematiksel yeterlik çerçevesi kullanmıştır. Öğrencilere yönelik etkinlikler tasarlama ve etkinliklerin analizi için yeterlik çerçevesinin kullanımı yoluyla, böyle bir yeterlik temelli analizin uygunluğu ve öğrencinin anlayışını tanımak için yararı dikkate alınmıştır. (ii) Højgaard (2009)'un makalesinde ise öğrencinin öğrenmesini değerlendirirken ve öğrenme sürecinin amaçlarını açıklarken yeterlik tanımları temel bir unsur olarak kullanılmıştır. Değerlendirme süreci; karakterize etmek, tanımlamak ve değerlendirmek olarak üç aşamada modellenmiş ve yetkinlik tanımlarının bu sürecin karakterize etme bölümüne odaklanarak değerlendirmenin geçerliliğini arttırma potansiyeli taşıdığı sonucuna ulaşılmıştır.

Üçüncü boyutta yer alan çalışmada Jankvist ve Niss (2015) Danimarka'daki lise matematik öğretmenleri için mesleki gelişim kursu tasarlama çerçevesini açıkça yeterlikler kavramına dayandırmıştır. Højgaard ve Jankvist (2015) ise çalışmalarında, matematiksel yeterliklere dayanan matematik öğretmeni eğitimcileri için ü ç boyutlu bir eğitim tasarımı ve uygulanması tanımlanmıştır. Tasarım; ilk boyut olarak modelleme ve problem çözme yeterliğini, ikinci boyut olarak belirlenen iki matematiksel konuyu ve üçüncü bir boyut olarak didaktik bir perspektifle ikisini derinleştirmeyi içerir.

Dördüncü boyutta yer alan çalışmalarda PISA 2003'teki matematiksel yeterlikler ve PISA 2012'deki temel matematiksel kapasiteler, PISA'daki öğelerin teorik olarak analiz edilmesi ve deneysel olarak açıklanması için kabul edilen en önemli yapılar incelenmiştir (Turner, Dossey, Blum & Niss, 2013, Turner ve diğerleri, 2015).

2.2.2. Matematiksel yeterlikler nasıl analiz edilir? Öğretimde verilen birçok kararın ve müdahalenin başarısı, öğrencilerin temel yeterliklerinin ve öğrenme sonuçlarının doğru değerlendirilmesine dayanmaktadır. Sonuçlar, bireysel öğretimi ve öğrenmeyi desteklemeye yardımcı olabilir ve ideal olarak öğretimi geliştirmek için önemli bir potansiyel sunar. Bu noktada sağlam temelli yetkinlik değerlendirmelerine, yetkinlik yapıları, düzeyleri ve yetkinlik gelişimi için teorik olarak ve deneysel olarak sağlam modeller hakkında temel araştırmalara ihtiyaç vardır (Koeppen ve diğerleri, 2008).

Yetkinlik ölçümü, gerçek dünyadaki etkinliklere odaklanır ve çok sayıda yeteneğe dönük olarak verilen tepkiler performansa dahil edilir (Shavelson ve diğerleri, 2002). Eğitim süreçlerindeki araştırmacılar ve paydaşlar, eğitim sistemini izleme amacıyla belirli öğretim biçimlerinin etkinliğini test etmek, bireysel öğrenme gelişimleri hakkında geri bildirim vermek veya yetkinliklerdeki ilerlemeleri tanımlamak amacıyla öğrenci yeterliklerini değerlendirir (Koeppen ve diğerleri, 2008). Yeterlikler eğitim bağlamlarında değerlendirilir ve farklı amaçlar için kullanılabilir. Örneğin; büyük ölçekli değerlendirmelerde (örneğin, TIMSS ve PISA), belirli program, okul kurum ve sistemlerin değerlendirmesinde (Leutner, Fleischer, Spoden & Wirth, 2007), temel araştırmada ise bireysel yeterliklerin veya öğrenim çıktılarının değerlendirilmesi (Pellegrino, Chudowsky & Glaser, 2001) gibi. Yeterliğin değerlendirilmesinin öneminin yanı sıra bu değerlendirmeler zorlayıcı olarak kabul edilmektedir (Blomeke ve diğerleri, 2015b; Koeppen ve diğerleri; Niss ve diğerleri, 2016).

Yetkinlik yapılarının karmaşıklığı ve gerçek yaşam koşullarında başarıya yol açan farklı yetenek ve süreçleri anlama ihtiyacı göz önüne alındığında, değerlendirme prosedürlerinin bilişsel yeterlik modellerine dayanması giderek önem kazanmaktadır (Koeppen ve diğerleri, 2008). Yetkinliklerin değerlendirilmesi, bu yapıların karmaşıklığı göz önüne alınarak genellikle belirli yetkinlik seviyeleri belirlemeyi ve bu seviyelere ulaşılıp ulaşılmadığını kontrol etmeyi içerir (Berry, Clark & McClure, 2011). Yetkinlik değerlendirmelerinde, aynı anda çok sayıda özellik göz önünde bulundurulması ve bu özelliklerin birbirleriyle nasıl ilişkili olduklarının ortaya konması oldukça önemlidir (Blomeke ve diğerleri, 2015a). Yetkinlik değerlendirmesi, farklı gizli özelliklerin (bilişsel, geleneksel, duygusal, motivasyonel) farklı araçlarla ölçülmesine odaklanır. Geliştirilen değerlendirmeler, doğası gereği, geleneksel bilgi testleri ile sınırlı olamaz (Birenbaum, 2007). Bilgi ve kişilik testleri yani standartlaştırılmış testlerin yanı sıra performans değerlendirmeleri ve eğitim süreçlerinin gözlemleri ön plana çıkar ve bunlar önemli işlevlere sahip olan yollardır (Blomeke ve diğerleri, 2015a; Koeppen ve diğerleri, 2008).

Yetkinliklerin teorik olarak modellenmesi, değerlendirilmesi ve değerlendirme sonuçlarının pratikte kullanılması psikolojik ve eğitimsel araştırma için yeni zorluklar ortaya koymaktadır (Koeppen ve diğerleri, 2008). Alandaki araştırmacıların karşılaştığı devam eden zorluk, hangi modellerin, ölçüm kurallarının ve ölçüm prosedürlerinin çeşitli değerlendirme hedefleri için uygun bilgileri sağladığını belirlemektir (Koeppen ve diğerleri, 2008). Bu noktada yetkinlik değerlendirmesindeki en büyük zorluklardan biri, büyük miktardaki gözlemsel karmaşıklığı puanlara dönüştürmektir (Blomeke ve diğerleri, 2015a).

Pettersen ve Braeken (2019), yapılacak analizlerde başarılı olmak için, belirli bir yeterliğin ilerlemesinin (veya durgunluğunun) bir göstergesi olan kodlar belirlemiştir. Bu kodların görünme sıklığı ve belirli bir yeterliğe karşılık gelen güçlü göstergelere ihtiyaç duyulmuştur. Ele alınan bir öğrenci diyaloğunda sadece belirli bir yeterlik üzerinden analizler yapılmıştır. Bu süreçte örtüşen yeterliklerin bölümlerinin ortaya çıkması oldukça olası, ancak belirli bir yetkinliğin ilerleyişini belirleme konusunda bu bir engel olmadığı ileri sürülmüştür.

Niss ve Højgaard (2011), KOM proje raporunda yetkinliğin özünü, içerdiği "eylem" in hem fiziksel hem de davranışsal olabileceği ve harekete geçmeye yönelik içgörüye dayalı bir hazırlık olarak ifade etmektedir. Bu nedenle, bir kişinin matematiksel yeterliklerinin geçerli ve kapsamlı bir değerlendirmesi, başlangıç noktası olarak kişinin dahil olduğu matematiksel faaliyetlerle ilgili bu özelliklerin varlığını ve kapsamını tanımlamaya dayandırılmıştır. Buradaki matematiksel faaliyetler bir matematiksel etkinlik, örneğin, pür ya da uygulamalı bir matematik problemini çözme, somut matematiksel bir modeli oluşturma ya da anlama, matematiksel bir metni okuma ve anlama, matematiksel bir teoremi kanıtlama, başkalarının okuması için matematiksel bir metin yazma şeklinde olabilir. Niss (2003) ve Niss ve Højgaard (2011, 2019) çalışmalarında bir yeterliğe olan hakimiyetin ölçüsünü i) kapsama düzeyi, ii) eylem yarıçapı ve iii) teknik seviye olmak üzere üç boyut altında ele almıştır. Bir kişinin sahip olduğu yeterliğin *kapsama düzeyi*, kişinin yeterliği tanımlayan yönlere ne ölçüde hakim olduğunu belirtir. Örneğin, bir bireyin temsil yeterliğine sahip olması, yalnızca standart gösterimleri anlama ve yorumlama becerisini içeriyorsa (örneğin, sembolik, grafiksel veya tablosal gösterimleri) ancak çeviri yapma ve aralarında geçiş yapma veya bağımsız olarak tanıtma ve etkinleştirmede başarısızsa, bu yeterliğin kapsama derecesi, kendi aralarında çeviri yapabilen ve aynı zamanda aralarında geçiş yapabilen bir bireyin kapsama derecesinden daha küçüktür. Yeterliğin *eylem yarıçapı*, bireyin yeterliği başarıyla etkinleştirebildiği farklı bağlamların ve durumların kapsamını ve çeşitliliğini ifade eder. Örneğin, problem çözme yeterliğini aritmetik, cebir ve istatistik alanlarında gösteren biri, sadece cebir alanında gösteren birine göre daha fazla eylem yarıçapına sahiptir. Bir kişinin yeterliğinin *teknik* *seviyesi* ise kavramsal ve teknik açıdan gelişmiş olan olguların ve araçların, ilgili yeterlikte nasıl etkinleştirilebildiği ile belirlenir. Örneğin, bir bilinmeyenli denklemleri çözebilen ancak iki bilinmeyenli denklemler için çözüme ulaşamayan kişi, her ikisine de ulaşabilen kişiden daha düşük bir teknik seviyede temsil etme yeterliğine sahiptir. Sınıf içi uygulamalar sürecinde öğrencilerin matematiksel yeterliklerinin gelişimlerini tanımlamak ve karakterize etmek için üç boyutlu bu çerçeve referans alınmıştır. Bu modelde (dikdörtgenler prizması şekli), bir yeterliğe sahip olmak bir hacim ile temsil edilir ve sonuç olarak ilerleme, artan bir hacme karşılık gelir. Böyle bir ilerleme, bireyin bu boyutlardan en az birine göre bir artış yaşadığı ve gösterdiği ve hiçbirinde azalma olmadığı anlamına gelir. Bir yeterliğe sahip olmanın kısmi bir sıralaması: ". . . göre ... dan daha fazla (veya daha az) . . ." şeklindedir.

Liakos, Rogovchenko ve Rogovchenko (2018), yeterlik gelişimlerine odaklandıkları ders gözlemlerinin analizlerinde sadece bir yeterliğin aktivasyon sıklığının değil, aynı zamanda her bir aktivasyon durumunda yoğunluğunun da kaydedilmesi gerektiğini önermiştir. Yeterliklerin yoğunluğunu matematiksel içeriğin anlaşıldığına dair kanıtlar aracılığıyla değerlendirmişlerdir. Buna göre yaptıkları kodlamalar: C1 - az ya da hiç kanıt yok, C2 - arada sırada, B1 - sınırlı, B2 - temel, B3 - önemli, A1 - tam, A2 - derinlemesine, A+ - olağanüstü/ender anlamı taşımaktadır. Öğrencilerin matematiksel yeterliklerinin dönem içinde ve dönem boyunca gelişimlerine yönelik bir değerlendirme aracı tasarlamak için "davranış alanındaki belirli ilişkileri tanımlayacak ve koruyacak şekilde deneysel birimlerin belirli özelliklerine atanması için bir prosedür" (Lord & Novick, 1968) olarak ölçümü tanımlayan işlemselci görüş benimsenmiştir. Transkriptler ve öğrenci yazıları, tüm öğrenciler ve gözlenen dersler için her bir yeterliğin sıklığı ve yoğunluğu için çok sayıdaki heterojen veri seti ile sonuçlanan yeterlikler her aktifleştiğinde kodlanmış ve puanlanmıştır. Yeterliklerin gelişmesindeki eğilimleri tespit etmek için veriler nicel (1 değeri C1, 2 değeri C2, 3 değeri B1, vb. olarak atanır) hale getirilmiştir.

Liakos ve Viirman (2017) yeterliklerin analizinde iki aşamalı bir analitik süreç kullanmıştır. İlk aşama, KOM projesinden esinlenilen bir kodlama sistemine dayanmaktadır. Bu aşamada, öğrenciler tarafından eyleme getirilen belirli yeterliklerin işaretçilerini belirleme üzerine odaklanılmaktadır. Bu kodlama sisteminin "gösterge aracı" (manifestation tool) olarak çalışması amaçlanmaktadır, ama aynı zamanda her bir yeterliğin gelişiminin izlenebileceği bir araç olarak da bir dereceye kadar çalışacağı beklenmektedir. Belirli bir yeterliğin göstergesi tespit edildikten sonra yeterliğin gelişimini gösteren ikinci aşamaya geçilmiştir. Bu aşamada ise KOM projesinin üç boyutlu modeli kullanılmıştır.

Pettersen ve Nortvedt (2018) etkinliklerdeki matematiksel yeterlik düzeylerini tanımladıkları çalışmalarında, her bir yeterlik için dört seviye (0 - 3) tanımlamıştır. Matematiksel bir etkinliği analiz ederken, etkinliğin talebine en uygun yeterlik seviyesi, odaklandıkları altı yeterliğin her biri için tanımlanmıştır. Daha yüksek bir derecelendirme daha yüksek bir bilişsel talebe işaret eder. Örneğin; seviye 0 olarak derecelendirilen bir yeterlik, etkinliğin bu yeterliği etkinleştirmediğini (veya sadece asgari derecede etkinleştirdiğini), seviye 3 ise gelişmiş veya karmaşık bir seviyeyi ifade eder.

Boesen ve diğerlerinin (2014) yeterliklere odaklandıkları ders gözlemlerinin analizi, bir dersi matematiksel aktiviteler içeren tutarlı bölümlere bölmeye dayanmaktadır. Bölümler, öğrencilerin derse katılımına göre A'dan D'ye olmak üzere dört farklı türde sıralanmıştır:

(A) Öğretmen, öğrencilerin gözlenen ders sırasında üzerinde çalıştıkları etkinliklerle doğrudan ilgili olmayan bir tür bilgi (tüm sınıfa veya büyük bir gruba) sağlar.

(B) Öğretmen, gözlemlenen derste bireysel olarak (küçük grup dahil) çalışan öğrencilerin etkinliklerde kullanılması öngörülen bilgileri (tüm sınıfa veya büyük bir gruba) sağlar. Bu kısım ayrıca öğrencilere yöneltilen birkaç kısa soru içerebilir.

(C +/−) Öğretmen büyük bir grupta veya tüm sınıfta etkinlik çözme sürecini yönetir (öğretmen girişimlerin çoğunluğunu yaparsa C−, öğrenciler yaparsa C +).

(D) Öğrenciler bireysel olarak veya küçük gruplar halinde etkinlikle uğraşırlar.

Altı yeterliğin her biri için, her bir tutarlı matematiksel bölümde yorumlama (I), yapma ve kullanma (II) ve yargılama (III) olmak üzere "yeterlikle ilgili aktivitelerin (CRA)" varlığına bakılmıştır. Herhangi bir öğrenci tarafından gerçekleştirilen her etkinlik aynı şekilde analiz edilmiştir. Analizler kapsayıcı bir şekilde yapılmıştır. Örneğin, matematiksel bir konu hakkında herhangi bir konuşma, bir iletişim CRA'sı olarak bölümün puanlandığı anlamına gelmektedir. Ders kitabındaki bir etkinlik, öğretmen veya kitap tarafından verilen benzer örnekleri veya belirli şablonları olmayan bir tür ise etkinlik, bir problem çözme yeterliği olarak kategorize edilmiştir. Benzer şekilde, öğrencilerin ders kitabındaki bir metni yorumlamaları gereken tüm etkinlikler, iletişim yeterliğine yönelik olarak kategorize edilmiştir. Bir etkinliği muhakeme yeterliğine ihtiyaç duyan bir kategoride sınıflandırmak için ana kriter, öğrencilerin cevaplarını doğrulamalarının istenmesi olarak belirlenmiştir. Benzer şekilde temsil yeterliği her öğrencinin bir temsil ve onun anlamını göz önüne alması gerektiğinde ele alınmıştır (örneğin bir tabloyu veya şemayı yorumlama, birden fazla temsili ilişkilendirmek gibi).

Her bir yeterlik için PISA üç uzmanlık seviyesi tanımlamıştır: çeşitli matematik problemlerini çözmek için gerekli olan bilişsel gereksinim türlerine göre *üretici, ilişkilendirici* ve *yansıtıcı* (OECD, 2003). Üretici düzeyde, öğrencilerin uygulamalı materyalleri çoğaltmaları ve rutin işlemler yapmaları beklenmektedir. İlişkilendirici düzeyde, öğrencilerin uygulamalı materyalleri birleştirmeleri, bağlamaları ve genişletmeleri gerekmektedir. Son olarak, yansıma düzeyinde, öğrencilerin yeni bağlamlara ileri düzey muhakeme, argümantasyon, soyutlama ve modelleme yapmaları gerekir. Örneğin; Albaladejo ve diğerleri (2015) çalışmalarında geometri alanına özgü olarak üzere bu süreç becerilerini geometriye özgü olarak tanımlanmış ve bu şekilde her bir yeterlik için göstergeler oluşturmuştur. Ancak

PISA son yayınladığı raporlarında bu seviye tanımlamasından vazgeçmiş ve raporlarında yer vermemiştir.

Bu araştırmada yeterlik düzeylerine ilişkin elde edilen verilerin incelenmesinde ve analizinde yukarıda açıklanan analiz şema ve yöntemleri dikkate alınmıştır.

2.2.3. Kuramsal Temeller. Bu çalışma (i) Yapılandırmacılık, (ii) Gerçekçi Matematik Eğitimi (GME), (iii) Sorgulamaya Dayalı Öğretim kavramlarını temel almaktadır. Yapılandırmacılık ile yakın bir karaktere sahip olan GME, özel olarak matematiğe ait olması, matematik kavramların doğasına uygun olarak yatay ve dikey matematikleştirme sürecini esas alması bakımından matematik eğitimine uygun düşmektedir. Sorgulamaya dayalı öğrenme ise GME modelinin bir diğer ayağıdır. Sorgulamaya dayalı öğrenme, eleştirel düşünme, problem çözme ve iletişim becerilerinin sadece bilgi vermekten daha önemli olduğu öğrenci merkezli bir öğrenimdir (Eisenkraft, 2003; Goldston, Day, Sundberg & Dantzler, 2010). Bu tür bir öğrenme sürecinde de en önemli prensip yapılandırmacılığın uygulanmasıdır (Dagys, 2017). Sorun bu kuramlardan öğretimde en etkin şekilde nasıl yararlanılacağı hususunda ortaya çıkmaktadır. Bahsi geçen bu kavramlar aşağıda sırayla açıklanmaktadır.

2.2.3.1. Yapılandırmacı Kuram. Yapılandırmacılık, bilginin nasıl oluştuğu, insanın bilgiyi nasıl elde ettiği ile ilgili bir kuramdır (Doolittle, 1999). Bu kuram; bilginin yapılandırılması hakkında bir teori ve bilginin oluşumu hakkında bir düşünme şekli (Otting & Zwall, 2003), öğrenenin bilgiyi, bireysel ve sosyal olarak kendisinin yapılandırdığını kabul eden bir yaklaşımdır (Özden, 2005).

Öğretimde yapılandırmacı kuram bilgi oluşumunu esas almasından dolayı bilimsel bir temele dayanmaktadır ve bundan ötürü yaygın kabul görmektedir. Yapılandırmacı öğretim bireyin bilgiyi kendisinin oluşturabileceği savına bağlı olarak; öğrencinin hedeflenen bilgi ve becerileri, kendisinin sahiplik ettiği, bizzat sorumluluk aldığı öğrenme etkinlikleri ile kazanmasını hedefler. Yani bilgi öğrenci tarafından oluşturulmalıdır/yapılandırılmalıdır.

Matematik konuları buna uygundur, tüm matematik kavram ve beceriler öğrencilerin yapılandırabileceği türdendir (Altun, 2020).

2.2.3.2. Gerçekçi Matematik Eğitimi. GME hem matematiksel yapı içinde hem de öğrenilmiş bilgi ve bağlamsal durumlar arasında matematik öğreniminde insan aktivitesini vurgulayan, kendi matematiksel bilgisini yapılandıran öğretimi amaçlamaktadır (Treffers, 1993; Wubbels, Korthagen & Broekman, 1997). Bu öğretim modelinin isminde geçen ve orijinal dilinde 'zich realizeren' olan “gerçekçi” teriminin, Van den Heuvel-Panhuizen (2001) tarafından 'hayal etmek' anlamı taşıdığı vurgulanmıştır. Bu terim, “gerçeklik” ile ilişkilendirilmekte ve eğitim ortamlarında gerçeklik ve gerçekçiliğin nasıl tanımlanması gerektiğine yönelik açıklamalar yapılmıştır (Greer, 1997; Säljö, 1991a, 1991b). Bu noktada gerçekçi matematikte etkinliklerin bağlamı her zaman gerçek dünyaya ait değildir; hayal edilebilir, temsil edilebilir ve bu nedenle modellenebilir olan hayali dünyanın nesneleri matematiksel olarak eşit derecede uygun bir bağlam oluşturabilir (Csíkos & Verschaffel, 2011). Gerçekler arasındaki güçlü ve ilgili bağlantılar, yaşam bağlamları ve öğrencilerin matematiksel öğrenmeleri GME'nin temel bir özelliğidir.

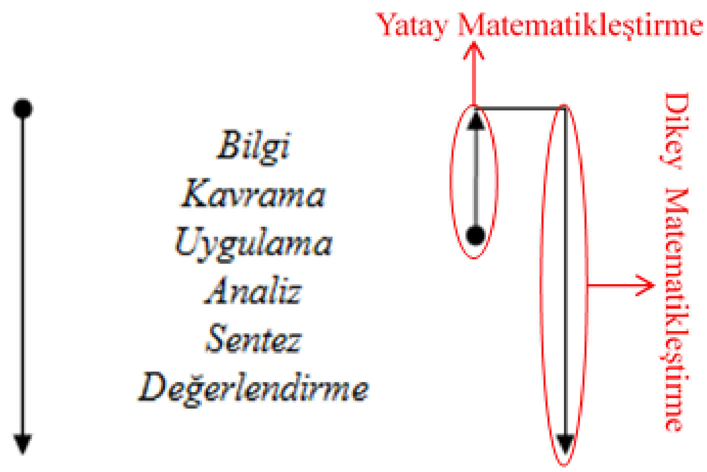
GME’de esas olan, öğretime yaşamsal bir durumla başlamaktır (Van den Heuvel-Panhuizen 1996; 2003). Doğal bir problemle başlayan öğretim, süreç içinde yeni kavram ve genellemelerin matematiksel bir dille anlatılması (şemasını, grafiğini, taslağını çizme vb.) şeklinde işleyen bir öğrenme süreci vardır. Öğretim, **tanımlara en son** ulaşılacak şekilde düzenlenmektedir (Altun, 2020).

Freudenthal’a göre matematik, yaşamsal problemler ile başlamış ve matematiksel kavramların tamamı, insanın gerçek yaşamı matematikleştirmesi suretiyle ortaya çıkmıştır (Gravemeijer, 1990). Burada geçen matematikleştirme terimi ise Freudenthal tarafından geliştirilmiştir (Van den Heuvel Panhuizen, 1996, 2000, 2003). Matematiksel aktivite süreçlerini ifade eden matematikleştirme, okulda öğretilmesi gereken bir sistem olmaktan ziyade gerçeklikten yola çıkarak matematiksel kavramı organize etme aktivitesidir (Csíkos & Verschaffel, 2011).

Bu modele ilişkin yapılan araştırmalar sonucunda Treffers (1993) yatay ve dikey matematikleştirme kavramlarını ortaya koymuştur. *Yatay matematikleştirme* kişinin hayatını sürdürdüğü gerçek dünyadan, sembollerin şekillendirilip, düzenlendiği ve manipüle edildiği matematik dünyasına geçiş sürecini kapsamaktadır (Freudenthal, 1991). GME'nin ilk adımı olan yaşamsal durumun öğrencilere sunulması ile yatay matematikleştirme süreci başlamış olur. Bu süreçte öğrenciler, gerçek yaşam problemini düzenleyip, çözmek için matematiksel araçları kullanırlar (Van den Heuvel-Panhuizen & Drijvers, 2014). Öğrencilerin hedeflenen matematiksel kavrama ulaşmaları ile yatay matematikleştirme süreci tamamlanır. *Dikey matematikleştirme* ise ulaşılan bu kavramı kullanıp daha ileri matematik kavramlara ulaşma, elde edilen kavramı genelleştirme, sembollerle çalışma ve kavramlar arasında ilişki kurarak formüllere ulaşmadır (Van den Heuvel-Panhuizen & Drijvers, 2014). Yatay matematikleştirme ile oluşturulan bilgi, dikey matematikleştirme için temel oluşturmaktadır.

Şekil 10

Matematikleştirme sürecinin Bloom taksonomisi üzerinden açıklanmas



Kaynak: Altun, 2018

Bundan ötürü dikey matematikleştirmenin gerçekleşebilmesi için önce yatay matematikleştirmenin gerçekleştirilmesi gerekmektedir (Freudenthal, 1973). Kavramların daha net anlaşılması için Şekil 10'da Bloom taksonomisi üzerinden matematikleştirmenin iki boyutu açıklanmıştır. Şekilden de görüleceği üzere Bloom taksonomisi bilgi basamağından değerlendimeye doğru giderken, GME'de uygulama basamağından başlanır ve bilgi ulaşılır. Devamında ise bilgiden değerlendirmeye doğru süreç işlemektedir.

GME özü itibari ile yapılandırmacı karaktere sahip bir öğretim yaklaşımı olup, yapılandırmacı öğretimden farkı bilgiye ulaşmada izlenen yollarda ortaya çıkmaktadır (Gravemeijer & Doorman, 1999). Bu kuramın, özel olarak matematiğe ait olması, matematik kavramların doğasına uygun olarak yatay ve dikey soyutlama sürecini esas alması yani bilimsel bir temele oturması önemini artırmaktadır.

Bu çalışmanın özü itibariyle öğretilen matematik ile yaşam arasındaki kopukluğu gidermeyi amaçladığından GME öğretim süreci ile yüksek derecede uyumludur.

2.2.3.3. Sorgulamaya Dayalı Öğretim. Sorgulamaya dayalı öğretim (SDÖ) iyi yapılandırılmamış (ill-structured) ancak anlamlı problemler üzerinde çalışmayı gerektirir (Yoshinobu & Jones, 2013). Matematik eğitiminde sorgulama alanı oldukça geniştir. İnsan faaliyetlerinin neredeyse tüm alanlarını kapsayan uygulamalar, birçok günlük yaşam olgusu, SDÖ için önemli kaynaklarıdır. Ayrıca, matematiksel nesnelerin kendileri (sayılar, geometrik şekiller, cebirsel semboller, grafikler vb.) önemli bir matematiksel sorgulama kaynağıdır (Artigue & Blomhoj, 2013). Mevcut sosyo-yapılandırmacı öğrenme görüşleriyle tutarlı olarak, SDÖ yöntemleri akran etkileşimleriyle desteklenen bireysel bilgi yapısını vurgular (Cobb, Yackel & McCain, 2000). Ders kitabı yerine özenle tasarlanmış bir dizi etkinliği izleyen öğrenciler, matematiksel argümanlar oluşturur, bunları analiz eder ve eleştirir. Sınıfta öğrenciler küçük grup çalışması yoluyla veya tahtada çözümler sunar ve tartışırken, öğretmenler bu süreci izler ve rehberlik eder (Laursen, Hassi, Kogan & Weston, 2014). Bu süreçte işbirliğine dayalı etkileşime girerek matematiksel bilgiyi anlamlandırmaya aktif olarak katılmak için öğrencilerin desteklendiği bir ortam yaratılır (Schoenfeld, 2002; s. 151). Bu ortamda öğrenciler bağımsız düşünebilir ve böylelikle matematik okuryazarı haline gelebilir (Doyle, 2007).

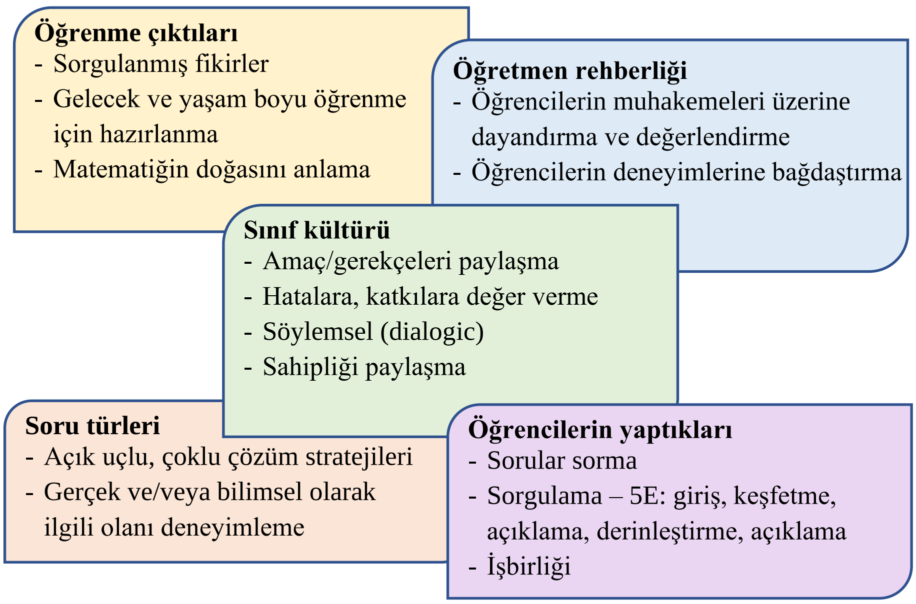
SDÖ sürecinde öğretmeninin rolü, bir tebeşirle konuşan, sorular soran 'anlatıcılar' olmaktan ziyade öğrencilerin bilgi inşasına rehberlik eden bir kolaylaştırıcıya dönüşmesidir. Öğretmenlerden, öğrencilerin matematiği yeniden icat etmeleri istendiğinden hem öğrenci merkezli hem de içerik merkezli bir sınıf ortamını teşvik eder (McLoughlin, 2009; Wagner, Speer & Rossa, 2007). Sorgulayıcı bir öğrenme ortamında öğretmenlerin rollerini inceleyen Doyle (2007) burada kritik iki duruma vurgu yapmaktadır; (a) öğretmenin dinleyici rolü ve (b) öğretmenin sorgulayıcı rolüdür. Öğretmenin dinleyici rolü, öğrenci söyleminin dinlenmesi ile ilgili olup, öğretmenlerin olumlu ya da olumsuz etkisi açısından öneme sahiptir. Bir diğer kritik rol olan öğretmenin sorgulayıcı rolü, öğrencilerin sorulara yönelme biçimi bakımından söylem topluluğu üzerinde pozitif veya negatif etkiye sahiptir. Örneğin; öğretmenin yapacağı keskin bir sorgulama, öğrencilerin etkinliğe katılımlarını ve matematikleştirmeyi güçleştirebilir. Diğer bir taraftan belirsiz ve gereksiz uzamış bir sorgulama ise öğrencilerin kafasını karıştırabilir, matematikleştirmeden uzaklaştırabilir.

Matematikte sorgulamaya dayalı bir öğretim yaklaşımının kullanılması ile farklı matematiksel etkilerle uğraşan öğrenciler öğretimden birçok yarar sağlar. Bu tür bir öğretim yöntemi öğrencinin problem çözme, problem kurma ve modelleme becerilerini geliştirilir. Örneğin öğrenme hedeflerine yönelik problem çözmeyi içeren sorgulamaya dayalı öğretim yaklaşımı, öğretim programı odaklı bir öğretime kıyasla öğrencilerin problem çözme yeterliğini geliştirmek için daha büyük fırsatlar sunar. Öğrencilerin soru sorması ve bir sorgulama sürecini sürdürmesi istendiğinde, matematiksel yeterlik ve matematiksel genellemeler arasındaki bağlantıyı geliştireceklerdir. Bu durum, öğrencinin esnek düşüncesini artırarak süreci, özgün bir matematiksel sorgulama haline getirir. Öğrencilerin yaratıcılıklarını ve esnek düşünme becerilerini ve ayrıca diğer matematiksel yeterlikleri geliştirmek için sorgulamaya dayalı matematikle çalışmanın olumlu etkisine yönelik çalışma sonuçları mevcuttur (Dreyøe, Larsen, Hjelmborg, Michelsen & Misfeldt, 2018).

1970'lerde ortaya çıkan iki ana teorik çerçevenin SDÖ'nün kavramsallaştırılmasına oldukça fazla katkıları olmuştur (Artigue & Blomhoj, 2013). Söz konusu teoriler; Guy Brousseau tarafından başlatılan Didaktik Durumlar Teorisi (DDT); ve Hans Freudenthal (1905-1990) tarafından başlatılan Gerçekçi Matematik Eğitimidir (GME). Aynı zamanda SDÖ'nün problem çözme ile de yakından ilişkili olduğu söylenebilir. Rutin olmayan problemlerle karşılaşan öğrenciler kendi stratejilerini ve tekniklerini geliştirir; araştırır, varsayar, dener ve değerlendirir; genellikle kendileri soru üretmeye ve elde ettikleri sonuçları genellemeye teşvik edilirler. Problem çözme yeterliği içinde yer alan bu süreçler ile SDÖ yakından ilişkilidir. Modelleme yeterliği açısından ise SDÖ ile ilgili olarak modelleme kavramı, diğer disiplinlerde ve genel olarak matematik dışı bağlamlarda matematik ve

Şekil 11

PRIMAS (2011) projesinde sorgulamaya dayalı öğretimin çalışma tanımı



Kaynak: *http://www.primas-project.eu* problem durumları veya olgular arasındaki ilişkiyi sistematik bir şekilde anlamaya ve bunlarla çalışmaya yönelik bir yöntem sunmaktadır. Her iki sürecin arkasında dinamik bir sorgulama sürecinin disiplinler arası bir yapısı görülmektedir (Artigue & Blomhoj, 2013). PRIMAS (2011) projesinde fen ve matematik eğitiminde sorgulamaya dayalı öğretimin ne anlama geldiği Şekil 11'de açıklanmıştır.

Özetlenen bu alanyazında değinilen kavramlar, öğretim sürecindeki "etkinlik" kavramına vurgu yapmaktadır. Bu süreçte etkinliğin özel bir anlamı vardır. Etkinlik kavramının ne olduğu ve öğretimde nerede, hangi aşamalarda yer alması gerektiği daha sonra tartışılmıştır.

2.2.3.4. 5E Öğretim Modeli. MO başarı düzeyini geliştirmeye odaklanan bir öğretim için değişik kaynaklar (örn. Brown & Schafer, 2006; Khaerunisak ve diğerleri, 2017; Sari, Yandari & Fakhrudin, 2017):

- ✓ Aktif Öğrenme
- ✓ 5E Modeli
- ✓ Buluş Yoluyla Öğrenme
- ✓ Proje Tabanlı Öğrenme
- ✓ Problem Temelli Öğrenme yöntem ve tekniklerini önermektedir.

Mevcut modellerin adları (örneğin, Öğrenme Döngüsü, 5E Öğretim Modeli gibi) ve bu modelleri çerçeveleyen bileşenler (sırasıyla, 3E, 5E ve 7E), süreç içinde bazı değişimler geçirmiştir. Birbirini destekleyen öğretim modellerinin bu değişimleri Tablo 2 üzerinde 1900'lü yılların başlarından itibaren içerdiği aşamalar açısından verilmiştir, ancak bu modellerin odaklandıkları fikirler büyük ölçüde aynı kalmıştır (Bybee ve diğerleri, 2006; Eisenkraft, 2003; Karplus, 1977).

Tablo 2

Öğretim modellerinin içerdiği aşamalar

Herbart'ın Öğretimsel Modeli (1900'ler)	**Dewey'in Öğretimsel Modeli (1930'lar)**	**Heiss, Obourn ve Hoffman Öğrenme Döngüsü (1950'ler)**	**Atkin ve Karplus (1962) Öğrenme Döngüsü (SCIS Model)**	**Bybee ve arkadaşları (2006) 5E Modeli**
Hazırlama	Problemin hissedilmesi	Birimi keşfetme		Giriş
Sunma	Problemin tanımlanması	Deneyim kazanma	Keşfetme	Keşfetme
Genelleştirme	Hipotezler kurma	Öğrenmenin düzenlenmesi	İcat	Açıklama
Uygulama	Hipotezlerin test edilmesi	Öğrenmenin uygulanması	Buluş	Derinleştirme
	Testlerin gözden geçirilmesi			Değerlendirme
	Çözüme ulaşma			

Yapılandırmacı Öğrenme Kuramının öğretimde uygulanması ile ilgili modellerden en çok bileşeni olan 5E öğretim modelidir (Bybee, 1997). Anlamlı sorgulama deneyimleri sunmak için 5E modeli, Dewey'in eğitim modeli ve Atkin ve Karplus'un öğrenme döngüsü başta olmak üzere önceki öğrenme döngüsü modellerini birleştiren Rodger Bybee tarafından geliştirilmiştir (Bybee, 2015; Sickel, 2015). 5E modeli (Giriş, Keşfetme, Açıklama, Derinleştirme, Değerlendirme), eğitimcilere derslere sorgulama sürecini dahil etmek için bir dizi döngüsel adım kullanma fırsatını verir. Bu model ile "öğretilebilir anlar yaratmak" öğretmenin hedefi haline gelir ve öğrenciler, kendi öğrenme deneyimlerinin merkezinde yer alırlar (Bybee, 2015, s. 21). Araştırmacılar, kavramsal değişim elde etmek için yapılandırmacı öğrenme yaklaşımı modellerinden biri olan 5E öğretim modelini oldukça yararlı görmektedir. Özellikle fen eğitimi alanında yürütülen çalışmalar, 5E öğretim modelinin fen kavramlarının öğretiminde kavramsal değişim elde etmek için oldukça uygun olduğunu açıkça göstermektedir (Kurnaz & Çalık, 2008; Şahin, Çalık & Çepni, 2009; Türk & Çalık, 2008;

Ürey & Çalık, 2008). 5E Öğretim Modelinin bilimsel muhakemeye (Boddy, Watson & Aubusson, 2003) ve bilime olan ilgi ve tutuma olumlu bir etkisi olduğunu belirten çalışmalar mevcuttur (Akar, 2005; Boddy, Watson & Aubusson, 2003; Tinnin, 2000).

Yararı kabul edilen bir model olmak ile birlikte 5E'nin etkililiğini inkar eden ve eleştiren bazı araştırmacılar olmuştur (örn. Chen & Klahr, 1999; Kirschner, Sweller & Clark, 2006; Klahr & Nigam, 2004). Withee ve Lindell (2006) öğretmenler ile yürüttükleri çalışmalarında 5E'ye hakim olan bir grup öğretmenin aşamaların her zaman birbirinden ayrılmasının kolay olmadığı ve içerdiği fazla sayıda aşamaların bir aşamaya takılıp kalınmasına yol açabildiği yönündeki olumsuz görüşlerini ifade etmiştir. Öğretmenler ile yürütülen bir diğer çalışmada öğretmenler, *giriş* ve *keşfetme* basamaklarında zorlandıklarını belirtmişler ve bu öğretmenlerin özellikle giriş basamağı etkinliklerine fazlaca ağırlık verdikleri görülmüştür (Biber, Tuna, Gülseviçler & Karaosmanoğlu, 2015). Bu çalışmayı destekler nitelikte bir diğer çalışmada katılımcıların 5E modelinin giriş ve keşfetme aşamasını planlayıp uygulayabilmelerine rağmen derinleştirme ve değerlendirme aşamalarının ihmal edildiği belirlenmiştir. Aynı zamanda açıklama yapma aşamasında öğretmen odaklı etkinliklere geri döndükleri tespit edilmiştir (McHenry & Borger, 2013). Kenealy (2013) yürütmüş olduğu çalışmasında ise 5E öğrenme döngüsünün basamakların tamamını uygulamayı içeren zamana bağlı yapısının süreci zorlaştırdığı sonucuna varmıştır. Bu çalışmaların modele yönelik yaptıkları eleştiriler; bazı aşamaların geri planda kaldığı ve aşamaların birbirinin önüne geçtiği, daha kritik olan aşamaların ihmal edildiği ve öğretmen merkezli yapının yer yer ön plana çıktığı şeklindedir. Her ne kadar yararları ve katkısı ortaya konmuş bir model olsa da 5E öğretim modelinin olumsuz yanlarının olduğu açıklandığı üzere çalışmalarla da ortaya konmuştur.

Araştırmacılar, nihayetinde öğrencinin öğrenmesini geliştirmeye yardımcı olan birçok önemli anlayış belirlemiştir. Bununla birlikte, öğretmenler araştırma bulgularını öğretim ve öğrenme süreci için tutarlı bir yapı içinde özümsemekte zorlanmaktadır (Marshall, Horton & Smart, 2009). Bu çalışma kapsamında modüler bir yapının önerilmesinin hedefleri arasında şunlar bulunmaktadır: (1) öğretmenlerin derin, anlamlı sorgulamaya dayalı öğrenme deneyimleri oluşturmalarına ve uygulamalarına olanak sağlayan tutarlı bir yapı sunma, (2) matematiksel yeterliklerin gelişimine odaklanan öğretim uygulamaları ortaya koyma ve (3) matematik öğretimi ve gerçek yaşam arasındaki boşluğu giderecek bir nitelik kazandırma.

Bu çalışma, öğrencinin kendi öğrenmeleri ile ilgili sorumluluk aldığı, kendi ön deneyimlerine bağlı olarak bilgiyi oluşturduğu bir öğretim içermesi karakteri ile yapılandırmacı öğretimin bir uygulaması olan 5E modelini düşündürmektedir. Bütün mesele bu araştırma kapsamında yapılandırmacı öğrenme ve 5E modelinin kritik edilen yanlarını göz önüne alarak öğretim sürenin yapılandırılmış olmasıdır.

2.2.3.5. Etkinlik Kavramı. Matematiksel etkinlikler, öğrencilerin öğrenme ve anlama becerilerini geliştirmesi bakımından matematik eğitiminde önemli bir rol oynamaktadır (Kilpatrick ve diğerleri, 2001; Krauss, Baumert & Blum, 2008; NCTM, 2000, Shimizu, Kaur, Huang & Clarke, 2010). Matematik dersindeki birçok öğrenme ve öğretme aktiviteleri matematiksel etkinliklerin çözülmesine dayanır (Boesen ve diğerleri, 2014; Doyle, 1988). Öğretim ve öğrenme sürecindeki etkinliklerin bu belirgin rolü araştırma literatüründe açık bir şekilde ortaya konmuştur (Hiebert & Wearne, 1993; Kilpatrick ve diğerleri, 2001; NCTM, 2000; Shimizu ve diğerleri, 2010; Stein, Smith, Henningsen & Silver, 2000). Chapman (2013) matematiksel etkinlikleri, öğrencilerin gerçek hayat durumlarında matematiksel kavram ve işlemler hakkındaki düşüncelerini geliştirmeyi hedefleyen yapı olarak tanımlamaktadır. Bir etkinlikte bireyin, bilgi ve beceri kazanma sürecine bilinçli ve güçlü bir katılımı vardır (Doolittle, 1999; Nelissen & Tomic, 1998). Bütün bu özellikler öğretimde "etkinlik"in ardı sıra yapılması gereken işler bütününden farklı olduğunu, yapılan işin bilginin hatırlanması ve uygulanması ile sınırlı olmadığını ortaya koymaktadır. Matematik derslerinde etkinliğe;

- ✓ Kavramları üretme,
- ✓ Kavramları pekiştirme,
- ✓ Genellemelere ulaşma,
- ✓ Genellemelerin uygulamalarını yapma,
- ✓ Beceri eğitimi için yaşamsal uygulamalar yapma süreçlerinde yer verilmektedir.

Etkinliğin alıştırma çözmeyi aşan tarafı, bilginin beceri ile bütünleştirilmesine yer verme sureti ile insan yaşamına yansımasıdır (Altun, 2020). Etkinlikler, gerçek veriler, rutin olmayan işlem basamakları, karmaşık bir muhakeme ve temel matematik bilgisi gerektirir (Steen ve diğerleri, 2007). Matematik derslerinde bir kavram, genelleme veya bunların kırılganlıklarının giderilmesi aşamasında işe koşulan etkinlik, "bilin*enleri kullanarak bir şey üretmeye, bu üretme sırasında doğal olarak esnek yol, yöntem ve savlar sunmaya, kanıtlar göstermeye, düşüncesinde ısrar etmeye fırsat veren bir çalışma*" olarak görülmelidir (Altun, 2018). Etkinliklerin tasarlanmasında aşağıdaki dört özelliğin olması gerekir. Bunlar;

1. Öğrenme etkinliği öğrencinin sahiplik edebileceği bir çalışma olmadır,
2. Öğrenci öğrenme sırasında arkadaşları ve öğretmeni ile konu üzerinde tartışabilmelidir,
3. Öğrenci ne yaptığını açıklayabilmelidir,
4. Öğrenme olayı zihinsel bir karmaşayı ortadan kaldırabilecek bir nitelikte olmalıdır (Kyriacou, 1992).

Bu özelliklerden, "**öğrencinin etkinliğe sahiplik edebilmesi**" için etkinliğin, öğrenci açısından kıymeti olan bir içeriğe sahip olması, "**zihinsel bir karmaşanın**" varlığı için de üzerinde çalışılan sorunun cevabı hakkında **farklı öngörü**lerin olması gerekir. Bu iki nitelik, etkinliği istekle tartışılan, sonucu merak edilen bir çalışma haline getirir (Altun, 2020). Burada sorun öğrencilerin etkinliğe katılmaya istekli davranmamaları durumunda ortaya çıkar. Bundan ötürü etkinlik, nitelikli seçilmelidir. Etkinliğin niteliği, bilişsel talebi doğurur.

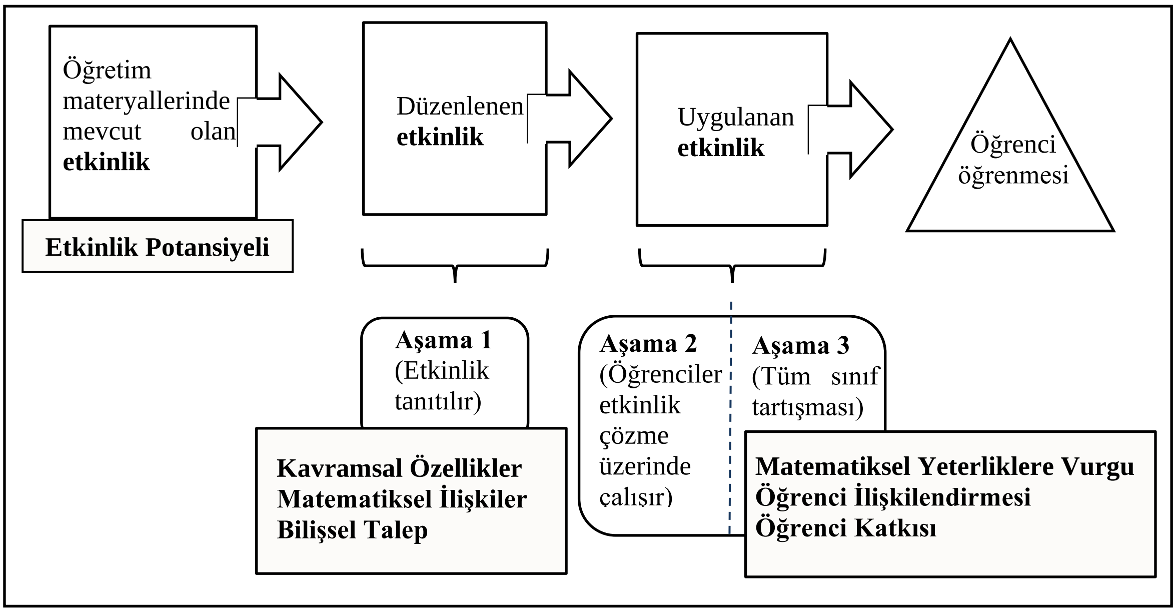
Bilişsel talep, belirli bir problemi çözme ve verilen bir aktiviteye katılım göstermek için öğrencilerin yapması gerekenler olarak adlandırılır (Doyle, 1988). Stein, Grover ve Henningsen (1996) düşük ve yüksek bilişsel talepli olmak üzere matematiksel etkinliklere iki türlü katılımın talebinden söz etmiştir. *Düşük bilişsel talepli etkinlikler*, öğrencilerin matematiksel bilgiyi hatırlamasını veya yeniden üretmesini veya matematiksel fikirlerin altında yatan bağlantılar olmaksızın rutin prosedürler uygulanmasını gerektirir. *Yüksek bilişsel talepli etkinlikler*, açık uçlu olma eğilimindedir (örn. çözüm stratejisi açık değildir); öğrencilerin matematiksel fikirlerin altında yatanlar ile bağlantılar kurmasını gerektirir; öğrenciler açıklama, gerekçelendirme ve genelleştirme aktiviteleri ile meşgul olur. Öğretmen, öğrenciler ve etkinlik arasındaki etkileşimler, bir ders boyunca bilişsel talebin ne ölçüde korunduğunu belirler (Stein ve diğerleri, 2000). Stein ve Lane (1996) etkinliğin bilişsel talebini etkileyen, öğretimin iki aşamasını tanımlamıştır: Düzenleme aşaması ve uygulama aşaması. *Düzenleme aşaması*, bir öğretmenin etkinliği nasıl tanıttığını anlatır. Düzenleme aşamasından sonra ortaya çıkan tüm aktiviteler, uygulama aşamasını oluşturur. *Uygulama aşamasında* öğrenciler etkinliği çözmek için üzerinde çalışır. Bu yüzden bu süreç, öğrenciler etkinlik üzerinde çalışırken ne olduğu ve tüm sınıf tartışmalarının nasıl sonuçlandığı bilgisini içerir (Jackson ve diğerleri, 2013).

Önceki araştırmalar, matematik sınıflarındaki etkinliklerin yeterlikleri ortaya çıkarmasından ziyade temel olarak işlemsel prosedürleri uygulamaya odaklandığını ortaya koymuştur (Boesen ve diğerleri, 2014; Hiebert ve diğerleri, 2003; Kaur, 2010; Palm, Boesen & Lithner, 2011). Şimdilerde ise matematiksel yeterliklerin geliştirilmesini teşvik edebilecek değişiklikler yapılmasını gerektirmektedir (Pettersen & Nortvedt, 2018). Bazı araştırmalar, öğrencilerin daha yüksek öğrenme çıktılarını teşvik etmek için (Boaler & Staples, 2008; Stein & Lane, 1996) bilişsel olarak zorlayıcı ve karmaşık etkinliklere katılmasının, onların matematiksel yeterliklerini geliştirmeleri üzerinde önemli etkisi olduğunu göstermektedir

(Blomhøj & Jensen, 2007). Niss ve Jensen (2011) etkinliği, etkinlikle uğraşan kişideki belirli bir matematik yeterliğinin varlığını bulma veya inşa etme; yeterlik düzeyinin kapsamını ve derinliğini tespit etme; toplam matematik yeterlik profilini ve yeterliklerin bir veya daha fazlasına hakim olmada ilerlemeyi tanımlamak ve değerlendirmek için bir yol bulma olarak ele almaktadır. Etkinliklerin oluşturulmasında temel matematiksel yeterlikleri geliştirmeye odaklanılmaktadır ve öğrenciler, dahil oldukları aktivite ve etkinlikler aracılığıyla matematiksel yetkinliklerini geliştirirler (Drabekova, ve diğerleri, 2014; Niss & Højgaard, 2011). Bu noktada öğretmenler, öğrencilerin matematiksel yeterliklerini geliştirmelerini teşvik etmek için öğretimde kullanılacak uygun etkinlikleri tanıyabilecek, seçebilecek ve uygulayabilecek yetkinliğe sahip olmalıdır (Kilpatrick ve diğerleri, 2001; Niss & Højgaard, 2011; Shimizu ve diğerleri, 2010; Turner ve diğerleri, 2015). Kissane (2012) öğretmenlerin müfredatlarda açıkça ifade edilmese bile müfredat alanı ile yaşam yani matematik okuryazarlığı arasında bağlantı kurması gerektiğine dikkat çekmiştir. Bu bağlantı bağlamsal etkinlikler yolu ile sağlanabilir.

Şekil 12

Matematiksel Etkinlik Çerçevesi (üç aşamalı yapı)



Etkinliklerin uygulanmasında Jackson ve diğerleri (2013) tarafından oluşturulan Matematiksel Etkinlik Çerçevesi göz önüne alınmıştır. Araştırmanın amacı doğrultusunda çerçeve üzerinde bazı değişiklikler ile nihai hali verilmiş ve Şekil 12 de sunulmuştur.

Etkinliğin tanıtıldığı aşamada nitelikli bir düzenleme için anahtar bazı özellikler mevcuttur. Bunlardan biri, kavramsal özelliklerdir. Kavramsal özelliklerden anlaşılan, etkinlik senaryosunun öğrenci için tanıdık olması, önceki deneyimlerinden bilgi sahibi olması beklenir ve bu durum öğrencinin etkinlikle meşgul olmasına etki eder. Bir diğer özellik matematiksel fikirler ve ilişkilerdir. Bu kritik yönde etkinlik ifadesinde anahtar matematiksel fikir ve ilişkilerin nasıl temsil edildiğinin tartışılması beklenir. Bir diğer bileşen bilişsel talebin sürdürülmesidir. Etkinliğin bilişsel talebi sürerken daha karmaşık etkinlikler ile tüm öğrencilerin meşgul olması sağlanmalıdır. Uygulama sürecinde ise üç kritik nokta ön plana çıkmaktadır. İlk olarak etkinlik hangi matematiksel yeterlikleri aktive etmeyi gerektiriyorsa özellikle bunlara vurgu yapılır. Bir diğer durumda öğrencilerin var olan ön bilgileri ile etkinlik sürecinde kazandırılacak bilgi ve beceriyi ilişkilendirebilmesi sağlanmalıdır. Son olarak ise öğrenci öğretmenle ve diğer öğrenciler ile sınıf tartışmalarına katılmalı, katkı sağlamalıdır. Bu tez kapsamında etkinliklerin uygulanmasında bu hususlar dikkate alınmış ve etkinlikler açıklanan bu üç aşamada yürütülmüştür.

Teorik çerçevede açıklanan yapılandırmacı kuram, GME ve sorgulayıcı öğretim dikkate alınarak modüler program oluşturulmuş ve yürütülmüştür. Modüllerin içeriğinde özellikle 5E'nin iki kritik basamağı olan keşfetme ve derinleştirmeye odaklanılmış ve etkinlikler ve MO problemleri aracılığıyla kavram ve genellemeler kazandırılmaya çalışılmıştır.

3. Bölüm

Yöntem

Bu çalışmada temel amaç matematik okuryazarlığını öğretim sürecinde geliştirmektir. Bu husus dikkate alınarak RME ve yapılandırmacı öğretimi dikkate alan çalışmada modüler bir program oluşturma, dolayısıyla bu programın tasarlanması devamında da değerlendirilmesine yer verilmiştir. Bu sürece uygun olarak araştırma yöntemi olarak "tasarım temelli araştırma" yaklaşımı seçilmiştir.

Tasarım temelli araştırmalar en iyi ürünü ortaya çıkarmayı (Kelly, 2004) ve test edilebilir yeni öğretim yaklaşımları (öğretim teorisi, öğretim uygulaması, yenilikçi bir etkinlik, bir değerlendirme yöntemi) geliştirmeyi hedefleyen (Anderson & Shattuck, 2012; Brown, 1992; Collins, 1992) araştırmalarda tercih edilmektedir. Verimlilik ve uygulanabilirlik açısından eğitsel programlar ortaya çıkarmayı hedefleyen tasarım araştırmaları (Aşık & Yılmaz, 2017), modüler bir programın oluşturulması ve uygulanabilirliğinin denenmesini temel alan bu araştırmanın hedefine de uygun düşmektedir. Ayrıca tasarım temelli araştırmaların, daha etkili eğitim müdahaleleri geliştirme potansiyeline sahip olması (McKenney, Nieveen & Van Den Akker, 2006) ve öğrenme ortamlarının geliştirilebilmesi için kullanışlı bir çerçeve oluşturabilmesi (Kelly, 2004) bakımından da çalışmanın içeriği ile uyumludur. Bu bağlamda uygulama sürecinde ve sonrasında yapılan analizlerin hem araştırmacı ve öğretmenlere yeni öğrenme fırsatları sunabileceği hem de uygulama sürecinin ve analiz sonuçlarının detaylı olarak paylaşılması ile alanyazına katkı sağlayabileceği düşünülmektedir. Tasarım temelli araştırmaların kökleri, sosyo-yapılandırmacı öğretim ve GME uygulamalarının geliştirilmesine dayanmaktadır (Gravemeijer & Cobb, 2006). Bu yönüyle çalışma kapsamında bu iki öğrenme kuramını temel alan modüler bir programın öneriliyor olması tasarım temelli araştırma yaklaşımının araştırmada kullanılmasının uygun olduğunun bir göstergesidir.

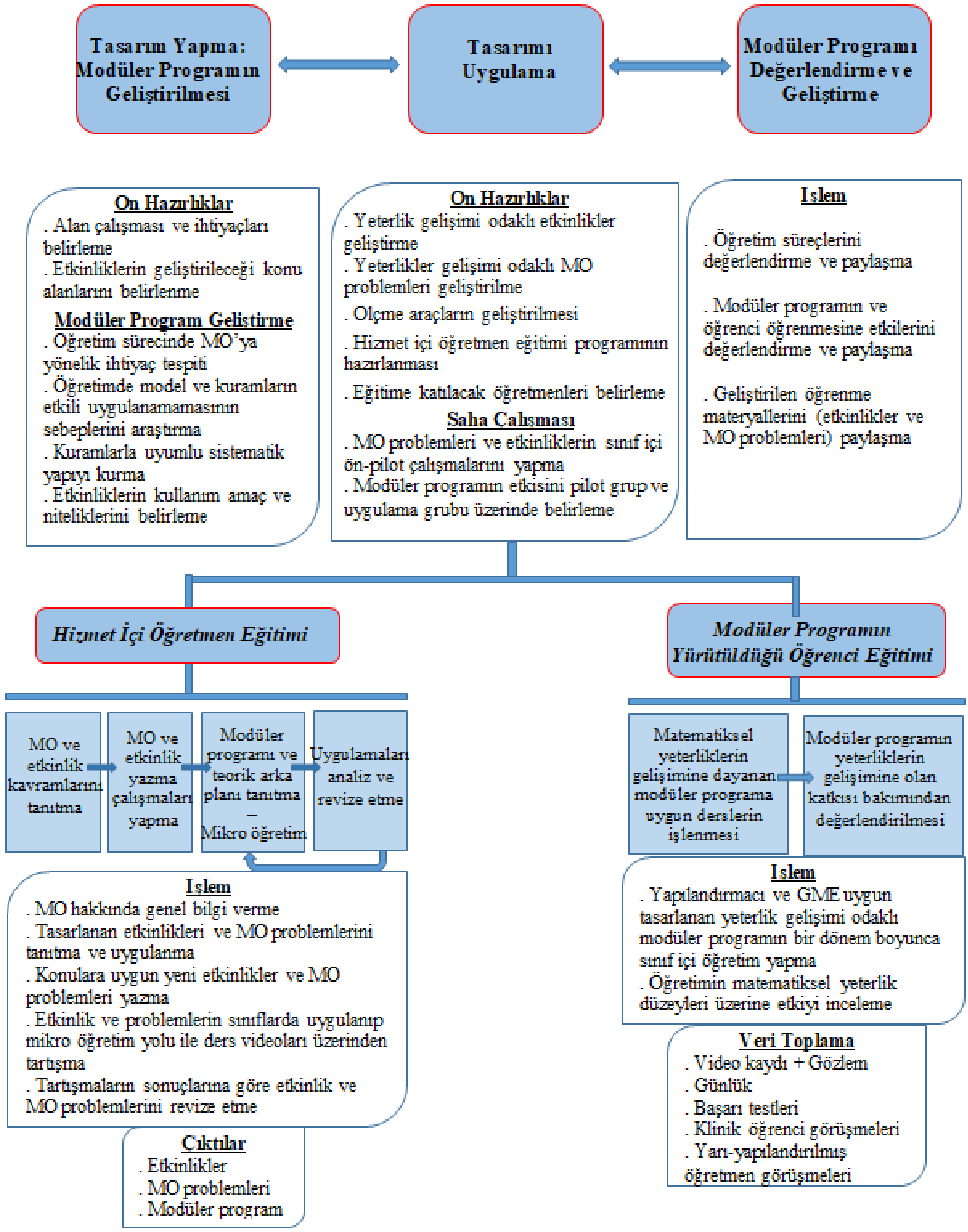
Genellikle, tasarım araştırması, eğitim sorunlarına çözüm bulmayı ve arzu edilen bir duruma ulaşmak için hangi öğretimin nasıl görünmesi gerektiğini ortaya çıkarmayı amaçlar (Palmér ve diğerleri, 2018). Eğitimde yapılan tasarım araştırmaları genellikle öğretim tasarımı ve sınıf araştırmasından oluşmaktadır (Cobb, Stephan, McClain & Gravemeijer, 2011). Tasarım temelli araştırmalarda süreç; döngüsel olup tasarımı gerçekleştirme, uygulama, değerlendirme ve yeniden tasarlama/iyileştirme adımlarından oluşur (Gravemeijer & Cobb, 2006; McKenney & Reeves 2013; Van den Akker, Gravemeijer, Mckenney & Nieveen, 2006). Gravemeijer ve Cobb (2006) bu süreci; tasarımı planlama, tasarımı sınıfta uygulama ve geriye dönük analiz yapma şeklinde ifade etmektedir. Her tasarım döngüsü matematik dersi için hazırlıkları, bu dersin uygulanmasını ve nihayetinde dersin geriye dönük analizini içermektedir (Palmér ve diğerleri, 2018). Bu araştırma kapsamında ana hatları itibariyle üç aşamalı döngüsel entegre bir süreç (Şekli 13) izlenmiştir. Daha etkili bir yapı elde etmek amacıyla döngüsel (kendi içinde tekrarlanabilen) ve ardışık uygulamalar yapılması, yapıyı uygulanabilirlik ve etkililik açılarından güçlendirmektedir (Aşık & Yılmaz, 2017; Cobb, Confrey, Disessa, Lehrer & Schauble, 2003). En etkili eğitsel ürünü elde etmek amacıyla yürütülen bu döngüsel süreç; saha çalışması, öğretmen eğitimi ve sınıf içi uygulamalar sırasında işlenmiştir.

3.1. Tasarım Yapma: Modüler Programın Geliştirilmesi

3.1.1. Ön hazırlıklar. Modüler programın geliştirilmesine ek olarak bu aşamada alan çalışması ve ihtiyaçların belirlenmesi çalışmaları yürütülmüştür. Ortaokul matematik programı esas alınarak tasarlanacak etkinlikler için öğrenme alanları belirlenmiştir. Buna göre matematiğin dört farklı (sayılar, cebir, geometri, veri analizi) konu alanını da içinde barındıran ve henüz Liselere Giriş Sınavının etkilerinin hissedilmediği 7. Sınıflar ile öğretimin yürütülmesine karar verilmiştir.

Şekil 13

Tasarım Tabanlı Araştırma Çalışma Planı: Modüler Programı Geliştirme, Uygulama ve Değerlendirme Süreci



3.1.2. Modüler programı geliştirme süreci. Bu tez kapsamında yapılan öğretmen eğitimi 2018 yılında gerçekleştirilmiştir. Uludağ Üniversitesi ile Bursa Milli Eğitim Müdürlüğü arasında yapılan Eğitimde İşbirliği adlı protokol çerçevesinde gerçekleştirilen öğretmen eğitimi sırasında "Matematik okuryazarlığı nasıl geliştirilir?", "Öğretim sürecine nasıl entegre edilir?", "Matematik okuryazarlığı soruları nasıl üretilir ve çözülür?" soru(n)larına odaklanılmıştır. Bu soru(n)lara bağlı olarak MO'yu öğretim sırasında geliştirebilmek için sistematik bir yapının kurulması ve bu sistematik yapının:

- ✓ Öğrenme kuramlarına,
- ✓ Matematiğin amaçlarına,
- ✓ Matematiksel yeterliklerin ortaya çıkmasına uygun olması göz önüne alınmıştır. Bunun yanı sıra tercihen öğretmenler için mevcut durumdaki yükten daha fazla bir yük getirmemesi düşünülmüştür.

Öğretim yöntemi olarak, tüm öğrenme alanlarında yaygın kabul gören "Yapılandırmacı Öğrenme Kuramı", "Sorgulamaya Dayalı Öğretim" ve salt matematik öğretimi için geliştirilmiş olan "Gerçekçi Matematik Eğitimi" (GME) temel alınmıştır. Gerek yapılandırmacı öğretim gerek GME'nin her ikisinde de öğrencilerin aktif katılımıyla yürüyen etkinliklere yer verildiğinden, etkinlik kavramının ne olduğu ve öğretimde nerede, hangi aşamalarda yer alması gerektiği tartışılmıştır.

Sorgulamaya dayalı öğretim ve yapılandırmacılığın bilinen iyi uygulamalarından olan ve matematiksel etkinliklerin kullanılmasını içeren 5E öğretim modeli, diğer modelleri de içinde tutan yapısı dikkate alınarak tartışmaya açılmıştır. Çalışmanın yürütüldüğü gruptaki öğretmenlerin verdikleri örnekler, 5E modeli ile ilgili olarak, her basamakta yapılması gereken işlemlerin öğretmen tarafından yönetilmesinden ötürü öğretimin öğretmen hakimiyetine girdiği ve dersin öğretmen merkezli bir hale geldiği tespit edilmiştir. Literatürdeki bu açıklamalara benzer ve farklı tüm eleştiriler dikkate alınarak 5E modelinin basamakları gözden geçirildiğinde iki ana eylemin öne çıktığı görülmüştür. Bunlar; (1) kavram ve genellemenin ortaya çıkarıldığı “keşfetme” ile (2) kavram ve genellemenin kullanıma aktarıldığı “derinleştirme” eylemleridir. Bu iki eylemin çalışmanın odak noktaları olması halinde diğer basamaklardaki eylemlerden örneğin ilk basamak olan “dikkati çekme” nin keşfetme basamağında yöneltilecek sorunun nitelikli olması halinde kendiliğinden gerçekleşeceği, üçüncü basamaktaki “açıklama” nın ise yine ikinci basamaktaki etkinlik üzerinde çalışırken süreç içinde oluşacağı müşahade edilmiştir. Birinci odak olarak belirlenen, kavram ya da genellemenin keşfine yol açması beklenen etkinliğin niteliği üzerinde de öğretmen görüşleri alınmıştır. Öğretmenlerin çalışma sırasındaki söylemlerinden, etkinliğin türünün belirlenmesinde, ders kitaplarında yer alan etkinlikler ve çok sayıda alıştırma yerine, matematiksel yeterliklerin dikkate alınmasının yol gösterici olacağı kanaati oluşmuştur. Bu yeterliklerden matematik yapma ile ilgili olan, matematiksel modelleme, problem çözme, matematiksel düşünme ve muhakeme ve argüman üretme yeterliklerinin uygun bir problem durumu bulunabildiği takdirde “matematikleştirme sürecini esas alması yönüyle” GME’nin (Hauvel-Panhuizen, 1996) öncelikli olarak kullanılması, bulunamadığı takdirde yapılandırmacı öğrenmeye yol açan bir etkinliğe yer verilmesinin uygun olacağı mütalaa edilmiştir.

Etkinliklerin tasarlanmasında, aktif öğrenmenin bir etkinlik için önerdiği dört özelliğin (i. Öğrenme etkinliği öğrencinin sahiplik edebileceği bir çalışma olmadır, ii. Öğrenci öğrenme sırasında arkadaşları ve öğretmeni ile konu üzerinde tartışabilmelidir, iii. Öğrenci ne yaptığını açıklayabilmelidir, iv. Öğrenme olayı zihinsel bir karmaşayı ortadan kaldırabilecek bir nitelikte olmalıdır) (Altun, 2018) aranması gerektiği ve özellikle bunlardan birinci ve dördüncü özelliğin önemli olduğu belirlenmiştir. Bu iki özelliğin sağlanması halinde, ikinci ve üçüncü özelliklerin süreç içinde kendiliğinden gerçekleşeceği düşünülmüştür. Bu iki özellikten, “öğrencinin etkinliğe sahiplik edebilmesi” için etkinliğin, öğrenci açısından kıymeti olan bir içeriğe sahip olması, "zihinsel bir karmaşanın" varlığı için de cevaplanan sorunun sonucu hakkında farklı öngörülerin olması gerekir. Bu iki nitelik, etkinliği istekle tartışılan, sonucu merak edilen bir çalışma haline getirir.

Öğretimde kavram ve genellemelerin öğrenilmesi kadar pekiştirilmesi ve uygulamalarının yapılması da öğretimin temel bir görevi olmalıdır. Öğretmenler bu aşamanın çok sayıda test sorusunun çözülmesi ile gerçekleştiğini belirtmişler, kaynak olarak soru bankasını ve test kitaplarını göstermişlerdir. Bu kaynaklar, öğrenilenin pekiştirilmesi bakımından işlevsel bulunmuş ve bir dereceye kadar yararlı olacağı düşünülmüştür. Bu aşamada alıştırma çözmeyi aşan husus, bilginin beceri ile bütünleştirilmesi sureti ile insan yaşamına yansımasıdır. Böyle bir aşamanın da öğretim sürecine dahil edilmesi hususunda fikir birliğine varılmıştır. Bu eylemler, 5E modelinin "derinleştirme" basamağını düşündürtmektedir. Buradan yola çıkarak alıştırmalar, MO soruları ve yaşamsal uygulamalar öğretim sürecinin ikinci bir boyutu olarak belirlenmiştir. Bu noktada yaşamsal uygulamalardan gerçek hayatın sınıfa taşınabilen minyatür örnekleri kastedilmektedir. MO soruları da doğası gereği birer yaşamsal uygulamadır ve her konuya uygun hazırlanabilmeleri yönüyle kullanışlıdırlar.

Özetle, bu çalışmada matematik öğretimi için iki noktadaki çalışmalar ön plana çıkarılmış ve modüllerin içeriği bu şekilde planlanmıştır. Bunlardan birincisi, kavram ve genelleme bilgisinin ortaya çıkarıldığı çalışmalardır. Öğrenme kuramlarına uygun farklı etkinliklerin tasarlanabileceği ve farklı materyallerin işe koşulabileceği bir safhadır. İkincisi ise öğrenilmiş bilgilerin pekiştirildiği, kırılganlıklarının giderildiği, beceri ile bütünleştirilerek yaşama aktarıldığı bir çalışmadır. Bu boyuttaki çalışmalar, birinci odaktaki çalışma(lar)nın devamı niteliğinde görülmekle birlikte, bilginin yaşama geçirilmesi için gerekli etkinliklerden oluşan ayrı bir bütündür.

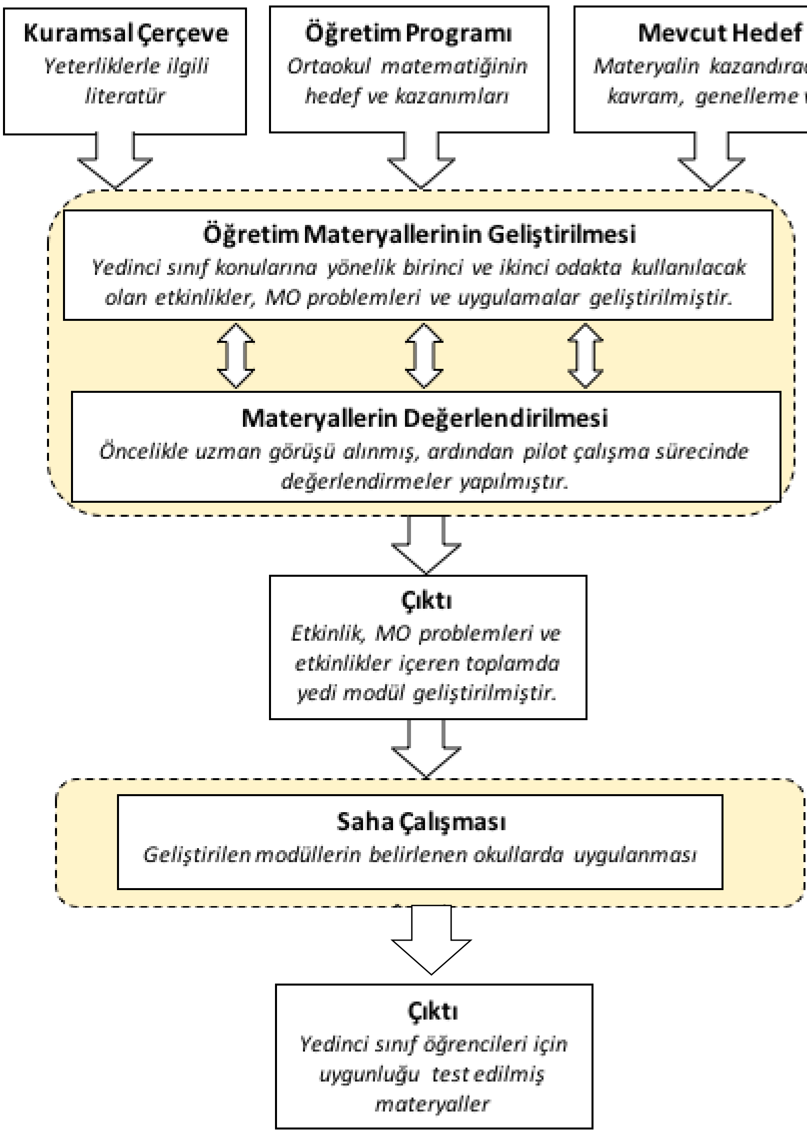
3.2. Tasarımı Uygulama

Bu aşamada temel amaç, modüler program tasarımını uygulamak ve işleyiş sürecini değerlendirmektir. Bu kapsamda modüler program anlayışına uygun bir eğitim yapabilmeleri için öncelikle hizmet içi öğretmen eğitiminde bu yapı tanıtılmış ve daha sonra da eğitim almış olan iki öğretmenin sınıflarında uygulama yapılmıştır. Bu eğitimlere geçmeden önce yapılan hazırlık çalışmaları, öğretmen eğitimi süreci ve sınıf içi uygulamalar bir sonraki başlıkta özetlenmektedir.

3.2.1. Modüler programın ve materyallerin geliştirilmesi. Bu aşamada, modüler programın birinci boyutu için ortaokul (5-8) matematik dersi öğretim programındaki 7. sınıf

Şekil 14

Materyallerin geliştirilmesi



öğrenme alanlarına yönelik matematiksel yeterlik düzeylerini süreç içinde arttırmayı hedefleyen öğretim etkinlikleri ile birlikte öğrencilerin beceri gelişimlerini sağlayacak ve sınıf içinde yapılabilecek (öğrenme ortam ve üzerinde çalışılabilecek malzemeler) gerçek uygulamalar belirlenip geliştirilmiştir. İkinci boyut için etkinliklerin geliştirildiği öğrenme alanlarına uygun MO problemleri ve uygulamalar hazırlanmıştır. Bu etkinlik ve problemler alan uzmanları tarafından dil, anlam ve matematiksel yeterlikler açısından incelenmiştir. Tasarım araştırması yaklaşımına göre tasarlanan öğrenme materyalleri (etkinlikler, MO problemleri, uygulamalar) mevcut literatür, bağlamsal koşullar ve eğitim programları doğrultusunda oluşturulmuş ve bu sürecin işleyiş aşamaları Şekil 14'te sunulmuştur. Son olarak pilot çalışma sonucunda materyaller, elde edilen veriler ışığında değerlendirilerek revize edilmiştir.

3.2.2. Ölçme araçlarının geliştirilmesi ve/veya geçerlik güvenirlik çalışmalarının yapılması. Hizmet içi öğretmen eğitimi ve sınıf içi uygulamalar sürecinde nicel ve nitel veri toplama araçları kullanılmıştır. Eğitimler öncesinde kullanılacak olan veri toplama araçlarının her biri geliştirilmiş ve geçerlik ve güvenirlik çalışmaları tamamlanmıştır. Ölçme araçlarının yapı geçerliliği ve kapsam geçerliğinin sağlanmasında uzman görüşüne başvurulmuştur. Geliştirilen testler ve görüşme formları asıl uygulama öncesinde ilgili yaş grubu seviyesindeki başka kişilere de uygulanarak anlaşılırlığı ve düzeye uygunluğu belirlenmiş ve alınan dönütler doğrultusunda düzenlemeler yapılmıştır. Araştırmanın iç geçerliği ise öncelikle test, görüşme ve gözlem gibi birden fazla veri toplama aracı birlikte kullanılarak çeşitleme sağlanmak suretiyle gerçekleştirilmiş olup ayrıntılı bilgi veri toplama araçları kısmında sunulmuştur.

3.3.Hizmet İçi Öğretmen Eğitimi

Tasarım temelli araştırmalarda öğretmen, sürecin bir parçasıdır (Aşık & Yılmaz, 2017). Öğretmenler araştırma kapsamındaki öğretmen eğitimi sürecinde öğrenen, sonraki öğrenci eğitimi sürecinde de öğreten konumunda yer almışlardır.

Öğretmen eğitimine katılan öğretmenlerin belirlenmesinde, Bursa İl Milli Eğitim Müdürlüğü'nün desteği ile il merkezinde yer alan tüm okullara hizmet içi öğretmen eğitimine ilişkin açıklamanın yer aldığı bir yazı gönderilmiştir. Bu yazıya cevaben gönüllülük esası ile başvuran öğretmenlerden her başvuran okuldan bir tane olmak üzere random yolu ile eğitime katılacak öğretmenler belirlenmiştir. Gönüllülük esasına dayalı olarak seçilen 25 ortaokul matematik öğretmeni ile öğretmen eğitimi yürütülmüştür. 2018 yılı şubat ayında başlayan öğretmen eğitimi (Resim 1) her hafta 3'er saatlik oturumlar şeklinde 10 hafta (toplam 30 saat) sürmüştür. Dersler iki araştırmacı tarafından yürütülmüştür ve derslerde interaktif çalışmalara yer verilmiştir. Aynı zamanda eğitim süresince her hafta eğitimden önceki günlerde araştırmacılar bir araya gelerek bir önceki eğitimi değerlendirmişler ve bir sonraki eğitim bu değerlendirmeler ışığında yeniden düzenlenmiştir.

Resim 1

Öğretmen eğitiminden kareler

Haftalık olarak yapılan eğitimlerde planlanan etkinlikler, yapılandırmacı öğretim karakterine sahip ve katılımcı problem çözme odaklı olarak yürütülmüştür. Her bir oturum esnasında etkileşimli bir öğrenme ortamı yaratılmaya özen gösterilmiştir. Neden bu eğitime ihtiyaç duyulduğu ve öğretmenlerin bu eğitimden beklentilerinin neler olduğuna yönelik eğitim hakkında genel bir bilgi verilerek öğretmen eğitimi süreci başlamıştır. Öğretmenlerin bu eğitime yönelik beklentileri sorulduğunda ise; "*Öğrenciler matematik okuryazarlık sorularına alışkın değil. Bu soruları okumaktan korktukları için soruyu okuyup anlamaya çekiniyorlar.*", "*Yaşam temelli bir eğitim mi veriyoruz ki matematik okuryazar öğrenciler* *yetişmesini bekleyelim*." şeklinde eğitim planları ile uyumlu olan benzer iki noktaya vurgu yapmışlardır. Öğretmen eğitimi; (i) matematik okuryazarlığı kavramı ve soruları, (ii) öğretim sürecine müdahale: etkinlik kavramı (iii) modüler programın teorik yapısı ve (iv) modüler programı deneyimleme – mikro öğretim olmak üzere dört aşamadan oluşmaktadır. Bu aşamalar aşağıda ayrıntılı açıklanmıştır.

3.3.1.Matematik okuryazarlığı kavramı ve soruları. Matematik Okuryazarlığı kavramının ne olduğu ve MO sorularının yapısı öğretmen eğitimi sırasında aşağıda sıralanmış olan maddeler açısından ele alınmıştır:

– Matematik okuryazarlığına dikkat çeken uluslararası düzeyde yürütülen PISA uygulaması tanıtılmıştır.

– "Matematik okuryazarlığı nedir? Neden matematik okuryazarlığına ve matematik okuryazarlığı kapasitesini geliştirmeye yönelik yaşamsal sorulara ihtiyaç duyuyoruz?" soruları açıklanmış ve tartışılmıştır.

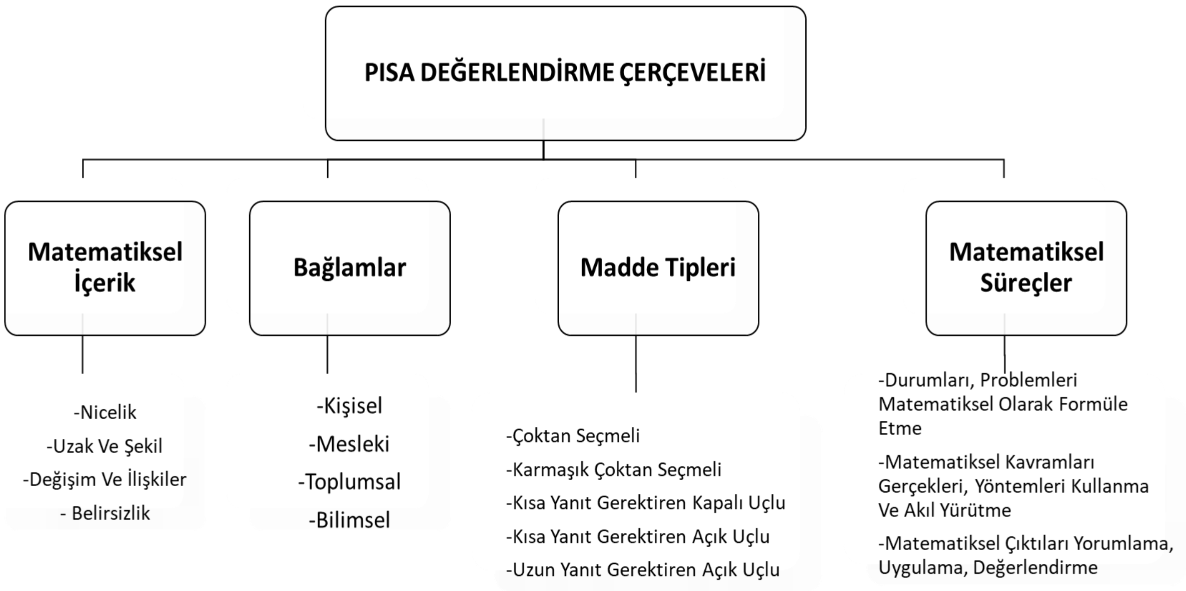
– Türk eğitim sisteminde MO kavramı, öğretim programı, ders kitapları ve ulusal sınavlar çerçevesinden ele alınmıştır.

– Öğretmenlerin MO sorularına yönelik bir aşinalık kazanmaları için yaşamsal matematik sorularının yer aldığı bir kitapçık öğretmenlere dağıtılmış ve öğretmenlerle birlikte çözülmüştür. Bu soruların klasik, alışılagelmiş ders kitabı sorularından farkları üzerinde tartışılmıştır. Bu sorulardan özellikle öğretmenlerin seçtiği ve tartışılması istenen sorular sınıf içi tartışmaya açılmıştır.

– MO sorularının matematiksel içerik, bağlamlar, madde tipleri, matematiksel süreçler ve bu süreçte aktive edilmesi gereken yeterlikler bakımından sınıflandırılması yapılmıştır. Matematik okuryazarlığı soruları ile ilgili öğretmenlerin derinlemesine bir fikir sahibi olabilmeleri için yapılandırmacı bir karakter taşıyan bu eğitim ışığında öncelikle MO soruları öğretmenlere çözdürülmüştür. OECD tarafından yayımlanan PISA uygulamalarında kullanılan örnek sorular materyal olarak seçilmiştir. Öğretmenler çözdükleri sorular üzerinden soru yapılarına ilişkin görüşlerini, soru özelliklerini, ders kitaplarındaki geleneksel soru yapısından farklarını açıklamıştır. Bu tartışma, önce küçük grupta, sonra sınıf tartışması şeklinde sürdürülmüştür. Bu tür sorulara ilişkin öğretmenlerin yorumları; soruların daha karmaşık, genellikle daha uzun yanıt gerektiren, yaşamsal ve düşündürücü karaktere sahip olduğu yönündedir.

Şekil 15

PISA Matematik Okuryazarlığı Soruları Değerlendirme Çerçevesi



MO sorularına ilişkin öğretmenlerden alınan görüş ve yorumlar sonrasında Şekil 15'de görülen PISA'nın bu soru türlerine ilişkin sınıflaması öğretmenler ile paylaşılmıştır. İlk boyut olan matematiksel içerik, öğretim programındaki konular dikkate alındığında dört öğrenme alanında toplanabilmektedir. Bunlar Sayılar, Cebir, Geometri, İstatistiktir. PISA matematik okuryazarlığı ile ilgili yayınlarında bu konu alanlarını 15 yaşı dikkate alarak Nicelik, Değişim ve İlişkiler, Uzay ve Şekil ve Belirsizlik başlıkları ile vermiştir.

İkinci boyut soruların içerdiği bağlamlar, bir başka ifade ile yaşam kesitlerine (Altun, 2020) göre yapılan sınıflamadır. Bunlar bağlamları itibariyle kişisel, toplumsal, mesleki ve bilimsel alan olmak üzere dört kategoriye ayrılabilirler. Kişisel bağlam içeren sorular, bireyin kendi özelinde yaşadığı olaylarla ilgilidir. Örneğin; beslenme, giyim, barınma, seyahat, alışveriş olayları bunların başlıcalarıdır. Mesleki bağlam kategorisi ile meslek alanlarına ilişkin sorunları konu alan sorular kastedilmektedir. Farklı meslek grupları ilgili pek çok durum soru kaynağı olabilmektedir. Toplumsal bağlam içeren sorular, bireyin içinde yaşadığı toplumla ilgili ortak sorunlarla ilgili sorular bu kategoriye girer. Çevre kirliliği, açlık sınırı, nüfus hareketleri, çalışma hayatı başta olmak üzere toplumu ilgilendiren, toplumsal yaşamı düzenlemeye dönük birçok konu vardır. Son olarak bilimsel bağlam kategorisi, bilim ve teknoloji ile ilgili problemleri içerir. Bilimsel bilgi ve bu bilginin kullanımı ile ilgili konulara dönüktür. Bağlamsal olarak sınıflamalar bazen birden çok kategoride yer alabilirler. Örneğin, seyahatle ilgili bir soru bireyin A kentinden B kentine yaptığı bir seyahati konu alıyor ise kişisel, toplu taşımacılığın kurallarını konu ediniyorsa toplumsal soru sınıfına girebilir. Bu bakımdan karar vermek için sorunun içeriği önemlidir.

Üçüncü boyut, soru türlerini içermektedir. Şekil 15’de açıklanmış olan madde türlerinin hemen hepsinde matematik okuryazarlığı soruları oluşturulabilmektedir. Tek başlarına çoktan seçmeli sorular matematiksel yeterlikleri ve süreç becerilerini test etmede sınırlı bir kapasiteye sahiptirler. Bu bakımdan açık uçlu sorular matematik okuryazarlığı yeterliğini ölçmede zorunlu bir ihtiyaç olarak ortaya çıkmaktadır. Özellikle modelleme, muhakeme etme, strateji önerme ve öneriyi savunma süreçleri sorulacak açık uçlu sorulara verilen cevaplarla ancak izlenebilir. Açık uçlu ve kapalı uçlu soruların ne olduğu, aralarındaki farklar, gerektirdiği süreç becerileri örnek sorular üzerinden tartışılmıştır. Bu süreçte aynı sorunun hem açık uçlu hem de kapalı uçlu formatı verilerek tartışmalar yürütülmüştür. Açık uçlu soru örneklerinin tartışılmasından sonra bu soru yapısının esnek düşünme ile çözüm için farklı yollar önerilebileceği ve argümantasyon becerilerini geliştireceği şeklinde iki önemli yönü ifade edilmiştir.

Dördüncü boyut, problem çözme süreci üzerinden yapılan incelemedir. Bir problemin çözüm sürecinde sıralı olarak problemin tanımlanması (problemli durum içinden matematiksel problem bulup ortaya çıkarma), çözüm için uygun strateji seçme ve onu çözme, çözümün doğruluğu test etme ve sonucun problemli duruma cevap olup olmadığını değerlendirme (Altun, 2019) safhalarından oluşur. Süreç becerileri, problemin çözümünde bu safhalardan hangisinin baskın olduğuna göre yapılan bir sınıflamadır. *Formüle etme soruları*, matematiksel durumları formülleştirebilme süreçlerini içerir. *Uygulama*, akıl yürütme suretiyle gerekli işlemleri yapma ve sonuca ulaşmayı kapsar. *Yorumlama-değerlendirme*, çözümün doğruluğunun kontrol edildiği, problem durumunun öncülleri altında sonucun geçerliğini tartışmayı içeren bir süreçtir.

Bu çerçevenin tanıtılmasından sonra tartışılan MO sorularından yola çıkarak bu soruların çözümü için nelerin gerekli olduğu açıklanmıştır. Burada özellikle üzerinde durulan soru çözümlerinin hangi yeterliklerin aktive edildiğine karar vermedir ve buna yönelik çalışmalar yapılmıştır. Literatürde yer alan matematiksel yeterlikler dikkate alınarak bu yeterliklerden hangilerinin gelişimine sınıf içinde ne derecede yer verildiğine yönelik öğretmenler ile tartışmalar yürütülmüştür. Geleneksel öğretimde sınıf içinde özellikle Matematiksel Modelleme ve Muhakeme ve Argüman Üretme yeterliklerinin gelişimine yönelik az hatta neredeyse hiçbir çalışmanın yapılmadığı ve süreçte bu yeterliklere yer verilmediği öğretmen ifadeleri ile ortaya çıkmıştır.

Eğitim süreçlerinde ara uygulamalara devam edilmiş içinde matematik okuryazarlığı soruları yer alan ve almayan bir çalışma kağıdı öğretmenlere dağıtılıp hangilerinin okuryazarlık sorusu olduğuna karar vermeleri ve nedenlerini açıklamaları istenmiştir. Bu tür uygulamalar hem eğitimi canlı tutmuş hem de öğretmenlerin ne derece konuya hakimiyet kurdukları konusunda araştırmacılara dönüt sağlamıştır.

Eğitim süreci içinde matematik okuryazarlığı sorularını tanıyan öğretmenler, soruların özelliklerine ek olarak yaşamsal nitelik taşımalarından dolayı uzun sorular olduklarına vurgu yapmışlardır. Soruların bir metin içerisindeki bu uzun yapılarının çözümü zorlaştırdığını, öğrencilerin okumayı sonuna kadar sürdürmeleri konusunda endişe duyduklarını ifade etmişlerdir. Bu konuşmalar esnasında "*Sabırlı okuma*" kavramı ön plana çıkmıştır. Öğrenme ortamına sabırlı okuma kavramının getirildiği takdirde öğrencilerin okuyup, anlayıp, çözüme ulaşabileceği öngörülmektedir.

Devamındaki süreçte matematik okuryazar bireyler yetiştirmek için yapılan ve yapılması gereken öğretimin niteliği tartışılmıştır.

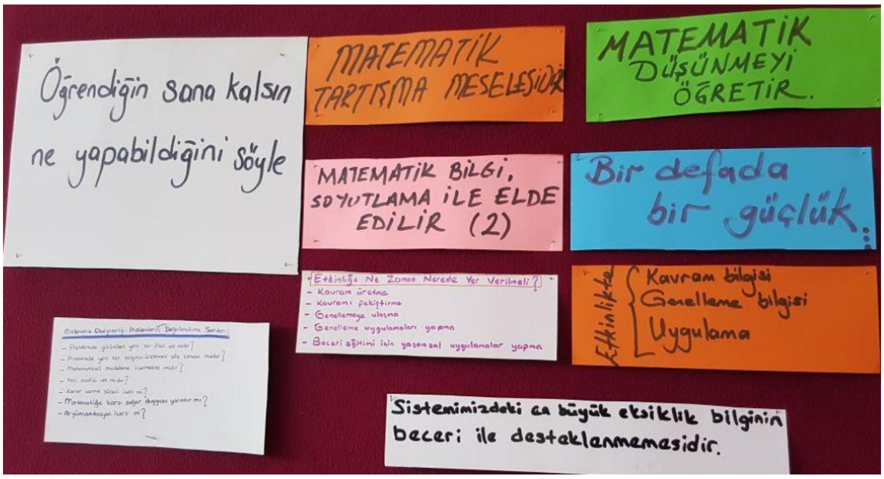
3.3.2.Öğretim sürecine müdahale: Etkinlik kavramı. Yürütülen öğretmen eğitiminin ikinci aşaması, matematik okuryazar öğrenciler yetiştirmek için öğretim sürecini düzenlemektir. Bu nedenle öncelikle öğretimde neler yapıldığı ve nelerin yapılmadığı ve eksik kaldığı üzerine fikir alışverişi yapılmıştır. Bu hususla ilgili olarak matematiksel kavramların kazandırılmasına yönelik etkinlik kavramı ön plana çıkarılmıştır. Ön bilgilerini belirlemek üzere öncelikle "Etkinlik nedir?" sorusu yöneltilerek kanaatleri ele alınmıştır. Aşağıda bu kanaatlere örnekler verilmiştir:

- Materyallerle soyut matematik kavramları somutlaştırma
- Çok fazla öğretim sürecine dahil etmediğimiz uygulamalardır.
- Etkinlik için illa materyale gerek yok. Tartışma yapmak da (derin düşünmeyi sağlamak açısından) bir etkinliktir.
- Bilgiyi yapılandırma aşamasındaki her türlü çalışma.

Bu tartışmalardan sonra öğretmenlerle birlikte örnek etkinlikler (silindirin hacmi, olasılık, Pisagor bağıntısı gibi) yapılarak etkinliklerin şu an ki öğretimden farklı olarak neler sağlayabileceği ortaya konmuştur. Bu süreçte çalışmaya katılan öğretmenler bir öğrenci gibi ikili gruplar halinde etkinlikleri bizzat uygulamıştır. Uygulanan bu etkinliklerin matematiğin amaçlarını ne derecede karşıladığı tartışılmıştır. Özellikle bu etkinliklerin, mevcut öğretimlerinde eksik kaldığını ifade ettikleri “matematiğe değer verme duygusu yaratma” amacına öğrencileri ulaştırabileceği ifade edilmiştir. Etkinliklerin öğretim süreci içerisinde; i) kavram üretme, ii) kavramı pekiştirme, iii) genellemeye ulaşma, iv) genelleme uygulamaları yapma, v) beceri eğitimi için yaşamsal uygulamalar yapma gibi farklı amaçlar doğrultusunda uygulanabileceği açıklanmıştır. Sürecin devamında ortaokul ders kitaplarında yer alan etkinlikler, etkinlik kavramına uygunluğu bakımından tartışılmış ve etkinlik karakterine sahip olup olmadıklarına karar verilmiştir. Bu noktada öğretmenler, ders kitaplarında yer alan etkinliklerin çoğunlukla “kâğıt kesme-katlama” ile sınırlı olduğu ifade etmişlerdir. Yapılan sınıf içi tartışmalar sonucunda etkinliklerin, öğrencilerin zihinlerinde bir karmaşa yani sonuçla ilgili farklı beklentiler yaratması gerektiği konusunda görüş birliğine varılmıştır. Bu aşamada etkinliklerin matematiksel yeterlikleri kazandırmadaki gücü ve okuryazarlık içindeki yeri tartışılmıştır. Bu noktada “Neden etkinlik üzerinde konuşuyoruz?”, “Matematik okuryazarlığı ile etkinlik arasında nasıl bir ilişki var?” soruları gündeme gelmiştir. Bu sorulara cevaben “Etkinlikler, bilgileri beceri ile birleştirdiği için kıymetlidir. Eğitim sistemindeki en büyük eksiklik ise bilginin beceri ile desteklenmemesidir. Matematikte ne bildiğin değil, bildiğinle ne yapabildiğin önemlidir. Matematik okuryazarlık düzeyi ise ancak becerilerin aktive edilmesini gerektiren etkinliklerle ortaya çıkabilir.” şeklinde açıklamalarda bulunulmuştur. Öğrenme sürecine dönük bu tür çarpıcı sözler öğretmen eğitiminde duvar panolarına yapıştırılmıştır (Resim 2).

Resim 2

Öğretmen Eğitimi Sürecinde Ortaya Çıkan Çarpıcı Sözler



Etkinliğin ne olduğu ve önemi üzerinde durulduktan sonra öğretim sürecinin hangi aşamasında, nasıl uygulanacağına yönelik bir kuramsal modelin takip edilmesi gerekliliği tartışıldı. Bu noktada yapılandırmacılığın öğretim sürecinde uygulanmasına dönük olarak çeşitli öğretim modelleri mevcuttur:

- 3E, 5E, 7E öğretim modeli
- Aktif öğrenme
- Buluş yoluyla öğrenme
- Proje tabanlı öğrenme
- Problem temelli öğrenme
- Sunuş yoluyla öğrenme

Bu öğretim modellerinin ne olduğu, birbirleri ile ilişkili yönleri ve farklılıkları öğretmenlere tanıtılmıştır. Bu modeller arasında 5E öğretim modeli (dikkat çekme, keşfetme, açıklama, derinleştirme, değerlendirme) ön planı çıkmıştır. Bunun sebebi ise 5E modelinin öğretmenlerin hepsi tarafından bilinen ve hatta zaman zaman uygulamaya çalıştıkları bir model olması, sınıf içi uygulamalar için yaygın olarak kabul görmesidir. Modelin içerdiği beş basamağın her birinin nasıl uygulanacağı, etkinliklere hangi basamakta veya basamaklarda yer verileceği konuşulmuştur. Öğretmenler yapılan açıklamalar ve kendi yaptıkları uygulamalar neticesinde modelin kullanımına ilişkin görüş ve yorumlarını ifade etmiştir. Ön plana çıkan yorumlar şunlardır:

- Dikkat çekme aşamasında yapılacak uygulamaları belirlemede zorluk yaşama
- Derinleştirme aşamasında neler yapılabileceğini bilememe ve alıştırma yapmakla sınırlı kalma
- Öğrencileri süreçte aktif hale getirmede başarısız olma

Öğretmenlerin yaşadıkları bu zorluklar tartışılmış ve devamında bilinen bu model üzerinden modüler programın yapısına geçiş yapılmıştır.

3.3.3.Modüler programın teorik yapısı. Farklı öğrenme modelleri üzerinden yapılan tartışmalar sonucunda modüler programın yapısı şekillenmiş ve içeriğindeki her bir odakta yapılabilecek çalışma ve uygulamalar açıklanmıştır. Modüler programda odaklanan iki boyutun ne olduğu, bu boyutlarda yapılacak çalışmaların hangi öğrenme kuramlarına dayandığı, bu boyutlarda yapılacak çalışmaların neler olduğu mümkün olduğunca birbirinden ayrılarak tanıtılmıştır. Buradaki asıl vurgu, her iki boyutta yürütülecek etkinlik veya uygulamaların öğrencilerin matematiksel yeterliklerini geliştirmeye yönelik olmasına yapılmıştır. Bu doğrultuda modüler programın mantığını daha iyi kavrayabilmeleri ve işlerliğinin görülmesi açısından öğretmenler sınıflarında denemişlerdir.

3.3.4. Modüler programı deneyimleme – mikro öğretim. Sınıf içi uygulamalar kapsamında öğretmenlerden istedikleri kazanımlara yönelik planlayacakları bir dersi kendi sınıflarında uygulamaları istenmiştir. Mikro öğretim aracılığıyla yapılan uygulama süreçlerinin video kayıtları gönüllülük esasına göre sınıf içinde tahtaya yansıtılarak izlenmiş ve üzerine tartışmalar açılmıştır. Mikro-öğretim ve ilgili kayıtların öğretmen grubundaki tartışma sonuçlarına göre öğretmen uygulamalarını değerlendirme, yeterlikleri geliştirmesi bakımından hazırlanan etkinlikleri revize etme çalışmaları yapılmıştır. Bu tartışmalarda özellikle etkinliklerin hangi kavramları üretmeye veya derinleştirmeye yönelik olduğu, etkinlik uygulama süreçlerinin yapılandırmacı bir sınıf ortamı oluşturmaya ve matematiksel yeterliklerin gelişimine ne kadar hizmet ettiği bakımından incelenmiş, ilgili öğretmenlere dönütler verilmiştir. Aynı zamanda öğrencilerin matematik okuryazarlığı düzeylerini geliştirmeye çalışırken, pür matematik bilgilerini boş geçmemeye özen gösterilmesi hususuna da vurgu yapılmıştır. Öğretmenlerin uygulamalar esnasında özellikle öğrencilerin düşüncelerini ifade etmelerine pek fazla imkan tanımadıkları, sınıfta bir sorgulama ortamı yaşatmakta zorlandıkları ve daha çok öğretmen merkezli ders işledikleri gözlenmiştir. Kendi ifadeleri ile "hep ben konuşmuşum, öğrenciye söz hakkı tanımamışım" şeklinde ders süreçlerini eleştirmişlerdir. Özellikle bu noktalara getirilen öneriler doğrultusunda mikro öğretim çalışmalarına devam edilmiştir.

Tablo 3

Haftalara göre öğretmen eğitiminde yapılan uygulamalar

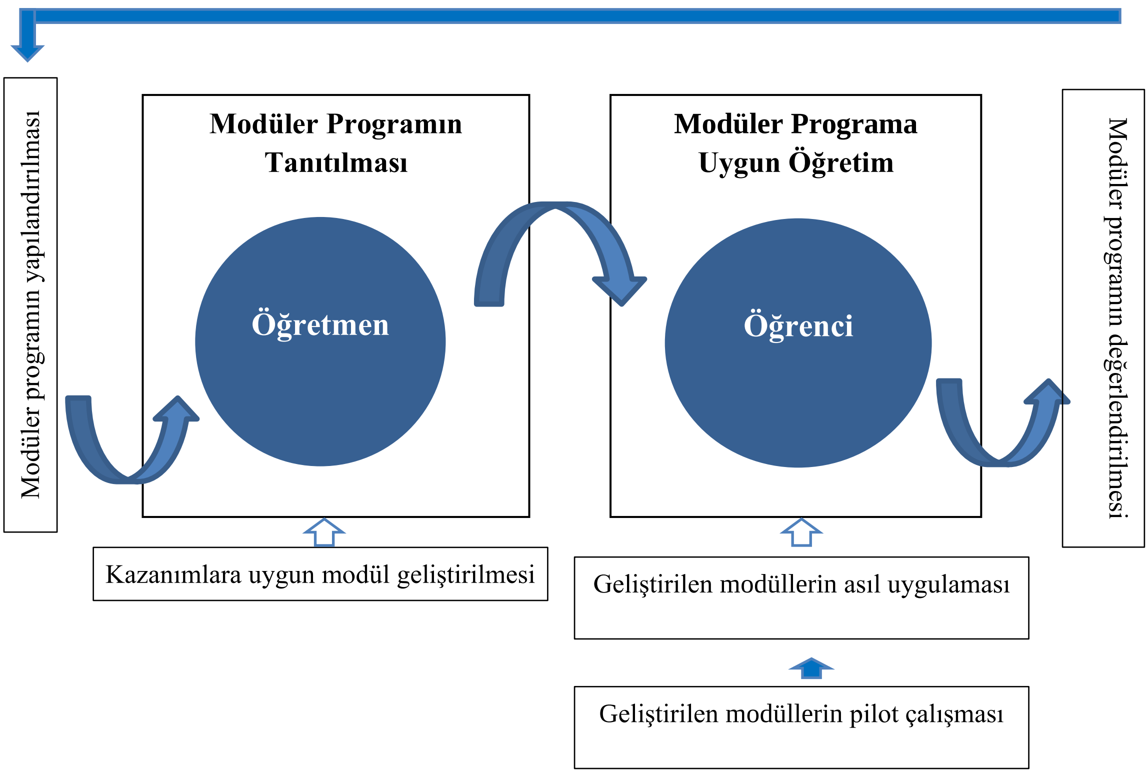
Yapılanlar / Haftalar	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Öğretmen eğitimi ile ilgili genel bilgi										
MO tanım ve açıklaması										
MO sorularının yapısı ve özellikleri										
Etkinlik kavramı ve örneklerinin uygulanması										
Modüler programın tanıtılması										
Mikro öğretim uygulamaları										

Alanyazında tasarım temelli araştırmalarda katılımcıların mesleki gelişimlerine katkıda bulunulabilmesi için tasarım ve geliştirme süreçlerinin ilgili kişilerle işbirliği içinde yapılması tavsiyesi yer alır (McKenney ve diğerleri, 2006). Bu kısma kadar anlatılmış olan aşamalarda öğretmenler, araştırmacılarla ve diğer katılımcılarla işbirliği içinde çalışmışlardır. Bu süreçte gerçekleşen etkileşimler ile tasarım temelli araştırmanın gereği olarak hem öğretmenlerin deneyimlerinden faydalanmak hem de öğretmenlerin sınıf içindeki uygulamalarını güçlendirmek amaçlanmıştır.

Tablo 3'te yer alan haftalara göre yapılan uygulamalarda görüldüğü üzere eğitimde sadece MO'nun ne olduğu değil, aynı zamanda MO başarısını optimal düzeyde artıracak bir öğretim anlayışı tanımlanmış ve uygulanmıştır. Mesleki gelişim kazanmaları amacıyla verilen bu eğitim ile öğretmenlerin kendi MO başarı düzeyi gelişirken hem mevcut uygulama sürecinde hem de sonraki öğretmenlik yaşantılarında sınıflarında bu okuryazarlık eğitimini yansıtmaları beklenmiştir. Öğretmen eğitimi sürecinde ve sonunda etkinlikleri uygulayan öğretmenlerden eğitim sürecine ilişkin görüşleri alınmıştır. Alınan bu görüşler, sürecin devamında yürütülen öğrenci eğitimi kısmına yansıtılmış ve yapılan planlarda çeşitli düzenlemeler yapılmıştır.

Şekil 16

Modüler programa uygun öğretim sürecine geçiş



Şekil 16'da gösterilen uygulama sürecinin tanıtma aşaması böylece tamamlanmış olup, öğretmenlerden bazıları ile sınıf içi uygulamalarına geçilmiştir.

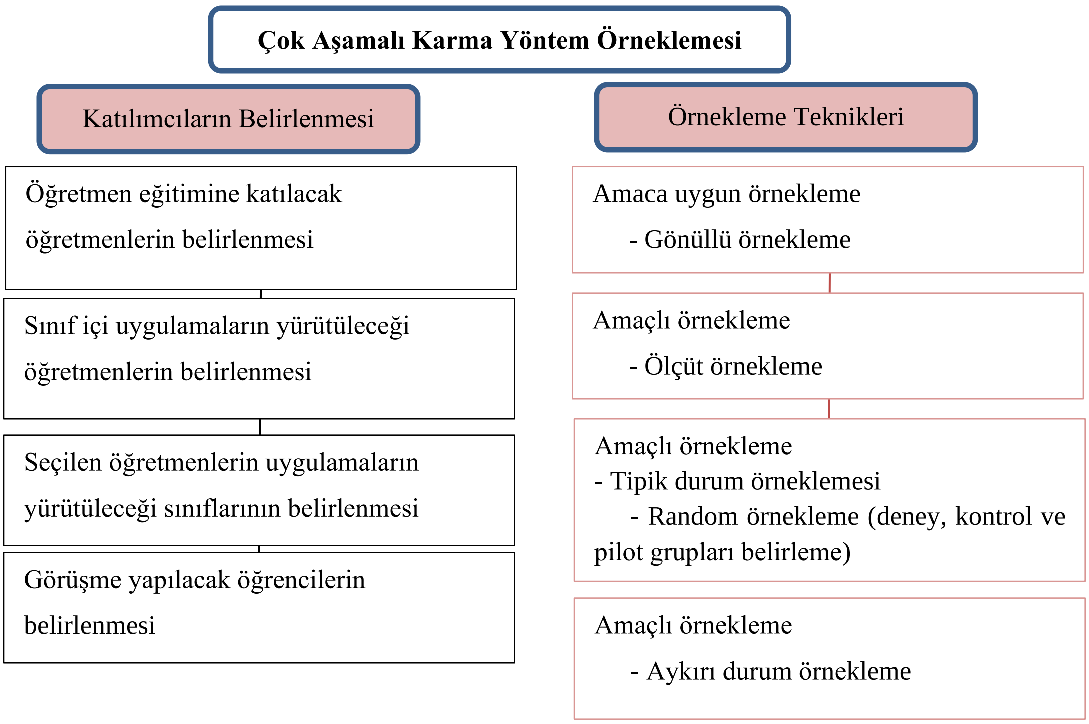
3.4. Modüler Programın Uygulanması: Öğrenci Eğitimi

Aşağıda modüler programın uygulaması, örneklemin seçimi, öğretim modüllerinin yapısı ve uygulama süreci başlıkları altında tanıtılmıştır.

3.4.1. Örneklem seçimi. Tasarım temelli bu araştırmanın uygulanmasında farklı zamanlarda farklı çalışma grupları (öğretmen eğitiminden öğrenci görüşmelerine kadar) ile çalışma yürütülmüştür. Bu süreçte çalışma gruplarının belirlenmesinde çok aşamalı karma yöntem örneklemesi tercih edilmiştir. Bu örnekleme tekniği iki ya da ikiden fazla analiz birimi içeren (öğretmen-sınıf-öğrenci) çalışmalarda tercih edilmektedir. Bu geniş kapsamlı teknikte genellikle birden fazla örnekleme tekniği kullanılır (Tedlie & Tashakkori, 2009). Araştırmanın farklı aşamalarında yer alacak katılımcıları belirlemek için kullanılan örnekleme teknikleri Şekil 17'de verilmiştir.

Şekil 17

Çok aşamalı karma yöntem örneklemesine göre katılımcıların belirlenmesi



Yapılan gözlem ve görüşmeler sonucunda eğitim sürecini başarıyla tamamlayan ve gönüllülük esasına dayalı olarak ölçüt örnekleme yoluyla seçilen farklı iki okulda görev yapan iki öğretmen ile bir dönem (bahar dönemi) boyunca sınıf içi uygulama yapılarak, bu modüler öğretimin eğitim-öğretim sürecine yansıması sağlanmıştır. Bu şekilde yürütülen sınıf içi uygulamalar ile modüler programın etkililiği ve matematiksel yeterliklerin gelişimi üzerine etkisi belirlenmeye çalışılmıştır. Bursa il merkezinde yapılan uygulamalarda bu öğretmenlerin birinin sınıfı deney grubu, diğerininki ise pilot çalışma grubu olarak belirlenmiştir. Ayrıca öğretmen eğitimine katılmamış olan bir öğretmenin sınıfı ise kontrol grubu olarak seçilmiştir. Kontrol grubu da deney grubunun olduğu okulda yer almaktadır; ancak farklı bir öğretmenin sınıfı seçilmiş ve bunu yaparken de sınıf seviyesinin deney grubununkine yakın olması gözetilmiştir. Kontrol grubunda öğretmenin önceden planlandığı sekliyle eğitime devam edilmiştir. Öğretmenlerin birden fazla girdiği 7. sınıf şubesi olması dolayısı ile random olarak deney ve kontrol grupları atanmıştır.

Deney grubunda 33, pilot çalışma grubunda 31 ve kontrol grubunda 31 olmak üzere toplam 95 öğrenci ile çalışmalar yürütülmüştür. Pilot grupta yapılan eğitimler, deney grubuna göre 1 hafta önden yürütülmüş ve böylece pilot grubunda modüllere ilişkin yaşanan herhangi bir zorluk veya anlaşılmazlık durumunda modülün üzerinde gerekli değişiklikler yapılarak asıl gruba bu şekli ile uygulanmıştır.

3.4.2. Araştırma öncesinde uygulama öğretmeni. Hem uygulama hem pilot grubunun öğretmenleri yaklaşık 15 yıllık deneyime sahiptir ve 5'den 8. sınıfa kadar farklı sınıf seviyelerinde öğretmenlik tecrübesi yaşamıştır. Oldukça aktif olan her iki öğretmende MEB'in, üniversitelerin ve farklı kuruluşların düzenlediği eğitim ve çalıştaylara sıklıkla katılmaktadır. Bu araştırma kapsamında verilen öğretmen eğitiminde de oldukça isteklilik gösteren öğretmenlerin kendini geliştirmeye açık oldukları düşünülmektedir. Aynı zaman da her iki öğretmende il bazında MEB için yeni nesil soru yazma gruplarında yaklaşık iki yıldır aktif görev almaktadır.

Öğretmen eğitimi sürecinde bu öğretmenlerin derslerini ve sınıf ortamlarını hem yüz yüze hem de mikro öğretim yolu ile gözleme fırsatı olmuştur. Bunun yanı sıra uygulama sürecinden önce yaklaşık 2 hafta boyunca deney grubu öğretmeninin farklı sınıf seviyelerindeki dersleri gözlenmiştir. Öğretmen bu süreçte konu anlatımı ile derse başlamıştır. Bazen konuya başlamadan önce öğrencilerin dikkatini derse toplamak için kısa süreli uygulamalar yapmış, bazen bu uygulamalar konu ile ilgili hikayeler veya tecrübe ettiği anılar olmuştur. Konuya ait tanım ve açıklamaları deftere yazdırdıktan sonra konuyla ilgili soru çözümlerine geçmiştir. Öğrencilerin defter tutmalarını oldukça önemsemiştir. Derse katılımı, soru çözümlerinde isteyen, gönüllü öğrencileri tahtaya kaldırarak sağlamıştır.

Öğretmen söylemlerinden anlaşıldığı üzere derslerin genel amacı, öğrencileri yaklaşan sınava hazırlamak, soru çözümlerinde pratiklik kazanmalarını sağlamak ve varsa öğrencilerin konu eksikliklerini tamamlamak şeklindedir. Bu nedenle öğretmen dersin işlenişini soru çözümü odaklı sürdürmüştür. Derslerde fazla sayıda sorunun çözülebilmesi için belirlediği bir yayınevinin testlerini fotokopi çektirerek öğrencilere dağıtmış ve birkaç farklı sınıfta bu uygulamaya yer vermiştir. Bu süreçte öğrencilere fotokopiler üzerinden soruları çözmesi için belli bir süre verilmiş ve sürenin sonunda sadece çözemedikleri soruların çözümleri tahtaya taşınmıştır. Öğrencilerin konuyu anlamasında veya soru çözümünde herhangi bir hatalarını ve eksikliklerini tespit ettiğinde öğretmen direk müdahalelerde bulunmuştur.

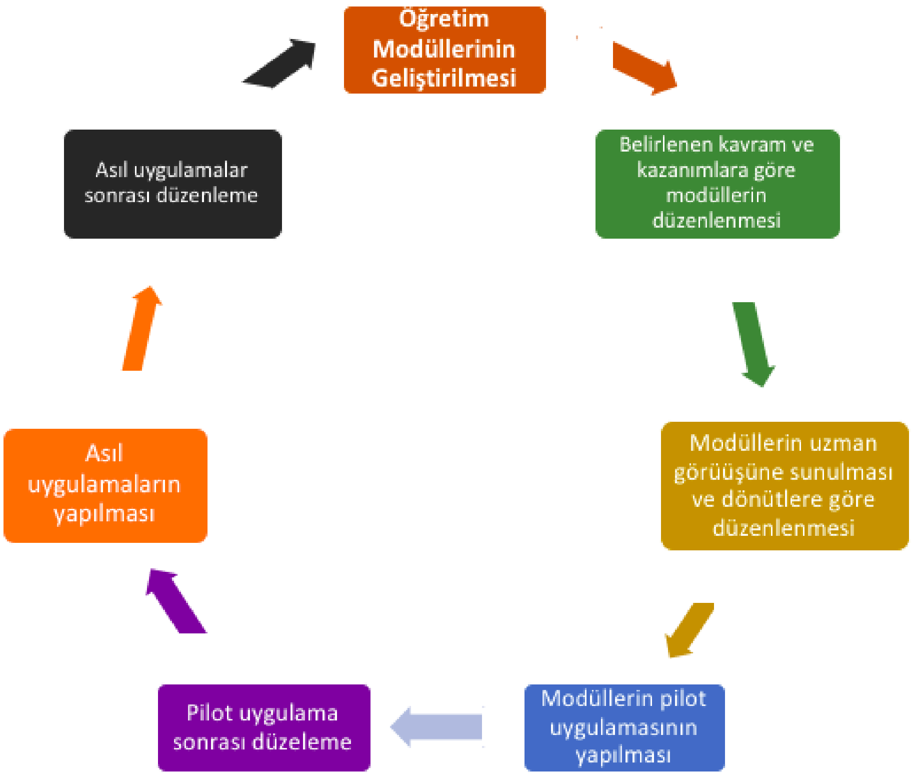
Disiplinli, sınıfta düzen, sessizlik ve otoriteyi sağlamaya çalışan bir öğretmendir. Öğrenciler ise bu sınıf atmosferinde çoğunlukla sessiz ve sakin bir görünüm çizmiştir. Yer yer öğretmenin öğrencileri derse katmada zorlanması, öğrencilerin isteksiz oluşu şeklinde yorumlanmıştır.

3.5. Öğretim Modüllerin Yapısı

Belirli bir zaman için tasarlanmış ve aşamalarının tanımlandığı öğretimsel düzenlemeler olarak ifade edilen öğretim modüllerinin (Ekert, Rotthowe & Weiterer, 2012) geliştirilmesinde belli süreçler izlenmiştir. Şekil 18'de açıklanan bu süreçlerde temel amaç, araştırmanın hedeflerine, öğrenci düzeyine uygun, herhangi bir mantık veya kelime hatasından arınmış modüller oluşturmaktır.

Şekil 18

Öğretim modülleri geliştirme süreci döngüsü



Öğrenme odaklı ve belirli bir amaca hizmet eden modüllerin geliştirilmesinde Moon (2002) tarafından belirlenen çerçeve esas alınmıştır. Her bir modülde modülün amacı, beklenen öğrenme çıktıları, bu süreçteki öğretmenin rolü, sunduğu öğrenme fırsatları (kavram ve hedeflenen matematiksel yeterlikler) ve değerlendirme tekniklerini içermektedir. Bu kapsamda bütünleyici bir yapı taşımakta olan modüller, birbiri ile ilişkili ve birbirini tamamlayan etkinlik ve MO sorularının bir araya gelmesi oluşmuştur.

Gerek yapılandırmacı öğrenme kuramı gerek GME, kavram veya genellemelerin öğretimine seçilen bir problem veya etkinlik ile başlanmasını esas almaktadır. Bu problemin çözümü veya etkinlikteki zihinsel karmaşanın giderilmesi yapılandırmacı öğrenmede keşfetme basamağındaki çalışmalar, GME de ise “sürecin yeniden keşfi” ilkesine bağlı olarak matematikleştirme süreci içinde gerçekleşmektedir. Buradan sonrası ulaşılan sonucun açıklanmasından ibarettir. Öğretilmesi hedeflenen kavram veya genelleme için bu iki yoldan uygun olanı seçili öğretim gerçekleştirilebilir. O halde *birinci kritik nokta keşfetmedir*. Bu boyut öğrencilerin öğrenme sürecine sahiplik ettiği, kendi öğrenmelerinin sorumluluklarına ortak olduğu öğretim etkinlikleri ile kavram veya genellemenin kazandırıldığı safhadır. Bu kısımda yapılan öğretimin geleneksel öğretimden en büyük farkı, kavram ve genellemelerin kazandırılması ile ilgili öğretim tasarımında GME ve yapılandırmacı öğretimin esas alınıyor olmasıdır. Buradaki etkinlik, derste ardı sıra yapılan birtakım işlemler bütününden farklı olarak, zihinsel bir karmaşa içeren ve bu karmaşanın kaldırılması için *düşüncesini açıklamaya, savunmaya ve tartışmaya* yer veren uygulamalı bir çalışmadır. Etkinliklerin, öğretimi yapılan kavram ve genellemenin doğasına uygun olması gerekmektedir. İster GME’ye uygun ister yapılandırmacı kurama uygun olsun bu aşamadaki etkinlikler, öğrencilerin düşünce üretmelerine ve birbirlerinin düşüncelerini tartışmalarına yer veren özellikleri ile matematiksel yeterliklerin doğal olarak ortaya çıkmasına uygun ortam sağlarlar (Lithner, 2000). Bu doğrultuda modüllerde yer alan tüm etkinlikler belirli bir yeterlik kümesini hedef alacak şekilde tasarlanmıştır. Ancak bu durum etkinlikler üzerinde çalışırken diğer yeterliklerin eyleme geçirilemeyeceği anlamına gelmemektedir.

Öğrenilen bilginin kırılganlığının giderilmesi ve pekiştirilmesi yapılandırmacı öğrenmedeki derinleştirme basamağında, GME deki ise dikey matematikleştirme süreci içinde gerçekleşmektedir. O halde *ikinci kritik nokta uygulamaların yapılması*dır. Bu boyutta, geleneksel öğretimde bu aşama için hâkim davranış olarak rutin tipteki alıştırmaların çözülmesi yer alır. Çalışma kapsamında alıştırmaların yanı sıra öğrenilen bilgi ve becerilerin kullanımını gerektiren MO problemlerine ve uygulamalara yer verilmektedir. MO problemleri ve yaşamsal uygulamalara yer vermekle bilginin beceri ile bütünleşmesi ve buna bağlı olarak bilginin gerekliliğine olan inancın güçlendirilmesi ve bilginin içselleştirilmesinin sağlanması amaçlanmaktadır. Ayrıca bu çalışmalar, öğrenilen bilginin yaşamdaki yararlarını ortaya koyacağı için matematiğe karşı değer duygusunu geliştireceği ve "bunu niçin öğreniyoruz?" sorusunun kendiliğinden ortadan kalkabileceği düşünülmektedir. Modüllerde yer alan yaşamsal karakterdeki MO sorularının bir kısmı araştırmacı tarafından geliştirişmiş bir kısmı PISA'nın yayınlamış olduğu sorulardan (OECD, 2016), bir kısmı mevcut bilimsel kitaplardan (Altun, 2018; Altun, Bozkurt, Kozaklı Ülger & Tetik, 2018) diğer bir kısmı ise alanyazındaki çalışmalardan (Altun & Bozkurt, 2017; Hilton, Dole & Goos, 2013) alınmıştır.

İyi bir problem, doğal olarak öğrencilerin ilgisini çekmekte ve çözümü üzerindeki tartışmalarda muhakeme ve argüman üretmeye yer vermektedir. Problemin çözümü için yapılan öğrenci girişimleri doğrudan problem çözme için strateji üretme yeterliği ile ilgilidir. Böylece modül içeriğinde yedi temel matematiksel yeterlikten matematik bilginin oluşumu ile doğrudan ilgili olan üç temel yeterliğe süreç içinde yer verilmektedir. Diğer yeterliklerden iletişim, temsil ile gösterim, formal, teknik dil ve sembolleri kullanma, matematiksel araçları kullanma öğretimin niteliğini artıracak diğer yeterliklerdir ve bunların her biri süreç içinde kendiliğinden aktive olabilecektir.

MO soruları için çözüme teşvik etmek amacıyla bir tür görsel destek (soruyu anlatan görsel) kullanılmıştır. Çizimler, diyagramlar veya fotoğraflar kullanılarak kapsamlı ve tutarlı bir kullanım sağlanmıştır (Tout & Spithill, 2015). Görsel destek, soruların öğrenciler için daha çekici gelmesini sağlama, problemin erişilebilirliğini ve anlaşılırlığını artırma ve içeriğin gerçek dünyaya bağlanmasına yardımcı olma gibi amaçlar ile kullanılmıştır.

Hazırlanan etkinlik ve MO problemleri modüler yapılar halinde öğretmenlere verilmiştir. Modüller dört farklı öğrenme alanını içerecek şekilde oluşturulmuştur. 2017-2018 öğretim yılı bahar döneminde 7.sınıf düzeyinde bu dört öğrenme alanını içeren konuları kapsamıştır. Konu alanlarına uygun olarak hazırlanan modüller cebir alanından "*Eşitlik ve*

Denklem”, sayılar alanından “*Oran ve Orantı*”, “*Yüzde*”, geometri alanından “*Doğrular ve Açılar*”, “*Çokgenler*”, “*Çember ve Daire*”, veri işleme alanından “*Veri Analizi*” olmak üzere toplamda 7 tanedir. Bu modüller ve uygulama süreleri Tablo 4’te sunulmuştur.

Tablo 4

Modüllerin uygulama süreleri

Eşitlik ve denklem	**Oran-Orantı**	**Yüzde**	**Doğrular ve açılar**	**Çokgenler**	**Çember ve daire**	**Veri analizi**
4 saat	18 saat	10 saat	6 saat	12 saat	6 saat	7 saat
1. hafta	2 – 5. hafta	6 – 7. hafta	8 – 9. hafta	9 – 13. hafta	14– 15. hafta	15 –16. hafta

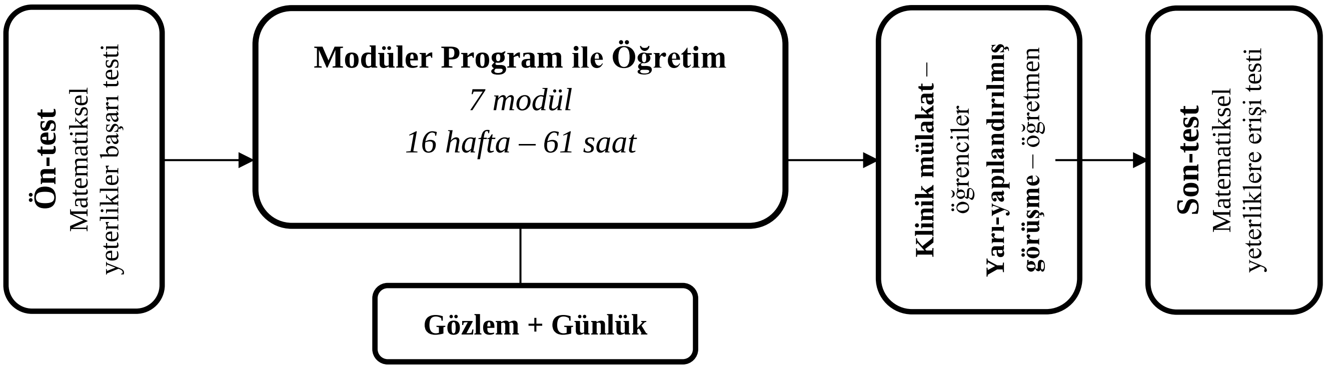
Modüller derslerden önce öğretmenlerle paylaşılmış ve bu modüllerin uygulama sürecine yönelik açıklamalar yapılmıştır. Hazırlanan bu modüller derslerde öğrencilere bütüncül bir şeklinde verilmemiştir. Özellikle yürütülen pilot çalışmada edinilen gözlemlere göre öğrenciler modül kitapçığının bütün olarak verilmesi halinde modüllerle ilgilenmekte ve derse ilgilerini toplamak zorlaşmaktadır. Bu nedenle modüller parçalanarak öğrencilere her ders çalışma kağıtları şeklinde verilmiş ve uygulamalar bu şekilde sürdürülmüştür.

