



T.C.

BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI

MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

**ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN TEKNOLOJİ DESTEKLİ ORTAMDA
ÜÇGENLERİ VE DÖRTGENLERİ SINIFLANDIRMA SÜREÇLERİNİN
ENSTRÜMENTAL YAKLAŞIM ÇERÇEVESİNDE İNCELENMESİ**

DOKTORA TEZİ

Sümeyye GÜRHAN

BURSA

2020



T.C.

BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI

MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

**ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN TEKNOLOJİ DESTEKLİ ORTAMDA
ÜÇGENLERİ VE DÖRTGENLERİ SINIFLANDIRMA SÜREÇLERİNİN
ENSTRÜMENTAL YAKLAŞIM ÇERÇEVESİNDE İNCELENMESİ**

DOKTORA TEZİ

Sümeyye GÜRHAN

Danışman

Doç. Dr. Menekşe Seden TAPAN-BROUTİN

BURSA

2020

BİLİMSEL ETİĞE UYGUNLUK

Bu çalışmadaki tüm bilgilerin akademik ve etik kurallara uygun bir şekilde elde edildiğini beyan ederim.


Sümeyye GÜRHAN
01/12/2020

YÖNERGEYE UYGUNLUK ONAYI

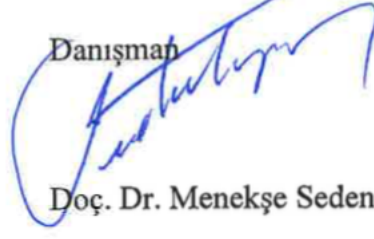
“Ortaokul Öğrencilerinin Teknoloji Destekli Ortamda Üçgenleri ve Dörtgenleri Sınıflandırma Süreçlerinin Enstrümantal Yaklaşım Çerçevesinde İncelenmesi” adlı Doktora tezi, Bursa Uludağ Üniversitesi Tez Önerisi ve Tez Yazma Yönergesi’ne uygun olarak hazırlanmıştır.

Tezi Hazırlayan



Sümeyye GÜRHAN

Danışman



Doç. Dr. Menekşe Seden TAPAN-BROUTİN

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi ABD Başkanı



Prof. Dr. Ahmet KILINÇ

T.C.
BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE,

Matematik Eğitimi Bilim Dalı'nda 811532004 numaralı Sümeyye Gürhan'ın hazırladığı "Ortaokul Öğrencilerinin Teknoloji Destekli Ortamda Üçgenleri ve Dörtgenleri Sınıflandırma Süreçlerinin Enstrümantal Yaklaşım Çerçevesinde İncelenmesi" konulu doktora çalışması ile ilgili tez savunma sınavı, 20/11/2020 günü saat 14:00-15:30 saatleri arasında yapılmış, sorulan sorulara alınan cevaplar sonunda adayın tezinin **başarılı** olduğuna **oybirliği** ile karar verilmiştir.

Üye (Sınav Komisyon Başkanı)

Prof. Dr. Murat Altun
Bursa Uludağ Üniversitesi

Üye

Doç. Dr. Nuray Parlak-Yılmaz
Bursa Uludağ Üniversitesi

Üye (Tez Danışmanı)

Doç. Dr. Menekşe Seden Tapan-Broutin
Bursa Uludağ Üniversitesi

Üye

Dr. Öğr. Üyesi Furkan Demir
Kütahya Dumlupınar Üniversitesi

Üye

Dr. Öğr. Üyesi Nuray Çalışkan-Dedeoğlu
Sakarya Üniversitesi



EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
YÜKSEK LİSANS/DOKTORA İNTİHAL YAZILIM RAPORU

ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI BAŞKANLIĞI'NA

Tarih: 07/10/2020

Tez Başlığı / Konusu: Ortaokul öğrencilerinin teknoloji destekli ortamda üçgenleri ve dörtgenleri sınıflandırma süreçlerinin enstrümantal oluşum teorisi kapsamında incelenmesi.

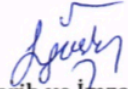
Yukarıda başlığı gösterilen tez çalışmamın a) Kapak sayfası, b) Giriş, c) Ana bölümler ve d) Sonuç kısımlarından oluşan toplam 412 sayfalık kısmına ilişkin, 28/09/2020 tarihinde danışmanım tarafından Turnitin adlı intihal tespit programından (Turnitin)* aşağıda belirtilen filtrelemeler uygulanarak alınmış olan özgünlük raporuna göre, tezimin benzerlik oranı %1 'dir.

Uygulanan filtrelemeler:

- 1- Kaynakça hariç
- 2- Alıntılar hariç/dahil
- 3- 5 kelimedenden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç

Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Tez Çalışması Özgünlük Raporu Alınması ve Kullanılması Uygulama Esasları'nı inceledim ve bu Uygulama Esasları'nda belirtilen azami benzerlik oranlarına göre tez çalışmamın herhangi bir intihal içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

Gereğini saygılarımla arz ederim.


Tarih ve İmza
07/10/2020

Adı Soyadı: Sümeyye Girken
Öğrenci No: 811532004
Anabilim Dalı: Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi
Programı: Matematik Eğitimi
Statüsü: Y.Lisans Doktora

Doç. Dr. Menekşe Seden Tapan-BROUTIN

Danışman
(Adı, Soyad, Tarih)

8.10.2020

* Turnitin programına Uludağ Üniversitesi Kütüphane web sayfasından ulaşılabilir.

ÖNSÖZ

Bu tez araştırmasının her aşamasında değerli görüşleri ile bana rehberlik eden danışmanım Sayın Doç. Dr. Menekşe Seden Tapan-Broutin'e, tez izleme komitesinde ve aynı zamanda tez savunma jürisinde değerli katkıları ile yer alan Sayın Prof. Dr. Murat Altun'a, tez izleme komitesi üyesi olarak ayrıntılı incelemeleri sayesinde tezimi daha iyi bir düzeye taşımama yardımcı olan ve aynı zamanda tez savunma jürimde yer alan Doç. Dr. Nuray Parlak-Yılmaz'a teşekkürlerimi sunarım. Ayrıca tez savunma jürimde yer alan kıymetli jüri üyeleri Sayın Dr. Öğr. Üyesi Furkan Demir'e ve Sayın Dr. Öğr. Üyesi Nuray Çalışkan-Dedeoğlu'na tezimi baştan sona okuyup inceledikleri ve değerli önerilerini benimle paylaşarak tezime katkı sağladıkları için teşekkürlerimi sunarım.

Tezimin uygulamasını yürütebilmem için bana kapılarını açan Ege Üniversitesi GVO Özel Fethiye Ortaokulu yöneticilerine ve Matematik öğretmeni Beyza Hanım'a, ayrıca uygulama süresince derslerini yönetmeme izin veren ve manevi desteğini esirgemeyen Matematik öğretmeni Aslı Hanım'a, araştırmamın uygulamalarına katılan öğrencilerime ve ailelerine içten teşekkürlerimi sunarım.

Okul hayatım boyunca maddi ve manevi destekleriyle her zaman yanımda olduklarını hissettiğim aileme sevgi, saygı ve şükranlarımı sunarım.

2211-A Genel Yurt İçi Doktora Burs Programı kapsamında sağladığı burs ile bana maddi destek veren Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu'na (TÜBİTAK) teşekkürlerimi sunarım.

Sümeyye Gürhan

ÖZET

Yazar	: Sümeyye Gürhan
Üniversite	: Bursa Uludağ Üniversitesi
Ana Bilim Dalı	: Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi
Bilim Dalı	: Matematik Eğitimi
Tezin Niteliği	: Doktora Tezi
Sayfa Sayısı	:XXXII+479
Mezuniyet Tarihi	:20.11.2020
Tez	: Ortaokul Öğrencilerinin Teknoloji Destekli Ortamda Üçgenleri ve Dörtgenleri Sınıflandırma Süreçlerinin Enstrümantal Yaklaşım Çerçevesinde İncelenmesi
Tez Danışmanı	: Doç. Dr. Menekşe Seden Tapan-Broutin

ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN TEKNOLOJİ DESTEKLİ ORTAMDA ÜÇGENLERİ VE DÖRTGENLERİ SINIFLANDIRMA SÜREÇLERİNİN ENSTRÜMENTAL YAKLAŞIM ÇERÇEVESİNDE İNCELENMESİ

Bu araştırmanın amacı, ortaokul 5. sınıf öğrencilerinin şekil üreticilerine yönelik enstrümantal oluşum süreçlerinin incelenmesi, ortaya koydukları enstrümanlı eylem şemalarının belirlenmesi ve bu süreç için planlanan ve kullanılan enstrümantal orkestrasyon türlerinin araştırılmasıdır.

Nitel araştırma yaklaşımının benimsendiği bu araştırmanın modeli, öğretim deneyi olarak belirlenmiştir. Araştırmanın uygulaması 2018-2019 eğitim-öğretim yılı bahar döneminde Muğla ilinin Fethiye ilçesinde bulunan ve amaçlı örnekleme yöntemi ile belirlenen bir ortaokulda, on altı 5. sınıf öğrencisi ile gerçekleştirilmiştir. Üçgenler ve dörtgenler konusunda, Geometer's Sketchpad yardımıyla hazırlanan ve şekil üreticiler olarak adlandırılan dinamik araçlar kullanılarak, altı farklı tür etkinlik tasarlanmıştır. Bu etkinlikler, teknolojik altyapıya sahip bir sınıfta ikişerli gruplara ayrılan öğrencilerle iki haftalık öğretim süresi boyunca kullanılmıştır. Araştırmanın verileri öğrencilerin bilgisayarlarına kurulan ekran ve ses kaydetme programı, sınıfa yerleştirilen video kamera, araştırmacı notları, çalışma yapıları ve öğretim sonunda yapılan mülakatlar aracılığıyla toplanmıştır. Öğrencilerin enstrümanlı eylem şemalarına yönelik veriler içerik analizi yöntemi ile, enstrümantal orkestrasyona yönelik veriler ise betimsel analiz yöntemi ile analiz edilmiştir.

Araştırmanın sonucunda, öğrencilerin şekil üreticilerine yönelik enstrümanlı eylem şemalarında bulunan işlevsel sabitlerin, üçgen ve dörtgen hiyerarşisini anlamlandırmaları ile

yakından ilişkili olduğu görülmüştür. Bu bağlamda, şekil üreticilerine yönelik enstrümanlı eylem şemalarında, özellikler arası ilişkiler üzerinden üçgenleri ve dörtgenleri ilişkilendiren işlevsel sabitleri barındıran öğrenciler üçgen ve dörtgen hiyerarşisini anlamlandırabilmişken, şemalarında bu işlevsel sabitleri bulundurmayan öğrenciler hiyerarşik ilişkileri anlamlandıramamıştır. Ayrıca 16 farklı türde enstrümantal orkestrasyonun kullanıldığı öğretimde, tahmin etme ve test etme, işbirlikli problem çözme ve teknolojiyi kullanmadan teknolojiyi tartışma orkestrasyonlarının öğrencilerin zihinsel şemalarının gelişimini desteklediği görülmüştür.

Anahtar Sözcükler: Enstrümanlı eylem şeması, enstrümantal orkestrasyon, Geometer's Sketchpad programı, işlevsel sabitler, şekil üreticiler, üçgenleri ve dörtgenleri sınıflandırma.

ABSTRACT

Author : Sümeyye Gürhan
University : Bursa Uludağ University
Field : Mathematics and Science Education
Branch : Mathematics Education
Degree Awarded : PhD Thesis
Page Number :XXXII+479
Degree Date :20.11.2020
Thesis Investigation of Middle School Students' Triangle and Quadrilaterals
Classification Processes in The Technologically Supported
Environment in The Context of Instrumental Approach
Supervisor : Assoc. Prof. Menekşe Seden Tapan-Broutin

INVESTIGATION OF MIDDLE SCHOOL STUDENTS' TRIANGLE AND QUADRILATERALS CLASSIFICATION PROCESSES IN THE TECHNOLOGICALLY SUPPORTED ENVIRONMENT IN THE CONTEXT OF INSTRUMENTAL APPROACH

This study aims to examine the instrumental genesis processes of middle school 5th-grade students for shape makers, determine the instrumental action schemes they have revealed, and investigate the types of instrumental orchestration planned and used for this process.

The model of the study, in which the qualitative research approach was adopted, was determined as a teaching experiment. The study was carried out with sixteen 5th grade students in a middle school, selected by purposeful sampling method, in the Fethiye district of Muğla province in the spring semester of the 2018-2019 academic year. Six different activities on triangles and quadrilaterals were designed using dynamic tools called shape makers prepared with Geometer's Sketchpad. These activities were used during the two-week teaching period with students who were divided into groups of two in a technology-supported classroom. The research data were collected through a screen and audio recording program installed on students' computers, a video camera installed in the classroom, researcher notes, worksheets, and interviews at the end of the teaching. The data for the students' instrumental action schemes were analyzed by the content analysis method, and the data for the instrumental orchestration were analyzed by the descriptive analysis method.

As a result of the study, it was observed that the operational invariants in the instrumental action schemes of the students for the shape makers were firmly related to their interpretation of the hierarchy of triangles and quadrilaterals. In this context, students, who have operational invariants related to relations between the properties of the shapes in their schemes were able to make sense of the hierarchy of triangles and quadrilaterals. Whereas students, who did not contain these operational invariants in their instrumental action schemes, could not make sense of hierarchical relationships. Besides, in teaching where 16 different types of instrumental orchestrations were used, it was observed that predict-and-test, collaborative problem solving, and discuss-tech-without-it orchestrations supported the development of students' instrumental action schemes.

Keywords: Instrumented action schemes, instrumental orchestration, Geometer's Sketchpad, operational invariants, shape makers, classification of triangles and quadrilaterals.

İÇİNDEKİLER

	Sayfa No
ÖNSÖZ.....	iii
ÖZET	vi
ABSTRACT	viii
İÇİNDEKİLER.....	x
Tablolar Listesi.....	xvi
Şekiller Listesi.....	xvii
Kısaltmalar Listesi.....	xxxii
1. Bölüm Giriş	1
1.1. Problem Durumu	1
1.2. Araştırma Soruları	6
1.3. Araştırmanın Amacı	6
1.4. Araştırmanın Önemi	7
1.5. Araştırmanın Varsayımları	10
1.6. Araştırmanın Sınırlılıkları	10
1.7. Tanımlar	11
2. Bölüm Kavramsal Çerçeve ve Alan Yazın.....	13
2.1. Üçgenlerin ve Dörtgenlerin Öğretimi.....	13
2.1.1. Öğretimde kapsayan-dışlayan tanımlar	14
2.1.2. Üçgenlerin ve dörtgenlerin sınıflandırılması.....	14
2.1.3. Üçgenlerin ve dörtgenlerin sınıflandırılması ile ilgili çalışmalar.....	17

2.2. Dinamik Geometri Ortamları	21
2.2.1. Öğretimde çizim-figür ayrımı.	24
2.2.2. Geometer's Sketchpad yazılımı ve şekil üreticiler.....	25
2.2.3. Şekil üreticiler ile ilgili çalışmalar.	28
2.3. Enstrümantal Yaklaşım	32
2.3.1. Enstrümantal oluşum.....	34
2.3.2. Enstrümantal oluşum ile ilgili çalışmalar.....	40
2.3.3. Enstrümantal orkestrasyon.	42
2.3.4. Enstrümantal orkestrasyon ile ilgili çalışmalar.	44
3. Bölüm Yöntem	53
3.1. Araştırmanın Modeli	53
3.1.1. Öğretim deneyi.....	54
3.2. Çalışma Grubu.....	55
3.3. Veri Toplama Araçları.....	57
3.3.1. Mülakatlar.	58
3.3.2. Çalışma yapıları.....	59
3.3.3. Ekran, ses ve video kaydı.....	62
3.3.4. Araştırmacı notları.....	62
3.4. Verilerin Toplanması ve Çözümlemesi.....	63
3.4.1. Pilot uygulama ve öğretim tasarımı.....	63
3.4.2. Asıl uygulama.	66
3.4.3. Veri analizi.	69

3.4.4. Geçerlik ve güvenilirlik.....	71
4. Bölüm Etkinlik Ön Analizleri	75
4.1. Şekil Üreticilerini Tanıyalım Etkinliği.....	75
4.2. Bunu Yapabilir Misin? Etkinliği	78
4.3. Tahmin & Kontrol Etkinliği.....	83
4.4. Şekillerin Özellikleri Etkinliği	87
4.5. Yeni Bir Üçgen Türü Etkinliği.....	90
4.6. Bilmeceler Etkinliği	95
5. Bölüm Bulgular ve Yorumlar.....	100
5.1. Öğrencilerin Şekil Üreticileri ile Kullandıkları Enstrümanlı Teknikler.....	100
5.1.1. Öğrencilerin üçgen üreticileri ile kullandıkları enstrümanlı teknikler.	101
5.1.2. Öğrencilerin dörtgen üreticileri ile kullandıkları enstrümanlı teknikler.	103
5.2. Öğrencilerin Şekil Üreticilerine Yönelik Enstrümantal Oluşum Süreçleri ve Enstrümanlı Eylem Şemaları.....	106
5.2.1. Öğrencilerin üçgen üreticilerine yönelik enstrümantal oluşum süreçleri ve enstrümanlı eylem şemaları.....	106
5.2.1.1. Birinci grubun üçgen üreticilerine yönelik enstrümantal oluşum süreci.....	107
5.2.1.1.1. Birinci grubun üçgen üreticilerine yönelik enstrümanlı eylem şeması...125	
5.2.1.2. İkinci grubun üçgen üreticilerine yönelik enstrümantal oluşum süreci.	129
5.2.1.2.1. İkinci grubun üçgen üreticilerine yönelik enstrümanlı eylem şeması... 138	
5.2.1.3. Üçüncü grubun üçgen üreticilerine yönelik enstrümantal oluşum süreci.	141
5.2.1.3.1. Üçüncü grubun üçgen üreticilerine yönelik enstrümanlı eylem şeması.149	

5.2.1.4. Dördüncü grubun üçgen üreticilerine yönelik enstrümantal oluşum süreci..	152
5.2.1.4.1. Dördüncü grubun üçgen üreticilerine yönelik enstrümanlı eylem şeması.....	160
5.2.1.5. Beşinci grubun üçgen üreticilerine yönelik enstrümantal oluşum süreci.....	164
5.2.1.5.1. Beşinci grubun üçgen üreticilerine yönelik enstrümanlı eylem şeması..	171
5.2.1.6. Altıncı grubun üçgen üreticilerine yönelik enstrümantal oluşum süreci.....	174
5.2.1.6.1. Altıncı grubun üçgen üreticilerine yönelik enstrümanlı eylem şeması...	182
5.2.1.7. Yedinci grubun üçgen üreticilerine yönelik enstrümantal oluşum süreci.	185
5.2.1.7.1. Yedinci grubun üçgen üreticilerine yönelik enstrümanlı eylem şeması.	192
5.2.1.8. Sekizinci grubun üçgen üreticilerine yönelik enstrümantal oluşum süreci...	197
5.2.1.8.1. Sekizinci grubun üçgen üreticilerine yönelik enstrümanlı eylem şeması.....	204
5.2.2. Öğrencilerin dörtgen üreticilerine yönelik enstrümantal oluşum süreçleri ve enstrümanlı eylem şemaları.....	207
5.2.2.1. Birinci grubun dörtgen üreticilerine yönelik enstrümantal oluşum süreci...	208
5.2.2.1.1. Birinci grubun dörtgen üreticilerine yönelik enstrümanlı eylem şeması.....	239
5.2.2.2. İkinci grubun dörtgen üreticilerine yönelik enstrümantal oluşum süreci.....	245
5.2.2.2.1. İkinci grubun dörtgen üreticilerine yönelik enstrümanlı eylem şeması..	259
5.2.2.3. Üçüncü grubun dörtgen üreticilerine yönelik enstrümantal oluşum süreci...	264
5.2.2.3.1. Üçüncü grubun dörtgen üreticilerine yönelik enstrümanlı eylem şeması.....	278

5.2.2.4. Dördüncü grubun dörtgen üreticilerine yönelik enstrümantal oluşum süreci.....	283
5.2.2.4.1. Dördüncü grubun dörtgen üreticilerine yönelik enstrümanlı eylem şeması.....	301
5.2.2.5. Beşinci grubun dörtgen üreticilerine yönelik enstrümantal oluşum süreci. ...	306
5.2.2.5.1. Beşinci grubun dörtgen üreticilerine yönelik enstrümanlı eylem şeması.....	318
5.2.2.6. Altıncı grubun dörtgen üreticilerine yönelik enstrümantal oluşum süreci. ...	322
5.2.2.6.1. Altıncı grubun dörtgen üreticilerine yönelik enstrümanlı eylem şeması.....	337
5.2.2.7. Yedinci grubun dörtgen üreticilerine yönelik enstrümantal oluşum süreci...342	
5.2.2.7.1. Yedinci grubun dörtgen üreticilerine yönelik enstrümanlı eylem şeması.....	356
5.2.2.8. Sekizinci grubun dörtgen üreticilerine yönelik enstrümantal oluşum süreci.360	
5.2.2.8.1. Sekizinci grubun dörtgen üreticilerine yönelik enstrümanlı eylem şeması.....	373
5.2.3. Öğrencilerin üçgen ve dörtgen üreticilerine yönelik enstrümanlı eylem şemalarında ortaya çıkan kategoriler.	378
5.3. Öğretimde Kullanılan Enstrümantal Orkestrasyonlara Yönelik Bulgular	390
5.3.1. “Şekil üreticileri tanıyalım” etkinliğinde kullanılan enstrümantal orkestrasyonlar.....	390
5.3.2. “Bunu yapabilir misin?” etkinliğinde kullanılan enstrümantal orkestrasyonlar.....	395

5.3.3. “Tahmin & Kontrol” etkinliğinde kullanılan enstrümantal orkestrasyonlar.....	399
5.3.4. “Şekillerin özellikleri” etkinliğinde kullanılan enstrümantal orkestrasyonlar.....	405
5.3.5. “Yeni bir üçgen türü” etkinliğinde kullanılan enstrümantal orkestrasyonlar.....	411
5.3.6. “Bilmeceler” etkinliğinde kullanılan enstrümantal orkestrasyonlar	417
5.4. Öğretimde Kullanılan Enstrümantal Orkestrasyonlar ile Öğrencilerin Enstrümanlı Eylem Şemaları Arasındaki İlişki.....	419
6. Bölüm Sonuçlar, Tartışma ve Öneriler.....	427
6.1. Sonuçlar ve Tartışma.....	427
6.1.1. Öğrencilerin üçgen üreticilerine yönelik enstrümanlı eylem şemaları.....	428
6.1.2. Öğrencilerin dörtgen üreticilerine yönelik enstrümanlı eylem şemaları	433
6.1.3. Öğretimde kullanılan enstrümantal orkestrasyonlar.....	440
6.2. Öneriler.....	443
Kaynakça.....	446
EKLER	472
Ek 1: Muğla İl Milli Eğitim Müdürlüğü’nden Alınan İzin Belgesi	473
Ek 2: Ön Görüşme Soruları	474
Ek 3: Mülakat Soruları	476
Ek 4: Özgeçmiş	478
Ek 5: Tez Çoğaltma ve Elektronik Yayımlama İzin Formu.....	479

Tablolar Listesi

<i>Tablo</i>	<i>Sayfa</i>
1. Orkestrasyon türleri.....	45
2. Kratky'nin (2016) tanımladığı orkestrasyon türleri.....	49
3. Öğrenci özellikleri.....	57
4. Mülakat bilgileri.....	58
5. Asıl uygulama bilgileri.....	67
6. Öğrencilerin üçgen enstrümanlı eylem şemasının bileşenleri.....	379
7. Kenarlarına göre üçgenler sınıflandırmasında yer alan üreticilere yönelik enstrümanlı eylem şemalarının bileşenleri	381
8. Açıklarına göre üçgenler sınıflandırmasında yer alan üreticilere yönelik enstrümanlı eylem şemalarının bileşenleri	383
9. Dörtgenler sınıflandırmasında yer alan üreticilere yönelik enstrümanlı eylem şemalarının bileşenleri	385
10. Öğretim için planlanan ve öğretim sürecinde kullanılan enstrümantal orkestrasyonlar.....	420

Şekiller Listesi

<i>Şekil</i>	<i>Sayfa</i>
1. Açılarına göre üçgenler	15
2. Kenarlarına göre üçgenler	15
3. Yamuğun dışlayan tanımına göre dörtgenlerin ayırık sınıflandırması	16
4. Yamuğun kapsayan tanımına göre dörtgenlerin hiyerarşik sınıflandırması.....	16
5. Paralelkenar üreticinin hareketinin anlık görüntülerinin bir kısmı	27
6. Enstrümantal oluşumun bileşenleri	34
7. Şema, teknik, jest ve işlevsel sabitler arasındaki ilişkiler	39
8. Enstrümantal orkestrasyonun bileşenleri.....	43
9. Tahmin & kontrol-kare & dikdörtgen & paralelkenar etkinliği (bilgisayar ortamı)	60
10. Tahmin & kontrol- kare & dikdörtgen & paralelkenar etkinliği (kağıt-kalem ortamı)	60
11. Dörtgenleri bilmeceler yardımıyla gruplandırılım (kare-dikdörtgen-paralelkenar)	61
12. Sınıf düzeni	62
13. Şekil üreticileri tanıyalım (dörtgenler)	65
14. Üçgen/dörtgen üreticileri tanıyalım etkinlikleri	76
15. Bunu yapabilir misin? (üçgenler) etkinliği.....	79
16. Bunu yapabilir misin? (dörtgenler) etkinliği	80
17. Bunu yapabilir misin? (dörtgenler) etkinliği çalışma yaprağı.....	81
18. Tahmin & kontrol-kare & dikdörtgen	84
19. Tahmin & kontrol-kare & dikdörtgen etkinliği çalışma yaprağı.....	84
20. Dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim-kare etkinliği ekran görüntüsü	89

21.	Yeni bir üçgen türü-kenarlarına göre üçgenler.....	91
22.	Yeni bir üçgen türü-kenarlarına göre üçgenler etkinliği çalışma yaprağı	91
23.	Üçgenleri sınıflandırılma çalışma yaprağı.....	93
24.	Üçgenleri tabloda gösterelim çalışma yaprağı	94
25.	Bilmeceler etkinliği çalışma yaprağından bir kesit (dikdörtgen bilmecesi) ..	96
26.	Bilmeceler etkinliği çalışma yaprağı (yamuk ve paralelkenar).....	97
27.	Yapıları birleştirelim çalışma yaprağı	98
28.	Birinci grubun üçgen üreticileri tanıyalım etkinliği ekran kaydından bir kesit	108
29.	Bunu yapabilir misin? (üçgenler) etkinliğinde verilen resim	109
30.	Ö1'in ön görüşmede dik üçgen için yazdığı cevap	110
31.	Ö2'nin bunu yapabilir misin? (üçgenler) çalışma yaprağı	111
32.	Tahmin & kontrol-eşkenar üçgen & ikizkenar üçgen etkinliğinde verilen üçgenler.....	111
33.	Ö1'in üçgenlerin özelliklerini inceleyelim çalışma yaprağından bir kesit ..	114
34.	Aile ilişkileri şeması	116
35.	İkizkenar üçgen & eşkenar üçgen aile ilişkileri şeması.....	117
36.	Üçgen hiyerarşisi	117
37.	Ö2'nin yeni bir üçgen türü-kenarlarına göre üçgenler etkinliği çalışma yaprağı	120
38.	Birinci grubun yeni bir üçgen türü-kenarlarına göre üçgenler etkinliği ekran kaydından bir kesit.....	121
39.	Ö1'in üçgenlerin özelliklerini inceleyelim çalışma yaprağı.....	122
40.	Ö1'in yeni bir üçgen türü-açılarına göre üçgenler etkinliği çalışma yaprağı	124

41.	Ö1'in üçgenleri sınıflandırılma çalışma yaprağı.....	125
42.	Ö1'in mülakat verilerinden bir kesit	127
43.	Ö4'ün tahmin & kontrol-eşkenar üçgen & ikizkenar üçgen çalışma yaprağı.....	133
44.	Ö4'ün ön görüşme verilerinden bir kesit.....	134
45.	Ö3'ün yeni bir üçgen türü-kenarlarına göre üçgenler çalışma yaprağı.....	136
46.	Ö3'ün üçgenleri sınıflandırılma çalışma yaprağı	138
47.	Ö4'ün yeni bir üçgen türü-açılarına göre üçgenler çalışma yaprağından bir kesit.....	139
48.	Ö6'nın üçgenlerin özelliklerini inceleyelim çalışma yaprağı.....	145
49.	Ö5'in yeni bir üçgen türü-kenarlarına göre üçgenler etkinliği çalışma yaprağı.....	146
50.	Ö6'nın mülakat verilerinden bir kesit	150
51.	Ö5'in yeni bir üçgen türü-açılarına göre üçgenler çalışma yaprağından bir kesit.....	151
52.	Dördüncü grubun bunu yapabilir misin? (üçgenler) etkinliği ekran kaydından bir kesit	152
53.	Ö7'nin üçgenlerin özelliklerini inceleyelim çalışma yaprağı.....	154
54.	Ö8'in yeni bir üçgen türü-kenarlarına göre üçgenler etkinliği çalışma yaprağı.....	155
55.	Ö7'nin yeni bir üçgen türü-açılarına göre üçgenler çalışma yaprağından bir kesit.....	157
56.	Ö8'in üçgenleri sınıflandırılma çalışma yaprağı.....	160
57.	Ö8'in ön görüşme verilerinden bir kesit.....	161
58.	Ö8'in mülakat verilerinden bir kesit	163
59.	Ö7'nin mülakat verilerinden bir kesit	164
60.	Ö10'un bunu yapabilir misin? (üçgenler) etkinliği çalışma yaprağı.....	165
61.	Ö9'un ön görüşme verilerinden bir kesit.....	166

62.	Ö9'un üçgenlerin özelliklerini inceleyelim çalışma yaprağından bir kesit .	168
63.	Ö9'un yeni bir üçgen türü-kenarlarına göre üçgenler etkinliği çalışma yaprağı	168
64.	Ö10'un üçgenlerin özelliklerini inceleyelim çalışma yaprağından bir kesit	169
65.	Ö9'un yeni bir üçgen türü-açılarına göre üçgenler çalışma yaprağından bir kesit.....	170
66.	Ö10'un yeni bir üçgen türü-açılarına göre üçgenler çalışma yaprağından bir kesit.....	170
67.	Ö10'un üçgenleri sınıflandırılma çalışma yaprağı	171
68.	Ö10'un mülakat verilerinden bir kesit.....	172
69.	Ö12'nin bunu yapabilir misin? (üçgenler) etkinliği çalışma yaprağı.....	175
70.	Ö11'in tahmin & kontrol-eşkenar üçgen & ikizkenar üçgen etkinliği çalışma yaprağından bir kesit.....	176
71.	Ö12'nin tahmin & kontrol-eşkenar üçgen & ikizkenar üçgen etkinliği çalışma yaprağından bir kesit	177
72.	Ö12'nin ön görüşme verilerinden bir kesit.....	178
73.	Ö11'in üçgenlerin özelliklerini inceleyelim çalışma yaprağı.....	178
74.	Ö11'in yeni bir üçgen türü-kenarlarına göre üçgenler çalışma yaprağından bir kesit.....	179
75.	Ö11'in yeni bir üçgen türü açılarına göre üçgenler etkinliği çalışma yaprağı	180
76.	Ö11'in üçgenleri sınıflandırılma çalışma yaprağı	181
77.	Ö12'nin üçgenleri sınıflandırılma çalışma yaprağından bir kesit	181
78.	Ö11'in mülakat verilerinden bir kesit.....	182
79.	Ö12'nin ön görüşme verilerinden bir kesit.....	184

80.	Yedinci grubun üçgen üreticileri tanıyalım etkinliği ekran kaydından bir kesit.....	186
81.	Yedinci grubun üçgen üreticileri tanıyalım etkinliği ekran kaydından bir kesit.....	187
82.	Ö13'ün bunu yapabilir misin? (üçgenler) çalışma yaprağından bir kesit	187
83.	Ö13'ün tahmin & kontrol-eşkenar & ikizkenar üçgen çalışma yaprağından bir kesit	188
84.	Ö13'ün üçgenlerin özelliklerini inceleyelim çalışma yaprağından bir kesit.....	190
85.	Ö14'ün yeni bir üçgen türü-kenarlarına göre üçgenler çalışma yaprağı.....	190
86.	Ö13'ün yeni bir üçgen türü-açılarına göre üçgenler çalışma yaprağından bir kesit.....	191
87.	Ö14'ün yeni bir üçgen türü-açılarına göre üçgenler çalışma yaprağından bir kesit.....	192
88.	Ö13'ün üçgenleri sınıflandırılma çalışma yaprağından bir kesit	192
89.	Ö13'ün ön görüşme verilerinden bir kesit.....	195
90.	Ö13'ün mülakat verilerinden bir kesit.....	196
91.	Ö15'in üçgenlerin özelliklerini inceleyelim çalışma yaprağı.....	200
92.	Ö16'nın yeni bir üçgen türü-kenarlarına göre üçgenler etkinliği çalışma yaprağı	202
93.	Ö16'nın üçgenlerin özelliklerini inceleyelim çalışma yaprağından bir kesit.....	202
94.	Ö15'in yeni bir üçgen türü-açılarına göre üçgenler çalışma yaprağından bir kesit.....	203
95.	Ö16'nın üçgenleri sınıflandırılma çalışma yaprağı.....	204
96.	Ö16'nın ön görüşme verilerinden bir kesit.....	205
97.	Ö15'in mülakat verilerinden bir kesit	205
98.	Ö15'in mülakat verilerinden bir kesit	207

99.	Birinci grubun bunu yapabilir misin? (dörtgenler) etkinliği ekran kaydından bir kesit	208
100.	Ö1'in ön görüşme verilerinden bir kesit.....	209
101.	Tahmin & kontrol-kare & dikdörtgen etkinliğinde verilen dörtgenler.....	210
102.	Birinci grubun tahmin & kontrol-kare & dikdörtgen ekran kaydından bir kesit.....	212
103.	Dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim etkinliği ekran resmi (kare).....	214
104.	Ö1'in dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim-kare çalışma yaprağı.....	214
105.	Tahmin & kontrol-kare & dikdörtgen & paralelkenar etkinliğinde verilen dörtgenler	217
106.	Ö2'nin dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim-paralelkenar çalışma yaprağı	220
107.	Ö2'nin dörtgenleri bilmeceler yardımıyla gruplandırılım-1 (kare) çalışma yaprağından bir kesit.....	223
108.	Ö2'nin ön görüşme verilerinden bir kesit.....	224
109.	Tahmin & kontrol-kare & eşkenar dörtgen etkinliğinde verilen dörtgenler.	224
110.	Ö2'nin dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim-eşkenar dörtgen çalışma yaprağı	226
111.	Tahmin & kontrol-kare & eşkenar dörtgen & paralelkenar etkinliğinde verilen dörtgenler	227
112.	Birinci grubun tahmin & kontrol-kare & eşkenar dörtgen & paralelkenar etkinliği ekran kaydından bir kesit	228
113.	Ö1'in dörtgenleri bilmeceler yardımıyla gruplandırılım-2 (eşkenar) çalışma yaprağından bir kesit.....	230

114.	Tahmin & kontrol-dikdörtgen & eşkenar dörtgen etkinliğinde verilen dörtgenler.....	233
115.	Ö2'nin yapıları birleştirilim çalışma yaprağı.....	235
116.	Tahmin & kontrol-paralelkenar & yamuk etkinliğinde verilen dörtgenler	235
117.	Ö1'in tahmin & kontrol-paralelkenar & yamuk çalışma yaprağından bir kesit.....	236
118.	Ö1'in bilmecelerdeki şekilleri bulalım etkinliğinden bir kesit.....	238
119.	Ö2'nin bilmecelerdeki şekilleri bulalım etkinliğinden bir kesit.....	239
120.	Ö1'in mülakat kağıdından bir kesit	240
121.	Ö1'in ön görüşme verilerinden bir kesit.....	241
122.	Ö2'nin mülakat verilerinden bir kesit	243
123.	Ö1'in ön görüşme verilerinden bir kesit.....	244
124.	Ö2'nin ön görüşme verilerinden bir kesit.....	244
125.	İkinci grubun bunu yapabilir misin? (dörtgenler) etkinliği ekran kaydından bir kesit.....	246
126.	Ö4'ün bunu yapabilir misin? (dörtgenler) çalışma yaprağı.....	247
127.	Ö4'ün ön görüşme verilerinden bir kesit.....	247
128.	Ö4'ün dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim-kare ve dikdörtgen çalışma yaprağı	249
129.	İkinci grubun tahmin & kontrol-kare & dikdörtgen & paralelkenar etkinliği ekran kaydından bir kesit.....	250
130.	Ö3'ün dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim-paralelkenar çalışma yaprağı.....	251
131.	Ö3'ün dörtgenleri bilmeceler yardımıyla gruplandırılım-1 etkinliği (dikdörtgen) çalışma yaprağından bir kesit	252
132.	İkinci grubun tahmin & kontrol-kare & eşkenar dörtgen ekran kaydından bir kesit.....	253

133.	Ö4'ün dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim-eşkenar dörtgen çalışma yaprağı	253
134.	Ö4'ün tahmin & kontrol-kare & eşkenar dörtgen-paralelkenar etkinliği çalışma yaprağından bir kesit	256
135.	Ö3'ün bilmeceler yardımıyla dörtgenleri sınıflandırılma-2 etkinliğinden bir kesit.....	256
136.	Ö4'ün yapıları birleştirelim çalışma yaprağı	257
137.	Ö3'ün dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim-yamuk çalışma yaprağı.....	258
138.	Ö4'ün bilmecelerdeki şekilleri bulalım etkinliğinden bir kesit.....	259
139.	Ö4'ün ön görüşme verilerinden bir kesit.....	261
140.	Ö3'ün ön görüşme verilerinden bir kesit.....	262
141.	Ö3'ün ön görüşme verilerinden bir kesit.....	263
142.	Üçüncü grubun bunu yapabilir misin? (dörtgenler) etkinliği ekran kaydından bir kesit	264
143.	Ö5'in dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim-kare çalışma yaprağı	267
144.	Ö6'nın dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim-dikdörtgen çalışma yaprağı .	267
145.	Ö6'nın ön görüşme verilerinden bir kesit.....	269
146.	Ö6'nın dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim paralelkenar çalışma yaprağı	269
147.	Ö6'nın ön görüşme verilerinden bir kesit.....	271
148.	Ö5'in dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim-eşkenar dörtgen çalışma yaprağı	271
149.	Ö5'in dörtgenleri bilmeceler yardımıyla gruplandırılma-2 (eşkenar dörtgen) etkinliğinden bir kesit	273
150.	Ö5'in yapıları birleştirelim etkinliği çalışma yaprağından bir kesit.....	276
151.	Ö6'nın dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim-yamuk çalışma yaprağı.....	277

152.	Ö5'in bilmecelerdeki şekilleri bulalım etkinliğinden bir kesit.....	277
153.	Ö6'nın bilmecelerdeki şekilleri bulalım etkinliğinden bir kesit.....	278
154.	Ö5'in ön görüşme verilerinden bir kesit.....	278
155.	Ö5'in ön görüşme verilerinden bir kesit.....	279
156.	Ö6'nın ön görüşme verilerinden bir kesit.....	280
157.	Ö6'nın ön görüşme verilerinden bir kesit.....	282
158.	Dördüncü grubun bunu yapabilir misin? (dörtgenler) etkinliği ekran kaydından bir kesit	283
159.	Ö8'in bunu yapabilir misin? (dörtgenler) çalışma yaprağından bir kesit.....	284
160.	Ö8'in dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim-kare çalışma yaprağı.....	286
161.	Ö7'nin dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim-dikdörtgen çalışma yaprağı	286
162.	Ö7'nin dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim-paralelkenar çalışma yaprağı.....	289
163.	Ö7'nin dörtgenleri bilmeceler yardımıyla gruplandırılalım-1 etkinliği (paralelkenar) çalışma yaprağından bir kesit.....	289
164.	Ö8'in dörtgenleri bilmeceler yardımıyla gruplandırılalım-1 etkinliği (dikdörtgen) çalışma yaprağından bir kesit	290
165.	Ö7'nin dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim-eşkenar dörtgen çalışma yaprağı	292
166.	Ö8'in yapıları birleştirelim çalışma yaprağından bir kesit.....	296
167.	Ö8'in dikdörtgen üreticiyle çalışırken ki ekran kaydından bir kesit	296
168.	Ö7'nin dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim-yamuk çalışma yaprağı.....	298
169.	Ö8'in bilmecelerdeki dörtgenleri bulalım çalışma yaprağından bir kesit	300
170.	Ö7'nin ön görüşme verilerinden bir kesit.....	301
171.	Ö8'in ön görüşme verilerinden bir kesit.....	302
172.	Ö7'nin ön görüşme verilerinden bir kesit.....	302
173.	Ö7'nin ön görüşme verilerinden bir kesit.....	305

174.	Ö7'nin mülakat notlarından bir kesit.....	305
175.	Beşinci grubun bunu yapabilir misin? (dörtgenler) etkinliği ekran kaydından bir kesit	306
176.	Ö9'un bunu yapabilir misin? (dörtgenler) etkinliği çalışma yaprağı	307
177.	Ö9'un dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim-kare çalışma yaprağı.....	308
178.	Ö10'un dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim-dikdörtgen çalışma yaprağı	309
179.	Ö10'un tahmin & kontrol-kare & dikdörtgen & paralelkenar etkinliği çalışma yaprağından bir kesit.....	310
180.	Ö9'un dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim-paralelkenar çalışma yaprağı	311
181.	Ö10'un dörtgenleri bilmeceler yardımıyla gruplandırılím-1 etkinliği (dikdörtgen) çalışma yaprağından bir kesit	312
182.	Ö10'un dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim-eşkenar dörtgen çalışma yaprağı	313
183.	Ö9'un ön görüşme verilerinden bir kesit.....	313
184.	Ö10'un dörtgenleri bilmeceler yardımıyla gruplandırılím-2 etkinliği (paralelkenar) çalışma yaprağından bir kesit.....	314
185.	Ö9'un yapıları birleştirelim çalışma yaprağından bir kesit	315
186.	Ö9'un ön görüşme verilerinden bir kesit.....	316
187.	Ö9'un bilmecelerdeki dörtgenleri bulalım çalışma yaprağından bir kesit ...	317
188.	Ö10'un bilmecelerdeki dörtgenleri bulalım çalışma yaprağından bir kesit .	318
189.	Ö9'un ön görüşme verilerinden bir kesit.....	319
190.	Ö10'un ön görüşme verilerinden bir kesit.....	319
191.	Ö10'un ön görüşme verilerinden bir kesit.....	320
192.	Ö9'un ön görüşme verilerinden bir kesit.....	321
193.	Ö9'un ön görüşme verilerinden bir kesit.....	321

194.	Ö10'un ön görüşme verilerinden bir kesit.....	322
195.	Altıncı grubun bunu yapabilir misin? (dörtgenler) etkinliği ekran kaydından bir kesit	323
196.	Ö11'in dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim-kare & dikdörtgen çalışma yaprağı	325
197.	Ö12'nin dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim-paralelkenar çalışma yaprağı.....	327
198.	Ö11'in dörtgenleri bilmeceler yardımıyla gruplandırılma-1 etkinliğinden bir kesit.....	328
199.	Ö11'in dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim-eşkenar dörtgen çalışma yaprağı	329
200.	Ö11'in dörtgenleri bilmeceler yardımıyla gruplandırılma-2 etkinliğinden bir kesit.....	330
201.	Ö12'nin dörtgenleri bilmeceler yardımıyla gruplandırılma-2 etkinliğinden bir kesit.....	330
202.	Ö11'in tahmin & kontrol-dikdörtgen & eşkenar dörtgen çalışma yaprağından bir kesit	332
203.	Ö12'nin yapıları birleştirelim çalışma yaprağından bir kesit.....	332
204.	Altıncı grubun tahmin & kontrol-paralelkenar & yamuk etkinliği ekran kaydından bir kesit	334
205.	Ö12'nin tahmin & kontrol-paralelkenar & yamuk çalışma yaprağından bir kesit.....	334
206.	Ö11'in bilmecelerdeki dörtgenleri bulalım çalışma yaprağından bir kesit	335
207.	Ö12'nin bilmecelerdeki dörtgenleri bulalım çalışma yaprağından bir kesit	336
208.	Ö12'nin ön görüşme verilerinden bir kesit.....	338
209.	Ö11'in ön görüşme verilerinden bir kesit.....	339
210.	Ö11'in ön görüşme verilerinden bir kesit.....	340

211.	Ö12'nin ön görüşme verilerinden bir kesit.....	341
212.	Yedinci grubun bunu yapabilir misin? (dörtgenler) etkinliği ekran kaydından bir kesit	342
213.	Ö13'ün ön görüşme verilerinden bir kesit.....	343
214.	Ö14'ün tahmin & kontrol-kare & dikdörtgen çalışma yaprağından bir kesit	344
215.	Ö14'ün tahmin & kontrol-kare & dikdörtgen çalışma yaprağından bir kesit	345
216.	Ö13'ün dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim-kare & dikdörtgen çalışma yaprağı	345
217.	Ö13'ün ön görüşme verilerinden bir kesit.....	346
218.	Ö13'ün tahmin & kontrol-kare & dikdörtgen & paralelkenar etkinliği çalışma yaprağından bir kesit.....	347
219.	Ö13'ün dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim çalışma yaprağı	348
220.	Ö14'ün dörtgenleri bilmeceler yardımıyla gruplandırılma-1 etkinliği (dikdörtgen) çalışma yaprağından bir kesit	349
221.	Ö13'ün tahmin & kontrol-kare & eşkenar dörtgen çalışma yaprağından bir kesit.....	350
222.	Ö14'ün dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim-eşkenar dörtgen çalışma yaprağı	350
223.	Ö13'ün dörtgenleri bilmeceler yardımıyla gruplandırılma-2 etkinliği (eşkenar dörtgen) çalışma yaprağından bir kesit.....	351
224.	Ö14'ün dörtgenleri bilmeceler yardımıyla gruplandırılma-2 etkinliği (paralelkenar) çalışma yaprağından bir kesit.....	352
225.	Ö14'ün yapıları birleştirelim çalışma yaprağından bir kesit	354

226.	Ö13'ün tahmin & kontrol-paralelkenar & yamuk çalışma yaprağından bir kesit.....	355
227.	Ö14'ün bilmecelerdeki dörtgenleri bulalım çalışma yaprağından bir kesit	355
228.	Ö13'ün bilmecelerdeki dörtgenleri bulalım çalışma yaprağından bir kesit	356
229.	Ö13'ün ön görüşme verilerinden bir kesit.....	357
230.	Ö14'ün ön görüşme verilerinden bir kesit.....	358
231.	Ö13'ün ön görüşme verilerinden bir kesit.....	360
232.	Sekizinci grubun dörtgen üreticileri inceleyelim etkinliği ekran kaydından bir kesit.....	361
233.	Ö16'nın bunu yapabilir misin? (dörtgenler) çalışma yaprağı	361
234.	Ö16'nın dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim-dikdörtgen çalışma yaprağı	362
235.	Ö15'in dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim-paralelkenar çalışma yaprağı.....	363
236.	Ö15'in dörtgenleri bilmeceler yardımıyla gruplandırılma-1 etkinliği çalışma yaprağından bir kesit	364
237.	Ö16'nın dörtgenleri bilmeceler yardımıyla gruplandırılma-1 etkinliği çalışma yaprağından bir kesit	365
238.	Ö16'nın tahmin & kontrol-kare & eşkenar dörtgen çalışma yaprağından bir kesit.....	365
239.	Ö15'in dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim-eşkenar dörtgen	366
240.	Ö16'nın dörtgenleri bilmeceler yardımıyla gruplandırılma-2 etkinliği çalışma yaprağından bir kesit	369
241.	Ö16'nın yapıları birleştirelim çalışma yaprağından bir kesit.....	371
242.	Ö15'in tahmin & kontrol-paralelkenar & yamuk çalışma yaprağından bir kesit.....	372
243.	Ö16'nın bilmecelerdeki dörtgenleri bulalım çalışma yaprağından bir kesit	373
244.	Ö15'in ön görüşme verilerinden bir kesit.....	374

245.	Ö15'in ön görüşme verilerinden bir kesit.....	375
246.	Ö16'nın ön görüşme verilerinden bir kesit.....	377
247.	Öğrencilerin kenarlarına göre üçgenler sınıflandırmasına yönelik enstrümanlı eylem şemalarının sentezi.....	382
248.	Öğrencilerin açılarına göre üçgenler sınıflandırmasına yönelik enstrümanlı eylem şemalarının sentezi.....	384
249.	Öğrencilerin dörtgenler sınıflandırmasına yönelik enstrümanlı eylem şemalarının sentezi.....	387
250.	Dördüncü grubun üçgen üreticileri tanıyalım etkinliği ekran kaydından bir kesit.....	393
251.	İkinci grubun dörtgen üreticileri tanıyalım etkinliği ekran kaydından bir kesit	394
252.	Dörtgen üreticileri tanıyalım etkinliği video kaydından bir kesit	394
253.	Bunu yapabilir misin? (üçgenler) etkinliği video kaydından bir kesit	396
254.	Bunu yapabilir misin? (üçgenler) etkinliği video kaydından bir kesit	397
255.	Dördüncü grubun bunu yapabilir misin? (üçgenler) etkinliği ekran kaydından bir kesit	398
256.	Altıncı grubun bunu yapabilir misin? (dörtgenler) ekran kaydından bir kesit	398
257.	Bunu yapabilir misin? (dörtgenler) sınıf video kaydından bir kesit.....	399
258.	Tahmin & kontrol-eşkenar & ikizkenar üçgen etkinliği video kaydından bir kesit.....	400
259.	Tahmin & kontrol-eşkenar & ikizkenar üçgen etkinliği video kaydından bir kesit.....	400
260.	Tahmin & kontrol-kare & dikdörtgen etkinliği video kaydından bir kesit ..	403

261.	Tahmin & kontrol-dikdörtgen & eşkenar dörtgen etkinliği yazı tahtası görüntüsü	403
262.	Yedinci grubun üçgenlerin özelliklerini inceleyelim etkinliği video kaydından bir kesit	406
263.	Ö7'nin üçgenlerin özelliklerini inceleyelim-eşkenar üçgen çalışma yaprağı	407
264.	İkizkenar üçgen & eşkenar üçgen aile ilişkileri şeması	409
265.	Dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim video kaydından bir kesit	410
266.	Üçgenler dosyasında yer alan etkinlikler	412
267.	Yeni bir üçgen türü-K etkinliği ekran görüntüsü	412
268.	Kenarlarına göre üçgenler için yazı tahtasına çizilen yapı.....	414
269.	Birinci grubun yeni bir üçgen türü-açılarına göre üçgenler ekran kaydından bir kesit	414
270.	Üçgenler tablo etkinliği video kaydından bir kesit	416
271.	Dörtgenleri bilmeceler yardımıyla gruplandırılım-1 etkinliği sınıf video kaydından bir kesit	417
272.	Dörtgenleri bilmeceler yardımıyla gruplandırılım-1 etkinliği sınıf video kaydından bir kesit	419

Kısaltmalar Listesi

DGY: Dinamik Geometri Yazılımı

MEB: Milli Eğitim Bakanlığı

NCTM: National Council of Teachers of Mathematics (Ulusal Matematik Öğretmenleri
Konseyi)

1. Bölüm

Giriş

Bu bölümde; araştırmaya ait problem durumu, araştırma soruları, araştırmanın amacı ve önemi, varsayımlar, sınırlılıklar ve tanımlara yer verilmiştir.