3.6. Uygulama Süreci

Tasarım tabanlı araştırmalarda karma yöntemler kullanılabilmektedir (Şengel, 2013). Bu çalışmada ise öğretim süreci, iç içe karma araştırma desenine (Creswell & Plano Clark, 2011) göre tasarlanmıştır (Şekil 19). Bu süreçte nitel ve nicel veriler, aynı örneklem grubu üzerinde ve aynı amaca yönelik bütüncül bir anlayış geliştirmek üzere eşzamanlı toplanmıştır. Matematiksel yeterlik düzeylerindeki ilerlemeyi belirleyebilmek için yapılacak olan deneysel çalışma sürecinde uygulanan ön ve son testlerin yanı sıra tüm öğretim süreci gözlenmiş, öğrenci ve öğretmenlerle klinik görüşmeler yapılmak suretiyle veri çeşitlemesi sağlanmıştır. Gözlem verileri, yapılandırmacı ve GME felsefesinin derslere ne ölçüde dahil edildiğini ve matematiksel yeterlik düzeylerindeki gelişimi belirlemek amacıyla toplanmıştır. Bu aşamada özellikle öğretmenlerin etkinlikleri nasıl uyguladıkları, süreci nasıl yönettikleri, öğrencilerine nasıl rehberlik yaptıkları ve sürecin ilerleyişi gibi durumlar takip edilmiştir. Böylece deneysel çalışma yürütülürken, bir taraftan da nitel araştırma yaklaşımları ile araştırma süreci desteklenmiştir.

Şekil 19

Öğretim Süreci Tasarımı



Yedinci sınıf öğrenme alanları ve kazanımlarına uygun şekilde geliştirilen etkinlikler ve MO soruları modüler bir yapıda öğrencilere sunulmuştur. Bireysel ya da ikili gruplar halinde çalışan öğrenciler, derslerde bireysel veya grupları adına fikir ileri sürmede, savunmada, başkasının fikrine karşı fikir üretmede özgür bırakılmıştır. Matematiksel yeterliklerin gelişmesi için bu davranış biçimi odak çalışmaların vazgeçilmez karakteri olarak benimsenmiştir. Bu süreçte öğretmenin etkinliği yerine getirme ve yürütme şekli ve öğretmenin, etkinliği tamamlarken öğrencileri sürece dahil etme yolları incelenmiştir. Aynı şekilde, öğrencilerin birbirleriyle ve öğretmenle etkinlik üzerinde çalıştıkları sırada konuşma biçimlerini göz önünde bulundurularak, söylemlerine odaklanılmıştır.

İkili öğretim sürdüren asıl uygulama ve pilot uygulama okulundaki derslerin gün ve saatleri Tablo 5'de verilmiştir.

Tablo 5

Sınıflarda uygulama yapılan gün ve saatler

Gün	Pazartesi	Salı	Çarşamba	Perşembe	Cuma

Okul					
Asıl Uyg. ilk	09:10 – 10:40	10:50 – 11:30		08:20 – 09:50	
Asıl Uyg. son	10:50 – 11:30	09:10 – 10:40	10:00 – 11:30		
Pilot Uyg. ilk	13:20 – 14:50	15:00 – 16:30	13:20 – 14:00	13:20 – 14:50	
Pilot Uyg. son		13:20 – 14:50	15:00 – 16:30	16:40 – 17:20	15: 50 – 17:20

Tablo 5’de görüleceği üzere uygulamalar esnasında hiçbir çakışmama yaşanmamıştır. Asıl uygulama okulunda takip edilen dersler sabah grubunun, pilot okulun ise öğleden sonra grubunun dersleridir. Ayrıca tabloda ilk ve son olarak ifade edilen kodlama, ders programlarının süreç içerisinde değişmesinden kaynaklanmaktadır. Öğretimin başlamasından yaklaşık 5 hafta sonra her iki okulda da ders programları değişmiş ve son kodlu programa göre uygulamalar devam etmiştir. Pilot uygulamada 5 saatlik matematik öğretimi derslerine ek olarak aynı öğrenci grubunun 2 saatlik matematik uygulamaları derslerinde de bir süre (yaklaşık 5 hafta) uygulamalar yürütülmüştür.

Tablo 6

Haftalara göre deney grubu ve pilot çalışma grubu uygulama süreci

Haftalar	**Asıl Uygulama Okulu**	**Uygulamada Aksama**	**Pilot Uygulama Okulu**	**Uygulamada Aksama**
1. Hafta	2 saat	2 saat – Ön-Test	5 saat	2 saat – Ön-Test
2. Hafta	5 saat	–	5 saat	2 saat – Toplantı
3. Hafta	5 saat	–	7 saat	–
4. Hafta	3 saat	2 saat – Uygulama öğretmeni görevlendirme	–	5 saat – Uygulama öğretmeni görevlendirme
5. Hafta	5 saat	–	6 saat	–
6. Hafta	5 saat	–	4 saat	1 saat – öğretmen görevlendirme
7. Hafta	5 saat	–	2 saat	3 saat – öğretmen görevlendirme
8. Hafta	4 saat	1 saat – Resmi Tatil	4 saat	1 saat – Resmi Tatil
9. Hafta	3 saat	2 saat – deneme sınavı	5 saat	

10. Hafta	2 saat	3 saat – deneme sınavı	5 saat	
11. Hafta	3 saat	2 saat – Resmi Tatil	2 saat	3 saat – Resmi Tatil
12. Hafta	1 saat	4 saat – Resmi Tatil	2 saat	3 saat – Resmi Tatil
13. Hafta	5 saat	–	2 saat	3 saat – deneme sınavı
14. Hafta	5 saat	–	5 saat	
15. Hafta	3 saat	2 saat – Okul Sınavları	5 saat	
16. Hafta	5 saat	–	3 saat	2 saat – Son testin uygulanması
Toplam	**61 saat**	**18 saat**	**62 saat**	**26 saat**

Araştırmacının kendisi tarafından hem deney grubu hem de pilot çalışma grubunun dersleri bir dönem yani 16 hafta boyunca gözlenmiştir. Tablo 6'da yer alan uygulama saatleri ve uygulamaların çeşitli sebeplerle yapılamadığı süreçler dikkate alındığında asıl uygulamanın yürütüldüğü grupta 61 saat, pilot uygulama okulunda 62 saat olmak üzere toplam 123 saat uygulama yapılmış ve tüm bu süreç araştırmacı tarafından gözlenmiştir.

3.6.1. Pilot gruptan sağlanan faydalar. Pilot grupla olan çalışmalar, farklı bir ortaokulun bir sınıfında deney grubundan yaklaşık 2 hafta önce başlatılmıştır. Temel de pilot grubun sağladığı faydalar;

1. Modüller içerisinde yer alan etkinlik ve soruların eksikliği, hatalı yazımı, ön bilgilere uygunluğu, anlaşılırlığı üzerine geri dönüt sağlayabilmesi
2. Modüllerin uygulanış şekli bakımından sınıf için nasıl yarar sağlayacağı konusunda karar vermede yardımcı olabilmesi
3. Öğrencilerle yapılan görüşmeler yoluyla ön-son testlerde yer alan soruların anlaşılırlığının ortaya konabilmesi
4. Süreçte yaşanabilecek herhangi bir aksaklık için önceden duruma müdahale edilebilmesi için fırsat sağlaması şeklinde ifade edilebilir.

İlk olarak pilot grupta önden yürütülen bu uygulamalar sonucunda modül içerisinde bazı düzeltmeler yapmaya ihtiyaç duyulmuştur. Bu düzeltmeler şu şekildedir:

- Denklem modülünde yer alan bir denklemin reel çözümü olmadığı fark edilmiş ve düzeltilmiştir.
- Oran-orantı modülündeki etkinlikte yer alan üçgen uzunluklarının kaymış olduğu ve hatalı sonuca sebep olduğu belirlenmiştir.
- Çokgenler modülündeki bir soruda öğrencilerin ön bilgilerini aşan ve önümüzdeki öğretim yılında görecekleri bir bilgiyi içerdiği saptanmıştır.
- Bunların yanı sıra bazı kelime hataları ve cümle düşüklükleri düzenlenmiştir.

İkinci olarak pilot grupta başlangıçta öğretmen sadece tahtada soruyu yansıtıyordu ve öğrencilerin eline modüllerle ilgili herhangi bir çıktı verilmemişti. Ancak öğretmen öğrencilerin ellerinde herhangi yazılı bir şey olmadan sürecin sıkıntılı olacağı düşüncesi ile yansıttığı soruları aynı zamanda yazdırdı. Bu uğraşı süreci çok engellediği ve aksattığı için modüllerin çıktısının öğrencilere dağıtılmasına karar verildi. Ancak bu şekilde de özellikle başarı düzeyi yüksek olan ve daha önce kurslarda konuları gören öğrenciler dersi takip etmeyip modüldeki daha ileri kısımlara geçmiştir. Yaşanan bu iki durum da göz önüne alınarak öğretmene modüller bir bütün olarak teslim edilirken, öğrencilere kısım kısım verilmiş ve böylece bu sorunlar aşılmıştır.

Üçüncü olarak ön ve son testler ve görüşmeler deney grubunda uygulanmadan önce pilot grupta test edilmiştir. Anlaşılmayan, bazı kapalı ifadeler olduğu tespit edilmiş ve öğrencilerin rahatça cevap verebileceği şekilde düzenlenmiştir.

Son olarak bu süreçte katılımcı olan öğretmenler İl Milli Eğitim Müdürlüğü tarafından ölçme değerlendirme merkezinde görevlendirildi ve öğretmenlerin uygulamaya devam edememesi durumu söz konusu oldu. Endişe verici olan bu süreç araştırmayı kesintiye uğratmadan tamamlanmıştır.

3.7. Modüler Programın Değerlendirilmesi

Sınıf içi uygulamadan elde edilen ön ve son test sonuçları ve süreçte elde edilen tüm veriler bütüncül şekilde analiz edilmiştir. Modüler programın değerlendirilmesi ve revize önerilerinde eğitim-öğretim sürecinin iki paydaşı olarak öğretmen ve öğrencilerden elde edilen veriler işe koşulmuştur.

McKenney ve arkadaşları (2006) çalışmasında, tasarım temelli araştırmaların çıktılarını: bilgi (tasarım prensipleri), toplumsal katkı (öğretim programlarındaki ürünler) ve katılımcıların (öğretmenler) mesleki gelişimi başlıkları altında sıralamaktadır. Modüllerin geliştirilme süreci, deneme ve uygulama aşamaları ve bunların detaylı olarak açıklanması (Barab, 2006) ile ortaya çıkacak tasarım süreçleri ile bilgi basamağındaki çıktılar elde edilmiştir. Proje kapsamında modüllerin içeriğinde yer alan etkinlikler ve MO problemleri toplumsal katkı olarak düşünülmüştür. Ayrıca hizmet içi eğitime katılan ve arasından belirlenen iki öğretmenle devam eden sınıf içi uygulamaları deneyimleyen öğretmenlerin mesleki gelişimleri de sağlanmıştır.

3.7.1. Veri toplama araçları ve veri analizi. Araştırma kapsamında kullanılacak olan veri toplama araçları, veri toplama araçlarının hangi araştırma problemine cevap bulmak için kullanılacağı ve verilerin analizi Tablo 7'de özetlenmiştir.

Tablo 7

Veri toplama araçları, kullanım amaçları ve veri analizi hakkında bilgiler

Veri Toplama Tekniği / Aracı	Kullanım Amacı	Kullanıldığı Aşama			Veri Analizi
		Süreç Boyunca	Süreç Başı	Süreç Sonu	
Başarı Testi	- Öğrencilerin matematiksel yeterliklerindeki gelişimi ortaya koymak		√	√	Nicel analiz (SPSS)
Katılımcı Gözlem	- Modüler programın derslerde nasıl yürütüldüğünü belirlemek	√			İçerik analizi

	- Öğrencilerin matematiksel yeterliklerindeki gelişimi ortaya koymak ve elde edilen nicel sonuçları ayrıntılandırmak - Öğretmenlerin matematiksel yeterlik gelişimlerini nasıl ele aldığını ve desteklediğini ortaya koymak	√		Betimsel analiz
Öğrenci Mülakatı	- Öğretim sürecine ilişkin görüşlerini almak		√	İçerik analizi
Öğretmen Mülakatı	- Kullanılan etkinlik ve MO problemlerine yönelik olumlu ve olumsuz buldukları yönleri tespit etmek		√	İçerik analizi
Öğrenci Günlüğü	- Öğrenci bakış açısından, eğitim süreci, öğretim şekli, kullanılan ders materyalleri hakkında veri elde etmek - Matematiksel yeterlik gelişimine ilişkin diğer veri toplama araçlarını destekleyebilecek ek ipuçları elde etmek - Biçimlendirici bir değerlendirme aracı olarak yararlanmak	√		Dokuman analizi
Araştırmacı Günlüğü	- Ders öncesi veya sonrası video kaydına alınamayan öğrenci ve öğretmen yorumlarını anlık olarak toplamak - Tüm sürecin gidişatını kontrol etmek ve araştırma sürecine yön vermek	√		-

Tablo 7'de gösterilen veri toplama araçlarının her biri aşağıda ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

3.7.1.1. Öğrenciler İçin Matematiksel Yeterlikler Başarı Testi. Matematiksel yeterlikleri geliştirmede başlangıç noktası olarak mevcut yeterlik düzeyinin teşhisi için standart testlere başvurulmuştur. Modüler programın öğrencilerin matematiksel yeterliklerini geliştireceği iddiasını test etmek üzere matematiksel yeterlikler başarı testi oluşturulmuştur.

Sınıf içi uygulamalar sürecinde öğrencilere verilen eğitimin öncesinde ve sonrasında uygulamanın yürütüldüğü deney ve kontrol grubunda matematiksel yeterlikler başarı ön ve son testi (EK 4 ve 5) uygulanmıştır. Bu testte bir veya daha fazla yeterliğin birlikte işe koşulmasını gerektiren MO soruları kullanılmıştır.

Testin tüm matematiksel yeterlikleri ölçecek sorulardan oluşmasına dikkat edilmiş ve böylece kapsam geçerliği sağlanmıştır. Bir test yapısı içerisinde "araç ve gereç kullanma yeterliği" ni ele almanın olası zorluklarından dolayı uygulama dışı bırakılarak diğer altı yeterliğe odaklanılmıştır. Testler yapılandırılırken altı yeterliğin her birinin aktive edilmesini gerektiren ve farklı konu alanlarına yönelik soru çeşitliliği sağlanmaya çalışılmıştır. Soruların belirlenmesinde konu alanları, matematiksel yeterlikler, ön-öğrenmeler (öğrenci ön bilgisi), test süresi (öğrencilerin sıkılmadan tamamlayabileceği bir süre ile sınırlı sayıda soru) kriterleri göz önüne alınmıştır.

Herhangi bir yeterliği göz ardı etmemek veya testlerde baskın şekilde yer almaması için öncelikle üç farklı araştırmacı tarafından testlerde yer alan her bir problemin hangi yeterlikleri içerdiği belirlenmiştir. Bu sınıflamalar ışığında bağdaşmayan bazı durumlar için üç araştırmacı bir araya gelmiş ve nihai şekli verilmiştir. Tablo 8'de testlerde yer alan problemlerin gerektirdiği yeterlik türü verilmiştir.

Tablo 8

Ön ve son test sorularının içerdiği yeterlik türleri

Ön ve Son Test Sorularının Sınıflandırılması				
MO Soruları	**İçerdiği Matematiksel Yeterlikler**			
Konaklama I / En İyi Araba I	SDvİ	Tl	Mo	
Konaklama II / En İyi Araba II	Mo	MvA	Tl	SDvİ

Boya	PÇ	MvA	İlt	
Üçgenler	SDvİ	Tl	İlt	
Elmalar I	Tl	MvA	SDvİ	Mo
Elmalar II	Mo	MvA	SDvİ	İlt
Elmalar III	Mo	MvA	İlt	
Milletvekili I	PÇ	Tl	İlt	
Milletvekili II	PÇ	Mo	MvA	İlt
Petrol Sızıntısı / Kıta Alanı	PÇ	Tl	MvA	SDvİ
Posta Üct I	Tl	SDvİ		
Posta Üct II	PÇ	MvA	İlt	
DVD Kir I	PÇ	MvA	İlt	SDvİ
DVD Kir II	PÇ	MvA	İlt	SDvİ
Hedef Tahtası / Kitaplık	PÇ	MvA	İlt	

(Kısaltma Açıklamaları: Mo-Modelleme, PÇ-Problem çözme, MvA-Muhakeme ve argüman üretme, Tl-Temsil, İlt-İletişim, SDvİ-Sembolik dil ve işlemler)

Bu şekilde oluşturulan testlerde kullanılan soruların anlaşılırlığını belirlemek için, yedinci sınıf düzeyindeki öğrencilerin testte bulunan sorulara verebilecekleri hatalı ve doğru cevaplar detaylı bir şekilde a-priori analiz edilmiştir. Ayrıca sorular öğrencilere uygulanmadan sırasıyla 8 lisansüstü öğrencisi ile tartışılmış, alanında uzman iki öğretim üyesinin görüşüne sunulmuş ve son olarak yedinci sınıf düzeyindeki başka bir öğrenci grubuna uygulanmıştır. Alınan öneriler doğrultusunda (sınıf düzeyine uygunluk, anlaşılmayan problem ifadeleri gibi) yeniden düzenlenmiştir. Bu amaçla birbirine paralel olarak geliştirilen ön ve son test için gerekli geçerlik ve güvenirlik çalışmalarının yapılmasının ardından testlere son şekli verilmiştir.

Tablo 9

Ön ve Son Test Sorularının Benzerlik Açısından Karşılaştırılması

Ön ve Son Test Sorularının Karşılaştırılması			
Ön Test Soruları	**Son Test Soruları**	**Karşılaştırma**	**Sorunun Açıklaması**
1.Konaklama - Konaklama 1.1 - Konaklama 1.2	1.En İyi Araba - En İyi Araba 1.1 - En İyi Araba 1.2	Benzer işlem ve çözümleri gerektiren ancak bağlamları farklı soru	Verilen değerleri denklemde yerine koyup hesaplama, manipülasyon sağlayacak yeni formül önerme
2. Boya	2. Boya	Aynı soru ancak sorunun içinde geçen sayılar farklı	Dört işlem sonucunu yaşamsal yorumlama
3. Üçgenler	3. Üçgenler	Birebir aynı soru ancak şıklar farklı	Geometrik açıklamaları takip ederek uygun seçeneği seçme
4.Elmalar - Elmalar 4.1 - Elmalar 4.2 - Elmalar 4.3	4. Elmalar - Elmalar 4.1 - Elmalar 4.2 - Elmalar 4.3	Aynı soru ancak sorunun içinde geçen sayılar farklı	Örüntü, iki denklemi birlikte ölçme, artıştaki hızın cebirsel yorumu
5.Milletvekili - Milletvekili 5.1 - Milletvekili 5.2	5. Milletvekili - Milletvekili 5.1 - Milletvekili 5.2	Aynı soru ancak sorunun içinde geçen sayılar farklı	Sıralı adımları takip etme ve uygulama ve modelde değişiklik yapma.
6. Petrol Sızıntısı	6. Kıta Alanı	Aynı işlem ve çözümleri gerektiren ancak bağlamları farklı	Verilen ölçeği kullanarak bir harita üzerindeki düzgün olmayan alanı tahmin etme
7.Posta Ücretleri - Posta Ücretleri 7.1 - Posta Ücretleri 7.2	7.Hafıza Kartı - Hafıza Kartı 7.1 - Hafıza Kartı 7.2	Aynı soru ancak sorunun içinde geçen sayılar farklı	Verilen kriterleri karşılamak için değerleri karşılaştırmak ve hesaplamak. Problemi

			matematiksel olarak temsil etmek için gereken sembolik, formal dil arasındaki ilişkileri anlamak
8.DVD Kiralama -DVD Kiralama 8.1 -DVD Kiralama 8.2	8. DVD Kiralama -DVD Kiralama 8.1 -DVD Kiralama 8.2	Birebir aynı soru	Günlük bir durum içinde sayıları hesaplama ve karşılaştırma, verilen ortalama değerin anlamını yorumlama
9. Hedef Tahtası	9. Kitaplık	Benzer işlem ve çözümleri gerektiren ancak bağlamları farklı soru	Verilen kısıtlamaları kullanarak uygun seçimi yapma

Ön test ve son testte yer alan sorular yaklaşık dört aylık bir ara ile uygulanmıştır. Tablo 9'da açıklandığı şekilde soruların büyük bir kısmı aynı veya çok az değişiklikle (sayıların, isimlerin değiştirilmesi gibi) kullanılmış, üç soru için ise birbirine paralel olan sorular kullanılmıştır. Deney ve kontrol gruplarına yapılan uygulamalar neticesinde ön-son teste katılan öğrencilere ait bilgiler Tablo 10'da sunulmuştur.

Tablo 10

Çalışma grubundaki öğrenci sayıları

Grup	Ön Test Katılan Öğrenciler	Son Teste Katılan Öğrenciler	Geçerli Katılımcı Sayısı	Cinsiyet (Kız/Erkek)
Deney	33	31	31	12/19
Kontrol	30	29	29	13/16

Tablo 10'a göre deney grubunda toplamda 33 öğrenci olmasına karşın bu öğrencilerin ikisinin son teste katılmaması sebebi ile 31 öğrencinin kağıtları değerlendirmeye alınmıştır. Benzer şekilde kontol grubunda da bir öğrenci son teste katılmamış ve burada da toplam 29 öğrenci çözümleri incelenmiştir.

3.7.1.2 Nitel veri toplama araçları. Uygulanan modüler programın değerlendirilmesinde nitel araştırma tekniklerinden yararlanılmıştır. Bu doğrultuda süreç hakkında farklı yönlerden derinlemesine bilgi toplayabilmek için çok sayıda ve çeşitli amaçlarda mülakatlar, günlükler ve gözlemler gerçekleştirilmiştir. Geliştirilen programın değişkenler (yeterlikler, vb.) üzerindeki etkisini belirleyebilmek için sınıf içi uygulamalar sürecinde nitel veri toplama araçları kullanılmıştır. Bu amaçla gözlem, görüşme ve günlük formları hazırlanmıştır.

3.7.1.2.1 Katılımcı gözlem. Gözlem yaparak veri toplamada, gözlenen durum, bu durum sürecindeki uygulanan etkinlikler, etkinliklere gösterilen katılım ve katılımcıların sürece yönelik bakış açıları tasvir edilir (Patton, 2001). Tez kapsamında eğitim süreci araştırmacının *katılımcı gözlemci* olarak yer aldığı doğal ortamlarda (yani sınıflarda), formal eğitim sürecinde ve zamanında gözlenmiştir. Bir eğitim öğretim dönemi (yaklaşık 5 ay) boyunca sürdürülen gözlemlerden önce araştırmacı 2-3 kez sınıf ortamına giderek öğrencilerin kendisine alışması beklenmiş ve süreç başında sınıftaki bu “yeni kişinin” bulunma sebebi öğrencilere açıklanmıştır.

Yapılan gözlemler, geliştirilen modüllerin sınıf içinde nasıl uygulandığı, öğrencilerin derse katılımlarının nasıl değiştiği, matematiksel yeterliklerin nasıl ortaya çıktığı ve desteklendiği gibi değişkenleri kapsamaktadır. Araştırmacı tarafından tüm dersler öğretmenin eylem ve ifadeleri ve öğrencilerin cevapları hakkında not alma, tahtaların ve öğrenci not defterlerinin fotoğraflarını çekme ve ders sırasında her bir öğrencinin çalışmalarını kaydetme suretiyle süreç gözlemlenmiştir. Öğretim sürecinde herhangi bir veri kaybı yaşanmaması için öğrenme ortamı ve öğrenciler ve öğretmen arasında yapılan tartışmalar hem video hem de ses kaydı ile kayıt altında alınmıştır. Araştırma boyunca bir kamera ve bir ses kayıt cihazı kullanılmıştır. Kamera, genel sınıf çekimi ve öğretmenin grupları dolaşması sürecini gözlemlemek için kullanılmıştır. Dersler, öğrencilere en az rahatsızlık vererek, “videonun etkisi, belirli bir alışkanlık aşamasından sonra çoğu durumda göz ardı edilebilir hale geleceği" (Knoblauch, Schnettler & Raab, 2006) görüşü doğrultusunda kayıt altına alınmıştır. Öğretmenin öğrenciler ile olan diyalogları ise ses kayıt cihazı ile kayda alınmıştır. Özellikle pilot grupta öğretmenin gruplar ile olan çalışmalarının sınıf kamerası ile tespit edilememesi üzerine bu ihtiyaç hissedilmiştir. Bunun üzerine öğretmen üzerinde taşıdığı ses kayıt cihazı ile tüm dersleri yürütmüştür.

3.7.1.2.2 Klinik etkinlik temelli görüşme. Öğrencilerin, problemleri nasıl çözdükleri veya ne düşündükleri hakkında daha fazla bilgi edinmek için daha fazla soru sorma imkanı sağlayan, standartlaştırılmış testlere kıyasla bir avantaj olan başka adımlar planlanabilir (Gasteiger, 2012). Klinik etkinlik temelli görüşmeler, bir etkinlik üzerinde görüşmeci-görüşülen kişi arasındaki etkileşimin açık ve örtük normlar, değerler ve kurallar sistemi tarafından düzenlenen, esnek ve standardize edilmemiş bir sorgulama yöntemidir (Koichu & Harel, 2007; Schorr, 2001). Bu görüşmeler, araştırmacılar tarafından bir bireyin veya bir grup öğrencinin mevcut ve gelişmekte olan matematiksel bilgileri, muhakeme yolları ve problem çözme davranışları, fikirleri nasıl temsil ettiği ve detaylandırdığı ve bilgilerini genişlettikçe diğer fikirlerle bağlantıları nasıl kurduğu hakkında bilgi edinmek için kullanılmaktadır (Goldin, 2000; Heng & Sudarshan, 2013; Maher, Paulini & Murty, 2011; Maher, Sigley & Davis, 2014).

Etkinlik temelli görüşmeler hem araştırma araçları hem de değerlendirme için potansiyel araştırmaya dayalı araçlar olarak önem taşımaktadır (Goldin, 1997). Genel olarak bu tür görüşmeler, (a) bir problem çözme bağlamında kişilerin matematiksel davranışlarını gözlemlemek ve (b) problem çözenin mülakat sırasında olası anlamları, bilgi yapıları, bilişsel süreçler, etkiler veya bunlardaki değişiklikler hakkında bir şeyler konuşmasına imkan tanıyarak gözlemlerden çıkarımlar yapmak için iki amaçla kullanılır (Goldin, 1997). Bu nedenle, dikkatle yapılandırılmış bir etkinlik, matematik eğitiminde etkinlik temelli görüşmelerin önemli bir bileşenidir (Maher ve diğerleri, 2011). Araştırmacı, katılımcıların belirli eylemleri nasıl veya neden yaptıklarıyla ilgili düşünce süreçlerini ortaya çıkaracak sorular da dahil olmak üzere katılımcılara etkinlik üzerindeki çalışmaları hakkında önceden belirlenmiş çeşitli sorular sormaktadır (Bubp, 2014).

“Konuşmanızı planlamanızı istemiyorum...”, "Bana bundan daha fazla bahsedebilir misin?" "Bana ne demek istediğini gösterebilir misin?" “Konuşmaya devam et. ...”, “Ne düşünüyorsun?” gibi ara sorular sorulmasını, soruya cevap alınmadığı takdir de soruyu tekrarlamak yerine yeni bir soru konulması önerilmektedir (Aronsson & Hundeide, 2002; Ericsson & Simon, 1993; Goldin, 1997). Görüşmeler tasarlanırken ve yönetilirken Clement (2000), Goldin (2000) ve Ericsson ve Simon (1993) tarafından verilen öneriler takip edilmiştir.

Etkinlik üzerine bir görüşmede önemli bir amaç, öğrencilerin kendiliğinden kullandıkları süreçleri (yani doğrudan ipucu veya koçluk olmadan) ortaya çıkarmak ve tanımlamaktır. Bu durum dikkate alınarak yanıtların doğruluğu hakkında açık bir belirti olmadan görüşmeci tarafından takip soruları sorulmuştur. Görüşme süreci her bir ana soru için dört aşamada ilerleyecek şekilde yürütülmüştür: (a) öğrencinin soruyu yanıtlaması için yeterli zaman verilmesi ve yönlendirici olmayan takip soruları sorulması; (b) istenen açıklama veya davranışın kendiliğinden gerçekleşmediği durumda sezgisel önerilerin kullanımı; (c) buluşsal önerilerin kullanımı ve (d) keşifsel (üstbilişsel) soruların yöneltilmesi. Katılımcılarla ilişki kurmak, kendilerini özgürce konuşacak kadar rahat hissetmeleri için gereklidir. Katılımcılar, “bazı kişisel bağlantılar hissettiklerinde” veya “ortak bir geçmişi paylaştıklarında” araştırmacılarla daha rahat hissederler (Patton, 2001). Burada araştırmacı için bir avantaj bir dönem boyunca öğrenciler ile bu ilişkiyi kurmuş olmasıdır.

Asıl görüşmelerden önce kontrol ve deney grubunda yer alan birer öğrenci seçilerek sırayla soruların anlaşılırlığını belirlemek üzere bir ön görüşme yapılmıştır. Bir sorunun öğrenciler için anlaşılır olmadığı ve bu nedenle cevaplayamadığı, diğer bir soruda ise tekrara düşüldüğü ve aynı cevapların verildiği tespit edilmiştir. Bu doğrultuda bir madde düzenlenmiş, diğer bir soru maddesi de metinden çıkartılmıştır. Bu şekli ile deney grubundaki öğrenciye de uygulanan görüşme formunun son hali verilmiştir.

Öğretim sürecinin tamamlanmasından sonra ders katılımı, matematiksel yeterlikler başarı testi sonuçları ve öğretmen görüşü referans alınarak başarı düzeyi yüksek, orta ve zayıf olarak belirlenen öğrencilerden ikişer öğrenci seçilmiştir. Her görüşme süreci bir video kamera ile kayıt altına alınmıştır. Bu kayıtlarda öğrenci açıklamalarına ve yaptığı çalışmaya odaklanmıştır. Görüşmeler iki boyuttan oluşmaktadır. Birinci boyutta, klinik etkinlik temelli görüşmelerde öğrencilerin ön öğrenmeleri göz önüne alınarak ve modüller ile uyumlu olarak dört matematik öğrenme alanından (sayılar, geometri, cebir ve veri analizi) birer soru yöneltilmiştir. Yüksek sesli düşünme ve açık uçlu yönlendirme teknikleri (Clement, 2000) kullanılarak öğrencilerin soruları nasıl ele aldığı, hangi noktalarda zorluk yaşadıkları ve çözme aşamaları belirlenmeye çalışılmıştır. Görüşmeler esnasında katılımcılardan problemlerin matematiksel ve yaşamsal yönlerini tartışmaları ve argümanlarını açıklamaları istenmiştir. Yaklaşık 45 dakika süren bu aşamada öğrenciler hem bireysel hem de grupla birlikte çalışmıştır. İkinci boyutta ise öğretim sürecine ilişkin açık uçlu soruların yöneltildiği bir yarı-yapılandırılmış görüşme yürütülmüştür. Bu kısım öğretmen görüşmeleri ile paralellik göstermektedir. İki ayrı amaca sahip bu görüşmeler, sağlıklı veri elde edebilmek ve öğrencileri sıkmamak için bir saat ara verilerek yapılmıştır.

3.7.1.2.3 Yarı yapılandırılmış görüşme. Öğretmenler (deney ve pilot gruptaki iki öğretmen) ile öğretim sürecinin sonunda öncelikle sürecin genel bir değerlendirmesini içeren ve danışmana (öğretim sürecine katılım göstermemesi ve öğretmen eğitiminden tanıyor olmaları sebebi ile) ithafen bir mektup yazmaları istenmiştir. Mektupta cevaplanması istenen sorular öğretmenler ile paylaşılmıştır. Mektupta; (i) öğrenmenin niteliği, (ii) öğrenci katılımı,

(iii) öğrenmenin kalıcılığı ve bilginin kullanılması, (iv) yeterlik gelişimine yer vermesi, (v) matematiğe verilen değer duygusunun gelişimi, (vi) öğretim sürecine bakış, (vii) öğretim anlayışına yansımaları ve (viii) ek açıklamalar olmak üzere sekiz boyut altında bir dönemlik matematik dersini analiz etmeleri ve geçmiş yıllardaki derslere göre farklılıklarını anlatmaları istenmiştir. Böylece süreci baştan sona ele alacak yapılacak olan öğretmenlerin görüşmelere hazırlıklı gelmeleri amaçlanmıştır.

Bu mektupların teslimini takiben incelemeler yapılmış ve öğretmen cevapları doğrultusunda yarı-yapılandırılmış görüşmeler yürütülmüştür. Öğrenci görüşmelerinin ikinci kısmı ile büyük ölçüde paralel formlardan oluşan öğretmen görüşmelerinde kullanılan soruların pilot çalışması yapılmamış, ancak uzman görüşü alınarak sorulara nihai şekli verilmiştir. Öğretmen görüşmeleri özellikle modüler programın uygulanış biçimi ile ilgili durumları kapsarken, öğrenci görüşmeleri hedeflenen matematiksel yeterlikleri kazanma ve modüllerin uygulandığı derslere yönelik görüşlerine odaklanmıştır. Görüşmeler ses kayıt cihazı ile kaydedilmiş, sonrasında transkript edilerek analiz edilmiştir.

Öncelikle bir mektupla yani açık uçlu olarak alınan görüşler ardından yürütülen yarı-yapılandırılmış görüşmeler ile hem ayrıntılandırılmış hem de söylenenlerin anlaşılırlığının teyit edilmesi açısından geçerliği desteklemeye (Patton, 2001) yönelik yapılmıştır.

3.7.1.2.4 Günlük. Standartlaştırılmış testler veya görüşmeler yoluyla yapılan değerlendirme ile elde edilen tek seferlik bilgilerle karşılaştırıldığında, sürekli izleme, öğrencilerin öğrenme süreçlerini geliştirmek için daha fazla fırsat sunmaktadır (Gasteiger, 2012). Matematikte yazma, öğrencilerin düşüncelerini ve düşünme seçeneklerini pekiştirmelerine yardım edebilir (NCTM, 2000). Bunun bir örneği olarak günlükler hem bir değerlendirme aracı hem de öğrencilerin metabilişsel olarak bilinen kendi öğrenmelerinin yansıması için bir destek olarak hizmet ederler. Öğrencilerin aktivitelerini ve yaptıklarıyla ilgili düşüncelerini not etmek için kullandıkları bu günlük, yeterliklerin değerlendirmesi için de bir araç olarak kabul edilmektedir (Niss & Højgaard, 2011). Bu çalışmada derslerde öğretim süreci hakkında geri bildirim aracı olarak ve sınıf deneyimlerine ilişkin dönüt sağlamak (Hume, 2009) için günlük kullanılmıştır.

Sınıf içi uygulamalar sürecinde öğrencilerin haftalık olarak ve belirli sorular altında dolduracakları şekilde günlük formu hazırlanmıştır. Çalışma kapsamında veri olabilecek yazılar elde edebilmek ve daha kullanışlı veriler için yapılandırılmış formlarla çalışmaya karar verilmiştir. Sadece son hafta doldurulan günlükler yarı yapılandırılmış olarak hazırlanmış ve "araştırmacıya mektup" şeklinde doldurmaları istenmiştir. Günlük formunun yapılandırılmasında literatürde yer alan günlükler incelenmiştir. Oluşturulan günlükler; (i) Ne öğrendin! ve (ii) Öğrendiğini açıkla! olmak üzere temelde iki odağa oturmaktadır. Bu formlardan yararlanarak çalışmanın amacına uygun olacak şekilde bir form oluşturulmuştur. Pilot uygulamada günlükte yer alan bazı ifadelerin anlaşılmadığı tespit edilmiş ve bu tür problemli durumlar dikkate alınarak, formdaki bazı sorular düzenlenip formun son hali verilmiştir. Beş boyuttan oluşan günlük formu (Tanı, Bağlantı kur, Açıkla, Düzenle, Değerlendir) EK 4'de verilmiştir. Bu boyutlar öğrencinin sürece ne derece sahiplik edebildiği, neler öğrendiğinin veya öğrenemediğinin ne kadar farkında olduğu, öğrendiklerini nasıl açıkladığı üzerine odaklanmaktadır.

Pilot grubunda günlükler ilk hafta tüm dönemi içerecek şekilde bir defter olarak öğrencilere verilmiştir. Fakat öğrencilerin bu defteri doldurmalarının takip edilememesi, öğrencilerin defterleri kaybetmeleri ve özellikle boş bırakılmasının gözlenmesi üzerine bu metottan vazgeçilmiştir. Düzenli olarak tutulduğunun takibinin yapılabilmesi açısında her hafta birer sayfa çıktı şeklinde verilen formlar ertesi hafta toplanmıştır. Dönem sonunda analiz edilmek üzere bir kopyası alınmış ve kitapçık haline getirilerek öğrencilere teslim edilmiştir.

Öğrenci günlüklerinin yanı sıra araştırmacı da her hafta süreç boyunca günlük tutmuştur. Veri toplama süreçlerinde yaşanan dikkat çekici durumların unutulup atlanmaması adına yapılandırılmamış bir formatta yazılı olarak kaydetmiştir. Bu şekilde diğer veri toplama araçları ile elde edil(e)meyecek veriler varsa süreç içinde bu verileri anlık olarak toplamak amaçlanmıştır. Süreç sonunda bu günlük ayrıca analiz edilmemiş, elde edilen diğer verileri (günlük, görüşme vs.) destekleyecek bir rehber olarak kullanılmıştır.

3.8. Verilerin Analizi

Araştırmanın verileri nitel ve nicel veri toplama metotları birlikte kullanılarak toplanmıştır. Çoğunlukla nitel metotlar içermekte olup sadece dönem başında ve sonunda uygulanan "matematiksel yeterlikler başarı testi" nicel veri özelliği taşımaktadır. Bunun dışındaki yarı yapılandırılmış görüşmeler, gözlem notları, öğrenci çözümleri, klinik görüşmeler, günlükler olmak üzere bu veri toplama araçları ile elde edilen verilerin analizi nitel analiz yöntemleri kullanılarak yapılmıştır. İlk olarak nicel analizler verilmiş, devamında ise nitel veri analizlerine geçilmiştir.

3.8.1. Nicel veri analizi. Öğretim sürecinde uygulanan matematiksel yeterlikler başarı testi, nicel analiz yöntemleri ile çözümlenmiştir. Başarı testinde amaç, öğrencilerin sorulara verdikleri doğru cevapların puanlanmasından ziyade soruların gerektirdiği yeterlikleri ne düzeyde taşıdıklarını ortaya koymaktır. Matematiksel yeterliklerin puanlanmasında Turner, Blum ve Niss (2015) tarafından verilen 0'dan 3'e kadar toplam 4 düzey kullanılmıştır. Tablo 11'de yeterliklere ilişkin düzey açıklamaları verilmiştir.

Tablo 11

Matematiksel Yeterlik Düzey Açıklamaları

Matematik Yeterlikler	**Matematiksel Yeterlik Düzey Açıklamaları**			
	0	**1**	**2**	**3**

Modelleme	Durum tamamen intra-matematikseldir; Ekstra-matematiksel durum ile model arasındaki ilişki problemin çözümü ile ilgili değildir.	Gerekli varsayımların, değişkenlerin, ilişkiler ve kısıtlamaların verildiği bir model oluşturmak; Verilen bir modelden veya matematiksel sonuçlardan durumla ilgili sonuca varma.	Varsayım, değişken, ilişki ve kısıtlamaların kolayca tanımlanabileceği bir model oluşturma; Değişen koşulları sağlamak için verilen modelde değişiklik yapma; Problem durumu değerlendirmenin gerekli olduğu bir modeli veya matematiksel sonuçları yorumlama	Varsayım, değişken, ilişki ve kısıtlamaların tanımlanması gereken bir durumda bir model oluşturma; Problem durumuyla ilgili modelleri doğrulama, değerlendirme veya farklı modeller arasında bağlantı kurma veya karşılaştırma
Problem çözme	İhtiyaç duyulan çözüm sürecinin açıkça belirtildiği veya belirgin olduğu durumlarda doğrudan eylemlerde bulunma.	Verilen bilgileri birleştirmek veya kullanmak için basit bir strateji (genellikle tek aşamalı) bulma	Basit ve çok aşamalı bir strateji geliştirme, (Örneğin, doğrusal bir aşama dizisi içeren veya art arda kontrollü işlem gerektiren tanımlanmış bir strateji kullanma)	Karmaşık çok aşamalı strateji geliştirme, (Örneğin birden fazla alt hedefin bir araya getirilmesini veya stratejinin kullanılmasını, çözüm sürecinin önemli bir şekilde izlenmesini ve kontrol edilmesini içerme stratejileri değerlendirme veya karşılaştırma)
Muhakeme etme	Verilen bilgi ve talimatlardan doğrudan çıkarım yapma	Basit matematiksel varlıkları içeren problemin bir yönündeki muhakeme adımlarından çıkarımlar yapma	Problemin ayrı yönlerini veya problem içindeki karmaşık varlıklarla ilgili bilgi parçalarını birleştirerek çıkarımlar yapma; Çok adımlı bir argümanı izlemek veya oluşturmak için çıkarımlar zinciri yapma.	Bağlantılı çıkarım zincirleri kullanma veya oluşturma; Karmaşık çıkarımları kontrol etme veya doğrulama; Sonuç ve çıkarımları sentezleme ve değerlendirme.

Temsil etme	Temsil yoktur; Basit bir temsilden soyutlanmış değerleri okuma (Örn bir koordinat sisteminden, tablodan veya çubuk grafikten); Bu tür değerlerin yerini belirleme; Soyutlanmış sayısal değerleri doğrudan metinden okuma.	İlişki veya eğilimleri yorumlamak için verilen basit ve standart bir temsili kullanma (değerleri karşılaştırmak için tablodan verileri çıkarma); Bir grafikte gösterilen zaman içindeki değişiklikleri yorumlama; Karmaşık bir temsil içinde izole değerleri okuma veya işaretleme; Basit bir temsil oluşturma	Karmaşık bir temsili anlama ve kullanma; Gerekli yapının bir kısmının sağlandığı bir temsili inşa etme; Bir temsili düzenlemek de dahil olmak üzere matematiksel bir varlığın farklı basit temsillerini çevirme ve kullanma	Matematiksel varlıkların çoklu karmaşık temsillerini anlama, kullanma, bağlama veya çevirme; Temsilleri karşılaştırma veya değerlendirme; Karmaşık bir matematiksel varlığı ele alan bir temsil üretme/tasarlama
İletişim	Tüm bilgilerin doğrudan etkinlikle ilişkili olduğu ve bilgi sırasının, etkinliğin ne istediğini anlamak için gereken düşünce adımlarıyla eşleştiği bağlamlara anında erişim sağlayan, kavramlara ilişkin kısa cümle veya ifadeleri anlama. (Yapıcı iletişim tek bir kelimenin veya sayısal sonucun sunumunu içerir.)	Materyalin, kısa cümle ve ifadelerden daha karmaşık veya kapsamlı olması veya bazı ikincil bilgilerin mevcut olabileceği metinde ve diğer ilişkili temsilde sağlanan bilginin bileşenlerini tanımlama ve ilişkilendirme. (Yapıcı iletişim basittir. Örneğin; kısa bir ifade veya hesaplama yazmayı veya bir değer aralığını ifade etmeyi içerebilir.)	Etkinliği anlamak için sunulan materyalde tekrarlanan döngüye ihtiyaç duyulduğunda, birleştirilecek unsurları belirleme ve seçme; Bağlamın veya etkinliğin birden fazla unsurunu veya bunların bağlantılarını anlama. (Yapıcı iletişim, kısa bir tanımlama veya açıklama sağlamayı veya bir dizi hesaplama adımı sunmayı içerir.)	Mantıksal olarak karmaşık ilişkileri (koşullu veya iç içe ifadeler gibi) içeren çoklu bağlam veya etkinlik öğelerini ve bunlar arasındaki bağlantıları belirleme, seçme ve anlama. (Yapıcı iletişim, sorunun veya çözümün birden fazla unsurunu birbirine bağlayan bir argüman sunmayı içerir.)
Sembolik ve formal dili kullanma	Temel matematiksel gerçekleri ve tanımları ifade etme	Değişken içeren basit matematiksel ilişkiden doğrudan yararlanma; Kesir ve	Değişken içeren ve birden fazla bileşene sahip ifadeleri kullanma ve	Çeşitli kuralları, gerçekleri, tanımları ve teknikleri birleştiren çok adımlı

ve kullanma; Sadece kolay izlenebilir sayılar içeren kısa aritmetik hesaplamalar yapma. (Örneğin kenar uzunlukları verilen bir dikdörtgenin alanını bulun veya bir dikdörtgenin alanı için formülü yazma.)	ondalık sayıları içeren aritmetik hesaplamaları kullanma; Seviye 0'da tekrarlanan veya sürdürülen hesaplamaları kullanma; Matematiksel bir tanım, gerçekten yararlanma. (Eksik açıyı bulmak için üçgende açı toplamı bilgisini kullanma.)	yönlendirme (örneğin, bir formülü cebirsel olarak yeniden düzenleme); Birden fazla kural, tanım, sonuç, gerçek, prosedür veya formülü birlikte kullanma; Seviye 1'de tekrarlanan veya sürdürülen hesaplamaları kullanma.	formal matematiksel prosedürleri uygulama; Değişkenler içeren karmaşık ilişkilerle esnek bir şekilde çalışma. (Örneğin, amaca yönelik hangi cebirsel ifadenin daha iyi olacağına karar vermede içgörü kullanma.)

Testlerden elde edilen veriler her bir yeterlik için oluşturulan değerlendirme çerçevesi kullanılarak incelenmiş ve puanlanmıştır. Bu puanlamalar Tablo 11’e göre yapılmış olup 0-3 arasında değişmektedir. Burada kritik nokta, bir sorunun çözüm aşamasında baskın bir yeterlik olmasına karşın eşlik eden başka yeterliklerde bulunmaktadır. Bu nedenle her bir sorunun birden fazla yeterliğin aynı anda kullanımını gerektirdiği göz önünde bulundurulmuştur. Sonuçta veri toplama araçları kısmında verilen Tablo 8’de soruların içerdiği yeterlik türlerine göre öğrencilerin altı yeterliğin her biri için bir toplam puanı oluşturulmuştur.

Daha önce de belirtildiği üzere kontrol grubu, deney grubu ile aynı okuldan ancak farklı bir öğretmenin sınıfı olarak belirlenmiştir. Farklı öğretmen etkisine rağmen böyle bir tercih yapılmasındaki en önemli sebep, öğretmenin deney grubundakine benzer bir öğretim anlayışı ve sürecini diğer sınıflarına da taşıması riskidir. Nitekim öğretmen uygulamalar esnasında araştırma kapsamında kullanılan modülleri aynı düzeydeki diğer sınıflarında da kullandığını belirtmiştir. Bu gruplardan elde elden nicel verilerin analizi SPSS programı kullanılarak, uygun istatistiksel tekniklerle gerçekleştirilmiştir. Öncelikle deney grubunun uygulama öncesindeki matematiksel yeterlik düzeylerinin belirlenebilmesi amacıyla ön test verileri her bir yeterliğin soru bazındaki değişimi incelenmiş ve betimsel değerlendirmeler yapılmıştır.

Analizlerin bir boyutu ise deney ve kontrol gruplarının yeterlik düzeylerindeki gelişim (gruplar arasında) bakımından karşılaştırılmasıdır. Kontrol grubunun sonuçları ile deney grubunun uygulama yapılmadan önceki sonuçları birbirine denk ve bu sayede uygulamanın etkileri karşılaştırılabilir olmalıdır (Christensen, Johnson & Turner, 2014). Karşılaştırma için parametrik veya parametrik olmayan herhangi bir teste başvurmadan önce testin güvenilir sonuçlar verebilmesi için gerekli koşullar olan veri gruplarının normal dağılım göstermesi (Can, 2019) durumu göz önünde bulundurulmuştur. Bu konuda Çokluk, Şekercioğlu ve Büyüköztürk (2010) tek değişkenli normalliği sağlamada kullanılan yöntemlerinin birinin basıklık ve çarpıklık katsayısı olduğunu belirtmektedir. Bu nedenle dağılımın simetrisi ve sivriliği hakkında bilgi veren Çarpıklık (Skewness) ve Basıklık (Kurtosis) değerleri hesaplanmıştır (Balcı & Ahi, 2016). Çarpıklık ve basıklık katsayısının sıfıra yaklaşması dağılımın normal olduğunu göstermektedir (Tabachnick & Fidell, 2013). Aynı zamanda çarpıklık ve basıklık katsayısının sırasıyla çarpıklığın ve basıklığın standart hatasına oranının $\pm$1,96 değerleri arasında kalması durumunda da dağılım normal kabul edilmektedir (Can, 2019). Normalliği gösteren bir diğer bileşen ise Shapiro-Wilk testi (veri sayısı 30'dan küçük olduğunda) ve Kolmogorov-Smirnov testi (veri sayısı 30'dan büyük olduğunda) sonuçları olup, aynı amaca hizmet eden bu testlerde göz önünde bulundurulmuştur (Can, 2019). Normallik incelendikten sonra ön test verilerini karşılaştırmak için deney ve kontrol gruplarının ortalamaları arasındaki farkın istatiksel olarak anlamlı olup olmadığını belirlemek için uygun testler yapılmıştır. Normalliğin sağlandığı veri grupları için bağımsız örneklemler t testi, normal dağılmadığı durumlarda ise Mann-Whitney U testine başvurulmuştur. Ön test sonuçları arasında istatistiksel olarak anlamlı fark bulunmayan deney ve kontrol gruplarının son testleri arasındaki farkın anlamlılığı da incelenmiştir. Deney ve kontrol grubu için son testten elde edilen veriler ile her bir yeterliğin toplam puanı esas alınarak uygun testler (normalliğe bağlı olarak) aracılığıyla karşılaştırılmıştır. Böylece verilen eğitimin deney grubu lehine bir etki yaratıp yaratmadığını belirlemek amaçlanmıştır. Aynı zamanda farkın istatistiksel olarak anlamlılığı da (etki büyüklüğü) analiz edilmiştir.

Analizlerin diğer bir boyutu deney grubu için (grubun kendi içindeki) ön ve son testler arasında oluşan farkın istatistiksel olarak anlamlılığın test edilmesidir. Aynı veri kaynağından zaman aralıkları ile yapılan iki ölçme sonucunda verilerin ortalamaları arasındaki farklılığın istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığının belirlenmesi için verilerin gerekli şart ve sayıltıları sağlaması durumunda *bağımlı örneklemler için t-testi* (aksi takdir de Mann-Whitney U testi) kullanılmaktadır (Can, 2019). Bulgular bölümünde bu sayıltılar (normallik) paylaşılmış ve uygun şartlar sağlandıktan sonra kullanılan teste ilişkin sonuçlar paylaşılmıştır.

3.8.2. Nitel Veri Analizi.

Nitel araştırmaların doğası gereği verilerin analizi elde edilen verilerin derinliği ve kapsamına bağlı olarak süreç içinde şekillenebilmektedir (Miles & Huberman, 1994). Genel olarak nitel veri analizi dört aşamadan oluşmaktadır: (i) Kodlama, (ii) Tematik Kodlama, (iii) Kodların ve temaların düzenlenmesi ve (iv) Elde edilen bulguların yorumlanması (Yıldırım & Şimşek, 2011). Verilerin toplanmaya başlanması ile birlikte başlayan analiz sürecinde bu alt süreçler döngüsel bir şekilde birbirini takip etmiştir.

Kodlama ve detaylı analiz yapılırken öncelikle her bir veri kaynağı ve aracını ve kullanım amacını ifade eden Tablo 7 dikkate alınmıştır. Verilerin nasıl analiz edileceği ve kodlamalarda kullanılabilecek isimlendirmelere ilişkin literatür bölümünde açıklanan mevcut kavramsal çerçeveler incelenmiş ve muhtemel gösterge ve temalar bu doğrultuda belirlenmiştir. Çalışmanın analizinde, elde edilen veriler daha önceden belirlenen kavramsal çerçeveye göre sistematik ve açık bir şekilde betimlenmiştir.

Analiz sürecinin ilk aşaması olan ön analizlerde ilk olarak toplanan veriler araştırma soruları ve kavramsal çerçeve kapsamında incelenmiştir. Ses ve video kaydı ile toplanmış olan veriler transkript edilerek analize uygun hale getirilmiştir. İlgili literatürden yola çıkarak ön analiz için taslak göstergeler listesi oluşturulmuştur. Bu göstergeler rehberliğinde tüm veriler ele alınmıştır. Buradaki göstergeler kullanılarak veriler sınıflandırılmış ve taslak temalar oluşturulmuştur. Daha sonra taslak göstergelerin bazılarında revizeye gidilmiş, ihtiyaç duyulan bazı ek göstergeler de listeye eklenmiştir. Veri kaybı yaşamamak ve araştırma soruları ile ilgisiz olan verileri dışarıda bırakmak için veriler birkaç kez gözden geçirilmiştir. Analizin ikinci aşamasında oluşturulan gösterge listesi ve temalara son hali verilmiştir. Bunun için gösterge ve temaların tüm verileri açıklayacak kapsamda olup olmadığına, aralarında benzerlik gösteren, çakışan göstergeler olup olmadığına bakılmıştır. Dil ve anlatım açısından uygunluğuna karar verilip verileri tanımlayacak genel bir çerçeve oluşturulmuştur. Analizin üçüncü aşamasında bu çerçeve kullanılarak veriler yeniden ele alınmış ve yorumlanmaya hazır hale getirilmiştir. Tanımlanan veriler arasındaki ilişkiler ve bu ilişkilerin kavramsal çerçeve kapsamında yorumlanması ise analizin son aşamasını oluşturmuştur.

Nitel verilerin analizinde her bir veri kaynağından gelen kodların karşılaştırılarak genel bir kod listesine ulaşma tekniği kullanıldı (Lincoln & Guba, 1985). Buna göre bir veri setinin analizi bittikten sonra diğer veri setine geçilmiştir. Öncelikle öğrencilerin dönem boyunca tuttukları günlükler analiz edilmiştir. Bu analiz sonucunda bir kod listesi oluşturulmuştur. Daha sonra öğrenciler ile dönem sonunda gerçekleştirilen klinik mülakatların transkriptleri analiz edilmiştir. Bu transkriptler üzerinden yeni bir kod listesi oluşturulmuş ve her iki veri setinden gelen kod listesi birleştirilmiştir. Böylece kod listesinin nihai hali bütün veri setleri analiz edildikten sonra elde edilmiştir. Tekrar eden kodlar ve ihtiyaç duyulan yeni kodlar için son bir revize yapılmıştır. Bütün veri setleri analiz edildikten sonra her bir

Tablo 12

Matematiksel yeterlikler, kategorileri ve göstergeleri

Matematik Yeterlikler	**Matematiksel Yeterlik Kategorileri**	**Matematiksel Yeterlik Göstergeleri**
Modelleme	Problemi Sadeleştirme	Bir problem çözme sürecindeki bütün varsayımları göz önünde bulundurarak en önemlilerini belirleme Çözüm sürecine katkıda bulunmayacak olan varsayımları göz ardı etme Problem durumunu sadeleştirerek (şema vs. kullanarak) daha anlaşılır hale getirme Bir probleme çözüm üretmek için problemi alt problemlere ayırma veya probleme farklı açılardan yaklaşım getirilebilecek şekilde problemle ilgili farklı alt problemler oluşturma
	Matematik Diline Aktarma (Matematikleştirme)	Bir gerçek hayat durumunun matematiksel modelini çıkarmak Probleme bir çözüm bulmak için göz önüne alınması gereken değişkenleri, sabitleri ve parametreleri belirleme Değişkenler, parametreler ve sabitler belirlendikten sonra üzerinde çalışılan problem durumunu ifade edebilecek en uygun matematiksel ifadeyi, fonksiyonu seçme Seçilen ifade ile problemin çözümüne ulaşma
	Farklı Matematiksel Gösterimlerden Yararlanma	Çözüm sürecinde matematiksel ifadelerin yanı sıra sözel açıklamalardan yararlanma Problemin çözümünde grafik ve diyagram gösterimlerden yararlanma
	Test Etme	Bulunan çözümün doğruluğunu, yanlışlığını ya da en uygun olup olmadığını gerçek hayat durumu üzerinde test etme Çözüm sürecini tekrar gözden geçirme
Problem	Anlama	Verileri ve koşulları belirleme

çözme için strateji oluşturma		Bilinmeyenin/istenenin ne olduğunu belirleme Problemdeki eksik ya da fazla bilgiyi belirleme Problemi kendi cümleleriyle ifade etme
	Çözüm yoluna karar verme ve uygulama	Bir çözüm planı tasarlama Yapılan işlemlerin kontrol edilmesi Adım adım sonuca ulaşma Doğru sonuca ulaşamama durumunda çözüm planının kontrol edilmesi / çözüm planının değiştirilmesi
	Çözümü paylaşma	Arkadaşlarına ve öğretmene çözümü açıklama Farklı çözüm yolları üzerinde tartışma açma Çözüm hakkında yöneltilen soruları cevaplama
	Sonucu yorumlama	Sonuçların doğruluğunu ve çözümde yürütülen mantığı kontrol etme Problemin varsa başka çözüm yollarını deneme
	Sonucu yaşamsal değerlendirme	Bağlama uygun yaşamsal örnekler paylaşma Matematiksel bilginin günlük yaşamdaki varlığına vurgu yapma
Muhakeme ve argüman üretme	Karşılaştırma ve kıyaslama	Benzerlikleri veya ilişkileri fark etme Ortak noktaları ve farklılıkları fark etme Ortak özellikleri arama
	Genelleme	Ortak özellikler hakkında varsayımlar oluşturma Ortak bir özelliği başka örneklerle genişletme

		Genelleme özellikleri
	Gerekçelendirme	Argümanlarda bulunma Argümanlarını gerekçelere dayandırma Öğretmene veya diğer öğrencilere başvurma Ortak özelliğin geçerli olduğunu doğrulama Mantıksal argüman kullanarak genellemeyi genişletme
Temsil etme	Temsil(ler)le çalışma	Matematiksel fikirleri düzenlemek, kaydetmek ve iletmek için temsiller oluşturmak Temsilleri ilgili yerde kullanma (temsil ile gösterme) Problemleri çözmek için matematiksel temsilleri seçme ve uygulama Fiziksel, sosyal ve matematiksel olayları modellemek ve yorumlamak için temsilleri kullanma
	Temsiller arası geçiş/dönüşüm yapma	Matematiksel nesnelerden ve durumlardan farklı temsil biçimlerini tercüme etme, Matematiksel nesnelerden ve durumlardan farklı temsil biçimlerini ayırt etme Duruma ve ihtiyaçlara göre farklı temsil biçimleri arasında hareket etme ve seçim yapma Farklı temsiller arasındaki ilişkiyi anlama
	Temsil(ler)i yorumlama	Temsilin içeriğini yorumlama Matematiksel nesnelerden ve durumlardan farklı temsil biçimlerini yorumlama
İletişim	Matematiğin içinde iletişim (in)	Yazılan veya konuşulan matematiksel içerikli metinleri anlama, Başkalarının matematiksel düşünce ve stratejilerini analiz etme ve değerlendirme Matematiksel düşüncelerini akranlarına, öğretmenlere ve diğerlerine tutarlı ve açık bir şekilde iletme

		Matematiksel fikirleri tam olarak ifade etmek için matematik dilini yazılı ve sözlü kullanma Matematikle ilgili etkinlik, uygulama ve soru örneklerini anlama, yorumlama ve problem çözümünde uygulama,
	Matematik ile iletişim (with)	Konusu matematik olmayan hususlarda dahi her konudaki bilgi paylaşımında matematikten destek alma, Bir anlatımı güçlendirmek için matematiği kullanma.
	Matematik hakkında iletişim (about)	Başkası ile matematik üzerine konuşma, Fikirleri sözlü, yazılı veya diğer görsel biçimlerde ifade etme/ paylaşma Söylenen eylemlerin matematik üzerine konuşurken yapma
Sembolik teknik dil ve işlemleri kullanma	Anlama	Formal matematiksel sistemlerin doğasını anlama Matematik dil ile doğal dil arasındaki ilişkileri anlama Biçimsel matematiksel sistemlerin doğasını ve kurallarını (hem sözdizimi hem de anlambilim) anlama
	Kullanma	Formüller içeren sembolik açıklamaları ve ifadeleri kullanma ve yararlanma Sembol ve formül içeren ifadelerin işlenmesi ve kullanılması. Sembolik ve biçimsel matematiksel dili çözümleme ve yorumlanma
	Çeviri	Doğal dilden formal / sembolik dile çeviri, Sembolik dil ve sözlü dil arasında ileri geri çeviri
Araç ve gereçleri kullanma	Bilme	Matematiksel aktiviteler için çeşitli araç ve yardımcıların; (örneğin, cetveller, pergeller, açıölçerler, abaküs, hesap makineleri, bilgisayarlar, internet); varlığını, özelliklerini, kullanım alanlarını, imkan ve sınırlarını bilme
	Kullanma	Matematiksel aktivite için farklı araç ve gereçleri kullanma
	Yansıtma	Araçları ve yardımcıları yansıtıcı kullanma

araştırma sorusu ile ilgili alanyazından çıkarılan olası temalar göz önünde bulundurularak birbiri ile ilişkili kodlar, temalar altında toplanmıştır.

Gözlenen matematiksel yeterliklerin analizlerinde başarılı olmak için belirli bir yeterliğin ilerlemesinin (veya durağanlığının) bir göstergesi olabilen kodların görülme sıklığı ve belirli bir yeterliğe karşılık gelen güçlü göstergelere ihtiyaç duyulmuştur.

Bu süreçte örtüşen yeterliklerin bölümlerinin ortaya çıkması oldukça olasıdır, ancak belirli bir yeterliğin ilerleyişini belirleme konusunda engel teşkil etmemektedir. Bu gözlem tablosunun oluşturulmasında literatürde yer alan çalışmalardan yararlanılmıştır. Bunlar; *modelleme yeterliği* için Erbaş, Çetinkaya ve Çakıroğlu (2013), Galbraith (1995) ve Leong ve Tan (2020); *problem çözme için strateji oluşturma yeterliği* için Altun (2018), Polya (1957) ve Verschaffel (1999); *muhakeme ve argüman üretme yeterliği* için Loong ve arkadaşları (2018) ve Vale, Widjaja, Herbert, Bragg ve Loong, (2017); *temsil etme yeterliği* için Burkhardt ve Swan (2017), De Lange (2003), NCTM (2000) ve Thompson ve Chappell (2007); *iletişim yeterliği* için De Lange (2003), NCTM (2000), Niss ve arkadaşları (2016) ve Thompson ve Chappell (2007); *sembolik teknik dil ve işlemleri kullanma yeterliği* için Jankvist, Geraniou ve Misfeldt (2018) ve Niss (2003, 2004); *araç ve gereçleri kullanma yeterliği* için Jankvist ve arkadaşları (2018) ve Niss (2003, 2004). Pilot uygulama sürecinde formun geçerlik ve güvenirliği için form kullanılmış ve eksik ve çalışmayan maddeler için son hali verilmiş ve Tablo 12’de sunulmuştur.

Liakos, Rogovchenko ve Rogovchenko (2018)’in çalışmalarında matematiksel yeterlik yoğunluğuna ilişkin literatür bölümündeki yeterliklerin analizi kısmında tanıldığı üzere sekiz seviye belirlenmiştir. Matematiksel yeterlik yoğunluğuna ilişkin Liakos, Rogovchenko ve Rogovchenko (2018)’in çalışmalarındaki sekiz düzey dikkate alınarak,
A1 – *tam ve derinlemesine*, B1 – *temel*, C1 – *sınırlı*, D1 – *az ya da hiç kanıt yok* olmak üzere dört seviye belirlenmiştir. Yapılan ön analizler neticesinde daha az sayıdaki düzey,

verilerin analizi için yeterli görülmüştür. Yeterliklerin gelişmesindeki eğilimleri tespit etmek için veriler tablolaştırılmış ve bunun için D1'e 0 değeri, C1'e 1 değeri, B1'e 2 değeri, A1'e 3 değerleri atanmıştır. Buna göre tablo 12'deki göstergelere göre incelenen yeterliklerin gelişimine yönelik gözlem verileri bu şekilde düzeylendirilmiştir. Gözlem verileri ve öğrenci çalışma kağıtları, her bir yeterliğin sıklığı ve yoğunluğunu tespit etmek için tüm öğretim sürecinde yeterlikler her aktifleştiğinde kodlanmıştır.

Analiz kapsayıcı bir şekilde yapılmıştır. Bir model oluşturma, var olan bir model üzerinde değişiklik yapma veya bir model hakkında yorum ve yargıda bulunmayı içeren bir soru/etkinlik *modelleme* yeterliği bazında değerlendirilmiştir. Ele alınan soru, öğretmen veya kitap tarafından sağlanan benzer örnekleri veya bilindik bir süreci olmayan bir tür ise bir *problem çözme* etkinliği olarak kategorize edilmiştir. Bir soruyu *muhakeme* yeterliğine ihtiyaç duyan bir kategoride sınıflandırmak için ana kriter, öğrencilerin cevaplarını doğrulamaları/ gerekçelendirme istenmesi, savlar üretebilmeleri, niçin sorusuna cevap bulabilmesidir. Matematiksel bir konu hakkında herhangi bir konuşma ve öğrencilerin modül veya ders kitabındaki bir metni yorumlamaları gereken tüm çalışmalar *iletişim* yeterliğine yönelik olarak kategorize edilmiştir. *Temsil* yeterliği her öğrencinin bir temsil anlamını göz önüne alması gerektiğinde ele alınır, örneğin bir tabloyu veya şemayı yorumlama, temsil biçimlerini birbirine çevirme, bir grafik ve bir tablo içeren bir etkinlik. Matematiğin kendine has sembol ve dilini bilme ve uygun şekilde kullanabilme *sembolik dil ve işlemleri kullanma* yeterliği altında değerlendirilmiştir. Son olarak matematik dersi için destekleyici olan araçları bilme ve kullanabilme ise *matematiksel araç ve gereçlerin kullanımı* yeterliği olarak düşünülmüştür.

3.9. Geçerlik ve Güvenirlik

Çalışmanın geçerlik ve güvenirlik başlığı altında, geçerliğin nasıl ele alındığı, olası tehditler ve çalışmada ele alınan önlemler, iç ve dış geçerlik boyutları ve araştırmanın güvenirliğinin nasıl sağlandığı açıklanmıştır.

3.9.1. Geçerlik. Geçerlik, ölçülmek istenen özelliğin ölçülebilmesi, bu özelliğe ait elde edilen bulgu ve sonuçların doğru bir şekilde yansıtılabilmesini ifade etmektedir. Araştırmanın geçerliği veri toplanmasından yorumlanmasına kadar birçok aşamadan etkilenmekte ve bu süreçte kullanılan stratejiler üzerinden değerlendirilebilmektedir (Creswell & Plano Clark, 2011). Bu kapsamda Creswell ve Plano Clark (2011)'den uyarlanan geçerliğe etki edebilecek tehdit unsurları ve buna karşılık araştırma sürecinde alınan önlemler Tablo 13'de sunulmuştur. Bu tehdit unsurları ve önlemler, veri toplama, veri analizi ve verileri yorumlama olmak üzere üç boyutta sunulmuştur.

Tablo 13

Elde edilen verileri birleştirme ve ilişkilendirmede geçerlik tehditleri ve alınan önlemler

	Geçerlik Tehdidi Oluşturabilecek İşlemler	Geçerlik Tehditlerine Karşı Önlemler
Veri Toplama	Katılımcı belirleme	- Nitel ve nicel verilerin toplandığı çalışma grupları aynı evrenden ve birbirine denk seçilmiştir. İstatistiki hesaplamalar ile de bu denklik ortaya konmuştur.
		- Tüm araştırma problemlerine aynı çalışma grubundan toplanan veriler ile cevap aranmıştır.
		- Nicel sonuçlarla uyumlu olarak nitel çalışmaların yürütüleceği (görüşmelerde) katılımcılar belirlenmiş ve katılımcı çeşitliliği sağlanmasına dikkat edilmiştir.
		Öğretim öğretmen tarafından gerçekleştirilmiştir. Böylece katılımcılarının sürece karşı olası tepkileri ortadan kaldırılarak, sağlıklı veri toplanabilmiştir.
	Eşit olmayan örneklem büyüklükleri	Çalışma grubunu oluşturan kontrol ve deney grubu hemen hemen eşit sayıda (31-29) öğrenciden oluşmaktadır. Benzer şekilde pilot çalışmaların yürütüldüğü grupta (30 kişi) uyumludur.
	Aynı konulara değinmeyen iki veri türünü toplama	Araştırma problemleri birbirine paralel yapıda sorulara cevap aramaktadır. Bu bağlamda nitel ve nicel veriler, birbirinden aykırı değil, ilişkili

		sorulara yönelik olarak toplanmıştır.
		Verilerin toplanmasında kaynak çeşitliği sağlanarak, üçgenlemeye başvurulmuştur.
	Veri toplama aracının geçerlik ve güvenirliği	Çalışmada kullanılan başarı testleri ve nitel formlar (gözlem, görüşme vs.) literatür desteği ile hazırlanmış olup, pilot uygulamaları yapılmış ve her biri ile ilgili uzman görüşü alınmıştır.
Veri Analizi	İki farklı analiz bulgusunu mantıklı olmayan bir şekilde karşılaştırma veya birleştirme	Birbirine paralel olarak yapılandırılan araştırma sorularına cevap veren bulgular bir arada ele alınmış ve birbirleri ile kıyaslanmıştır.
	Yetersiz veri dönüştürme veya birleştirme yaklaşımları kullanma	Nicel çalışma verileri bir analiz şeması kullanılarak oluşturulmuştur. Nitel veriler ise betimsel ve içerik analiz yöntemleri ile incelenmiştir. Çalışmanın sonunda ise tüm veriler birlikte ele alınarak tartışılmış ve değerlendirilmiştir.
	Nicelleştirilmiş nitel bulguların analizinde uygun olamayan istatistikler kullanma	Elde edilen nitel bulguların doğası gereği nicelleştirilmesinden kaçınılmış ve yeterlik gelişimini ortaya koyması açısından literatür desteği ile oluşturulan bir düzeylendirme ve grafiklerle gösterim tercih edilmiştir.
	Nicel verileri desteklemek için zayıf nitel bulguları seçmek	Çalışmanın nitel bulguları, uzun süreli gözlemler, görüşmeler ve dokuman analizi (öğrenci günlüğü) olmak üzere farklı veri toplama teknikleriyle elde edilmiştir. Veri çeşitliğinin sağlanması, zengin nitel bulgular elde edilmesine hizmet etmiştir.
	Deneysel sürece açık bir kullanım amacı olmayan nitel veri toplamayı dahil etme	Hangi veri toplama aracının hangi gerekçeyle, hangi amaç doğrultusunda toplanacağına çalışmanın en başında karar verilmiştir.
Verileri Yorumlanma	Farklı bulguları çözüme dahil edememe	Toplanan tüm veriler, araştırma problemlerine cevap vermiş ve çalışmaya dahil edilmiştir.
	Bir veri türüne daha fazla ağırlık verme	- Araştırma problemine cevap verebilecek veri türlerine odaklanılmış ve problemin yapısına uygun verilerin kullanılmasına özen gösterilmiştir. Elde edilen bulgular, problemin içeriğine göre tartışılmıştır.
	İki veri grubunu ters sırada yorumlama	- Verilerin yorumlanmasında araştırma sürecinin yapılandırılması ve uygulanması esas alınmıştır.

Bulguları yorumlarken objektif olma	Elde edilen tüm veriler çalışmaya katacağı olumlu veya olumsuz etki dikkate alınmadan sunulmuş ve yorumlanmıştır.
Nitel ve nicel veriyi birbiriyle ilişkilendirme	Bulgular kısmında nitel ve nicel veriler ayrı ayrı verilirken tartışma bölümünde tüm veriler birbiri ile ilişkilendirilmiş ve birbirine destekleme veya tezat düşme durumları incelenmiştir.

3.9.1.1. İç Geçerlik / İnandırıcılık. Bir araştırmada iç geçerliği sağlamanın bir yolu deney grubuna kontrol grubu eklenmesidir (Christensen ve diğerleri, 2014). Deney grubu ile denk olan (öğrenci sayıları, öğrenci başarı düzeyleri vb.) bir kontrol grubu belirlenmiş ve çalışma öncesindeki standart eğitimlerine aynı şekilde devam etmeleri istenmiştir. Deney grubunda ise yeterliklerin gelişimine odaklı bir öğretim sürdürülmüştür. Bu süreçte kontrol grubunun varlığı iki amaca hizmet etmektedir: (i) eğitim alan ve almayan iki grubu karşılaştırma ve (ii) alternatif hipotezlerin kontrol edilmesine imkanı tanıması. Burada kritik olan bir nokta, grupların denkliğidir. Kontrol grubunun ilk belirlenmesinde dışsal faktörler dikkate alınırken, devamında istatistiki hesaplamalara (parametrik testlere) başvurularak eğitimler başlamadan önceki başarı düzeyleri ve başarı düzeyleri arasında anlamlı bir fark olup olmadığı ortaya konmuştur. Böylece dışsal değişkenlerin her iki grubu da eşit derecede etkilediği kabul edilerek, gruplar arasında oluşacak herhangi bir fark eğitim sürecine atfedilebilmiştir.

Nitel temelli çalışmalarda ise iç geçerlikten ziyade inandırıcılıktan söz edilmektedir. İnandırıcılığı sağlamak için çeşitli stratejiler kullanılmaktadır. Lincoln ve Guba (1985) tarafından verilen önerilere paralel olarak bu çalışmada inandırıcılık için gerçekleştirilen işlemler Tablo 14’de verilmiştir.

Tablo 14

İnandırıcılık için gerçekleştirilen işlemler

İnandırıcılık için Yapılan İşlemler	**Açıklamalar**
Uzun Süreli Etkileşim	Yapılan araştırmada uygulama süreci bir dönem devam etmiş ve araştırmacı tüm öğretim sürecine katılmıştır. Ayrıca araştırmacının varlığına alışabilmeleri için asıl uygulamalardan iki hafta önce katılım başlamıştır. Bu süreçte öğrenciler ile gerçekleştirilen diyaloglar ve süreç boyunca etkileşim içerisinde olunması sonucu araştırmacıya güven duyulması ve alışılması sağlanmıştır.
Derinlemesine Veri Toplama	Bir dönem boyunca yürütülen uygulamalar ve gözlemler aracılığıyla veriler uzun süreli ve derinlemesine toplanmıştır. Elde edilen verilerin birbiri ile ilişkisi irdelenmiş ve veri kaynaklarının yeterli olduğu ve araştırma sorularına uygun cevaplar oluşturulduğu görülmüştür.
Üçgenleme	Gerçekliğin farklı bir yönünü açığa çıkarması bakımından veri toplama ve analizlerin çoklu yöntemlerle gerçekleştirilmesi sonuçların tutarlılığı açısından yarar sağlamaktadır (Patton, 2001). Bu çalışmada ders gözlemleri, görüşmeler, günlükler, dokuman analizi ve başarı testi kullanılarak gerçekleştirilen veri toplama süreci, veri çeşitlemesini sağlamaktadır (Creswell, 2012). Ayrıca analiz sürecinde farklı kaynakların veya göstergelerin kullanımı ile analiz üçgenlemesi de yapılmıştır.
Uzman İncelemesi	Yapılan çalışmada araştırma süreci boyunca düzenli olarak bir uzmana danışılmış, gerektiğinde diğer uzmanlardan da görüş alınmıştır. Bu doğrultuda uzmanlardan gelen görüşler çalışmaya yansıtılarak araştırmanın niteliği arttırılmaya çalışılmıştır.

3.9.1.2. Dış Geçerlik / Aktarılabilirlik. Nitel araştırmaların dış geçerliliği, araştırma sonuçlarının benzer ortamlara ve durumlara aktarılabiliyor olmasına bağlıdır. Araştırma sorularının benzer ortamlara aktarılabilmesi için araştırmanın tüm aşamaları hakkında ayrıntılı bir bilgilendirme yapılmasına ihtiyaç vardır (Yıldırım & Şimşek, 2011). Bu araştırmada verilerin toplandığı öğretim süreci ayrıntılı bir şekilde incelenmiş ve verinin doğasına mümkün olduğunca sadık kalmak amacıyla da katılımcılardan elde edilen doğrudan alıntılara yer verilmiştir. Nitel bir araştırmanın aktarılabilirliğini arttıran diğer bir yöntem ise “amaçlı örnekleme"dir. Araştırmada çalışma grubunun belirlenmesinde amaçlı örnekleme kullanılarak olay ve olgular doğasına uygun bir biçimde ortaya koyulmaya çalışılmıştır.

3.9.2. Güvenirlik. Güvenirlik, araştırmanın ne derece tekrarlanabileceğini açıklamak için kullanılan bir kavramdır. Yürütülen çalışmalarda aynı süreçlerin izlenmesi ile aynı veya benzer sonuçlara varılması istenir. Dış güvenirlik elde edilen sonuçların kurgulanan benzer ortamlarda aynı şekilde elde edilebilmesi, iç güvenirlik ise diğer araştırmacıların aynı verilerden yola çıkarak benzer sonuçlara ulaşabilmesi ile ilgilidir. Bununla birlikte, nitel araştırmalar ile güvenirlik kavramı tam olarak uyuşmamaktadır (Çepni, 2012). Lincoln ve Guba (1985) nitel araştırmalarda güvenirlik kavramı yerine "tutarlılık" kavramını önermektedir. Araştırmalarda tutarlık incelemesi; veri toplama araçlarının oluşturulması, verilerin toplanması ve analizi aşamalarında araştırmaya dışarıdan bir gözle bakılabilmesi ve tüm araştırma etkinliklerinde tutarlı davranılması ile mümkün olabilmektedir. Olay ve olguların değişebilir olduğu ön kabulünden hareketle bu değişkenliği tutarlı bir şekilde yansıtmayı, araştırmaya dışarıdan bir gözle yaklaşabilmeyi içermektedir (Yıldırım & Şimşek, 2011). Araştırma kapsamında güvenirlik için alınan önlemler aşağıda belirtilmiştir.

Teyit Edilebilirlik. Araştırmalarda teyit edilebilirlik kavramı (Lincoln, Lynham & Guba, 2011) kapsamında araştırmanda gerçekleştirilen tüm uygulamalara yönelik belgeler (verilerin toplanması, düzenlenmesi, analiz edilmesi ve raporlaştırılması) saklanmıştır. Verilerin toplanmasından raporlaştırmaya kadar bütün süreçte uzmana danışılmış ve sürecin doğruluğu/yanlışlığı hakkında öneri ve dönütler alınmıştır. Bu bağlamda da gerekli düzenlemeler yapılarak sürece devam edilmiştir.

Ayrıntılı betimleme. Güvenirlik için alınan bir diğer önlem aşamaların ve çalışma sürecinin ayrıntılı betimlenmesidir (Yıldırım & Şimşek, 2011). Bu araştırmada, veriler benzer süreçlerde, benzer yaklaşımlarla toplanmış, verilerin analizinde tutarlı olmaya özen gösterilmiştir. Bununla birlikte araştırmanın yöntemi, veri toplama ve analiz süreçleri, bulguları yorumlama ve sonuçlara ulaşma konusunda neler yapıldığı ayrıntılı açıklanmıştır

Ölçme araçlarının güvenirliği. Uygulanan başarı testi, geçerliği ve güvenirliği daha önce kanıtlanmış sorulardan (Altun & Bozkurt, 2017; OECD, 2016) oluşturulmuştur. Öncelikle alan uzmanlarına danışılmış ve testin amaca uygunluğu, soru çeşitliliği, öğrenci düzeyi, anlaşılırlık açısından değerlendirmeleri alınmıştır. İlk düzenleme bu değerlendirmeler doğrultusunda verilmiştir. Sonrasında araştırma grubuna dahil olmayan bir öğrenci grubuna uygulanmış ve böylece gelen cevaplar üzerinden testin son şekli verilmiştir. Nitel ölçme araçlarında da benzer bir sıra izlenmiş olup, ölçme araçlarının amaçları doğrultusunda literatür desteği alınarak görüşme formları ve günlükler yapılandırılmıştır. Daha sonra sırası ile uzman görüşü ve pilot uygulamalar ile formlara son şekli verilmiştir.

3.10. Araştırmada Uygulanan Etik Kurallar

Çalışma kapsamında yapılan her bir görüşme ve gözlem için çalışma grubunda bulunan öğretmen ve öğrencilerden çalışma başlamadan önce gerekli izinler alınmıştır. Bu doğrultuda katılımcılara kimliklerini ortaya çıkaracak ifadeler kullanılmayacağı, çalışmada takma isimler ile yer verileceği ve kendilerinin onayı olmadan elde edilen verilerin yayınlanmayacağı garantisi verilerek karşılıklı güven sağlanmıştır. Özellikle bir dönem boyunca araştırmacı gözlemci olarak öğretim sürecine katıldığı için aradaki güvenin sağlamlaşması açısından hassas davranmıştır. Araştırma süresince katılımcılara istedikleri zaman çalışmadan ayrılabilecekleri bildirilmiş ve bu konuda herhangi bir baskı kurulmamıştır. Örneğin; öğrencilerden biri günlük tutmayı reddetmiş ve bu isteğini dile getirmiştir. Böylece günlük tutmaktan muaf tutulmuştur. Araştırmalarda toplanan verilerin dürüstçe raporlaştırılması, bazı öngörülere inandırmak için bulgular üzerinde herhangi bir değişiklik yapılmaması gerekmektedir. Bu iki husus dikkate alınarak veriler olduğu gibi ve ayrıntılı bir şekilde ifade edilmiştir.

Tezin bu bölümünde araştırmanın yöntemi; metodoloji, çalışma grubu, uygulama süreci, veri toplama araçları, verilerin analizi, geçerlik ve güvenirlik ve etik başlıkları altında açıklanmıştır. Tezin 4. Bölümünde ise verilerin analizinden elde edilen bulguları, araştırmanın alt problemleri temelinde, detaylı olarak sunulmuştur.

4. Bölüm

Bulgular

4.1. Modüler Programın Uygulama Süreci

"Matematiksel yeterliklerin gelişimine odaklanan modüler bir programa uygun yürütülen matematik dersleri nasıl işlemektedir ve süreç içinde nasıl değişmiştir?" araştırma sorusu bağlamında sınıf içi uygulamalardan gelen ses ve video kayıtları, öğretmenler ile yapılan görüşmeler, gözlem formu ve alan notları aracılığı ile toplanan veriler incelenmiştir. Araştırma kapsamı dışında kalan veriler ayrılarak veri analizi çalışmaları yapılmıştır. Bu kapsamda sınıftan gelen veriler, belirlenen kodlar altında sınıflandırılmış ve ortaya çıkan temalar çerçevesinde bulgular yazılmıştır. "Sınıf İçi Açıklamalar, Öğretmen Müdahaleleri, Sınıf İçi Tartışmalar, Ders İşleme Yapısı ve Sınıf Katılımı" olmak üzere beş boyut altında ele alınmıştır. İlk iki boyut olan sınıf içi açıklama ve müdahalelerin her ikisi de öğretmen tarafından yapılan eylemleri içermektedir. Buradaki ayrım şu şekilde yapılmıştır: sınıf içi açıklamaları öğretmen süreçte direk kendisi verirken, öğretmen müdahaleleri öğrencilerin yaptığı hatalı işlem ve yanlış kavramalar neticesinde ortaya çıkmıştır.

4.1.1 Sınıf içi açıklamalar. Öğretmenin uygulama süreci boyunca yaptığı açıklamalar incelenmiş ve çeşitli alt boyutlar altında ele alınmıştır. Bu alt boyutlar:

- MO problemleri üzerine açıklamalar
- Etkinliklerin karakterine yönelik açıklamalar
- Matematiksel bilgiye yönelik açıklamalar
- Sınıfı teşvik edici açıklamalar
- Kavrama yönelik ipuçları
- Problem çözmeye dönük yaklaşımlar

şeklinde adlandırılmıştır. Aşağıda her bir boyuta yönelik ayrıntılı açıklamalar verilmiştir.

Gözlenen bir dönemlik dersler boyunca öğretmen gerek konular ile ilgili gerek öğrencilere dönüt olarak çeşitli açıklamalar vermiştir. Bu açıklamaların modüllerin sınıf içinde işleyişine yönelik ipuçları sağlayacağı düşünülmüştür. Rutin sorular çözmeye alışmış olan ve çoğunlukla bu tür sorular çözerek konu öğretiminin sağlandığı bu öğrenci topluluğuna dönemin en başında süreçle ile ilgili kısa bir açıklaması olmuştur. Şöyle ki "*Derslerimizde asıl odaklanacağımız sorular MO soruları. Ama bu tür (ders kitabında yer alan soruları göstererek) soruları da çözeceğiz. İlk dönem çok çözdüğümüz için şu an bunları bir kenara bırakıyorum. Mesela hangi sayının yarısının 10 eksiğinin 2 katı aynı sayının 2 katına eşittir? Bu bizim bu zamana kadar genelde derslerimizde hep çözdüğümüz soru tipiydi. Bunlar alışılagelen sorular. Bunlara çok zaman vermeyip belli bir süre içinde yanıtlamanızı bekleyeceğim*." şeklinde değişecek soru tarzına vurgu yapmıştır.

Öğretmen MO sorularına yönelik yaptığı açıklamanın bir benzerini derslerde yeni bir uygulama olan etkinlik çözme için de yapmıştır. Öğretmenin "*Şu ana kadar yaptığımız tüm etkinlerde ele aldığımız sorular nasıl geldi, nereden geldi, neden böyle oluyor, ... şeklindeydi. Hep bunlar üzerine etkinlikler yaptık. ...*" açıklaması ile etkinliklerin genel karakterini ortaya koyduğu görülmektedir.

Sınıf içindeki ders işleme karakterine ilişkin öğrencinin sorgulayarak keşfetmesi yönündeki beklentiye rağmen öğretmenin bazı bilgileri direk vermeyi tercih ettiği gözlenmiştir. Örneğin; çokgenlerin dış açılar toplamının her zaman 360^0 olduğu ve değişmediği bilgisi etkinlik ile eş zamanlı kazandırılabilecekken öğretmen bilgiyi direk vermiştir. Matematiksel bilgiye dönük olan bu açıklamalar planlı olarak, ihtiyaç halinde veya yeri geldikçe öğrenciler ile paylaşılmıştır.

Sınıf içerisinde öğretmen açıklamalarının bir diğer boyutu da öğrencileri teşvik için yapılan açıklamalardır. Bunun bir örneği öğrencileri tek tip bir çözümden ziyade farklı çözüm yollarını da desteklediğine yönelik söylemleridir. Öğretmen; "*Ben size asla tek bir yoldan* *yapın demem. Şimdi bu sorunun cevabını bir başka yoldan da bulalım.*" Bu durum Resim 3'te de görüldüğü üzere öğretmenin farklı çözüm yollarına açık olduğunu ve bu konuda öğrencilerini de desteklediğini göstermektedir. Çözümler sonrasında ise anlatılan çözümleri tekrar kendi ifadeleri ile açıklamıştır. Öğretmen öğrencilerin anlatımlarının tüm sınıf tarafından net anlaşılmayacağı ihtimaline karşılık bunu yaptığını belirtmiştir.

Resim 3

Farklı çözüm yolları tahtaya taşınıyor

Öğretmen kavrama ulaşma kısmı tamamlanmış olsa dahi kavramın derinleştirilmesinde kavrama yönelik açıklamalarda bulunmaya devam etmiştir. Bu açıklamalar genellikle kavramın kritik noktaları, temel özellikleri, uygulama süreci ile ilişkilidir. Örneğin; doğru ve ters orantı kavramları verildikten sonra öğretmen sıklıkla artıp azalmanın yeterli olmayacağı "orantılı artıp-azalma" olması gerektiğini vurgulamıştır.

Son açıklama türü ise derslerin bir bölümünü kaplayan MO problemleri ve rutin soruların çözüm sürecinde yapılan açıklamalardır. Bu açıklamalar bazen ipuçları paylaşma, bazen çözüm yöntemlerine yönelik bakış açısını, bazen beklentileri açıklama şeklinde gerçekleşmiştir. İpuçları bağlamında özellikle problemin iyi anlaşılmasını gerektiren MO problemlerinin çözüm sürecinde öğretmen, tekrar tekrar, parçalayarak soruyu okuyup açıklamış ve önemli yerlere dikkat çekmiştir. Benzer şekilde soruyu anlamanın soruyu çözmenin yarısı olduğunu vurgulamıştır. Bir diğer durum öğretmenin çözüm yöntemlerine yönelik bakış açısını sunmasıdır. Öğretmenin öğretimlerden önce özellikle "kısa yol" diyerek vurguladığı çözümlerden bu öğretim ile vazgeçtiği görülmüş ve "Uzun olabilir ama bir yöntemdir. Yöntem illa kısa olmak zorunda değildir." şeklinde görüşünü açıklamıştır. Son olarak beklentilerine yönelik açıklamalar bu kategoride ele alınmıştır. Buradaki problem çözümünde öğretmenin beklentilerine dair sıklıkla yaptığı açıklama çözüm aşamalarını görme isteğine yöneliktir. Öğrenciler doğru cevabı bulduklarını iddia etseler dahi öğretmen mutlaka çözüm yolunu ve aşamalarını görme isteğini dile getirmiştir.

4.1.2 Öğretmen müdahaleleri. Öğrenciler için yapılan etkinlikler ve çözülen MO soruları aşina olmadıkları birer öğrenme materyali olduğu için öğretmen zaman zaman sürece dahil olmuştur. Grup çalışmalarında yapabilecekleri ya da yaptıkları hatalarda ve yaşayabilecekleri ya da yaşadıkları zorluklarda öğretmen müdahalelerde bulunmuştur. Öğretmenin bu müdahaleleri üç şekilde gerçekleşmiştir. Bunlar; (i) sorular sorarak anlaşılmayan kısımları netleştirme ve çözüme yönlendirme, (ii) tartışma ortamı yaratma ve (iii) doğrudan açıklamalar yapmadır. İlk iki müdahale türü daha çok öğrencinin ön planda olduğu ve bu öğretim sürecinde istenen durumlardır.

İlk müdahale türünde yöneltilen sorular bazı durumlarda "soruda neyi bulman isteniyor?" gibi daha genel sorular iken bazen ise soru özelinde daha spesifik sorulardır. İlk uygulamalardan son uygulamalara doğru yöneltilen sorular değişim göstermiştir. İlk uygulamalarda daha yönlendirici, öğrenci düşünmesini arka planda tutan ve ipucu kelimeler içeren sorular kullanılırken sonraki uygulamalarda daha kapsamlı düşünmelerini sağlayan açık uçlu sorular yöneltmiştir. *İkinci müdahale* türünde ise öğretmen öğrencilerin ifade ettiği doğru veya hatalı bazı anlayış, iddia ve savları sınıf geneline taşımaktadır. Böylece öğrencilerin birbirlerinin görüşlerini desteklemeleri veya karşıt görüşlerini ifade ederek tartışmaları hedeflenmektedir. *Üçüncüde* ise öğretmen sınıf genelinde anlaşılmayan bir yer olduğu, ön bilgi hatırlatması yapılması gerektiği gibi durumları fark etmesi üzerine direk açıklamalarda bulunmaktadır.

Öğretmenin süreç içerisinde farklı düzeylerde öğrencilere yönelik müdahaleleri olmuştur. Bu müdahalelerin ortak sebebi öğrencilerin yaptığı hatalı problem çözümleridir. Öğretim sürecinin başlangıcında yapılan müdahaleler direk öğrencilere yaptığı yanlışı söyleme ve düzeltme şeklinde gerçekleşmiştir. Örneğin; yanlış sonuca ulaşan bir öğrenciye "yanlış yapmışsın çıkarma işlemin hatalı, denklemi hatalı kurmuşsun" şeklinde direk hata kaynaklarını ifade etmiştir. Yine benzer bir durumda orantı ifadesini yanlış kuran öğrencilere direk hatasını söyleyerek düzeltilmesini sağlamıştır. Bu örneklerde öğretmenin öğrencilere kendi hatasını görüp düzeltmesi için herhangi bir fırsat vermeden açıklama yaptığı anlaşılmaktadır. Süreçle birlikte bu davranışından tamamen vazgeçmemekle birlikte öğretmenin yanlış veya hatalı yapılan işlemlerde direk düzeltmek yerine "Niye böyle yazdın? Bu işlemi niçin yaptın?" gibi sorular sorarak öğrencinin kendisinin fark etmesini sağladığı görülmüştür.

4.1.3 Sınıf içi tartışmalar. Modüllerde yer alan hem etkinlikler hem de MO problemleri üzerinde sınıf tartışmaları açılabilecek karakterde hazırlanmıştır. Ancak bunların yanı sıra kavramın doğasının getirdiği, sınıf içi çalışmalarda tesadüfi olarak ortaya çıkan ve öğretmenin-öğrencinin başlattığı ve sürdürdüğü veya yarıda kestiği çeşitli tartışmalar süreçte meydana gelmiştir. Bu tartışmalar nitelikleri bağlamında incelendiğinde çeşitli boyutlar altında bir araya toplanmıştır. Bu boyutlar:

- kavramın doğasını sorgulama
- kavrama ait karıştırılan unsurlar
- farklı kavramlarla arasındaki ilişkiler
- bir kavramdan yola çıkarak yeni bir kavramı üretme
- sembolik dil ve işlem

şeklinde adlandırılmıştır. Aşağıda her bir boyuta yönelik ayrıntılı açıklamalar verilmiştir.

Kavramın öğretimi ile beraber öğretmenin kavramı, kavramın doğasını sorgulamaya yönelik çeşitli sınıf içi tartışmalar başlattığı gözlenmiştir. Örneğin; "Sizce yüzde ne demek?" sorusunu sınıfa yönelten öğretmen, kavramı derinleştirmek, kavramsal öğrenmeyi bir nevi test etmek için tartışma açmıştır. Burada alınan öğrenci cevapları kitabi bir tanımdan ziyade kavramın öğrenci zihnindeki yer ettiği imajla ilişkilidir. Bir başka tartışmada öğretmen yüzde hesabı var iken 90'lar hesabı olup olamayacağını sınıf tartışmasına açtı. Öğrencilerden gelen cevapların bir kısmı aşağıda verilmiştir. Buna göre;

- *100'ün bir simgesi var ama 90'nun yok o yüzden olmaz.*

- *Bir sayıyı çarpıp 90 çıkarmak zor. 90'ı elde etmek zor. O yüzden kullanılmıyordur. 100'ü elde etmek daha kolay.*

- *90'nın böleni az. 100'ün ise böleni daha çok. O yüzden 100'ü tercih ederim.*

- *Derslerde sınav notlarımızda daha kolay olduğu için 100 üzerinden değerlendiriliyor, 90 üzerinden değil.*

şeklinde görüşlerin dile getirilmesi ile tartışma yürütülmüştür.

Bir diğer boyut ise kavrama ait karıştırılan unsurlar, özellikler ile ilişkilidir. Örneğin; çemberde açı ve uzunluk ölçüsünün birbiri ile karıştırıldığını gözlemleyen öğretmen bunlar arasında nasıl bir ilişki ya da farklılık olduğuna dair bir sınıf tartışması başlatmıştır. Böyle bir tartışma sayesinde öğrencilerdeki yanlış öğrenmeleri, bu iki unsura ilişkin karıştırdıkları noktaları görme fırsatı da yakalamıştır.

Öğretmen tartışmalarının bir diğer yönü farklı kavramlar arası ilişkiler kurma ile ilgilidir. Örneğin; çevre ve alan farklı iki kavram olmakla birlikte çokgenler konusunda alanları aynı çevreleri farklı ve çevreleri aynı alanları farklı olan şekillerin nasıl elde edilebileceği tartışılmıştır. Devamında ise farklılığın nereden kaynaklandığı üzerine tartışma evirilmiştir. Bu boyuta verilebilecek bir diğer örnek ise "Yüzde hesapları doğru mu ters orantılı mıdır? Her zaman mı?" şeklinde yine öğretmen tarafından ve doğaçlama olarak başlatılan tartışmadır. Aşağıda bu tartışmaya ilişkin bir kesit sunulmuştur.

Ö: Doğru orantılıdır. Mesela bir mağaza indirim var, ne kadar pahalı bir ürün alırsam indirimi de o kadar fazla olur.

Ö: Doğru

H: Her zaman mı?

Ö: Hayır.

Ö: Evet

Ö: Hayır. İşleme yani soruya bağlı.

H: Bir şeyin yüzdesini bulma her zaman doğru orantı mı yoksa ters çıkabilir mi?

Ö: Arada terste çıkar.

Ö: Hayır ya her zaman doğrudur.

H: Hala her zaman doğrudur diyorsun. Niye hala ısrarcısın söyle bakalım.

Ö: Bilmiyorum içime doğdu.

...

Ö: Şöyle de bir şey var ne kadar pahalı malzeme alırsan indirim oranı da o kadar yüksek olur.

H: Bu da isabetli bir örnek.

Bunun için çok fazla zaman ayırılmamış olmakla birlikte öğrencilerden güzel cevaplar gelmiştir.

Matematik öğretim programına göre konu sıralaması birbiri ile ilişkili olan ve ön öğrenme gerektiren konulara öncelik verilecek şekilde planlanmıştır. Öğretmen de bu durumu dikkate almış ve bir kavramdan yola çıkarak yeni bir kavramın oluşumuna kapı açmıştır. Örneğin; öncelikle öğrenilen doğru orantı kavramına ilişkin neden bu şekilde ifade edildiğini öncelikle sorgulatmıştır. Böylece sınıf bir söylem topluluğu olarak harekete geçirilmiş ve kavramla ilişkili cevap alınmıştır. Bu görüş alımının ardından ters orantının ne olabileceğine yönelik tartışma açılmıştır. +/- yani pozitif negatiflikle ilgili olabileceğine, biri sürekli artan toplamlar iken diğeri ise çıkarmalar şeklinde diyerek öncelikle oranı göz ardı eden bazı hatalı çıkarsamalar olurken bir süre sonra tartışmalar neticesinde doğru ifadelere ulaştılar. Hatta bu noktada bir öğrenci "Sınavda yanlış sayısı arttıkça alacağımız puan azalır." şeklinde uygun bir örnek üzerinde kavramı açıklamıştır.

Ondalık, rasyonel vb bazı sembolik dil ve gösterimlere ilişkin yer yer tartışmalar açılmıştır. Örneğin; 8,75 yıl yazımındaki virgülden sonra gelen 75'in ne anlama geldiği, 8,75 yıl – 8 yıl 9 ay yazımının aynı olup olmadığı konusunda öğretmen tartışma açtı. Öğrenciler bunlara anlam yüklemede hiç zorluk yaşamadılar. Bu boyutla ilgili bir başka tartışma ise $\frac{1}{1.000.000}$ yoksa $\frac{1}{100.000}$ olan ölçekli bir haritanın mı daha ayrıntılı olacağı konusunda yürütülmüştür. Öğretmen cevapları almış ancak hangisini neden tercih ettiklerine yönelik açıklamalara çok yer verilmemiştir.

Genel anlamda bakıldığında tartışmaların özellikle başlangıçtaki karakteri öğrencilerin sadece cevaplarını alma ile sınırlı kalmıştır. Eğer öğrenciler yanlış bir yorumda bulunduysa öğretmen hayır/yanlış diyerek direk başka bir öğrenciye söz hakkı tanımıştır. Doğru cevabı veren öğrencilere ise nedenini açıklatma gereksinimi duymamıştır.

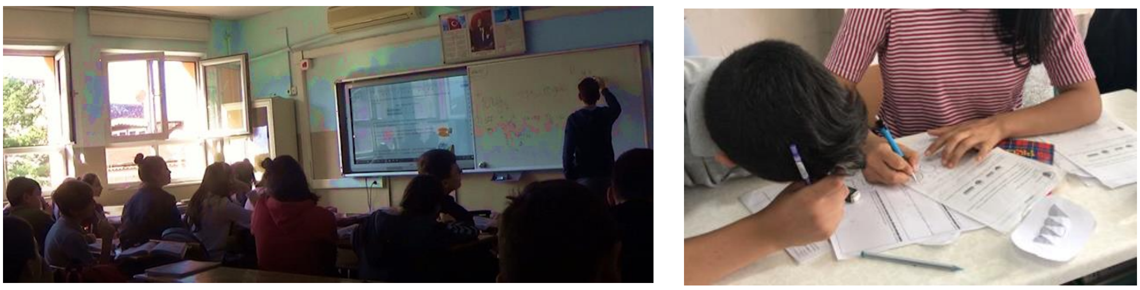
4.1.4 Ders işleme yapısı. Modüler programın uygulanmasından önce yaklaşık 10 ders saati öğretmenin bireysel olarak planladığı dersleri gözlenmiştir. Bu derslerde öğretmen işlenecek konuyu açıkça söylemekte ve sınıf tahtasına konuyla ilgili başlık atmaktadır. Kavramın tanımını yapmakta ve öğrencilerin defterlerine tanımı kelime kelime yazdırmaktadır. Tanımın peşi sıra öğretmen kendi deyimiyle kavramın daha iyi öğrenilmesi için ders kitabındaki veya mevcut test kitaplarındaki soruların çözümüne geçmektedir. Öğretmen genellikle tahta başından dersi yürütürken öğrenciler soru çözümleri için tahtaya kalkmakta ve bu da genellikle belirli öğrenciler üzerinden gerçekleştirilmektedir. Öğretimde ders kitabı takip edilmekte olup, ders kitabında ilgili sayfalar akıllı tahta üzerinden yansıtılarak çalışmalar yürütülmektedir. Bunun yanı sıra hemen hemen her hafta öğretmen farklı yayınevlerinin kaynak kitaplarından konu ile ilgili testlerin çıktısını alıp öğrencilere dağıtmakta ve ders tamamen bu test sorularının çözümü ile geçmektedir.

Uygulamalarla birlikte çalışmaların yürütüldüğü her iki okulda da öğretmenler bütün uygulamalarda grup çalışması yaptırmışlardır. Gruplar ikişer kişiden oluşmakta olup, sınıfın var olan dokusuna zarar vermemek adına öğrencilerin birbiri ile anlaşması göz önünde bulundurulmuştur. Bunun yanı sıra öğrencileri iyi tanıyan öğretmen görüşleri ve öğrenci başarı düzeyleri dikkate alınarak gruplar oluşturulmuştur. Süreç içinde öğretmenler bazı aksaklıklar (anlaşmazlık, dersi dinlememe gibi) fark ettiği grup üyeleri arasında birkaç değişiklik yapmıştır.

Akıllı tahta üzerinden bir yandan modül açılıp yansıtılırken diğer bir yandan öğrencilerin ellerine de modülün belli kısımları çıktı olarak verilmiştir. Böylece Resim 4’te görüleceği gibi gruplar arası çalışmalar öğrencilerin sıralarında, sınıf içi tartışmalar ise akıllı ve beyaz tahta üzerinden yürütülmüştür.

Resim 4

Sınıf ortamı



İlgili kavramlara etkinlikler aracılığıyla ulaşılmış ve tanım en sonunda etkinlikle ilişkilendirilerek verilmiştir. Uygulanan etkinliklere yönelik öğretmen; *“Arkadaşlar bu etkinlikleri yapıyoruz ki matematikte hiçbir şeyin ezberden gelmediğini anlayın diye. Her şeyin bir mantığı var, bir açıklaması var.”* şeklinde bir açıklama yapmıştır. Kavramın kazanılmasına yönelik uygulanan etkinlik sonucunda öğretmen defterleri açtırmış ve yapılan etkinliğin çözümlerini ve ulaşılan tanımı yazmalarını istemiştir. Bu şekilde öğretmen kendi öğretim tarzı ile yeni öğretimi harmanlamıştır. Dersler etkinliklerle ve etkinliklerin yer aldığı çıktılar üzerinden işlendiği için öğrencilerden bazıları *"konuya ne zaman geçeceğiz?"* şeklinde durumu sorgulamış ve bu yapılanları konu anlatımından ziyade birer alıştırma gibi gördüklerini ifade etmişlerdir. Öğrencilerin bu çıkışına öğretmenin cevabı etkinliklerin içinde konunun yer aldığı ve etkinlikteki soruları çözerken aslında eş zamanlı olarak konunun öğrenildiğini belirtme şeklinde olmuştur. Öğrenciler bu açıklamayı olumlu karşılamış hatta bir öğrenci; *"O zaman biz sübliminal olarak konuları öğreniyoruz hocam."* açıklaması ile süreci kısaca özetlemiştir. Etkinlik dokusu zamanla öğretime daha da iyi oturmuş ve öğrencilerin kavramla ilgili yaşadıkları herhangi bir zorluk durumda öğretmen yapılan etkinliklere atıfta bulunarak açıklama yapmıştır. Bu durum öğretmenin bu öğretim şeklini benimsediğinin bir göstergesidir. Benzer bir alışma durumunu öğrenciler de yaşamış ve *"Hocam etkinlik yapacak mıyız? İnşallah yaparız."* şeklindeki öğrencilerin derse karşı olan bu olumlu tutumu öğretmenin de dikkatini çekmiştir.

Etkinliklerin uygulanmasında çalışma kağıtları üzerinde etkinlik açıklamaları olmasına karşın öğretmen adım adım etkinliği kendisi açıklamıştır. Bu açıklamalar ışığında öğrenciler gruplar halinde etkinliği yürütmüştür. Ancak etkinlikleri nasıl yürüteceklerine müdahale edilmemiştir. Örneğin; π sayısı bulma etkinliğinde dağıtılan cisimlerin çevrelerini kimi gruplar ip, kimi gruplar kağıt kullanarak ölçmüştür. Böylece öğrenciler öncelikle etkinlikte yer alan sorulara grup arkadaşları ile cevap vermeye çalışmış, devamında ise sınıf tartışmasına açılmıştır. Son olarak etkinlik öğretmenin yönetiminde sınıfça sonuçlandırılmıştır.

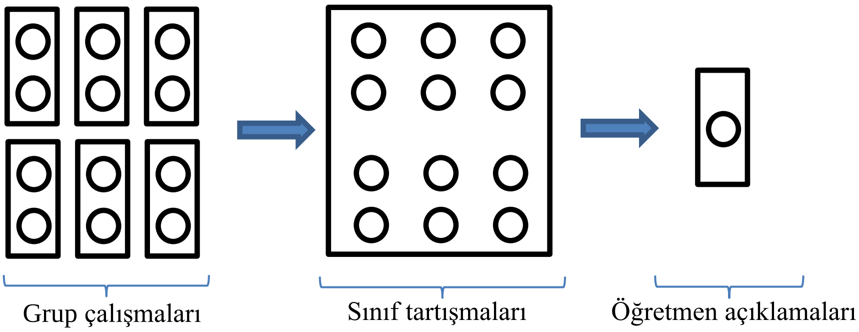
Grup çalışmalarının ön planda olduğu bu süreçte öğretmen tahta önünde aldığı pozisyonunu zamanla değiştirmiştir. Başlangıçta sınıfta daha fazla hakimiyet kurarak, konuyu anlatma, açıklama ve daha fazla konuşan olma eğilimindedir. Modüllerdeki her iki odağın uygulanması sırasında değişimler gözlenmeye başlamıştır. Öğretmen birinci odak kapsamındaki etkinlikleri uygularken kavramı kazanmaya çalışan öğrencilere daha fazla söz vermiştir. Öğrencilerin kendi aralarında ve öğretmenle olan konuşmalarını ve tartışmalarını desteklemiştir.

Öğrenilen kavramların derinleştirilmesinde MO sorularına yer verilmiştir. Konu ile ilgili müfredatta verilmesi gereken fazla sayıda kazanım/kural olduğu için öğretmen bu kuralları MO sorularının çözümünde yer vermiştir. Dağıtılan çalışma kağıtları üzerinde çalışan öğrencilere soruları çözmeleri için vakit verilmiş, öğretmen ise öğrencilerin yanına giderek sorularına cevap vermiştir. Alışık olmadıkları MO sorularına başlangıçta tepki gösteren öğrenciler zamanla bu soruları çözmeyi bekler olmuştur. Bu durumla ilgili bir öğrencinin yorumu; *"Eskiden bana matematik çok saçma gelirdi. Bir adam cevizini paylaşacaksa bundan bana ne. Ama şimdi gerçek yaşamımıza taşıdık matematiği. Adamın bahçesinde kazık kaybolmuş (*derste ele alınan Arazinin Kayıp Köşesi adlı MO sorusundan bahsediyor*) eğer biz yardımcı olamazsak tekrardan 400 TL verecek."* şeklinde olmuştur.

Grup çalışmasının ön plana çıktığı bu sürecin sonunda tüm sınıf çalışmaları için öğretmen farklı bazı yollar denemiştir. Bu yollar; i) her bir problemin bitiminde yapılan sınıf tartışmaları, ii) çalışma kağıdının tamamlanmasından sonra yapılan sınıf tartışmaları ve iii) öğrencilerin özellikle zorlandığı sorular ile ilgili sınıf tartışmalarıdır. Öğretmen, modüllerin uygulanmasında bu üç yolu kendi kararı ve öğrencilerden gelen tepki ve yorumlara göre belirlediğini ifade etmiştir. Genel anlamda ise Şekil 20'de gösterildiği gibi grup çalışmaları, sınıf tartışmaları ve öğretmen açıklamaları sıralaması izlendiği gözlenmiştir.

Şekil 20

Genel ders işleme yapısı



MO sorularının çözülme sürecinde öğretmen soru çözümü bitirilmeden sınıf tartışmasına geçmeyi tercih etmiştir. Öncelikle 2-3 soruyla sınırlandırıp gruplar halinde çözmeleri için öğrencilere yeterli zaman vermiştir. Başlangıçta öğretmen tahtanın önünde bekleyerek öğrencilere hiç müdahale veya rehberlik etmemiştir. Soru çözümleri için öğrencilere yaklaşık 15 dakikalık bir süre verilmiştir. İlerleyen süreçte ise çözümü yapanların el kaldırmasını isteyen öğretmen, yanlarına giderek çözümlerin doğruluğunu inceleyip dönütler vermiştir. Sonraki süreçte ise Resim 5'de görüldüğü üzere öğretmen neredeyse tüm grupların yanına giderek kontrol etmeye başlamıştır.

Resim 5

Öğretmen dönütleri

Çözüme ulaşamayan öğrenciler, öğretmenin ara soruları ile doğru sonuca ulaşabilmiştir. Grup çalışmalarının sonrasında tahta başında sınıf açıklamaları yapılmıştır. Resim 6'da gösterildiği üzere bir veya birden fazla öğrenci tahtaya kaldırılarak çözümlerini yapma fırsatı verilmiştir.

Resim 6

Öğrenci çözümleri

Bu süreçte rutin sorulardan vazgeçilmemiş olup, 2-2-1 olmak üzere haftada beş saat yürütülen matematik derslerinin genellikle tek saatlik dersleri ödev olan sorulara bakma, ders kitabı sorularını çözme ve öğretmen tarafından getirilen fotokopilerin çözülmesine ayrılmıştır. Ders kitabında (MEB) yer alan konu sonu soruları tüm dönem boyunca ödev verilmiş ve böylece bir yandan ders kitabının takibi de sağlanmıştır. Ödev verildikten sonraki derste ise akıllı tahta üzerine kitabın pdf'i yansıtılmış ve öğrencilerin yapamadıkları sorular bu ekran üzerinden açıklanmıştır. Evde sorular ile uğraşarak gelindiği için farklı öğrenciler ve genelde tahtaya pek kalkmayanlar kalkarak çözümlerini açıklamıştır. Öğrenciler MO sorularına kıyasla bu soruları rahatlıkla çözebildiklerini ifade etmişler ve süreçte de bu durum gözlenmiştir. Yine öğrencilerden biri ders kitabında yer alan sorulara ilişkin; *"Soruların neredeyse tamamını çözebildim. Çünkü örnek olarak çözülmüş soruların benzerleriydi hep ve ben de onlara bakarak çözebildim."* durumuna dikkat çekmiştir.

Rutin soruların derse dahil edildiği bir diğer doküman ise öğretmenin farklı yayın evlerinin kitaplarından fotokopi çekerek dağıttığı konu testleridir. Bu testlerde yer alan sorular örneğin oran-orantı konusu için boylarının oranı verilen iki arkadaştan birinin boyunu bulma, sütten elde edilecek tereyağı oranını bulma, öykülerin romanlara oranı, çavdar ekmeklerin tam buğday ekmeklere oranı, gömleklerin kravata oranı gibi benzer karakterdedir. Öğrenciler soruyu okumayı bitirmeden sorunun nasıl tamamlanabileceğini rahatlıkla tahmin edebilmişlerdir. Zamanla öğrencilerin bu tip rutin sorulara bir tepki gösterdiği gözlemlemiştir. Özellikle üçüncü hafta itibari ile çalışma kağıtları şeklinde dağıtılan MO sorularını çözmeyi tercih eden öğrenciler, *"Hocam nasıl (rutin) soru bunlar yaa.", "Hocam ne olur artık kağıt dağıtın"* diyerek MO sorularını çözmeye yönelik isteklerini ifade etmişler ve oldukça hevesli bir görünüm sergilemişlerdir.

Bu süreçte grup içi ve gruplar arası iletişim de mümkün olmuştur. Grup çalışmalarının öğrencileri olumlu etkilediği gözlenmiştir. İkili gruplar halinde çalışan öğrenciler birlikte çalışma alışkanlıkları geliştirmeye başlamıştır. Grup arkadaşları birbirlerini yönlendirerek, karşılıklı görüş alışverişi ve söylemlerle çözüme ulaşabilmişlerdir. Örneğin; öğrencilerden biri "*Ben aslında farklı bir yolla çözmüştüm. Ama Ahmet (grup arkadaşı) kendi çözümünü gösterdiği zaman daha mantıklı geldi bana*." şeklinde farklı çözüm yollarının paylaşılması açısından grup çalışmasının kendisine sağladığı yararı ifade etmiştir.

Başlangıçta öğretmen özellikle başarılı ve çoğunlukla yerlerinde doğru çözüme ulaşmış olan öğrencileri tahtaya kaldırmıştır. Süreçle birlikte öğrencilerin çoğu tahtaya kalkmak için parmak kaldırmış ve öğretmen onlara da imkan tanımıştır. Tahtaya kalkan öğrenci doğru sonuca ulaşamadığı durumda ise öğretmen birkaç soru yönelterek çözüme ulaşmasına destek olmuştur. Bazen öğretmenin hatalı çözüm yapan öğrenciyi oturtup, başka bir öğrenciyi kaldırdığına da rastlanılmıştır. Bazı durumlarda ise öğrencilerin neredeyse tamamının grup çalışması ile çözüme ulaşabildikleri belirlendiğinde öğretmen tahtada çözümü kendi yapmıştır. Önceki dönemlerdeki derslerde ise öğretmen neredeyse tüm soruların çözümlerini tahtada kendisi yapmaktaydı. Bu durum hem araştırmacı tarafından gözlenmiş hem de öğrenciler tarafından ifade edilmiştir. Örneğin; özellikle başarı durumu yüksek olan öğrenciler, öğretmenin tahtaya geçip soru çözmesine karşı olduklarını, sorular ile birebir mücadele etmek istediklerini ve bu öğretimle buna imkan bulabildiklerini dile getirmişlerdir. Aynı zamanda bu durum sınıftaki diğer öğrencileri de bu anlamda motive etmiştir.

Modüllerin bazılarında uygulama sorularına yer verilmiştir. Bu soruların "uygulama sorusu" olarak farklı bir isimle anılmasının sebebi çözüm aşamalarının hacimce diğer sorulara nazaran daha fazla oluşudur. Örneğin; yüzdeler – Hangi harf favori, çokgenler – Pick Yasası gibi. Uygulama sorularının çözümüne bazen ders sırasında yer verilirken bazen ise öğretmen tarafından ödevlendirilmiştir. Eğer ki çözümü o an yapamadıysa evde tekrardan uğraşacaklarını ifade etmiş ve uğraşmışlardır ki bu durum da sahiplendiklerinin bir göstergesi olarak kabul edilmiştir.

Modüllerin bir diğer özelliği ise modülün tamamının içeriğine gömülü olan yaşamsallıktır. Oluşturulan etkinlik ve MO sorularının büyük çoğunluğu yaşamsal karaktere sahiptir. Bu durum kavramların yaşamsal yönlerini sınıfta ele almayı, kavrama ait günlük yaşamdan örnekler vermeyi doğurmuştur. Örneğin doğru orantı ile ilgili özellikle marketlerde bir ürünü tekli mi yoksa paket almanın mı karlı olduğu ele alınmıştır. Öğrenciler; *"Marketler bazen sahtekarlık yapıyor. Ekonomik paketlerin gramajları daha düşük oluyor."* gibi bazen ürünlerin gramajı ile oynayarak aslında karlı olmayan bir alışveriş olduğunu ifade ettiler. Bir başka öğrenci ise *"Aslında hocam marketlerde de böyle ekonomik paketler satıyorlar"* şeklinde destek vermiştir. Böylece günlük yaşamdaki benzer örnekleri tartıştı. Yine ters orantı kavramı ile ilgili öğrencilerin yaşamlarından örnekler vermeleri istenmiştir. Öğrenciler;

- Ürün aldıkça paran azalır ürün sayın artar
- Kişi sayısı arttıkça kişi başına düşen pasta miktarı azalır
- Ekmek aldıkça ekmek sayımız artar, cebimizdeki para azalır.
- Yenen lokma miktarı arttıkça tabaktaki miktar azalır

şeklinde örnekler sunmuştur. Benzer şekilde yüzde kavramının günlük hayatlarında nerelerde kullanıldığı sorulduğunda ise; indirimlerde, manavlarda, mağazalarda, bursluluk sınavlarında, telefonun şarjında, genellikle, sık sık gibi durumları anlatırken, %50 gerçek veya

%50 sahte, %100 cevap c şıkkı gibi ihtimal durumlarında olmak üzere çeşitli örnekler vermişlerdir.

4.1.5 Sınıf katılımı. Sınıf katılımı için öğrencilerin derse karşı olan ilgileri, etkinliklere ve soru çözümüne yönelik isteklilikleri ve sınıf içi söylemleri ele alınmıştır. Uygulamanın ilk zamanlarında öğretmen çoğunlukla matematik başarısı daha yüksek olan öğrencilere söz hakkı verirken, zamanla öğrencilerin de isteklilik göstermesi ile birlikte daha sessiz duran, katılımı düşük olan öğrencilere söz vermeye başlamıştır. Başlangıçta birkaç öğrencinin parmakları havada görünürken zamanla Resim 7'de görüldüğü üzere neredeyse tüm sınıf etkinlik ve soru çözüm dahil olmuş, olmak istemiştir. Bu durum sınıftaki başarı durumu farklı iki öğrenci tarafından da ayrı zamanlarda dile getirilmiştir. Başarı durumu daha düşük olan bir öğrenci; "*Siz yokken öğretmen tahtada anlatır geçer biz de sadece not alırdık. Şimdilerde hepimize soru soruyor, bizleri de görüyor*." şeklinde durumdaki değişimin kendi üzerindeki olumlu yansımalarını ifade etmiştir. Başarı durumu yüksek ve sınıfın en başarılı öğrencilerinden biri olarak anılan bir öğrenci ise ilkinden bağımsız bir anda araştırmacıya; "*Siz yokken ne iyiydi. Sadece zaten üçümüz kalkıyorduk tahtaya o yüzden de sıra çabuk geliyordu. Diğerleri de pek katılmazdı. Şimdi neredeyse bazen söz alamıyorum (gülerek).*" şeklinde durumun ters etkisini iletmiştir.

Resim 7

Öğrenci katılımı örnekleri

Sınıf genelinde anlaşılması zor olan soruları öğretmen kendi çözmeyi tercih ederken zamanla öğrencilere bu imkanı tanımıştır. Özellikle farklı çözüm yollarının kullanıldığı sorularda tüm sınıfın bunu görmesi için tahtada çözümlerini göstermelerini veya yerlerinden açıklamalarını istemiştir. Bazı durumlarda tahtayı 4-5 kısma ayırarak farklı çözümlerin hepsini tahtada sundurmuştur. Burada öğretmen öğrencilerin mutlaka kendi çözümlerini açıklamaları konusunda uyarmış ve bu fırsatı vermiştir. Tahtaya kalkmak, çözümünü sınıfa sunmak isteyen öğrenciler öğretmenin kendilerini kaldırmaları konusunda çeşitli söylemlerde bulunmuştur. Örneğin;

$Ö_1$: Hocam ben bir deneyebilir miyim?

$Ö_2$: Hocam ben farklı yaptım göstereyim mi?

$Ö_3$: Hocam ben denklemle çözdüm (öğretmenin buna önem verdiğini fark etmiş.)

Uygulamalarla birlikte öğretmenler, öğrencilerinde daha önce fark etmedikleri bazı özellikler gözlediklerini ifade etmişlerdir. Özellikle başarı durumu daha düşük ve orta düzeyde olan öğrencilerin derse katılımlarının büyük oranda arttığını, görüşlerini ifade etme ve bunları tartışma eğiliminde olduklarını belirtmişlerdir. Başarı düzeyi daha yüksek olan öğrenciler ise matematiksel kavramları, çözüm yöntemlerini "sorgulamaya" başlamışlardır. Bir öğrenci ise grup arkadaşı ile ilgili gözlemini: *"Hocam arkadaş ilk defa defterini açtı."* şeklinde paylaşmıştır. Bu durum derse olan ilginin bir göstergesi olarak değerlendirilmiştir.

4.2. Matematiksel Yeterlikler

Matematiksel yeterlikler birbiri ile etkileşim içinde olan iki boyut altında ele alınmıştır. Birinci boyut öğrencilerin sergilediği, gelişim gösterdiği matematiksel yeterliklerin belirlenmesidir. "Öğrenciler hangi yeterlikleri sergileyebiliyor? Hangi matematiksel yeterliklerde gelişim gösterdiler?" bu boyutta ele alınan sorulardır. İkinci boyut ise öğretmenin yeterlik vurgusu, yeterlik gelişimine imkan verme durumu ile ilişkilidir. "Öğretmen, hangi matematiksel yeterlikleri ne derece destekliyor?" bu boyutta ele alınan sorulardır. Aşağıda bu iki boyut sırası ile ele alınmıştır.

4.2.1 Öğrencilerin matematiksel yeterlik düzeyindeki gelişim.

Modüler programın yürütüldüğü matematik dersleri bir dönem boyunca gözlenmiş ve matematiksel yeterliklerin gelişimleri incelenmiştir. Gelişimler her bir yeterlik için sırasıyla üç başlık altında ele alınmıştır: (i) ön-son testlerdeki başarı durumlarının betimsel analizi, (ii) ön-son testlerden elde edilen nicel bulgular ve (iii) öğretim süreçlerinden elde edilen nitel bulgular. Birinci başlık altında ön ve son testlerden aldıkları puan ortalamaları soru bazında ele alınmıştır. İkinci başlıkta deney ve kontrol gruplarında uygulanan başarı testlerinden elde edilen veriler üzerinden parametrik ve parametrik olmayan testler yürütülmüş ve böylece verilen eğitimin yeterliklerin gelişimi üzerindeki etkisi ortaya konmaya çalışılmıştır. Bu araştırmanın doğası gereği keşif niteliğinde olduğu düşünüldüğü için (yeni önerilen bir modüler programın bir akademik dönem boyunca öğretimi) bu kadar uzun bir süre boyunca böylesine karmaşık bir sosyal ortamda başka türlü gözden kaçabilecek olası eğilimleri tespit etmek için sonuçların yorumlanmasında 0,10'luk bir alfa seçilmiştir. Üçüncü başlıkta ise öğretim süreci boyunca gözlem verilerine dayalı olarak yeterliklerin gelişimleri verilmiştir. Nitel bulgulara ilişkin incelemeler yöntem bölümünde yer verilen ve her bir yeterlik için belirlenen yeterlik göstergeleri aracılığıyla yapılmıştır. Aşağıda tablo 15’te haftalara göre işlenen hangi renklerin hangi modüllere denk geldiği ve hangi modülün kaç hafta sürdüğü aşağıda gösterilmiştir. Tablo 16’da ise sırayla her bir yeterliğin haftalık gelişimlerine yer verilmiştir. Ardından yeterlikler tabloda verildiği sırada tek tek ele alınmış ve haftalık yeterlik göstergeleri ve atanan yeterlik düzeyleri açıklanmıştır.