1.1. Problem Durumu

Geometri, tarihin en eski zamanlarından bu yana gerek günlük hayattaki problemleri aşmak gerekse bilimsel çalışmalar yapmak için insanların bir hayli ilgisini çekmiştir. Bu ilgi çekici alanda bilimsel olarak yapılan çalışmalarda ise temel kavramların anlaşılmasının geometri alanında ilerleme kaydedilmesinde oldukça önemli olduğu vurgulanmaktadır (Baroody & Bartels, 2000; Craine & Rubenstein, 1993; De Villiers, 1994; Driskell, 2004; Goldenberg, Cuoco & Mark, 2009; Jones, 2000; Yu, 2004). Heid'e (1988, s.4) göre "eğer matematik öğretimi önce anlamlar ve kavramlar üzerine yoğunlaşırsa, bu ilk öğrenme derinden işlenecek ve iyi hatırlanacaktır. Bu sayede sonradan üzerine beceri gelişiminin inşa edilebileceği kararlı bir bilişsel yapı oluşturulabilir." Bunun yanı sıra geometrik kavramlar arasında ilişki kurabilmek ve onları başka alanlarla ilişkilendirebilmek, bu sayede geometrik muhakeme yürütebilen bireyler yetiştirebilmek eğitimin önemli amaçlarından biridir (Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018).

Öğretim programlarında geçmişten günümüze birçok değişiklik yapılmıştır. Bu değişiklikler gerek programın benimsediği yaklaşım gerekse içerik anlamında oldukça faydalı görülmektedir (Duru & Korkmaz, 2010). Peki gelişme kaydettiği açıkça görülen öğretim programlarında genelde geometri özelde üçgen ve dörtgenler konusunda ne gibi değişiklikler yapılmıştır? Başışık (2010) 1998 öğretim programında kullanılan dilde geleneksel yöntemle ağırlık verildiğini ve bu sebeple programın uygulandığı sınıflarda öğrencilerin sorgulamaksızın her bir geometrik şekli farklı birer şekil olarak algılayıp, şekiller arası ilişkileri kuramadıklarını ifade etmiştir. Bu anlayış, 2009 ilköğretim matematik dersi öğretim

programında (MEB, 2009) kısmen de olsa değişmiş ve geometri öğrenme alanının amaçları arasına “öğrencilerin geometrik nesnelere özelliklerini düşünmeleri ve bu özellikler arasındaki ilişkileri geliştirebilmeleri, bunu yaparken şekilleri mümkün olduğu kadar az sayıda karakteristik özellikleriyle sınıflandırabilmeleri” (s. 45) gibi amaçlar eklenmiştir. Ancak bu programa göre hazırlanan MEB onaylı ders kitapları (örneğin; Kemerli, 2010) incelendiğinde, dörtgenlerin ayrı şekiller olarak öğretildiği ve şekillerin özellikleri arasında ilişki kurdurulmadığı görülmektedir.

2013 yılında yenilenen ortaokul matematik dersi öğretim programında ise üçgenler konusunda kısmen iyileştirmeler yapılmış olmasına karşın dörtgenler konusunda benzer sorunlar devam etmektedir. Örneğin 5. sınıf müfredatında “kare, dikdörtgenin özel bir durumu olarak ele alınır” (MEB, 2013, s.8) ifadesine yer verilmiş ancak karenin eşkenar dörtgen, paralelkenar ve yamuğun özel bir hali olduğundan bahsedilmemiştir. Yani şekiller arası ilişkiler sadece kare ve dikdörtgen ile sınırlı kalmıştır. Dahası bu program dikkate alınarak hazırlanan ders kitaplarında (örneğin; MEB Ortaokul 5.Sınıf Matematik Ders Kitabı, 2014) bu kazanım için gereken alt yapının hazırlanmadığı görülmektedir.

2018 yılında yayınlanan matematik dersi öğretim programında üçgenler ve dörtgenler konusundaki kazanımlar 2013 öğretim programı ile benzer yönlere sahiptir. Bu programda üçgenler ve dörtgenler konusu 5. sınıf düzeyinde ele alınmış, üçgenler kenarlarına ve açılarına göre sınıflandırılarak tanıtılmaya çalışılmıştır (MEB, 2018). Ancak 2018 matematik öğretim programına göre hazırlanan ders kitapları incelendiğinde (örneğin; MEB Ortaokul ve İmam Hatip Ortaokulu 5. Sınıf Matematik Ders Kitabı, 2018) kenarlarına göre üçgenlerden ikizkenar üçgen için “iki kenarının uzunluğu birbirine eşit olan üçgenler, ikizkenar üçgenlerdir” (s. 228) tanımı yapılmıştır. Bu tanım dışlayan bir tanım olduğundan öğrencilerin üçgenleri kenarlarına göre ayrı olarak sınıflandırmalarına neden olabilir.

Özetle, geçmişten günümüze genelde geometri özelde üçgen ve dörtgenler konusunda

öğretim programlarında ve ders kitaplarında birtakım iyileştirmeler yapılmış olmasına rağmen programın halen geliştirilmesi gereken yönleri bulunmaktadır. Çoğu araştırmacının vurguladığı üzere, üçgen ve dörtgen kavramları geometri öğretiminde önemli bir yere sahiptir (Clements, 2004; Develi & Orbay, 2003; Furinghetti & Paola, 2002; Goldenberg ve diğerleri, 2009; Sinclair & Bruce, 2015) ve bu konu sadece kavramları tanımakla sınırlı kalmamalı aynı zamanda bu kavramlar arası ilişkiler de öğretilmelidir (De Villiers, 1994; Fujita & Jones, 2007).

Kavramların ilişkilendirilerek yani hiyerarşik yapıda tanıtılması öğrencilerin bu kavramları tanımlarken daha ekonomik tanımlara yönelmelerini dolayısıyla daha genel bir perspektiften bakmalarını sağlamakta, bu sayede problem çözme süreçlerine yardımcı olmaktadır (De Villiers, 1994). “Dörtgenleri sınıflandırmak, dörtgenler arası ilişkilerin yapılandırılmasında dolayısıyla problem çözümünde ve geometrideki ispat çalışmalarında önemlidir. Çünkü bir dörtgen başka bir dörtgenle aynı ailede bulunuyorsa, bu dörtgen için ortaya koyulan çözümler, ispatlar ve özellikler diğeri için de geçerli olacaktır” (Türnüklü, Akkaş & Alaylı, 2013, s.1). Dahası, öğrencilerin kavramları ilişkilendirerek tanınması onların matematiği bir bütün olarak algılamalarına ve derse olan ilgilerinin artmasına yardımcı olabilir. Nitekim, Craine ve Rubenstein (1993) dörtgenleri sınıflandırmayla ilgili çalışmalarında, öğrencilerin kavramları ilişkilendirerek öğrenmelerinin geometrinin ileriki konularında (alan hesaplama gibi) yardımcı olduğunu belirtmiştir.

Geometri öğretimi dikkate alındığında araştırmacıların öğretimde kavram haritaları (Alyeşil, 2005; Baroody & Bartels, 2000), origami (Arıcı, 2012) ve somut materyallerin (Dokur, 2013) yanı sıra gelişen teknoloji ile birlikte grafik/sembolik hesap makineleri (Drijvers & Gravemeijer, 2005; Guin & Trouche, 1999), akıllı tahta araçları (Davison, 2003) ve dinamik geometri yazılımları (Chino, Morozumi, Arai, Ogihara, Oguchi, & Miyazaki, 2007; Özen, 2009; Panorkou & Pratt, 2011) gibi farklı materyalleri kullandıkları

görülmektedir. Yapılan araştırmalar özellikle dinamik geometri yazılımlarının Şekillerin öğretilmesine büyük katkı sağladığı yönündedir (Battista, 2001; Driskell, 2004; Erez & Yerushalmy, 2006; Han, 2007; Jones, 2000; Lai & White, 2012; Okumuş, 2011; Özçakır, 2013; Yu, 2004).

Fernandez ve Kutzler'e göre,

deneyimleme öğrencilerin matematiğe yönelik daha derin bir anlayış geliştirmelerine yardımcı olabilir. Geleneksel yöntemle yapılan öğretim öğrenciler için rutinleri takip etmelerini gerektiren ve kendi kendilerine araştırma yapmalarına izin vermeyen yapısından dolayı uygun bir Şekilde iőlemez, yeni araçlar ise bu konuda bir tedavi olacaktır. Bu araçlar sayesinde matematik öğretilimi daha ilginç ve öğrenciler için daha ulaşılabilir olabilir (akt. Lagrange, 2005, s.74).

Görünen o ki, kavramların öğretilmesinde dinamik araçların kullanılmasının önemi göz ardı edilmemelidir. Peki dinamik araçların öğretime entegre edilmesi, öğrencilerin belirlenen konudaki öğrenmelerinin nasıl gerçekleştiğine dair bir yol sunabilir mi?

Bu çalışmanın odağı olan üçgenler ve dörtgenler konusunu ele aldığımızda, yapılan çalışmaların öğrencilerin üçgenleri ve dörtgenleri sınıflandırmaya yönelik Şemalarının bileşenlerini ayrıntılı olarak sunamadığı görülmektedir. Burada dikkat çeken nokta halihazırdaki çalışmaların odaklandığı teorilerdir. İstenilen düzeyde bir öğrenmenin gerçekleşmesi için öğretimin hangi teorik yapıya uygun olarak hazırlandığı da önem arz etmektedir. Yapılan çalışmalarda genellikle öğrenmenin gerçekleşmesi hedef alındığından van Hiele geometrik düşünme düzeyleri, yapılandırmacılık ve APOS gibi teoriler dikkate alınmıştır (Aktaş & Cansız-Aktaş, 2012; Berkün, 2011; Connolly, 2010; Driskell, 2004; Fujita & Jones, 2007; Han, 2007; San Lai, 2004). Ancak bu teoriler teknoloji destekli bir ortamda belirlenen konuda öğrencilerin zihninde gerçekleşen olaylar hakkında bilgi sahibi olabilmek için yetersiz kalmaktadır. Bu noktada Fransız eğitimcilerinin bir hayli ilgi gösterdiği, bir

aracın matematiksel görevlere uygun bir enstrümana dönüşümüyle ilgili kuramsal bir çerçeve sunan Enstrümantal Oluşum Teorisi (Verillon & Rabardel, 1995) ve bu sürecin desteklenmesi için öğretimin nasıl yapılması gerektiği konusunda bir kuramsal çerçeve sunan Enstrümantal Orkestrasyon (Trouche, 2003) bize ışık tutabilir. Zbiek, Heid, Blume ve Dick (2007) bu teorinin öğrenmede teknolojinin rolünü incelemek için araştırmacılara yardımcı olduğunu belirtmektedir. Ayrıca aynı yazarlara göre, enstrümantal oluşum teorisi öğrenci-araç aktivitelerini merkeze alan iletişime odaklanmakta ve öğrenci-araç arasındaki ilişkiye yoğunlaşmaktadır.

Olive (2010), teknolojinin nasıl kullanıldığına odaklanan yöntemlerin öğrenme ve öğretme çıktıları üzerindeki etkileri anlamak için gerekli olduğunu vurgulamaktadır. Dahası enstrümantal yaklaşımın teknolojinin nasıl kullanıldığı ve bu kullanımın nasıl şekillendiğini incelemek için uygun bir teorik çerçeve sağladığını belirtmiştir. Alan yazındaki çalışmalar incelendiğinde, araştırmacıların, bu teori çerçevesinde öğrencilerin nasıl düşündüklerini ortaya koyabildikleri, en azından bir yol haritası sunulabildikleri görülmektedir (Akyüz, 2015; Alqahtani & Powell, 2016; Deniz, 2016; Drijvers & Gravemeijer, 2005; Drijvers & Trouche, 2008; Dur, 2016; Fahlgren, 2015; Haspekian, 2005; Lagrange, 1999; Leung, Chan & Lopez-Real, 2006; Misfeldt, 2013; Tabach, 2013; Turgut & Uygan, 2015; Uygan, 2016). Ayrıca bu teori, kullanılan aracın imkan ve kısıtlarını da göz önünde bulundurarak öğrenmeye dair bir yol çizmeyi sağlamaktadır (Trouche, 2005). Dinamik geometri yazılımlarının da birtakım imkan ve kısıtları bulunabileceğinden, belirlenen konuda öğrencilerin şemalarını ortaya koymak için bu teorinin daha uygun olduğu düşünülmüştür.

Özetle, ortaokul öğrencilerinin geometri öğretiminde önemli bir yere sahip olan üçgen ve dörtgen hiyerarşisi konusunda araç kullanımına yönelik şemalarının -bir diğer deyişle üçgen ve dörtgen kavramlarına yönelik şemalarının-ortaya koyulması ve bu süreçte sınıftaki organizasyonun nasıl yapılacağına belirlenmesi gerekmektedir. Bu sayede öğretmenler

belirlenen konuda derslerine dahil ettikleri materyalleri öğretime daha doğru bir şekilde adapte etmeyi başarabilecek ve öğrencilerin öğrenmeleri desteklenebilecektir. Bunun yanı sıra öğrencilerin üçgen ve dörtgen hiyerarşisi ile ilgili şemalarının net olarak ortaya koyulması bu konuda çalışma yapan araştırmacıların ileriki çalışmaları için bir basamak görevi görecektir.

Bu araştırmada ortaokul 5. sınıf öğrencilerinin her bir şekil sınıfını temsil eden dinamik araçlar olan şekil üreticilerine yönelik enstrümantal oluşum süreçlerini incelemek ve ortaya koydukları enstrümanlı eylem şemalarını belirlemek amaçlanmıştır. Ayrıca teknoloji destekli bu öğretim süreci için planlanan ve kullanılan enstrümantal orkestrasyonların incelenmesi de araştırmanın odağı dahilindedir. Araştırmanın öğretimsel bölümünün planlanmasında ve uygulanmasında Trouche (2003) ve Drijvers, Doorman, Boon, Reed ve Gravemeijer (2010) tarafından tanımlanan didaktik düzenleme, kullanım biçimleri ve didaktik performans aşamaları temel alınmıştır.

1.2. Araştırma Soruları

1. Dinamik geometri ortamındaki şekil üreticilerin kullanım sürecinde 5. sınıf öğrencileri tarafından oluşturulan enstrümanlı eylem şemaları nelerdir?

1.1. Dinamik geometri ortamındaki *eşkenar üçgen, ikizkenar üçgen, dik üçgen, geniş açılı üçgen ve üçgen üreticilerin* kullanım sürecinde 5. sınıf öğrencileri tarafından oluşturulan enstrümanlı eylem şemaları nelerdir?

1.2. Dinamik geometri ortamındaki *kare, dikdörtgen, eşkenar dörtgen, paralelkenar ve yamuk üreticilerin* kullanım sürecinde 5. sınıf öğrencileri tarafından oluşturulan enstrümanlı eylem şemaları nelerdir?

2. Öğrencilerin üçgen ve dörtgen hiyerarşisine dair kavramsal gelişimi için teknoloji destekli öğretimde planlanan ve kullanılan orkestrasyon türleri nelerdir?

1.3. Araştırmanın Amacı

Araştırmacının “Ortaokul öğrencilerinin dörtgenleri sınıflandırmaya dair kavramsal anlayışlarının bilgisayar destekli ortamlarda geliştirilmesi” başlıklı yüksek lisans tezinde “öğrenciler bahsi geçen müfredatı kullanarak dörtgenleri sınıflandırırken hangi zihinsel süreçlerden nasıl geçmektedir?” şeklinde belirlediği ikincil araştırma sorusu tam olarak aydınlatılamamıştır. Bu sebeple bu çalışmada, daha önce kullanılmış olan öğretim tasarımının enstrümantal yaklaşım doğrultusunda yeniden düzenlenmesi, konu bazında genişletilmesi ve öğrencilerin enstrümanlı eylem şemalarının tam anlamıyla ortaya koyulabileceği bir ders tasarımının oluşturulması, sonrasında bu yeni tasarımın sınıf ortamında uygulanması hedeflenmektedir. Bu sayede ortaokul 5. sınıf öğrencilerinin şekil üreticilerine yönelik enstrümantal oluşum süreçlerini ve ortaya koydukları enstrümanlı eylem şemalarını belirlemek, ayrıca bu öğretim için planlanan ve kullanılan enstrümantal orkestrasyon türlerini araştırmak amaçlanmıştır.

1.4. Araştırmanın Önemi

Geometrik kavramların öğrenimi oldukça uzun bir geçmişe sahiptir. Araştırmacılar birçok farklı teoriye dayanarak ve farklı yöntemler kullanarak öğrencilerin geometrik kavramları nasıl inşa ettiklerini incelemişlerdir (Baroody & Bartels, 2000; Davison, 2003; Driskell, 2004; Dur, 2016; Fujita & Jones, 2007; İbili, 2013; Jones, 2000; Tiryaki, 2005; Yılmazer, 2013; Yu, 2004). Bu çalışmalardan dikkat çekenlerin ortak özelliği ise öğretimi bir araç (pergel, cetvel, dinamik geometri yazılımındaki [DGY] sürüklenme aracı gibi) vasıtasıyla yürütmüş olanlardır (örneğin; Dur, 2016). Peki öğrenimi desteklemek amacıyla araç kullanımının önemle vurgulandığı bu çalışmalar geometrinin hangi alanlarında yapılmıştır? Dinamik geometri ortamlarının öğrenme üzerindeki olumlu etkisini dile getiren çalışmaların çoğu çokgenler (Genç, 2010), dörtgenler (Craine & Rubenstein, 1993; Fujita & Jones, 2007; Popovic, 2012), üçgenler (Davis, 1995), katı cisimler (Çalışkan, 2016), dönüşüm geometrisi

(Kurak, 2009), çember ve daire (Topuz, 2017), ispat (Demir, 2011), fonksiyonlar (Acar, 2015; Şimşek, 2013) ve analitik geometri (Güneş, 2016) konularında yapılmıştır.

Her ne kadar geometri konularını içermese de araç kullanımına yönelik çalışmaların diğer bir kısmının cebir konularına yoğunlaştığı görülmektedir (Artigue, 2002; Assude, Grugeon, Laborde & Soury-Lavargne, 2006; Drijvers & Trouche, 2008; Guin & Trouche, 2002, Rabardel, 2002; Trouche, 2004). Özellikle Fransız araştırmacıların araç kullanımına yönelik bu çalışmalarında öğrencilerin cebir konularına dair şemalarını ortaya koymada bir hayli yol kat ettikleri görülmektedir. Bu çalışmalarda dikkat çeken diğer bir nokta ise araştırmaların enstrümantal yaklaşım çerçevesinde yapılmış olmasıdır. Bu aşamada akla şu soru gelmektedir: Acaba üçgenler ve dörtgenler konusunda DGY araçlarının enstrümantal yaklaşım çerçevesinde ele alınması öğrencilerin bu kavramlara yönelik şemalarını ortaya koymaya yardımcı olabilir mi?

Alan yazında teknoloji destekli ortamlarda üçgenleri ve dörtgenleri sınıflandırmaya yönelik çalışmalar incelendiğinde, bu çalışmaların öğrencilerin ilgili kavramlara yönelik şemalarını ortaya koymakta yetersiz kaldıkları görülmektedir. Dahası, bu konu üzerine yapılan araştırmalarda genellikle yapılandırıcılık (örneğin; Gürhan, 2015) ve gerçekçi matematik eğitimi (örneğin; Kaylak, 2014) gibi teknoloji destekli ortamda öğrencinin zihinsel süreçlerinin gözlemlenmesinin oldukça zor olduğu teorik yapıların kullanıldığı görülmüştür. Bu teorik yapılar öğrencinin belirlenen konudaki zihinsel işlemlerini ve ortaya koyduğu şemaları açığa çıkarmakta yetersiz kalmıştır. Bu noktada, Verillon ve Rabardel'in (1995) ortaya attığı enstrümantal oluşum teorisi, tıpkı Harel ve Sowder'ın (1998) ispat şemaları gibi sağlam bir yapı ortaya koymaya yardımcı olabilir.

İlgili alan yazında henüz öğrencilerin üçgenleri ve dörtgenleri sınıflandırmaya yönelik şemalarının net bir şekilde ortaya koyulduğu bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bu konuyla sınırlı olan çalışmalar ise daha çok öğretim üzerine odaklanmış ve öğrencilerin şemalarını ortaya

çıkarmaya çalışmak bu araştırmaların odağı dışında kalmıştır (Baroody & Bartels, 2000; Ergün, 2010; Jones, 2000; Mack, 2007; Monaghan, 2000; Okumuş, 2011; Özçakır, 2013; Roberts, 2007). Buna ek olarak ülkemizde enstrümantal yaklaşımı temel alan çalışmaların da azlığı düşünüldüğünde bizim için oldukça yeni olan bu teori ışığında öğrencilerin belirlenen konudaki şemalarını ortaya koymak bir hayli önem taşımaktadır. Çünkü enstrümantal oluşum teorisi, öğrenci ile araç arasındaki ilişkiye odaklanmakta ve bu sayede araç kullanımının etkisiyle öğrenmenin nasıl şekillendiğini görmeyi sağlayan bir bakış açısı sunmaktadır (Zbiek ve diğerleri, 2007). Bu durum öğrencilerin üçgenleri ve dörtgenleri sınıflandırmaya yönelik şemalarını ortaya koymamız için bize ışık tutacaktır. Üzerinde uzun yıllardır çalışılmış olmasına karşın henüz net olarak belirlenememiş olan üçgenleri ve dörtgenleri sınıflandırma şemalarının belirlenebilmesi ise geometri alanında öğrencilerin sağlam temeller oluşturarak ilerlemesini önemseyen öğretmenler ve araştırmacılar adına oldukça önemli görülmektedir. Fujita ve Jones'un (2007) da belirttiği üzere geometri öğretiminde, öğretim materyallerine ve bunların sırasına karar vermede yararlı olacağı düşünülen, her bir sınıf seviyesi için hiyerarşik yapıyı oluşturmada kullanılan genel bilişsel yolların saptanması araştırmaya değer bir konudur.

Buradaki diğer önemli bir nokta, araç kullanımına yönelik öğrenme ortamlarının nasıl organize edileceğidir. Teknolojinin gelişmeye ve dolayısıyla günlük yaşamı ve sınıf uygulamalarını hızlı bir şekilde değiştirmeye başladığı göz önüne alındığında, yeni ve gelişmekte olan dijital araçların nasıl verimli bir şekilde kullanılabilceğinin daha iyi anlaşılması giderek daha da gerekli hale gelmektedir (Sinclair, Bartolini-Bussi, De Villiers, Jones, Kortenkamp, Leung & Qwens, 2017). Enstrümantal yaklaşımı temel alarak sınıf ortamında çalışma yürüten birçok araştırmacı, araç kullanımına yönelik öğrenme ortamlarının hazırlanmasında ve uygulanmasında enstrümantal orkestrasyon kavramının oldukça faydalı

olduğunu dile getirmektedir (Drijvers, Doorman, Boon & van Gisbergen, 2010; Tabach, 2013; Trouche, 2003; 2004).

Türkiye’de ortaokul öğrencilerinin dinamik geometri araçlarına yönelik enstrümantal oluşum süreçlerinin nasıl ortaya çıktığı ve bu sürece ilişkin enstrümantal orkestrasyonun nasıl geliştiği ile ilgili çalışmaların oldukça yeni ve sınırlı sayıda olduğu göz önüne alındığında, planlanan çalışmanın literatüre yeni bir örnek kazandıracak olması önemlidir. Halihazırda hem ulusal hem de uluslararası alan yazında şekil üreticilerin enstrümana nasıl dönüştüğünü inceleyen ve bu süreçte nasıl bir orkestrasyonun kullanıldığını araştıran bir çalışmaya rastlanmamıştır. Dahası enstrümantal yaklaşım konusunda önemli bir araştırmacı olan Trouche (2005) enstrümantal yaklaşım temelinde dinamik geometri yazılımlarının rolünü inceleyen çalışmaların, cebir ve temel matematik alanlarında bilgisayar cebir sistemlerinin rolünü inceleyen çalışmalar için yararlı bir karşıt form sağladığını, bu sebeple geometri yazılımlarının enstrümantal süreçlerini inceleyen çalışmaları içtenlikle karşıladığını belirtmektedir.

1.5. Araştırmanın Varsayımları

Bu araştırmada;

1. Yapılan mülakatlarda öğrencilerin gerçek fikirlerini açıkça belirttiği,
2. Bilgisayar ortamında yapılan derslerde öğretimi etkileyebilecek durumların kontrol altına alındığı varsayılmıştır.

1.6. Araştırmanın Sınırlılıkları

1. Bu araştırma Muğla’nın Fethiye ilçesinde bulunan bir ortaokulda gerçekleştirilmiştir.

2. Araştırma 2018-2019 öğretim yılı 2. dönem müfredatında yer alan “Üçgenler ve Dörtgenler” konusu bağlamında gerçekleştirilmiştir.

3. Araştırma kapsamında yürütülmüş olan öğretim deneyinde araştırmacı, öğretmen rolünde sürece dahil olmuştur.

4. DGY destekli geometri öğretiminde Geometer's Sketchpad yazılımı tercih edilmiştir.

1.7. Tanımlar

Araç (Artifact): “Verilen bir görevi yerine getirmesi sırasında bireyi destekleyecek her tür somut ya da soyut nesnedir” (Özdemir-Erdoğan, 2016, s. 804).

Dinamik geometri ortamı: Geometrik yapıların harekete dayalı deneysel süreçler içerisinde araştırılmasına ve bu yapılar arasındaki ilişkilerin keşfedilip test edilmesine olanak tanıyan teknolojik ortamlardır (Güven & Karataş, 2003; Leung, 2008).

Enstrüman: Bir enstrüman hem araç hem de kullanıcının belli görevleri yerine getirirken kullanmak amacıyla geliştirdiği zihinsel şemalardan oluşmaktadır (Drijvers & Trouche, 2008).

Enstrümanlı Eylem Şeması: Bir görevi yerine getirirken kullanılan enstrümanlı teknikler ve bu tekniklere rehberlik eden işlevsel sabitlerden oluşan bilişsel bir yapıdır (Trouche & Drijvers, 2010). Bu bağlamda yapılan çalışmada, öğrencilerin kullandıkları enstrümanlı teknikler ve dayandıkları işlevsel sabitler, enstrümanlı eylem şemalarının temel bileşenleri olarak ele alınmıştır.

Enstrümanlı Teknikler: Teknolojik ortamlarda özel bir problem türünü çözmek için kullanılan kurallar ve metotlar (teknikler) kümesidir (Drijvers & Gravemeijer, 2005).

Enstrümantal Oluşum: Bireyin belli bir görev için kullandığı araca yönelik birtakım şemalar geliştirdiği, diğer bir deyişle aracın enstrümana dönüştüğü süreci açıklayan kuramsal bir çerçevedir (Verillon & Rabardel, 1995).

Enstrümantal Orkestrasyon: Öğrencilerin araç kullanımına dayalı enstrümantal oluşumlarının incelenebilmesi amacıyla öğretmenlerin ya da öğrencilerin çalışma alanlarının

ve zamanlarının nasıl organize edilebileceğini ortaya koyan kuramsal bir çerçevedir (Trouche, 2003; 2004).

Şekil Üreticileri (Shape makers): Her biri bir şekil sınıfını temsil etmesi amacıyla Geometer's Sketchpad yazılımı kullanılarak hazırlanan dinamik araçlardır (Battista, 2012).

2. Bölüm

Kavramsal Çerçeve ve Alan Yazın

Bu bölümde; tez için temel alınan teorik yaklaşım ile diğer kavramsal yapılara ilişkin bilgilere ve bu yapıları takiben ilgili alan yazına yer verilmiştir.

2.1. Üçgenlerin ve Dörtgenlerin Öğretimi

Geometrik şekiller ilkökul birinci sınıf müfredatından lise son sınıf müfredatına kadar eğitimin her kademesinde kendine yer bulan önemli bir geometri konusudur. Bu açıdan öğrencilerin lise düzeyinde daha formal düşünmeye hazır olmaları için ortaokuldaki geometri etkinliklerin basit görsel alıştırmalardan öteye geçmesi ve bu düzeydeki öğrencilerin basit informal tartışmalar yürütebilmeleri için geometri ile ilgili fikirleri kullanabilmeleri gerekir (Carroll, 1998). Bu bağlamda halihazırdaki müfredat incelendiğinde, ilkökul müfredatında öğrencilerin geometrik şekilleri kenar ve köşe sayılarına göre üçgen, dörtgen, çokgen şeklinde sınıflandırarak tanımaları hedeflenirken; ortaokul müfredatında geometrik şekillerin temel elemanlarının ayrıntılı olarak incelenerek kare, dikdörtgen, paralelkenar gibi özel dörtgenlerin tanınmasının ve üçgenlerin açı ve kenar özelliklerine göre sınıflandırılmasının hedeflendiği görülmektedir (MEB, 2018).

Üçgenler ve dörtgenler konusunun ayrıntılı olarak ele alındığı ilk düzey olan 5. sınıf müfredatında temel geometrik kavramların tanıtılmasından sonra üçgenler ve dörtgenler konusu ele alınmaktadır. Burada üçgenler kenarlarına ve açılarına göre sınıflandırılarak öğretilmekte ardından özel dörtgenlere geçiş yapılmaktadır. Bu açıdan halihazırdaki müfredat, üçgenin geometrinin temel şekli olduğu; kare, dikdörtgen ve diğer çokgenlerin üçgenlerden oluşturulabileceği (Carson & Rowlands, 2007; Ubuz & Aydın, 2018) fikriyle örtüşmektedir. Ubuz ve Aydın (2018) tüm çokgenlerin üçgenlere ayrılabilmesi sebebiyle öğrencilerin üçgenleri anlamasının diğer tüm çokgenleri anlamasına yardımcı olabileceğini belirtmiştir. Ortaokul 5. sınıf müfredatında öncelikle üçgenlerin kenarlarına ve açılarına göre

sınıflandırılarak ele alınmış olması müfredatın olumlu bir yönüken, dörtgen konusunda araştırmacıların dörtgen öğretimi için faydalı olduğunu vurguladıkları hiyerarşik sınıflandırmaya (De Villiers, 1994; Fujita & Jones, 2007) yeterince vurgu yapılmaması müfredat adına bir eksiklik olarak düşünülmektedir (Gürhan, 2015).

İlgili alan yazın incelendiğinde üçgen ve dörtgen kavramlarının öğretiminde geometrik şekillerin ekonomik tanımlarının kullanılmasının (örneğin; Robichaux & Rodrigue, 2010), şekillerin birbiriyle ilişkisine odaklanmanın (Forsythe, 2014; Kaur, 2015) ve geometrik şekillere dair prototip algıların değiştirilmesinde dinamik ortamlardan yararlanılmasının (örneğin; Sinclair & Moss, 2012) öğrencilerin kavramsal gelişimine katkı sağladığı ifade edilmiştir. Bu aşamada tanım ve sınıflandırma türlerinin açıklanmasında fayda vardır. İlerleyen paragraflarda bu kavramsal yapılar açıklanmıştır.

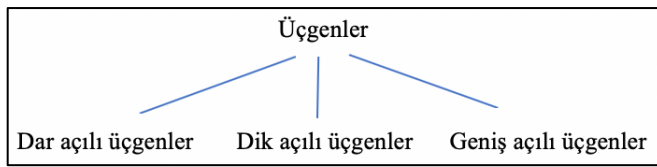
2.1.1. Öğretimde kapsayan-dışlayan tanımlar. Bu araştırmada kullanılan etkinliklerin tasarlanmasında yardımcı olan kavramsal yapılardan ilki geometride kullanılan tanım türleri ve bu tanımlara göre şekillenen sınıflandırma türleridir. Usiskin, Griffin, Willmore ve Witonsky (2008), kapsayan ve dışlayan tanım olmak üzere geometride kullanılan iki tür tanımdan bahsetmiştir. Bir tanım diğer bir tanımı kapsıyorsa buna *kapsayan*, hariç tutuyorsa buna da *dışlayan tanım* denilmiştir. Örneğin yamuk “en az bir çift karşılıklı kenarı paralel olan dörtgendir” şeklinde tanımlanırsa paralelkenar da bu tanıma gireceği için verilen tanım kapsayandır. Ancak yamuk “sadece bir çift kenarı paralel olan dörtgendir” şeklinde tanımlanırsa paralelkenar bu tanıma göre dışarıda kalacağından verilen tanım dışlayandır. Benzer şekilde ikizkenar üçgen “en az iki kenarı eşit uzunlukta olan üçgendir” şeklinde tanımlanırsa eşkenar üçgen bu gruba dahil edilebilir. Ancak “sadece iki kenarı birbirine eşit olan üçgendir” şeklinde tanımlanırsa eşkenar üçgenler bu tanımlamaya dahil olamayacaktır.

2.1.2. Üçgenlerin ve dörtgenlerin sınıflandırılması. Üçgenler açlarına ve kenarlarına göre iki farklı şekilde sınıflandırılabilir.

Açılarına göre üçgenler üçe ayrılır (Şekil 1). Her üçgen iki dar açıya sahiptir, üçgenler üçüncü açının ölçüsüne göre dar, dik ve geniş açılı üçgen olarak isimlendirilir. Bütün açıları bir dik açıdan küçük olan üçgenlere *dar açılı üçgen*, bir açısı dik açı olan üçgenlere *dik açılı üçgen*, bir açısı dik açıdan büyük olan üçgenlere ise *geniş açılı üçgen* denir (Van De Walle, Karp & Bay-Williams, 2013).

Şekil 1

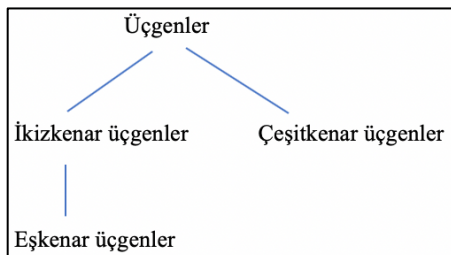
Açılarına göre üçgenler



Kenarlarına göre üçgenler de üçe ayrılmaktadır. Tüm kenarları birbirine eş olan üçgenler *eşkenar üçgen*, en az iki kenarı birbirine eş olan üçgenler *ikizkenar üçgen*, herhangi iki kenarı birbirine eş olmayan üçgenler ise *çeşitkenar üçgen* olarak adlandırılır (Van De Walle ve diğerleri, 2013). Bu tanımlara göre üçgenler Şekil 2’deki gibi sınıflandırılabilir. Ancak burada dikkat edilmesi gereken bir nokta vardır. Bu sınıflandırmada ikizkenar üçgenin kapsayan tanımı kullanıldığından eşkenar üçgen, ikizkenar üçgen sınıfının alt kategorisine yerleştirilmiştir. Eğer ikizkenar üçgen “sadece iki kenarı eşit olan üçgendir” şeklinde tanımlanırsa kenarlarına göre üçgen çeşitleri tıpkı açılarına göre üçgen çeşitlerinde olduğu gibi farklı kategorilerde yer alır. Ancak bu tezde üçgenlerin hiyerarşik sınıflamaya göre öğretilmesi hedeflendiğinden kapsayan tanımlara göre yapılan sınıflandırma tercih edilmiştir.

Şekil 2

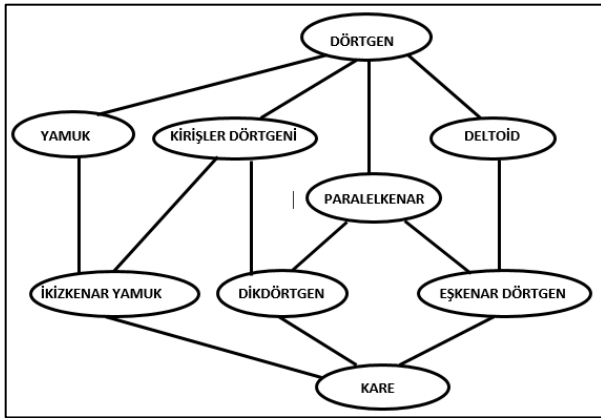
Kenarlarına göre üçgenler



Benzer şekilde kullanılan tanım türüne göre dörtgenlerin sınıflandırmaları da farklılık göstermektedir. Kapsayıcı tanıma göre özel kavramlar kendilerinden daha genel kavramların alt grubu olacak şekilde sınıflandırılırlarsa buna *hiyerarşik sınıflandırma*, dışlayan tanıma göre birbirlerinden ayrı olarak sınıflandırılırlarsa buna da *ayrık sınıflandırma* denir (De Villiers, 1994; Usiskin ve diğerleri, 2008). Aşağıdaki şekillerde yamuğun farklı tanımlarına göre oluşan sınıflandırmalar resmedilmeye çalışılmıştır.

Şekil 3

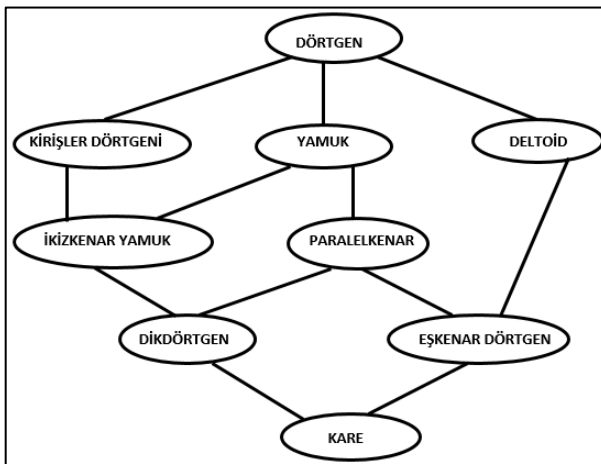
Yamuğun dışlayan tanımına göre dörtgenlerin ayrıklı sınıflandırması



Not: Usiskin ve diğerleri, 2008, s.71'den uyarlanmıştır.

Şekil 4

Yamuğun kapsayan tanımına göre dörtgenlerin hiyerarşik sınıflandırması



Not: Usiskin ve diğerleri, 2008, s.71'den uyarlanmıştır.

Bu çalışmada üçgenler ve dörtgenler kapsayıcı tanımları dikkate alınarak öğretilmeye çalışılmış ve sonucunda öğrencilerin hiyerarşik yapıyı oluşturmaları hedeflenmiştir.

Hiyerarşik yapının kullanılmasının birtakım avantajları vardır. Fujita ve Jones (2007), hiyerarşik sınıflandırma yapmanın daha ekonomik olduğunu belirtmiştir. Örneğin, eğer bir durum paralelkenar için doğruysa kare, eşkenar dörtgen ve dikdörtgen için de doğru olacaktır. Çünkü bu şekiller paralelkenarın özel bir türüdür. Ancak öğrencilerin hiyerarşik sınıflandırmayı yapılandırması o kadar da kolay değildir. Çünkü bu, çizim ve figür arasında uygun bir etkileşimle birlikte mantıksal çıkarım yapmayı da gerektirir (Fujita & Jones, 2007).

Üçgenler ve dörtgenler çok geniş bir araştırma alanıdır. Ancak bu tezin odağı kenarlarına ve açılara göre üçgenler ile beşinci sınıf müfredatında yer alan özel dörtgenler olduğundan alan yazın incelemesi bu kısıtlama dikkate alınarak yapılmıştır. İlerleyen kısımda üçgenlerin ve dörtgenlerin sınıflandırılmasını konu alan çalışmalara yer verilmiştir.

2.1.3. Üçgenlerin ve dörtgenlerin sınıflandırılması ile ilgili çalışmalar. İlgili alan yazında üçgenlerin sınıflandırılmasına odaklanan az sayıda çalışma bulunurken, dörtgenlerin sınıflandırılması konusunda daha geniş bir çalışma alanı bulunmaktadır. Bu başlık altında üçgenleri sınıflandırma ile ilgili olan çalışmalar ayrıntılı olarak sunulmuş, dörtgenlerle ilgili çalışmalar ise analiz edilip önemli noktaları sunulmuştur.

Burger (1985) iki boyutlu şekiller, bu şekillerin özellikleri ve şekiller arası ilişkilere dair öğrencilerin muhakemelerinin nasıl geliştirilebileceğini incelediği çalışmada, öğrencilerin şekilleri tanımlamada yetersiz ve alakasız özellikleri dikkate aldıklarını, şekilleri prototiplere göre tanımlamaya çalıştıklarını ve şekilleri bir bütün olarak algılayıp bileşenlerini düşünmediklerini ifade etmiştir. Araştırmacı bu yanılgıların sebebini, geometrik şekillerin tanıtılmaya başlandığı derslerde benzer ve farklı özelliklerin ortaya koyulmasına yardımcı olacak ölçüde birçok farklı şeklin kullanılmamasına ve kitaplarda verilen üçgen ve dörtgen şekillerinin prototip modellerden öteye geçememesine bağlamaktadır. Çalışmasının sonunda

öğrencilerin şekillerin özelliklerini dikkate alarak sınıflandırma yapmaları ve şekiller arası ilişkileri anlamaları için etkinliklerin nasıl düzenleneceğine dair birtakım ipuçları sunmuştur.

Burger ve Shaughnessy (1986) çalışmasında öğrencilerin üçgenler ve dörtgenlerle ilgili mülakat sorularına verdikleri cevaplara göre van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin bir tanımlamasını sunmuştur. Birçok farklı sınıf düzeyinden 13 öğrenciye şekilleri çizme, tanıma ve tanımlama, sınıflandırma gibi problemleri içeren mülakat sorularını yönelten araştırmacılar, çalışmada, öğrenci davranışlarının van Hiele'nin orijinal düzey tanımlamalarına uyduğu sonucuna varmışlardır. Örneğin üçgenleri tanıma probleminde lise öğrencileri genellikle üç keskin noktaya ve eğri kenarlara sahip olan şekilleri üçgen olarak tanımlarken, ilkökul öğrencileri yatay olarak pozisyonlandırılmamış dar ve uzun bir üçgeni, bu şeklin üç nokta ve üç doğru parçasına sahip olduğunu kabul etmelerine rağmen, üçgen olarak tanımlamayı reddetmişlerdir.

Schifter (1999) çalışmasında, öğretmenlerin bazı sınıf uygulamalarını yazıya dökerek meslektaşlarıyla fikir alışverişinde bulunmalarını sağlayan bir proje kapsamında ortaya koydukları, üçgenler ve dörtgenlere dair etkinlikleri ve tartışmaları içeren bir öğretim bölümünü ayrıntılı olarak sunmuştur. Bu bölümde öğrencilerin şekilleri sınıflandırırken bütüncül bir bakış açısından özellik tabanlı bir sınıflandırmaya geçmelerinin karmaşık bir süreç olduğu ifade edilmiş ve öğrencilerin şekillere dair kavram yanlışlarının neler olabileceği aktarılmıştır. Örneğin öğrenciler birçok farklı üçgen türü içinden sadece yatay olarak konumlanan prototip üçgeni üçgen olarak kabul etmekte ve yan yatmış olan ya da zihinlerindeki şekle göre ters pozisyonda duran şekilleri üçgen olarak kabul edememektedirler.

Coffland (2009) basit bir şekil tanıma etkinliğinin NCTM standartlarına göre nasıl genişletildiğini açıkladığı çalışmasında 5. ve 6. sınıf öğrencilerine belirlediği çizimde kaç tane üçgen olduğunu sormuştur. Araştırmacı etkinliği NCTM'nin geometri standartlarından biri

olan üçgenleri tanıma ve sınıflandırmaya genişletmek için öğrencilere “Çizimde kaç farklı üçgen vardır? Bu üçgenleri nasıl isimlendirirsiniz?” gibi sorular yöneltilmiş ve öğrencilerin çizimdeki tüm üçgenleri bularak sınıflandırmaya başlamalarını sağlamıştır. Çalışmanın sonunda geometrik görselleştirmede basit bir alıştırma ile başlayan etkinliğin üçgenleri sınıflandırma gibi daha formal bir konuyu içerecek şekilde nasıl geliştirilebileceğine dair ayrıntılı bir örnek ortaya koymuştur.

Yeşil-Dağlı ve Halat (2016) 5-6 yaşındaki çocukların üçgenlere dair kavramsal anlayışlarını incelediği çalışmasında, çocukların üçgen çizebilme ve farklı tür, boyut ve oryantasyonda olan üçgenleri tanıyıp tanımamalarına odaklanmıştır. 82 anaokulu öğrencisinin katıldığı çalışmada çocuklardan kağıt-kalem ortamında sunulan beş farklı problemi tamamlaması istenmiştir. Çalışma sonucunda çocukların büyük çoğunluğunun prototip üçgeni başarılı bir şekilde tanıdığı, yaklaşık olarak yarısının üçgenleri boyutuna, türüne ve oryantasyonuna göre tanımada zorlandığı ve öğrencilerin üçgenleri tanımada ve sınıflandırmada görsel prototipleri dikkate aldığı belirtilmiştir.

Alan yazın incelemesinde belli sayıda araştırmanın özellikle dörtgenleri tanımlama, sınıflandırma ve dörtgenler arası ilişkileri belirleme üzerine yapıldığı belirlenmiştir. Bu alanda yapılan çalışmalar ele alındığında genellikle şu tarz sonuçlarla karşılaşmaktadır. Yapılan çalışmaların bir kısmı (Aktaş & Cansız-Aktaş, 2012; Baroody & Bartels, 2000; Craine & Rubenstein, 1993; Davison, 2003; De Villiers, 1994; 1998; Duatepe-Paksu, İymen & Pakmak, 2012; Ergün, 2010; Fujita, 2008; 2012; Fujita & Jones, 2007; Fox, 2000; Leung, 2008; Mack, 2007; Okazaki & Fujita, 2007; Okumuş, 2011; Popovic, 2012; Robichaux & Rodrigue, 2010; Walcott, 2006; Walcott, Mohr & Kastberg, 2009; Zeybek, 2017) öğrencilerin dörtgenleri tanımlama, sınıflandırma ve dörtgenler arası ilişkileri oluşturabilme becerilerini incelemiştir.

Bu çalışmalar ışığında öğrencilerin aynı kavramın farklı tanımlarının olabileceğini ve bu tanımlamaların keyfi olabileceğini kavrayabildikleri (De Villiers, 1994; 1998; Popovic, 2012) görülmüştür. Örneğin bu tür çalışmalarda öğrenciler yamuğun “en az bir çift kenarı paralel olan dörtgen” ve “sadece bir çift kenarı paralel olan dörtgen” şeklinde iki farklı tanımını yapabilmekte ve aynı zamanda bir dörtgen için alternatif olarak birkaç tanımın varlığını kabul etmektedir. Öte yandan bu çalışmalarda öğrencilerin dörtgenleri tanımlarken gereğinden fazla özellik içeren “kare tüm açıları, tüm kenarları ve köşegenleri eşit olan bir dörtgendir” şeklinde ekonomik olmayan tanımlamalar yaptıkları ve “kare tüm kenarları eşit olan bir dörtgendir” gibi gerek ve yeter koşulları içermeyen (kare için açı koşulu gibi) tanımlara sığındıkları (Duatepe-Paksu ve diğerleri, 2012; Ergün, 2010; Robichaux & Rodrigue, 2010; Ubuz, 2017) da görülmüştür.

Ayrıca bu gruptaki çalışmalarda öğrencilerin öncelikle şeklin görsel özelliklerine odaklandıkları ve görsel imajlarının oldukça sınırlı olduğu (Fujita & Jones, 2007; Mack, 2007; Walcott, 2006) ve tanımlama yaparken sıklıkla prototip figürleri dikkate aldıkları (Ergün, 2010; Okazaki & Fujita, 2007; Ubuz & Üstün, 2003; Zeybek, 2017; Yavuzsoy-Kose, Yılmaz, Yesil & Yildirim, 2019) gözlenmiştir. Burada prototip figürden kasıt öğrencinin bir şekle dair zihnindeki sınıfı temsil eden modeldir- örneğin öğrencinin zihninde dikdörtgene dair “iki kısa, iki uzun kenarı olan şekil” prototipi varsa öğrenci kareyi bu prototipe benzetemediği için dikdörtgen sınıfına dahil edemez. Ayrıca öğrencilerin genellikle geometrik şekiller arasındaki ilişkileri anlamada, şekillerin gerekli olabilecek dinamik yönlerini (bilgisayar ortamında bir şeklin temel özelliklerinin korunduğu hareket edebilen hali) görmektense, statik yönlerini (bir şeklin kâğıt kalem ortamındaki sabit hali) gördüklerini ve bu sebeple prototip şekle odaklanıp şekiller arası geçişleri anlayamadıkları (Aktaş & Cansız-Aktaş, 2012; Ergün, 2010; Walcott ve diğerleri, 2009; Zeybek, 2017) gözlenmiştir.

Ancak bazı çalışmalarda (Baroody & Bartels, 2000; Craine & Rubenstein, 1993; Davison, 2003; Duatepe-Paksu, 2016; Leung, 2008; Robichaux & Rodrigue, 2010) uygun bir öğretim stratejisinin (örneğin; dikdörtgenin dinamik yapısı anlaşılırsa karenin dikdörtgen ailesine mensup olduğu daha kolay anlaşılabilir, gibi) öğrencilerin dörtgenlerin hiyerarşik yapısını anlamalarına yardımcı olduğu ifade edilmiştir. Bunun yanı sıra öğrencileri şekiller arasındaki farkı görmelerini sağlayacak bir bilişsel çelişkiye sürüklemenin, başka bir deyişle öğrenciyi düşündüğünün aksine bir duruma sokarak düşüncesindeki yanlışlığı görmesini sağlamanın, onların daha derin düzeyde bir kavramsallaştırma geliştirmelerine katkı sağlayacağı ifade edilmektedir (Monaghan, 2000).

Sonuç olarak bu alanda yapılan çalışmalardan hareketle şu ortak sonuçlar dikkat çekmektedir. Geometrik şekilleri tanımlamada öğrencilerde yaygın olarak bulunan prototip olgusunun aşılması gerekmektedir. Dörtgenler arasındaki ilişkileri belirlemede, öğrencilere bu ilişkiler öğretilirken, şekillerin gerekli ve yeterli özelliklerinin birlikte dikkate alınarak şekil tanımlamalarının yapılması önemlidir. Son olarak da şekil sınıfları arası geçişlerde benimsenen öğretim stratejisinin öğrenci kavrayışına önemli bir etkisi vardır. Alan yazındaki bu çalışmalardan edinilen ortak mesajlar etkinlik tasarımına rehberlik etmiştir.

2.2. Dinamik Geometri Ortamları

Araştırmacılar teknolojinin sınıftaki eğitim ve öğretimde etkili bir bilişsel araç olarak kullanılabildiği konusunda hem fikirdirler (Bransford, Brown & Cocking, 2000; Jones, 2000). Teknolojinin eğitime entegrasyonu sonucu karşımıza çıkan dinamik ortamlar ise matematiksel yapıların harekete dayalı deneysel süreçler içerisinde araştırılmasına ve bu yapılar arasındaki ilişkilerin keşfedilip test edilmesine olanak tanıyan teknolojik ortamlardır (Güven & Karataş, 2003; Leung, 2008). Bu dinamik ortamlar özellikle geometri öğretiminde önemli bir yere sahiptir. Bu alanda çalışma yapan birçok araştırmacı dinamik ortamların geometri öğretimi ve

öğrenimindeki yararlarını vurgulamaktadır (Battista & Borrow, 1997; De Villiers, 1999; Hoyles, 1996; Laborde, 1993; Mariotti, 2001).

Dinamik geometri ortamlarına örnek olarak verilebilecek olan Geometer's Sketchpad ve Cabri Geometry dinamik geometri yazılımları arasında en çok bilinenlerdendir (Hohenwarter & Jones, 2007). Bu yazılımlar dinamik yapıları sayesinde öğrencilerin geometrik şekilleri yapılandırmalarına, bu yapıları sürükleyerek incelemelerine, bu yapılarla dair varsayımda bulunmalarına ve varsayımları test ederek genelleştirmelere ulaşmalarına izin vermektedir (Baki, Güven & Karataş, 2001; Christou, Mousoulides, Pittalis & Pitta-Pantazi, 2004; Mariotti, 2001; Vincent & McCrae, 1999). Dinamik ortamlar öğrencilerin görselleştirme becerilerini ve geometrik şekillerin parçaları arasındaki ilişkilere odaklanma yeteneklerini geliştirdiğinden, öğrenciler dinamik geometri yazılımlarını kullanarak geometrik anlayışlarını derinleştirebilirler (Clements, Sarama, Yelland & Glass, 2008).

Dinamik geometri ortamları öğrencilerin belirli matematiksel nesnelere için geniş bir örnek alan oluşturmalarına izin vermektedir. Bu ise dinamik ortamlardaki nesnelere sürükleyebilmenin bir sonucudur (Jackiw & Sinclair, 2009). Dinamik geometri yazılımlarının en önemli özelliği, oluşturulan şeklin tamamının ya da belli parçalarının taşınmasını sağlayan sürüklenme aracıdır (Erez & Yerushalmy, 2006; Hoyles & Noss, 1994, Laborde, Kynigos, Hollebrands & Strasser, 2006, Sinclair & Moss, 2012). Bu yazılımlarda matematiksel yapılar statik görsellerinden farklı olarak dinamik bir yapıda bulduklarından sürüklenme aracı vasıtasıyla bu yapının sabit kalan ve değişen özellikleri araştırılabilmektedir (Jackiw, 2006). Bir kullanıcı ekrandaki şeklin bir bileşenini sürüklediğinde, o şekil kullanıcının isteğine göre değil, kendi geometrik yapıları doğrultusunda hareket eder ki bu kâğıt-kalem ortamlarından farklıdır (Laborde ve diğerleri, 2006; Sinclair & Moss, 2012). Bu durum öğrencilerin ekranda gördükleri şekli bir çizim olarak algılamalarının önüne geçerek, bu nesneye dair geometrik muhakemelerini derinleştirme fırsatı vermektedir (Gürhan, 2015).

Matematik sınıflarında dinamik geometri yazılımlarının etkililiği geniş bir araştırma alanıdır (Baki, Kosa & Güven, 2011; Cantürk-Günhan & Açı, 2016; Güven, Baki & Çekmez, 2012; Habre, 2009; Hollebrands, 2007; Hollebrands & Lee, 2016; Pandiscio, 2002; Stols & Kriek, 2011). Geometrinin farklı konularında dinamik geometri yazılımlarının etkililiği üzerine yapılan bu araştırmalardan özellikle dörtgenleri kapsayanlar incelendiğinde, dinamik geometri ortamlarında yapılan öğretimin öğrencilerin dörtgenleri sınıflandırabilmelerine ve dörtgenler arası mantıksal çıkarım yapabilmelerine (Battista, 2001; Forsythe, 2014; Han, 2007; Lai & White, 2012; Okumuş, 2011), dörtgenlere dair prototip bakış açılarını değiştirebilmelerine (Gürhan, 2015; Yu, 2004) ve şekil kavramını derinleştirebilmelerine (De Villiers, 2004; Driskell, 2004) önemli bir katkı sağladığı görülmektedir. Buna ek olarak dinamik geometri yazılımlarının geometrik söylemleri geliştirmeye katkı sağladığı (Sinclair & Moss, 2012; Sinclair & Yurita, 2008) ve bu yazılımların öğrencinin tümdengelimli (genelden özele doğru) düşünmesine olanak tanıdığı (Jones, 2000), öğrencinin dörtgenlere yönelik zihinsel model (örneğin; öğrencinin zihninde kare ile dikdörtgen arasındaki ilişkiyi anlamak için oluşturduğu yapı) geliştirmesine yardımcı olduğu (Battista, 2001; Erez & Yerushalmy, 2006) gözlenmiştir.

Dinamik ortamda üçgenler konusu temelinde yaptıkları araştırmada Sinclair ve Moss (2012), DGY kullanımının öğrencilerin üç kenarlı çokgen çeşitlerine dair anlayışlarını önemli ölçüde geliştirdiğini belirtmiştir. Miyazaki, Fujita, Jones ve Iwanaga (2017) üçgenlerde benzerlik konusunda teknoloji destekli akış şeması kullanımının öğrencilerin ispat anlayışlarına katkı sağladığını ve Pandiscio (2002) DGY'nin öğrencilerin üçgenlerle ilgili teoremlerdeki fikirleri daha iyi anlamalarına yardımcı olduğunu ifade etmiştir. Dahası, Kilic (2013) üçgen eşitsizliği, açıortay, diklik, dönüşümler ve Menelaus gibi bazı teoremleri konu aldığı çalışmasında DGY'nin öğrencilerin geometrik düşüncelerini, geometri başarılarını ve ispat becerilerini geliştirdiğinin altını çizmektedir. Dinamik geometri ortamında üçgenler ve

dörtgenler üzerinde yapılan çalışmalar ışığında öğrencilerin üçgenlere ve dörtgenlere dair anlayışlarının geliştirilmesinde dinamik ortamların olumlu etkisinin göz ardı edilmemesi gerektiği söylenebilir.

2.2.1. Öğretimde çizim-figür ayrımı. DGY'nin öğrencilerin kavramsal gelişimlerine katkı sağlamasındaki etkenlerden biri de öğrencilerin bu ortamda çalışırken şekilleri statik görsellerinden farklı olarak dinamik birer şekil olarak algılayabilmeleridir (Gürhan, 2015; Yu, 2004). Bu noktada iki önemli kavramsal yapı olan çizim ve figür ayrımı dikkat çekmektedir.

Parzysz (1988), figürü geometrik nesnenin en yakın temsili, çizimi de geometrik nesnenin resmedilmesi olarak tanımlamıştır. Parzysz, araştırmasında figürden çizime geçildiğinde bilgi kaybı yaşanacağından bahsetmektedir. Çünkü bazı şekiller (doğru, düzlem vs.) sınırsızdır ve bu sebeple temsil edilemezler. Böyle bir durumda şekillerin mümkün olmayan temsilleri, şeklin bütününe yerini alması düşünülerek, sınırlı bir kısmının çizimi ile yer değiştirir. Laborde (akt. Jones, 2000) çizimi “materyalin varlığı” olarak ifade ederken, figür için “teorik nesne” ifadesini kullanmıştır. Çizim ve figürü dinamik geometri ortamının özelliklerini dikkate alarak açıklayan Jones (2000) ise çizim için planlanan yapıya yakından benzeyen geometrik nesne tanımını yaparken, figürün nesnelere arasında sürüklenme özelliği kullanıldığında değişmeyen ilişkileri yansıttığını ifade etmiştir.

Bunların yanı sıra Hollebrands ve Smith (2009), dinamik geometri ortamlarında yapılan öğretim ve öğrenimi inceleyen araştırmacıların bu ifadelerin kullanımında yaptıkları ayrımı şu şekilde özetlemiştir: çizim, yapı, diyagram ve figür. Çalışmada *çizim (drawing)* geometrik nesnenin oluşturulmasında serbest çizim araçlarının kullanımını gerektiren bir süreç olarak tanımlanmıştır. Örneğin kâğıt-kalem ortamlarında kalem bir serbest çizim aracı iken pergeli değildir çünkü pergeli eğri ve çember çizimi ile sınırlandırılmıştır. Dinamik geometri yazılımlarında ise serbest çizim kare gibi bir şekli oluşturmak için “oluştur” menüsünü kullanmaksızın doğru parçası aracını kullanmayı gerektirir. Öğrenciler geometrik

nesnelerin görsel temsillerini incelerken şeklin özelliklerine değil de algısal niteliklerine odaklanırlarsa, bu süreç *çizim hakkında muhakeme* olarak adlandırılır. Geometrik nesnenin özel araçlar (örneğin; dik doğru) kullanılarak oluşturulduğu süreç ise *yapılandırma (constructing)* olarak adlandırılır ve bu sürecin sonucunda oluşan nesne *yapıdır (construct)*. Bir öğrenci geometrik nesnenin görsel temsillerini incelerken onun özelliklerine dikkat ediyorsa, öğrenci *fiğür hakkında muhakeme* yapmaktadır. Öğrencinin geometrik nesnenin görsel temsillerinin algısal niteliklerine göre mi yoksa geometrik nesnenin özelliklerine göre mi hareket ettiğine dair bir delil olmadığında ise *diyagram (diagram)* terimi kullanılır.

2.2.2. Geometer's Sketchpad yazılımı ve şekil üreticiler. Dinamik geometri yazılımlarının en çok bilinenlerinden biri olan Geometer's Sketchpad temel geometrik kavramları ve geometrik dönüşümleri temsil eden, geometrik nesnelere inşa etmeye olanak tanıyan, bu nesnelere dair ölçüm yapmayı sağlayan araçlar gibi daha birçok farklı aracın kullanımına olanak tanıyan, ayrıca öğrencilerin çalışmalarını kaydederek geometrik nesnelerin yapılandırma aşamalarını yazıya dökabilen dinamik bir yazılımdır (Olive, 1991; 1993). “Bu yazılım öğretmenlere ve öğrencilere geometrik özellikleri ve ilişkileri hem sezgisel hem de tümevarımsal olarak keşfetme fırsatı sunmaktadır” (Olive, 1991, s.26).

Hofstadter (akt. De Villiers, 2004, s.705) Sketchpad'in güzelliğinin bir varsayımın doğru ya da yanlış olup olmadığını anında keşfetmeye izin vermesi olduğunu belirtmiştir. Araştırmacıya göre eğer varsayım yanlışsa, ekrandaki yapıyla dinamik olarak oynandığında açıkça fark edilecek, ancak doğruysa bu yapıyla ne kadar oynanırsa oynansın yapının elemanları senkronize olacağından bütünlük korunacaktır. Hofstadter bu durumun verdiği kesinlik ve güvenin oldukça şaşırtıcı olduğunu ifade etmektedir.

Talmon ve Yerushalmy (2004) Cabri ve Supposer yazılımlarının geliştiricilerinin “bağımlı nesne sürüklenemez” kuralına uydıklarını ifade etmiştir. Bu kurala göre bağımsız nesnenin hareketi bağımlı nesneyi etkilemektedir ancak bunun tersi geçerli değildir.

Sketchpad yazılımında ise bağımlı nesnelere sürüklenmekte ve program otomatik olarak geometrik nesneyi bu işleme göre yeniden yapılandırmaktadır. Araştırmacılar Nick Jackiw ile kişisel bir diyaloglarında Jackiw'in Sketchpad'ın görevini "tanımlanan ilişkileri korurken mümkün olduğu kadar değişime izin vermek" (s.114, 2004) şeklinde açıkladığını belirtmişlerdir. Bu anlayış dikkate alındığında Sketchpad'ın diğer yazılımlara göre dinamiklik adına bir artışı olduğu söylenebilir. Dahası Cabri geometry yazılımında oluşturulan nesnelere seçilmesi için her aşamada seçim aracına tıklanması ve sonrasında seçilecek olan nesneye tıklanması gerekirken, Sketchpad yazılımında böyle bir araca ihtiyaç duyulmadan ekrandaki nesnelere seçilebilmektedir. Bu durum Sketchpad yazılımının kullanımını kolaylaştırmaktadır.

Teknoloji destekli geometri öğretimi alanında çalışma yapan ve Geometer's Sketchpad yazılımını tercih eden çoğu araştırmacı bu yazılımın halihazırdaki menülerini kullanarak çalışmalarını yürütmüştür (Dimakos & Zaranis, 2010; Dove & Hollebrands, 2014; Manouchehri, Enderson & Pugnucco, 1998; Weaver & Quinn, 1999; Zaranis & Ntziahrastos, 2002). Bunun yanı sıra alan yazında dinamik yazılımlar yardımıyla oluşturulan bilgisayar ortamları (computer microworld) üzerine yapılan bir grup çalışma daha bulunmaktadır (Battista, 2001; 2002; Driskell, 2004; Gürhan, 2015; Kaur, 2015; Yu, 2004). Bu çalışmalarda kullanılan ortamlar öğrencilerin program aracılığıyla şekilleri kendilerinin yapılandırmasından ziyade önceden hazırlanmış olan ve öğretmen-öğrenci etkileşimini gerektiren bir yapıdadır (Sinclair & Bruce, 2015).

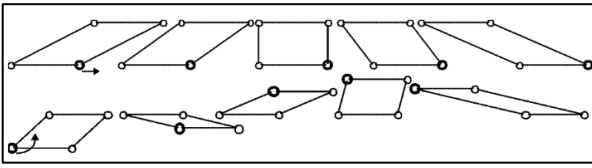
Battista ve Lambdin'e (1994) göre nesnelere ve bu nesnelere manipüle etme eylemlerinden oluşan bu bilgisayar ortamları (computer microworld), matematiksel keşifleri destekleyerek öğrencilerin matematiksel kavramlara dair muhakemelerinin gelişmesine yardımcı olur. Bu ortamlardan biri olan Şekil Üreticileri'nde (the Shape Makers Microworld), nesnelere ve eylemlere, öğrencilerin anlamlı matematiksel etkinliklerde kullandıkları zihinsel işlemlerle uyumlu olacak şekilde tasarlanmıştır (Battista & Lambdin, 1994). Bu ortamda her

bir genel geometrik şekil sınıfı dinamik olarak aynı sınıftaki farklı şekillere dönüştürülebilen ve Sketchpad yardımıyla oluşturulmuş olan bir şekil üreticiye sahiptir. Örneğin paralelkenar üretici (parallelogram maker) kontrol noktalarından hareket ettirilerek paralelkenar sınıfına ait farklı boyutlardaki tüm şekilleri üretebilmektedir (Şekil 5). Dörtgen ve üçgen çeşitlerini kapsayan bu dinamik araçlar; dörtgen üretici, yamuk üretici, paralelkenar üretici, dikdörtgen üretici, deltoid üretici, eşkenar dörtgen üretici, kare üretici, ikizkenar üçgen, eşkenar üçgen üretici, dik üçgen üretici, geniş açılı üçgen üretici ve üçgen üretici şeklinde adlandırılmıştır.

Battista (2012) şekil üreticilerini kullanarak hazırladığı etkinlikleri sunduğu kitabında, bu etkinliklerin amacının öğrencilerin şekillere dair kavramsal anlayışlarını geliştirmek, üçgenleri ve dörtgenleri sınıflandırmalarına yardımcı olmak olduğunu belirtmiştir.

Şekil 5

Paralelkenar üreticinin hareketinin anlık görüntülerinin bir kısmı



Not. Battista, 2001, s.111'den alınmıştır.

Battista (2001) öğrencilerin dikkatinin matematiksel eylemlerine ve akıl yürütmelerine rehberlik eden, kişisel olarak anlamlı matematiksel teorileri düzeltmeye ve geliştirmeye odaklanması gerektiğini ifade etmiştir. Battista'ya göre "böyle bir odaklanmayı sürdürmek için etkili olan araç öğrencilerin eylemden önce tahmin yapmalarını sağlamaktır; ki bu onların eylemlerini kendi teorileri bağlamında ele almaya teşvik eder" (s.110, 2001). Geliştirdiği etkinliklerde bu fikri temel alarak öğrencilere önce tahminde bulunma sonra kontrol etme imkânı sağlayan Battista şekil üreticilerin, fiziksel olarak tasarlanan şekil materyallerine benzediğini ancak bilgisayar ekranında manipüle edilebilen bu şekil üreticilerin çok daha becerikli olduğunu ifade etmektedir.

Cannon (1999) Battista'nın kitabında yer verdiği etkinliklerin hem bireysel hem de küçük gruplarla çalışan öğrenciler için oldukça yararlı olduğunu, öğrencilerin ne kadar çok bu etkinliklerle çalışırlarsa o kadar derin bir kavramsal anlayışa sahip olacaklarını, dörtgen etkinliklerinin öğrencilerin dörtgen türlerindeki farklılık ve benzerlikleri daha iyi anlamalarını sağlayacağını ve bu etkinliklerin ortaokul düzeyindeki tüm sınıflarda etkin bir şekilde kullanılabileceğini belirtmiştir. Araştırmacılar (Battista, 2001; 2002; 2012; Battista & Lambdin, 1994) şekil üretici etkinliklerinin uygulanmasına dair kesitler sundukları çalışmalarında, şekil üreticilerin üçgen ve dörtgen kavramının öğretiminde etkili olan ve öğrencilerin şekiller hakkında muhakeme yürütmelerini destekleyen paha biçilmez güçlü araçlar olduğunu ifade etmişlerdir.

2.2.3. Şekil üreticiler ile ilgili çalışmalar. Alan yazında Geometer's Sketchpad yazılımı kullanarak hazırlanan ve Şekil Üreticiler (Shape Makers) olarak adlandırılan araçları dikkate alan bir grup çalışma yer almaktadır. Şekil üreticilerini temel alarak yapılan çalışmalarda; bu araçları kullanmanın öğrencilerin şekillere dair algısını genişlettiği (Battista, 2001; 2002; Driskell, 2004; Yu, 2004), dörtgenler konusunda geometrik muhakemelerinin gelişmesine yardımcı olduğu (van Auken-Borrow, 2000), dörtgenler arası ilişkileri keşfetmelerine zemin hazırladığı ve öğrencilerin bu sayede dörtgen hiyerarşisini oluşturabildikleri (Battista, 2012; Gürhan, 2015), üçgen kavramını derinden öğrenmelerine olanak tanıdığı ve üçgenleri gruplandırmayı öğretmede kolaylık sağladığı ifade edilmiştir (Kaur, 2015).

Van Auken-Borrow (2000) Battista'nın danışmanlığında yürüttüğü doktora tezinde bilgisayar destekli bir ortamda 6.sınıf öğrencilerinin dörtgenleri kavramsallaştırmalarını ve bu süreçteki geometrik muhakemelerini incelemeyi amaçlamıştır. Çalışmanın verileri daha önce Battista'nın şekil üreticiler araştırmasında yer alan gönüllü dokuz 6.sınıf öğrencisi ile okul sonrası yapılan 90 dakikalık bölümlerde toplanmıştır. Çalışmada öğretim bölümleri bu

öğrencilerin öğretmeni tarafından yürütülmüş ve öğrenme ortamı verimli tartışmaların yürütülebileceği bir sınıf ortamı şeklinde düzenlenmiştir. Öğretim bölümlerinde araştırmacı birebir yürüttüğü ön mülakatlar ile belirlediği 4 öğrenciyi yakından takip etmiştir. Bu sebeple genel itibariyle öğretim deneyi olarak tasarlanan bu çalışma özelde durum çalışması olarak ilerlemiştir. Zihinsel modeller teorisi ve van Hiele teorisi çerçevesinde yapılan bu çalışmanın sonucunda, şekil üreticilerinin kullanımını içeren etkinliklerle yapılan öğretimin öğrencilerin geometrik muhakemelerinin gelişimine, bir diğer deyişle van Hiele düzeylerine göre ilerleme kaydetmesine yardımcı olduğu belirtilmiş ve bu geçişi destekleyen önemli noktalar ortaya koyulmuştur. Ayrıca çalışmada şekil üreticileri kullanımının öğrencilerin somut deneyimlerinden soyut genelleştirmeleri inşa etmeleri için bir fırsat sunduğu belirtilmiştir. Ancak çalışma sonucunda araştırmacı hazırlanan etkinliklerin şekil sınıfları arasındaki ilişkilerin incelenmesi için tasarlanmadığı ve öğretimde bu noktaya yeterince odaklanılmadığı için öğrencilerin şekil sınıfları arasındaki ilişkiler ile ilgili muhakeme süreçlerini ölçmenin zor olduğunu belirtmiştir. Dahası çalışma sonucunda şekil sınıfları arasındaki ilişkilerin yapılandırılarak bu sınıfların kapsayan yapısının öğrencilerce anlaşılabilmesi için öğrencilerin özelliklerin birbirini gerektirmesi durumunu anlamaları ve bunu şekil üreticileriyle bağdaştırabilmeleri gerektiği vurgulanmıştır.

Battista (2001) dinamik olarak dönüştürülebilen şekil üretici nesnelere içeren bir ortamın (the Shape Makers microworld) geometrik akıl yürütmenin gelişimini nasıl destekleyebileceğini göstermeyi amaçladığı çalışmasında, 5. sınıf öğrencilerinin şekil üreticilerle çalışırken sergiledikleri düşünme biçimlerini birkaç örnekle aktarmaya çalışmıştır. Çalışmada şekil üreticilerinin öğrencilerin şeklin bütününden ziyade parçalarına ve bu parçalar arası ilişkilere yani matematiksel özelliklere göre muhakeme yürütmesine yardımcı olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca öğrencilerin şekillerin geometrik özelliklerini sıradan

sözler gibi ezberlemek yerine kavramsal olarak öğrenmelerinde şekil üreticiler ile çalışmanın olumlu bir etkisi olduğu belirtilmiştir.

Battista bir önceki çalışmasına paralel olan diğer bir çalışmasında (2002) teknoloji destekli ortamda öğrencilerin iki boyutlu şekiller hakkındaki muhakeme ve anlayışlarının gelişimini incelemiştir. Battista bu çalışmasında öğrencilerin geometride özellik tabanlı kavramsal sistemleri anlamak, kabul etmek ve kullanmak için diğerlerinin sistem hakkında kurdukları gerçekleri ezberlemeye değil, aktif bir şekilde sistemle çalışmaya ve sistemi geliştirmeye dahil olmaları gerektiğinin altını çizmektedir. Çalışma sonucunda şekil üreticileri ile araştırma yapmanın öğrencilerin geometrik şekillere dair daha karmaşık zihinsel modeller inşa etmelerine yardımcı olduğu, öğrencileri geometride şekilleri analiz etmek için kullanılan özellik tabanlı kavramsal sistemleri anlamaları ve geliştirmeleri konusunda desteklediği ve onları geometrik şekillerin özelliklerini ezberlemek yerine bir üst düzeyde düşünmeye teşvik ettiği belirtilmiştir.

Driskell (2004) 4. sınıf öğrencileri ile çalıştığı doktora tezinde şekil üreticilerin kullanıldığı etkinliklerde öğrencilerin iki boyutlu şekillerin özelliklerine dair anlayışlarını incelemeyi amaçlamıştır. Araştırmacı üç farklı sınıftan seçtiği sekiz dördüncü sınıf öğrencisini ikiye bölüp gruplara bölmüş ve öğrencilere bilgisayar ortamında birtakım etkinlikler yaptırmıştır. Van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin dikkate alındığı çalışma sonucunda şekil üreticiler ile inceleme yapmanın öğrencilerin daha formal bir matematiksel dil kullanmalarına yardımcı olduğu, iki boyutlu şekillere dair kavramsal anlayışlarını ve bu şekiller arası ilişkilere dair anlayışlarını derinleştirdiği ifade edilmiştir.

Yu (2004) dörtgenler konusunda bir dinamik geometri ortamında (Geometer's Sketchpad-shape makers) ortaokul öğrencileri arasındaki söylemleri ve prototiplerin gelişimini incelediği doktora tez çalışmasında Battista tarafından geliştirilen dörtgen üretici etkinliklerini 7.sınıf öğrencilerine uygulamıştır. Araştırmacının Sfard'ın AR (actual reality)

söylem kavramı, Doefler'in prototip kavramı ve Presmeg'in metaforik dil çerçevesini kullanarak ortaokul öğrencilerinin dörtgenlerin ekrandaki dinamik temsillerini nasıl kavramsallaştırdıklarını ortaya koymaya çalıştığı bu araştırmada, dinamik geometri ortamının öğrencilerin dörtgenler için şekilsel (figurative), işlevsel (operative) ve ilişkisel (relational) prototipler geliştirdikleri AR söylemi için bir bağlam sağladığı sonucuna ulaşılmıştır.

Kaur (2015) çalışmasında 2 ve 3. sınıf öğrencilerinin farklı üçgenlerin davranışları ve özellikleri ile ilgili anlayışlarını geliştirmek için dinamik geometri ortamlarının potansiyelini nasıl kullandıklarını incelemiştir. Çalışma öğrencilerin hem Sketchpad (ve şekil üreticiler) ile doğrudan etkileşimde bulunabilecekleri hem de kâğıt-kalemle bireysel olarak masalarda çalışabilecekleri bir sınıf ortamında yapılmıştır. Araştırmacı Batista'nın (2008) üçgen üreticiler ile ilgili hazırladığı etkinlikleri revize etmiş, kenarlarına göre üçgenler ve bu üçgenler arasındaki ilişkilerin incelenmesini içeren bir geometri dersinin ayrıntılı analizini sunmuştur. Çalışmada öğretmen rehberliğindeki tartışmalar esnasında öğrencilerin açıklamalarında informal dinamik tanımlamalardan formal geometrik özelliklere doğru bir geçişin olduğu ve öğrencilerin farklı üçgen türleri hakkında daha genel söylemlerde bulunmaya başladıkları sonucuna ulaşılmıştır.

Gürhan (2015) ortaokul 5. sınıf seviyesinde dörtgenlerin hiyerarşik yapısının öğretiminde kullanılan, öğrencilerin kavramsal gelişimine katkıda bulunan bir müfredatın ana kısımlarını belirlemeyi ve bu müfredatı kullanarak öğrencilerin dörtgenleri sınıflandırırken hangi zihinsel süreçlerden nasıl geçtiklerini araştırmayı amaçladığı yüksek lisans tezinde, dörtgen üreticiler temelinde birtakım etkinlikler tasarlamış ve bunları iki beşinci sınıf öğrencisine birebir öğretim yaparak uygulamıştır. Çalışma sonucunda dörtgen hiyerarşisinin öğrencilerce yapılandırılmasında dikkat edilmesi gereken birtakım hususların olduğu belirtilmiştir. Bunlardan ilki dörtgenlerin özelliklerinin kısıtlı ve esnek olarak ele alınması gerektiğidir. İkincisi şekillerin aile olma mantığı ile ele alınabilmesidir – ki bu mantık bir

şeklin diğer bir şekil ailesinin özelliklerini taşımasının bir sonucudur. Diğer bir husus ise bir aileye mensup olma mantığının birbirinin ikizi olma anlamına gelmediğinin anlaşılması ve verilen matematiksel ifadenin aile olma mantığı ile bağdaştırılmasıdır. Ayrıca dörtgen hiyerarşisinin öğretiminde kullanılan dil ve odak noktasının ayrı bir öneme sahip olduğu, şekil üreticiler ile çalışmanın öğrencilerin sahip olduğu statik prototipleri sorgulamalarına ve daha esnek dörtgen tanımları geliştirmelerine yardımcı olduğu ifade edilmiştir.

Alan yazında şekil üreticiler ile ilgili yapılan az sayıdaki çalışmaların sonuçları dikkate alındığında bu dinamik araçların öğrencilerin üçgen ve dörtgen gibi iki boyutlu geometrik şekillere dair anlayışlarını geliştirdiği ve bu sayede öğrencilerin kavramlar arası ilişkileri anlamaya başladıkları söylenebilir. Yapılan çalışmalarda her ne kadar şekil üreticilerin öğrencilerin geometrik şekillere dair anlayışlarını geliştirmeye yardımcı olduğu ifade edilse de öğrencilerin bu araçlara yönelik şemaları ortaya koyulamamıştır. Bu çalışmada ise bu açık kapatılmaya ve öğrencilerin şekil üreticilerini enstrümana dönüştürme süreçlerine odaklanarak enstrümanlı eylem şemaları belirlenmeye çalışılmıştır.

2.3. Enstrümantal Yaklaşım

Enstrümantal yaklaşım, 90'lı yılların ortasında Fransa'da bilgisayar cebir sistemlerinin analizinde geleneksel yapılandırmacı çerçevelerin yetersiz kaldığının fark edilmesiyle ortaya çıkan teorik bir yaklaşımdır (Artigue, 2002; 2007). Artigue, bu yaklaşımın daha az öğrenci merkezli olduğunu ancak öğrenme ve öğretmenin enstrümantal boyutuna daha fazla odaklanan geniş sistematik bir bakış açısı sağladığını belirtmektedir.

Enstrümantal yaklaşım temelde Vygotsky'nin (akt. Guin & Trouche, 1999) yapay sistemler (artificial systems) üzerine kurduğu hipoteze dayanmaktadır. Vygotsky, yapay sistemlerin kişinin, bu ortamda eylemlerini gerçekleştirebilme yeteneğini geliştirerek, bilişsel kapasitesini genişlettiğini ifade etmektedir. Bu aşamada doğal süreçlerin gözden kaybolmadığını aksine enstrümantal eylemlerle birleşerek enstrümana bağımlı hale geldiğini

söylemektedir. Vygotsky (akt. Guin & Trouche, 1999, s. 201) bu konuda, “dil ve düşünce arasındaki ilişki gibi, jestler ve düşünce arasında da önemli bir bağ olduğunu” vurgulamaktadır.

Verillon ve Rabardel’in (1995) bilişsel ergonomi alanında enstrümanları içeren öğrenme süreçlerine odaklanan çalışmaları bu fikir üzerine kurulmuştur. “Eğer biliş ortamla etkileşim boyunca gelişirse, enstrümanlara uyum sağlamak bilişsel gelişim, bilginin yapısı ile yapılanma süreci ve meydana gelen bilginin doğası üzerinde bir etkiye sahip olabilir” (Verillon & Rabardel, 1995, s. 77).

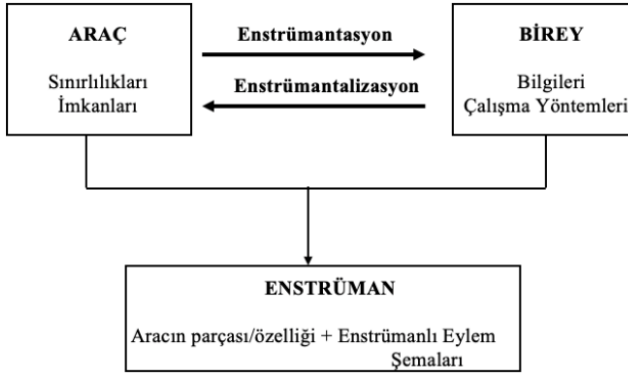
Enstrümantal oluşum teorisinin temelinde araç ile enstrüman arasındaki fark önemli bir yer tutmaktadır. Verillon ve Rabardel (1995, s. 84) aracı “insan yapımı nesne”, enstrümanı ise “psikolojik bir yapı” olarak ele almıştır. Bir diğer deyişle “araç, verilen bir görevi yerine getirmesi sırasında bireyi destekleyecek her tür somut ya da soyut nesnedir” (Özdemir- Erdoğan, 2016, s. 804). Örneğin tencere, kalem, hesap makinası veya DGY bireylerin çeşitli görevleri (yemek yapmak, yazı yazmak, hesap yapmak gibi) yerine getirmelerini sağlayan araçlardır. Diğer taraftan, “enstrüman kendi kendine var olmaz, birey aracı kendine uygun hale getirdiğinde ve onu eylemlerine entegre edebildiğinde o araç artık bir enstrüman haline gelir” (Verillon & Rabardel, 1995, s. 84-85). Öyle ki; bir enstrüman hem araç hem de kullanıcının belli görevleri yerine getirirken kullanmak amacıyla geliştirdiği zihinsel şemalardan oluşmaktadır (Drijvers & Trouche, 2008). Örneğin trigonometrik formülleri ezberle bilmeyen birisi birim çember kullanarak bu formülleri ortaya koyabilir. Bu durumda birim çember bu kişi için araç olmaktan ziyade bir enstrümana dönüşür.

Özetle, Enstrüman = Araç + Şema¹ (bir grup görev için) olarak ifade edilebilir (Drijvers & Trouche, 2008, s.6). Özellikle bedensel gelişimden ziyade zihnin genişlemesi olarak düşünülebilen matematiksel araçlar için bu zihinsel yapıların gelişim süreci oldukça önemlidir. Bu aşamada birey aracı manipüle etmek için enstrümantal oluşum ve verimli prosedürler geliştirmek zorundadır (Guin & Trouche, 1999).

2.3.1. Enstrümantal oluşum. Bir aracın enstrümana dönüşmesi sürecinde birey bir takım zihinsel süreçlerden geçmekte ve o göreve uygun birtakım şemalar geliştirmektedir. Bireyin bir araç vasıtasıyla verilen görevi yerine getirirken zihninde yapılandığı bu süreç, diğer bir deyişle aracın enstrümana dönüştüğü bu süreç enstrümantal oluşum (enstrümantal genesis) olarak adlandırılır (Artigue, 2002; Rabardel, 2002; Trouche, 2004; 2005). Enstrümantal oluşum bireyin ve aracın birbirini karşılıklı olarak etkilediği iki süreci bünyesinde barındırmaktadır. Şekil 6’da enstrümantal oluşumun bileşenleri verilmiştir.

Şekil 6

Enstrümantal oluşumun bileşenleri



Not. Trouche, 2004, s.289’den uyarlanmıştır.

¹ Burada bahsedilen şema Rabardel’in (akt. Trouche, 2003) tanımladığı “*aracın faydalanma şeması (utilization scheme of the artefact)*” anlamında kullanılmıştır. İlerleyen paragraflarda şema ifadesiyle Rabardel’in tercih ettiği faydalanma şeması ifadesinin anlatılmak istendiğine dikkat edilmelidir.

Bu süreçlerden ilki alan yazında enstrümantalizasyon (instrumentalization process) olarak adlandırılmıştır. Enstrümantalizasyon, aracın kendisine yönelik farklılaştırma sürecidir ve aracı kişiselleştirme, ilgili işlevlerin seçimi ve keşfi ya da görev çubuğunun değiştirilmesi gibi aracın dönüştürülmesi safhalarında yaşanabilir (Trouche, 2004). Kısaca “enstrümantalizasyon, aracın potansiyellerinin ve sınırlılıklarının birey tarafından bilinmeye başlandığı ve birey tarafından kullanımının kolaylaştırılmak üzere şekillendirildiği süreçtir” (Özdemir-Erdoğan, 2016, s. 807).

Diğer süreç ise enstrümantasyon (instrumentation process) olarak adlandırılmıştır. “Enstrümantasyon süreci aracın birey üzerindeki izidir, öyle ki bireyin aracın sınırları içinde eylemlerini geliştirmesine izin verir” (Trouche, 2004, s. 290). Enstrümantal oluşumda aracın imkan ve kısıtlarının bireyi şekillendirdiği bu süreç (Trouche, 2005), bireye enstrümanlı eylem şemalarını geliştirmek için rehberlik eder (Artigue, 2002).

Trouche (2000) limit kavramına yönelik enstrümantasyon süreci ile kavramsallaştırma sürecinin birbiriyle nasıl bağlantılı olduğunu incelediği çalışmasında, enstrümantal oluşum sürecini kahvaltıda sol el kullanan birisinin bir cezveden sıcak sütü bardağına doldurması durumunu ele alarak açıklamaktadır. Buna göre, kişi önce cezvenin kulpuna hızlıca dokunarak cezvenin tutulabilecek kadar sıcak olup olmadığını kontrol eder, sonrasında cezvenin kulpunu sol eliyle tutar. Ancak bu esnada bir şey fark etmiştir: cezvenin ağız kısmı bardağa göre ters yönde bulunmaktadır. Araştırmacı bu durumdaki bir kişinin seçebileceği birden çok durum olduğunu ifade etmiştir. Bunlardan ilki, tamamen aracın yapısına uyum sağlamaktır (yani sağ el kullanan birisiymiş gibi davranmak). İkincisi, aracın yapısına kısmen uyum sağlamaktır, yani cezveyi sol elle tutarak bardağın sol kısmından sütü bardağa boşaltmaktır ancak bu durumda dirseğiniz vücudunuza baskı uygulayacağı için dengede durmak zor olur. Bir diğeri ise kişinin kendi kullanımına aracı adapte etmesidir, yani cezveyi sol elle tutup cezvenin ağız kısmının aksi yönünden sütün bardağa boşaltılmasıdır. Bunlardan

ilk ikisi enstrümantasyon sürecine örnek teşkil ederken üçüncü durum enstrümantalizasyon sürecine örnektir.

Bir diğer örnekte ise Goos ve Soury-Lavergne (2010), bir dinamik geometri ortamında sürüklenme özelliğinin şeklin geometrik özelliklerini tanımlamak için bir araç olarak ele alınabileceğini ifade ettikten sonra, öğrencinin noktaları neden sürüklediğini anlamasını şeklin geometrik özelliklerini kavramsallaştırmasıyla yakından ilişkili olan enstrümantasyon, sürüklemeyi nasıl yapacağını bilmesini de diğer sürece nazaran daha kolay olan enstrümantalizasyon olarak adlandırmıştır.

Eş zamanlı gerçekleşen bu iki süreçte şema kavramı öne çıkmaktadır (Trouche, 2004). Trouche'a (2005) göre, bir aracın kullanımı jestler ve matematiksel düşünce arasındaki bağlantıları kuran şemalara dayanmaktadır. Vergnaud'ya (akt. Drijvers, Kieran & Mariotti, 2010, s. 109) göre “şema, belirli bir durumlar sınıfı için davranışın değişmeyen bir organizasyonudur.” Diğer bir deyişle, “belirli görev ve durumların üstesinden gelmek için kullanılan az çok sabit olan eylemlerdir” (Drijvers, Kieran & Mariotti, 2010, s.109). Ayrıca şema bireyle araç arasındaki ilişkinin yapısının anlaşılması için de kullanılmaktadır (Trouche, 2000).

Trouche (2000; 2004) şema kavramını ele alırken, jestler ile şemayı ayırt etmenin önemli olduğunu vurgulamış ve bu ayrımı buzdağı metaforu ile açıklamıştır. Bir buzdağının tamamını şema olarak düşündüğümüzde; buzdağının görünen kısmı jestlerken (gestures), görünmeyen kısmı işlevsel sabitlerdir (operational invariants). Lagrange (akt. Trouche, 2004), belirli bir görevi başarmak için bireyin inşa ettiği jestler kümesini teknik olarak tanımlamaktadır. Bu jestler kümesi bir araca eklemlenmiş jest olarak tanımlayabileceğimiz enstrümanlı jestlerden (Guin & Trouche, 2002; Trouche, 2005) oluştuğunda ise enstrümanlı tekniklerden bahsedilir. Şemalar doğrudan gözlemlenemediğinden birey ile araç arasındaki etkileşimlerin az çok sabit olan bir dizisi olarak tanımlanan gözlemlenebilen enstrümanlı

tekniklere (instrumented techniques) odaklanılır (Drijvers & Gravemeijer, 2005; Drijvers, Kieran & Mariotti, 2010). Buzdağı metaforuna göre şemanın görünmeyen kısmı olan işlevsel sabitler ise öğrencilerin enstrümanlı teknikleri ortaya koymalarına neden olan, bireylerin sahip oldukları kavramsal bilgilerdir (Özdemir-Erdoğan, 2016).

Vergnaud (akt. Trouche, 2005; Guin & Trouche, 2002) işlevsel sabitler olarak adlandırdığı şemaların içerdiği örtük bilgileri eylemdeki kavramlar (concepts-in-action) ve eylemdeki teoremler (theorems-in-action) olarak ifade etmiştir. Eylemdeki kavramlar dolaylı olarak konuyla ilgili olduğuna inanılan kavramlardır, eylemdeki teoremler ise doğru olduğuna inanılan önermelerdir. Her ne kadar Vergnaud eylemdeki kavramlar ile eylemdeki teoremleri ayırmış olsa da bu iki kavramın derin bir bağa sahip olduğu üzerinde ısrarcıdır. Çünkü teoremler kavramlar olmadan var olamayacağı için eylemdeki teoremler de eylemdeki kavramlar olmadan var olamaz, ayrıca Vergnaud bu durumun tersinin de geçerli olduğunu belirtmiştir. Dahası iki şemanın, içerdiği farklı işlevsel sabitler kadar farklılaşabileceğini bu sebeple işlevsel sabitlerin şema kavramında önemli bir yere sahip olduğunu vurgulamaktadır.

Vergnaud'ya göre, “eylemdeki kavramlar, öğrencinin gerçek dünyayı farklı unsurlar ve açılardan kesmesini ve ilgili şema ve duruma göre en uygun bilgi seçimini yapmasını sağlayan kategorilerdir (nesnelere, özellikler, ilişkiler, dönüşümler, süreçler vb.)” (akt., Ramful, 2014, s. 123). Örneğin dörtgenler konusunda dörtgenlerin her bir özelliği, yani kenar uzunlukları, iç açı ölçüleri, köşegen uzunlukları veya paralellik özellikleri farklı bir eylemdeki kavramı oluşturur. Bir öğrenci bir problemle karşılaştığında, bağlamla alakalı bulup bulmadığına bağlı olarak, belli bir eylemdeki kavramı seçmektedir. Eylemdeki teoremler ise Vergnaud tarafından “bir problemi çözmek için bir işlem veya bir işlem sırasını seçerken öğrenciler tarafından dikkate alınan matematiksel ilişkiler” olarak tanımlanmaktadır (akt., Ramful, 2014, s. 123). Bu ilişkiler matematiksel olarak doğru da olabilir yanlış da olabilir. Ayrıca öğrenciler tarafından sözlü olarak ifade edilemeyebilirler. Özetle, eylemdeki

kavramlar belli bir durumla ilgili olduğu düşünülen bir düşünce kategorisi iken, eylemdeki teoremler gerçekler için doğru kabul edilen bir önermedir (Vergnaud, 1998).

Rabardel'e (2002) göre "eylemdeki teoremler doğru ya da yanlış olabilen *önerme (proposition)* türündeki sabitlerken, eylemdeki kavramlar ne doğru ne de yanlış olan *önermeli işlev (propositional function)* türündeki sabitlerdir. Eylemdeki kavramlar önermelerin yapılandırılmasındaki zaruri tuğlalardır ve eylem halinde yapılandırılırlar." İşlevsel sabitler jestlere önderlik ederken, aynı zamanda belli bir ortamda bu jestlerin tekrarı zihinde belli bir bilginin kurulmasını sağlamaktadır (Trouche, 2004).

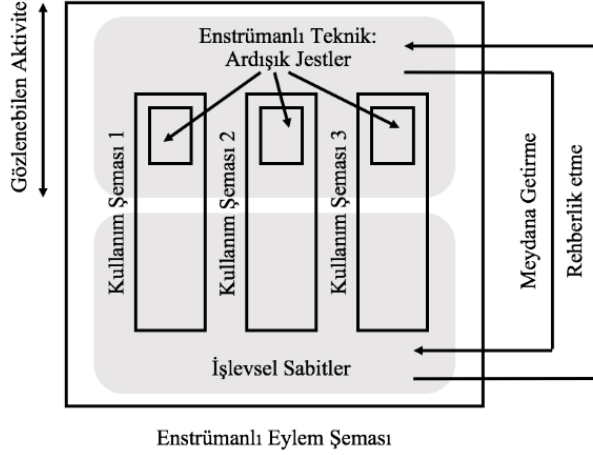
White'ın (2007) çalışmasında belirttiği üzere Trouche'a göre şemalar sadece kurallar ve bir aracın bir göreve (task) uygulanmasına dair sezgileri kapsamaz, aynı zamanda bu görevin anlaşılmasını da kapsar ki bu anlayış sayesinde uygulama kullanıcı için anlamlı hale gelir. Bahsi geçen anlayış bu aşamada belli bir şemanın altında yatan bilgiyi belirten eylemdeki teoremler (theorems-in-action) formunu almaktadır. Sınıfta yapılan matematiksel aktivitelerde eylemdeki teoremler, bir problem çözme görevinin özellikleri ile bağlantılı bir aracın imkan ve kısıtlarını yorumlarken öğrencilerin dayandığı alana özgü önermeler olarak şekillenir. Bir öğrencinin görev ve araçlarla ilişkisine rehberlik eden eylemdeki teoremler hakkında varsayımda bulunmak, öğrencinin enstrümanlı aktivitesini öğrenme hedefleri ve müfredat ile ilişkilendirmek için bir mekanizma sağlar. Bu sebeple enstrümantal oluşum hem aktivite kapsamında araçların anlamlı hale gelmesini hem de kullanıcının bu aktiviteyi anlamlandırmasını sağlayan araçlar sunar.

Rabardel (akt. Trouche, 2003; 2004), belirli bir görevin gerçekleştirilmesi ile ilişkilendirilen bir araçla aktiviteyi düzenleyen bir şema olarak tanımladığı "aracın faydalanma şemasını (utilization scheme of an artifact)" ikiye ayırmıştır. Bunlardan ilki, aracın idaresine yönelik olan kullanım şemaları (usage schemes), diğeri ise belirli bir görevi yerine getirmeye yönelik olan enstrümanlı eylem şemalarıdır (instrumented action schemes)

(Şekil 7). Kullanım şemaları doğrudan araçla bağlantılıdır ve daha genel olan enstrümanlı eylem şemalarına basamak oluşturur (Drijvers & Gravemeijer, 2005; Trouche, 2000).

Şekil 7

Şema, teknik, jest ve işlevsel sabitler arasındaki ilişkiler



Not. Trouche, 2005, s.155'den uyarlanmıştır.

Kullanım şemaları ile enstrümanlı eylem şemaları arasındaki fark her zaman açık değildir; bu bazen kullanıcının seviyesiyle bazen de gözlemin düzeyi ile ilgilidir (Drijvers & Gravemeijer, 2005). Bu sebeple, bu alanda çalışma yapan çoğu araştırmacı faydalanma şemasına (utilization scheme) atfen enstrümanlı eylem şeması (instrumented action scheme) kavramını kullanmaktadır (Drijvers & Gravemeijer, 2005; Fahlgren, 2016; Gueudet, Buteau, Mesa & Misfeldt, 2014; Trouche, 2004). Bu çalışmada da şema kavramı Rabardel'in tanımladığı anlamda faydalanma şeması (utilization scheme) olarak ele alınmış olup, bahsi geçen çalışmalar ışığında enstrümanlı eylem şeması şeklinde ifade edilmiştir.

Lagrange (akt. Drijvers & Gravemeijer, 2005) matematikte kurallı çalışmanın sadece beceriler ve prosedürler olarak görülmemesi gerektiğini, bunun aksine belli bir konudaki kurallı çalışmanın bir grup kurallar ve metotlardan (tekniklerden) oluştuğunu, çünkü bunların daha az özel olduğunu ve prosedürlere göre daha etkili olduğunu vurgulamaktadır. Ayrıca teknikler kavramsallaştırma ve bağlantılı eylemler bakımından öğrenme ve öğretme sürecinde

temel bir role sahiptir, öyle ki; teknikler matematiksel nesnelere anlamada kurucu bileşenlerdir (Trouche, 2005). Bu anlayışla enstrümanlı teknikler teknolojik ortamlarda özel bir problem türünü çözmek için kullanılan kurallar ve metotlar (teknikler) kümesi olarak ele alınabilir (Drijvers & Gravemeijer, 2005). Bu bakımdan enstrümanlı teknik gözlenemeyen enstrümanlı eylem şemasının gözlenebilen bir parçası olarak düşünülebilir (Trouche, 2005). Enstrümanlı teknikler enstrümanlı eylem şemalarının dışsal ve gözlenebilen bir parçası iken, enstrümanlı eylem şemaları enstrümantal oluşumun görünmeyen zihinsel yönüne vurgu yapmaktadır (Drijvers & Gravemeijer, 2005). Bu bilgiler ışığında, bu çalışmada enstrümanlı eylem şeması ifadesi ile, bir görevi yerine getirirken kullanılan enstrümanlı teknikler ve bu tekniklere rehberlik eden işlevsel sabitlerden oluşan bilişsel bir yapı (Trouche & Drijvers, 2010) kastedilmiştir.