Tablo 15

Haftalara Göre İşlenen Modüller

1. hafta – Denklem Modülü	2-3-4-5. hafta – Oran ve Orantı Modülü
6-7. hafta – Yüzde Modülü	8-9. hafta – Doğrular ve Açılar Modülü
9-10-11-12-13. hafta – Çokgenler Modülü	14-15. hafta – Çember ve Daire Modülü
16. hafta – Veri Analizi Modülü	

Tablo 16

Matematiksel Yeterliklere İlişkin Haftalara Göre Gösterge Tablosu

Yeterlik Hafta	Modelleme	Problem çözme için strateji oluşturma	Muhakeme etme	Temsil etme	İletişim	Sembolik teknik dil ve işlemleri kullanma	Araç-Gereçleri Kullanma
1. hafta	- Modelleme içeren etkinlik ve MO problemlerinde zorlandılar ve başarısız oldular. - Sözel ifadeyi matematik dile çevirmede bilinmeyeni neye diyecekleri konusunda zorluk yaşıyorlar.	- Sonuçta ulaşılan x'in ne olduğu bir kısım öğrenci anlamlandıramadı. - Günlük hayattan soru bağlamına ilişkin örnekler vermişlerdir. - Öğrencilerin çoğunluğu sonucu buluyor ama gerçek yaşamda yorumlayamıyor. - Türkçe okuduğunu anlamada zorluk yaşanıyor. - Soruda ne kastedildiğini anlamadığını ifade eden öğrenciler mevcut.	-Hatalı muhakemelerde bulunuyorlar. -Hesaplama gerektiren sorularda başarı gösteren öğrenciler, karar vermeyi gerektiren durumlarda zorlandı. - "Neden?" sorularına cevap verebiliyorlar. - Öğrenci bilinmeyeni neye ve neden dediğini açıklayarak çözümü anlattı.	- Verilen bir grafik veya şemayı hatalı yorumlama mevcut.	- "Daha başarılı demiş yani karşılaştırmaya giriyor ve diğerlerinden yüksek bir puan olmasını istiyor" şeklinde öğrenci düşündüklerini açıklayarak çözümü yapıyor. - Kendilerini net ifade edemiyor ama çabalıyorlar.	- Bir soruda geçen "21 gr – 50 gr" yazımını eksi işareti anlayan var. - x bölü 2 yazımında, x:2 yazanlar oldu. - Parantez içinde yazımı vurguluyorlar - Bilinmeyene şu ana kadar x yazmaya alışmış olan öğrenciler için MO sorusunda geçen bilinmeyen s ifadesi kafa karıştırdı. - İndisi okuyamayanlar oldu.	
2. hafta	- Bağlamsal	- Bağlamı uzun olan sorularda	- Yaptıkları çözümlerde "Neden?"	- Tabloyu çok	- Bazı öğrenciler	- Oran ifadesinin	- Cetvel,

	problemi cebirsel dile aktarabiliyorlar. - Cebirsel ifadelere geçişte uygun sembolleri kullanabiliyorlar. - Oran ifadesini kurma ile ilgili zorluk yaşadılar.	sorunun ne istediğini fark edemeyenler oldu.	sorularına cevap verebildiler. - Bazı öğrenciler yaptıkları doğru muhakemeleri paylaşabildiler. Bazıları ise nedenini fark etti ancak bunu ifade edemediler. - Sonuca ulaşıyor ama bir tercih yapamıyor veya tercih yapıyorsa da bir argümana dayandırmıyor. - Nedeni açıklamada zorlanıyorlar. - Muhakemelerini açıklıyorlar. - Öğrencilerin çoğu nedeni açıklamayı es geçmekle birlikte doğru yorumlamalarda bulunuyor. - Muhakemelerini açıklıyorlar. - Bazı öğrencilerin atarak bazıları ise adım adım muhakeme ederek soruları cevaplıyor. - Hatalı muhakeme yapıyorlar.	rahat okuyup, yorumlayabildiler	yaptıkları doğru muhakemeleri paylaşabildiler. Bazıları ise ifade edemediler. - Öğrencilerin matematiksel olarak kendilerini ifade etmede zorluk yaşadıkları gözlendi.	matematiksel gösterimine odaklandılar. - Öğretmen çözümü yaparken birim olarak cm yerine no yazınca öğrencilerden biri birimin hatalı olduğunu dile getirdi.	makas kullanmaya alışkın değiller, çok heyecanlandılar ve bocaladılar. - Ölçümde bazı sıkıntılar yaşadılar ve bir cetveli kullanmakta bile yer yer zorlandılar.
3. hafta	- Bağlamsal sorudaki sözel ifadeyi orantı kurarak gösterebildiler. - Orantı olarak ifade etmede zorluk yaşıyorlar. - MO probleminde modelleme sorunu yaşayanlar var.	- Öğrenciler düşündükleri çözümleri sözel olarak açıkladı. - Soru çözümünde yüksek başarı gösterdiler, rahatça çözüme ulaştılar. - Bazı soruların çözümünde öğrenciler zorlandı. - Bazı öğrenciler benzer basit problemlerden yararlanma stratejisi ile problem çözme yolu izledi. - Problemde verilen bilgileri göz ardı eden öğrenciler oldu.	- "Neden? Çünkü ..." diyaloglarına başarılı bir şekilde cevap verebildiler. - Birbirlerini ikna etmeye çalışıyorlar. - Muhakeme ederek diyaloglar başarılı şekilde yürütülüyor. - Hatalı muhakeme yapıyorlar. - Neden sorusuna cevap verdiler. - Bazı sorularda az sayıda öğrenci neden sorusuna cevap verebilirken, bazı sorularda ise çoğunluk nedenine ilişkin açıklamalarda bulunabiliyor.		- Öğrenciler tahtada veya oturdukları yerden çözdükleri soruları açıklıyor, kendilerini ifade ediyor. - Özellikle tahtaya kalkıp çözüm yollarını paylaşmak istediler.	- Orantı sabitinin her zaman k olması gerekip gerekmediğini dile getirdiler. - Sorunun içinde ay olarak verilirken yıl sorulmuş, litre verilmiş ml olarak sorulmuş. Bu durumlara öğrenciler çok dikkat etti. - = işaretinin kullanımını bazı durumlarda ihmal ediyorlar. - x ve y'nin her kullanımını değişken olarak düşünüyorlar.	
4. hafta	- Soru metninde	- Orantılı olup olmadıklarına	- Niçin sorusu sorulmadan artık	- Grafiği okumada	- Öğrenciler	- Sembolik dile dikkat	

	verilenlere göre orantı modelini kurmada zorlanma.	karar vermek için öğrenciler farklı yollar izledi. - Öğrenciler farklı çözüm stratejilerini paylaştılar. - Orantı modeli verildiğinde nasıl ilerleyeceğini bilmede (içler/dışlar, payı paydaya bölme, pay/payda ilişki arama) zorlanma oldu. - Öğrencilerin büyük çoğunluğu soruları çözdü. - Soruda verilen bilgileri öncelikle tahlil ediyor.	kendileri direk açıklıyor. - Eksik veya hatalı muhakeme yapan öğrenciler var. - Öğretmen yardımı ile gruplar muhakeme ederek sonuca ulaşabiliyor. - "Neden? Çünkü ..." diyaloglarına başarılı bir şekilde cevap verebildiler.	sıkıntı yaşamadılar.	tahtada veya oturdukları yerden çözdükleri soruları açıklıyor, kendilerini ifade ediyor.	ediyorlar.
5. hafta	- Tamamen cebirsel olan ifadelere anlam yüklemede zorluk yaşıyorlar. - Orantıyı kurmada zorluk yaşayanlar var. - Modelleyerek sonuca ulaşabiliyorlar.	- Soru metinleri anlamada sıkıntı yaşayanlar var. - Ters orantıyı fark edip, orantıyı kuruyorlar ancak çözüme ulaşamıyorlar. - Soruların çözümüne çoğu öğrenci ulaştı. - Soruda yazan bilgileri çözümden önce özetliyor. - Soru çözümünde kimisi direk orantıyı, kimisi birim fiyatı bularak farklı yollarla sonuca ulaştılar. - Başarı düzeyi düşük öğrenciler sorular üzerinde vakit harcamaya ve çözmeye başladılar. - Soruyu anlamada zorlandılar. - Problem sonucunu yorumlayamayanlar veya sonuçtan yola çıkarak hatalı işlem yaptığını anlayanlar var. - Sonuçta neyi bulduklarını	- Ulaştıkları sonucu doğru şekilde yorumlamışlardır. - Öğrencilerden biri hatalı bir muhakemede bulunduğunda diğeri hatalı muhakemeye müdahale ediyor.		- Öğrenciler ne yaptığını ne bulduğunu açıklamada zorluk yaşadı. - Grup olarak çözümlerini açıklıyorlar. - Öğrenciler çözümü yapmadan önce çözüm mantığını açıklıyor. - Öğrenciye ne yaptığını açıklaması istendiğinde adım adım hangi işlemi ne amaçla yaptığını açıklayabiliyor.	- Problem hem saat hem de dakikayı içerdiği için birbirine çevirmeler yaptılar ve hepsinde birim olarak s veya dk yazdılar.

		ifade edebiliyorlar. – Çıkan sonucu günlük yaşam bağlamında değerlendiriyorlar					
6. hafta		- Farklı ve güzel çözümler yaptılar. - Problemleri başarılı bir şekilde çözebildiler. - Farklı yollardan çözüme ulaştılar. - Bağlamda verilen bilgileri dikkate almayanlar oldu. - Yüzdesi verilen sayının asıl miktarını bulmada bazıları zorlandı.	- Sınıf tartışmalarında argümanlar sundular ve bunları savunabildiler. - Muhakemelerini açıklıyorlar. - “Niçin” sorusuna cevap vermeye alışmışlardır. - Muhakeme ederek sonuçlara ulaşabildiler. - Hatalı düşünme yaptıkları gözlenmiştir. - Başarılı bir muhakeme yaparak sonucu yorumlayabildiler.	- Tablo okumada başarılılar.	- Yaptıkları problem çözümlerini rahatlıkla açıklayabildiler. - Soruların bitiminde geçen “düşüncenizi açıklayın” sorusuna cevapsız kalanlar olmuştur.	- Bazı öğrencilerin yüzde hesabı yaptıkları soru çözümlerinde sonucu % işareti kullanarak yazdıkları görüldü. - Sembolü nerede ne zaman kullanacakları konusunda henüz sıkıntı yaşıyorlar.	
7. hafta	- Öğrenciler problem çözmede genel bir yapı ortaya koymaya çalışıyor. - Çözümü yaparken artık x’i bilinmeyen olarak yoğun şekilde kullanıyorlar.	- Yüzde sorularının çözümünde farklı yollar uyguladılar. - Soruları zorlanmadan cevapladı. - Rutin soru çözümünde çok zorlandılar. - Ne istenildiğini anlama ve ifade edebilmede başarılılar. - Farklı çözüm yollarına yer veriyorlar. - Problemde isteneni ve çözüm için bir yol haritası belirlemede başarılılar. - Sonucu günlük yaşam bağlamında değerlendiriyorlar - Soruları yaşamları ile ilişkilendirerek cevaplıyor, yaşamlarından örnekler veriyorlar.	- Niye, neden şeklindeki sorularına yeterli cevaplar verebilmekteler. - Öğretmene ve akranlarına düşüncelerini açıklama ve savunma karakterini kazanmaya başladılar. - Doğru ve yeterli muhakeme yürüttükleri gözlemlendi. - Öğrenciler tartışma ve ikna etme süreci yaşıyorlar. - Öğretmenin grup çalışmasında yönelttiği “neden” sorularına yeterli cevaplar oluşturabiliyorlar. - Doğru muhakeme yürütebildiler. - Eksik/hatalı muhakeme yaptıkları gözlenmiştir. - Gerekçelere dayandırarak açıklama yapıyorlar.	- Tablo/şema üzerinde yer alan bilgileri okuma ve anlamada başarılılar.	- Düşünme yollarını açıklamaya alıştılar. - Çözüm mantığını açıklamada becerikli ve istekliler. - Birbirlerine anlaşılmayan yerleri açıklayabiliyor. - Düşüncelerini ifade etmede iyi bir düzeye geldiler. - Öğrencilerin derse katılımı arttı.	- Hatalı sembolik dil kullanımı gözlendi:	
8. hafta			- Açı ölçme kısmı muhakeme gerektiren bir süreç oldu.		- Öğrenciler farklı çözümlerini sözel	- Matematiksel ifadelerin gerekliliğini	- Derste ilk kez pergel

			- Etkinliklerde başarılı muhakeme yürüttüler. - Muhakeme etme ve sonuç çıkarma süreçleri başarılı geçmiştir.		olarak açıklayabildiler.	sorguluyorlar. - Bir ABC üçgeninde açıyı göstermek için Δ kullanılmış. Öğrenciler hatayı fark edip düzeltti. - Paralel işaretini bilmeyen öğrenciler var.	ve açıölçer kullanan öğrenciler çok zorlandı.
9. hafta		- MO sorularını çözmede başarılılar.	- Çözüm için hangi bilgileri kullandıklarını, dayanaklarını ifade ediyorlar.		- Öğrenciler farklı çözümlerini açıklayabildiler.	- Sembollerin önemini sorguluyorlar.	
			- Etkinlik üzerinde güzel muhakeme yürüttüler.			- Çokgen harflendirme dikkat ediyorlar.	
10. hafta	- Çokgenlerin iç açılar toplamı formülüne ulaştılar. - Çokgende iç ve dış açıyı hesaplamada genellemeye gittiler.		- Etkinlik üzerinde güzel muhakeme yürüttüler.		- Öğrenciler farklı çözümlerini açıklayabildiler.	- Hatalı sembolik-matematiksel dil kullanımı gözlendi. - Daire/çember demek yerine “yuvarlak” diyorlar.	
11. hafta	- Çokgende iç açılar toplamına ilişkin yeni bir formüle daha ulaştılar. - Eşkenar dörtgenin alan bağıntısına ulaşabildiler.	- Bazı MO sorularının çözümünde zorlandılar. - Çözüm yapmadan çözüm tasarılarını oluşturup, paylaşıyorlar.	- Kendi ulaştıkları sonuçları/ özellikleri açıklıyorlar. - Yer yer sınıf tartışmasını başlatan bir rol üstlendiler. - Öğrenciler iddiada bulundu ancak savunamadı. - Muhakeme ederek dörtgenlerdeki hiyerarşik ilişkilere ulaştılar. - Gerekçelendiriyorlar ve diğer öğrencilerden de bekliyorlar. - Başarılı muhakeme yürüterek etkinlikleri sonuçlandırabildiler. - Birbirlerinin fikirlerini çürütüyorlar.		- “Köşegenler birbirini ortalar” ifadesini anlamayan oldu. - “Karşılıklı kenar” ifadesinde tereddüt yaşayan oldu. - Düşüncesini matematiksel ifade etmede zorlanan oldu. - Düşünce ve işlemlerini matematiksel	- Matematiksel dili okumada zorlanan öğrenciler var. - Öğrenciler birimin (m, cm gibi) önemine dikkat çekti.	

				olarak başarılı ifade ettiler.		
12. hafta	- Yamuğun alan bağıntısını modelleyebildiler.		- “Düşüncemi açıklayabilir miyim?” söylemi ile muhakemelerini ifade ediyorlar.	- Sözel olarak kendilerini ifade etmede başarılılar. - Kenarlara ait yüksekliğin çizilmesi istendiğinde bazıları anlamadı.	- Bazı sembolik ifadeleri anlamada zorlanıyorlar.	
13. hafta	- Çözümünde özellikle denklem kurmayı gerektiren problemlerde zorlananlar oldu. - Birim karelerde maksimum çevreyi elde etmede genel bir formüle ulaştılar. - Çokgenlerde alan hesabı için yeni bir bağıntıyı modelleyebildiler.	- Geriye doğru çalışma stratejisi ile problem çözümlerine sıkça yer verdiler. - MO sorularını rahatlıkla çözebildiler. - Sözel olarak çözüm yollarını, çözüm tasarılarını paylaşıyorlar.	- Derslerde yaygın bir şekilde “Hocam düşüncemi açıklayabilir miyim?” söylemi duyulur oldu. - Doğru bir muhakeme ile çözümlerde yol alıyorlar. - Tahtaya kalkan öğrenci adım adım gerekçeleri ile çözümü açıklıyor. - Neden sorusuna gerekçeli açıklama verebiliyorlar. - Düşüncelerini sebepleri ile açıklıyorlar. - Neden sorusuna yeterli ve gerekçeli cevaplar veriyorlar.	- Düşündüklerini matematiksel bir dille açıklayabiliyorlar. - Kendilerini çok iyi ifade etmeye başladılar. - Matematik dilini kullanıyorlar.	- Bazı sembollerin kullanımında hata yapıyorlar. (çözümde sürekli eşittir diyerek yan yana yazma) - Bilinmeyende hatalı genellemelerde bulundular	
14. hafta	- Pi sayısından yola çıkarak çemberin çevresi bağıntısına ulaştılar. - Denklem kurmada sıkıntı yaşayanlar hala var.	- Konu ile ilgili rutin problemleri çözmede zorluk çekmiyorlar. - MO sorularını çözmede başarı gösterdiler. - Sorunun çözümüne geçmeden önce soruyu, soruda verilen ve istenenleri kendi cümleleri ile özetliyorlar.	- Başarılı muhakeme edebiliyorlar.	- Yaptıkları çözümü açıklamada isteklilik gösterdi.	- Bazı sembolik ifadeleri anlamada zorlanıyorlar.	- Açıölçeri kullanmada zorluk yaşadılar. - Çözümde cebirsel işlemden ziyade açıölçeri kullandılar.

15. hafta	- Dairenin alan bağıntısına ulaştılar. - Daire diliminin alan bağıntısına ulaştılar.	- MO sorularının çözümünde yüksek başarı gösterdiler. - Öncelikle problem çözme tasarılarını yapıp, paylaşıyorlar.	- Hatalı muhakeme edenler olmakla birlikte bu haftaya gelindiğinde bu yeterliğin oldukça gelişmiş olduğu belirlenmiştir. - MO sorularına ilişkin öğrencilerin her biri fikrini açıkladı ve güzel tartışmalar yürüdü.		- Açıklama yapmaya, düşüncelerini anlatmaya istekliler. - Sözel olarak çözümlerini açıklamalarının iletişim becerileri üzerinde olumlu bir etkisi oldu.	- Bir ABC üçgeninde kenarları isimlendirmede zorluk yaşayanlar oldu. - Açıyı gösteren α sembolü ile ilk kez karşılaştıkları için tepki gösterdiler.	
16. hafta		- Problemlerdeki eksik bilgiyi fark ederek tamamlamış ve çözmüşlerdir - Özellikle açık uçlu sorularda farklı düşünme ve çözüm yolu ürettiler.	- Grafiklerdeki ölçek kısmının (eksenlerin aralıkları) önemine ilişkin iyi muhakemede bulundular. - Yeni değerler eklendiğinde mod, medyan, ortanca değerlerinin nasıl değişeceğini farklı durumlar için yorumlayabildiler. - Öğretmenin de yönlendirmesi ile muhakeme edip, sonuca ulaşabiliyorlar.	- İstenen grafiği oluşturabildiler. - Hazır grafikler üzerinden başarılı bir şekilde okuma ve yorum yaptılar. - Koordinat sistemini çizip değerleri rahatlıkla yerleştirirken, grafik oluşturmada zorlananlar oldu. - Grafik ile ilgili basit düzeyde kendi sorularını oluşturabildiler. - Farklı grafikleri karşılaştırabildiler	- İlgisi ve katılımı çok yüksek düzeydeydi. - Çözümlerini açıklamaya istekliler.	- Sembollerin nerede ne zaman kullanacakları konusunda sıkıntı yaşamadılar.	

4.2.1.1. Modelleme yeterliği

4.2.1.1.1. Modelleme yeterliğine ilişkin ön-son testteki başarı durumlarının betimsel analizi.

Modelleme yeterliği ön ve son testte sorulan altı açık uçlu soru üzerinden ölçülmüş olup, testten elde edilen veriler araştırmacı tarafından geliştirilen rubrik kullanılarak değerlendirilmiştir. Her problem için alınabilecek tam puan 3'tür. Toplam 31 öğrencinin verdiği cevaplar betimsel olarak incelenmiş ve Tablo 17'de sunulmuştur.

Tablo 17

Öğrencilerin eğitiminden önce ve sonra uygulanan ön-son testlerde modelleme yeterliğine ilişkin soru bazında elde ettikleri başarı durumları

Modelleme Yeterliğine İlişkin Betimsel Analiz Sonuçları				
	Ön Test		Son Test	
Sorular	$\bar{x}$	ss	$\bar{x}$	ss
Konaklama I	1.23	1.477	2.81	.749
Konaklama II	.26	.103	2.23	.990
Elmalar I	.90	.790	1.48	.677
Elmalar II	.19	.654	.65	.877
Elmalar III	.19	.402	1.13	1.056
Milletvekili II	.00	.000	.42	.807

Ön ve son testler karşılaştırıldığında problemlerin tamamında ortalama puanlar son test ile artış göstermiştir. Bu problemler arasında en çok doğru yapılma oranı hem ön hem son testte verilen bir model üzerinde işlem yapmayı gerektiren Konaklama I sorusudur. Milletvekili II problemi ise en az doğru yapılma oranına sahiptir ve özellikle başlangıçta hiç cevaplanmayan ya da cevapların tamamının sıfır puan aldığı bir problem olmuştur.

4.2.1.1.2. Modelleme yeterliğine ilişkin nicel bulgular

Uygulanan testlerde modelleme yeterliğini ölçmek için toplamda altı soru yöneltilmiştir. Bu sorulara verilen cevaplar doğrultusunda normal dağılıma uygunlukları araştırılmıştır. Buna göre Tablo 18 ve 19'da ön test sonuçlarına ilişkin normallik testleri verilmiştir.

Tablo 18

Deney ve kontrol gruplarının modelleme yeterliğine ilişkin ön test sonuçlarına göre normallik testi

Gruplar	Kolmogorov-Smirnov			Shapiro-Wilk		
	İstatistik	sd	p	İstatistik	sd	p
Deney Grubu Ön Test	.179	31	.013	.898	31	.006
Kontrol Grubu Ön Test	.227	29	.001	.818	29	.000

Tablo 19

Deney ve kontrol gruplarının modelleme yeterliğine ilişkin ön test sonuçlarına göre normallik için bir başka test

Gruplar	Çarpıklık	Çarpıklık/ Standart hata	Basıklık	Basıklık/ Standart hata
Deney Grubu Ön Test	1.002	2.381	.628	.760
Kontrol Grubu Ön Test	1.417	3.264	2.011	2.379

Tablo 18'e göre normalliği test eden Kolmogorov-Smirnov (n>30) testi sonucuna göre deney grubu (p=.013) için p<.05 olduğu için normal dağılım sergilememektedir. Yine normalliği test eden Shapiro-Wilk testi (n<30) sonuçlarına göre kontrol grubu (p=,000) için de p<.05 olduğundan verilerin normal dağılım sergilemediği belirlenmiştir. Tablo 19'da verilen normallik için ek göstergelerde de benzer şekilde hem kontrol hem de deney grubu verileri için çarpıklık ve basıklığın standart hataya oranları $\pm$1,96 değerleri dışında kalmıştır. Bu sayıltının sağlanmaması sebebi ile grupların varyansları arasındaki anlamlı farklılığın varlığı incelenmemiştir. Bu sonuçlara göre verilere Mann-Whitney U testi uygulanmasına karar verilmiştir.

Verilere uygulanan Mann-Whitney U testi sonuçları Tablo 20'de sunulmuştur.

Tablo 20

Deney ve kontrol gruplarının ön test sonuçlarının Mann-Whitney U testi ile karşılaştırılması

Gruplar	N	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	U	p

Deney Grubu Ön Test	31	31.98	991.50	403.500	.490
Kontrol Grubu Ön Test	29	28.91	838.50		

Deney ve kontrol grubu olarak atanan öğrencilerin uygulanan ön testteki modelleme yeterlikleri sonuçları arasında anlamlı farklılık olup olmadığını belirlemek için yapılan Mann-Whitney U testi sonuçlarına (p=.490) göre p>.05'tir. Bu durumda deney ve kontrol gruplarının modelleme yeterliği düzeyleri arasında anlamlı fark olmadığı ve grupların denk olduğu söylenebilir.

Green ve Salkind (2008)'e göre bağımsız örneklemler için t-testi oldukça güçlü bir test olup, normal dağılmayan gruplarda dahi oldukça isabetli p değerleri verebilmektedir. Bu noktadan yola çıkarak aynı veriler için t-testi de uygulanmış (p=.869) ve Mann Whitney U testi ile paralel olarak p>.05 sonucuna ulaşılmıştır.

Ön test sonuçları arasında istatistiksel olarak anlamlı fark bulunmayan deney ve kontrol gruplarının son testleri arasındaki farkın anlamlılığı da incelenmiştir. Grupların son test puanları arasındaki farkın anlamlılığının tespitinden önce uygulanacak testin güvenilir sonuçlar verebilmesi için gerekli normallik koşulları incelenmiştir. Normallik testi sonuçları Tablo 21'de sunulmuştur.

Tablo 21

Deney ve kontrol gruplarının son testleri için normallik testi

	Kolmogorov-Smirnov			Shapiro-Wilk		
	İstatistik	sd	p	İstatistik	sd	p
Deney Grubu Son Test	.098	31	.200	.975	31	.657
Kontrol Grubu Son Test	.126	29	.200	.957	29	.273

Tablo 21'de görüldüğü üzere normalliğin değerlendirilmesinde deney grubu için Kolmogorov-Smirnov testi sonuçlarına (p=.200) göre p>.05 olduğu için veriler normal dağılım göstermektedir. Kontrol grubu için ise Shapiro-Wilk testi sonuçlarına (p=.273) bakılmış ve p>.05 olduğundan verilerin normal dağılım sergilediği sonucuna varılmıştır. Bu sonuçlara göre verilere bağımsız örneklemler için t-testi uygulanabileceğine karar verilmiştir. Buna göre deney ve kontrol gruplarının son test sonuçları arasındaki farkın anlamlılığını belirlemek amacıyla yapılan bağımsız örneklemler için t-testi sonuçları Tablo 22’de görülmektedir.

Tablo 22

Deney ve kontrol gruplarının son test sonuçlarının bağımsız örneklemler için t-testi ile karşılaştırılması

Gruplar	N	$\bar{x}$	s	sd	t	p
Deney Grubu Son Test	31	8.71	3.542	58	6.320	.000
Kontrol Grubu Son Test	29	3.83	2.253			

Tablo 22’ye göre verilen eğitimin, modelleme yeterliği üzerinde istatistiksel olarak anlamlı bir etkisinin olup olmadığını belirlemek için deney ve kontrol gruplarının son test verilerine uygulanan bağımsız örneklemler için t-testinde, kontrol grubunun son test ortalaması ($\bar{x}_{KS}$=3.83) ile deney grubunun son test ortalaması ($\bar{x}_{DS}$=8.71) arasında anlamlı fark olduğu görülmüştür [$t_{(58)} = 6.320\,, p < 0.01$]. Bu durumda deney ve kontrol gruplarının modelleme yeterlik düzeyleri arasında anlamlı fark olduğu ve eğitim alan deney grubundaki öğrencilerin modelleme yeterlik düzeylerinin kontrol grubuna göre daha yüksek olduğu görülmüştür.

Bağımsız örneklemler için t-testi ile belirlenen anlamlı farkın büyüklüğünün hesaplanması belirlenen bu farkın etkisinin ölçüsü hakkında bilgi vermektedir (Can, 2019). Bu veri grubu için etki büyüklüğü (d);

$$d = t\,.\sqrt{\frac{N_1+N_2}{N_1\,.\,N_2}} \quad \Rightarrow \quad 6.320\,.\sqrt{\frac{31+29}{31\,.\,29}} = 1.646$$

olarak bulunmuştur. Green ve Salkind (2008)’e göre 1’in üstündeki d değeri deneysel uygulama sonucunda oluşan etkinin çok büyük olduğuna işaret etmektedir. Buna göre verilen eğitimin yedinci sınıf öğrencilerinin modelleme yeterliği başarı düzeylerini artırmada büyük bir etki yarattığı sonucuna varılmıştır.

Deney grubunun ön ve son test puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı fark olup olmadığını test etmek için testlerden elde edilen toplam puanlara öncelikle normallik testleri uygulanmıştır. Normallik testleri, toplamları kıyaslanacak verilerin fark puanları (ön-son test puanları farkı) üzerinden yapılmıştır (Can, 2019). Fark puanları veri dizisi elde edildikten sonra Tablo 23'de normallik sonuçları sunulmuştur.

Tablo 23

Deney gruplarının ön-son testleri farkı için normallik testi

		Kolmogorov-Smirnov			Shapiro-Wilk		
		İstatistik	sd	p	İstatistik	sd	p
Deney Grubu	Ön-Son Test	.142	31	.113	.947	31	.131

Tablo 23'de görüldüğü üzere normalliği değerlendiren Kolmogorov-Smirnov testi sonuçlarına göre deney grubundaki öğrencilerin ön ve son testleri arasındaki farkın oluşturduğu veri dizisi için p>.05 olduğundan verilerin normal dağılım sergilediği sonucuna varılmıştır. Buna göre normallik şartları sağlandığı için verilere *bağımlı örneklemler için t-testi* uygulanmasına karar verilmiştir. Grubun ön ve son test puanları arasındaki farkın anlamlılığını belirlemek amacıyla yapılan bağımlı örneklemler için t-testi sonuçları Tablo 24'de görülmektedir.

Tablo 24

Deney grubunun ön test ve son test sonuçlarının bağımlı örneklemler için t-testi ile karşılaştırılması

Gruplar	N	$\bar{x}$	s	sd	t	p
Deney Grubu Ön Test	31	2.71	2.132	30	10.359	.000
Deney Grubu Son Test	31	8.71	3.542			

Verilen eğitimin öncesinde ve sonrasında elde edilen modelleme yeterliğine ilişkin puanların ortalamaları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olup olmadığını belirlemek için yapılan bağımlı örneklemler için t-testi sonucunda uygulamadan önce yapılan ön test puanlarının ortalaması ($\bar{x}_{ÖT}$=2.71) ile uygulamadan sonra yapılan son test puanlarının ortalaması ($\bar{x}_{ST}$=8.71) arasında anlamlı bir fark (Tablo C) görülmüştür $[t_{(30)} = 10.359, p < 0.01]$. Bu veri grubuna uygulanan test sonucunda ortaya çıkan fark üzerinde uygulamanın etki büyüklüğü (d);

$$d = \frac{t}{\sqrt{N}} \Rightarrow \frac{10.359}{\sqrt{31}} = 1.860$$

olarak bulunmuştur. Green ve Salkind (2008)'e göre 1'in üstündeki d değeri deneysel uygulama sonucunda oluşan etkinin büyük olduğuna işaret etmektedir. Buna göre verilen eğitimin deney grubundaki öğrencilerin modelleme yeterlik düzeylerini artırmada büyük bir etki yarattığı sonucuna varılmıştır. Bu sonuçla paralel olarak uygulama öncesi yeterlik düzeyi için ortalama 2.71 iken 6 puanlık bir artış kaydederek uygulama sonrasında ortalama 8.71'e çıkmıştır.

4.2.1.1.3. Modelleme yeterliğine ilişkin öğretim sürecinde elde edilen nitel bulgular. Modelleme yeterliği genel anlamda öğrencilerin gelişim göstermede en zorlandığı yeterlik olmuştur. Modelleme yapmayı gerektiren etkinlik ve MO problemlerinde zorlanmışlar ve başarısız olmuşlardır. Bu durum son haftaya kadar yer yer gözlenmiştir. Zorlandıkları durumlar modüllerinde içeriğine bağlı olarak çeşitlilik göstermiştir.

Birinci haftaya denklemle ilgili olan 1. modül ile başlanmıştır. Bu süreçte öğrenciler sözel ifadeyi matematik dile çevirmede zorluk yaşamışlardır. Bu zorluk bilinmeyeni neye diyecekleri konusundadır. Örneğin; "B açısı A açısının 3 katı, C'de B açısının 2 katı ..." ifadesinde bilinmeyeni koyma konusunda destek beklemişler ve öğretmenin yönlendirmesi veya direk söylemesi ile yazabilmişlerdir. Yazabilen öğrenciler ise $x+\frac{x}{2}+\frac{x}{6}$ şeklinde çözümü zorlaştıracak şekilde kesirli ifadeler ile yazmışlar ve payda eşitlemek ile uğraşmışlardır. Modellemenin ilk aşamalarında yaşanan bu zorluk sebebi ile öğrencilerin birçoğu diğer aşamalara devam edememiş bu nedenle ilk hafta genel olarak C1 düzeyi olarak belirlenmiştir.

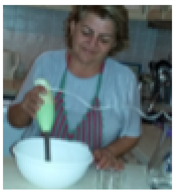
İkinci haftadan beşinci haftanın sonuna kadar oran-orantı ile ilgili olan 2. modül işlenmiştir. Öğrenciler bu hafta itibari ile bağlamsal olarak verilen problemi cebirsel dile aktarabilmişlerdir. Modelleme sürecinde cebirsel ifadelere geçişte başarılı olan öğrenciler, uygun sembolleri kullanabilmişlerdir. Ancak yine de oran ifadesini kurma ile ilgili zorluk yaşadılar. Bu zorluğun sebebi oran ifadesinde bilinmeyenin nerede yer alması konusunda şaşırmaları, pay ve paydaya ne yazacaklarını bilememeleri ile ilgilidir. Bu hafta, bir önceki haftaya kıyasla gösterilen gelişim dikkate alınmış ve B1 düzeyi olarak belirlenmiştir.

Üçüncü haftada ikinci hafta ile benzer durumlar gözlenmiştir. Tamamen modül üzerinden yürütülen derslerde modelleme gerektiren MO problemleri çözülmüş ve bu problemlerde öğrencilerin bağlamsal soru metnindeki sözel ifadeyi cebirsel olarak ifade etmede başarı göstermişlerdir. Bu haftada hala orantı ifadesi yazmada bazı zorluklar yaşanmaya devam etmiştir. Bu durumla ilgili olarak bir öğrenci; *"Hocam mesela ben problemleri çözüyorum ama onları orantı şeklinde yazamıyorum."* şeklinde yaşadığı zorluğu ifade etmiştir.

Resim 8

Karışım sorusu

Karışım II: Bir pasta fırınında oluşturulan bir kişilik karışımda x ve y maddeleri için $\frac{x}{3y} = 2$ eşitliği kullanılıyor. Beren'in elinde x ve y maddelerinin her birinden 10'ar birim var ise, üretilebilecek karışım en çok kaç kişilik olabilir?



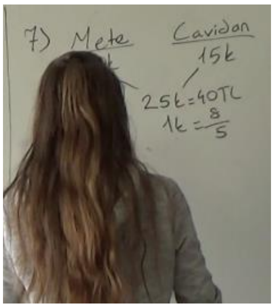
Modülde yer alan ve Resim 8'de gösterilen karışım sorusunu neredeyse çözebilen öğrenci yoktu. Çözülememesinin altında yatan sebepler; i) hatalı muhakemeden dolayı orantıyı düzgün kuramama, ii) doğru muhakeme yapmakla birlikte orantı ifadesini modelleyememe olarak belirlenmiştir. Bu haftanın genelinde yaşanan sıkıntılar dikkate alınarak düzey C1 olarak belirlenmiştir.

Dördüncü haftaya geçildiğinde modellemeyi gerektiren durum ve problemler diğer haftalara göre daha az olmuştur. Bu süreçte gerçek yaşam metninden verilenlere göre orantı modelini kurmada hala zorlanmalar tespit edilmiştir. Bu husus dikkate alınarak düzeye C1 olarak karar verilmiştir.

Beşinci hafta oran-orantı modülünün yürütüldüğü son haftadır. Modelleme gerektiren sorularda grup çalışması ile sonuca ulaşmada başarı göstermişlerdir. Aynı zamanda sonuçlarını tüm sınıfla paylaşmışlardır. Örneğin; Harçlık sorusu ile ilgili bir öğrenci:

Resim 9

Çözümü yapan öğrenci



Ö: Mete 10k, Cavidan 15k dediğimizde bir k'da $\frac{8}{5}$ *oluyor. Aldığı paraları da bulabilmek için 10k ile* $\frac{8}{5}$*'i çarpıyoruz. Cavidan'ın aldığı parayı bulmak için de 15.*$\frac{8}{5}$ *yaparız.*

şeklinde hem çözümünü tahtada gösterip, çözümle ilgili açıklamalarını da ifade etmiştir. Böylece öğrencilerin modelleme becerilerinde özellikle bu haftada bir yol kat ettikleri görülmüştür. Ancak bazı sorularda (kestane şekeri gibi) halen daha orantıyı kurmada zorlanan öğrenciler mevcuttur. Özellikle tamamen cebirsel olarak ifadelere (5k = $\frac{b}{4}$ gibi) anlam yüklerken zorluk yaşamışlardır. Bu iki husus dikkate alınarak düzeye B1 olarak karar verilmiştir.

Altıncı hafta ve yedinci hafta itibari ile yüzde modülü işlenmiştir. Altıncı haftada modelleme yeterliği ile ilgili herhangi bir göstergeye rastlanmamıştır. Modellemeye ilişkin herhangi bir kanıt olmaması sebebi ile bu hafta D1 düzeyi olarak belirlenmiştir.

Yedinci haftada oran-orantı konusunun devamı olarak verilen yüzde hesabında öğrenciler, yine orantı kurarak sonuca ulaşmayı genellikle tercih etmişlerdir. Soru çözümlerinde artık x'i bilinmeyen olarak yoğun şekilde kullanabilmişler ve nereye x denilecek, sonuçta bulunan x'in ne olduğu gibi durumlara rahatlıkla cevap verebilmişlerdir.

Bir sayının yüzdesini hesaplamada az sayıda öğrenci, yüzdeyi kesir olarak yazıp asıl sayı ile çarpmayı tercih etmiştir. Bu durumla ilişkili olarak sınıf çalışması sırasında iki öğrenci arasındaki diyalog:

$Ö_1$: Hocam mesela ilk yüzdesi bulunacak olan sayıyı yazıyoruz, sonra çarpı yüzde değeri bölü yüz oluyor. Sayı ile kesri çarpmış oluyoruz.

$Ö_2$: Ama hocam demin yapılan çözümden bir farkı yok ki bunun. Onu anlattı aynı.

$Ö_1$: Ben farkı var demedim. Ben sadece formülleştirdim. Benim anlattığım biraz daha formüllü hali gibi.

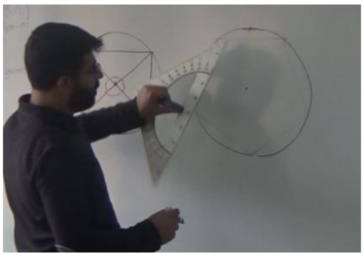
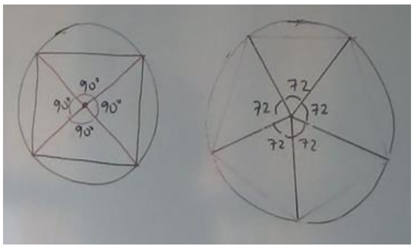
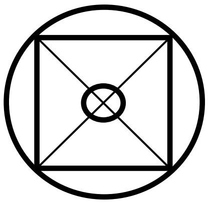
şeklindedir ve artık modelleme yapı ve mantığını kavrayan öğrenciler diyalogdan anlaşılacağı üzere genel bir yapı ortaya koyma eğilimi göstermişlerdir. Bu haftaki çalışmalar sonucunda düzeye A1 olarak karar verilmiştir.

Sekizinci hafta ve *dokuzunca hafta* itibari ile doğrular ve açılar modülü ele alınmıştır. Bu haftalarda modelleme yeterliği ile ilgili herhangi bir göstergeye rastlanmamıştır. Modellemeye ilişkin herhangi bir kanıt olmaması sebebi ile bu haftalar D1 düzeyi olarak belirlenmiştir.

Onuncu hafta itibari ile dört hafta boyunca çokgenler modülü işlenmiştir. Bu süreçte özellikle çokgenlerin açıları, çevreleri, alanları vb ile ilgili formüller öğrencilere öğretim modülünün felsefesine de uygun olarak direk verilmemiş ve öğrenciler bunları modelleyebilmeleri konusunda yönlendirilmiştir. Bu haftada öncelikle çokgenlerde bir iç açı ve bir dış açıyı hesaplamada bir genellemeye ulaşmışlardır.

Resim 10

Çizim çalışması örneği

Yapılan çalışmada öğretmen bir çemberin içerisine öncelikle kare, ardından başka bir çemberin içine düzgün beşgen çizmelerini istemiştir. Resim 10'da gösterilen bu çalışma sürecindeki sınıf diyaloğu:

H: Bu çizimleri siz de bitirdiyseniz bir genellemeye gideceğiz. Sizce merkezdeki bu açıların toplamı kaç derece oluyor? Sonra bu bize neyi ifade ediyor.

Öğrenciler 360º olduğunu çok rahat ifade etti.

Ö: İç açılar toplamını ifade ediyor.

H: Evet başka yorumları alalım. Neden iç açılar toplamı? Bu çokgenin iç açılarını bir çizin bakalım. Beşgen üzerinde bir bakın. Tekrar düşünün, bu 360 bize neyi ifade ediyor olabilir?

Ö: Düzgün bir şekil olup olmaması.

Ö: Hocam daire 360º değil mi!

H: Tamam. Ama çokgende bize bu 360 neyi ifade ediyor?

(Öğretmen ipucu olarak çokgenlerin kenarlarını uzattı.)

Ö: Hocam dış açılar toplamı 360. (Öğretmen bir cevap vermedi)

H: Şimdi bakın bakalım bir dış açısı beşgenin kaç derece olabilir?

Ö: İç açısını bilsek 180'den çıkarırdık.

H: Gerek yok. Tahmin edin.

Ö: 72

H: Neden öyle düşünüyorsun?

Ö: 360'ı 5'e bölüyorum. 72 çıkıyor. Dış açıların toplamı 360'tır.

Ö: 5 tane dış açı var hocam o yüzden 5'e böldü.

(Devamında aynı şeyi kare için konuştu ve sonucunda her birinin dış açıya eşit olduğu ve dış açılar toplamını verdiğini söyleyebildiler.)

H: Bunu daha genellemek isteyen var mı?

[...]

H: O halde çocuklar 360 bize her zaman neyi verecekmiş?

Ö: Dış açılar toplamını.

H: Peki, merkezde yer alan açıların her biri neye eşit olacak?

Ö: Bir dış açıya.

şeklinde gerçekleşmiş ve öğrenciler sonuca ulaşmıştır. Bu haftaki bir diğer çalışmada öğrenciler çokgenlerin iç açılar toplamı olan (n-2).180 formülüne ulaşmışlardır. Bu süreçte yapılan sınıf içi çalışmalar sürecinde öğretmenin yönlendirmeleri, öğrencilerin yorum ve cevaplarına ilişkin diyalog aşağıda verilmiştir.

H: Hepsinin iç açılar toplamı ne oluyor?

$Ö_1$: 720

H: Nasıl?

$Ö_1$: 180x4'ten çıkıyor.

H: Peki niye özellikle üçgen buluyoruz?

Ö:$_2$ Çünkü hocam en bilindik o, o yüzden mi?

H: Evet doğru. Üçgenin iç açılar toplamını biliyoruz. Doğru mu?

Ö$_3$: Evet doğru ama onu esas alarak, temel alarak hesaplamış oluyoruz. Sıfırdan iç açılar toplamını hesaplamıyoruz.

Buradan sonra üçgen, beşgen, altıgen her biri için iç açılar toplamını yazdırarak öğrencilerin bir tablo oluşturmalarını sağladı.

Ö$_1$: Hocam bir şey sormak istiyordum. Şimdi mesela onikigenin iç açılarının toplamında, 180x12 yerine birgen ikigen falan olmadığı için 3 çıkartıp mı yapacağız? Yani anlamadığım bir durum bu onu sordum.

H: Üçgen var.

Ö$_1$: Üçgen var. Ama birgen ve ikigen yok. 12x180 yaparsak birgen ve ikigen de olur içinde. (Bu öğrenci kenar sayısından 2 çıkartılarak iç açılar toplamının bulunduğunu fark etmiş ve kendince sebebini açıklamaya çalışıyor.)

H: Biz bu bağıntıları neye göre yazdık?

Ö$_2$: Üçgenden başlayarak.

H: Nasıl yani?

Ö$_2$: Hocam biz onikigeni hesaplarken 12 ile çarpmıyoruz. 12'den 2'yi çıkartıp 180 ile çarpıyoruz. Çünkü ikigen diye bir şey yok.

H: Başka yorumu olan?

Ö$_3$: Hocam onikigen, altıgenin iki katı olduğu için ve altıgenin iç açılar toplamını hesapladığımız için ben onu 2 ile çarparak bulurdum.

Ö$_4$: Hocam şimdi biz onikigenin iç açılar toplamını mı bulmaya çalışıyoruz?

Ö$_5$: Hocam altıgen 720 ise onikigeni 2 ile çarparım, 1440 olur.

H: Eğer böyle diyorsanız siz bunların orantılı arttığını iddia etmiş oluyorsunuz. O zaman üçgen ve altıgen arasında orantı var ise diğerlerinde de olur. Var mı bakın bakalım kat ilişkisi. 180 iken 360 mı olmuş?

Ö$_6$: Hayır 4 katı artmış.

Ö$_1$: Ama bize hep sırayla sormayacaklar ki. Biz dakika başı üçgen mi çizeceğiz.

H: Şimdi öncelikle artışın orantılı olup olmadığına karar verelim. Üçgenden altıgene kenar sayısı 2 kat artarken, 180^o den 720^o ye çıkmış. Yani

Ö$_7$: Orantılı olmaz o zaman.

H: Şimdi şu meseleye gelelim. İki arkadaşınız da 2 çıkarıp iç açılar toplamını bulabiliriz diyor. Bunu nereden elde etmiş olabilirler? Nereden karar verdiniz?

Ö$_2$: Hocam birgen ve ikigeni atladık.

H: Birgen ve ikigen olmadığı için her zaman kenar sayısından 2 çıkarıp 80 ile çarparsak sonuca ulaşırız diyorlar.

Ö$_8$: Hocam şöyle olmuyor mu? Altıgende 4 ise yedigen de 5 işte sekizgende 6 gibi. Öyle gitmiyor mu?

Ö$_1$: Hocam -2 oluyor işte.

H: Arkadaşınız (Ö$_1$) ne arıyoruz diye sordu. Dedim ki özellikle üçgen arıyoruz. Çıkan üçgenlere bakın. Şimdi üçgende kaç üçgen var?

Ö: (Hep bir ağızdan) 1 tane.

H: Dörtgende kaç tane üçgen var?

Ö: (Hep bir ağızdan) 2 tane.

H: Beşgende kaç tane üçgen var?

Ö: (Hep bir ağızdan) 3 tane.

H: Peki, kenarın kaç eksiği kadar her seferinde üçgen çıkıyor?

Ö: (Hep bir ağızdan) 2 eksiği.

H: İşte şimdi 2 eksiği meselesine geldik. Yani her zaman kenarın 2 eksiği kadar üçgen oluşmuş. O yüzden biz mesela onikigeninkini yaparken şöyle diyoruz; bu bir onikigen ise kaç tane üçgen oluşmuş olur?

Ö: (Hep bir ağızdan) 10 tane.

H: O zaman 10 tane 180 vardır. Peki bunu cebirsel ifade ile göstermek istersek. n kenarlı bir çokgenin iç açıları toplamını gösteren cebirsel ifadeyi kim yazabilir?

Ö: n kenarlı dediği için bu her şey olabilir. Üçgen de olabilir.

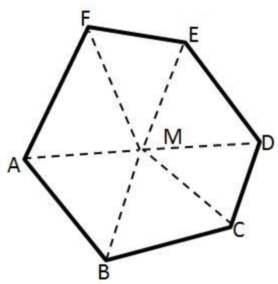
Sonuçta n'den 2 çıkarıp 180 ile çarpılacağını tüm öğrenciler söyleyebilmiş ve öğretmenin kaldırdığı bir öğrenci tahtada göstermiştir. Modelleme ile ilgili çalışmalar bu haftaki derslerde genel olarak tüm sınıf çalışması şeklinde yürütülmüştür ve öğrenciler başarı ile tamamlayabilmiştir. Bu nedenle bu hafta A1 düzeyi olarak belirlenmiştir.

On birinci haftada öncelikle çokgende açılar ile ilgili çalışmalara devam edilmiştir. Bir önceki hafta çokgende iç açılar toplamına ilişkin formüle ulaşan öğrenciler bu toplama ilişkin yeni bir formüle (180.n – 360) daha ulaşmışlardır.

Bu formüle ulaşmada şekil 21'de görüldüğü üzere çokgenin içinde bir M noktası seçilip köşelerini birleştirilmiş, 6 tane üçgen elde edilmiştir. Devamında yapılan çalışmalar sonucunda;

Şekil 21

Etkinlikte verilen çokgen



H: Denklemi ifade edebilir misiniz?

Ö$_1$: n.6 – 360

Ö$_2$: 6n – 360

Ö$_1$: n değil orası 180.

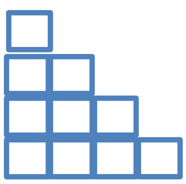
Ö$_2$: 180.n – 360 olur o zaman

şeklinde formülü yapılandırmışlardır. Bazı öğrenciler elde ettikleri her iki formülle hesap yapıp formülün doğruluğunu test ettiklerini ifade etmişlerdir.

Bu haftadaki bir diğer uygulamada ise eşkenar dörtgenin alan bağıntısına ulaşılmıştır. Burada öğrenciler sıralı adımları çok rahat yürütmüşler ancak son aşama olan formülün yapılandırmasında biraz zorlanmışlardır. Burada da öğretmenin yönlendirmesi biraz daha fazla ön plana çıkmış ve sonuca ulaşmışlardır. Bu haftaki çalışmalarda öğrencilerin gösterdikleri uğraşı ve başarıları sonucunda düzeyi, A1 olarak karar verilmiştir.

On ikinci haftada alan çalışmalarına devam edilmiştir. Bu haftada ise bir önceki haftanın devamı olarak yamuğun alan bağıntısına geçilmiştir. Öğrenciler bu formülü başarılı bir şekilde modelleyebilmişlerdir. Öğretmen ikili gruplar halinde öğrencileri çalıştırarak formülü yapılandırmalarını sağlamıştır. Öğrenciler eşkenar dörtgenin alanına oranla yamuğun alanına ulaşmada daha çok zorlanmışlardır. Bu sebeple öğretmen gruplarla daha fazla çalışma yapmış, daha fazla yönlendirmede bulunmak durumunda kalmıştır. Bu haftaki düzey sonuçta formülü modelleyebilmiş olsalar dahi süreçte yaşadıkları zorluklar dikkate alınarak B1 düzeyi olarak karar verilmiştir.

On üçüncü haftada çokgenlerde alan ve çevre bağıntıları, alan ve çevre arasındaki ilişkilere devam edilmiştir. Bir uygulama sorusu olarak ödev verilen çokgenlerde alan hesabı için yeni bir bağıntı olarak Pick Yasası ile ilgili olarak öğrencilerin uğraş verdiği ve sonucunda bağıntıyı modelleyebildikleri tespit edilmiştir. Bir başka sınıf içi çalışmada ise birim karelerde maksimum çevreyi elde etmede genel bir formüle ulaştılar. Öncelikle öğretmen yapacakları çalışmayı tarif etmiş ve yan yana çizilecek birim kareler ile çevre hesabı arasındaki ilişkiyi incelemelerini istemiştir.

Şekil	En uzun Çevre
	4 6 8 10

...   ...

n tane kare   ?

Ö: Hocam 2n+2 olur.

H: Nereden bildin?

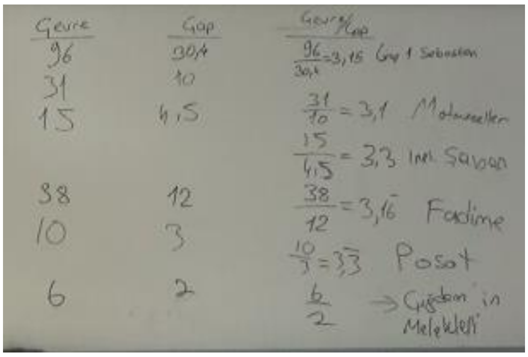
Ö: Hocam örüntüden öyle çıkıyor.

Öğrencilerin büyük bir çoğunluğu yaptıkları tablo sonucunda 2n+2 genellemesine kendileri ulaşabilmiştir. Bu uygulamaların yanı sıra çözümünde denklem kurmayı gerektiren problemlerde hala zorlananlar öğrenciler olduğu görülmüştür. Bu durumlar dikkate alınarak modelleme düzeyi B1 olarak belirlenmiştir.

On dördüncü hafta itibari ile iki hafta süresince çember ve daire modülüne geçilmiştir. Bu haftaki modelleme ile ilgili asıl çalışma pi sayısı etkinliğidir. Öğrenciler pi sayısı etkinliğinden yola çıkarak çemberin çevre bağıntısına ulaşmışlardır. Bu çalışma sürecinde öğretmen dörderli çalıştırdığı gruplara farklı dairesel nesneler dağıtmış ve bu nesnelerin çaplarını ve çevrelerini ölçerek oranlamalarını istemiştir. Bu süreçte ölçümleri nasıl yapacakları konusunda öğretmen hiç müdahalede bulunmamıştır. Yapılan çalışmalarda bazı grupların açıklamaları ve formülleştirme süreçlerine ilişkin diyaloglar aşağıda verilmiştir:

Resim 11

Grupların aşağıdaki çalışmalarının tahtadaki gösterimi



(Dart) Ö: "Zaten şeklin kendisinde bir merkez nokta belliydi. Bundan yararlanarak biz yarıçapı hesapladık ve sonra çap için 2 ile çaptık. Çevresini bulmak için ipimiz

vardı ama ip bunun tamamını karşılamadı. İlk ölçüp not ettik sonra kalan kısmın uzunluğunu da üzerine ekledik.”

(Bardak altlığı) Ö: “Cetvelin bir tarafını şeklin sınırında bir noktada elimle sabitledim. Cetvelin serbest tarafını ise ileri geri götürdüm. Buradan çapı buldum.”

H: “İleri geri götürürken hangi değeri aldın peki?”

Ö: “Yarıçapı.”

H: “Cetveli kaydıra kaydıra götürürken nereden durdun?”

Ö: “Şurada durdum (eli ile gösterdi)”

H: “Tamam da neden orada durdun? Buna nasıl karar verdin?”

[...]

Öğretmen bu gruptan bir cevap alamayınca diğer gruplara da aynı soruyu yöneltti.

Ö: “Cetvelle deneriz. En uzun yere geldiğimizde, en uzak iki nokta bu bize çapı verir.”

H: “O zaman çap ne demek?” Ö: “Çemberdeki en uzak iki nokta arası uzaklık olur.”

Öğrenciler resimden görüleceği üzere tahtada da çözümlerini paylaşmışlar ve böylece pi sayısının ne olduğuna ve değerine ulaşmışlardır. Buradan hareketle;

H: Peki pi sayısının ne olduğunu konuştuk. Buradan yola çıkarak çemberin çevresi nasıl hesaplanır?

Ö: Çap x pi sayısı

şeklinde çemberin çevre formülünü kolaylıkla yapılandırmışlardır.

Bu haftada yapılan diğer çalışmalarda ise modelde değişiklik yapmayı, model oluşturmayı gerektiren problemler çözülmüştür. Bu problemlerde denklem kurmada hala sıkıntı yaşayan öğrenciler olduğu gözlenmiştir. Bu durumun bir örneği;

Ö: 2x+45 hocam

H: Eşittir bir şey yok mu? Bir ifade

Ö: Yok.

H: Eşittir olmadan çözemezsin. Bu şekilde bir denklem olmaz, sadece cebirsel bir ifade olur.

Ö: 180 – 2x +45 = 180

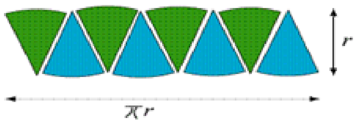
H: İşte şimdi oldu.

şeklindedir. Bu diyalogda görüleceği üzere aslında denklemdeki en temel şey olan eşitlik oluşturmayı öğrenci göz ardı etmiştir. Ancak öğretmen yönlendirmesi ile hatasını çabuk fark edip düzeltmiştir. Bu yaşananlar ışığında bu haftanın düzeyi B1 olarak belirlenmiştir.

On beşinci haftada resim 12'de verilen dairenin ve daire diliminin alan bağıntıları ele alınmış ve bunlarla ilgili problem çözümlerine yer verilmiştir. İlk olarak dairenin alan bağıntısı ile ilgili etkinlik yapılmış ve gruplarla çalışan öğrenciler bağıntıya ulaşabilmişlerdir.

Resim 12

Dairenin alanının hesaplanması etkinliği



Bu süreçteki sınıf içi diyaloglar;

H: Arkadaşlar parçalayıp yeniden dizdiğiniz bu şekil sizce neye benzedi?

Ö: Paralelkenar.

Ö: Dörtgen

Ö: Dikdörtgen.

Ö: Tam olarak paralelkenarı andırıyor. Dörtgen genel isimleri bunların.

H: Peki, ikinci şekliniz?

Ö: Şimdi hocam ilk şekil tam bir paralelkenardı. Ama ikinci şekilde bu biraz değişmeye başladı. Bir üçüncü de artık dikdörtgen olurdu.

H: Peki, sizce bu etkinlik ile biz neye ulaşmaya çalışıyoruz?

Ö: Dikdörtgene.

Ö: Daireden farklı şekiller çıkabilir.

H: Peki ben neden daire dilimlerinden bir dikdörtgen meydana getirdim?

Ö: Alanını bulmak için.

H: Evet çok güzel. Şimdi tahtaya bakalım. Şimdi öyleyse dairenin alanını burada dikdörtgenin alanından bulabilir miyim?

Ö: Evet.

H: Dikdörtgenin alanını nasıl buluyorduk?

Ö: Kısa kenar ile uzun kenarın çarpımı.

H: Peki bu şekilde kısa kenarın uzunluğu ne? Bu uzunluk neye eşit?

Ö: Yarıçapa.

Ö: Dairenin yarıçapına.

H: Uzun kenarı neye denk gelir o zaman?

Ö: Çemberin çevresine.

H: Çevrenin tamamına mı?

Ö: Yok hocam çevrenin yarısına.

şeklinde gerçekleşmiştir. Buradan formüle ulaşılmıştır. Öğrencilerden biri söz isteyerek süreci özetlemek istemiş ve

Ö: "Daireyi dikdörtgene benzettik alanını daha kolay bulmak için. Dikdörtgenin alanını bulduk. Onun alanı da daireye eşit olur çünkü daireyi parçalayarak oluşturmuştuk. Buradan da dairenin alanı $\pi.r^2$ çıktı."

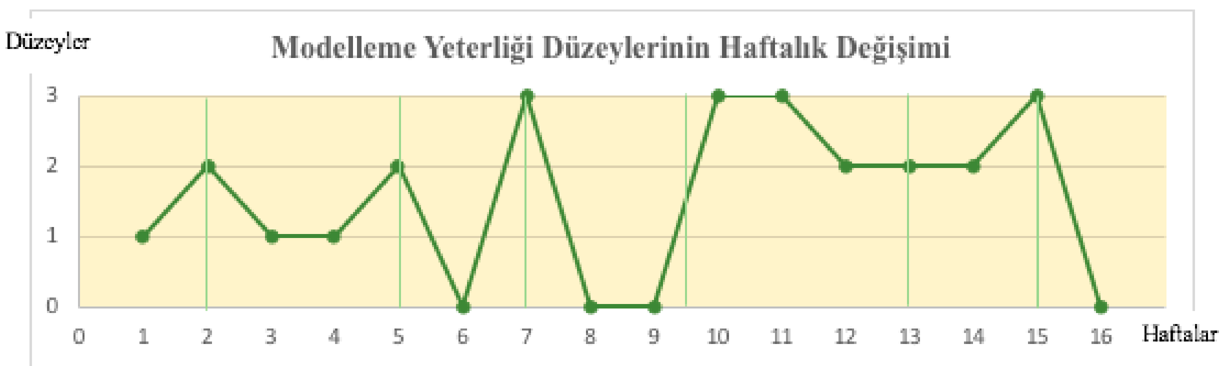
diyerek yapılanları ve dairen alan formülüne nasıl ulaştıklarını açıklamıştır. Bu etkinliğin hemen devamında bir daire diliminin alanının nasıl hesaplanabileceği sınıf tartışmasına açılmıştır. Öncelikle dörtte birlik bir dilimde alanı dörde bölecekleri gibi basit çıkarımlar yapan öğrenciler herhangi bir açıda verilen dilim için de orantıdan faydalanarak formüle ulaşabilmiştir. Yapılan çalışmalar neticesinde öğrenciler bu yeterlik kapsamındaki istenenleri yapabilmiş ve düzey A1 olarak belirlenmiştir.

On altıncı hafta veri analizi modülünün çalışıldığı aynı zamanda da öğretim sürecinin son haftasıdır. Bu haftada modelleme yeterliği ile ilgili herhangi bir göstergeye rastlanmamıştır. Modellemeye ilişkin herhangi bir kanıt olmaması sebebi ile bu hafta D1 düzeyi olarak belirlenmiştir.

Modelleme yeterliği "Problemi Sadeleştirme, Matematikleştirme, Farklı Matematiksel Gösterimlerden Yararlanma, Test Etme" olmak üzere dört boyutta ele alınmıştır. Boyutlar ve boyutlara ilişkin göstergeler dikkate alındığında problemi sadeleştirme aşamasında genel anlamda bir sıkıntı yaşamamışlardır. Problem ifadesini sadeleştirebilmiş, problemde isteneni anlayabilmişlerdir. Asıl en büyük zorluk matematikleştirme yani sözel ifadeyi matematik dile aktarmada sıkıntı yaşamışlardır. Bu durumun asıl sebebi, değişkenleri belirlemede ve değişkenleri sembolik dille ifade etmede, sonrasında problem durumunu ifade edebilecek en uygun matematiksel ifadeyi belirlemede başarısız olmalarıdır. Bu ikinci aşamayı birçok durumda aşamadıkları için modelleme sürecini tamamlayamamışlardır. Ancak süreç ilerledikçe özellikle son haftalara doğru öğrenciler bu aşamada da başarı sağlayabilmiştir. Buradaki sıkıntıyı aştıktan sonra rahatlıkla modelleme döngüsünü tamamlayabilmişlerdir. Hatta bazı durumlarda ulaştıkları sonuçları test eden öğrenci grupları dahi olmuştur.

Grafik 1

Modelleme yeterliği düzeyinin haftalara göre değişim grafiği



Grafik 1'de haftalara göre modelleme yeterliğinin düzeylerindeki değişim verilmiştir. Düşey çizilen çizgiler ise modüllerin değiştiği haftaları göstermektedir. Tablodaki en alt düzey yani 0 seviyesi öğrencilerin modelleme yapamamasının değil bu haftalarda modelleme gerektiren herhangi bir etkinlik ve probleme yer verilmemesinin bir göstergesidir.

4.2.1.2. Problem çözme için strateji oluşturma yeterliği.

4.2.1.2.1. Problem çözme için stratejiler oluşturma yeterliğine ilişkin ön-son testteki başarı durumlarının betimsel analizi.

Problem çözme için stratejiler oluşturma yeterliği ön ve son testte sorulan sekiz açık uçlu soru üzerinden ölçülmüş olup, testten elde edilen veriler araştırmacı tarafından geliştirilen rubrik kullanılarak değerlendirilmiştir. Her problem için alınabilecek tam puan 3'tür. (0-3 puan üzerinden değerlendirmeler yapıldı) Toplam 31 öğrencinin verdiği cevaplar betimsel olarak incelenmiş ve Tablo 25'de sunulmuştur.

Tablo 25

Öğrencilerin eğitiminde uygulanan ön-son testlerde problem çözme için stratejiler oluşturma yeterliğine ilişkin soru bazında elde ettikleri başarı durumları

Problem Çözme İçin Stratejiler Oluşturma Yeterliğine İlişkin Betimsel Analiz Sonuçları				
	Ön Test		Son Test	
Sorular	$\bar{x}$	ss	$\bar{x}$	ss
Boya	1.03	1.016	1.81	1.250
Milletvekili I	.81	1.046	1.65	1.427
Milletvekili II	.45	.995	.68	1.137
Kıta Alanı	.32	.832	1.23	1.023
Posta Ücretleri II	1.26	1.290	1.45	1.179
Dvd Kiralama I	.48	.926	1.35	1.050
Dvd Kiralama II	.29	.783	1.26	1.064
Kitaplık	1.42	1.336	1.94	1.289

Ön ve son testler karşılaştırıldığında problemlerin tamamında ortalama puanlar son test ile artış göstermiştir. Bu problemler arasında son test ortalamalarına bakıldığına en çok doğru yapılma oranı Kitaplık probleminde olup, ön-testte de bu probleme ait ortalamaların yüksek olduğu görülmektedir. En düşük ortalama puan ise Milletvekili II probleminde olup öğrencilerin genellikle bu soruyu boş bıraktıkları veya matematik dışı çözüm önerilerinde bulunduğu tespit edilmiştir.

4.2.1.2.2. Problem çözme için strateji oluşturma yeterliğine ilişkin nicel bulgular. Uygulanan testlerde problem çözme için strateji oluşturma yeterliği toplamda sekiz soru üzerinden ölçülmüştür. Bu sorulara verilen cevaplar doğrultusunda testlerin normal dağılıma uygunlukları araştırılmıştır. Buna göre aşağıdaki tabloda ön test sonuçlarına ilişkin normallik testlerine ait sonuçlar tablo 26 ve 27'de verilmiştir.

Tablo 26

Deney ve kontrol gruplarının problem çözme için strateji oluşturma yeterliğine ilişkin ön test sonuçlarına bağımsız örneklemler t-testi uygulayabilmek için sağlanması gereken koşullar

Gruplar	Kolmogorov-Smirnov			Shapiro-Wilk			Levene
	İstatistik	sd	p	İstatistik	sd	p	p
Deney Grubu Ön Test	.122	31	.200	.953	31	.187	.498
Kontrol Grubu Ön Test	.122	29	.200	.945	29	.139	

Tablo 27

Deney ve kontrol gruplarının problem çözme için strateji oluşturma yeterliğine ilişkin ön test sonuçlarına göre normallik için bir başka değerlendirme

Gruplar	Çarpıklık	Çarpıklık/ Standart hata	Basıklık	Basıklık/ Standart hata
Deney Grubu Ön Test	,116	,275	,768	,935
Kontrol Grubu Ön Test	,451	1,039	,648	,766

Tablo 26'ya göre normalliği test eden Kolmogorov-Smirnov (n>30) testi sonucuna göre deney grubu (p=.200) için p>.05 olduğu için normal dağılım sergilemektedir. Yine normalliği test eden Shapiro-Wilk testi (n<30) sonuçlarına göre kontrol grubu (p=.139) için de p>.05 olduğundan verilerin normal dağılım sergilediği belirlenmiştir. Tablo 27'de verilen normallik için ek göstergelerde de benzer şekilde hem kontrol hem de deney grubu verileri için çarpıklık ve basıklığın standart hataya oranları $\pm$1,96 değerleri içinde yer almıştır. Bu sayıltılara ek olarak Levene testi sonucu $p>.05$ olduğundan varyanslar arasında anlamlı fark olmadığı görülmüştür. Bu sonuçlara göre verilere *bağımsız gruplar t-testi* uygulanmasına karar verilmiştir.

Verilere uygulanan bağımsız gruplar t-testi sonuçları Tablo 28'de sunulmuştur.

Tablo 28

Deney ve kontrol gruplarının ön test sonuçlarının bağımsız gruplar t-testi ile karşılaştırılması

Gruplar	N	$\bar{x}$	s	sd	t	p
Deney Grubu Ön Test	31	4.29	2.466	58	.682	.498
Kontrol Grubu Ön Test	29	4.76	2.849			

Tablo 28'e göre öğrencilerin problem çözme için strateji oluşturma yeterliği düzeylerini ortaya koymak amacıyla uygulanan ön test sonuçları arasında anlamlı farklılığı belirlemek için uygulanan bağımsız örneklemler için t-testinde, kontrol grubunun ön test ortalaması ($\bar{x}_{KÖ}$=4.76) ile deney grubunun son test ortalaması ($\bar{x}_{DÖ}$=4.29) arasında anlamlı fark olmadığı görülmüştür [$t_{(58)} = .682, p > .05$]. Bu durumda deney ve kontrol gruplarının yeterlik düzeyleri arasında anlamlı fark olmadığı ve grupların denk olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Ön test sonuçları arasında istatistiksel olarak anlamlı fark bulunmayan deney ve kontrol gruplarının son testleri arasındaki farkın anlamlılığı da incelenmiştir. Grupların son test puanları arasındaki farkın anlamlılığının tespitinden önce uygulanacak testin güvenilir sonuçlar verebilmesi için gerekli normallik koşulları incelenmiştir. Normallik testi sonuçları Tablo 29'da sunulmuştur.

Tablo 29

Deney ve kontrol gruplarının normallik testi sonuçları

	Kolmogorov-Smirnov	Shapiro-Wilk

	İstatistik	sd	p	İstatistik	sd	p
Deney Grubu Son Test	.145	31	.094	.901	31	.008
Kontrol Grubu Son Test	.142	29	.142	.951	29	.199

Tablo 29'da görüldüğü üzere normalliğin değerlendirilmesinde deney grubu için Kolmogorov-Smirnov testi sonuçlarına (p=.200) göre p>.05 olduğu için veriler normal dağılım göstermektedir. Kontrol grubu için ise Shapiro-Wilk testi sonuçlarına (p=.273) bakılmış ve p>.05 olduğundan yine verilerin normal dağılım sergilediği sonucuna varılmıştır. Bu sonuçlara göre verilere *bağımsız örneklemler için t-testi* uygulanabileceğine karar verilmiştir. Buna göre deney ve kontrol gruplarının son test sonuçları arasındaki farkın anlamlılığını belirlemek amacıyla yapılan bağımsız örneklemler için t-testi sonuçları Tablo 30'da görülmektedir.

Tablo 30

Deney ve kontrol gruplarının son test sonuçlarının bağımsız örneklemler için t-testi ile karşılaştırılması

Gruplar	N	$\bar{x}$	s	sd	t	p
Deney Grubu Son Test	31	14.87	5.371	58	7.990	.000
Kontrol Grubu Son Test	29	6.31	2.173			

Tablo 30'a göre verilen eğitimin, problem çözme için strateji oluşturma yeterliği üzerinde istatistiksel olarak anlamlı bir etkisinin olup olmadığını belirlemek için deney ve kontrol gruplarının son test verilerine uygulanan bağımsız örneklemler için t-testinde, kontrol grubunun son test ortalaması ($\bar{x}_{KS}$=6.31) ile deney grubunun son test ortalaması ($\bar{x}_{DS}$=14.87) arasında anlamlı fark olduğu görülmüştür [$t_{(58)} = 7.990$, $p < 0.01$]. Bu durumda deney ve kontrol gruplarının yeterlik düzeyleri arasında anlamlı fark olduğu ve eğitim alan deney grubundaki öğrencilerin problem çözme için strateji oluşturma yeterlik düzeylerinin kontrol grubuna göre daha yüksek olduğu görülmüştür.

Bağımsız örneklemler için t-testi ile belirlenen anlamlı fark için etki büyüklüğü (d);

$$d = t \,.\, \sqrt{\frac{N_1+N_2}{N_1 \,.\, N_2}} \;\Rightarrow\; 7.990 \,.\, \sqrt{\frac{31+29}{31 \,.\, 29}} = 2.064$$

olarak bulunmuştur. d değerinin 1'in üstünde çıkması deneysel uygulama sonucunda oluşan etkinin çok büyük olduğuna işaret etmektedir (Green & Salkind, 2008). Buna göre verilen eğitimin yedinci sınıf öğrencilerinin problem çözme yeterliği başarı düzeylerini artırmada büyük bir etki yarattığı sonucuna varılmıştır.

Deney grubunun ön ve son test puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı fark olup olmadığını test etmek için testlerden elde edilen toplam puanlara öncelikle normallik testleri uygulanmıştır. Normallik testleri, toplamları kıyaslanacak verilerin fark puanları (ön-son test puanları farkı) üzerinden yapılmıştır (Can, 2019). Fark puanları veri dizisi elde edildikten sonra Tablo 31'de normallik sonuçları sunulmuştur.

Tablo 31

Deney gruplarının ön-son testleri farkı için normallik testi

	Kolmogorov-Smirnov			Shapiro-Wilk		
	İstatistik	sd	p	İstatistik	sd	p
Deney Grubu Ön-Son Fark	.161	31	.039	.939	31	.075
	Çarpıklık	Çarpıklık/ Standart hata		Basıklık	Basıklık/ Standart hata	
	.703	1.669		.043	.052	

Tablo 31'de görüldüğü üzere normalliği değerlendiren Kolmogorov-Smirnov testi sonuçlarına göre deney grubundaki öğrencilerin ön ve son testleri arasındaki farkın oluşturduğu veri dizisi için $p<.05$ olması verilerin normal dağılım sergilemediğini göstermektedir. Bu durumda normallik için diğer şartlara bakılmıştır. Çarpıklık ve basıklık değerlerinin 1'den küçük olması ve standart hataya oranlarının $\pm 1{,}96$ değerleri arasında olması normalliğin bir işaretidir. Benzer şekilde verilere ait histogram grafiği de dağılımın normalliğine işaret etmektedir. Buna göre verilerin normal dağıldığına hükmedilmiş ve verilere *bağımlı örneklemler için t-testi* uygulanmasına karar verilmiştir. Grubun ön ve son test puanları arasındaki farkın anlamlılığını belirlemek amacıyla yapılan bağımlı örneklemler için t-testi sonuçları Tablo 32'de görülmektedir.

Tablo 32

Deney grubunun ön test ve son test sonuçlarının bağımlı örneklemler için t-testi ile karşılaştırılması

Gruplar	N	$\bar{x}$	s	sd	t	p
Deney Grubu Ön Test	31	4.29	2.466	30	11.557	.000
Deney Grubu Son Test	31	14.87	5.371			

Verilen eğitimin öncesinde ve sonrasında elde edilen problem çözme için strateji oluşturma yeterliğine ilişkin puanların ortalamaları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olup olmadığını belirlemek için yapılan bağımlı örneklemler için t-testi sonucunda uygulamadan önce yapılan ön test puanlarının ortalaması ($\bar{x}_{ÖT}$=4.29) ile uygulamadan sonra yapılan son test puanlarının ortalaması ($\bar{x}_{ST}$=14.87) arasında anlamlı bir fark (Tablo 32) görülmüştür [$t_{(30)} = 11.557, p < 0.01$]. Bu veri grubuna uygulanan test sonucunda ortaya çıkan fark üzerinde uygulamanın etki büyüklüğü (d);

$$d = \frac{t}{\sqrt{N}} \Rightarrow \frac{11.557}{\sqrt{31}} = 2.075$$

olarak bulunmuştur. d değerinin 1'in üstünde olması deneysel uygulama sonucunda oluşan etkinin büyük olduğuna işaret etmektedir (Green & Salkind, 2008). Buna göre verilen eğitimin deney grubundaki öğrencilerin problem çözme yeterlik düzeyini artırmada büyük bir etki yarattığı sonucuna varılmıştır. Bu sonuçla paralel olarak uygulama öncesi yeterlik düzeyi için ortalama 4.29 iken yaklaşık 10 puanlık bir artış kaydederek uygulama sonrasında ortalama 14.87'ye çıkmıştır.

4.2.1.2.3. Problem çözme için strateji oluşturma yeterliğine ilişkin öğretim sürecinde elde edilen nitel bulgular.

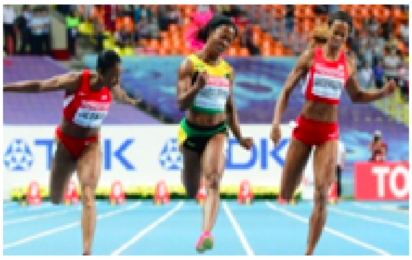
Problem çözme için strateji oluşturma yeterliği, derslerde soru çözmeye sıklıkla yer verilmesine karşın süreçte farklı düzeylerde gelişim göstermiştir. Bunun temel sebebi öğretim sürecine öğrencilerin ilk kez karşılaştıkları MO problemlerinin entegre edilmiş olmasıdır. Önceki öğretim yaşantılarında öğrenciler rutin karaktere sahip, büyük çoğunluğu çoktan seçmeli olan ders kitabı ve özel yayınevlerinin soruları çözmeye alışkındırlar. Ancak MO problemleri, bağlamı anlamalarını, bir çözüm stratejisi oluşturup uygulamalarını, çıkan sonucu yorumlamalarını gerektiren bir süreci içermiştir.

Resim 13

Koşu sorusu

Koşu

5000 m koşu yarışına giren üç atletizm takımının (A,B,C) koşucularına, bitirme derecelerine göre bir sıra numarası veriliyor ve bu numara koşucunun başarı puanı oluyor. Sonuçlar aşağıda verildiği gibidir:



1_A, 2_B, 3_B, 4_C, 5_C, 6_C, 7_A, 8_A, 9_B, 10_A, 11_B, 12_C

Koşu 1

Verilen bu sıra numaralarından bir takım başarı puanı belirleyiniz. Belirlediğiniz puana göre en başarılı takım hangisidir?

Birinci hafta, öğrenciler MO problemleri ile ilk kez karşılaşmıştır. Bu nedenle özellikle bu hafta genel olarak problem çözümünde zorluk yaşamışlardır. Zorluklardan ilki, problemde ne istenildiğini yani problem bağlamını anlama ile ilgidir. Öğrenciler ise bu durumu kendi ifadeleri ile "Türkçe okuduğunu anlama" da sıkıntı olduğunu ifade etmişlerdir. Rutin problemlere kıyasla soru metinlerinin biraz daha uzun olması, okuyup anlamayı gerektirmesi problem çözmenin daha ilk aşamasında takılmalarına ve çözüme devam edememelerine neden olmuştur. Bir diğer zorluk problem çözümünü tamamlayan öğrencilerin çıkan sonucu yorumlayamamasıdır. Bu yorumlayamama iki şekilde gerçekleşmiştir. Birincisi, sonuçta ulaşılan değerin ne olduğunu açıklayamamışlar, bulduklarının ne olduğunun farkına varamamışladır. Örneğin; bir sorudaki 4x+10=5x-2 ifadesi için sonuçta ulaşılan x'in ne olduğunu öğrencilerin bir kısım anlamlandıramamıştır. İkincisi ise aşağıda resim 13'de verilen koşu sorusu için öğrencilerin neredeyse tamamı takım başarı puanlarını hesaplayabilmişken, sonuçta en başarılı takımın hangisi olduğunu ifade edememişlerdir. Bu durum sonucu gerçek yaşamda yorumlamada zorluk olarak dikkate alınmıştır.

Son olarak MO soruları yapısı gereği genellikle yaşamsal bağlamlara sahiptirler. Öğrenciler yapılan soru çözümleri sonucunda kendileri de günlük hayattan soru bağlamına ilişkin örnekler vermişlerdir. Haftanın geneli değerlendirildiğinde öğrencilerin yeterlik düzeyi C1 olarak karar verilmiştir.

İkinci hafta, yeni modüle geçilmesi itibari ile de öğrenciler MO sorularını biraz daha çözebilir hale gelmiştir. Özellikle problem çözümünde kendileri için en uygun stratejiyi seçmeye başlamışlardır. Örneğin; oran-orantı kazanımı gereği öğrencilerden oranı birim olarak yazmaları ve hesaplamaları istenmiştir. Ancak öğrenciler bu duruma, "soruya yönelik biz seçimi yapabiliriz, 10'a genişletme veya 2'yle sadeleştirme şeklinde ne uygunsa ona göre işlem yapabiliriz." şeklinde karşı çıkmıştır. Başarılı müdahale ve eleştirilerinin yanı sıra bir önceki haftada olduğu gibi bağlamsal sorularda, soruyu anlamada sıkıntı yaşayanlar olmuştur. Bu doğrultuda düzey B1 olarak karar verilmiştir.

Üçüncü hafta, MO problem çözümüne daha çok hakimiyet kurdukları bir süreç olmuştur. Soruların çözümünde yüksek başarı göstermiş, birçoğunda rahatça çözüme

Resim 14

Demirci sorusu

1) Demirci

Bilal usta bir demir çubuğu 2 eş parçaya bölmek için 20 lira para alıyor. Aynı çubuğu 8 eşit parçaya böldürmek istesek Bilal ustaya kaç lira ödememiz gerekir?

ulaşabilmişlerdir. Problem çözümünde çeşitliliğe gitmiş, farklı problem çözme stratejilerinden yararlanmaya başlamışlardır. Örneğin; aşağıda resim 14'de yer alan sorunun çözümünde bazı öğrenciler benzer basit problemlerden yararlanma stratejisine (iki eş parçaya ayırmak için kaç kez kesmek lazım, üç parça için ... gibi) başvurmuşlardır.

Problem çözme aşamasına geçmeden önce geliştirdikleri stratejileri açıklama eğilimi göstermişlerdir. Öğrencilerden böyle bir beklenti veya talep olmamasına karşın düşündükleri çözümleri sözel olarak açıklamışlardır. Bazı soruların çözümlerinde ise yine zorlandıkları tespit edilmiştir. Zorluğun kaynağı, soru metnindeki verileri, ilişkileri ve ipuçlarını göz ardı etmeleri ve bu nedenle yanlış çözümler yapmış olmalarıdır. Örneğin; pasta karışımı sorusunda pastanın içine konacak malzemeler arasında bir oran verilmiştir ve buna göre eldeki malzemelerle ne kadar pasta çıkarılabileceği sorusu yöneltilmiştir. Ancak bazı öğrenciler “bana göre elinde 10’ar birim var ise 10 kişilik pasta yapılabilir.” şeklinde kat ilişkisini yok sayan açıklamalarda bulunmuştur. Genel olarak yeterlik göstergelerinin gözlendiği ve başarılı bir hafta geçirmiş olmaları dikkate alınarak düzey B1 olarak belirlenmiştir.

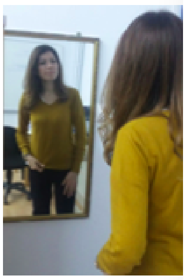
Resim 15

Ayna sorusu

5) Ayna

Ayna satın almak isteyen Birsen Hanım’a yardımcı olmak için satıcı, “müşterilerden küçük aynaya ihtiyacı olanlar boyutları 15x25 cm ve 30x50 cm, büyük aynaya ihtiyacı olanlar ise boyutları 60x100 cm ve 90x150 cm olan aynaları diğerlerine göre daha çok tercih ediyorlar” diyor.

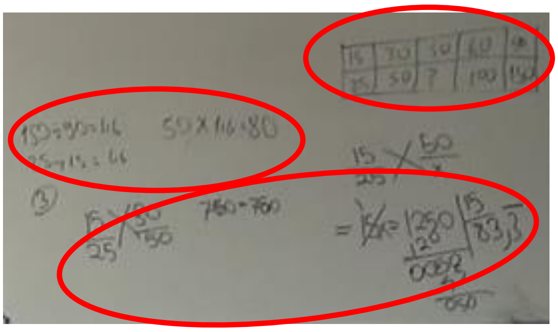
Birsen Hanımın istediği bunların hiçbiri değil, ihtiyacı orta boy bir ayna. Kısa kenarının ise 50 cm olmasında kararlıdır. Bu arada Birsen Hanım, müşterilerin tercihine yakın olmasını istiyor. Birsen Hanımın alacağı aynanın diğer kenarı kaç cm olabilir?



Dördüncü hafta, oran-orantı modülünün işlendiği bu haftalarda soruların çözümü için farklı orantı hesaplamaları yapılabilmektedir. Öğrencilerin çözümlerine de bakıldığında kimisinin içler-dışlar çarpımı yaptığı, kimisinin payı paydaya böldüğü, kimi öğrencinin ise verilen değerler arasındaki kat ilişkisine bakarak işlemlerini yürüttüğü tespit edilmiştir. Öğrencilerden biri soru çözümü için tahtaya kalktıktan sonra farklı bir yolla çözüm yaptığını gören öğrenciler bu yolları paylaşmak için isteklilik göstermiştir.

Resim 16

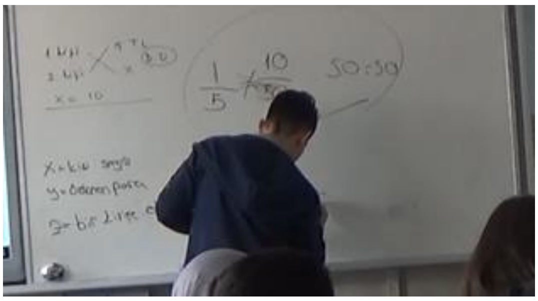
Ayna sorusu öğrenci örnek çözümü



Örneğin; Resimde verilen ayna sorusunun çözümü ile ilgili olarak öğrenciler farklı çözüm stratejilerini Ö1: "Aynaların boyutlarını oranladım ve hep aynı çıktı. Benden uzun kenarı istemiş. O zaman bu aynanın da boyutları aynı değer olacaktır.", Ö2: "kısa ve uzun kenarların orantılı olup olmadığını anlamak için değerleri yazıp içler dışlar çarpımı yaptım." ve Ö3: "Ben tüm aynaların değerlerini ve oranlarını tablo ile gösterdim." şeklinde hem sözel hem de tahta üzerinde paylaşmışlardır (Resim 16).

Resim 17

Tahtada öğrenci çözümü



Önceki haftalarda özellikle problem bağlamını anlamada zorluk çeken öğrencilerin bu haftaki problemlerde çözüme başlamadan önce soruda verilen bilgileri öncelikle tahlil ettikleri gözlenmiştir. Örneğin; Resim 17'de soru çözümüne kalkan öğrenci, çözüme geçmeden önce soruda verilenlerin ne olduğunu ve sonuçta neyin bulunması istendiğini hemen not etmiştir.

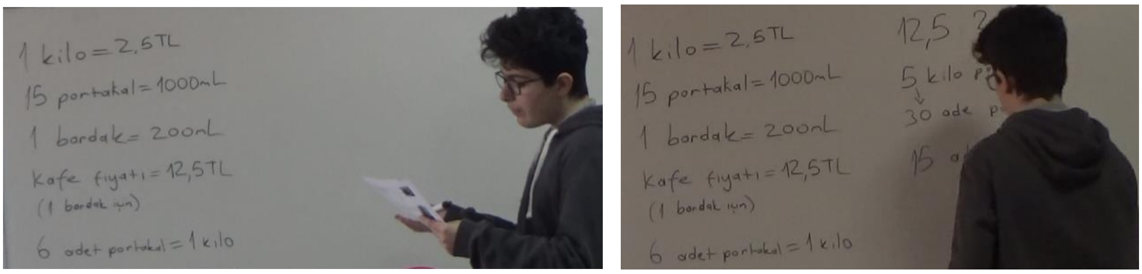
Genel olarak bu haftaki problemlerin çözümünde öğrenciler sonuca ulaşabilmiş, çözümlerde yüksek başarı göstermiş ve önceki haftalarda yaşadıkları zorlukların önüne geçebilmişlerdir. Bu doğrultuda haftalık düzey A1 olarak belirlenmiştir.

Beşinci hafta, MO problemlerinde verilen bilgileri çözümden önce özetlemeye devam etmişlerdir. Örneğin; Konserve sorusunda bir öğrenci *"200 gr'lık konservelerden 3000 tane üretilmiş. İşleme toplam ne kadar salça ürettiklerini bularak devam etmem gerekiyor."* şeklinde hem verilenleri özetlemiş hem de yol haritasını kısmen açıklamıştır. Bu gelişmelere karşın problem ifadelerini okuyup anlamada hala sıkıntı yaşayan öğrenciler olduğu da görülmüştür. Soruyu anlamada zorlanan öğrencilerden biri, *"Soruyu anlayamadık ki çözümü yapalım."* şeklinde durumunu açıklamıştır.

Başarı düzeyi düşük öğrenciler bile sorular üzerinde çokça vakit harcamaya ve çözüme ulaşmak için çaba göstermeye başlamışlardır. Modüllerde yer alan soruların çözümüne çoğu öğrenci ulaşabilmiştir. Farklı çözüm yollarını izleyerek kimisi direk orantıyı, kimisi birim fiyatı bulmak suretiyle cevabı bulmuşlardır.

Resim 18

Portakal suyu problemi öğrenci örnek çözümü



Örneğin; Resim 18'de Portakal suyu problemi için tahtaya kalkan öğrenci, soru cümlesinde verilen her bilgiyi önce tahtaya not etmiştir. Ardından 6 adet portakaldan yola çıkarak 15 tanesinin fiyatına birim fiyatı hesaplayarak ulaşmıştır.

Bir başka grup ise;

6 adet	12 adet	3 adet	15 adet
2,5 tl	5 tl	1,25 tl	5+1,25=6,25 tl

şeklinde 15 adeti parçalayarak hesaplamıştır.

Bu hafta itibari ile öğrenciler problem çözümünde çıkan sonucu günlük yaşam bağlamında değerlendirebilmişlerdir. Örneğin; portakal suyunun evde yapıma göre dışarıda daha pahalı olması sebebi ile "bir daha dışarıda içmem" şeklinde öğrenciler yorumlarda bulunmuşlardır.

Problem çözümü sonucunda ulaştıklarını değerin ne olduğunu, neyi bulduklarını ifade edebilmişlerdir. Öğretmen birçok kez *"Peki bu bulduğunuz ne?"* sorusunu öğrencilere yöneltmiş ve öğrenciler de cevap verebilmiştir. Bazı durumlarda ise problem sonucundan yola çıkarak hatalı bir çözüm yaptığını fark eden öğrenciler olmuştur. Örneğin; küp şeker sorusunda küp şekerin bir miktarının içinde bulunduğu kutudan daha ağır olabilmesi imkansız olması sonucundan yola çıkarak hatalı işlem yaptığını anlayan öğrenciler olmuştur. Ancak bazı öğrenciler bu hatalı sonucu dahi yorumlayamamış ve çözümlerinin doğru olduğu iddiasını sürdürmüştür. Tüm hafta dikkate alındığından düzeye B1 olarak karar verilmiştir.

Altıncı hafta, MO problemlerinin çözümü konusunda farklı ve güzel çözümler yaptıkları, yüzde hesabında çeşitli stratejiler yürüttükleri bir hafta olmuştur. Örneğin; Hangi Araba sorusu bir sayının yüzdesini hesaplamayı gerektiriyordu. Resim 19'da grup çalışması yapan öğrencilerin çalışma kağıtlarında farklı çözüm yolları sunulmuştur.

Resim 19

Hangi araba grup çalışması örneği

İlk öğrenci grubu değerleri oranlayarak çözüme gitmiştir. İkinci öğrenci grubu ise denklem oluşturup buradan çözüme ulaşmışlardır. Yine 1400'ün yüzdesini almayı gerektiren başka bir problemin çözümünde öğrencilerin;

- bir kısmı 1000 ve 400'ün yüzdelerini ayrı ayrı almış
- bir kısmı %1'ini bulup sonra asıl istenen yüzde değeri ile çarpmış
- bir kısmı ise oran-orantı ile çözmüştür.

Okul Spor Araştırması adı verilen bir başka soruda 7-10. sınıf öğrencilerinden futbol seven öğrencilerin her bir sınıf için yüzdeleri verilmiş ve 8. sınıftan kaç öğrencinin futbolu sevdiğini bulmak için hangi bilgiye ihtiyaç olduğu sorulmuştur. Öğrencilerin bu soruya yönelik yanıtları;

$Ö_1$: 8. sınıfta okuyan tüm öğrencilerin sayısını bilirsek futbol oynayanları bulabiliriz. Mesela 8. sınıfta 500 kişi varsa buradan %65'ini bulabiliriz.

$Ö_2$: Hocam direk bunu hesaplamayacak mıyız?

H: Tamam hesapla bakalım.

$Ö_2$: Sınıfın %65'ini alacağız.

H: Tamam devam et.

$Ö_2$: Hocam sınıf bilgisi yok yalnız.

H: Zaten soruda diyor ki hangi bilgiye ihtiyaç var?

$Ö_2$: "Sınıfta kaç kişi olduğu bilgisine."

H: Kaç kişi seviyormuş?

$Ö_2$: Yarısından biraz fazlası.

H: Peki bir sayı verebilir misin?

$Ö_2$: "Hayır verememem çünkü soruda da sayı paylaşılmamış, ancak yorum yapabilirim."

H: O zaman hangi bilgiye ihtiyacın var?

$Ö_2$: Kişi sayısı.

Öğretim sürecinde karşılaşmadıkları bir yapıya sahip olan bu soruda öğrenciler biraz şaşırmış olsa da eksik bilginin ne olduğunu fark etmişlerdir. Kendilerinden eksik bilgiyi tamamlamaları istendiğinde ise bir değer atayıp çözüme ulaşabilmişlerdir. Burada dikkat çeken bir durum %65'i alınacağı için bazı öğrenciler kolay hesap yapabilmek için öğrenci sayısına 100 olarak karar vermiştir. Bazı öğrenciler ise kolay hesap yapmak için bu değeri 65 olarak belirlemiştir.

Problem çözümünde hafta boyunca yüksek başarı gösteren öğrenciler bazı sorularda ise hatalı sonuca ulaşmıştır. Bu hatalı sonuçların sebebi problem bağlamında verilen bilgi ve sınırlıkları dikkate almamış olmalarıdır. Örneğin; üç sınava girilen bir dersten geçme puanı hesaplamaları istendiğinde öğrenciler üç notu toplayıp direk 3'e bölmüştür. Halbuki soruda her bir sınavın (%40, %40, %30) geçme puanına etkisi farklıdır ve öğrenciler bu bilgiyi göz ardı etmiştir.

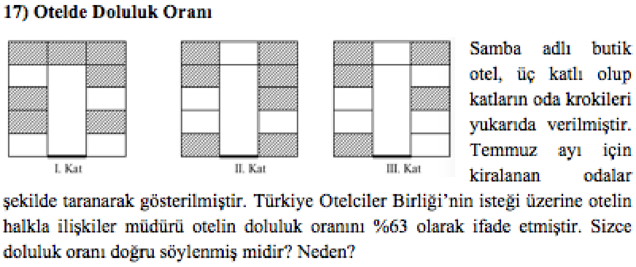
Son olarak yüzde modülüne geçilen bu hafta boyunca bir sayının yüzdesini hesaplamada gayet başarılı iken, yüzdesi verilen sayının asıl miktarını bulmada bazı öğrenciler zorlanmıştır. Geriye doğru çalışma stratejisi ile cevaba kolayca ulaşabilecekleri bu tür sorularda diğerlerine göre başarı oranı daha düşük olmuş, strateji geliştirememişlerdir. Tüm hafta dikkate alındığında düzey, B1 olarak belirlenmiştir.

Yedinci haftada öğrenciler, problemi anlama, problemde verilenleri ve istenenleri belirleyebilme, strateji belirleme ve uygulama açısından yol kat etmişlerdir. Özellikle bu gelişimler MO problemlerinde görülmüştür. Rutin karakterdeki sorularda ise tam tersi olarak zorlandıkları görülmüştür. Rutin olarak ifade edilen ve öğrencilerin zorlandığı bu sorular, genelde herhangi bir bağlam içermeyen ve sayısal işlem yoğunluklu sorular olmuştur.

Öğrenciler problemde isteneni anlayabilme ve çözüm için bir yol haritası belirlemede başarılıdırlar. Aslında yol haritası denilen öğrencilerin planladıkları ve uygulamaya karar verdikleri çözüm stratejilerdir. Yol haritası diye ifade edilmesinin sebebi öğrencilerin bu

Resim 20

Oteldeki doluluk oranı sorusu



17) Otelde Doluluk Oranı

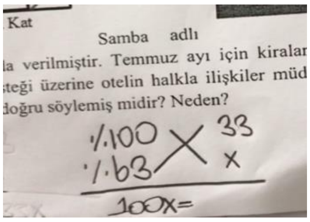
I. Kat II. Kat III. Kat

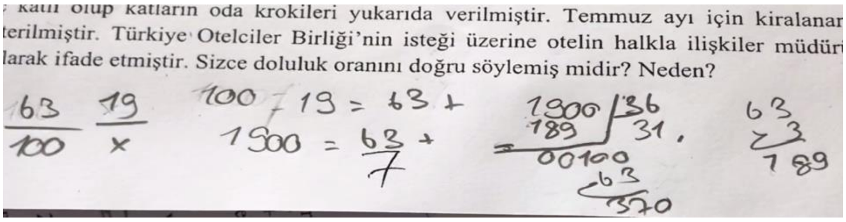
Samba adlı butik otel, üç katlı olup katların oda krokileri yukarıda verilmiştir. Temmuz ayı için kiralanan odalar şekilde taranarak gösterilmiştir. Türkiye Otelciler Birliği'nin isteği üzerine otelin halkla ilişkiler müdürü otelin doluluk oranını %63 olarak ifade etmiştir. Sizce doluluk oranı doğru söylenmiş midir? Neden?

şekilde ifade etmiş olmalarıdır. Örneğin; Resim 20'de görülen Otelde Doluluk Oranı sorusunda bir öğrenci, *"...Bu işlemden çıkan sonucu dolu odaların sayısı ile kıyaslarım. Böylece doğru söyleyip söylemediğini bulabilirim."* şeklinde neyi nasıl bulacağını ifade etmiştir. Öğrenci grupları farklı yöntemler kullanarak çözüme ulaşmışlardır.

Resim 21

Öğrencilerin çözümlerdeki farklı çözüm aşamalarından örnekler





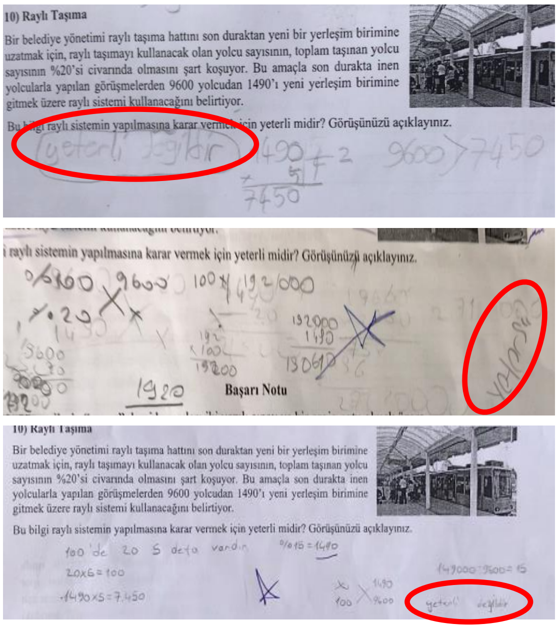
Resim 21'de görüleceği üzere kimi öğrenci tek bir aşama ile kimisi ise birden fazla sıralı aşamalar sonucunda çözüme ulaşmıştır.

Bu haftada yüzde hesabında farklı çözüm yolları uygulamışlardır. Buradaki farklı çözüm yolundan kastedilen yüzdenin işlem olarak birçok yoldan çözüme açık olmasıdır. Örneğin; %75'i 18 olan sayıyı hesaplamayı gerektiren bir soruda; birinci öğrenci orantı kurarak içler dışlar çarpımı yapmış ($\frac{x.75}{100} = \frac{18}{?}$ ve ? = 24), ikinci öğrenci yüzdelik değeri basit kesir haline çevirerek ezberden paya böl, payda ile çarp mantığını uygulamış (%75 $= \frac{3}{4}$, 18:3=6, 6.4=24), son öğrenci ise denklem kurarak ($\frac{x.75}{100} = 18$, 1800:75=24) çözmüştür.

Ayrıca bir önceki hafta yüzdesi verilen sayının ilk halini bulmada zorlanan öğrencilerin, bu hafta bu zorluğu aştıkları tespit edilmiştir.

Resim 22

Raylı taşıma sorusu örnek öğrenci çözümleri



Raylı Taşıma adı verilen bir başka sorunun çözümünde de Resim 22'de görüldüğü gibi farklı çözüm yolları ile sonuca ulaşmışlardır. Burada dikkat çeken bir durum, problemde geçen tüm sorulara kağıt üzerinde cevap vermeleridir. Yani sadece sayısal işlemi yapıp bırakmamışlar, en sonunda istenen yorumu da yanıtlandırmışlardır.

Öğrencilerin problem çözümlerinin sonuçlarını yaşamları ile ilişkilendirerek cevapladıkları, kendi yaşamlarından sıklıkla örnekler verdikleri gözlenmiştir. Örneğin; bir grup çalışmasında öğrenciler arasındaki diyalog;

$Ö_1$: Kaç buldun sonucu

$Ö_2$: 930 kg

$Ö_1$: Muhtemelen 0,930 kg demek istedin. Yoksa 930 kg zaten bir teraziye sığmaz.

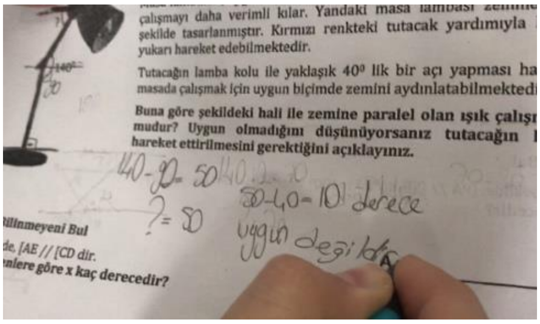
şeklinde gerçekleşmiştir. Çıkan sonucu günlük yaşam bağlamında değerlendirmede başarı göstermişlerdir. Hafta boyunca belirlenen yeterlik göstergeleri dikkate alınarak A1 düzeyine karar verilmiştir.

Sekizinci hafta, doğrular ve açılar modülüne geçilmiştir. Bu hafta boyunca konuya yönelik etkinlikler yapılmış ve diğer konulara göre bu konunun biraz daha işlem becerisi gerektirmesi sebebi ile rutin sorulara yer verilmiştir. Bu nedenle herhangi bir yeterlik göstergesi yoktur ve düzey D1 olarak belirlenmiştir.

Dokuzuncu hafta, MO problemlerini çözmede başarılı oldukları bir hafta olmuştur. Resim 23'te görülen Masa Lambası adı verilen soru için öğrencinin çözümü ve açıklaması;

Resim 23

Masa lambası sorusu



[...] Ö: Üçgene tamamladım.

H: Burası kaç derece olur?

Ö: 50

H: Neden peki?

Ö: 90+40'ı 180'den çıkardım. Yani üçgenin iç açılar toplamı bilgisini kullandım.

şeklinde olmuştur. Doğru sonuca ulaşmanın yanı sıra nasıl bir yol izlediğini, çözüm için hangi bilgileri kullandığını da açıklayabilmiştir.

Diğer haftalara göre daha az yeterlik göstergesinin belirlenmesinin sebebi, hafta boyunca MO problemlerine çok fazla yer verilmemesidir. Bu göstergeler ışığında düzey A1 olarak belirlenmiştir.

Onuncu hafta, çokgenler modülüne geçilmiştir. Bu hafta boyunca konuya yönelik etkinlikler yapılmış ve diğer konulara göre bu konunun biraz daha işlem becerisi gerektirmesi sebebi ile rutin sorulara yer verilmiştir. Bu nedenle herhangi bir yeterlik göstergesi yoktur ve düzey D1 olarak belirlenmiştir.

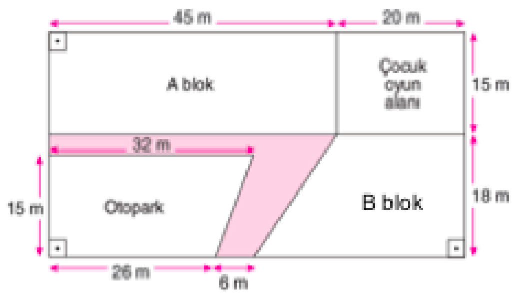
On birinci hafta, diğer haftalara kıyasla MO problem çözümlerinde zorlandıkları bir hafta olmuştur. Bu aşamaya kadar yeterlik düzeylerinde bir artış görülen öğrencilerin bu hafta yaşadıkları zorlukların bir sebebinin de modülün konusu olduğu düşünülmektedir. Aynı zamanda ele alınan problemler önceki haftalara göre bağlam olarak daha zayıf ve daha rutin karaktere dönüktür.

Yine bu haftada da öğrenciler çözümü yapmadan önce çözüm tasarılarını paylaşmışlardır. Örneğin; çokgende iç açıyı bulmayı gerektiren problem çözümünde bir öğrenci "*Bu bir beşgen ve beşgenin iç açılar toplamı (n-2)'li formülden 540 geliyor ve bunu da 5'e bölüp bir açısını bulurum*." şeklinde planladığı aşamaları ifade etmiştir. Sonuç olarak haftalık düzey B1 olarak belirlenmiştir.

On ikinci hafta, çokgenler modülüne devam edilmiştir. Bu hafta boyunca konuya yönelik etkinlikler yapılmıştır. Aynı zamanda bazı dersler tatile denk geldiği için işlenememiştir. Bu nedenle herhangi bir yeterlik göstergesi yoktur ve düzey D1 olarak belirlenmiştir.

Resim 24

Yeşil alan sorusu çizimi



On üçüncü hafta, çokgenlerle ilgili MO sorularını rahatlıkla çözebilmişlerdir. Aynı zamanda geçen haftalarda uygulamada sıkıntı yaşadıkları geriye doğru çalışma stratejisine problem çözümlerinde sıkça yer vermişlerdir. Sözel olarak çözüm yollarını, çözüm tasarılarını çeşitli problemlerde paylaşmışlardır. Örneğin; Resim 24'deki Yeşil Alan sorusunda pembe kısmın alanını bulmaları gereken öğrenciler çözüm tasarılarını ifade etmişlerdir. Öğrencilerden biri "*Hocam ben tüm sitenin alanını bulurum bir önce. Zaten bir dikdörtgen. Sonrasında her bir şeklin alanını çıkarırım. Zaten buradan taralı alan çıkar."* şeklinde açıklama getirmiştir. Sonuç olarak haftanın düzeyine A1 olarak karar verilmiştir.

On dördüncü hafta ve *on beşinci hafta*, çember ve daire modülünün yürütüldüğü haftalardır. Her iki haftada da benzer göstergeler gözlenmiştir. Şöyle ki geçen haftalarla da uyumlu olarak soruların çözümüne geçmeden önce soruyu, soruda verilen ve istenenleri kendi cümleleri ile özetledikleri tespit edilmiştir. Problem çözme süreci ile uyumlu olarak bir sonraki aşamada problem çözme tasarıları yapıp, bunları diğer gruplarla ve öğretmenleri ile paylaşmışlardır. Sonuçta MO sorularının çözümünde yüksek başarı gösterdikleri görülmüştür. Bu veriler ışığında haftalık düzey A1'dir.

On altıncı hafta, problem çözümlerinde öğrencilerin artık belli bir seviyeye geldiği bir süreç olmuştur. Özellikle açık uçlu karaktere sahip olan yani birden fazla doğru sonuca sahip MO sorularında (Fasulye gibi) farklı düşünme ve çözüm yolları üretmişlerdir.

Daha önceki haftalardakine benzer olarak bir problemde yine eksik bilgi verilerek öğrencilerin fark etmesi beklenmiştir. Sıcaklık Grafiği sorusunda haftalık sıcaklık grafiği verilmiş ve son günlerin değerleri boş bırakılmıştır. Öğrenciler;

Ö: Bize vermemiş ki nasıl bileceğiz?

H: Neyi vermemiş?

Ö: Son iki günkü sıcaklık değerlerini verirseniz işaretleyebilirim.

şeklinde olmuştur. Başka bir grupta,

H: İkinci soruda kalan iki günkü sıcaklıkları tamamlamanız istenmiş. Bu nasıl olacak?

$Ö_1$: Yine aynı şekilde tamamlarım o günleri de.

$Ö_2$: Yapamazsın.

Ö$_1$: Neden?

Ö$_2$: Sıcaklığın aynı şekilde devam ettiğini nereden biliyorsun?

H: Güzel. Peki hangi bilgiye ihtiyacın var bu durumda?

Ö$_2$: O günlerin hava sıcaklığına.

şeklindeki diyaloglar neticesinde öğrenciler eksik bilgiyi ifade etmiştir. Bir grup,

Ö$_1$: Mayısın 15'inde hava nasıldı acaba?

Ö$_2$: O günlere ait sıcaklık bilgilerine bakarak bulabiliriz.

şeklinde eksik bilgiyi nasıl tamamlayabileceklerine yönelik düşüncelerini paylaşmıştır. Bazı gruplar ise rastgele olarak son iki günü tamamlamış, "*Şekil öyle gidiyordu*" şeklinde yorum yapmışlardır. Eksik bilgi tamamlandıktan sonra sorunun devamındaki aşamaları da tamamlamışlardır. Öğrencilerin çalışmaları, yorum ve yaklaşımları dikkate alınarak düzey A1 olarak belirlenmiştir.

Problem çözme için strateji oluşturma yeterliği, anlama, çözüm yoluna karar verme ve uygulama, çözümü paylaşma, sonucu yorumlama, sonucu yaşamsal değerlendirme olmak üzere beş boyutta ele alınmıştır. Boyutlar ve boyutların her birine ait göstergeler dikkate alındığında öğrenciler öncelikle anlama adı verilen ilk aşamada zorluk yaşamışlardır. Bağlamı yeterince çözümleyemeyen öğrenciler problem koşullarını göz ardı etme, bilinmeyenin ne olduğunu belirleyememe gibi çeşitli durumlar neticesinde problem çözme aşamasına devam edememiştir. Zamanla öğrencilerin kendi geliştirdikleri bir müdahale ile bu sorunun üstesinden geldiği gözlenmiştir. Şöyle ki öğrenciler problemi daha yalın bir dille ve kendi ifadeleri ile yazmış, problemde verilenleri kağıt üzerinde alt alta özetlemiş ve asıl neyin sorulduğunu tespit etmişlerdir. Böylece bu boyuttaki zorluğu büyük oranda aşmışlardır. Sırası gelen boyutlarda öğrenciler genel anlamda başarılı bir süreç geçirmiştir. Öğrenciler çözüme başlamadan önce bir çözüm planı tasarlamış ve bu planlarını çoğu durumda diğer öğrencilerle ve öğretmen ile paylaşmışlardır. Problem çözme sürecinde farklı stratejiler kullandıkları (geriye doğru çalışma, tablo yapma gibi) belirlenmiştir. Arkadaşlarına ve öğretmene çözümlerini açıklamışlar, farklı bir yollar çözdüler ise farklı çözüm yollarını paylaşmada isteklilik göstermişlerdir. Sonucu yorumlama boyutuna ilişkin genel olarak herhangi bir göstergeye rastlanmamıştır. Öğrenciler farklı çözüm yollarına açık olmakla birlikte farklı yollardan çözümü doğrulama, sonuçların doğruluğunu kontrol etme gereği duymamıştır. Son olarak yaşamsal değerlendirme ile ilgili özellikle 5. ve 7. haftada bağlama yönelik kendi yaşamlarından örnekler paylaşmışlar, ulaştıkları sonucu yaşamsal açıdan değerlendirmişlerdir.

Grafik 2

Problem çözme için strateji oluşturma yeterliğinin düzeylerindeki değişim

Grafik 2'de haftalara göre problem çözme için strateji oluşturma yeterliğinin düzeylerindeki değişim verilmiştir. Tabloda görülen 8, 10 ve 12. haftalarda yeterlik düzeyinin en alt seviye olan 0 seviyesinde olma sebebi, öğrencilerin yeterliği gösterememesi değildir. Bu haftalarda yeterliği ortaya çıkaracak uygulamalara yer verilmemesi ve bu sebeple yeterlik göstergelerine rastlanamamasıdır.

4.2.1.3. Muhakeme ve argüman üretme yeterliği.

4.2.1.3.1. Muhakeme ve argüman üretme yeterliğine ilişkin ön-son testteki başarı durumlarının betimsel analizi.

Muhakeme ve argüman üretme yeterliği ön ve son testte sorulan 11 açık uçlu soru üzerinden ölçülmüş olup, testten elde edilen veriler araştırmacı tarafından geliştirilen rubrik kullanılarak değerlendirilmiştir. Her problem için alınabilecek tam puan 3'tür. (0-3 puan üzerinden değerlendirmeler yapıldı) Toplam 31 öğrencinin verdiği cevaplar betimsel olarak incelenmiş ve Tablo 33'de sunulmuştur.

Tablo 33

Öğrencilerin eğitiminden önce ve sonra uygulanan ön-son testlerde muhakeme ve argüman üretme yeterliğine ilişkin soru bazında elde ettikleri başarı durumları

Muhakeme ve Argüman Üretme Yeterliğine İlişkin Betimsel Analiz Sonuçları				
	Ön Test		Son Test	
Sorular	$\bar{x}$	ss	$\bar{x}$	ss
Konaklama II	.29	.643	2.03	1.048
Boya	.58	.502	2.00	1.125
Elmalar I	1.42	.564	1.65	.798
Elmalar II	.00	.000	.32	.653
Elmalar II	.32	.475	1.13	1.118
Milletvekili II	.00	.000	.61	1.086
Kıta Alanı	.06	.250	.84	.969
Posta Ücretleri II	1.42	1.311	1.23	.956
Dvd Kiralama I	.29	.588	1.10	.908
Dvd Kiralama II	.03	.180	1.35	.661
Kitaplık	.90	1.136	1.87	1.231

Ön ve son testler karşılaştırıldığında problemlerin biri hariç hepsinde ortalama puanlar son test ile artış göstermiştir. Posta Ücretleri II sorusunda ise ön-test ortalamalarına yakın olmakla birlikte son testte küçük bir düşüş olmuştur. Bu problemler arasında en çok doğru yapılma oranı 2.03 ile Konaklama II problemindedir ve ön teste kıyasla çok fazla bir artış olmuştur. Bu soru ise öğrencilerin var olan bir model üzerinde bir konaklama yerinin lehine olacak şekilde değişiklik yapmayı gerektirmektedir. Her iki testte de doğru yapılma oranı Elmalar II sorusunda düşük çıkmıştır. Öğrencilerin bu soruya ilişkin argüman üretemedikleri belirlenmiştir. Bunun yanı sıra Elmalar II, Milletvekili II, Kıta Alanı ve Dvd Kiralama II başlangıçta neredeyse hiç cevaplanmamış ya da cevapların tamamının sıfır puan aldığı problemler olmuştur. Bu sorulara ilişkin son test ortalamalarında bir artış olduğu görülmektedir.

4.2.1.3.2. Muhakeme ve argüman üretme yeterliğine ilişkin nicel bulgular. Uygulanan testlerde muhakeme ve argüman üretme yeterliğini ölçmek için toplamda 11 soru yöneltilmiştir. Bu sorulara verilen cevaplar doğrultusunda öncelikle verilerin normal dağılıma uygunlukları araştırılmıştır. Buna göre Tablo 34 ve 35'de ön test sonuçlarına ilişkin normallik testleri verilmiştir.

Tablo 34

Deney ve kontrol gruplarının muhakeme ve argüman üretme yeterliğine ilişkin ön test sonuçlarına göre normallik testi

Gruplar	Kolmogorov-Smirnov			Shapiro-Wilk			Levene
	İstatistik	sd	p	İstatistik	sd	p	p
Deney Grubu Ön Test	.145	31	.096	.954	31	.196	.052
Kontrol Grubu Ön Test	.176	29	.023	.896	29	.008	

Tablo 35

Deney ve kontrol gruplarının muhakeme ve argüman üretme yeterliğine ilişkin ön test sonuçlarına göre normallik için bir başka değerlendirme

Gruplar	Çarpıklık	Çarpıklık/ Standart hata	Basıklık	Basıklık/ Standart hata
Deney Grubu Ön Test	.531	1.260	.549	.668
Kontrol Grubu Ön Test	.842	1.940	.117	.138

Tablo 34'e göre normalliği test eden Kolmogorov-Smirnov (n>30) testi sonucuna göre deney grubu (p=.096) için p>.05 olduğu için normal dağılım sergilemektedir. Kontrol grubu için ise normalliği test eden Shapiro-Wilk testi (n<30) sonuçlarına (p=.008) göre p<.05 olduğundan verilerin normal dağılım sergilemediği belirlenmiştir. Bu durumda diğer normallik şartları aranmıştır. Tablo 35'de verilen değerlere göre, kontrol grubu verileri için çarpıklık ve basıklık değerlerinin 1'den küçük olması ve standart hataya oranlarının $\pm$1,96 değerleri arasında kalması normalliğin bir göstergesidir. Son olarak verilerin histogram grafiği incelenmiş ve normalliğe yakın bir dağılım sergilemesi dolayısı ile kontrol grubunun normal dağılım sergilediğine karar verilmiştir. Bu sonuçlara göre verilere *bağımsız gruplar t-testi* uygulanmasına karar verilmiştir.

Verilere uygulanan bağımsız gruplar t-testi sonuçları Tablo 36'da sunulmuştur.

Tablo 36

Deney ve kontrol gruplarının ön test sonuçlarının bağımsız gruplar t-testi ile karşılaştırılması

Gruplar	N	$\bar{x}$	s	sd	t	p
Deney Grubu Ön Test	31	5.48	3.161	58	.764	.448
Kontrol Grubu Ön Test	29	4.76	4.155			

Tablo 36'ya göre öğrencilerin muhakeme ve argüman üretme yeterlik düzeylerini ortaya koymak amacıyla uygulanan ön test sonuçları arasındaki farklılığı belirlemek için uygulanan bağımsız örneklemler için t-testinde, kontrol grubunun ön test ortalaması ($\bar{x}_{KÖ}$=4.76) ile deney grubunun son test ortalaması ($\bar{x}_{DÖ}$=5.48) arasında anlamlı fark olmadığı görülmüştür [$t_{(58)} = .764, p > .05$]. Bu durumda deney ve kontrol gruplarının yeterlik düzeyleri arasında anlamlı fark olmadığı ve grupların denk olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Ön test sonuçlarının yanı sıra, deney ve kontrol gruplarının son testleri arasındaki farkın anlamlılığı da incelenmiştir. Bundan önce uygulanacak testin güvenilir sonuçlar verebilmesi için gerekli normallik koşulları incelenmiştir. Normallik testi sonuçları Tablo 37'de sunulmuştur.

Tablo 37

Deney ve kontrol gruplarının normallik testi sonuçları

	Kolmogorov-Smirnov			Shapiro-Wilk		
	İstatistik	sd	p	İstatistik	sd	p
Deney Grubu Son Test	.083	31	.200	.984	31	.908
Kontrol Grubu Son Test	.123	29	.200	.962	29	.377

Tablo 37’de görüldüğü üzere deney grubu için Kolmogorov-Smirnov testi sonuçlarına (p=.200) göre p>.05 olduğu için veriler normal dağılım göstermektedir. Kontrol grubu için ise Shapiro-Wilk testi sonuçlarına (p=.377) bakılmış ve p>.05 olduğundan verilerin normal dağılım sergilediği sonucuna varılmıştır. Bu sonuçlara göre verilere *bağımsız örneklemler için t-testi* uygulanabileceğine karar verilmiştir. Buna göre deney ve kontrol gruplarının son test sonuçları arasındaki farkın anlamlılığını belirlemek amacıyla yapılan bağımsız örneklemler için t-testi sonuçları Tablo 38’de görülmektedir.

Tablo 38

Deney ve kontrol gruplarının son test sonuçlarının bağımsız örneklemler için t-testi ile karşılaştırılması

Gruplar	N	$\bar{x}$	s	sd	t	p
Deney Grubu Son Test	31	16.03	5.834	58	9.355	.000
Kontrol Grubu Son Test	29	5.21	2.258			

Tablo 38’e göre verilen eğitimin, muhakeme ve argüman üretme yeterliği üzerinde istatistiksel olarak anlamlı bir etkisinin olup olmadığını belirlemek için gerçekleştirilen bağımsız örneklemler için t-testinde, kontrol grubunun son test ortalaması ($\bar{x}_{KS}$=5.21) ile deney grubunun son test ortalaması ($\bar{x}_{DS}$=16.03) arasında anlamlı fark olduğu görülmüştür $[t_{(58)} = 9.355\,, p < 0.01]$. Bu durumda deney ve kontrol gruplarının yeterlik düzeyleri arasında anlamlı fark olduğu ve eğitim alan deney grubundaki öğrencilerin muhakeme ve argüman üretme yeterlik düzeylerinin kontrol grubuna göre daha yüksek olduğu görülmüştür. Bu veri grubu için etki büyüklüğü (d) ise;

$$d = t\,.\sqrt{\frac{N_1+N_2}{N_1\,.\,N_2}} \quad \Longrightarrow \quad 9.355\,.\sqrt{\frac{31+29}{31\,.\,29}} = 2.416$$

olarak bulunmuştur. d=2.416 olarak elde edilen değerin 1’in üstünde olması, deneysel uygulama sonucunda oluşan etkinin büyüklüğüne işaret etmektedir (Green & Salkind, 2008).

Buna göre verilen eğitimin deney grubu öğrencilerinin muhakeme ve argüman üretme yeterliği başarı düzeylerini artırmada büyük bir etki yarattığı sonucuna varılmıştır.

Deney grubunun ön ve son test puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı fark olup olmadığını test etmek için testlerden elde edilen toplam puanlara öncelikle normallik testleri uygulanmıştır. Normallik testleri, toplamları kıyaslanacak verilerin fark puanları (ön-son test puanları farkı) üzerinden yapılmıştır (Can, 2019). Fark puanları veri dizisi elde edildikten sonra Tablo 39'da normallik sonuçları sunulmuştur.

Tablo 39

Deney grubunun normallik testi sonuçları

	Kolmogorov-Smirnov			Shapiro-Wilk		
	İstatistik	sd	p	İstatistik	sd	p
Deney Grubu Ön-SonTest	,105	31	,200	,966	31	,419

Tablo 39'da görüldüğü üzere normalliği değerlendiren Kolmogorov-Smirnov testi sonuçlarına göre deney grubundaki öğrencilerin ön ve son testleri arasındaki farkın oluşturduğu veri dizisi için $p>.05$ olduğundan verilerin normal dağılım sergilediği sonucuna varılmıştır. Buna göre normallik şartları sağlandığı için verilere *bağımlı örneklemler için t-testi* uygulanmasına karar verilmiştir.

Grubun ön ve son test puanları arasındaki farkın anlamlılığını belirlemek amacıyla yapılan bağımlı örneklemler için t-testi sonuçları Tablo 40'da görülmektedir.

Tablo 40

Deney grubunun ön test ve son test sonuçlarının bağımlı örneklemler için t-testi ile karşılaştırılması

Gruplar	N	$\bar{x}$	s	sd	t	p
Deney Grubu Ön Test	31	5.48	3.161	30	10.749	.000
Deney Grubu Son Test	31	16.03	5.834			

Verilen eğitimin öncesinde ve sonrasında elde edilen muhakeme ve argüman üretme yeterliğine ilişkin puanların ortalamaları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olup olmadığını belirlemek için yapılan bağımlı örneklemler için t-testi sonucunda uygulamadan önce yapılan ön test puanlarının ortalaması ($\bar{x}_{ÖT}$=5.48) ile uygulamadan sonra yapılan son test puanlarının ortalaması ($\bar{x}_{ST}$=16.03) arasında anlamlı bir fark (Tablo 40) görülmüştür $[t_{(30)} = 10.749, p < 0.01]$.

Bu veri grubuna uygulanan test sonucunda ortaya çıkan fark üzerinde uygulamanın etki büyüklüğü (d);

$$d = \frac{t}{\sqrt{N}} \Rightarrow \frac{10.749}{\sqrt{31}} = 1.930$$

olarak bulunmuştur. d=1.930 olarak elde edilen değerin 1'in üstünde olması, deneysel uygulama sonucunda oluşan etkinin büyüklüğüne işaret etmektedir (Green & Salkind, 2008). Buna göre verilen eğitimin deney grubundaki öğrencilerin muhakeme ve argüman üretme yeterlik düzeylerini artırmada büyük bir etki yarattığı sonucuna varılmıştır. Bu sonuçla paralel olarak uygulama öncesi yeterlik düzeyi için ortalama 5.48 iken yaklaşık 10 puanlık bir artış kaydederek uygulama sonrasında ortalama 16.03'e çıkmıştır.

4.2.1.3.3. Muhakeme ve argüman üretme yeterliğine ilişkin öğretim sürecinde elde edilen nitel bulgular.

Muhakeme ve argüman üretme yeterliği, uygulama öncesi öğretim süreçlerinde kısmen gözlenmekle birlikte modüllerin yürütüldüğü bu derslerde özellik yapılan etkinlikler ve çözülen MO problemleri ile birlikte yeterliğin göstergelerine sıkça rastlanmıştır. Öğrenciler başlangıçta bu yeterliğe ilişkin çeşitli zorluklar yaşamış olmalarına karşın zamanla alışmışlar, yeterliği ortaya çıkaracak sorulara cevap vermeye, tartışmalara katılım göstermeye başlamışlardır.

Birinci hafta, öğrencilerin yaptıkları muhakemelerin çoğunlukla hatalı olduğu tespit edilmiştir. Bu durumun bir sebebinin MO problemleri ile ilk kez karşılaşmış olmaları olduğu düşünülmüştür. Bunun yanı sıra öğretmen tarafından özellikle yöneltilen "Neden?" sorularına cevap verebilmişlerdir. Öğretmenin neden sorusunu yöneltmesindeki sebep, verdikleri cevapları, çözüm yollarını açıklamalarını, matematiksel dayanaklarını ifade etmelerini sağlamaktır. Örneğin; rasyonel katsayılı bir denklemde öğrenci x yerine 4x demiştir. Buna yönelik öğretmenin neden 4x aldın sorusuna karşı cevabı, *“Hocam çünkü böyle daha kolay bölünüyor. Hem de paydaları olmuyor.”* şeklinde yürüttüğü muhakemeyi sebepleri ile açıklamıştır.

Hesaplama gerektiren sorularda başarı gösteren öğrenciler, hesaplamaların sonucunda karar vermeyi gerektiren durumlarda zorlanmıştır. Bu zorlanmanın bir sebebi yeterli düzeyde muhakeme edemedikleri için karar vermede de zorlanmaları olarak görülmüştür. Bu hususlar dikkate alınarak haftalık yeterlik düzeyi C1 olarak belirlenmiştir.

Resim 25

Manav sorusu

5) Manav

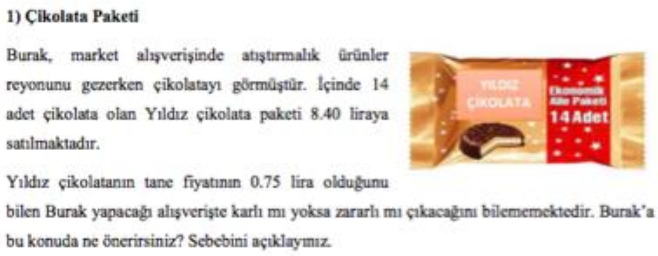
Manav Fahri, pastanenin birinden 255 adet limon siparişi almıştır. Kasalarla taşınacak olan bu limon için bir miktar kasaya ihtiyacı vardır. Önceki siparişlerden bir kasanın yaklaşık 30 adet limon aldığını biliyor.

Buna göre manav Fahri’nin sipariş miktarını karşılayabilmek için kaç kasaya ihtiyacı vardır?

İkinci hafta, öğrenciler zaman zaman doğru bir muhakeme ile sonuçlara ulaşırken bazı zamanlarda ise hatalı muhakeme yürütmüşlerdir. Örneğin; 100 ml için salataya konacak ürün miktarları verilen Sos sorusunda 150 ml’lik bir karışımı nasıl elde edecekleri sorulmuştur. Öğrencilerden gelen cevaplar; “*Bence 150 ml dediği için bir kendileri bir de yarılarını almak gerekiyor. O yüzden kendilerini ve yarılarını toplarım.”, “Salata yağı sirkenin yarısı kadar ve soya sosu sirkenin 3’te 1’i kadar. Bu oranları bozmadan miktarları artıracağız. Artan 50’yi bu oranlara göre dağıtırım.”* şeklindedir. Yürüttükleri muhakemeleri böylece sınıfla paylaşmışlardır. Resim 25’te verilen soruda bir tanesinin 30 limon aldığı kasalar ile 255 limon taşınmak istenmektedir. Değerler oranlandığında 8,6 çıkmış ve öğrencilerin çoğu bunun yukarı bir tamsayıya yuvarlanması gerektiğini, *“8 kasayı tam kullanırım, kalan 15’i için bir* *kasaya daha ihtiyaç var."* şeklinde doğru bir muhakeme ile ifade etmişlerdir. Bazı öğrenciler ise daha problem çözümüne geçmeden muhakeme ederek sonuç hakkında tahminlerde bulunmuştur. Örneğin; mil-km dönüşümü gerektiren bir soruda öğrenci, *"1 mile 1,6 km ise 1 km'nin 1'den daha az değerde olmasını beklerim. Şimdi bunu hesaplayacağım."* şeklinde sonuçla ilgili öngörüsünü açıklamıştır. Bu örneklerde olduğu gibi birçok öğrenci doğru muhakemeleri paylaşabilmiştir. Bazıları doğru muhakeme yürütse dahi bunu ifade etmede güçlük yaşamıştır. Yine bazıları sayısal işlemleri yürütmüş ancak sonucunda karar vermesi gereken (tane mi paket mi, küçük boy mu büyük boy mu gibi) durumlarda tercih yapamamış veya yaptıkları tercihler bir mantığa, argümana dayanmaktan uzak sadece rastgele bir cevap olmuştur. Bazı öğrenciler ise direk hatalı muhakemelerde bulunmuşlardır. Bu hatalı muhakemelerin bir çoğunluğu soruda verilen koşulları dikkate almama, farklı birimleri bir arada kullanma, verileri yanlış yorumlama şeklinde gerçekleşmiştir.

Resim 26

Çikolata paketi sorusu


1) Çikolata Paketi

Burak, market alışverişinde atıştırmalık ürünler reyonunu gezerken çikolatayı görmüştür. İçinde 14 adet çikolata olan Yıldız çikolata paketi 8.40 liraya satılmaktadır.

Yıldız çikolatanın tane fiyatının 0.75 lira olduğunu bilen Burak yapacağı alışverişte karlı mı yoksa zararlı mı çıkacağını bilememektedir. Burak'a bu konuda ne önerirsiniz? Sebebini açıklayınız.

Öğretmen bu haftaki çalışmalar sürecinde de öğrencilere buldukları cevaplar, söyledikleri ifadeler ve yorumları ile ilgili sıklıkla "neden?" sorusunu yöneltmiştir.

Öğrencilerin verdikleri cevaplar ise daha açıklayıcı ve anlaşılır olmuştur. Örneğin; öğretmen Resim 26'daki Çikolata Paketi sorusu için paket alımını tercih eden öğrenciden seçiminin nedeni açıklamasını istemiş ve öğrenci*, "Önce bir adedinin fiyatına baktım. Paketin adet fiyatı daha ucuz. Yine tane satılanları çarpınca kutu fiyatından fazla oluyor. İki türlü de karşılaştırdım. Bu nedenle paketi tercih ettim."* şeklinde ayrıntılı ve matematiksel işlemlere dayalı bir cevap vermiştir. Burada dikkat çeken durum öğretmen sormadıkça öğrencilerin çoğunun nedeni açıklamayı es geçmiş olmalarıdır. Sonuç olarak haftalık göstergeler ışığında düzey B1 olarak belirlenmiştir.

Üçüncü hafta, öğretmenin yönlendirdiği “Neden? Çünkü ...” diyaloglarına başarılı bir şekilde cevap verebildiler. Örnek olarak oran-orantı modülünde öğrenci ve öğretmen arasında geçen bir diyalogda öğrenci;

H: “Neden orantı hesabında her seferinde soruda geçen miktarları yazıyoruz?”

Ö: “Çünkü hocam elimizdekinin ne olduğunu bilmemiz gerekiyor. Ona göre oran yazıyoruz.”

H: “Peki 6240 çavdar ekmeği diyor bunu paya mı paydaya mı yazacağız?”

Ö: “Yukarıya”

H: “Neden?”

Ö: “Çünkü diğerini de yukarı yazılmış.”

şeklinde kavramın uygulamasına yönelik düşüncesini paylaşmıştır. Bir diğer soru olan Demirci’de (Resim 27) öğrenciler soruyu çözmüş ve dayanaklarını;

Resim 27

Demirci sorusu

1) Demirci

Bilal usta bir demir çubuğu 2 eş parçaya bölmek için 20 lira para alıyor. Aynı çubuğu 8 eşit parçaya böldürmek istesek Bilal ustaya kaç lira ödememiz gerekir?

Ö$_1$: “Çünkü 8 parçaya ayırmak istiyoruz ve 8 parçaya ayırmak için 7 kez kesmesi lazım.”

Ö$_2$: “İki eşit parçaya ayırdığı zaman sadece 1 kez kesmiş oluyor. Bu da demek oluyor ki sekiz eş parçaya bölmek için bir eksiği olmalı. 7 kez kesmiş olacak.”

şeklinde açıklamışlardır. Bazı sorularda ise öğretmen yine niçin böyle söyledin, neye dayanarak buna karar verdin gibi ek sorular ile öğrencilerin düşüncelerini ortaya koymalarını istemesine karşın çok az öğrenciden cevap alabilmiştir.

Muhakeme etme süreci öğrencilerin kendi arasında ve öğretmenle olan diyalogları esnasında sıklıkla ortaya çıkmıştır. Bu diyaloglar ile öğrencilerin yürüttükleri doğru muhakemeler belirlenebilmiştir. Örneğin; öğretmenin başlattığı kavramsal bir diyalog aşağıda sunulmuştur:

H: "Peki neden doğru orantı diyoruz?"

Ö: "Doğrusal bir şekilde gidiyor, artış azalış olmadan, o kural hiç bozulmadan gidiyor."

H: "Kuralın bozulmaması orantılı olduğunu gösterir evet. Ama doğru olduğu neden?"

Ö: "Dümdüz gittiği için."

Ö: "Örüntülü gittiği için."

H: "Bu dedikleriniz hep orantının özellikleri biraz daha doğru kelimesine anlam yükleyelim."

Ö: "Hocam üstteki 2 katı arttıkça alttaki de 2 katı artıyor."

H: "Arttığı için diyorsun yani."

Ö: "Hocam biri artarken diğeri de artınca veya biri azalırken diğeri de azalınca."

Ö: "Hocam o zaman Avrupa'daki ayakkabı boyları doğru orantılı." (ayakkabı boyu sorusuna atıfta bulunuyor.)

Ö: "Peki hocam doğru orantı varsa bir de yanlış orantı mı var?"

H: "Hayır ona ters orantı diyoruz. Ama doğru orantı böyle ise bunun tersi nasıl mümkün oluyor? Nasıl bir şey olabilir?"

Ö: Hocam mesela yukarıdaki artı olarak gidiyor, aşağıdaki eksi olarak gidiyor. Mesela yukarısı +10, aşağısı -6 gibi (negatif-pozitifliğe odaklandı)"

H: Yok hayır. Biz kat ilişkisine bakıyoruz yine, sanki senin dediğin toplama çıkarmaya giriyor biraz.

Ö: Mesela $\frac{20}{12}$ var hocam ama ondan sonra gelen kesir $\frac{22}{7}$ oluyor, aynı şey olmuyor.

Ö: Ama öyle olmaz ki senin dediğin orantılı bile olmuyor.

Ö: $\frac{10}{12}$ de payı 2 ile çarpacağız 20, paydayı 2 ile böleceğiz 6.

H: Evet arkadaşınızın dediği doğru. Peki günlük hayat durumunda bunun nasıl bir karşılığı olabilir?

Ö: Hiçbir fikrim yok.

H: Mesela burada ne dedik portakal arttıkça portakal suyu miktarı daha fazla çıkar. Ama daha fazla bir şeyden daha az bir şey nasıl olabilir?

Ö: Hocam 2 al 1'ini öde kampanyasında olabilir mi?

H: O zamanda çoğalıyor ama.

Ö: Ama hocam 2 alınca 1 tanesi bedavaya geliyor. Üstteki artıyor, alttaki aynı kalıyor.

H: Sizce bu olabilir mi arkadaşlar? Evet aynı oranda olursa olabilir. Başka örnekler için siz yine düşünün.

Ö: Denemede yanlış sayın arttıkça toplam puanın azalıyor."

Burada öğrencilerin muhakemeleri sonucunda ilk olarak doğru orantının iki özelliği ortaya konmuştur: (i) oranın korunması ve (ii) artarak veya azalarak devam etmesi. Devamında ise ters orantı kavramı hissettirilmiş ve bilinen bir kavramdan yola çıkarak yeni kavram hakkında yorum yapılmıştır.

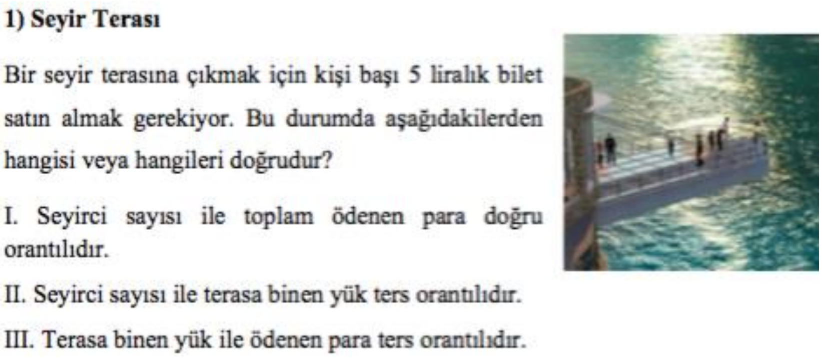
Aynı zamanda hatalı bazı muhakemelerin de olduğu görülmüştür. Hatalı muhakemelerin en temel sebebi kavramla ilgilidir. Hala orantı hesabında oranı göz ardı edip, fark ilişkisine bakan öğrenciler olmuştur.

Bu hafta öğrencilerin ilk kez “ikna etme” sözünü kullandıkları duyulmuştur. Grupla çalışan öğrenciler bazen grup arkadaşları ile çatışmış, farklı çözüm yolları yürütmüş, farklı görüşler sunmuştur. Bununla ilgili olarak “Hocam sonuç böyle çıkacak diyorum (grup arkadaşına) ama anlatamıyorum, kabul etmiyor.” şeklinde uğraşılarını ifade etmiştir. Tüm hafta değerlendirildiğinde yeterlik düzeyi B1 olarak karar verilmiştir.

Dördüncü hafta, artık öğretmen sormadan öğrenciler çözüme ilişkin dayanaklarını açıklamaya başlamıştır. Başlangıçta sadece bir probleme ilişkin sonucu söylemekle yetinen öğrenciler ancak öğretmenin sorgulamaları ile neden bu sonuca ulaştıklarını ifade etmişti. Bu haftada ise soru kalıbına da alışmaları ile birlikte direk kendileri açıklama eğilimi göstermiştir. Örneğin; bir ifadenin orantılı mı orantısız mı olduğuna dair kararlarını açıklarken; *“Biri 4 katı iken diğeri 4 kata çıkmamış. O yüzden orantısız.”* sebepleri ile dile getirmişlerdir.

Resim 28

Seyir terası sorusu


1) Seyir Terası

Bir seyir terasına çıkmak için kişi başı 5 liralık bilet satın almak gerekiyor. Bu durumda aşağıdakilerden hangisi veya hangileri doğrudur?

I. Seyirci sayısı ile toplam ödenen para doğru orantılıdır.

II. Seyirci sayısı ile terasa binen yük ters orantılıdır.

III. Terasa binen yük ile ödenen para ters orantılıdır.

Yine Resim 28’de verilen Seyir Terası adlı bir başka soruda verilen öncüllerin doğruluğunu tartışan öğrenciler görüşlerini,

Ö$_1$*: “Hocam ben soruyu yorumlayayım. ... ikincisi yanlış. Çünkü seyirci arttıkça yük de artar. Üçüncüsü de yanlış. Çünkü kişi sayısı arttıkça ödenen para da artacaktır.”*

Ö$_2$*: “x ve y doğru orantılıdır. Çünkü kişi sayısı arttıkça ödenen para da artar. x ve z ters orantılı denmiş. x kişi sayısı idi ve kişi sayısı arttıkça kişi başına düşen yer* *azalıyor evet doğru ters orantılı. Son olarak deniyor ki y ile z doğru orantılı. Ödenen para arttıkça doğru orantılı değil ters orantılı. Ödenen paranın artması demek kişilerin fazlalaşması demek. Böyle olunca da kişi başına düşen yer azalır."*

şeklinde ayrıntılı ve sebepleri ile açıklamışlardır.

Bazı durumlarda ise muhakeme sürecine yön veren kişi öğretmen olmuş, grup çalışmalarında veya genel sınıf çalışmalarında ara sorular sorarak öğrencileri düşündürmüş ve konuşturmuştur. Örneğin; ters orantıya geçiş için yöneltilen bir soruda bir salondaki belirli miktar havanın salondaki kişi sayısı arttıkça değişimi tartışılmıştır.

H: Salona iki kişi girince havayı paylaşmaz mıyız?

Ö: 800 olur.

H: Mevcut hava oranı belli, 400. Bir kişi 400 kullanırken 2 kişi gelince ne olur?

Ö: Hocam eksiye düşer.

H: Eksiye düşmez de azalır. Şimdi 400'lik havayı biz iki kişi nasıl paylaşırız?

Ö: 200-200 olur o zaman.

H: Peki, 3 kişi olsak nasıl olurdu?

Ö: 3'e böleriz.

Diğer gruplarda da benzer süreçler olmuştur. Öğretmen her gruba benzer sorular sorarak sonuca ulaşmalarını sağlamıştır.

H: Salona 2 kişi girersek havayı nasıl paylaşırız?

$Ö_1$: Yarı yarıya.

Ö: Hocam 2'ye böleceğiz o zaman?

H: 3 kişi girerse ne olur salona?

$Ö_1$: O zaman 3'e böleriz.

$Ö_2$: "2 kişi iken 200-200 olur. 4 kişiyken 100-100 olur. Burada 2 kat artıyor, burada 2 kat azalıyor."

Yapılan doğru ve yeterli muhakemelerin yanı sıra yine bu haftada da hatalı muhakemelerin olduğu gözlenmiştir. Bir önceki haftaya benzer olarak hatalı muhakemelerin sebebi kavramsaldır ve artış azalış oranlarına değil yine farklarına odaklanan öğrenciler olmuştur. Hafta geneli dikkate alındığında düzey B1 olarak karar verilmiştir.

Beşinci hafta, öğrenciler etkinlikleri tamamlarken, problem çözümleri sonucunda ulaştıkları değerleri doğru bir şekilde yorumlayabilmiş ve sonuçlara göre anlam çıkarmışlardır. Örneğin; Resim 29'da verilen Konserve Salça sorusunda öğrenciler; "*x=15 TL'ye satılırsa aynı parayı kazanır iken 16 TL ve üzerinde kar etmeye başlar*" şeklinde ulaştıkları sonucu karlı bir kazanç sağlamak amacıyla yorumlamışlardır.

Resim 29

Konserve salça sorusu

Konserve Salça

Yeni açılan bir salça fabrikasında farklı boyutlarda konserve üretimi yapılmaktadır. 200 gr'lık küçük konservelerin satış fiyatı 6 lira olarak belirlenmiş ve toplamda 3000 adet imal edilmiştir.

5) Konserve Salça 1

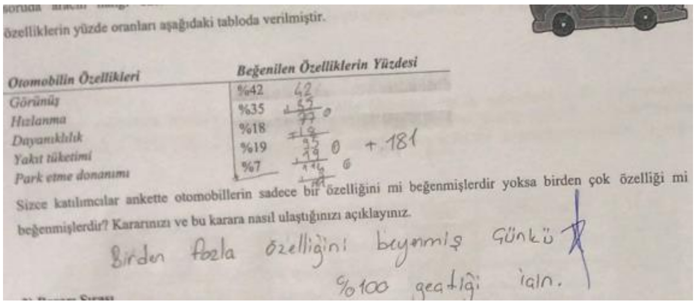
500 gr'lık konserve satışından zarar etmek istemeyen fabrika sahibi, 200 gr'lık konservelerin satışından elde edilen tutarda kazanç sağlamak istemektedir. Buna göre 500 gr'lık konservelerin fiyatı ne olmalıdır?

Grup çalışmasının özellikle bir faydası bu derslerde gözlenmiştir. Gruptaki öğrencilerden biri hatalı bir muhakeme yaptığında diğer öğrenci müdahale etmiştir. Müdahalesinde sebepleri ile birlikte hatanın kaynağını açıklamıştır. Böylece hatalı muhakemelerinde önüne geçildiği bu haftanın düzeyi A1 olarak belirlenmiştir.

Altıncı haftada "niçin" sorusuna cevap vermeye artık alışmış olan öğrenciler, sınıf tartışmaları esnasında argümanlar ileri sürmüşler ve bu argümanları savunabilmişlerdir. Muhakeme etmede başarılı olan öğrenciler muhakemelerini de açıklayabilmiştir. Örneğin; Türkçe hangi harflerin daha sık kullanıldığına yönelik yürütülen bir etkinlikte tahminlerde bulunan öğrencilerden biri; "*Hocam sessiz harflerin arasına hep sesli harfler gelerek kelime* *oluşturuyor. Bu açıdan sesli harflerin en sık kullanılan harf olma ihtimali daha yüksek. O yüzden ben tahminlerimi sesli harflerden yana kullandım*.” şeklinde tahminini dayanakları ile açıklamıştır. Muhakemelerini işlem yapma sürecinde de göstermiş, 100’ün üzerinde bir yüzde hesabı için farklı yöntemler önermişlerdir. Örneğin; bir değerin %110’un hesaplanmasında orantı ile direk çözüme gidebildikleri gibi kimi öğrenciler %100’ün aslında bir değerin kendisi ile eş olduğunu fark etmiş ve %10’u hesaplayarak üzerine ekleme yapmışlardır. Öğrenciler düşüncelerini ve muhakemelerini sözlü olarak açıkladıkları gibi yazılı olarak da ifade etmişlerdir. Öğrencilere dağıtılan çalışma kağıtlarında yer alan MO sorularının birçoğu, düşüncenizi, karara nasıl ulaştığınızı açıklayınız, nedenini ifade ediniz vb şeklinde tükenmektedir. Başlangıçta matematiksel sonuçları yazıp bırakan öğrenciler zamanla sözel açıklamalara da kağıt üzerinde yer vermişlerdir. Örneğin; Otomobil sorusunda çözümünü yapan bir grup ardından bulduğu matematiksel sonucu yorumlamış ve bunu kağıt üzerinde Resim 30’daki gibi paylaşmıştır.

Resim 30

Otomabil sorusu öğrenci çözümü



Bazı öğrencilerde kavrama yönelik bazı hatalı düşünmeler olduğu tespit edilmiştir. 60’ın belli bir yüzdesinin hesabını gerektiren bir soruda bir öğrencinin, *“Hocam şu ana kadar yüzdesini hesapladığımız fiyatlar hep 100’den fazla idi. Mesela 200’ün %30’unu hesaplıyorduk. Ama şimdi 60’ın yüzdesini hesaplarken de aynı işlemi mi yapacağız?”* şeklinde kavrama ilişkin dar bir bakış açısına sahip olduğu görülmüştür. Ancak bu durumu sınıfın geneline taşıyan öğretmen sadece bir öğrencinin bu düşünceyi geliştirdiği fark etmiş ve açıklama getirmiştir. Sonuç olarak haftaki yeterlik düzeyi A1 olarak karar verilmiştir.

Yedinci hafta, öğretmen öğrencilerin sorulara verdikleri farklı cevapları sınıf ortamına taşımış ve öğrencinin muhakemesini tartıştırmıştır. Örneğin; bir öğrenci belli bir yüzde değeri 18 olan sayının asıl değerini bulurken 18'i 3'e bölüp, 4 ile çarpmıştır. Bunun üzerine öğretmen;

H: Niye arkadaşınız böyle bir işlem yaptı, 3'e böldü sonra 4'le çarptı.

Ö: Hocam tamamını bulmaya çalışıyor.

H: Tamam ama niye böyle bir işlem yaptı? (Sessizlik)

Ö: Hocam %75 ya bu aynı zamanda kesir olarak $\frac{75}{100}$ *bu da aynı zamanda* $\frac{3}{4}$ *oluyor.*

şeklinde matematiksel arka planını tartıştırmıştır. Sınıf tartışmaların yanı sıra öğretmen grup çalışmalarını da yer yer yönlendirmiş öğrencilerin düşüncelerini ve işlemlerini açıklamalarını beklemiştir. Örneğin; Bebek Ağırlığı sorusuna ilişkin öğretmenin dört farklı grup ile çalışma diyalogları aşağıda verilmiştir:

$Ö_2$: Hocam anlayamadık biz.

H: Şimdi bebek ağırlığının %10'dan fazla olup olmadığına karar vermek gerekiyor. Sizce?

$Ö_1$: %10'dan fazla.

H: Nereden biliyorsunuz?

$Ö_1$: Tahmin ediyorum.

H: Tahminin neye dayanıyor.

$Ö_1$: (Sessizlik.)

$Ö_2$: Hocam %10'unu hesaplayıp öyle karar verebiliriz.

[...]

H: Bulduğunuz sonucu yorumlayalım bakalım. Sizce bebekteki kilo kaybı normal mi?

Ö$_2$: Hocam bence tehlikeli değil. %10'u daha fazla. Ama bebek daha az kilo vermiş.

Ö$_1$: Kilo kaybı tehlikeli değil.

- - - - - - - - - -

Ö: Hocam ben sonuca gidiyorum sanırım.

H: Anlat bakalım ne yaptın?

Ö: 270 gr vermiş. Bende orantı kurdum. 8,6 çıktı.

H: Peki ne bulmuş oldun böylece?

Ö: (cevap vermede biraz zorlandı. Bekledi.) Hocam verdiği kilonun ...

H: Yüzdesi oluyor.

Ö: Evet yüzdesi oluyor.

H: Peki bebeğin kilo kaybı süreç içinde beklenen bir durum mu? Değil mi?

Ö: Değil hocam.

H: Neden?

Ö: Hocam %10 vermesi gerekiyor ama bu %8,6 vermiş.

H: %10'dan fazlası tehlikeli bir durum. Önlem alman gerekli mi o zaman?

Ö: Hııı. Yok hayır.

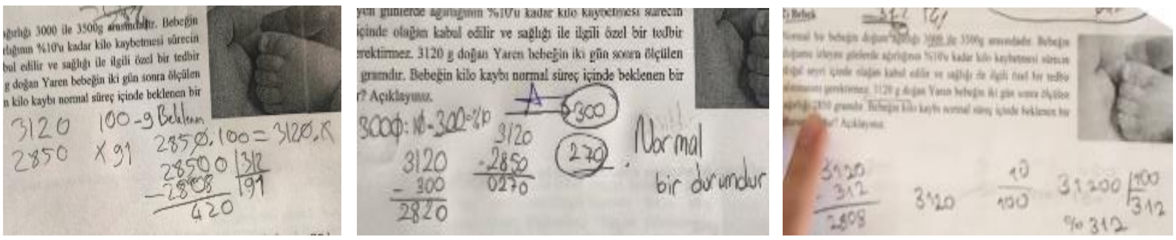
H: Neden?

Ö: %10'un altında çünkü.

- - - - - - - - - -

Resim 31

Bebeğin ağırlığı sorusu farklı öğrenci çözümleri



Yine Resim 31'de yer alan ortadaki örnekte öğrenciler *"normal bir durum"* olarak ifade etmiş ve öğretmen sebebini sorgulamıştır:

H: Neden normal bir durum yazdınız cevap olarak?

Ö: Hocam çünkü %10'un altında bir kilo veriyor.

- - - - - - - - - -

Ö$_1$: Şimdi öncelikle bebeğin olması gereken kilo kaybını bulalım. Değerleri çıkarınca birbirinden bu çıkıyor.

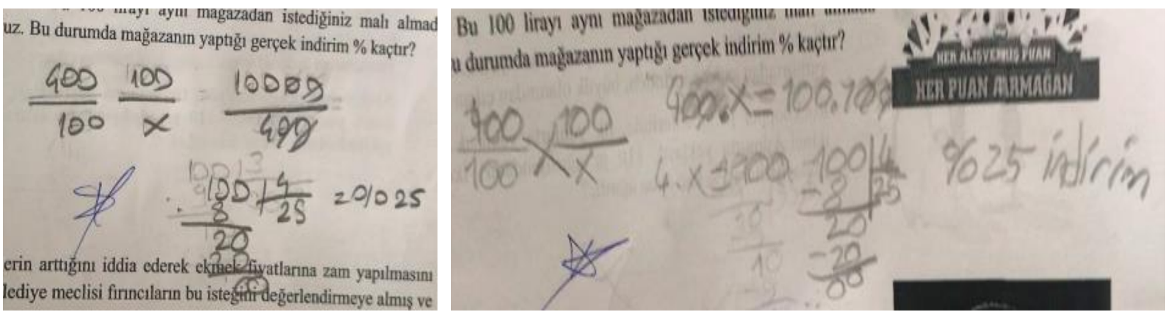
Ö$_2$: Bu değeri nasıl buldun?

Ö$_1$: Öncelikle %10 kayıp olabilir demiş ya. Bende %10'u buldum ve bunu çıkarttım. Baktım ki olması gereken kilo kaybı ne? 2808 kilo olabiliyormuş. Çocuk ise 2850 gr mış. Burada da 2808 gr çıkmıştı. Yani çocuk normalmiş.

Yukarıda görüleceği üzere öğretmenin sorduğu sorulara cevap verebilmişlerdir. Öğrenciler, öğretmene ve diğer öğrencilere düşüncelerini açıklama ve savunma karakterini kazanmaya başlamışlardır. Öğretmene karşı bu durum daha önce gelişmişken son zamanlarda öğrencilerin birbirlerine karşı da düşüncelerini/ savlarını savundukları tespit edilmiştir. Bu haftaki MO soru çözümlerinde de doğru muhakemeler yürütüp, doğru sonuçlara ulaşabilmişlerdir. Örneğin; 300 liralık alışveriş için 100 liralık alışveriş kuponu kazanılması durumunda indirim oranının ne olacağına ilişkin Alışveriş Puanı adlı soruda öğrencilerin cevaplarından birkaçı Resim 32'de verilmiştir.

Resim 32

Alışveriş puanı sorusu öğrenci örnek çözümleri



Öğrencilerin yaptıkları çözümleri, grup çalışma kağıtlarını inceleyerek gören öğretmen ne düşündüklerini sormuş;

$Ö_1$: Hocam 300 değil 400 yaptık. Doğru sonucu bulduk.

$Ö_2$: Toplam alışverişi 400 lira çünkü.

H: Sorunun kritik yeri orası zaten.

şeklinde öğrenciler mantıklarını açıklamışlardır.

Öğrencilerin bu hafta doğru ve yeterli muhakemeler yürütebildikleri gözlemlenmiştir. Örneğin; fiyatı sabit tutularak gramajı 250 gramdan 220 grama düşürülen ekmek fiyatındaki yüzdelik değişimin sorulduğu Ekmek Parası sorusunda öğrenciler, "*Gramajın düşmesi ile fiyatın artması aynı şey zaten. Her iki türlü de zam olmuş oluyor.*" şeklinde doğru bir muhakeme yürüterek doğru bir tespitte bulunmuş ve çözüme ulaşabilmişlerdir. %50, %100 zam/indirimin anlamı hakkında fikir yürütebilmişler, herhangi bir hesaba ihtiyaç duymadan yarıya bölme, iki katını alma gibi işlemler ile sonuca ulaşmışlardır. Burada hatalı bir muhakemesi olan öğrenciye ise grup arkadaşı gerekçeleri ile açıklama yapmıştır. Şöyle ki bir alana bir bedava kampanyası olan Pizza sorusundaki toplam indirim yüzdesi sorulduğunda;

H: İndirim oranı kaç olur o zaman?

$Ö_1$: %100.

$Ö_2$: Saçmalama. Senin dediğin bedava olması demek. Bedavaya mı versin yani. Kimse bedava ürün satmaz.

Buradaki %100 indirimin bedavaya karşılık gelmeyeceği, bu nedenle %100 indirimin olamayacağını ifade etmiştir. Ayrıca 1 alana 1 bedava seçeneğinin günlük yaşamda da karşılaştıkları bir kampanya olduğunu ve bunun %50'lik bir indirime denk geldiğini açıklamıştır. Öğrenciler benzer şekilde grup çalışmalarında aralarında tartışmış ve birbirlerini ikna etmeye çalışmışlardır. Örneğin; bir çözüm sırasında öğrenciler arasında geçen diyalog aşağıdaki gibidir:

Ö$_1$: Cevabı ne buldun?

Ö$_2$: 33

Ö$_1$: Bende 33 buldum ama cevap bu değil. Niye biliyor musun? Biz orantıyı ters kurmuşuz o yüzden. Başta ben de öyle düşünmüştüm.

Ö$_2$: Neresi hatalı ki ben orantıdan çözdüm.

Ö$_1$: İşlemlerin değil. Orantının ifadesi yanlış, verilenleri yazdığımız yerlere dikkat etmeliyiz.

Hatayı fark eden öğrenci arkadaşını ikna etmek için gerekçeleri ile birlikte açıklama yapmıştır. Önceki haftalardan beri gerekçeli açıklamalar yapan öğrenciler, bu hafta itibari ile daha ayrıntılı ve düzgün ifadeler ile gerekçelerini açıklamışlardır. Örneğin; Resim 33'teki Benzin Fiyatı sorusunda,

Resim 33

Benzin fiyatı sorusu

5) Benzin Fiyatı

Hikmet ve Cevat adlarında iki arkadaşın aralarında geçen bir diyalog aşağıda verilmiştir.

....

Hikmet: Petrole yine zam geldi

Cevat: Beni etkilemiyor. Ben daima 100 liralık alırım.

Hikmet: Bu durum zamdan etkilenmediğin anlamına gelmez. Ben de genellikle 100 liralık alırım. Geçen sefer 100 liraya 15 litre benzin almıştım. Bugün 14,5 litre alabildim.

Cevat: Peki, ne demek oluyor bu?

Hikmet: En az %5 zam demek.

....

Sizce bu diyalogda ifade edilen Hikmet'in değerlendirmesi doğru mudur? Düşüncenizi açıklayınız.

Ö$_1$: Hocam bu yanlış.

H: Neden yanlış?

Ö$_1$: Çünkü hocam biz böyle yaptık (çözümünü gösteriyor.) 96,6 devirli çıkıyor yani %5 zam değil, %3,4 zam yapıyor.

H: Peki, Cevat demiş ya zam beni etkilemez, ben daima 100 liralık alırım diye.

Ö$_{1,2}$: Etkilemiş hocam.

H: Nasıl etkiler?

Ö$_2$: Zamda artış oldukça litre olarak arabaya daha az benzin verilir.

Ö$_1$: Yani zararda olur.

- - - - - - - - - -

H: Cevat'ın yaklaşımı doğru mu?

Ö: Hayır değil.

H: Neden?

Ö: Normalde 100 liraya 15 litre alıyordu. Ama zam geldiğinde 100 lira ödediğinde daha az benzin almış olacak.

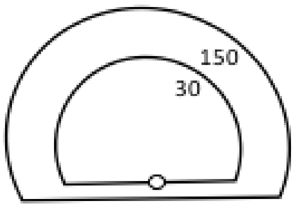
gruplar gerekçeleri ile açıklamalarını yapmıştır. Tüm haftaki çalışmalar dikkate alınarak düzey A1 olarak belirlenmiştir.

Sekizinci haftada öğrenciler, muhakeme ederek sonuç çıkarma ve genellemeye varmaya çalışmışlardır. Örneğin; doğrular ve açılar modülünün yürütüldüğü bu haftada açı özellikleri ile çalışan öğrenciler, *"Hocam kısaca kendi grubu içinde tüm açılar birbirine eşit diyebiliriz. Mesela tüm ters açılar birbirine eşit olur."* şeklinde doğru genellemelerde bulunmuşlardır.

İletki ile açı ölçme kısmı öğrenciler için muhakeme gerektiren bir süreç olmuştur. İletki yapısı gereği üzerinde dar ve geniş açı ölçülerini bir arada buludurnmaktadır.

Şekil 22

İletki üzerindeki dar ve geniş açı ölçüleri



Öğrenciler açıölçerdeki açıyı okurken (şekil 22'deki gibi) 30 ve 150 olmak üzere iki ayrı açı değeri görünmektedir. Öğrenciler burada, dar açılı bir üçgenin açılarını ölçerken bu açı dar mı geniş açı mı olur sorusunu birbirlerine yönelterek sorgulayarak sonuca ulaştılar. Bir öğrenci grubu ise çalışmasında şöyle bir sorgulama yapmıştır:

H: Arkadaşın bu açının bir tanesini (açıortayın kestiği açılardan birini kastediyor) 141^{o} bulmuş.

Ö$_1$: Hocam imkansız.

H: Neden imkansız?

Ö$_1$: Hocam bunlar dar açı. O kadar büyük olamaz.

Ö$_2$: O zaman hocam yaklaşık 40 olabilir.

H: Neden?

Ö$_2$: Hocam dar açı ya.

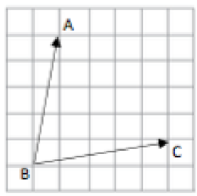
H: Tamam da neden 40 dedin? Niye 70 değil?

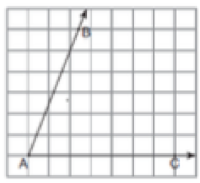
Ö: [...]

Bu sorgulama sürecinden sonra öğretmen açıölçerin 30+150=180 derece olacak şekilde bütünler açı mantığıyla yapılandırıldığını öğrencilere fark ettirmiştir.

Açıortay kavramını öğrenen öğrenciler ilk olarak kağıdı katlayarak açıortayı elde etmiştir. İkinci olarak ise birim kareler üzerinden çizmeye çalışmıştır. Birim karelerden yararlanarak açıortay çizme etkinliğinde başarılı bir muhakeme süreci yürütmüşlerdir.

H: Karelerde yer alan açının açıortayını nasıl çizdiniz? Açıklayabilir misiniz?





Ö$_1$: BA açısı ile BC açısı (açının kollarını kastediyor) karelerin içinde benzer şekilde konumlanmış. O yüzden içteki karelerin tam köşesinden bir çizgi çizersek açıortay olur.

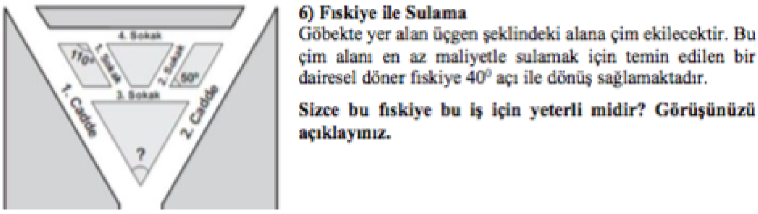
Ö$_2$: Şimdi hocam sonuçta bunlar (açının kolları) tam karelerin üzerinden geçmemiş ki dümdüz değil, biraz daha yamuk geçmişler. O yüzden açıortayın tam karenin köşelerinden geçmemesi lazım. Biraz kayması gerekmiyor mu?

Ö3: Eğer bu BA ve BC tam karelerin çizgilerinde olsaydı yani 90° olsaydı açıortay tam çapraz olarak giderdi. Şu an ise ikisi de simetrik bir şekilde küçüldüğü için aynı şekilde yine çapraz olarak çıkacak aslında. Farkı yok.

şeklinde farklı gruplardan öğrenciler düşüncelerini açıklamıştır. Bu haftaki çalışmalar ve çalışmalardaki öğrenci yeterlik göstergeleri dikkate alınarak düzey A1 olarak belirlenmiştir.

Resim 34

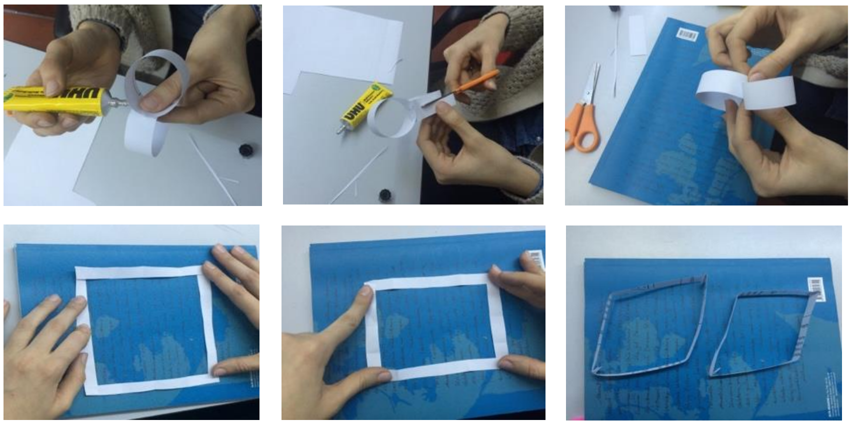
Fıskiye ile Sulama sorusu



Dokuzuncu hafta, öğrenciler çözüm için hangi matematiksel bilgileri kullandıklarını yani dayanaklarını ifade etmişlerdir. Örneğin; Resim 34'te verilen Fıskiye ile Sulama sorusunda çözüme ulaşan öğrencilerden biri, "*Çok kolay bir soruydu. Bütünler açısının 180° olduğunu ve üçgenin iç açılar toplamının 180° olduğunu biliyorum. Bu bilgileri kullanarak hesapladım. Yorumum ise 40°lik bir fıskiye bu iş için yeterli olmaz. En az 60°lik bir fıskiyeye ihtiyaç var*." demiştir. Yani hem fıskiyenin yeterli olup olmayacağına yönelik görüşünü

Resim 35

Dairesel şekillerden farklı şekiller elde edilmesi etkinliği



açıklamış hem de bu görüşü dayandırdığı matematiksel bilgilerin ne olduğuna dikkat çekmiştir. Bu haftaki çalışmalar sonucunda düzey A1 olarak belirlenmiştir.

Onuncu hafta, dokuzuncu hafta girişi yapılan çokgen etkinlikleri ile devam etmiştir. Bu etkinlikler üzerinde başarılı bir muhakeme yürütmüşlerdir. Etkinlik, aşamaları resim 35'de verilen dairesel şekillerin farklı boyutlarda ve farklı açılarla birleştirilmesi ve ardından kesilmesi sonucunda oluşan şekillerin tahmin edilmesini içermektedir. Etkinliğin sınıf tartışmaları süreci aşağıda verilmiştir:

Ö: Kesince bence bir geometrik şekil çıkacak.

Ö: Aa kare çıktı hocam.

Ö: Dikdörtgen çıktı.

H: Şimdi ne bulmuş olduk.

Ö: İlk oluşturduğumuz daireleri biri kısa biri uzun bir şeritten yapmıştık. Bu nedenle kısa ve uzun kenarı olan bir dikdörtgen oluştu.

H: O zaman kare yapmak isteseydik ne yapardık?

Ö: Uzunlukları eşit iki şerit keserdik en başta.

H: Yapıştırırken nasıl yapıştırmıştık?

Ö Dik gelecek şekilde yapıştırdık.

H: Peki, eğer ki paralelkenar elde etmek istesem ne yapardım?

Resim 36

Öğrencilerin etkinlik sürecinden görüntüleri

Ö: Hocam çapraz yapıştıracağız.

Ö: Yan yapıştıracağız.

H: Her ikisi de doğru. Biraz açılı yapıştıracağız. Peki eşkenar dörtgen?

Ö: Hocam bunu da yan yapıştıracağız.

H: Paralelkenardan farkı ne olacak o zaman?

Ö: Şeritleri aynı keseceğiz.

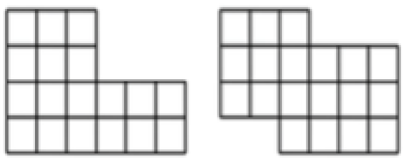
Ö: Hocam kesiş türümüze bağlı. Kare, dikdörtgen falan istiyorsak tam ortalayıp yapıştırıp, sonra keseceğiz o zaman.

Öğrenciler hangi şekillerin hangi durumlarda oluşabileceğini, koşulları fark etmiş ve açıklamıştır. Haftanın diğer dersleri daha çok işlem odaklı (çokgenlerin iç açılar toplamını bulma, bir iç ve dış açısını hesaplama gibi) geçmiş ve muhakeme yeterliğine ilişkin başka bir göstergeye rastlanmamıştır. Bu etkinlik üzerinden yapılan değerlendirme ile düzey A1 olarak belirlenmiştir.

On birinci hafta, muhakeme yeterliğine ait farklı göstergelerin gözlendiği bir süreç olmuştur. Öğrenciler çalışmalar sırasında bazı sonuçlara/ özelliklere ulaşmış ve bunu sınıfla paylaşmıştır. Örneğin; bir öğrenci *"Dörtgenin iç açılar toplamı 360. Beşgenin ise 540. Yani kenarlar büyüdükçe hep 180 artarak gidiyor."* demiş ve çokgenlerin iç açılar toplamları arasındaki ilişkiden faydalanarak bir sonuç çıkarmıştır.

Şekil 23

Alan nedir etkinliğinde kullanılan şekil



Öğrenciler bu hafta başarılı bir muhakeme süreci yürüterek etkinlikleri sonuçlandırabilmişlerdir. Örneğin; şekil 23'de verilen Alan Nedir? etkinliğinde alanları birbirine çok yakın seçilen iki kartonun bir yüzü karelendirilmiş bir yüzü ise düz bırakılmıştır. Kartonun ilk düz kısmı gösterilen öğrencilere hangi şeklin daha büyük olduğu sorulmuştur.

Öğrenciler ilk tahminlerini rastgele yaparken öğretmen karelenmiş tarafını çevirmiş ve hemen sayma girişiminde bulunmuşlardır. Hangisinin daha büyük olduğuna karar veren öğrencilere bunun üzerine "Alan nedir?" sorusu yöneltilmiştir. Gelen yorumlar;

Ö$_1$: Şimdi hocam siz burada ilk önce kareli tarafı çevirmediniz. Mantıken tamamen gözle sağdaki daha büyük dedik. Yuvarlama gibi bir şey yaptık. Ama ters tarafı çevirdiğiniz zaman birim kareleri sayıp tam olarak kapsadığı yeri, yani alanını belirtmiş olduk.

Ö$_2$: Aslında hocam çarpma, toplamanın kısa hali. Alanı bulurken birim kareleri saymak yerine kenarları çarpıyoruz.

şeklindedir. Etkinlikte önce öğrenciler alanı tanımlayamaz sadece işlemsel olarak (a.b ile bulunur) açıklarken etkinlik sonunda tanıma ulaşabilmişlerdir. Bu süreçte öğrencilerin bir kısmı ifade ettiği görüş ve iddialarını gerekçelere dayandırmışlar ve diğer öğrencilerden de aynı şeyi beklemişlerdir. Şöyle ki bir öğrenci, *"Hocam matematikte daha büyük diye bir şey olmaz. Bir arkadaşımız dedi ki işte soldaki daha büyük görünüyor. Böyle olmaz. Sonuçta 90^o görünür ama dik olmaz. Bunun için bir sebebimiz olmalı. Ben kareleri saydım ve evet soldaki daha büyük."* şeklinde hem iddiasını gerekçelendirmiş hem de diğer öğrencilerinde matematiksel, spesifik dayanaklarının olması gerektiğini vurgulamıştır.

Benzer bir şekilde dörtgenlerde hiyerarşik ilişkileri kazanmalarına yönelik öğretmen bir sınıf tartışması açmıştır. Tartışmadan önce her bir dörtgenin sahip olduğu özellikler tek tek irdelenmiş ve her grup bu özellikleri not ettiği bir tablo oluşturmuştur. Tablonun oluşturulmasında bazı özelliklere ilişkin farklı iddialar ortaya atılmıştır:

H: "Yamukta köşegenler birbirini ortalar mı?"

Ö$_1$: "Hayır."

Ö$_2$: Ama hocam her zaman ortalamaz ama ortalattığı da olur. Yani ortalattırabiliriz.

H: Nasıl olur peki? Arkadaşınız ortaya bir fikir attı. Sizce mümkün mü?

Ö$_3$: Hocam ortalamaz. Çünkü bir yamuk ve yamuk gidiyor.

Ö$_2$: Hocam o zaman uğraşmayı bırakıyorum ben de uğraşmıyorum artık.

Öğrenci burada ikizkenar yamuğu kastetmiş ancak tam olarak açıklayamamıştır. Çizerek biraz uğraşmak istediğini ifade etmiş ama diğer öğrencilerden gelen olumsuz yorumlar neticesinde ve iddiasını savunacak bir gerekçesi olmadığı için iddiasından vazgeçmiştir.

Oluşturulan tablolar sonucunda buradan bir sonuç çıkarabilecekleri bir sınıf tartışması başlamıştır:

H: Arkadaşlar üzerinde çalıştığımız dörtgenler arasında en az özelliği olan hangisi?

Ö: Yamuk.

H: En çok özelliği olan?

Ö: Kare.

H: Şöyle diyelim paralelkenarın içinde yamuğun özelliği var mı?

Ö: [Hep bir ağızdan] Var.

H: Peki, paralelkenarın özellikleri aynı zamanda dikdörtgende de tikli mi bakın bakalım?

Ö: [Hep bir ağızdan] Evet.

H: Hepsi mi?

Ö: Var.

Ö: Dikdörtgende olup da paralelkenar da olmayan var. Onun dışında paralelkenarın hepsi dikdörtgende var.

Ö$_1$: Dikdörtgen de bir paralelkenar.

H: Dikdörtgen de olup da eşkenar dörtgende olmayan?

Ö: Var, dik açı olması

H: Peki, dikdörtgen ve eşkenar dörtgen de olup da kare de olmayan bir özellik var mı?

Ö: Yok.

Ö: Karede olmayan bir şey yok.

H: Şimdi toparlayalım. Arkadaşınız ne demişti, dikdörtgen de bir paralelkenardır. Şimdi bu görüşe katılanlar ve katılmayanlar kimler? (Büyük çoğunluk katıldığını söyledi)

H: Peki neden?

Ö: Hocam çünkü dikdörtgenin de kenarları birbirine paraleldir.

H: Evet tabi. Şöyle paralelkenarın bütün özellikleri dikdörtgenin içinde var mıydı?

Ö: Var.

Ö: Hocam zaten paralelkenar böyle duruyor ya (parmakları ile gösteriyor) onu dik yapsak dikdörtgen oluyor.

H: O zaman dikdörtgen de aslında bir paralelkenardır.

$Ö_1$: Kendimle gurur duyuyorum.

H: Peki bu başka hangi şekiller için söyleyebiliriz?

Ö: Kare.

H: Kare aynı zamanda nedir mesela?

Ö: Eşkenar dörtgendir.

H: Evet çünkü bütün özellikleri sağlar. Mesela bir de şunu sorsam kare aynı zamanda bir yamuk mudur?

Ö: Hayır.

Ö: Hocam aslında yamuğun bütün özellikleri karede var.

H: Doğru. O zaman kare aslında.

Ö: Bir yamuktur.

H: Peki arkadaşlar kare aslında aynı zamanda bir yamuk ise niye kare diyoruz? (Sessizlik)

H: Özelleştikçe yeni bir isim alıyor. Mesela hepimiz Türkiye'de yaşıyoruz ki bu özel bir durum. Dünyalıyız aynı zamanda ama öyle değil Türkiyeliyiz diyoruz.

Peki Türk olmamız bizim dünyalı olmamızı engeller mi?

Ö: Hayır.

H: Mesela dikdörtgen çizin diyorum biri kare çizsem olur mu diyor. Olur mu?

Ö: Evet olur hocam.

Ö: Peki hocam ben sınavda eşkenar dörtgen yerine kare çizsem sayılır mı?

H: Tabi sayılır.

Ö: Ben kare çizmeyi her zaman tercih ederim o zaman.

Böylece soru-cevaplar, tartışmalar sonucunda öğrenciler muhakeme ederek dörtgenlerdeki hiyerarşik ilişkilere ulaşabilmişlerdir. Burada tartışmayı başlatan öğretmen iken yer yer öğrencilerde tartışma başlatan bir rol üstlenmiştir. Örneğin; hiyerarşik ilişkilere yönelik bir öğrencinin ortaya attığı soru ve gelen cevaplar aşağıda verilmiştir:

$Ö_1$: Kare aynı zamanda bir yamuk mudur?

Sınıf: Hayır yamuk adı üzerinde.

$Ö_2$: Aslında kare, yamuğun özelliklerini de sağlıyor. Kare aslında hepsinde oluyor.

H: Kare yamuk ise o zaman niye kare diyoruz?

$Ö_3$: Hocam kare hepsini kapsadığı için değil mi?

Bu kısa tartışma aslında hiyerarşik ilişkilerin ilk adımının atıldığı bir diyalog olmuştur. Özellikle etkinlikler ve sınıf tartışmalarının yoğun ve başarılı geçtiği bu haftanın sonunda yeterlik düzeyine A1 olarak karar verilmiştir.

On ikinci hafta, önceki haftalarda olduğu gibi öğrenciler başarılı muhakeme süreçleri geçirmişlerdir. Başarılı olarak görülmesinde ilk dayanak noktası öğrencilerin MO problemlerinde doğru çözüme ulaşabilmeleridir. Öğretmen, gruplar arasında gezerek yaptıkları çalışmaları bizzat incelemiş ve çalışma kağıtları üzerinde çözümlerin doğruluğundan emin olmuştur. İkinci dayanak ise öğrencilerin sözlü açıklamalarıdır. Zamanla öğrenciler bir problem veya etkinliğe ilişkin sadece sonuç söylemekle yetinmeyip, onu sonuca götüren ara basamaklardan, matematiksel dayanaklardan ve eğer gerektiriyorsa bu sonuca dayalı yorum ve kararlarından bahsetmektedirler. Hatta sıklıkla *“Öğretmenin düşüncemi açıklayabilir miyim?”* söylemi ile muhakemelerini ifade etmeye başlamışlardır. Bu haftaki derslerde de yamuğun alanına yönelik hesaplamalarda öğrencilerden *“Hocam ben hesapladım. Düşüncemi açıklayabilir miyim?”* isteği gelmiştir. Sonuçta yeterlik açısından göstergeler değerlendirildiğinde düzey A1 olarak belirlenmiştir.

On üçüncü haftada önceki haftalarda olduğu gibi bu haftaki derslerde de yaygın bir şekilde *“Hocam düşüncemi açıklayabilir miyim?”* söylemi dile getirilmiştir. Öğrenciler doğru ve yeterli bir muhakeme ile soru çözümüne ulaşabilmişlerdir. Örneğin; alanları 15 br^2 olan ve iç içe geçirilmiş iki eş dikdörtgen için çevre uzunluğunun sorulduğu Eş Dikdörtgenler sorusuna yönelik geçen sınıf diyaloğunda;

Resim 37

Eş dikdörtgenler sorusu öğrenci örnek çözümü

H: O zaman bu dikdörtgenlerin kenar uzunlukları ne olabilir?

Ö$_1$: 3’e 5

H: Aynen öyle.

Ö$_2$: Peki başka bir şey olamaz mı?

H: Ne olabilir mesela?

Ö$_2$: 15’e 1 de olabilir.

H: Evet doğru. Ama bu durumda hangisini seçmek gerekir.

Ö$_3$: Soru bizden en az çevre uzunluğunu istemiş. Bu durumda çevrenin en az çıkması lazım.

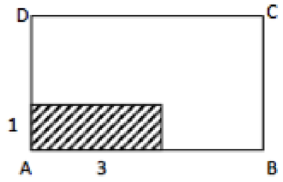
Ö$_2$: 3-5 seçeriz o zaman.

şeklinde tahtaya çözüm için kalkan öğrenci ve diğer öğrenciler arasındaki tartışmalar neticesinde sonuca ulaşmıştır. Tahtaya kalkan öğrenci bu örnekte ve daha birçok soru çözümünde adım adım gerekçeleri ile çözümü açıklamıştır.

Resim 38

Taralı dikdörtgen sorusu

3) Taralı Dikdörtgen
Yandaki ABCD dikdörtgeninden taralı olan gösterilen dikdörtgen parça çıkarıldığında geriye kalan bölgenin çevresi ve alanı ile ilgili ne söylenebilir? Azalış ya da artış durumlarını açıklayınız.



Öğretmenin yönelttiği neden sorusuna gerekçeli açıklama verebilmişlerdir. Örneğin; Resim 38'de verilen Taralı Dikdörtgen sorusu çözümünde bir grubun çalışmasını irdeleyen öğretmen ve gruptaki öğrenciler arasındaki konuşmalar aşağıda verilmiştir:

Ö: Şimdi şu parça çıkarılmış ama çevre için yine aynı uzunluktaki kenarları işleme alıyoruz. O yüzden çevrede bir değişiklik olmuyor. Ama alanı 3br^2 lik yer çıktığı için zaten azalıyor.

H: Çevre aynı mı kalır değişir mi?

Ö: Aynı kalır.

H: Neden?

Ö: Buradan bu kenar çıktı ama yine burada topluyoruz. Her ikisi aynı. Aynı şey diğer kenar içinde geçerli. Yani aynı değerleri yine toplamış oluyoruz.

H: Peki alan değişir mi?

Ö: (Her ikisi de) Değişir.

H: Ne yönde değişir?

Ö: (Her ikisi de) Azalır.

H: Neden azalır dediniz?

Ö: Çünkü parça çıkıyor.

Bu şekilde öğrenciler çözümlerini nedenleri ile birlikte açıklamıştır. Başka bir örnekte ise öğretmen doğaçlama olarak bir tartışma konusu açmış ve öğrencilerden 12 tane birim kare kullanarak oluşturabildikleri kadar dikdörtgenler çizmelerini istemiştir. Bunun sonucunda;

H: Üçünün çevresini de aynı buldunuz değil mi?

Ö: (hep bir ağızdan) Hayır.

Ö: Hepsi birbirinden farklı.

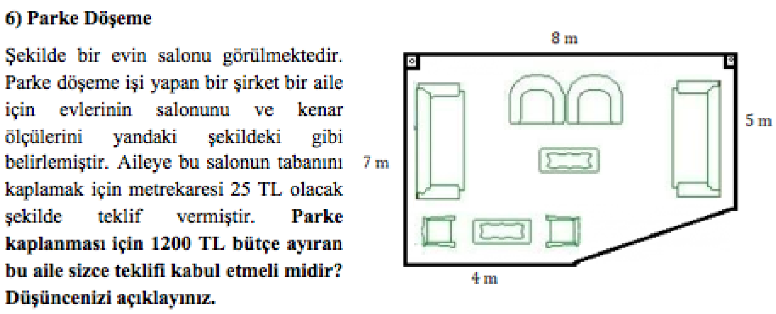
H: Peki, alanlar aynı. Niye farklı çıkıyor çevreler?

Ö: Mesela dümdüz (yan yana) koyduğumuzda bütün düz çizgileri dışa geliyor. Ama üst üste koyduğumuzda bazı kenarlar yok oluyor. İç kısımda kalıyor.

şeklinde bir tartışma ile alanları aynı olan dikdörtgenlerin farklı çevre uzunluklarına sahip olabileceği sonucuna ulaşmışlardır.

Resim 39

Parke döşeme sorusu

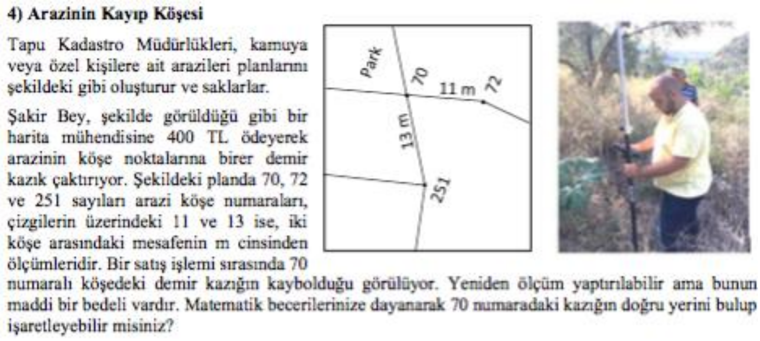

6) Parke Döşeme

Şekilde bir evin salonu görülmektedir. Parke döşeme işi yapan bir şirket bir aile için evlerinin salonunu ve kenar ölçülerini yandaki şekildeki gibi belirlemiştir. Aileye bu salonun tabanını kaplamak için metrekaresi 25 TL olacak şekilde teklif vermiştir. **Parke kaplanması için 1200 TL bütçe ayıran bu aile sizce teklifi kabul etmeli midir? Düşüncenizi açıklayınız.**

Düşüncelerini ve ulaştıkları sonuçlar sebepleri ile açıklamışlardır. Örneğin; Resim 39'daki Parke Döşeme sorusu işlemler sonucunda bir karar vermeyi gerektirmektedir. Bir öğrencinin cevabı, *"... Her m^2 için 25 lira ödenecek, burası 52 m^2 çıkmıştı. 52 ile 25'i çarparız. 1300 lira. Bu aile burası için 1200 lira bütçe ayırmıştı. Kabul etmemeliler. Çünkü* *bütçeleri kaldıramaz."* şekilde hem işlemlerini açıklamış hem de verdiği kararı işlemlerine dayandırarak sonuçlandırmıştır. Burada bir öğrenci cevabı paylaşılmış olmakla birlikte sınıfın geneli benzer açıklamalar ile bu soruyu çözebilmiştir. Buna göre haftanın yeterlik düzeyine A1 olarak karar verilmiştir.

Resim 40

Arazinin Kayıp Köşesi sorusu



4) Arazinin Kayıp Köşesi

Tapu Kadastro Müdürlükleri, kamuya veya özel kişilere ait arazileri planlarını şekildeki gibi oluşturur ve saklarlar.

Şakir Bey, şekilde görüldüğü gibi bir harita mühendisine 400 TL ödeyerek arazinin köşe noktalarına birer demir kazık çaktırıyor. Şekildeki planda 70, 72 ve 251 sayıları arazi köşe numaraları, çizgilerin üzerindeki 11 ve 13 ise, iki köşe arasındaki mesafenin m cinsinden ölçümleridir. Bir satış işlemi sırasında 70 numaralı köşedeki demir kazığın kaybolduğu görülüyor. Yeniden ölçüm yaptırılabilir ama bunun maddi bir bedeli vardır. Matematik becerilerinize dayanarak 70 numaradaki kazığın doğru yerini bulup işaretleyebilir misiniz?

On dördüncü hafta, çember ve daire modülüne geçilmiştir. Öğrenciler modülde yer alan etkinlik ve MO problemlerinde sonuca ulaşabilmişlerdir ve bu durum muhakemenin iyi düzeyde olduğunun bir kanıtıdır. Diğer MO sorularının içinde özellikle çok daha üst düzey olan Resim 40'da verilen Arazinin Kayıp Köşesi sorusunun çözümünde ise zorluk yaşamışlardır. Bu zorluğun temel sebepleri, soruda verilen sayısal değerleri yorumlayamama, problem çözümü için herhangi bir strateji geliştirememe vb şeklindedir. Ancak öğretmenin de yönlendirmesi ile sonuca ulaşabilmişlerdir. Aşağıda öğretmenin bazı gruplar ile olan diyaloglarına yer verilmiştir:

Grup I. *Ö$_1$: Hocam bu sorunun mantığı ne?*

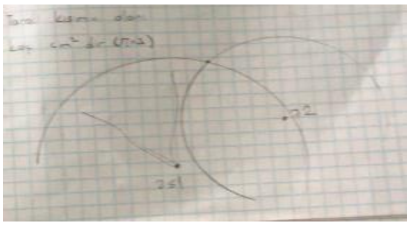
Ö$_2$: Sanırım bu soruyu çözmek, matematik becerisi gerektiriyor.

Başka bir grup ise soru üzerinde fikir yürütebildi.

Ö: Hocam 11 ile 13'ün (kayıp kazığa olan uzaklıklar) birleşeceği nokta.

Resim 41

Öğrenci örnek çizimi



H: Peki, o noktayı nasıl bulacağız?

Ö: Hocam metre ölçümleri verilmiş, 11 ile 13'ün birleştiği yer olacak.

(Bunun üzerine öğretmen iki köşe noktasından 11 m ve 13 m gidildiğinde nasıl kesişeceğini, hangi yöne doğru gitmeye nasıl karar vereceklerini sorgulattı.)

Ö$_1$: Cetvelle çizsek bir yerde bir araya gelebilirler.

Ö$_2$: Hocam pergel.

Ö$_1$: Aaa daire. Tabi çok mantıklı

Grup II. *H: Bu noktadan 13 m sonrasını nasıl bulabilirsin?*

Ö: 13 m ilerleyerek.

H: Diğer taraftan ne kadar ilerleyeceğim?

Ö: 11 m

H: Peki bunlar nasıl, nerede kesişecek? Ne yöne doğru gitmem lazım?

Ö: 70 numaralı yöne.

H: Ama orayı bilmiyorum. Zaten orayı bulmaya çalışıyorum. Nasıl kesişecekler?

Ö: Daire.

Böylece öğrenciler, öğretmenin muhakemelerini desteklemesi ile birlikte sonuca ulaşabilmişlerdir. Yapılan çalışmalar sonucunda düzey B1 olarak belirlenmiştir.

On beşinci hafta, önceki haftalarla uyumlu olarak MO sorularına ilişkin öğrencilerin her biri fikrini açıklamış ve güzel grup içi ve sınıf içi tartışmalar yapmışlardır. Bu haftaya gelindiğinde öğrencilerin çözüm ve açıklamalarından yola çıkarak bu yeterliğin oldukça gelişmiş olduğu belirlenmiştir. Bu açıdan haftalık yeterlik düzeyi A1 olarak belirlenmiştir.

On altıncı hafta, veri analizi modülüne geçilmiştir ve bu hafta özellikle yürütülen tartışmalar kavramlara yönelik ve grafik özelliklerine dayalıdır. Grafiklerdeki ölçek kısmının (eksen aralıkları) önemine ilişkin iyi muhakemede bulunmuşlardır. Bunlardan biri "Eğer aralıklar uygun şekilde belirlenmezse sayılarla görüntü uyuşmaz, bu seferde grafikten bir yorum yapamayız." şeklinde isabetli ve ayrıntılı olarak ifade edilmiştir. Benzer şekilde kavramsal olarak yeni değerler eklendiğinde mod, medyan, ortanca değerlerinin nasıl değişeceği öğretmen tarafından sorgulanmıştır. Öğrencilerin büyük kısmı farklı durumlar için her bir kavramdaki değişimi yorumlayabilmiştir.

Kavram kazanımına odaklanan etkinliklerin çözümünde öğretmen ara sorular sorarak süreci yönlendirmiş ve öğrenciler muhakeme edip, sonuca ulaşabilmiştir. Bu etkinliklerden biri Limon Satışıdır ve amaç aritmetik ortalamanın kazanılması ve bu kavrama anlam yüklenmesi ile ilgilidir. Sonuçta ortalama hesabı yapıldıktan sonra kar-zarar durumuna göre limon satışı için fiyat belirlemek gerekmektedir. Bu noktada öğrencilerin yorumları;

H: Kaç liraya satmasını tavsiye edersiniz?

$Ö_1$: 3,8 çıkıyor. 4 liraya.

H: Peki, 3,5 liraya satışa çıkarabilir mi?

$Ö_1$: O da olur ama 4 lira olunca daha çok kar elde etmez mi?

H: 3,5'ta kar elde eder mi peki?

$Ö_1$: 4 lirada daha çok eder ama 3,5'ta da edebilir.

H: Eder mi sizce?

$Ö_2$: 3,8'in altında olduğu için edemez.

şeklinde kar elde edebilecekleri bir miktar belirlemişlerdir. Bir diğer etkinlik mod kavramı ile ilgilidir.

Mod kavramına olan ihtiyacı doğurmak üzere Eğlence Programı adı verilen Resim 42'deki etkinlik yürütülmüştür. Çift zarın üstüne gelen sayıların toplamı için kaç önerebilecekleri ve neye dayandırdıkları öğrencilere sorulmuştur. Öğretmen öncelikle öğrencilerden hangi sayı toplamını söylemek isterlerdi diye fikirlerini almış ve farklı cevaplar verenler olmuştur:

Resim 42

Eğlence Programı etkinliği

Etk.

Eğlence Programı

Grup: 2-3 kişi

İşlemler:

* Bir eğlence programında yapılan bir yarışmaya canlı katılma hakkı elde ettiğinizi varsayalım. Sizden büyük ödülü kazanabilmeniz için elinize verilen bir çift zarın atılmasıyla üst yüzlerine gelen toplam sayıyı tahmin etmeniz isteniyor. Zarların hileli olup olmadığını bilmiyorsunuz. Sizin tahmininizi bildireceğiniz anda süre bitiyor ve yarışmaya gelecek hafta kaldığınız yerden devam edebileceğiniz söyleniyor.

* Bir haftalık sürede yarışmaya nasıl hazırlık yaparsınız?

* Zarları 100 kere attığınızı ve gelen toplamların aşağıdaki gibi olduğunu varsayalım.

Gelen Sayı	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Gelme Sıklığı	7	15	19	-	13	5	29	-	-	5	7

* Tahmini olarak zarlar toplamı için kaç önermeniz şansını arttırır?

Ö$_1$: 8

H: Niye 8 dedin?

Ö$_1$: Hocam çünkü bence gelme ihtimali daha yüksek.

Ö$_2$: Hocam çünkü en çok gelen sayılar önce 8, sonra 4.

Ö$_3$: Ben mesela o yüzden 4 demiştim.

Ö$_4$: Hocam zarlar toplamda 100 kere atılmış. 8'in gelmesi için 29 şansı var, diğerlerinin ise daha az. Bende o yüzden 8 demiştim. (Tabloda yazan değerlere göre yorum yapıyorlar.)

H: Peki bu oyuncunun yerinde olsanız evde en çok attığınız sayıyı mı söylersiniz yoksa gelen sayıların ortalamasını mı alırsınız?

Ö$_2$: Ortalamasını.

$Ö_5$: Yarışmaya gittiğimde illa 8 gelecek diye bir şey yok. O yüzden ortalamasını almak daha doğru olabilir. Yani daha büyük bir ihtimal.

$Ö_4$: Ben en çok geleni söylerim.

H: Neden ortalamasını alıyorsun?

$Ö_2$: Emin olurdum.

$Ö_3$: Şimdi atınca en çok 8 geldi ama ortalamada bu değer gelmeyebilir.

H: Peki ortalaması hesaplanınca 10 çıkıyor. 10 der misin bu durumda?

$Ö_2$: Hayır demem.

$Ö_5$: Hıı öyle mi! Demem o zaman, 8 derim.

$Ö_3$: 10 olması için sadece 6 ve 4 gelince oluyor.

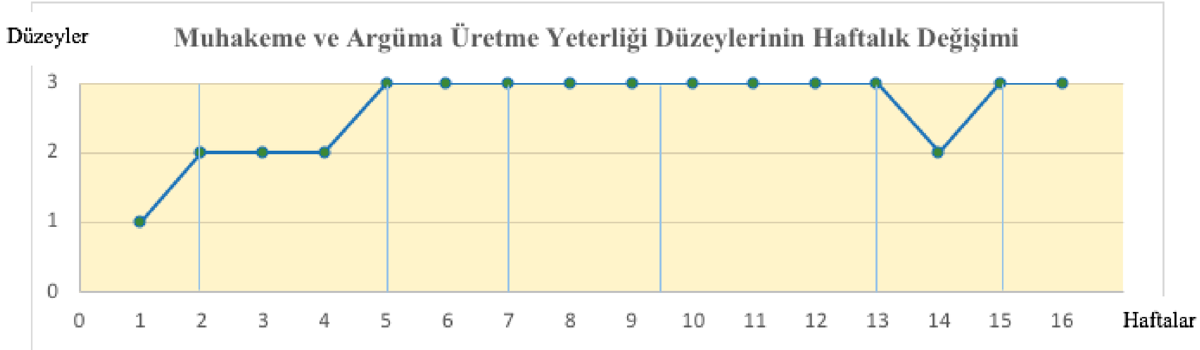
$Ö_5$: Şimdi 8, 29 kez gelmiş. Daha büyük bir ihtimal. O yüzden onu söylerim.

Böylece bazı durumlarda en çok tekrar eden sayının daha önemli olabileceğini deneyimlemiş ve etkinliği sonuçlandırabilmişlerdir. Haftalık çalışmalar göz önünde bulundurularak düzey A1 olarak belirlenmiştir.

Muhakeme ve argüman üretme yeterliği, karşılaştırma ve kıyaslama, genelleme ve gerekçelendirme olmak üzere üç boyutta ele alınmıştır. Bu yeterliğin asıl ortaya çıkışı öğretmenin sıklıkla yönelttiği "Neden böyle söyledin?", "Niçin bu işlemi yaptın?", "Nasıl bu sonuca ulaştın?" gibi sorularla olmuştur. Öğrenciler başlangıçta bu tip sorulara cevap vermede zorlanırken, zamanla alışkanlık geliştirmişlerdir. Bir süre sonra öğretmen sormasa dahi öğrenciler kendileri açıklamaya başlamıştır. Gerekçelendirme boyutunda argümanda bulunmuşlardır, ancak argümanlarını gerekçelere zamanla dayandırmışlardır. Hatta öğrencilerin dayanağı olmayan argümanlarına ilişkin diğer öğrenciler tepki göstermiş, herhangi matematiksel bir gerekçesi olmayan bu tür söylemleri kabul etmemişlerdir. Ortak özellikleri, ilişkileri fark edebilmişler ve bu ilişkilerin geçerliğini doğrulamışlardır (Örneğin; çokgenlerde iç açılar toplamının çokgen kenar sayısı arttıkça 180^0 artması). Öğrenciler grup ve sınıf içi çalışmalar sırasında birbirlerinin iddialarını çürütme, birbirlerini ikna etme girişimlerinde bulunmuşlardır. Aslında öğretmenin böyle bir yönlendirmesi olmamasına karşın öğrenciler kendiliğinden bu tür müdahalelerde bulunmuşlardır.

Grafik 3

Muhakeme ve argüman üretme yeterliği düzeylerindeki değişim



Grafik 3’te haftalara göre muhakeme ve argüman üretme yeterliğinin düzeylerindeki değişim verilmiştir. Beşinci hafta itibari ile yeterliğin belirli bir düzeye ulaştığı ve göstergeleri hemen hemen iyi bir düzeyde gösterdikleri görülmektedir.

4.2.1.4. Temsil etme yeterliği.

4.2.1.4.1. Temsil etme yeterliğine ilişkin ön-son testteki başarı durumlarının betimsel analizi.

Temsil etme yeterliği ön ve son testte sorulan beş açık uçlu, iki çoktan seçmeli olmak üzere toplam yedi soru üzerinden ölçülmüş olup, testten elde edilen veriler araştırmacı tarafından geliştirilen rubrik kullanılarak değerlendirilmiştir. Her problem için alınabilecek tam puan 3’tür (0-3 puan üzerinden değerlendirmeler yapıldı). Toplam 31 öğrencinin verdiği cevaplar betimsel olarak incelenmiş ve Tablo 41’de sunulmuştur.

Tablo 41

Öğrencilerin eğitiminden önce ve sonra uygulanan ön-son testlerde temsil etme yeterliğine ilişkin soru bazında elde ettikleri başarı durumları

Temsil Etme Yeterliğine İlişkin Betimsel Analiz Sonuçları

	Ön Test		Son Test	
Sorular	$\bar{x}$	ss	$\bar{x}$	ss
Konaklama I	1.39	1.453	2.81	.749
Konaklama II	.35	.551	2.29	1.160
Üçgenler	.68	1.275	2.61	1.022
Elmalar I	1.65	.709	1.66	.706
Milletvekili I	.32	.541	1.97	1.354
Kıta Alanı	.06	.359	1.74	1.316
Posta Ücretleri I	.00	.000	1.55	1.524

Ön ve son testler karşılaştırıldığında problemlerin biri hariç hepsinde ortalama puanlar son testte artış göstermiştir. Elmalar I sorusunda ise son testte küçük bir artış olmakla birlikte ön-test ortalamaları ile hemen hemen aynıdır. Bu problemler arasında en çok doğru yapılma oranı 2.89 ile Konaklama II problemindedir. Benzer şekilde son testte diğer problemlerin ortalamalarında da ön teste kıyasla hep artış olmuştur. Öğrencilerin son testte özellikle temsilleri yorumlayabildikleri ve farklı temsilleri kullanabildikleri tespit edilmiştir.

4.2.1.4.2. Temsil etme yeterliğine ilişkin nicel bulgular.

Uygulanan testlerde temsil etme yeterliğini ölçmek için toplamda yedi soru yöneltilmiştir. Bu sorulara verilen cevaplar doğrultusunda öncelikle verilerin normal dağılıma uygunlukları araştırılmıştır. Buna göre aşağıdaki Tablo 42'de ön test sonuçlarına ilişkin normallik testleri verilmiştir.

Tablo 42

Deney ve kontrol gruplarının temsil etme yeterliğine ilişkin ön test sonuçlarına göre normallik testi

Gruplar	Kolmogorov-Smirnov			Shapiro-Wilk			Levene
	İstatistik	sd	p	İstatistik	sd	p	p
Deney Grubu Ön Test	,153	31	,064	,913	31	,015	,492
Kontrol Grubu Ön Test	,114	29	,200	,961	29	,355	

Tablo 42’ye göre normalliği test eden Kolmogorov-Smirnov (n>30) testi sonucuna göre deney grubu (p=.064) için p>.05 olduğu için normal dağılım sergilemektedir. Kontrol grubu için ise normalliği test eden Shapiro-Wilk testi (n<30) sonuçları (p=.355) da benzer şekilde p>.05 olduğundan verilerin normal dağılım sergilediği belirlenmiştir. Ayrıca Levene testi sonuçlarına göre p>.05 olduğundan grup varyansları arasında anlamlı farklılık olmadığı görülmüştür. Bu sonuçlara göre verilere *bağımsız gruplar t-testi* uygulanmasına karar verilmiştir.

Verilere uygulanan bağımsız gruplar t-testi sonuçları Tablo 43’te sunulmuştur.

Tablo 43

Deney ve kontrol gruplarının ön test sonuçlarının bağımsız gruplar t-testi ile karşılaştırılması

Gruplar	N	$\bar{x}$	s	sd	t	p
Deney Grubu Ön Test	31	4.29	2.747	58	1.158	.252
Kontrol Grubu Ön Test	29	5.17	3.152			

Tablo 43’e göre öğrencilerin temsil etme yeterlik düzeylerini ortaya koymak amacıyla uygulanan ön test sonuçları arasındaki farklılığı belirlemek için uygulanan bağımsız örneklemler için t-testinde, kontrol grubunun ön test ortalaması ($\bar{x}_{KÖ}$=5.17) ile deney grubunun son test ortalaması ($\bar{x}_{DÖ}$=4.29) arasında anlamlı fark olmadığı görülmüştür [$t_{(58)} = 1.158 , p > .05$]. Bu durumda deney ve kontrol gruplarının yeterlik düzeyleri arasında anlamlı fark olmaması grupların denk olduğunun bir göstergesidir.

Deney ve kontrol gruplarının son testleri arasındaki farkın anlamlılığı da incelenmiştir. Bundan önce uygulanacak testin güvenilir sonuçlar verebilmesi için gerekli normallik koşulları incelenmiştir. Normallik testi sonuçları Tablo 44 ve 45’de sunulmuştur.

Tablo 44

Deney ve kontrol gruplarının normallik testi sonuçları

	Kolmogorov-Smirnov			Shapiro-Wilk		
	İstatistik	sd	p	İstatistik	sd	p
Deney Grubu Son Test	,164	31	,033	,909	31	,012
Kontrol Grubu Son Test	,160	29	,055	,961	29	,354

Tablo 45

Deney ve kontrol gruplarının normalliği açısından bir başka değerlendirme

Gruplar	Çarpıklık	Çarpıklık/ Standart hata	Basıklık	Basıklık/ Standart hata
Deney Grubu Son Test	1,052	2,498	,973	1,185
Kontrol Grubu Son Test	,403	,928	,655	,775

Tablo 44'e göre normalliği test eden Kolmogorov-Smirnov (n>30) testi sonucuna göre deney grubu (p=.033) için p<.05 olduğu için normal dağılım sergilememektedir. Normalliği test eden Shapiro-Wilk testi (n<30) sonuçlarına göre kontrol grubu (p=,354) ise p>.05 olduğundan verilerin normal dağılım sergilediği belirlenmiştir. Bu durumda Tablo 45'de verilen normallik için ek göstergeler incelenmiştir. Ancak deney grubu için çarpıklık değeri 1'den büyük ve standart hataya oranı ise $\pm$1,96 değerleri dışında kalmıştır. Normallik sayıltılarının sağlanmaması sebebi ile verilere parametrik olmayan testlerden Mann-Whitney U testinin uygulanmasına karar verilmiştir.

Verilere uygulanan Mann-Whitney U testi sonuçları Tablo 46'da sunulmuştur.

Tablo 46

Deney ve kontrol gruplarının son test sonuçlarının Mann-Whitney U testi ile karşılaştırılması

Gruplar	N	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	U	p
Deney Grubu Son Test	31	42.82	1327.50	67.500	.000
Kontrol Grubu Son Test	29	17.33	502.50		

Deney ve kontrol grubu olarak atanan öğrencilerin uygulanan son testteki temsil etme yeterlik sonuçları arasında anlamlı farklılık olup olmadığını belirlemek için yapılan Mann-Whitney U testi sonuçlarına (p=.000) göre p<.05 olduğuna ulaşılmıştır. Bu durumda deney ve kontrol gruplarının temsil etme yeterliği düzeyleri arasında anlamlı bir fark olduğu belirlenmiştir. Sonuç olarak verilen eğitimin deney grubu öğrencilerinin yeterlik düzeyleri üzerinde anlamlı bir etkisinin olduğu söylenebilir.

Bağımsız örneklemler için t-testi oldukça güçlü bir test olup, dağılımı normal olmayan gruplarda dahi oldukça doğru p değerleri verebilmektedir (Green & Salking, 2008, s.168). t-testinin bu gücünden yola çıkarak aynı veriler için t-testi de uygulanmış (p=.000) ve Mann Whitney U testi ile paralel olarak p<.05 sonucuna ulaşılmıştır.

Deney grubunun ön ve son test puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı fark olup olmadığını test etmek için testlerden elde edilen toplam puanlara öncelikle normallik testleri uygulanmıştır. Normallik testleri, toplamları kıyaslanacak verilerin fark puanları (ön-son test puanları farkı) üzerinden yapılmıştır (Can, 2019). Fark puanları veri dizisi elde edildikten sonra Tablo 47'de normallik sonuçları sunulmuştur.

Tablo 47

Deney grubunun normallik testi sonuçları

	Kolmogorov-Smirnov			Shapiro-Wilk		
	İstatistik	sd	p	İstatistik	sd	p
Deney Grubu Ön-SonTest	,112	31	,200	,964	31	,380

Tablo 47'de görüldüğü üzere normalliği değerlendiren Kolmogorov-Smirnov testi sonuçlarına göre deney grubundaki öğrencilerin ön ve son testleri arasındaki farkın oluşturduğu veri dizisi için p>.05 olduğundan verilerin normal dağılım sergilediği sonucuna varılmıştır. Buna göre normallik şartları sağlandığı için verilere *bağımlı örneklemler için t-testi* uygulanmasına karar verilmiştir.

Grubun ön ve son test puanları arasındaki farkın anlamlılığını belirlemek amacıyla yapılan bağımlı örneklemler için t-testi sonuçları Tablo 48'de görülmektedir.

Tablo 48

Deney grubunun ön test ve son test sonuçlarının bağımlı örneklemler için t-testi ile karşılaştırılması

Gruplar	N	$\bar{x}$	s	sd	t	p
Deney Grubu Ön Test	31	4.29	2.747	30	12.664	.000
Deney Grubu Son Test	31	14.94	5.066			

Verilen eğitimin öncesinde ve sonrasında elde edilen temsil etme yeterliğine ilişkin puanların ortalamaları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olup olmadığını belirlemek için yapılan bağımlı örneklemler için t-testi sonucunda uygulamadan önce yapılan ön test puanlarının ortalaması ($\bar{x}_{ÖT}$=4.29) ile uygulamadan sonra yapılan son test puanlarının ortalaması ($\bar{x}_{ST}$=14.94) arasında anlamlı bir fark (Tablo 48) görülmüştür $[t_{(30)} = 12.664, p < 0.01]$.

Bu veri grubuna uygulanan test sonucunda ortaya çıkan fark üzerinde uygulamanın etki büyüklüğü (d);

$$d = \frac{t}{\sqrt{N}} \Rightarrow \frac{12.664}{\sqrt{31}} = 2.274$$

olarak bulunmuştur. Elde edilen değerin 1'in üstünde olması, deneysel uygulama sonucunda oluşan etkinin büyüklüğüne işaret etmektedir (Green & Salkind, 2008). Buna göre verilen eğitimin deney grubundaki öğrencilerin temsil etme yeterlik düzeylerini arttırmada büyük bir etki yarattığı sonucuna varılmıştır. Bu sonuçla paralel olarak uygulama öncesi yeterlik düzeyi için ortalama 4.29 iken yaklaşık 10 puanlık bir artış kaydederek uygulama sonrasında ortalama 14.94'e çıkmıştır.

4.2.1.4.3. Temsil etme yeterliğine ilişkin öğretim sürecinde elde edilen nitel bulgular.

Temsil etme yeterliği, farklı temsillere öğretim sürecinde yer verilmesi ile bağlantılı olarak gözlenebilen bir yeterlik türüdür. Diğer yeterliklere göre konu, kavram ve soru türlerine daha bağlı olarak ortaya çıkmaktadır. Bir dönemlik eğitimler boyunca özellikle son hafta ele alınan veri analizi modülünde, diğer haftalarda ise çoğunlukla MO problemlerinin çözümü ile yeterlik gözlenebilmiştir. Aralarında 3, 5, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14 ve 15. haftalarda yeterliğe yönelik herhangi bir göstergeye rastlanmamıştır. Bu nedenle aşağıda özellikle yeterlik göstergelerine ait olan haftalara yer verilmiştir.

Birinci hafta, ele alınan sorulardan bazıların grafik ve şema içermekteydi. Öğrencilerden bazıları verilen bu grafik ve şemaları yorumlamada zorlanmıştır. Grafik ve şemadan anlam çıkarmayı gerektiren bu sorularda hatalı yorumlamalar olmuştur. Bu noktada haftalık yeterlik düzeyi C1 olarak belirlenmiştir.

İkinci hafta, MO problemlerinin çözümü aşamasında yeterliğe ait bazı göstergeler ortaya çıkmıştır. Özellikle “ayak boyu – ayak numarası arasındaki değişimi” gösteren bir soruda kendi bağlamında olmamasına karşın öğretmen grafiğe ilişkin ek sorular yöneltmiştir. Bir önceki hafta öğrencilerin tabloyu okumada yaşadıkları sıkıntıları fark eden öğretmen bu hafta tabloyu yorumlayabilmeleri açısından bu tür soruların üzerinde özellikle durmuştur. Öğrenciler bu ek sorulara doğru ve yeterli cevaplar verebilmiştir. Devamında sorunun çözümünde de tabloyu okuyup yorumlayabilmişlerdir. Bu noktada haftalık yeterlik düzeyi B1 olarak belirlenmiştir.

Dördüncü hafta, yeterlikle ilişkili MO problemlerine yer verilmiştir. Bu problemler, temsiller arası dönüşüm gerektirmezken, sadece temsilleri anlama ve yorumlama ile ilgilidir. Bu problemlerden biri Resim 43’de verilen Kargo sorusudur. Önceki haftalarda olduğu gibi burada da öğretmen bağlama ait asıl sorulara geçmeden tabloyu okumaya dayalı bazı ara sorular yöneltmiştir. Öğrenciler hem bu ara sorulara hem de bağlama ait sorulara cevap vermede zorluk yaşamamışlardır. Bu noktada haftalık yeterlik düzeyi A1 olarak belirlenmiştir.

Resim 43

Kargo sorusu

Kargo

Pınar Öğretmen aynı kargo şirketinden gönderdiği dört ayrı gönderinin makbuzlarını inceliyor ve aşağıdaki dökümü çıkarıyor.

Ağırlık(kg)	Mesafe(km)	Hat	Tutar(lira)
9	708	Orta	17
5	708	Orta	11
20	1470	Uzak	40
14	1032	Uzak	29

5) Kargo 1

Kargo ağırlığı ile kargo tutarı orantılı olarak değişmekte midir?

6) Kargo 2

Aynı hat içinde uygulanan kargo tutarında, ağırlığın artışı oranında bir artma var mıdır?

Altıncı hafta, yeterliğin ortaya çıkarılabileceği MO problemlerine yer verilmiştir. Bu haftaki problemler önceki haftalara kıyasla daha üst düzeydedir ve belirli koşullar altında tablodan uygun değeri seçme ile ilgilidir. Bunun bir örneği Resim 44'de verilmiştir. Öğrenciler bu tür soruları cevaplamada ve tabloda uygun değeri belirlemede başarı göstermiştir. Bu hususlar doğrultusunda haftalık düzeye A1 olarak karar verilmiştir.

Yedinci hafta, temsil etme yeterliği açısından önceki haftalar ile benzer şekilde ilerlemiştir. Tablo/şema üzerinde yer alan bilgileri okuma ve anlamada başarılı olmuşlardır. Bu zamana kadarki derslerde odaklanılan temsiller çeşitli tablo ve grafikler ile sınırlı kalmıştır. Ancak soru bağlamı herhangi bir tablo, grafik veya şema içermese dahi öğrencilerin kendi çözümlerinde zihinlerindeki yapıyı tabloya veya şemaya dönüştürerek aktardığı bazı durumlara da rastlanmıştır. Bu gibi durumlar için genel anlamda tabloya yapma veya şekil-şema çizme stratejilerinden yararlandıkları söylenebilir. Bunların bazı örneklerine problem çözme için strateji oluşturma yeterliği başlığı altında verilmiştir. Öğrencilerin haftalık yeterlik düzeyi tüm hususlar dikkate alındığında A1 olarak belirlenmiştir.

Resim 44

Araba sorusu

Hangi Araba

Cenk ehliyetini yeni aldı ve ilk arabasını satın almak istiyor. Aşağıdaki tablo, Cenk'in bir araba satıcısında bulduğu dört arabanın özelliklerini göstermektedir.

Model:	Alpha	Bolte	Castel	Dezal
Yıl	2003	2000	2001	1999
Satış fiyatı (zed)	4800	4450	4250	3990
Ne kadar kullanılmış? (kilometre)	105 000	115 000	128 000	109 000
Motor Kapasitesi (litre)	1.79	1.796	1.82	1.783

5) Hangi Araba 1

Cenk tüm bu koşulları karşılayan bir araba istiyor:

- 120 000 km den daha az kullanılmış olsun.
- 2000 veya daha sonraki yıllarda üretilmiş olsun.
- Satış fiyatı 4500 Zed i geçmesin.

Hangi araba veya arabalar Cenk'in şartlarını karşılar?

6) Hangi Araba 2

Cenk için Alpha uygundur. Arabayı satın almak için aynı zamanda arabanın satış fiyatının % 2,5'u kadar vergi ödemek zorundadır.

Buna göre Alpha model arabaya kaç lira vergi ödeyecektir?

On altıncı hafta, yeterlik göstergeleri açısından çeşitliliğin en fazla olduğu haftadır. Bu durumun asıl sebebi ise yeterliğin doğasını oluşturan bir konunun yani veri analizi modülünün hafta boyunca ele alınmış olmasıdır. Bu haftada öğrencilerden farklı temsil türlerini kendilerinin oluşturması, bir temsil türünden diğerini dönüşüm yapması, temsilleri değerlendirmesi ve bir durumu anlatmada hangi temsilin daha etkili olabileceği üzerine yorum yapması istenmiştir. Daha önceki haftalarda zaten tablo ve grafik üzerinden okuma ve yorum yapmaya alışkın olan öğrenciler bu gibi çalışmalarda hiç zorluk çekmemiştir. Bu hafta öğrencilerin yaşadığı asıl zorluk, çizgi grafiğini oluşturma ile ilgili olmuştur. Öğrenciler koordinat sistemini çizip saat ve vücut sıcaklığına ait değerleri rahatlıkla yerleştirirken en son artık çizginin oluşturulmasında sıkıntı yaşamışlardır. Bazı grafik örnekleri Resim 45'de verilmiştir. Öğrenciler, hangi saatte kaç derece olduğuna dair bir işaret koymak yerine (çizgi grafik) düz birer çizgi ile birleştirme eğilimi göstermiştir.

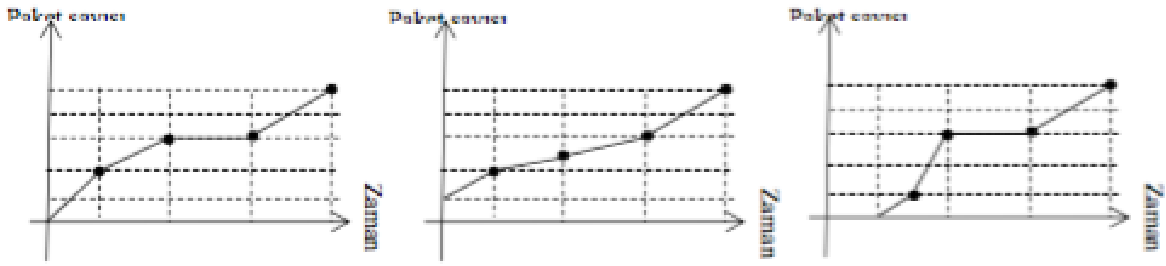
Resim 45

Grafik çizme etkinliklerinde öğrencilerin grafik örnekleri

Öğrencilerin grafiklere daha fazla anlam yükleyebilmeleri, üzerinde düşünebilmelerini sağlamak için farklı özellikli grafiklere de yer verilmiştir. Örneğin; Mandal Paketleme etkinliğinde zaman ve mandal paketleme sayısı arasındaki ilişkiyi gösteren üç farklı başlangıç noktasının olduğu üç farklı grafik verilmiştir (Resim 46).

Resim 46

Mandal paketleme etkinliği grafikleri



Grafiklerle ilgili grupların çalışmalarına ilişkin bazı diyalog örnekleri aşağıda sunulmuştur:

Birinci grup: *Ö$_1$: (ikinci şekil için) 1'deyken 2 paket mi yapmış?*

Ö$_2$: Yoo. Hiç zaman geçmemiş ki daha.

Ö$_1$: Daha hızlı mı yapmış o zaman.

Ö$_2$: Elinde 1 paketi varken başlamış.

H: Peki o zaman diğer şekil nasıl olur (üçüncüsü)?

Ö: Bir süre hiç paket yapamamış.

İkinci grup; H: İkinci şekil için ne diyebilirsiniz?

Ö: En başta 5 tane paketi vardı zaten.

H: Peki şunu (ilk şekli) nasıl yorumlayacağız?

Ö: Başlamadan önce hiç paketi yokmuş. Zamanla paket yapmış.

H: Tamam. Peki son grafik?

Ö: Bu kişi diğerlerinden geç başlamış paketlemeye.

Ö: O zaman ilki de tam zamanında başlamış.

Üçüncü grup: H: Grafiklerle ilgili yorumunuz ne olur?

$Ö_1$: Farklı zamanlarda farklı sayılarda bitirmişler sanırım.

H: Evet doğru bir ifade. Başlangıçları dikkatinizi çekti mi grafiklerin?

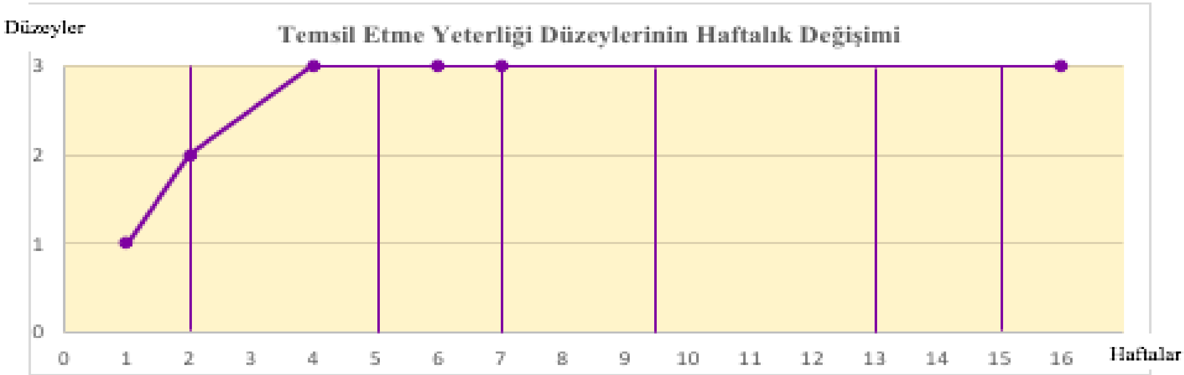
$Ö_2$: İkinci grafikte zaten bu hanım elinde 1 paket ile başlamış.

Farklı bir uygulama olarak öğrencilerin oluşturdukları bir grafik üzerinden kendi sorularını hazırlamaları istenmiştir. Küçük bir problem kurma çalışması olan bu süreç boyunca basit düzeyde de olsa tüm öğrenciler sorular oluşturabilmiştir. Çok az sayıda öğrenci ise daha üst düzey denilebilecek sorular kurmuştur. Örneğin; iki farklı ülkenin domates ihracatını konu alan çizgi grafikle ilgili olan basit düzey sorular, "... ülke ... yılda ne kadar ihracat yapmıştır?" şeklinde iken üst düzey olarak kabul edilen sorular ise "...ülke ... yılda, diğer ülkeye göre aynı yılda yüzde kaç fazla ihracat yapmıştır?" gibi zorluk derecesi yüksek, grafikten birden fazla yeri okumayı ve birden fazla matematiksel kavramı işe koşmayı gerektiren sorulardır. Öğrencilerin hafta boyu çalışmaları dikkate alınarak düzey A1 olarak belirlenmiştir

Temsil etme yeterliği, temsil(ler)le çalışma, temsiller arası geçiş/dönüşüm yapma ve temsil(ler)i yorumlama olmak üzere üç boyutta ele alınmıştır. Yeterliğe ait tüm göstergeler her hafta gözlenememiştir. Ancak genel anlamda öğrencilerin başarılı olduğu bir yeterlik türü olmuştur. Özellikle temsilin içeriğini yorumlama, temsilleri ilgili yerde kullanma ve problemleri çözmek için matematiksel temsilleri seçme ve uygulamada öğrenciler başarı göstermiştir. Temsiller arası geçiş ve dönüşüm yapma ile ilgili özellikle son modül ile çalışma imkanı bulmuşlardır. Öğrencilerin özellikle zorlandığı durum, verilen bilgileri farklı temsiller (çizgi grafiği, daire grafiği vb) ile kendilerinin göstermesidir. Zamanla yeterliğe ait bu bileşenle de ilgili beceri kazanmışlar ve hangi veri ve bilgiyi hangi temsil ile göstermenin daha kullanışlı olacağına ilişkin isabetli seçimler yapabilmişlerdir.

Grafik 4

Temsil etme yeterliğinin düzeylerindeki haftalık değişim



Grafik 4'de haftalara göre temsil etme yeterliğinin düzeylerindeki değişim verilmiştir. Grafikteki işaretçilerin yer aldığı 1, 2, 4, 6, 7 ve 16. haftada özellikle yeterliğe ilişkin göstergelere rastlanmıştır. Diğer haftalarda öğrencilerin bu yeterliği hiç göstermediğini söylemek mümkün değildir. Ancak araştırmacı tarafından yeterliğe ilişkin yeterli kanıt bulunamamıştır. Gözlendiği haftalarda ise gitgide artan ve bir noktada sabitlenen bir başarı göstermişlerdir.

4.2.1.5. İletişim yeterliği

4.2.1.5.1. İletişim yeterliğine ilişkin ön-son testteki başarı durumlarının betimsel analizi.

İletişim yeterliği ön ve son testte sorulan dokuz açık uçlu ve bir çoktan seçmeli olmak üzere toplam 10 soru üzerinden ölçülmüş olup, testten elde edilen veriler araştırmacı tarafından geliştirilen rubrik kullanılarak değerlendirilmiştir. Her problem için alınabilecek tam puan 3'tür (0-3 puan üzerinden değerlendirmeler yapıldı). Toplam 31 öğrencinin verdiği cevaplar betimsel olarak incelenmiş ve Tablo 49'da sunulmuştur.

Tablo 49

Öğrencilerin eğitiminden önce ve sonra uygulanan ön-son testlerde iletişim yeterliğine ilişkin soru bazında elde ettikleri başarı durumları

İletişim Yeterliğine İlişkin Betimsel Analiz Sonuçları				
	Ön Test		Son Test	
Sorular	$\bar{x}$	ss	$\bar{x}$	ss
Boya	.94	.929	2.19	.980
Üçgenler	.68	1.275	2.61	1.022
Elmalar II	.23	.560	.52	.677
Elmalar III	.48	.570	1.55	.995
Milletvekili I	.58	.807	1.94	1.263
Milletvekili II	.03	.180	1.23	.920
Posta Ücretleri II	.97	1.110	1.94	1.063
Dvd Kiralama I	.23	.497	1.58	.807
Dvd Kiralama II	.16	.374	1.74	.729
Kitaplık	1.06	1.124	2.13	1.024

Ön ve son testler karşılaştırıldığında problemlerin tamamında ortalama puanlar son test ile artış göstermiştir. Son teste bakıldığında bu problemler arasında en çok doğru yapılma oranına sahip ve ortalamaları yüksek olan problemler Boya, Üçgenler ve Kitaplık olmuştur. Elmalar II sorusuna ait ortalamalar puanlar ise her iki testte de düşük kalmıştır.

4.2.1.5.2. İletişim yeterliğine ilişkin nicel bulgular.

Uygulanan testlerde iletişim yeterliğini ölçmek için toplamda 10 soru yöneltilmiştir. Bu sorulara verilen cevaplar doğrultusunda öncelikle verilerin normal dağılıma uygunlukları araştırılmıştır. Buna göre aşağıdaki tabloda ön test sonuçlarına ilişkin normallik testleri verilmiştir.

Tablo 50

Deney ve kontrol gruplarının iletişim yeterliğine ilişkin ön test sonuçlarına göre normallik testi

Gruplar	Kolmogorov-Smirnov			Shapiro-Wilk			Levene
	İstatistik	sd	p	İstatistik	sd	p	p

Deney Grubu Ön Test	.150	31	.074	.948	31	.140	.540
Kontrol Grubu Ön Test	.112	29	.200	.961	29	.340	

Tablo 50'deki Kolmogorov-Smirnov (n>30) testi sonucuna göre deney grubu (p=.074) verileri p>.05 olduğu için normal dağılım sergilemektedir. Kontrol grubu için ise normalliği test eden Shapiro-Wilk testi (n<30) sonuçlarına (p=.340) göre p>.05 olduğundan yine verilerin normal dağılım sergilediği belirlenmiştir. Bu sayıltılara ek olarak Levene testi sonucu p>.05 olduğundan varyanslar arasında anlamlı fark olmadığı görülmüştür. Bu sonuçlara göre verilere *bağımsız gruplar t-testi* uygulanmasına karar verilmiştir.

Verilere uygulanan bağımsız gruplar t-testi sonuçları Tablo 51'de sunulmuştur.

Tablo 51

Deney ve kontrol gruplarının ön test sonuçlarının bağımsız gruplar t-testi ile karşılaştırılması

Gruplar	N	$\bar{x}$	s	sd	t	p
Deney Grubu Ön Test	31	5.23	3.584	58	1.283	.540
Kontrol Grubu Ön Test	29	6.48	4.006			

Tablo 51'e göre öğrencilerin iletişim yeterlik düzeylerini ortaya koymak amacıyla uygulanan ön test sonuçları arasındaki farklılığı belirlemek için kullanılan bağımsız örneklemler için t-testinde, kontrol grubunun ön test ortalaması ($\bar{x}_{KÖ}$=6.48) ile deney grubunun son test ortalaması ($\bar{x}_{DÖ}$=5.23) arasında anlamlı fark olmadığı görülmüştür $[t_{(58)} = 1.283\ , p > .05]$. Bu durumda iletişim yeterlik düzeyleri arasında anlamlı fark olmadığı belirlenen deney ve kontrol gruplarının denk olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Ön test sonuçlarının yanı sıra, deney ve kontrol gruplarının son testleri arasındaki farkın anlamlılığı da incelenmiştir. Bundan önce, uygulanacak testin güvenilir sonuçlar verebilmesi için gerekli normallik koşulları incelenmiştir. Normallik testi sonuçları Tablo 52 ve 53'de sunulmuştur.

Tablo 52

Deney ve kontrol gruplarının normallik testi sonuçları

	Kolmogorov-Smirnov			Shapiro-Wilk		
	İstatistik	sd	p	İstatistik	sd	p
Deney Grubu Son Test	.184	31	.009	.944	31	.105
Kontrol Grubu Son Test	.114	29	.200	.976	29	.733

Tablo 53

Deney ve kontrol gruplarının iletişim yeterliğine ilişkin normallik için bir başka değerlendirme

Gruplar	Çarpıklık	Çarpıklık/ Standart hata	Basıklık	Basıklık/ Standart hata
Deney Grubu Son Test	.516	1.225	.668	.813
Kontrol Grubu Son Test	.285	.656	.220	.260

Tablo 52'ye göre normalliği test eden Kolmogorov-Smirnov (n>30) testi sonucuna göre deney grubu (p=.009) için p<.05 olduğu için normal dağılım sergilememektedir. n<30 için normalliği test eden Shapiro-Wilk testi sonuçlarına göre kontrol grubu (p=.733) ise p>.05 olduğundan verilerin normal dağılım sergilediği belirlenmiştir. Tablo 53'de verilen normallik için ek göstergelere bakıldığında ise hem kontrol hem de deney grubu verileri için çarpıklık ve basıklık değerlerinin 1'den küçük ve standart hataya oranları ±1,96 değerleri arasında yer almıştır. Bu durum normalliğin bir göstergesidir. Son olarak histogram grafiklerine bakılan verilerin normal dağılıma uygun olduğuna karar verilmiştir. Bu sayıltılara ek olarak Levene testi sonucu p>.05 olduğundan varyanslar arasında anlamlı fark olmadığı görülmüştür. Bu sonuçlara göre verilere *bağımsız gruplar t-testi* uygulanmasına karar verilmiştir.

Buna göre deney ve kontrol gruplarının son test sonuçları arasındaki farkın anlamlılığını belirlemek amacıyla yapılan bağımsız örneklemler için t-testi sonuçları Tablo 54'de görülmektedir.

Tablo 54

Deney ve kontrol gruplarının son test sonuçlarının bağımsız örneklemler için t-testi ile karşılaştırılması

Gruplar	N	$\bar{x}$	s	sd	t	p
Deney Grubu Son Test	31	17.45	5.585	58	9.080	.000
Kontrol Grubu Son Test	29	7.14	2.574			

Tablo 54'e göre verilen eğitiminin, iletişim yeterliği üzerinde istatistiksel olarak anlamlı bir etkisinin olup olmadığını belirlemek için deney ve kontrol gruplarının son test verilerine uygulanan bağımsız örneklemler için t-testinde, kontrol grubunun son test ortalaması ($\bar{x}_{KS}$=7.14) ile deney grubunun son test ortalaması ($\bar{x}_{DS}$=17.45) arasında anlamlı fark olduğu görülmüştür [$t_{(58)} = 9.080$, $p < 0.01$]. Bu durumda deney ve kontrol gruplarının iletişim yeterlik düzeyleri arasında anlamlı fark olduğu ve eğitim alan deney grubundaki öğrencilerin yeterlik düzeylerinin kontrol grubuna göre daha yüksek olduğu görülmüştür.

Bağımsız örneklemler için t-testi ile belirlenen anlamlı farkın büyüklüğünün hesaplanması belirlenen bu farkın etkisinin ölçüsü hakkında bilgi vermektedir (Can, 2019). Bu veri grubu için etki büyüklüğü (d);

$$d = t \cdot \sqrt{\frac{N_1+N_2}{N_1 \cdot N_2}} \Rightarrow 9.080 \cdot \sqrt{\frac{31+29}{31 \cdot 29}} = 2.345$$

olarak bulunmuştur. d değerinin 1'in üstünde olması deneysel uygulama sonucunda oluşan etkinin çok büyük olduğuna işaret etmektedir. Buna göre verilen eğitimin deney grubu öğrencilerinin iletişim yeterliği başarı düzeylerini artırmada büyük bir etki yarattığı sonucuna varılmıştır.

Deney grubunun ön ve son test puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı fark olup olmadığını test etmek için testlerden elde edilen toplam puanlara öncelikle normallik testleri uygulanmıştır. Normallik testleri, toplamları kıyaslanacak verilerin fark puanları (ön-son test puanları farkı) üzerinden yapılmıştır (Can, 2019). Fark puanları veri dizisi elde edildikten sonra Tablo 55'de normallik sonuçları sunulmuştur.

Tablo 55

Deney gruplarının ön-son testleri farkı için normallik testi

	Kolmogorov-Smirnov			Shapiro-Wilk		
	İstatistik	sd	p	İstatistik	sd	p
Deney Grubu Ön-Son Fark	.160	31	.042	.947	31	.127
	Çarpıklık	Çarpıklık/ Standart hata		Basıklık	Basıklık/ Standart hata	
	.532	1.263		.540	.657	

Tablo 55'de görüldüğü üzere normalliği değerlendiren Kolmogorov-Smirnov testi sonuçlarına göre deney grubundaki öğrencilerin ön ve son testleri arasındaki farkın oluşturduğu veri dizisi için $p<.05$ olması verilerin normal dağılım sergilemediğini göstermektedir. Bu durumda normallik için diğer şartlara bakılmıştır. Çarpıklık ve basıklık değerlerinin 1'den küçük olması ve standart hataya oranlarının $\pm 1,96$ değerleri arasında olması normalliğin bir işaretidir. Benzer şekilde verilere ait histogram grafiği de dağılımın normalliğine işaret etmektedir. Buna göre verilerin normal dağıldığına hükmedilmiş ve verilere *bağımlı örneklemler için t-testi* uygulanmasına karar verilmiştir. Grubun ön ve son test puanları arasındaki farkın anlamlılığını belirlemek amacıyla yapılan bağımlı örneklemler için t-testi sonuçları Tablo 56'da görülmektedir.

Tablo 56

Deney grubunun ön test ve son test sonuçlarının bağımlı örneklemler için t-testi ile karşılaştırılması

Gruplar	N	$\bar{x}$	s	sd	t	p
Deney Grubu Ön Test	31	5.23	3.584	30	13.025	.000
Deney Grubu Son Test	31	17.45	5.585			

Verilen eğitimin öncesinde ve sonrasında elde edilen iletişim yeterliğine ilişkin puanların ortalamaları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olup olmadığını belirlemek için yapılan bağımlı örneklemler için t-testi sonucunda uygulamadan önce yapılan ön test puanlarının ortalaması ($\bar{x}_{ÖT}$=5.23) ile uygulamadan sonra yapılan son test puanlarının ortalaması ($\bar{x}_{ST}$=17.45) arasında anlamlı bir fark (Tablo 56) görülmüştür $[t_{(30)} = 13.025, \mathrm{p} < 0.01]$. Bu veri grubuna uygulanan test sonucunda ortaya çıkan fark üzerinde uygulamanın etki büyüklüğü (d);

$$\mathrm{d} = \frac{\mathrm{t}}{\sqrt{\mathrm{N}}} \Rightarrow \frac{13.025}{\sqrt{31}} = 2.339$$

olarak bulunmuştur. Elde edilen değerin 1'in üstünde olması deneysel uygulama sonucunda oluşan etkinin büyük olduğuna işaret etmektedir (Green & Salkind, 2008). Buna göre verilen eğitimin deney grubundaki öğrencilerin iletişim yeterlik düzeylerini artırmada büyük bir etki yarattığı sonucuna varılmıştır.

4.2.1.5.3. İletişim yeterliğine ilişkin öğretim sürecinde elde edilen nitel bulgular. İletişim yeterliği, çalışma kapsamında sözlü iletişim bağlamında ele alınmış ve öğrencilerin söylemlerine odaklanılmıştır. Yeterliğin gelişimi hakkında diğer yeterliklerde olduğu gibi daha iyi bir fikir sahibi olmak için çalışma öncesindeki öğretim süreçleri de bir süre gözlenmiştir. Bu süreçte öğrencilerin sınıf içinde çoğunlukla sessiz kaldığı, derslerin öğretmenin söylediklerini ve yazdırdıklarını not almakla geçtiği belirlenmiştir. Özellikle iki-üç öğrencinin sıklıkla söz aldığı ve neredeyse sadece bu öğrencilerin öğretmenle ve kendi aralarında iletişim kurduğu gözlenmiştir. Genellikle kurdukları iletişimin sebebi ise anlamadıkları yerleri ifade etme ve derste çözülen problem sonucu ve çözümünü paylaşma ile ilgilidir. Aşağıda ise modüler programın yürütüldüğü derslerde bu yeterliğin gelişimi hafta hafta ele alınmıştır.

Birinci hafta, derslerin değişen yapısı gereği çalışma kağıtları üzerinde öncelikle etkinliklerin yürütülmesine ilişkin öğrenciler neyi nasıl yapacaklarını anlamaya çalışmıştır. Etkinliklerin nasıl işleneceğini öğrenebilmek için sorular sormuş ve hem öğretmenle hem de diğer gruptaki öğrenciler ile etkinlik ve MO problemleri üzerinde tartışmışlardır. Bu süreçte kendilerini net ifade edememiş ama çaba göstermişlerdir. Bu hususlar dikkate alınarak haftalık yeterlik düzeyi C1 olarak belirlenmiştir.

İkinci hafta, etkinlikleri ve MO problemlerini çözmek için uğraşan öğrenciler, problemin çözümüne yönelik görüşlerini ve çözüm aşamalarını ve ulaştıkları sonuçları ifade etmeye çalışmışlardır. Bu süreçte öğrencilerin matematiksel olarak kendilerini ifade etmede zorluk yaşadıkları gözlenmiştir. Yaşadıkları zorluklardan biri matematiksel terimlerin kullanımı ile ilgilidir. Sadece ulaşılan sonucu söylemeye alışkın olan öğrenciler için bir diğer zorluk ise çözüm stratejilerini, çözme aşamalarını, niçin böyle bir yol izlediklerini paylaşma sürecinde yaşanmıştır. Özellikle tahtaya çözüm için kalkan öğrencilerden yaptıklarını açıklamalarını isteyen öğretmen, tam cevap alamamış ve "*tahtada yazdığım gibi*" şeklinde öğrencilerin kısa ve geçiştirme söylemlerini kabul etmiştir. Haftalık öğrenci çalışmaları uyarınca yeterlik düzeyi C1 olarak belirlenmiştir.

Üçüncü ve dördüncü hafta itibari ile daha önceleri aşina olmadıkları etkinlikleri ve MO problemlerini çözmeye artık alışmaya başlayan öğrencilerin ders içinde daha fazla "sesleri çıkmaya" başlamıştır. Öğrenciler tahtada veya oturdukları yerden çözdükleri soruları açıklamış, kendilerini ifade etmeye çalışmıştır. Özellikle yerlerinde çözüme ulaşan öğrenciler, tahtaya kalkıp çözüm yollarını paylaşmak istemişlerdir. Bu gelişmeler neticesinde her iki hafta için de yeterlik düzeyi B1 olarak belirlenmiştir.

Beşinci hafta, öğrencilerin matematiksel iletişimleri kavramı anlama ve tartışma, matematiksel durumları konuşmadan ziyade neredeyse tamamen problem çözümü ile ilgilidir. Genel olarak öğrencilerden ne yaptığını açıklaması istendiğinde adım adım hangi işlemi ne amaçla yaptığını açıklayabilmiştir. Problem çözme yeterliğinde de üstünde durulduğu üzere öğrenciler çözümü yapmadan önce çözüm mantığını, düşünme süreçlerini paylaşmıştır. Örneğin; yukarıda verilen Konserve Salça sorusunda "sonuç 15 çıktı"dan, "şu ikisini çarptım ve 15 çıktı" aşamasına geçen öğrenciler artık daha uzun ve ayrıntılı açıklamalar vermeye başlamıştır:

Ö: "200 gr lık konservelerden 3000 adet üretiliyor. Bunların toplam ağırlığını bulduğumuzda 500 gr lık ne kadar üretileceğini de bulabiliriz. Bu yüzden 200 ile 3000'i çarpıyoruz. Burada salçaların toplam ağırlığını bulduk. 500 gr lık konservelerden kaçar adet üretileceğini bulmak için de 600.000'i 500'e böleceğiz. Sorunun diğer kısmında ise kar yapmak isteniyor. 200 gr'lıkları 6 liradan satıyor ise 500 gr'lıkları ne kadardan satmalı bilmiyoruz. Bunu $\frac{200}{6} = \frac{500}{x}$ *şeklinde çapraz bir şekilde çarparak bulabiliriz. Şöyle bir şey var. 15 TL'den daha fazla satarsa, 16, 18 TL gibi karı olur. Ama 13 tl'ye satarsa kar elde etmiş olamaz."*

Bu gelişmelerin yanı sıra ne yaptığını ne bulduğunu açıklamada zorluk yaşayan öğrenciler de olmuştur. Sonuç olarak haftalık düzey B1 olarak belirlenmiştir.

Altıncı hafta, öğrenciler yaptıkları problem çözümlerini rahatlıkla açıklayabilmişlerdir. Örneğin; %20 indirim sonucu satın alınacak ürünün fiyatının sorulduğu bir soruya ilişkin bazı öğrencilerin yorum ve açıklamaları aşağıdaki gibidir;

$Ö_1$: "Hocam %20'lik bir indirim yapılıyorsa önce %10'unu bulacağım. O zaman 100:10=10 muş. O zaman 180:10=18. Bize %20 sorulduğu için 2 ile çarparız. 18.2=36 olur. 180-36=144"

$Ö_2$: "Aslında $180.\frac{20}{100}$ *ama ben hepsini çarpmadım, birbirleri ile sadeleştirdim."*

$Ö_3$: "Soruda ödenecek tutarı sorduğu için %20'yi değil %80'i hesapladım ben."

Öğrenciler özellikle burada birbirlerinden farklı çözüm yaklaşımlarını paylaşmak istemiştir.

Yöneltilen MO problemlerinin birçoğu "düşüncenizi açıklayınız", "matematiksel açıklama veriniz" gibi yorum isteyen ifadeler ile tamamlanmaktadır. Bu haftaya gelindiğinde hala daha "*Hocam ne yazacağımı bilemiyorum. Burada düşüncenizi açıklayın demiş ama* *nasıl açıklayacağımı bilemedim*.” şeklinde zorlanan öğrenciler olduğu görülmüştür. Böylece haftalık yeterlik düzeyine B1 olarak karar verilmiştir.

Yedinci hafta, öğrenciler düşünme yollarını açıklamaya alışmış ve birbirlerine de çözüm için önerilerde bulunmuşlardır. Örneğin; “*Ben birim fiyatlarını hesaplayarak çözüme başladım. Sen de bunu deneyebilirsin*.” şeklinde grup arkadaşına çözüm için bir başlangıç noktası önermiştir. Yine benzer başka bir durumda tahtada çözüm yapan öğrenci bir öğrenciye anlamadığı yeri açıklamıştır:

Ö$_{yerinde}$: Yalnız ben şu 70’in nereden geldiğini anlayamadım.

Ö$_{tahtada}$: 930 var ya şimdi. 1 kilonun fiyatını öğrenmeye çalışıyoruz biz. 1 kilo 1000 gr ve 1000’den 930 çıkarırsak 70 gr kalıyor. Ben hesabımı bu 70 gr üzerinden yaptım. İsterseniz siz 930 üzerinden de yapabilirisiniz.

Öğrenciler çözümlerini açıklayabilmişlerdir ve bu konuda becerikli ve isteklidirler. Öğrenciler “Hocam ben her zaman birim yani %1 değerini hesaplıyorum. Böyle yapınca tüm yüzde sorularını çok rahat hesaplayabiliyorum.” şeklinde sorulara yaklaşım mantığını ifade etmiştir. Bu açıklamadan öğrencinin kendi düşünme sürecine yönelik farkındalığının yüksek olduğu anlaşılmaktadır. Bu hafta itibari ile düşüncelerini ifade etmede daha iyi bir düzeye gelmişlerdir. Özellikle en baştan beri sınıfta sessiz kaldığı tespit edilen öğrencilerin dahi derse katılımı artmıştır. Böylece haftalık yeterlik düzeyine A1 olarak karar verilmiştir.

Sekizinci, dokuzuncu ve onuncu hafta, genellikle modüllerde yer alan etkinliklerin uygulanması ile geçmiştir. Bu süreçte etkinlik talimatlarını takip eden öğrenciler çoğunlukla sessiz kalıp, grup olarak çalışmışlardır. Özellikle MO problemlerinin çözümünde farklı çözüm yollarını paylaşmışlar ve hem tahtada hem de yerlerinden sözel açıklamalar vermişlerdir. Bu haftalarda öğretmenin sınıf ortamına taşıdığı rutin sorulardan oluşan testlerde ise öğrenciler kolaylıkla çözüme ulaşmış ancak bu sorularda sadece sonucu söylemekle yetinmişlerdir. Sınıf içinde daha çok MO problemlerinin çözümünde tartışmalar açılmış, soru üzerinde konuşmalar yürütülmüştür. Öğrencilerin kendilerini çok daha iyi ifade ettiği ve özellikle birbirleri ile problemlerle ilgili daha fazla iletişim kurdukları belirlenmiştir. Sonuç olarak haftalar için yeterlik düzeyine A1 olarak karar verilmiştir.

*On birinci hafta*ya gelindiğinde öğrenciler, düşünce ve işlemlerini matematiksel olarak ifade etmede başarılı oluşlardır. Örneğin; eşkenar dörtgenin alanının nasıl hesaplanabileceği etkinlik üzerine bir öğrencinin açıklaması;

Ö: "Hocam eşkenar dörtgenin etrafına dikdörtgen çizdiğimizden ve köşegenleri de çizdiğimiz için 8 tane üçgen ortaya çıktı. Bütün üçgenler eşit. O yüzden dikdörtgenin alanını hesapladım ve 4 tanesi eşkenar dörtgene ait olduğu için onu da 2'ye böldüm. 4 tanesi içte, 4 tanesi dışta."

şeklindedir. Yaptıkları çözümleri ve düşünme süreçlerini ayrıntılı açıklamışlardır. Bazı öğrenciler ise düşüncesini matematiksel olarak ifade etmede zorlanmıştır. Örneğin; öğretmenin alan kavramının ne olduğunu sorguladığı süreçte öğrenciler düşüncesini belirtmeye çabalamış ancak, "*Şimdi bu sınıfın bir etrafı var ve bunun da bir alanı var.*" şeklinde kavrama ilişkin tam olarak açıklama getirememiştir.

Çokgenler modülünün işlendiği bu haftada öğretmen dörtgenlerin özelliklerini sırasıyla sınıfta tartışmıştır. Bu süreçte öğretmenin "Köşegenler birbirini ortalar", "Karşılıklı kenarları paralel" gibi dörtgenlere ait bazı ifadeleri anlayamayan öğrenciler olmuştur. Bu tür matematiksel ifadeleri anlamakta zorlanan öğrenciler bu zorluğu ifade etmiştir. Hafta boyunca yaşanan yeterli ile ilgili göstergeler neticesinde düzey B1 olarak karar verilmiştir.

On ikinci hafta, öğrencilerin sözel olarak kendilerini ifade etmede daha başarılı oldukları gözlenmiştir. Ancak bir önceki haftada yaşananlara benzer olarak bu hafta da bazı öğrenciler öğretmenin matematiksel açıklamalarını anlamada zorluk yaşamıştır. Örneğin; verilen bir üçgen için kenarlara ait yüksekliklerin çizilmesi istendiğinde öğrencilerin bazıları ne yapılması gerektiğini öğretmenin daha ayrıntılı açıklamasını istediklerini belirtmiştir.

Sonuç olarak haftalık yeterlik düzeyi bazı olumlu ve olumsuz göstergeler dikkate alınarak B1 olarak belirlenmiştir.

On üçüncü hafta, öğrencilerin artık kendilerini çok iyi ifade edebildiği görülmüştür. Sadece problem çözümlerini paylaşmak ile sınırlı kalmayıp öğrenciler düşünceleri üzerine öğretmenle ve diğer öğrenciler ile matematiksel tartışmalara girebilmişlerdir. Düşüncelerini, iddialarını matematiksel bir dille açıklamışlardır. Örneğin; bu haftadaki değişimler itibari ile bazı açıklamaları "Karenin açıları diktir." ifadesinden "Karede takip eden açılar toplamı bütünlerdir" şeklinde daha matematiksel özelliklere dayalı ifadelere doğru ilerlemiştir. Böylece haftalık yeterlik düzeyine A1 olarak karar verilmiştir.

On dördüncü ve on beşinci haftalarda öğrencilerin açıklama yapmaya, düşüncelerini anlatmaya, sınıf içinde konuşup tartışmaya istekli oldukları görülmüştür. Bazı öğrenciler;

$Ö_1$: "Hocam cevabı 120 bulduk. Nasıl bulduğumuzu açıklayabilir miyim?"

$Ö_2$: "Hocam bu etkinlikte ben ne yaptığımızı açıklamak istiyorum."

şeklinde bu istekliliğini dile getirmiştir. Öğrencilerin bu şekilde yazılı olduğu kadar sözel olarak çözümlerini açıklamalarının iletişim becerileri üzerinde olumlu bir etkisi olduğu belirlenmiştir. Bu gelişmeler neticesinde yeterlik düzeyi A1 olarak belirlenmiştir.

On altıncı hafta, öğrencilerin derse ilgisi ve katılımının çok yüksek düzeyde olduğu gözlenmiştir. Öğrenciler; "Hoc*am ben soruyu kendim yorumladım ve size açıklamak istiyorum.*" şeklinde çözümlerini açıklamadaki istekliliklerini dile getirmişlerdir. Tüm bu haftalar boyunca olan gelişmelerle uyumlu olarak bu haftanın düzeyi A1 olarak belirlenmiştir.

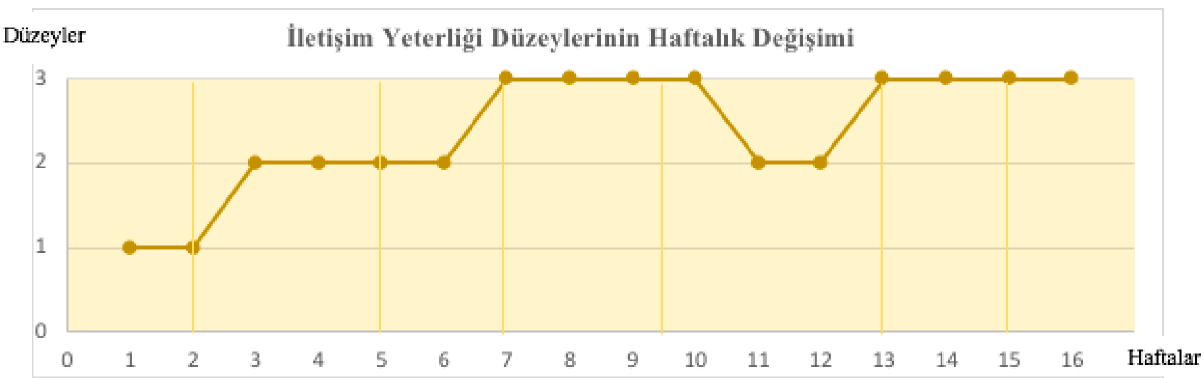
İletişim yeterliği, "*Matematiğin içinde iletişim, Matematik ile iletişim ve Matematik hakkında iletişim*" olmak üzere üç boyutta ele alınmıştır. Öğrencilerin özellikle bu üç boyuttan ilki olan matematiğin içinde iletişime başvurdukları görülmüştür. Süreç boyunca matematikle ilgili etkinlik, uygulama ve soru örneklerini anlama, yorumlama ve bunları problem çözme sürecinde yapma becerilerinde gelişim gösterdikleri gözlenmiştir. Öğrenciler dönem boyunca sessiz kalıp, sadece dinleyen konumundan çıkarak iletişime geçen matematiksel kavram ve problemler hakkında konuşmada isteklilik gösteren bir konuma gelmiştir. Matematiksel düşüncelerini akranlarına ve öğretmenlere tutarlı ve açık bir şekilde iletebilmişlerdir. Özellikle bazı modüller (örneğin veri analizi gibi) öğrencilerin derse katılımını, konuşma isteğini daha da artırmıştır.

Matematiksel fikirlerini tam olarak ifade etmek için matematik dilini yazılı ve sözlü biçimde etkili olarak kullanabilmişlerdir. Sözlü açıklamalarında zamanla gözlenen gelişimlerin bir benzeri yazılı anlatımlarında da görülmüştür. Özellikle açıklama istenen sorularda başlangıçta herhangi bir şey yazmayıp sadece dört işlem yapan öğrenciler zamanla düşüncelerini yazmaya ve ulaştıkları sonuçları yorumlamaya başlamıştır.

Derslerde ele alınan MO sorularının nasıl tükendiği sınıf iletişiminde önemli bir rol oynamıştır. Rutin karakterdeki soruların (ders kitabından ve öğretmenin dağıttığı fotokopilerde yer alan sorular); nedir, kaçtır, hesaplayınız vb. şeklinde bitmesi sebebi ile öğrenciler de istenen hesabı yapıp bırakmıştır. Ancak MO sorularının büyük bir çoğunluğu düşüncenizi açıklayınız, görüşünüzü matematiksel gerekçelere dayandırınız şeklinde tükendiği için öğrencilerin de sınıf içindeki iletişim dili zamanla değişmiştir. Öğretmenle ve

Grafik 5

İletişim yeterliği düzeylerindeki değişim



arkadaşları ile olan konuşmalarında "*Düşüncemi açıklayabilir miyim*?" söylemi yaygın olarak kullanılmaya başlanmıştır.

Grafik 5'te haftalara göre iletişim yeterliğinin düzeylerindeki değişim verilmiştir. Bu yeterliğe ait göstergeler tüm haftalarda ortaya çıkmış ve en alt düzey olarak kabul edilen D1'e bu süreç boyunca rastlanmamıştır. Öğrenciler özellikle 6. haftadan sonra yeterlikte en üst düzeye çıkmışlardır. Ancak üst düzey performansları süreklilik gösterememiş ve 11 ve 12. haftalarda bir düşüş olmuştur. Bu düşüşün temel sebebi gözlem verilerinin de gösterdiği üzere modülde ele alınan kavramla ilgili olduğu düşünülmektedir.

4.2.1.6. Sembolik, teknik dil ve işlemleri kullanma yeterliği.

4.2.1.6.1. Sembolik, teknik dil ve işlemleri kullanma yeterliğine ilişkin ön-son testteki başarı durumlarının betimsel analizi.