Enstrümantasyon sürecinin anlaşılmasında aracın imkan ve kısıtlarının da dikkate alınması gerekmektedir (Guin & Trouche, 1999; 2002). Bu bağlamda ilgili alan yazında bir araç için üç tür kısıttan söz edilmektedir (Guin & Trouche, 1999, 2002; Trouche, 2003; 2005). Bunlar; işlemcinin doğası, hafıza kapasitesi, ekranın yapısı gibi doğası itibariyle donanımla bağlantılı içsel kısıtlar (internal constraints), bazı komutları önceden programlamak bazılarını ise programlamamak gibi aracı dizayn eden kişinin seçimi ile bağlantılı olan bir diğer değişle, çeşitli komutların yapısı ve varlığıyla bağlantılı olan komut kısıtları (command constraints) ve özellikle klavye, menü ya da daha genel ifadeyle araçla kullanıcı arasındaki ara yüzün organizasyonu ile bağlantılı olan, diğer bir değişle ergonomi ile ilgili olan organizasyon kısıtlarıdır (organization constraints). Sonuç olarak birey verilen aracı isteğine göre kullanmada özgür değildir (Trouche, 2005) ve aracın bu kısıtları kullanıcının kavramsal gelişimini şekillendirmektedir (Drijvers & Gravemeijer, 2005).

2.3.2. Enstrümantal oluşum ile ilgili çalışmalar. Enstrümantal yaklaşım matematik eğitimi alanında başta Fransız araştırmacılar (Artigue, 2002; Drijvers & Gravemeijer, 2005;

Guin & Trouche, 1999; Lagrange, 1999) olmak üzere birçok araştırmacı tarafından araç kullanımını içeren ortamlarda öğrencilerin öğrenmelerinin incelenmesi için kullanılmıştır. Bu çalışmalarda grafik hesap makineleri (Drijvers, 2000; Drijvers & van Herwaarden, 2000; Guin & Trouche 1999; Rivera, 2007; Roorda, Vos, Drijvers & Goedhart, 2016; Trouche, 2004), bilgisayar cebir sistemleri (Artigue, 2002; Ruthven, 2002; Stewart & Thomas, 2004; Zeynivandnezhad, 2016), elektronik hesap çizelgesi (Haspekian, 2005), dinamik geometri ortamları (Akyüz, 2015; Alqahtani & Powell, 2016; 2017; Fahlgren, 2015; Iranzo & Fortuny, 2009; Laina & Monaghan, 2013; Leung ve diğeri, 2006; Misfelt, 2013; Ruiz-Lopez, 2018; Soldano & Arzarello, 2016; Turgut & Uygan, 2015) ve dinamik simülasyonlar (Hegedus, 2005; Hegedus & Moreno-Armella, 2010) gibi araçların enstrümantal oluşumları incelenmiştir.

Alan yazındaki çalışmalar enstrümantal oluşum teorisi aracılığıyla belirlenen konuda öğrencilerin sahip olduğu şemaların ortaya koyulmasının mümkün olduğunu göstermektedir. Nitekim Lagrange (1999) bir hesap makinesi kullanıcısının bir rasyonel fonksiyonun özelliklerini araştırmak için kullanabileceği hesap makinesine yönelik birtakım şemalar tanımlamıştır. Benzer şekilde Rivera (2007) hesap makinesi yardımıyla çokterimli eşitsizliklerin çözüm sürecinde ortaya çıkan şemaları incelemiştir. Roorda ve diğeri (2016) bir öğrencinin türev ve anlık değişim oranı ile ilgili öğrenmelerinde grafik hesap makinesinin rolünü inceledikleri çalışmada bu öğrencinin grafik hesap makinesi kullanırken türeve yönelik geliştirdiği şemaları ortaya koymuşlardır.

Öyle görünmektedir ki, öğrencilerin belirlenen bir konudaki şemalarının ortaya koyulmasında enstrümantal yaklaşımın kullanılması yararlı olabilir. Bu çalışmada da öğrencilerin şekil üreticilerine yönelik şemalarının ortaya çıkarılması amaçlandığından bu teori kullanılmıştır. Ayrıca enstrümantal yaklaşımı temel alıp DGY kullanarak yapılan çalışmalar incelendiğinde, bu çalışmaların; sürüklenme aracı (Leung ve diğeri, 2006),

Geogebra yazılımındaki menü araçları (Alqahtani & Powell, 2016; 2017; Laina & Monaghan, 2013; Ruiz-Lopez, 2018), dinamik matematik yazılımı ortamında koordinat sisteminin ölçeklendirilmesi ile ilgili enstrümantal oluşum sürecinde kullanılan araçlar (Fahlgren, 2015), uzamsal görselleştirme konusunda SketchUp yazılımının araçları (Turgut & Uygan, 2015), dokunmatik ekran dinamik ortamındaki araçlar (Soldano & Arzarello, 2016) üzerine yapıldığı görülmüştür. Bir diğer deyişle alan yazında şekil üreticilerinin enstrümantal oluşum süreçlerine yönelik bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bu sebeple seçilen konu hem şekil üreticilerinin enstrümantal oluşum teorisi ile ele alınması sebebiyle ilgili alan yazında bir ilk olması, hem de enstrümantal yaklaşım çerçevesinde ülkemizde yapılan sayılı çalışmaya bir yenisinin daha eklenmesi açısından önemli görülmektedir.

2.3.3. Enstrümantal orkestrasyon. Trouche (2003; 2004), öğrencilerin araç kullanımına dayalı enstrümantal oluşumlarının incelenilmesi amacıyla öğretmenlerin ya da öğrencilerin çalışma alanlarının ve zamanlarının organizasyonunu enstrümantal orkestrasyon (instrumental orchestration) olarak adlandırmaktadır. Bu yaklaşım öğretmenlerin, öğrencilere sunulan araçların enstrümantal oluşumu için nasıl bir ortam oluşturmaları gerektiğini göstermektedir.

Trouche (2004) enstrümantal orkestrasyonu iki temel bileşeni kullanarak açıklamaktadır. Bunlardan ilki ortamda var olan araçların düzenlenmesi anlamına gelen didaktik düzenleme (didactical configuration), diğeri ise bu düzenlemelerin nasıl kullanılacağıнын belirlenmesi olarak ifade edilen kullanım biçimleridir (exploitation mode)². Drijvers ve diğerleri (2010) bu yaklaşıma didaktik performans (didactical performance) olarak

² “Exploitation mode” kavramı alan yazında farklı biçimlerde (örneğin; “faydalanma biçimi” Uygan, 2016) tercüme edilmiş olup, bu çalışmada Özdemir-Erdoğan’ın (2016) tercümesi olan “kullanım biçimleri” tercih edilmiştir.

adlandırdıkları üçüncü bir bileşen daha eklemişlerdir. Şekil 8 bu bileşenleri ve ayrıntılarını içermekte olup Kratky'den (2016) uyarlanmıştır.

Şekil 8

Enstrümantal orkestrasyonun bileşenleri

Didaktiksel düzenleme			Kullanım biçimleri	Didaktik performans
Sınıf Projektör Masalar Akıllı tahta Kara tahta	Araçlar Bilgisayarlar Hesap makineleri Mobil uygulamalar	Öğrenciler Bireyler Çiftler Küçük gruplar Tüm sınıf	Öğretmen tarafından belirlenir Tahmini öğrenme yol haritaları Araçın rolü Öğrencinin rolü Öğretmenin rolü	Öğretmenin doğaçlama kararları Dikkat çekmek için kullanılan özel sorular Öğrenci fikirlerinin kullanımı Pedagojik hamleler
Hazırlık safhası			Performans safhası	

Araştırmacıların enstrümantal orkestrasyonu müzikal orkestra metaforuyla örneklendirdikleri çalışmalarına göre didaktik düzenleme; ortamdaki araçların düzenlenmesi, diğer bir deyişle öğrenme ortamlarının ve bu ortamlardaki araçların düzenlenmesi anlamına gelmektedir. Müzikal orkestra metaforu bağlamında didaktik düzenleme, orkestrada yer alacak müzik aletlerinin seçimi ve farklı seslerin en güzel uyumunu yakalayabilmek için bu aletlerin düzenlenmesi olarak düşünülebilir. Kullanım biçimi ise öğretmenin öğretimsel amacı doğrultusunda kullanmaya karar verdiği yöntemdir. Bu bileşen bir görevin nasıl tanıtılacağı, kullanılan aracın olası rolleri ayrıca öğrencilerin geliştirdiği şema ve teknikler üzerindeki kararları içerir. Metafor bağlamında kullanım biçimi ise, her bir müzik aletinin bölümüne karar verme ve ortaya çıkması beklenen uyumun zihinde canlandırılmasıdır. Üçüncü bileşen olan didaktik performans ise öğretim süreci boyunca seçilen didaktik düzenlemenin ve kullanım biçimlerinin uygulanması sırasında alınan ani kararları içermektedir. Bu kararlar, şimdi ne sorulmalı? öğrenciye nasıl karşılık verilmeli? ya da matematiksel görevin veya teknolojik aracın beklenmedik bir yönüyle nasıl başa çıkılmalı? gibi sorulara yöneliktir. Müzikal metafor bağlamında didaktik performans, orkestra şefi ve müzisyenler arasındaki etkileşim ile birlikte hedeflenen müziğin ne kadar başarılı çalındığını gösteren müzikal performansa karşılık gelmektedir.

2.3.4. Enstrümantal orkestrasyon ile ilgili çalışmalar. Drijvers ve diğerleri (2010) teknoloji destekli bir sınıfta hangi orkestrasyon çeşitlerinin ortaya çıkabileceğini araştırdıkları çalışmalarında daha önceki çalışmalarda (Guin & Trouche, 1999; 2002) şerpa öğrenci (sherpa-student) olarak adlandırılan orkestrasyon türüne ek olarak beş farklı orkestrasyon türü daha tanımlamışlardır. Tablo 1’de araştırmacılar tarafından enstrümantal orkestrasyonun iki bileşenine göre tanımlanan orkestrasyon türleri verilmiştir. Araştırmacılar enstrümantal orkestrasyonun üçüncü bileşeni olan didaktik performansı plansız doğasından dolayı bu genel çerçeveye dahil etmenin uygun olmayacağını belirtmiştir.

Tablo 1

Orkestrasyon türleri

Orkestrasyon Türleri	Kısa Tanım	Didaktik Düzenleme	Kullanım Biçimleri
Teknik gösterim (Technical-demo)	Öğretmen tarafından aracın tekniklerinin gösterimiyle ilgilidir. Teknolojik olarak zengin öğretimin önemli bir yönü olarak kabul edilir.	Bir uygulamadan, dijital ortamlardan ya da projeksiyon aracılığıyla bir ekran görüntüsünden faydalanma imkanını ve öğrencilerin gösterimi takip etmelerine izin veren sınıf düzenlemelerini içerir.	Öğretmen yeni bir durum veya görev içerisinde bir teknik gösterir ya da yeni teknikleri göstermek için öğrenci çalışmasını kullanır.
Ekranı açıklama (Explain-the-screen)	Bilgisayar ekranında meydana gelen şeylerin rehberlik ettiği öğretmen tarafından tüm sınıfa yapılan açıklamalarla ilgilidir. Açıklamalar tekniklerin ötesinde matematiksel içeriği gerektirir.	Teknik gösterim orkestrasyonu ile benzerdir.	Öğretmenler açıklamalarının başlangıç noktası olarak öğrenci çalışmasını ya da kendi çözümlerini alırlar.
Bağlantı-ekran-tahta (Link-screen-board)	Öğretmenler teknolojik ortamda meydana gelen şey ile diğer ortamlarda (kitap ya da tahta gibi) bunun nasıl temsil edileceği arasındaki ilişkiye vurgu yapar.	Projeksiyon ve dijital ortamların yanı sıra tahtaya ve ekranla tahtanın görülebildiği sınıf ortamlarına ulaşımı içerir.	Ekranı açıklama orkestrasyonu ile benzerdir.

Ekranı tartışma (Discuss-the-screen)	Bilgisayar ekranında ne olduğu hakkındaki tüm sınıf tartışmaları ile ilgilidir. Bu orkestrasyon türünde hedef ortak enstrümantal oluşumu geliştirmektir.	Projeksiyon aracılığıyla öğrenci çalışmasının takip edilebileceği ve tartışma için uygun bir sınıf ortamını içerir.	Öğrenci çalışması, bir görev ya da öğretmen tarafından belirlenen bir yaklaşım, tartışma ortamının başlangıç noktası olarak hizmet eder.
Seçim ve gösterme (Spot-and-show)	Dersin hazırlık aşaması boyunca ilgi çekici öğrenci çalışmaları aracılığıyla öğrencilerin muhakemesi ön plana alınır ve sınıf tartışmalarında kasıtlı olarak kullanılır.	Önceki özelliklere ek olarak bu orkestrasyondaki didaktik düzenleme dersin hazırlığı boyunca dijital ortamlara ulaşımı içerir.	Öğretmenler çalışmasını gösterdikleri öğrenci aracılığıyla onların muhakemelerini açıklar ya da diğer öğrencilerin yorumlarını alır.
Şerpa iş başında (Sherpa-at-work/Sherpa student)	Şerpa öğrenci kendi çalışmasını sunmak ya da öğretmenin istediği işlemleri yapmak için teknolojiyi kullanır.	Ekranı tartışma orkestrasyonu ile benzerdir. Sınıf ortamı şerpa öğrencinin teknoloji kullanımına uygun olacak şekilde düzenlenmelidir. Tüm sınıf hem şerpa öğrencinin hem de öğretmenin eylemlerini kolayca takip edebilmelidir.	Öğretmenler şerpa öğrencinin çalışmasını sunmasını isteyebilir ya da ona soru sorarak veya onun teknolojik ortamda belli eylemleri yapmasını isteyerek dersi sürdürebilir.

Drijvers ve diğeri (2010) bu orkestrasyon türleri içinde *teknik gösterim, ekranı açıklama ve bağlantı-ekran-tahta* orkestrasyonlarının; iletişimde öğretmenin baskın olması, öğrencilerin katılımlarının sınırlandırılması ve öğretmenin başlama-cevap-değerlendirme örneklerindeki etkileşime rehberlik etmesi sebebiyle öğretmen merkezli olduklarını vurgulamışlardır. *Ekranı tartışma, seçim ve gösterme* ile *şerpa iş başında* orkestrasyonları ise öğrencilere harekete geçme ve derse daha fazla katılma imkânı sunmaktadır. Her ne kadar bu orkestrasyonları yöneten kişi öğretmen olsa da, öğrencilerin bu orkestrasyonlarda diğer üçüne nazaran daha fazla sesi çıkmakta ve daha fazla etkileşime geçme fırsatları bulunmaktadır. Bu sebeple araştırmacılar bu üç orkestrasyon türünü öğrenci merkezli olarak tanıtmıştır.

Tabach (2011) teknoloji destekli öğretim sürecinde kullanılan orkestrasyon türlerini incelediği çalışmasında *teknoloji kullanılmayan açıklama (not-use-tech)* olarak adlandırdığı yeni bir orkestrasyon türü tanımlamıştır. Bu orkestrasyonda öğretmenin teknoloji kullanmadan tüm sınıfa açıklama yaptığı bir didaktik düzenleme ve öğretmenin teknoloji kullanmayı tercih etmeyerek öğretimsel açıklamalarda bulunduğu bir kullanım biçimi yer almaktadır.

Drijvers 2012’de yaptığı çalışmasında, *yürüyerek çalışma (work-and-walk-by)* olarak adlandırdığı yeni bir orkestrasyon tipinin kullanımının oldukça baskın olduğunu ifade etmiştir. Bu orkestrasyon tipinde didaktik düzenleme öğrencilerin kitaplarının elektronik formatına, online modüllere ve daha önce yapmış oldukları çalışmalara ulaşabilecekleri bilgisayarların karşısına geçmeleri şeklindedir. Ayrıca ortamdaki akıllı tahta ve karatahta öğretmenin ek açıklamalar yapmasına izin vermektedir. Kullanım biçiminde ise öğrenciler bireysel olarak çalışırlar ve öğretmen yürüyerek ya da öğrencilerle oturarak soruların cevaplanmasını sağlar. Öğretmen öğrenciden gelen bir soru karşısında bazı durumlarda tahtada açıklamalar yapabilir ancak hala sadece o öğrenci ile konuşmaktadır. Didaktik performansta ise hemen hemen tüm durumlarda öğrencinin başlattığı bir etkileşim söz

konusudur. Eğer bir öğrenciyle etkileşim öğretmenin yeni bir bakış açısı kazanmasına sebep olduysa, öğretmen daha önce o konuyu tartıştığı öğrenciye bu yeni bilgiyi iletir.

Tabach (2013) otuz matematik öğretmenin sınıfında kullandıkları orkestrasyon türlerini incelediği çalışmasında iki yeni orkestrasyon türü tanımlamıştır. *Teknoloji kullanmadan teknolojiyi tartışma (discuss-tech-without-it)* şeklinde adlandırdığı ilk orkestrasyon türünde, sınıfta dersin başında teknoloji kullanımına yönelik tartışmaların yürütüldüğü ancak bu tartışmalar esnasında teknolojinin kullanılmadığını belirtmiştir. İkinci orkestrasyon türü olan *izleme ve rehberlik etme (monitor-and-guide)* de ise öğretmenlerin bazı durumlarda öğrencilerin teknik sorularını yanıtladığı ve ekrandaki işlemleri açıkladığı, bazı durumlarda ise sınıf yönetimi yazılımı aracılığıyla sorun yaşayan öğrencilere uzaktan mesajlar gönderdiği bir ortamın oluştuğu ifade edilmiştir.

Drijvers, Tacoma Besamusca, Doorman & Boon (2013) tarafından yapılan diğer bir araştırmada daha önce yapılan sınıflandırmadan farklı olan yeni orkestrasyon türleri ortaya koyulmuştur. Bunlar; *rehberlik etme ve açıklama (guide-and-explain)*, *teknik destek (technical-support)* ve *tahtada öğretim (board-instruction)* olarak adlandırılmıştır. Rehberlik etme ve açıklama orkestrasyonu ekranı açıklama ve ekranı tartışma orkestrasyonlarıyla benzer özelliklere sahiptir. Teknik destek orkestrasyonunda öğrencilerin bilgisayardaki yazılım ya da donanıma yönelik karşılaştıkları teknik sorunların çözümü ve öğrenciye bu konuda birebir destek sağlamak ön plandadır. Tahtada öğretim orkestrasyonunda ise öğretmen sınıftaki teknoloji olanaklarına rağmen yazı tahtası üzerinden öğrencilere açıklama yapmaktadır.

Kratky (2016) bir öğretmenin sınıfında kullandığı orkestrasyon çeşitlerini incelediği doktora tezinde beş yeni orkestrasyon tanımlamıştır. Tablo 2’de bu orkestrasyon türleri iki bileşen dikkate alınarak sunulmuştur.

Tablo 2

Kratky'nin (2016) tanımladığı orkestrasyon türleri

Orkestrasyon Türleri	Kısa Tanım	Didaktik Düzenleme	Kullanım biçimleri
Sınıf yardımı (Class-assist)	Enstrümantal oluşumun ortak yönetimi söz konusudur. Sınıf sunum yapan kişiye ne yapması gerektiğini söyler.	Şerpa öğrenci orkestrasyonundaki ile aynıdır. Araca ulaşmak mümkündür.	Öğretmen sınıf tartışmasını sürdürmek ve desteklemek için bir sunucu seçer ve diğer öğrencilerden bu öğrenciye yardım ve rehberlik etmelerini ister.
Aracı kullanarak tartışma (Discuss-artifact-use)	Öğrenciler farklı araçlar arasında karşılaştırmalar yaparlar. Öğrencilerin tecrübelerinden faydalanan bir tartışma ortamı mevcuttur. Bu sayede ortak enstrümantal oluşum amaçlanır.	Öğrencilerin araca ulaşmasına gerek yoktur. Tüm öğrenciler tartışmaya katılacak şekilde konumlanmalıdır.	Öğretmen araçların kullanımı ve bağlantılı matematik kavramları hakkındaki tartışmaya yardımcı olur.
Öğrenci seçimi teknoloji (Student-choose-tech)	Öğrenciler bir matematik problemi için farklı araçlardan hangisini kullanacaklarına karar verip seçme hakkına sahiptirler. Bu sayede stratejik olarak uygun araçları kullanabilirler.	Farklı araçlar, grafik kağıdı, manipülatifler gibi birkaç farklı seçeneğin bulunduğu bir sınıf ortamını içerir.	Öğrencilere belli bir matematik problemi için hazır bulunan araçlardan birini seçme şansı verilir.

Teknoloji kullanmadan konuşma (Talk-without-tech)	Öğrenciler bir araç kullanmadan problem çözme ile uğraşırlar. Burada da ortak enstrümantal oluşum dolayısıyla sınıf tartışmaları söz konusudur.	Tüm öğrenciler tartışmaya katılabilecek şekilde konumlandırılır. Projeksiyon ya da araç kullanılmaz.	Öğrenciler araç kullanmadan verilen bir matematiksel görevin bileşenlerini tartışır, öğretmen bu tartışmayı başlatır ya da destekler. Bu tartışma soru için mümkün olan çözüm yolları ya da araçların nasıl kullanılacağına dair bir çerçeve çizmek için olabilir.
Teknolojiyi referans olarak tahtada gösterme (Board-with-tech-reference)	Öğretimin geleneksel öğretimdeki gibi doğrudan yapıldığı, içeriğin öğrencilere doğrudan aktarıldığı bir orkestrasyon türüdür. Araçlarla ilgili teknik prosedürleri ifade etmek, gözden geçirmek ve özetlemek söz konusudur.	Araçlar kullanılmaz. Öğretmenin yazı tahtası ya da yazım için benzer bir aracı kullandığı bir sınıf ortamı mevcuttur.	Öğretmen açıkça aracı referans gösterir. Öğretmen bu orkestrasyon türünü kilit matematiksel fikirleri ya da sunulan aracı kullanmaksızın teknolojik becerileri gözden geçirmek için kullanır. Öğretmen önemli noktaları rapor etmesi için öğrenciyi çağırabilir.

Uygan (2016) öğretim deneyi temelinde yapılandığı doktora tezinde iki yeni orkestrasyon türü tanımlamıştır. *İşbirlikli problem çözme ve zamana karşı sınıf imecesi* şeklinde adlandırdığı orkestrasyon türlerinden birincisinin iki kişilik öğrenci gruplarının problem durumuyla baş başa kaldığı ve öğrencilerin işbirlikli çalışarak çözüm yolları geliştirmelerinin sağlandığı öğrenci merkezli bir orkestrasyon olduğunu ve bu orkestrasyonun ortaya çıkmasında her iki öğrenciye bir bilgisayar düşmesinin önemli bir rol oynadığını ifade etmiştir. İkincisinin ise tüm sınıfın bir geometrik oluşumu verilen süre içerisinde tamamlamasının istendiği, sınıftaki tüm öğrencilerin derste aktif hale getirildiği, sınıftaki işbirlikli çalışmanın geliştirilmesinin amaçlandığı ve öğretmenin rehber rolünde yer aldığı öğrenci merkezli bir orkestrasyon türü olduğu belirtilmiştir.

Bozkurt ve Ruthven (2018) çalışmalarında, İngiltere’de ortaokulda görev yapan üç öğretmenin Geogebra programı destekli öğretimlerinde kullandıkları orkestrasyonları incelemiştir. Araştırmacılar öğretmenlerin ilgili alan yazında yer alan orkestrasyon türlerinin yanı sıra yeni bir orkestrasyonu kullandıklarını ifade etmiş ve bu orkestrasyonu *tahmin ve kontrol (predict-and-test)* şeklinde isimlendirmişlerdir. Bu orkestrasyonda öğretmen öğrencileri, dinamik yazılım aracılığıyla, kendilerini test etmeleri ve kontrol etmeleri için teşvik eder. Bu ortamda öğrenci kendi bilgisini doğrulamada dinamik yazılımdan dönüt aldığı için tahminlerini kontrol etmede öğretmene ya da diğer öğrencilere bağlı değildir. Öğrencinin doğrudan yazılımla muhatap olduğu bu yeni orkestrasyon türünde öğretmenin görevi bu etkileşimi destekleyecek uygun görevler hazırlamak ve sürece rehberlik etmektir.

Enstrümantal yaklaşımı temel alarak, sınıflarda ne tür enstrümantal orkestrasyonların ortaya çıktığını inceleyen çalışmaların ortak sonucu, bir sınıf ortamında birden fazla türde orkestrasyonun kullanılabilirdiği yönündedir. (Bozkurt & Ruthven, 2018; Drijvers, 2012; Drijvers ve diğerleri, 2010; Kratky, 2016; Şay & Akkoç, 2015; Tabach, 2013). Dahası Tabach (2013) teknoloji ve öğrenme ortamlarındaki değişimlerle orkestrasyon tiplerinin de

değişebileceğini, bu sebeple alan yazında geçen orkestrasyon türlerine ek olarak daha birçok farklı orkestrasyon türünün ortaya çıkabileceğini ifade etmiştir.

Drijvers, Doorman, Boon ve van Gisbergen (2010) çalışmalarında enstrümantal orkestrasyon modelinin öğretmenlerin teknolojik araçlarla matematiği öğretirken ki uygulamalarını analiz etmek için zengin bir çerçeve sunduğu sonucuna varmışlardır. Ayrıca yazarlar öğretmenlerin enstrümantal orkestrasyon repertuarlarının genişlemesinin önemli olduğunu, bu sebeple hem öğretim pratiklerinin anlaşılması hem de öğretmenlerin profesyonel gelişimi için bu alandaki ayrıntılı çalışmaların artırılması gerektiğini belirtmişlerdir.

3. Bölüm

Yöntem

Bu bölümde araştırma modeli, çalışma grubu ve araştırmanın yapıldığı ortam ile ilgili bilgilere, seçilen yaklaşıma göre hangi veri toplama araçlarının kullanıldığına, pilot çalışma ve asıl uygulama süreçleri ile ilgili bilgilere, toplanan verilerin nasıl analiz edildiğine ve çalışmanın geçerlik ve güvenilirliğine ilişkin bilgilere yer verilmiştir.

3.1. Araştırmanın Modeli

Yapılan çalışmada 5. sınıf öğrencilerinin şekil üreticilerini enstrümana dönüştürme süreçlerinin derinlemesine incelenmesi amaçlandığından nitel araştırma yaklaşımı benimsenmiştir. Nitel araştırma, “gözlem, görüşme ve doküman analizi gibi nitel veri toplama yöntemlerinin kullanıldığı, alguların ve olayların doğal ortamda gerçekçi ve bütüncül bir biçimde ortaya konmasına yönelik nitel bir sürecin izlendiği araştırma” (Yıldırım & Şimşek, 2013, s. 45) olarak tanımlanabilir. Bu araştırma türü araştırmacının esnek olmasını, toplanan veriler ışığında araştırma sürecini yeniden biçimlendirmesini ve genel çerçeve olarak tümevarıma dayalı bir yaklaşım izlemesini gerektirir (Yıldırım & Şimşek, 2013).

Frankel ve Devers’a göre (2000) nitel araştırma süreci doğrusal ve ardışık olmamakla birlikte bu süreçte veri toplama ve veri analizi eş zamanlı olarak yapılabilmektedir. Aynı araştırmacılara göre bu yaklaşımı benimseyen eğitim araştırmalarının amacı ise nelerin başkalarınınca nasıl anlamlandırıldığının anlaşılmasıdır. Bu çalışmada öğrencilerin belirlenen konuda oluşturdukları enstrümanlı eylem şemalarının neler olabileceğinin ortaya çıkarılması amaçlandığından bu yaklaşımın çalışma için uygun olduğu düşünülmüştür.

Nitel araştırmada veri toplamanın ana bileşenlerinden biri katılımcıların davranışlarını onların aktivitelerine katılarak gözlemlemektir (Creswell, 2003). Bu sebeple araştırmacı veri toplama işlemini belirlenen bir sınıf ortamında, öğretmen rolünde ve öğrencilerin aktivitelerine rehberlik ederek gerçekleştirmiştir.

Yapılan çalışmada, nitel yaklaşım çerçevesinde, öğrencilerin öğrenme süreçleri ışığında sınıftaki öğrenme sürecinin gelişimi ayrıntılı olarak inceleneceğinden öğretim deneyi (teaching experiment) ve bunu desteklemek için yapılan mülakatlar (interview) kullanılmıştır.

3.1.1. Öğretim deneyi. Öğretim deneyi “araştırmacıların aktivitelerinin organizasyonunda kullandıkları kavramsal bir araç” (Steffe & Thompson, 2000, s. 273) olmanın yanı sıra, “matematik öğrenmenin doğasını, öğrencilerin matematiksel düşüncelerinin gelişimini, öğretim sürecinde öğretmenlerle, araştırmacılarla ve sınıf içindeki etkileşimle ilgili konuları incelemeyi sağlayan öğretim temelli deneysel bir araç” (Czarnocha & Maj, 2008, s. 48) olarak da tanımlanmaktadır. Engelhardt, Corpuz, Ozimek ve Rebello (2004) öğretim deneyinin öğrencinin yakından gözlemlenebilmesine olanak tanıdığını ve bu sayede öğrencinin düşüncelerinin, gerek verdiği yanıtlardan gerekse mimiklerinden, daha net anlaşılabilirdiğini belirtmiştir.

Cobb ve Steffe (akt. Williams, 2007), öğretim deneyini “öğrenme bölümlerinin bir serisi ve geniş bir zaman aralığını kapsayan bireysel mülakatlar” olarak tanımlamıştır. Öğretim deneyi öğrencinin matematiksel aktivitelerini açıklamak ve keşfetmek için tasarlanan yaşayan bir yöntemdir (Steffe ve Thompson, 2000). Öğretim deneyinde araştırmacı öğrencilerle etkileşim içerisinde olduğundan öğrencilerin kullandıkları dil ve eylemlerdeki değişiklikleri gözlemleyerek onların şemalarının oluşumunu ya da yeniden yapılanmasını izleme fırsatı yakalayabilmektedir (Steffe & Thompson, 2000). Dolayısıyla bu model, öğrencilerin bilgiyi yapılandırma sürecini ayrıntılı olarak incelemek, yani belirlenen konuya dair şemalarını ortaya çıkartabilmek için uygundur. Nitekim ilgili alan yazın incelendiğinde öğrencilerin bilgiyi yapılandırma sürecini ayrıntılı olarak incelemek isteyen araştırmacıların öğretim deneyi modelinden faydalandıkları görülmüştür (Elstak, 2007; Engelhardt ve diğerleri, 2004; Faydacı, 2008; Gürhan, 2015; Uygan, 2016; Williams, 2007; Zembat 2004).

Steffe ve Thompson (2000), öğretim deneyinin öğrencilerin geniş bir zaman diliminde kaydettiği ilerlemeyi anlamaya yönelik olduğunu, istenilen sonuca ulaşılabilmesi için araştırmacıların önceden hipotez geliştirmeleri ve bu hipotezler doğrultusunda bir öğretim sergilemeleri gerektiğini ifade etmektedir. Çünkü bu hipotezler öğrencilerin matematiksel fikirlerinin yorumlanabilmesi için önem arz etmektedir.

Engelhardt ve diğerleri (2004), öğretim deneyini detaylandırırken şu hususlara dikkat çekmiştir. Öğretim deneyi; modelleme, öğretim bölümleri ve bireysel ya da grup mülakatları bileşenlerini içeren bir mülakat türüdür. Bu modelde öğretim bölümleri mülakatlardaki gibi kaydedilir ve analiz edilir sonrasında bu analizler bir sonraki öğretim bölümüne rehberlik etmesi için kullanılır. Bu aşamada öğrencilerin verdiği cevaplara dayanarak araştırmacının hipotezi test edilebilmektedir. Öğretim bölümleri sırasında odak nokta öğrencilerin muhakemeleridir. Bu çalışmada da sınıftaki öğretimin nasıl şekilleneceği ve şekil üreticilerinin nasıl enstrümana dönüştürülebileceğine dair hipotezler geliştirilmiş ve öğretim esnasında bunlar test edilerek tashih edilmiştir.

Öğretim deneyi araştırmacının çalıştığı bağlama göre farklı biçimlerde, örneğin, küçük bir grubu kapsayan birebir öğretim deneyi türünde ya da bir sınıf ortamındaki tüm öğrencileri kapsayan sınıf öğretim deneyi türünde tasarlanabilir (Cobb, Confrey, diSessa, Lehrer, & Schauble, 2003). Bu çalışmada sınıftaki enstrümantal orkestrasyonun işleyişi de incelendiğinden sınıf öğretim deneyi kullanılmıştır.

Özetle, bu çalışma, 5. sınıf öğrencilerinin şekil üreticilerine yönelik enstrümanlı eylem şemalarını ortaya çıkarmayı ve bu süreçte kullanılan enstrümantal orkestrasyonları tanımlamayı amaçlayan bir öğretim deneyidir.

3.2. Çalışma Grubu

Bu çalışma öğrencilerin belirlenen konuda teknoloji destekli bir ortamdaki enstrümantal oluşumlarının incelenmesini ve bu süreçte ortaya koyulan enstrümantal

orquestrasyonları kapsamaktadır. Hazırlanan derslerin öğrencilerin şekil üreticilerine yönelik enstrümanlı eylem şemalarını ortaya çıkarmada yeterli olup olmadığını araştırabilmek için iki beşinci sınıf öğrencisiyle bir çalışma yürütülmüştür. Pilot çalışma için seçilen öğrenciler uygun örnekleme yöntemi ile belirlenmiştir. Seçkisiz olmayan örnekleme türlerinden olan uygun örnekleme; birtakım sınırlılıklar nedeniyle en kolay ulaşılabilen ve uygulama yapılabilen bireylerin seçilmesini gerektirir (Büyüköztürk, Kılıç-Çakmak, Akgün, Karadeniz, & Demirel, 2013; Cohen, Manion & Morrison, 2007). Pilot çalışmanın iki öğrenci ile sınırlandırılmasının sebebi şemaların ortaya çıkarılmasında derslerin uygun olup olmadığının anlaşılması için bu öğrencilerin yeterli olacağının öngörülmesidir.

Asıl uygulama Muğla ilinin Fethiye ilçesindeki özel bir okulda (izin belgesi için bakınız, Ek 1) öğrenim görmekte olan 5. sınıf öğrencileri ile yapılmıştır. Çalışmanın yürütüldüğü okul sosyo-ekonomik durumu orta-yüksek seviyedeki bir bölgede yer almaktadır. Uygulama müfredatı aksatmamak adına, belirlenen konunun işlendiği 2018-2019 eğitim-öğretim yılının bahar döneminde müfredatta işlenen tarihlerde yapılmıştır. Dersler teknoloji destekli olarak işleneceğinden okul seçiminde okulun bilgisayar laboratuvarına sahip olması ve uygulamanın yapılacağı tarihlerde matematik derslerini bilgisayar laboratuvarında işlenecek şekilde ders programına yerleştirmeye imkân tanınması dikkate alınmıştır. Bu açıdan asıl uygulama için seçilen örneklem amaçlı örnekleme yönteminden ölçüt örneklem türüne girmektedir. Ölçüt örneklemede örneklemin problemle ilgili olarak belirlenen niteliklere sahip kişiler, olaylar, nesnelere ya da durumlardan oluşması esastır (Büyüköztürk ve diğerleri, 2013).

Belirlenen okulun beşinci sınıfında 16 öğrenci (11 kız, 5 erkek) bulunmaktadır. Öğrenciler uygulama esnasında ikişerli gruplara ayrılmıştır (Tablo 3). Bu grupların belirlenmesinde sınıfın matematik öğretmeninin görüşü ve öğrencilerin istekleri dikkate alınmıştır. Çünkü oluşturulan ikili gruplarda öğrencilerin kendilerini rahat ifade edebilmeleri,

birbirlerinin öğrenmelerini destekleyebilmeleri ve etkili biçimde fikir alışverişinde bulunabilmeleri açısından uyumlu olmaları önem arz etmektedir.

Tablo 3

Öğrenci özellikleri

Öğrenciler	Karakteristik Özellikler	Teknoloji Kullanımı
1.Grup	Ö1 Araştırmacı, verilen görevleri yerine getiren, kurallara uyan	Orta
	Ö2 Sorgulayıcı, verilen görevleri yerine getiren, çabuk sıkılan	İyi
2.Grup	Ö3 Kavramsal ilişkileri gözden kaçıran, verilen görevleri yerine getiren	İyi
	Ö4 Verilen görevleri yerine getiren, sorumluluk sahibi, istekli, öğretmen onayına ihtiyaç duyan	Orta
3.Grup	Ö5 Araştırmacı, kavramsal ilişkileri anlayabilen	İyi
	Ö6 Kavramsal eksiklikleri nedeniyle öğretmen onayına ihtiyaç duyan, gayretli	Orta
4.Grup	Ö7 Araştırmacı, sonuçtan emin olmak için öğretmen onayına ihtiyaç duyan	İyi
	Ö8 Aceleci, kavramsal ilişkileri anlayabilen	İyi
5.Grup	Ö9 Yavaş ancak emin adımlarla ilerleyen, gayretli	Orta
	Ö10 Kavramsal ilişkileri anlayabilen, istekli	İyi
6.Grup	Ö11 Verilen görevleri yerine getiren, sorgulayıcı	İyi
	Ö12 Verilen görevleri yerine getiren, kavramsal ilişkileri anlayabilen, gayretli	İyi
7.Grup	Ö13 Verilen görevleri yerine getiren, dikkatli, kavramsal ilişkileri anlayabilen	İyi
	Ö14 Kavramsal eksiklikler nedeniyle zorluk yaşayan, gayretli	Orta
8.Grup	Ö15 Yaptıklarından emin olmak için öğretmen desteğine ihtiyaç duyan, istekli	İyi
	Ö16 Kavramsal ilişkiler arasında bağ kurabilen, sorgulayıcı	İyi

3.3. Veri Toplama Araçları

Öğrencilerin enstrümantal oluşum süreçlerine ilişkin veriler yapılan mülakatlar,

çalışma yaprakları ve bilgisayarlara kurulan ekran ve ses kaydetme programı aracılığıyla toplanmıştır. Bu program öğrencilerin bilgisayarlarında yapmış oldukları adımların incelenebilmesi ve aralarındaki sözlü iletişimin kaydedilebilmesi için kullanılmıştır. Ayrıca öğretim bölümlerindeki enstrümantal orkestrasyona yönelik verilerin toplanması için her öğretim bölümü sonrasında araştırmacı tarafından notlar tutulmuş ve öğretim bölümleri içerisinde ortaya çıkan verilerin kaydedilmesi için tüm sınıfı kaydeden bir kamera kullanılmıştır.

3.3.1. Mülakatlar. Piaget, var olan standart testlerle öğrencileri sınamak yerine onların düşüncelerinin doğasını anlamının daha önemli olduğu düşüncesiyle öğrencilerin düşünce zenginliğini keşfetmek, bu zenginliğin temel faaliyetlerini anlamak ve öğrencilerin bilişsel yeterliklerini belirlemek amacıyla esnek bir sorgulama metodu olan mülakat yöntemini ortaya atmıştır (Ginsburg, 1981). Hunting (1997) bu yöntemin öğrencinin matematiksel davranışını gözlemlemek ve yorumlamak için kullanılan bir araç olduğunu ifade etmiştir.

“Mülakatın amacı öğrencinin o esnadaki muhakeme örneklerini onları değiştirmeye teşebbüs etmeden anlamaya çalışmaktır” (Engelhardt ve diğerleri, 2004, s.1). Mülakatta öğrenci ile araştırmacının doğrudan etkileşim içerisinde olması öğrencinin düşünceleri hakkında daha derin bir bilgiye ulaşılmasına imkân vermektedir. Bu çalışmada tüm dersler işlendikten sonra belirlenen uygun zaman aralıklarında öğrencilerle mülakat yapılmıştır (Tablo 4). Mülakatların öğretimin tamamının bitiminden sonra yapılmasının amacı ise öğrencilerin enstrümanlı eylem şemalarının sabit kalıp kalmadığını saptamaktır.

Tablo 4

Mülakat bilgileri

Tarih	Gruplar	Mülakat Süresi
25.03.2019	3.Grup	35 dk.
28.03.2019	7.Grup	30 dk.

	8.Grup	30 dk.
30.03.2019	5.Grup	25 dk.
	1.Grup	25 dk.
	6.Grup	25 dk.
04.04.2019	2.Grup	20 dk.
	4.Grup	40 dk.

Mülakatlarda-eğer öğrencinin temel problemleri anlayışını geliştirecekse-birtakım değişiklikler yapmak kabul edilebilirdir (Ginsburg, 1981). Bu sebeple mülakatlar esnasında hazırlanmış olan sorular öğrencilerin belirlenen konuya dair bilgilerini ortaya çıkarmada eksik kaldığında, araştırmacı sözlü olarak ek sorular sorarak öğrencinin enstrümanlı eylem şemasını ortaya çıkarmaya çalışmıştır. Bu anlamda mülakatların yarı yapılandırılmış olduğu söylenebilir.

Ayrıca öğretimin başında her bir öğrenci ile ön görüşme yapılmış (Ek 2), elde edilen bilgiler araştırmacı tarafından yapılan mülakatlar (Ek 3) ve ekran/ses kayıtları ile birlikte değerlendirilerek veri analizinde kullanılmıştır.

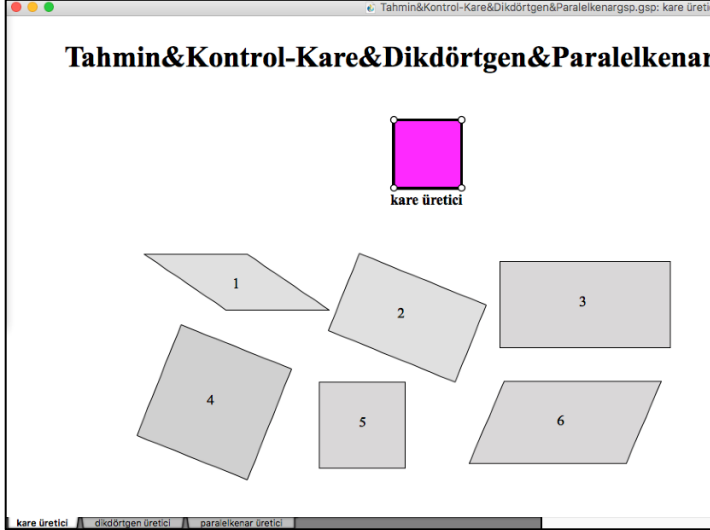
3.3.2. Çalışma yaprakları. Öğretim esnasında seçilen DGY ile hazırlanan derslere ek olarak derslerin hazırlanmasında faydalanılan Shape Makers kitabından, 5. sınıf matematik ders kitabından ve uzman görüşünden yararlanılarak bir takım çalışma yaprakları da hazırlanmıştır. Öğretim sürecinde, araştırmacı, öğrencilerden bu çalışma yapraklarını doldurmasını istemiştir. Çalışma yapraklarının çoğunluğu öğrencilerin bilgisayar yardımıyla doldurmalarını gerektirecek şekilde, bir kısmı ise sadece kâğıt-kalem ortamında kullanılacak şekilde tasarlanmıştır.

Örneğin dörtgenler konusu işlenirken öğrenciler hem bilgisayar (Şekil 9) hem de kâğıt-kalem (Şekil 10) ortamında Tahmin & Kontrol-Kare & Dikdörtgen & Paralelkenar etkinliğini yapmıştır. Bu etkinlikte öğrenciler sırasıyla kare üretici, dikdörtgen üretici ve paralelkenar üreticinin verilen şekillerden hangilerini üretebileceğini tahmin etmiş, sonrasında

deneyerek tahminlerini kontrol etmiştir. Ayrıca öğrenciler bazı üreticilerin neden bazı şekilleri çizemediğini çalışma yapraklarına not almıştır. Buradaki amaç öğrencilerin üreticinin hareket kabiliyetinin dörtgenlerin özellikleri olduğunu fark etmelerini sağlamaktır.

Şekil 9

Tahmin & kontrol-kare & dikdörtgen & paralelkenar etkinliği (bilgisayar ortamı)



Şekil 10

Tahmin & kontrol- kare & dikdörtgen & paralelkenar etkinliği (kağıt-kalem ortamı)

TAHMİN & KONTROL-KARE&DİKDÖRTGEN&PARALELKENAR Ad-Soyad/Grup No:

[Tahmin&Kontrol-Kare&Dikdörtgen&Paralelkenar.gsp](#)

Her bir dörtgen üretici için;

- Dörtgen üreticinin yukarıdaki dörtgenlerden hangilerini üretebileceğini tahmin ediniz.
- Yaptığınız tahminleri [Tahmin&Kontrol-Kare&Dikdörtgen&Paralelkenar.gsp](#) dosyasını açarak kontrol ediniz.

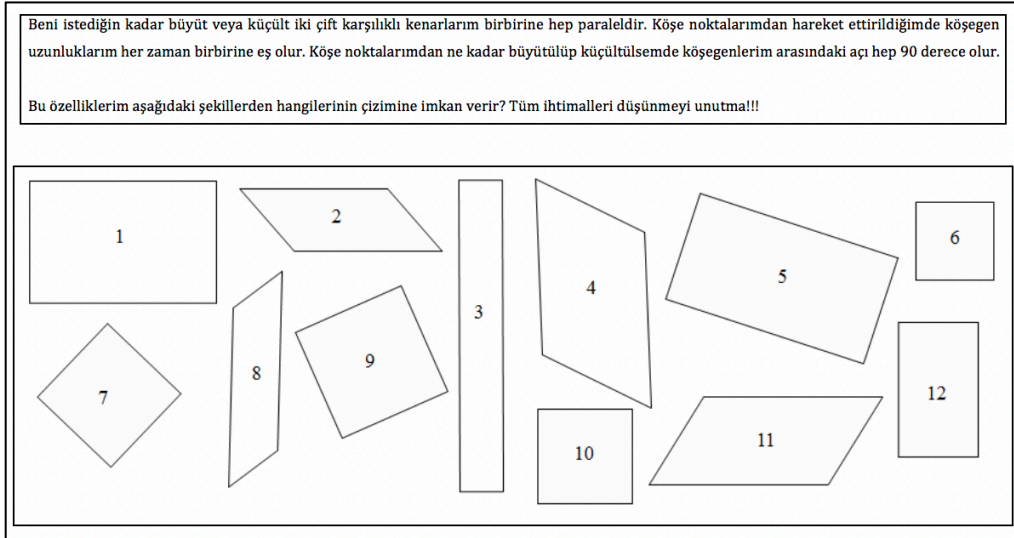
Cevaplarınızı daire içine alınız. Eğer bir dörtgen üretici yukarıdaki dörtgenlerden herhangi birini yapamıyorsa sebebini açıklayınız.

Dörtgen Üretici	Dörtgenler	Tahminim	Bulduğum	Bu dörtgen üretici bu dörtgeni yapamaz çünkü...
Kare üretici	1	E H	E H	
	2	E H	E H	
	3	E H	E H	
	4	E H	E H	
	5	E H	E H	
	6	E H	E H	

Ardından öğrenciler bu şekil üreticilerinin özelliklerini inceleyecekleri bir etkinlik daha yapmıştır. Öğrenciler ilgili dörtgenlerin özelliklerini bilgisayar ortamında araştırıp eş zamanlı olarak çalışma yapraklarını da doldurmuştur. Bilgisayar kullanılan etkinliklerde çalışma yapraklarının da doldurulması öğrencilerin bilgisayar ile çalışırken bazı noktaları atlayabilmesi ya da geride kalmasının önüne geçmek amacıyla. Bu etkinlikten sonra bilgisayar ortamında yaptıklarını düşünerek sadece kağıt-kalem ortamında çalışacakları bir etkinlik daha uygulanmıştır (Şekil 11). Sadece kağıt-kalem ortamında çalışmalarını gereken etkinliklerin hazırlanmasındaki amaç öğrencinin enstrümanlı eylem şemalarının değişip değişmediğini inceleyebilmektir. Bu etkinlikte öğrencilere üç farklı bilmece yöneltilmiş ve verilen şekillerin hangilerinin bu bilmeceye uyduğunu belirlemeleri istenmiştir. Örneğin öğrenciler ilk bilmedeki özelliklerin kare üreticinin özellikleri olduğunu fark ederek verilen şekillerden kareleri seçmelilerdir.

Şekil 11

Dörtgenleri bilmece yardımıyla gruplandırılalım (kare-dikdörtgen-paralelkenar)



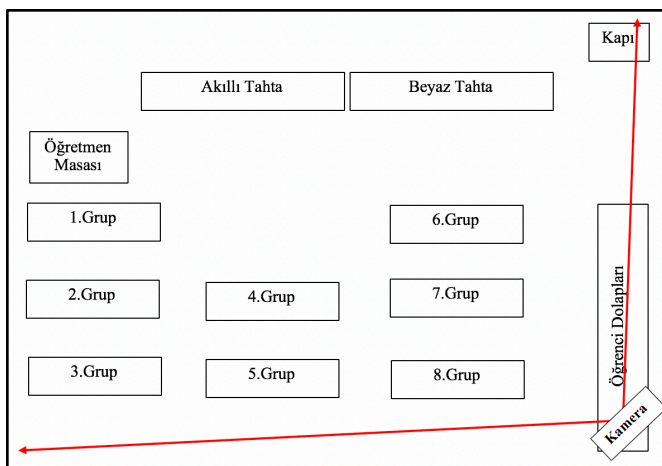
Asıl uygulamada kullanılan etkinliklerin bir örneği yukarıda sunulmuş olup, çalışmanın tamamında kullanılan etkinliklerin türleri ve bu etkinliklere yönelik ayrıntılı bilgi etkinlik ön analizleri bölümünde verilmiştir.

3.3.3. Ekran, ses ve video kaydı. Uygulamanın başında, şekil üreticilerinin enstrümantal oluşum süreçlerinin ayrıntısıyla incelenebilmesi için hem öğrencilerin bilgisayarda yaptıklarını, hem de bilgisayar ekranında yaptıkları üzerine tartışırken aralarında geçen diyalogları kaydeden bir ekran kaydetme programı (Freez screen video capture) kullanılmıştır. Her bir bilgisayara kurulan bu program sayesinde, toplanan veriler tekrar tekrar incelenebilme ve diğer veri toplama araçlarından elde edilen verilerle karşılaştırılabilme imkanı bularak, araştırmanın geçerlik ve güvenilirliğine katkıda bulunmuştur.

Ayrıca araştırma sorularından biri olan teknoloji destekli öğretimde planlanan ve kullanılan orkestrasyon türlerinin neler olabileceğinin incelenmesi için gerekli olan veriler tüm sınıfı kaydeden bir kamera ile toplanmıştır. Bu video kaydı hem derslerdeki sınıf ortamını hem de öğrenci-öğretmen arasındaki iletişimi incelemek için alınmıştır. Buna ek olarak olası bir veri kaybını engellemek için sınıf tartışmalarını kaydedebilmek amacıyla ses kayıt cihazı da kullanılmıştır. Uygulama yapılan sınıfın yerleşim düzeni ve sınıfı kaydeden kameranın konumu Şekil 12’de verilmiştir.