Sembolik, teknik dil ve işlemleri kullanma yeterliği ön ve son testte sorulan yedi açık uçlu ve iki çoktan seçmeli olmak üzere toplam dokuz soru üzerinden ölçülmüş olup, testten elde edilen veriler araştırmacı tarafından geliştirilen rubrik kullanılarak değerlendirilmiştir. Her problem için alınabilecek tam puan 3'tür (0-3 puan üzerinden değerlendirmeler yapıldı). Toplam 31 öğrencinin verdiği cevaplar betimsel olarak incelenmiş ve Tablo 57'de sunulmuştur.

Tablo 57

Öğrencilerin eğitiminden önce ve sonra uygulanan ön-son testlerde sembolik, teknik dil ve işlemleri kullanma yeterliğine ilişkin soru bazında elde ettikleri başarı durumları

Sembolik, Teknik Dil ve İşlemler Yeterliğine İlişkin Betimsel Analiz Sonuçları				
	Ön Test		Son Test	
Sorular	$\bar{x}$	ss	$\bar{x}$	ss
Konaklama I	1.45	1.234	2.84	.638
Konaklama II	.45	.723	2.42	.923
Üçgenler	.68	1.275	2.61	1.022
Elmalar I	1.06	.574	1.06	1.082

Elmalar II	.19	.543	1.13	1.118
Kıta Alanı	.00	.000	1.81	1.376
Posta Ücretleri I	.00	.000	1.55	1.524
Dvd Kiralama I	.19	.402	1.84	1.068
Dvd Kiralama II	.16	.374	2.00	.894

Ön ve son testler karşılaştırıldığında problemlerin biri hariç tamamında ortalama puanlar son test ile artış göstermiştir. Elmalar I sorusunda ise ön test ve son test ortalama puanları (1.06) değişiklik göstermemiştir. Konaklama I, Konaklama II, Üçgenler ve Dvd Kiralama II sorularında özellikle yüksek ortalama puanlar elde edilmiştir. Kıta Alanı ve Posta Ücretleri I gibi sorularda ön test ortalamalarının .00 olmasının sebebi, soruya cevap verememiş olmaları ve soru bağlamındaki bilgileri kullanamamış olmalarıdır. Örneğin; kıta alanı sorusunda verilen harita ölçeğinin ne olduğunu ve nasıl kullanacaklarını bilmedikleri görülmüştür.

4.2.1.6.2. Sembolik, teknik dil ve işlemleri kullanma yeterliğine ilişkin nicel bulgular.

Uygulanan testlerde sembolik, teknik dil ve işlemleri kullanma yeterliğini ölçmek için toplamda dokuz soru yöneltilmiştir. Bu sorulara verilen cevaplar doğrultusunda verilerin normal dağılıma uygunlukları araştırılmıştır. Buna göre Tablo 58'de ön test sonuçlarına ilişkin normallik sonuçları paylaşılmıştır.

Tablo 58

Deney ve kontrol gruplarının sembolik, teknik dil ve işlemleri kullanma yeterliğine ilişkin ön test sonuçlarına göre normallik testi

Gruplar	Kolmogorov-Smirnov			Shapiro-Wilk		
	İstatistik	sd	p	İstatistik	sd	p
Deney Grubu Ön Test	.222	31	.000	.879	31	.002
Kontrol Grubu Ön Test	.159	29	.060	.951	29	.194

Tablo 59

Deney ve kontrol gruplarının ilişkin ön test sonuçlarına göre normallik için bir başka değerlendirme

Gruplar	Çarpıklık	Çarpıklık/ Standart hata	Basıklık	Basıklık/ Standart hata
Deney Grubu Ön Test	1.075	2.55	.426	.518
Kontrol Grubu Ön Test	.309	.711	.718	.849

Tablo 58'e göre normalliği test eden Kolmogorov-Smirnov (n>30) testi sonucuna göre deney grubu (p=.000) için p<.05 olduğu için normal dağılım sergilememektedir. Yine normalliği test eden Shapiro-Wilk testi (n<30) sonuçlarına göre (p=.194) ise p<.05 olduğundan kontrol grubuna ait verilerin normal dağılım sergilediği belirlenmiştir. Tablo 59'da verilen normallik için ek göstergelerde de benzer şekilde çarpıklık ve basıklık katsayıları 1'in üstünde ve standart hataya oranları $\pm$1,96 değerleri dışında kalmıştır. Bu sonuçlara göre normal dağılıma uygun olmayan verilere Mann-Whitney U testi uygulanmasına karar verilmiştir.

Verilere uygulanan Mann-Whitney U testi sonuçları Tablo 60'da sunulmuştur.

Tablo 60

Deney ve kontrol gruplarının ön test sonuçlarının Mann-Whitney U testi ile karşılaştırılması

Gruplar	N	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	U	p
Deney Grubu Ön Test	31	26.98	836.50	340.500	.104
Kontrol Grubu Ön Test	29	34.26	993.50		

Deney ve kontrol grubu olarak atanan öğrencilerin uygulanan ön testteki sembolik, teknik dil ve işlemleri kullanma yeterlik sonuçları arasında anlamlı farklılık olup olmadığını belirlemek için yapılan Mann-Whitney U testi sonuçlarına (p=.104) göre p>.05'tir. Kontrol grubunda uç değerde puana sahip iki öğrencinin puanları analize dahil edilmeden hesaplama yapılmış ve bu sayede p>.05 değeri elde edilmiştir. Bu durumda deney ve kontrol gruplarının arasında bu yeterliğin düzeyi açısından anlamlı fark olmadığı tespit edilmiştir. Bu tespit, her iki grubun birbirine denk olduğunun bir göstergesidir.

Bağımsız örneklemler için t-testi oldukça güçlü bir test olup, dağılımı normal olmayan gruplarda dahi oldukça doğru p değerleri verebilmektedir (Green & Salkind, 2008, s.168). t-testinin bu gücünden yola çıkarak aynı veriler için t-testi de uygulanmış ($p=.156$) ve anlamlı fark olmadığı belirlenmiştir. Böylece $p>.05$ ile Mann-Whitney U testi ile paralel sonuçlara ulaşılmıştır.

Deney ve kontrol gruplarının son testleri arasındaki farkın anlamlılığı da incelenmiştir. Grupların puanları arasındaki farkın anlamlılığının tespitinden önce uygulanacak teste karar vermek ve testin güvenilir sonuçlar verebilmesi için gerekli normallik koşulları incelenmiştir. Normallik testi sonuçları Tablo 61'de sunulmuştur.

Tablo 61

Deney ve kontrol gruplarının normallik testi sonuçları

	Kolmogorov-Smirnov			Shapiro-Wilk		
	İstatistik	sd	p	İstatistik	sd	p
Deney Grubu Son Test	.158	31	.048	.914	31	.017
Kontrol Grubu Son Test	.114	29	.200	.968	29	.506

Tablo 62

Deney ve kontrol gruplarının normallik için ek testler

Gruplar	Çarpıklık	Çarpıklık/ Standart hata	Basıklık	Basıklık/ Standart hata
Deney Grubu Son Test	1.076	2.555	.1338	1.629
Kontrol Grubu Son Test	.431	.993	.406	.480

Tablo 61'de verilen Kolmogorov-Smirnov ($n>30$) testi sonucuna göre deney grubu ($p=.048$) için $p<.05$ olduğu için normal dağılım sergilememektedir. Yine normalliği test eden Shapiro-Wilk testi ($n<30$) sonuçlarına göre ($p=.506$) ise $p<.05$ olduğundan kontrol grubuna ait verilerin normal dağılım sergilediği belirlenmiştir. Normallik için ek değerlendirmelere ihtiyaç duyulmuş ve Tablo 62'deki değerler incelenmiştir. Buna göre deney grubu için çarpıklık ve basıklık katsayıları 1'in üstünde ve standart hataya oranları $\pm$1,96 değerleri dışında kalmıştır. Bu sonuçlara göre normal dağılıma uygun olmayan verilere Mann-Whitney U testinin uygulanmasına karar verilmiştir.

Verilere uygulanan Mann-Whitney U testi sonuçları Tablo 63'de sunulmuştur.

Tablo 63

Deney ve kontrol gruplarının son test sonuçlarının Mann-Whitney U testi ile karşılaştırılması

Gruplar	N	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	U	p
Deney Grubu Son Test	31	42.71	1324.00	71.000	.000
Kontrol Grubu Son Test	29	17.45	506.00		

Uygulanan son testteki sembolik, teknik dil ve işlemleri kullanma yeterlik sonuçlarına ilişkin deney ve kontrol sonuçları arasında anlamlı farklılık olup olmadığını belirlemek için yapılan Mann-Whitney U testi sonuçlarına (p=.000) göre p<.05'tir. Normallik şartı sağlanmamış olmasına karşın fikir vermesi açısından t-testi de uygulanmış ve elde edilen değer (p=.000) Mann-Whitney U testi ile paralel olarak p<.05'tir. Bu durumda deney ve kontrol gruplarının arasında bu yeterliğin düzeyi açısından anlamlı fark olduğu tespit edilmiştir. Bu durumda verilen eğitimin deney grubu öğrencilerinin sembolik, teknik dil ve işlemleri kullanma yeterlik düzeyleri üzerinde etkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Deney grubunun ön ve son test puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı fark olup olmadığını test etmek için elde edilen toplam puanlara öncelikle normallik testleri uygulanmıştır. Normallik testleri, toplamları kıyaslanacak verilerin fark puanları (ön-son test puanları farkı) üzerinden yapılmıştır (Can, 2019). Fark puanlarına ait veri dizisi elde edildikten sonra Tablo 64'de normallik sonuçları sunulmuştur.

Tablo 64

Deney grubunun normallik testi sonuçları

	Kolmogorov-Smirnov			Shapiro-Wilk		
	İstatistik	sd	p	İstatistik	sd	p
Deney Grubu Ön-SonTest	.140	31	.127	.941	31	.090

Tablo 64’de görüldüğü üzere normalliği değerlendiren Kolmogorov-Smirnov testi sonuçlarına göre deney grubundaki öğrencilerin ön ve son testleri arasındaki farkın oluşturduğu veri dizisi için $p>.05$ olduğundan verilerin normal dağılım sergilediği sonucuna varılmıştır. Buna göre normallik şartları sağlandığı için verilere *bağımlı örneklemler için t-testi* uygulanmasına karar verilmiştir.

Grubun ön ve son test puanları arasındaki farkın anlamlılığını belirlemek amacıyla yapılan bağımlı örneklemler için t-testi sonuçları Tablo 65’de görülmektedir.

Tablo 65

Deney grubunun ön test ve son test sonuçlarının bağımlı örneklemler için t-testi ile karşılaştırılması

Gruplar	N	$\bar{x}$	s	sd	t	p
Deney Grubu Ön Test	31	4.10	3.155	30	14.529	.000
Deney Grubu Son Test	31	17.84	5.165			

Verilen eğitimin öncesinde ve sonrasında elde edilen sembolik, teknik dil ve işlemleri kullanma yeterliğine ilişkin puanların ortalamaları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olup olmadığını belirlemek için yapılan bağımlı örneklemler için t-testi sonucunda uygulamadan önce yapılan ön test puanlarının ortalaması ($\bar{x}_{ÖT}$=4.10) ile uygulamadan sonra yapılan son test puanlarının ortalaması ($\bar{x}_{ST}$=17.84) arasında anlamlı bir fark (Tablo C) görülmüştür $[t_{(30)} = 14.529, p < 0.01]$. Bu veri grubuna uygulanan test sonucunda ortaya çıkan fark üzerinde uygulamanın etki büyüklüğü (d);

$$d = \frac{t}{\sqrt{N}} \Rightarrow \frac{14.529}{\sqrt{31}} = 2.609$$

olarak bulunmuştur. d değerinin 1'in üstünde çıkması, deneysel uygulama sonucunda oluşan etkinin büyük olduğuna işaret etmektedir. Buna göre verilen eğitimin deney grubundaki öğrencilerin sembolik, teknik dil ve işlemleri kullanma yeterlik düzeylerini artırmada büyük bir etki yarattığı sonucuna varılmıştır.

4.2.1.6.3. Sembolik, teknik dil ve işlemleri kullanma yeterliğine ilişkin öğretim sürecinde elde edilen nitel bulgular.

Sembolik, teknik dil ve işlemleri kullanma yeterliği, öğrencilerin matematik derslerinde ilk geliştirmeye başladığı yeterlik türlerinden biridir. Öğrenciler zamanla matematik dilini ve işlemleri öğrenir ve kullanırlar. Bu öğretim süreci boyunca öğrencilerin mevcut bildikleri sembolik, teknik dil ve işlemleri bilme ve kullanma, yeni öğrendikleri kavramlara ilişkin dili öğrenme düzeylerine özellikle odaklanılmıştır.

Birinci hafta, denklem modülünün işlenmesi sebebi ile özellikle öğrencilerin bilinmeyeni kullanmaları ve denklem ifadesini kurmalarına bakılmıştır. Denklemleri kurarken bazı öğrencilerin $\frac{x}{2}$ yazmak yerine x:2 şeklinde yazdığı görülmüş ve öğretmen tarafından bu yazımın uygun olmadığı şeklinde uyarılmışlardır. Bazı karmaşık cebirsel ifadelerin yazımında (x-2'nin 4 katı gibi) ifadenin parantez içinde yazılması gerektiği öğrenciler tarafından vurgulanmıştır. Neredeyse bu yazımda hiçbir öğrenci hataya düşmemiştir. Bilinmeyen kavramı ile ilgili bir durum ise genellikle öğretmenin bilinmeyen ifade olarak x'i tercih etmesi ile ilgili yaşanmıştır. Bilinmeyene şu ana kadar x yazmaya alışmış olan öğrenciler için MO sorusunda geçen s ifadesi kafa karıştırmıştır. Ekstra açıklama yapma ihtiyacı doğmuştur.

Bunun dışında cebir ve denklem konusundan bağımsız olarak bazı MO problemlerinde geçen ifadeleri anlamada zorluk yaşanmıştır. Bunlardan biri soruda geçen "21 gr – 50 gr arasında değişen" ifadesinde bazı öğrenciler yazımı eksi işareti olarak anlamışlardır. Bundan ötürü soruyu çözmede yaşadıkları zorluk neticesinde bu hatalı okumaları tespit edilmiş ve öğretmen tarafından düzeltilmiştir. Yine başka bir soruda geçen indisli bir ifadenin ne anlama geldiği, böyle bir yazımı nasıl anlamaları gerektiğini soran bazı öğrenciler olmuştur. Hafta boyu yaşanan bazı zorluklar ve hatalı kullanımlar neticesinde yeterlik düzeyi C1 olarak belirlenmiştir.

İkinci hafta, öğrencilerin sembolleri ve teknik dili öğrenme ve kullanmada özenli davrandıkları gözlenmiştir. Oran ve orantı yazımında farklı biçimsel gösterimlere "Hocam oran ifadesi daha farklı şekillerde gösterilebilir mi? Mesela iki nokta değil de çizgi ile de olur sanırım." şeklinde dikkat çekmişlerdir. Aynı zamanda bu farklı sembolik gösterimleri kullanmışlardır.

Bu hafta bir diğer dikkat çeken durum, öğrencilerin bağlam içinde geçen birimlere önem verdikleri ve gerekli dönüşümleri yapmayı (örneğin cm'den km gibi) göz ardı etmemiş olmalarıdır. Hem tahta üzerinde yapılan çözümlerde hem de öğrencilerin çalışma kağıtları üzerinde sayısal sonucun yanına mutlaka birimleri de yazdıkları gözlenmiştir. Öğretmen tarafından yapılan bir soru çözümünde yanlışlıkla birim olarak cm yerine no yazması üzerine öğrenciler hemen müdahale etmiş ve hataya dikkat çekmişlerdir. Bu haftaki göstergeler uyarınca yeterliğe ilişkin düzey A1 olarak belirlenmiştir.

Üçüncü hafta, bir önceki haftada olduğu gibi öğrencilerin bağlam içinde geçen birimlere önem verdikleri görülmüştür. Örneğin; sorunun içinde ay olarak verilirken yıl cinsinden sorulmuş ya da litre verilmiş ml olarak sonuç istenmiştir. Bu durumlara öğrenciler çok dikkat etmiş ve birim kullanımı kaynaklı bir hata yaşamamışlardır. Özellikle bu gibi durumlarda öğrencilerin hataya düşmesi rastlanır bir durum olmakla birlikte öğrencilerin bu dikkatinin öğretmenin bir vurgusu olduğu görülmüştür. Öğretmenin "*Her zaman dediğim gibi birimi unutmayın, unutmadınız da zaten*" gibi söylemlerinin bu hatadan kaçınılmasında etkili olduğu düşünülmüştür.

Öğrenciler derste kullanılan terimlere ve matematiksel ifadelere dikkat etmektedir. Bu haftanın konusu olan oranla ilgili orantı sabiti k iken öğretmenin başka bir harf ile göstermesi üzerine öğrencilerden tepki gelmiştir. Sabitin k olması gerekip gerekmediğini “Hocam orantı sabiti genellikle k harfi ile gösteriliyor değil mi!”, “Başka harfler de kullanılabiliyor mu?” şeklinde dile getirmişlerdir.

Bu hafta özellikle dikkat çeken bir durum = işaretinin hatalı kullanımı ile ilgidir. Bir denklem kurarken az sayıda da olsa bazı öğrencilerin x=105 yazması gereken yerde = işareti koymadığı, x 105 şeklinde anlamsız bir gösterimde bulunduğu tespit edilmiştir. Bir başka durumda ise denklem kurma ile bağlantılı olarak $\frac{8}{9} = \frac{x}{45}$ şeklinde orantı ifadesinin yazımında = işaretinin kullanımını ihmal ettikleri, $\frac{8}{9} \quad \frac{x}{45}$ şeklinde bir işlem ifade etmeksizin yazdıkları görülmüştür. Bu gibi durumlar ile karşılaşan öğretmen hemen müdahale etmiş ve bu şekildeki hatalı yazımların matematik dilinde hiçbir karşılığı olmadığını vurgulamıştır.

Son olarak şu ana kadar x ve y’yi değişken olarak bilen öğrenciler Pasta Karışımı sorusunda bir karmaşa yaşamıştır. Soruda geçen x ve y birer pasta malzemesine karşılık geliyor olmasına karşın öğrenciler anlam yüklemede zorlanmışlardır. Hatta haftalık günlüklerinde de keşke x ve y yerine bir malzeme adı yazılsaydı şeklinde tepkilerini ifade etmişlerdir. Tüm hafta boyunca ortaya çıkan yeterlik göstergeleri dikkate alınarak yeterlik düzeyi B1 olarak belirlenmiştir.

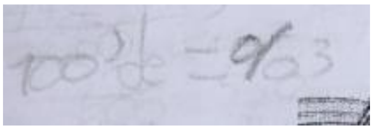
Dördüncü hafta, önceki haftalarda olduğu gibi öğrenciler derste kullanılan terimlere ve matematiksel ifadelere dikkat etmiştir. Orantı sabiti olan k yine gündeme gelmiş ve ters orantıda da k’nın kullanılıp kullanılmadığını sorgulamışlardır. Sembolik dile dikkat ettikleri ve hafta boyunca uygun şekilde kullandıkları tespit edilmiştir. Özellikle önceki hafta da orantı yazımında ortaya çıkan bazı hatalı dil kullanımlarına bu hafta boyunca rastlanılmamıştır. Böylece yeterlik düzeyine A1 olarak karar verilmiştir.

Beşinci hafta, öğrencilerin bağlam içinde geçen birimlere önem verdikleri görülmüştür. Örneğin; Gişe Memuru sorusu birim olarak hem saat hem de dakikayı içermektedir. Tüm öğrenciler birimleri birbirine doğru olarak çevirebilmiş ve hepsinde sayısal ifadenin yanına birim olarak s veya dk'dan uygun olanını yazmışlardır. Bunun yanı sıra orantı kurmada uygun sembolik dili kullanabildikleri ve zorluk yaşamadıkları belirlenmiştir. Sonuç olarak yeterlik düzeyi A1 olarak belirlenmiştir.

Altıncı hafta, yüzde modülüne başlanmıştır. Aslında öğrenciler önceki öğretim süreçlerinden yüzde kavramını ve işaretini tanımaktadır. Ancak buna rağmen yapılan işlemlerde sıkça hatalı dil kullanımına rastlanmıştır. Bazı öğrencilerin yüzde hesabı yaptıkları soru çözümlerinde resim 47'de bir örneği sunulduğu gibi sonucu % işareti kullanarak yazdıkları ($80 \cdot \frac{20}{100} = \%16$ gibi) görülmüştür. Yüzde sembolünün kullanımı kaynaklı bu hatalarda öğrenciler sembolü nerede ve ne zaman kullanacakları konusunda henüz başarı sağlayamamıştır.

Resim 47

Örnek hatalı sembol kullanımı



Öğrencinin burada doğru sonuca ulaşmakla birlikte matematik dilini uygun kullanamadığı görülmüştür. Bu sebeplerden ötürü yeterlik düzeyi C1 olarak belirlenmiştir.

Yedinci hafta, yüzde sembolünün kullanımı ile ilgili hatalı gösterimler bu haftada da devam etmiştir. Yüzde hesabını orantı kurarak yapmaya çalışan öğrenciler Resim 47'de görüleceği üzere tamamen anlamsız bazı ifadeler kurmuştur. Aslında orantı ifadesini yazarken modül süresince uygun teknik dil ve sembolleri kullanan öğrenciler işin içine yüzde girdiğinde hepsini karıştırmıştır. Sınıfın geneline bakıldığında yüzdenin bu hatalı kullanımı birçok öğrencide görülmüştür. İşin ilginç yanı tüm bu anlamsız yazıma rağmen soruların çözümünde doğru sonuca ulaşabilen öğrenciler de olmuştur. Haftanın ilerleyen ders saatlerinde bu hatalı kullanımları büyük oranda düzeltebilmiş ve doğru matematiksel dil ile işlem yapabilmişlerdir. Bu gelişimleri de dikkate alınarak yeterlik düzeyine B1 olarak karar verilmiştir.

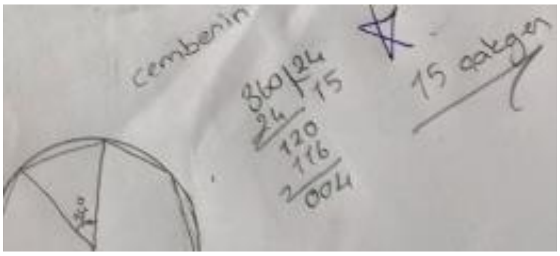
Sekizinci hafta, doğrular ve açılar modülüne geçilmiş ve öğrencilerin geometrik kavramlarla ilgili temel kullanımlara hakim olduğu görülmüştür. Açı, doğru, üçgen yazımında uygun gösterimleri kullanmışlardır. Aynı zamanda uygun olmayan durumlara da hemen müdahale etmişlerdir. Örneğin; bir soruda geçen bir ABC üçgeninde açıyı göstermek için Δ sembolü kullanılmış ve öğrenciler hatayı fark edip Δ işaretini silerek ^ işaretini yapmışlardır. Yeterlik göstergeleri uyarınca sınıfın genel durumu iyi olmakla birlikte bazı öğrencilerde matematiksel dildeki eksiklikler de dikkat çekmiştir. Aslında çok öncelerden beri hem öğretim süreçlerinde hem de karşılaştıkları kaynak kitap ve soru çözümlerinde sıkça yer verildiği düşünülen paralel (//) işaretini bazı öğrencilerin bilmediği görülmüştür. Hatta bu öğrencilerden biri, “Hocam şu iki çizgi işareti ne? Ben hiç anlamıyorum onları.” şeklinde bu tespiti doğrular nitelikte ifadelerde bulunmuştur.

Şekilli geometri sorularında şeklin yanında verilen açıklamalara da özellikle dikkat etmişlerdir. Hatta bazı durumlarda burada geçen matematiksel ifadelerin gerekliliğini sorgulamışlardır. Örneğin; paralel doğrular arasındaki açıların sorulduğu bir soru ile ilgili öğrenciler, “Hocam sorudaki [BA // [DE ifadesinin yazması önemli mi?” şeklinde bu ifadenin varlığına dikkat çekmişlerdir. Aslında paralellik bilgisi olmasa çözülemeyecek böyle bir soru için öğrencilerin açıklamalardan bağımsız tamamen şekil odaklı olarak yaklaşıp çözüme ulaştıkları düşünülmüştür. Matematiksel dilin temel kullanımında başarılı olmalarına karşın yukarıda açıklanan eksik/hatalı öğrenmeler ve hiç öğrenilmemiş bazı teknik dil uyarınca yeterlik düzeyi B1 olarak belirlenmiştir.

*Dokuzuncu hafta*ya gelindiğinde yeterlik düzeyi süreç içerisinde daha fazla gelişim göstermiştir. Öğrenciler özellikle çalışma kağıtları üzerinde işlemlerini yaparken izlenmiş ve sembolik ve teknik dili uygun şekilde kullanabildikleri gözlenmiştir. Aynı zamanda sözel açıklamalarında da matematiksel dile başvurmuşlardır. Matematiksel dili sözlü veya yazılı olarak kullanabilmek kadar bunu anlamak da eşit derecede önemlidir. Okudukları metinlerde ve öğretmen ifadelerinde zorluk yaşamadıkları ve başarı sağladıkları görülmüştür. Çokgenlerin harflendirmesine dikkat etmişler ve alfabeye uygun olarak yapabilmişlerdir. Diğer yandan öğrenciler bazı sembollerin önemini sorgulamıştır. Örneğin; derece sembolü ile ilgili olarak “Açının yanındaki yuvarlak işareti (^{o}) yazmazsak ne olur?” şeklinde varlığının (veya yokluğunun) kritik olup olmadığını merak etmişlerdir. Ancak bu sorgulama bazı matematiksel sembollerin henüz kavranmadığını göstermiştir. Bu konuda bazı eksikliklerin olmasının yanı sıra hafta boyunca gösterdikleri uygun yeterlik göstergeleri dikkate alınarak A1 düzeyine karar verilmiştir.

Resim 48

Öğrenci örnek yanıtı



Onuncu hafta, önceki haftalara benzer şekilde uygun sembolik-teknik dil kullanımı vardır. Ancak bazı öğrenci hataları da dikkat çekmiştir. Resim 48’de çokgenlerde açı ile ilgili bir soruya bir öğrencinin yanıtı verilmiştir. Öğrenci burada doğru bir çözüm yapmış olmasına karşın bir iç açısının ölçüsü 24^0 olan şekli nasıl ifade edeceğini bilememiş ve “15 çokgen” olarak yazmıştır. Buna benzer bazı hatalı sembolik-matematiksel dil kullanımları gözlenmiştir. Bu sebeple yeterlik düzeyi B1 olarak belirlenmiştir.

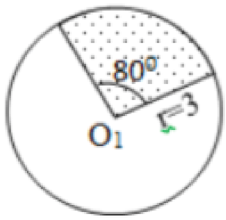
On birinci ve on ikinci hafta hala matematiksel dili okumada zorlanan öğrenciler mevcuttur. Özellikle bu zorluk soruları anlamada etkisini göstermiştir. Örneğin; çokgenlerdeki bazı isimlendirmelere anlam yükleyememişlerdir. Bir beşgenin bazı köşelerinin birleştirilmesi ile oluşan kesişim noktası F olarak adlandırılmıştır. Soruyla karşılaşan öğrenciler "Hocam buradaki F ne alaka?" şeklinde tepki göstermişlerdir. Geometrik şekillerin isimlendirilmesi hususu hem derste çokça vurgulanan hem de öğrencilerin dikkat ettiği bir durum olmasına karşın hala bununla ilgili anlaşılmayan yerler olduğu görülmüştür.

Bunun yanı sıra bu haftada öğrenciler birimlerin (m, cm gibi) kullanımına dikkat etmiş ve kendileri de birimlerin yazılması gerektiği hususuna dikkat çekmiştir. Bu yaşananlar sonucunda haftalık düzey C1 olarak belirlenmiştir.

On üçüncü hafta, öğrenciler bazı sembollerin kullanımında hata yapmıştır. Hatalı kullanımda öne çıkan ve aslında çok önceden beri bildikleri ve kullandıkları eşittir sembolüdür. Buradaki yanlış kullanım soru çözümünde sürekli eşittir diyerek tüm işlemleri yan yana yazma şeklindedir. Hâlbuki sonuçları birbirine eşit olmayan bu gibi ifadeleri eşittir ile yan yana yazmak doğru sonuca ulaşılsa da matematiksel açıdan hatalı bir görüntü vermiştir. Bir diğer matematiksel dil ile ilgili yaşanılan zorluk ise şudur; çokgenlerde alan hesabı formüllerinde genellemeye ulaşan öğrenciler bu genellemelerde a, b harflerini köşegenleri isimlendirmek için kullanmıştır. Ancak bu sefer farklı bir durum içerisinde a, b'yi görünce, neye a, b denildiğine bakılmaksızın bunların da köşegen olacağı yanılgısına düşmüşlerdir. Öğrenciler uyarıldığında hatalarını hemen fark etmiş olmalarına karşın bu yanılgıya düşmelerinde verilen sözel açıklamalara çok dikkat etmedikleri görülmüştür. Sonuç olarak yeterlik düzeyi C1 olarak belirlenmiştir.

Şekil 24

O1 ile gösterilen çemberin merkezi

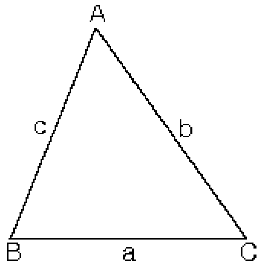


On dördüncü hafta, öğrenciler kullanımına aşina oldukları sembolik ve teknik dilin kullanımında başarılıdırlar. Ancak yeni öğrendikleri veya ilk kez gördükleri sembollere ilişkin anlamaya çalışmak yerine hemen tepki vermektedirler. Çember modülünün işlendiği bu haftada çemberinin merkezinin genellikle O harfi ile gösterildiği öğretmen tarafından dile getirilmiştir. Buna karşın Şekil 24'te bir soruda O_1 ile gösterilen çemberin merkezi ile alakalı bir kısım öğrenci burada yazan ifadenin ne anlama geldiği sormuştur. Açıkça bir şekilde merkez noktasının hemen yanında olmasına karşın anlam yükleyememişlerdir. Bunun dışında bu hafta olumsuz anlamda başka bir durum yaşanmaması neticesinde yeterlik düzeyine B1 olarak karar verilmiştir.

On beşinci hafta, önceki hafta ile paralel olarak öğrencilerin aşina oldukları sembolik ve teknik dili başarılı bir şekilde kullanabildikleri gözlenmiştir. Ancak ilk defa bu hafta karşılaştıkları ve öğretmenin açıyı gösterirken kullandığı α sembolüne ilişkin çok fazla tepki göstermişlerdir. Bu sembol ile ilk kez karşılaşmış olmalarına karşın bir açıyı gösterdiği hem şekil üzerinden hem de sözel açıklamalardan anlaşılmaktadır. Buna karşın tanımadıkları bir harf olması nedeni ile bir ön yargıları olmuştur. Bir başka durumda grupla çalışan öğrencilerin çalışmaları incelendiğinde bir üçgenin köşelerini harflendirmede önceki haftalarda da başarılı oldukları tespit edilmişti. Ancak bazı grup üyelerinin kenarları isimlendirmede aynı başarıyı gösteremedikleri tespit edilmiştir.

Şekil 25

Grup çalışmasında kullanılan üçgen modeli



Şekil 25'de verildiği üzere bazı öğrenciler b kenarının lBCl olarak adlandırılan kısım olduğunu söylemiştir. Bu durumda grubundaki diğer öğrenci tarafından hemen uyarılmış ve b kenarının B köşesinin karşısındaki kenar olduğu ve harflendirmenin bu mantık ile yapıldığı açıklanmıştır. Böylece grup çalışmaları da bu yeterliğin gelişimi açısından olumlu bir rol oynamıştır. Sonuç olarak tüm haftalık performansları neticesinde yeterlik düzeyi B1 olarak belirlenmiştir.

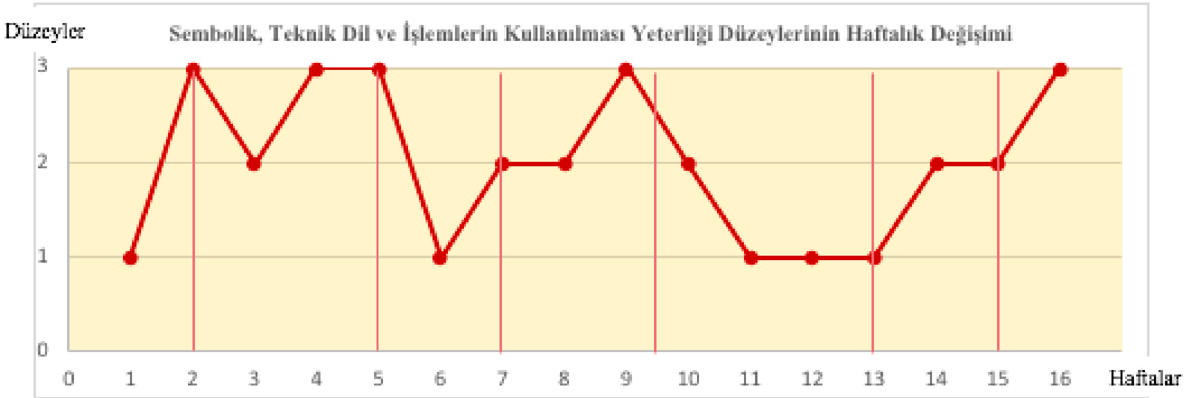
On altıncı hafta, veri analizi modülü ele alınmıştır. Bu modülde ön plana çıkan ortalama, ortanca ve tepe değer kavramlarının ve bu kavramlara ilişkin hesaplamalara ait matematiksel dildir. Öğrenciler önceki sınıf düzeylerinden de bu kavramlara aşinadır. Bu sebeple sembolleri nerede ne zaman kullanacakları konusunda sıkıntı yaşamamışlardır. Grafiklerin çiziminde ise çizgi grafiği için uygun koordinat düzlemini oluşturmuş ve isimlendirmişlerdir. Bir diğer grafik olan daire grafiği için ise daha henüz yeni tamamlanan çember ve daire modülünün de etkisi ile herhangi bir sıkıntı ve zorluk yaşamamışlardır. Bu nedenle haftalık yeterlik düzeyine A1 olarak karar verilmiştir.

Sembolik ve teknik dil ve işlemlerin kullanılması yeterliği, anlama, kullanma ve çeviri olmak üzere üç boyutta ele alınmıştır. Öğretim yaşantılarına başladıkları yıllardan itibaren matematik dilini gören, öğrenen ve kullanan öğrencilerin genel olarak yeterlik ile ilgili büyük bir güçlüğü olmadığı belirlenmiştir. Anlama boyutu ile ilişkili olarak öğrenciler özellikle bazı biçimsel matematiksel ifadelerin doğasını anlamaya çalışmıştır. Bu ifadelerin kullanımının gerekliliğini sorgulamışlardır. Kullanım boyutu açısından matematik dilin kullanımına özen gösterdikleri tespit edilmiştir. Formüller içeren sembolik açıklamaları ve ifadeleri kullanabilmiş ve yararlanabilmişlerdir. Zamanla iletişim yeterliğinin de gelişmesi ile birlikte sözlü açıklamalara daha çok başvuran öğrenciler sözlü dili sembolik ifadelere de çevirebilmiştir. Bu çeviri süreci bazı zorlukları da içine barındırmasına karşın ileri geri (sembolik dilden sözel dile ve sözel dilden sembolik dile) çeviriler yapabilmişlerdir.

Sembolik, teknik dil ve işlemlerin kullanılması yeterliğinin diğer yeterliklerden daha çok modüller ile ilişkili olduğu görülmüştür. Özellikle geometrideki sembollerin kullanımına dikkat etmekle beraber bu öğrenme alanı ile ilgili modüllerde sembolik dilin kullanımında çok zorlanmışlardır.

Grafik 6

Sembolik, teknik dil ve işlemlerin kullanılması yeterliğinin düzeylerindeki değişim



Grafik 6'da haftalara göre sembolik, teknik dil ve işlemlerin kullanılması yeterliğinin düzeylerindeki değişim verilmiştir. Bu yeterliğe ait göstergeler tüm haftalarda ortaya çıkmış ve en alt düzey olarak kabul edilen D1'e bu süreç boyunca rastlanmamıştır. Bu yeterliğe ilişkin bir alt yapıya sahip oldukları için D1 seviyesine hiç düşmedikleri düşünülmektedir. Buna karşın grafik bir süreklilik taşımamaktadır yani, diğer yeterliklerde olduğu gibi bir istikrara sahip değildir. Bu durumun nedeni ise özellikle modül içeriğinde yer alan kavramlara bağlı olarak matematiksel dil ve sembollere ait yeterlik göstergelerinin değişmiş olmasıdır.

4.2.1.7. Araç ve gereçleri kullanma yeterliği.

Çalışma kapsamında ele alınan yedinci yeterlik olan araç ve gereçleri kullanma yeterliğine ilişkin ön-son testlerde herhangi bir soru yöneltilmemiş olup, bu yeterlik sadece öğretim sürecinde elde edilen nitel bulgulara göre değerlendirilmiştir.

4.2.1.7.1. Araç ve Gereçleri Kullanma Yeterliğine İlişkin Öğretim Sürecinde Elde Edilen Nitel Bulgular

Araç-gereçleri kullanma yeterliği, matematik derslerinde kavramın kazandırılmasında ve uygulanmasında başvurulan tüm araç gereçleri bilme ve kullanma ile ilgilidir. Bu tür araçlar, kullanımı tamamen el becerine dayalı olabileceği gibi sınıf içindeki öğretime dahil edilebilen teknolojik kaynaklı da olabilir. Araştırma süresince derslerde mevcut olan teknolojik araç sadece akıllı tahtadır. Akıllı tahta ise öğretim modüllerini ve yer yer ders kitabını yansıtmak amacıyla yani sadece “gösterim yapmak” üzere kullanılmıştır. Öğretmen önceki öğretimlerinden ders kitabını akıllı tahtadan yansıtıp bunun üzerinden ders işlemeye alışkın olduğu için kendisine herhangi bir müdahale edilmeksizin modüllerin pdf halini talep edip yansıtmıştır. Bu nedenle akıllı tahta sadece yansıtma/gösterme amacıyla kullanılmış olup, kullanımına ilişkin herhangi bir yeterlik gelişimi söz konusu olmamıştır. Bu derslerde temel olarak kullanılan araçlar, pergel, cetvel ve açıölçer (iletki) olmuştur.

Yukarıda ele alınan diğer tüm yeterliklere ait çeşitli göstergeler hemen hemen her hafta ortaya çıkmıştır. Ancak mevcut yeterlik sınıf ortamına araç-gereçlerin dahil edilmesi ile gözlenebileceği için sadece belirli haftalar ile sınırlı kalmıştır. Bu haftalar 2. hafta (orantı modülü), 8. hafta (doğrular ve açılar modülü) ve 14. hafta (çember ve daire modülü) dır. Bu nedenle ilgili yeterlik hafta hafta değil genel olarak aşağıda açıklanmıştır.

İlk olarak orantı modülünde kavramın keşfedilmesine yönelik yürütülen Hangi Üçgen etkinliğinde öğrencilerden üç farklı üçgenin kenar uzunluklarını cetvel yardımı ile ölçüp karşılaştırmaları beklenmiştir. Bu süreçte öğrencilerin cetvel kullanmaya alışkın olmadıkları, çok heyecanlandıkları ve bocaladıkları gözlenmiştir. Ölçümde bazı sıkıntılar yaşamışlar ve cetveli kullanmakta bile yer yer zorlanmışlardır.

Resim 49

Öğrencilerin hata kaynağı

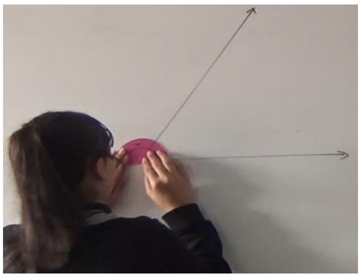
Yaşanan bu zorluk ise cetvelde ölçüm yaparken yandaki Resim 49'da kırmızı doğrularla gösterilen yerlerden hangisinin başlangıç noktası kabul edileceği ile ilgilidir. Birçok grup tarafından dile getirilen bu durum öğretmen tarafından açıklanmış ve sonucunda ölçümleri tamamlayıp etkinliğe cevap oluşturabilmişlerdir. Doğrular ve açılar modülüne geçildiğinde ilk olarak açıortay kavramına yönelik yürütülen etkinlikler gereğince öğrencilerin açıölçer kullanması beklenmiştir. Sınıftaki hiçbir öğrenci açıölçer kullanımını bilmediği için öğretmen genel sınıf açıklamaları vermiştir. Ancak sözel açıklamalar öğrencilerin ölçüm yapmaları için yeterli olmamıştır. Bunun üzerine tahtada öğrencilerin bazıları kalkıp büyük tahta açıölçer ile nasıl ölçüleceğini hem deneyimlemiş hem de arkadaşlarına göstermiştir. Aynı zamanda öğretmende yine ölçümde zorlanan grupların yanına giderek bizzat yardımcı olmuştur.

Devam eden etkinlikler pergel kullanımını da gerektirmiştir. Öğrenciler bir araç olarak pergeli bilmektedirler, ancak daha önce hiç deneyimlememişlerdir. Büyük aksaklıklar yaşanmamış olmakla birlikte bazı sıkıntılar olmuştur. İlk olarak öğrenciler pergel ile çizim yapma sırasında sıklıkla pergeli kaydırmış ve tekrar tekrar çizimler yapmak durumunda kalmıştır. İkinci olarak ise pergel çevirmede zorlandıkları için pergeli sabit tutup kağıdı/defteri çevirenler olmuştur. Sonuç olarak eğitim-öğretim hayatları boyunca ilk kez pergel ve açıölçer kullanan öğrenciler, bu araçları bilmelerine karşın kullanabilme başarıları daha düşüktür.

Çember ve daire modülüne geçildiğinde, modülün içeriğinde yer alan etkinlikler tekrardan açıölçer kullanımını gerektirmiştir. Aradan geçen altı haftadan sonra tekrar açıölçer kullanan öğrenciler ölçümlerde yine zorluk yaşamıştır. Bu zorluk açıölçerin açının kollarına nasıl yerleştirileceği ile ilgilidir. Uygun şekilde yerleştirdikten sonra açıölçer üzerinden açıyı isabetli bir şekilde okuyabilmişlerdir. Bu süreçte açıölçere bazı temel kavram ve özelliklerin kazandırılmasında başvurulmuştur. Ancak bazı öğrenciler soruların çözümünde özellikleri kullanarak cebirsel işlemler ile açıları hesaplamaktan ziyade açıölçeri kullanarak çözme eğilimi göstermiştir. Bu durumda öğretmen tarafından uyarılmış ve hesaplama yapmaları istenmiştir.

Resim 50

Açıölçer etkinliği



Araç ve gereçleri kullanma yeterliği, bilme, kullanma ve yansıtma üç boyutta ele alınmıştır. Teknolojik araç ve gereçlerin dahil olmadığı bu öğretim sürecinde sınıfa dahil edilen araçların tamamı (cetvel, açıölçer ve pergel), sahip olduğu özellikler ve hangi durumlarda kullanılabileceği öğrenciler tarafından bilinmektedir. Ancak nasıl kullanılacağına dair bilgileri tam değildir. Özellikle açıölçerin kullanımına dair neredeyse hiçbir bilgiye sahip olmayan öğrenciler, süreçte öğretmen ve akran desteği ile öğrenip kullanabilmiştir (Resim 50).

4.2.2. Öğretmenin matematiksel yeterlik vurgusu. Öğretmenin öğretim sırasındaki matematiksel yeterlik vurgusu; yaptığı açıklamalar, öğrencilere verdiği cevap ve dönütler dikkate alınarak belirlenmiştir. Aşağıda her bir yeterliğe ve yeterlik göstergelerine ilişkin vurgusu sıra ile ele alınmıştır.

Modelleme yeterliği "Problemi sadeleştirme, Matematik diline aktarma (Matematikleştirme), Farklı matematiksel gösterimlerden yararlanma, Test etme" olmak üzere dört farklı aşamayı içermektedir. Bu aşamalar ışığında öğretmenin söylemlerine bakıldığında özellikle "Matematik diline aktarma (matematikleştirme)" sürecine vurgu yapıldığı görülmüştür. Sınıf ortamına taşınan bir model oluşturulmasını gerektiren MO sorularının bazıları yapısı gereği model oluşturmayı kaçınılmaz kılmaktadır. Farklı çözüm yollarına izin veren sorularda ise öğrenciler model oluşturmaktan ziyade geriye doğru çalışma gibi farklı stratejiler kullanarak sonuca ulaşmaya çalışmıştır. Bu gibi durumlarda öğretmen model oluşturulması gerektiğini özellikle vurgulamış ve ısrarcı olmuştur. Öğretmen farklı çözüm yollarını kabul etse dahi herkesin model oluşturmasını kendi ifadesi ile şart koşmuştur. Burada kastedilen model oluşturma genellikle denklem kurma, orantı ifadesi yazma gibi uygulamalardır. Öğretmenin bu duruma ilişkin sınıf içi söylemlerinden birkaç tanesine örnek şu şekilde verilebilir;

"*Oran yazmanın faydası hangi işlemi yapacağımı göstermesi, daha net. Aynı denklem kurma gibi. Denklem kurmanın faydası neydi, ne bulduğumu biliyordum çünkü neye x verdiğimi biliyorum.*"

"*Aslında bizim için problemleri çözebilmek önemli. Ama bazı durumlarda denklem kurmanın kolay geldiği problemler olabiliyor ve bu nedenle önemsiyoruz.*"

"Ters işlemle değil denklem kurarak çözmelisiniz. Hatırlarsanız ben bir ara ters işlemi yasaklamıştım. Mantık kurarak böyle çözmek de güzel ama denklem kurmaya çalışın."

Öğretmen bu açıklamaların hepsini öğrencilerin model kurmaktan kaçınma davranışları üzerine yapmıştır. Böylece öğrencilerden bu yeterliği göstermeleri gerektiği konusundaki beklentisini açıkça ifade etmiştir.

Problem çözme için strateji oluşturma yeterliği, "Anlama, Çözüm yoluna karar verme ve uygulama, Çözümü paylaşma, Sonucu yorumlama ve Sonucu günlük yaşama göre yorumlama" olmak üzere beş boyutta ele alınmıştır. Bu yeterliğin hemen hemen her aşamasına yönelik öğretmenin söylemleri ve destekleyici açıklamaları oluşmuştur.

İlk olarak özellikle anlama boyutu ön plana çıkmıştır. Öğrencilerin ilk kez karşılaştıkları MO problemleri, yapı olarak rutin sorulara göre biraz daha uzun bir bağlama sahiptir ve bu uzun metinlerden anlam çıkartmayı gerektirmektedir. Öğretmen öğrencilere soruları iyi okumaları gerektiğini, okuma ve anlamanın bu soruları çözmedeki önemini sıklıkla dile getirmiştir. Öğrenciler özellikle bu sorularla ilk karşılaştıkları zamanlarda herhangi bir çözüm stratejisi geliştirmeye dahi geçemeden problemi anlama kısmında bocalamıştır. Bu gibi durumlarda öğretmen; "*Arkadaşlar yalnız soruları bir okuyup düşünmeden, yanınızdaki ile tartışmadan bana yapamadım diye sormayın. Soruya öncelikle bir hakimiyet kurun.*" şeklinde bir yaklaşım sergilemiştir. Öğrencilere direk müdahale etmeden kaçınan öğretmen acele etmeden, pes etmeden grup arkadaşları ile tartışarak kendi ifadesi ile "soruya diş geçirebileceklerini" belirtmiştir.

Bir diğer boyut olan çözüm yoluna karar verme ve uygulama ile ilgili olarak öğrenciler genellikle başarılı bir yaklaşım sergilemiş, bir strateji geliştirip, bu strateji ile adım adım sonuca ulaşabilmişlerdir. Öğretmenin bu aşamadaki yeterlik beklentisi genellikle bir strateji belirlemişken bunu devam ettirmeyen veya seçilen stratejisi başarısızlık ile sonuçlanınca çözümü yarıda bırakanlara yönelik olmuştur. Bu gibi durumlarda öğretmen grup olarak çalışan öğrencilerin yanına giderek soru-cevap şeklinde çözüm yolu geliştirmelerine yardımcı olmuştur. Sonuca ulaşamasalar dahi soruyu çözmek ile uğraşmalarını, çözüme ulaşsalar dahi farklı stratejiler geliştirerek çözüm yollarını çeşitlendirmelerini istemiştir.

Üçüncü boyut çözümü paylaşma ile ilgilidir. Öğrencilerden çözümü bulmasının yanı sıra bulduğu çözümü öğretmenle ve akranları ile de paylaşması beklenmektedir. Çözümü paylaşma sözel olarak açıklama, tahta üzerinde çözüm yapma ve çalışma kağıdı üzerinde açıklama olmak üzere üç farklı şekilde gerçekleşmiştir. Öğretmen özellikle "Ne düşünüyorsanız yazın kağıtlarınıza." gibi ifadelerle problem çözümlerinde sonuçta ne bulduklarını ve çözümlerini açıklamaları gerektiğini birçok kez vurgulamıştır. Yine başka bir durumda öğretmen;

"*Bu çözümü bana açıklayamazsan ben cevabını kabul edemem. Ezber bilgi değil ne olduğunu açıklayabildiğimiz bilgi önemlidir. Ezberden kuralları uygulamak yok. Kurallar sadece sınırlı sonuçlar verir*."

diyerek sadece cevabı iletmeyi tek başına yeterli bulmadığını, ezber bilgiyi kullanmaktan ziyade açıklanabilen bilgiyi daha değerli bulduğunu vurgulamıştır.

Dördüncü boyut ise sonucun yorumlanmasıdır. Bu boyut ile ilgili olarak öğretmen *"Peki, sen şimdi ne bulmuş oldun? Neye ulaştın?"* sorularına özellikle odaklanmıştır. Ancak öğrencilerin sadece küçük bir kısmı bu sorulara cevap verebilmiştir. Öğrencilerin yaşadığı zorluğa rağmen öğretmen beklentileri ifade etmeye ve öğrencileri bu konuda konuşturmaya devam etmiştir.

Sonuncu boyut olan yaşamsal değerlendirme için öğretmenin herhangi bir beklentisi olmamakla birlikte öğrencilerin kendileri böyle bir çabaya girmiştir. Problemin bağlamında yer alan yaşamsal duruma benzer örnekler kendi hayatlarından paylaşmışlar veya yaşamsal durumu hayatlarında nerede, nasıl kullanabileceklerine yönelik düşüncelerini açıklamışlardır.

Muhakeme ve argüman üretme yeterliği bu çalışmada "Karşılaştırma ve kıyaslama, Genelleme ve Gerekçelendirme" olmak üzere üç boyut altında ele alınmıştır. Bu üç boyut içerisinde öğretmen özellikle "Gerekçelendirme" üzerine sıklıkla vurgu yapmıştır. Öğrencilerin sadece sorulara cevap vermelerinin, bir problemin sonucunu, bir kavrama ilişkin düşüncelerini paylaşmalarının yeterli olmadığı, bunlara yönelik mutlaka bir açıklama getirmelerini, sebepleri ile ifade etmelerini, karşısındakini inandırmalarını, destekli konuşmalarını istemiştir. Öğretmenin "*Öncelikle yanınızdaki arkadaşınızı inandırın!*", "*Beni veya başkasını nasıl inandırırsın bunu düşün!*" söylemleri neticesinde öğrenciler cevaplarını desteklemeye, dayanaklar bulmaya çalıştı. Buna benzer olarak öğretmenin sınıftaki diğer söylemlerine örnek aşağıda sunulmuştur:

"*Yalnız sadece evet, hayır cevaplarını kabul etmiyoruz. Neye göre hayır, neye göre evet!*"

"*Bence bu bence bu demenin ne anlamı var, herkes atar bir şey o zaman. Bir mantığa oturtmanız lazım.*"

"*Sallama değil, destekli olacak. Bu bizim sloganımız*."

Son söylemden de anlaşılacağı üzere öğrencilerin destekli ve dayanaklı konuşması bir slogan gibi sıklıkla sınıf içinde tekrarlanır olmuştur.

"Neden?" sorusu zamanla dersin ana dokusunu oluşturmuştur. Öğretmen sıklıkla öğrencilere neden, niçin sorularını yönlendirmiş ve bu sorulara cevap vermelerini beklemiştir. Örneğin; bir MO sorusunun çözümünde ikili öğrenci grubu ile öğretmen arasında geçen diyalog şu şekildedir:

Ö: Hocam cevap 500 olmalı.

H: Neden?

Ö: (Ses yok)

H: Tamam doğru cevap olabilir ama nedenini açıklamanız lazım ki kabul edebileyim.

Ö: (Yine herhangi bir cevap yok.)

H: Siz biraz nedeni üzerinde düşünün.

Bu diyalogda da görüleceği üzere özellikle problem çözümlerinde öğrencilerin sadece sonucu söyleyip bırakmasını kabul etmemiştir. MO soruları karakterleri gereği rutin sorulardan farklı olarak daha karmaşıktır ve farklı destekleyicileri, iddiaları ve gerekçeleri içerebilmektedir. Öğretmen de özellikle bunları ifade etmelerini istemiştir. İlk zamanlar soruların çözümünde öğrenciler direk sonucu açıklayıp bırakma eğilimi gösterirken, öğretmen bu noktada özellikle matematiksel kanıt istediğini, nedenini açıklamaları gerektiğini sıklıkla söylemiştir. Benzer durum etkinliklerin çözümünde de yaşanmıştır. Genellikle etkinlikler de adım adım sıralı soruların çözümünden oluşmaktadır. Öğretmen etkinliğin uygulanması sürecinde çalışma kağıtlarına öğrencilerin düşüncelerini ve nedenlerini yazmalarını vurgulamıştır.

Temsil etme yeterliği, "Temsil(ler)le çalışma, Temsiller arası geçiş/dönüşüm yapma ve Temsil(ler)i yorumlama" olmak üzere üç boyutta ele alınmıştır. Bu yeterlikle ilgili olarak öğretmen üç boyutun da hareket geçirilmesini beklemiş ve sınıf içinde de ilgili çalışmalara yer vermiştir. Örneğin; içeriğinde tablo yer alan bir problemde öğretmen tabloya yönelik ek sorular sorarak öğrencileri temsil üzerinde çalışmalar yapmaya yönlendirmiştir. Temsili iyi analiz edebildiklerine ikna olduktan sonra asıl soruya geçmelerine fırsat vermiştir. Temsillerin kullanımını, temsiller arası dönüşüm yapmayı gerektiren çalışmalarda öğretmen öğrencilerine özellikle acele etmemelerini, iyice anlamalarını, okumalarını ve yorumlamalarını tavsiye etmiştir.

İletişim yeterliği, "Matematiğin içinde iletişim, Matematik ile iletişim ve Matematik hakkında iletişim" olmak üzere üç boyutta ele alınmıştır. Burada öğretmenin ön plana çıkardığı yeterlik beklentisi matematiğin içinde iletişim boyutu ile ilgili olmuştur. Öğretmen özellikle evet-hayır, var-yok gibi kısa cevaplar verenleri ve konuşmaktan kaçınanları uyarmıştır. "*Arkadaşlar nereyi anlamadınız diye sorduğumda hiçbir şeyi sözünü kaldıracağız ortadan. Kendinizi ifade edeceksiniz. Hocam ben x'in yanında yazan 3'ü anlamadım diyeceksiniz mesela.*" şeklindeki açıklamaları ile öğrencilerin konuşmalarını, kendilerini ifade etmelerini, neyi anladıklarını veya anlamadıklarını açıklamaları gerektiğini belirtmiştir. Öğretmen zaman zaman ise kavramsal anlamayı da ortaya çıkarabilmek adına kavramlara yönelik sorular yöneltmiş ve öğrencilerin kendi ifadeleri ile kavramları açıklamasını istemiştir.

Sembolik teknik dil ve işlemleri kullanma yeterliği, “Anlama, Kullanma ve Çeviri” olmak üzere üç boyutta ele alınmıştır. Öğretmen bu yeterlikle ilgili olarak özellikle anlama ve kullanma boyutlarına ilişkin beklentilerini ifade etmiştir.

Dersler sırasında öğrencilerin bilmediğini fark ettiği sembolik ve teknik dile (örneğin; çemberde r ve R farkı, orantı ifadesinde içler ve dışların yeri, dörtgenlerde köşegenleri alfabetik sıra ile isimlendirme gibi) ilişkin bilgileri hemen sınıfla paylaşmıştır. Bunları bilmemenin veya hatalı kullanmanın çok kritik yanlışlara sebep olmayacağını vurgulamakla birlikte matematik dile hakim olmanın önemini sıklıkla belirtmiştir.

Bu yeterlik ile ilgili olarak öğretmen genellikle öğrencilerin yaptığı hatalar üzerinden söylem ve müdahalelerde bulunmuştur. Özellikle “=” işareti ile ilgili bazı hatalı kullanımlar olmuş ve öğretmen müdahale etmiştir. Örneğin; x=105 yazımı yerine öğrencinin x 105 yazması, $3 + 6 = 9.6 = \frac{54}{2} = 27$ şeklinde birbirine eşit olmayan sıralı işlemleri yan yana gösterme gibi. Bir başka örnek olarak bir sayının yüzdesini hesaplayan öğrenci sonucu yine % sembolü ile gösterdi. Son olarak denklemi çözen öğrenci x’in değerini gösterirken bilinmeyen kullandı. Yaşanan bu durumların hemen hepsi öğrencilerin bireysel hatasıdır. Buna rağmen diğer öğrencilerin de benzer hatalara düşmemesi için öğretmen tüm sınıfa yönelik açıklamalarda bulunmuştur. Hatalı yazımlara hemen müdahale eden öğretmen gerekli düzeltmeler yapıp, uygun kullanımın önemini ifade etmiştir. Hatalı yazımların yanı sıra bir de eksik yazımlara sınıf içinde vurgu yapılmıştır. Buradaki eksik yazımdan kastedilen matematiksel birimlerin kullanımıdır. Öğrenciler genellikle işlemleri yaparken ve sonuca ulaştıklarında birimlerin yazımını ihmal etmiştir. Öğretmen ise birim yazımına önem verdiğini belirtmiş ve unutulduğunu fark ettiği durumlarda da öğrencileri sıklıkla uyarmıştır.

Öğretim boyunca en az aktive olan yeterlik, **araç ve gereçleri kullanma yeterliği** olmuştur. Diğer yeterlikler tüm öğretime yayılmış durumda gözlenirken, bu yeterlik çoğunlukla geometri ile ilgili olan 3 modülün kullanımıyla sınırlı kalmıştır. Araç ve gereçleri kullanma yeterliği, "Bilme, Kullanma ve Yansıtma" olmak üzere üç boyutta ele alınmıştır. Bu üç boyuttan derste özellikle ön plana çıkan bilme ve kullanma olmuştur. Bu durumun asıl sebebi öğrencilerin daha önceki öğretim yaşantılarında neredeyse hiç araç-gereç kullanımına yer verilmemiş olmasıdır. Bu süreçte cetvel, açıölçer ve pergel olmak üzere üç aracın kullanımına özellikle yer verilmiştir. Öğrencilerin her üç aracın kullanımında zorlandıkları gözlenmiştir. Öyle ki açıölçerin nasıl kullanılacağına dair bir bilgileri dahi yoktur. Öğretmen ise süreç boyunca gerek tahta başında tüm sınıfa gerek birebir grupların yanlarına giderek nasıl kullanılacağını anlatmış, hatalı kullanımlara müdahale etmiştir. Bu araçların matematik eğitiminde temel araçlar olduğunu ve kullanımını mutlaka bilmeleri gerektiğini ifade etmiştir.

4.2.3. Yeterlik göstergeleri dışında kalan durumlar. Derslerde ele alınan yedi matematiksel yeterlik, uygulanan modüller, öğretmenin pedagojisi, dersi ele alış biçimi ve yürüttüğü sınıf tartışmaları ile ortaya çıkma ve gelişme imkanı bulmuştur. Bu süreçte belirlenen yeterlik göstergeleri dışında da gözlenen bazı durumlar olmuştur. Bu durumlar öğrencilerin matematik yapmasını pozitif yönde etkileyen, ancak herhangi bir yeterliğin altında ele alınmayan becerilerdir. Aşağıda sıra ile bu beceriler kısaca açıklanmıştır.

<u>Yaklaşık Hesap</u>: Modüllerde ele alınan MO problemleri, matematik okuryazarlığı mantığı ile uyumlu olarak genellikle açıklı uçlu karakterdedir. Aynı zamanda bazı sorular ise yaklaşık hesabı ön planı çıkarmakta ve yaklaşık olarak sonucu bulmalarının yeterli olduğu ifade edilmektedir. Öğrenciler net bir cevap bulmaya alışkın olmadıkları için yaklaşık hesap yapmada zorlanmış ve telefonlarının hesap makinesi işlevini kullanmayı talep etmişlerdir. İlk kez bu şekilde yaklaşık hesap şeklinde sonucu bulup bıraktıklarını dile getirmişlerdir. Bu gibi durumlarda öğrencilerinin kesin bir sonuç bulma çabasına karşılık öğretmen soru cümlesinde

yaklaşık kaç olabilir şeklinde yazıldığını vurgulamıştır. Öğrenciler bu şaşkınlıklarını ve yaşadıkları ikilemleri benzer mantıkta soru çözdükçe üzerlerinden atabilmiştir. İlerleyen süreçte öğrenciler, “Hocam sonuçta yaklaşık diyor. Virgülden sonraki kısmı sileyim mi? O zaman bölme işlemini daha kolay yapabilirim.”, “Hocam ben yaklaşık hesap yaptım.” gibi söylemler ile yaklaşık hesap mantığını içselleştirdiklerini göstermişlerdir.

Tahmin Etme: İşlenen bazı etkinlik ve bazı MO problemlerinde (Hangi harf favori, Alan nedir, Benzer üçgenler gibi) öğrencilerden herhangi bir işlem yapmadan önce tahminlerde bulunmaları istenmiştir. Tahmin etme, öğrencilerin matematik derslerinde kullanmaya alışkın oldukları bir beceri değildir. İlk uygulamalarda yaptıkları tahminler herhangi bir desteğe sahip değildir. Zamanla öğrenciler (diğer yeterlik düzeylerinin de gelişmesi ile) tahmin ile beraber neden, neye dayanarak bu tahmini yaptıklarını açıklamaya başlamıştır. Bu açıklamalardan bu becerilerinde bazı gelişmeler olduğu anlaşılmaktadır. Etkinliğin sonucunda ise ilk yaptıkları tahminler üzerinde yorumlarda bulunmuşlardır. Tahminleri hiç tutmayanlar %0, yarı yarıya tutturanlar %50 isabet ettirdim gibi ulaştıkları sonuçlara ilk tahminleri üzerinden atıfta bulunmuşlardır.

Karar Verme: Öğretim sürecine ilk kez dahil edilen MO problemleri yapısı gereği bazı kararlar vermeyi gerektirmektedir. Örneğin; karlı bir alışveriş için önerilen kampanyalardan hangisini tercih etmek gerekir, parke için önerilen teklif bütçeye uygun mu, yolcu kapasitesi yeni bir raylı sisteme ihtiyaç doğurur mu, mimarın çizdiği site planı resmi kuralları taşıyor mu vb. şeklinde farklı bağlamlar üzerinden öğrencilerin karar vermesini gerektiren durumlar verilmiştir. İlk yapılan çalışmalarda öğrenciler cebirsel/sayısal işlemleri yapmış, bir sonuca ulaşmış ancak en son aşama olan karar verme ile ilgili herhangi bir karar açıklayamamıştır. Öğretmenin kararlarının ne olduğunu sorduğu öğrencilerin sessiz kalması veya ulaşılan sonuç ile karar arasında bir bağlantı kurmamaları üzerine öğretmen ara sorular ile öğrencileri yönlendirmiştir. Öğrenciler zamanla kendilerinden aslında ne beklendiğini anlayabilmiş ve

“Bence ... olmalı, ama nedenini bilmiyorum.” gibi muğlak cevaplardan, kararlarını sayısal sonuçlara dayandırdıkları cevaplara doğru bir gelişim göstermişlerdir. Burada karar verme farklı bir beceri olarak ele alınmakla birlikte problem çözme ve muhakeme yeterlikleri ile iç içe olup, bu yeterliklerde gösterilen gelişim ile beraber karar verme bakımından da iyi bir düzeye ulaştıkları görülmüştür.

<u>Sorgulama</u>: Modüllerin yapısı gereği, özellikle kavramın kazandırılmasına yönelik yürütülen etkinlikler ve derinleştirilmesine yönelik sözel açıklama soruları (yüzde hesabı gibi doksanlar hesabının olup olmayacağını tartışma gibi) öğrencilerin kavramı sorgulamasını hedeflemektedir. Bu tür bir sorgulayıcı yaklaşım MO sorularında da hedeflenmiş ve çözülen sorular sadece bir sonuca ulaşma ile sınırlı kalmamıştır. Derslerin bu yapısı zamanla öğrencilerin de sorgulayıcı bir karakter kazanmalarını sağlamıştır. Tüm öğrencilerde gözlenmemiş olmakla birlikte bazı öğrencilerin grup arkadaşları ile tartıştıkları veya sınıf ortamına taşıdıkları bazı durumlara rastlanmıştır. Örneğin; Dairenin alanı etkinliğinde gitgide şekillerin dikdörtgene benzediğinden yola çıkarak alan formülü yapılandırılmıştır. Bunun üzerine bazı öğrenciler, “Peki hocam tam bir dikdörtgen olur mu? Yoksa sadece yaklaşır mı? Olursa ne zaman olur?” şeklinde aslında fark etmeden sonsuzluk kavramına atıfta bulunarak formülü sorgulamıştır. Bir başka durumda özellikle ders başarısı yüksek olan öğrenciler sınıfta bir tartışma konu olmasa bile kendileri bazı kavram ve bilgileri sorgulamış, kavrama ait farklı uygulamalar üzerinde çalışmıştır. Örneğin; bir karenin içine karenin kenar ortalarını teğet geçen bir dairenin alanı ile karenin alanı arasında bir ilişki olup olmadığı, var ise nasıl bir ilişki olduğunu bulmaya çalışmışlardır. Öğretmenin de dikkatini çeken bu durum karşısında pes etmeden devam etmeleri yönünde teşvik etmiş ancak herhangi bir yönlendirmede bulunmamıştır.

<u>Sebat Etme</u>: Öğretim sürecinin başında ilk kez karşılaşılan bir soru tarzı olması sebebi ile MO problemlerinin çözümünde öğrenciler çeşitli zorluklar yaşamıştır. Özellikle daha

problem çözmenin ilk aşamasında problemi anlayamayan öğrenciler soru üzerinde uğraşmayı bırakmışlardır. Benzer şekilde çözüme ulaşamayanlar veya hatalı bir sonuç bulanlar önceki aşamalara tekrar dönme konusunda isteklilik göstermemiştir. Zamanla soruları, soruların mantığını tanımaya başlayan öğrenciler çözüme ulaşma konusunda da bir ısrar göstermiştir. Öğrenciler çözüme ulaşamasa veya hatalı bir çözüm bulsalar dahi vazgeçmemişlerdir. Örneğin; *"Ben çözdüm ama sonucu yanlış çıktı, ama benim için önemli olan uğraşmaktı. Yine uğraşmaya devam edeceğim."* gibi ifadeler kullanarak sebat edebilmişler, doğru sonuca ulaşana değin çalışmalarını sürdürmüşlerdir. Burada dikkat çeken bir durum, bazı öğrenciler bu ısrarlarını zamanla kazanırken bazıları ise karşılaşılan soruların zorluk seviyesine de bağlı olarak zaman içinde kaybetmişlerdir. Bu gibi durumlarda öğrencileri tekrar kazanabilmek, soru çözümüne motive etmek için öğretmen ek açıklamalar ile destek vermek durumunda kalmıştır.

4.3. Öğretim Sürecine İlişkin Öğretmen Görüşleri

Öğretmen görüşleri birbirini izleyen iki aşama olmak üzere mektup yazma ve yüz yüze yapılan yarı-yapılandırılmış görüşmeler ile toplanmıştır. Öncelikle mektupla alınan yazılı cevaplara paralel olarak görüşmeler sürdürülmüştür. Yazılı olarak vermiş oldukları cevapları, ilgili yerlerde atıfta bulunularak ve sebepleri üzerinde durularak görüşmede ele alınmıştır. Öğretmenlere özellikle tüm süreci eleştirel bir gözle ele almaları ve tüm takdir, öneri ve eleştirilerini sunmaları istenmiştir. Yazılı ve sözlü açıklamaları şu başlıklar altında ele alınmıştır: (i) öğrenmenin niteliği, (ii) öğrenci katılımı, (iii) öğrenmenin kalıcılığı ve bilginin kullanılması, (iv) yeterlik gelişimine yer vermesi, (v) matematiğe verilen değer duygusunun gelişimi, (vi) öğretim sürecine bakış, (vii) öğretim anlayışına yansımaları ve (viii) ek açıklamalar. Bu sekiz alt başlığa ait cevapları bir arada aşağıda sunulmuştur.

4.3.1 Öğrenmenin niteliği. <u>Asıl Uygulama Öğretmeni</u>: İyi, orta ve düşük seviyedeki öğrenciler için ayrı ayrı ele almıştır. İyi düzeydeki öğrencilerin daha fazla düşünmeye ve yeni şeyler keşfetmeye yönlendirdiği ve heyecanlarını arttırdığı görüşündedir. Orta ve düşük seviyede ki öğrenciler açısından ise ilgi çekici bir durum olarak nitelemekle yetinmiştir. Ayrıca öğretmen iyi öğrenen öğrencilerin çevresine de yardımcı olmaya başladığını, akran öğrenmesinin sıkça gözlendiğini belirtmiştir.

Pilot Grup Öğretmeni: Bu öğretimde hesaplamanın doğal olarak yapılması ile "Niçin hesaplamalıyım?" sorusunun ortadan kalktığını ve böylece derslerin anlam kazandığını ifade etmiştir. Yapılan etkinlikler ve çözülen sorular ile dersin dikkat çekici olduğunu, öğrencilerin ilgisini çektiğini ve merak uyandırdığını belirtmiştir. Özellikle kağıt şeritlerden kare-dikdörtgen yapımını ve daire dilimlerinin kesilip dikdörtgen elde edilerek bazı genellemelere ve formüllere ulaşılmasını öğrencilerin bilgiyi kendilerinin üretmesi bakımından önemli bulmuştur. Yürütülen etkinlikler sonucunda kavrama en son ulaşılmasının önemini vurgulayan öğretmen;

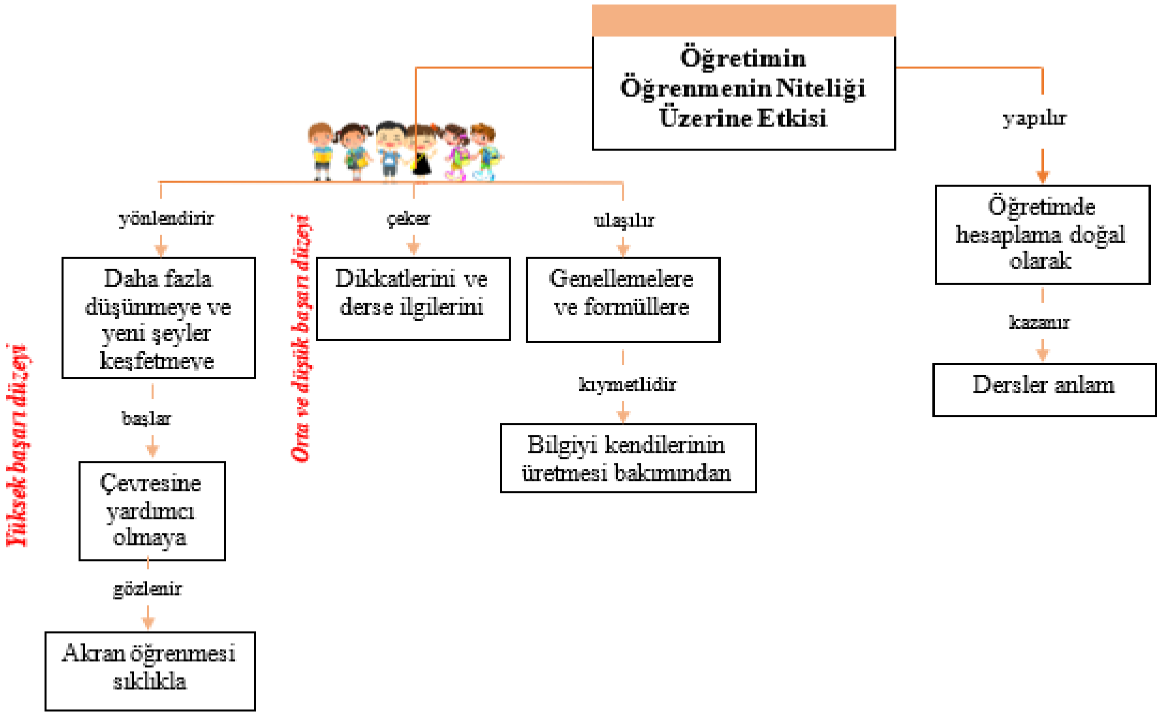
> *"Mesela ters orantı konusunda yer alan milli maç sorusunda biz ters orantı demeden çocuklar kendileri anladılar ve etkinliği yürüttüler. Budur bence matematik. Ben orada onlara ters orantı demedim veya ters orantının tanımını falan yapmadım. Doğru orantıda da aynısı oldu. Çocuk kendiliğinden götürdü. Orada ben tutup da doğru-ters orantı tanımını vermedim."*

açıklaması ile öğrenmenin bu boyutunun sağladığı faydaya değinmiştir.

Öğrencilerin ve kendisinin sürece alışmasının zaman aldığını ve yorucu bir süreç olduğunu dile getirmiştir. Buna sebep olarak çalışma kağıtları üzerinde çalışan ve öğrenmeye hevesli, derse ilgili olan öğrencilerin sürekli soru sormak için kendisini yanlarına çağırmalarını göstermiştir. Gerçekten öğrenmek için bu davranışı sergileyen öğrenciler ile bu sistemin zamanla oturduğunu ifade etmiştir. Başarı durumu yüksek olan öğrencilerin çabuk adapte olması ile yavaş öğrenenlerle de daha fazla ilgilenme imkanı doğduğunu belirtmiştir. Öğretmenlerin bu boyuta ilişkin yorumları Şekil 26'daki kavram haritasında sunulmuştur:

Şekil 26

Öğretimin öğrenmenin niteliği üzerine etkisine ilişkin öğretmen görüşleri



4.3.2 Öğrenci katılımı. Asıl Uygulama Öğretmeni: Katılımın ilk zamanlar öğretimin öğrencilere farklı gelmesi sebebi ile daha düşük olduğunu ve sınıfta ilgiyi genelde toplamakta zorlandığını ifade etmiştir. Önceki öğretim süreçleri ile kıyasladığında katılımın hemen hemen aynı olduğu, derse katılımı azalan herhangi bir öğrenci olmadığını ancak zaten matematikten uzak ve kopuk olan birkaç öğrencinin bu derslerde de aynı şekilde davranış sergilediğini belirmiştir. Öğretimin ilerleyen aşamalarında ise katılımın artış gösterdiğini, derse olan ilginin de paralel olarak giderek arttığı vurgulamıştır. Hiç derse katılım göstermeyen öğrencilerde dahi bir gelişim olduğunu ifade etmiştir. Etkinliklere katılım ve soruları çözmek için çaba gösterdiklerini özellikle başarı durumu düşük ve diğer öğrencilere görece derslerle daha ilgisiz olan iki öğrenci üzerinden açıklamıştır:

"Fatih ve Ali Ekrem en önde her zaman oturan ancak dersten çok kopuk iki öğrencidir. Ne zamanki bu öğretim sürecinin yarı zamanına geldik, onlarda da

katılma isteği arttı. Hatta son uygulamalara doğru yaptıkları çözümleri kontrol ettirmek için peşimden koşuyorlardı."

Pilot Grup Öğretmeni: Katılım sağlamayan tek tük öğrencinin olmasına karşın katılımın %90'ının üzerine çıktığını gözlemlediğini ifade etmiştir. Monoton dinlemekten, birbirleriyle tartışan, birbirlerinden öğrenme fırsatı yakalayan öğrencilere dönüştüklerini ve bu şekilde katılımın arttığını belirtmiştir. Önceki öğretim süreçlerinden farklı olarak gruplar halinde çalışan öğrencilerin yanlarına giderek onlarla ilgilendiğini ve bu şekilde öğrencilerdeki katılım artışına destek olduğunu vurgulamıştır. Katılımın arttığına ilişkin bir diğer kanıt olarak teneffüs zili çaldığında öğrencilerin sınıftan çıkış hızının azaldığına dair gözlemini paylaşmıştır. Teneffüste öğrenciler sınıf içinde kalarak öğretmenle dersle ilgili bir şeyler konuşma, öğretmenden gelecek herhangi bir işe ilişkin sorumluluk almaya isteklilik göstermişlerdir.

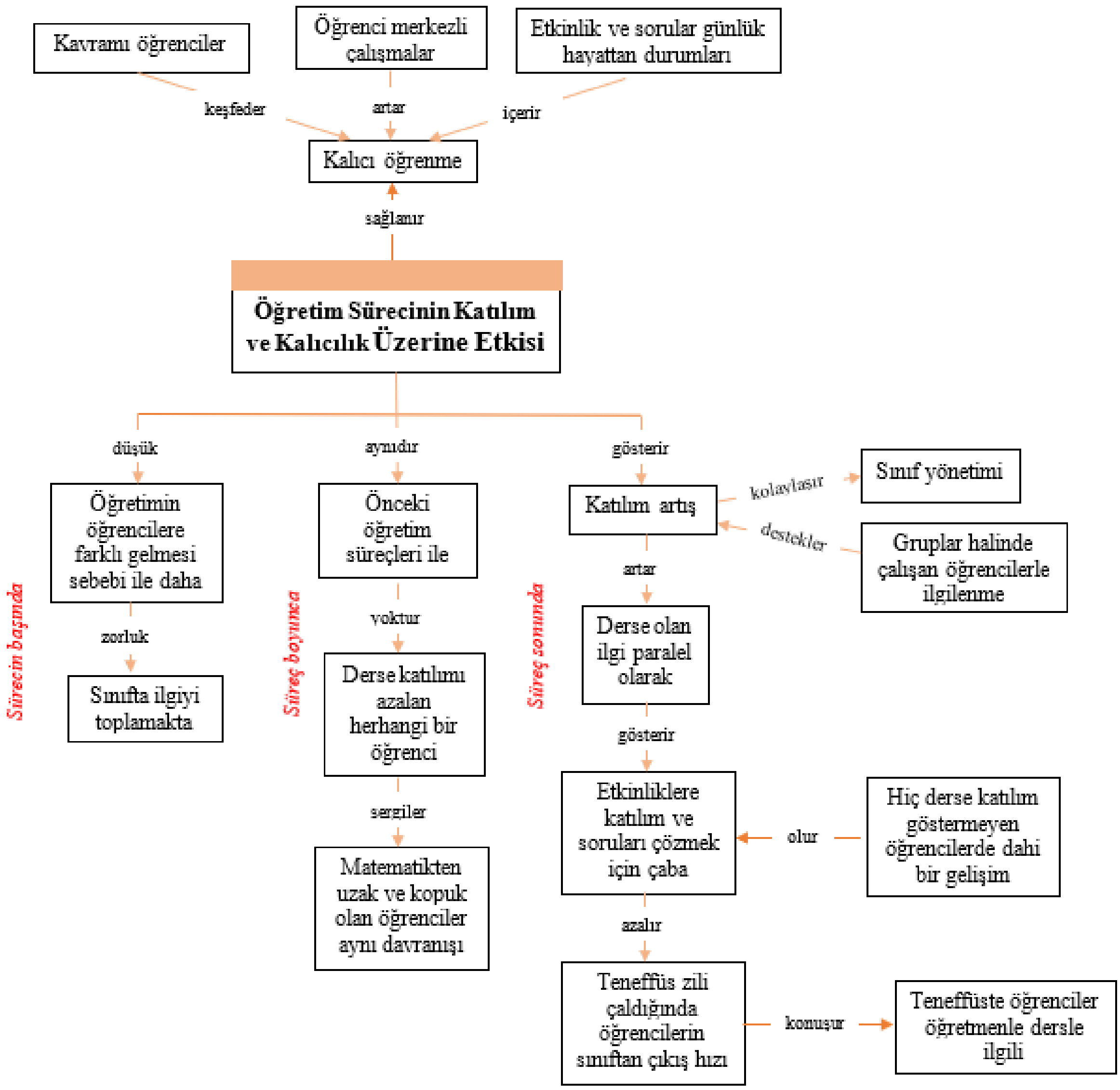
Katılımdaki artışın yanı sıra öğretmen bu tip bir ders işleme şekline kendisinin de yeni alışması sebebi ile sınıf içindeki gürültüden ara ara rahatsızlık duyduğunu belirtmiştir. Bu gürültü, grupla çalışan öğrencilerin birlikte çalışmasından kaynaklanmıştır. Bununla birlikte zamanla sınıf katılımının artması, öğrencilerin bu yönteme alışması ile sınıf yönetiminin de kendisi için kolaylaştığını belirtmiştir. Hatta işlediği önceki derslere nazaran daha az yorulduğunu ve zamanla daha da rahatladığını dile getirmiştir.

4.3.3 Öğrenmenin kalıcılığı ve bilginin kullanılması. Asıl Uygulama Öğretmeni: Öğretim sürecine dahil edilen MO sorularının bazı öğrencilere farklı gelmesi ve ikinci dönemin etkisinden (havaların güzelleşmesi ile gelen rahatlamayı kastediyor) kaynaklı olarak konu anlamında bazı kopmaların yaşandığına dikkat çekmiştir. Ancak bu konu eksiklerinin beceri bakımından sağladıkları gelişim ile kolayca kapanabileceği düşüncesindedir. Bu nedenle elinde yeterli kanıt olmasa da kalıcı bir öğrenme sağlandığı düşüncesinde olduğunu iletmiştir.

Pilot Grup Öğretmeni: Öğrenmenin kalıcı olmasında, öğrencilerin kavramlarla ilgili yaptıkları öğrenci merkezli çalışmaların etkili olduğunu ifade etmiştir. Sunulan etkinlik ve soruların günlük hayatta çok sık karşılaştıkları durumları içermesinin bunu sağlamada önemli bir etken olduğu düşüncesindedir. Bu açıklamalarını oran-orantı konusunda Milli Maç izleme sorusu, yıldız çikolata tekli ve çoklu fiyat gibi örneklerle desteklemiştir.

Şekil 27

Öğretim sürecinin katılım ve kalıcılık üzerinde etkisine ilişkin öğretmen görüşleri



Öğrencinin kavramı kendisinin üretmesi sebebi ile öğrenmenin oldukça kalıcı hale geldiğini ve öğrendikleri bilgileri asla unutmayacaklarını düşündüğünü şu sözlerle açıklamıştır:

"Öğrenme çok kalıcı hale geldi. Çocuk bence artık asla dairenin alanını unutmaz. Çünkü kendi yaptı daire dilimlerini kendi keserek formülü oluşturdu. [...] Bu öğretim müthiş derecede öğrenmeyi kalıcı hale getirir. Çocuk asla unutmaz. Yarın öbür gün çocuk marangoz da olsa, bakkalda da çalışsa çok kıymetli bilgiler edinmiş olur. Böylece bu çocuklar öğrendikleri bilgileri asla unutmazlar ve bu bilgileri de kullanırlar"

İkinci ve üçüncü boyutta ele alınan öğretimin katılım ve kalıcılık üzerindeki etkisine ilişkin öğremen görüşleri Şekil 27'deki kavram haritasında gösterilmiştir.

4.3.4 Yeterlik gelişimine yer vermesi. Asıl Uygulama Öğretmeni: Süreçte bazı matematiksel becerilerin ön plana çıktığını vurgulamıştır. Bu becerilere örnek olarak eleştirel düşünme, argüman üretme ve araç-gereç kullanmayı vermiş ve tüm öğrencilerde olmasa da çoğu öğrencide bu becerilerin geliştiğini belirtmiştir. Matematiksel düşünmenin bu süreçte arttığını gözlemlediğini ve öğrenciyi düşünmeye, düşüncelerini ifade etmeye ve yorum yapmaya başladıklarını ifade etmiştir. Öğretmen sorgulama becerisinin de arttığını özellikle eğitimin sonlarına doğru öğrencilerin bazı şeyleri sorgulamasında bir artış gördüğünü belirtmiştir. Öğretmen bu durumla ilgili sürece atıfta bulunarak özellikle çokgenlerde alan ve çevre hesabı konularında bunu daha iyi gözlemlediğini ve öğrencilerin bu nasıl olmalı, şu nasıl gibi sorgulayarak yeni bir şeyler üretmek için çaba gösterdiklerini vurgulamıştır.

Öğretmen özellikle başarı düzeyi yüksek öğrenciler üzerinde durmuş ve bu 3-4 öğrencinin bu öğretim sayesinde kolayca yaşamsal durumları modelleyebildiklerini ifade etmiştir. Bu duruma örnek olarak birim kareler ile maksimum çevre uzunluğunu n'e bağlı ifade etmeyi göstermiştir. Modellemeyi başarabileceklerini düşünmediğini söyleyen öğretmen, bu öğrencilerde öğretimin çok fazla katkısını gördüğünü dile getirmiştir. Beceri gelişimi ile ilgili görüşlerini şu şekilde özetlemiştir:

> *"Süreçte ben iki şeyi çok net gözlemledim: birincisi matematiksel düşünme, düşündüğünü, görüşlerini ifade etme ve modelleyebilme, ikincisi ise katılımdaki artış olayı. Bunları süreçte net, iyi bir şekilde gözlemledim."*

Ayrıca öğretmen sınıf içi tartışmaların sağladığı yararlara değinmiştir: (i) bir soruya ilişkin öğrenciler farklı çözüm yolları görebilmesi ve (ii) karmaşık soruların çıkardığı sınıf içi tartışmaların beceri gelişimine katkısı.

Beceri gelişimini bir diğer yönden el becerisi olarak da ele alan öğretmen, yapılan etkinlikler ile öğrencilerin pergel ve cetvel yardımı ile çizim yapmaya alıştığını belirtmiştir. Pergel kullanarak çizim yapma, açıölçer ile açı ölçme, cetvel ile uzunluk hesaplama gibi çalışmalar sayesinde bu tarz psiko-motor becerilerin bayağı geliştiğini vurgulamıştır. Aslında öğretmen araç-gereç kullanımı yeterliğine farkında olmadan atıfta bulunmuştur.

<u>Pilot Grup Öğretmeni</u>: Beceri gelişiminde özellikle MO sorularının önemli bir rol oynadığını ifade eden öğretmen, öğrencilerin soruların çözümünde akıl yürütebildiğini, soru çözümü için uygun bir plan tasarlayıp sonuca ulaşabildiklerini ifade etmiştir. Sonuçları ise günlük yaşam bağlamında değerlendirebildiklerini şu örnek üzerinden açıklamıştır:

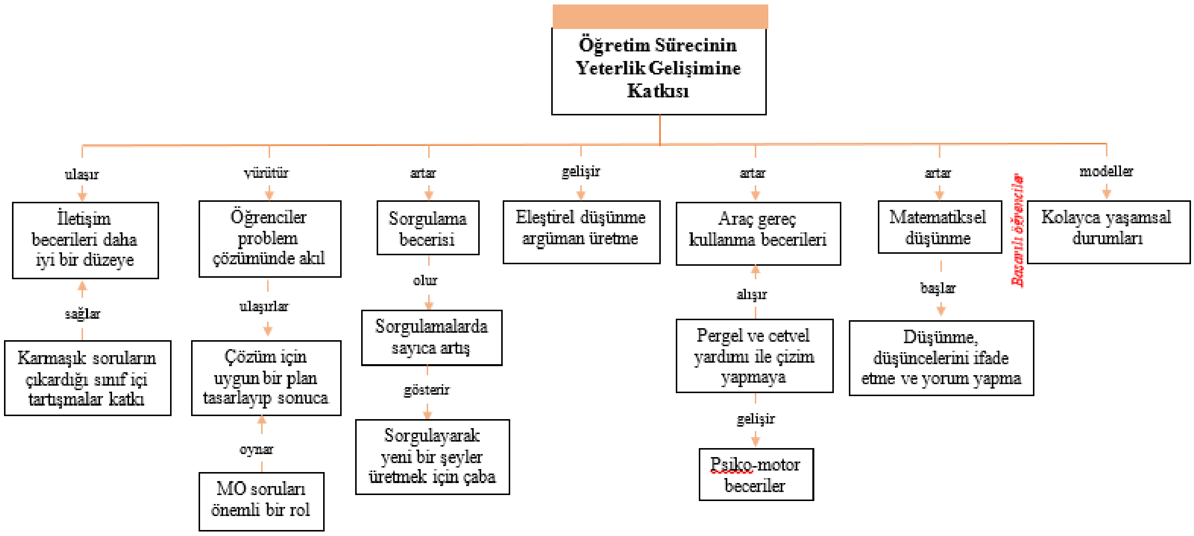
> *"Mesela oran-orantının başında yıldız çikolata sorusu vardı. Çocuklar soruyu ilk görünce gerçekten günlük hayatlarından bir kesit olduğu için aa evet böyle şeylere markette ben de rastlamıştım demeye başladılar. Çocuk burada teklisi bu kadar o zaman ben paket alsam daha karlı olurum diyor. Müthiş bir beceri. Çocuk burada hayatı öğrendi. Demek ki ben bundan sonra bunu uygulayacağım diyor.*

Öğretmenin vurguladığı bir diğer yeterlik türü iletişimdir ve öğrencilerin etkinlikleri ve soruları birlikte tartışarak çözmeye çalışmaları neticesinde iletişim becerilerinin daha iyi bir düzeye ulaştığını ifade etmiştir. Öğrencilerin kendi fikirlerini açıklamaya başladıkları ve fikirlerine değer verildiğini gördükçe daha fazla çaba harcadıklarını belirtmiştir.

Bu boyutla ilgili olarak öğretmen görüşleri Şekil 28'deki kavram haritası üzerinde özetlenmiştir.

Şekil 28

Öğretim sürecinin yeterlik gelişmine katkısı üzerine öğretmen görüşleri



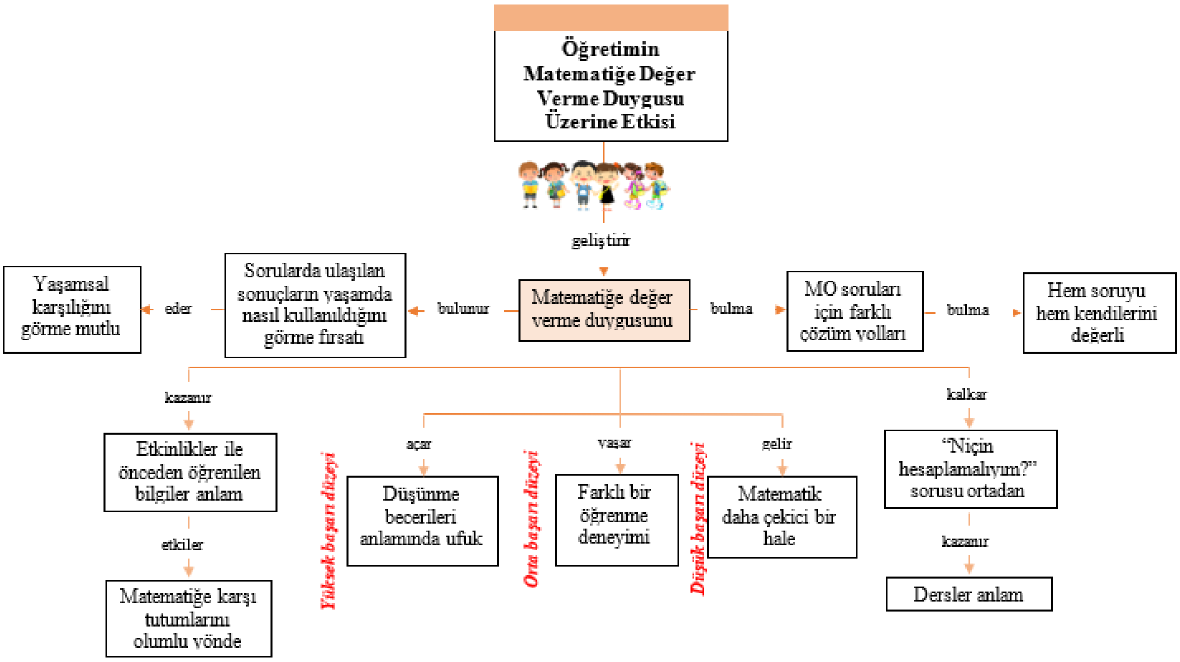
4.3.5 Matematiğe verilen değer duygusunun gelişimi. Asıl Uygulama Öğretmeni: Öğretmen bu boyutu da öğrenci başarı seviyesine göre değerlendirmiştir. Başarı düzeyi yüksek olan öğrenciler için düşünme becerileri anlamında ufuk açması, orta başarı düzeyindeki öğrenciler için farklı bir öğrenme deneyi yaşamaları ve düşük başarı seviyesindeki öğrenciler için matematiğin daha çekici bir hale gelmiş olması bakımından değer duygusunu geliştirdiğini ifade etmiştir.

Pilot Grup Öğretmeni: Öğretmen derste ele alınan etkinlik ve soruların öğrencilerde yarattığı farklı etkiler bakımından bu boyutu açıklamıştır. Yapılan etkinliklerin ilk kez etkinlikler ile öğrenme sürecini deneyimleyen öğrencilerin matematiğe karşı olan tutumlarını olumlu yönde etkilediğini, matematiğin daha da değerli hale geldiğini ifade etmiştir. Böylece önceden öğrendikleri bilgilerin de anlam kazandığı düşüncesindedir. MO soruları için ise çoğu öğrencinin bir soruya yönelik farklı çözüm yolları bulmalarının hem soruyu hem kendilerini daha değerli bulmalarına yol açtığı görüşündedir. Aynı zamanda bu yaşamsal sorularda ulaşılan sonuçların gerçek hayatta nasıl kullanıldığını görme fırsatı bulmuş olmalarının öğrencileri mutlu ettiğini gözlemlediğini vurgulamıştır.

Öğretmenlerin öğretimin matematiğe değer verme duygusu üzerindeki etkisine ilişkin görüşleri Şekil 29'daki kavram haritasında özetlenmiştir.

Şekil 29

Öğretimin matematiğe değer verme duygusu üzerine etkisine ilişkin öğretmen görüşleri



4.3.6 Öğretim sürecine bakış. Asıl Uygulama Öğretmeni: Öğretimin iki odağa yoğunlaştırıldığını ifade eden öğretmen süreçte öğretimin en önemli, en gerekli olan kısımlara indirgendiğini ifade etmiştir. 5E öğretim modeli ile bir kıyaslama yapan öğretmen, EBA sisteminde 5E basamaklarına göre bir içerik ve akış tasarladıklarını ve bu modele alışkın olduğunu belirtmiştir. Ancak bu tasarımlarda her aşama için bir şeyler bulmaya çalışmanın sıkıntı yarattığını ve ilgiyi konuya değil de başka bir yere çekebildiği konusunda eleştirilerini dile getirmiştir. Ancak araştırmada uygulanan modüler programda vurgulanan iki boyutlu yapının daha etkili ve kalıcı öğrenme için daha kritik öneme sahip olduklarını fark ettiğini söylemiştir. Bu sayede öğretimin eksik kalan bir yönünün tamamlandığına dikkat çekmiştir: kavramlara duyulan ihtiyacı ortaya çıkarmak, bir sebebe dayandırmak. Öğrencilerin bu sayede "bunu neden böyle yaptık?" sorusunun cevabını kendisi görerek ve sebeplerini bularak ortaya koyabildiğini belirtmiştir. Ancak bunu yaparken ne kadar başarılı oldukları ve kuvvetli bir bağ kurdukları konusunda emin olmadığını da vurgulamıştır.

Modüller ile ilgili olarak genel anlamda öğretmenin sınıfa modül içeriği ile ilgili ayrıntılı bilgiye sahip olmadan geldiği gözlenmiştir. Özellikle modülde yer alan bazı soruların çözümünde zorlanıp araştırmacıya ders esnasında bunu sorması ile de bu durum tespit edilmiştir. Görüşmeler esnasında öğretmen kendisine yönelik bir eleştiri olarak bu duruma değinmiştir. Zaman yetmiyor, müfredat yoğun gibi söylem ve şikayetlerin aslında öğretmenlerin plansızlığından kaynaklandığını ve artık rutine dönüşmüş uygulamalara bağlı kalıp kafalarındakini anlatmakla yetindiklerini dile getirmiştir. Bu süreçte ise modüller, ders günlerinden çok önce öğretmenle paylaşılmış olmasına karşın modülleri yeterince incelemediğini detaylı bir gözle ele almadığını açıklamıştır. Bu durumu vurdumduymazlık olarak niteleyen diğer öğretmende benzer açıklamalar ile bu eksikliğin varlığını desteklemiştir. Her ikisi de hazırlı modülleri uygulamakla sınırlı kalmayıp yeterli özverinin gösterildiği, işin içine tamamen girildiği takdirde öğretimin kalitesinin daha da artacağı düşüncesindedir.

<u>Pilot Grup Öğretmeni</u>: Bu öğretmen de uygulanan öğretim süreci ile 5E modelini kıyaslamış ve kendi deyimi ile öğretimi 2E'ye indirgemenin uygulamada da bizzat deneyimlemiş biri olarak daha mantıklı ve tutarlı olduğunu belirtmiştir. Bu iddiasına 5E'ye yönelik bir ders tasarımı ve işleyişinin hem öğretmeni hem öğrenciyi yorması, 5E'nin basamaklarının havada kalması ve uygulamanın tam oturmamasını neden olarak göstermiştir. Yaptığı açıklamalara ilişkin öğretim sürecinden dairenin alanını bulma etkinliğini örnek olarak vermiş ve bu tip etkinlikler sonucunda kavramı öğrencilerin keşfetmesinin kalıcılığı

sağladığını vurgulamıştır. Bir diğer vurgusu ise kavramların öğretimi iki boyuta odaklayan modüller aracılığıyla kazandırılmasının zaten 5E'nin basamaklarını da içinde barındırdığı üzerinedir. Öğretmenin modüllere ve öğrenciler üzerinde bıraktığı etkiye karşı düşünceleri şu şekildedir:

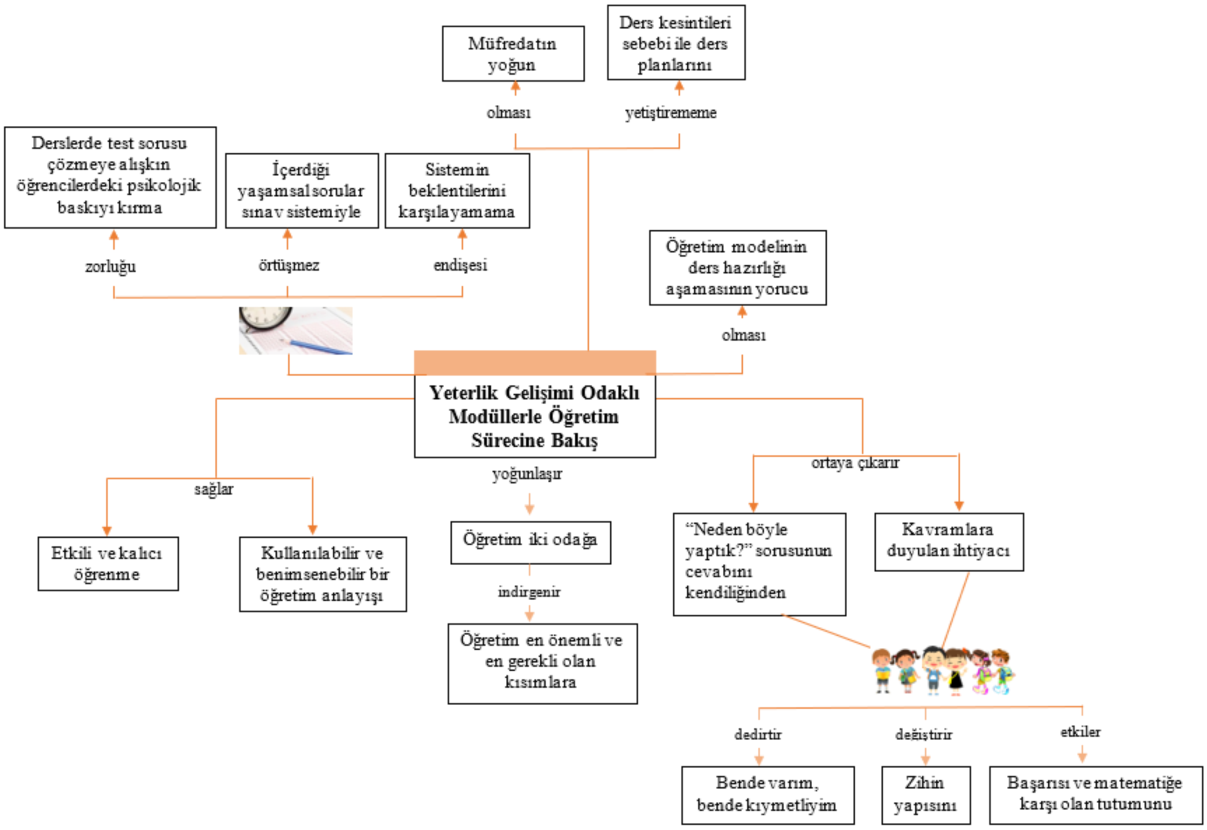
> *"Bu çalışmalar çocuklara ben de varım, ben de kıymetliyim dedirtti. Çok güzel geçti, çok verimli oldu. [...] Şu vardır mesela. Biz deneme sınavları yapıyoruz. İşte mesela bakıyoruz çocuk kaç yanlış yapmış. 14 sorudan 4 yanlış yapmış çok iyi öğrenci. Yükleniyoruz fazla test, fazla test. Çocukta değişiklik yok ki. Çocuğun zihin yapısı değişmemiş. Çocuk aynısını yapıyor. Ama böyle bir öğretim ile çocuklar değişmeye başladı. Daha farklı görmeye başladılar."*

Ancak bu noktada öğretmenin bazı endişeleri de vardır. Bu modüllerin içerdiği yaşamsal soruların mevcut sınav sistemi ile örtüşmemesinin yanı sıra, derslerde çok daha fazla sayıda test sorusu çözmeye alışkın olan bazı öğrencilerdeki psikolojik baskıyı kırmanın zorluğuna değinmiştir. Ayrıca modül içeriklerine dönük olarak bazı öneri ve katkılarda bulunmuştur. Bu katkılarda (i) etkinlik sayılarının arttırılabileceği, (ii) etkinlik tasarlarken disiplinler arası konu ve bağlamlardan yararlanılabileceğini, (iii) tüm konuların bu öğretimdeki gibi işlenmesinin matematik başarısını ve matematiğe karşı olan tutumu olumlu yönde arttıracağı düşüncesinde olduğunu, (iv) modüllerin oluşturulması ve planlanmasında öğretmenin de söz sahibi olması gerektiği ve (v) MO sorularının sadece öğrenciler için değil öğretmenler için de ufuk açıcı olduğunu belirtmiştir.

Bu boyuta ilişkin öğretmen görüşleri Şekil 30'da yer alan kavram haritasında özetlenmiştir.

Şekil 30

Yeterlik gelişimi odaklı modüllerle öğretim sürecine ilişkin öğretmen görüşleri



4.3.7 Öğretim anlayışına yansımaları. Asıl Uygulama Öğretmeni: Öğretmen her iki odakta yer alan çalışmaları benimsediğini ve ileriki öğretim süreçlerine taşıyacağını şu sözlerle anlatmıştır:

"Özellikle konunun başında verdiğimiz etkinlik kısımlarını kesinlikle devam ettireceğim. Zaten yapılan etkinlikleri ben arşivledim. İlerideki derslerde de kullanmayı düşünüyorum yani. Etkinlik kısımlarını yaptıktan sonra çocuklar illa ki bir şey bekliyor, bir özet, tanım, klasik tarzda bir şey bekliyor. Etkinliklerin devamında böyle bir klasik tanımlamadan sonra kazanım temelli basit alıştırmalar ve sonrasında derinleştirme basamağı için matematik okuryazarlığı soruları çözmeyi ben de düşünüyorum."

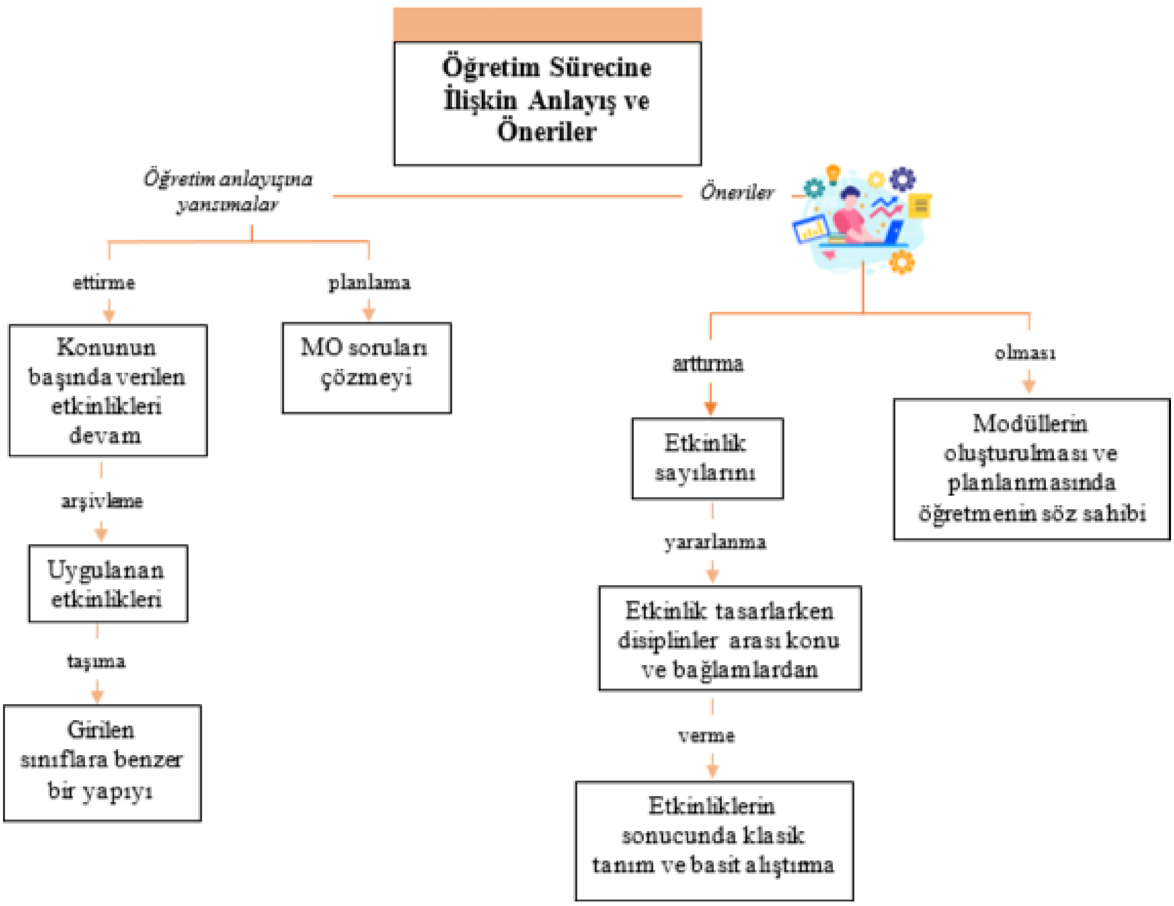
Ayrıntılı bir şekilde izah edildiği ve modülleri yeterince inceledikleri takdirde tüm öğretmenlerin bu öğretim anlayışını benimseyebilecekleri düşüncesindedir.

Pilot Grup Öğretmeni: Bu öğretim yönteminin kesinlikle uygulanabilir olduğunu düşündüğünü ve şimdiden araştırma dışında olan sınıflarında benzer bir yapıyı taşımaya çalıştığını belirtmiştir. Öğretimin sağladığı kalıcı öğrenme üzerine özellikle vurgu yapan öğretmen kendi öğretim anlayışına aktarmanın bir sebebi olarak bunu göstermiştir. Ancak şimdi ve ilerisi için uygulamada bazı zorluklara da vurgu yapmıştır: (i) müfredat yoğunluğu, (ii) mevcut sistemin beklentilerini karşılayabilme endişesi, (iii) öğretimin ders hazırlığı aşamasının yorucu olması ve (iv) ders kesintileri (deneme sınavları, okul sınavları, okul gezileri, öğretmen görevlendirmeleri) sebebi ile ders planları yetiştirememe.

Bu boyuta ilişkin öğretmen görüşleri Şekil 31'de yer alan kavram haritasında özetlenmiştir.

Şekil 31

Öğretim sürecine ilişkin öğretmenlerin anlayış ve önerileri



4.3.8 Ek bilgiler. Pilot Grup Öğretmeni: Öğretmen kendisinden talep edilen bir durum olmamasına karşın düzenlediği veli toplantısında velilere uygulanan çalışmanın içeriğinden bahsedip onlarla birlikte yaptığı bir matematik etkinliği ile velileri de sürecin içine kattığını ifade etmiştir. Bir A4'ü kısa ve uzun kenarından kıvırarak silindir şekline getirildiğinde hangi durumda daha fazla pirinç alınacağı ile ilgili bu etkinliğe ilgi gösteren velilerin bir kısmı ise evde deneyerek sonuçlarını öğretmenle paylaşmıştır. Bu sayede öğretim sürecinin nasıl sürdürüleceği hakkında fikir sahibi olan velilerden olumlu ve çocukları için istekli olduklarına dair tepkiler almıştır. Böylece öğretmen velileri sürecin bir parçası haline getirmiştir.

4.4 Öğretim Sürecine İlişkin Öğrenci Görüşleri

4.4.1 Öğrenci görüşlerinin birinci boyutu. Öğrenciler ile olan görüşmeler iki başarılı, iki orta düzey ve iki daha düşük başarı düzeyi olmak üzere altı öğrenci ile yürütülmüştür. Yarı yapılandırılmış bir görüşme formu üzerinden yürütülen görüşmelerde odaklanılan boyutlar şunlardır: (i) Modüller (Konuların öğretim şekline ilişkin görüşler), (ii) Uygulama süreci (değişen öğretim sürecine ilişkin görüşler) ve (iii) Derse yönelik özetleri. Her bir boyuta ilişkin öğrenci yorumları aşağıda sırasıyla sunulmuştur:

4.4.1.1 Modüller – Konuların öğretim şekline ilişkin görüşler. Başarı durumu yüksek olan öğrenciler bir dönem boyunca görülen derslerde en iyi öğrendikleri konulara tüm konular gibi genel bir cevabın yanı sıra çember ve daire konusunda çevre ve alan hesabı, oran-orantı ve çokgenlerde açılar olmak üzere spesifik olarak konu isimleri de vermiştir.

Zorlandıkları konulara örnek olarak ise çokgenlerde açıları ve muz kuralını vermişlerdir. Burada hem en iyi öğrenilen hem de zorlanılan konu olarak çokgenlerde açıları söyleyen öğrenci; "*Benim tek problemim şu, genelde hepsini biliyorum ama sınavda da problemim şuydu yapıyorum ama çok yavaş yapıyorum. Süre yetmiyor*." şeklinde açıklama yapmıştır. Muz kuralı ise derste bu isimle verilmiş bir kural veya özellik değildir ve öğrenci okul dışı kursta bu şekilde öğrendiğini açıklamıştır.

Derslerde yapılan etkinliklere ilişkin görüşlerini almak için öncelikle yapılan etkinliklere örnek vermeleri istenmiştir. Dairenin alanı, çokgen oluşturma gibi örnek etkinlik isimlerini hemen söyleyebilmişlerdir. Bu tür etkinlikleri daha önce derslerde hiç yapmadıklarını söyleyen öğrenciler, etkinlik uygulamanın sağladığı faydaları şu şekilde özetlemişlerdir: i. Daha kolay anlamaya yardımcı olma, ii. Kalıcı bir öğrenme sağlama, iii. Kavramın amacını ve arka planını anlayabilme. Özellikle üçüncü fayda ile ilgili görüşlerini şu şekilde açıklamışlardır;

$Ö_1$: Amacını öğrendik, nasıl bir şey olduğunu anladık. Nasıl bir şey olduğunu anlamadan anlatılınca ezber oluyor direk. Unutabiliyoruz. Ama şimdi ne olduğunu anladığında o aklında kalıyor. Nasıl olduğunu bir an unutuyorsun diyelim aklında kalıyor, hatırlıyorsun onu, ne yaptığını, ne olduğunu. O yüzden daha kalıcı oluyor.

$Ö_2$: Mesela yuvarlak cisimlerin çevrelerini ölçtüğümüz bir etkinlik vardı ve biz oradan pi sayısını bulduk. Normalde ne olurdu işte pi sayısı var. Tamam da pi ne?

Öğrenciler etkinlikleri beğenmiş ve yararlı bulmuş olmalarına karşın bazı etkinlikleri de eleştirmişlerdir. Çemberleri kesip farklı birleştirmelerle dörtgenler elde etme etkinliğini örnek veren öğrenciler bu etkinliği yapmayı kritik bulmadıklarını, elde edilen kazançtan daha fazla emek harcandığını dile getirmişlerdir.

Etkinliklerden sonra derslere entegre edilen bir diğer yenilik olarak MO problemleri hakkındaki yorumları sorulmuştur. Öğrenciler MO problemlerine ilişkin yorumları şu şekildedir:

- <u>Matematiğin özüne odaklanma.</u> Sadece bilgiyi kullanmayı değil; yorumlamayı, üzerine düşünmeyi ve içerdiği matematiksel kavrama odaklanmayı gerektiren sorular olduğunu ifade etmişlerdir. Örnek olarak "kare bütün dörtgenlerin temelidir" şeklinde açıklamaları bu tür soruların bilgiyi yorumlamayı gerektirmesi ve düşündürücü olması sebebi ile zorlayıcı bulduklarını ifade etmişlerdir. Bir diğer öğrenci ise "*Mesela hocam*

2+3 soruyor bize aslında ama öyle bir soruyor ki direk vermiyor da 2 ve 3'ü kendinin elde etmeni istiyor." şeklinde açıklama yapmıştır.

- İncelikli düşünmeyi gerektirme. Öğrenciler özellikle bunun için Boya sorusunu örnek vermiş (en az maliyetle istenenden fazla boya satın alma) ve soruların arka planını arama eğiliminde olduklarını belirtmişlerdir. Bu tür sorular ile karşılaştıkça rutin tipteki sorularda da kafa karışıklığı yaşadıklarını dile getirmişlerdir. Bu durumu "Zor soruya alışmak basit sorularda zorlanmamıza sebep oluyor." şeklinde özetlemişlerdir.
- Uzun metin içerme. Başlangıçta uzun metinlerde zorlanmış olmalarına karşın zamanla alıştıklarını dile getirmişlerdir. Kısa metinlerden oluşan soruların ise sadece bilgiyi yordayan sorular olduğu ayrımını yapmışlardır. Bunun yanı sıra bazı farklı yayın evlerinin ve okullarda uygulanan denemelerde yer alan soruların Türkçedeki paragraf sorusu gibi çok uzun ve gereksiz bilgiler içerdiğinden şikayet etmişlerdir. Yaklaşık bir sayfa uzunluğunda olan ve içeriğinde aşina olmadıkları terimler barındıran ve sonucunda sadece "... nedir?" şeklinde tükendiğini söyledikleri bu sorularda metni neredeyse hiç okumayıp soru cümlesine odaklanarak sonuca ulaşabildiklerine dikkat çekmişlerdir.
- Okuduğunu anlamayı gerektirme**.** Sadece soruyu okuyup işlem yapmaktan ibaret olmadığını, okuyup anlamak, anladıklarını yorumlayıp çözüme ulaşmayı gerektirdiğini açıklamışlardır. Soruda neyin nasıl yapılacağına ilişkin bir bilginin yer almadığını, okuduğunu anlayarak her şeyi öğrencinin düşünmesi gereken yapıda sorular olduğunu belirtmişlerdir. Öğrencilerden biri bu durumu ders kitabında yer alan sorular ile karşılaştırarak; "*Okuryazarlık soruları biraz daha eğlenceli, farklı tip sorular. Okuyorsun, anlıyorsun yani bunu istiyor soru. Aynı zamanda bilgini de kullanıyorsun. Ders kitabı tamamen bilgi soruyor. İnsanı direk ezbere, bilgiye götürüyor. Şu şudur o zaman cevabı kaçtır?"* şeklinde görüşünü ifade etmiştir. Bu eleştirilerine karşın bilgi

sorularını da reddetmeyip, tercihlerinin bir dersin 30 dakikasının MO sorularına 10 dakikasının ise bilgi sorularına ayrılması yönünde olduğunu bildirmişlerdir.

Ayrıca öğrencilerden biri sorularda resimlerin yer aldığına dikkat çekmiş ve bu resimlerin soruları anlamada yardımcı olduğunu belirtmiştir.

Başarı durumu orta seviyede olan öğrenciler dönem boyunca öğrendikleri konular arasında özellikle oran-orantı ve yüzde konularını çok iyi öğrendiklerini, çember ve daire konusunda ise zorlandıklarını ifade etmiştir.

Yapılan etkinliklere örnek verilmesi istendiğinde öğrenciler etkinliklerin konuların en başında yapıldığına vurgu yapmışlar, örnek olarak ise oran-orantıda doğru ve ters orantı, çokgenler ve çember konusunu vermişlerdir. Öğrenciler uygulanan etkinlikler ile ilgili herhangi olumsuz bir yön belirtmezken, olumlu olarak ise şunları ifade etmişlerdir;

- Üzerinde düşündürme. Yapılan etkinlikler aracılığıyla konunun direk anlatılmasından ziyade kavramların üzerinde düşündürülmesi bakımından faydalı görmüşlerdir. Kendi düşüncelerini üretebilmelerine imkan verilmesini önemli bir gelişme olarak görmüşlerdir.
- Kalıcı olma. Kavramların etkinlikler yolu ile kazandırılmasının daha kalıcı bir öğrenmeye imkan tanıdığını ifade etmişlerdir. Kavramların üzerinde kendilerinin uğraşmalarına fırsat verilmesinin öğrenilen kavramın kolay kolay unutulmamasını sağladığını vurgulamışlardır.
- Sınıf tartışmaları. Bazı etkinliklerin yapımında zorlansalar dahi sınıfça yapılan konuşma ve tartışmaların anlamada olumlu bir etkisinin olduğunu belirtmişlerdir.

Klasik, alıştıkları tarzdaki sorulara kıyasla zorlayıcı olan MO sorularına zamanla alıştıklarını ve bu soru tarzını beğendiklerini dile getirmişlerdir. MO sorularını; okuduğunu anlamayı gerektiren, düşündürücü, uğraştırıcı, mantık ve yorumlama soruları olarak nitelendirmişlerdir. Öğrenciler özellikle kendi yaşamlarında yer bulan veya bulabileceğini düşündükleri MO problem bağlamlarına vurgu yapmışlardır. Öğrenciler;

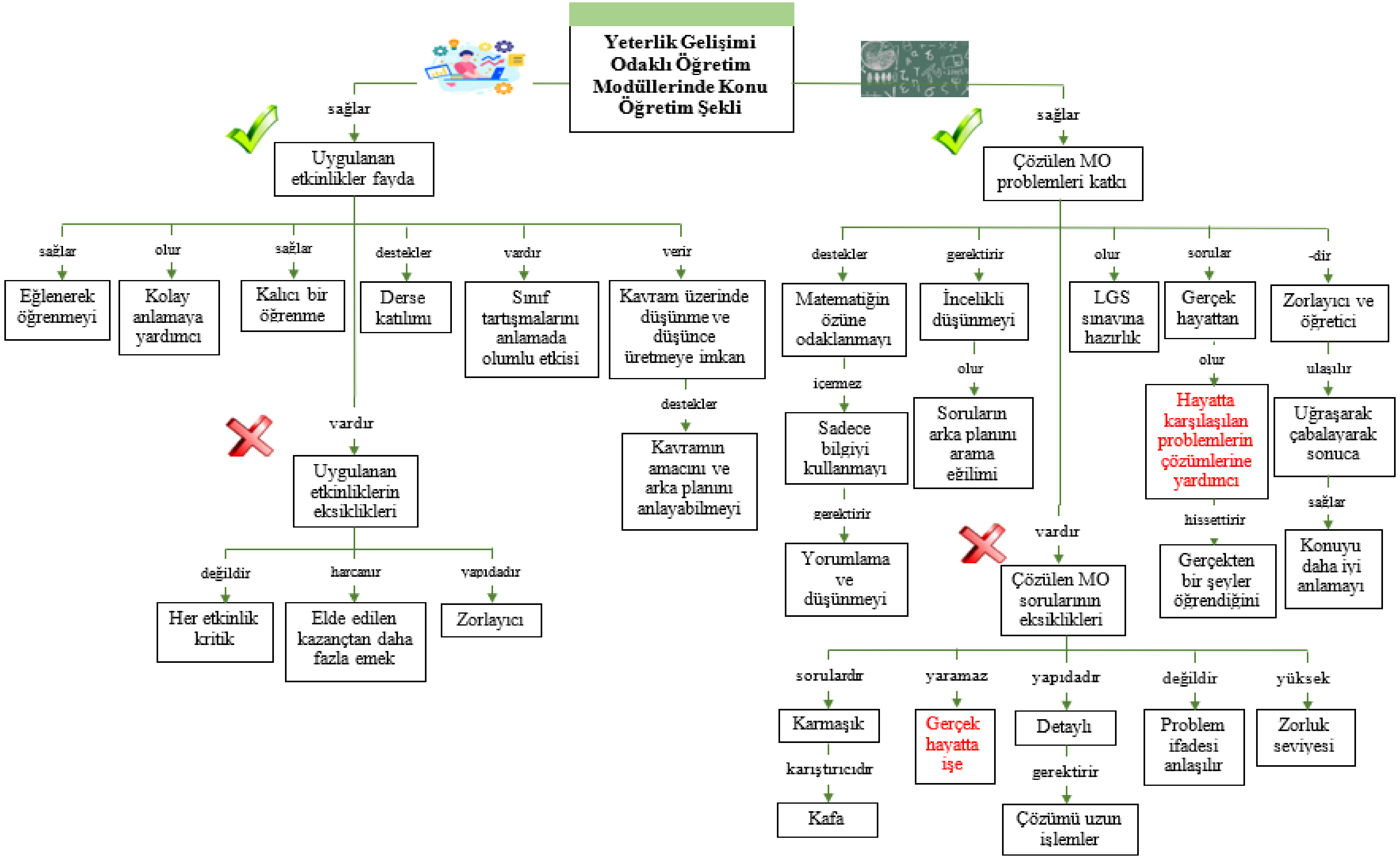
> *Ö$_1$: "Yaşamımda bu sorulardaki gibi şeyler karşıma çıkıyor. Direk aynısı olmasa bile mesela elektronik marketlere ben çok gidiyorum ve oradaki fiyatlandırmalara bu derslerden sonra özellikle dikkat ediyorum."*
>
> *Ö$_2$: "Bana göre işlem gördüğümüzde çoğumuz yüzümüzü buruştururuz ama burada günlük hayattan olduğu için hem daha çok ilgimizi çekiyor hem de daha çok düşünmemizi sağladığı için hem sınavlarda hem hayatımızda bize yarar sağlıyor."*

şeklinde bağlamsal soruların olumlu etkilerini ifade etmiştir. Benzer şekilde özellikle oran-orantı modülünde yer alan sorulara atıfta bulunarak hem konuyu öğrenip derslerde iyi bir noktaya geldiklerine hem de market alışverişlerinde bundan sonra kazık yemeyeceklerine dikkat çekmişlerdir. Bunun yanı sıra ileriye dönük olarak bu sorular sayesinde yaşadıkları olaylara bir çözüm bulabilecekleri inancını taşımaktadırlar. Öğrencilerin yeterlik gelişimi odaklı öğretim modüllerinde konu öğretim şekline ilişkin görüşleri Şekil 32'de yer alan kavram haritasında açıklanmıştır.

Diğer yandan MO soruları ile ders kitabındaki soruları kıyaslayan öğrenciler, MO sorularını daha zorlayıcı, mantık gerektiren sorular olarak tanımlamıştır. Bir eleştiri olarak ele alınan MO sorularının zorluk açısından biraz daha orta düzeye indirgenmesini tercih ettiklerini ifade etmişlerdir. Ayrıca soruların nerdeyse tamamına yakınının kapalı ve açık uçlu sorulardan oluşması başlangıçta zorluk yaratsa da sonrasında alıştıkları ve daha iyi buldukları bir özellik olmuştur. Öğrenciler sonuca ulaşamasa veya yanlış sonuç bulsa dahi yaptıkları çözüm adımlarının değer görmesinden tatmin olmuşlar. Bir öğrenci bu duruma ilişkin görüşünü, "*Sorular öyle şıksız olmalı zaten hocam. Açık uçlularda biraz bile yapsan puan alırsın. LGS sınavlarında da bence açık uçlu soru sorulmalı. Yaptığımız işlemlere puan verilmeli.*" şeklinde ifade etmiştir.

Şekil 32

Yeterlik gelişimi odaklı öğretim modüllerinde konu öğretim şekline ilişkin öğrenci görüşleri



Başarı durumu düşük seviyede olan öğrenciler dönem boyunca öğrendikleri konularda özellikle grafikler (veri analizi) ve doğrular ve açılar konularını yer yer çok iyi yer yer yeteri kadar öğrendiklerini, çokgenler, yüzdeler çember ve dairenin bir kısmında ise zorlandıklarını ifade etmişlerdir.

Bu süreçte ikili çalışmalara ağırlık verildiğine vurgu yapan öğrenciler, kağıtlardan çokgen üretme, dairenin alanını paralelkenar yardımı ile bulma gibi etkinlikler ile dersin işlendiğini ifade etmişlerdir. Etkinliklerin öğretim sürecinde sağladığı yararları ise şu şekilde sıralamışlardır:

- Hem eğlenme hem öğrenme. Etkinlikler aracılığı ile konuları daha iyi öğrenebildiklerini söylemişlerdir. Öğrenci bu yararı, "*Hocam mesela çember şeklinde bir tane eşya verdiniz onun çevresini bulduk. Bu süreçte hem eğlendik hem de çevrenin nasıl bulunduğunu iyice öğrendik*." şeklinde açıklamıştır.
- Öğrenmenin kalıcılığı. Öğrenciler etkinlikler üzerinden öğrendikleri kavramları daha iyi akıllarında tuttuklarını, gerekli durumlarda etkinliği anımsayarak kavramı çağrıştırdıklarını belirtmişlerdir. Öğrencilerden biri bu durumu, "*Mesela birimleri bulurken sizin anlattığınız etkinliği hatırlarız, bir şeyler aklımızda kalır. Anımsarız, o şekilde tutarız aklımızda*." şeklinde ifade etmiştir.
- Derse katılım. Öğrenciler, etkinliklerin uygulanması ile derse katılımın arttığına dikkat çekmiştir. Normalde derse katılımı daha düşük olan öğrencilerin etkinlik olunca katılım gösterdiği ve neredeyse herkesin etkinliği uygulamak için çaba gösterdiğini belirtmişlerdir.

Etkinliklere yönelik herhangi bir eleştirileri, yararsız buldukları bir yönün olmadığını belirtmişlerdir.

Derslerin diğer bir boyutu olan MO problemleri ile ilgili tamamen sayısal olmayan sözeli de içinde barındıran sorular olarak tanımlamışlardır. Bu nedenle de okuyup, okuduğunu anlamayı gerektirdiğini belirtmişlerdir. Bir öğrenci daha kolay derken diğeri buna karşı çıkmış ve “*Ne kolayı! Kolay değil, hatta daha zor.”* şeklinde itirazını dile getirmiştir. Bunun üzerine kolaylığın ve zorluğun kişilere göre değişeceği, bazen zor bazen kolay olabilen sorular ifadesi ile bir orta yol bulmuşlardır. Bu tür soruların ne gibi yararları olduğu sorusuna ilişkin yorumları sağlanan yarardan ziyade soruların kafa karıştırıcı, çok detaylı, fazla karmaşık olduğu bazı verdikleri soru örnekleri üzerinden ifade edilmiştir. MO soruları ile ders kitabında yer alan sorular arasındaki farklara genellikle bağlamsallık üzerinden vurgu yapmışlardır. Öğrenci yorumları:

> *$Ö_1$: Ders kitabında 2x+3 diyorlar. Burada ise bir metin veriyorlar ve onu kendin oluşturuyorsun.*
>
> *$Ö_2$: Bu sorularda (MO sorularını kastediyor) detaylı açıklamalar var. Gidip de ders kitabındaki gibi Ali pazardan 2 elma almıştır yarıya böldüğünde kaçtır gibi direk sormuyor.*

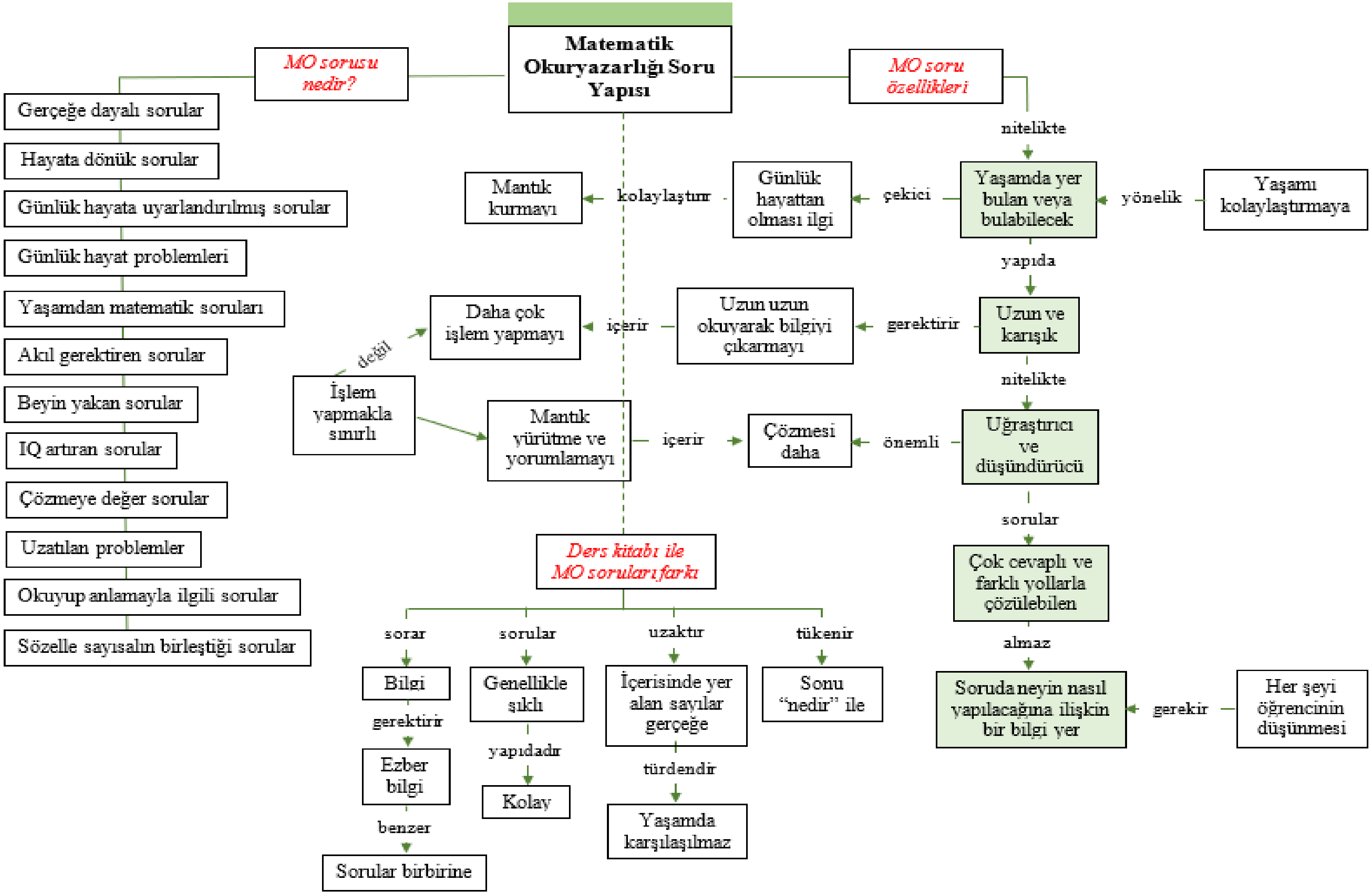
şeklindedir ve bu açıklamaları üzerine MO sorularını derslerde görmeyi tercih ettiklerini belirtmişlerdir. Bu soruların gerçek veya gerçeğe yakın olması sebebi ile bir mantık kurabildiklerini ifade etmişlerdir. Öğrencinin bununla ilgili yorumu;

> *“Günlük hayatımızdan yer verdiği için mesela bir bebeğin büyümesi, alışveriş soruları gibi. Örneğin anne bu bilgiyi bilirse hastaneye gitmeden çocuğun durumu kötü mü bilebilir.”*

şeklindedir. Böylece öğrencinin bu yorum ile soruların günlük hayatta alınan kararlarda etkili olduğu görüşünü ön plana çıkardığı söylenebilir.

Bunun yanı sıra kitaptaki sorular ile MO sorularını karşılaştıran öğrencilerden biri kitaptaki bazı soruların da MO mantığına yakın olduğunu ancak soru içerisinde yer alan sayıların gerçeğe uzak olduğuna dikkat çekmişlerdir. Ders kitabındaki sorulara ilişkin diğer öğrencinin yorumu ise

Şekil 33 *Matematik okuryazarlığı soru yapısına ilişkin öğrenci görüşleri*



"Kitaptaki sorular hiç karşılaşmayacağımız yerden ne bileyim arabanın gittiği yol falan hiç karşımıza çıkmayacak şeylerle alakalı oluyor. Mesela kitapta bir soru vardı. Hatta iki tane söyleyeyim. Bir tanesin n=10 iken m=4 diyordu. Ondan sonra n'e farklı bir değer verip m'in ne olacağını soruyor. Bir de şey vardı daire içinde daire vardı üç tane. Ortadaki dairenin alanını soruyordu."

şeklindedir. Öğrenci burada bağlamsal olmaktan uzak ve soruların gerçek dışılığına vurgu yapmıştır.

Öğretim sürecinde önemli bir payı olan matematik okuryazarlığı soru yapısına ilişkin öğrenci görüşleri Şekil 33'teki kavram haritasında özetlenmiştir.

4.4.1.2 Uygulama süreci – değişen öğretim sürecine ilişkin görüşler. Görüşmelere katılan tüm öğrenciler ilk defa bu derslerle birlikte etkinlik yapma fırsatı bulduklarını ve MO soruları ile ilk kez karşılaştıklarını ifade etmişlerdir. Hepsi için yeni olan bu öğretim süreci onlarda farklı izler bırakmış ve kendi bakış açılarından süreci açıklamaya çalışmışlardır. Öğrenciler görüşlerini ifade etmede oldukça isteklilik göstermiştir.

<u>Başarı durumu yüksek seviyede olan öğrenciler.</u> Görüşmenin bir başka boyutunda önceki dönemlerdeki matematik dersleri işleyişi sorulmuş ve bu dönemki ders ile karşılaştırma yapmaları istenmiştir. Önceki dönemleri, dersin 10 dakikası ile sınırlı basit ve kısa bir konu anlatımı, kalan 30 dakika soru çözümü şeklinde özetlemişlerdir. Tahtada yazılan soruyu defterlerine çözen öğrenciler, çözümü tamamlatıp öğretmenlerine kontrol ettirmiş ve sonrasında tahta üzerinde bazen öğretmen bazen de doğru çözümü yapan bir öğrenci tarafından çözüm yapılmış. Burada başarı durumu yüksek öğrenciler kendilerini kastederek; "*Öğretmene çözüm kontrolleri sadece biz yaptırıyorduk, hızlı hızlı çözüp gidip gösteriyorduk, yani kendi aramızda yarışıyorduk.*" şeklinde gözlemlerini paylaşmışlardır. Bu süreçte sınıfta sadece kendilerinin aktif olduğunu vurgulayan öğrenciler; "*O zamanlar çok güzeldi. Şimdi genellikle çalışma kağıtlarından işleyince derse diğerleri de katılmaya başladı.*" şeklinde sınıf

için olumlu olan bu durumun kendileri için olumsuz etkisini paylaşmıştır. Daha objektif bir gözle bakarak tüm sınıf için yeni öğretim şeklini tercih ettiklerini, çünkü daha yararlı gördüklerini belirtmişlerdir. Bu öğretimin sağladığı yararları öğrencilere bir şeyler katma, ezberden uzak olma ve öğrenilen bilgiyi direk değil çok yönlü sorgulama fırsatı sağlama şeklinde ifade etmişlerdir. Bu tercihini bir öğrenci şu şekilde açıklamıştır:

> "*Şu an ki öğretim derim. Çünkü şu an öğretime ağırlık veriyorsunuz, öncesinde ise zaten biliyormuşsun gibi davranıyorlardı. Temelin varmış gibi kabul ediyorlar. Ama burada temeli de önce kuruyorsunuz, sonra ayrıntılı*."

Öğrencinin bu düşüncesinin modüler yapıdaki iki safhanın amacı ile örtüştüğü de düşünülmektedir.

Bir temel kurma ――→ Kavramı kazandırma

Temeli ayrıntılandırma ――→ Kavramı derinleştirme

Öğrenciler bu öğretim şekli ile bilgiyi bilmenin tek başına yeterli olmadığının farkındadır. Sınıf içinde yapılan tartışmalar, çözülen sorular ve yürütülen grup çalışmalarında bilginin sadece dört işlemde kullanımından farklı becerilere ihtiyaç olduğunu belirtmişlerdir. Bu duruma yönelik öğrenci:

> "*Sen şimdiye kadar işleme odaklanmışsın. 2+2x+5 = ... şu falan işte oradan 2x'i bulacaksın. Ama bu öğretim bunun ötesinde*."

şeklinde görüşünün açıklamıştır.

Diğer bir yandan matematiğe yatkınlığı olan bir öğrencinin (kendisi gibi) her iki yöntemle de başarılı olabileceğini ancak yeni öğretim şekli ile tüm öğrencilerin başarı sağlayabileceği düşüncesindedirler. Bu tercihte etkili olan bir diğer durum ise yeni sınav sistemi olmuştur. Öğrenci bu öğretimdeki soruların benzerliğinden yola çıkarak yeni sınav sisteminde başarı sağlayabileceğini ve şu an edindiği tecrübeler ile hazırlıklı olduğunu belirtmiştir.

Bu boyutta son olarak derslerin işleyişine veya öğretim şekline yönelik önerileri, eksik gördükleri noktalar öğrencilere sorulmuştur. Öğrencilerin bu soruya yaklaşımı öncelikle araştırmacının derse katılıp katılmamasının etkili bir faktör olduğudur. Çünkü öğrenciler araştırmacının olmadığı derslerde öğretmenlerinin eski öğretim şeklinde döneceği için bu soruya da cevap vermenin yersiz olacağı görüşündedirler. Bunun yanı sıra öğretime yönelik herhangi bir eleştirileri olmamış, olumlu yönlerine dair bazı düşüncelerini belirtmişlerdir. Bunlar; derslerde kendilerini serbest hissetmeleri, öğretmenin önceden bir çözüm yolunda ısrar ederken bu derslerde farklı yollarla çözme, farklı çözüm yollarını görme şansına sahip olduklarını ve gerçek hayat problemlerinin ele alınmasıdır. Öneri olarak ise bir öğrenci, oldukça iyi tanıdıkları ve öğrendikleri MO problemlerini kendilerinin yazmasına yönelik sınıf içi ve ödevli çalışmalar yaptırılabileceğini ifade etmiştir.

Başarı durumu orta seviyede olan öğrenciler önceki öğretim süreçlerindeki işleyişi "*Öncesinde öğretmen ders anlatır kısaca, deftere not alır, sonra bol bol soru çözerdi. Dersler bundan ibaretti*." şeklinde ifade etmişlerdir. Uygulama öncesi süreçte çözülen soruların genellikle öğretmenin farklı kaynaklardan getirdiğini ve nitelik olarak MO soruları ve ders kitabı soruları arasında bir zorlukta olduğunu açıklamışlardır.

Bu araştırma kapsamında yürütülen dersleri ise konunun direk anlatılmadığı, etkinliklerle konuya başlanan, öğrencilerin kendilerinin yaparak öğrendikleri ve daha akılda kalıcı bir öğretim olarak görmüşlerdir. Öğrenciler bu şekilde derslerin işlenmesinden, böyle bir fırsatın onlara sunulmasından memnun ve mutlu olduklarını vurgulamışlardır. Derslerde aktif olarak bulunmalarını hem faydalı bulmuşlar hem de sıkılmadan eğlenerek öğrendiklerini ifade etmişlerdir. Öğrencilerden biri derslerin bundan sonra da bu şekilde devam etmesini istediğini ve tercih ettiğini belirtmiştir. Diğer öğrenci ise

> *"İkisinin arası olabilir. Gördüğümüz bu yaşamsal sorular baya zor. O yüzden biraz daha kolay, eskiden çözdüğümüz gibi sorularda derse katılarak işlenebilir."*

şeklinde görüşünü paylaşmıştır.

Öğretimin herhangi bir eksiklik ve zayıf yönünün olmadığını belirleten öğrenciler, bir öneri olarak konuları ve çözülen soruları deftere yazmaya alışkın olduklarını, aynı zamanda ders sonrasında tekrar edebilmesine imkanı sağladığı için daha fazla not alınmasını talep etmişlerdir. Aslında not aldırmamak hocanın bir tercihi idi. Araştırma kapsamında ondan böyle bir istekte bulunulmamıştır. Ancak modül içeriği çalışma kağıdı şeklinde öğrencilere dağıtıldığı için öğretmen deftere not aldırmayı pek gerekli bulmamıştır.

Başarı durumu düşük seviyede olan öğrenciler hocanın tahtaya yazdığı sorular üzerinden dersi işlediğini ve kendi ifadeleri ile "seçmece karpuz gibi rastgele" öğrencileri kaldırıp çözdürdüğünü dile getirmişlerdir. Ayrıca öğretmenin genellikle kısaca anlatıp veya bazen hiç anlatmadan soru çözümüne geçtiğine dikkat çekmişlerdir.

Bu dönem yapılan öğretimi tercih ettiklerini ifade eden öğrenciler, güzel bir dönem geçirdiklerini bundan sonra da böyle olmasını istediklerini kendi bakış açıları ile şu şekilde açıklamışlardır:

Ö$_1$: Benim geçen dönem çok canım sıkılıyordu. O yüzden hep Ali (sıra arkadaşı) ile konuşuyordum. Bu dönem ama dersle ilgilendim, uğraştım hep.

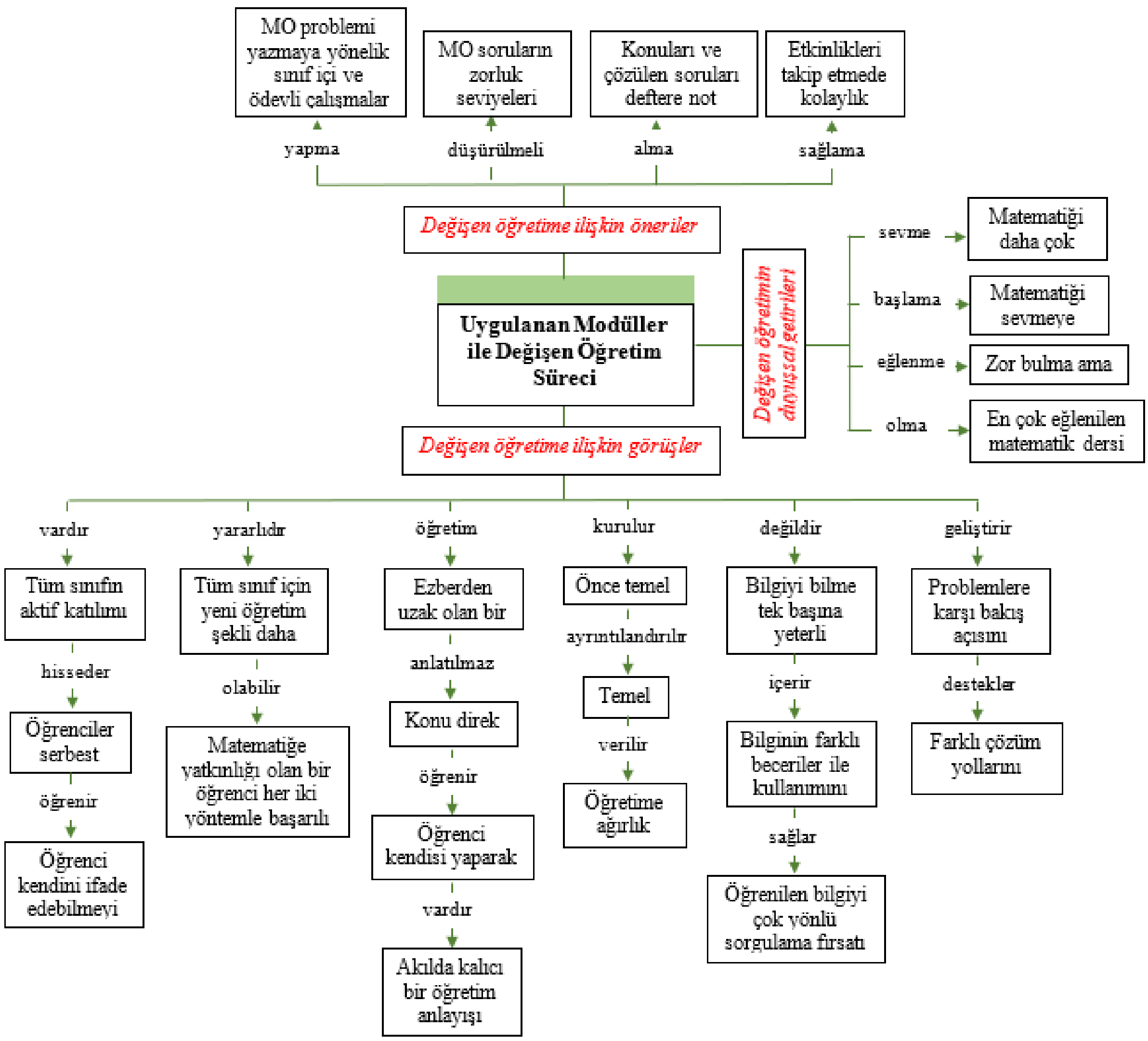
Ö$_2$: Ben de böyle işlenmesini tercih ederdim. Geçen sene mesela hoca kaldırıyordu, net bir cevap yoktu, ne yapacağımı bilmeden tahtaya kalkıyordum. Ama artık bir cevabım var, oluyor ve tahtaya öyle kalkıyorum.

Öğretime ilişkin eleştiri ve önerileri sorulan öğrenciler herhangi bir eleştiri dile getirmemiştir. Öğrencilerden biri derslerin en iyi özelliği olarak etkinlikler üzerinden konunun öğrenilmesini göstermiştir. Hatta eve gittiğinde bazı etkinlikleri tekrarladığını ve kardeşine gösterdiğini anlatmıştır. Bunun yanı sıra sınıf içinde bazen etkinlikleri takip ederken zorlandığını da vurgulamıştır. Bunu özellikle kesip yapıştırma gerektiren etkinlikler için söylemiştir. Bunun yanı sıra diğer grup öğrenciler deftere daha fazla not alınmasını talep ederken, bu görüşmedeki öğrenciler derslerin güzel bir yanı olarak not almayıp çalışma kağıtları üzerinden dersin işlenmesini göstermiştir.

Uygulanan modüller aracılığıyla değişen öğretim sürecine ilişkin öğrenci görüşleri Şekil 34'teki kavram haritasında özetlenmiştir.

Şekil 34

Uygulanan modüller ile değişen öğretim sürecine ilişkin öğrenci görüşleri



4.4.1.3. *Derse yönelik özet düşünceler.* Başarı durumu yüksek seviyede olan öğrenciler. Öğrencilerden bu dönemki matematik derslerini özetlemeleri istenmiştir. Yeni bir ders işleme yöntemi ile derslerin yürütüldüğünü belirten öğrenciler aslında farkında olmadan modül safhalarına vurgu yaparak süreci açıklamışlardır. Birinci odakla ilgili olarak çeşitli uygulamalar ve etkinlikler yapıldığını, etkinliklerle konunun anlaşılmasının sağlandığını ifade etmişlerdir. İkinci odakla ilgili olarak ise okuduğunu anlamayı gerektiren yeni bir soru tarzı öğrendiklerini, bu sayede yaşamdaki matematiği tanıdıklarını ve soruları "yaşamdan matematik soruları", "günlük hayata uyarlandırılmış sorular" olarak nitelendirdiklerini belirtmişlerdir.

Başarı durumu orta seviyede olan öğrenciler. Derste yapılanları özetlemeleri istendiğinde konuları iyice öğrenip sonra soruların çözüldüğüne ve sorular ile iyice pekiştirdiklerine vurgu yapmışlardır. Önceki öğretim sürecini ise kısa bir konu anlatımı ve konunun kavratılması için bol soru çözümü olarak dile getirmişlerdi. Böylece iki yöntem arasında özellikle bu farka önem veren öğrenciler bu süreci, hiç sıkılmadan işledikleri en eğlenceli matematik dersi olarak tanımlamışlardır. Bir öğrencinin ders hakkındaki özeti ise

> *"Konuların üstünden sürekli geçip durmak yerine çözdüğümüz yaşamdan sorularla kendimizi konuya yönelik daha da geliştirdik ve bu tür soruları çözmeyi öğrendik. Geleceğe yatırım yaptık."*

şeklinde olmuştur.

Başarı durumu düşük seviyede olan öğrenciler. Sınıf dışından birine bu dersi anlatmaları istendiğinde okuryazarlık soruları çözdüklerini öncelikle vurgulamışlardır. Aynı zamanda okuryazarlık sorusu değince karşıdaki kişinin anlamayabileceği düşünülerek; "okuyup anlamayla ilgili sorular", "beyin yakan sorular", "sözelle sayısalın birleştiği sorular" gibi tanımlamalar yapmışlardır. Diğer matematik derslerinden çok farklı olduğunu belirten öğrenciler MO soruları yanında bir de sıklıkla etkinlikler yapıldığını söylemiştir.

Son olarak öğrenciler derslerin onların üzerinde bıraktığı etkiyi;

> *$Ö_1$: Mesela hocam normalde benim matematikle aram fazla iyi değildir. Testleri belki hala yapamam. Ama bunları (MO sorularını) yapıyorum.*
>
> *$Ö_2$: Ben sevmiyordum matematiği. Ama artık seviyorum.*

şeklinde ifade etmişlerdir.

4.4.1.4 Sınıfla görüşme ve öğrencilerin sınıf içi genel görüşleri. Belirlenen altı öğrenci ile yapılan görüşmelerin yanı sıra dönemin son iki dersinin bir kısmı tüm sınıf görüşlerinin alınmasına ayrılmıştır. Odak grup görüşmelerinden ziyade daha çok doğaçlama şeklinde gelişen bu görüşmelerde araştırmacının soru sormasından ziyade öğrencilerin kendilerinin serbestçe görüş ifade etmeleri beklenmiştir.

Öğrenciler özellikle dönemin sonu geldiği için seneye de öğretimin aynı şekilde devam edip etmeyeceğini sorgulamış ve bu şekilde olması için isteklilik göstermişlerdir. Derslerin araştırmacının sürece dahil olması ile değiştiğinin farkında olan öğrenciler özellikle kendilerindeki duygu değişimlerine vurgu yapmışlardır. Bu durumla ilişkili bazı öğrenci yorumları:

$Ö_1$: "Hocam bence siz de veli toplantısına katılmalısınız. Bu dersler sizin sayenizde böyle oldu."

$Ö_2$: "Matematik dersini hiç sevmezdim. Sizle birlikte sevmeye başladım. Zaten hocamız da önceden böyle anlatmazdı. Sizi görünce böyle sorular soruyor, tartışmalar yaptırıyor."

$Ö_3$: "Hocam ben eskiden matematiği hiç sevmezdim. Sözel derslerde daha çok başarılıyım. Ama şimdi sizinle birlikte ben çok sevmeye başladım. Zaten hocam, öğretmenimiz önceden hiç böyle değildi. Eskiden hiç böyle anlatmazdı. O da siz varsınız diye böyle anlatıyor. Normalde bize hiç soru sormazdı (sınıf tartışmalarını kastediyor), böyle eğlenceli, daha düşündürücü bir ders olmazdı. Yazdırıp geçerdi."

$Ö_4$: "Keşke tüm matematik derslerimiz böyle olsa bundan sonra."

şeklindedir.

Bir diğer boyut derslerde ilk kez yapıldığını sıklıkla dile getirdikleri etkinlikler ile ilgili görüşleridir. Öğrenciler daha önce hiçbir matematik dersinde etkinlik yapmadıklarını, bu zamana kadar “ellerine açıölçer, pergel almadan” geldikleri ifade etmişlerdir. Özellikle etkinliklerin konunun daha iyi anlaşılmasında etkili olduğunu bildirmiş ve herhangi olumsuz bir yönden bahsetmemişlerdir.

Derslerin ikinci odağı olan MO sorularına ilişkin öğrenciler başlangıçta soruyu anlama, çözüm planı geliştirme ve uygulamada çeşitli zorluklar yaşamışlardır. Öğretim süreci ile birlikte MO soruları ile daha çok karşılaşan öğrenciler, daha dayanaklı yorumlar yapma fırsatı bulmuşlardır. Öğrenciler bu soruları “Beyin yakan sorular”, “IQ artıran sorular”, “Çözmeye değer sorular” olarak anmış ve öğretim sürecine yeni katılan araştırmacı (tezin yazarı) ile eşleştirerek “Tuğçe hocayla yaşamdan sorular” sloganını kullanmışlardır. Derslerde ders kitabı tipi, rutin sorulardan vazgeçilmemiş ve derslerde sıklıkla bu tür sorulara da yer verilmiştir. Böylece öğrenciler MO soruları ve ders veya test kitaplarında yer alan soruları karşılaştırabilme imkanı bulmuştur. Süreç boyunca karşılaştırmalara girmiş ve görüşlerini ifade etmişlerdir. Buna göre ön plana çıkan yorumlar şunlardır;

- MO problemleri,
  - gerçekle, günlük hayatla alakalı / günlük yaşantıda karşılaşılabilecek sorular
  - daha uzun ve karışık
  - daha uğraştırıcı, düşündürücü
  - daha çok işlem gerektiren
  - daha zor (Bu duruma ilişkin bu kadar zor soruları nereden buluyorsunuz şeklinde tepki gösteriyorlar.)
  - daha farklı ve çözmesi daha önemli
  - uzun uzun okuyarak bilgiyi çıkarmayı gerektirir / okuma ve anlama soruları / önce anlamayı sonra yazmayı gerektirir
- Rutin problemler,
  - daha kolay

- günlük hayatımızla çoğunlukla alakasız
- daha kısa
- çok saçma (buna örnek olarak tamamen matematiksel/cebirsel ifadelerden oluşan $5.k = \frac{b}{4}$ gibi soruları çok anlamsız bulduklarını ifade ediyorlar.)
- sadece işlem yapmayla sınırlı
- 4 işlem çarp, böl direk sonuç çıkan tipte

Yukarıda ifade edilenlere ek olarak bir öğrenci ise "*Kısalar (ders kitabı tipi rutin sorular) daha rahat geliyor yani rahat derken yapması daha kolay. Bunlar (MO soruları) ise daha zor. Ama bunları çözmek daha önemli bence. Çünkü hem okuduğumu anlıyorum hem de anlarsam yapıyorum. Uzun sorular gelişimim için daha mantıklı geliyor bana*." şeklinde kıyaslama yapmış ve MO problemlerinin kendince yararını paylaşmıştır.

İlk defa bu derslerde MO problemleri ile karşılaşan öğrenciler sıklıkla bu durumu dile getirmiştir. Bazı öğrenciler bundan sonrası için "*inşallah hep MO sorularından yapmaya devam ederiz*" derken diğer birkaç öğrenci ise artık "*normal sorular*" çözelim, bunların yerine "*daha normal problemlere*" geçelim şeklinde tepkilerini dile getirmiştir. Bu tepkiyi gösteren öğrencilerin genel anlamda matematik başarı düzeyi daha düşük olan öğrenciler olduğu dikkat çekmiştir.

Öğrenciler gelinen noktada MO sorularının onlara sağladığı katkılara vurgu yapmışlardır. Bu katkılara ilişkin bazı öğrenci yorumları:

$Ö_1$: Matematik okuryazarlığı soruları ise hayatımıza katkı sağlayan, hayatımızı kolaylaştırmaya yönelik sorular. Bence tüm sorular böyle olmalı. 3x5'i bulmam bana hiçbir şey kazandırmaz. Ama matematik okuryazarlığı sorularını çözerken daha fazla düşünüyorum, tartışıyorum, gelecekte karşıma çıkabilecek gibi hep sorular.

$Ö_2$: Bu sorular genelde çok cevaplı sorular ve çok farklı yollarla çözülebiliyor. Herkes kendine göre bir yoldan çözüme ulaşabiliyor.

şeklindedir.

4.4.2 Öğrenci görüşlerinin ikinci boyutu. Öğrencilerle yapılan görüşmelerin birinci boyutunda görüşme yapılan öğrenciler başarı düzeylerine göre bir arada klinik etkinlik temelli görüşmelere alınmıştır. Bu görüşmeler ile dönem boyunca öğrenilen kavramlara ilişkin MO problemleri üzerinden öğrencilerin matematiksel yeterlikleri aktive etme süreçlerine daha net bir bakış sağlanması planlanmıştır. Böylece hem süreç boyunca elde edilen gözlem verileri hem de uygulanan ön ve son testlerin yanı sıra yapılan görüşmeler ile de yeterliklerin ne ölçüde geliştiği belirlenebilecektir.

Klinik görüşmelerin ikişerli gruplar halinde yürütülmesinin tercih edilmesinde bazı düşünceler etkili olmuştur. Öncelikle tüm dönem boyunca ikişerli gruplar halinde çalışmaya alışan öğrenciler için bu dokunun korunması istenmiştir. İkinci olarak klinik görüşmelerde özellikle öğrencilerin daha çok konuşması, sesli düşünmesi ve zihinlerindekini ifade etmesi istenmiş olup, ikili çalışmaların bunda daha etkili olacağı düşünülmüştür. Son olarak matematiksel yeterliklerin inceleneceği bu görüşmelerde bazı yeterliklerin (argüman üretme ve savunma, iletişim gibi) karşılıklı konuşma ve tartışmalar ile aktive edileceği düşüncesinden yola çıkılmıştır.

Farklı bağlamlara sahip ve farklı konu alanlarına kapsayan – sayılar, cebir, geometri ve veri analizi – dört farklı MO sorusu öğrencilere yöneltilmiştir.

Resim 51

Sazan balığı sorusu

Sazan Balığı

Bir göldeki herhangi bir balık türü, örneğin sazan varlığını tespit edebilmek için izlenen bir yöntem şöyledir: Gölde bir bölgeye ağ atılıyor ve ağa takılan sazanlar işaretlenip tekrar göle bırakılıyor. Diyelim ki 420 sazan yakalandı ve işaretlendi.

Ertesi gün aynı bölgeye aynı saatte tekrar ağ atılıyor ve ağa takılan işaretli balıklar sayılıyor. Diyelim ki atılan ağa takılan 450 sazan balığından 45 tanesinin işaretlenmiş olduğu görülüyor. Bu bilgelere göre göldeki sazan sayısı kaç olabilir?

Resim 51'de verilen ilk soruya ilişkin başarı grubu yüksek olan öğrenciler öncelikle bağlamı anlamaya çalışmış ve bağlamda verilen sayısal bilgilerin ne anlama geldiğini yorumlamıştır. Soruyu birkaç kez okuma ihtiyacı duymuşlardır. Devamında sorudan ne anladıklarını özetlemişlerdir. Problem çözme yeterliği bağlamında problemi anlama boyutu bu şekilde gerçekleşmiştir. Ancak öğrencilerin işaretli ve işaretsiz balıkların sayısını direk toplaması ilk anda problem net anlaşılmadığını düşündürmüştür. Öğrencilere doğru veya yanlış çözdüklerine dair herhangi bir ipucu verilmemiştir. Öğrenciler sonucun işaretli ve işaretsiz balık sayısını toplayarak çözülmesi konusunda hem fikir olmalarına karşın sonucun değerlendirilmesinde tam olarak yeterli bir çözüm olmadığını fark etmişlerdir. Aynı zamanda çözdükleri diğer MO sorularından da etkilenerek bu kadar kolay bir çözümü olmayacağını ifade etmişlerdir.

Orta ve düşük başarı grubundaki öğrenciler de tekrar tekrar soruyu okumuşlardır. Diğer gruptan farklı olarak bu iki grubun öğrencileri, soruda verilen sayısal değerleri kağıt üzerinde not etmişler, soruyu kendi cümleleri ile kısaca ifade etmişlerdir. Son olarak soruda ne istendiğine özellikle odaklanmışlardır. Orta başarı düzeyindeki öğrenciler ise bir önceki grupta olduğu gibi problemin hangi matematiksel kavramla ilişkili olduğuna odaklanmış ve "doğru orantı" olduğu sonucuna hızla ulaşmıştır. Her ikisi de doğru orantı ile çözüleceği konusunda hem fikir olduktan sonra doğru orantıyı kurmak için uğraşmışlardır.

Düşük başarı düzeyindeki öğrenciler öncelikle kağıt üzerinde işlemler yaparak çözüme ulaşmaya çalışmışlardır. Ancak yaptıkları işlemler genel olarak anlamlı olmayan dört işlemler ile sınırlı kalmıştır. Neden bu işlemi yaptıkları sorulduğunda ise toplam balık sayısını bulmaya çalıştıklarını ancak bir strateji geliştiremediklerini ifade etmişlerdir. Diğer iki gruba kıyasla söylediklerini gerekçelendirme konusunda zorlanmışlardır. Öğrencilerden biri verilen değerleri grafik üzerinde göstermeye çalışmıştır. Temsilde başarılı olmasına karşın niye bu şekilde gösterme ihtiyacı duyduğu sorulduğunda bir sebebi olmadığını, bir sonuca ulaşmaya çalıştığını ifade etmiştir. Bir başka yol olarak işaretli ve işaretsiz balık sayısını toplamayı denemişlerdir. Bunu yaparken ilk ve ikinci durumdaki işaretli olan 45 balığı iki kez toplamamışlar yani kesişimi çıkarmışlardır. Ancak bu sonucun problemin doğru bir çözümü olmadığını fark etmişlerdir. Buna karşın farklı bir yol önerememiş ve problem ile uğraşmayı noktalamışlardır.

Öğrencilerin probleme yönelik ikinci girişimleri tekrar soruyu okumaya (ilk aşamaya) geri dönmeleri ile başlamıştır. Devamında farklı bir yaklaşım olarak bu soruyu hangi matematiksel kavram ile ilişkilendirebileceklerini tartışmışlardır. Oran-orantı konusunun bu soruya cevap olacağına karar vermişlerdir. Bu karar ile birlikte problemi orantı kurup, çözüm yolunun kısa sürede planlayabilmişlerdir:

Ö$_1$: Şöyle olabilir; 450 balıkta 45 balık işaretli ise

Ö$_2$: 420 de kaçtır

Ö$_1$: Balık sayısı arttığında işaretli de artabileceğinden doğru orantı olur. Normalde 420 sazan yakalanmış ve işaretlenmiş. Ondan sonra ki günde 450 balık yakalanmış ama onlardan sadece 45'i işaretliymiş. Şimdi şöyle bir orantı kurabiliriz. 450 de bize 45 geliyor ise ...

Ö$_2$: Tüm balıkların 420'si işaretli. Tabi ya sazanların işaretli olanları tüm balık sayısı ile orantılı.

Buradan orantı ifadesini doğru bir şekilde kuran öğrenciler sonuca ulaşabilmiştir. Çözüm aşamasında düşüncelerini birbirlerine açıkça ifade edebilmiş ve matematiksel iletişimde bulunmuşlardır. Öğrenciler kendileri de özellikle okuduğunu anlamanın onları zorladığını ifade etmişlerdir. Problemin son aşaması olarak öğrencilerden göldeki balık sayısını hesaplamada kullanılacak şekilde bir genellemeye ulaşmaları istenmiştir. Öğrenciler çözümü orantı kurarak yaptıkları için buradan genelleme ifadesine geçmede çok zorlanmamışlardır. Muhakeme etmenin bir boyutu olan genelleme için tüm balık sayısı x olmak üzere;

$\frac{\text{ikinci işaretli balıklar}}{\text{ikinci yakalanan balıklar}} = \frac{\text{birinci işaretli balıklar}}{\text{x}}$ şeklinde ifade etmişlerdir.

Orta başarı düzeyindeki öğrenciler çözümü yaparken öncelikle orantı ifadesini kurmaya çalışmışlardır. Öğrenciler;

Ö$_1$: Şimdi 420 sazan yakalandıysa ve işaretlendiyse, bunlar tekrar geri atıldığına göre ...

Ö$_2$: Göldeki tüm balıkların 420 tanesi işaretli.

Ö$_1$: Sorunun devamında ise ikinci kez 450 balık yakalandığı ama onun 45 tanesi işaretliymiş zaten.

Ö$_2$: 420'de 45 ise 405'te kaçtır?

Ö$_1$: Böyle olmaz. Böyle balık sayısı ancak 40-50 civarı bir şey çıkar.

Ö$_2$: Evet doğru. Zaten kafadan 420 işaretli olan balık var. Orantıda bir sıkıntı var. O zaman 450'de 45 balık işaretli ise x'te kaç diyeceğiz?

Öğrenciler karşılıklı konuşmalar neticesinde orantıyı kurmaya çalışmış ancak bir öğrencinin iddiası diğer öğrenci tarafından hemen çürütülmüştür. Öğrenci hesaplamaya dahi gerek durmadan yaklaşık olarak hesaplayarak uygun bir cevap olmadığını belirtmiştir. Devamında yeniden orantıyı kurmaya çalışmışlar ancak 420 olan tüm işaretli balık sayısını orantı ifadesinde nereye yazacaklarını şaşırmışlardır. Tam olarak orantıyı oluşturamayan öğrenciler kat ilişkisinden yararlanarak sonuca ulaşmışlardır. Ancak bu durum devam sorusu olan genellemeye ulaşmada öğrencilere bir zorluk yaratmıştır. Genelleme ifadesini sözel olarak açıklamış ancak cebirsel olarak gösterememiş, modelleyememişlerdir. Başarı düzeyi düşük olan öğrenciler ise zaten bu aşamaya kadar gelememiştir.

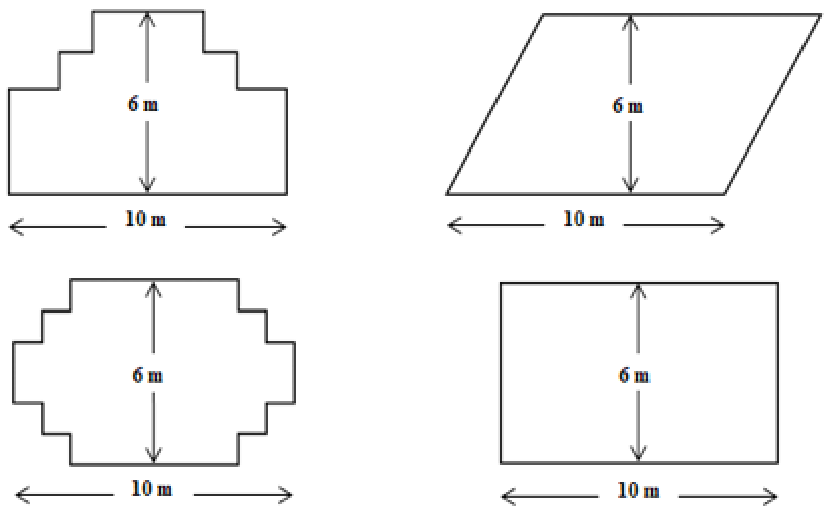
Resim 52'de verilen diğer soru ise konu alanı olarak geometri ile ilgilidir. Net ve anlaşılır bir soru ifadesi olduğu için bir kez okuduklarında soruda ne istendiğini anlayabilmişlerdir. Bu soruda tüm gruplar 32 metrelik tahtayla yapılacak olan sınır çiziğinin çevreyi mi yoksa alanı mı düşündürdüğüne odaklanmışlardır. Soru kökünde “bahçe ekim alanının çevresi” olarak verdiği için bu ifadeden net bir anlam çıkaramamışlar ve kendileri karar vermişlerdir. Başarılı öğrenci grubu:

Resim 52

Marangoz sorusu

MARANGOZ

Bir marangozun 32 metrelik tahtası var. O, bahçe ekim alanının çevresine bir sınır çizgisi yapmak istiyor. Bahçe ekim alanı için aşağıdaki tasarımları düşünmektedir. Bahçe ekim alanının 32 metrelik tahtayla yapılıp yapılamayacağına her bir tasarım için karar verin ve kararınızı sebebi ile açıklayın.



Ö$_1$: Sınır çizgesi istediği için bence çevresi

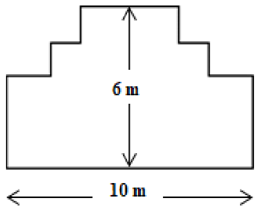
Ö$_2$: Alan olsa 32 çarpı bir şey bir şey derdi, kaplayın derdi. Bence de çevre.

şeklinde görüşlerini muhakeme etme yeterliğinin bir boyutu olarak gerekçeleri ile birlikte açıklamışlardır. Diğer iki grup ise öncelikle soruyu tekrar kendi cümleleri ile “*Şekillerin her birine bakacağız ve verilen tahta ile tasarımları yapıp yapamayacağımıza karar vereceğiz.*” gibi kısaca özetlemişlerdir. Devamında ise hangi işlemi yapacaklarına karar veremeyen öğrenciler tekrar soru metnine dönmüş ve bahçe ekim alanının çevresine kısmını tekrar sesli okuduklarında çevre hesabı yapacaklarını fark etmişlerdir.

Tek tek şekilleri ele alarak öncelikle bireysel çalışan öğrenciler sonrasında araştırmacının uyarısı ile sesli olarak düşüncelerini açıklamışlardır. Başarılı öğrencilerden biri ilk şık için alt kenar ile üst kenarın birbirine tamamen denk geldiğini ve üst kenarında 10 m

Şekil 35

Birinci bahçe ekim alanı



olacağını. Benzer şekilde girintiler olsa dahi yan kenar uzunluklarının da aslında 6 m olduğunu çok rahat gördü ve 32 metrelik tahta ile sınır çizgisi yapılabileceğini ifade etti. Ancak diğer öğrenci bu açıklamaları anlayamamış kendisi ise 10 m'lik taban uzunluğundan yararlanarak diğer kenar uzunluklarını parça parça tahmin etmeye çalışmıştır. Bunun üzerine

Ö$_1$: Sen nasıl buldun 32'yi?

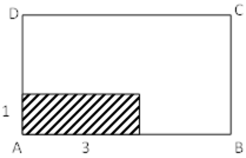
Ö$_2$: 10 burası ise şurası da (üst tabanı işaret ediyor) 10 olur. 6 burası ise buraları da (yan kenarlar) 6 şar olur. Toplayınca hepsini çevre 32 olur. Sen de katılıyor musun?

Ö$_1$: Bunlar eşit gitmek zorunda değil ki!

Ö$_2$: Derste buna benzer bir soru çözmüştük aslında.

Şekil 36

Ö2'nin atıfta bulunduğu soru şekli



... Orada da kesilen bir kısım olsa dahi kesilen kadar yeni oluşan şeklinde kenar uzunlukları aynı olduğu için çevresi değişmez demiştik mesela. Çünkü şuradaki kenar şuraya denk geliyordu. Burada da aynı mantık oluyor. (şekil 36'daki soru)

Ö$_1$: Aa evet. 6+6+10+10=32 oluyor evet.

Öğrenci derste çözülen bir MO sorusuna atıfta bulunarak düşüncesini açıklamıştır. Başlangıçta diğer öğrenci bu çözüme karşı çıksa da öğrencinin iddiasını desteklemesi ve açıklaması üzerine çözümü desteklemiştir.

Orta başarılı gruptaki öğrenciler herhangi bir işlem yapmadan öncelikle nasıl bir çözüm stratejisi izleyebilecekleri üzerine tartışmışlardır. Öğrenciler arasındaki konuşmalar;

Ö$_1$: Nasıl yapabiliriz?

Ö$_2$: Kenarları toplayacağız.

Ö$_1$: Toplayalım o zaman. Mesela soldaki (girintili kenara işaret ederek) şu üç kenarın uzunluğu ne kadar?

Ö$_2$: 6

Ö$_1$: Neden 6 dedin ki?

Ö$_2$: Yüksekliği 6, bu da 6'ya eşit. 6+6+10+10 = 32 olur.

şeklindedir. Bu tartışmalar neticesinde çözüme ulaşabilmişlerdir.

Başarı durumu düşük olan öğrenciler bir süre bireysel olarak şekiller üzerinde uğraşmışlardır. Öğrenciler bu çalışmalarda şekli bir dikdörtgene tamamlamaya yönelmişlerdir. Çevre hesabının kenarların toplamı ile bulunacağını ifade eden öğrenciler ne yapmaları, neyi bulmaları gerektiğinde hemfikirdirler, ancak nasıl bulabileceklerine yönelik bir strateji geliştirememişlerdir. Öğrenciler muhakeme edemeyince biri, cetvelle ölçerek hesaplamayı önermiştir. Ancak cetvel mevcut olmadığı söylenerek işlem yapmaya yönlendirilmiştir. Bunun üzerine diğer öğrenci şeklin sol tarafındaki girintili çıkıntılı kenarları göstererek bunların uzunluklarını tahmin etmeyi önermiştir. Aslında parça parça kenar uzunluklarından yola çıkmalarına karşın toplam uzunluğun 6 olacağı sonucuna ulaşabilmişlerdir. Aynı soruyu şeklin sağ tarafındaki düşey kenar toplamları için de sormuşlar ve yine 6 olması gerektiğine karar vermişlerdir. Bu işlemlerde sürekli araştırmacı ile göz teması kurmaya çalışan öğrenciler doğru yolda ilerlediklerine yönelik bir dönüt beklemişlerdir. Sırasıyla 6, 10, 6, 10 olarak kenarların toplamını söyleyebilmiş olmalarına karşın hala parça kenar uzunluklarını da şeklin üzerine not etme ihtiyacı duymuşlardır.

Ö1: 6 ile 6 değil mi! Toplamı 12 olmuyor mu. Diğer kenarları da üzerine ekliyorum 12+2+… (Hala daha şekli parça parça düşünüyor.)

Ö2: Zaten aşağısının 10 olduğunu vermiş. Diğer kenarları da toplayınca aşağıdakine tam eşit oluyor. Onlar da toplam 10 ediyor. Sayman gerekmiyor.

(Araştırmacı burada hiç müdahale etmemiştir. Öğrencilerden biri diğerinin fikrinin yanlış olduğunu söylemiş ve kendi fikrinin doğruluğu konusunda onu ikna etmiştir.)

Ö1: Hıı, o zaman 10 oluyor direk. Şuan biz yan olanları hesaplıyoruz. Tamam.

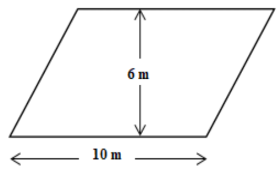
Sonuçta toplam çevreyi 32 olarak hesaplamışlardır.

İkinci şekle geçildiğinde (şekil 37) başarılı gruptaki öğrenciler şeklin bir paralelkenar olması sebebi ile aynı mantığı burada da yürütüp yürütemeyeceklerini öncelikle sorgulamışladır. Her ikisi de aynı şekilde soruyu ele almaya karar vermişlerdir. Öğrencilerin ilk birbirlerine yönelttikleri soru, yükseklik olarak verilen 6'nın kısa kenara eşit olup olmayacağıdır.

Ö1: Sanki bu kenar daha uzun oluyor yan olduğu için.

Şekil 37

İkinci bahçe ekim alanı



Ö2: (Kalemiyle dik uzunluğun ve paralelkenarın kısa kenarını karşılaştırdı)

Ö1: Ben düşüncemi açıklayabilir miyim? 6 metre tam düz gidiyorsa yan yatırdığımızda başlangıç ve bitişleri aynı çizgi üzerinde. Bu yüzden daha uzun olur.

$Ö_2$: Onu yan yatırmak için daha fazla mesafe kat ediyor. Ama tam uzunluğunu bulamayız biz.

$Ö_1$: En az 7 olsa desek 34 olur.

$Ö_2$: Desek ama! Bizim bunu dememiz lazım.

$Ö_1$: Ama şöyle hesaplayabiliriz. Şimdi bu kaç olursa olsun 6'dan büyük olacak. 6'dan fazla olmasa 6'dan hesaplasak çevresi 32 çıkıyor. 6'dan fazla olduğuna göre direk 32'den fazla oluyor. Yani bu da doğru oluyor.

Öğrenciler düşüncelerini ifade ederken yer yer sembolik, teknik dili uygun kullanamamış (tam düz gitmeyen, yan yatan kenar gibi) ancak güzel bir mantık yürütmüşlerdir. Kalemlerini bir araç gibi kullanıp kenarları karşılaştırmışlardır. İddialar da bulunmuşlar ve iddialarını gerekçelere dayandırarak savunmuşlardır. Soruda verilen diğer iki ekim alanı için ise hiçbir işlem yapmaya ihtiyaç duymayan öğrenciler direk sözlü açıklamalar ile sonucu ifade etmişlerdir.

Orta başarılı öğrencilerden biri soruyu görür görmez direk yükseklik ile kısa kenarın eşit olacağı varsayımından yola çıkmıştır. Kısa kenarları 6 kabul ederek işlem yapmış ve sonucu yine 32 bulmuştur. Diğer öğrenci ise biraz sessizce beklemiş ve bu süreçte şekli incelediği gözlenmiştir. Sonunda ise bu çözüme itiraz etmiştir.

$Ö_1$: Hayır. 6 olmaz.

$Ö_2$: Neden hayır?

$Ö_1$: Çünkü dik değil, onun farklı bir açısı var.

$Ö_2$: O zaman 6'dan daha mı büyük çıkar daha mı küçük çıkar?

$Ö_1$: Daha büyük olur sanırım. Ölçebiliriz. Yaklaşık yarım cm daha uzun olabilir. O zaman da şekli kaplamaya yetişmez. Zaten 6 olsa anca o zaman 32 olacaktı.

Uygun bir matematiksel dille kenar uzunluğunun dik değil de açılı olduğunu ifade eden öğrenci uzunluğun 6'dan büyük olduğunu düşünmüş ancak bunu tam olarak gerekçelendirememiştir. Diğer öğrenci ise herhangi bir yorum veya açıklamada bulunmamış arkadaşının söylemlerini olduğu gibi kabul etmiştir. Soru ile ilgili diğer şıkları ise yine bu gruptaki öğrencilerde rahatlıkla cevaplayabilmiştir.

Başarı durumu düşük olan öğrenciler şeklin bir paralelkenar olduğuna odaklanmadan ve şeklin dik olmayan kenarlardan oluşmasını göz ardı ederek her ikisi de cevabın 32 olduğunu söylemişlerdir. Özellikle üstüne basa basa kısa kenarın yükseklik olan 6 m'ye eşit olduğunu ifade etmişlerdir. Kurdukları mantık bu şekil için hatalı olsa de diğer iki şekilde de aynı düşünceyi korumuş ve doğru sonuca ulaşabilmişlerdir. Ancak paralelkenar da olduğu gibi farklı bir şekil verilmiş olsaydı yeni bir strateji oluştururlar mıydı, yoksa yine aynı stratejiyi mi izlerlerdi?

Resim 53

Derste alınan notlar sorusu

Dersten Alınan Notlar

1) Bir dersten 10 üzerinden alınmış notları 100 üzerinden puanlara dönüştürmek için bir dönüşüm formülü öneriniz.

2) Bir dersten 10 üzerinden alınan notlar 3 ile 9 arasında değişmektedir. Bu notları 100 üzerinden alınmış puanlara dönüştürmek için her bir notun 5x+50 ile dönüşümü öneriliyor. Sonuçta en yüksek puan ile en düşük puan arasındaki fark kaç olur?

3) Notlara yapılan 5x+50 dönüşümü zayıf not alan öğrencilerin mi yoksa iyi not alan öğrencilerin mi lehine bir değişikliğe yol açar? Düşüncenizi matematiksel bir gerekçeye dayandırarak açıklayınız.

Derste alınan notlar sorusundaki ilk soruya ilişkin başarılı ve orta seviyeli grup soruyu okur okumaz "Çarpı 10", "10'la çarparız", "10 da 7 aldı ise 100 de 70 olur", "x çarpı 10 olur" gibi direk sonucu söyleyebilmişlerdir. Cevaplardan görüleceği üzere bir öğrenci x çarpı 10 diyerek cebirsel olarak ifade etmiştir. Başarı durumu düşük olan öğrencilerle yapılan çalışmada ise bir öğrenci hiç soruda sorulanı anlamadan, anlamaya çalışmadan not ortalamasının nasıl hesaplanacağını sanki sorunun cevabıymış gibi açıklamıştır.

Ö$_1$: Hepsini toplayıp kaç tane sayı varsa ona böleceğiz.

(Diğer öğrenci bu cevap karşısında bir süre sessiz kalmış ve kafa karışıklığını gidermek için tekrar soruyu okumuştur.)

Ö: 10 ile çarparız.

Ö: 10 ile 1'i mi çarpacağız o zaman?

Ö: Evet. 10 ile notları çarpacağız.

Bunun üzerine öğrenciler direk kağıtları üzerine 10.x ifadesini yazmıştır. Burada dikkat çeken ortalamayı hesaplamayı öneren öğrencinin ikna edilmede herhangi bir girişim olmamasına karşın hemen önerisinden vazgeçmesi olmuştur.

Bir model üzerinde çalışmayı gerektiren ikinci soruda tüm gruplar doğru sonuca ulaşabilmişlerdir. Başarılı grup "*düşük ve yüksek notu belirleyip, 5 ile çarpıp sonra da 50 ile toplayacağız*" şekilde yapılması gereken işlemleri özetlemiş ve zihinden hesaplama sonuca ulaşmıştır. Orta başarılı grupta bir öğrenci hangi notların dönüşe tabi tutulacağını başta tam anlayamamıştır:

$Ö_1$: Şimdi bu dönüşümde notlara bakacağız değil mi? Dönüşümde 3 ve 9'u yapmayacak mıyız?

$Ö_2$: Neden?

$Ö_1$: 3 en düşük not. Yine en düşük not olarak kalır.

Öğrenci önerisini gerekçelendirmeye çalışmıştır. Devamında ise her ikisi de işlemleri kağıt üzerinde yapmıştır.

Düşük başarı grubundaki öğrenciler ise diğer gruplar da olduğu gibi verilen cebirsel ifade üzerinden başarılı bir şekilde çözüme ulaşabilmiştir.

$Ö_1$: 5 ile çarpıp 50 ekleyeceğiz. 15+50= 65 olur.

(Öğrenci çözüme nasıl gidileceğini fark ettiği için hemen sonucu bulmak adına zihinden işlem yaparak ilk defa bu aşamada hiç not almamıştır.)

$Ö_2$: 5x'te x yerine 3 yazıyorum.

$Ö_1$: Diğeri de 95 olur.

İlk soru basit düzeyde bir model oluşturma, ikinci soru ise model üzerinde çalışma ile ilgiliydi ve gruplar uygun işlemleri yapabildiler. Buradaki son soru ise yapılacak bu dönüşümün yüksek not alan mı yoksa düşük not alan öğrencilerin mi yararına olduğunu açıklamalarının istendiği bir modeli yorumlama ile ilgilidir. Burada verilen cevaplarda kimi öğrenci yüksek not alanların kimi öğrenci ise düşük not alanların yararına olduğunu ifade etmiştir. Dikkat çeken durum tüm öğrencilerin tercihlerini sebepleri ile açıklaması olmuştur.

Düşük not alanların yararına:

- *Kafadan 50 artıyor. Mesela burada da 15'ti bir de 50 ekledik, 50 daha da fazla almış oldu. (başarılı grup)*
- *0 puan almış olsa mesela bu dönüşümde 50 olacak. (başarılı grup)*
- *5x+50 yerine 10 ile çarpsaydık düşük not alan 30, diğeri ise 90 olacaktı. Bu dönüşümde ise biri 65 oldu, diğeri 5x+50 dolayı 95 oluyor. Aslında düşük not alan daha da notunu yükseltti, daha karlı. (başarılı grup)*
- *Yüksek not alanda 5 puan artıyor gibi, düşük olanlarda ise 50 puan artıyor. (orta grup)*
- *Çünkü diyelim ki 3 almış. 3 ile 5'i çarpıp, 50 ekliyoruz 65. 9 alanların ise 5 ile çarpıp 50 ekleyince 95 oluyor. Yani daha yararlı. (düşük grup)*

Yüksek not alanların yararına:

- *5x var. 5 ile çarpılacağı için notun ne kadar yüksek ise çarpılınca daha da artacak. (başarılı grup)*
- *Yüksek not alana yarar. Çünkü zaten yaptık burada. 3 alırsa 65, 9 alırsa 95 çıkıyor. (orta grup)*

Hem düşük hem yüksek not alanların yararına:

- *Çünkü burada 3 almış. 5 ile çarpıp 50 eklediğimizde 65 oluyor. 9 almış. Bunu 5 ile çarpıp 50 eklediğimizde 95 oluyor. Her ikisinin de notu yükseliyor. (düşük grup)*

Öğrencilerin yaptığı açıklamalara bakıldığında başarılı gruptaki öğrenciler gerekçelerini daha net açıklayabilmiştir. Bu süreçte dikkat çeken durum düşük başarılı gruptaki öğrencilerden birinin düşük not alanlar için diğeri ise her iki için de yararlı olacağını ifade etmiştir. Ancak bu görüşüne itirazlar gelmiştir:

Ö$_1$: Çünkü zayıf öğrenciler düşük puan aldığı için onların notu yükselir. İyi öğrencilere bir şey olmaz.

Ö$_2$: Ama iyi öğrencinin de 95 oldu. Onun notu da yükseldi. Her ikisinin de yükseldi.

Ö$_1$: O zaman haklısın ikisine de yararı var.

İtirazı sonucunda diğer öğrencinin görüşüne hak vermiş ve kendi yorumundan vazgeçmiştir.

Resim 54

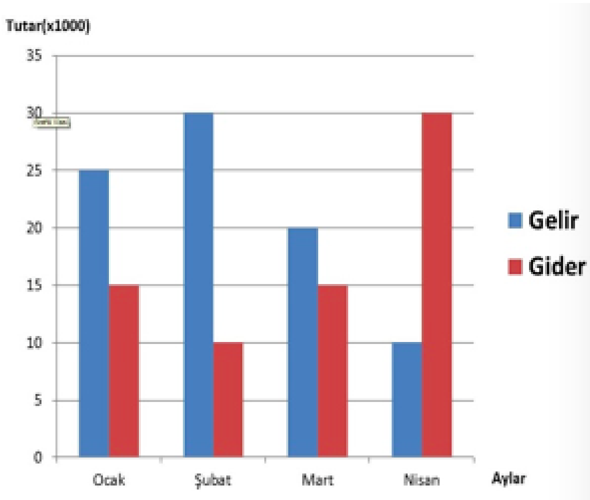
Veri analizi sorusu

Gelir-Gider

Yandaki şekilde bir şirketin dört aylık gelir ve giderlerini gösteren grafik verilmiştir.

Grafiğe göre aşağıdaki ifadelerin doğru veya yanlış olduğunu belirleyiniz.

İfadeler	D	Y
Şirketin giderleri sürekli artmıştır.		
Şirketin zarar ettiği ay nisandır.		
Şirket dört ayda toplam 15 bin kar etmiştir.		
Mart ayındaki giderler, gelirlerin %75'idir.		



Veri analizine ilişkin Resim 54'deki soruda öğrencilerin verilen grafiğe ilişkin dört farklı öncülün doğru ve yanlışlığını yordamaları istenmiştir. Bu soruda da öğrenciler doğru veya yanlış derken bunu ya yaptıkları işlemlere dayandırmışlar ya da grafiğe atıfta bulunarak gerekçelendirmişlerdir. İlk öncüle tüm öğrenciler kolaylıkla cevap verebilmişledir. Ancak başarılı gruptaki öğrenciler kalem oynatmadan ve saniyeler için cevap vermiş olmalarını normal karşılamamış ve soruda kuşkulu bir nokta aramışlardır.

Temsil etme yeterliğinin bir boyutu olarak öğrenciler grafiği okuma ve anlamada sıkıntı yaşamamışlardır. İkinci öncül herhangi bir işlem yapmadan sadece grafiği yorumlama ile ilgili olup, tüm öğrenciler doğru yanıt verebilmişlerdir. Giderlerin gelirden fazla olmasından dolayı nisan ayında zarar edildiğini ifade etmişlerdir.

Üçüncü ve dördüncü öncül ise hem grafiği okuma hem de hesaplama yapmayı gerektirmektedir. Üçüncü öncülde öğrencilerin her biri toplam karı hesaplamak için kağıt üzerinde uğraşmışlardır. Kar ve zararın ne anlama geldiğini ne durumda kar ne durumda zarar olduğunu bilen öğrenciler bu öncülde farklı çözüm yolları önermişlerdir: (i) Gelir ve giderleri ayrı ayrı toplayıp aradaki farka bakma ve (ii) her ayki kar ve zarar durumunu ayrı ayrı hesaplayıp, sonra tüm kara bakma. Her bir öğrenci tercih ettiği yolu sesli olarak açıklamıştır ve sonuçta tamamı doğru sonuca ulaşabilmiştir. Dördüncü öncül ise yüzde hesaplamayı gerektirmektedir. Burada bazı öğrenciler kağıt üzerinde yüzde hesabı yaparken bir kısmı ise direk grafik üzerinden yorumlamıştır. Şöyle ki başarılı gruptan bir öğrenci,

Ö: "Grafiğe bakılırsa gelirler 4 birim, giderler ise 3 birim yani 4'te 3'üne yani %75'ine denk geliyor."

Grafikten yararlanarak çözüme ulaşan bir diğer öğrenciler ise düşük başarı seviyesindeki gruptan olup,

$Ö_1$: Şimdi mart ayındaki gelirler 20 buna %100 desek, giderler ise 15 aradaki fark %25'lik (Grafiğe bakarak buna karar veriyor). O zaman çıkarırsak %75 olur.

$Ö_2$: 100'ü 4'e böl 25, burası da 75 oluyor. (Önerdiği çözümde sadece şekli kullanarak gelirler 4 kattan, giderler ise 3 kattan oluştuğuna dikkat çekiyor).

demişlerdir. Kalan diğer öğrenciler ise yüzde hesaplarında uygulanan yöntemleri kullanarak sonuca ulaşmıştır. Tüm başarı seviyesindeki öğrenciler çözümü doğru yaptıkları gibi çözümlerini de açıklamışlardır. Aynı zamanda bazı öğrenciler çözümlerini başka bir yoldan da çözerek doğrulamıştır.

4.4.3 Öğrenci görüşlerinin üçüncü boyutu. Haftalık olarak yazılan günlükler aracılığıyla öğrencilerin ders içi söylemleri ve yapılan yüz yüze görüşmelere ek olarak dönem boyunca değişen görüşleri elde etmek amaçlanmıştır. Buradaki görüşler beş boyutta ele alınmıştır: (i) Tanı, (ii) Bağlantı kur, (iii) Açıkla, (iv) Düzenle ve (iv) Değerlendir. Tanı boyutunda, öğrencilerin iyi öğrendikleri–öğrenemedikleri ve öğrenmede zorlandıkları konu ve kavramlar tespit edilmiştir. Bağlantı kurma boyutu; öğrencilerin ön öğrenmeleri ile bağlantı kurma ve günlük yaşamları ile bağlantı kurma olmak üzere iki şekilde ele alınmıştır. Açıklama boyutunda hafta boyunca yapılan dersleri kendi ifadeleri ile özetmeleri beklenmiştir. Düzenle boyutunda hafta boyunca öğrenilen kavram ve formüllerin neler olduğu, bunların birbiri ile ilişkisi, bu kavramların öğretiminde başvurulan etkinlik ve MO sorularına yönelik yararlı ve yararlı bulmadıkları noktalar incelenmiştir. Değerlendirme boyutunda günlük yazımının öğrenmeleri üzerindeki etkisi ve hala zihinlerinde net olmayan durumlar belirlenmiştir. Son olarak öğrencilerden dönem sonunda tüm süreci dikkate alarak yapılandırılmamış formatta bir genel değerlendirme yazısı yazmaları istenmiştir. Aşağıda öğrencilerin tuttukları günlükler her bir boyut üzerinden sırasıyla açıklanmıştır.

4.4.3.1 Tanı. Bu boyutun ilk sorusu hafta boyunca en iyi anladıkları, öğrendikleri kavramları ifade etmeleri istenmiştir. Öğrenciler yorumlarını dört farklı şekilde belirtmiştir:

- Konu isimleri (denklem kurma, orantı, vb),
- Ayrıntılı konu ifadesi (çevre ve alan arasındaki ilişki, açılarda Z kuralı gibi),
- Soru isimleri (kanadı kırık kaz, koşu, demirci vb.),
- Genel ifadeler (çoğunu, hepsini, problemleri gibi)

İkinci soruda tam olarak anlamadıkları konuları açıklamışlardır. Öğrencilerin cevapları;

- Konu isimleri (ters orantı, yüzdeler, çokgenler vb),
- Ayrıntılı konu ifadesi (oranda çoklukların 1 olma durumunda diğerini bulma, eşkenar dörtgenin alanı, gibi),
- Soru isimleri (örneğin; milletvekili, termometre, sos vb.),
- Genel ifadeler (yarısını, bazılarını, arada takılıyorum gibi),
- Problem yapısı (uzatılan problemler, okuduğunu anlama gerektiren problemler),

içermektedir. Bazı öğrenciler ise anlayamadığı bir yer olmadığını belirtmek için "yok" yazmış veya çizik atmıştır.

Üçüncü soru ise haftalık olarak öğrendikleri konulardan özellikle öğrenmede zorluk yaşadıkları kısımları ifade etmeleri istenmiştir. Öğrencilerin cevapları;

- Konu isimleri (çokgenler, yamuğun alanı, çemberin çevresi vb),
- Ayrıntılı konu ifadesi (denklem ifadeli açılar, bilinmeyen açıyı bulma gibi),
- Soru isimleri (kestane şekeri, milli maç, deniz feneri vb.),
- Genel ifadeler (zor problemler, bir kısmını gibi),
- Problem yapısı (basit ama soruluş şekli zor olan problemler, yorum soruları ve mantığı kavranamayan sorular, uzun işlem gerektiren sorular),
- Anlamada zorlandığı bir yer olmadığına dair ifadeleri içermektedir.

Öğrencilerin cevapları genellikle haftadan haftaya benzer nitelikte olup, ilk haftalarda konu isimleri şeklinde görüşlerini ifade edenler son haftaya kadar da benzer tarzı korumuşlardır.

4.4.3.2 Bağlantı kur. Bu boyutun ilk sorusu hafta boyunca öğrenilen konulara ilişkin daha önce bilgi sahibi olup olmadıklarına yöneliktir. Öğrencilerin cevapları genellikle

- Önceki sınıf düzeylerinde farklı zorluk seviyelerinde gördükleri,
- Ders dışında çözülen testler ve girilen deneme sınavlarından aşina oldukları,
- Farklı öğretim kurumlarında (dershane, kurs, Bilsem) öğrendikleri,

- Kaynak kitaplardan bilgi sahibi oldukları,
- Hayat akışı içinde (alışveriş gibi) görüp duydukları şeklindedir.

Bunun yanı sıra birçok öğrenci genellikle öğrenilen kavramla ilgili daha önce hiçbir bilgileri olmadığını ifade etmiştir.

Bu boyutun ikinci sorusu ise haftalık olarak öğrenilen konu ve kavramı günlük yaşamlarında nerede ve nasıl uygulayabileceklerine ilişkindir. Yöneltilen soruya öğrencilerin cevapları;

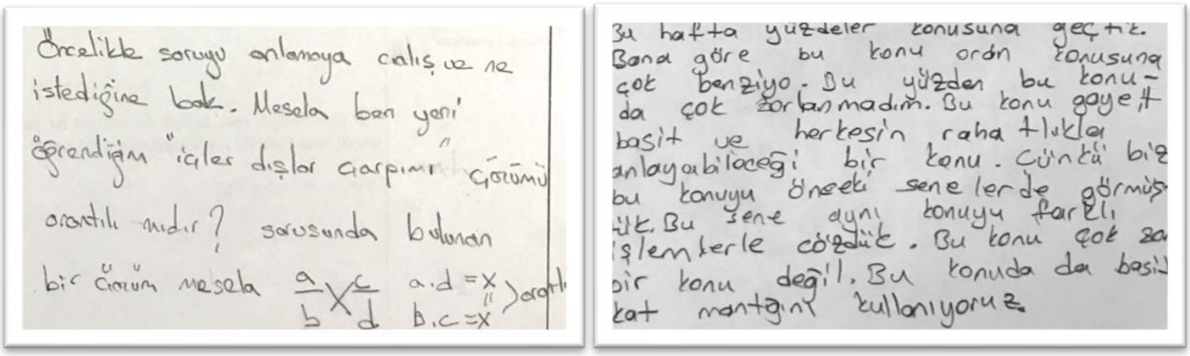
- Alışveriş yapma (pazarda, AVM'de, markette),
- İndirim ve zamları hesaplama (örneğin; "alışverişte alacağım bir şeyin hangisinde daha karlı çıkacağım için kullanabilirim"),
- Meslek yaşamında kullanma (bilgisayar mühendisliği, mimarlık),
- Hesaplama yapma,
- Sınavlarda soru çözerken yararlama,
- MO sorularındaki mantığı farklı mecralara uygulama (örneğin; "Kurabiye yapımı sorusunu birçok yemek yapımında uygulayabilirim", "Salata sosu sorusunu kek veya başka bir şey yaparken kullanabilirim"),
- Yaşamın bazı alanlarına aktarma (oran-orantı konusu için ev yaparken çimento-tuğla oranını ayarlama, doğrular ve açılar konusu için bir eve mobilya yerleştirme, çokgenler konusu için bir arsanın, evin alanını hesaplama veya içine alınacak eşya seçimi için odanın alanını hesaplama) şeklindedir.

Bunun dışında herhangi bir fikri olmadığını, herhangi bir şekilde uygulamayacaklarını veya uygulayamayacaklarını ifade eden öğrenciler olmuştur. Ancak genel olarak yaşamın bir alanıyla ilişkilendirme eğilimi göstermişlerdir. Hatta şu an için yaşamdaki kullanma alanını bilmediğini ancak bunu araştıracağını belirten öğrenciler de olmuştur.

4.4.3.3 Açıkla. Bu boyutta öğrencilerin hafta boyunca öğrendiklerini kendi ifadeleri ile özetlemeleri beklenmektedir. Bu beklentiyi karşılamak ve öğrenciler için daha dikkat çekici olması açısından "Söz gelimi sıra arkadaşın bu hafta matematik derslerine hiç gelmedi. Ona bu hafta neler yaptığınızı, hangi konuları işlediğinizi açıkla." şeklinde soru yapılandırılmıştır. Bazı öğrenciler direk matematiksel açıklamalar, tanımlar vermiş veya bir soru üzerinden açıklamıştır. Bu duruma örnek resim 55'de sunulmuştur.

Resim 55

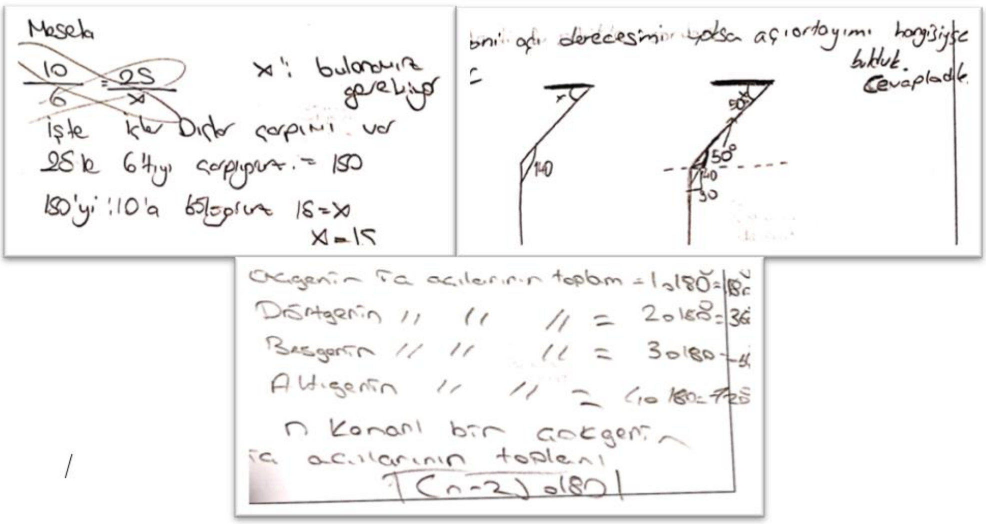
Öğrenci örnek cevapları



Bazı öğrenciler uzun uzun hangi kavramların görüldüğünü anlatmış, kavramın tanımı verilmiş ve örneklerle açıklanmıştır (Resim 56). Bazı öğrenciler ise kendisi için o hafta vurucu olan bilgiyi paylaşmıştır (aynı alanı br^2 ler farklı dizilişle farklı çevreye sahip olabilirler gibi).

Resim

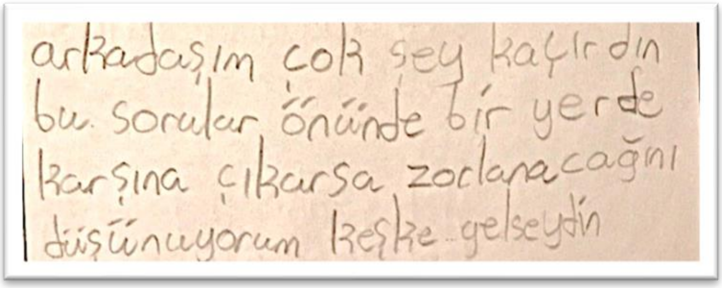
56 *Ö9, Ö22 ve Ö30'un cevabı*



Bazı öğrenciler ise derslere bu dönem entegre edilen MO sorularına vurgu yapmıştır. Buna ilişkin olarak "*Bu hafta çok yararlı ve güzel sorular çözdük.*", "*Bu hafta çözülen problemlerin neredeyse hepsi eskiden çözdüğümüzden farklıydı. Eskiden ezberle çözüyorduk ama bu haftakiler mantık gerektiren sorular oldu yani ezberi bırakıp mantıkla ilgili sorular çözdük.*" gibi soruların içeriğine dönük yorumlarda bulunmuşlardır. Bir örneği ise aşağıdaki resim 57'de verilmiştir.

Resim 57

Ö2'nin cevabı

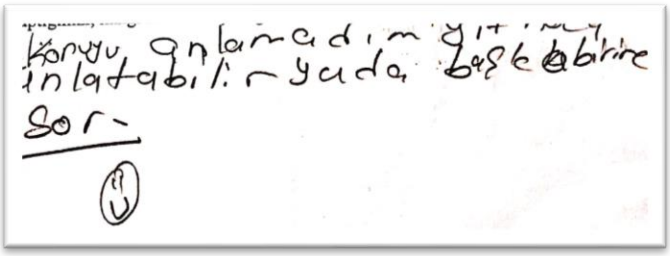

arkadaşım cok sey kaçırdın
bu sorular önünde bir yerde
karşına çıkarsa zorlanacağını
düşünuyorum keşke gelseydin

Bu soruya ilişkin günlüklerine duyuşsal olarak dersin onlarda bıraktığı etkiye yer veren öğrenciler de olmuştur. Örneğin; *"...daha çok matematiği sevdim*", "*zor ama eğlenceliydi*", "*Ben bu dönem matematik dersini ilk döneme göre daha çok sevdim*" gibi.

Az sayıda öğrenci ise "öğrendiğim gibi anlatırım", "defterden yararlanarak anlatırım" veya "fotokopileri veririm, oradan incelesin" gibi kısa ve geçiştirme cevaplar vermiştir.

Resim 58

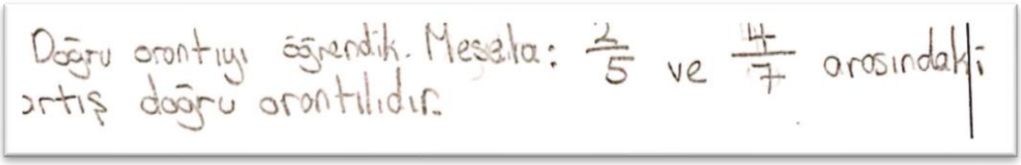
Ö13'ün Cevabı


konuyu anlamadım yine
inlatabilir yada başkabirine
sor

Son olarak bu başlık altında yazılan açıklamalardan yola çıkarak birkaç öğrencinin kavrama ilişkin yanlış/eksik öğrenme kazandıkları tespit edilmiştir. Örneğin; Oran-orantı konusuna ilişkin konunun anlatıldığı ilk hafta iki öğrenci de orantıyı, sayıların birbirine oranının denkliğinden ziyade aradaki artış miktarının eşitliği ile açıkladığı görülmüştür. Örneğin; “27 (+1) 28 (+1) 29 bu ifadeler orantılıdır yani ardışık +1 vb düzenli giderse orantı olur” gibi. Diğer öğrencinin açıklaması ise aşağıdaki resim 59’da verilmiştir.

Resim 59

Ö32’nin cevabı



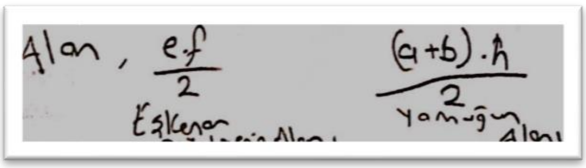
Böylece günlükler öğrencilerde yanlış gelişen kavramları anlama bağlamında süreç için fayda sağlamıştır. Araştırmacı tarafından günlüklerin haftalık incelenmesi sonucunda öğretmen ile bu hatalı öğrenme paylaşılmıştır. Öğretmenin ders içinde bu kısma yaptığı vurgu sonucunda bir sonraki haftaki günlüklerinde bu açıklamayı düzelttikleri belirlenmiştir.

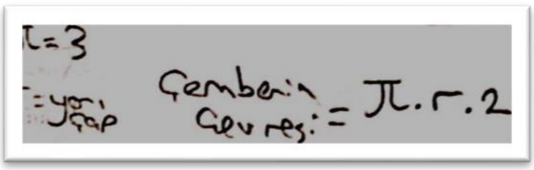
4.4.3.4 Düzenle. Bu boyutun ilk sorusunda hafta boyunca öğrenilen kavram ve formüllerin neler olduğunun belirtilmesi istenmiştir. Bu soruya ilişkin olarak öğrenciler,

- Kavram ismi (doğru-ters orantı, alan, çokgenler, yüzde gibi),
- Kavrama ait elemanlar (x, y, z bilinmeyenler, açıortay, π, yarıçap gibi),
- Formüller ve eşitlikler içeren cevaplar vermişlerdir (Resim 60 ve 61),

Resim 60

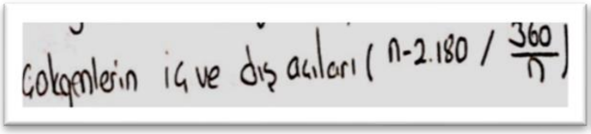
Ö1’in cevabı

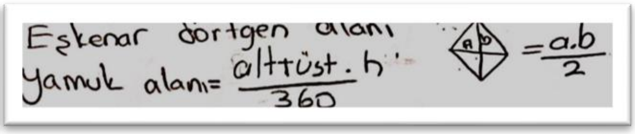




Resim 61

Ö5’in cevabı





- Açıklama ve tanımlamalar (“k harfi orantı sabitidir”, “denklem çözerken x’i bilinmeyen olarak kullanırız”, “açıortay, açıyı ortadan çizer”, “düzgün çokgenin dış açıları toplamı 360^{o} dir” gibi) şeklinde açıklamalarda bulunmuştur.

Hafta boyunca öğrendiği en önemli kavram sorulduğu için bazı öğrenciler problemlere de vurgu yapmıştır. Problemlere yönelik farklı bir bakış açısı geliştirdiklerini, problemlerin hayata dönük olabileceğini, gerçek hayatta kullanılabilir olduklarını fark ettiklerini ifade etmişlerdir.

Boyuta ait ikinci soru öğrencilerin hafta boyunca öğrenilen kavramların birbirleri ile nasıl ilişkili olduklarına yönelik görüşlerini ifade etmesi ile ilgilidir. Günlükte cevap aranan diğer sorulara oranla bu soruya verilen yanıtlar görece daha kısır kalmıştır. Genellikle “çok ilişkili, doğrudan ilişkili, güzel ilişkili” gibi muğlak ifadeler ve geçiştirme cümleleri kullanmışlardır. Bunun yanı sıra kavram odaklı açıklamalarda bulunan öğrenciler de mevcuttur. Örneğin; bir öğrenci çokgenler konuna ilişkin “*Açılar çokgenleri oluşturur, bu nedenle ana kavram açıdır*.” şeklinde açıklama vermiştir. Benzer şekilde oran-orantı konusunun görüldüğü haftalara ilişkin olarak bir öğrenci “*Ana kavram orandır ve orantı, doğru orantı, ters orantı hepsi oran ile ilgilidir*” biçiminde yorumda bulunmuştur.

Boyuta ait üçüncü soru modül içeriğinde yer alan etkinlikler ve çözülen MO sorulara ilişkin öğrencilerin beğendiği ve yararlı bulduklarını nedenleriyle açıklamaları istenmiştir. Öğrencilerin büyük çoğunluğu tüm yapılanları beğendiklerini ve yararlı bulduklarını ifade etmiştir. Sebep olarak ise

Çünkü, ...

- *Hepsi hayatımızın farklı yerlerinde bize yardımcı olur*

- *Gerçek hayattan sorulardır*
- *Hepsini kolaylıkla kavrayabildim*
- *Eğlenceliler*
- *Daha kolay ve daha eğlenceliler*
- *LGS tipindeler*
- *LGS'de bana yardımcı olacağını düşünüyorum*
- *Bu şekilde daha iyi anladığımı düşünüyorum*
- *Zorlayıcı ve öğretici*
- *Uzun ve karışık*
- *Soru çözmezsek öğrenemeyiz*
- *Gerçekten bir şeyler öğrendiğimi düşünüyorum*
- *Uğraşarak sonuca ulaşmak güzel oluyor*

şeklinde belirtmişlerdir. Soruların zorluk derecesi ile ilgili olarak da görüş bildiren öğrenciler olmuştur; "Bana zor gelen sorular hariç beğendim.", "Kolay soruları beğendim." gibi.

Bazı öğrenciler ise soru ismi vererek özellikle beğendikleri uygulamaları nedenleri ile birlikte yansıtmıştır. Burada haftalar ilerledikçe günlüklerde öğrencilerin neden sorusuna da cevap verme alışkanlığı kazanmış oldukları dikkat çekmiştir. İlk haftalarda sadece soru ismini belirten ya da yararlıdır diye tek kelime ile cevap veren öğrenciler sonraki haftalarda "çünkü ..." diyerek ayrıntılı açıklamalar yapmıştır. Buna ilişkin öğrenci yorumları;

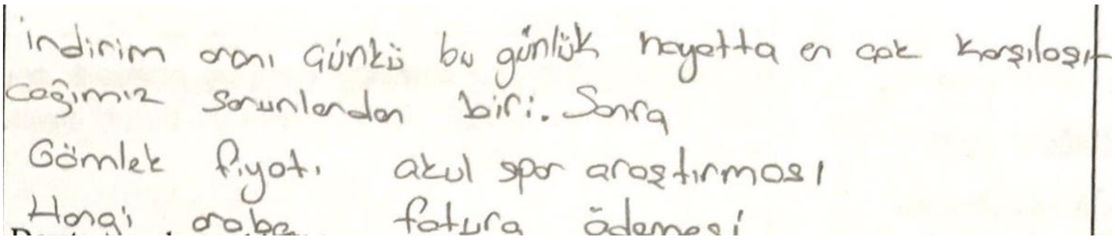
- Kanadı kırık kaz, çünkü zor ama eğlenceli.
- Koşu, çünkü ileride karşımıza bunun gibi bir problem çıkması çok yüksek.
- Salata sosu, çünkü gerçek hayatta da karşımıza çıkabilir.
- Manav kasası, çünkü böyle bir problemle karşılaşabilirim.
- Yıldız çikolata, çünkü günlük hayatta alışveriş günlerinde bunu kullanıyoruz.
- Sıcaklık, çünkü hayatımızda işimize yarayabilir.

- Portakal suyu, çünkü dışarda nasıl kazıklandığımızı anlatıyor.
- Öğrenci numarası, çünkü hem kolay hem de kendi numaramı buldum.
- Demirci, çünkü anladığımı düşündüğüm sorulardan ve daha kolay işlem yapabildim.
- Konut alanı, çünkü dersi daha iyi anlamamda yardımcı oldu.
- Hangi araba, çünkü bir şeye vergi öderken hesaplarız ona göre paramızı kullanırız.

Son olarak bir öğrenci cevabı ise Resim 62'de verilmiştir:

Resim 62

Ö26'nın cevabı


indirim oranı Günkü bu günlük hayatta en çok karşılaşıt-
cağımız sorunlardan biri. Sonra
Gömlek Fiyatı. akul spor araştırması
Hangi. araba fatura ödemesi

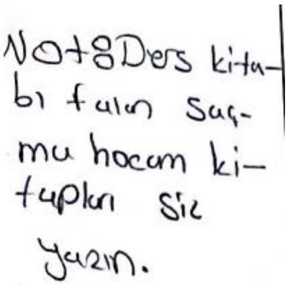
Öğrencilerin büyük çoğunluğu problemlerin günlük hayatla ilişkili olması hususuna vurgu yapmıştır. Sorularda günlük yaşamdan bahsedilmesini beğendiklerini, özellikle günlük hayatla ilgili olan problemleri yararlı bulduklarını, problemlerin gerçek hayattan esinlenilerek oluşturulduğu için kendi hayatlarında karşılaştıkları problemleri çözmelerine de yardımcı olacağını düşündükleri şeklinde görüşlerini ifade etmişlerdir. Az sayıda öğrenci ise problemleri çözerken bağlam içinde yer alan bilgilerden yararlandıklarını belirtmiştir. Örneğin; bir öğrenci mil sorusu sayesinde ABD'de farklı bir ölçüm sistemi kullandıklarını öğrendiğini açıklamıştır.

Çözülen MO sorularına yapılan vurgunun yanı sıra bazı öğrenciler ise yapılan etkinliklerin yararını dile getirmiştir. "*En çok etkinlik bölümünü beğendim, çünkü o sorular beni çok düşündürüyor, düşünmeyi sevdiğim için beğeniyorum*" şeklinde bir öğrenci etkinliklerin kendisi için önemini ifade etmiştir. Yapılan etkinlikler ile formüllerin daha kalıcı olduğu ve konuyu daha iyi anlayabilmeyi sağladığı için önemli ve yararlı bulduklarını vurgulamışlardır. Bazıları etkinlik isimleri üzerinden; "*Çokgen üretme etkinliği, çünkü bir* *çokgenden birçok çokgen yapılabileceğini öğrendim*", "*Alan ölçme etkinliği, çünkü yaşamımızda her yerde ihtiyacımız olabilir*", "*Açılarla ilgili cetvel ve açıölçer dağıtılan etkinliği çok beğendim*" şeklinde açıklamalar yapmışlardır.

Öğrencilerin bazıları, fotokopi olarak ifade ettikleri çalışma kağıtları üzerinden aslında etkinlik ve MO sorularına ilişkin olumlu görüşlerini genel olarak paylaşmışlardır. Öğrenciler; "*Fotokopi dağıtmanızı seviyorum*", "*Kitaptaki sorular iyi değildi, fakat fotokopideki sorular güzeldi*", "*Fotokopileri çözmek yararlıydı*" şeklinde görüşlerini ifade etmişlerdir. Bir öğrencinin yorumu ise resim 63'de şu şekilde olmuştur:

Resim 63

Ö29'un cevabı



Son olarak olumsuz anlamda ise birkaç öğrenci soruları beğenmediklerini ancak okuma ve düşünme gerektirdiği için yararlı bulduklarını belirtmişlerdir.

Boyuta ait dördüncü soruda ders içerisinde verilen etkinlikler ve çözülen MO sorulara ilişkin öğrencilerin gereksiz buldukları ve yararlı görmedikleri içeriği nedenleriyle açıklamaları istenmiştir. Öğrencilerin büyük çoğunluğu cevap olarak böyle bir soru veya etkinlik olmadığını belirtmiştir. Tersine, "*Hayatımızda kullanılabilir olması*", "*Günlük yaşantımızda karşımıza çıkabilecek şeyler olması*", "*Hepsi özenli ve yararlı sorulardı*", "*Zor sorular vardı fakat gereksiz değillerdi*" şeklinde bir önceki soruya paralel cevaplar vermişlerdir. Bunun dışında bir kısım öğrenci soruya yanıt olarak yararlı bulmadıkları sorular olduğunu bildirmiş ve bunlar için çeşitli sebepler öne sürmüşlerdir. Bunlar;

- Problemi anlayamama (bağlamı, uzatılan soruları, sorunun anlatılma biçimini)

- Problemin karmaşık oluşu
- Problemin zorluk seviyesi (çok kolay veya çok zor olması)
- Problem bağlamının uzunluğu
- Problem bağlamında yer alan bilgilerin uydurma olması
- Problem bağlamının anlaşılır olmaması (Bunun için karışım sorusunu örnek vermiş)
- Normal hayatta işe yaramayacak olması (böyle bir sorunla karşılaşılacağının düşünülmemesi)
- Sonuca ulaşamamak / bir çözüm yolu bulamamak
- Problemin fazla uğraştırıcı olması, uzun işlemler gerektirmesidir.

Öğrencilerin bir kısmı çözülen MO problemlerinin isimlerini vererek (karışım, kestane şekeri, gişedeki işlemler, deniz feneri, mil sorusu gibi) gereksiz bulduklarını ifade etmiş, ancak sebebi ile ilgili bir açıklamada bulunmamışlardır. Bazı öğrenciler ise daha genel bir ifade kullanarak çeşitli konu alanları (faiz işlemleri, açı problemleri, açıortay, çokgenler) ile ilgili problemleri gereksiz bulduklarını ifade etmiştir. Bu konu alanları genellikle zorlandıkları konular olup, bu zorluktan kaynaklı olarak aynı zamanda gereksiz gördüklerini belirtmişlerdir.

Çalışma kağıtları haricinde ders kitabı ve yardımcı kaynaklardan çözülen testlerde yer alan soruları özellikle eleştiren öğrenciler olmuştur. Bu öğrenciler ise sebep olarak;

- Soruların sıkıcı ve hepsinin birbirine benzer yapıda olması,
- Sınavlar dışında karşılaşılmayacak tipte olması ve
- Ezber sorular olması bakımından gereksiz olduklarını ifade etmişlerdir.

4.4.3.5 Değerlendir. Öğrencilere yazdırılan bu günlüklerin bir amacı da öğrencilerin öğrendikleri bilgilerini tekrar gözden geçirmelerini sağlamak ve günlüğü yazarken bir yandan da kendi eksiklerini gidermelerini sağlamaktır. Bu duruma ilişkin günlüğü yazdıktan sonra daha iyi anladıkları bir yer olup olmadığı sorusu öğrencilere yöneltilmiştir. Öğrencilerin yarıya yakını böyle bir tecrübe edinmediklerini ifade etmiştir. Diğer bir kısmı ise günlükleri doldururken yaşadıklarını şu şekilde açıklamıştır:

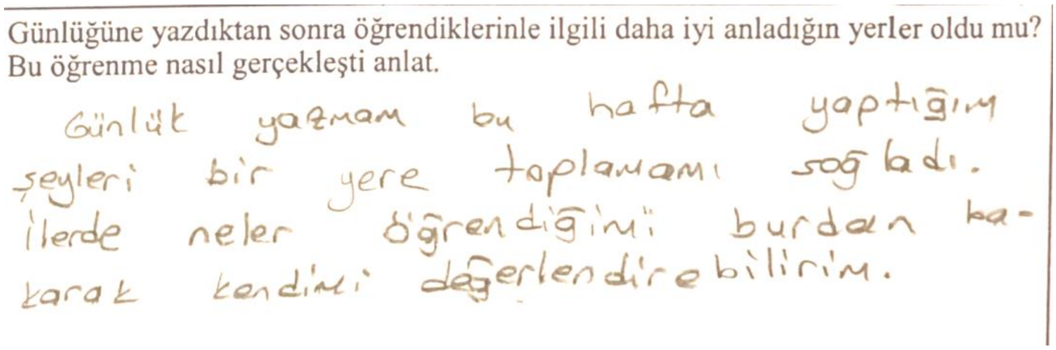
Günlüğü yazarken;

- Daha iyi düşündüm ve anladım
- Yaptığım şeyleri bir yere toplamış oldum ve ileride neler öğrendiğimi buradan bakarak kendimi değerlendirebilirim
- Anlamadığım şeyleri sırayla daha da iyi kavramaya başladım
- Gözüme bir soru çarptı işlemini gözden geçirdim ve o anda anladım
- Daha önce pek anlamadığım her konu şimdi tam oturdu
- Kafamda daha çok netleşen konular oldu
- Öğrendiklerimin hepsi tekrar kafamdan geçiyor
- Yaptığımız etkinlikleri tekrar ettim
- Eksik yönlerimi ve artı yönlerimi anladım
- Sorulara yeniden bakıp çözüm ve daha iyi anladım
- Formüller kafamda canlanıp oluşmaya başladı
- İlgili problemleri yeniden çözdüm ve anladım
- Çözemediğim bazı soruları daha iyi çözüyorum

Daha önceki sorularda günlüklerine anlamadıkları veya zorlandıkları soruları yazan öğrenciler, günlüğü yazma süreci ile anlama fırsatı yakaladıklarını anlatmışlardır. Örneğin; bir öğrenci "*Başarı sırası sorusunu yazmadan önce çok anlayamadım, yazarken kontrol ettim ve bu sayede anladım*" şeklinde durumu açıklamıştır. Öğrenciler öğrenilen kavramlara bakarken kavramları hatırladıklarını, merak edip incelediklerini ve artık daha iyi anladıklarını belirtmişlerdir. Örneğin; bazı öğrencilerin ifadelerine aşağıdaki resim 64 ve 65'te yer verilmiştir.

Resim 64

Ö16'nın cevabı

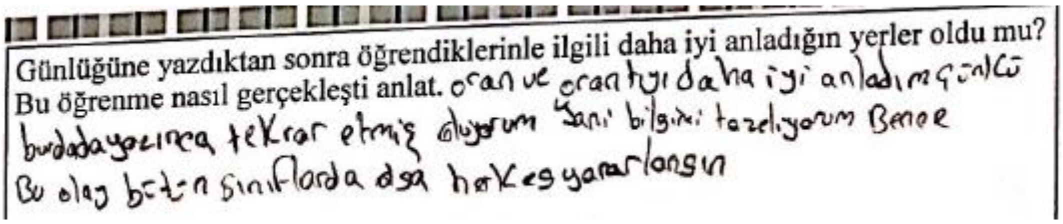


Günlüğüne yazdıktan sonra öğrendiklerinle ilgili daha iyi anladığın yerler oldu mu? Bu öğrenme nasıl gerçekleşti anlat.

Günlük yazmam bu hafta yaptığım şeyleri bir yere toplamamı sağladı. İlerde neler öğrendiğimi burdan ba-karak kendimi değerlendirebilirim.

Resim 65

Ö25'in cevabı



Günlüğüne yazdıktan sonra öğrendiklerinle ilgili daha iyi anladığın yerler oldu mu? Bu öğrenme nasıl gerçekleşti anlat. oran ve orantıyı daha iyi anladım günlü burdadayazınca tekrar etmiş oluyorum yani bilgimi tazeliyorum Bence Bu olay bütün sınıflarda olsa herkes yararlansın

Öğrencilerin bazıları ise daha kısa ve muğlak ifadelerde bulunmuştur. Daha iyi anladım, bazı yerleri, birazını, az çok gibi genel cümleler kurmuşlardır.

Son olarak bu boyut bağlamında öğrencilere hafta boyu öğrenilenlerle ilgili hala zihinlerinde net olmayan bir şey olup olmadığını anlatmaları istenmiştir. Cevap olarak birçok öğrenci böyle bir durumun olmadığını, cevaplarının hayır olduğunu belirtmişlerdir. Açıklama olarak ise "*Evde tekrar ediyorum böylece iyi anladım*", "Hep*sini dinleyerek ve düzenli çalışarak toparladım*", "*Yok çünkü çok kolay*" gibi ifadelerde bulunmuşlardır. Cevap olarak evet diyen öğrencilerin ise özellikle denklem çözmede, denklemle ilgili problemlerde, bilinmeyeni bulmada zorluk yaşadıkları, sebep olarak ise fazla karmaşık geldiğini belirtmişlerdir. Yine bazı konu isimleri paylaşarak (oran-orantı gibi) konuda kısmen zorluk yaşadıklarını, tekrar gözden geçirmeleri gerektiğini, zorlandıklarını ancak zamanla aşacaklarına inandıklarını dile getirmişlerdir.

4.4.3.6 Genel değerlendirme raporları. Dönemin son haftasında öğrencilerin tüm dönemi ele alarak genel bir değerlendirme yazısı yazmaları istenmiştir. Öğrenciler bu değerlendirme yazılarında özellikle derslerin kendileri için çok eğlenceli geçtiği ve matematiği sevmeye başladıkları vurgusu yer almıştır.

"*Bu dönem ilk defa matematiği bu kadar sevdim.*",

"*Şimdiye kadar ki en çok eğlendiğim matematik dersi bu dönem oldu.*",

"*Önceki senelerde matematiği hiç sevmezdim, ama bu derslerden sonra matematik dersi daha eğlenceli, rahat ve sorular kolay geldi.*",

"*Bence önceki dönemden daha güzeldi.*"

şeklinde farklı öğrenciler derse yönelik duygularını söze dökmüştür.

Değişen ders işleyiş yöntem ve biçimlerine yönelik görüşlerini de ifade etmişlerdir. Öğrencilerden bazıları

"*Bu öğretim bizim sorulara, problemlere karşı bakış açımızı değiştirdi ve geliştirdi*",

"*Dersi etkinliklerle de gösteriyorsunuz ve bu benim daha iyi anlamamı sağlıyor.*",

"*Benim için bu döneme kadar işlediğim tüm matematik dersleri, kitaplarda işlemlere baktığım ve ezbere dayalı bir dersten ibaretti. Ancak bu dönem, deneye ve araştırmaya dayalı bir matematik dersi işlediğimi düşünüyorum.*"

şeklinde öğretim süreci ile ilgili görüşünü paylaşmıştır.

Derste ele alınan soruların yapısındaki değişikliklere de vurgu yapmışlardır. Öğrencilerin bu soruları, farklı şekillerde niteledikleri tespit edilmiştir: Okuryazar soruları, uzatılan problemler, gerçeğe dayalı sorular, gerçek yaşamdan sorular, hayata dönük sorular, günlük hayatımızdan problemler, akıl gerektiren sorular gibi. Bu sorulara ilişkin başlangıçta zorluk çektiklerini ama sonra eğlenceli ve kolay gelmeye başladığını belirtmişlerdir. Bir öğrenci "*Birbirinin aynı ve amaçsız sorular çözmek yerine neredeyse hayatımızda her gün yaşayabildiğimiz sorunlar çözdük*" şeklinde sorulardaki kendince olumlu değişimi ifade etmiştir. Bir başka öğrenci ise MO sorularına ilişkin "*Eskiden klasik bir matematik işlerken şimdi klasik matematik sorularının yerini alan farklı ve etkileyici sorularla gelişim arttı."* şeklinde görüşünü belirtmiştir. Bir diğer öğrenci ise "*Bu dönem mantık ve iyi bir anlama kabiliyeti gerektiren, aynı zamanda LGS'de çıkacak türden soruları çözdük.*" diyerek sorulara ve sorulardaki değişime yönelik görüşlerini belirtmiştir.

Dikkat çeken bir başka durum ise dönem içi günlükleri ve dönem sonu raporlarında ifade edilen grup çalışmasından sağladıkları yarar üzerinedir. İlk defa bir matematik dersinde grupla çalıştıklarını ileten öğrenciler bireysel çalışmaya kıyasla çok daha etkili bir süreç yaşadıklarını belirtmişlerdir. Amaçlanan bir durum olmamakla birlikte samimi olmadıkları arkadaşları ile de kaynaşma fırsatı bulduklarını, hiçbir derste öğretmenlerin izin vermediği grupla çalışma imkanını bulduklarına sevindiklerini dile getirmişlerdir.

Son olarak matematiksel yeterliklerin gelişimine odaklanan bu öğretimde öğrencilerin düşüncelerini açıklamaları, savunmaları ve tartışmaları öğretimin birer hedefidir. Bir öğrencinin yapmış olduğu "*... matematik dersinde kendimi ifade edebilmeyi öğrendim*." açıklaması hedefe ulaşma yolunda olunduğunun bir göstergesi olarak kabul edilmiştir.

5. Bölüm

Sonuç, Tartışma ve Öneriler

Bu başlık altında çalışmanın sonuçları ifade edilmiş ve literatür referans alınarak bu sonuçlar tartışılmıştır. Devamında ise araştırma kapsamında ortaya çıkan bazı öneriler sunulmuştur.

5.1. Sonuç ve Tartışma

Bu kısımda bulgular bölümüne paralel olarak alt problemler sırasıyla tartışılmıştır. Ayrıca elde ulaşılan sonuçlar ilgili literatür kapsamında tartışılmıştır. Bu sonuç ve tartışmalar, uygulama süreci ve değişen yapısı, matematiksel yeterliklerin gelişimi, öğretmenlerin yeterlik vurgunun yeterlik gelişimi üzerine etkisi, uygulama sürecine ilişkin öğretmen ve öğrenci yorumları, uygulamalar neticesinde modül yapısının yeniden ele alınması ve genel değerlendirme şeklinde ele alınmıştır.

5.1.1. Öğretim modüllerinin uygulama süreci. Bu başlık altında yürütülen derslerde uygulama sürecinin nasıl olduğu ve zamanla nasıl değişim gösterdiği beş boyutta ele alınmıştır. Bu boyutlar: (i) Sınıf İçi Açıklamalar, (ii) Öğretmen Müdahaleleri, (iii) Sınıf İçi Tartışmalar, (iv) Ders İşleme Yapısı ve (v) Sınıf Katılımıdır.

Birinci boyut olan sınıf içi açıklamalar öğretmenin öğrencilere kavram, etkinlik ve problem özelinde yaptığı müdahale edici, bilgi verici ve destekleyici açıklamaları içermektedir. Öğretmen konunun tüm yönleri ile anlaşılması için – özellikle etkinliklerin uygulanması ve MO problemlerinin çözümünde – kendi ders anlatım tecrübesine dayanarak veya gözlem ve öğrenci ifadelerinden yola çıkarak ek açıklamalarda bulunmuştur. Süreç içinde bu açıklamaların karakterinde değişim gözlenmiştir. Başlangıçta öğrenci düşünmesini gerektiren noktaları kendisi anlatıp, bazı matematiksel bilgileri doğrudan veren öğretmen müdahale edici ve bilgi verici bir rol üstlenmiştir. Zamanla öğretmen, destekleyici ve teşvik edici açıklamalarda bulunmaya başlamıştır. Öğrencileri farklı çözüm yolları bulmaya, farklı stratejiler ile çözüm yapmaya, çözümlerini açıklamaya teşvik etmiştir. Böylece öğretmenin açıklama dilindeki ve tavrındaki değişim açıkça görülmüştür. Bu değişimin sebebi olarak öğretmenin modül yapılarına iyice aşinalık kazanması ve öğrencilerin ders içinde daha aktif olması ile birlikte öğretmenin kendini geri planda tutmayı gerekli görmesi ve buna başlaması düşünülmüştür.

İkinci boyut olan öğretmen müdahaleleri, müdahale etmeyi gerektiren bir durum yaşandıkça ortaya çıkmıştır. Bu durumlar etkinliklerin uygulanması ve MO problemlerinin çözümünde yapılan hatalar ve yaşanan zorluklar ile ilgilidir. Sınıf içi açıklamalar boyutu ile paralel olarak burada da öğretmen başlangıçta çoğunlukla müdahalelerinde doğrudan bilgi vermeyi tercih etmiştir. Zamanla ise fark ettiği duruma ilişkin sorular sorarak anlaşılmayan veya yanlış anlaşılan yerleri öğrencilerin kendilerinin görmelerini sağlamıştır. Bazen bir ileri boyut olarak sınıf tartışmalarına açmıştır. Aynı zorluğu ve hatayı başka öğrencilerin de yaşayabileceği düşüncesinden hareketle bu tartışmaları başarılı bir şekilde yürütebilmiştir. Ancak dersler boyunca doğrudan bilgi/açıklama vermeyi hiç bırakmamış, sadece diğer müdahale türleri ile zenginleştirmiştir. Bu durumun öğretmenin zaman kaybetmeme, zamanı idareli kullanma isteği, yönlendirici sorular bulamama gibi nedenlerden kaynaklandığı düşünülmüştür. Nitekim gerçekten bazı konu ve kavramların (doğrular ve açılar gibi) matematiksel bilgi odaklı olması sebebi ile yönlendirici bir sorudan ziyade direk açıklamaların yapılması daha isabetli olmuştur.

Üçüncü boyut sınıf içi yürütülen tartışmalardır. Sorgulama temelli bir yapısı olan modüllerin yürütülmesinde öğretmene fikir vermesi ve ipucu olması açısından modüllerin içerisine tartışmaya açılacak bazı sorular eklenmiştir. Bunların yanı sıra öğretmen de çeşitli tartışmalar başlatmıştır. Bu tartışmalar kavram odaklı olup, kavramın doğasını sorgulama, kavrama ait özellikler, kavramın diğer kavramlarla ilişkisi ve bilinen kavramdan yola çıkarak yeni bir kavrama ulaşma ile ilgilidir. Burada tartışmayı başlatan rolde olan öğretmenin yürüttüğü tartışmaların karakteri zamanla değişmiş, lehine zenginleşmiştir. İlk zamanlarda nitelikli tartışma konuları açsa dahi öğrencileri tartıştırmaktan ziyade sadece cevaplarını alma ile yetinmiş, öğrenci yorumlarına ise sadece "evet doğru / hayır yanlış" gibi dönütler vermiştir. Zamanla bu yapı biraz daha oturmuş, öğretmenin yönlendirmesinden ziyade öğrenciler birbirlerinin önerilerine kendileri karşı çıkmış veya desteklemiştir. Öğretmen süreç boyunca sınıf içi tartışmalarda nerede duracağını tam olarak kestirememiştir. Bunun bir sebebi olarak öğretmen eğitiminde sınıf içi tartışmaların önemi üzerinde durulmuş, aynı zamanda eğitim sürecinin kendi karakteri de tartışmaların yürütülmesine imkan tanımıştır. Ancak pedagojik açıdan öğretmenin tartışmada üstleneceği roller ayrıca ele alınmamıştır. Bu nedenle tartışma sürecini asıl yönlendiren öğrencilerin yorum ve söylemleri olmuştur.

Dördüncü boyut ders işleme yapısı ile ilgilidir. Modüllerde öğretmenin konuya ilişkin kullanacağı etkinlikler ve MO soruları yer almakta, bunların yürütülmesi esnasında vurgulanacak bazı hususlar ifade edilmektedir. Ne var ki öğretmenin harfiyen uyması ve takip etmesi gereken bir uygulama çizelgesi verilmemiştir. Öğretmen eğitiminde öğrencilerin ders içinde aktif olması, düşüncelerini açıklamada teşvik edilmesi, matematiğin bir tartışma meselesi olduğu sıklıkla vurgulanmış olsa da öğretmenin bunu nasıl ve ne derece sınıfa taşıyacağı bir merak konusuydu. Öncellikle akıllı tahta üzerinden modülleri yansıtmak isteyen öğretmen modül pdf'lerini talep etmiştir. Aslında yeni öğretim sürecini kendi öğretim anlayışına uydurmaya çalışmıştır. Bu süreçte grup çalışması yapılması beklendiği için sınıfı bu şekilde yapılandıran öğretmeni bu durum başlangıçta zorlamıştır. "Sessiz" bir sınıfta anlatım yapmaya alışkın olan öğretmen için grup arkadaşları ile sıklıkla iletişimde olan bir sınıf karşısında hakimiyeti kaybetme duygusu ön plana çıkmıştır. Bu tespit sınıf içi gözlemler ve öğretmen görüşleri ile ortaya konmuştur. Zamanla bu yapı oturmuş ve öğretmen-öğrenci ve öğrenci-öğrenci etkileşimleri istendik bir düzeye (öğretmen için) gelmiştir. Öğretmenin yeni bir öğretim süreci ile birlikte ders işleme yapısı tamamen değişmiştir ve bu beklenen bir sonuçtur. Önceleri tahta başı ve masadan ayrılmayan öğretmen, bu süreçte ikili çalışan öğrenci gruplarının bizzat yanlarına gitmek suretiyle hareketli bir yapı kazanmıştır.

Uygulanan modül yapıları gereği kavram öğretimi etkinlikler aracılığıyla yapılmakta ve tanımlara etkinlikler sonucunda ulaşılmaktadır. Bu durumu garipseyen öğrenciler tanım yazarak derse başlamaya alışık oldukları için başlangıçta konuya ne zaman geçileceğini sorgulamışlardır. Zamanla ise bu durum yerini *"artık etkinlik yapalım, etkinlik yapmayacak mıyız"* söylemlerine bırakmıştır. Etkinliklerin uygulanması esnasında öğrencilerin sıralı adımları takip edip uygulaması da etkinliğin bir parçasıdır. Buna karşın öğretmen her seferinde etkinlik ile ilgili ayrıntılı açıklama vermeyi tercih etmiş, böylece öğrenciler etkinliği okumaya ihtiyaç duymamıştır.

Öğretmen MO problemlerinin çözüm süreci ile ilgili ise bir tereddüt yaşamıştır. Süreçte öğrencilerin grupla soruyu çözmesi ve sonrasında toplu sınıf tartışmaları, grupla 3-4 soru çözümünden sonra sadece zorluk yaşanan sorulara ilişkin toplu sınıf tartışmaları ve öğretmen rehberliğinde sadece grupla soru çözümü şeklinde üç farklı yol izlenmiştir. Bu tür yolların izlemesinde zamanı iyi kullanma ve soruların zorluk derecesi etkili olmuştur. Soruların her birine hem grup hem de sınıf tartışması için imkan tanımak çok fazla zaman alırken, bazı soruların zorluk derecesinin düşük olması sebebi ile böyle bir çalışmaya gerek kalmamıştır. İlk olarak öğretmen, öğretim süreci esnasında araştırmacıya hangi yolu izlemesi gerektiği konusunda danışmış ve bu karar öğretmene bırakılmıştır. İkinci olarak ise öğretmen görüşmelerde de yaşadığı bu kararsızlığı ifade etmiş ve zaman içinde hepsini uygulamanın öğrenci gelişimi açısından daha yarar sağladığı kararına vardığını açıklamıştır. Nitekim öğretmenin dediği gibi olmuş, öğrenciler izlenen her bir yoldan farklı faydalar sağlamıştır. Yine de yapılan gözlemlerde en etkili olan yolun grupla yapılan bir soru çözümünün ardından sınıf tartışmalarının yürütülmesi olduğu tespit edilmiştir.

Öğretmen haftalık 2-2-1 olmak üzere üç güne yayılmış beş saatlik matematik derslerinin genellikle bir saatini rutin karakterdeki soruların çözümüne ayırmıştır. Bir kaynak kitaptan çekilen fotokopiler aracılığıyla rutin soru çözümlerine ayırılan ve "öğretmenin konfor alanı" olarak (Palmér ve diğerleri, 2018) tanımlayabileceğimiz bu ders saatleri, eski öğretim karakterine bürünmüştür. Tartışmalardan uzak, öğrencilerin sessizce yerinde soruyu çözdüğü ve sonrasında bir öğrencinin tahtaya kaldırıp tahtada çözümü yaptığı rutin bir süreç gözlenmiştir. Öğrencilerin son görüşmelerde, araştırmacının öğretim sürecinde yer almaması durumunda öğretmenin eski öğretim anlayışına döneceğine yönelik öngörüleri öğretmenin derslerdeki bu tavrı ile açıklanabileceği düşünülmüştür. Böyle bir öğretim anlayışının sınıfta tamamen yer etmesi ve geliştirilmesi destekleyici bir ortamda bile zor ve yavaş bir süreç olabilmektedir (Schoenfeld, 2010). Ancak bunun dışında öğretmen, modülleri yeni öğretim anlayışına uygun yürütmekte yadsınamaz bir çaba göstermiştir. Palmér ve arkadaşları (2018) bu durumu öğretmenin "kontrolü öğrenciye bırakmaya cesaret ederek" uyum sağlamaya çalıştığı ve "daha az söylemeye" başladığı anda öğrencilerin tüm matematiksel yeterlikleri geliştirme fırsatlarına sahip oldukları bir derse ulaşabilecekleri şeklinde açıklamıştır. Böylece öğretmen kendi konfor alanından çıkabilecektir. Öğretmen bunu çoğunlukla başarmış olup, ders yapıları ile ilgili değişimi en iyi anlatan ifade öğrencilerin bu durumla ilgili; "*Öğretmenimiz eskiden de çok güzel anlatıyordu ama artık bu derslerle birlikte biz daha iyi anlıyoruz*." şeklindeki ifadeleri olmuştur.

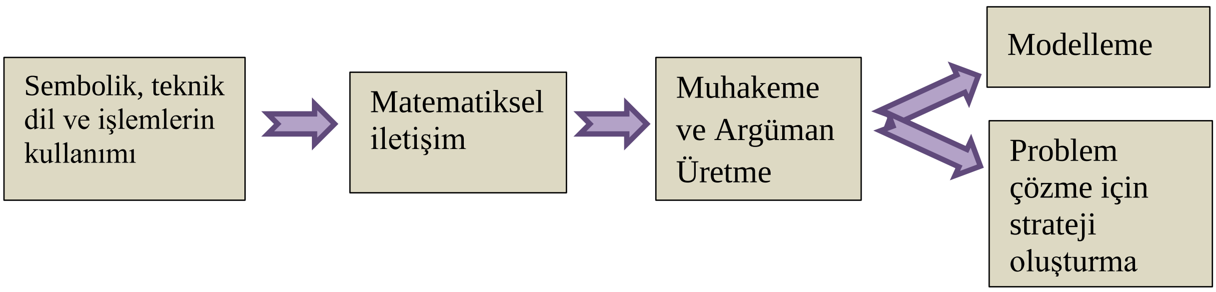
Son olarak <u>beşinci boyut</u> sınıf katılımı ile ilgili olup öğrencilerin öğretim sürecine, öğretim anlayışına alışması ile birlikte önemli ölçüde bir artış göstermiştir. Bu artış ders içi gözlemler ile net bir şekilde belirlendiği gibi öğrencilerin yorumları ile de ortaya konmuştur. Başarı düzeyi yüksek ve düşük olan öğrencilerin kendi penceresinden yaptığı yorumlar da katılımın arttığına dair birer gösterge olarak kabul edilmiştir. Düşük başarılı öğrenci artık derslerde katılım gösterdiğinden, derste düşüncelerini paylaştığından memnun iken yüksek başarılı öğrenci ise artık kendisine eskisi kadar söz sırası gelmemesinden şikayetçidir. Zaman faktörü dışında katılımın artmasındaki asıl sebep sınıfta yapılan bu yenilikçi ve gerçekçi uygulamaların öğrencilerin kişisel deneyimleri ile ilişkili olmasıdır. Öğrencilerin süreçte söyleyecek sözleri olmaya başlamıştır. Bu durumu destekler nitelikte olarak Helme ve Clarke (2001) sınıfta yapılan uygulamaların özelliklerinin katılımı etkileyeceğini ifade etmiştir. Bu açıklama sınıfta yapılacak otantik çalışmaların öğrenci katılımının güçlü bir destekçisi olduğu ve "gerçek dünyaya" bağlı bir çalışmanın öğrencilerin ilgisini çekme olasılığının daha yüksek olduğu şeklindeki literatür bilgisi ile paralellik göstermektedir (Marks, 2000; Newmann, Wehlage & Lamborn, 1992).

Öğretim süreçleri ilk zamanlardaki şekliyle kıyaslandığında öğrencilerin öğretmen sorularına cevap verebilme, düşüncelerini açıklama, grup arkadaşıyla veya tüm sınıfla bir konu veya soru üzerine tartışabilme davranışlarında artış olduğu gözlenmiştir. Bu şekilde öğrencilerin kendisini rahatça ifade edebilmesi ve konuşabilmesi de yine literatür bilgisi ile uyum içindedir (Darr, 2012; Finn & Zimmer, 2012; Helme & Clarke, 2001).

5.1.2. Öğrencilerin matematiksel yeterliklerdeki gelişim düzeylerinin belirlenmesi. Bulgular bölümünde öğrencilerin yeterlik gelişimleri üç boyutta ele alınmıştı: betimsel analizler, istatistiksel sonuçlar ve nitel gözlemler. Bu bölümde ise her bir yeterlik için sırasıyla üç boyuttan elde edilen sonuçlar bir arada yorumlanacaktır. Buna göre çalışmada yürütülen sınıf içi uygulamalarda yeterlik düzeylerinin nasıl bir değişim gösterdiği, öğretmenin özellikle bu yeterliklerin hangi boyutlarına vurgu yaptığı ve yapılan yeterlik vurgularının düzeylerdeki gelişimi nasıl etkilediği hakkındaki değerlendirmeler tartışılacaktır. Yeterliklerin gelişimi homojen değildir, yani farklı yeterlikler için öğrencilerin ulaştığı yeterlik seviyesi değişmiştir. Ancak net olarak ulaşılan bir sonuç, tüm yeterliklerde bir gelişim olduğudur. Yapılan öğretim sonucunda çoğu öğrenci orta ve üst seviyelere kadar ulaşabilmişlerdir. Diğer bir ulaşılan sonuç, belirli yeterliklerin gelişiminin diğer yeterliklerin gelişimini etkilediğini göstermiştir. Burada özellikle iki grup halinde ele alınan *matematikte ve matematikle ilgili soruları cevaplama ve soru sormaya ilişkin yeterlikler* (modelleme, problem çözme için strateji oluşturma ve muhakeme ve argüman üretme) ve *matematiksel dil ve araçları kullanma ile ilgili yeterlikler* (temsil, iletişim, sembolik, teknik dil ve işlemleri kullanma ve araç ve gereçleri kullanma) göz önüne alındığında, ikinci grubun gelişimi birinci grup üzerinde de etkili olduğu görülmüştür. Bunun yanı sıra aynı grup içinde yer alan yeterlikler de birbirlerinin gelişimine katkıda bulunmuş ve bu sonuç dinamik ortamda yeterliklerin gelişimine odaklanan Albaladejo, García ve Codina (2015)'in çalışmasında da vurgulanmıştır. Şekil 38'de verildiği üzere özellikle gözlem bulgularından yola çıkarak gruplar arası ve grup içindeki yeterlikler arasındaki bu etkileşim dikkat çekmiştir.

Şekil 38

Yeterliklerin birbirlerinin gelişimi üzerindeki etkisi



Boesen ve arkadaşları (2014) yeterlik gelişimlerini izlediklerini çalışmada sınıf gözlemlerinden prosedürel yeterlik olarak ifade edilen prosedürleri yapma ve kullanmanın toplam zamanın %79'una ilişkin bölümlerde mevcut olup, diğer yeterliklerin ise zamanın ancak %29-44'ünde gözlenebildiği sonucuna ulaşmıştır. Bu araştırmada ise süre bazında herhangi bir analiz yapılmamakla birlikte Boesen ve arkadaşlarının (2014) prosedürlerin baskın rol oynadığı sınıf ortamına karşılık diğer yeterliklerin gelişimine daha çok odaklanılan bir sınıf ortamı oluşmuştur. Bir yeterlik olarak ele alınmamış olmakla birlikte özellikle rutin çalışmaların yürütüldüğü, alıştırmaların çözüldüğü süreçte prosedürel yeterlik ortaya çıkmıştır. Ancak öğretimin büyük çoğunluğu çalışmada ele alınan yedi yeterliğin gelişimine yönelik uygulamaların yürütülmesi ile geçmiştir.

Yapılan analizler yeterlik gelişiminde sınıf içinde etkili olan faktörleri de ortaya çıkarmıştır. Bunlar; akranla ve öğretmenle etkileşim, etkinlikler ve MO problemleri şeklindedir. Akranla etkileşimi sağlayan en temel unsur grup çalışmaları olmuştur. Hatta yer yer öğrenciler gruplar arası etkileşim kurarak kısa süreli tartışmalar yürütmüştür. Öğretmen ise sınıf içi pozisyonunu değiştirerek grupla çalışan öğrencilerle ve tüm sınıfla yürüttüğü açıklama ve tartışmalar neticesinde yeterliklerin gelişimi için uygun ortamı sağlamıştır. Öğretmenin öğrenciler ile olan etkileşimi kendisinin gruplara odaklanması ile gerçekleştiği gibi aynı şekilde yönlendirmeye ihtiyaç duyan öğrencilerden gelen taleple de gerçekleşmiştir. Bazı gruplar ise öğretmen desteğine ihtiyaç duymadan grup içi etkileşim ile ilerleme kaydetmiştir. Bu grupların özelliği ise öğrencilerden birinin veya her ikisinin de daha yüksek yeterlik düzeyine sahip olmasıdır. Burada özellikle açık uçlu problem yapısı da problem çözme süreçlerinde etkisini göstermiştir. Açık uçlu problemlerin problem çözme yeterliği üzerindeki bu etkisi Albaladejo ve arkadaşlarının (2015) dinamik ortamda yeterlik gelişimine odaklandığı çalışmasında da ortaya çıkmıştır.

5.1.2.1. Modelleme yeterliğinin süreç içindeki gelişimi.

Çalışmanın deneysel boyutu kapsamında öğrencilere uygulanan ön test ve son test aracılığıyla elde edilen puanlar t-testi ile karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırmada öğrenciler, yüksek bir etki büyüklüğü ile anlamlı bir artış kaydetmiştir. Deney ve kontrol gruplarının son testteki başarı düzeyi puanları karşılaştırıldığında ise benzer şekilde deny grubu lehine etki büyüklüğü yüksek ve anlamlı bir artış oluşmuştur. Buna göre verilen eğitimin öğrencilerin modelleme yeterliği başarı düzeylerini artırmada büyük bir etki yarattığı sonucuna varılmıştır. Sorular özelinde yapılan betimsel analizlerde de ön ve son testler karşılaştırıldığında problemlerin tamamında ortalama puanlar son test ile artış göstermiştir. Nicel sonuçlarda ortaya konan eğitimin olumlu etkisini ve yeterlik gelişimini süreç içerisinde izleyebilmek adına gözlem bulgularına bakıldığında tüm sonuçlar uyumlu görünmektedir. Modelleme yeterliği üzerinde bir gelişim kaydedilmiş ancak haftalar ilerledikçe her zaman doğrusal veya artan değil, inişli çıkışlı bir grafik sergilemişlerdir. Öğrenciler özellikle matematikleştirme sürecinde zorluk yaşamışlardır ve bu zorluğun kaynağı, değişkenleri belirleme ve değişkenleri sembolik dille ifade etme olarak tespit edilmiştir. Öğrencilerle yapılan klinik etkinlik temelli mülakatlarda da bu durum tekrar görülmüştür. Hem öğretim sürecinde hem mülakatlarda hem de son testte bir model üzerinde değişiklik yapma veya modeli yorumlamada beklenenin üstünde başarı gösterebilmişlerdir.

Kaiser ve Brand (2015) öğrenciler ve öğretmenler için karmaşıklığı azaltmak adına modelleme yeterliğinin kısmi süreçlere indirgenebileceğini böylece öğretim sürecine uygun alıştırmalar oluşturulabileceğini belirtmiştir. Bu paradigma kullanılarak bu çalışmada ele alınan modelleme etkinlikleri, var olan bir modeli kullanma ve yorumlama, model üzerinde değişiklik yapma ve önerme ve yeni bir model ortaya koymak üzere üç şekilde yürütülmüştür. Öğrencilerin özellikle ilk iki uygulamada daha kısa bir sürede başarı sağlayabildiği, yeni bir model ortaya koyarken ise tüm süreç boyunca zaman zaman zorlukların devam ettiği belirlenmiştir. Düşükten yüksek başarı düzeyine kadar tüm öğrenciler, bir model önerisi vermelerini gerektiren durumlarda yaşamsal bağlamın kısa, net veya karmaşık olmasına bağlı olarak yeterliği düşük veya yüksek bir düzeyde sergileyebilmişlerdir. Bağlamın uzun ve bir derece karmaşık olduğu durumlarda öğrenciler problem ifadesini hemen sadeleştirmişler, kendisine verilenlere karşılık istenenin ne olduğunu belirlemişlerdir. Ancak devamında derslerde kısmen aşıldığı düşünülen matematikleştirme sürecindeki zorluk yine baş göstermiştir.