Şekil 12

Sınıf düzeni



3.3.4. Araştırmacı notları. Bu çalışmada, araştırmacı, öğretmen rolünde yer almıştır. Ancak her bir derste-ders esnasında ve derslerden sonra-araştırmacı, bir gözlemci gibi, derslere dair birtakım notlar tutmuştur. Buradaki amaç video kaydında gözden kaçabilecek

olan noktaları, araştırmacının derse dair düşüncelerini, uygulama esnasında ortaya çıkan durumları kaydederek ileriki analizlere destek olmaktır. Bu notlar aracılığıyla öğretim deneyinin doğasına uygun olarak bir sonraki derslerde dikkat edilmesi ve düzeltilmesi gereken öğretimsel ayrıntılar da daha net ortaya koyulabilmiştir.

3.4. Verilerin Toplanması ve Çözümlemesi

Bu başlık altında pilot uygulamanın nasıl yapıldığı, asıl uygulama sürecinde verinin nasıl toplandığı ve veri analizinde izlenen aşamalara yönelik bilgiler verilmiştir.

3.4.1. Pilot uygulama ve öğretim tasarımı. Pilot uygulama, hazırlanan etkinliklerin, öğrencilerin şekil üreticilerine yönelik enstrümanlı eylem şemalarını ortaya çıkarmada yeterli olup olmadığını sınamak amacıyla yapılmıştır. Bu ön uygulama sayesinde hazırlanan etkinliklerin gerekli görülen yerleri düzeltilip geliştirilmiş ve asıl uygulamada kullanılmak üzere son hali verilmiştir. Araştırmacının yüksek lisans tezinde öğrencilerin dörtgenlere dair zihinsel şemalarını tam olarak ortaya koyamamış olduğu göz önüne alındığında, derslerin tasarlanmasında öncelikle bu duruma sebep olabilecek eksik kısımların tamamlanmasına odaklanılmıştır. Bu yapılırken öncelikle çalışmanın amacı doğrultusunda teorik çerçeve değiştirilmiş ve öğretim esnasında dikkat çekilmesi gereken noktalar yeniden belirlenmiştir.

Dahası bu çalışmanın odağı dörtgenler ile birlikte üçgenler konusu da olduğundan ders işleniş ve çalışma yapıları üçgenler konusunu kapsayacak şekilde genişletilmiştir. Bu açıdan daha önce hazırlanmış olan etkinlik türlerine yeni bir etkinliğin (sadece üçgenler konusu için) eklenmesi gerektiği düşünülmüştür. Bunun sebebi üçgenlerin iki farklı grupta ile sınıflandırılabilmesi sonucu bazı üçgenlerin hem kenar hem de açılarına göre üçgen sınıflamasına dahil olabilesidir. Örneğin bir dik açısı ve iki eşit uzunlukta kenarı bulunan bir üçgen ikizkenar dik üçgen olarak adlandırılabilmekte dolayısıyla her iki sınıflama içerisinde de bulunabilmektedir. Bu sebeple öğrencilere üçgen üreticilerinin hepsi ilk derste verilmemiş bunun yerine bir etkinlik daha eklenmiş ve öğrencilerin kendilerinin araştırma yaparak iki

farklı gruplamayı incelemelerine olanak tanınmıştır. Öğrenciler üçgenleri ayrı ayrı sınıflandırmayı gördükten sonra bazı üçgenlerin iki farklı sınıflamaya da dahil olabileceği, bunun yanı sıra bazılarının sadece tek bir sınıflamada kalmak zorunda olduğunun anlaşılması için bir etkinlik daha eklenmiştir.

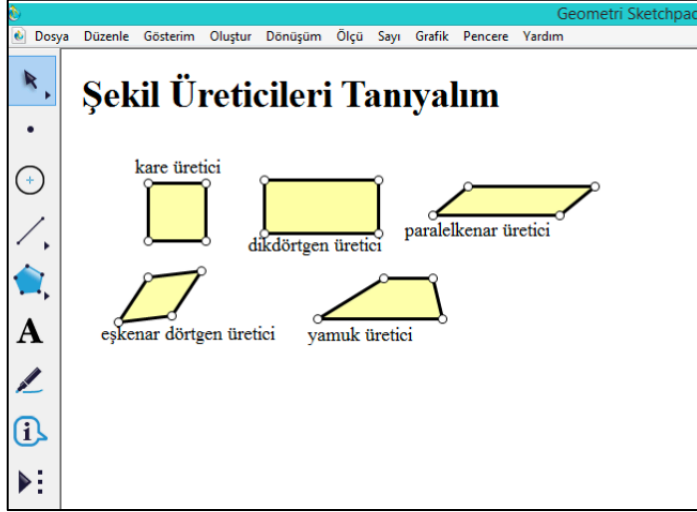
Asıl uygulamada kullanılmak amacıyla hazırlanan etkinlikler iki beşinci sınıf öğrencisinden oluşan bir gruba uygulanmıştır. Bu uygulama 24.12.2018-11.01.2019 tarihleri arasında yürütülmüştür. Pilot uygulamanın öğrencilerle birebir değil grup çalışması biçiminde yapılmasındaki amaç öğrencilerin fikir alışverişinde bulunmalarını sağlamak yani nasıl düşündüklerini, ifadelerinin temelini ne olduğunu ve hatalarını fark ederek düzeltirken neye dayandıklarını araştırabilmektir. Ayrıca yapılan uygulamada etkinliklerin uygulanma süresi de sınanma imkanı bulmuş ve sınıf ortamında uygulanabilmesi için kısaltılması gereken kısımlar düzenlenebilmiştir. Örneğin etkinlik türlerinden biri olan Tahmin-Kontrol etkinliklerinde öğrencilerin şekil üreticileri ile üretmeleri istenen şekillerin çok fazla olduğu ve bu durumun ders süresinin aşılmasına sebep olabileceği fark edilmiş bu sebeple bu şekiller etkinliğin amacını koruyacak şekilde azaltılmıştır.

Öğretimde araç olarak kullanılacak olan şekil üreticileri (shape makers) Geometer's Sketchpad (Jackiw, 2009) kullanılarak tasarlanan ve şekil sınıflarını temsil eden dinamik araçlardır (Şekil 13). Örneğin dikdörtgen üretici (rectangular maker) dikdörtgen sınıfını temsil eden dinamik bir araçtır; ki bir öğrenci bu araç vasıtasıyla dikdörtgen sınıfına ait tüm şekilleri üretebilmektedir. Michael T. Battista (2012) tarafından hazırlanan bu araçlar öğrencilere şekil sınıflarını tanıma ve bunlar arasındaki ilişkileri anlamlandırma fırsatı sunmaktadır. Battista şekil üreticilerini tanıttığı kitabında Geometer's Sketchpad yazılımı kullanarak hazırlanmış etkinlik tabanlı dersler tasarlamıştır. Bu dersler incelendiğinde öğrencilerin hem eğleneceği hem de öğreneceği bir ortamın oluşturulmaya çalışıldığı görülmektedir. Yüksek lisans tezinde

bu derslerin bir uyarlamasını³ kullanan araştırmacı bu çalışmada da yüksek lisans tezinde hazırlamış olduğu dersleri temel olarak enstrümantal yaklaşım çerçevesinde düzenleyip geliştirmiştir.

şekil 13

şekil üreticileri tanıyalım (dörtgenler)



Pilot uygulama öncesinde geliştirilerek kullanılan ve sonrasında birtakım düzenlemeler yapılarak son hali verilen etkinlikler altı kategoriden oluşmaktadır. Bunlar; *şekil üreticileri tanıyalım*, *bunu yapabilir misin?*, *tahmin & kontrol*, *şekillerin özellikleri*, *yeni bir üçgen türü* ve *bilmeceler* etkinlikleridir. Bu etkinlikler üçgen ve dörtgen konuları temelinde özelleştirilip bu konulara uygun olarak kısmen farklılaştırılmıştır. Örneğin *yeni bir üçgen türü* etkinliği sadece üçgenler konusu için hazırlanmış olup *bilmeceler* etkinliği sadece dörtgen konusu temelinde hazırlanmıştır.

Yukarıda bahsedilen etkinlik türlerine ait ayrıntılı bilgi etkinlik n analizleri bölümünde verilmiştir. Hazırlanan bu etkinlikler asıl uygulamada öğrencilerin şekilleri

³ Araştırmacı yüksek lisans tezinde Battista'nın (2012) kitabında yer verdiği dersleri bir hayli değiştirmiş ve çalışmasının amacına uygun şekilde uyarlamıştır. Bu süreçte yapılan düzenlemelerin ayrıntısına araştırmacının yüksek lisans tezinden (Gürhan, 2015) ulaşılabilir.

sınıflandırmalarına yardım edecek şekilde tekrarlı bir yapıda uygulanmıştır (bakınız, Tablo 5, s. 67).

3.4.2. Asıl uygulama. MEB 5. sınıf öğretim programı incelendiğinde üçgenler ve dörtgenler konusunun 4. ünite (4 kazanım) toplamda 15 ders saati içerisinde işlendiği görülmektedir. Bu doğrultuda hazırlanan derslerin üçgenler konusu ile başlayarak, dörtgenler konusu ile devam etmesi planlanmıştır. Asıl uygulamanın yapıldığı okulun ders programına göre 5. sınıflarda haftada 7 ders matematik işlenmekte (her bir ders süresi 40 dk.) buna ek olarak haftalık 2 etüt (her biri 30 dk.) matematiğe ayrılmaktadır. Beşinci sınıfların matematik öğretmenleri etüt saatleri dışındaki derslerde iki hafta süreyle uygulama yapılmasına izin vermiştir. Ancak uygulamanın yapıldığı tarihlerde bazı özel günlerin (pi günü, tıp bayramı) kutlama programı ve provaları nedeniyle 2 ders saati iptal olduğu için bu derslerin yerine etüt saatleri kullanılmıştır. Uygulamanın başındaki ilk ders tanışma ve uygulamanın içeriğinin anlatılması ile geçtiğinden asıl uygulama toplamda 11 ders saati ve 2 etüt saatinde tamamlanmıştır (Tablo 5). Sonuç olarak belirlenen tarihlerde araştırmacı pilot uygulamayla yenilenip geliştirilen müfredatı belirlenen sınıfta uygulamış, derslerin tamamının bitiminden sonra enstrümanlı eylem şemalarını net olarak belirleyebilmek amacıyla öğrencilerle mülakatlar yapmıştır.

Tablo 5

Asıl uygulama bilgileri

Tarih	Etkinlik Adı	Süre	Ortam	Uygulama
11.03.2019 (1 ders saati)	Üçgen Üreticileri Tanıyalım	20 dk.	Bilgisayar	2'li grup
	Bunu Yapabilir Misin? (Üçgenler)	20 dk.	Bilgisayar/ Kağıt-Kalem	2'li grup/ Bireysel
13.03.2019 (2 ders saati)	Tahmin & Kontrol-Eşkenar üçgen & İkizkenar üçgen	25 dk.	Bilgisayar/Kağıt-Kalem	2'li grup/Bireysel
	Üçgenlerin Özelliklerini İnceleyelim (EÜ-İÜ-Ü)	15 dk.	Bilgisayar/Kağıt-Kalem	2'li grup/Bireysel
	Yeni Bir Üçgen Türü-K	25 dk.	Bilgisayar/Kağıt-Kalem	2'li grup/Bireysel
	Üçgenlerin Özelliklerini İnceleyelim (GAÜ-DÜ)	15 dk.	Bilgisayar/Kağıt-Kalem	2'li grup/Bireysel
14.03.2019 (2 ders saati)	Yeni Bir Üçgen Türü-A	20 dk.	Bilgisayar/Kağıt-Kalem	2'li grup/Bireysel
	Üçgenleri Sınıflandıralım	15 dk.	Kağıt-Kalem	Bireysel
	Dörtgen Üreticileri Tanıyalım	20 dk.	Bilgisayar	2'li grup
	Bunu Yapabilir Misin? (Dörtgenler)	20 dk.	Bilgisayar/Kağıt-Kalem	2'li grup/Bireysel
20.03.2019 (2 ders saati)	Tahmin & Kontrol-Kare & Dikdörtgen	20 dk.	Bilgisayar/Kağıt-Kalem	2'li grup/Bireysel
	Dörtgenlerin Özellikleri (Kare-DD)	20 dk.	Bilgisayar/Kağıt-Kalem	2'li grup/Bireysel
	Tahmin & Kontrol-Kare & Dikdörtgen & Paralelkenar	25 dk.	Bilgisayar/Kağıt-Kalem	2'li grup/Bireysel
	Dörtgenlerin Özellikleri (PK)	15 dk.	Bilgisayar/Kağıt-Kalem	2'li grup/Bireysel
21.03.2019 (2 ders saati)	Dörtgenleri Bilmecele Yardımıyla Gruplandırılalım-1 (Kare-DD-PK)	15 dk.	Kağıt-Kalem	Bireysel
	Tahmin & Kontrol-Kare & Eşkenar Dörtgen	15 dk.	Bilgisayar/Kağıt-Kalem	2'li grup/Bireysel
	Dörtgenlerin Özellikleri (ED)	10 dk.	Bilgisayar/Kağıt-Kalem	2'li grup/Bireysel

	Tahmin & Kontrol-Kare & Eşkenar D., & Paralelkenar Dörtgenleri Bilmeceleer Yardımıyla Gruplandırılım-2 (Kare-ED-PK)	25 dk.	Bilgisayar/Kağıt-Kalem	2'li grup/Bireysel
		15 dk.	Kağıt-Kalem	Bireysel
21.03.2019 (2 etüt saati)	Tahmin & Kontrol- Dikdörtgen & Eşkenar Dörtgen Yapıları Birleştirelim	20 dk.	Bilgisayar/Kağıt-Kalem	2'li grup/Bireysel
		10 dk.	Kağıt-Kalem	Bireysel
	Tahmin & Kontrol-Paralelkenar & Yamuk Dörtgenlerin Özellikleri (Yamuk)	20 dk.	Bilgisayar/Kağıt-Kalem	2'li grup/Bireysel
		10 dk.	Bilgisayar	2'li grup
22.03.2019 (1 ders saati)	Dörtgenlerin Özellikleri (Yamuk)	10 dk.	Kağıt-Kalem	Bireysel
	Bilmecelerdeki Şekilleri Bulalım (Kare-DD-ED-PK-Yamuk)	30 dk.	Kağıt-Kalem	Bireysel
25.03.2019 (1 ders saati)	Üçgenler-Tablo	20 dk.	Yazı tahtası	Tüm sınıf

Okulun bilgisayar laboratuvarı öğretim için yeterli verimi sağlayamadığından öğretimin tamamı sınıf ortamında yapılmıştır. Bu sınıf ortamı bir akıllı tahta, bir yazı tahtası, bir öğretmen masası ve on altı öğrenciye ait bireysel sıra ve dolaplardan oluşmaktadır (bakınız, Şekil 12, s. 61). Öğretim süresince iki kişilik gruplara ayrılan sınıfta her bir gruba bir dizüstü bilgisayar verilmiştir. Bu sınıf ortamında tüm öğrenciler kendilerine ait tekli sandalyelerde oturmuş ve grubun masası birleştirilerek gruba ait bilgisayarlar bu masaların ortasına kurulmuştur. Bu sayede her iki öğrencinin de bilgisayara ulaşması kolaylaştırılmıştır.

Öğretmen masasına kurulan bilgisayar akıllı tahtaya bağlanarak gerekli görülen yerlerde kullanım için hazır bulundurulmuştur. Sınıfta yer alan yazı tahtası ise gerektiğinde akıllı tahtanın üzerini kapatılarak büyütülebilecek sürgülü bir formatta bulunmaktadır. Öğretim öncesinde öğrenci bilgisayarlarının her birine derslerde kullanılması gereken etkinlikler ve ekran kaydetme programı yüklenmiştir. Bu kayıt programları her ders öncesinde öğretmen tarafından açılmış ve ders bitiminde yine öğretmen tarafından kapatılmıştır. Her bir derste ilgili etkinliğin açılması ise öğrencilerin görevidir. Öğretmen her bir etkinlik için hangi klasörden hangi etkinliği seçmeleri gerektiğini söylemiş ve öğrenciler ilgili dosyayı açarak etkinliğe başlamıştır. Her bir öğrencinin teknolojiye erişiminin mümkün olduğu ve sınıfın akıllı tahtada yapılabilecek açıklamaları takip edebileceği bu sınıf düzeni öğretim süresince korunmuştur.

3.4.3. Veri analizi. Bu çalışmada 5. sınıf öğrencilerinin şekil üreticilerine yönelik enstrümantal oluşum süreçleri incelenerek enstrümanlı eylem şemaları ortaya koyulmaya çalışıldığından verilerin analizinde içerik analizi kullanılmıştır. Etkinliklerin uygulanması sürecinde kullanılan enstrümantal orkestrasyonlara yönelik veriler ise betimsel analiz yoluyla analiz edilmiş, ancak kullanılan enstrümantal orkestrasyon türleri incelenirken yeni orkestrasyon türü bulabilme çabasına da girilmiştir.

Büyüköztürk ve diğerleri (2013) içerik analizini, “belirli kurallara dayalı kodlamalarla

bir metnin bazı sözcüklerinin daha küçük içerik kategorileri ile özetlendiği sistematik, yinelenebilir bir teknik” olarak tanımlamaktadır. İçerik analizi verilerin daha derin bir işleme tabi tutularak incelenmesini gerektirdiğinden, betimsel analizde fark edilemeyen kavram ve temaların ortaya çıkmasına yardımcı olmaktadır (Yıldırım & Şimşek, 2013). Nitel çalışmalarda içerik analizi “olayların, mekanların, stillerin, imajların, anlamların ve nüansların anahtar kelime olarak yer aldığı” iç görünüm peşindedir (Alheide, 1987, s. 68, akt., Merriam, 2009). Bu süreç aynı zamanda verilerin kodlanması ve kategorilerin oluşturulmasını da kapsamaktadır (Merriam, 2009).

Nitel çalışmalarda veri analizi özetle dört aşamada gerçekleştirilmektedir; verileri kodlama, temaları oluşturma, oluşturulan kodların ve temaların düzenlenmesi, yorumlama (Büyüköztürk ve diğerleri, 2013; Creswell, 2012; Miles & Huberman, 1994; Merriam, 2009; Yıldırım & Şimşek, 2013). Bu çalışmada öncelikle öğrencilerin enstrümanlı eylem şemalarının ortaya çıkarılması amaçlandığından veriler bu aşamalar dikkate alınarak analiz edilmeye çalışılmıştır. Bunu gerçekleştirmek için öncelikle derslerde elde edilen ekran ve ses kayıtları öğrencilerin çalışma yaprakları ile karşılaştırılarak yazıya dökülmüş, sonrasında içerik analizi yöntemiyle detaylı olarak analiz edilmiştir. Buna ek olarak mülakatlar ile uygulama öncesinde yapılan görüşmelerden elde edilen veriler de analiz edilerek bulguların geçerlik güvenirliği artırılmaya çalışılmıştır.

Yazıya dökülen veriler anlamlı birimlere ayrılarak bu birimlere ilişkin kod listesi oluşturulmuştur. Kodlanan veriler uygun kategoriler altında birleştirilmiş ve bu kategoriler arasındaki ilişkiler dikkate alınarak taslak temalar oluşturulmuştur. Bu temalar araştırmanın amacına uygun olarak gerekli yerlerde birleştirilmiş ve kesinleşen temalar belirlenmiştir. Belirlenen temalar enstrümanlı eylem şemalarını oluşturan işlevsel sabitler olarak ele alınmıştır. Son olarak elde edilen temaların bir sentezi yapılmış ve bu sentez araştırma sorularıyla ilişkilendirilerek sonuca bağlanmıştır.

Bulgular sunulurken öncelikle etkinlik bazında öğrencilerin kullandığı enstrümanlı teknikler verilmiştir. Ardından her bir grubun hem üçgen hem de dörtgen üreticilerine yönelik enstrümantal oluşum süreçlerine yer verilmiştir. Bu süreçler aktarılırken mümkün olan yerlerde kavramsal çerçevede yer alan enstrümantasyon ve enstrümantalizasyon kavramlarına da değinilmiş olup bu kısmın sonunda grubun enstrümanlı eylem şemaları verilmeye çalışılmıştır. Bu şemaların belirlenmesinde bir önceki paragrafta yer alan analiz aşamaları kullanılmıştır. Enstrümantal oluşum süreci ve enstrümanlı eylem şemaları başlıkları altında sunulan bulgular gruba ait olup öğrenci bazında ayrışan noktalar yine bu başlıklar altında belirtilmiştir.

Çalışmanın enstrümantal orkestrasyon kısmına ait verileri ise betimsel olarak analiz edilmiştir. Betimsel analizde öncelikle veri analizi için bir çerçeve oluşturulur, sonra elde edilen veriler bu çerçeveye göre düzenlenir, ilişkilendirilir, açıklanır ve anlamlandırılır (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Bu açıdan öğretimde kullanılan enstrümantal orkestrasyonların belirlenmesi için öncelikle alınan video kayıtları yazıya dökülmüş ve bu veriler araştırmacı notları ile desteklenerek düzenlenmiştir. İlgili kavramsal çerçeveye uygun olarak etkinlik türleri temelinde düzenlenen bu veriler kavramsal çerçevede yer alan orkestrasyon türleri ile ilişkilendirilerek açıklanmıştır. Veriler sunulurken mümkün olduğunda örneklendirilmiş, açıklanmış, alıntılar yapılmış, görselleştirilmiş ardından yorumlanarak sonuçlara ulaşılmıştır.

3.4.4. Geçerlik ve güvenilirlik. Araştırma sonuçlarının doğruluğuyla ilgilenen *geçerlik* ve araştırma sonuçlarının genellenebilirliği ile ilgili olan *güvenirlik*, bilimsel araştırmalarda sonuçların inandırıcılığını ölçmek amacıyla kullanılan en yaygın iki ölçüttür (Yıldırım & Şimşek, 2013). Daha çok nicel araştırmalarda önemli değer ölçütleri olarak ön plana çıkan bu ölçütler Lincoln ve Guba (1985, akt. Yıldırım & Şimşek, 2013) tarafından nitel araştırmanın doğasına uygun olarak alternatif kavramlarla açıklanmaya çalışılmıştır. Bu bağlamda araştırmacılar *iç geçerlik* yerine *inandırıcılık*, *dış geçerlik* yerine *aktarılabirlik*, *iç güvenilirlik*

yerine *tutarlık* ve *dış güvenilirlik* yerine *teyit edilebilirlik* kavramlarını kullanmayı tercih etmişlerdir.

İnandırıcılık: Lincoln ve Guba (1985, akt. Yıldırım & Şimşek, 2013) nitel çalışmalarda inandırıcılığın başarılabilmesi için uzun süreli etkileşim, derinlik odaklı veri toplama, çeşitleme, uzman incelemesi ve katılımcı teyidi gibi birtakım stratejiler önermiştir.

Uzun süreli etkileşim, toplanan verinin anlık ya da dönemsel olup olmadığını teyit etme bakımından önemlidir. Araştırmacının veri toplama sürecinde katılımcı ile ne kadar zaman geçirdiği, katılımcı ile aralarındaki iletişimi etkileyebilir. Örneğin kısa süreli bir görüşmede katılımcılar kendilerini açıkça ifade etme konusunda çekingen davranabilir ve veri akışına engel olabilirler. Bu çalışmada araştırmacı 4 hafta boyunca sürekli olarak öğrencilerle etkileşim içerisinde bulunmuş ve zaman kısıtı gibi bir etken sebebiyle olası bir veri kaybının önüne geçmeye çalışmıştır.

Derinlik odaklı veri toplama, araştırmacının gözlem yaparken herhangi bir kayıt cihazından farklı olarak gözlemlediği durumlar arasında ilişki kurması anlamındadır. Bir diğer deyişle araştırmacı, sürecin doğasına uygun olarak veri toplama ve bunları teyit etme görevini üstlenmelidir. Yapılan çalışmada araştırmacı öğretmen rolüyle hareket etmesinin yanı sıra, öğretim esnasında sürekli olarak öğrencilerin çalışmalarını gözlemlemiştir. Bu esnada öğrencilerin davranışlarını anlayabilmek ve seçimleri arasında bir ilişki kurabilmek adına ayrıntılı sorular sormuş ve gerekli yerlerde derse yönelik notlar tutmuştur.

Farklı yöntemlerle elde edilen verilerin birbirini teyit amacıyla kullanılması anlamına gelen çeşitleme nitel çalışmaların geçerlik ve güvenilirliğini artıran bir diğer stratejidir. Yapılan çalışmada olası veri kaybını engellemek amacıyla ekran, ses ve video kaydı alınmış, dahası gözden kaçan kısımları yakalamak amacıyla katılımcılarla mülakat yapılmıştır. Ayrıca araştırmacının alan notları tutması, veriler arası ilişki kurmada ve teyit etmede araştırmacıya yardımcı olan bir diğer veri kaynağıdır.

Bir diğ er strateji olan uzman incelemesi ise araştırma hakkında genel bilgiye sahip ve nitel araştırma konusunda uzmanlaşmış bir kişiden araştırma süreci boyunca yardım alınması olarak ifade edilebilir. Araştırmacının tez danışmanı ile sürekli iletişimde kalması ve araştırma adımlarını danışarak ilerletmesi çalışmanın inandırıcılığına katkı sağlamaktadır. Ayrıca araştırmacı derslerden sonra topladığı çalışma yapraklarını incelenmiş ve öğrencilerle yaptığı mülakatlarda bu yapraklar üzerine aldıkları notlarda belirtmek istedikleri noktaları tekrardan sorarak katılımcı teyidi almıştır. Bu ise nitel çalışmalarda inandırıcılık adına kullanılan bir diğ er stratejidir.

Aktarılabirlik: Nitel araştırmalarda sonuçların doğrudan benzer ortamlara genellemesi mümkün olmayabilir. Bu sebeple Lincoln ve Guba bu ortamlara sonuçların uygulanabilirliğine ilişkin geçici yargılara ulaşılabilmesi anlamına gelen aktarılabirlik kavramını kullanmışlardır. Erlandson, Skipper ve Allen (1993, akt., Yıldırım & Şimşek, 2013) araştırma sonuçlarının aktarılabirliğini artırmak için iki yöntem önermektedirler. Bunlar ayrıntılı betimleme ve amaçlı örneklemedir.

“Ayrıntılı betimleme, ham verinin ortaya çıkan kavram ve temalara göre yeniden düzenlenmiş bir biçimde okuyucuya yorum katmadan ve verinin doğasına mümkün olduğu ölçüde sadık kalınarak aktarılmasıdır” (Yıldırım & Şimşek, 2013, s. 304). “Bulgular, okuyucular için potansiyel aktarılabirliği ve kendi ortamlarına uygunluğu değerlendirebilmeleri için yeteri kadar açık bir tanımlama ile aktarılmalıdır” (Miles, Huberman, & Saldana, 2013, s. 314). Bu çalışmada elde edilen bulgular aktarılırken bazı yerlerde doğrudan alıntılara bazı yerlerde ise ayrıntılı anlatımlara yer vermeye özen gösterilmiştir.

Amaçlı örnekleme ise amaca en uygun olan örneklemin seçilmesi ile ilgilidir. “Başka örneklemlerle yeterli ölçüde karşılaştırma yapılabilmesi için araştırmanın katılımcılarının ve araştırmanın yapıldığı ortamın iyi bir şekilde tanımlanması gerekir” (Miles ve diğ erleri 2013,

s. 314). Bu çalışma için seçilen örneklem araştırma sorularına en iyi yanıtı verme adına amaçlı örnekleme yöntemi ile seçilmiş olup örnekleme yönelik ayrıntılar çalışma grubu başlığı altında verilmiştir.

Tutarlık: Nitel araştırmalarda önemli olan bulguların tekrar elde edilip edilmeyeceği değil, sonuçların toplanan verilerle tutarlı olup olmadığıdır (Merriam, 2013). Bu açıdan araştırma sorularının açık ve araştırma yönteminin bu sorularla uyumlu olması, araştırmacının rolünün açıkça tanımlanması, bulguların katılımcılar, içerik ve süre gibi veri kaynakları ile anlamlı bir paralellik göstermesi, temel paradigmlar ve analitik yapıların açıkça belirtilmesi (güvenirlilik kısmen teoriyle olan bağlantıya dayanır) tutarlılığın sağlanması adına önemli görülmektedir (Miles ve diğerleri, 2013). Bu çalışmada elde edilen veriler aktarılırken ve analiz edilirken bu hususlara dikkat edilmiştir.

Teyit edilebilirlik: Bu kavram araştırmacının ulaştığı sonuçları topladığı verilerle sürekli olarak teyit etmesi ve okuyucuya mantıklı bir açıklama sunabilmesi ile ilgilidir (Yıldırım & Şimşek, 2013). Araştırmanın teyit edilebilirliğini sağlamak amacıyla çalışmanın genel yöntemi ve prosedürlerinin açıkça tanımlanması, verinin nasıl toplandığının ve bu sürecin nasıl ilerlediğinin ayrıca sonuçlara nasıl ulaşıldığının net olarak aktarılması, sonuçların sunulan veri kümesi ile net olarak nasıl bağlantılı olduğunun ortaya koyulması ve çalışmanın verilerinin diğer araştırmacıların yeniden analizine imkan tanıyabilecek şekilde korunması önerilmektedir (Miles ve diğerleri, 2013). Bu açıdan yürütülen çalışmada izlenen prosedürler ilgili başlıklar altında ayrıntılı olarak sunulmuş ve toplanan veriler yedeklenmiştir. Ayrıca analizlerde dikkat çekilen bu hususlara özen gösterilmiştir.

4. Bölüm

Etkinlik Ön Analizleri

Bu bölümde uygulamada kullanılan etkinliklerin tanıtımı ve ayrıntılı ön analizlerine yer verilmiştir. Ön analizlerde etkinlik temelinde öğrenilecek bilgi, öğrencilerin etkinlikteki görevleri yerine getirmek için başvurabilecekleri teknikler, etkinlik süresince öğrencilerin oluşturması öngörülen işlevsel sabitler ve uygulama esnasında kullanılması planlanan enstrümantal orkestrasyonlara yer verilmiştir.

Üçgenler ve dörtgenler konusuna yönelik geliştirilen bu etkinlik türlerinin ilk dördü hem üçgenleri hem de dörtgenleri, beşincisi sadece üçgenleri, altıncısı ise sadece dörtgenleri içermektedir. Öğretimde hiyerarşik sınıflandırma temel alındığından ilk iki etkinlik hariç diğer etkinlik türleri tekrarlı yapıda uygulanabilecek şekilde hazırlanmıştır.

Etkinliklerin hazırlanmasında temel alınan araçlar olan şekil üreticiler Geometer's Sketchpad programı yardımıyla hazırlanmış olup, etkinlikler süresince programın diğer menü ve araçlarının kullanımına gerek duyulmamaktadır. Bunun yanı sıra bilgisayar ekranında şekil üreticiler haricinde yer alan bilgi kutucukları (etkinliğin adı, üreticilere yönelik ölçümler vs.) sabitlenerek öğrencilerin bu nesnelere hareket ettirmeleri engellenmiştir⁴.

4.1. Şekil Üreticilerini Tanıyalım Etkinliği

“Şekil üreticileri tanıyalım” türündeki etkinlik DGY ile oluşturularak öğrencilerin kullanımına sunulan şekil üreticilerin işlevinin ve prosedürünün araştırılmasını ve bu araçların kullanımına yönelik alıştırmayı içermektedir. Bu etkinlikler enstrüman bilgisini sağlamaya yöneliktir.

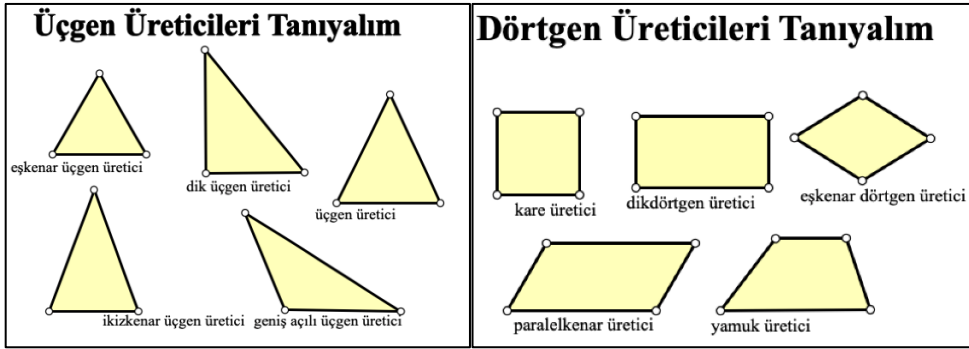
Öğrencilerin hem üçgen hem de dörtgen üreticileri kullanarak bu geometrik şekillere

⁴ Bilgi kutucuklarının ekrana sabitlenmesi kavramsal çerçevede bahsedilen organizasyon kısıtına bir örnek olup, bu çalışma kapsamında geçen “üreticinin imkanları/ kısıtları” ifadeleri ile komut kısıtı (command constraint) kastedilmektedir.

yönelik enstrümanlı eylem şeması geliştirmeleri için hedeflenen öğretimde, öncelikle bu üreticileri tanımaları önem arz etmektedir. Bu sebeple her bir öğrencinin üreticileri inceleyerek hareket kabiliyetlerini gözlemleyebilecekleri bir etkinlik hazırlanmıştır. Şekil üreticileri tanıyalım etkinlik türü, üçgen üreticileri tanıyalım ve dörtgen üreticileri tanıyalım başlıkları altında ikiye ayrılmaktadır (Şekil 14). Sadece bilgisayar ortamında kullanılmak üzere hazırlanan bu etkinlik türünün amacı, öğrencilerin ilgili dersler süresince kullanacakları üreticilere dair genel bir bilgi edinmesi ve üreticilerin hareket kabiliyetlerine aşinalık kazanmasıdır.

Şekil 14

Üçgen/dörtgen üreticileri tanıyalım etkinlikleri



Bu etkinliğin üçgenler kısmında, eşkenar üçgen üretici, ikizkenar üçgen üretici, dik üçgen üretici, geniş açılı üçgen üretici ve üçgen üretici olmak üzere beş aracın; dörtgenler kısmında ise kare üretici, dikdörtgen üretici, eşkenar dörtgen üretici, paralelkenar üretici ve yamuk üretici olmak üzere diğer beş aracın incelenmesi söz konusudur. Verilen her bir üretici üzerine tıklanarak taşınabilmekte ve köşe noktalarından tutulup sürüklendiğinde büyüyüp küçülebilmektedir. Ayrıca bu üreticiler kendi türünde (sınıfında) her boyut ve pozisyondaki üçgeni/dörtgeni üretebilmektedir.

Öğrencilerden verilen üreticileri her bir köşe noktasından sürükleyerek üreticinin değişimini gözlemlemesi beklenmektedir. Sürükleme esnasında her bir öğrenci üreticinin ne tür şekiller üretebildiğini gözlemlemelidir. Bu aşamada öğrencilerin üretebildikleri şekillerin

türüne karar verirken görsele dayalı tahminleri kullanabilecekleri düşünülmektedir.

Bu etkinlik kapsamında öğrencilerin kullanabileceği *enstrümanlı teknikler*, her bir üreticiyi köşe noktasından büyütme/küçültme, üreticiyi ekranda tümüyle taşıma ve üreticiyi bir köşe noktası etrafında döndürmedir.

Bu etkinlik kapsamında *öğrenilecek bilgi*; her bir üreticinin birtakım imkan ya da kısıtlara sahip olduğudur. Örneğin, kare üreticiyi köşe noktalarından hareket ettirerek inceleyen bir öğrencinin bu üreticinin kareleri üretebildiğini ancak dikdörtgeni üretmediğini fark etmesi beklenmektedir.

Bu etkinlikte öğrencilerin dayandığı *işlevsel sabitlerin*, her bir üreticinin kendi ismindeki şekilleri üretebildiğini belirten eylemdeki teoremler olacağı öngörülmüştür. Örneğin, ‘dik açılı üçgen üretici, dik açılı üçgen üretir’ eylemdeki teoremi dik üçgen üreticinin dik açılı bir köşeye sahip olması sebebiyle, ürettiği her üçgenin görsel olarak (üreticinin açı ölçümü verilmediği ve programın açı ölçme menüsü kullanılmadığı için) dik açılı gibi görünmesinin bir sonucudur. Benzer şekilde dörtgen üreticiler için de, örneğin, ‘dikdörtgen üretici dikdörtgen üretir’ veya ‘dikdörtgen üretici dikdörtgen ve kare üretir’ eylemdeki teoremlerinin ortaya çıkabileceği öngörülmüştür. Kare üreticinin kenarlarındaki kısıt göz önüne alındığında dikdörtgen üretici daha geniş bir imkana sahiptir. Bu sebeple öğrenciler bu üreticinin hem kendi ismindeki dörtgeni (dikdörtgen) hem de farklı türdeki bir dörtgeni (kare) üretebildiğini ifade edebilirler. Bu aşamada öğrencilerin kareyi dikdörtgen sınıfına dahil edemeyecekleri düşünüldüğünden dikdörtgen üreticiye yönelik eylem şemalarını verilen eylemdeki teoremlere dayandırabilecekleri öngörülmüştür.

Sonuç olarak hiyerarşik sınıflamada en kapsamlı olan üçgen/dörtgen türünün üreticisi için (örneğin, yamuk üretici) öğrencilerin dayandığı işlevsel sabitlerin bu üreticinin ismini alan ve üreticinin imkanları doğrultusunda çizimine izin verdiği üçgenleri/dörtgenleri içereceği (örneğin, yamuk üretici yamuk, paralelkenar, eşkenar dörtgen, dikdörtgen ve kare

üretir, gibi), hiyerarşik sınıflamada en dar olan sınıfı temsil eden üçgen/dörtgen türünün üreticisi (örneğin, kare üretici) için ise sadece bu üreticinin ismini aldığı türdeki üçgen/dörtgenleri içeren (örneğin, kare üretici sadece kareleri üretir, gibi) işlevsel sabitlere dayanacakları düşünülmüştür.

Ayrıca öğrencilerin kavramlara dair eksik bilgileri üzerine yorumda bulunabileceği de düşünülmektedir. Örneğin prototip kare imajına sahip bir öğrenci kare üretici ile bir köşesinin üstünde duran pozisyonda bir kare ürettiğinde bu şekli eşkenar dörtgen olarak algılayarak “kare üretici, kare ve eşkenar dörtgen üretir” işlevsel sabitini geliştirebilir.

Bu etkinliğin uygulanmasında alan yazında yer alan “teknik gösterim”, “teknik destek”, “ekranı açıklama” ve “yürüyerek çalışma” *orquestrasyon türlerinin* uygun olduğu düşünülmüştür. Bu ilk etkinlik türünde öğrencilerin etkinlik dosyasını açma ya da bilgisayarı kullanma konusunda bazı teknik sorunlar ile karşılaşabileceği ve birbir desteğe ihtiyaç duyabilecekleri öngörüldüğünden “teknik destek”, öğretim üreticilerin nasıl hareket ettirileceğine ilişkin tekniklerin akıllı tahta aracılığıyla gösterimini içereceğinden “teknik gösterim”, öğrencilerin üreticileri hareket ettirerek ekranda gözlemlediği durumlar ile geometrik şekiller arasındaki ilişkiye dair açıklamaların yapılması gerektiğinden “ekranı açıklama” ve öğretmen sıralar arasında dolaşarak öğrencilerden gelen soruları bazen birbir bazen de tahtada cevaplayarak öğretimi ilerletmeyi düşündüğünden “yürüyerek çalışma” orkestrasyonunun kullanılması planlanmıştır.

4.2. Bunu Yapabilir Misin? Etkinliği

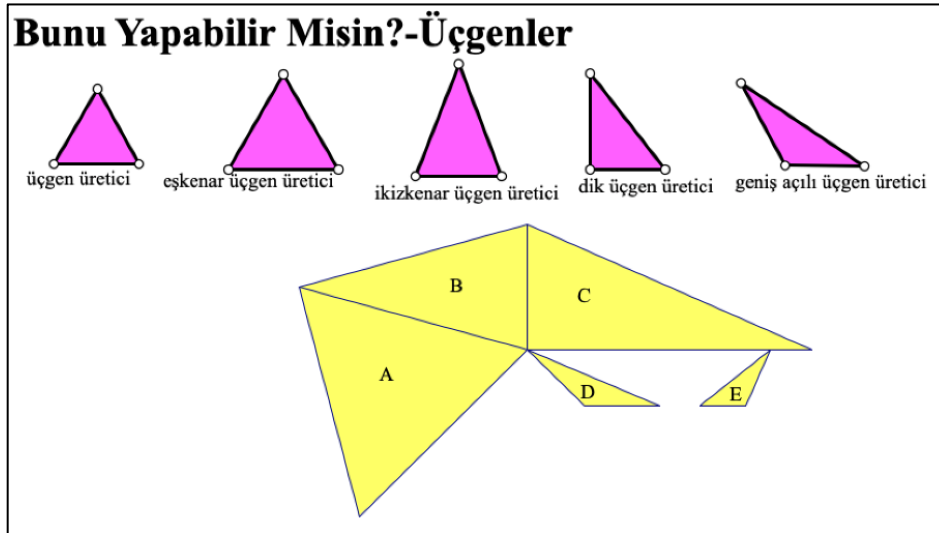
“Bunu yapabilir misin?” türündeki etkinlikler ekrandaki çizimin şekil üreticiler ile oluşturulmasını içermektedir. Etkinliğin amacı, öğrencilerin, şekil üreticilerin hareket kabiliyetlerini daha ayrıntılı olarak gözlemleyebilmesini sağlayarak, üreticilerin gözden kaçırdıkları ya da yanlış yorumladıkları yönlerini keşfetmelerine ve şekillerin özelliklerini dikkate almaya başlamalarına yardımcı olmaktır. Örneğin kare üreticiyi incelerken bu

üreticinin rastgele büyüyüp küçüldüğünü düşünen bir öğrenci, bu etkinlikte kare üreticinin sadece kareleri üretebileceğini gözlemleyebilir. Dahası kare üreticinin diğer dörtgenleri üretememesi durumunda bu üreticinin kenarlarındaki ve açılarındaki kısıtı fark etmeye başlayabilir.

“Bunu yapabilir misin?” etkinliği hem üçgenler hem de dörtgenler için hazırlanan bir etkinliktir (Şekil 15 ve Şekil 16). Etkinlik dahilinde öğrencilerin verilen resimleri en uygun üreticiyi seçerek yeniden çizmeleri gerekmektedir. Örneğin bu etkinliğin dörtgenler dersi için hazırlanan kısmında (Şekil 16) C veya D şekli paralelkenar üretici ile çizilebilir, ancak öğrenci bu seçimi yaparsa A veya B şekli için dikdörtgen ya da kare üreticiyi kullanmak zorunda kalacak ve başarılı olamayacaktır. Bu durum öğrenciyi yaptığı seçimi inceleyerek üreticilerin hareket kabiliyetlerinin arkasındaki sebepleri (özellikleri) düşünmeye sevk edecektir.

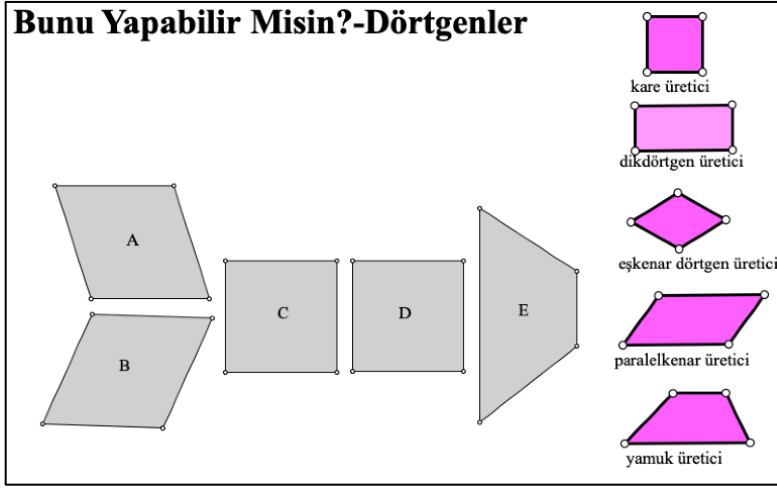
Şekil 15

Bunu yapabilir misin? (üçgenler) etkinliği



Şekil 16

Bunu yapabilir misin? (dörtgenler) etkinliği



Bu etkinlik hem bilgisayar hem de kağıt-kalem ortamında uygulanacak biçimde tasarlanmıştır. Etkinlik, bilgisayar ekranında verilen ve üçgenlerden/dörtgenlerden oluşan bir resmin, üçgen/dörtgen üreticilerin hepsinin kullanılarak çizilmesini içermektedir. Bu etkinlik yapılırken kullanılan bir üreticinin tekrar kullanılmaması ve resmin tamamlanması için bütün üreticilerin kullanılarak dışarıda üretici bırakılmaması önemlidir. Öğrenciler verilen üreticileri resmin üzerine taşıyarak kullandıkları üreticiyi resimdeki herhangi bir üçgenin/dörtgenin boyutlarına uydurmalı ve bu şekilde resmi tamamlamalıdır. Öğrencilerin bilgisayar ortamında yapacakları incelemenin ardından çalışma yapraklarını da doldurmaları beklenmektedir. Çalışma yapraklarında yaptıkları seçimleri not alacakları ve bu seçimlerinin sebeplerini yazacakları bir tablo yer almaktadır. Şekil 17’de bu etkinlik türünün dörtgen dersleri için hazırlanan kısmına ait çalışma yaprağı verilmiştir.

Şekil 17

Bunu yapabilir misin? (dörtgenler) etkinliği çalışma yaprağı

BUNU YAPABİLİR MİSİN? DÖRTGENLER		Ad-Soyad/Grup No:
<input type="checkbox"/> Bunu Yapabilir Misin? Dörtgenler.gsp		
Aşağıdaki resmi yapmak için dörtgen üreticilerinin hepsini kullanınız. <u>Kullandığınız üreticiyi başka bir şekli çizmek için kullanmayınız.</u>		
Her bir dörtgeni yapmak için hangi dörtgen üreticiyi kullandığınızı ve nedenini aşağıdaki tabloya yazınız.		
Dörtgen	Dörtgen Üretici	Neden?
A		
B		
C		
D		
E		

Bu etkinlikte öğrenciler tarafından kullanılacak *enstrümanlı teknikler*, herhangi bir üreticiyi tümüyle resmin üzerine taşıma ve köşe noktalarını bu resim ile birleştirmeye çalışma, ekranın boş kısmında üreticiyi büyütüp küçülterek resimdeki bir üçgene/dörtgene benzetmeye çalışma ve sonra resmin üzerine taşıma, üreticiyi köşe noktaları etrafında döndürerek inceleme ve uygun boyuta getirerek resmin üzerine taşımadır.

Bu etkinlik kapsamında *öğrenilecek bilgi*; her bir üreticinin imkanlarının ya da kısıtlarının bir sebebi olduğudur. Örneğin, kare üretici ile B şeklini (bakınız, Şekil 16, s. 79) çizmeye çalışan bir öğrenci ne kadar denese de bu şekli çizemeyecektir. Bu aşamada öğrencinin kare üreticinin açılarındaki kısıtlamayı fark edebilmesi beklenmektedir. Üreticinin sahip olduğu bu kısıtlamanın sebebi üzerinde düşünmek, öğrenciyi, karenin açı özelliklerini dikkate almaya sevk edecektir.

Bu etkinlikte öğrencilerin dayandığı *işlevsel sabitlerin* üreticilerin görsel olarak karar verdikleri özelliklerini içeren eylemdeki teoremler olacağı öngörülmüştür. Örneğin, bir öğrenci B şeklini (bakınız, Şekil 15, s. 79) eşkenar üçgen üretici ile çizmek isteyebilir. Ancak ne kadar uğraşırsa uğraşsın bu üreticiyle B’yi çizemeyecektir. Eğer elinde kullanabileceği başka bir üretici kalmadıysa bu sefer eşkenar üçgen üreticinin neden B’yi çizemediği üzerinde düşünecek ve bu üreticinin kenarlarında bir kısıtlama olduğunu fark edecektir. Öğrenci bu sürecin sonunda ‘eşkenar üçgen üretici, tüm kenarları eşit olan üçgenler üretir’ eylemdeki teoremini geliştirebilir. Bu aşamada öğrencilerin düşüncelerini gerçek ölçümlere değil görsele dayandırabilecekleri düşünülmektedir çünkü bu etkinlikte ölçümler yer almamaktadır.

Bu etkinliğin dörtgenler için hazırlanan kısmına uygun bir örnek vermek gerekirse, herhangi bir öğrencinin paralelkenar üretici ile C’yi (bakınız, Şekil 16, s. 80) üretebildiği durumu düşünebiliriz. Öğrencinin bu şekli üretmesi için üreticinin hem kenarlarını hem de açılarını eşitlemesi diğer bir deyişle üreticiyi kısıtlaması gerekmektedir. Paralelkenar üreticinin açı ve kenarlarının kare üreticiye nazaran daha geniş imkanlara sahip olduğunu gören bu öğrenci paralelkenar üretici ile C’yi değil de E’yi çizmeye çalıştığında ise geniş imkanlara sahip olduğunu düşündüğü bu üreticinin aslında bazı kısıtlamalara da sahip olduğunu fark edecektir. Paralelkenar üreticinin E’yi çizmeye izin vermeyen ancak C’yi çizmeye izin veren yapısını gözlemlemek, öğrencinin üreticinin hareket kabiliyetlerinin arkasında yatan bazı sebepler olduğunu düşünmesini sağlayacaktır. Bu süreç sonunda öğrencinin temel alabileceği eylemdeki teorem ‘paralelkenar üretici paralelkenarları ve tüm kenarları eşit şekilleri üretir’ olabilir çünkü öğrenci görsel olarak kenarlarının eşit olduğuna karar verdiği C şeklini bu üreticiyle çizebilecek ancak E’yi çizemeyecektir.