Matematikleştirme sürecinde yaşanan zorluğun bir diğer sebebinin kavramsal boyutta olduğu düşünülmektedir. Öğretim sürecinde de özellikle orantı ifadesini oluşturmakta zorlanan öğrenciler bir şekilde işlemler yapıp sonuca ulaşabilmişler, ancak orantı ifadesini yazmaları istendiğinde hem gönülsüz kaldıkları hem de tüm öğrencilerin başarı ile oluşturamadıkları gözlenmiştir. Klinik etkinlik temelli mülakatlara gelindiğinde ise yine benzer bir durumla karşı karşıya kalınmıştır. Doğrusal bir denklem veya sadece cebirsel bir gösterimin gerektiği durumlarda öğrenciler başarı gösterirken, oluşturulması gereken model bir orantı ifadesi olduğunda (Sazan Balığı) sadece başarı düzeyi yüksek olan öğrenciler modeli oluşturabilmiştir. Öğrencilerin problemin matematiksel modelini oluşturma ya da bağlamsal problemi matematiksel dile çevirme (Khaerunisak ve diğerleri, 2017; Sari & Wijaya, 2017) ile ilgili zorluklar yaşadığı literatürde de ifade edilmektedir. Khaerunisak ve arkadaşları (2017) öğrencilerin problemleri matematiksel dile çevirme olarak ifade ettiği bu zorluğun nedenini yeterince dikkatli okumamaya bağlamıştır. Sari ve Wijaya (2017) ise öğrencilerin, problem ve gerektirdiği matematiksel kavramla ilişkisini kuramadıkları için problemleri matematiksel modellere dönüştürmekte zorlandıklarını belirlemiştir. Sari ve Wijaya (2017)'ye göre öğrencilerin matematiksel kavramla ilgili eksikliklerinin olması, onların bu kavramı uygulamakta zorlanmalarına yol açmaktadır. Dolayısıyla problem çözümünde de zorluklara yol açmaktadır.

İlk iki aşamanın tamamlanmasından sonra ise diğer aşamalarda herhangi bir aksama veya zorluk gözlenmemiştir. Özellikle temsil yeterliğinin de zamanla gelişmesi ile birlikte öğrencilerin bu aşamalarda farklı temsillere yer verebildiği sonucuna ulaşılmıştır. Buraya kadar yazılan kısımda sembolik, teknik dil ve işlemler yeterliği ile temsil etme yeterliğinin özellikle modelleme sürecine hizmet ettiği ancak bu sürecin tamamlanmasında yeterli olmadığı görülmüştür.

Matematiksel yeterlikler ve modelleme yeterliği arasındaki karşılıklı etkileşim (Niss, Blum & Galbraith, 2007) sonucu öğrencilerin modelleme aktiviteleri ile uğraşması, diğer yeterliklerin gelişimine de etki etmektedir (Swan, Turner, Yoon & Muller, 2007). Bu ifadeyle paralel olarak bu çalışmadaki modelleme çalışmaları, öğrencilerin özellikle problem çözme aşamalarına ve muhakeme süreçlerine de etki etmiştir.

5.1.2.2. Problem çözme için strateji oluşturma yeterliğinin süreç içindeki gelişimi. Çalışmanın deneysel boyutu kapsamında öğrencilere uygulanan ön test ve son test aracılığıyla elde edilen puanlar t-testi ile karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırmada öğrenciler, yüksek bir etki büyüklüğü ile anlamlı bir artış kaydetmiştir. Deney ve kontrol gruplarının son testteki başarı puanları karşılaştırıldığında ise benzer şekilde aralarında yüksek bir etki büyüklüğünde ve deney grubunun lehine anlamlı bir artış oluşmuştur. Buna göre verilen eğitimin öğrencilerin problem çözme için strateji oluşturma yeterliği başarı düzeylerini artırmada büyük bir etki yarattığı sonucuna varılmıştır. Sorular özelinde yapılan betimsel analizlerde de ön ve son testler karşılaştırıldığında problemlerin tamamında ortalama puanlar son testte artış göstermiştir. Hem uygulamanın tamamı boyunca hem de öğrencilerin yeterlik başarı düzeylerini belirlemek amacıyla, MO problemleri kullanılmıştır. Bu nedenle yapılan yorumlar ve değerlendirmeler bu tür problemler için geçerlidir. Nicel sonuçlarda ortaya konan eğitimin olumlu etkisini ve yeterlik gelişimini süreç içerisinde izleyebilmek adına nitel bulgulara yani gözlem sonuçlarına bakıldığında diğer tüm sonuçlar ile uyumlu görünmektedir. Özellikle eğitimin son haftalarına gelindiğinde öğrencilerin yeterlik düzeyinin en üst seviyeye çıktığı görülmüştür.

Süreçteki gelişime bakıldığında ilk haftalarda öğrenciler daha ilk aşama olan anlamada zorluk yaşamış ve bu zorluğu aşıp çözüme devam edememiştir. Buradaki zorluğun en temel sebebi bu tür bağlamsal problemlere aşina olmamalarıdır. Khaerunisak ve arkadaşları (2017) ve Sari ve Wijaya (2017) problemi anlamanın, MO problemlerinin çözüm sürecinin ilk adımı olduğunu ve öğrencilerin problemi anlayamamalarının çözümün sonraki adımlarını da etkilediğini ifade etmiştir. Nitekim bu çalışmada da öğrenciler daha en başında nasıl çözeceklerinden ziyade bu problemleri nasıl anlayıp yorumlayacaklarına yönelik bir girişimde bulunamamıştır. Ancak süreç içerisinde öğrenciler problemi daha yalın bir dille ve kendi ifadeleri ile yazmış, problemde verilenleri kağıt üzerinde alt alta özetlemiş ve asıl neyin sorulduğunu tespit ederek bu zorluğu aşabilmişlerdir. Bu şekilde bir yol izlemelerinde öğretmenin yönelttiği ara soruların etkili olduğu düşünülmektedir. "Peki soruda asıl neyi soruyor? Soruda size hangi bilgileri vermiş?" gibi bağlamı parçalayıp ilgili kısımlara odaklanmaya yönelik bu tür sorular ile öğrenciler anlama aşamasını gerçekleştirmiştir.

Burada ilginç bir sonuç öğrencilerin problemi çözmek için kağıt üzerinde herhangi bir girişimde bulunmadan bir çözüm planı tasarlamaları olmuştur. Bu tasarılarını, diğer öğrenci ve öğretmenlerle sıklıkla paylaşmaları neticesinde böyle bir tasarı girişimleri olduğu fark edilmiştir. Problem çözme stratejisinden ziyade çözüm planı tasarısı olarak ifade edilmesinin sebebi ise problemin onlarda bıraktığı ilk intiba sonucu ilk atacakları adımla sınırlı olmasıdır.

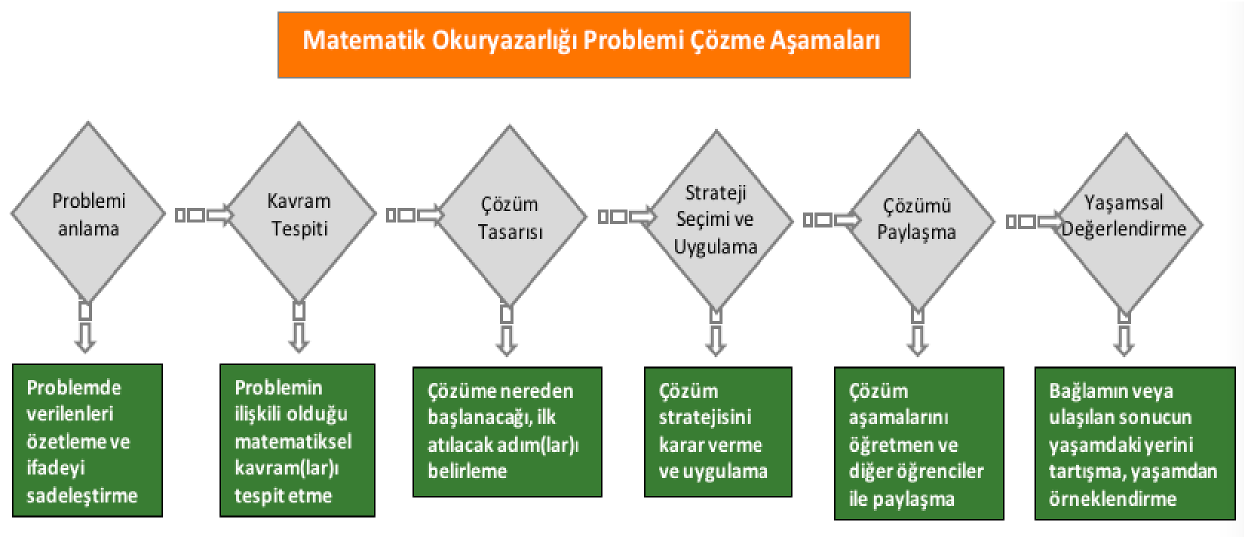
Çözüm yoluna karar verme ve uygulama aşamasında öğrencilerin zamanla problem çözme stratejilerini çeşitlendirdiği hatta literatürde çok fazla kullanımının tercih edilmediğinin ifade edildiği tablo yapma stratejisini (Altun, 2019) dahi başarılı bir şekilde uygulayan öğrenciler olduğu görülmüştür. MO problemi çözme deneyimi arttıkça problem çözme, doğru sonuca ulaşabilme başarıları da artmıştır. Bu artış öğrencilerin kendilerine olan güvenlerini de artırmış olacak ki ulaştıkları sonuçları paylaşmada isteklilik göstermişlerdir. Bir diğer aşama olan çözümü doğrulama, sonuçların doğruluğunu kontrol etme gereğini ise neredeyse süreç boyunca hiç duymamışlar aksi durumlara çok nadir rastlanmıştır. Son olarak problemin yaşamsal olarak değerlendirilmesinde öğrenciler özellikle problem bağlamı ile ilgili yaşamlarında bir tecrübe veya hatıraları varsa (alışveriş gibi) veya yaşamlarına aktarabileceklerini düşünüyorlarsa bunu mutlaka ifade etmişlerdir. Bunun dışında özellikle yaşamsal değerlendirme için bir zaman ayrılmamıştır.

Çeşitli çalışmalarda ortaya çıkan güçlü inanç, matematiksel bir aktivitenin (etkinlik veya problem) her zaman tek bir doğru çözüme sahip olduğu ve bu çözümü bulmanın bir doğru yolu olduğudur (Csíkos & Verschaffel, 2011; Verschaffel, Greer & De Corte, 2000). Bu çalışmalardaki görüşü doğrular nitelikte olarak öğrencilerde de benzer durum görülmüştür. İlk olarak "problemlerin tek bir doğru çözüme sahip olması" durumuna ilişkin önceki öğretim sürecinde ele alınan neredeyse tüm problemlerin çoktan seçmeli yapıda olması bu inanca sahip olmalarını doğal kılmaktadır. İkinci olarak öğretmen bu öğretimlerde her zaman farklı problem çözme yollarını desteklemiş ve görüşmelerde de buna önem verdiğini ifade etmiştir. Ancak öğrencilerin bu öğretimin en büyük yararlarından birinin farklı çözüm yollarını görmek olarak vurgulaması önceki öğretim yaşantılarında bunun ihmal edilen bir durum olduğunu ortya çıkarmıştır.

Ders gözlemlerinde fark edilmeyen bir durum klinik etkinlik temelli görüşmeler esnasında ortaya çıkmıştır. Öğrenciler problem çözümleri esnasında (özellikle çözümde zorlandıkları zaman) problemin hangi kavramla ilişkili olduğunu, hangi matematiksel bilgilerle çözebileceklerini belirlemeye çalışmışlardır. Problemlerin yapısı gereği kavram sorunun içinde gömülü haldedir ve öğrenciler bağlamı yordayarak hangi matematiksel kavram

Şekil 39

MO problemi çözme sürecinin aşamaları



ile ilgili olduklarını tespit etmiş ve buna göre bir problem çözme stratejisi geliştirmişlerdir. Böylece öğrencilerin MO problemi çözme sürecinde izlediği bazı aşamalar olduğu ortaya çıkmıştır. Hem ders gözlemleri hem de klinik mülakatlarda elde edilen veriler doğrultusunda bu çözüm aşamaları belirlenmiş ve Şekil 39'da sunulmuştur.

Aşamalar ve aşamaların içeriği şekilde kısaca açıklanmıştır. Literatürde bilinen (örn. Polya, 1957) problem çözme aşamaları ile çok benzerlik göstermesi ile birlikte özellikle iki ve üçüncü aşamaların öğrencilerin özgün çabaları olduğu düşünülmektedir.

5.1.2.3. Muhakeme ve argüman üretme yeterliğinin süreç içindeki gelişimi. Çalışmanın deneysel boyutu kapsamında öğrencilere uygulanan ön test ve son test aracılığıyla elde edilen puanlar t-testi ile karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırmada öğrenciler, yüksek bir etki büyüklüğü ile anlamlı bir artış kaydetmiştir. Deney ve kontrol gruplarının son testteki başarı puanları karşılaştırıldığında ise benzer şekilde aralarında yüksek bir etki büyüklüğünde ve deney grubunun lehine anlamlı bir artış oluşmuştur. Buna göre verilen eğitimin öğrencilerin muhakeme ve argüman üretme yeterliği başarı düzeylerini artırmada büyük bir etki yarattığı sonucuna varılmıştır. Sorular özelinde yapılan betimsel analizlerde de ön ve son testler karşılaştırıldığında problemlerin biri hariç tamamında ortalama puanlar son test ile artış göstermiştir. Problemlerin birinde ise ön teste göre çok az bir düşüş yaşanmıştır. Nicel sonuçlarda ortaya konan eğitimin olumlu etkisini ve yeterlik gelişimini süreç içerisinde izleyebilmek adına nitel bulgulara yani gözlem sonuçlarına bakıldığında diğer tüm sonuçlar ile uyumlu görünmektedir.

Okul matematiğinde muhakemenin varlığına rağmen (Lithner, 2008; Stylianides & Harel, 2018), araştırmalar tüm okul düzeylerindeki birçok öğrencinin muhakeme ve ispat konusunda ciddi zorluklarla karşılaştığını göstermektedir (EMS, 2011; Harel & Sowder, 2005). Bu araştırmada ispat ile ilgili bir çalışma yapılmamış olup, tüm yeterlik düzeylerinin haftalık gelişim grafikleri incelendiğinde içlerinde en yüksek gelişim muhakeme ve argüman üretme yeterliğinde görüşmüştür. Öğretim sürecine yapılan müdahale sonucunda özellikle dördüncü haftadan sonra muhakeme yeterliği ile ilgili göstergeler ışığında başarı düzeyinde bir yükseliş gözlenmiştir.

Bu yeterliğin gelişimindeki kilit nokta "Neden? Niçin?" soruları olmuştur. Başlangıçta öğrenciler tam olarak kendilerini ifade edemez veya etmeye çekinirken zamanla iletişim yeterliğinin de gelişmesi ile birlikte sorulara cevap verebilmişlerdir. Bu durum Harel ve Sowder (2005)'in görüşünü akla getirmiş ve öğrenciler anlamlı etkinlikler ile yüzleştirildiğinde matematiksel düşüncenin en iyi şekilde üretileceğinin bir örneği olarak görülmüştür. Öğrenciler, kendileri için sağlanan aktiviteler ve öğretmenin çabası ile matematiksel olarak düşünmeye yönlendirilmişlerdir. Bir sonraki aşamada ise öğretmenden herhangi bir soru gelmese dahi öğrenciler söylemlerine, açıklamalarına ve çözümlerine dair sebep ve gerekçeleri de ifade etmiştir. Buradaki gelişimlerinde grup çalışmasının da etkili olduğu düşünülmektedir. İkili çalışmalarda öğrenciler birbirlerinin çözümlerini desteklemeyi, itiraz etmeyi, iddiada bulunmayı ve bu iddiaları çürütmeyi ilk kez deneyimlemiş ve bu deneyimi sonrasında sınıf ortamına taşımışlardır. Höfer ve Beckmann (2009) çalışmalarında sınıf ortamındaki matematiksel sorgulamalar ve sınıf tartışmaları esnasında öğrenci düşünce ve önerisinin haklı çıkması veya kendi düşüncesindeki yanlışlığı fark etmesinin önemi üzerinde durmuştur. Bu çalışmadaki öğretim sürecinde de öğrenciler bu fırsatı yakalamışlardır.

Zamanla sınıfta argümantasyonu destekleyen bir yapı oluşmuştur. Yackel ve Cobb (1996)'nın sosyo-matematiksel norm[1] olarak ifade ettiği bu durum etkileşimli sınıf ortamında ortaya çıkmıştır. Öğrenciler argümanlar üretmeye ve argümanlarını matematiksel dayanaklara dayandırmaya çalışmıştır. Niss ve Jensen (2011) argümantasyonun yürütülmesi (carrying out)

---

[1] Sosyo-matematiksel normlar, matematiksel bir etkinlikle ilgili yükümlülükler ve beklentileri ifade etmektedir (Bowers, Cobb & McClain, 1999). Bu normlar, bir sınıftaki matematiksel olarak farklı, karmaşık ve verimli olarak kabul edilen normatif anlayışlara karşılık gelmektedir (Yackel & Cobb, 1996).

ile başkalarının geliştirmiş olduğu argümanların takip edilmesi (following) arasında ayrım olduğunu belirtmektedir. Bu çalışmadaki öğrenciler ise her iki boyutta da gelişim göstermiştir. Hatta öğrenciler dayanağı olmayan argümanlar öne süren diğer öğrencilere tepki göstermişlerdir. Yaşanan bu gelişimlerde iletişim yeterliği başarı düzeylerindeki artışın da etkisi olmuştur. Matematiksel açıdan kendilerini daha iyi ifade eden öğrenciler, argümanlarını açıklama ve desteklemede de daha iyi bir başarı yakalamıştır. Benzer bir durumu Saenz (2009) da çalışmasının bir sonucu olarak belirtmiş olup, matematiksel ifadeleri kullanan öğrencilerin, herhangi bir matematiksel formülü desteklemeden argümanı doğal dilde yazanlardan daha iyi tartışıp iletişim kurduğunu ifade etmiştir.

Colwell ve Enderson (2016) ve birçok araştırmacı, ezberci öğrenmeden ziyade muhakeme etme, düşünme ve yorumlama yoluyla matematiğin anlaşılmasını ve uygulanmasını vurgulamıştır. Görülmüştür ki bu öğretim süreci de matematik derslerini böyle bir noktaya taşımıştır.

5.1.2.4. Temsil etme yeterliğinin süreç içindeki gelişimi. Çalışmanın deneysel boyutu kapsamında öğrencilere uygulanan ön test ve son test aracılığıyla elde edilen puanlar temsil etme yeterliğindeki gelişimi ortaya koymak amacıyla t-testi ile karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırmada öğrenciler, yüksek bir etki büyüklüğü ile anlamlı bir artış kaydetmiştir. Deney ve kontrol gruplarının son testteki başarı puanları karşılaştırıldığında ise benzer şekilde aralarında yüksek bir etki büyüklüğünde ve deney grubunun lehine anlamlı bir artış oluşmuştur. Buna göre verilen eğitimin öğrencilerin temsil etme yeterliği başarı düzeylerini artırmada büyük bir etki yarattığı sonucuna varılmıştır. Sorular özelinde yapılan betimsel analizlerde de ön ve son testler karşılaştırıldığında problemlerin biri hariç tamamında ortalama puanlar son test ile artış göstermiştir. Problemlerin birinde ise ön teste kıyasla son testte çok az bir artış yaşanmıştır. Nicel sonuçlarda ortaya konan eğitimin olumlu etkisini ve yeterlik gelişimini süreç içerisinde izleyebilmek adına nitel bulgulara yani gözlem sonuçlarına bakıldığında diğer tüm sonuçlar ile uyumlu görünmektedir. Yeterlik düzeyine ait haftalık gelişim grafiği incelendiğinde öğrencilerin başarılı bir süreç geçirdiği görülmektedir. Bu durumun bir sebebinin, sadece bu öğretim anlayışına özgü olmayıp genel olarak matematik eğitimi süreci içerisinde temsil yeterliğinin üstünde durulması, öğrencilerin farklı temsilleri kullanmalarının teşvik edilmesi olduğu düşünülmüştür.

Temsili yorumlama ve temsiller arası geçiş ve dönüşüm yapmada genel anlamda başarı göstermişlerdir. Ancak öğrenciler, verilen bilgileri kullanmayı çok tercih etmemişler, aşina olmadıkları temsiller (çizgi grafiği, daire grafiği gibi) ile gösterilmesi istendiğinde çeşitli zorluklar yaşamışlardır. Capone ve arkadaşları da (2020) yürüttükleri çalışmada öğrencilerin hem grafiksel hem de sembolik bir anlatımdan metinsel bir anlatıma geçmekte zorluk çektiklerini vurgulamıştır. Bu aşamada bilişsel engellerin ön plana çıktığını ifade etmişlerdir. Bu çalışmada ise yaşanan zorluklar, temsilin şekillendirilmesinde gerekli olan şartları oluşturma ve temsili yapılandırma ile ilgilidir. Bu zorluğun üstesinden gelmede bir başarı kaydedilmiş olmakla birlikte dönemin son haftalarına gelindiği için kalıcılığı net olarak bilinmemektedir.

5.1.2.5. İletişim yeterliğinin süreç içindeki gelişimi. Çalışmanın deneysel boyutu kapsamında öğrencilere uygulanan ön test ve son test aracılığıyla elde edilen puanlar iletişim yeterliğindeki gelişimi ortaya koymak amacıyla t-testi ile karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırmada öğrenciler, yüksek bir etki büyüklüğü ile anlamlı bir artış kaydetmiştir. Deney ve kontrol gruplarının son testteki başarı puanları karşılaştırıldığında ise benzer şekilde aralarında yüksek bir etki büyüklüğünde ve deney grubunun lehine anlamlı bir artış gözlenmiştir. Buna göre verilen eğitimin öğrencilerin iletişim yeterliği başarı düzeylerini artırmada büyük bir etki yarattığı sonucuna varılmıştır. Sorular özelinde yapılan betimsel analizlerde de ön ve son testler karşılaştırıldığında problemlerin tamamında ortalama puanlar son test ile artış göstermiştir. Nicel sonuçlarda ortaya konan eğitimin olumlu etkisini ve yeterlik gelişimini süreç içerisinde izleyebilmek adına nitel bulgulara yani gözlem sonuçlarına bakıldığında diğer tüm sonuçlar ile uyumlu görünmektedir. Thompson ve Chappell (2007) çalışmasında matematik derslerinin, öğrencilerin düşüncelerini öğretmen ve diğer öğrencilerle paylaşabilecekleri ortamlara dönüşmesi ihtiyacı belirtilmekte ve sınıf ortamında öğrencilerin akıcı bir matematiksel dil kullanabilmelerinin önemi vurgulanmaktadır. Benzer şekilde Colwell ve Enderson (2016) sınıf içinde iletişimsel uygulamalara odaklanmayı önermektedir. Her iki çalışmanın sonucunu destekler nitelikte bu çalışmada sınıf içi yürütülen tartışmalarda öğrencilerin düşünmelerine fırsat tanındığı ve kendilerini ifade etmeleri için uygun ortam oluşturulduğu görülmüştür. Bu tartışmalar sırasında öğrencilerin matematiksel iletişimde bulunması teşvik edilmiştir.

İletişim, matematiğin içinde, matematik ile ve matematik hakkında olmak üzere üç boyutta ele alınmaktadır. Ancak süreç boyunca matematiğin içinde iletişim hariç diğer iki boyuta yönelik herhangi bir göstergeye rastlanmamıştır. Burada ele alınan iletişim sadece sözlü olmayıp aynı zamanda yazılı iletişim de süreçte dikkate alınmıştır. Özellikle MO sorularının yapıları gereği daha fazla açıklama gerektirmesine rağmen öğrenciler başlangıçta tek kelimelik cevaplar ile yetinmişlerdir. Zaman ilerledikçe hem yazılı hem sözlü açıklamalara ağırlık vermeye başlamışlardır. Capone ve arkadaşları (2020) yeterlik gelişimine odaklandıkları çalışmalarında benzer bir sonuca vurgu yapmış ve öğrencilerin iletişim becerilerinin gelişmesi ile birlikte bazı matematik bağlamlarında matematikte yazma alışkanlığı ve genel olarak tartışma alışkanlığı kazandıklarını göstermiştir. Bu araştırma kapsamında gelişimde önemli bir payın derslerde ele alınan MO sorularının rutin sorulardan farklı olarak "*düşüncenizi açıklayınız*", "*görüşünüzü matematiksel gerekçelere dayandırınız*" şeklinde tükenmesi olduğu düşünülmektedir.

Aynı zamanda iletişimin matematiksel kavrama bağlı olarak süreçte artıp azaldığı tespit edilmiştir. Özellikle yaşamları ile daha fazla ilişkilendirme imkanı bulunan konularda (oran, yüzde gibi) öğrenciler çok daha fazla söz almış ve kendilerini ifade etmede isteklilik göstermişlerdir. Ancak örneğin doğrular ve açılar modülünün işlendiği haftalarda konunun yapısı gereği daha fazla matematiksel kurallara dayalı olması ve zayıf bir yaşamsal karakter taşıması sebebi ile bu haftalarda yeterlik düzeyinde küçük bir düşüş yaşanmıştır.

Sáenz (2009)'da yürüttüğü araştırma kapsamında iletişim yeterliğini harekete geçirmenin zorluğuna dikkat çekmiştir. Özellikle öğrencilerin önceki öğretim süreçlerinde sessizce dersi dinleyen konumunda oldukları düşünüldüğünde bu öğretimde de iletişimi harekete geçirmede yaşanılmış olan zorluk beklenen bir durumdur. Ancak zamanla bu durum aşılmıştır. Sınıf içerisindeki iletişim dilinde de bariz bir değişim söz konusu olmuştur. Öğrenciler kendilerini ifade etmek ve söz almak istediklerinde artık "Düşüncemi açıklayabilir miyim?" söylemini kullanmaya başlamışlardır. Bunun sebebinin artık öğrencilerin sadece cevap şudur demekten daha fazla söyleyecek sözü olmasıdır.

5.1.2.6. Sembolik, teknik dil ve işlemleri kullanma yeterliğinin süreç içindeki gelişimi. Çalışmanın deneysel boyutu kapsamında öğrencilere uygulanan ön test ve son test aracılığıyla elde edilen puanlar sembolik, teknik dil ve işlemleri kullanma yeterliğindeki gelişimi ortaya koymak amacıyla t-testi ile karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırmada öğrenciler, yüksek bir etki büyüklüğü ile anlamlı bir artış kaydetmiştir. Deney ve kontrol gruplarının son testteki başarı puanları karşılaştırıldığında ise benzer şekilde aralarında yüksek bir etki büyüklüğünde ve deney grubunun lehine anlamlı bir artış oluşmuştur. Buna göre verilen eğitimin öğrencilerin sembolik, teknik dil ve işlemleri kullanma yeterliği başarı düzeylerini artırmada büyük bir etki yarattığı sonucuna varılmıştır. Sorular özelinde yapılan betimsel analizlerde de ön ve son testler karşılaştırıldığında problemlerin biri hariç tamamında ortalama puanlar son test ile artış göstermiştir. Problemlerin birinde ise ön ve son test puanları arasında bir değişim olmamıştır. Nicel sonuçlarda ortaya konan eğitimin olumlu etkisini ve yeterlik gelişimini süreç içerisinde izleyebilmek adına nitel bulgulara yani gözlem sonuçlarına bakıldığında diğer tüm sonuçlar ile uyumlu görünmektedir.

Sembolik, teknik dil ve işlemleri kullanma yeterliğine ilişkin göstergelere tüm haftalar boyunca rastlanmış ancak düzey olarak süreçte bir istikrar yakalanamamıştır. Öğrencilerin yeterlik düzeyi, yeni öğrendikleri semboller ve matematiksel dili gerektiren haftalarda diğer haftalara göre daha düşük seviyede seyretmiştir. Ancak bazı durumlarda tüm matematik yaşantıları boyunca kullanılan bazı sembollerin (eşittir "=" gibi) kullanımını ihmal ettikleri veya hatalı kullandıkları bazı durumların olduğu da tespit edilmiştir.

Öğrencilerin matematik diline, matematiğe ait sembollere dikkat ettiği, bilmedikleri (bir açının α ile gösterimi gibi) herhangi bir sembol ile karşılaştıklarında sorguladıkları ve öğrenmeye çalıştıkları tespit edilmiştir. Benzer şekilde herhangi bir sembol ve işaretin hatalı kullanımını hemen fark edebilmişler ve düzeltebilmişlerdir. Yeterliğe ait anlama, kullanma ve çeviri boyutlarının her birine yönelik göstergeler süreçte ortaya çıkmıştır.

5.1.2.7. Araç ve gereçleri kullanma yeterliğinin süreç içindeki gelişimi. Araç ve gereçleri kullanma yeterliğine ilişkin başarı testlerinde herhangi bir soru yöneltilmemiş olup, sadece öğretim sürecinde elde edilen nitel bulgulara göre değerlendirilmiştir. Diğer yeterlikler ile kıyaslandığında süreçte en az ele alınan yeterlik olmuştur. Bu durumun birkaç sebebi vardır. İlk olarak öğretmen (eğitime katılan diğer öğretmenler için de geçerli) teknolojik araçları kullanma becerisine sahip değildir ve herhangi bir matematiksel yazılım kullanma bilgisi yoktur. Araştırmanın direk bir amacı olmadığı için öğretmen eğitiminde de bilgi ve iletişim teknolojilerine ait herhangi bir açıklama veya anlatım yapılmamıştır. Böyle bir durumda sadece el becerisine dayalı araçların kullanımı söz konusu olmuştur. İkinci olarak el becerisine dayalı bu tür araçların kullanımı sadece bazı modüllerin içeriği (geometri konu alanı ile ilgili modüller) ile sınırlıdır. Bu sebeplerden ötürü yeterliğe ait göstergelerde sadece kısa süre için gözlenebilmiştir.

Her ne kadar kısa süre ele alınan bir yeterlik olsa da, öğretim sürecinde sınıfa dahil edilen araçların tamamı (cetvel, açıölçer ve pergel) öğrencilerin bildiği ancak matematik derslerinde kullanımını ilk kez deneyimledikleri araçlardır. Bilmekten kasıt, araçların ne işe yaradığı, hangi amaçla kullanıldığı ve sınırlılık ve olanaklarını bilme ile ilgilidir. Ancak özellikle açıölçer için kullanım bilgilerinin yok denecek kadar az olduğu görülmüştür. Bu nedenle derslerin bir bölümü tamamen bu araçların nasıl kullanılacağının anlatımına ayrılmıştır. Çok temel görünen bir yeterliğe ilişkin öğrencilerin neredeyse düzey olarak en altlarda olduğu ortaya çıkmıştır.

5.1.3. Öğretmenin yeterlik vurgularına karşılık öğrencilerde gelişen yeterlik düzeyleri. Matematik yeterliklerin ortaya çıkışı için modüllerin uygunluğu kadar bu yeterliklerde bir gelişim kaydedilmesi için öğretmenin yaptığı açıklamalar, söylem desteği de aynı derecede önemlidir. Öğrencilerin "yeterli" olup olmadıklarını belirlerken, sadece bireysel öğrencilerin başarılarını değil, aynı zamanda yeterliklerini geliştirmek için sahip oldukları fırsatlar bağlamındaki başarılarını da tanımlamak gerekmektedir (Greeno & Gresalfi, 2008). Bir öğretmenin matematiksel beceri düzeyi öğrenci başarısının önemli bir belirleyicisidir (Brown & Schafer, 2006). Niss ve Højgaard (2011) matematiksel yeterliklerin gelişimine odaklandıkları çalışmalarında bu durumu öğretmenin matematiksel yeterlikleri olarak ele almış ve bir yeterliğin gelişimi için öğretmenin sınıf içinde yer vermesi gereken söz ve davranışları açıklamıştır. Bu çalışmada ise bu durum "öğretmenin yeterlik vurgusu" olarak ele alınmıştır. Aşağıda her bir matematiksel yeterlik için öğretmenin vurgusuna karşılık öğrencilerin yeterlik gelişimleri ele alınmıştır.

Öğretmenin *modelleme yeterliğine* ilişkin vurgusu, Matematik diline aktarma (Matematikleştirme) boyutuna yönelik olmuştur. Öğrencileri sıklıkla bir model oluşturmaya teşvik etmiş ve yönlendirmiştir. Öğrencilerin de en fazla yaşadığı zorluk bu boyutta gerçekleşmiştir. Bu aşamada takıldıkları için modelleme sürecini de tamamlayamamışlar, ancak süreç ilerledikçe özellikle son haftalara doğru öğretmenin de desteği ve ısrarlı tutumu ile öğrenciler bu aşamada da başarı sağlayabilmiştir. Diğer boyutlara yönelik öğretmenin herhangi bir beklenti ifadesi olmadığı gibi öğrencilerin de yaşadığı herhangi olumsuz bir durum gözlenmemiştir.

Problem çözme için strateji oluşturma yeterliği, beş boyuttan oluşmaktadır ve hemen hemen her boyuta yönelik öğretmenin söylemleri ve destekleyici açıklamaları oluşmuştur. İlk olarak anlama boyutu ile ilgili öğrenciler çok fazla güçlük yaşadıkları için problem çözmede öğretmen tarafından da özellikle vurgulanan bir boyut olmuştur. Öğretmen iyi okumaları gerektiğine, okuma ve anlamanın önemine sıklıkla dikkat çekerken, öğrenciler de zamanla problemi daha yalın bir dille ve kendi ifadeleri ile özetlemiş ve asıl neyin sorulduğunu tespit ederek bu güçlüğü aşmıştır. İkinci boyut olan çözüm yoluna karar verme ve uygulamada öğrenciler çözüme başlamadan önce bir çözüm planı tasarlamış ve bu planlarını uygulamışlardır. Bu süreçte öğretmenin yeterlik beklentisi genellikle bir strateji belirlemişken bunu devam ettirmeyen veya seçilen stratejisi başarısızlık ile sonuçlanınca çözümü yarıda bırakanlara yönelik olmuştur. Öğretmenin bu beklentisi sonucu öğrenciler de çözüme ulaşabilmede bir "ısrar" ortaya koymuştur. Aynı zamanda öğretmenin farklı çözüm yollarına önem verdiğini sıklıkla vurgulaması ve bu tür çözüm yollarını neredeyse her zaman sınıfa sözlü veya yazılı açıklatması öğrencileri de strateji çeşitliliğine yönlendirmiştir. Üçüncü boyut olan çözümü paylaşma ile ilgili olarak, öğretmen sıklıkla öğrencilerden çözümlerini hem sözlü olarak hem de kağıt üzerinde açıklanmalarını beklediğini dile getirmiştir. Öğrenciler başlangıçta sadece sonucu yazmak ve ifade etmekle yetinmiş, herhangi bir açıklama yapmamış veya yapamamıştır. Ancak öğretmenin beklenti ifadeleri sonucunda, öğrenciler özellikle sözel olarak çözüm süreçlerini diğer öğrencilerle ve öğretmen ile zamanla paylaşmada isteklilik göstermişlerdir. Bu istekliliğin temel sebebi ise sınıfta her türlü çözüm girişiminin (doğru sonuca ulaşsın ya da ulaşmasın) kıymet görmesidir. Bu araştırmaların yürütüldüğü eğitim sürecinden önce öğretmen sadece doğru sonuca ulaşmış öğrencilere söz vermekte ve tahtaya kaldırmakta iken artık her öğrencinin söz alıp nasıl bir çözüm yolu izlediğini açıklamalarını istemiştir. Öğretmenin bu yaklaşımı öğrencilerdeki paylaşma istekliliği de artırmıştır. Dördüncü boyut ise sonucun yorumlanmasıdır. Bu boyut ile ilgili olarak öğretmen “Peki, sen şimdi ne bulmuş oldun? Neye ulaştın?” sorularına özellikle odaklanmıştır. Ancak öğrencilerin sadece bir kısmı bu sorulara cevap vermiş olup, bu boyutuna ilişkin genel olarak herhangi bir göstergeye rastlanmamıştır. Sonuncu boyut olan yaşamsal değerlendirme için diğer boyutlardan farklı olarak öğretmenin herhangi bir yeterlik beklentisi olmaması ve buna yönelik bir söylemde bulunmamasına karşın öğrenciler çeşitli hamlelerde bulunmuştur. Herhangi bir soru veya istek gelmemesine karşın kendileri yaşamsal duruma benzer örnekler paylaşmışlar ve nerede, nasıl kullanabileceklerine yönelik düşüncelerini açıklamışlardır.

Muhakeme etme yeterliğine ilişkin öğretmenin asıl vurgusu Gerekçelendirme boyutuna olmuştur. Problem sonuçlarını ve çözüm adımlarını paylaşmayı yeterli görmeyen öğretmen, çözümlerini sebepleri ile ifade etmelerini, dinleyenleri inandırmalarını ve destekli konuşmalarını istemiştir. Bu isteğini ise özellikle “Neden?” sorusunu sıkça sorarak göstermiş ve bu sorudan öğretim süreci boyunca vazgeçmemiştir. Problem çözümlerinde öğrencilerin sadece sonucu söyleyip bırakmasını kabul etmemiştir. Öğrenciler başlangıçta bu tip sorulara cevap vermede zorlanırken, zamanla yeterli yanıtlar oluşturabilmişlerdir. Böylece yeterlik düzeyi bakımından da öğretmenin bu beklentisi ile orantılı olarak gelişim göstermişlerdir. Bir süre sonra artık öğretmen sormasa dahi öğrenciler dayanak gösterme eğiliminde olmuştur. Öğretmenin özellikle bu boyuta önem vermesi dolayısı ile diğer iki boyut daha arka planda kalmış ve göstergeler açısından da daha zayıf sonuçlar elde edilmiştir.

Temsil etme yeterliği ile ilgili olarak öğretmen birbiri ile ilişkili olan üç boyutun her üçünün de aktive edilmesini beklemiştir. Bu boyutların harekete geçirilmesi ise öğrencilerin yüzleştikleri etkinlik ve MO sorularının çeşitliliği ilişkilidir. Ancak öğretmen bu süreçte derslerde farklı temsil türlerine ilişkin doğaçlama sorular yönelterek yeterliği daha da desteklemiştir. Öğrencilerin ise orta ve yüksek olacak şekilde yeterliğe ilişkin düzeylere ulaşabilmiştir.

İletişim yeterliği, matematiğin içinde, matematikle ve matematik hakkında iletişim olacak şekilde üç boyutta ele alınmış ve gözlenen göstergeler sadece matematiğin içinde iletişim boyutu ile ilgili olmuştur. Öğretmenin üzerinde durduğu tek boyutun bu olması, öğrencilerin de sadece bu boyutla ilgili göstergeler ortaya çıkarmasına sebep olmuştur. Öğretmen özellikle kısa cevaplar verenleri, düşüncelerini ve yorumlarını ifade etmekten kaçınanları uyarmıştır. Benzer şekilde problem çözümlerinde sonuçların yorumlanması istenen değerlendirme sorularını boş bırakan öğrencilere sorunun devamını getirmelerini, düşüncelerini yazmalarını sıklıkla söylemiştir. Bunu sadece uyarı ile bırakmamış, ne yazacağını bilemeyen öğrencileri ara sorular sorarak yönlendirmiştir. Bu beklentilerin sonucu olarak da öğrenciler, matematiksel fikirlerini ifade edebilmek için matematik dilini yazılı ve sözlü biçimde etkili olarak kullanabilmişlerdir.

Sembolik teknik dil ve işlemleri kullanma yeterliği ile ilgili olarak ele alınan üç boyuttan özellikle anlama ve kullanma boyutları ile öne çıkmıştır. Öğretmenin asıl vurgusu eksikliğinin kritik yanlışlara sebep olmayacağı ancak matematik dile hakim olmanın önemli olduğu şeklindedir. Bundan dolayı öğrencilerin bilmediğini fark ettiği herhangi bir sembole ve teknik dile ilişkin genel sınıf açıklamaları vermiş ve öğrencilerin bunları içselleştirmesini beklemiştir. Bu beklentiye karşılık öğrenciler de uygun matematiksel dil kullanımına özen göstermiştir.

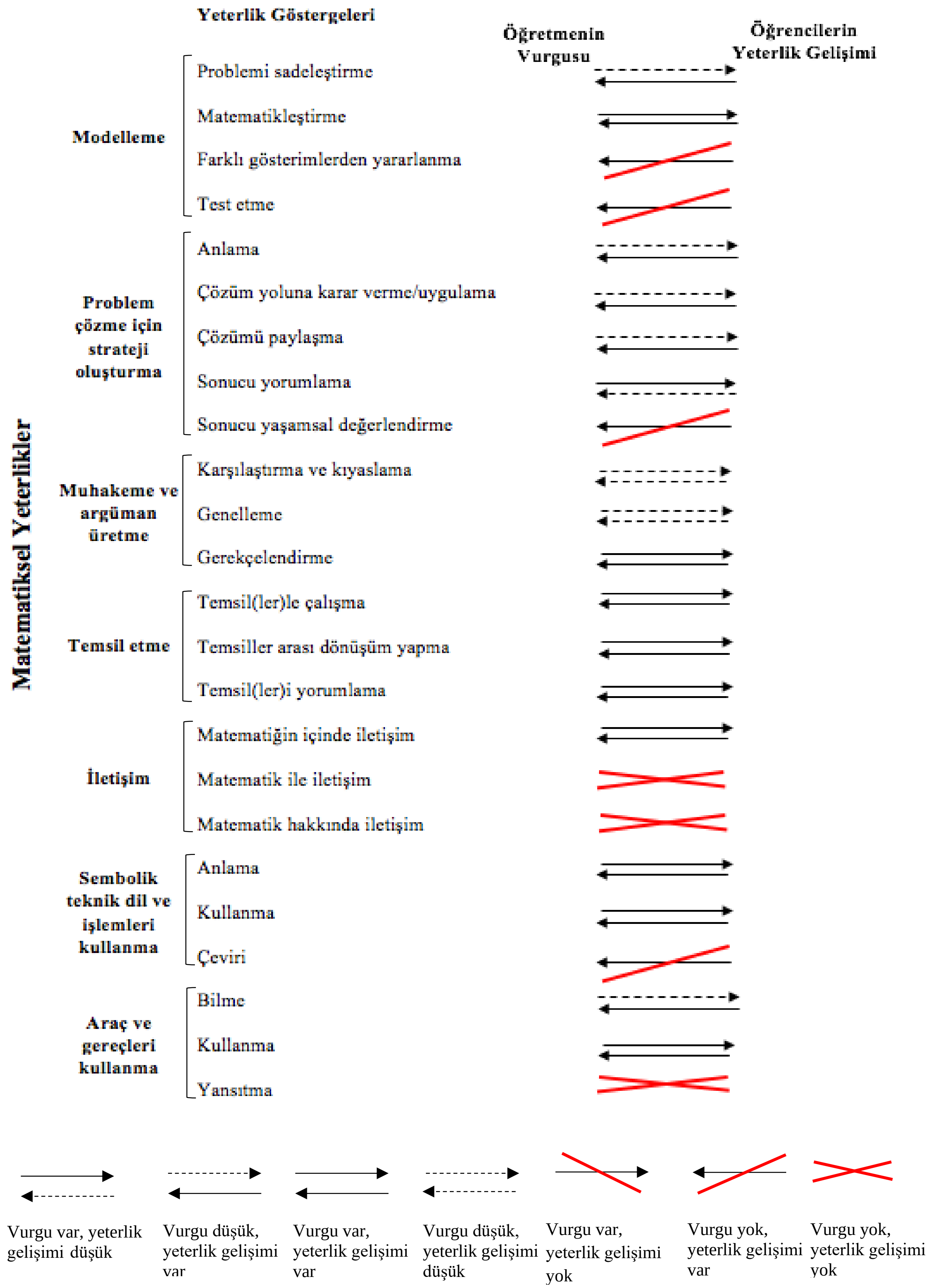
Hatalı/eksik yazımlara anında müdahale edip düzelten öğretmen uygun kullanımın önemini ifade etmiştir. Burada özellikle matematiksel birimlerin kullanımını ihmal eden öğrencileri uyarmış ve birim yazımına verdiği önemi dile getirmiştir. Bunun sonucunda ise öğrencilerin zamanla birim kullanmayı hiç atlamadıkları, yazılan tüm birimlere dikkat ettikleri ve uygun birimler arası çevirileri rahatlıkla yapabildikleri tespit edilmiştir.

Araç ve gereçleri kullanma yeterliği, öğretim süreci boyunca en az ele alınan yeterlik olmuştur. Yeterlikle ilgili olan üç boyut bilme, kullanma ve yansıtmadan özellikle ön plana çıkan kullanma boyutu olmuştur. Çünkü öğrencilerin derse dahil edilen araç ve gereçleri bildikleri ancak yansıtıcı kullanacak kadar bir kullanma düzeyine sahip olmadıkları ve öğretim sonucunda da üst bir düzeye çıkamadıkları tespit edilmiştir. Bu nedenle dersler bu tür araçların nasıl kullanılacağı üzerine yoğunlaşmış ve öğrencilerde çokça tecrübe etme imkanı bulmuşlardır.

Yukarıda verilen açıklamalarda öğretmenlerin düşük, yüksek ve hiç vurgu yapmadıkları yeterlikler ve öğrencilerin bu yeterlikleri ne düzeyde geliştirdikleri verilmiştir. Bu doğrultuda net bir eşleşme ortaya koyabilmek için Tablo 66 üzerinde öğretmenlerin hangi yeterliğe ne derecede bir vurgu yaptığı ve buna karşılık öğrencilerin yeterlik gelişimi gösterilmiştir. Tablo 66'ya göre genel olarak öğretmenin sınıf içi söylemlerinde vurgu yaptığı tüm yeterlik boyutlarında öğrencilerde yeterlik gelişimi olduğu belirlenmiştir. Sadece problem çözmenin "sonucu yorumlama" boyutunda öğretmen sıklıkla dile getirmesine karşın öğrenciler yorum yapmaktan kaçınmış veya kısa birkaç kelime ile geçiştirmişlerdir.

Bazı yeterliklerde ise öğretmenin herhangi bir vurgusu ve sınıf içi açıklamaları olmamasına veya düşük bir seviyede olmasına karşın etkinliklerin uygulanması ve soruların çözümü ile öğrencilerin gelişim gösterdiği bazı yeterlik boyutları olmuştur. Buna örnek olarak tablodan da görülebileceği üzere modelleme yeterliğine ilişkin farklı gösterimlerden yararlanma ve oluşturulan modeli test etme boyutları, problem çözmede sonucu yaşamsal değerlendirme boyutu ve sembolik, teknik dil ve işlemler yeterliğinde ise matematiksel dil ve semboller arası çeviri boyutuna öğretmenin sınıf içi çalışmalarda herhangi bir vurgusu

Tablo 66 *Öğretmen yeterlik vurgusu ve öğrenci yeterlik gelişim göstergeleri*



olmamasına karşın öğrenciler yeterlikte gelişim gösterebilmiştir. Bunun yanı sıra tek yönlü olarak öğretmen vurgusu varken öğrencilerde yeterlik gelişiminin neredeyse hiç olmadığı herhangi bir duruma rastlanmamıştır.

Muhakeme ve argüman üretmen yeterliğindeki karşılaştırma ve kıyaslama ve genelleme boyutlarına ilişkin hem öğretmen vurgusu hem yeterlik gelişimi mevcut ancak her iki yönden de düşük kalmıştır. Bu boyutlarla ilgili sınıf içi çalışmalara da yer verilmiş olmakla birlikte sadece belli haftalar ile sınırlı kalmıştır.

Bazı yeterlik boyutlarında ise öğretmen vurgusu olmadığı gibi öğrencilerin de bu yeterlikleri geliştirdiğine yönelik herhangi bir göstergeye rastlanmamıştır. Göstergeye rastlanılmayan durumlar; iletişim yeterliği ile ilgili matematik ile iletişim ve matematik hakkında iletişim boyutları ve araç ve gereçleri kullanma yeterliğindeki yansıtma boyutudur. Burada her iki paydaştan da bir girişimin olmamasının sebebi yeterliğe ait diğer boyutlara süreç içerisinde çok daha fazla ağırlık verilmiş olmasıdır.

5.1.4. Matematiksel yeterlikler dışında kalan bazı ek gösterge ve beceriler.

Araştırma sürecinde yedi matematiksel yeterliğe odaklanılmış ve bu yeterliklerin gelişimleri incelenmiştir. Eğitimlerde bu yeterliklere ve yeterlik göstergelerine dahil olmayan ancak yeterliklerin gelişimlerine hizmet eden bazı ek göstergeler ve beceriler gözlenmiştir.

“Yaklaşık hesap” ve “Tahmin etme” bahsedilen bu ek becerilerden ikisidir. Her iki becerinin de bu öğretim sürecinde desteklendiği ve öğrencilerin ilk kez deneyimlediği tespit edilmiştir. Bu durum öğrencilerin ilk anda yaşadıkları zorluk, yaptıkları açıklamalar ve şaşkınlık belirleten ifadeleri üzerinden anlaşılmıştır. Özellikle yaklaşık hesap yapmanın matematik dersi için kabul görmeyeceği endişesi ve kesin hesap yapma eğilimi görülmüştür. MO problemlerinin ele alınması aşamasında ortaya çıkmış ve problem çözme için strateji oluşturma yeterliğine hizmet etmişlerdir.

“Sebat etme (ısrar)” yine bu süreçte ortaya çıkan daha ziyade duyuşsal bir boyuta karşılık gelmektedir. MO problemlerinin öğrenciler için yeni bir durum olması başlangıçta öğrencilerin problem çözmeye isteksizlik gösterme, sonuca ulaşmak için çaba harcamama, pes etme gibi davranışlar göstermelerine sebep olmuştur. Problemlere zamanla alışmaları ve bir aşinalık kazanmaları, çözüme ulaşma isteklerini pekiştirmiş ve süreç karmaşık ve zahmetli de olsa sebat ederek uğraş göstermişlerdir. Öğretim sürecinin sonuna doğru başarı düzeyi daha düşük olan öğrencilerde dahi bu durum gözlenebilmiştir. Burada ulaşılan sonuç öğrencilerin zamanla bu ısrarı kazanabildiği ve bunu kazanana kadar öğrencilerin teşvik edilmesi gerektiğidir. İfade edilen bu ek beceriler problem çözme için strateji oluşturma yeterliğine ait bir gösterge olarak yer almasalar da bu yeterliğin gelişiminde bu ek beceriler de göz önünde bulundurulmalıdır.

Bir diğer gözlenen ek beceri olan “Sorgulama”, sadece problem çözme için değil, kavram oluşturma, kavramı derinleştirme, genellemelere ulaşma vb. birçok süreçte ortaya çıkmıştır. Öğrencilerin bilgiyi alandan ziyade bilgiyi yapılandıran konumda yer almaları çeşitli sorgulama girişimlerinde bulunmalarını da beraberinde getirmiştir. Burada öğrenciler her zaman sorgulayan konumda değildir. Bazen öğretmen sorgulamaya yönlendirecek bir girişimde bulunmuş ve öğrencilerin katkı sağlamasını beklemiştir. Bazen de sınıftaki bir öğrencinin öğretmenle ve diğer öğrencilerle kendi düşüncesini paylaşması ile sorgulama faaliyeti başlamış ve diğer öğrenciler de katılım göstermiştir. Çalışmanın sonuçları doğrultusunda sorgulamanın herhangi bir yeterliğe hizmet etme veya yeterlik göstergesi olarak ele alınmasından ziyade ayrı bir matematiksel yeterlik olarak yeterlikler listesine dahil edilebileceği düşünülmektedir. Benzer şekilde Niss ve Højgaard (2019) matematiksel yeterlikleri yeniden ele aldıkları çalışmalarında matematiksel düşünme yeterliği için 2011 yılında yapmış oldukları önceki tanımlamadan farklı olarak bu yeterliğe matematiksel sorgulamayı da eklenmişlerdir.

Son olarak gözlenen bir diğer beceri ise “Karar verme” dir. MO problemlerinin büyük bir çoğunluğu yapıları gereği (hepsi olmasa da) yaşamsal karar almayı gerektirmektedir. Hangi teklifin daha karlı olduğunu seçme, bütçe için uygun olan öneriyi tercih etme, otobüs, tren, uçak saat ve tarifelerini düzenleme hep bir karar vermeyi içerir. Öğrenciler problem çözümünde cebirsel/sayısal işlemleri başarılı bir şekilde yürütmelerine rağmen karar vermede zorlanmış, verdikleri kararların işlem sonuçlarından bağımsız, rastgele olduğu tespit edilmiştir. Özellikle bu son aşamada öğretmenin yönlendirmesine ve desteğine ihtiyaç duymuşlardır. Problem çözdükçe karar vermede nelerden nasıl yararlanacakları konusunda tecrübe kazanmışlardır. Bu süreçte karar vermenin problem çözme sürecinde kritik bir rolü olduğu tespit edilmiştir. Bu noktadan hareketle problem çözme için strateji oluşturma yeterliğinin “problem çözme ve karar verme” olarak ele alınabileceği düşünülmektedir. Karar verme süreci, kaynakların dinamik bir şekilde yeniden organizasyonunu, bilgilerin yeniden düzenlenmesini gerektirmektedir (Altun, 2020; Savard, 2017). Literatüre bakıldığında da bu iki becerinin birbiri ile olan ve iç içe geçmiş ilişkisine sıklıkla değinilmiştir (örn. Adair, 2007; Hickson & Khemka, 2013). Bu da önerinin isabetli olduğunun bir kanıtı niteliğindedir.

5.1.5. Öğretmenlerin öğretim süreci hakkındaki görüşlerinin değerlendirilmesi.

Önce bir mektup aracılığıyla yazılı sonrasında ise sözlü olarak alınan öğretmen görüşleri, öğrenmenin niteliği ve kalıcılığı, öğrenci katılımı, öğretimin beceri gelişimine yer vermesi, matematiğe değer verme duygusunun gelişimi, önerilen modüler programa bakış ve öğretim anlayışlarına yansımaları açısından ele alınmıştır.

Öğrenmenin niteliği bakımından özellikle başarı durumu yüksek olan öğrencilerdeki gelişim vurgulanmıştır. Orta ve düşük seviyedeki öğrenciler için öğretimin farklılığı ve kattığı tecrübe gibi genel ifadelere, iyi düzeydeki öğrenciler için ise matematiksel düşünmenin gelişimine dikkat çekilmiştir. Öğretmenin bu yorumundan her öğrenci için öğretimin aynı katkıyı vermediği görüşünde olduğu anlaşılmıştır. Bunun yanı sıra öğretim sürecinin “Niçin hesaplayayım?” sorusunu ortadan kaldırdığı ifade edilmiştir. Böylece öğretimin uygulanması ile öğrencilerin bu sorusunun süreçte ortadan kalkmasına yönelik beklentinin karşılandığı görülmüştür. Öğretmenler, öğrenmenin niteliğinin arttığına dair yorum ve katkıların yanı sıra bunun zaman aldığını da özellikle belirtmişlerdir. Sınıf için yeni olan bir öğretim anlayışının, yeni bir sınıf ortamı yapısı (grupla çalışan öğrencilerin daha aktif olması) ile başarılı bir şekilde uygulanmasının zaman alması beklenen bir sonuçtur. Gözlem verileri de bu sonucu doğrulamıştır.

Öğretmenler, öğretimin ilerleyen sürecinde katılımın artış gösterdiği, derse katılım göstermeyen öğrencilerde dahi katılım yönünde bir gelişim olduğu belirtmiştir. Özellikle derslere karşı ilgisiz öğrencilerin son derslere gelindiğinde yaşadıkları değişim üzerinden öğretimin katılıma etkisini açıklamışlardır. Katılımın arttığına dair düşüncelerini, tüm başarı öğrencilerin söz almasına, teneffüse çıkış hızının azalmasına, grup çalışmalarındaki isteklilişe dayandırmışlardır. Öğretmen görüşleri, ders gözlemlerinden elde edilen katılama ait veriler ile paralellik göstermiştir. Brown (2017) çalışmasının sonucu olarak öğrencilerin katılımını teşvik etmek için öğretmenlerin; öğrencilere fikirlerini açıklama, savunma ve sunma fırsatı vermesinin önemine vurgu yapmıştır. Bu araştırma kapsamında da bu tür sınıf içi çalışma ve uygulamaların katılımı artırdığı ortaya konmuştur. Araştırmacının belirlediği ve öğretmenlerin de ifade ettiği üzere dersler birbirinden kopuk konuşmalar, gürültülü ve kontrol altında tutulmasında zorlanılan bir halden zamanla öğretim yöntem ve yaklaşımına alışmayla birlikte daha az yorucu ve daha az zaman alan yüksek katılımlı bir hale dönüşmüştür.

Öğretmenler, öğrenmenin kalıcılığına dair yeterli kanıt sunamamakla birlikte kalıcılığın sağlandığına yönelik görüş bildirmişlerdir. Kalıcılığa etki eden bir faktör olarak öğrenci merkezli olan bu süreçte kavramları öğrencilerin kendisinin yapılandırması ifade edilmiştir. Çalışma kapsamında da kalıcılığı belirlemeye yönelik herhangi bir test (kalıcılık testi) ve uygulama planlanmamıştır. Ancak öğretmen düşüncelerine paralel olarak öğrencilerin kavrama yönelik açıklamalarını özellikle yapılan etkinliklere dayandırması veya MO sorularından örnekler vermesi akıllarında yer ettiğinin bir göstergesi olarak kabul edilmiştir.

Öğretim sürecinde gelişen becerileri; *argümanlar öne sürme* (muhakeme ve argüman üretme yeterliği), *araç ve gereçleri kullanabilme* (araç ve gereçleri kullanma yeterliği), *matematiksel düşünme, düşüncelerini ifade etme* (iletişim yeterliği), *farklı çözüm yolları üretme ve soru çözümü için plan tasarlama* (problem çözmede strateji oluşturma yeterliği), *yaşamsal durumları modelleyebilme* (modelleme yeterliği) olarak açıklamışlardır. Böylece öğretmen yorumlarından, sembolik, teknik dil ve işlemler yeterliği dışında (buna yönelik açıklama yok) tüm yeterliklerin süreçte geliştiğini düşündükleri anlaşılmaktadır. Çalışmanın sonuçları ile de bu yeterlik gelişimleri ortaya konmuştur. Buna ek olarak öğretmenlerin vurguladığı birkaç durum olmuştur. İlk olarak modelleme yeterliğine ilişkin öğrencilerin yaşamsal durumları modelleyebileceklerini yani bunu başarabileceklerini düşünmediğine dikkat çekmiştir. Bu öngörüsüne yönelik bir sebep sunmamakla birlikte öğretim sürecinde diğer yeterlikler ile kıyaslandığında öğrenciler için en yabancı/uzak yeterlik olması olabilir. İkinci olarak bu süreçte geliştiği ifade edilen yeterlikler bir yana öğrencilerin özellikle sorgulama becerilerinin arttığı ve sorgulamada sayıca bir artış olduğuna dikkat çekmiştir. Bu öğretmen yorumu, sorgulama ile ilgili yapılan yeterliklere ekleme önerisini de desteklemektedir.

Matematiğe değer verme matematiğin temel amaçlarından biri olup (NCTM, 1989) öğretmen eğitiminde de özellikle üzerinde durulan konulardan biri olmuştur. Öğretmenler, öğrencilerin yaşadığı ufuk açıcı deneyimler, farklı bir öğretim süreci, daha çekici hale gelen bir matematik öğretimi, gerçek hayatta matematiğin kullanımına tanık olma gibi durumların matematiğe karşı değer duygusunu geliştirmede rol oynadığı düşüncesindedir. Direk değer duygusuna yönelik olmasa da öğrencilerin birçoğunun bu derslerle birlikte matematiğe karşı düşüncelerinin değiştiğini, matematiği sevmeye başladığını dile getirmeleri bu yorumları doğrular niteliktedir.

Modüller ile bir dönem boyunca öğretim yapan öğretmenlerin böyle bir deneyimden sonra modüllere ilişkin görüşleri; uygulanabilir olduğu, iki odakta yürütülen çalışmaların süreci en önemli ve en gerekli olan kısımlara indirgediği, etkili ve kalıcı öğrenmeyi sağladığı ve matematiksel kavramlara duyulan ihtiyacı ortaya çıkararak bir sebebe dayandırdığı şeklindedir. Sürece yönelik olumlu gözlemlerini dile getiren öğretmen herhangi bir eleştiri beyan etmemiştir. Yaptıkları eleştiriler ise modül içerikleri ile ilgili ve öz eleştirilerdir. Modül içerikleri ile ilgili olarak etkinlik sayılarının artabileceği, etkinliklerde disiplinler arası konulara yer verilmesi ve modüllerin hazırlanmasında öğretmenlerin de söz sahibi olması gerekliliği ifade edilmiştir. Son eleştiri ile ilgili olarak aynı zamanda modülleri yeterince incelemedikleri, detaylı bir şekilde ele almadıklarına yönelik öz-eleştirileri de olmuştur. Aslında modül zamanından çok önce modülün öğretmen ile paylaşılmasının sebebi öğretmenin herhangi bir katkı veya yorumu varsa bunu alıp ilgili değişiklikleri yapmaktır. Ancak öğretmenlerinde ifade ettiği gibi herhangi bir geri dönütleri olmamıştır. Bunun yanı sıra modüller tamamen araştırmacılar tarafından hazırlanmış, hazırlanma aşamasında öğretmenlerin bizzat katkısı alınmamıştır.

Yaşadıkları bu öğretim deneyiminden yola çıkarak öğretmenler her iki odaktaki çalışmaları benimsediklerini ve bundan sonraki öğretim süreçlerine taşıyacaklarını ifade etmişlerdir. Öğretmenlerin uygulama sınıfı dışındaki diğer sınıflarında uygulama süreci ile eş zamanlı olarak modüler programı uygulama girişimleri ileriye dönük bu ifadelerini destekler niteliktedir. Ancak modüler yapının uygulamadaki kullanışlılığına ilişkin müfredat yoğunluğu, sınav sistemine yönelik okul idaresi ve ebeveyn beklentilerini karşılayamama endişesi ve yorucu bir ders hazırlığı süreci olması şeklinde bazı zorluklara dikkat çekmişlerdir. Sınav sistemi ve müfredatı yetiştirme çabası öğretmenlerin çoğu durumda dile getirdikleri zorluklardandır. Ancak bu dönemki uygulamalarda yaklaşık 10 ders saatlik bir sürecin çeşitli sebeplerle işlenememesine karşın konuların yetiştirilmesinde bir sıkıntı yaşanmamıştır. Bu nedenle müfredatı yetiştirmede bir zorluk yaşanılacağı öngörülmemektedir. Mevcut sınav sisteminin artık bilgiden ziyade bilginin kullanımını gerektiren sorulara evirildiği ve bu öğretim anlayışına yakın bir karaktere sahip olduğu düşünülmektedir. Bu noktada öğrenci velilerinin, okul idaresinin katıldığı bir toplantıda hatta uygulamalı olarak öğretim şeklinin anlatılmasının bu endişeyi kırabileceğine inanılmaktadır. Kaldı ki öğretmenlerden birinin böyle bir deneyimi olmuş ve velilerden oldukça olumlu dönütler aldığını ifade etmiştir.

5.1.6. Öğrencilerin öğretim süreci hakkındaki görüşlerinin değerlendirilmesi.

Yeni bir öğretim anlayışının hakim olduğu bu dersler ile ilgili öğrencilerin görüşleri hem süreç boyunca doldurdukları günlükler hem de süreç sonunda sınıfı temsilen seçilen farklı başarı düzeyindeki öğrenciler ile yapılan görüşmeler aracılığıyla alınmıştır. Bu iki veri toplama aracından elde edilen bulgular bir arada tartışılmıştır.

Öğrenci günlükleri temelde iki fayda için kullanılmıştır;

1. Öğrenciye olan katkısı: Öğrencilerin derste öğrendiklerini gözden geçirebilmesi ve öğrendiklerine ilişkin kendi yansıtmalarını yapabilmeleri için tasarlanmıştır. Günlükler incelendiğinde öğrenciler, anlamadığı kavram ve soruları anlama, konuları tekrar etme, kendi eksik/artı yönlerini fark etme imkanı bulduklarını ifade etmişlerdir.
2. Çalışmaya olan katkısı: Öğrenciler bu öğretim ile işlenen dersleri nasıl görüyor, neleri beğenip, neleri eleştiriyor, neleri eksik veya başarılı görüyorlar tespit edebilme. Öğrencilerin yazdıklarından bu sonuçlara ulaşılabilmiş ve özellikle neyi beğenip neyi eleştirdiklerinin tespit edilmesi araştırmacılara da modüllerde bazı düzenlemeler yapma konusunda fikir ve öneri vermiştir.

Ancak öngörülmeyen bir faydası da öğrencilerde yanlış gelişen kavramları ortaya çıkarması olmuştur. Haftalık olarak doldurulup teslim alınan günlüklerde öğrencilerden o haftanın konusu hakkında açıklama yapmaları istenmiş ve böylece bazı öğrencilerin hatalı öğrenmeleri zamanında tespit edilerek süreçte müdahale etme şansı doğmuştur.

Öğrenciler süreç boyunca iyi anladıkları veya tam tersi anlamada zorlandıkları çeşitli konular olduğunu ifade etmiştir. Başarı seviyesi düştükçe özellikle anlamada zorlanılan konu sayısında kısmi bir artış olduğu görülmüştür. Öğrenciler iyi anladıkları ve zorlandıkları yerleri açıklarken kavram, formül, problem isimleri kullanmışlar veya çoğunu anladım, birazını anlamadım gibi genel açıklamalarda bulunmuşlardır.

Derslerde kavramın öğretimine yönelik iki temel süreç etkinliklerin uygulanması ve MO problemlerinin çözülmesidir. Her ikisi de öğrenciler için yenidir ve dönem boyunca bu farklılığa dikkat çekmişler ve görüşmelerde de dile getirmişlerdir. İlk olarak etkinliklerin uygulanmasına ilişkin konuyu anlamalarına yardımcı olduğu, kalıcı bir öğrenme sağladığı ve etkinlikler sayesinde kavramın amacını ve arka planını anlayabildiklerini ifade etmişlerdir. Böylece öğrencilerin kendi öğrenme süreçlerine oldukça hakim oldukları ve kendileri için neyin iyi olduğunu bildikleri ve bunu da gerekçelendirdikleri görülmüştür. Aynı zamanda birinci odağın amaçlanan şekilde çalıştığı da tespit edilmiştir. Ayrıca sayılan bu faydaların hepsi öğretmen görüşleri ile de paralellik göstermektedir.

İkinci olarak MO problemlerinin çözülmesi ile ilgili öğrencilerin ortak yorumu kalıcı öğrenmede etkisinin olduğu, üzerinde düşünmeyi gerektirdiği ve sadece bilgiyi kullanma değil aynı zamanda bilgiyi yorumlamayı da içerdiği şeklindedir. Bir eleştiri olarak orta ve düşük seviyedeki öğrenciler soruların zorluğuna vurgu yapmış ve özellikle düşük başarıdaki öğrenciler soruların zorluk açısından biraz daha hafifletilebileceğini dile getirmişlerdir. Bu durum bir öneri olarak kabul edilmiştir. Öğrenciler MO problemine yönelik açıklamalarında ders kitabında yer alan sorularla da karşılaşmışlardır. Bu noktada ders kitabı sorularını bilgi ve ezber odaklı, bir hikayesi olmayan ve gerçek dışı bilgiler içeren şeklinde yorumlamışlardır. Buradan hareketle öğrencilerin bilgiyi ele alış biçimine, bağlamsallık ve gerçeğe dayalılığa özellikle vurgu yaptıkları ve MO problemlerinin sayıların her birini içerdiğini düşündükleri ortaya çıkmıştır. Bu öğretim süreci rutin soruları reddetmemekle birlikte öğrenci açıklamalarından da tek başına rutin soruların asla yeterli olmadığı bir kez daha anlaşılmıştır.

Öğrenciler özellikle kendi yaşamlarında yer bulan veya bulabileceğini düşündükleri MO problem bağlamlarına vurgu yapmışlardır. Aynı zamanda günlük hayatlarından bir kesit buldukları soruları daha çok beğendiklerini ifade etmişlerdir. Yaşamlarına yakın olan sorularda daha kolay mantık kurabildiklerini belirtmişlerdir. Goldman ve Hasselbring (1997) de bu sonuçla uyumlu olarak öğrencilerin kendileri için gerçek hissi veren problemleri çözmeye daha fazla motive olduklarını belirtmiştir. Örneğin; babası esnaf olan bir öğrenci günlüğünde, özellikle vergi ödeme ile ilgili olan soruyu bu durumla ilişkilendirerek çok beğendiğini ifade etmiştir. Babasının yanına sıkça gittiği için vergi ödemenin öneminin farkında olduğunu ve bu yüzden buna yakın gördüğü soruları daha değerli bulduğunu dile getirmiştir. Bu durumu doğrular nitelikte olarak öğretim sürecinde öğrencilerin günlük yaşamlarında yer bulan konu bağlamlarına ilişkin sorularda daha fazla katılım gösterdiği ve soruya ek olarak kendilerinin de tecrübelerini paylaştığı gözlenmiştir. Bu durumun zıttı olarak öğretmenin modüller dışında “Bir kişi borsaya yatırdığı 5000 TL’den %110 kazanmıştır. En son kaç tl si olmuştur?” şeklinde yönelttiği soruya yönelik öğrencilerden çok tepki olmuştur: “Borsa ne demek? Banka gibi bir şey mi? Orada ne yapılıyor? Şimdi bizle ne alakası var ki bunun?” gibi. Buradan problemlerin içerdiği bağlamın önemi ve hatalı-uygun olmayan bir bağlamın sorunun önüne geçebileceği anlaşılmaktadır. Boaler (1993) bağlamların öğrencinin öğrendiklerini günlük yaşamlarına transfer etmelerinde önemli bir role sahip olduğunu ifade etmiştir. Bu durumu destekler nitelikte, öğrenciler hem konuyu öğrenip derslerde iyi bir noktaya geldikleri hem de ileriye dönük olarak bu sorular sayesinde yaşadıkları olaylara çözüm bulabilecekleri (market alışverişlerinde kazık yememe gibi) görüşüne sahiptir. Benzer durumu günlüklerinde de ifade etmiş ve MO problemleri sayesinde problemlerin gerçek hayatta kullanılabilir olduğunu dile getirmişlerdir.

Uygulanan etkinlik ve MO problemlerinin yapısına yönelik olumlu ve olumsuz bazı durumlara da vurgu yapılmıştır. Olumlu olarak yukarıda ifade edilenler ile paralel olarak kendilerine sağladığı katkıları dile getirmişlerdir. Olumsuz yön olarak ise özellikle MO problemlerinin karmaşıklığı, zorluk seviyesi, bağlamın uzunluğu, anlaşılır olmaması, uğraştırıcı olması gibi yapısal bazı eleştiriler dile getirmişlerdir. Burada dikkat çeken özellikle günlüklerde yer alan bu eleştiriler başlangıçta tek kelimelik ifadeler şeklinde iken sonraki haftalarda eleştirilerini somut kanıt ve örneklere dayandırmışlar ve spesifik olarak eleştirdikleri sorunun bu yönünü tartışmışlardır. Böylece derslerde kazandıkları gerekçelendirme ve dayanak sağlama günlük yazım diline de aktarılmıştır. Aynı zamanda öğrencilerin yaptıkları soru özelindeki bu eleştirilerin çoğunun isabetli olduğu fark edilmiştir. Öğrenciler bir diğer eleştirisi ise soru tipleri ile ilgili olmuştur. Modüllerde yer alan MO problemlerinin hemen hepsi kısa veya uzun yanıt gerektiren kapalı ve açık uçlu sorulardır. Bazı öğrencilerin yaptıkları her işlemin bir karşılığı olması bakımından bu soru yapısını beğendiklerini ifade etmiş olmasına karşın, genel olarak az da olsa çoktan seçmeli sorularda beklemişlerdir. Bu isteklerindeki baş etkenler; çoktan seçmeli soru yapısına olan alışkanlıkları, çözüm aşamaları dikkate alınarak direk bir şık işaretleyebilme şansına sahip olma isteği ve sınava hazırlık açısından bu soru tipinin daha uygun olacağına yönelik görüştür.

İlk defa bu derslerle etkinlik yapma ve MO problemi çözme fırsatı yakaladıklarını sözlü ve yazılı birçok kez ifade eden öğrenciler tüm sınıf için (farklı başarı düzeyinden öğrenciler barındıran) bu öğretim şeklini daha yararlı bulmuşlardır. Burada tüm sınıfa vurgusunun yapılmasının sebebi başarılı öğrenciler, kendilerinin her iki öğretim şekli ile başarılı olabilecekleri inancını taşırken sınıftaki diğer öğrencileri de göz önüne alarak yeni öğretim şeklini tercih etmişlerdir. Buradan yola çıkarak bu öğrencilerin, diğerlerindeki gelişimin farkında oldukları anlaşılmaktadır. Hatta bu durumu sınıfta artık söz alma sırasının onlara çok az geldiği şeklindeki yakınmaları ile de desteklemişlerdir.

Hem haftalık doldurdukları günlüklerde hem görüşmelerde öğrenciler, değişen öğretim anlayışının farkında olduklarını, sadece bir kitap üzerinden gidilen öğretimin yerini zengin uygulamalara bıraktığını belirtmişlerdir. Öğrencilerin genel olarak önerilen bu öğretimi tercih etme sebepleri şu şekilde sıralanmıştır:

- Öğretim şeklinin bir temel kurup, temelin üzerine ayrıntılandırma yapılması
- Matematik kabiliyeti olup olmasına bakmaksızın tüm seviyedeki öğrencilere yönelik olması
- Etkinlikler üzerinden kavramların kazandırılması
- Ezberden uzak olması
- Gerçek yaşama dayalı problemlerin ele alınması ve farklı çözüm yollarına önem verilmesi
- Öğrencilere kavram üzerinde düşündürme, konuşturma gibi şeyler katması.
- Öğrenilen bilgiyi direk değil çok yönlü sorgulama fırsatı sağlaması
- Yeni sınav sisteminde başarı sağlamada daha etkili olması

Ayrıca iki öğrencinin deftere daha fazla not aldırılması ve problem kurma çalışmalarına da yer verilmesi şeklinde önerileri de olmuştur. Bununla ilgili olarak deftere az not aldırılması tamamen öğretmen tercihi olup, araştırmacılar tarafından bununla ilgili herhangi bir müdahale olmamıştır. İkinci olarak verilen bir grafiğe yönelik soru yazma, eksik bilgiyi tamamlayarak soruyu yapılandırma gibi çalışmalar yaptırılmıştır, ancak bu çalışmalar az sayıdadır. Bu nedenle modüllerde bu tür uygulamalarda artışa gidilebileceği öğrenci önerisinden anlaşılmaktadır.

Burada dikkat çeken bir durum öğretmen bundan sonraki öğretim yaşantısına bu öğretim şeklini adapte edeceğini ve şimdiden etmeye başladığını ifade ederken, öğrencilerin ise araştırmacının olmadığı derslerde öğretmenlerinin eski öğretim şeklinde döneceği inancını taşımasıdır. Bu ikiliğin sebebi tam olarak anlaşılmamakla birlikte, öğrencilerin öğretmenlerinin yıllardır alıştığı öğretim şeklini geri devam ettirmesine yönelik inanç taşımaları normal görülmüştür.

5.1.7. Matematiksel yeterlik gelişimi odaklı modüler program: Öğretim süreci ile birlikte değişen yönleriyle.

Yapılan sınıf içi uygulamalar neticesinde oluşturulan modüler programın amaçladığı üzere matematiksel yeterliklerin gelişiminde etkili olduğu hem nitel hem de nicel bulgular aracılığı ile ortaya konmuştur. İşlerliğinin ortaya konmasının yanı sıra modül yapısına ilişkin bazı revizelerin yapılması gerekli görülmüştür.

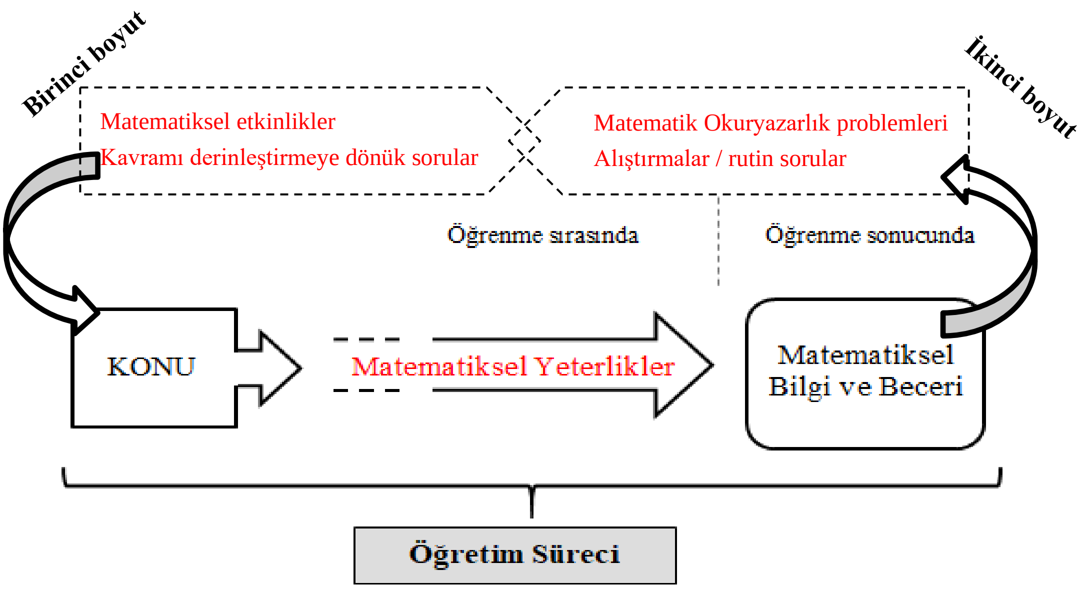
Öğrencilerin öğrenme sürecine sahiplik ettiği öğretim etkinlikleri ile birinci boyut, kavram veya genellemenin kazandırıldığı, yeterliklerin geliştirildiği çalışmalardan oluşmaktadır. Buradaki etkinlik, derste ardı sıra yapılan birtakım işlemler bütününden farklı olarak, zihinsel bir karmaşa içeren ve bu karmaşanın kaldırılması için düşüncesini açıklamaya, savunmaya ve tartışmaya yer veren uygulamalı bir çalışmadır. Bu safhada yapılması planlanan öğretim tasarımında GME ve yapılandırmacı öğretim esas alınmaktadır. Bu aşamadaki etkinliklerin, öğrencilerin düşünce üretmelerine ve birbirlerinin düşüncelerini tartışmalarına yer veren özellikleri ile MO yeterliklerinin doğal olarak ortaya çıkmasına uygun ortam sağlarlar. Burada kavramsal anlamayı derinleştirecek soruların eklenmesi süreçte uygun görülmüştür. Öğretimde uygulanan modül içeriğinde bu tür sorular sayıca çok az olmakla birlikte kavramın kazandırılmasında önemli bir rol oynadığı ve kaliteli sınıf tartışmalarına yol açtığı tespit edilmiştir (örn. “Yüzde hesabı varken doksanlar hesabı olmaz mı?”). Bu tür soruların her kavram için – imkan varsa – eklenmesinin yararlı olabileceği belirlenmiştir.

İkinci boyut, kazandırılan kavramların ve genellemelerin pekiştirildiği ve uygulamaların yapıldığı aşamadır. Matematiksel kavram ve genellemeler kazandırıldığında kırılgan olurlar (Dreyfus, Hershkowitz & Schwarz, 2001). Bu boyutta amaç, bu kırılganlığı giderecek ve uygulamaya aktarılabilecek çalışmalara yer vermektir. Geleneksel öğretimde hâkim olan alıştırma çözmeye yer verilmekle birlikte bunun yanı sıra öğretimin bu safhasında öğrenilen bilgi ve becerileri gerektiren MO problemlerine yer verilir. Özetle bu aşama, alıştırma + MO problemleri + uygulamalardan oluşur. Bu safhada ilk olarak MO sorularının zorluk seviyesinin biraz daha düşürülmesi ve farklı zorluk seviyesinde olacak şekilde soruların çeşitlendirilmesi uygun görülmüştür (Orta ve düşük seviye öğrencilerin soruları zor bulmasından yola çıkarak). Aynı zamanda bu soru çözme sürecine, problem kurma çalışmalarının dahil edilmesine de karar verilmiştir. Bu kararın alınmasında öğrenci önerisi ve uygulanan modüllerdeki kısmi problem kurma çalışmalarının iyi sonuçlar vermesi etkili olmuştur. Planlanan problem kurma çalışmaları; (i) eksik bilgi içeren soru bağlamının uygun eklemeler ile yapılandırılması, (ii) verilen bir grafik/tablo/şemaya yönelik problem yazılması ve (iii) kavrama yönelik çözülen MO sorularına benzer problemler yazılmasıdır (yapılandırılmamış problem kurma çalışması). Üçüncü olarak ise modüllerde rutin sorulara yer verilmemiş, öğretmenlerin mevcut kaynaklara (ders kitapları, farklı yayınevlerinin kaynakları gibi) hakimiyeti göz önünde bulundurularak bu konuda serbest bırakılmışlardır. Ancak süreçte görülmüştür ki öğretmen birbirinin aynı olan sorulardan oluşan hazır testleri sınıfa getirmekle yetinmiştir. Bu duruma ilişkin öğrencilerde tepkilerini dile getirmiş ve bu soruları çözmek istemediklerini, hepsinin aynı tip olduğunu belirtmişlerdir. Öğrencilerin rutin sorulara karşı olmadığı görüşmeler ile ortaya konmuş olup buradaki itirazları soru tarzının hep benzer olması ve sadece işlem becerisine dönük olmasıdır. Bu noktadan hareketle modül içeriğine rutin soru örnekleri de eklenebileceği düşünülmektedir. Son olarak görüşmelerde de öğrencilerin ifade ettiği üzere modüllerde çoktan seçmeli soru tarzına yok denecek kadar az yer verilmiştir. Bunun da en büyük sebebi yeterliklerin gelişimleri için açık uçlu tipteki soruların oynadığı roldür. Ancak öğrencilerin önerileri dikkat alınarak çoktan seçmeli soru sayısında kısmi bir artış yapılması planlanmaktadır.

Ders tasarımında daha yoğun bir ön hazırlık gerektiren derinleştirme aşaması, uygulamaların yapılması ile matematiksel dil ve araçları kullanma ile ilgili yeterliklere (temsil etme, sembol ve formal dili kullanma, iletişim ve matematiksel araç ve gereçleri kullanma) süreç içinde doğal olarak yer vermiştir. Ayrıca bu çalışmalar, "Bunu niçin öğreniyoruz?" sorusunun kendiliğinden ortadan kalkmasına yol açmıştır.

Şekil 40

Modüler programın yapısı



Sonuçta yapılan düzenlemeler neticesinde Şekil 40'ta verildiği üzere modüllerin içeriğine yönelik bir yapı ortaya çıkmıştır.

5.2. Genel Değerlendirme

Bu araştırmanın bulguları, incelenen bağlamda önemli cesaret verici sonuçlar ortaya koymaktadır. Yapılan öğretim ile yeterliklerini geliştirmek için sürekli fırsatlar yaşayan araştırma grubundaki öğrenciler bu gelişime ilişkin çeşitli kanıtlar sunarken, daha geleneksel bir matematik eğitimi deneyimi yaşayan kontrol grubu bu tür bir kanıt gösterememiştir. Bir akademik dönem, sınıf temelli bir araştırma çalışması için oldukça uzundur, ancak gelişim özellikle de matematiksel yeterlik gelişimi açısından sınırlı bir süreyi temsil etmektedir. Bunun yanında nitel ve nicel veriler ile belgelenmiş öğrenci gelişimi, özellikle matematik eğitiminin çağdaş amaçları arasında yer alan matematiksel okuryazarlık kavramlarıyla çerçevelendiğinde oldukça cesaret verici bir sonuçtur.

Sınıfın geleneksel görünümü, sınıfın önünde duran bir öğretmen ve sıralarında oturup pasif bir şekilde dersi dinleyen veya bir tahta veya akıllı ekranda bir şey gösteren öğrencilerden oluşur. Öğretmen dersi planlamıştır, ele alması gereken içeriği bilir ve öğrencilerin bu içeriği özümsemesi ve ödevlerinde veya bir teste uygulamasını bekler. Bu tür "öğretmen tarafından yönlendirilen" öğretim, öğretmen tarafından yönlendirilen dersler, konu açıklamaları ve soru-cevap süreçlerini de kapsamaktadır. Bu araştırmada amaçlanan öğrenci odaklı öğretim stratejileri ise öğrenciyi aktivitenin merkezine yerleştirmiş ve öğrencilere geleneksel öğretmene yönelik stratejilerden daha aktif bir rol vermiştir. Bu süreçte öğretmenin rolü, matematik anlayışını, matematiksel düşünmeyi ve muhakeme etme yeteneklerini geliştiren, matematiksel etkinlikleri kolaylaştıran bir role dönüşmüştür (Kulikowich & DeFranco, 2003). Bu öğrenci odaklı öğretim stratejileri, öğrencilerin bir problemi çözmek ve bir etkinliği uygulamak için küçük grup çalışmalarını içermiştir. Bu sınıf deneyimi boyunca çoğunlukla küçük gruplar halinde çalışmaları ve bütün bir sınıf olarak etkileşimde bulunmaları öğrencileri pozitif yönde etkilemiştir.

Genel sınıf havası ise süreçle birlikte değişmiştir. Öğrenciler, MO problemlerini çözmeye yönelik daha fazla isteklilik ve katılım göstermiş, bu tür sorulara derste yer verilmediğinde öğretmene baskı kurma gibi durumlar yaşanmıştır. Şöyle ki rutin sorulardan oluşan bir test dağıtıldığında bazı öğrencilerin sıkıcı olduklarına yönelik tepki gösterdikleri, özellikle başarı durumu yüksek olan öğrencilerin, rutin sorular derse taşındığında dersi takip etmeyi bırakıp, modülde yer alan MO sorularını çözmekle uğraştıkları gözlenmiştir. Hem sınıf içi tartışmaların genel karakteri hem de öğrenci yeterliklerindeki gelişimler dikkate alındığında süreçle birlikte öğrenciler etkinliklere ve MO problemlerine alışmış ve daha fazla sorgulamaya, düşüncelerini daha fazla açıklamaya isteklilik göstermişlerdir. Benzer bir durum öğretmenin süreci yönetmesi bağlamında da gözlenmiş olup süreç ilerledikçe öğretmenin yer yer ise öğrencilerin başlattığı tartışmaların karakteri daha fazla sorgulayıcı bir boyut kazanmıştır. Tartışmalar, yeterliklerin ortaya çıkışını ve zamanla gelişmesini teşvik etmiştir. Öğretmenin soru ve açıklamaları öğrenci düşüncelerini açıklatmaya, nedenini, dayanaklarını ifade ettirmeye yönlendirmeye doğru bir kayma göstermiştir. Buradan hareketle etkileşimli bir süreç olan öğrenmenin hem öğretmen hem de öğrenci yaklaşımlarını etkilediği söylenebilir. Tüm bu gelişmelerin yanı sıra bazı öğrencilerin ezbere mantıktan kurtulamadığı, mantık yürütme, muhakeme etmeden ziyade ezberlemeye yoğunlaştığı da hala dikkat çekmektedir.

Mevcut matematik müfredatı artık beceri ve kavramsal gelişimi dengeleyerek her ikisine de odaklanır. Ayrıca, matematik derslikleri öğrencilerin anlamalarını öğretmenle ve akranlarıyla paylaşmaları beklenen öğrenme toplulukları olmalıdır. Öğrenciler sembolik olmayan biçimlerle matematikte iletişim kurarken ve temsil ederken, öğretmene ortaya çıkan anlayışlar hakkında fikir verir. Matematiksel okuryazarlığın hedef olduğu sınıflarda, öğretmenler ve öğrenciler iletişim ve temsil yoluyla matematiksel bilgiyi genişletmek için birlikte çalışırlar.

5.3. Öneriler

Çalışma kapsamında ulaşılan öneriler; öğretmen eğitimi, sınıf içi uygulamalar, araştırmacılar ve program geliştiriciler için öneriler olmak üzere dört kategoride ele alınmıştır. Ayrıca son olarak lisansüstü öğrencilere de tez sürecinde fikir verebileceği düşüncesi ile "Bu tezi tekrar yapacak olsam!" adı altında araştırmacının kendine dönük önerilerine yer verilmiştir.

Öğretmen eğitimi için öneriler;

Bu araştırma kapsamında öğretmen eğitimi sürecin ilk aşamasını oluşturmakla birlikte teze direk konu edilmemiş, herhangi bir araştırma sorusu kapsamında ele alınmamıştır. Ancak yürütülen sınıf içi öğretimler öğretmen eğitimi ile ilgili olarak bazı hususları düşündürmüştür.

- Öğretmenler modüllerde yer alan etkinlik ve MO problemlerine ilişkin herhangi bir öneri, dönüt veya eleştiri süreç boyunca getirmemişlerdir. Aynı zamanda modüllerde yer alabileceklerini düşündükleri herhangi bir uygulama da paylaşmamışlardır. Bu durum etkinlik ve soru yazımı ve ders planı hazırlama konusunda daha fazla çalışmanın öğretmen eğitimine entegre edilmesi gereğini ortaya koymuştur.

- Uygulanan öğretmen eğitimi 10 hafta ve toplamda 30 saat boyunca sürmüştür. Yani öğretmen adayları için bir seçmeli ders sürecini dolduracak yeterli plan ve çalışma bu kapsamda mevcuttur. Bu durum, öğretmen adayları için de böyle bir modüler program yapısının tanıtılmasını, öğretmen adayları tarafından oluşturulmasını ve öğretmenlik uygulaması dersi ile entegre bir şekilde uygulamaların yapılmasını içeren bir dersin açılabileceğini düşündürmüştür.

Sınıf içi uygulamalar için öneriler;

- Sınıf içi uygulamalarda kullanılan modüller araştırmacılar tarafından hazırlanmış olup, öğretmenler uygulayıcı rol üstlenmiştir. Görüşmelerdeki öğretmen önerilerinden de yola çıkarak modüllerin hazırlanma aşamasında birlikte hareket edilip bundan sonrası için öğretmenlerin de fikir ve önerileri alınabileceği düşünülmektedir.

- Etkinliklerin uygulanmasında öğretmen, öğrencilere kendilerinin etkinliği okuyup uygulamaya çalışması için şans tanımamıştır. Öğrencilere verilen yönergeden bağımsız ayrıntılı açıklamalar vererek etkinliklerde ne yapacaklarını açıklamıştır. Bu noktada öğretmen modüllerine etkinliği nasıl uygulaması gerektiği daha net sınır ve açıklamalar ile verilebilir.

- MO problemlerinin çözümünde öğretmen hem süreç içerisinde hem de süreç sonunda yaşadığı zorluk ve kararsızlığı dile getirmiştir. Buradaki zorluk problemlerin çözümüne sınıf içinde ne şekilde yer verileceğine yöneliktir. Bulgular bölümünde açıklandığı üzere öğretmen soru çözümlerine ilişkin farklı teknikler kullanmıştır. Ancak uygulayacağı tekniğe ders anında doğaçlama karar vermiş ve bu durum bazı problemlerin anlaşılması üzerine sıkıntılar doğurmuştur. Araştırmacının fark ettiği bu durum öğrenci günlüklerinde de dile getirilmiştir. Bu nedenle hangi problemin öğretim esnasında ne şekilde ele alınacağı konusu daha ince düşünülüp planlanmalıdır.

Araştırmacılar için öneriler;

- Matematiksel yeterliklerin değerlendirmesi konusu literatürde netlik kazanmış bir kavram değildir. Var olan bazı değerlendirme çerçeveleri olmakla birlikte kullanışlılığı bakımından eleştirilmektedir. Bu araştırmada ise başarı testleri ile ölçülen yeterliklerin değerlendirilmesinde var olan düzeylendirmeler (0-3) kullanılmış ayrıca gözlem verileri için bir gösterge tablosu oluşturulmuştur. Ancak bu düzeylendirmelerin yeterlikleri değerlendirmede ne derece etkili olduğu konusu tartışmaya açıktır. Aynı zamanda oluşturulan gösterge tablosu birçok araştırma taranarak oluşturulmuş olmakla birlikte yeni çalışmalar ile daha detaylandırılabilir.

- Tez çalışması kapsamında MO kavramı bir çıkış noktası olarak kabul edilmekle birlikte hem bilişsel hem de duyuşsal boyutları içinde barındıran çok geniş bir kavram olması sebebi ile çalışmada matematiksel yeterliklerin gelişimi üzerine odaklanılmış, ancak hala "Matematiksel yeterlik kavramı matematik okuryazarlığı ile nasıl ilişkilidir?" sorusu tam cevap bulmamıştır.

- Oluşturulan modüler programın bu çalışmada matematiksel yeterliklerin gelişimi üzerine etkililiği ortaya konmuştur. Çalışma kapsamında tüm yeterlikler bütüncül bir şekilde ele alınmıştır. Bu noktada özellikle bir yeterliğe veya ilk üç yeterliğe (matematikte ve matematikle ilgili soruları cevaplama ve soru sorma) yoğunlaşmak ve bu yeterlik veya yeterlikler ile ilgili daha derinlemesine sonuçlar ortaya çıkarılması ihtiyaç olarak görülmektedir. Benzer şekilde bu çalışma kapsamında şekil 37'de birbirleri ile ilişkileri belirlenmiş olan yeterliklerin de başka araştırmalarda ele alınabileceği önerilmektedir.

- Çalışma bir eğitim-öğretim dönemi sürmüş ve sadece 7. sınıfta çalışılmıştır. Bu noktada bir sınıf belirlenerek uzun süreli boylamsal çalışmalar ile daha kapsamlı sonuçlar elde edilebilir ve öğretimin verimliliği ile ilgili birçok yeni ayrıntıyı ortaya çıkarabilir.

- Sınıf Çalışma Yapısı: Çalışma uygulanırken öğrenciler ikişer gruplar halinde çalışmış ve bu süreç tek bir kamera ile gözlenmiştir. Ancak öğretmenin grupla çalışan öğrencilere olan açıklama ve yönlendirmelerinin kaydedilememesi sebebi ile öğretmene ses kayıt cihazı verilmiştir. Böylece tüm süreçte üstünde taşıdığı cihaz sayesinde öğretmen-öğrenci diyaloglarını yakalama şansı olmuştur. Ancak yine de öğrenci-öğrenci diyalogları çalışmadaki kayıp verilerdir. Bu şekildeki sınıf içi bir çalışmada grup sayısını artırarak her masaya ses kayıt cihazı koyma veya az sayıdaki öğrenci gruplarının daha etkili olduğu görüldüğü için belirlenen bazı öğrenci masalarındaki çalışmaları kaydetme bu kaybın önüne geçebilecektir.

- Yeterlik odaklı çalışmaların (özellikle PISA'nın da etkisiyle) ortaokul ve lise düzeyinde yoğunlaştığı göze çarpmaktadır. Ancak bu yeterliklerin gelişimlerine ilişkin ilk adım olarak ilkokul seviyesinde neler yapıldığı veya yapılabileceği konusu araştırmaya açık bir alandır.

Program geliştiriciler için öneriler;

- Hem öğretmenler hem de öğrenciler öğretim şekline ve ders içeriklerine ilişkin olumlu görüşlerini bildirmişlerdir. Bu öğretim yapısının sınıf düzeylerine uygun şekilde öğretim içeriklerine yerleştirilmesi ihtiyaç olarak görülmektedir.

Bu tezi tekrar yapacak olsam!

- Bu tez kapsamında modüller araştırmacı tarafından hazırlanmış ve modül içerikleri, içerisinde yer alan etkinlik türleri ve MO bağlamlarını literatür desteği ile araştırmacı oluşturmuştur. Ancak öğretmenlerin hazırlama aşamasında görüş ve katkıları alınmamıştır. Hatta bu durum öğretmenler tarafından da dile getirilmiştir. Araştırmanın bir tekrarı olsa bu durumu mutlaka göz önünde bulundurmak isterdim.

- Öğrenci çalışma kağıtları sadece dersler esnasında kamera ile kayda alınmış, bu da sadece bazı gruplarınki ile sınırlı kalmıştır. Öğrenciler defterlerine not tutmayıp çalışma kağıtları dersin ana kaynakları olunca araştırmacının toplamasına da gönüllü olmamışlardır. Tekrar yapacak olsam çalışma kağıtlarına ulaşıp ayrıca bir dokuman analizi yapmak isterdim.

- Öğretmenlerin modülleri incelemeden derslere girmesi uygulamada bazı zorluk ve sıkıntılara yol açmıştır. Haftanın üç günü öğretmenle bir araya gelinmiş ancak bu durum aşılamamıştır. Tezi tekrar yapacak olsam yarı yapılandırılmış görüşmeler planlayarak hem mevcut haftada işlenen derslere ilişkin hem de sonraki haftanın modülüne yönelik dönütlerini alırdım. İşlenecek derslerde görüşmelerden elde edilen görüş ve dönütlerden yararlanırdım.

- Öğretmenlere verilen eğitimde matematiksel yeterliklerin her biri tanıtılmış, yeterlikleri ortaya çıkaracak etkinlik ve MO problem örnekleri ile yüzleştirilmişlerdir. Ancak eğitim sürecinde çalışmada kullanılan yeterlik göstergelerine vurgu yapılmamıştır. Bazı yeterlik göstergelerinin ortaya çıkmaması bir sebebi bu olabilir. Bu nedenle bu eğitimi bu eksikliği de gidererek tekrar gerçekleştirmek isterdim.

- Son olarak çalışmanın akademik bir sonucu olmamakla birlikte bu tez kapsamında benim için elde edilen en önemli sonuçlardan biri öğrencilerin yazdığı küçük notlar olmuş ve aşağıda bunların bir resim kolajı sunulmuştur. Böylece öğrencilerin bu araştırmaya yönelik kurduğu duygusal bağ da belirlenmiştir.

Not: Hocam seneye görüşemez sek ben sizi her zaman görmeye gelirim siz rahat olun.
Her hafta sonu üniversitedeyim.

Sizi unutmayacağım

Sevgilerle, Oğuzhan Çınar Ergun

Mutlu, sağlıklı, güzel bir hayat yaşamanız dileğiyle.

Sizi çok özleyeceğiz!

Özleyeceğim.

Sizi çok seviyorum

Sizi seviyoruz

Tuğçe öğretmene sevgilerle ->

Tuğçe Hocamız Biz sizi unutmıcaz
Sizde bizi

Lütfen gitmeyin

Tuğçe Hocamız

Sizi seviyoruz

Gündüzünü gündüzünü kattı,
Gecesini gecesini kattı,
Sabah erken kalktı,
Gece geç yattı,
İyiki bizim hocamızdı

Şiirim belki güzel olmadı ama sizi çok seviyorum
Tuğçe Hocam

Gitmeyin

Sizi seviyorum

Canım öğretmenim

Öpüldünüz: Tuğçe hocam
Sizi seviyoruz
İyiki bize matematiği sevdirdiniz
herşey için teşekkürler

Kaynakça

Abrantes, P. (2001). Mathematical competence for all: Options, implications and obstacles. *Educational Studies in Mathematics*, *47*(2), 125-143.

Adair, J. E. (2007). *Decision making & problem solving strategies* (Vol. 9). Kogan Page Publishers.

Akar, E. (2005). Effectiveness of 5E Learning cycle model on students' understanding of acid-base concepts. *Dissertation Abstracts International.*

Albaladejo, I. M. R., García, M. D. M., & Codina, A. (2015). Developing mathematical competencies in secondary students by introducing dynamic geometry systems in the classroom. *Egitim ve Bilim*, *40*(177).

Albano, G. (2011). Knowledge, skills, competencies: a model for mathematics e-learning. In *International Conference on ICT in Teaching and Learning* (pp. 214-225). Springer, Berlin, Heidelberg.

Altun, M., & Bozkurt, I. (2017). Matematik okuryazarlığı problemleri için yeni bir sınıflama önerisi. *Eğitim ve Bilim*, *42*(190).

Altun, M. (2018). *Ortaokullarda matematik öğretimi.* Bursa, Alfa Aktüel Akademi Yayıncılık.

Altun, M., Bozkurt, I., Kozaklı Ülger, T. & Tetik, M. (2019). *LGS matematik denemeleri* I. Alfa Aktüel Akademi Yayıncılık.

Altun, M. (2019). *Liselerde matematik öğretimi*. Bursa, Aktüel Alfa Akademi Yayıncılık.

Altun, M. (2020). *Matematik okuryazarlığı el kitabı.* Bursa, Alfa Aktüel Akademi Yayıncılık.

Anderson, T., & Shattuck, J. (2012). Design-based research: a decade of progress in education research? *Educational Researcher*, 41(1), 16-25.

Aronsson, K., & Hundeide, K. (2002). Relational rationality and children's interview responses. *Human development*, *45*(3), 174-186.

Artigue, M., & Blomhøj, M. (2013). Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. *ZDM Mathematics Education* 45, 797–810. https://doi.org/10.1007/s11858-013-0506-6

Aşık, G., & Yılmaz, Z. (2017). Design-based research and teaching experiment methods in mathematics education: Differences and similarities. *Journal of Theory and Practice in Education*, *13*(2), 343-367.

Atkin, J., & Karplus, R. (1962). Discovery of invention? Science Teacher, 29(5), 45-47.

Aydoğdu İskenderoğlu, T. & Uzuner, F. G. (2017). Sınıf öğretmenlerinin ilkokul öğrencilerine temel matematiksel becerileri kazandırma sürecine ilişkin görüşleri. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17 (2), 563-585.

Balcı, S. ve Ahi, B. (2016). *SPSS kullanma kılavuzu SPSS ile adım adım veri analizi*, Ankara: Anı Yayıncılık.

Bansilal, S., Webb, L., & James, A. (2015). Teacher training for mathematical literacy: A case study taking the past into the future. *South African Journal of Education*, *35*(1), 01-10.

Barab, S. (2006). Design-based research. *The Cambridge handbook of the learning sciences*, 153-169.

Baumert, J (2002). *Germany in international educational comparison*. In: Killius N, Kluge J, Reisch L (eds) Die Zukunft der Bildung. Suhrkamp, Frankfurt am Main, pp 100–150

Berry, C. M., Clark, M. A., & McClure, T. K. (2011). Racial/ethnic differences in the criterion-related validity of cognitive ability tests: A qualitative and quantitative review. *Journal of Applied Psychology*, *96*(5), 881.

Biber, A. Ç., Tuna, A., Gülsevinçler, D., & Karaosmanoğlu, A. B. (2015). Matematik öğretmenlerinin 5e öğretim modeline yönelik görüşleri. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17-1.

Birenbaum, M. (2007). Assessment and instruction preferences and their relationship with test anxiety and learning strategies. *Higher Education*, *53*(6), 749-768.

Blomeke, S., Gustafsson, J. E., & Shavelson, R. J. (2015a). Beyond Dichotomies Competence Viewed as a Continuum. *Zeitschriftfür Psychologie*, 223 (1), 3-13.

Blomeke, S., Gustafsson, J. E., & Shavelson, R. J. (2015b). Approaches to competence measurement in higher education. *Zeitschrift für Psychologie*, *233*(1), 1–2.

Blomhøj, M., & Jensen, T. H. (2003). Developing mathematical modelling competence: Conceptual clarification and educational planning. *Teaching mathematics and its applications*, *22*(3), 123-139.

Blomhøj, M., & Jensen, T. H. (2006). What’s all the fuss about competencies? Experiences with using a competence perspective on mathematics education to develop the teaching of mathematical modelling. W. Blum, PL Galbraith and M. Niss (Eds), Modelling and Applications in Mathematics Education, (ss. 45-56).

Blomhøj, M., & Jensen, T. H. (2007). What’s all the fuss about competencies?. In *Modelling and applications in mathematics education* (pp. 45-56). Springer, Boston, MA.

Bloom, B., & Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications and links to other subjects. *Educational Sciences in Mathematics*, *22*.

Blum, W., & Leiss, D. (2005). „Filling Up "-the problem of independence-preserving teacher interventions in lessons with demanding modelling tasks. In *CERME 4–Proceedings of the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1623-1633).

Blum, W., & Leiss, D. (2007). Investigating quality mathematics teaching–the DISUM Project. *Developing and researching quality in mathematics teaching and learning, proceedings of MADIF*, *5*, 3-16.

Blum, W., & Ferri, R. B. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt?. *Journal of mathematical modelling and application*, *1*(1), 45-58.

Boddy, N., Watson, K., & Aubusson, P. (2003). A trial of the five es: a referent model for construvtivist teaching and learning. Research in Science Education, Kluwer Academic Publishers. Printed in the Netherlands, 33, 27–42.

Boaler, J. (1993). The Role of Contexts in the Mathematics Classroom: Do they Make Mathematics More" Real"?. *For the learning of mathematics*, *13*(2), 12-17.

Boaler, J. & Staples, M. (2008). *Creating mathematical futures through an equitable teaching approach: The case of Railside School.* The Teachers College Record, 110(3), 608–645.

Boesen, J., Helenius, O., Bergqvist, E., Bergqvist, T., Lithner, J., Palm, T., & Palmberg, B. (2014). Developing mathematical competence: From the intended to the enacted curriculum. *The Journal of Mathematical Behavior*, *33*, 72-87.

Boesen, J., Lithner, J., & Palm, T. (2018). Assessing mathematical competencies: an analysis of Swedish national mathematics tests. *Scandinavian Journal of Educational Research*, *62*(1), 109-124.

Bokar, A. (2013). Solving and reflecting on real-world problems: their influences on mathematical literacy and engagement in the eight mathematical practices. *Ohio University*.

Bowers, J., Cobb, P., & McClain, K. (1999). The evolution of mathematical practices: A case study. *Cognition and instruction*, *17*(1), 25-66

Bratti, M., Checchi, D., & Filippin, A. (2007). Geographical Differences In Italian Students' mathematical Competencies: Evıdence From PISA 2003. *Giornale degli Economisti e Annali di Economia*, 299-333.

Breakspear, S. (2012). *The policy impact of PISA: An exploration of the normative effects of international benchmarking in school system performance*. OECD Education Working Papers, No. 71. OECD Publishing: Paris.

Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics* (N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland, & V. Warfield, Trans.). Dordrecht, Netherlands: Kluwer.

Brown, A. L. (1992). Design Experiments: Theoretical and methodological challenges in creating complex ınterventions in classroom settings, *The Journal of the Learning Sciences*, 2(2), 141-178.

Brown, B., & Schäfer, M. (2006). Teacher education for mathematical literacy: A modelling approach. *Pythagoras*, (64), 45-51.

Brown, R. (2017). Using collective argumentation to engage students in a primary mathematics classroom. *Mathematics Education Research Journal, 29*(2), 183-199.

Bubp, K. M. (2014). *To prove or disprove: The use of intuition and analysis by undergraduate students to decide on the truth value of mathematical statements and construct proofs and counterexamples* (Doctoral dissertation, Ohio University).

Burkhardt, H., & Swan, M. (2017). Design and development for large-scale improvement. In *Proceedings of the 13th International Congress on Mathematical Education* (pp. 177-200). Springer, Cham.

Bybee R.W. (1997). *Achieving scientific literacy: from purposes to practices*, Portsmouth, NH, Heinmann Publishing, pp. 82-86.

Bybee, R. W., Taylor, J. A., Gardner, A., Van Scotter, P., Powell, J. C., Westbrook, A., & Landes, N. (2006). The BSCS 5E instructional model: Origins and effectiveness. *Colorado Springs, Co: BSCS*, *5*, 88-98.

Bybee, R. W. (2015). 5E instructional model: Creating teachable moments. *Arlington, VA.*

Can, A. (2019). *SPSS ile bilimsel araştırma sürecinde nicel veri analizi*. Ankara: Pegem Akademi.

Capone, R., Adesso, M. G., Del Regno, F., Lombardi, L., & Tortoriello, F. S. (2020). Mathematical competencies: a case study on semiotic systems and argumentation in an Italian High School. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 1-16.

Chapman, O. (2013). Mathematical-task knowledge for teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *16*(1), 1-6.

Chen, Z., & Klahr, D. (1999). All other things being equal: Children's acquisition of the 4 control of variables strategy. *Child Development, 70*, 1098–1120.

Chomsky, N. (1977). *Essays on form and interpretation*. New York: North-Holland.

Christensen, L. B., Johnson, R. B., ve Turner, L. A. (2014). *Research methods design and analysis* (12. baskı). Pearson Education.

Clement, J. (2000). Model based learning as a key research area for science education. *International Journal of Science Education*, *22*(9), 1041-1053.

Cobb, P., Yackel, E., & McCain, K. (2000). *Symbolizing and communicating in mathematics classrooms: Perspectives on discourse, tools, and instructional design*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Cobb, P., Confrey, J., Disessa, A., Lehrer, R., & Schauble, L. (2003). Design experiments in educational research, *Educational Researcher*, 32(1), 9-13.

Cobb, P., Stephan, M., McClain, K., & Gravemeijer, K. (2011). Participating in classroom mathematical practices. In E. Yackel, K. Gravemeijer, & A. Sfard (Eds.), A journey in mathematics education research. Insights of the work of Paul Cobb (pp. 117–167). London: Springer.

Collins, A. (1992). *Toward A Design Science of Education*. New Directions in Educational Technology. Edt: Scanlon, E., O'Shea, T. New York: Springer.

Colwell, J., & Enderson, M. C. (2016). "When I hear literacy": Using pre-service teachers' perceptions of mathematical literacy to inform program changes in teacher education. *Teaching and Teacher Education*, *53*, 63-74.

Conner, A., Singletary, L. M., Smith, R. C., Wagner, P. A., & Francisco, R. T. (2014). Teacher support for collective argumentation: A framework for examining how teachers support students' engagement in mathematical activities. *Educational Studies in Mathematics*, *86*(3), 401-429.

Council of Australian Governments Reform Council. (2009). National education agreement: baseline performance report for 2008. https://www.voced.edu.au/content/ngv:35877

Creswell, J. W., & Plano Clark, V. L. (2011). *Designing and conducting mixed methods research*, (2nd ed.), Thousand Oaks, CA: Sage.

Creswell, J. W. (2012). *Research design: Qualitative, guantitative and mixed methods approaches*. Thousand Oaks, CA: Sage.

Csíkos, C., & Verschaffel, L. (2011). Mathematical literacy and the application of mathematical knowledge. In B. Csapó & M. Szendrei (Eds.), *Framework for diagnostic assessment of mathematics* (pp. 57–93). Budapest: Nemzeti Tankönyvkiadó.

Çepni, S. (2012). *Araştırma ve proje çalışmalarına giriş* (6. Baskı). Celepler Matbaacılık: Trabzon.

Çokluk, Ö., Şekercioğlu, G. ve Büyüköztürk, Ş. (2010). *Çok değişkenli istatistik SPSS ve LISREL uygulamaları* (Birinci baskı). Ankara: Pegem Akademi Yayınları.

Dagys, D. (2017). Theoretical Inquiry-Based Learning Insights on Natural Science Education: from the Source to 5E Model. *Pedagogika*, *126*(2), 83-98.

Darr, C. W. (2012). Measuring student engagement: The development of a scale for formative use. In *Handbook of research on student engagement* (pp. 707-723). Springer US.

De Lange, J. (2003). Mathematics for literacy. *Quantitative literacy: Why numeracy matters for schools and colleges*, *80*, 75-89.

Demir, G. & Akar Vural, R. (2017). Ortaöğretim matematik programının hedeflediği matematiksel yeterlilik ve becerilerinin kazandırılma sürecinin öğretmen görüşleri temelinde incelenmesi, *Adnan Menderes Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, *4*(1).

Doolittle, P. (1999). Constructivism and Online Education. Available online: http://edpsychserver.ed.vt.edu/workshops/tohe1999/text/doo2s.doc

Doyle, W. (1988). Work in mathematics classes: The context of students' thinking during instruction. *Educational psychologist*, *23*(2), 167-180.

Doyle, K. (2007). The teacher, the tasks: Their role in students’ mathematical literacy. In J. Watson & K. Beswick (Eds.), *Mathematics: Essential research, essential practice. Vol. 1-2. Proceedings of the 30th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (pp. 246-254). Adelaide, Australia: MERGA.

Drabekova, Svecova & Rumanova, (2014). How To Create Tasks From Mathematical Literacy. Nitra: Constantine The Philosopher University.

Dreyfus, T., Hershkowitz, R., & Schwarz, B. (2001). Abstraction in context II: The case of peer ınteraction, *Cognitive Science Quarterly*, 1(3), 307-368.

Dreyøe, J., Larsen, D. M., Hjelmborg, M. D., Michelsen, C., & Misfeldt, M. (2018). Inquiry-based learning in mathematics education: important themes in the literature. *Nordic Research in Mathematics Education, 329*.

Edge, D. L. (2009). *Math literacy: The relationship of algebra, gender, ethnicity, socioeconomic status, and AVID enrollment with high school math course completion and college readiness*. University of North Texas.

Edwards, E. L., Nichols, E. D., & Sharpe, G. H. (1972). Mathematical competencies and skills essential for enlightened citizens. *The Arithmetic Teacher*, 601-607.

Eichelmann, A., Narciss, S., Faulhaber, A., & Melis, E. (2008). Analyzing computer-based fraction tasks on the basis of a two-dimensional view of mathematics competences. In *Beyond knowledge: The legacy of competence* (pp. 125-134). Springer, Dordrecht.

Eisenkraft, A. (2003). Expanding the 5E model. *Science Teacher-Washington-*, *70*(6), 56-59.

Ekert, S., Rotthowe, L., & Weiterer, B. (2012). Training modules-competence and outcome orientation in educational provision within the transitional sector. *Berufsbildung in Wissenschaft und Praxis*, *4*, 28-31.

Ellerton, N. F. (2013). Engaging pre-service middle-school teacher-education students in mathematical problem posing: development of an active learning framework. *Educational Studies in Mathematics*, *83*(1), 87-101.

EMS. (2011). Do theorems admit exceptions? Solid findings in mathematics education on empirical proof schemes. *Newsletter of the European Mathematical Society*, 81, 50–53.

Epstein, R. M., & Hundert, E. M. (2002). Defining and assessing professional competence. *Jama*, *287*(2), 226-235.

Erbaş, A. K., Çetinkaya, B. & Çakıroğlu, E. (2013). *Ortaöğretim Matematik Eğitiminde Matematiksel Modelleme: Hizmet İçi ve Hizmet Öncesi Öğretmen Eğitimi.* TÜBİTAK. https://app.trdizin.gov.tr/publication/project/detail/TVRReU5qRXg

Erbaş, A. K., Kertil, M., Çetinkaya, B., Çakıroğlu, E., Alacacı, C., & Baş, S. (2014). Matematik eğitiminde matematiksel modelleme: Temel kavramlar ve farklı yaklaşımlar [Mathematical modeling in mathematics education: Basic concepts and approaches]. Educational Sciences: Theory and Practice, 14(4), 1607–1627.

Ericsson, K.A., & Simon, H.A. (1993). *Protocol analysis: Verbal reports as data*, (rev. ed.). Cambridge, MA: MIT Press.

Erkek, Ö. (2017). *An Analysis of prospective middle school mathematics teachers ‘argumentation structures in technology and paper-pencil environments* (Doctoral dissertation, Doctoral dissertation). Middle East Technical University, Ankara).

Erkek, Ö., & Işıksal Bostan, M. (2019). Prospective middle school mathematics teachers' global argumentation structures. *International Journal of Science and Mathematics Education, 17*(3), 613-633.

Farlow Morris, K., & Speiser, B. (2010). Probing for reasons: Presentations, questions, phases. *The Journal of Mathematical Behavior, 29*(3), 125-144.

Ferri, R. B. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *ZDM*, *38*(2), 86-95.

Finn, J. D., & Zimmer, K. S. (2012). Student engagement: What is it? Why does it matter?. In *Handbook of research on student engagement* (pp. 97-131). Springer US.

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task.* Dordrecht, The Nedherlands:D. Reidel Publishing Company.

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education. Chine lectures.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Frith, V., & Prince, R. (2006). Reflections on the role of a research task for teacher education in data handling in a mathematical literacy education course. *Pythagoras*, *12*(Dec 2006), 52-61.

Gainsburg, J. (2008). Real-world connections in secondary mathematics teaching. Journal of Mathematics Teacher Education, 11, 199–219.

Galbraith, P. (1995). Modelling, teaching, reflecting–what I have learned. *Advances and perspectives in the teaching of mathematical modelling and applications*, 21-45.

Gasteiger, H. (2012). Fostering early mathematical competencies in natural learning situations—Foundation and challenges of a competence-oriented concept of mathematics education in kindergarten. *Journal für Mathematik-Didaktik*, *33*(2), 181-201.

Geiger, V., Goos, M., & Dole, S. (2014). The role of digital technologies in numeracy teaching and learning. *International Journal of Science and Mathematics Education*. Advanced online publication.

Geiger, V., Goos, M., & Forgasz, H. (2015). A rich interpretation of numeracy for the 21st century: A survey of the state of the field. *ZDM*, *47*(4), 531-548.

Geiger, V., Forgasz, H., & Goos, M. (2015). A critical orientation to numeracy across the curriculum. *Zdm*, *47*(4), 611-624.

Geiger, V., Stillman, G., Brown, J., Galbriath, P., & Niss, M. (2018). Using mathematics to solve real world problems: the role of enablers. *Mathematics Education Research Journal*, *30*(1), 7-19.

Gellert, U. (2004). Didactic material confronted with the concept of mathematical literacy. *Educational Studies in Mathematics*, *55*(1), 163-179.

Goldin, G. A. (1997). Chapter 4: Observing mathematical problem solving through task-based interviews. *Journal for Research in Mathematics Education. Monograph*, 40-177.

Goldin, G. A. (2000). A Scientific Perspective on Structured, Task-Based Interview in Mathematics Education Research. In A. Kelly & R. Lesh (Eds.), *Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education*. Mahwah: Lawrence Erlbaum, 517-545.

Goldman, S. R., & Hasselbring, T. S. (1997). Achieving meaningful mathematics literacy for students with learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, *30*(2), 198-208.

Goldston, M. J., Day, J. B., Sundberg, C., & Dantzler, J. (2010). Psychometric analysis of a 5E learning cycle lesson plan assessment instrument. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *8*(4), 633-648.

Goos, M., Geiger, V., & Dole, S. (2014). Transforming professional practice in numeracy teaching. In Y. Li, E. Silver, & S. Li (Eds.), *Transforming mathematics instruction: multiple approaches and practices* (pp. 81–102). New York: Springer.

Gould, H., & Wasserman, N. H. (2014). Striking a balance: Students’ tendencies to oversimplify or overcomplicate in mathematical modeling. *Journal of Mathematics Education at Teachers College*, *5*(1).

Gravemeijer, K. (1990). Context problems and realistic mathematics education. In K. Gravemeijer, M. van den Heuvel, & L. Streefland (Eds.), *Contexts, free productions, tests and geometry in realistic mathematics education* (pp. 10–32). Utrecht, The Netherlands: The Freudenthal Institute.

Gravemeijer, K., & Doorman, M. (1999). Context problems in realistic mathematics education: A calculus course as an example. *Educational studies in mathematics*, *39*(1-3), 111-129.

Gravemeijer, K. (2002). Preamble: From models to modeling. In *Symbolizing, modeling and tool use in mathematics education* (pp. 7-22). Springer, Dordrecht.

Gravemeijer, K., & Cobb, P. (2006). Design research from a learning design perspective. *Educational Design Research*. Edts: Van Den Akker, J., Gravemeijer, K., Mckenney, S., Nieveen, N. New York: Routledge.

Green, S. B. and Salking, N.J. (2008). *Using SPSS for Windows and Macintosh: Analyzing and understanding data.* 5th edition, Pearson International Edition.

Greeno, J. G., & Gresalfi, M. S. (2008). Opportunities to learn in practice and identity. In P. A. Moss, D. C. Pullin, J. P. Gee, E. H. Haertel, & L. J. Young (Eds.), *Assessment, equity, and opportunity to learn* (pp. 170–199). Cambridge University Press.

Greer, B. (1997). Modelling reality in mathematics classrooms: The case of word problems. *Learning and instruction*, *7*(4), 293-307.

Gresalfi, M., Martin, T., Hand, V., & Greeno, J. (2009). Constructing competence: An analysis of student participation in the activity systems of mathematics classrooms. *Educational studies in mathematics*, *70*(1), 49-70.

Gurat, M. G., & de Gracia, R. S. (2016). Predictors of Students' Competence in Applying Mathematics in Real World Problems. *Journal of Studies in Social Sciences*, *15*(2).

Güneş, G. ve Gökçek, T. (2013). Öğretmen adaylarının matematik okuryazarlık düzeylerinin belirlenmesi. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 20, 70-79.

Harel, G., & Sowder, L. (2005). Advanced mathematical-thinking at any age: Its nature and its development. *Mathematical thinking and learning*, *7*(1), 27-50.

Hartig, J., & Klieme, E. (2006). Competence and competence diagnosis. In K. Schwei- zer (Ed.), *Leistung und Leistungsdiagnostik* [Performance and assessment of performance] (pp. 127–143). Berlin: Springer- Verlag.

Hartig, J., Klieme, E., & Leutner, D. (Eds.). (2008). *Assessment of competencies in educational contexts*. Hogrefe Publishing.

Heiss, E. D., Obourn, E. S. & Hoffman, C. W. (1950). *Modern Science Teaching*. New York, Macmillan.

Helme, S., & Clarke, D. (2001). Identifying cognitive engagement in the mathematics classroom. *Mathematics Education Research Journal*, *13*(2), 133-153.

Heng, M. A., & Sudarshan, A. (2013). "Bigger number means you plus!"—Teachers learning to use clinical interviews to understand students' mathematical thinking. *Educational Studies in Mathematics*, *83*(3), 471-485.

Hickson, L., & Khemka, I. (2013). Problem solving and decision making. *The Oxford handbook of positive psychology and disability*, 198-225.

Heibert, J., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics. Mahwah, N.J.: Lawrence Erlbaum

Hiebert, J. (1986). *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics*. Routledge.

Hiebert, J., & Wearne, D. (1993). Instructional tasks, classroom discourse, and students' learning in second-grade arithmetic. *American educational research journal*, *30*(2), 393-425.

Hiebert, J. (2003). What research says about the NCTM standards. In J. Kilpatrick, W. G. Martin, & D. Schifter (Eds.), *A research com- panion to Principles and Standards for School Mathematics* (pp. 5–23). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Hiebert, J., Gallimore, R., Garnier, H., Givvin, K., Hollingsworth, H., Jacobs, J., … Stigler, J. (2003). *Teaching mathematics in seven countries: Results from the TIMSS 1999 video study*. NCES 2003–013. Washington: National Center for Education Statistics.

Hilton, A., Hilton, G., Dole, S., & Goos, M. (2013). Development and application of a two-tier diagnostic instrument to assess middle-years students' proportional reasoning. *Mathematics Education Research Journal*, *25*(4), 523-545."

Højgaard, T. (2009). Competencies, skills and assessment. In *Crossing divides: Proceedings of the 32nd annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (Vol. 1, pp. 225-231).

Højgaard, T., Bundsgaard, J., Elmose, S., & Sølberg, J. (2010). Competency objectives in practice—the pre-analysis for the project KOMPIS. *MONA*, *3*, 7–29.

Højgaard, T. (2012). Competencies and the fighting of syllabusitis. In *ICME* (Vol. 12, pp. 6412-6420).

Højgaard, T., & Jankvist, U. T. (2015). Educating mathematics teacher educators: a competency-based course design. *Nordic research in mathematics education*, 81-90.

Højgaard, T. (2016). University Mathematics Education, Competencies and the Fighting of Syllabusitis. *Vi Seminario De Matemática Educativa, Fundamentos De Matemática Universitaria*.

Højgaard, T., & Sølberg, J. (2018). Competencies, curricula and interdisciplinarity: An analysis of a curriculum development process in mathematics and science education. *Mathematics as a Bridge Between the Disciplines*, 45.

Højgaard, T. (2019). Competencies and textbook development: A three-dimensional content model enacted in the danish textbook series matematrix for grades k–9. *Mathias Hattermann Paderborn University, Germany*, 197.

Höfer, T., & Beckmann, A. (2009). Supporting mathematical literacy: examples from a cross-curricular project. *ZDM*, *41*(1-2), 223-230.

Hume, A. (2009). Promoting higher levels of reflective writing in student journals. *Higher Education Research & Development*, 28(3), 247- 260.

Inagaki, K., Hatano, G., & Morita, E. (1998). Construction of mathematical knowledge through whole-class discussion. *Learning and Instruction, 8*(6), 503-526.

Jablonka, E. (2003). Mathematical literacy. In *Second international handbook of mathematics education* (pp. 75-102). Springer Netherlands.

Jackson, K., Garrison, A., Wilson, J., Gibbons, L., & Shahan, E. (2013). Exploring relationships between setting up complex tasks and opportunities to learn in concluding whole-class discussions in middle-grades mathematics instruction. *Journal for Research in Mathematics Education*, *44*(4), 646-682.

Jankvist, U. T., & Kjeldsen, T. H. (2011). New avenues for history in mathematics education: Mathematical competencies and anchoring. *Science & education*, *20*(9), 831-862.

Jankvist, U. T., & Misfeldt, M. (2015). CAS-induced difficulties in learning mathematics?. *For the Learning of Mathematics*, *35*(1), 15-20.

Jankvist, U. T., & Niss, M. (2015). A framework for designing a research-based "maths counsellor" teacher programme. *Educational Studies in Mathematics*, *90*(3), 259-284.

Jankvist, U. T., Geraniou, E., & Misfeldt, M. (2018). The KOM framework's aids and tools competency in relation to digital technologies: a networking of theories perspective. In *Mathematics Education in the Digital Age (MEDA)* (pp. 123-130). Københavns Universitet.

Jaworski, B. (2012). Mathematical competence framework: An aid to identifying understanding? In C. Smith (Ed.), Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics, 32(3), 103-109.

Jaworski, B. (2013). Mathematical understanding and its relation to design of teaching. In *Proceedings of the 8th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education. Antalya, Turkey: CERME.*

Jensen, T. H. (2007). Assessing mathematical modelling competency. *2007). Mathematical Modeling (ICTMA 12): Education, Engineering and Economics*, 141-148.

Johnson, H., Watson, P. A., Delahunty, T., McSwiggen, P., & Smith, T. (2011). What it is they do: Differentiating knowledge and literacy practices across content disciplines. *Journal of Adolescent & Adult Literacy*, *55*(2), 100-109.

Kaiser, G. & Willander, T. (2005). Development of mathematical literacy: Results of an empirical study. Teaching Mathematics and its Applications, 24(2-3), 48-60.