Bu etkinliğin uygulanmasında alan yazında yer alan “ekranı açıklama”, “yürüyerek çalışma” ve “öğrenci seçimi teknoloji” *orquestrasyon türlerinin* uygun olduğu düşünülmüştür. Etkinlik süresince öğrencilerin üreticileri hareket ettirerek ekranda gözlemlediği durumlar ile

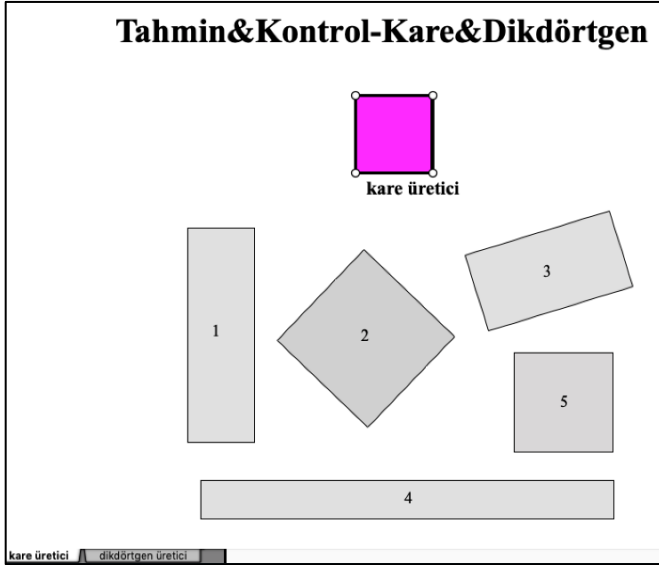
geometrik şekiller arasındaki ilişkiye dair açıklamaların yapılması gerektiğinden “ekranı açıklama”, öğretmen sıralar arasında dolaşarak öğrencilerden gelen soruları bazen birebir bazen de tahtada cevaplayarak öğretimi ilerletmeyi düşündüğünden “yürüyerek çalışma” ve öğrencilerin etkinliğin amacına uygun olarak verilen üreticilerden seçim yapmaları gerektiğinden “öğrenci seçimi teknoloji” orkestrasyonunun kullanılması planlanmıştır. Ayrıca etkinlik süresince iki kişilik grup biçiminde çalışacak öğrencilerin, kendi aralarında fikir alışverişi yapmaları gerektiğinden, “işbirlikli problem çözme” orkestrasyonu da kullanılması planlanan orkestrasyonlar dahilindedir.

4.3. Tahmin & Kontrol Etkinliği

“Tahmin & Kontrol” türündeki etkinlikler öğrencilerin üçgenleri ve dörtgenleri sınıflandırmaya başlamaları için bir basamak olacağı düşüncesiyle eklenmiştir. Hem bilgisayar hem de kağıt-kalem ortamına uygun hazırlanan bu etkinliklerde önce iki şekil (örneğin, kare-dikdörtgen) daha sonra üç şekil (örneğin, kare-dikdörtgen-paralelkenar) arasındaki ilişkilerin incelenmesi planlanmıştır. Bu plan dahilinde öğrencilerin verilen üretici ile ekranda yer alan üçgenleri/dörtgenleri üretip üretemeyeceklerini tahmin etmeleri ardından kontrol etmeleri gerekmektedir (örneğin, Şekil 18). Öğrencilerin verilen üretici ile kontrollerini sağladıktan sonra pencerenin sol alt kısmında bulunan alandan diğer üreticiyi de seçerek aynı işlemleri tekrar yapması gerekmektedir. Bu iki üretici için ayrılan pencerelerde yer alan şekiller aynıdır. Öğrencilerin kontrolleri bitirdikten sonra yanlış tahminde buldukları üretici için bu üreticinin verilen şekli neden çizemediğini çalışma yapraklarına not almaları gerekmektedir (örneğin, Şekil 19). Çalışma yapraklarında her bir üretici için dolduracakları ayrı bir tablo yer almaktadır.

Şekil 18

Tahmin & kontrol-kare & dikdörtgen



Şekil 19

Tahmin & kontrol-kare & dikdörtgen etkinliği çalışma yaprağı

TAHMİN & KONTROL-KARE&DİKDÖRTGEN Ad-Soyad/Grup No:

Tahmin & Kontrol-Kare&Dikdörtgen.gsp

1 2 3 4 5

Her bir dörtgen üretici için;

- Dörtgen üreticinin yukarıdaki dörtgenlerden hangilerini üretebileceğini tahmin ediniz.
- Yaptığınız tahminleri [Tahmin & Kontrol-Kare&Dikdörtgen.gsp](#) dosyasını açarak kontrol ediniz.

Cevaplarınızı daire içine alınız. Eğer bir dörtgen üretici yukarıdaki dörtgenlerden herhangi birini yapamıyorsa sebebini açıklayınız.

Dörtgen Üretici	Dörtgenler	Tahminim	Bulduğum	Bu dörtgen üretici bu dörtgeni yapamaz çünkü...
Kare Üretici	1	E H	E H	
	2	E H	E H	
	3	E H	E H	
	4	E H	E H	
	5	E H	E H	

Tahmin & Kontrol etkinlikleri üçgen dersleri için bir kez dörtgen dersleri için ise altı

kez kullanılacak şekilde hazırlanmıştır. Üçgen derslerinde sadece eşkenar üçgen-ikizkenar

üçgen arasında, özellikler arası kapsayan bir ilişki bulunduğundan bu iki üçgen türüne geçiş aşamasında kullanılmıştır. Dörtgen derslerinde ise kare-dikdörtgen, kare-dikdörtgen-paralelkenar, kare-eşkenar dörtgen, kare-eşkenar dörtgen-paralelkenar, dikdörtgen-eşkenar dörtgen ve paralelkenar-yamuk arasındaki ilişkinin araştırıldığı derslerde kullanılmıştır.

Bu etkinliğin amacı, yakın ilişki içerisinde bulunan üçgen/dörtgen türlerinin hangisinin daha kapsamlı olduğunun fark edilmeye başlanmasıdır. Örneğin ikizkenar üçgen üreticinin hem eşkenar hem de ikizkenar üçgenleri üretebildiğini gözlemlemek, bu üreticinin temsil ettiği şekil sınıfının (ikizkenar üçgen sınıfının) kapsayan yapısını anlayabilmek için bir basamaktır. Öğrenciler daha kapsamlı olan üreticiyi tespit edebildiğinde bu üreticinin hareket kabiliyetinin arkasındaki sebepleri araştırmaya, dolayısıyla özellikler üzerinde düşünmeye sevk edilmelidir.

Etkinlik dahilinde kullanılacak *enstrümanlı teknikler*; üreticiyi, ekranın boş bir yerinde, verilen şeklin boyutlarına göre ayarlayarak sonrasında resmin üzerine taşıma, üreticiyi önce tümüyle verilen şeklin üzerine taşıyıp, sonrasında köşelerinden hareket ettirerek resmi çizmeye çalışma, üreticiyi resme uyarlama esnasında köşelerinden döndürme ve üreticiyi resme uyarlama esnasında köşelerinden büyütüp-küçültmedir.

Bu etkinlik kapsamında *öğrenilecek bilgi*; üreticilerin imkan ya da kısıtlarının, üreticiye ismini veren dörtgen türünün bir özelliği olduğudur. Yani bu etkinlik türünde öğrencilerin üreticiler ile geometrik kavramları bağdaştırabilmeleri beklenmektedir. Örneğin kare ile eşkenar dörtgeni inceleyen ve ‘kare, tüm kenarları eşittir’ eylemdeki teoremini benimsemiş olan bir öğrenci, kare üreticinin verilen tüm şekilleri (kareler ve eşkenar dörtgenler) çizebileceği tahmininde bulunabilir. Ancak kontrol esnasında kare üreticinin eşkenar dörtgeni çizemediğini görünce, bu durumun nedeni üzerinde düşünmeye başlayacak ve kare üreticinin tüm kenarları eşit şekiller üretmesinin yanı sıra ürettiği şekillerin açılarının da değişmediğini (görsel olarak dik olduğunu) fark edecektir. Bu durum öğrencinin kare

kavramına dair şemasını geliştirecek ve ‘karenin tüm kenarları ve tüm açıları birbirine eşittir’ eylemdeki teoremini benimsemesini sağlayacaktır. Bu ise öğrencinin kare tanımı yaparken gerek şartın yanı sıra yeter şartı da düşünmeye başladığını göstermektedir-ki bu durum öğrencinin kare üreticinin ürettiği şekillerin ortak özelliğini dikkate alarak bu şekil sınıfı ile üreticiyi bağdaştırabilmesinin bir sonucudur.

Bu etkinlikte öğrencilerin dayandığı *işlevsel sabitlerin* her bir üreticinin daha önce fark etmemiş olabilecekleri imkan ve kısıtlarının olduğunu ve bu durumların üreticiye adını veren geometrik kavramların (şekil sınıflarının) olmazsa olmaz bir özelliği olduğunu belirten eylemdeki teoremler olabileceği düşünülmüştür.

Örneğin, daha önceki etkinliklerde dikdörtgen üreticinin kenarlarının kısıtlanabildiğini gören bir öğrenci ‘dikdörtgen üreticinin ürettiği şekillerin bir uzun bir kısa kenarı vardır ancak bazen hepsi eşit yapılabilir’ fikrini benimsemiş olabilir. Bu sebeple tahmin & kontrol- dikdörtgen & eşkenar dörtgen etkinliğine gelince dikdörtgen üreticinin verilen tüm şekilleri (dikdörtgenler ve eşkenar dörtgenler) üretebileceği tahmininde bulunması muhtemeldir. Ancak kontrol aşamasına geçince dikdörtgen üreticinin eşit kenarlı şekiller üretebildiğini düşünmesine rağmen eşkenar dörtgen üretememesi durumu karşısında şaşırarak ve bunun sebebi üzerine düşünmeye başlayacaktır.

Bu aşamada dikdörtgen üreticiyi tekrar tekrar incelemek, kenarlarındaki imkanları göz önünde bulundurmanın yanı sıra açılarındaki kısıtlılığı da fark etmesini sağlayacaktır. Verilen şekillerin (eşkenar dörtgen) açılarındaki farklılık ve dikdörtgen üreticinin açılarındaki görsel diklik öğrencinin şemalarını geliştirerek dikdörtgenin kenar özelliklerinin yanı sıra olmazsa olmaz bir de açı özelliğinin bulunduğunu anlamasını sağlayacaktır. Bu bağlamda öğrenci ‘dikdörtgen üreticinin ürettiği şekillerin açıları dik (görsel olarak) olmak zorundadır’ fikrine dayanarak ‘dikdörtgen karşılıklı iki uzun iki kısa kenarı olan ve tüm açıları dik olan bir dörtgendir’ işlevsel sabitini geliştirecek ve dikdörtgen üreticiyi dikdörtgen kavramı ile

ilişkilendirebilecektir.

Tahmin & Kontrol etkinlikleri ilgili üçgen/dörtgen türlerine yönelik üreticilerin sırasıyla verilen şekillerden hangilerini çizebileceği yönünde tahmin yürütüp ardından kontrol etmeyi sağlayan bir yapıda tasarlanmıştır. Yapılan tahminlerin verilen üreticiler aracılığıyla kontrolünün sağlanması diğer bir deyişle kontrolün öğretmen tarafından değil bilgisayar tarafından sağlanıyor oluşu bu etkinliğin yapısının “tahmin etme ve test etme” orkestrasyonuna uygun olduğunu düşündürdüğünden bu orkestrasyon türünün kullanılması planlanmıştır. Ayrıca alan yazında yer alan “teknik destek”, “teknik gösterim”, “ekranı açıklama”, “yürüyerek çalışma” ve “işbirlikli problem çözme” *orkestrasyon türlerinin* de bu etkinlik için uygun olduğu düşünülmüştür.

Bu etkinliğin uygulanmasında öğrencilerin etkinlik penceresinde yer alan ikincil pencereleri açma konusunda ya da bilgisayarı kullanma konusunda bazı teknik sorunlar ile karşılaşabileceği ve birebir desteğe ihtiyaç duyabilecekleri öngörüldüğünden “teknik destek”, öğretim verilen üreticilerin nasıl hareket ettirileceğine ilişkin tekniklerin akıllı tahta aracılığıyla gösterimini içereceğinden “teknik gösterim”, öğrencilerin araçları hareket ettirerek ekranda gözlemlendiği durumlar ile geometrik şekiller arasındaki ilişkiye dair açıklamaların yapılması gerektiğinden “ekranı açıklama”, öğretmen sıralar arasında dolaşarak öğrencilerden gelen soruları bazen birebir bazen de tahtada cevaplayarak öğretimi ilerletmeyi düşündüğünden “yürüyerek çalışma” ve etkinlik süresince iki kişilik grup biçiminde çalışan öğrencilerin, kendi aralarında fikir alışverişi yapmaları gerektiğinden “işbirlikli problem çözme” orkestrasyonunun kullanılması planlanmıştır.

4.4. Şekillerin Özellikleri Etkinliği

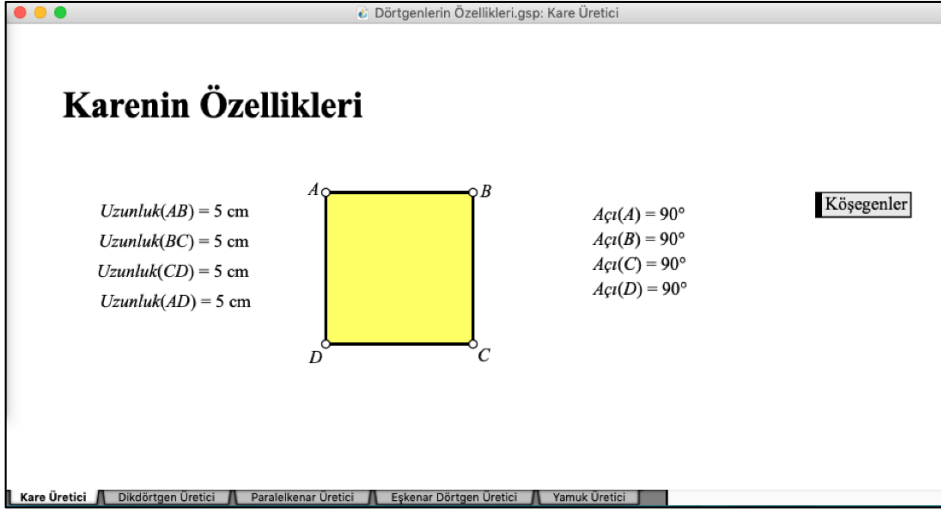
“Şekillerin özellikleri” türündeki etkinlikler şekillere ait özelliklerin ele alınmasını ve bu sayede şekiller arasındaki ilişkilerin incelenmesini içermektedir. Etkinliğin amacı, her bir üçgen ve dörtgen türünün temel özelliklerinin incelenmesi ve bu özellikler arasındaki

ilişkilerin irdelenerek öğrencilerin hiyerarşik sınıflandırmaya uygun şemalar oluşturulabilmesidir. Bu etkinliklerde öğrencilere hiyerarşik sınıflandırmaya uygun şemalar geliştirmelerinde önemli rol oynayacağı düşünülen birtakım sorular sorulması gerekmektedir. Örneğin (kare ile dikdörtgen arasındaki ilişki incelenirken) “kare üreticinin ürettiği dörtgenler ile dikdörtgen üreticinin ürettiği dörtgenler arasında ne fark vardır?, karenin tüm kenarlarının eşit olması aynı zamanda karşılıklı kenarlarının eşitliğini garantiler mi?, karenin her zaman karşılıklı kenarları eşit ve tüm açıları dik olmak zorundaysa kare için dikdörtgen ailesinin/sınıfının bir üyesi diyebilir miyim?” sorularının öğrencilerin şekil üreticileri ile bunlara karşılık gelen geometrik kavramlar üzerinde düşünmelerini sağlayacağı ve bu üreticileri enstrümana dönüştürme süreçlerine katkıda bulunacağı düşünülmektedir.

Bu etkinlik türü beş üçgen ve beş dörtgen için ayrı ayrı hazırlanan bir etkinliktir. Üçgenler kısmında öğrencilerin üçgen üreticiler aracılığıyla eşkenar üçgen, ikizkenar üçgen, dik açılı üçgen, geniş açılı üçgen ve üçgenin açı ve kenar özelliklerini incelemesi gerekmektedir. Çeşitkenar üçgen ve dar açılı üçgenin özelliklerinin ise yeni bir üçgen türü etkinliği kapsamında araştırılması planlanmıştır. Dörtgen derslerinde ise kare, dikdörtgen, eşkenar dörtgen, paralelkenar ve yamuk için hazırlanan bu etkinlik türünde öğrencilerin bu dörtgenlerin kenar, açı, paralellik ve köşegen özelliklerini yine bu dörtgen türüne ait üretici aracılığıyla incelemeleri gerekmektedir. Öğrenciler hangi üçgen/dörtgeni inceleyecekse ilgili pencerenin alt kısmından bu üçgenin/dörtgenin üreticisini seçerek etkinliğe başlamalıdır (Şekil 20). Dörtgenler konusunda öğrencilerin açı ve kenar özelliklerini incelendikten sonra köşegenler butonuna tıklayarak köşegen uzunlukları ve köşegenler arasındaki açıyı da incelemeleri gerekmektedir.

Şekil 20

Dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim-kare etkinliği ekran görüntüsü



Bu etkinlikte öğrencilerin kullanabileceği *enstrümanlı tekniklerin*; ekranın alt kısmındaki pencerelerden ilgili pencereyi seçme, seçilen üreticiyi köşe noktalarından büyütme/küçültme, seçilen üreticiyi köşe noktalarından birini tutarak döndürme, seçilen üreticiyi tümüyle taşıma ve köşegenler butonuna tıklama (dörtgenler için) olabileceği düşünülmektedir.

Bu etkinlik kapsamında *öğrenilecek bilgi*; her bir geometrik şeklin birtakım özellikleri olduğu, bu özellikler arasında hiyerarşik bir ilişki olduğu ve dolayısıyla bir şekil sınıfının diğerini kapsayabileceğidir.

Bu etkinlikte öğrencilerin dayandığı *işlevsel sabitlerin* geometrik kavramların (üçgen ve dörtgen kavramlarının) gerek ve yeter koşulları içeren, kapsayan ve ekonomik tanımları şeklindeki eylemdeki teoremler olabileceği düşünülmüştür. Örneğin, ‘karşılıklı kenarları eşit ve tüm açıları 90 derece olan (dik açılı) dörtgenler dikdörtgendir’, ‘bir çift karşılıklı kenarı paralel olan dörtgenler yamuk olarak adlandırılabilir’, ‘iki çift karşılıklı kenarı paralel olan dörtgenler paralelkenar ailesinin üyesidir’ gibi.

Bu etkinliğin uygulanmasında, öğretim, verilen üreticilerin nasıl hareket ettirileceğine ilişkin tekniklerin akıllı tahta aracılığıyla gösterimini içereceğinden “teknik gösterim”,

öğrencilerin üreticileri hareket ettirerek ekranda gözlemlediği durumlar ile geometrik şekiller arasındaki ilişkiye dair açıklamaların yapılması gerektiğinden “ekranı açıklama”, akıllı tahta kullanılarak bilgisayar ekranında ne olduğu hakkında tüm sınıfın dahil olduğu bir tartışma ortamı oluşturularak ortak enstrümantal oluşumu geliştirmek amaçlandığından “ekranı tartışma”, öğretmen sıralar arasında dolaşarak öğrencilerden gelen soruları bazen birebir bazen de tahtada cevaplayarak öğretimi ilerletmeyi düşündüğünden “yürüyerek çalışma” ve etkinlik süresince iki kişilik grup biçiminde çalışan öğrencilerin, kendi aralarında fikir alışverişi yapmaları gerektiğinden “işbirlikli problem çözme” *orkestrasyonlarının* kullanılması planlanmıştır. Ayrıca uygulama esnasında özelliklerin araştırılmasının ardından şekiller arası ilişkilerin kurulmasına önderlik edeceği düşüncesiyle belirli bir soru-cevap süreci de yürütüleceğinden “bağlantı-ekran-tahta”, “teknoloji kullanılmayan açıklama”, “teknoloji kullanmadan teknolojiyi tartışma”, “rehberlik etme ve açıklama” ve “aracı kullanarak tartışma” *orkestrasyonlarının* da kullanılabileceği öngörülmüştür.

4.5. Yeni Bir Üçgen Türü Etkinliği

“Yeni bir üçgen türü” etkinliği sadece üçgen derslerinde kullanılmak üzere hazırlanan bir etkinliktir. Bu etkinliğin amacı, öğrencilerin daha önceki etkinliklerde karşılaşmadıkları yeni üçgen türlerini (çeşitkenar üçgen ve dar açılı üçgen) keşfetmelerini sağlamaktır. Ayrıca etkinlik kapsamında öğrencilerin yeni üçgen türlerini özelliklerine göre tanımlayabilmesi ve diğer üçgenlerle ilişkilerini analiz ederek üçgenleri kenarlarına ve açılarına göre sınıflandırabilmesi beklenmektedir.

Bu etkinlik hem kenarlarına hem de açılarına göre üçgenler için hazırlanmıştır. Örneğin kenarlarına göre üçgenler sınıflandırması için hazırlanan kısmında, öğrencilerin ikizkenar üçgen üretici ve eşkenar üçgen üretici ile üretemeyecekleri ancak üçgen üretici ile üretebilecekleri yeni bir üçgen türü bulmaları gerekmektedir (Şekil 21). Öğrenciler bilgisayar ekranında istenilen özellikte üçgenleri bulmaya çalışırken ekranda verilen kenar ve açı

ölçümlerini de (açılar butonuna tıklayarak) gözlemleyebilirler.

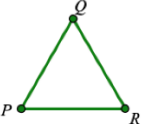
Şekil 21

Yeni bir üçgen türü-kenarlarına göre üçgenler

Yeni Bir Üçgen Türü-Kenarlarına göre üçgenler

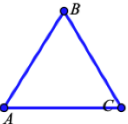
Eşkenar Üçgen Üretici

Uzunluk (PQ) = 4 cm
Uzunluk (QR) = 4 cm
Uzunluk (PR) = 4 cm



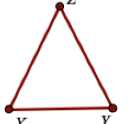
Üçgen Üretici

Uzunluk (AB) = 4 cm
Uzunluk (BC) = 4 cm
Uzunluk (AC) = 4 cm



İkizkenar Üçgen Üretici

Uzunluk (XZ) = 4 cm
Uzunluk (ZY) = 4 cm
Uzunluk (XY) = 4 cm



[Açılar]

Öğrencilerin ekranda yaptıkları incelemenin ardından çalışma yapraklarını doldurmaları gerekmektedir. Etkinliğin çalışma yaprağında, öğrencilerin verilen iki üretici ile üretilmeyen ancak üçgen üretici ile üretilen üçgenlerden üçünün kenar ve açı ölçümlerini not alabilecekleri bir tablo ve bu yeni tür üçgenin adının ve temel özelliklerinin yazılması gereken ayrı bir tablo yer almaktadır. Şekil 22’de etkinliğe ait çalışma yaprağı verilmiştir.

Şekil 22

Yeni bir üçgen türü-kenarlarına göre üçgenler etkinliği çalışma yaprağı

YENİ BİR ÜÇGEN TÜRÜ-K Ad-Soyad/Grup No:

Yeni bir Üçgen Türü-K.gsp

Verilen üreticileri inceleyerek eşkenar üçgen üretici ve ikizkenar üçgen üreticinin **üretemediği** ancak **üçgen üreticinin üretebildiği** üçgenlerin kenar ve açı ölçümlerini aşağıdaki tabloya not alınız.

	Uzunluk (AB)	Uzunluk (BC)	Uzunluk (AC)	Açı (A)	Açı (B)	Açı (C)
1. Üçgen						
2. Üçgen						
3. Üçgen						

Yeni üçgen türünün adı	Kenar özellikleri	Açı özellikleri

Not: Sizden istenilen yapıları çizmek için bu sayfanın arkasını kullanabilirsiniz.

Etkinlik dahilinde öğrencilerin kullanabileceği *enstrümanlı tekniklerin*, verilen iki üreticiyi hareket ettirmeden üçgen üretici ile ekrandaki ölçümlerin dışında olan ve bu iki

üreticinin çizemeyeceği bir üçgen çizmek, verilen iki üreticiyi yeni ölçümler elde etmek için sürükleyerek üçgen üretici ile bu ölçümlerin dışında olan ve bu iki üreticinin çizemeyeceği bir üçgen çizmek, verilen üreticileri köşe noktalarından büyütme/küçültme, üçgen üretici ile istenilen üçgeni elde ettikten sonra açılar butonuna tıklamak, üçgen üretici ile istenilen üçgeni oluşturmadan önce açılar butonuna tıklamak olabileceği düşünülmektedir.

Bu etkinlik kapsamında *öğrenilecek bilgi*, üçgenleri kenar ve açılarına göre sınıflandırırken her bir sınıflamanın altında üç tür üçgen olduğu, açıları ve kenarları birbirinden farklı olan üçgene çeşitkenar üçgen denildiği ve tüm açıları dar açı olan üçgenin dar açılı üçgen olarak isimlendirildiğidir.

Etkinlikte süresince öğrencilerin geliştirebilecekleri *işlevsel sabitlerin*, yeni üçgen türlerinin özelliklerini içeren ve/veya her bir üçgen sınıflamasında yeni üçgen türünün yerini belirten tanımlamalar olması beklenmektedir. Örneğin, ‘çeşitkenar üçgenin tüm kenarları birbirinden farklıdır’, ‘tüm kenarları farklı olan üçgenin (kenarlarına göre üçgenler sınıflandırmasında) ikizkenar üçgenden farklı bir yerde olması gerekir’, ‘bir üçgenin geniş ve dik açısı yoksa tüm açıları dar açıdır’ gibi.

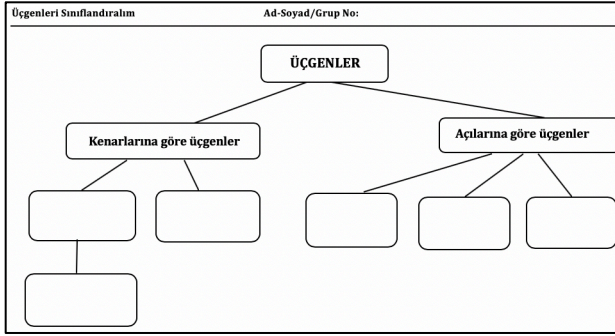
Bu etkinlikte, etkinliğin yapısı itibariyle-iki öğrenciden oluşan grubun ekranda meydana gelenler üzerine fikir alışverişinde bulunması mümkün olduğundan- “işbirlikli problem çözme” *orquestrasyonunun* kullanılabilmesi düşünülmüştür. Ayrıca öğretim, üreticilerin nasıl hareket ettirileceğine ve ekrandaki butonun nasıl çalıştığına ilişkin tekniklerin akıllı tahta aracılığıyla gösterimini içereceğinden “teknik gösterim”, öğrencilerin üreticileri hareket ettirerek ekranda gözlemlediği durumlar ile geometrik şekiller arasındaki ilişkiye dair açıklamaların yapılması gerektiğinden “ekranı açıklama”, öğretmen sıralar arasında dolaşarak öğrencilerden gelen soruları bazen birebir bazen de tahtada cevaplayarak öğretimi ilerletmeyi düşündüğünden “yürüyerek çalışma” ve öğrencilerin üçgen üreticiyle ürettikleri üçgenin diğer üreticilerle çizilip çizilemeyeceğini tahmin edip kontrolünü

sağlamaları mümkün olduğundan “tahmin etme ve test etme” *orkestrasyonlarının* da kullanılması planlanmıştır.

Üçgenleri sınıflandırılım. Öğrenciler üçgen türlerini inceledikten sonra, sınıfa üçgenlerin kenarlarına ve açılarına göre sınıflandırmasını içeren bir çalışma yaprağı dağıtılması planlanmıştır (Şekil 23). Öğrencilerin bu çalışma yaprağında boş bırakılan kutuların içine, sınıflandırma türünü ve özellikleri dikkate alarak, üçgenleri yerleştirmeleri gerekmektedir.

Şekil 23

Üçgenleri sınıflandırılım çalışma yaprağı



Üçgenleri tabloda gösterelim. Bu etkinlik, her ne kadar yeni bir üçgen türü etkinliği dışında yer alsada sadece üçgenler için hazırlanan bir etkinlik olduğu ve farklı bir etkinlik türü olarak ele alınmasına gerek görülmediği için bu kısımda tanıtılmıştır.

Üçgen derslerinin ardından uygulanması planlanan bu etkinliğin amacı, öğrencilerin bazı üçgenlerin hem kenarlarına hem de açılarına göre üçgen sınıflandırmasına dahil olabileceğini, bazılarının ise tek bir sınıflama altında kalması gerektiğini fark etmesini sağlamaktır. Bu etkinlik çerçevesinde öğrencilerin bilgisayar ortamında üçgenlerin özelliklerini inceledikleri etkinliğe (bakınız, Şekil 20, s. 89) ait pencerelerde çalışmalarını gerekmektedir. Öğrencilerin bu pencerelerde yer alan üreticilerin her biri ile o üreticinin ismi haricinde bir isimle adlandırılabilir türde bir üçgen çizmeleri gerekmektedir. Örneğin ikizkenar üçgen üretici ile dik üçgen çizilip çizilmediğini kontrol etmek gibi. Ardından

öğrencilerin bilgisayar ekranında bulmuş oldukları bu üçgenleri çalışma yaprağındaki tabloya uygun bir şekilde yerleştirmeleri gerekmektedir. Şekil 24’te etkinliğe ait çalışma yaprağı verilmiştir.

Şekil 24

Üçgenleri tabloda gösterelim çalışma yaprağı

Üçgenleri Tabloda Gösterelim		Ad-Soyad/Grup No:	
Üçgenlerin özelliklerini inceleyelim.gsp dosyasını açarak aşağıdaki tabloyu doldurunuz. Örneğin bir üçgen hem eşkenar üçgen hem de dar açılı üçgen olma özelliğini sağlıyorsa bu üçgeni tabloya çiziniz.			
	Eşkenar Üçgen	İkizkenar Üçgen	Çeşitkenar Üçgen
Dar Açılı Üçgen			
Dik Açılı Üçgen			
Geniş Açılı Üçgen			

Etkinlik dahilinde öğrencilerin kullanabileceği *enstrümanlı tekniklerin*, verilen üreticileri köşe noktalarından büyütme/küçültme, pencereler arası geçiş yapmak için ekranın sol altında bulunan kısma tıklamak, üreticileri incelerken tümüyle taşımak ve üreticileri bir köşe noktasından tutarak döndürmek olabileceği düşünülmektedir.

Bu etkinlik kapsamında *öğrenilecek bilgi*, bazı üçgen türlerinin özellikleri sebebiyle her iki sınıflamaya da dahil olabileceği, bazılarının ise yine özellikleri sebebiyle sadece bir sınıflama altında bulunmak zorunda olduğudur.

Etkinlikte süresince öğrencilerin geliştirebilecekleri *işlevsel sabitlerin*, bazı üçgen sınıflarının ortak elemanları olabileceğini ya da bazılarının hiçbir ortak elemana sahip olamayacağını belirten eylemdeki teoremler olabileceği düşünülmüştür. Ayrıca bu işlevsel sabitlerin ilgili üçgen türünün özelliklerini içermesi beklenmektedir. Örneğin, ‘eşkenar üçgenin tüm açıları dar açı olduğu için bu üçgen dar açılı üçgen olarak da adlandırılabilir’, ‘geniş açılı bir üçgen eşkenar üçgen olamaz çünkü bir açısı geniş olmak zorundadır’, gibi.

Hem bilgisayar hem de kağıt-kalem ortamında yapılması planlanan bu etkinliğin uygulanmasında, öğrencilerin üreticileri hareket ettirerek ekranda gözlemlediği durumlar ile geometrik şekiller arasındaki ilişkiye dair açıklamaların yapılması gerektiğinden “ekranı açıklama”, akıllı tahta kullanılarak bilgisayar ekranında ne olduğu hakkında tüm sınıfın dahil olduğu bir tartışma ortamı oluşturularak ortak enstrümantal oluşumu geliştirmek amaçlandığından “ekranı tartışma”, öğretmen sıralar arasında dolaşarak öğrencilerden gelen soruları bazen birebir bazen de tahtada cevaplayarak öğretimi ilerletmeyi düşündüğünden “yürüyerek çalışma” ve öğrencilerin etkinlik süresince hangi üreticiyi seçecekleri konusunda serbest karar verme yetkileri bulunduğundan “öğrenci seçimi teknoloji” ve etkinlik süresince iki kişilik grup biçiminde çalışan öğrencilerin, kendi aralarında fikir alışverişi yapmaları gerektiğinden “işbirlikli problem çözme” orkestrasyonlarının kullanılması planlanmıştır.

4.6. Bilmeceler Etkinliği

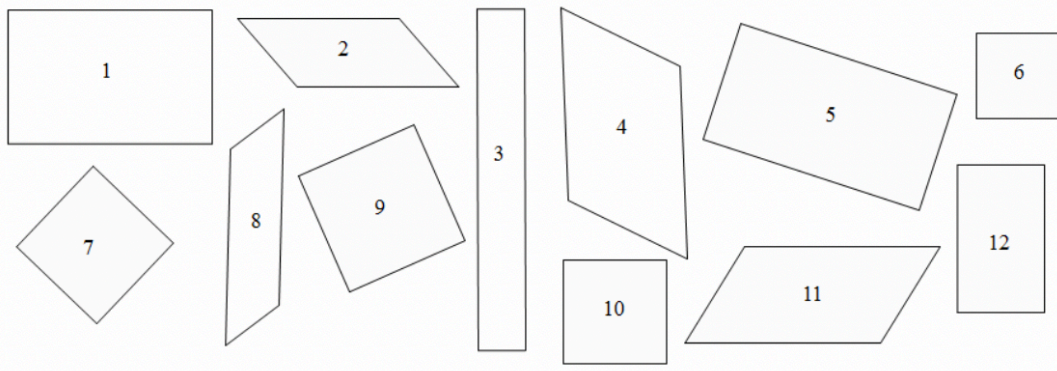
“Bilmeceler” türündeki etkinlikler sadece dörtgen konusunun öğretiminde kullanılmak üzere hazırlanan ve sadece kağıt-kalem ortamında çalışmayı gerektirecek bir yapıdadır. Etkinliğin kağıt-kalem ortamına uygun planlanmasının sebebi öğrencinin o ana kadar bilgisayar ortamında yaptıklarını sorgulamasını sağlayarak, üreticiyi nasıl enstrümana dönüştürdüğüne dair ipuçları yakalamaktır. Ayrıca teknolojinin kullanılmadığı bu etkinlik türünde her bir öğrencinin bireysel olarak çalışması gerekmektedir.

Etkinliğin amacı, öğrencilerin enstrümanlı eylem şemalarının oluşup oluşmadığı ya da oluştuysa sabit kalıp kalmadığını gözlemleyebilmektir. Bu etkinlik türünün kare-dikdörtgen-paralelkenar, kare-eşkenar dörtgen-paralelkenar, kare-dikdörtgen/eşkenar dörtgen-paralelkenar-yamuk yapıları oluşturulduktan sonra olmak üzere üç kez uygulanması planlanmıştır. Her bir yapı için bir defa olmak üzere toplamda üç kez uygulanan bilmeceler etkinliğinin ilk ikisinde bu yapılardaki dörtgenlere yönelik bilmeceler ve bilmecenin cevabına göre seçilmesi gereken şekiller bulunmaktadır. Şekil 25’te bu etkinlik türü için hazırlanan

çalışma yapraklarından bir kesit sunulmuştur.

Şekil 25

Bilmeceler etkinliği çalışma yaprağından bir kesit (dikdörtgen bilmecesi)

<p>Karşılıklı kenarlarım eşit ama esnek olduğum için köşelerimden hareket ettirildiğimde tüm kenarlarım da eş yapılabilir. Köşegenlerim eşit ancak köşegenlerim arasındaki açı değişkendir. Köşelerimi nasıl esnetirsen esnet köşelerdeki açılarım hep 90'ar derece kalır.</p> <p>Bu özelliklerim aşağıdaki şekillerden hangilerinin çizimine imkan verir? Tüm ihtimalleri düşünmeyi unutma!!!</p>	
	

Son bilmeceler etkinliğinde ise beşli bir yapı söz konusu olduğundan beş farklı bilmece hazırlanmıştır. Bu etkinlikte bilmeceler yamuktan kareye doğru gidilen bir sırayla verilmiştir. Buradaki amaç öğrencinin yamuk ile paralelkenar arasındaki ilişkiyi kurduktan sonra paralelkenarın kapsadığı dörtgenlerin yamuk tarafından da kapsandığını, yani diğer dörtgenlerin (dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve kare) yamuk olma koşulunu sağladıklarını anlayabilmesidir. Bu son etkinlikte bilmecelerin altında dörtgenler verilmemiştir. Öğrencilerin bilmeceyi cevapladıktan sonra hangi tür dörtgenlerin bu bilmecedeki sınıfa dahil olacağını yazmaları gerekmektedir. Şekil 26'da örnek çalışma yaprağından bir kesit sunulmuştur.

Şekil 26

Bilmeceler etkinliği çalışma yaprağı (yamuk ve paralelkenar)

BİLMECELERDEKİ ŞEKİLLERİ BULALIM (Kare-DD-ED-PK-Yamuk)	Ad-Soyad/Grup No:
Verilen bilmecelerdeki özellikleri düşünerek bu bilmecelerde sorulan dörtgen/dörtgenlerin neler olabileceğini bulunuz.	
Beni istediğin kadar büyüt veya küçült bir çift karşılıklı kenarlarım hep birbirine paraleldir. Bu özelliklerim hangi şekil/şekillerin çizimine imkan verir? Tüm ihtimalleri düşünmeyi unutma!!!	
Karşılıklı kenarlarım eştir ve bu durum tüm kenarlarım eş olacak şekilde kısıtlanabilir. Karşılıklı açıları eş ama esnek olduğum için köşelerimden hareket ettirdiğimde tüm açıları da eş yapılabilir. Köşegenlerim arasındaki açı değişkendir ancak 90 derece olacak şekilde kısıtlanabilir. Bu özelliklerim hangi şekil/şekillerin çizimine imkan verir? Tüm ihtimalleri düşünmeyi unutma!!!	

Bu etkinlikte öğrencilerin bilmecelerde verilen özellikler üzerine düşünerek şekil sınıflarının kapsayan yapısının o sınıfa ait tüm özellikler için geçerli olduğunu anlaması beklenmektedir. Öğrencilerin verilen özellikleri dikkate alarak bilmecede sorulan üreticiyi tahmin etmesi ardından eğer şekiller verilmiş ise bilmecedeki şekil sınıfına dahil olanları ya da bilmecedeki özelliklerin hepsini karşılayanları seçmeleri, şekiller verilmemiş ise bilmecenin cevabı olduğunu düşündükleri dörtgen sınıfına dahil olan diğer dörtgenlerin isimlerini yazmaları gerekmektedir.

Etkinlik dahilinde *öğrenilecek bilgi*, dörtgenlerin kapsayan yapısının o dörtgen sınıflarına ait tüm özellikler için geçerli olduğu, dörtgen sınıfları arasında geçişkenlik olduğu ve dörtgen sınıflarının özellikleri arasında asimetrik bir ilişkiyi bulunabileceğidir.

Bu etkinlikte öğrencilerin oluşturması muhtemel *işlevsel sabitler* dörtgen sınıflarının kapsayan, geçişken ya da asimetrik bir ilişki içerisinde olduğunu belirten ifadelerdir. Örneğin, ‘kare, paralelkenar ailesinin ve paralelkenar da yamuk ailesinin bir üyesi ise o zaman kare, yamuk ailesinin bir üyesidir’, ‘kare, tüm kenarları eşit iken karşılıklı kenarları zaten eşit olacağından dikdörtgen ailesinin bir üyesidir’, ‘dikdörtgenin karşılıklı kenarları eşittir ancak

her zaman tüm kenarları eşit değildir bu sebeple kare ailesinin üyesi değildir' gibi.

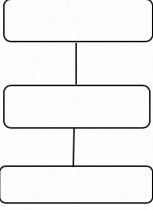
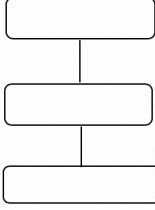
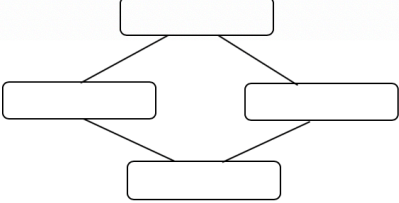
Bu etkinlik türünün uygulanmasında teknolojik altyapıya sahip bir sınıf ortamında teknolojiden yararlanmadan, verilen bilmecelere ve nasıl çözüleceklerine dair açıklamaların yapılması söz konusu olacağından “teknoloji kullanılmayan açıklama” *orkestrasyonunun* kullanılması planlanmıştır.

Yapıları birleştirilim. Bu etkinlik, her ne kadar bilmeceler etkinliği dışında yer alsada sadece dörtgenler için hazırlanan bir etkinlik olduğu ve farklı bir etkinlik türü olarak ele alınmasına gerek görülmediği için bu kısımda tanıtılmıştır.

Yapıları birleştirilim etkinliği sadece kağıt-kalem ortamı için hazırlanmış bir çalışma yaprağı formatındadır. Bu çalışma yaprağında daha önceki derslerde oluşturulmuş olacağı düşünülen hiyerarşik iki yapı ve bunların birleşimi ile ortaya çıkması beklenen bir diğer hiyerarşik yapı boş olarak verilmiştir (Şekil 27). Öğrencilerin daha önceki etkinliklerde edindikleri bilgileri kullanarak bu yapıları doldurması gerekmektedir. Bu çalışma yaprağının tahmin & kontrol-paralelkenar & yamuk etkinliği öncesinde kullanılması planlanmıştır.

Şekil 27

Yapıları birleştirilim çalışma yaprağı

YAPILARI BİRLEŞTİRELİM		Ad-Soyad/Grup No:
		
<p>Yukarıda daha önceki derslerde dörtgenleri yerleştirdiğiniz kutular verilmiştir. Öncelikle bu kutulara uygun dörtgenleri yerleştiriniz. Bu kutuları içine yazdığımız dörtgenlerin özelliklerini düşünerek birleştirmek isterseniz paralelkenar, eşkenar dörtgen, kare ve dikdörtgen şekillerini aşağıdaki kutulara nasıl yerleştiririniz.</p>		
		

Bu çalışma yaprağının eklenmesinin amacı, öğrencilerin daha önceki etkinliklerde ayrı ayrı oluşturdukları iki yapıyı (kare-dikdörtgen-paralelkenar ve kare-eşkenar dörtgen-paralelkenar) özellikleri dikkate alarak birleştirebilmelerini sağlamaktır.

Bu çalışma yaprağının kullanılması esnasında teknolojik altyapıya sahip bir sınıf ortamında teknolojiden yararlanmadan, verilen yapılara ve nasıl doldurulacaklarına yönelik açıklamaların yapılması söz konusu olacağından “teknoloji kullanılmayan açıklama” *orkestrasyonunun* kullanılması planlanmıştır.

5. Bölüm

Bulgular ve Yorumlar

Bu bölümde öncelikle çalışmaya katılan toplam on altı öğrencinin etkinlikler süresince, üçgen ve dörtgen üreticilerine yönelik ortaya koyduğu enstrümanlı teknikler, etkinlik bazında değerlendirilerek sunulmuştur.

Ardından her bir öğrenci grubunun bu üreticilere yönelik enstrümantal oluşum sürecine detaylı olarak yer verilmiştir. Bu süreçler aktarılırken, gerekli görülen yerlerde enstrümantal oluşumun bileşenlerine (enstrümantasyon-enstrümantalizasyon) yer verilmiş ve öğrencilerin enstrümanlı eylem şemalarının oluşumundaki yapı taşları (işlevsel sabitler) belirlenmeye çalışılmıştır. Enstrümantal oluşum başlıkları altında sürekli olarak değişmekte ve geliştirmekte olan enstrümanlı eylem şemalarının son haline ise ilgili grubun enstrümanlı eylem şeması başlığı altında yer verilmiştir.

Bulgularda yer alan enstrümantal oluşum süreçleri ve enstrümanlı eylem şemaları başlıkları altında, gruba yönelik veriler sunulmuş olup, farklılaşan kısımlar öğrenci bazında belirtilmiştir. Ayrıca ayrı bir başlık altında belirlenen şemaların bir sentezi sunulmuştur. Son olarak öğretim sürecinde kullanılan enstrümantal orkestrasyonlara yönelik bulgulara yer verilmiştir. Enstrümantal orkestrasyonlara yönelik bulgular etkinlik türleri temelinde sunulmuş olup, son kısımda bu orkestrasyonlar ile enstrümanlı eylem şemaları arasındaki ilişki yorumlanarak ayrı bir başlık altında aktarılmıştır.

5.1. Öğrencilerin Şekil Üreticileri ile Kullandıkları Enstrümanlı Teknikler

Bu başlık altında araştırmaya katılan toplam on altı öğrencinin şekil üreticilerine (üçgen ve dörtgen üreticileri) yönelik enstrümanlı teknikleri etkinlik bazında sunulmuştur. Enstrümanlı tekniklerin etkinlikler temelinde sunulmasının sebebi, öğrencilerin bu etkinliklerde benzer teknikler kullanmış olmasıdır.

5.1.1. Öğrencilerin üçgen üreticileri ile kullandıkları enstrümanlı teknikler.

Üçgen üreticileri tanıyalım etkinliği sadece bilgisayar ortamında yapılan ve beş farklı üçgen üreticinin (eşkenar üçgen üretici, ikizkenar üçgen üretici, dik açılı üçgen üretici, geniş açılı üçgen üretici ve üçgen üretici) serbest olarak incelenmesini içeren bir etkinliktir. Bu etkinlikte öğrenciler verilen üreticileri köşe noktalarından hareket ettirerek, üreticilere neler olduğunu gözlemlemiştir. Bu bağlamda öğrencilerin her bir üreticiye yönelik birtakım teknikler kullandığı gözlenmiştir. Öğrenciler bu etkinlikte, verilen üreticileri tanımaya çalışırken çoğunlukla benzer enstrümanlı teknikleri kullanmayı tercih etmişlerdir. Bunlar;

- Her bir köşe noktasını tutup verilen üreticiyi büyütme,
- Her bir köşe noktasını tutup verilen üreticiyi küçültme,
- Her bir köşe noktasını tutup verilen üreticiyi büyütüp küçültme,
- Her bir köşe noktasını tutup verilen üreticiyi o köşe etrafında döndürme,
- Üreticiyi tümüyle tutup taşıma,
- İki farklı üreticiyi üst üste getirerek köşe noktalarını birleştirmeye çalışmadır.

Bunu yapabilir misin? (üçgenler) etkinliği bilgisayar ekranında yer alan ve üçgenlerden oluşan bir resmin, üçgen üreticilerin hepsinin kullanılarak çizilmesini içermektedir. Bu etkinlik yapılırken kullanılan bir üreticinin tekrar kullanılmaması ve resmin tamamlanması için bütün üreticilerin kullanılarak dışarıda üretici bırakılmaması önemlidir. Öğrencilerin bu aşamada kullandıkları enstrümanlı teknikler şunlardır:

- Üreticiyi, ekranın boş bir yerinde, verilen şeklin boyutlarına göre ayarlayarak sonrasında resmin üzerine taşıma,
- Üreticinin bir köşesini verilen şeklin köşesi ile birleştirip, sonrasında diğer köşeleri sırasıyla resmin köşelerine taşıma,
- Üreticiyi önce tümüyle verilen şeklin üzerine taşıyıp, sonrasında köşelerinden hareket ettirerek resmi çizmeye çalışma,

- Üreticiyi resme uyarlama esnasında köşelerinden döndürme,
- Üreticiyi resme uyarlama esnasında köşelerinden büyütüp küçültme.

Tahmin & kontrol-eşkenar üçgen & ikizkenar üçgen etkinliğinde öğrenciler eşkenar üçgen ve ikizkenar üçgen üretici ile çalışmışlardır. Bu etkinlikte öğrenciler, verilen altı farklı üçgen şeklinden (eşkenar ve ikizkenar üçgenler) hangilerinin sırasıyla bu iki üretici ile üretilbileceğini tahmin etmişler, sonrasında da tahminlerini kontrol etmişlerdir. Öğrencilerin bu aşamada kullandıkları enstrümanlı teknikler bir önceki etkinlikle benzerdir.

Üçgenlerin özelliklerini inceleyelim etkinliğinde eşkenar üçgen üretici, ikizkenar üçgen üretici, dik açılı üçgen üretici, geniş açılı üçgen üretici ve üçgen üreticinin her biri ayrı bir pencerede verilmiştir. Her bir üreticinin kendi penceresine, bu üreticinin kenar uzunluğu ve açı ölçümlerinin gözlemlenebilmesi için bilgiler eklenmiştir. Öğrenciler sırasıyla bu üreticileri hareket ettirerek her bir üreticiye ait kenar ve açı ölçümlerini gözlemlemiştir.

Öğrencilerin bu aşamada kullandıkları enstrümanlı teknikler şunlardır:

- Ekranın alt kısmından ilgili pencereyi seçme,
- Seçilen üreticiyi hareket ettirmek için taşıma,
- Seçilen üreticiyi köşe noktasından büyütme,
- Seçilen üreticiyi köşe noktasından küçültme,
- Seçilen üreticiyi köşe noktasından büyütüp küçültme,
- Seçilen üreticiyi köşe noktasından döndürerek oryantasyonunu değiştirme.

Öğrenciler üçgen dersleri süresince toplamda iki kez uygulanan bu etkinlik türünde her seferinde benzer enstrümanlı teknikleri kullanmışlardır.