Kaiser, G., & Brand, S. (2015). Modelling competencies: Past development and further perspectives. In *Mathematical modelling in education research and practice* (pp. 129-149). Springer, Cham.

Karplus, R. (1977). Science teaching and the development of reasoning, Jour*nal of Research in Science Teaching*, 14: 169—175.

Kaur, B. (2010). Mathematical tasks from Singapore classrooms. In Y. Shimizu, B. Kaur, R. Huang & D. Clarke (Eds.), *Mathematical tasks in classrooms around the world* (pp. 15–33). Rotterdam: Sense Publishers.

Kelly, A. (2004). Design research in education: Yes, but is it methodological?, *The Journal of the Learning Sciences*, 13(1), 115-128.

Kenealy, KR. (2013). *The Effects of The 5e Learning Cycle On Understanding High School Biology*. Montana: Montana State University.

Khaerunisak, K., Kartono, K., Hidayah, I., & Fahmi, A. Y. (2017). The analysis of diagnostic assessment result in PISA mathematical literacy based on students self-efficacy in RME learning. *Infinity Journal*, *6*(1), 77-94.

Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics* (Vol. 2101). National research council (Ed.). Washington, DC: National Academy Press.

Kilpatrick, J. (2014). Competency frameworks in mathematics education. *Encyclopedia of mathematics education*, 85-87.

Kirschner, P., Sweller, J., & Clark, R. (2006). Why minimal guidance during instruction does not work: An analysis of the failure of constructivist, discovery, problem-base, experiential, and inquiry-based teaching. *Educational Psychologist, 41*(2), 75–86.

Kissane, B. (2012). Numeracy: connecting mathematics. In *Reasoning, Communication And Connections In Mathematics: Yearbook 2012, Association of Mathematics Educators* (pp. 261-287).

Klahr, D., & Nigam, M. (2004). The equivalence of learning paths in early science instruction: Effects of direct instruction and discovery learning. *Psychological Science, 15*, 661–667.

Klieme, E., Funke, J., Leutner, D., Reimann, P., & Wirth, J. (2001). Problem solving as general competence? Design and first results of performance assessment at schools. *Zeitschrift für Pädagogik*, *47*, 179–200.

Knoblauch, H., Schnettler, B., & Raab, J. (2006). Video analysis: methodological perspectives of interpretive audiovisual analysis in social research. In: Knoblauch H, Schnettler B, Raab J and Soeffner H-G (eds) *Video Analysis: Methodology and Methods.* Frankfurt am Main: Peter Lang, pp. 9–26.

Koeppen, K., Hartig, J., Klieme, E., & Leutner, D. (2008). Current issues in competence modeling and assessment. *Zeitschrift für Psychologie/Journal of Psychology*, *216*(2), 61-73.

Koichu, B., & Harel, G. (2007). Triadic interaction in clinical task-based interviews with mathematics teachers. *Educational Studies in Mathematics*, *65*(3), 349-365.

Kramarski, B., & Mizrachi, N. (2004). Enhancing mathematical literacy with the use of metacognitive guidance in forum discussion. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, *3*, 169-176.

Krummheuer, G. (1995). The ethnology of argumentation. In P. Cobb & H. Bauersfeld (Eds.), The emergence of mathematical meaning: Interaction in clasroom cultures (p.29-269). Hilsdale, NJ: Erlbaum.

Krummheuer, G. (2000). Mathematics learning in narrative classroom cultures: Studies of argumentation in primary mathematics education. *For the learning of mathematics*, *20*(1), 22-32.

Krauss, S., Baumert, J., & Blum, W. (2008). Secondary mathematics teachers' pedagogical content knowledge and content knowledge: Validation of the COACTIV constructs. *Zdm*, *40*(5), 873-892.

Kulikowich, J. M., & DeFranco, T. C. (2003). Philosophy's role in characterizing the nature of educational psychology and mathematics. *Educational Psychologist*, *38*(3), 147-156.

Kurnaz, M.A. & Çalık, M. (2008). Using different conceptual change methods embedded within the 5e model: A sample teaching for heat and temperature. Journal of Physics Teacher Education Online, 5(1), 3-6.

Kyriacou, C. (1992). Active learning in secondary school mathematics. *British Educational Research Journal*, *18*(3), 309-318.

Laursen, S. L., Hassi, M. L., Kogan, M., & Weston, T. J. (2014). Benefits for women and men of inquiry-based learning in college mathematics: A multi-institution study. *Journal for Research in Mathematics Education*, *45*(4), 406-418.

Lengnik, K. (2005). Reflecting mathematics: an approach to achieve mathematical literacy. *ZDM*, *37*(3), 246-249.

Leong, K. E., & Tan, J. Y. (2020). Exploring Secondary Students' Modelling Competencies. *The Mathematics Enthusiast*, *17*(1), 85-107.

Lesh, R. E., & Doerr, H. M. (2003). *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching*. Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

Leutner, D., Fleischer, J., Spoden. C., & Wirth, J. (2007). *Schulrückmeldungen in landesweiten Lernstandserhebungen-Das Beispiel Lernstand 8 in NRW. Präsentation bei der 7. Tagung Empiriegestützte Schulentwicklung in Mainz*. Landau: Universität Koblenz-Landau.

Liakos, Y. (2016). Mathematical Modelling and Mathematical Competencies: The case of Biology students. http://sigmaa.maa.org/rume/crume2017/Abstracts_Files/Papers/67.pdf

Liakos, Y., & Viirman, O. (2017). The development of biology students' mathematical competencies through mathematical modelling–exploring the potential of an analytical tool.

Liakos, I. E., Rogovchenko, S., & Rogovchenko, Y. (2018). A new tool for the assessment of the development of students' mathematical competencies. The 19th SEFI Mathematics Working Group Seminar on Mathematics in Engineering Education, Portugal.

Lincoln, Y., & Guba, E. (1985). *Naturalistic inquiry*. Newbury Park, CA: Sage.

Lincoln, Y. S., Lynham, S. A., & Guba, E. G. (2011). Paradigmatic controversies, contradictions, and emerging confluences, revisited. *The Sage handbook of qualitative research*, *4*, 97-128.

Lithner, J. (2000). Mathematical reasoning in school tasks. *Educational studies in Mathematics*, *41*(2), 165-190.

Lithner, J. (2008). A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, *67*(3), 255-276.

Lithner, J., Bergqvist, E., Bergqvist, T., Boesen, J., Palm, T., & Palmberg, B. (2010). Mathematical competencies: A research framework. In *The seventh mathematics education research seminar, Stockholm, January 26-27, 2010* (pp. 157-167). Svensk förening för matematikdidaktisk forskning, SMDF.

Loong, E., Vale, C., Widjaja, W., Herbert, S., Bragg, L. A., & Davidson, A. (2018). Developing a Rubric for Assessing Mathematical Reasoning: A Design-Based Research Study in Primary Classrooms. *Mathematics Education Research Group of Australasia*.

Lord, F. M., & Novick, R. (1968). *Statistical theories of mental test scores.* Reading MA: Addison- Wesley.

Maaß, K. (2004). Mathematisches modellieren im unterricht—Ergebnisse einer empirischen studie. *Journal für Mathematik-Didaktik*, *25*(2), 175-176.

Maaß, K. (2006). What are modelling competencies?. *ZDM*, *38*(2), 113-142.

Machaba, F., & Mwakapenda, W. (2017). Implications of differences and similarities of mathematics and mathematical literacy. *International Journal of Educational Sciences*, *17*(1-3), 148-160.

Madison, B. L., & Steen, L. A. (Eds.). (2003). *Quantitative literacy: Why numeracy matters for schools and colleges*. Woodrow Wilson Natl Foundation.

Maher, M. L., Paulini, M., & Murty, P. (2011). Scaling up: From individual design to collaborative design to collective design. In *Design Computing and Cognition'10* (pp. 581-599). Springer, Dordrecht.

Maher, C., Sigley, R., & Davis, R. (2014). Task-Based Interviews in Mathematics Education. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education*. Dordrecht: Springer, 579-582.

Marks, H. M. (2000). Student engagement in instructional activity: Patterns in the elementary, middle, and high school years. *American Educational Research Journal*, *37*(1), 153-184.

Marshall, J. C., Horton, B., & Smart, J. (2009). 4E× 2 instructional model: Uniting three learning constructs to improve praxis in science and mathematics classrooms. *Journal of Science Teacher Education*, *20*(6), 501-516.

Mbekwa, M. (2006). Teachers' views on mathematical literacy and on their experiences as students of the course. *Pythagoras*, *2006* (63), 22-29.

McCrone, S. S. ve Dossey, J. A. (2007). Mathematical literacy - it's become fundamental. Principal Leadership, 7(5), 32-37.

McHenry, N., & Borger, L. (2013). How can teacher-directed professional development lead to the ıdentification, utilization, reflection on, and revision of 5e learning progressions?. *Electronic Journal of Science Education*, *17*(1), n1.

McKenney, S., Nieveen, N., & Van Den Akker, J. (2006). Design Research from A Curriculum Perspective. *Educational Design Research*. Edt: Van Den Akker, J., Gravemeijer, K., Mckenney, S., Nieveen, N. New York: Routledge.

McKenney, S., & Reeves, T. C. (2013). Systematic review of design-based research progress: Is a little knowledge a dangerous thing?, *Educational Researcher*, 42(2), 97-100.

McLoughlin, M. P. M. M. (2009). Inquiry-Based Learning: An Educational Reform Based upon Content-Centred Teaching. *Online Submission*. Paper presented at: Annual Meeting of the Mathematics Association of America; Washington, DC.

Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook*. Sage Pub.

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB), (2018a). Matematik dersi öğretim programı (ilkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar). Ankara.

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB), (2018b). 2023 Eğitim Vizyonu. *Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı*.

Moon, J. A. (2002). *The module & programme development handbook: a practical guide to linking levels, learning outcomes & assessment*. Psychology Press.

Mosher, C. A. (2015). *Curriculum redesign with an emphasis on mathematical literacy in an 8th grade function unit* (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). The College at Brockport: State University of New York, New York.

Mueller, M., & Maher, C. (2009). Learning to reason in an informal math after-school program. *Mathematics Education Research Journal*, *21*(3), 7-35.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1989). C*urriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, Va: NationalCouncil of Mathematics Teachers.

Nelissen, J. M. C. & Tomic, W. (1998). Representations in mathematics education. ERIC Document Reproduction Service No. ED428950.

Neumann, I., Duchhardt, C., Grüßing, M., Heinze, A., Knopp, E., & Ehmke, T. (2013). Modeling and assessing mathematical competence over the lifespan. *Journal for Educational Research Online/Journal für Bildungsforschung Online*, *5*(2), 80-109.

Newmann, F., Wehlage, G., & Lamborn, S. (1992). The significance and sources of student engagement. In *Student engagement and achievement in American secondary schools,* (pp. 11-39).

Nilsen, T., Angell, C., & Grønmo, L. S. (2013). Mathematical competencies and the role of mathematics in physics education: A trend analysis of TIMSS Advanced 1995 and 2008. *Acta Didactica Norge*, *7*(1), Art-6.

Niss, M., & Jensen, T. H. (2002). *Kompetencer og matematiklæring—ideer og inspira- tion til udvikling af matematikundervisning i Danmark*. Undervisningsministeriet. Uddannelsesstyrelsens temahæfteserie nr. 18. English translation of title: Competencies and Learning of Mathematics—Ideas and Inspiration for the Development of Mathematics Education in Denmark.

Niss, M. (2003). Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish KOM project. In *3rd Mediterranean conference on mathematical education* (pp. 115-124).

Niss, M. (2004). The Danish KOM project and possible consequences for teacher education. In *Educating for the future. Proceedings of an international symposium on mathematics teacher education* (pp. 179-190).

Niss, M., Blum, W. & Galbraith, P. (2007). Introduction. In W. Blum, P. Galbraith, H. Henn & M. Niss (Eds.), Modeling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study (pp. 3-32). New York: Springer.

Niss, M. (2010). Modeling a crucial aspect of students' mathematical modeling. In *Modeling students' mathematical modeling competencies* (pp. 43-59). Springer, Boston, MA.

Niss, M. & Højgaard, T. (2011). *Competencies and Mathematical Learning*. Roskilde University.

Niss, M. (2011) "Competencies and Mathematical Learning Ideas and inspiration for the development of mathematics teaching and learning in Denmark.", *IMFUFA, Roskilde*.

Niss, M., & Jablonka, E. (2014). *Mathematical literacy*. IN: Lerman, S.(ed.) Encyclopedia of Mathematics Education.

Niss, M. (2015). *Mathematical competencies and PISA*. In K. Stacey, & R. Turner (Eds.), Assessing mathematical literacy: The PISA experience (pp. 35-56). New York, Springer.

Niss, M., Bruder, R., Planas, N., Turner, R., & Villa-Ochoa, J. A. (2016). Survey team on: conceptualisation of the role of competencies, knowing and knowledge in mathematics education research. *ZDM*, *48*(5), 611-632.

Niss, M., Bruder, R., Planas, N., Turner, R., & Villa-Ochoa, J. A. (2017). Conceptualisation of the role of competencies, knowing and knowledge in mathematics education research. In *Proceedings of the 13th International Congress on Mathematical Education* (pp. 235-248). Springer, Cham.

Niss, M., & Højgaard, T. (2019). Mathematical competencies revisited. *Educational Studies in Mathematics*, 1-20.

Northwest Regional Educational Laboratory. (2006). About 6+1 Traits writing. http://www.thetraits.org/about.php

OECD. (1999). *Measuring student knowledge and skills. A new framework for assesment.* Paris: OECD Publishing.

OECD (2000) *Measuring student knowledge and skills: The PISA assessment of reading, mathematical and scientific literacy*. Paris: OECD.

OECD. (2003). *The PISA 2003 assesment framework – mathematics, reading, science and problem solving knowledge and skills.* Paris: OECD Publishing.

OECD. (2006). *Assessing scientific, reading and mathematical literacy. A framework for PISA 2006.* Paris: OECD Publishing.

OECD. (2009). *PISA 2009 Assesment framework. Key competencies in reading, mathematics and science.* Paris: OECD Publishing.

OECD. (2013). *PISA 2012 assessment and analytical framework. Mathematics, reading, science, problem solving and financial literacy.* Paris: OECD Publishing.

OECD. (2016). *PISA 2015 Assessment and analytical framework. Science, reading, mathematics and financial literacy*. Paris: OECD Publishing.

Ojose, B. (2011). Mathematics literacy: Are we able to put the mathematics we learn into everyday use? *Journal of Mathematics Education*, *4*(1), 89-100.

Oktiningrum W, Zulkardi, & Hartono Y. (2016). Developing PISA-like mathematics task with indonesia natural and cultural heritage as context to assess students' mathematical literacy. *Journal on Mathematics Education* 7, 1-8.

Otting, H., & Zwall, W. (2003). Assessment in a constructivist learning environment. *Retrivied*, *2*, 2004.

Österholm, M. (2018). The role of mathematical competencies in curriculum documents in different countries. In *MADIF11: the eleventh research seminar of the Swedish Society for Research in Mathematics Education, Karlstad, January 23–24, 2018* (pp. 131-140).

Özden, Y. (2005), *Ögrenme ve Ögretme*, Ankara: Pegem A Yayıncılık,

Palm, T., Boesen, J. & Lithner, J. (2011). *Mathematical reasoning requirements in Swedish upper secondary level assessments*. Mathematical Thinking and Learning, 13(3), 221–246.

Palmér, H., Johansson, M., & Karlsson, L. (2018). Teaching for entrepreneurial and mathematical competences: teachers stepping out of their comfort zone. In *Students' and teachers' values, attitudes, feelings and beliefs in mathematics classrooms* (pp. 13-23). Springer, Cham.

Papert, S. (1972). Teaching children to be mathematicians versus teaching about mathematics. *International journal of mathematical education in science and technology*, *3*(3), 249-262.

Patton, M. Q. (2001). *Qualitative evaluation and research methods* (3rd ed.). Thousand Oaks, CA, Sage Publications, Inc.

Paulos, J. A. (2000). *Innumeracy: Mathematical illiteracy and its consequences*. London: Penguin.

Pellegrino, J. W., Chudowsky, N., & Glaser, R. (2001). *Knowing what students know: The science and design of educational assessment*. National Academy Press, 2102 Constitutions Avenue, NW, Lockbox 285, Washington, DC 20055.

Perrenoud, Ph. (1997). *Construire des compétences dès l'école*. Paris : ESF.

Pettersen, A., & Nortvedt, G. A. (2018). Identifying competency demands in mathematical tasks: recognising what matters. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *16*(5), 949-965.

Pettersen, A., & Braeken, J. (2019). Mathematical competency demands of assessment items: a search for empirical evidence. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *17*(2), 405-425.

PIAAC Expert Group in Problem Solving in Technology-Rich Environments. (2009). PIAAC problem solving in technology-rich environments: A conceptual framework.

PRIMAS (2011). *The PRIMAS project: Promoting inquiry-based learning (IBL) in mathematics and science education across Europe*. Available at https://www.nottingham.ac.uk/research/groups/crm e/documents/primas/primas-international-policy- report.pdf. Accessed 18 Şubat 2020.

Polya, G. (1957). *How to solve it?* Gaeden City, New York: Doubleday Company.

RAND Mathematics Study Panel. (2003). *Mathematical proficiency for all students: Toward a strategic research and development program in mathematics education*. Santa Monica.

Rensaa, R. J. (2011). A task based two-dimensional view of mathematical competency used to analyse a modelling task. *International Journal of Innovation in Science and Mathematics Education (formerly CAL-laborate International)*, *19*(2).

Reys, R. E., Suydam, M. N., Lindquist, M. M., & Smith, N.L. (1995). *Helping children learn mathematics*. Boston: Allyn and Bacon.

Ryve, A. (2011). Discourse research in mathematics education: A critical evaluation of 108 journal articles. *Journal for research in mathematics education*, *42*(2), 167-199.

Sáenz, C. (2009). The role of contextual, conceptual and procedural knowledge in activating mathematical competencies (PISA). *Educational Studies in Mathematics*, *71*(2), 123-143.

Sari, F. A., Yandari, I. A. V. & Fakhrudin (2017). The application of problem based learning model to improve mathematical literacy skill and the independent learning of student. In *Journal of physics: Conference series*, *812*(1), 12-13. IOP Publishing.

Sari, R. H. N., & Wijaya, A. (2017). Mathematical literacy of senior high school students in Yogyakarta. *Jurnal Riset Pendidikan Matematika*, *4*(1), 100-107.

Savard, A. (2017). Making Decisions in a Complex World: Teaching How to Navigate Using Mathematics. *Mathematics as a Bridge Between the Disciplines*, 1.

Sawatzki, C., & Sullivan, P. (2018). Shopping for shoes: Teaching students to apply and interpret mathematics in the real world. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *16*(7), 1355-1373.

Schleicher, A. (2007). Can competencies assessed by PISA be considered the fundamental school knowledge 15-year-olds should possess?. *Journal of Educational Change*, *8*(4), 349-357.

Schoenfeld, A. H. (1999). Looking toward the 21st century: Challenges of educational theory and practice. *Educational researcher*, *28*(7), 4-14.

Schoenfeld, A. H. (2002). Making mathematics work for all children: Issues of standards, testing, and equity. *Educational Researcher*, *31*(1), 13-25.

Schoenfeld, A. H. (2010). *How we think: A theory of goal-oriented decision making and its educational applications*. Routledge.

Schorr, R. Y. (2001). A study of the use of clinical interviewing with prospective teachers. In *PME Conference* (Vol. 4, pp. 4-153).

Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge University Press.

Shavelson, R. J., Roeser, R. W., Kupermintz, H., Lau, S., Ayala, C., Haydel, A., ... & Quihuis, G. (2002). Richard E. Snow's remaking of the concept of aptitude and multidimensional test validity: Introduction to the special issue. *Educational Assessment*, *8*(2), 77-99.

Shavelson, R. J. (2010). On the measurement of competency. *Empirical research in vocational education and training*, *2*(1), 41-63.

Shavelson, R. J. (2013). On an approach to testing and modeling competence. *Educational Psychologist*, *48*(2), 73-86.

Shein, P. (2012). Seeing ith t o eyes A teacher s se of gest res in estioning and revoicing to engage nglish lang age learners in the repair of mathematical errors. *Journal for Research in Mathematics Education*, *43*, 182 222.

Shimizu, Y., Kaur, B., Huang, R., & Clarke, D. (2010). The role of mathematical tasks in different cultures. *Mathematical tasks in classrooms around the world* (pp. 1-14). Brill Sense.

Sickel, A. J. (2017). The 5e model as a framework for facilitating multiple teacher Education outcomes. In *Designing and Teaching the Secondary Science Methods Course* (pp. 9-31). Brill Sense.

Solomon, Y. (2009). *Mathematical literacy. Developing identities of inclusion* (1. Baskı.). New York: Routledge.

South African Department of Education (DoE) 2003. *National Curriculum Statement, Grades 10-12 (General): Mathematical Literacy*. Pretoria, SA: DoE.

South African Department of Basic Education (DBE) 2011. *Curriculum and assessment policy statement. Further Education and Training Phase Grades 10-12. Mathematical Literacy*. Pretoria, SA: Government Printing Works. Available at http://www.education.gov.za/LinkClick.aspx?fileti cket=jB/jGQ35UgI=.

Säfström, A. I. (2013). *Exercising mathematical competence: practising representation theory and representing mathematical practice*.

Säljö, R. (1991a): Culture and learning. *Learning and Instruction*, **1**. 3. sz. 179–185.

Säljö, R. (1991b): Learning and mediation: Fitting reality into a table. *Learning and Instruction*, **1**. 3. sz. 261–272.

Speiser, B., Walter, C., & Sullivan, C. (2007). From test cases to special cases: Four undergraduates unpack a formula for combinations. *The Journal of Mathematical Behavior*, *26*(1), 11-26.

Stacey, K. (2015). The international assessment of mathematical literacy: PISA 2012 framework and items. In *Selected regular lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 771-790). Springer, Cham.

Stacey, K., & Turner, R. (2015). The evolution and key concepts of the PISA mathematics frameworks. In *Assessing mathematical literacy* (pp. 5-33). Springer, Cham.

Steen, L. A., Turner, R., & Burkhardt, H. (2007). Developing mathematical literacy. W. Blum., P. L. Galbraith, H-W. Henn, & M. Niiss (Eds.). In *Modelling and applications in mathematics education* (pp. 285-294). New York: Springer.

Stein, M. K., & Lane, S. (1996). Instructional tasks and the development of student capacity to think and reason: An analysis of the relationship between teaching and learning in a reform mathematics project. Educational Research and Evaluation, 2(1), 50-80.

Stein, M. K., Grover, B. W., & Henningsen, M. (1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: An analysis of mathematical tasks used in reform classrooms. *American educational research journal*, *33*(2), 455-488.

Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M., & Silver, E. A. (2000). *Implementing standards-based mathematics instruction: A casebook for professional development*. New York: Teachers College Press.

Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical thinking and learning*, *10*(4), 313-340.

Sternberg, R. J., & Grigorenko, E. L. (2003). Teaching for successful intelligence: Principles, procedures, and practices. *Journal for the Education of the Gifted*, *27*(2-3), 207-228.

Stylianides, A. J., & Harel, G. (2018). *Advances in mathematics education research on proof and proving: An international perspective*. New York, NY: Springer.

Stylianou, D. A. (2011). An examination of middle school students' representation practices in mathematical problem solving through the lens of expert work: Towards an organizing scheme. *Educational Studies in Mathematics*, *76*(3), 265-280.

Sullivan, P., Cheeseman, J., Michels, D., Mornane, A., Clarke, D., Roche, A., et al. (2011). Challenging mathematics tasks: What they are and how to use them. In L. Bragg (Ed.), *Maths is multi-dimensional* (pp. 33–46). Mathematical Association of Victoria.

Swan, M., Turner, R., Yoon, C., & Muller, E. (2007). The roles of modelling in learning mathematics. In *Modelling and applications in mathematics education* (pp. 275-284). Springer, Boston, MA.

Şahin, C., Çalık, M., & Çepni, S. (2009). Using different conceptual change methods embedded within 5E model: Asample teaching of liquid pressure. *Energy Educ Sci Technol Part B*, *1*, 115-125.

Şefik, Ö., & Dost, Ş. (2016). Secondary preservice mathematics teachers' views on mathematical literacy. *Necatibey Faculty of Education Electronic Journal of Science and Mathematics Education*, *10*(2), 320-338.

Tabachnick, B. G., & Fidell L, S. (2000). *Using multivariate statistics*. New York: Harper.

Tai, W. C., & Lin, S. W. (2015). Relationship between problem-solving style and mathematical literacy. *Educational Research and Reviews*, *10*(11), 1480.

Teddlie, C., & Tashakkori, A. (2009). *Foundations of mixed methods research: Integrating quantitative and qualitative approaches in the social and behavioral sciences*. Sage.

Thompson, D. R., & Chappell, M. F. (2007). Communication and representation as elements in mathematical literacy. *Reading & Writing Quarterly, 23(2), 179-196.*

Tinnin, R. (2000). *The effectiveness of a long-term professional development program on teachers' self- efficacy, attitudes, skills, and knowledge using a thematic learning approach* (Unpublished doctoral dissertation). University of Texas at Austin, Austin.

Toulmin, S. (1969). *The uses or argument*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Tout, D., & Spithill, J. (2015). The challenges and complexities of writing items to test mathematical literacy. In *Assessing Mathematical Literacy* (pp. 145-171). Springer, Cham.

Treffers, A. (1993). Wiskobas and Freudenthal: Realistic mathematics education. *Educational Studies in Mathematics, 25*, 89–108.

Turner, R. (2010). Exploring mathematical competencies. *Research Developments*, *24*(24), 5.

Turner, R. & Adams, R. (2012). Some drivers of test item di culty in mathematics: an analysis of the competency rubric. *OECD Programme for International Student Assessment (PISA)*.

Turner, R., Dossey, J., Blum, W., & Niss, M. (2013). Using mathematical competencies to predict item difficulty in PISA: A MEG study. In *Research on PISA* (pp. 23-37). Springer.

Turner, R., Blum, W., & Niss, M. (2015). Using competencies to explain mathematical item demand: A work in progress. *Assessing Mathematical Literacy* (pp. 85-115). Springer.

Turner, R. (2016). Lessons from PISA 2012 about mathematical literacy: An illustrated essay. *PNA, 10*(2), 77–94.

Türk, F. & Çalık, M. (2008). Using different conceptual change methods embedded within 5e model: A sample teaching of endothermic-exothermic reactions. *Asia-Pacific Forum on Science Learning and Teaching,* 9(1), 1-10.

Uysal, E., & Yenilmez, K. (2011). Sekizinci sınıf öğrencilerinin matematik okuryazarlığı düzeyi. *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, *12*(2), 1-15.

Ürey, M. & Çalık, M. (2008). Combining different conceptual change methods within 5E model: A Sample teaching design of 'cell' concept and its organelles. Asia-Pacific Forum on Science Learning and Teaching, 9(2), 1-15.

Vale, C., Widjaja, W., Herbert, S., Bragg, L. A., & Loong, E. Y. K. (2017). Mapping variation in children's mathematical reasoning: the case of 'what else belongs?'. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *15*(5), 873-894.

Valenta, A., Nosrati, M., Åsenhus, R., & Wæge, K. (2014). *Skisse av den "ideelle læreplan i matematikk".* Matematikksenteret - Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen.

Van Den Akker, J., Gravemeijer, K., Mckenney, S., & Nieveen, N. (2006). *Educational Design Research* (1. Basım) New York: Routledge.

Van den Heuvel-Panhuizen, M. (1996). *Assessment and realistic mathematics education* (Doktora tezi). https://dspace.library.uu.nl/handle/1874/1705 adresinden 10 Ocak 2020 tarihinde ulaşılmıştır.

Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2001). *Children Learn Mathematics. A learning-teaching trajectory with intermediate attainment targets for calculation with whole numbers in primary school.* Utrecht: Freudenthal Institute, Rotterdam: Sense Publishers.

Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2003). The didactical use of models in realistic mathematics education: An example from a longitudinal trajectory on percentage. *Educational Studies in Mathematics,* 54, 9-35.

Van den Heuvel-Panhuizen, M., & Drijvers, P. (2014). Realistic mathematics education. In S. Lerman (ed.), *Encyclopedia of mathematics education* (pp. 521-525). Dordrecht: Science+Business Media.

Venkat, H., Graven, M., Lampen, E., Nalube, P., & Chitera, N. (2009). 'Reasoning and reflecting in mathematical literacy. *Learning and Teaching Mathematics*, *2009*(7), 47-53.

Verschaffel, L. (1999). Realistic mathematical modelling and problem solving in the upper elementary school: Analysis and improvement. *Teaching and learning thinking skills. Contexts of learning*, 215-240.

Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (2000). Making sense of word problems. *Lisse, The Netherlands*, *224*, 224.

Vintere, A. (2017). Mathematical Competences And Competence-Based Mathematics Learning For Sustainable Development. In *International scientific conference Rural Development* (pp. 1386-1390).

Vithal, R. (2006). Developing mathematical literacy through project work: A teacher/teaching perspective1. *Pythagoras,* 12, 37-44.

Wagner, J. F., Speer, N. M., & Rossa, B. (2007). Beyond mathematical content knowledge: A mathematician's knowledge needed for teaching an inquiry-oriented differential equations course. *The Journal of Mathematical Behavior, 26*(3), 247-266.

Wedege, T. (2000). Technology, competences and mathematics. In *Perspectives on Adults Learning Mathematics* (pp. 191-207). Springer, Dordrecht.

Weinert, F. E. (2001). Concept of competence: a conceptual clarification. In *Defining and Selecting Key Competencies*, Salganik LH (eds). Hogrefe & Huber: Seattle, WA; 45–65.

Weinert, S., Artelt, C., Prenzel, M., Senkbeil, M., Ehmke, T., & Carstensen, C. H. (2011). 5 Development of competencies across the life span. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, *14*(2), 67-86.

Westera, W. (2001). Competences in education: a confusion of tongues. *Journal of Curriculum studies, 33*(1), 75-88.

Wijayanti, R., & Waluya, S. B. (2018). Analysis of mathematical literacy ability based on goal orientation in model eliciting activities learning with murder strategy. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 983, No. 1, p. 012141). IOP Publishing.

Withee, T., & Lindell, R. (2006). Different views on inquiry: a survey of science and mathematics methods instructors. In *AIP conference proceedings* (Vol. 818, No. 1, pp. 125-128). American Institute of Physics.

Wubbels, T., Korthagen, F., & Broekman, H. (1997). Preparing teachers for realistic mathematics education. *Educational studies in mathematics*, *32*(1), 1-28.

Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for research in mathematics education*, 458-477.

Yıldırım, A., ve Şimşek, H. (2011). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri.* Seçkin Yayıncılık: Ankara.

Yoshinobu, S., & Jones, M. (2013). An overview of inquiry-based learning in mathematics. In J. J. Cochran (Ed.), *Wiley encyclopedia of operations research and management science* (pp. 1–11). Hoboken, NJ: John Wiley & Sons.

EKLER

EK 1

Öğrencilerle Yapılan Klinik Mülakat İçin Matematik Okuryazarlığı Soruları

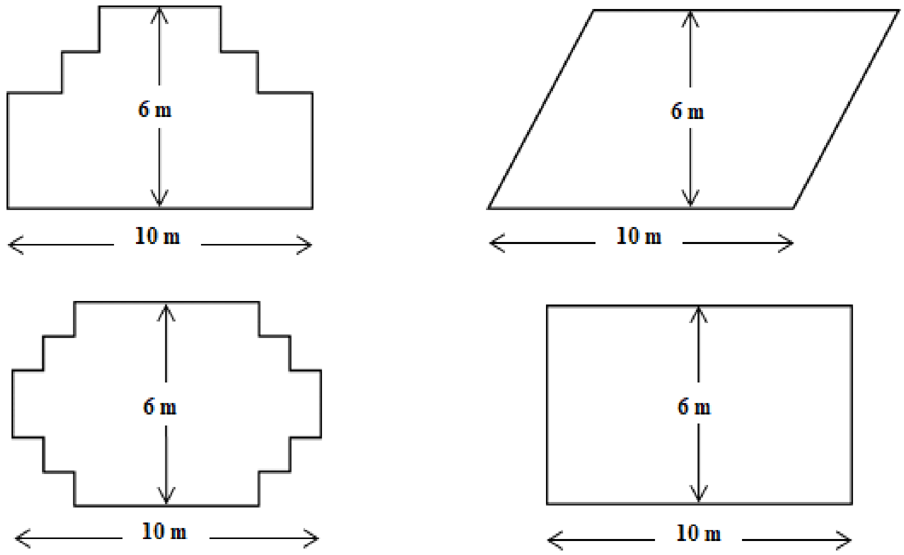
Sazan Balığı

Bir göldeki herhangi bir balık türü, örneğin sazan varlığını tespit edebilmek için izlenen bir yöntem şöyledir: Gölde bir bölgeye ağ atılıyor ve ağa takılan sazanlar işaretlenip tekrar göle bırakılıyor. Diyelim ki 420 sazan yakalandı ve işaretlendi.

Ertesi gün aynı bölgeye aynı saatte tekrar ağ atılıyor ve ağa takılan işaretli balıklar sayılıyor. Diyelim ki atılan ağa takılan 450 sazan balığından 45 tanesinin işaretlenmiş olduğu görülüyor. Bu bilgelere göre göldeki sazan sayısı kaç olabilir?

Marangoz

Bir marangozun 32 metrelik tahtası var. O, bahçe ekim alanının çevresine bir sınır çizgisi yapmak istiyor. Bahçe ekim alanı için aşağıdaki tasarımları düşünmektedir.



Bahçe ekim alanının 32 metrelik tahtayla yapılıp yapılamayacağını göstermek için, her bir tasarım için “Evet” ya da “Hayır’ı” daire içine alınız.

Bahçe ekim alanı	**Bu tasarımı kullanarak, bahçe ekim alanı 32**
Tasarım A	Evet / Hayır
Tasarım B	Evet / Hayır
Tasarım C	Evet / Hayır
Tasarım D	Evet / Hayır

Dersten Alınan Notlar

1) Bir dersten 10 üzerinden alınmış notları 100 üzerinden puanlara dönüştürmek için bir dönüşüm formülü öneriniz

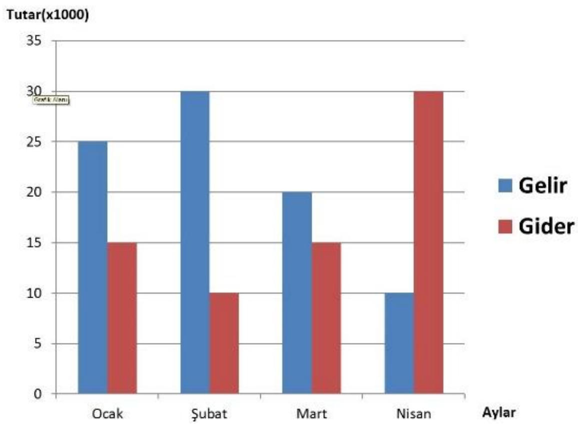
2) Bir dersten 10 üzerinden alınan notlar 3 ile 9 arasında değişmektedir. Bu notları 100 üzerinden alınmış puanlara dönüştürmek için her bir notun 5x+50 ile dönüşümü öneriliyor. Sonuçta en yüksek puan ile en düşük puan arasındaki fark kaç olur?

3) Notlara yapılan 5x+50 dönüşümü zayıf not alan öğrencilerin mi yoksa iyi not alan öğrencilerin mi lehine bir değişikliğe yol açar? Düşüncenizi matematiksel bir gerekçeye dayandırarak açıklayınız.

Gelir-Gider

Yandaki şekilde bir şirketin dört aylık gelir ve giderlerini gösteren grafik verilmiştir.

Grafiğe göre aşağıdaki ifadelerin doğru veya yanlış olduğunu belirleyiniz.



İfadeler	**Doğru**	**Yanlış**
Şirketin giderleri sürekli artmıştır.		
Şirketin zarar ettiği ay nisandır.		
Şirket dört ayda toplam 15 bin kar etmiştir.		
Mart ayındaki giderler, gelirlerin %75'idir.		

EK 2

Öğrencilerle Yapılan Yarı Yapılandırılmış Görüşme Formu

Yarı yapılandırılmış görüşme formu üç boyuttan oluşmaktadır. Üç boyut sırasıyla aşağıda verilmiştir.

Modüller

- Konuların öğretimine ilişkin görüşler

a. Matematik dersinde öğrendiğin konulardan asla unutamayacak olduğun konulara örnek verebilir misin?

b. Matematik dersinde çok hoşlandığın çalışmalara örnek verebilir misin?

- Dönem boyunca her bir konunun öğretimine ilişkin etkinlikler ile ilgili düşünceler

a. Daha önceki matematik derslerinde bu tür etkinlikler hiç yaptınız mı?

b. Yapılan etkinliklerin yönelik en güçlü yönlerini sıralayabilir misin?

c. Yapılan etkinliklerin yönelik en zayıf yönlerini sıralayabilir misin?

d. Etkinliklerin senin konuları öğrenmende nasıl bir etkisi olduğunu düşünüyorsun?

- Matematik okuryazarlığı sorularına yönelik yaklaşım

a. Daha önceki matematik derslerinde bu tür sorular hiç çözdün mü?

b. Matematik okuryazarlığı soruları sana ne gibi katkılar sağladı?

c. Süreç içinde çözdüğümüz okuryazarlık problemleri ile ilgili fikirlerin nasıl değişti?

- Dönem boyunca çözülen problemler ile ders kitabındaki ve diğer kaynak kitaplardaki sorular hakkındaki düşünceler

a. Bu sorular arasında sence ne gibi farklılıklar vardır?

b. Peki, bundan sonraki öğrencilik hayatında bu şekilde etkinlikleri ve matematik okuryazarlığı problemlerini de içinde barındıran derslerin olmasını ister misin? Neden?

Uygulama süreci / öğretim yöntemi

- Geçmişteki matematik derslerini düşündüğünde bu derste sence farklı olan neydi?
- Öğretimde bu iki yöntemden hangisinin kullanılmasını tercih edersin?
- Bu dersin beklediğinden farklı yönleri nelerdi? Sayabilir misin?
- Bu derste olmasını beklediğin ama gerçekleşmeyen şeyler nelerdir? Dönem boyunca derste "keşke şu da olsaydı" dediğin bir şey oldu mu? Örnek verebilir misin?
- Bu dersi diğer matematik derslerinizle karşılaştırdığınızda bu dersin sana göre

a. En güçlü tarafları neydi?

b. En zayıf tarafları neydi?

Genel Sorular

- Matematiğin günlük yaşam üzerindeki rolü üzerine fikirlerini bir iki cümleyle özetleyebilir misin?
- Bu ders, matematiğin günlük yaşamdaki rolü üzerine fikirlerinde nasıl bir etki yaratmıştır?
- Bu okulda sadece sizinle birlikte bu dersi yürüttük. Diğer sınıflardaki arkadaşlarınıza bu derste neler yapıldığını anlatmak istesen kısaca nasıl özetlerdin?

EK 3

Öğretmenlerle Yapılan Yarı Yapılandırılmış Görüşme Formu

Yarı yapılandırılmış görüşme formu dört boyuttan oluşmaktadır. Üç boyut sırasıyla aşağıda verilmiştir.

Matematiksel Yeterlikler

(Problem çözme, muhakeme, matematiksel modelleme, temsil etme, matematiği iletişimde kullanma, sembolik dil ve ifadeleri kullanma, matematiksel araçları kullanma)

- Bu yeterliklerden, anlamanın daha kolay ya da daha zor olduğunu düşündüğünüz herhangi biri var mı?
- Yeterliklerin gelişimi için mevcut öğrenme ortamları sizce yeterli midir?
- Her bir yeterliği ele alalım. Dersler süresince sizce bu yeterlikler ne ölçüde kazandırıldı?
- Bu uygulama öncesindeki matematik derslerinizde matematiksel yeterlikleri geliştirmek üzere nasıl çalışmalar yapıyordunuz? (Sizce yeterli miydi?)
- Yeterliklerin gelişimi için uyguladığımız modüler program dışında yapmayı tercih ettiğiniz bir şeyler var mı?
- Bu yönüyle daha önceki öğretim süreçlerinize göre en büyük farklılık hangi yeterliklerin kazanılmasında ortaya çıktı?
- Özellikle geliştiğini/gelişmediğini düşündüğünüz yeterliklerin neler olduğunu açıklar mısınız?

Modüller

- Ders sürecinde uygulanan modülleri göz önüne alalım. Sizce modüllerin güçlü yanları ve zayıf yönleri nelerdir?
    a. Modüller uygulama süreci, kullanışlılık, öğrenci seviyesine uygunluk açısından değerlendirebilir misiniz? Ek olarak nelere dikkat edilmesini istersiniz?
    b. Modüller aracılığıyla kavramların kazandırılması ve derinleştirilmesi sizce ne ölçüde sağlanmıştır?

Uygulama süreci / öğretim yöntemi

- Kendi kelimelerinizle, uygulama sürecini tanımlar mısınız?
- Dersin işleniş şeklinde bir değişiklik oldu mu? Bunu maddeler halinde söyleyebilir misiniz?
- Öğrenmede kaliteyi artırdığını düşünüyor musunuz? Düşüncenizi nasıl açıklarsınız?
- Öğrencilerin derse katılımını etkilediğini düşünüyor musunuz? Bunun işaretçileri nelerdir?
- Bu dersler hangi yönleri ile önceki derslerinizden farklıdır? Bu farklılıklardan hangilerini mutlaka derslerinize yansıtırsınız?
- Bu derslerin daha nitelikli hale gelmesi için
    ✓ Bu derslerin sizce güçlü yanları
    ✓ Bu derslerin sizce zayıf yanları
- Dönem boyunca derste "keşke şu da olsaydı" dediğiniz herhangi bir(kaç) durumdan bahsedebilir misin?

Genel Sorular

- Bu dersi diğer matematik derslerinizden farklı kılan özelliklerden bahsedebilir misiniz?
    a. Dersin en iyi ve en yetersiz tarafı sizce neydi?
    b. Derste değişmesini istediğiniz kısımlarla ilgili önerileriniz nelerdir?

EK 4

Öğrencilerin Doldurduğu Günlük Şablonu

1. HAFTA

Tanı!

Kendi anlama sürecini izle

Bu hafta öğrendiğin konulardan hangilerini en iyi anladın?

Hangilerini henüz tam anlayamadın?

Özellikle neyi öğrenmede zorluk yaşadın?

Bağlantı kur!

Öğrendiğin konu ile ilgili önceden bildiklerinle bağlantı kur:

Bu haftaki konu ile ilgili daha önce herhangi bir şey duymuş, görmüş veya çalışma yapmış mıydın? Anlat.

Bu hafta öğrendiklerini okul dışında yani günlük yaşamında nerede ve nasıl uygulayabilirsin?

Açıkla!

Ne öğrendiğini anlat:

Diyelim ki sıra arkadaşın bu hafta matematik derslerine hiç gelmedi. Ona bu hafta neler yaptığınızı, hangi konuları işlediğinizi burada açıkla.

Düzenle!

Bu haftanın ders içeriğini anlamlı ve yapısal bir

Bu hafta öğrendiğin en önemli kavramlar, formüller ve kurallar neydi?

Bu hafta öğrendiğin kavramlar birbiri ile nasıl ilişkilidir? Ana kavram hangisidir?

Derste yapılan etkinlikler ve çözülen soruların hangilerini beğendin ve yararlı buldun? Neden beğendiğini açıkla.

Derste yapılan etkinlikler ve çözülen soruların hangilerini gereksiz bul- dun ve yararlı görmedin? Neden gereksiz bulduğunu açıkla.

Değerlendir!

Günlüğünü yaz ve sonra kendini değerlendir:

Günlüğüne yazdıktan sonra daha iyi anladığın yerler oldu mu? Anlat.

Hala öğrenmediğin, konu ile ilgili net olmayan bir şey var mı? Eğer varsa bunların neler olduğunu buraya not et!

EK 5

Öğrencilere Uygulanan Matematiksel Yeterlikler Ön Testi

SORU 1: KONAKLAMA

Bir turizm şirketi hizmet verdiği dört otel zinciri ile ilgili müşteri değerlendirmelerini almak üzere müşterilerine sorular yöneltiyor. Müşterilerin 5 üzerinden notlar verdiği bu özellikler; konfor, müşteri ilişkileri, yemek hizmetleridir.

Otellerin aldığı ortalama puanlar aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

Otel adı	Konfor (K)	Müşteri İlişkileri (M)	Yemek Hizmetleri (Y)
Deytona	5	3	4
Rüzgârlı	4	4	3
Kartepe	3	2	1
Selinay Park	2	5	5

Puanlar aşağıdaki şekilde yorumlanmaktadır:

5 puan = Çok iyi

4 puan = İyi

3 puan = Orta

2 puan = Zayıf

1 puan = Çok zayıf

Otelin toplam puanı $P= 3.K+1.M+5.Y$ bağıntısı ile hesaplanmaktadır.

Soru 1.1: KONAKLAMA I

Aldıkları toplam puana göre kıyaslandığında en iyi otel hangisi olur?

Soru 1.2: KONAKLAMA II

Selinay Park Otel toplam puan hesaplanmasında kullanılan yöntemden şikayetçidir. Puanlama yönteminin adil olmadığını, "Müşteri İlişkileri" özelliğinin puan ağırlığının artırılmasını, böylece en iyi otel olmalarına imkan tanınacağını belirtiyorlar.

Bu isteğin karşılanabilmesi için formülde nasıl bir değişiklik önerirsiniz? Sebebini açıklayınız.

SORU 2: BOYA

Soru 2.1: BOYA

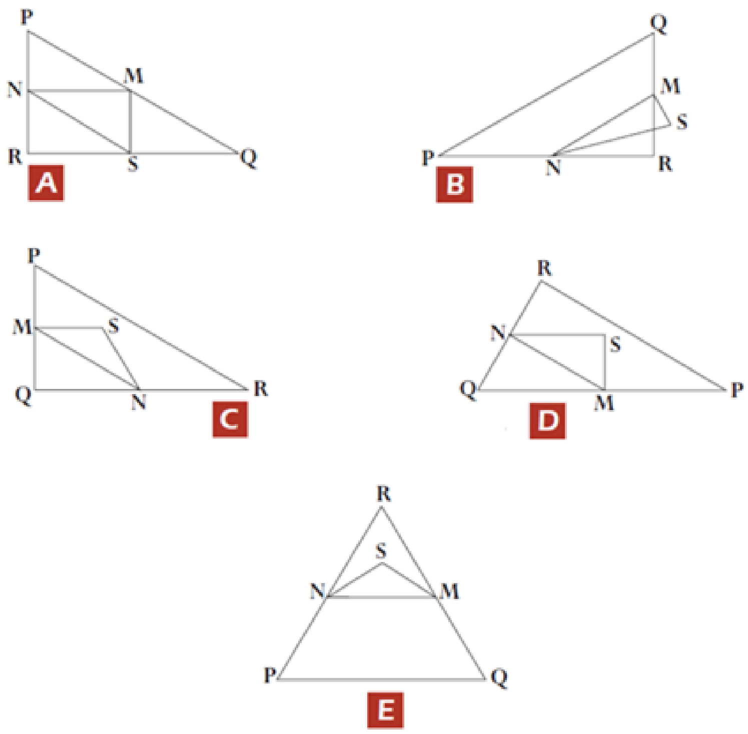
Bir boya türü 2 ve 5 litrelik teneke kutularda piyasaya sürülmüştür. 2 litrelik ambalajın fiyatı 8 lira, 5 litrelik ambalajın fiyatı 15 liradır. 16 litre boyaya ihtiyacı olan bir kimse ihtiyacını karşılamak için en az kaç lira harcamalıdır?

SORU 3: ÜÇGENLER

Soru 3.1: ÜÇGENLER

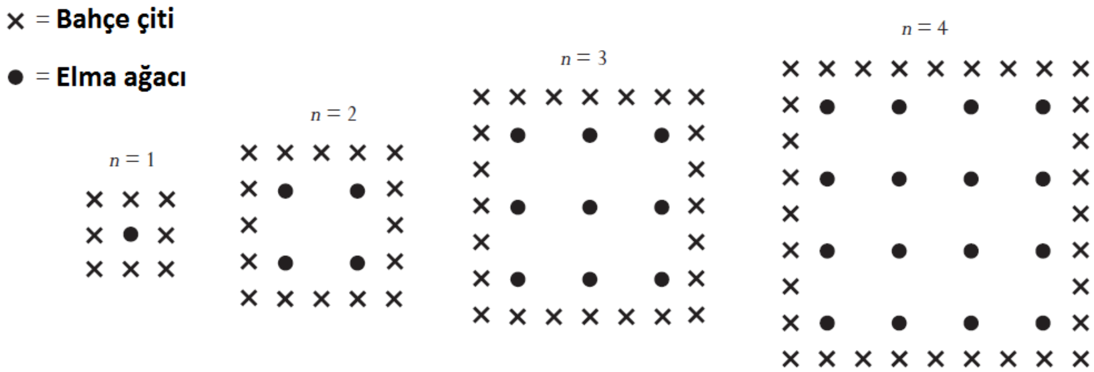
Verilen şekillerden aşağıdaki açıklamalara uygun olanı işaretleyiniz.

PQR bir dik üçgendir. Dik açısı R açısıdır. RQ kenarı PR kenarından kısadır. M noktası PQ kenarının orta noktasıdır. N noktası QR kenarının orta noktasıdır. S noktası üçgenin içinde bir noktadır. MN doğru parçası MS doğru parçasından büyüktür.



SORU 4: ELMALAR

Bir çiftçi elma ağaçlarını kare şeklindeki bir düzende ekiyor. Elma ağaçlarını rüzgâra karşı korumak için, meyve bahçesinin çevresine çit dikiyor. Her sayıdaki ağaç için bahçe çitlerinin dikiliş modelini gösteren şekli aşağıda görüyorsunuz.



Soru 4.1: ELMALAR I

Tabloyu doldurunuz.

n	Elma ağaçlarının sayısı	Bahçe çitinin sayısı
1		
2		
3		
4		
5		

Soru 4.2: ELMALAR II

Yukarıda verilen model için elma ağaçlarının ve bahçe çitlerinin sayısını hesaplayabileceğiniz iki formül vardır. Elma ağaçlarının bir satırı n ile gösterildiğinde;

Elma ağaçlarının sayısı = n^2 Bahçe çitlerinin sayısı = 8n

Elma ağaçlarının sayısının bahçe çitlerinin sayısına eşit olduğu bir n değeri var. Bu "n" değerini bulunuz ve hesaplama yönteminizi gösteriniz.

Soru 4.3: ELMALAR III

Çiftçinin çok daha büyük bir meyve bahçesi yapmak istediğini düşünün. Meyve bahçesi büyüdükçe elma ağaçlarının sayısı mı, bahçe çitlerinin sayısı mı daha hızlı artar? Cevabınızı nasıl bulduğunuzu anlatınız.

SORU 5: MİLLETVEKİLİ

Beş milletvekili çıkaran bir seçim bölgesinde seçime giren dört parti aşağıdaki oyları almıştır:

A Partisi	B Partisi	C Partisi	D Partisi
300	660	120	420

Milletvekillerinin hangi partilere verileceğini belirlemek için aldıkları toplam oy sayıları; sırasıyla 1, 2, 3, 4, 5'e bölünerek alt alta yazılıyor (D'Hont Sistemi). Elde edilen sayı tablosundaki değerler büyükten küçüğe doğru sıralanıyor ve milletvekilleri en büyük sayıdan başlanarak sırayla dağıtılıyor. Milletvekilleri buna göre belirleniyor.

Soru 5.1: MİLLETVEKİLİ I

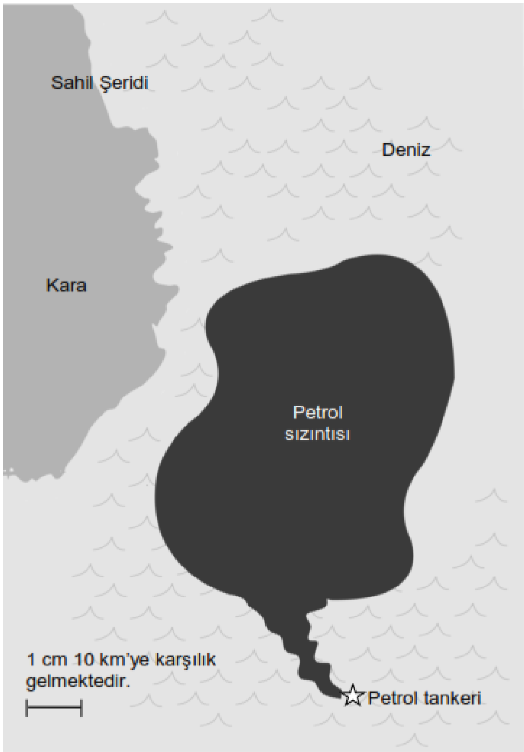
Her bir partiye kaç milletvekili düşer? Belirleyiniz.

Soru 5.2: MİLLETVEKİLİ II

Mecliste daha çok partinin temsil edilmesini sağlamak için sistemde nasıl bir değişiklik önerirsiniz? Açıklayınız.

SORU 6: PETROL SIZINTISI

Bir petrol tankeri denizde bir kayaya çarpmış ve tankerin yakıt tankında bir delik oluşmuştur. Tanker karaya yaklaşık olarak 65 km uzaklıktadır. Petrolün yayılmasından birkaç gün sonraki durum aşağıdaki haritada gösterilmektedir.



Soru 6.1: PETROL SIZINTISI

Haritadaki ölçeği kullanarak, petrol sızıntısının alanını kilometre kare (km^2) cinsinden tahmin ediniz.

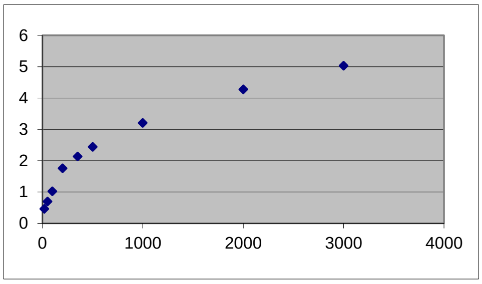
SORU 7: POSTA ÜCRETLERİ

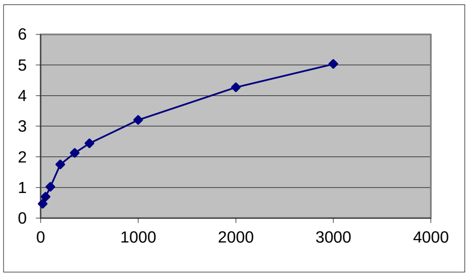
Zed ülkesindeki posta ücretleri, aşağıdaki tabloda gösterildiği gibi gönderilecek zarfın ağırlığına bağlıdır (en yakın gram olarak):

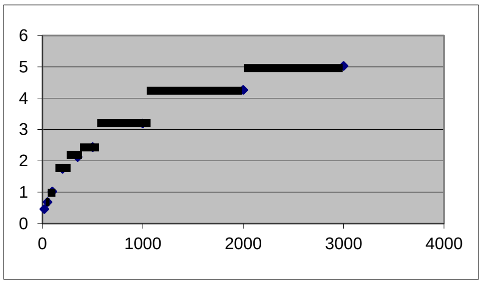
Ağırlık (en yakın gram olarak)	Ücret
20 grama kadar	0,46 zed
21 g – 50 g	0,69 zed
51 g – 100 g	1,02 zed
101 g – 200 g	1,75 zed
201 g – 350 g	2,13 zed

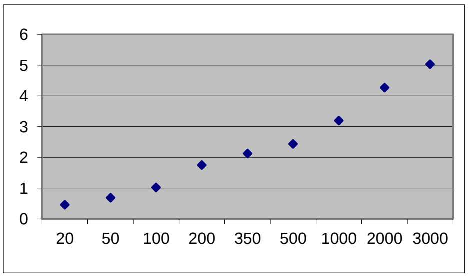
351 g – 500 g	2,44 zed
501 g – 1000 g	3,20 zed
1001 g – 2000 g	4,27 zed
2001 g – 3000 g	5,03 zed

Soru 7.1: POSTA ÜCRETLERİ I







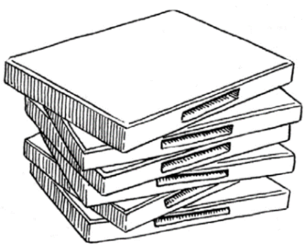


Aşağıdaki grafiklerden hangisi, Zed ülkesindeki posta ücretlerini en iyi temsil eder? (Yatay eksen gram olarak ağırlığı, dikey eksen zed olarak ücreti gösterir.)

Soru 7.2: POSTA ÜCRETLERİ II

Can, bir arkadaşına sırasıyla 40 gram ve 80 gram ağırlığında olan iki zarf göndermek istiyor. Zed ülkesindeki posta ücretlerine göre, iki zarfı tek bir paket olarak mı yoksa iki ayrı paket olarak mı göndermenin daha ucuz olacağına karar veriniz. Her iki durumdaki ücrete ait hesaplamalarınızı gösteriniz.

SORU 8: DVD KİRALAMA



Cihan DVD ve bilgisayar oyunları kiralayan bir mağazada çalışmaktadır. Bu mağazada, yıllık üyelik ücreti 10 Zed dir. Aşağıdaki tabloda gösterildiği gibi üyeler için DVD kiralama ücreti, üye olmayanlara göre daha düşüktür.

Üye olamayanlar için bir DVD kiralama ücreti	Üye olanlar için bir DVD kiralama ücreti
3 zed	2 zed

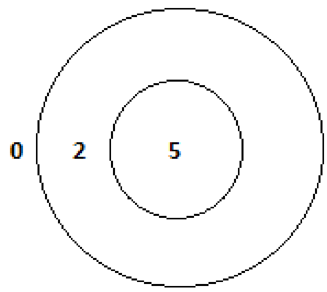
Soru 8.1. DVD Kiralama I

Kerim geçen yıl DVD kiralama mağazasına üyeydi. Geçen yıl üyelik ücreti dahil toplam 52 Zed harcadı. Eğer Kerim geçen yıl üye olmadan yine aynı sayıda DVD kiralasaydı kaç zed harcardı?

Soru 8.2. DVD Kiralama II

Üyelik ücretini karşılamak için en az kaç DVD kiralamak gerekir? İşlemlerinizi gösteriniz.

SORU 9. HEDEF TAHTASI



Şekildeki hedef tahtasına üçer atış yapma hakları bulunan Mehveşan, Hatice, Yücel ve Seymen farklı zamanlarda haklarını kullanıyorlar.
Atış hakkını kullananlar atış odasından çıkışta kayıt masasına aldıkları toplam puanı bildirmek zorundadır. Mehveşan 9, Hatice 13, Yücel 7 ve Seymen 5 puan aldığını bildiriyor. Kayıt masasındaki görevli, bir kişinin yanlış bilgi verdiğinden emin olduğunu belirtiyor. Yanlış bilgi veren kimdir ve görevli bunu nasıl anlamıştır? Düşüncenizi açıklayınız.

EK 6

Öğrencilere Uygulanan Matematiksel Yeterlikler Son Testi

SORU 1: EN İYİ ARABA

Bir araba dergisi, yeni arabaları değerlendirmek için bir puanlama sistemi kullanmakta ve "Yılın Arabası" ödülünü en yüksek toplam puanı olan arabaya vermektedir. Beş yeni araba değerlendirilmiş ve aldıkları puanlar tabloda gösterilmiştir.

Araba	Emniyet Özellikleri (E)	Yakıt Verimliliği (Y)	Dış Görünüş (D)	İç Bağlantılar (İ)
Ca	3	1	2	3
M2	2	2	2	2
Sp	3	1	3	2
N1	1	3	3	3
KK	3	2	3	2

Puanlar aşağıdaki şekilde yorumlanmaktadır:

3 puan =Mükemmel 2 puan = İyi 1 puan = Orta

Soru 1.1: EN İYİ ARABA I

Araba dergisi, bir arabanın toplam puanını hesaplamak için, her bir puan grubunun ağırlıklı toplamından oluşan aşağıdaki kuralı kullanmaktadır:

Toplam Puan = (3 x E) +Y + D + İ

“Ca” arabası için toplam puanı hesaplayınız.

Soru 1.2: EN İYİ ARABA II

“Ca” arabasının üreticisi, toplam puan hesabı için kullanılan kuralın adil olmadığını düşünüyor.

Toplam puanı hesaplamak için öyle bir kural yazınız ki ödülü kazanan araba "Ca" olsun. Sizin kuralınız dört değişkenin hepsini kapsamalı ve aşağıdaki eşitlikte bırakılan dört boşluğa pozitif sayılar yerleştirerek kuralınızı yazmalısınız.

Toplam puan = ……… E + ……… Y+ ……… D + ……… İ.

SORU 2: BOYA

Soru 2.1: **BOYA**

Bir boya türü 3 ve 7 litrelik teneke kutularda piyasaya sürülmüştür. 3 litrelik ambalajın fiyatı11 lira, 7 litrelik ambalajın fiyatı 21 liradır.

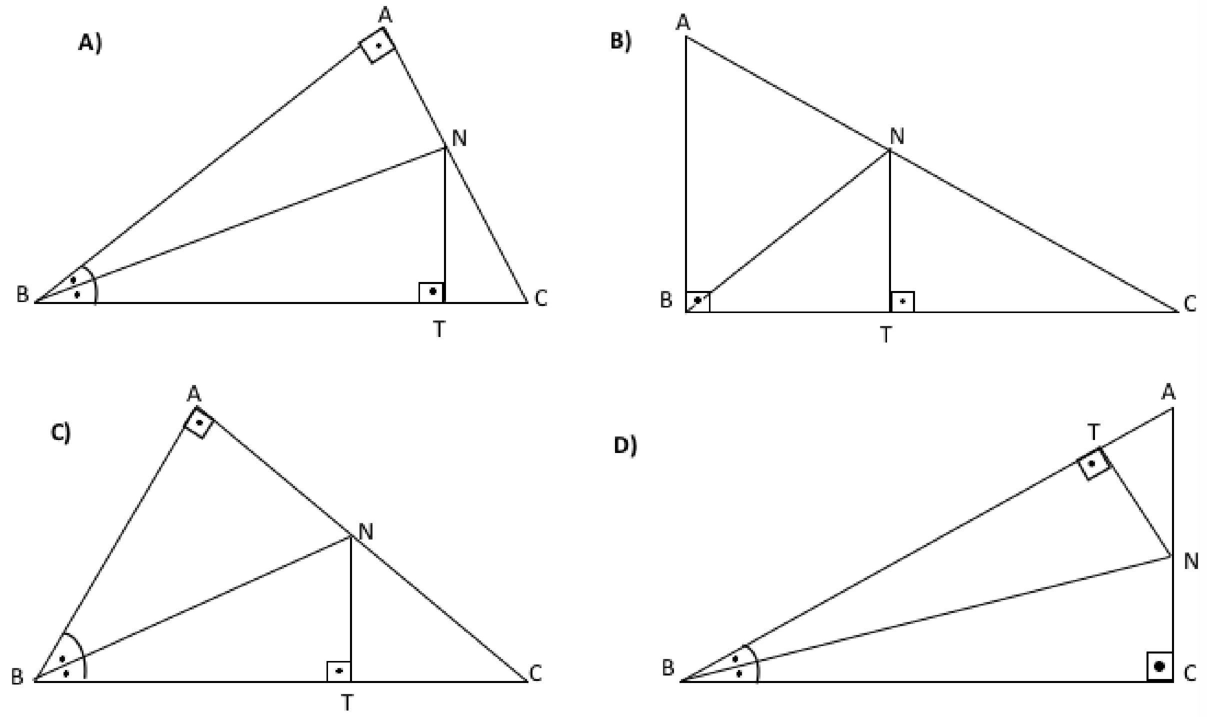
23 litre boyaya ihtiyacı olan bir kimse ihtiyacını karşılamak için en az kaç lira harcamalıdır?

SORU 3: ÜÇGENLER

Soru 3.1: ÜÇGENLER

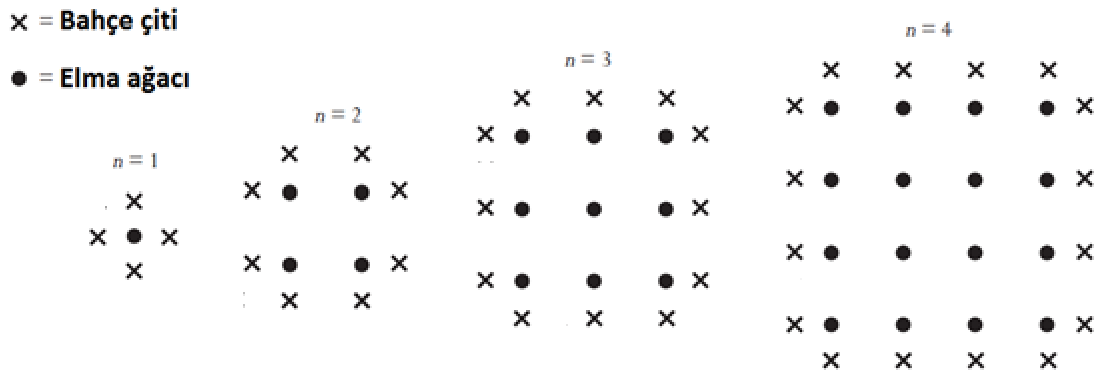
Verilen şekillerden aşağıdaki açıklamalara uygun olanı işaretleyiniz.

ABC bir dik üçgendir. Dik açısı $\widehat{A}$ açısıdır. $\widehat{B}$ açısı, $\widehat{C}$ açısından büyüktür. $\widehat{B}$ açısının açıortayının, |AC| kenarını kestiği nokta N noktasıdır. C köşesinden, c kenarına indirilen dikme |AC| kenarıdır. N noktasından |BC| kenarına indirilen yükseklik |NT|'tir.



SORU 4: ELMALAR

Bir çiftçi elma ağaçlarını kare şeklindeki bir düzende ekiyor. Elma ağaçlarını rüzgâra karşı korumak için, meyve bahçesinin çevresine çit dikiyor. Her sayıdaki ağaç için bahçe çitlerinin dikiliş modelini gösteren şekli aşağıda görüyorsunuz.



Soru 4.1: ELMALAR I

Tabloyu doldurunuz.

n	Elma ağaçlarının sayısı	Bahçe çitinin sayısı
1		
2		
3		
4		
5		

Soru 4.2: ELMALAR II

Yukarıda verilen model için elma ağaçlarının ve bahçe çitlerinin sayısını hesaplayabileceğiniz iki formül vardır. Elma ağaçlarının bir satırı n ile gösterildiğinde;

Elma ağaçlarının sayısı = n^2 Bahçe çitlerinin sayısı = 4n

Elma ağaçlarının sayısının bahçe çitlerinin sayısına eşit olduğu bir n değeri var. Bu "n" değerini bulunuz ve hesaplama yönteminizi gösteriniz.

Soru 4.3: ELMALAR III

Çiftçinin çok daha büyük bir meyve bahçesi yapmak istediğini düşünün. Meyve bahçesi büyüdükçe elma ağaçlarının sayısı mı, bahçe çitlerinin sayısı mı daha hızlı artar? Cevabınızı nasıl bulduğunuzu anlatınız.

SORU 5: MİLLETVEKİLİ

Beş milletvekili çıkaran bir seçim bölgesinde seçime giren dört parti aşağıdaki oyları almıştır:

A Partisi	B Partisi	C Partisi	D Partisi
300	720	660	480

Milletvekillerinin hangi partilere verileceğini belirlemek için aldıkları toplam oy sayıları; sırasıyla 1, 2, 3, 4, 5'e bölünerek alt alta yazılıyor (D'Hont Sistemi). Elde edilen sayı tablosundaki değerler büyükten küçüğe doğru sıralanıyor ve milletvekilleri en büyük sayıdan başlanarak sırayla dağıtılıyor. Milletvekilleri buna göre belirleniyor.

Soru 5.1: MİLLETVEKİLİ I

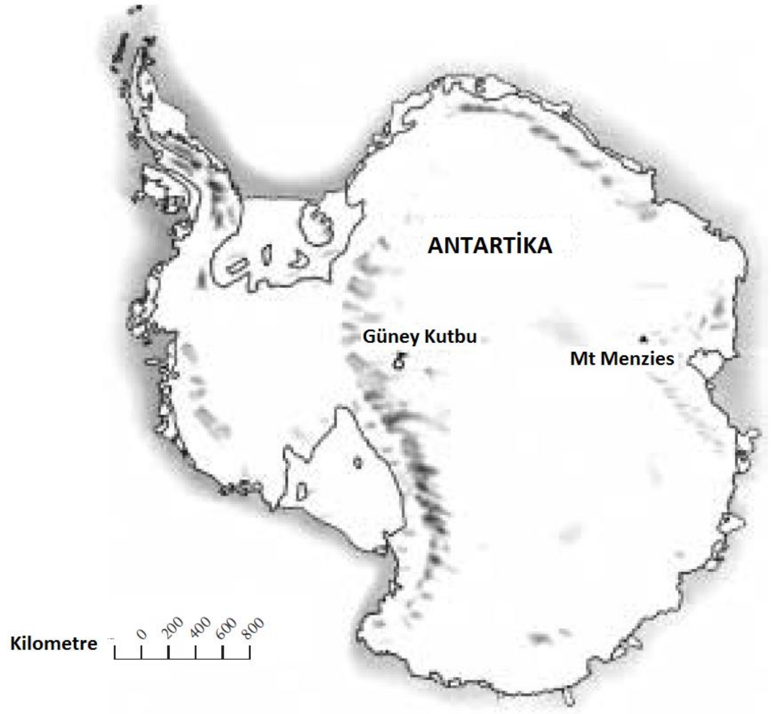
Her bir partiye kaç milletvekili düşer? Belirleyiniz.

Soru 5.2: MİLLETVEKİLİ II

Mecliste daha çok partinin temsil edilmesini sağlamak için sistemde nasıl bir değişiklik önerirsiniz? Açıklayınız.

SORU 6: KITA ALANI

Aşağıda Güney Kutbu'nda yer alan Antarktika'nın haritasını görüyorsunuz.



Soru 6.1: KITA ALANI

Antarktika'nın alanını harita ölçeği kullanarak tahmin ediniz. Ne yaptığınızı gösteriniz ve tahmininizi açıklayınız (Size yardımcı olacaksa, harita üzerinde çizim yapabilirsiniz.).

SORU 7: HAFIZA KARTI

Soru 7.1: HAFIZA KARTI I

İsmail 130 MB'lık bir fotoğraf albümünü hafıza kartına yüklemek istiyor ancak hafıza kartında yeterli boşluk yok. İki müzik albümü silmeye karar veren İsmail'in hafıza kartında yer alan müzik albümlerinin boyutları yanda verilmiştir.

En az veri kaybıyla İsmail yeterli boş alanı nasıl oluşturabilir? Cevabınızı desteklemek için hesaplamalarınızı gösteriniz.

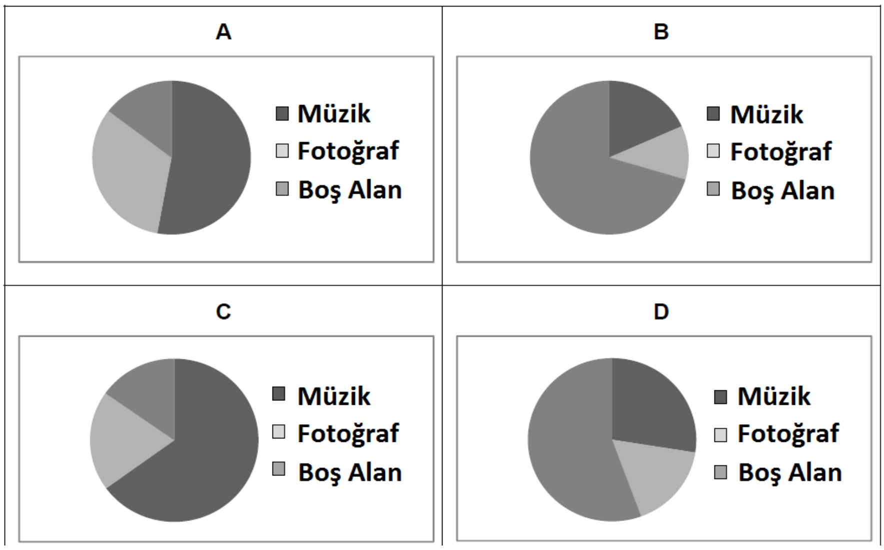
Albüm	Boyut
Albüm 1	100 MB
Albüm 2	75 MB
Albüm 3	80 MB
Albüm 4	55 MB
Albüm 5	60 MB
Albüm 6	80 MB
Albüm 7	75 MB
Albüm 8	125 MB

Soru 7.2: HAFIZA KARTI II

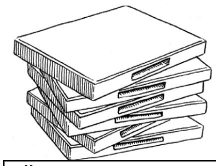
Bir sonraki hafta İsmail birkaç fotoğraf ve müzik silmiş, aynı zamanda yeni müzik ve fotoğraf dosyaları yüklemiştir. Hafıza kartının yeni durumu yandaki tabloda verilmiştir.

Müzik	550 MB
Fotoğraf	338 MB
Boş Alan	112 MB

Aşağıdaki grafiklerden hangisi hafıza kartının yeni bellek durumunu göstermektedir? Seçtiğiniz grafiği neye göre tercih ettiğinizi açıklayınız.



SORU 8: DVD KİRALAMA



Cihan DVD ve bilgisayar oyunları kiralayan bir mağazada çalışmaktadır. Bu mağazada, yıllık üyelik ücreti 10 Zed dir.
Aşağıdaki tabloda gösterildiği gibi üyeler için DVD kiralama ücreti, üye olmayanlara göre daha düşüktür.

Üye olamayanlar için bir DVD kiralama ücreti	Üye olanlar için bir DVD kiralama ücreti
3 zed	2 zed

Soru 8.1. DVD Kiralama I

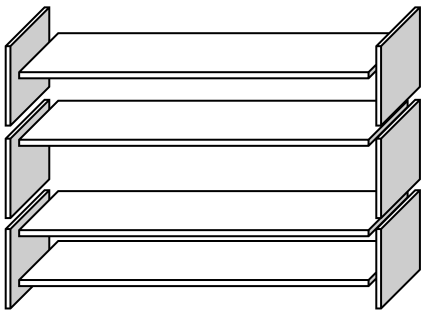
Kerim geçen yıl DVD kiralama mağazasına üyeydi. Geçen yıl üyelik ücreti dahil toplam 52 Zed harcadı. Eğer Kerim geçen yıl üye olmadan yine aynı sayıda DVD kiralasaydı kaç zed harcardı?

Soru 8.2. DVD Kiralama II

Üyelik ücretini karşılamak için en az kaç DVD kiralamak gerekir? İşlemlerinizi gösteriniz.

SORU 9. KİTAPLIK

Soru 9.1. KİTAPLIK



Bir kitaplık yapmak için, bir marangoz aşağıdaki parçalara gereksinim duyar:
4 uzun tahta levha,

6 kısa tahta levha,

12 küçük çivi,

2 büyük çivi ve

14 vida.

Marangozun deposunda 26 uzun tahta levha, 33 kısa tahta levha, 200 küçük çivi, 20 büyük çivi ve 510 vida vardır. Bu marangoz kaç tane kitaplık yapabilir?

EK 7 - İl Milli Eğitim Müdürlüğünden İzin Yazısı

T.C.
BURSA VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 86896125-605.01-E.2370079 04.02.2019
Konu : Arş. Gör. Tuğçe KOZAKLI ÜLGER'in
Araştırma İzni

MÜDÜRLÜK MAKAMINA

İlgi : Milli Eğitim Bakanlığı'nın Araştırma, Yarışma ve Sosyal Etkinlik İzinleri konulu 22/08/2017 tarihli ve 2017/25 sayılı Genelgesi.

Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalı doktora programı öğrencisi Arş. Gör. Tuğçe KOZAKLI ÜLGER'in "Matematiksel Okuryazarlık Yeterliklerinin Gelişimine Dayalı Bir Modüler Programın Tasarlanması, Uygulanması ve Değerlendirilmesi" konulu araştırma isteği Arş. Gör. Tuğçe KOZAKLI ÜLGER'in 31/01/2019 tarihli ve 2292460 sayılı dilekçesi ile bildirilmektedir.

Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalı doktora programı öğrencisi Arş. Gör. Tuğçe KOZAKLI ÜLGER'in "Matematiksel Okuryazarlık Yeterliklerinin Gelişimine Dayalı Bir Modüler Programın Tasarlanması, Uygulanması ve Değerlendirilmesi" konulu araştırmasını Dilek Özer Ortaokulu ve Nuri Erbak Ortaokulu'nda uygulama yapma isteği ilimizde oluşturulan "Araştırma Değerlendirme Komisyonu" tarafından incelenerek değerlendirilmiştir. Araştırma ile ilgili çalışmanın **okul/kurumlardaki eğitim öğretim faaliyetleri aksatılmadan, araştırma formlarının aslı okul müdürlüklerince görülerek ve gönüllülük esası ile** okul müdürlüklerinin gözetim ve sorumluluğunda ilgi Genelge çerçevesinde uygulanması ayrıca **araştırma sonuçlarının Müdürlüğümüz ile paylaşılması** komisyonumuzca uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görülmesi halinde olurlarınıza arz ederim.

Ekrem KOZ
İl Milli Eğitim Müdür Yardımcısı

OLUR
04.02.2019

Sabahattin DÜLGER
İl Milli Eğitim Müdürü

Adres : Hocahasan Mh. İlkbahar Cad. No:38
(Yeni Hükümet Konağı A Blok) 16050/Osmangazi/BURSA
Telefon No:(0224) 445 16 00 Fax: 445 18 10
E-posta: arge16@meb.gov.tr İnternet Adresi: http://bursa.meb.gov.tr

Bilgi İçin : Leyla DİKİCİ
VHKİ
(0224) 215 25 39

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. https://evraksorgu.meb.gov.tr adresinden 28ab-9058-3176-a8b5-a0ed kodu ile teyit edilebilir.

EK 8 - Etik Kurul Kararı

BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
ARAŞTIRMA VE YAYIN ETİK KURULLARI
(Sosyal ve Beşeri Bilimler Araştırma ve Yayın Etik Kurulu)
TOPLANTI TUTANAĞI

OTURUM TARİHİ	**OTURUM SAYISI**
01 Mart 2019	2019-02

KARAR NO 13 : Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü'nden alınan Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Doktora öğrencisi Tuğçe KOZAKLI ÜLGER'in "Matematiksel Okuryazarlık Yeterliklerinin Gelişimine Dayalı Bir Modüler Programın Tasarlanması, Uygulanması ve Değerlendirilmesi" konulu tez çalışması kapsamında uygulanacak anket, görüşme, test ve ölçek sorularının değerlendirilmesine geçildi.

Yapılan görüşmeler sonunda; Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Doktora öğrencisi Tuğçe KOZAKLI ÜLGER'in "Matematiksel Okuryazarlık Yeterliklerinin Gelişimine Dayalı Bir Modüler Programın Tasarlanması, Uygulanması ve Değerlendirilmesi" konulu tez çalışması kapsamında uygulanacak anket, görüşme, test ve ölçek sorularının, fikri, hukuki ve telif hakları bakımından metot ve ölçeğine ilişkin sorumluluğu başvurucuya ait olmak üzere uygun olduğuna oybirliği ile karar verildi.

Prof. Dr. Mehmet YÜCE
Kurul Başkanı

Prof. Dr. Abamüslim AKDEMİR
Üye

Prof. Dr. Doğan ŞENYÜZ
Üye

İzinli
Prof. Dr. Kemal SEZEN
Üye

Prof. Dr. Abdurrahman KURT
Üye

Prof. Gülay GÖĞÜŞ
Üye

Prof. Dr. Alev SINAR UĞURLU
Üye

EK 9

Yüzdeler Konusuna İlişkin Modül

Matematik Dersi Öğretim Modülü

– III –

Yüzde Hesabı

III. Matematik Dersi Öğretim Modülleri - Öğretmen Kılavuzu

Alan: Sayılar

Modül Adı: Yüzde Nedir?

Modül Tanımı: Yüzde kavramı ile ilgili anlayış kazanma
İlgili Kazanımlar:

M.7.1.5.1. Bir çokluğun belirtilen bir yüzdesine karşılık gelen miktarını ve belirli bir yüzdesi verilen çokluğun tamamını bulur.

M.7.1.5.2. Bir çokluğu diğer bir çokluğun yüzdesi olarak hesaplar.

M.7.1.5.3. Bir çokluğu belirli bir yüzde ile arttırmaya veya azaltmaya yönelik hesaplamalar yapar.

M.7.1.5.4. Yüzde ile ilgili problemleri çözer

Modül süresi: 15 ders saati

Seviye: 7. Sınıf

Modülün Amacı: Yüzdeye anlam yükleme (niçin miktarların yüzdelerini hesaplamaya ihtiyaç duyulmuş?), bir çokluğun belli bir miktarda yüzdesini hesaplamanın ne anlama geldiğini keşfetmedir. Bu yolla öğrenci;

- Günlük yaşamda oldukça sık karşılaştığı bu kavrama ilişkin derinlemesine bilgi sahibi olabilecek.

- Bu kavramın farklı kullanım alanları ve hatalı kullanımları üzerinde fikir yürütme, görüş bildirme ve görüşünü savunma konusunda esnek bir biçimde davranabilecek.

- Kavramın kullanımının sağladığı kolaylıklara yönelik bilgi ve deneyim kazanacak.

Öğretmenin rolü: Öğretmen, öğrenci tartışmalarında yer alan soruları öğrencilere yöneltmeli, etkinliğin çözümü üzerinde düşünmeye, düşündüklerini açıklamaya ve savunmaya uygun bir ortam yaratmalıdır. Özellikle yanlış çözümlerin kaynaklarını saptamaya yönelik öğrencilerin düşüncelerini sorgulamalıdır. Çözülecek matematik okuryazarlığı sorularında öğrencilerin düşünme süreçlerini desteklemelidir. Günlük yaşamda sıklıkla karşımıza çıkan bu kavramlara ilişkin öğrencilerin yaşamdan örnekler vermesini teşvik etmeli, kendilerinin problem kurmalarına imkan tanımalıdır.

Öğrenme çıktıları: Bu modülde çalıştıktan sonra, öğrenciler, yüzde kavramını daha iyi anlayabilmeli, günlük yaşam durumlarında bu kavramın kullanımına duyulan ihtiyacı bizzat yaşayarak öğrenmelidir.

Modülün ilk odağında yüzde kavramının anlamını kavrayan öğrenciler, ikinci odakta ise matematik ders kitaplarında yer alan rutin problemlerin çözülmesi ve okuryazarlık soruları ile kavramı derinleştirmeleri sağlanacaktır.

Öğrenme fırsatları: Bu modül temelde yüzde kavramının kazanılmasına yöneliktir. Bunun yanı sıra öğrenme sürecinde öğrenciler bazı matematiksel yeterliklerin kullanımına gerektiren çalışmalar da yaparlar. Bu matematiksel yeterlikler:

- *Matematiksel modelleme*: Gerçek yaşam problemlerindeki matematiksel değişkenleri tanımlama ve kullanılabilecekleri varsayımlarda bulunma ve kullanılan matematiksel modelin sonucu olan bir matematiksel çözümün sınırlıklarını ve kapsamını anlama.
- *Muhakeme ve argüman üretme*: Matematiksel problemleri çözmek için argümanları anlama, değerlendirme ve sonuç çıkarma
- *Problem çözme için stratejiler oluşturma*: Farklı türdeki matematiksel problemleri saptama, formüle etme, sınırlandırma ve hali hazırda formüle edilmiş problemleri çözebilme
- *İletişim*: Yazılı, sözlü ve görsel matematiksel ifadeleri veya metinleri inceleme ve yorumlama
- *Sembolik Dil ve İşlemler Kullanma:* Sembolik/formal dilin kullanıldığı gerçek yaşam problemlerini temsil etmek için uygun değişkenleri, sembolleri, diyagramları ve standart modelleri kullanma.
- *Temsil etme:* Matematiksel nesnelerin, olguların, problemlerin veya durumların (sembolik, cebirsel, görsel, geometrik, grafik, diyagramatik tablo halinde veya sözlü gösterimler dahil) farklı türde gösterimlerini anlayabilmeyi, kullanabilmeyi, çözümlemeyi ve yorumlamayı içerir.

Değerlendirme Yöntemi: Öğrenciler tarafından doldurulan günlükler, öntest ve sontestler

ETKİNLİKLER

I. Odak: Kavramın Keşfedilmesi

Bu aşamada aşağıdaki matematik okuryazarlığı sorusu veya benzeri bir soru ile derse başlanır. Öğrencilere yüzde ile ilgili hiçbir bilgi verilmeden, sorunun çözümüne odaklanmaları istenir. Soruyu çözerken zaten yüz üzerinden değerlendirmeye ihtiyaç duyacaklardır.

Bilgisayar Oyunları

Bir oyun salonuna giden üç arkadaş ayrı bilgisayarlara oturmuş ve en sevdikleri macera oyununu oynamaktadırlar.

Oyun salonundan çıkarken Gonca oynadığı 20 oyundan toplamda 23 puan kazandığını, Feyza 25 oyundan 29 puan, Şeyda ise 10 oyundan toplam 12 puan kazandığını belirtiyor.

Bilgisayar Oyunları 1

Aralarında hangisinin daha başarılı olduğu konusunda tartışma çıkıyor. Herkes kendini haklı görüyor. En son başka bir arkadaşlarına danışmaya karar veriyorlar.

- Bu arkadaşlarının yerinde olsaydınız, siz ne derdiniz? Neden?
- Bu çalışmada her bir arkadaşın 100 de kaç puan kazandığını bulunuz. Bu düşünce ders kitaplarında % hesapları başlığı altında açıklanır.
- Neden 90'lar hesabı yoktur? Olabilir mi?

Bilgisayar Oyunları 2

Mustafa bir hafta boyunca oynadığı oyunları not etmiş ve 40 oyundan 45 puan, Süleyman ise 90 oyundan 101 puan kazanmıştır. Sizce hangisi daha başarılıdır? Neden?

(**Not:** Her birinin 100 oyunda alacakları puanları bularak karşılaştırma yapabilirsiniz.)

Kim daha çok indirim yaptırmıştır?

Hülya 44 liralık kitabı 33 liraya, Burcu 58 liralık kitabı 45 liraya satın aldığını söylüyor. Her ikisi de kendisinin daha çok indirim yaptırdığını savunuyor. Sizce hangisi daha çok indirim yaptırmıştır?

Açıklama: Yüzde hesabını nerelerde kullanıyoruz? Örnekler veriniz. Değişik örnekler dinlenir ve aşağıdaki açıklamalar yapılır.

Yüzde kavramı ve yüzdelik hesaplar

Yüzde, rasyonel sayıların gösterilebildiği sonsuz sayıdaki kesirden paydası 100 olanlara verilen özel bir addır ve çok kullanışlı olmalarından ötürü ayrı bir öneme sahiptir.

$$\frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{3}{6}=\frac{5}{10}=\frac{50}{100}=\frac{51}{102}=\frac{500}{1000}=\cdots$$

$\frac{50}{100}$ kesri bir özel olarak yüzdelik kesir olup, $\frac{1}{2}$ rasyonel sayısının gösterim şekillerinden biridir. % işareti ile de gösterilir ve bu durumda %50 şeklinde yazılır. Çok sıklıkla kullanıldığı alanlar faiz, vergi, kar-zarar, indirim oranları vs.dir. (%12 vergi, %45 faiz, %50 indirim gibi) Her türden büyük sayısal verilerle ilgili değişimleri açıklamada da yüzdelik değerlere başvurulur. Nüfus %3 artıyor, bütçe %11 açık verdi, gibi. Oranların çok küçük olması halinde paydası 1000 olan kesirler kullanılmıştır ve %o işaretiyle gösterilir. “Akdeniz’in tuzluluk oranı %o 27 dir.” gibi.

Yüzdelik değerlere karşılaştırma yaparken ihtiyaç olur. Paydası 100 olan kesirler, anlamayı kolaylaştırdığı için karşılaştırma kolay yapılır.

Bir an için mağazaların da sattıkları mallara uyguladıkları indirim oranlarını %20, %25, %15 yerine $\frac{1}{4},\frac{1}{5}\ ve\ \frac{3}{20}$ şeklinde açıkladıkları göz önüne alalım. Yüzdelik değerlerin iletişimde sağladıkları yarar çok açıkça anlaşılır.

Soru: Yüzdenin sağladığı kolaylığı başka hangi sayı sağlar? Tartışınız.

II. Odak: Kavramın Derinleştirilmesi

Bu basamakta yapılacak olan aşağıdaki etkinlikte öğrencilerin öncesinde tahminleri alınır, böylece merak duygusu ve bir karmaşa oluşmuş olur. Öğrencilerin etkinliği gerçekleştirmesi için izin verilir.

Hangi Harfler Favori?
Grup: 2 kişi
Materyal: Türkçe metinler
İşlemler:

* Türkçe'de kullanılan 29 harften en çok ve en az kullanılan üç harfi tahmin edin ve bir yere not edin. Bakalım en iyi tahmini kim yapmış olacak?

* Herhangi bir kitaptan bir paragrafın sıralı 100 harfini seçin. Aşağıdaki metni bu amaçla kullanabilirsiniz. "Eğer eşinizi etkilemek istiyorsanız, bir daha sefere siz televizyon seyrederken odaya girdiğinde televizyonun sesini kısın ve odadan çıkana kadar bakışlarınızı ondan ayırmayın. Eğer sizinle sohbete başlarsa, televizyonu kapatın ve bütün dikkatinizi ona verin. Bir anda bin puan kazanırsınız ve sevgi deposu dolup taşar (Evliliğin Dört Mevsimi, G. Chapman) .

* Öncelikle bu paragrafın ilk 100 harfini 10x10'luk bir karenin içine boşluksuz ve her bir kareye bir harf gelecek şekilde yerleştiriniz. Ardından her bir harfin ne kadar kullanıldığı bir çetele tablosu yaparak doldurunuz.

* En çok kullanılan üç harf hangileridir ve onların yüzde oranları kaçtır?

* En az kullanılan üç harfi ve kullanılma yüzdelerini belirleyin.

* Sesli harflerin kullanılma yüzdesi ile sessiz harflerin kullanılma yüzdesini karşılaştırın. % 50'ye yakın mı?

* Tahmininizde yanıldınız mı? Tahminleriniz tablo ile uygunluk göstermekte midir?
Kriptografiye Giriş kitabından alınan aşağıdaki tablo alfabemizdeki harflerin kullanılma sıklığını göstermektedir. Türkçe klasik romanlardan ve gazetelerin internet sitelerindeki haberlerden yararlanılarak oluşturulmuştur. Bu tablo gerçek değerleri göstermektedir.

Harf	Gelme Sıklığı	Harf	Gelme Sıklığı	Harf	Gelme Sıklığı
A	0,11	I	0,05	R	0,06
B	0,02	İ	0,08	S	0,03
C	0,01	J	0,0004	Ş	0,01
Ç	0,01	K	0,04	T	0,03
D	0,04	L	0,06	U	0,03
E	0,09	M	0,03	Ü	0,01
F	0,004	N	0,07	V	0,008
G	0,01	O	0,02	Y	0,03
Ğ	0,01	Ö	0,008	Z	0,01
H	0,01	P	0,008		

* Sizin oluşturduğunuz tablo ile bu sonuçlar uyum göstermekte midir?

Yüzde hesapları ile ilgili öğretim çalışmalarının en başında paydası 100 olmayan bir kesrin yüzdelik kesir karşılığını bulmak gelir. Bunun için $\frac{3}{20} = \frac{?}{100}$ eşitliğinde 3'ün 5'le çarpılması ve $\frac{5}{100}$ kesrinin elde edilmesi gerektiği anlaşılıyor. Soru işaretinin yerine x yazılarak orantı yardımı ile de aynı değer bulunabilir.

Bu tür çalışmaların arkasından öğrenciler payı doğrudan paydaya bölerek aynı sonuca ulaşılabileceğini fark ederler.

Verilen bir sayının herhangi bir yüzde oranını bulma veya yüzde oranı verilen sayının kendisini bulma ile ilgili sorular problem çözme yaklaşımı ile elde edilmelidir.

MATEMATİK OKURYAZARLIĞI SORULARI

M.7.1.5.1. Bir çokluğun belirtilen bir yüzdesine karşılık gelen miktarını ve belirli bir yüzdesi verilen çokluğun tamamını bulur.

1) Gömlek Fiyatı

Bir gömleğin fiyatı 60 liradır. Ahmet bu gömleği satış fiyatı üzerinden %30 indirim yaptırabilir veya gömleğe indirim yaptırmadan yanında 20 liralık çorabı bedava alabilir. Buna göre Ahmet sizce hangi seçeneği tercih etmelidir? Niçin?

Otomobil

Otomobillerle ilgili yapılan bir ankette katılımcılara beş soru yöneltiliyor ve her bir soruda aracın hangi özellikleri ile ilgilendiklerini işaretlemeleri isteniyor. İlgilenilen özelliklerin yüzde oranları aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Otomobilin Özellikleri	*Beğenilen Özelliklerin Yüzdesi*

Görünüş	%42
Hızlanma	%35
Dayanıklılık	%18
Yakıt tüketimi	%19
Park etme donanımı	%7

2) Otomobil 1

Sizce katılımcılar ankette otomobillerin sadece bir özelliğini mi beğenmişlerdir yoksa birden çok özelliği mi beğenmişlerdir? Kararınızı ve bu karara nasıl ulaştığınızı açıklayınız.

3) Otomobil 2

Bu ankete kaç kişinin katıldığı kestirilebilir mi? Nasıl?

4) Başarı Sırası

Bir okulun giriş sınavında uygulanan üç testin ağırlıkları sırasıyla %30, %20, %50 dir. Dört öğrencinin bu sınavdan aldığı notlar bu tabloda verilmiştir.

	Not	Not	Not	Başarı Notu
Havva	60	40	80	
Elif	45	75	70	
Fatma	30	90	60	
Rüya	40	80	60	

Öğrencilerin giriş sınavı puanları, her testin ağırlıkları oranında aldıkları notlar toplamıdır. Buna göre hangi öğrenci diğerlerine göre daha başarılı olmuştur?

Hangi Araba

Cenk ehliyetini yeni aldı ve ilk arabasını satın almak istiyor. Aşağıdaki tablo, Cenk'in bir araba satıcısında bulduğu dört arabanın özelliklerini göstermektedir.

Model:	Alpha	Bolte	Castel	Dezal
Yıl	2003	2000	2001	1999
Satış fiyatı (zed)	4800	4450	4250	3990
Ne kadar kullanılmış? (kilometre)	105 000	115 000	128 000	109 000
Motor Kapasitesi (litre)	1.79	1.796	1.82	1.783

5) Hangi Araba 1

Cenk tüm bu koşulları karşılayan bir araba istiyor:

- 120 000 km den daha az kullanılmış olsun.

- 2000 veya daha sonraki yıllarda üretilmiş olsun.
- Satış fiyatı 4500 Zed i geçmesin.

Hangi araba veya arabalar Cenk'in şartlarını karşılar?

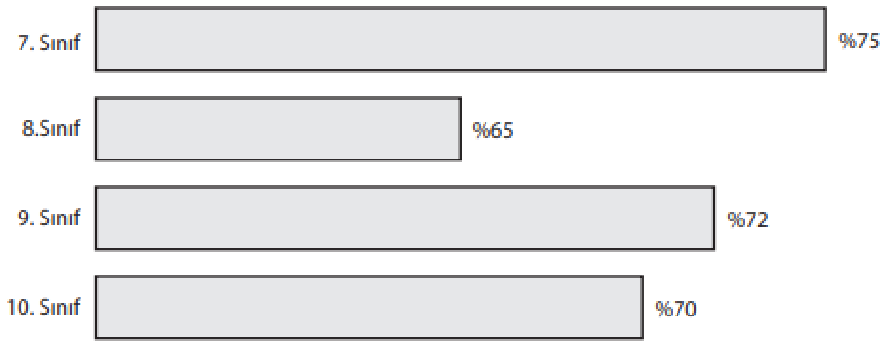
6) Hangi Araba 2

Cenk için Alpha uygundur. Arabayı satın almak için aynı zamanda arabanın satış fiyatının % 2,5'u kadar vergi ödemek zorundadır.

Buna göre Alpha model arabaya kaç lira vergi ödeyecektir?

Okul Spor Araştırması

7-10. Sınıflar Futbolu en sevdiği spor olarak seçen öğrencilerin yüzdesi:



Burak'ın okulunda 7. sınıftan 10. sınıfa kadarki öğrencilere en sevdikleri spor sorulmuştur. Her bir sınıf seviyesinde eşit sayıda öğrenci bulunmaktadır. Yukarıdaki grafik, futbolu seçen öğrencilere ait sonuçları göstermektedir.

7) Okul Spor Araştırması 1

8. sınıftan kaç öğrencinin futbolu sevdiğini bilebilmeniz için hangi bilgiye ihtiyaç vardır? Problemi uygun şekilde tamamlayınız ve bu durumdaki çözümü gösteriniz.

8) Okul Spor Araştırması 2

9. sınıflarda futbolu seçen öğrenci sayının 36 olduğu ifade edilmektedir. Bu bilgiye göre 9. Sınıfta öğrenim gören öğrenci sayısını bulabilir misiniz?

9) Fındık Üretimi

Türkiye fındık üretiminde dünyada ilk sırada gelmektedir. 2018 yılında yapılan araştırmalar sonucunda Türkiye'nin dünya fındık üretimindeki payının 420.000 ton ile dünyadaki toplam üretimin %70'i civarında olduğu belirlenmiştir. Buna göre tüm dünya üzerindeki fındık üretiminin yaklaşık kaç ton olduğunu hesaplayınız.

10) Fatura Ödemesi

Elektrik faturalarında son ödeme tarihinden sonra yapılan fatura ödemelerinde her ay için yaklaşık %2 gecikme bedeli alınmaktadır.

80 TL'lik elektrik fatura ödemesinin üç aylık bir gecikme ile ödenmesi durumunda toplamda fatura bedeli harici ne kadar para ödemek gerekmektedir?

11) Raylı Taşıma

Bir belediye yönetimi raylı taşıma hattını son duraktan yeni bir yerleşim birimine uzatmak için, raylı taşımayı kullanacak olan yolcu sayısının, toplam taşınan yolcu sayısının %20'si civarında olmasını şart koşuyor. Bu amaçla son durakta inen yolcularla yapılan görüşmelerden 9600 yolcudan 1490'ı yeni yerleşim birimine gitmek üzere raylı sistemi kullanacağını belirtiyor.

Bu bilgi raylı sistemin yapılmasına karar vermek için yeterli midir? Görüşünüzü açıklayınız.

Başarı Notu

Bir okulda öğrencilerin "çevre" dersi başarıları iki yazılı sınav ve bir proje notu olmak üzere,

B=%30Y + %30Y + %40P şeklinde belirleniyor. Öğrencilerin bu dersten başarılı sayılabilmesi için başarı notunun en az 50 olması gerekir.

12) Başarı Notu 1

Bergüzarın notları Y=60, Y=70 ve P=80 olduğuna göre başarı notu kaçtır?

13) Başarı Notu 2

Halit yazılılardan 40 ve 55 notlarını almıştır. Proje notu henüz belli değildir. Proje notunun en az kaç olması halinde Halit çevre dersinden başarılı olacaktır?

14) Alan Yeterlik Sınavı

Bir işyeri çalışanlarının temel bilgilerini ölçmek üzere çalışanlarına "Alan Yeterlik Testi" uyguluyor. Sınavlarla sonuçları ile ilgili duyuruda, sınavda sorulan soru sayısı ve doğru cevaplanan soru sayısı ortalamaları aşağıda gösterildiği şekildedir.

Ders	Soru sayısı	Doğru cevap ortalaması	Başarı yüzdesi
Tarih	11	1.4	
Coğrafya	11	2.8	
Felsefe Grubu	12	2.0	
Din Kültürü	6	2.0	
Matematik	40	3.9	
Fizik	14	0.6	
Kimya	13	1.1	
Biyoloji	13	1.6	

Sizden, duyurunun daha iyi açıklanabilmesi için üçüncü bir sütun olarak başarı yüzdesinin yazılması isteniyor. Bu yüzdelik değerleri yazınız. Sosyal ve sayısal alanların her birinden en yüksek başarı elde edilen dersi bulunuz.

Telefon Ekranı

Rüstem Bey telefonunda bir sabah **"Geçen hafta ekran kullanma süreniz günde 1 saat 3 dakika ortalama ile %24 düştü"** mesajını gördü. Ekran süresinin önceki haftaya göre

azalmasına sevinen Rüstem Bey, telefonu kullanmayı kaç dakika azalttığını merak etmektedir.

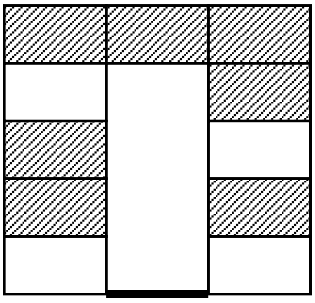
15) Telefon Ekranı 1

Geçen haftaki toplam ekran kullanma süresi ne kadardır?

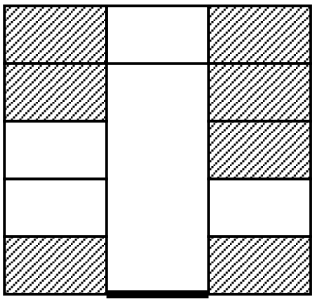
16) Telefon Ekranı 2

Bu bilgiye göre Rüstem Bey bir önceki haftaya göre ekranla kaç dakika daha az muhatap olmuştur?

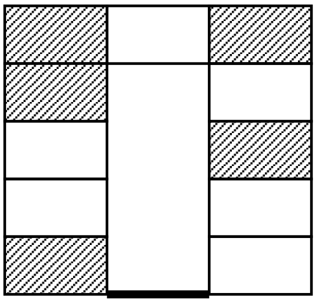
17) Otelde Doluluk Oranı



I. Kat



II. Kat



Samba adlı butik otel, üç katlı olup katların oda krokileri yukarıda verilmiştir. Temmuz ayı için kiralanan odalar şekilde taranarak gösterilmiştir.

Türkiye Otelciler Birliği'nin isteği üzerine otelin halkla ilişkiler müdürü otelin doluluk oranını %63 olarak ifade etmiştir. Sizce doluluk oranı doğru söylenmiş midir? Neden?

M.7.1.5.2. Bir çokluğu diğer bir çokluğun yüzdesi olarak hesaplar.

MATEMATİK OKURYAZARLIĞI SORULARI

1) Bebek

Normal bir bebeğin doğum ağırlığı 3000 ile 3500g arasındadır. Bebeğin doğumu izleyen günlerde ağırlığının %10'u kadar kilo kaybetmesi sürecin doğal seyri içinde olağan kabul edilir ve sağlığı ile ilgili özel bir tedbir alınmasını gerektirmez.
3120 g doğan Yaren bebeğin iki gün sonra ölçülen ağırlığı 2850 gramdır. Bebeğin kilo kaybı normal süreç içinde beklenen bir durum mudur? Açıklayınız.

2) Alışveriş Puanı

Bir mağaza vitrininde "300 lira alışveriş yapana, 100 lira değerinde puan hediye" şeklinde bir afiş var. Bu 100 lirayı aynı mağazadan istediğiniz malı satın almada kullanabiliyorsunuz. Bu durumda mağazanın yaptığı gerçek indirim % kaçtır?

3) Ekmek Parası

Fırıncılar, maliyetlerin arttığını iddia ederek ekmek fiyatlarına zam yapılmasını istemektedirler. Belediye meclisi fırıncıların bu isteğini değerlendirmeye almış ve 1 liraya satılan 250 gramlık ekmeğin fiyatını artırmak yerine, gramajı düşürerek 220 gr ekmeğin 1 liraya satılmasına karar vermiştir. Bu durumda firmaların ekmeklere yaptığı zam oranı nasıl ile ifade edilebilir?

4) Benzin Fiyatı

Hikmet ve Cevat adlarında iki arkadaşın aralarında geçen bir diyalog aşağıda verilmiştir.

…….

Hikmet: Petrole yine zam geldi

Cevat: Beni etkilemiyor. Ben daima 100 liralık alırım.

Hikmet: Bu durum zamdan etkilenmediğin anlamına gelmez. Ben de genellikle 100 liralık alırım. Geçen sefer 100 liraya 15 litre benzin almıştım. Bugün 14,5 litre alabildim.

Cevat: Peki, ne demek oluyor bu?

Hikmet: En az %5 zam demek.

………….

Sizce bu diyalogda ifade edilen Hikmet'in değerlendirmesi doğru mudur? Düşüncenizi açıklayınız.

5) Pizza

Reklamında "1 orta boy pizza Alana, 1 orta boy pizza bedava" yazan bir pizzacının müşterilerine sağladığı indirim üzerine tartışan Gizem ve Ezgi indirimin %100 olduğuna karar veriyorlar. Siz Gizem ve Ezgi'nin kararı hakkında ne düşünüyorsunuz? Yanılmış olabilirler mi? Düşüncenizi açıklayınız.

M.7.1.5.3. Bir çokluğu belirli bir yüzde ile arttırmaya veya azaltmaya yönelik hesaplamalar yapar.

MATEMATİK OKURYAZARLIĞI SORULARI

1) Kırmızı Işıkta Geçme

21.04.2016 tarihinde kırmızı ışıkta geçen 16 XXY 89 plakalı araç sahibinin adresine, 180 TL ceza gelmiştir. Tebligatta cezanın tebliğ tarihinden itibaren 15 gün içinde ödenmesi halinde %25 indirime tabi tutulacağı, gecikme halinde ise her ay %5 gecikme cezası ekleneceği belirtilmiştir. Araç sahibi, 30.04.2016 tarihinde tebliğ edilmiş bu cezayı 05.05.2016 tarihinde öderse kaç TL ödemesi gerekir?

2) Hız Limiti

Şehir içi anayollarda otomobiller için 70 km olan hız sınırı, yurttaşların şikâyetleri üzerine arttırıldı. UKOME (Ulaşım Koordinasyon Merkezi) %10 oranında hızın arttırılmasına karar verdi. Bu durumda trafik hız tabelalarında otomobiller için 70 olan değer yerine kaç yazılmalıdır?

3) Kitap Telif Hakkı

Telif hakkı; kitap yazarlarına yayıncılar tarafından ödenen paraya verilen addır.

Telif hakkının hesabı, basılan kitabın etiket fiyatı üzerinden %18 KDV (katma değer vergisi) düşüldükten sonra yapılır. KDV düşüldükten sonra kalan fiyatın yazar ile yayıncı arasında belirlenen % oranına göre ödenir. Etiket fiyatı 43 TL olan bir kitaptan %15 oranında ödenecek olan telif hakkı kitap başına kaç liradır?

4) Spor Okulu

Bir spor okulunda öğrenci seçiminde her adaya "Sıkma", "Sıçrama" ve "100 m sürat" sınavları uygulanıyor. Bu sınavlar sırasıyla %30, %30, %40 olarak ağırlıklandırılıyor. Her öğrenciye her bir sınav için ikişer deneme hakkı veriliyor. Bu denemelerden alınan puanlardan yüksek olanı geçerli sayılıyor.

	Sıkma (%30)	Sıçrama (%30)	100 m sürat (%40)
Ali	40 50	30 40	70 63
Veli	35 40	60 56	90 70
Selda	65 70	80 80	80 76
Aslı	27 30	70 62	80 84

Dört öğrencinin aldığı puanlar yukarıdaki tabloda verilmiştir. Buna göre en başarılı öğrenci hangisidir?

5) Su Yükleme

1 m^3 suyun fiyatı yaklaşık olarak 5.3 TL'dir. Abone olanlar elektronik kartlı sayaçlar sayesinde istenilen miktar su yükleyebilmektedirler. Yavuz bey ortalama 50 TL karşılığı satın aldığı su ile bir aylık su ihtiyacını karşılayabilmektedir. Son yapılan %5 zam ile suyun metreküpündeki fiyat artışını dikkate alan Yavuz Bey zam sonrasında 60 TL'lik yükleme yapmıştır.

Sizce ay sonuna kadar yüklediği su yeterli olacak mıdır? Düşüncenizi açıklayınız.

6) Sünger Fiyatları

Almanya'nın Ludwigshafen kentindeki fabrikada çıkan yangın nedeniyle uzun süre olumsuz etkilenen mobilya sektöründe sünger fiyatları %150 artış göstermiştir. Türkiye Mobilyacılar Odası Başkanları, "Sünger fabrikasında çıkan yangın sonrası fabrika kendini toparladı, yeniden üretime başladı ve üretimde sıkıntı yaşanmıyor. Ancak fiyatlarda %50 daha artış yaşanarak, toplamda %200'lük bir artışa ulaştı." şeklinde açıklama yapmışlardır?

Sizce yapılan toplam fiyat artışları %200'e ulaşmış mıdır? Eğer böyle olmadığını düşünüyorsanız sebebini açıklayınız.

HABERLER

Aşağıda verilen her bir açıklama güncel haber ajanslarından alınmıştır. Bu haberlerde yer alan yüzde hesaplamalarının doğru mu yoksa yanlış mı olduğunu belirleyiniz ve sebebini açıklayınız.

- Et fiyatları ile ilgili önemli açıklama! Fiyatı en az yüzde 30 ucuzlar...

Et ve Süt Kurumu'nun (ESK) et fiyatlarındaki artışın önüne geçmek için başlattığı kampanya sonuç verdi. Et fiyatlarında yüzde 30 indirimin söz konusu olduğu böylece kilosu 50 liraya çıkan kırmızı eti artık 38 liraya alınabileceği ve fiyatların vatandaşın ulaşabileceği noktaya geldiği duyuruldu. D Y

- Türkiye'de Mutluluk Oranı 2018'de Yüzde 53.4'e Düştü

Türkiye'de mutlu kişi oranı 2017'deki yüzde 58 düzeyinden 2018'de yüzde 54'e geriledi. Türkiye İstatistik Kurumu (TÜİK) verilerine göre, "Yaşam Memnuniyeti Araştırması"nda 120.000 kişinin beyanları incelenmiş ve 2018'de mutlu olduğunu beyan eden bireylerin bir önceki yıla göre 4800 kişilik bir azalışla 64800 olduğu belirtilmiştir. D Y

- 2019'u fındık gençleştirme yılı ilan ettiler!

Giresun Ziraat Odası Başkanı "Fındıkta verim ve kalite kaybının önüne geçilmesi için 2019'u fındıkta gençleştirme yılı ilan ettik. Gençleştirme projesiyle en az yüzde 70 verim artışı bekliyoruz" dedi.

2018 yılında ortalama verim 78 kg/da olarak belirlenmişken 2019'daki fındık verimi 128 kg/da olarak hedeflenmektedir. D Y

M.7.1.5.4. Yüzde ile ilgili problemleri çözer.

MATEMATİK OKURYAZARLIĞI SORULARI

Arsa

axb boyutlarında (a<b) dikdörtgen şeklindeki arsayı büyütmek ve bir buçuk (1,5) katına çıkarmak isteyen iki ortaktan Oya, kenarları %50 uzatmanın; Gülderen ise kenarlardan herhangi birini %50 uzatmanın, yeterli olacağını savunuyor.

1) Arsa 1

Sizce hangisinin düşüncesi doğrudur? Açıklamanızı çizimle destekleyiniz.

2) Arsa 2

Siz arabuluculuk yapsaydınız, “Tartışmaya gerek yok. Her iki kenarı %25’er uzatalım.” fikrini ileri sürüp savunur muydunuz? Düşüncenizi açıklayınız.

Kampanya

Bir giyim mağazasında hazırlanan fırsat reyonunda bir kravat 40 lira, bir gömlek 70 lira ve bir çift çorap 20 liradır. Üçünü de alan müşteriyi ödeme sırasında kasiyer, uygulanan iki kampanya konusunda bilgilendiriyor.

Buna göre 100 lirayı geçen alışverişlerde;

1. Kampanya: Aynı anda üç eşya alanlara 20 lira indirim uygulanır.

2. Kampanya: Her 100 liralık alışveriş için 20 liralık bedava alışveriş kuponu verilir. Bu müşteri kendi durumunun her iki kampanyaya uygun düştüğünü fark ediyor.

3) Kampanya 1

Birinci kampanyayı tercih ederse yaklaşık % kaç indirimli alışveriş yapmış olur?

4) Kampanya 2

İkinci kampanyayı seçiyor ve başka bir gün yaptığı 105 liralık alışverişte kuponu kullanıyor. Bu durumda bu iki alışveriş toplamında yaklaşık % kaç indirimli alışveriş yapmış olur?

Koçlar

Satışa sunulan bir sürüdeki koçların ağırlığı yaklaşık 60 kg gelmektedir. Kesildiklerinde ise yaklaşık %55 oranında et verdikleri bilinmektedir. Bir koça müşteri olduğunuzu varsayın. Koç satın almak için iki seçeneğiniz var:

- Canlı hayvanı kilosu 15 liradan alabilirsiniz. Canlı aldığınız taktirde 50 lira da kesim parası ödemeniz gerekiyor.
- Kesilmiş hayvanın etini ise kilosu 27 liradan alabilirsiniz.

5) Koçlar 1

Hangi seçeneği tercih edersiniz? Düşüncenizi açıklayınız.

6) Koçlar 2

Her iki seçeneğin aynı fiyata geleceği bir koç (ağırlığı) var mıdır? Açıklayınız.

7) Hukuk Bürosu

Bir adam, bir yıl içinde kullandığı iki kredinin dosya masrafları için toplam 700 lira ödemiştir. Yürürlüğe giren bir yasaya dayanarak mahkeme yolu ile bu parayı geri talep edebilmektedir.

İki hukuk bürosundan biri 70 lira vekalet ücreti, dosya başına 250 lira dava takip ücreti talep ederken; diğeri 90 lira vekalet ücreti ve kazancın %40’ ını talep ediyor. Davanın hangi hukuk bürosuna verilmesini önerirsiniz? Nedenini açıklayınız.

Budama

Budama, meyve ağaçlarında üretilen meyve sayısının azalmasına bunun yanında meyve tanelerinin irileşmesine yol açar. 500 kg elma üreten bir bahçeden uygun budama ile daha iri tanelerden oluşan 320 kg elma üretilebiliyor. İri taneli elmanın satışı daha kolay olduğu için iri elma üretimi teşvik ediliyor.

8) Budama 1

Markette küçük taneli elmanın kilosu 2,1 lira, iri elmanın kilosu 3,8 lira olduğuna göre hangi durumda gelir daha fazladır?

9) Budama 2

Aynı bahçeden üretilen x kg meyve, kilogramı a liradan satılıyor. Budama ile üretilen meyve miktarı yaklaşık %30 azalırken, satış fiyatı kg başına yaklaşık 2 katına çıkıyor. Budamanın teşvik edilmesi için üreticiye kazancın artacağını matematik diliyle nasıl izah edilir?

Kasko Değeri

Motorlu araçlar için Türkiye Sigorta birliği tarafından belirlenen araç KASKO değeri, trafik kazalarında, ödenecek tazminatın belirlenmesinde kullanılır. KASKO değeri, banka kredilerinde de referans alınan bir değerdir. Sinan’ın 32.000 TL si vardır ve ikinci el bir otomobil satın almak istemektedir. Firma ayrıca, anlaşmalı bankaları olan Kozakbank’ın, alınacak aracın kasko değerinin %70’i kadar faizsiz kredi verileceğini belirtmektedir. İlgilendiği üç araç türü için belirlediği bilgiler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

	Modeli	*Km*	*Kasko Değeri*	*Satış Bedeli*
Monte	2011	146.000	74.000	80.000
Skyrio	2014	50.000	70.000	82.000
Santra	2009	66.000	62.000	75.000

10) Kasko Değeri 1

Hangi araç(lar) Sinan’ın koşullarına uygun düşmektedir?

11) Kasko Değeri 2

Sinan'ın yaptığı hesaplara göre ödemelerini rahat sürdürebilmesi için alacağı krediyi “aylık ödeyerek” bir yılın sonunda ödemeleri tamamlamalıdır. Ayrıca aylık ödeme 4000 TL'yi geçmemelidir. Bu durumda hangi araçlar Sinan’ın koşullarına uygun düşmektedir?

İndirim Kuponu

Bir giyim mağazası en az 400 liralık alışveriş yapan müşterilerine yalnızca o mağazada kullanılmak üzere 100 liralık indirim kuponu vermektedir. Bu indirim kuponları en az 200 lira ve üstü bir sonraki alışverişte kullanılabilmektedir.

14) İndirim Kuponu 1

Müşterinin bu koşullarda toplamda elde edebileceği en yüksek indirim oranı, yüzde olarak yaklaşık ne kadardır?

15) İndirim Kuponu 2

Gülcan Hanım 530 liralık alışveriş yaparak 100 liralık indirim kuponu kazanıyor. Bu kuponu başka bir gün yaptığı 230 liralık alışverişinde kullanıyor. Bu durumda yararlandığı indirim oranı yüzde olarak yaklaşık ne kadardır?

16) Yumurta

Bir tavuk yumurtası ortalama 60 gr ağırlığındadır. Tavuk yumurtasının akı bütün yumurtanın yaklaşık %70' lik bir kısmını oluşturmaktadır. %30'u yumurta akı olan 500 gr' lık bir tatlı için yaklaşık kaç adet tavuk yumurtasına ihtiyaç duyulur?

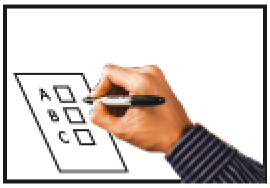
17) Ağırlıklı Not

Baraj notu 100 üzerinden 70 olan bir memuriyete giriş sınavında adaylara üç ayrı alanda ağırlıkları %30, %30 ve %40 olacak şekilde sorular sorulmaktadır. Değerlendirme sadece doğru cevaplanan soru sayıları hesaba katılmakta olup, yanlış doğruyu götürmemektedir. Bu sınava hazırlık yapan Şeyma, her bir alandan 50 sorunun sorulduğu bir deneme sınavından sırasıyla 25, 40, 40 doğru çıkarıyor. Şeyma, deneme sınavındaki bu sonucu asıl sınavda da yapabilirse memuriyete giriş sınavında başarılı olabilir mi? İşlemlerinizi gösteriniz.

Kamuoyu Araştırması

Üç partinin katılacağı milletvekili seçimi için yapılan bir kamuoyu araştırmasında partilerin aldıkları oy yüzdeleri aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Partiler	*Oy oranları (%)*
A	41
B	29
C	13



18) Kamuoyu Araştırması 1

Araştırma kapsamında fikri sorulan seçmenlerden bir kısmı kararsız olduklarını belirtmiştir. Kararsız seçmenler tüm seçmenlerin % kaçıdır?

19) Kamuoyu Araştırması 2

Seçim sonucunu tahmin etmek için izlenen yollardan biri, kararsız oyların partilere kararlı oylar oranında dağıtılmasıdır. Bu yol izlenecek olur ise A partisinin oy oranı % kaç olur?

Özgeçmiş

Doğum Yeri-Yılı: Bandırma / 1989

Eğitim

Lisans	: 2007-2012	Dokuz Eylül Üniversitesi, Buca Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Matematik Öğretmenliği
Yüksek Lisans	: 2012- 2015	Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik Eğitimi
Doktora	: 2015-2021	Bursa Uludağ Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik Eğitimi

İş

2014 - ...: Araştırma Görevlisi

Bursa Uludağ Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik Öğretmenliği

Akademik Çalışmalar

Yayınlar:

Kozaklı Ülger, T., Bozkurt, I., ve Altun, M. (2020). Thematic Analysis of Articles Focusing on Mathematical Literacy in Mathematics Teaching Learning Process , *EĞİTİM VE BİLİM*.

Bozkurt, I., Kozaklı Ülger, T., & Altun, M. (2019). Öğretmen Adaylarının Benzerlik Konusu Uygulamaları Realistik Matematik Eğitimi Açısından Bakış. *Fen, Matematik, Girişimcilik ve Teknoloji Eğitimi Dergisi*.

Tavşanlı, Ö. F., Kozaklı Ülger, T., & Kaldırım, A. (2018). The effect of graphic organizers on the problem posing skills of 3rd grade elementary school students. *Pegem Eğitim ve Öğretim Dergisi*, *8*(2), 377–406.

Altun, M., Altın Gümüş, N., Akkaya, R., Bozkurt, I., & Kozaklı Ülger, T. (2018). Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Matematik Okuryazarlığı Beceri Düzeylerinin İncelenmesi. *Fen, Matematik, Girişimcilik ve Teknoloji Eğitimi Dergisi*, *1*(1), 66–88.

Kozaklı Ülger, T., & Tapan Broutın, M. S. (2017). Pre Service Mathematics Teachers Understanding of Quadrilaterals and the Internal Relationships between Quadrilaterals The Case of Parallelograms. *European Journal of Educational Research*, *6*(3), 331–345.

Ulusal ve Uluslararası Kitap ve Kitap Bölümleri:

Altun M., Bozkurt I., Kozaklı Ülger T. & Tetik M. (2019). 8. Sınıf Matematik LGS Denemeleri – I, Yayın Yeri: Alfa Aktüel, ISBN:978-975-253-399-8,

Kozaklı, T., Bozkurt, I., ve Altun, M. (2019). Matematik okuryazarlığına tarihsel bir bakış. İçinde Çepni, S. (Ed.). *PISA ve TIMSS mantığını anlama,* (s. 337-370). Pegem Akademi: Ankara.

Drijvers P., Besnier S., Orozco J., Kozaklı Ülger, T. & Villamizar F. (2019) Transitions Toward Digital Resources: Change, Invariance, and Orchestration. In: Trouche L., Gueudet G., Pepin B. (eds) The 'Resource' Approach to Mathematics Education. Advances in Mathematics Education. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-20393-1_12

Kozaklı, T. & Akkoç, H. (2015). Pre-service Mathematics Teachers' Awareness of Social and Socio-Mathematical Norms during Technology- Enhanced Lessons. Research Highlights in Technology and Teacher Education 2015. Liu, L. & Gibson, D. C. (Ed) AACE – Association for the Advancement of Computing in Education (sf 89-96). Waynesville, NC, USA

Yurt İçi Projeler:

Okul Çaplı Zenginleştirme Modelinin Fen Alanındaki BİLSEM Öğretmenlerinin Profesyonel Gelişimlerine Etkisi, TÜBİTAK PROJESİ, Yürütücü: ÇEPNİ SALİH, Araştırmacı: ÜLGER BESTAMİ BUĞRA, Araştırmacı: ORMANCI ÜMMÜHAN, Araştırmacı: KOZAKLI TUĞÇE, 01/08/2018 (ULUSAL)

Matematik Öğretmenlerine Verilen PISA Matematik Okuryazarlık Eğitiminin Öğrenci Başarısına Etkisi. Bursa İl Millî Eğitim Müdürlüğü ve Uludağ Üniversitesi işbirliğinde yürütülen BAP projesi.

Katıldığı Yurt içi ve Yurt Dışı Bilimsel Toplantılardan Bazıları:

Kozaklı Ülger, T., & Akkoç, H. (2019). Emerging Social and Socio Mathematical Norms During Technology Enhanced Lessons. Presented at the 41st Annual Conference of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME-NA).

Kozaklı Ülger, T., & Yazgan, Y. (2019). Non Routine Problem Posing An Emotional Perspective. Presented at the 4. Uluslararası Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu.

Kozaklı Ülger, T., Bozkurt, I., & Altun, M. (2019). Posing Mathematical Literacy Problems Using why Calculated Strategy. Presented at the Uluslararası Fen, Matematik, Girişimcilik ve Teknoloji Eğitimi Kongresi'.

Kozaklı Ülger, T., & Yazgan, Y. (2018). Non Routine Problem Posing Skills of Prospective Mathematics Teacher. Presented at the 42nd Annual Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.

Kozaklı Ülger, T., & Tapan Broutin, M. S. (2018). Transition from a paper pencil to a technology enriched teaching environment a teachers use of technology and resource selection. Presented at the Re(s)sources 2018 international conference, Lyon.

Ülger, B. ve Kozaklı Ülger T. (2018). The Process of the Development of Global Competence Scale (GCS). 8th International Conference on Teaching, Education Learning (ICTEL), Rome, Italy

Altun, M., Ulger, T.K. ve Bozkurt, I. (2017). A framework suggestion for solving process of a geometrical construction problem, International Symposium of Education And Values (ISOEVA), Bodrum-Muğla, Türkiye.

Kozaklı Ülger, T., Bozkurt, I., & Altun, M. (2017). Mathematics Literacy In Mathematics Education Process A Thematic Review. Presented at the International Conference on Mathematics and Mathematics Education (ICMME-2017).

Bozkurt, I., Kozaklı, T. ve Altun, M. (2017). The Investigation of the Process of Solving a Geometrical Construction Problem of Eighth Grade Students, 15th International Geometry Symposium, Amasya, Türkiye.

Bozkurt, I., Kozaklı, T., ve Altun, M. (2017). Evaluation of the Results of a Mathematical Literacy Teaching Practice for 7th and 8th Grade. VII. Uluslararası Eğitimde Araştırmalar Kongresi, Çanakkale, Türkiye.

Kozaklı, T., Bozkurt, I., ve Altun, M. (2017). Bir Geometrik Oluşum Probleminin Çözüm Sürecinin Tahlili: axb Boyutlu Dikdörtgene Eş Alanlı Kare Çizimi. VII. Uluslararası Eğitimde Araştırmalar Kongresi, Çanakkale, Türkiye.

Bozkurt, I., Kozaklı Ülger, T., & Altun, M. (2017). Determination of Developments of 7th and 8th Grade Middle School Students after a Mathematical Literacy Teaching Experience. Presented at the 7. Uluslararası Eğitimde Araştırmalar Kongresi.

Bozkurt, I., Kozaklı, T., ve Altun, M. (2016). Teacher Candidates' Applications of the Topic of Similarity: A Perspective from the Point of View of Realistic Mathematics Education.

5th International Eurasian Conference on Mathematical Sciences And Applications, Belgrad, Sırbistan.

Kozaklı, T., Bozkurt, I. ve Altun, M. (2015). Reflections of Pre-service Teachers about Using Real-Life Problems in Mathematics Teaching, 7th World Conference on Educational Sciences, Athens.

Kozaklı, T., Bozkurt, I. ve Altun, M. (2014). Development of a Mathematics Lesson Done through Constructivist Approach, with Lesson Study, 3rd International Eurasian Conference on Mathematical Sciences and Applications, Viyana, Avusturya.

Kozaklı, T., Şay, R. ve Akkoç, H. (2014). Prospective Mathematics Teachers' Preferences For Instrumental Orchestration Types And Endorsed Norms, International Conference on Education in Mathematics, Science and Technology, Konya, Türkiye, 16-18 Mayıs, 2014.

Şay, R., Kozaklı, T., Akkoç, H. (2013). Instrumental Orchestration Types Planned By Pre-Service Mathematics Teachers, 37th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Kiel, Germany, July 28 - August 2, 2013.