Yeni bir üçgen türü etkinliği öğrencilerin çeşitkenar üçgeni ve dar açılı üçgeni keşfederek öğrenmeleri amacıyla hazırlanmıştır. Bu etkinlikte öğrenciler verilen iki üretici ile üretilmeyen ancak üçgen üretici ile üretilen üçgenleri bulmaya çalışmış ardından buldukları üçgenlerden üç tanesinin ölçümlerini çalışma yaprağına not almışlardır. Bu

etkinliğin kenarlarına göre üçgenler kısmında ekranda üç üreticiye ait (eşkenar üçgen üretici, ikizkenar üçgen üretici ve üçgen üretici) kenar ölçümleri ile üçgen üreticiye ait açı ölçümlerini gösteren bir açılar butonu bulunmaktadır. Etkinliğin açılara göre üçgenler kısmında ise ekranda üç üreticiye ait (dik açılı üçgen üretici, geniş açılı üçgen üretici ve üçgen üretici) açı ölçümleri ile üçgen üreticiye ait kenar uzunluklarını gösteren bir uzunluklar butonu bulunmaktadır. Öğrenciler etkinliğin amacına uygun olarak (kenarlarına göre üçgenler ya da açılara göre üçgenler) verilen üreticilerin üretmediği ancak üçgen üreticinin üretebildiği üçgenleri bulmaya çalışmışlardır. Öğrencilerin bu etkinlikte kullandıkları enstrümanlı teknikler şunlardır:

-Verilen iki üreticiyi yeniden boyutlandırarak, üçgen üretici ile diğer iki üreticinin ölçümlerinden farklı olan bir üçgen çizme,

-Verilen iki üreticiyi verildiği ölçülerde tutarak, üçgen üretici ile diğer iki üreticinin ölçümlerinden farklı olan bir üçgen çizme,

-Üreticileri kullanırken sadece tek bir noktadan büyütüp küçültme,

-Üreticileri kullanırken her seferinde üç noktasını da büyütüp küçültme,

-Üçgen üretici ile istenilen üçgeni elde ettikten sonra açılar/uzunluklar butonuna tıklayıp kontrol etme,

-Üçgen üretici ile istenilen üçgeni oluşturmadan önce açılar/uzunluklar butonuna tıklayıp kontrol etme.

Üçgenler tablo etkinliği bazı üçgenlerin hem kenarlarına hem de açılara göre üçgen sınıflandırmasına dahil olabileceğinin anlaşılması için eklenmiştir. Ancak planlandığı gibi bilgisayar ortamında kullanılmadığından enstrümanlı teknikler gözlenmemiştir.

5.1.2. Öğrencilerin dörtgen üreticileri ile kullandıkları enstrümanlı teknikler.

Dörtgen üreticileri tanıyalım etkinliği sadece bilgisayar ortamında yapılan ve beş farklı dörtgen üreticinin (yamuk üretici, paralelkenar üretici, eşkenar dörtgen üretici, dikdörtgen

üretici ve kare üretici) serbest olarak incelenmesini içeren bir etkinliktir. Bu etkinlikte öğrenciler verilen dörtgen üreticileri köşe noktalarından hareket ettirerek, üreticilere neler olduğunu gözlemlemiştir. Bu bağlamda öğrencilerin her bir üreticiye yönelik birtakım teknikler kullandığı gözlenmiştir. Öğrenciler bu etkinlikte, verilen üreticileri tanımaya çalışırken çoğunlukla benzer enstrümanlı teknikleri kullanmayı tercih etmişlerdir. Bunlar;

- Her bir köşe noktasını tutup verilen üreticiyi büyütme,
- Her bir köşe noktasını tutup verilen üreticiyi küçültme,
- Her bir köşe noktasını tutup verilen üreticiyi büyütüp küçültme,
- Her bir köşe noktasını tutup verilen üreticiyi o köşe etrafında döndürme,
- Üreticiyi tümüyle tutup taşımadır.

Bunu yapabilir misin? (dörtgenler) etkinliği bilgisayar ekranında verilen ve dörtgenlerden oluşan bir resmin, dörtgen üreticilerin hepsinin kullanılarak çizilmesini içermektedir. Bu etkinlik yapılırken kullanılan bir üreticinin tekrar kullanılmaması ve resmin tamamlanması için bütün üreticilerin kullanılarak dışarıda üretici bırakılmaması önemlidir.

Öğrencilerin bu aşamada kullandıkları enstrümanlı teknikler şunlardır:

- Üreticiyi, ekranın boş bir yerinde, verilen şeklin boyutlarına göre ayarlayarak sonrasında resmin üzerine taşıma,
- Üreticinin bir köşesini verilen şeklin köşesi ile birleştirip, sonrasında diğer köşeleri sırasıyla resmin köşelerine taşıma,
- Üreticiyi önce tümüyle verilen şeklin üzerine taşıyıp, sonrasında köşelerinden hareket ettirerek resmi çizmeye çalışma,
- Üreticiyi resme uyarlama esnasında köşelerinden döndürme,
- Üreticiyi resme uyarlama esnasında köşelerinden büyütüp küçültme.

Tahmin & kontrol etkinliğinde öğrenciler sırasıyla, kare-dikdörtgen üretici, kare-dikdörtgen-paralelkenar üretici, kare-eşkenar dörtgen üretici, kare-eşkenar dörtgen-

paralelkenar üretici, dikdörtgen-eşkenar dörtgen üretici ve paralelkenar-yamuk üretici ile çalışmışlardır. Bu etkinlikte öğrenciler, her bir dörtgen takımı için ekranda yer alan dörtgenlerden (örneğin; kare-dikdörtgen üretici için ekranda kareler ve dörtgenler yer almaktadır) hangilerinin sırasıyla verilen üreticilerle (örneğin; kare-dikdörtgen takımı için sadece kare üretici ve dikdörtgen üretici verilmiştir) üretilebileceğini tahmin etmişler, sonrasında da tahminlerini kontrol etmişlerdir. Bu bağlamda öğrencilerin kullandıkları teknikler yine bir önceki etkinlikteki enstrümanlı teknikler olmuştur. Öğrenciler dörtgen dersleri süresince toplamda altı kez uygulanan bu etkinlik türünde her seferinde benzer enstrümanlı teknikleri kullanmışlardır.

Dörtgenlerin özellikleri etkinliğinde kare üretici, dikdörtgen üretici, eşkenar dörtgen üretici, paralelkenar üretici ve yamuk üreticinin her biri ayrı bir pencerede verilmiştir. Her bir üreticinin kendi penceresine, bu üreticinin kenar uzunluğu ve açı ölçümlerinin gözlemlenebilmesi için bilgiler ve köşegen özelliklerini gösteren bir buton eklenmiştir. Öğrenciler sırasıyla bu üreticileri hareket ettirerek her bir üreticiye ait kenar, açı ve köşegen ölçümlerini gözlemlemiş ve paralellik özelliğini araştırmışlardır. Öğrencilerin bu aşamada kullandıkları enstrümanlı teknikler şunlardır:

- Ekranın alt kısmından ilgili pencereyi seçme,
- Seçilen üreticiyi hareket ettirmek için taşıma,
- Seçilen üreticiyi köşe noktasından büyütme,
- Seçilen üreticiyi köşe noktasından küçültme,
- Seçilen üreticiyi köşe noktasından büyütüp küçültme,
- Seçilen üreticiyi köşe noktasından döndürerek oryantasyonunu değiştirme,
- Köşegen özelliklerini incelemek için köşegenler butonuna tıklama.

Öğrenciler dörtgen dersleri süresince toplamda dört kez uygulanan bu etkinlik türünde her seferinde benzer enstrümanlı teknikleri kullanmışlardır.

5.2. Öğrencilerin Şekil Üreticilerine Yönelik Enstrümantal Oluşum Süreçleri ve Enstrümanlı Eylem Şemaları

Bu kısımda her bir grubun verilen etkinlikler temelinde hem üçgen hem de dörtgen üreticileri enstrümana dönüştürme süreçlerine yer verilmiştir. Bu yapılırken gerekli görülen yerlerde enstrümantasyon ve enstrümantalizasyon süreçlerine değinilerek işlevsel sabitlerin gelişimi aktarılmıştır.

Bulgular sunulurken enstrümantasyon süreçlerine enstrümantalizasyon sürecine nazaran daha çok yer verilmiştir. Çünkü uygulamada kullanılan bilgisayarların öğrencilere ait olmaması, etkinlik içerisinde ekranda yer alan bilgi kutucuklarının sabitlenerek öğrencilerin bu nesnelere hareket ettirmelerinin engellenmesi ve öğrencilerin üreticileri kişiselleştirmelerine imkan tanınmaması enstrümantalizasyon sürecini kısıtlamıştır. Ancak bazı öğrencilerin tüm bu kısıtlamayı dikkate almayarak üreticileri kendi istekleri doğrultusunda değiştirmeye çalıştığı gözlenmiş ve ilgili kısımlarda bu durumlar aktarılmıştır.

Bu tezde enstrümanlı eylem şemalarının temelde enstrümanlı teknikler ve işlevsel sabitlerden oluştuğu göz önüne alınmıştır. Öğrencilerin kullandığı enstrümanlı teknikler daha önce sunulmuş olduğundan enstrümanlı eylem şemaları başlıkları altında yeniden verilmemiş ve bu başlık altında şemaların en önemli bileşeni olan işlevsel sabitlere yer verilmiştir. Bu işlevsel sabitler verilirken öğrencilerin geliştirdiği son şemalar dikkate alınmıştır.

5.2.1. Öğrencilerin üçgen üreticilerine yönelik enstrümantal oluşum süreçleri ve enstrümanlı eylem şemaları. Bu başlık altında öncelikle her bir grubun üçgen üreticilerini enstrümana dönüştürme süreçlerine yönelik bulgulara yer verilmiştir. Gruplara ait bulgular sunulurken gerekli görülen yerlerde gruptaki öğrencilere ait veriler ayrı ayrı verilmiştir. Ardından bir alt başlık altında ilgili grubun enstrümanlı eylem şemasının temel bileşeni olan işlevsel sabitler-mümkün olan yerlerde bu sabitleri oluşturan eylemdeki teoremler ve

eylemdeki kavramlar-aktarılmaya çalışılmış ve bu yapılırken öğrenci bazında farklılaşan durumlar varsa bu kısımda bahsedilmiştir.

5.2.1.1. Birinci grubun üçgen üreticilerine yönelik enstrümantal oluşum süreci.

Birinci gruptaki öğrenciler (Ö1, Ö2) üçgen üreticileri tanıyalım etkinliğini açtıktan sonra öğretmenin açıklama yapmasını beklemişlerdir. Öğretmen öncelikle her bir üreticinin kendi adını alan üçgen sınıfını üretebildiğini ve bir üretici ile üretilen şeklin, o üreticinin ismini alabildiğini ifade etmiş, sonrasında sınıftan her bir aracı köşe noktalarından hareket ettirerek incelemelerini istemiştir. Grup üreticileri sırayla incelemeye karar verdikten sonra Ö1 üçgen üreticinin bir köşesini sürüklemeye başlamıştır. Gruptaki öğrencilerin etkinlik sürecinde aralarında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

Ö2: Dik üçgen yapsak mı?

Ö1: Dik üçgen yapamayız (ancak denemeye devam etmiş ve çizmiştir)

Ö2: (haklı olduğunu vurgulamaya çalışarak) Hıııı!

Ö1: (diğer bir köşesini sürükleyerek) Şunu hareket ettirelim geniş açılı yapalım

Ö2: Burdan geniş açılı yapamayız ki

Ö1: Yaparız şöyle, (kısa bir süre uğraştıktan sonra) yapamayız

Ö2: Yapamayız, asla olamaz

Ö1: (diğer köşeyi sürükleyerek) Dur en azından şunu biraz şey yapalım

Ö2: Ya bunu bakmaya ne gerek var

Ö1: (gerek olduğunu ifade etmeye çalışarak) Hayırır

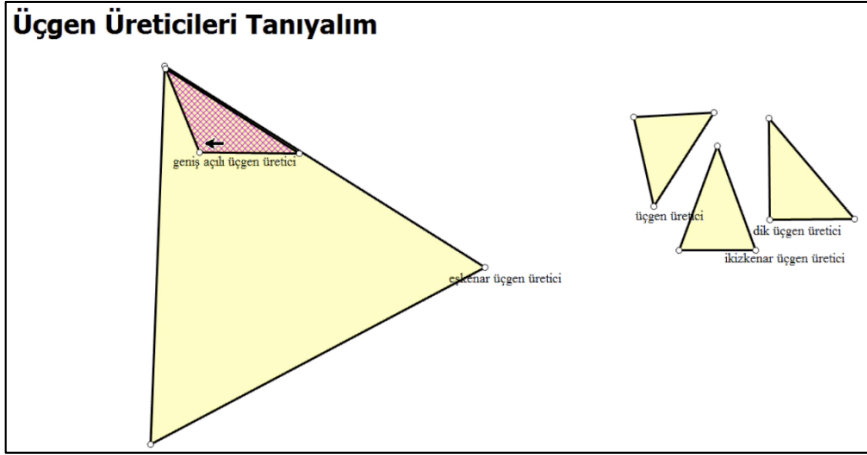
Ö2: Bilmiyoruz sanki

Ö1: (bir süre uğraşıp ürettikten sonra) Hayalimdeki şey, hayat, ay. Şimdi napalım?

Bu diyalogun ardından grup eşkenar üçgen üreticisiyi ekranın boş kısmına taşımış, bir köşe noktasından sürükleyerek büyütmüş, geniş açılı üçgen üreticisiyi bunun üstüne taşıyarak köşe noktalarını birleştirmeye çalışmıştır. Şekil 28’de grubun bu esnadaki ekran kaydından bir kesit sunulmuştur.

Şekil 28

Birinci grubun üçgen üreticileri tanıyalım etkinliği ekran kaydından bir kesit



Bu esnada Ö1 geniş açılı üçgen üreticinin bir köşesini sürükleyerek “bu neden bu yöne gitmiyor” demiş ve Ö2 “dur bi yapayım” dedikten sonra bir süre uğraşmış ve görsel olarak ikizkenar üçgene benzer bir üçgen çizmiştir. Bunun üzerine Ö1 “ya hayır hayır şu an ikizkenar yaptın” diyerek arkadaşını uyarmıştır. Grup uzun süre geniş açılı üçgen üretici ile eşkenar üçgen üretmeye çalıştığı için süreyi etkin kullanamamış, bu sebeple dik üçgen üretici ve ikizkenar üçgen üreticiyi istenilen düzeyde inceleyememiştir.

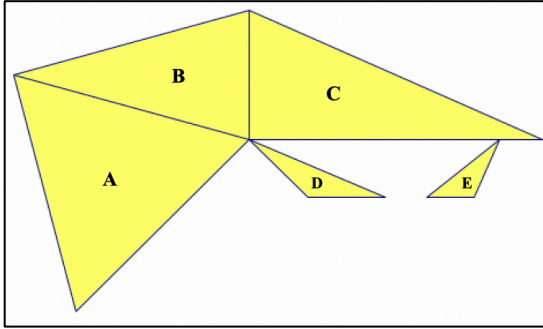
Grubun ‘üçgen üreticinin nasıl çalıştığını incele’ hedefine bağlı olarak üreticinin hareket kabiliyetini incelerken karşılaştığı durumlarda verdiği tepkiler onların ‘üçgen üretici farklı türde üçgenler üretebilir’ işlevsel sabitini geliştirdiğini göstermektedir. Dahası bu üreticinin farklı türde üçgenler üretebilmesi, diğer üreticilerin de istedikleri türde üçgenler üretebileceğini düşünmelerine sebep olmuş ve grup geniş açılı üçgen üretici ile eşkenar üçgen üretmeye çalışmıştır. Bu esnada grup geniş açılı üçgen üreticinin ürettiği üçgenlerin her zaman bir geniş açılıya sahip olabilmesi için koyulan komut kısıtı karşısında şaşırmış ancak ‘üçgen üretici başka türde üçgenler üretebilirse, geniş açılı üçgen de farklı üçgenler üretebilir’ şeklindeki genellemelerine bağlı kaldığı için uzun süre geniş açılı üçgen üretici ile eşkenar üçgen üretmeye çalışmıştır.

Bunu yapabilir misin? (üçgenler) etkinliğinde (Şekil 29) grup A’yı eşkenar üçgen,

B’yi ikizkenar üçgen, C’yi üçgen ve D’yi geniş açılı üçgen üretici ile çizdikten sonra ellerinde kalan son üretici olan dik üçgen üreticiyle E’yi çizmeye çalışmış, ancak başaramayınca Ö2 ikizkenar üçgen üreticiyi yerinden alıp B’yi dik üçgen üretici ile çizmeyi teklif etmiştir. Ö1 “sence olacak mı acaba oraya bir dik üçgen” diyerek arkadaşını vazgeçirmeye çalışmış, ancak Ö2 “bilmiyorum” diyerek denemeye devam etmiştir. Bunun üzerine Ö1 “olmayacak, dik üçgen modeli bu (üreticiyi kastederek)” demiştir. Grup tekrardan dik üçgen üreticiyle E’yi çizmeye çalışmıştır. Bu esnada grup defalarca bu üreticinin E’yi çizmeye uygun olmadığını ifade etse de denemeye devam etmiştir. Grubun bu aşamada dik üçgen üreticinin hareket kabiliyetini anlamaya başladığı ancak ellerinde kalan tek üretici olduğu için bir ihtimal olabilir diye düşündüğü görülmektedir.

Şekil 29

Bunu yapabilir misin? (üçgenler) etkinliğinde verilen resim

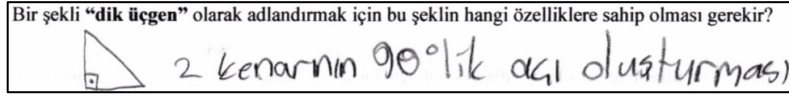


Bir önceki etkinlikte dik üçgen üreticiyi yeterince incelemeye fırsat bulamayan grup bu etkinlikte dik üçgen üretici ile E’yi çizebilmek için bir hayli uğraşmış ve her bir köşe noktasının üreticiyi nasıl etkilediğini araştırırken “şura boyunu uzatıyor, bu döndürüyor” ifadelerini kullanmıştır. Ardından Ö1 dik üçgen üreticiyi C’de kullanmayı teklif etmiş ve “bunun (C’nin) bir dik üçgen olması lazım yani sadece bu (dik üçgen üretici) olabilir” diyerek denemeye başlamış ve kısa bir denemeden sonra çizebilmiştir. Ö1’in dik üçgen üreticiyi işaret ederek “dik üçgen modeli bu” ifadesini kullanması onun dik üçgen bilgisine sahip olduğunu ve E’yi zihnindeki bu modele uydurmadığını göstermektedir. Nitekim ön görüşmede dik

üçgeni Şekil 30'daki gibi tanımlamış ve prototip bir dik üçgen algısına sahip olduğunu göstermiştir.

Şekil 30

Ö1'in ön görüşmede dik üçgen için yazdığı cevap



Dik üçgen üreticinin hareket kabiliyetini anlayan Ö1, C'nin zihnindeki prototip dik üçgene uyması sebebiyle bu şekli dik üçgen üretici ile çizmeyi teklif etmiştir. Bu ise, Ö1'in dik üçgen için dayandığı 'iki kenarının 90 derecelik açısı oluşturması' işlevsel sabitinin üreticiyi inceleme aşamasında üreticiye bağlı olarak 'dik üçgen üretici sadece dik üçgenler üretebilir' işlevsel sabiti ile yer değiştirdiğinin göstergesidir. Yani Ö1'in dik üçgen şeması prototip modelden araca dayalı dinamik bir modele dönüşmüştür, ki bu süreçte dik üçgen üretici öğrencinin şemalarını geliştirdiğinden süreç enstrümantasyon süreci olarak adlandırılabilir. Bu aşamada grup A'yı eşkenar üçgen, C'yi dik açılı üçgen, D'yi geniş açılı üçgen üreticiyle çizmiş bulunmaktadır. İkizkenar üçgen ve üçgen üretici ile B ve E ise eşleşmeyi beklemektedir.

Ö2 "ikizkenar (ikizkenar üçgen üreticiyi kastediyor) şu (B) olabilir mi birbirine çok benziyor" dedikten sonra Ö1 "olabilir aslında" cevabını vermiştir. Grup denemeye başladıktan sonra bir noktada üreticiyi E'ye çok benzer bir konuma getirdiklerini fark edip bu üreticiyi E'ye yerleştirmiştir. E şekli aslında ikizkenar olmayan bir geniş açılı üçgendir ve ikizkenar üçgen üretici bu şekli tam olarak çizemez, ancak grup üreticiyi şeklin üzerine tam oturtmakla uğraşmamış ve görsel olarak ikizkenar olduğunu saptadıkları bu şekli geniş açılı üçgen üreticiyle çizebilmiş olduklarını kabul etmişlerdir.

Öyle görünmektedir ki öğrenciler bu etkinlikte zihinlerindeki prototip modelleri baz alarak hareket etmekte ve hangi üretici görsel olarak bu modellere uyan şekiller üretiyorsa (ya da ürettiği varsayılabilirse) o üretici ile şekilleri üretmeye çalışmaktadırlar. Ayrıca grup

sadece üreticinin kısıtı ile karşılaştığı durumlarda bir çıkış yolu aramaktadır. Son durumda grubun hangi üreticiyi hangi şekli çizmek için neden kullandığı Şekil 31’de verilmiştir.

Şekil 31

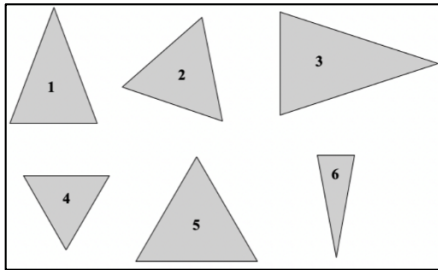
Ö’ nin bunu yapabilir misin? (üçgenler) çalışma yaprağı

Üçgen	Üçgen Üretici	Neden?
A	Eşkenar Üçgen Üretici	Eşkenar Üçgene Benzediği için
B	Üçgen Üretici	Üçgen Öraya Uyduğu için
C	Dik Üçgen Üretici	Dik Üçgene Benzediği için
D	Geniş Açılı Üçgen Üretici	Geniş Açılı Üçgene Benzediği için
E	İkizkenar Üçgen Üretici	İkizkenar Üçgene Benzediği için

Tahmin & kontrol-eşkenar üçgen & ikizkenar üçgen etkinliğinde (Şekil 32) birinci grup eşkenar üçgen üreticiyle 2, 4 ve 5’i, ikizkenar üçgen üreticiyle 1, 3 ve 6’yı çizebilecekleri yönünde tahmin yürütmüştür. Bu tahminlerinin sebebi öğretmenin dersin başında üreticilerin kendi ismini verdikleri sınıfın bütün elemanlarını üretebileceği ve bu elemanların üreticinin ismindeki sınıfa dahil olacağı yönündeki açıklaması olabilir. Nitekim grup tahminlerinin sebebini açıklarken çalışma yapraklarına, *bu şekil bana ikizkenar üçgen gibi göründü⁵* (1, 3 ve 6 için) ve *bu şekil bana eşkenar üçgen gibi göründü* (2, 4 ve 5 için) yazmıştır. Yani gruba göre eşkenar üçgen üretici sadece eşkenar üçgenleri (görsel olarak), ikizkenar üçgen üretici ise sadece ikizkenar üçgenleri (görsel olarak) üretebilir.

Şekil 32

Tahmin & kontrol-eşkenar üçgen & ikizkenar üçgen etkinliğinde verilen üçgenler



⁵ Bu kısımdan sonra metin içerisinde italik olarak verilen ifadeler (5.derece başlıklar hariç) öğrencilerin ön görüşmede, mülakatta ya da etkinlikler içerisinde çalışma yapraklarına yazmış oldukları ifadelerdir.

Grup tahminlerin ardından kontrollerini yapmış ve eşkenar üçgen üretici için yaptıkları tahminlerin doğru olduğunu görmüştür. Bu kontroller esnasında Ö2 eşkenar üçgen üreticiyi 6'nın üzerine getirmiş ve "kesin olmayacak da" diyerek denemeye devam etmiş, Ö1 "bence bu olmayacak" diyerek çizilemeyeceği yönündeki düşünceyi desteklemiştir. Bu ifadeler grubun görsele dayalı olarak karar verdiğini ve üreticilerin sadece kendi adlarını alan üçgenleri üretebileceğini düşündükleri görüşünü desteklemektedir. Bu aşamada grubun 'eşkenar üçgen üretici sadece eşkenar üçgenler (görsel olarak) üretebilir' ve 'ikizkenar üçgen üretici sadece ikizkenar üçgenler (görsel olarak) üretebilir' işlevsel sabitlerini benimsediği söylenebilir. Öğrenciler, ikizkenar üçgen üreticiyle kontrol aşamasına geçtiğinde ise aralarında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

Ö2: (1'i çizmeye çalışırken) Oldu

Ö1: Ama tam alta oturtmadın, aşağı indir biraz aşağı, şekli komple aşağı indir

Ö2: (üreticiyi şekle tam oturtmadan) ya oldu işte boşuna uğraşmayalım (dedikten sonra 2'yi çizmiştir)

Ö1: 2'ye biz hayır demişiz!

Ö2: Aslında gerçekten yapabilirmişim ben bunu (2'yi), evet aklımdan geçmişti aslında (dedikten sonra 3'ü de çizmiştir)

Ö1: 3'e evet demişiz (dedikten sonra 4'ü çizmeye çalışmış ancak klavyeyi kullanmada bir sorun yaşamıştır)

Ö2: Hep sende bişeyler oluyo, gerçekten sende bi sorun var

Ö1: Of yaa! (dedikten sonra bu sefer Ö2 4'ü çizmeye çalışmıştır)

Ö1: Olmıcak, olmıcak, 4 olmıcak

Ö2: Emin misin?

Ö1: Olmuyor, olmuyor

Ö2: Oldu işte

Ö1: Oldu mu!

Ö2: Şu da olacak, 5 de olacak (dedikten sonra Ö2 5'i ve 6'yı çizmiştir)

Ö1'in ifadeleri, kontrole başlamadan önce 'ikizkenar üçgen üretici sadece ikizkenar üçgenler üretebilir' işlevsel sabitine dayandığını destekler niteliktedir. Bu sebeple kontrol esnasında, 2'yi ikizkenar üçgen üretici ile çizmiş olmalarına rağmen 4'ü çizerken, ifadeleri ile

olmaması gerektiğini düşündüğünü belirtmiştir. Yani 2'nin çizilmiş olması Ö1'e göre üretici kaynaklı bir tesadüf olabilir ya da belki üretici hata vermiştir, bu sebeple 4 çizilememelidir. Ancak kontrol sonrasında ikizkenar üçgen üreticinin imkanlarını fark etmeye başladığını gösteren ifadeleri bu üreticiye yönelik eylem şemasının değişmeye başladığını göstermektedir (enstrümantasyon).

Ö2'nin ikizkenar üçgen üretici ile 2'yi çizerken, tahmini hayır olmasına rağmen aslında çizilebileceği yönünde bir düşüncesinin de olduğunu belirtmesi, daha önceki etkinliklerde bu üreticinin eşkenar üçgen üreticiye göre daha geniş bir imkana sahip olduğunu fark ettiği anlamına gelmektedir. Ancak tahmin esnasında Ö2 “her üretici kendi adındaki şekil sınıfını üretebilir” açıklamasının daha güvenli olduğunu düşünmüş ve ikizkenar üçgen üretici ile eşkenar üçgenlerin çizilemeyeceğine kanaat getirmiştir. Yani grup bu aşamada öncelikle ‘öğretmenin dediği doğrudur’ işlevsel sabitini baz almıştır. Ancak kontrol aşamasında üreticinin imkanları Ö2'nin dayandığı bilginin genişlemesine sebep olmuş ve ‘ikizkenar üçgen üretici hem ikizkenar hem de eşkenar üçgenler üretebilir’ işlevsel sabitini benimsemesini sağlamıştır. Ö2 için bilgi genişlemesine sebep olan bu süreç, aracın bireydeki şemalarına etki etmesi durumuna bir örnek olan enstrümantasyon sürecidir.

Üçgenlerin özelliklerini inceleyelim etkinliğinde grup, eşkenar üçgen, ikizkenar üçgen ve üçgen üreticilerin açı ve kenar özelliklerini incelemiştir. Öğrenciler ikizkenar üçgen üretici ile bu üçgen türünün özelliklerini incelerken aralarında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

Ö2: (ikizkenar üçgen üretici ile tüm kenarları 5 cm ve iki açısı eşit olan bir üçgen çizdikten sonra) 5, 5, 5

Ö1: Ama bizim (uzunlukları) farklı yapmamız lazım

Ö2: Hayır yapmayalım aynı da yapabiliriz

Ö1: Bizim ikizkenar yapmamız lazım, bunların (uzunluk) iki tanesi aynı bir tanesi farklı olmalı çünkü bu (ikizkenar üçgen üretici) ikizkenar

Ö2: Tamam bi tanesi 10 olsun o zaman (diyerek üreticiyi bir köşesinden tutarak yeniden boyutlandırmış ve bir ikizkenar üçgen çizmiştir)

Burada dikkat çeken nokta Ö1'in hala ikizkenar üçgen üreticinin sadece ikizkenar üçgenler üretebileceği düşüncesinin devam ettiğidir. Ö1 ikizkenar üçgen üreticinin özelliklerini incelerken bu üreticinin sadece iki kenarı eşit şekiller üretebileceği düşüncesini taşıdığından tüm kenarları eşit şekiller elde ettiklerinde tüm açıları da eşitleyerek bir eşkenar üçgen elde etmeye çalışmamış (ön görüşmede eşkenar üçgeni tüm kenarları ve tüm açıları eşit olan üçgen olarak tanımlamasına rağmen) ve açıların hepsi eşit değilken kenarlarının hepsinin eşit olması hatasını üreticinin eşkenar üçgen üretemeyeceği düşüncesine bağlayarak çalışma yaprağına ikizkenar üçgeni ön görüşmede ifade ettiği şekilde not almıştır. Şekil 33'de Ö1'in çalışma yaprağından bir kesit sunulmuştur.

Şekil 33

Ö1'in üçgenlerin özelliklerini inceleyelim çalışma yaprağından bir kesit

İKİZKENAR ÜÇGEN	
Kenarlar	Açılar
2 kenar eşittir. $= (BC) = (CA)$ 1 kenar farklıdır. $= (AB)$ Bazen hepsi aynıdır.	2 açı aynıdır 1 açı farklıdır $(A) = (B) = 66^\circ$ $(C) = 68^\circ$ Bazen de eşit olabilir.

Buna karşın Ö2 ikizkenar üçgen üreticinin imkanlarını anlamaya başlamış ancak ikizkenar üçgenin özelliklerini anlamada problem yaşamıştır. Bunun sebebi ise ölçümlerin ondalık kısımlarının ekranda görünmüyor oluşudur. Yani aslında Ö2'nin çizdiği üçgen eşkenar değil, çok küçük farkla ikizkenardır ancak bu ondalık kısım araştırmacı tarafından gizlendiği (komut kısıtı) için öğrenci yanıltılmıştır. Ayrıca Ö2 ön görüşmede ikizkenar üçgen için "iki kenarının eşit olması" şartını ifade ederken açılara değinmemiştir. Bu sebeple ikizkenar üçgen üretici ile eşkenar üçgen üretince açılara dikkat etme gereği bile duymadan karar vermiştir. Ö2'nin zihnindeki ikizkenar ve eşkenar üçgen kavramı eksik bir tanıma dayandığından, Ö2 karşılaştığı bu durumu hata olarak değil üreticinin imkan tanınması olarak değerlendirmiş olabilir. Diyebiliriz ki Ö2'ye göre ikizkenar ve eşkenar kavramları sadece

kenar ölçülerine göre karar verilen kavramlardır ve ikizkenar üçgen üretici daha geniş imkanlara sahip olduğu için tüm kenarları eşit üçgenler de üretebilir.

Sınıf incelemeyi bitirdikten sonra öğretmen konuyu toparlamak ve eşkenar üçgen ile ikizkenar üçgen arasındaki ilişkiyi anlatmak için bir soru-cevap süreci yürütmüştür. Sürece yönelik diyalog aşağıda verilmiştir.

Öğretmen: Evet eşkenar üçgenin özelliklerini incelerken neyi fark ettik? Eşkenar üçgen üreticiyle oynarken uzunluklar nasıl değişiyor?

Ö2: Hep aynı kalıyo

Öğretmen: Eşkenar üçgenin tüm açıları aynı mı oluyor değişiyor mu?

Ö1: Sabit kalıyo

Öğretmen: Sabit kalıyor, her zaman tüm eşkenar üçgenlerin bir iç açısı kaç derece oluyor?

Ö11: 60

Öğretmen: O zaman şöyle diyebilir miyim, eşkenar üçgenin her zaman tüm açıları eşit ve tüm kenarları eşit olmak zorundadır?

Sınıf: Evet!

Öğretmen: İkizkenar üçgene geçiyorum, ikizkenar üçgen üretici ile bazen ikizkenar üçgenler yapıyorum bazen de tüm açılarını 60 dereceye sabitleyerek eşkenar üçgenler üretebiliyorum (dedikten sonra akıllı tahtada ikizkenar üçgen üretici ile eşkenar üçgen çizmiştir)

Bu esnada Ö1'in çalışma yaprağına ikizkenar üçgenin özelliklerine ekleme yaptığı görülmüştür (bakınız, Şekil 33, s. 114). Ö1'in öğretmenin açıklamasından sonra çalışma yaprağına ekleme yapması onun 'öğretmen söylüyorsa doğrudur' fikrine dayandığının bir göstergesidir.

Öğretmen: En az kavramını biliyor muyuz? En az iki kenarı eşit olmak zorunda ne demek?

Ö13: En az iki tane kenarı eşit olacak üç tane de kenarı eşit olabilir

Öğretmen: İki de olabilir üç de olabilir demek, evet

Ö2: İkiden başlayarak sonsuza dek gidebilir

Öğretmen: Kimler anladı bunu?

Sınıf: Ben, ben, ben...

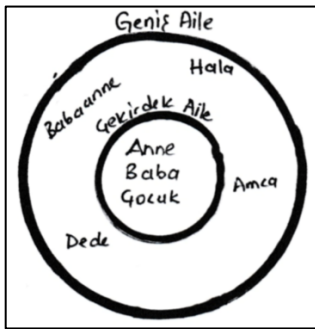
Öğretmen: (Tüm sınıfın gözlerine bakarak) Herkes anladı, en az iki kenarı eşit olayımı anladık. Peki bu (tahtadaki eşkenar üçgen formunda olan ikizkenar üçgen üreticiyi işaret ederek) aynı zamanda en az iki açısı eşit olan üçgenler midir?

Sınıf: Evet!

Bu aşamada öğrencilerin ikizkenar üçgen sınıfının eşkenar üçgen sınıfını kapsadığını, yani ikizkenar üçgen üreticinin neden eşkenar üçgenleri de üretebildiğini anlamaları gerekmektedir. Bunun için öğretmen tahtaya Şekil 34’te verilen aile ilişkileri çizimini yapmış ve öğrencilere çocuğun çekirdek ailenin üyesi iken aynı zamanda geniş ailenin üyesi olup olmadığını sormuştur. Tüm sınıf üyesi olduğunu söylemiş ve öğretmen bunun sebebinin kan bağı ilişkisi olduğunu ifade etmiştir.

Şekil 34

Aile ilişkileri şeması



Sıra üçgen sınıfları arasındaki ilişkiyi bulmaya geldiğinde ise öğretmen tahtaya Şekil 35’deki gibi bir çizim yapmış ve bir önceki örnekte açıkladığı durumun bu çizim için de geçerli olduğunu ifade etmek için “eşkenar üçgenler ikizkenar üçgen geniş ailesinin bir üyesidir, çünkü eşkenar üçgenler üç kenarı eşitken aynı zamanda iki kenarın eşit olma şartını da sağlar” açıklamasını yapmıştır.

Şekil 35

İkizkenar üçgen & eşkenar üçgen aile ilişkileri şeması



Bazı öğrencilerin bu açıklamayı anlamadığını düşünen öğretmen bu durumu daha ayrıntılı olarak açıklamak için bir soru-cevap süreci yürütmüştür.

Öğretmen: Eşkenar üçgenlerin tüm kenarları eşitken aynı zamanda iki kenarı da eşittir diyebilir miyim?

Sınıf: Evet

Öğretmen: İki kenarın eşit olma şartı hangi üçgenin özelliği?

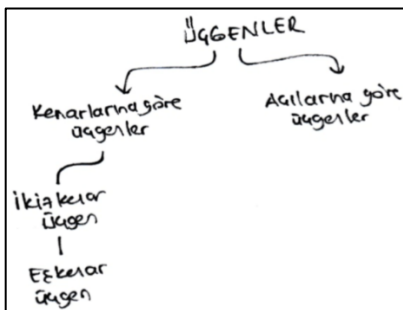
Sınıf: İkizkenar!

Öğretmen: İşte bu yüzden şöyle söyleyebilirim, ikizkenar üçgen ailesi eşkenar üçgen ailesini kapsar.

Ardından öğretmen tahtaya bu iki üçgen sınıfının hiyerarşik yapıdaki görünümünü çizmiştir. Şekil 36'da öğretmenin tahtaya çizdiği yapı verilmiştir.

Şekil 36

Üçgen hiyerarşisi



Bu çizimi yaparken öğretmen “üçgenler kenarlarına ve açılara göre ayrılırlar; kenarlarına göre üçgenlerde ikizkenar üçgenleri ve eşkenarları gördük. Eşkenar üçgenler

ikizkenar üçgenlerin küçük ailesi, yani eşkenar üçgenler çekirdek aile, ikizkenar üçgenler onu kapsayan geniş aile ve biz bunu bu şekilde (bu çizimle) gösteriyoruz” açıklamasını yapmıştır.

Ardından sınıfta gerçekleşen soru-cevap süreci aşağıda verilmiştir.

Öğretmen: Anlaşılmayan bir yeri var mı bu çizdiğim tablonun, mesela ben bunu okurken ne derim biliyor musunuz, eşkenar üçgenler yukarı doğru gidiyorum üçgendirler, doğru mu söylüyorum?

Sınıf: Evet!

Öğretmen: İkizkenar üçgenler üçgendirler

Sınıf: Evet

Öğretmen: Eşkenar üçgenler ikizkenar üçgen olma koşulunu sağladığı için ikizkenar üçgen ailesindedirler

Ö16: Hayır, hocam eşkenar üçgenler ikizkenar olmayı sağlamıyo ki, ama ikizkenar üçgen eşkenar üçgen olmayı sağlıyo

Öğretmen: Şimdi şöyle ikizkenar üçgen üretici ile hem bunu (ikizkenar üçgeni işaret ederek) hem de bunu (eşkenar üçgeni işaret ederek) üretebiliyorsun

Ö16: Hocam ben diyorum ki eşkenarla ikizkenar yapamayız ki

Bu aşamada Ö16 gibi bazı öğrencilerin bir ailenin diğer bir ailenin üyesi olma koşulunu sağlaması ifadesini anlayamadığı ve sadece üçgen üreticilerle yaptıklarına göre hüküm verdiği görülmektedir. Yani bu öğrenciler, ikizkenar üçgen üretici-eşkenar olma koşulunu yerine getirerek-eşkenar üçgenler üretebilir, ancak eşkenar üçgen üretici ikizkenar üçgen üretemediği için eşkenar üçgenler ikizkenar üçgen olma koşulunu sağlamaz, şeklinde düşünmektedir. Burada dikkat çeken nokta öğrencilerin bir ailenin diğer bir ailenin üyesi olma koşulunu sağlaması ifadesini, özelliklere göre değil (üç kenarın eşit olması daima en az iki kenarın eşit olmasını garantiler), üreticinin bir şekli üretilip üretilmemesine göre değerlendirmeleridir. Bu ise öğrencilerin yanlış bir hüküm vermelerine sebep olmuştur. Bu aşamada öğretmen tekrar açıklama yapmıştır.

Öğretmen: Doğru bak, sen tersinden düşünüyorsun, eşkenar üçgen üretici ile ikizkenar yapamayız, o yüzden ben ikizkenar üçgenlere eşkenar üçgen diyemem

Ö16: Tamam

Öğretmen: Ama ikizkenar üçgen üretici ile eşkenar üçgen üretebilirim, o yüzden, üretebildiği için, eşkenar üçgenlere ikizkenar üçgen özelliğini sağlar diyebilirim

Ö16: (öğretmen üretebildiği için dediği anda) Heee aynı şeyi diyomuşuz tamam

Öğretmen: Kimler anladı?

Ö1: Yani kısaca özetlersek, eşkenar üçgenler ikizkenar üçgendirler

Bu açıklama ile Ö16 gibi düşünen öğrencilerin daha önceki düşünceleri arasındaki tek benzerlik ikizkenar üçgen üreticinin eşkenar üçgen üretebildiği, eşkenar üçgen üreticinin ise ikizkenar üretmediğidir. Bu konuda hemfikir olduğunu anlayan öğrenciler öğretmen ile aynı şeyi düşündüklerini varsaymışlardır. Ancak burada dikkat edilmesi gereken nokta öğrencilerin ‘üretilen şekil, üreticinin ailesinin üyesi olma koşulunu sağlar çünkü bir üreticinin bir şekli üretebilmesinin sebebi üretilen şeklin üreticinin (yani üreticiye adını veren şekil sınıfının) özelliğini sağlamasıdır’ düşüncesi yerine ‘bir üretici bir şekli üretebiliyorsa ürettiği şeklin ailesinin üyesidir’ düşüncesini devam ettirmeleridir. Yani bu öğrenciler halen ailesi olma koşulunu özelliklere değil üreticinin üretilip üretilmemesine bağlamaktadırlar ve bunu öğretmenin aktardığı üreticiye bağlı açıklama yerine kendi düşüncelerindeki üreticiye bağlı duruma göre yapmaktadırlar.

Ancak durum Ö1 için farklıdır, çünkü sınıf tartışması esnasında öğretmenin aktardığı gerek tüm kenarların eş olmasının iki kenarın eşitliğini garantilemesi, gerekse ikizkenar üçgen üreticinin bu sebeple eşkenar üçgenleri üretebilmesi ve bunun eşkenar üçgenleri ikizkenar üçgen ailesinin bir üyesi yapması bilgilerini sentezlemiş ve bir sonuca vardığını “kısaca özetlersek, eşkenar üçgenler ikizkenar üçgendirler” ifadesi ile aktarmıştır.

Yeni bir üçgen türü-kenarlarına göre üçgenler etkinliğinde öğrenciler eşkenar ve ikizkenar üçgen üreticinin üretilmediği ancak üçgen üreticinin üretebildiği üçgenlerden üç tanesini bularak çalışma yapraklarına not almışlardır. Birinci grup çalışma yapraklarına aynı üçgenleri not almıştır. Şekil 37’de Ö2’nin etkinliğe ait çalışma yaprağı verilmiştir.

Şekil 37

Ö2'nin yeni bir üçgen türü-kenarlarına göre üçgenler etkinliği çalışma yaprağı

Verilen üreticileri inceleyerek eşkenar üçgen üretici ve ikizkenar üçgen üreticinin üretmediği ancak üçgen üreticinin üretebildiği üçgenlerin kenar ve açı ölçümlerini aşağıdaki tabloya not alınız.

	Uzunluk (AB)	Uzunluk (BC)	Uzunluk (AC)	Açı (A)	Açı (B)	Açı (C)
1. Üçgen	7cm	6cm	8cm	28°	92°	60°
2. Üçgen	6cm	5cm	7cm	47°	75°	58°
3. Üçgen	13cm	3cm	11cm	6°	20°	155°

Yeni üçgen türünün adı	Kenar özellikleri	Açı özellikleri
Çeşit kenar	Birbirinden farklı	Birbirinden farklı

Bu notlarda dikkat çeken kısım üçüncü üçgenin açılarının toplamının 180'den fazla oluşudur. Grup, açılar toplamını hesaba katmamış ve ekranda gördükleri ölçümleri doğrudan çalışma yaprağına not almıştır. Aksi takdirde bu hataya itiraz etmeleri beklenirdi.

Gruptaki öğrenciler üç farklı üçgenin ölçümlerini çalışma yaprağına yazdıktan sonra aralarında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

Ö1: Tamam yeni üçgen türümüzün adı ne?

Ö2: Hepsi çeşitkenar

Ö1: Kenar özellikleri ne? (dedikten sonra kısa bir sessizlik olmuştur. Bu sırada grup çalışma yaprağındaki ikinci tabloyu doldurmuştur)

Ö1: Öğretmenim bizim bitti

Ö2: Hocam bitti

Ö1: Hadi gel dik açı yapalım (dedikten sonra Ö2 üçgen üretici ile Şekil 38'deki çizimi yapmıştır)

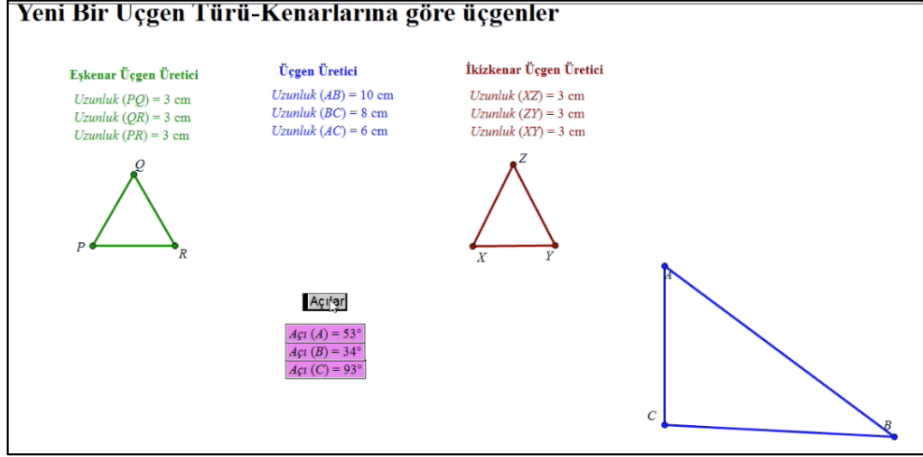
Ö1: Bi de açılara bak doğru mu olmuş? Açılara bak (dedikten sonra Ö2 açılar butonuna tıklamıştır)

Ö1: Olmadı 93 olmuş

Ö2: (açıları 55, 35, 90 derece olacak şekilde çizimi düzenledikten sonra) İşte bu

Şekil 38

Birinci grubun yeni bir üçgen türü-kenarlarına göre üçgenler etkinliği ekran kaydından bir kesit



Bu diyalog ve ön görüşme verileri ışığında grubun çeşitkenar üçgen kavramına aşına olduğu söylenebilir. Nitekim ön görüşmede her iki öğrenci de çeşitkenar üçgen için *bütün kenarlarının farklı olması gerek* notunu yazmıştır. Ayrıca bu aşamada Ö2'nin dik üçgenin bir dik açısıya sahip olması gerektiğini bilmesine rağmen (ön görüşmede dik üçgen için *bir üçgenin içindeki açılarından biri 90 derece olmalı* yazmıştır) öncelikle görsele dayanarak karar verdiği söylenebilir.

Tüm sınıf incelemeyi bitirdikten sonra öğretmen kenarlarına göre üçgenler sınıflandırmasına çeşitkenar üçgeni yerleştirmiş ve “neden çeşitkenar üçgen burada oldu?” diye sormuştur. Sınıftan “çünkü ikizkenar ve eşkenar üçgen üreticiler onu üretmiyor (Ö11), çünkü eşkenar ve ikizkenarın iki açısı aynı ama çeşitkenarın hiçbir açısı aynı olmaz (Ö10)” cevaplarını alınca “kimler anladı çeşitkenarın burada olmasını?” diye sormuştur. Sınıfta anlamayanların olduğunu fark edince “anlamayanlar için bir daha özet geçelim, çeşitkenar üçgenlerin ortak özelliği nedir? tüm açıları farklı tüm kenarları farklıydı, hiçbir zaman kenarları eşit olamıyordu bu yüzden kenarlarına göre üçgenlerde iki kenarı eşit olanlardan ayrı bir yerde olması gerekiyor, anlaşıldı mı?” deyince bu öğrenciler “heee, evet, he he” gibi ifadeler kullanırken Ö1 “heeee anladım” demiştir.

Üçgenlerin özelliklerini inceleyelim etkinliğinde grup dik üçgen ve geniş açılı üçgenin özelliklerini incelemiştir. Ö2 dik üçgen üretici ile iki kenarı eşit bir üçgen üretmiş ve “hocam dik üçgen (üreticiyi kastederek) ikizkenar üçgen olabiliyor” dedikten sonra Ö1’in “sen bunu nasıl yaptın, dik üçgen (üretici) ikizkenar üçgen oldu” demesiyle Ö2 “hayır olmadı açıları farklı” diyerek açı özelliklerini de dikkate alması gerektiğini hatırlamıştır. Ardından Ö2 dik üçgen üretici ile tüm kenarları 1cm ve açıları 90, 52, 38 derece olan bir üçgen üretmiş ve bu üçgeni dik üçgen olarak kabul ederek çalışma yaprağına not almıştır. Ö1 ise arkadaşının çizmiş olduğu üçgeni değiştirerek prototip bir dik üçgen elde etmiş ve bu üçgenin ölçümlerini çalışma yaprağına yazarak boş bir kısma üçgenin çizimini de yapmıştır. Şekil 39’da Ö1’in etkinliğe ait çalışma yaprağı verilmiştir.

Şekil 39

Ö1’in üçgenlerin özelliklerini inceleyelim çalışma yaprağı

DİK ÜÇGEN	
Kenarlar	Açılar
$AB = 7 \text{ cm}$ $BC = 9 \text{ cm}$ $CA = 6 \text{ cm}$ $BC > AB > CA$	$A = 90^\circ$ $B = 40^\circ$ $C = 50^\circ$
GENİŞ AÇILI ÜÇGEN	
Kenarlar	Açılar
$AB = 5 \text{ cm}$ $BC = 9 \text{ cm}$ $CA = 6 \text{ cm}$ $AB < CA < BC$	$A = 120^\circ$ $B = 34^\circ$ $C = 27^\circ$

Ö2’nin dik üçgen üretici ile bir ikizkenar üçgen ürettikten sonra verdiği ilk tepki onun halen ikizkenar üçgen için öncelikli olarak kenarlara dikkat ettiğini yani ‘iki kenarı eşit olan üçgenler ikizkenar üçgendirler’ işlevsel sabitine dayandığını ancak sonrasında açıları da dikkate alması gerektiğini hatırlaması bu sabitin ‘ikizkenar üçgenin iki kenarı ve iki açısı eşittir’ sabiti ile yer değiştirdiğini ancak pekişmesi için zaman gerektiğini göstermektedir. Yani Ö2 dik üçgen üreticinin verdiği ilk hatayı (iki kenar eşitken iki açı da eşit olmalıydı

ancak komut kısıtı sebebiyle ölçümler yuvarlandığı için hatalı göründü) ikizkenar üçgen bilgisine dayanarak bertaraf edebilmiştir. Ancak ikinci hatada (açılar farklı olmasına rağmen tüm kenarlar 1 cm) bir açının 90 derece olmasını yeterli görerek bu hatayı göz ardı etmiştir. Bu bağlamda Ö2'nin 'dik üçgen üretici bir açısı 90 derece olan ve tüm kenarları eşit/farklı ya da iki kenarı eşit olan üçgenler üretir' işlevsel sabitini geliştirdiği söylenebilir.

Ö1 ise Ö2'nin dik üçgen üretici ile bir ikizkenar çizmesi karşısında verdiği tepkiyle, 'dik üçgen üretici sadece dik üçgenler üretebilir' işlevsel sabitini benimsediğini düşündürmektedir. Ayrıca Ö2'nin çizdiği üçgeni değiştirerek yeni bir dik üçgen üretmesi, Ö1'in tüm kenarları ya da iki kenarı eş olup bir dik açıya sahip üçgenleri dik üçgen olarak kabul etmediği ve dik üçgeni prototip model olarak görmeye devam ettiğini göstermektedir.

Grup geniş açılı üçgen üreticiyi incelerken görsel olarak karar verdiği bir üçgen çizerek bu üçgenin ölçümlerini çalışma yaprağına not almış sonrasında geniş açılı üçgen üreticiyi biraz daha incelemiştir. Ö1 geniş açının bulunduğu köşeyi hareket ettirmeye çalışmış ve "aaa, 91'den aşağıya inmiyor" şeklinde bir ifade kullanmıştır. Bu ise üreticinin kısıtının öğrencinin prototip şekil bilgisini genişlettiğini göstermektedir. Daha önceki etkinliklerde bu kısıtı anlayamayan Ö1, ölçümler verildiğinde bu kısıtın sebebinin geniş açı olduğunu fark etmiştir. Bu aşamada geniş açılı üçgen üretici ile çalışmanın Ö1'in geniş açılı üçgen kavramını statik modelden dinamik modele dönüştürebildiği ve bunu özellikler temelinde anlamlandırabilmesini sağladığı söylenebilir-ki bu süreç enstrümantasyon sürecidir.

Yeni bir üçgen türü-açılarına göre üçgenler etkinliğinde öğrenciler dik ve geniş açılı üçgen üreticinin üretilmediği ancak üçgen üreticinin üretebildiği üçgenleri bulmaya çalışmışlardır. Bu sırada öğretmen sınıfa "bir de şuna dikkat edin, bazılarının mesela tüm kenarları eşit çıkmış ama açılar farklı, bu programın bir hatası maalesef. Ama siz biliyorsunuz ki eşkenar üçgenlerin hem açıları hem de kenarları aynı olmak zorunda, tamam mı ona göre düzenleyelim" açıklamasını yapmıştır. Ö2 bu derse katılmadığından etkinliği Ö1 tek başına

bitirmiştir. Etkinlik esnasında Ö1 ile öğretmen arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

Öğretmen: (Ö1 üçgen üretici ile 90 dereceli bir üçgen çizdikten sonra) Mesela bu üçgeni dik açılı üçgen üretici ile çizebilir misin?

Ö1: Evet

Öğretmen: O zaman bu olmaz başka bir tane bulman lazım (dedikten sonra Ö1 üçgen üretici ile 95 derece açılıya sahip başka bir üçgen çizmiştir)

Öğretmen: Bu üçgeni geniş açılı üçgen üretici ile çizebilir misin?

Ö1: Evet

Öğretmen: O zaman başka bir üçgen üretmen gerek, yani öyle bir üçgen bulman lazım ki dik üçgen ve geniş açılı üçgen üretici ile çizememen lazım.

Bu diyalogun ardından Ö1 bir müddet daha uğraşmış ve dar açılı bir ikizkenar üçgen elde ederek çalışma yaprağına not almıştır. Ardından tüm açıları 90 dereceden küçük ve birbirinden farklı olan ancak kenarları eşit olan iki farklı üçgeni daha çalışma yaprağına eklemiş ve bu üç üçgenin ortak özelliğini çalışma yaprağına not almıştır. Şekil 40'da Ö1'in bu etkinliğe ait çalışma yaprağı verilmiştir.

Şekil 40

Ö1'in yeni bir üçgen türü-açılarına göre üçgenler etkinliği çalışma yaprağı

Verilen üreticileri inceleyerek geniş açılı üçgen üretici ve dik üçgen üreticinin üretmediği ancak üçgen üreticinin üretebildiği üçgenlerin açı ve kenar ölçümlerini aşağıdaki tabloya not alınız.						
	Açı (A)	Açı (B)	Açı (C)	Uzunluk (AB)	Uzunluk (BC)	Uzunluk (AC)
1. Üçgen	70°	40°	70°	4cm	4cm	3cm
2. Üçgen	66°	68°	66°	3cm	3cm	3cm
3. Üçgen	54°	47°	79°	3cm	3cm	3cm

Yeni üçgen türünün adı	Açı özellikleri	Kenar özellikleri
Dar açılı üçgen	90° ile 0° arasında	aynı ya da biri farklı ikisi aynı olabilir.

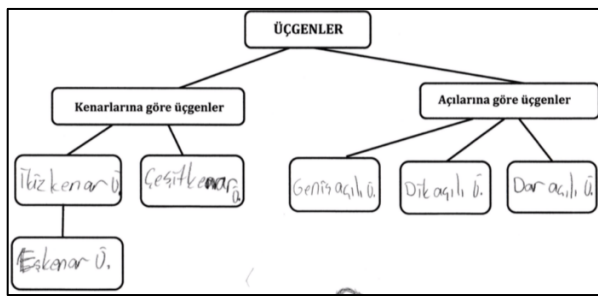
Ö1 üreticiyi kullanırken çok küçük hareketlerle üçgen üretmeye çalıştığından ve uzunlukların kusuraatları gizlendiğinden ürettiği iki üçgen farklı açılı ama eş kenarlı olmuştur. Ö1 öncelikle açılara odaklandığından dar açılı üçgenler elde ettiğinde hemen çalışma yaprağına not almış ve uzunluk ölçümlerini önemsememiştir. Halbuki bu aşamada Ö1 eşkenar üçgen bilgisine sahiptir ve eş kenarların eş açılar gerektirdiğini bilmektedir. Ancak bu esnada

bu fikre yoğunlaşmadığından ekrandaki ölçümleri aynen yazmıştır. Bu ise dar açılı üçgenin kenar özelliklerini tanımlarken-tablodaki değerlere göre yazdığı için-eksik bir tanımlama yapmasına sebep olmuştur. Bu etkinlikte Ö1 yeni üçgen türünün dar açılı olması gerektiğini idrak edebilmiş ancak kenar özelliklerine pek fazla dikkat edememiştir.

Bu etkinliğin ardından sınıfa üçgenleri sınıflandırılım çalışma yaprakları dağıtılmıştır. Öğretmen sınıfa, şu ana kadar öğrenmiş oldukları üçgenleri özelliklerini düşünerek bu yapıya yerleştirmeleri gerektiğini söylemiştir. Ö1'in doğru bir şekilde doldurduğu çalışma yaprağı Şekil 41'de verilmiştir.

Şekil 41

Ö1'in üçgenleri sınıflandırılım çalışma yaprağı



5.2.1.1.1. Birinci grubun üçgen üreticilerine yönelik enstrümanlı eylem şeması. Bu başlık altında birinci grubun üçgen üreticilerine yönelik enstrümanlı eylem şemalarının en önemli bileşeni olan işlevsel sabitlere ve mümkün olan yerlerde bu sabitleri oluşturan eylemdeki teoremler ve eylemdeki kavramlara yer verilmiştir.

Birinci gruptan Ö1 eşkenar üçgenin özelliklerini incelerken “bunların hepsinin açısının birbirine eşit olduğunu zaten biliyoruz” dedikten sonra Ö2 “yaniii” diyerek arkadaşını onaylamıştır. Ardından Ö2 üreticiyi büyütüp küçültmüş ve Ö1 “bozulmuyolar, hep aynı büyüyolar” ifadesini kullanmıştır. Ön görüşmede ve mülakatta da eşkenar üçgen için “bütün kenarları aynı, bütün açıları eşit” gibi ifadeler kullanan grubun eşkenar üçgen enstrümanlı eylem şemasının ‘eşkenar üçgen tüm açıları eşit ve tüm kenarları birbirine eşit olan üçgendir’ eylemdeki teoremi ile ‘kenar özelliği’ ve ‘açı özelliği’ eylemdeki kavramlarına dayandığı

söylenbilir.

Mülakatta çeşitkenar üçgen için “bütün kenarlarının farklı olması gerekiyor” ifadesini kullanan grubun çeşitkenar üçgeni tanımlarken öncelikle kenar özelliğini dikkate aldığı görülmektedir. Aksi takdirde çalışma yaprağına yazdıkları gibi (bakınız, Şekil 37, s. 120) kenarları ve açıları birbirinden farklı demeleri gerekirdi. Bu açıdan grubun çeşitkenar üçgen enstrümanlı eylem şemasının ‘bütün kenarları birbirinden farklı olan üçgenlere çeşitkenar üçgen denir’ eylemdeki teoremi ve ‘kenar özelliği’ eylemdeki kavramına dayandığı söylenbilir.

Grup mülakatta dik üçgen üreticinin ürettiği üçgenlerin ortak özelliğine “bir açısının 90 derece olması” ve geniş açılı üçgen üreticinin ürettiği üçgenlerin ortak özelliğine de “bir açısının 90 dereceden büyük olması” demiştir. Bu açıdan grubun dik üçgen enstrümanlı eylem şemasının ‘bir açısı 90 derece olan üçgenler dik üçgendir’ eylemdeki teoremi ile ‘dik açı’ ve ‘açı özelliği’ eylemdeki kavramlarına, geniş açılı üçgen enstrümanlı eylem şemasının ise ‘bir açısı 90 dereceden büyük olan üçgenler geniş açılı üçgendir’ eylemdeki teoremi ile ‘geniş açı’ ve ‘açı özelliği’ eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenbilir.

Mülakatta dar açılı üçgen için “bütün açılarının 90 dereceden küçük olması gerekiyor” ifadesini kullanan grubun dar açılı üçgeni tanımlarken öncelikle açı özelliğini dikkate aldığı görülmektedir. Bu açıdan grubun dar açılı üçgen enstrümanlı eylem şemasının ‘bütün açıları 90 dereceden küçük olan üçgenlere dar açılı üçgen denir’ eylemdeki teoremi ile ‘dar açı’ ve ‘açı özelliği’ eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenbilir.

Ö1 mülakatta üçgen üreticinin hangi üçgenleri üretebileceği sorusuna Şekil 42’deki cevabı vermiştir. Öğretmenin üçgen üreticinin eşkenar üçgen üretilip üretilmeyeceğini sorması üzerine “üretir, çünkü ikizkenar eşkenar üçgenleri ailesinde barındırıyor o yüzden ayrıca yazmadım” cevabını vermiştir.

Şekil 42

Ö1'in mülakat verilerinden bir kesit

Üçgen üretici hangi tür üçgenleri üretebilir?
İkizkenar, Geçitkenar, Dörtgen, Dik açılı, Geniş
açılı Üçgen

Bu ifadeden ve daha önce sunulan bulgulardan anlaşılacağı üzere Ö1'in ikizkenar üçgen üreticiyi enstrümana dönüştürürken oluşturduğu şema için dayandığı iki temel eylemdeki teorem vardır. Bunlardan ilki 'ikizkenar üçgen en az iki kenarı eşit olan üçgendir' diğeri ise 'üç kenar eşitken iki kenar da eşit olacağından ikizkenar üçgen eşkenar üçgeni kapsar'dır. İlk eylemdeki teorem için 'kenar özelliği' ve 'en az kavramı' eylemdeki kavramlar olarak ele alınabilir. İkincisi için ise 'kenar özelliği', 'bir özelliğin başka bir özelliği garantilemesi' ve 'bir şekil sınıfının diğeri kapsaması' eylemdeki kavramları göze çarpmaktadır. Ö1'in sanki üreticiye bağlı değilmiş gibi görünen bu işlevsel sabitleri aslında ikizkenar üçgen üretici sayesinde oluşmuştur. Öğrenci bu duruma gelene kadar birçok kez ikizkenar üçgen üreticinin eşkenar üçgen üretebilmesini üreticinin imkanlarına bağlamış, ancak özellikler temelinde yaptığı inceleme sonucunda ikizkenar üçgene dair özellik temelinde bir şema oluşturabilmiştir.

Ö1 üçgen üreticiyi incelerken "istediğimi gibi olabilir ki üçgen üretici" ifadesini kullanmıştır. Bu ifade üçgen üreticinin imkanlarının farkına vardığını göstermektedir. Ayrıca Ö1 mülakatta üçgen üreticinin bütün üçgenleri üretebileceğini ifade etmiştir. Bu ise öğrencinin etkinlikler süresince görmüş olduğu üçgenleri tek bir çatı altında toplayabildiğini göstermektedir. Ö1'in üçgen enstrümanlı eylem şemasının 'üçgen üretici tüm üçgenleri üretir' eylemdeki teoremine ve 'üreticinin imkanları' eylemdeki kavramına dayanmaktadır. Ayrıca Ö1'in bu şemasında ikizkenar üçgenin kapsayan tanıma uygun olarak yer aldığını belirtmekte fayda vardır. Bu sebeple Ö1 üçgen üreticinin hangi üçgenleri ürettiği sorusuna Şekil 42'deki (bakınız, s. 127) gibi cevap verdikten sonra "ikizkenar, eşkenar üçgenleri ailesinde

barındırıyor o yüzden ayrıca yazmadım” açıklamasını yapmıştır.

Ö2 ise ön görüşmede ikizkenar üçgen için “iki kenarı eşit olması gerek” ifadesini kullanırken, mülakatta ikizkenar üçgeni tanımlarken “iki kenarı birbirine eşittir ve o iki kenarın altındaki açılar da birbirine eşittir” ifadesini kullanmıştır. Bu durum Ö2’nin ikizkenar üçgen kavramında özellik temelinde bir genişleme olduğunu göstermektedir. Ö2 mülakatın bir diğer sorusu olan “ikizkenar üçgen üretici eşkenar üçgen üretebilir mi?” sorusuna “hayır ama eşkenar (üretici) üçgen ikizkenar üretiyor” cevabını verince öğretmen ikizkenar üçgen üreticiyi tekrar incelemesini istemiştir. Ö2 ikizkenar üçgen üretici ile eşkenar üçgen üretilbildiğini görünce, bu sefer “ikizkenar üçgen eşkenar üçgen olma koşulunu sağlıyor” demiştir. Ayrıca Ö2 mülakatta verilen *eşkenar üçgenler, ikizkenar üçgen ailesinin üyesidir* ifadesine doğru demektedir.

Öyle görünmektedir ki Ö2’nin ikizkenar üçgen şeması henüz sabitlememiştir, çünkü daha önce sunulan bulgularda Ö2’nin ikizkenar üçgen üreticinin hem iki kenarı hem üç kenarı eşit şekiller üretilmediği bilgisine sahip olduğu ve bunu üreticinin imkanlarına bağladığı görülmüştür. Oysa ki şu an, tekrar inceleme yapmadan önce, yanlış bir hükümde bulunduğu görülmektedir. Ö2’nin ikizkenar üçgen üreticiyi kullanarak bir eşkenar üçgen çizilebileceğini kontrol etmesinin ardından “ikizkenar üçgen eşkenar üçgen olma koşulunu sağlıyor” ifadesini kullanması ise bir ailenin diğer bir ailenin üyesi olma koşulunu sağlaması ifadesini, üreticinin bir şekli üretip üretememesiyle bağdaştırdığını göstermektedir. Bu ise ikizkenar üçgen için kapsayan tanımı baz alan bir şemaya sahip olmadığını ve bu sebeple ikizkenar üçgen ile eşkenar üçgen arasında sağlam bir bağ kuramadığını göstermiştir. Sonuç olarak diyebiliriz ki, Ö2’nin ikizkenar üçgen enstrümanlı eylem şeması ‘ikizkenar üçgen üretici ikizkenar ve eşkenar üçgenler üretir (bu sebeple eşkenar üçgen ikizkenar üçgen ailesinin üyesidir)’ ve ‘ikizkenar üçgenlerin iki kenarı ve iki açısı eşittir’ eylemdeki teoremlerine dayanmakta olup ‘üreticinin imkanları’, ‘kenar özelliği’ ve ‘açı özelliği’ eylemdeki kavramlarını içermektedir.

Ö2'nin üçgen enstrümanlı eylem şeması ise Ö1'inki gibi 'üçgen üretici tüm üçgenleri üretir' eylemdeki teoremine ve 'üreticinin imkanları' eylemdeki kavramına dayanmaktadır. Ancak Ö2'nin bu şemasında ikizkenar üçgenin kapsayan tanıma uygun olarak yer almadığını belirtmekte fayda vardır.

5.2.1.2. İkinci grubun üçgen üreticilerine yönelik enstrümantal oluşum süreci.

İkinci gruptaki öğrenciler (Ö3, Ö4) üçgen üreticileri tanıyalım etkinliğini açtıktan sonra Ö4 üçgen üretici ile geniş açılı bir üçgen üretmiş, Ö3 "ona artık üçgen üretici diyemicez" demiştir. Ö4 bu sefer dik üçgene benzer bir üçgen üretmiştir. Bu esnada öğrencilerin arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

Ö3: Bu (dik üçgene benzeyen üçgen için) ne oldu şimdi?

Ö4: Ne bileyim ben

Ö3: Geniş açılı üçgen oldu

Ö4: Hayır geniş açılı değil, dar açı ve dik açı var

Ö3: Şurası (geniş açı olduğunu düşündüğü köşe) burdan (geniş açığı oluşturan kenarlardan birinin diğer kenarla dar açı oluşturduğu köşe) bakıyorum geniş açı biraz, tam 90 değil

Ö4: Geniş değil bak dar, 90'dan küçük bu (Ö3'ün gösterdiği dar açılı köşe), burası da (Ö3'ün geniş açı dediği köşe) dik

Ö3: Orası dik değil işte

Ö4: Dik! Bak, 90 derece

Ö3: (Tartıştıkları köşe noktasını kendisine göre daha dik bir konuma getirerek) Bak 90 derece bu.

Öğrencilerin ifadeleri üreticiyi kullanırken görsele ve kendi bilgilerine dayanarak hareket ettiklerini göstermektedir. Öyle ki Ö3 ön görüşmede *dik üçgenin özellikleri nedir?* sorusuna *hatırlamıyorum* yazarak net bir dik üçgen bilgisine sahip olmadığını göstermiş, bu sebeple (görsel olarak) dik açılı üçgen elde ettikten sonra üçgene dair bir ifade kullanmak yerine açığa dair ifade kullanmıştır. Ö4 ise ön görüşmede dik üçgen için *bir kenarı dik açı (90 derece olması) gerekir* ve geniş açılı üçgen için *bir kenarı 90 dereceden büyük olması gerekir* yazmıştır. Ö4, ön görüşme verileri ve diyalogdaki ifadelerinden anlaşılacağı üzere, hem geniş

açılı üçgen hem de dik açılı üçgene dair ön bilgiye sahiptir ancak ekranda ölçümler verilmediğinden bu bilgilerini görsele dayalı tahminlerle birleştirmiştir.

Üçgen üreticinin ardından eşkenar üçgen üreticiyi bir köşe noktasından döndürürken büyütüp küçülten Ö3 “üçgen gidiyor geliyor ne biliyim ben noluyor” dedikten sonra grup üreticilerin imkan ve kısıtlarını incelemek yerine kendilerince konser sahnesi olduğunu düşündükleri bir resim çizmiştir. Bunu yaparken üreticilerden hangisi o esnada düşündükleri kısmı çizmeye izin veriyorsa onu kullanmışlardır.

Bunu yapabilir misin? (üçgenler) etkinliğinde (bakınız, Şekil 29, s. 109) grup önce üçgen üretici ile A’yı çizmiş, ardından Ö3 ikizkenar üçgen üreticiyi B’nin üzerine taşıyarak şekli çizmeye çalışmıştır. Bu esnada öğrencilerin arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

Ö4: (ikizkenar üçgen üreticinin eş açılı olmayan köşesini göstererek) şurasını uzatsana

Ö3: Uzamıyo işte

Ö4: Neden?

Ö3: (ikizkenar üçgen üreticiyi ekranın boş bir kısmına taşıyarak) şurada falan olabilir mi acaba (bir anlığına üreticiyi D’ye benzer bir şekle getirince) bu olacak

Ö4: (geniş açılı üçgen üreticiyi işaret ederek) bu da yapabilir onu, bununla bunu (D’yi) yapabiliriz

Ö3: (ikizkenar üçgen üreticiyi bırakarak) yürü git o zaman, sen gel yavrucuğum

Ö3 geniş açılı üçgen üretici ile D’yi çizdikten sonra Ö4 B’yi eşkenar üçgen üreticiyle çizmeye çalışmış ancak çizemeyince Ö3 başka bir grubun yaptıklarına bakarak ikizkenar üçgen üreticiyi B’ye taşımıştır.

Ö4: (geniş açılı üçgen formundaki ikizkenar üçgen üretici için) İkizkenara hiç benzemiyor artık

Ö4: (Ö3 B’yi çizmeye çalışırken üreticiyi eşkenar üçgen formuna getirince) hıuu! bunu ters çevir (deyince Ö3 üçgen üreticiyi A’dan alarak bu şekli ikizkenar üçgen üretici ile çizmiştir)

Ö4: A şekli için ikizkenar kullanıyoruz

Ö3: Çünkü onu uyumlu gördük (ardından üçgen üretici ile C’yi çizmiştir) Bak bişey yaptım, bak

Ö4: Aaa çok güzel

Ö3: (B'yi eşkenar üçgen üretici ile çizmeye çalışırken) neden olmuyor, ya yapamıyorum, şunu yapıcım (dik üçgen üreticiyi E'ye taşımıştır)

Ö4: (Ö3 üreticiyi şekle tam oturtmadan bırakınca) yaaa olmadı ki bu, versene bi

Ö3: Al yorulduğum zaten

Ö4: (bir süre uğraştıktan sonra) bu olmuyor çünkü dik açılı

Ö3: (Eşkenar üçgen üretici ile B'yi işaret ederek) ona bak

Ö4: (bir süre uğraştıktan sonra eşkenar üçgen üretici ile B'yi çizemeyince) yaaa dik üçgen üretici de olmaz ki buraya, öğretmeniim!

Ö3: Öğretmenim this is not possible

Öğretmen: Neresi olmadı?

Ö3: (eşkenar üçgen üreticiyi göstererek) bu bozuk hocam

Öğretmen: Demek ki burası (A) ikizkenardan (ikizkenar üçgen üreticiden) gelicek, burası (B) eşkenar olabilir mi?

Ö3: Hayır

Öğretmen: Eşkenar olması için kenarlarının aynı olması gerek öyle değil mi?

Ö3: Biz hiç öyle düşünmedik, biz hiç kenarları düşünmedik yani (dedikten sonra A'yı eşkenar üçgen üretici ile çizmiştir)

Ö3: Kenarlarından düşünürsek buraya da (B'ye) ikizkenar (ikizkenar üçgen üretici) gelecek dimi?

Ö4: Aynen

Ö3: Ya biz yapıyoruz yarım saattir.

Ö3, D ve E için “bu dik değil bu da dik değil” diyerek C'den üçgen üreticiyi çekmiş

ve “bu (C) dik olduğuna göre buraya dik (dik üçgen üretici) gelicek” demiş ancak dersin bittiğini fark ettiği için aceleyle üreticiyi şeklin yerine tam oturtamamış ve üçgen üreticiyi tekrar C'ye taşıyarak çalışma yaprağına not almıştır.

Öğrencilerin etkinlik boyunca yaptıkları dikkate alındığında her ne kadar öğretmen dersin başında etkinlikle ilgili açıklama yapmış olsa da bilgisayar ekranının cazibesine kapılarak bu açıklamayı dikkatlice dinlemeden üreticileri hareket ettirmeye başladıkları görülmektedir. İlerleyen kısımda öğretmenin birebir yaptığı açıklama sonucu etkinliği nasıl yapmaları gerektiğini anlayan grup, üreticileri üçgenlerin özelliklerini dikkate alarak hareket

ettirebileceklerini fark etmiş ve görsel olarak hangi tür üçgen olduğuna karar verdikleri şekilleri o tür üretici ile çizmeye başlamışlardır. Bu ise grubun üçgenlere dair temel bir bilgiye sahip olduğunu ayrıca üreticilerin hareket kabiliyetlerinin arkasında yatan sebebin özellikler olduğunu fark ettiklerini göstermektedir. Bu süreçte Ö3'ün dik açı bilgisini dik üçgen üretici sayesinde dik açılı üçgen kavramıyla ilişkilendirebildiği görülmektedir. Öğretmenin üreticilerin isimleri ile şekilleri ilişkilendirebileceklerini söylemesi öğrenciyi örneğin 'eşkenar üçgen üretici eşkenar üçgen üretebiliyorsa dik üçgen üretici de dik açılı üçgen üretebilir' düşüncesine sevk etmiş olabilir. Bu ise Ö3'ün üreticiye bağlı olarak şemalarında bir gelişme yaşadığı enstrümantasyon sürecidir.

Tahmin & kontrol-eşkenar üçgen & ikizkenar üçgen etkinliğinde (bakınız, Şekil 32, s.111) grup öncelikle eşkenar üçgen üreticinin 2, 4, ve 5'i çizebileceği tahmininde bulunmuş ve sebebini diğer şekillerin ikizkenar üçgen olmasına bağlamıştır. Ardından kontrolleri yapmadan ikizkenar üçgen üretici için de tahminlerini yapmışlardır. Bu esnada Ö4 bu üreticiyle hepsinin çizilebileceğini düşündüğünü "1 olur, 2 eşkenar üç kenarı eşitse zaten iki kenarı da eşit olur" diyerek anlatmaya çalışmış ancak Ö3 "eşit olmaması lazım" diyerek çalışma yaprağını işaret etmiş ve "1, 3, 6 ikizkenar olacak, bunlarda (eşkenar dörtgen üretici kısmı için) bunun tam tersi olacak anladın mı?" diyerek fikrini söylemiştir. Ö4 her ne kadar farklı düşünse de sonuçta arkadaşının düşüncesini benimsemiş ve çalışma yaprağını Şekil 43'deki gibi doldurmuştur.

Şekil 43

Ö4'ün tahmin & kontrol-eşkenar üçgen & ikizkenar üçgen çalışma yaprağı

Üçgen Üretici	Üçgenler	Tahminim	Bulduğum	Bu üçgen üretici bu üçgeni yapamaz çünkü...
✓ Ikizkenar Üçgen Üretici	1	E H	E H	
	2	E -H	E H	Yapamaz çünkü Eşkenar üçgen olduğunu düşündük
	3	E H	E H	
	4	E H	E H	Yapamaz çünkü Eşkenar olduğunu düşündük
	5	E H	E H	Yapamaz çünkü Eşkenar üçgen olduğunu düşündük
	6	E H	E H	

Tahminlerin ardından kontrole geçen grup ikizkenar üçgen üretici ile 1'i çizdikten sonra 2'yi de çizebilmiştir. Bu esnada öğrencilerin arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

Ö3: Yapamaz dedik ama çizdi, neden? Öğretmenim! biz 2'ye hayır dedik ama oldu

Öğretmen: İkizkenar üçgen üreticinin kenarlarında nasıl bir esneklik var ki sizin eşkenar üçgen çizmenize izin veriyor?

Ö3, Ö4: !!?

Öğretmen: İkizkenar üçgen üreticiyi oynatırken eşkenar üçgenler üretebildin mi?

Ö3: Evet hocam

Öğretmen: İkizkenar üçgenin kenar özelliği ne?

Ö3: İki kenarı eşit ama altı...

Öğretmen: Eşkenar üçgenin nasıl?

Ö3: Eşkenar, bütün kenarları eşit

Öğretmen: Eşkenar üçgen üretici bütün kenarları eşit şekiller çizebiliyor, ama ikizkenar üçgen üretici hem iki kenarı eşit şekiller hem de üç kenarı eşit şekiller çizebiliyor, bak 2'yi çizebildi, demek ki kenarlarda esnekliği var tamam

Ö3: (öğretmeni başıyla onayladıktan sonra) ben 3'ü deniyorum

Ö4: (öğretmen gidince) Ben hiçbir şey anlamadım yalnız, bi dakika 3 olur zaten

Ö3: Evet, biz evet işaretledik

Ö4: Tamam o zaman bişey yazmamıza gerek yok

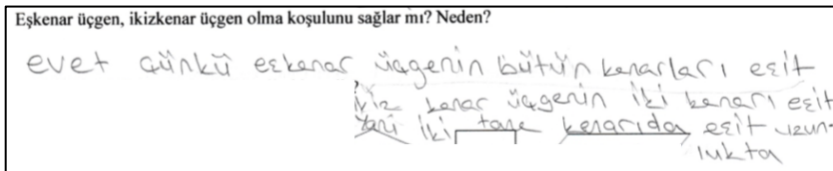
Ardından 5'i çizmişler ve 6'yı denerken "olacak bu, hiç şüphesiz" gibi ifadelerle olacağına yönelik düşüncelerini belirtmişlerdir.

Grup eşkenar üçgen üretici ile kontrole geçince tüm tahminlerinin doğru olduğunu görmüştür. Bu esnada Ö3 6'yı çizerken “bak olmuyor, eşkenar üçgeni aşağı çektiğinde bu büyüyor olmuyor yani” ifadesini kullanmış, öğretmenin nasıl büyüdüğünü sorması üzerine ise “hepsi eşit olacak şekilde” cevabını vermiştir. Öğretmenin “bu (eşkenar üçgen üretici) hep eşit büyüdüğü için mi ikizkenar üçgen çizemiyor?” sorusuna ise “evet” demiştir. Bu ifadeler Ö3'ün eşkenar üçgen üreticinin herhangi bir köşesini tuttuğunda tüm şeklin orantılı bir şekilde büyüyüp küçüldüğünü fark ettiğini göstermektedir.

Bu etkinlikte Ö4'ün öncelikle ‘eşkenar üçgenler üç kenarı eşitken iki kenarın eşit olması koşulunu da sağladığı için ikizkenar üçgendirler’ sabitine göre hareket ettiği-ki ön görüşme verilerinde de bu düşüncede olduğu anlaşılıyor (Şekil 44)-ancak ‘arkadaşımın dediği doğrudur’ düşüncesiyle onun ‘eşkenar üçgen üretici sadece eşkenarları üretebiliyorsa, ikizkenar üçgen üretici de sadece ikizkenarları üretebilir’ sabitini benimseyerek hareket ettiği söylenebilir. Yani Ö4 her ne kadar eşkenar üçgen ile ikizkenar üçgen arasındaki hiyerarşik ilişkiyi özellik temelinde yapılandırmış olarak bu etkinliği yapmaya başlasa da verilen üreticilerin hareket kabiliyetlerini sadece üreticinin imkanlarına bağladığından bilgisini üreticiyle birleştirememiş, bu sebeple öğretmenin üreticiye yönelik açıklamasını da anlayamamıştır.

Şekil 44

Ö4'ün ön görüşme verilerinden bir kesit



Ö3 ise eşkenar üçgen üreticinin sadece eşkenar üçgenler üretebildiğini fark etmiş ancak bu düşüncesi, ikizkenar üçgen üreticinin de sadece ikizkenar üçgenleri üretebileceği çıkarımını yapmasına sebep olmuştur. Bu sebeple ikizkenar üçgen üreticinin eşkenarları üretmesi karşısında şaşırılmaktadır. Çünkü Ö3 için ikizkenar üçgen ile eşkenar üçgen farklı

sınıflardadır ve bu isimlerdeki üreticiler de farklı sınıflarda olmalıdır. Ancak ikizkenar üçgen üreticinin eşkenar üçgenleri üretebilmesi sürecinde (enstrümantasyon) üreticinin imkanlarını fark etmesi Ö3'ün 'ikizkenar üçgen üretici hem eşkenarları hem ikizkenarları üretebilir' işlevsel sabitini geliştirmesine yardımcı olmuştur. Bu sabiti içeren şemada eksik olan kısım ise bu üreticinin neden böyle davrandığını açıklayacak olan özellikler arası ilişkiler bilgisidir.

Üçgenlerin özelliklerini inceleyelim etkinliğinde grup eşkenar üçgen, ikizkenar üçgen ve üçgenin özelliklerini incelemiştir. Grup ekranda verilen ölçümleri dikkate alarak yaptığı inceleme sonucunda, çalışma yaprağına eşkenar üçgen için *kenarları birbirine eşittir, açılarının hepsi eşittir* yazmıştır. Ö3 ikizkenar üçgen üreticinin iki eş kenarının birleştiği köşesini bir süre sürükledikten sonra bir eşkenar üçgen üretmiştir. Bu esnada eş olmayan kenarın uzunluğu hep sabit kalmıştır. Bunun üzerine Ö4 öğretmeni çağırarak,

Ö4: Burada biz şunu fark ettik, A ve B'nin uzunlukları (AB kenarı) sürekli aynı kalıyo burda, ama şey, diğerleri oynayabiliyor ikisi ama eşit oluyo.

Öğretmen: O zaman bazen iki kenarı eşit diyorsun bazen üç kenarı, bunu nasıl ifade edebilirsin?

Ö4: (bir süre düşündükten sonra) Bilmiyorum

Öğretmen: Mesela en az iki kenarı eşit olmak zorunda desem, uyar mı?

Ö4: Uyar.

Bu diyalogdan sonra grup çalışma yaprağına ikizkenar üçgen için *en az iki kenarı eşit*, notunu almıştır. Ardından açılarını incelemiş ve "en az iki açısı birbirine eşit" dedikten sonra çalışma yaprağına bu şekilde not almıştır.

Grup üçgen üreticinin kenarlarını inceledikten sonra "bunların hepsi de eşit olabiliyor, ikisi de eşit olabiliyor, hiçbiri de eşit olmayabiliyor" dedikten sonra çalışma yaprağına *bütün kenarları farklı* diye not almış, sonrasında üçgen üreticinin açılarını da incelerken tüm açılarını ya da iki açıyı eşitlemeyi başaramamış ve *bütün açılar birbirinden farklı* notunu eklemiştir. Öğretmenin bu ifadeyle ne anlatmak istediklerini sorması üzerine Ö3 "üçgen üretici istediğimizi çizer" demiş, öğretmen "yani istersem dik açılı ya da geniş açılı

yapabiliyorum öyle mi?” diye sorunca grup “yapabiliyoruz” cevabını vermiştir.

Yeni bir üçgen türü-kenarlarına göre üçgenler etkinliğinde Ö3 ilk üçgeni elde ettikten sonra öğretmene doğru olup olmadığını sormuş ve onayını aldıktan sonra not almıştır. Ö4’ün ikinci üçgeni bulması esnasında ise Ö3 “santimlerini farklı yapmaya çalış” diyerek kenar uzunlukları farklı üçgenler bulmaları gerektiğini anladığını göstermiştir. Ardından tabloyu Şekil 45’deki gibi tamamlamışlardır.

Şekil 45

Ö3’ün yeni bir üçgen türü-kenarlarına göre üçgenler çalışma yaprağı

	Uzunluk (AB)	Uzunluk (BC)	Uzunluk (AC)	Açı (A)	Açı (B)	Açı (C)						
1. Üçgen	5cm	4cm	3cm	52°	39°	90°						
2. Üçgen	6cm	4cm	7cm	37°	85°	58°						
3. Üçgen	13cm	8cm	11cm	38°	61°	81°						
<table border="1"> <thead> <tr> <th>Yeni üçgen türünün adı</th> <th>Kenar özellikleri</th> <th>Açı özellikleri</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Geni kenar üçgen</td> <td>hepsi Farklı.</td> <td>hepsi Farklı.</td> </tr> </tbody> </table>							Yeni üçgen türünün adı	Kenar özellikleri	Açı özellikleri	Geni kenar üçgen	hepsi Farklı.	hepsi Farklı.
Yeni üçgen türünün adı	Kenar özellikleri	Açı özellikleri										
Geni kenar üçgen	hepsi Farklı.	hepsi Farklı.										

Öğretmenin tahtada çeşitkenar üçgenin yerini hiyerarşik yapıda göstermesinin ardından öğrenciler dik üçgen ve geniş açılı üçgenin özelliklerini incelemişlerdir. Grup dik üçgen üreticiyi incelerken ekranda etkinlik dışı işlemler yapmaya başlayınca öğretmen yanlarına gelerek nasıl inceleme yapmaları gerektiğini göstermiştir. Bu sırada grup ile öğretmen arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

Öğretmen: (dik üçgen üreticiyi farklı köşelerinden büyütüp küçülterek) açılara bakın, açılarını istediğim zaman değiştirebiliyor muyum, yoksa sabit kalan açısı var mı?

Ö3: Sabit kalan açısı bir tek 90 derece var hocam

Öğretmen: O zaman şöyle diyebilir miyim, dik üçgen her zaman 90 derecelik bir açıya (dik açıya) sahiptir

Ö4: Evet

Öğretmen yanlarından ayrıldıktan sonra grup dik üçgenin kenar uzunluklarını

incelemiş, tüm kenarların farklı olduğu durumların yanı sıra iki kenarın eşit olduğu durumları

da gözlemlemiş ve bunu nasıl ifade edeceklerini bilemeyince öğretmeni tekrar çağırmıştır.

Ö4: Öğretmeniiiiim! kenarlarına ne yazcaz?

Öğretmen: Kenarları her zaman farklı farklı gelmiyor mu?

Ö4: Öğretmenim bazen eşit geliyor iki tanesi

Öğretmen: O programdaki bir ayarlamadan kaynaklanıyor, ama hiçbir zaman için açılar farklıyken iki kenar aynı gelemez, tamam, açılarının aynı olması lazım iki kenarın aynı olabilmesi için

Ö3: Yani kenarların hepsi farklı açıdadır

Öğretmen: Farklı uzunlukta

Bu diyalogun ardından iki kenar eşitken iki açıyı da eşitleyemeyen grup dik üçgenin kenar özelliği için çalışma yaprağına *kenarların hepsi farklı uzunluktadır* notunu almıştır.

Grup geniş açılı üçgeni incelerken, bir köşenin hareketindeki kısıtı (geniş açı üreten köşe) fark edince şaşırmıştır. Ancak grup bu kısıtın sebebinin geniş açı olduğunu anlayamamış ve çalışma yapraklarına geniş açılı üçgenin kenarları için *kenarların hepsi farklı uzunluktadır* ve açıları için *bütün açılar farklı* notunu almıştır. Bunu fark eden öğretmen geniş açılı üçgen üreticinin olmazsa olmaz özelliğinin ne olduğunu sormuş, Ö3 “bir açısı geniş olacak” demiştir. Grup, ön görüşmede, *bir şekli geniş açılı üçgen olarak adlandırmak için bu şeklin hangi özelliklere sahip olması gerekir?* sorusuna *açısı 90 dereceyi geçen üçgen olması gerekir* (Ö3) ve *bir kenarı 90 dereceden büyük olması gerekir* (Ö4) cevaplarını vermiştir. Grubun ön görüşmedeki cevapları ve üreticiyi incelerken söyledikleri ifadeler onların geniş açılı üçgen bilgisine sahip olduklarını ancak bu bilgiyi üretici ile ilişkilendirmekte zorlandıklarını göstermektedir.

Yeni bir üçgen türü-açılarına göre üçgenler etkinliğinde Ö3 üçgen üretici ile dar açılı (ve açıları farklı) ancak eş kenarlı bir üçgen çizmiş “eşkenar herhalde (diğer üreticilerle) olmuyor” diyerek diğer üreticileri incelemeye başlamıştır. Bu esnada öğrencilerin arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

Ö4: Dar açılı olması lazım

Ö3: Bak bu (dik açılı üçgen üreticinin dik açılı köşesi) bu tarafa doğru gitmiyor, bu

(geniş açılı üçgen üreticinin geniş açılı köşesi) da bu tarafa doğru gitmiyor

Ö4: (o esnada öğretmenin yanlarına geldiğini fark edince) Hocam bişey sorucam

Öğretmen: (ekrandaki eşkenar ama farklı açılı üçgeni görünce sınıfa dönerek) Bir de şuna dikkat edin, bazılarının mesela tüm kenarları eşit çıkmış ama açılar farklı, bu programın bir hatası maalesef. Ama siz biliyorsunuz ki eşkenar üçgenlerin hem açıları hem de kenarları aynı olmak zorunda, tamam mı ona göre düzenleyelim

Ö4: Doksan dereceyi geçmemesi gerekiyor dimi mi?, doksanda olmaması gerekiyor

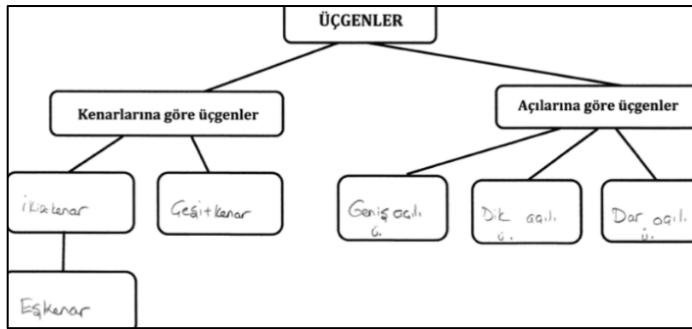
Öğretmen: Evet çok güzel bir tespit, peki nasıl olması lazım o zaman?

Ö4: Doksan dereceden küçük olması gerekiyor

Ardından grup tabloyu eksiksiz bir şekilde doldurarak yeni üçgen türü için *dar açılı üçgen* yazmıştır. Üçgenleri sınıflandırılım etkinliğinde her üçgeni doğru bir şekilde verilen boş yapıya (Şekil 46) yerleştirmiş olan grup öğretmen onayına ihtiyaç duydukları için öğretmene “bu doğru mu?” diye sormuş ve olumlu yönde onay aldıktan sonra çalışma yapraklarını teslim etmiştir.

Şekil 46

Ö3'ün üçgenleri sınıflandırılım çalışma yaprağı



5.2.1.2.1. İkinci grubun üçgen üreticilerine yönelik enstrümanlı eylem şeması. Ön görüşmede eşkenar üçgen için *bütün kenarlarının eşit olması lazım* (Ö3) ve *bütün kenarlarının eşit uzunlukta olması gerekir* (Ö4) yazan grup eşkenar üçgen üreticisi inceledikten sonra çalışma yaprağına *açılarının hepsi eşittir, kenarları birbirine eşittir* yazmıştır. Mülakatta eşkenar üçgenin ürettiği üçgenlerin ortak özelliği sorulduğunda ‘tüm kenarları eşittir, açıları 60 derecedir’ cevabını veren grubun eşkenar üçgen enstrümanlı eylem şemasının ‘eşkenar üçgen tüm kenarları birbirine eşit ve açıları 60 derece olan üçgendir’

eylemdeki teoremi ile ‘kenar özelliği’ ve ‘açı özelliği’ eylemdeki kavramına dayandığı söylenebilir.

Mülakatta Ö3 çeşitkenar üçgen için “tüm kenarlarının farklı uzunlukta olması gerekir” derken Ö4 *bütün kenarları farklıdır* yazmıştır. Grubun çeşitkenar üçgeni tanımlarken öncelikle kenar özelliğini dikkate aldığı görülmektedir. Bu açıdan grubun çeşitkenar üçgen enstrümanlı eylem şemasının ‘bütün kenarları birbirinden farklı olan üçgenlere çeşitkenar üçgen denir’ eylemdeki teoremi ve ‘kenar özelliği’ eylemdeki kavramına dayandığı söylenebilir.

Grup mülakatta dik üçgen üreticinin olmazsa olmaz özelliği için “bir açısı 90 derece” ve geniş açılı üçgen üreticinin ürettiği üçgenlerin ortak özelliği için de “bir açısı geniş açıdır, bir açısının 90 derecenin üstünde olması lazım” ifadelerini kullanmıştır. Bu açıdan grubun dik üçgen enstrümanlı eylem şemasının ‘bir açısı 90 derece olan üçgenler dik üçgendir’ eylemdeki teoremi ile ‘dik açı’ ve ‘açı özelliği’ eylemdeki kavramlarına, geniş açılı üçgen enstrümanlı eylem şemasının ise ‘bir açısı 90 dereceden büyük olan üçgenler geniş açılı üçgendir’ eylemdeki teoremi ile ‘geniş açı’ ve ‘açı özelliği’ eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

Grup yeni bir üçgen türü-açılarına göre üçgenler etkinliğinde yeni üçgen türünün hem dik hem de geniş açılıya sahip olmaması gerektiğini anlayabilmiş ve çalışma yaprağındaki tabloyu Şekil 47’deki gibi doldurmuştur.

Şekil 47

Ö4’ün yeni bir üçgen türü-açılarına göre üçgenler çalışma yaprağından bir kesit

	Açı (A)	Açı (B)	Açı (C)
1. Üçgen	58°	57°	65°
2. Üçgen	73°	85°	22°
3. Üçgen	30°	66°	83°

Grup bu yeni üçgeni dar açılı üçgen olarak adlandırdıktan sonra çalışma yaprağına

kenar özellikleri için “dar açılı olmalı” yazmıştır. Ancak grubun mülakatta dar açılı üçgen için *en az bir açısının 90 derece altında olması gerekir* (Ö3) ve *en az bir açısı dardır* (Ö4) yazdığı görülmüştür. Bu ise grubun dar açılı üçgenin dik ve geniş açılıya sahip olmaması gerektiğini bildiğini ancak ifade etmede zorlandığını göstermektedir. Yani grup tüm açılarının dar olduğunu söylemek yerine dik ve geniş açılı üçgeni tanımlarken kullandığı gibi bir açı üzerine yoğunlaşarak tanım yapmaya çalışmış ancak diğer açılarının da dik ve geniş olamayacağını bildiğinden *en az* ifadesini kullanmıştır. Bu açıdan grubun dar açılı üçgen enstrümanlı eylem şemasının ‘açıları 90 dereceden küçük olan üçgenlere dar açılı üçgen denir’ eylemdeki teoremi ile ‘dar açı’ ve ‘açı özelliği’ eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

Bir önceki başlık altında sunulan bulgular ikinci grubun üçgen üreticiyi enstrümana dönüştürmede başarılı olduğunu göstermektedir. Nitekim grup mülakatta üçgen üretici için “istediğimizi çizer” (Ö3) ve “üçgen çiziyor” ifadelerini kullanmıştır. Dolayısıyla grubun üçgen enstrümanlı eylem şemasının ‘üçgen üretici tüm üçgenleri üretir’ eylemdeki teoremi ve ‘üreticinin imkanları’ eylemdeki kavramına dayandığı söylenebilir.

Grubun ikizkenar üçgen enstrümanlı eylem şemasının da benzer olduğu görülmüştür. Ö3 ön görüşmede ikizkenar üçgen için *iki kenarı eşit ancak bir kenarı farklı boyutta olmalı* ve eşkenar üçgen için *bütün kenarlarının eşit olması lazım* yazmış olmasına rağmen öğretim esnasında gerek sınıftaki soru-cevap süreci gerekse ikizkenar ve eşkenar üçgen üreticilerini incelemiş olması sebebiyle ikizkenar üçgenin en az iki kenarı eşit olan üçgenler olduğunu anlayabilmiştir. Bu durumu ise ikizkenar üçgen üreticinin hem ikizkenar hem de eşkenar üçgen üretebilmesi sebebiyle kabul etmektedir. Yani Ö3 ikizkenar üçgen üretici sayesinde ikizkenar üçgenlerin bir kenarının mutlaka farklı olması gerektiği düşüncesini değiştirebilmiştir.

Mülakatta ikizkenar üçgen üretici için “iki kenarı eşit olan tüm şekilleri üretir” dedikten sonra “üç kenarı eşit olanları da üretebiliyor muydu?” sorusuna “evet” cevabını

veren Ö3 ve *eşkenar üçgenler ikizkenar üçgen ailesinin üyesidir* ifadesinin de doğru olduğunu belirtmiştir. O halde diyebiliriz ki Ö3'ün ikizkenar üçgen enstrümanlı eylem şeması 'ikizkenar üçgen en az iki kenarı eşit olan üçgendir', 'üç kenar eşitken iki kenar da eşit olacağından ikizkenar üçgen eşkenar üçgeni kapsar' eylemdeki teoremlerini ve 'kenar özelliği', 'en az kavramı', 'bir özelliğin başka bir özelliği garantilemesi' ve 'bir şekil sınıfının diğerini kapsaması' eylemdeki kavramlarını içermektedir.

Ö4 ise çalışmaya katılmadan önce üçgen sınıflandırmasında önemli bir yere sahip olan eşkenar-ikizkenar üçgen ilişkisini özellik temelinde anlamlandırmış bir öğrencidir (bakınız, Şekil 44, s. 134). Ancak bu üreticilerle çalışırken önce neden ikizkenar üçgen üreticinin tüm kenarları eşit üçgenler ürettiğini anlayamamış sonrasında üreticiyi özellikleri dikkate alarak incelediğinde ikizkenar üçgen üreticinin en az iki kenarı eşit üçgenler üretebildiğini gözlemlemiş ve bunu 'eşkenar üçgen tüm kenarları eşitken iki kenarı eşit olma şartını sağlar' bilgisiyle birleştirebilmiştir. Bu ise Ö4'ün ikizkenar üçgen üreticiyi enstrümana dönüştürebildiğini ve bu enstrümana ait şemasının 'ikizkenar üçgen en az iki kenarı eşit olan üçgendir', 'üç kenar eşitken iki kenar da eşit olacağından ikizkenar üçgen eşkenar üçgeni kapsar' eylemdeki teoremlerini ve 'kenar özelliği', 'en az kavramı', 'bir özelliğin başka bir özelliği garantilemesi' ve 'bir şekil sınıfının diğerini kapsaması' eylemdeki kavramlarını içermektedir.

5.2.1.3. Üçüncü grubun üçgen üreticilerine yönelik enstrümantal oluşum süreci.

Üçüncü grup (Ö5, Ö6) üçgen üreticileri tanıyalım etkinliğinde üreticileri bir süre incelemiştir. Ardından bunu yapabilir misin? (üçgenler) etkinliğinde (bakınız, Şekil 29, s.109) öğretmenin açıklamaları doğrultusunda her bir üreticiyi verilen şekillerden birini çizmek için kullanmaya başlamıştır. Ancak grup üreticileri hareket ettirmede biraz zorlanmış ve verilen süreyi etkin kullanamadığı için etkinliği tamamlayamamıştır. A şeklini ikizkenar, C şeklini dik üçgen

üretici ile çizen grup neden bu üreticileri seçtikleri sorulduğunda “öyle uygun gördük” demekle yetinmiştir.

Tahmin & kontrol-eşkenar üçgen & ikizkenar üçgen etkinliğinde (bakınız, Şekil 32, s.111) eşkenar üçgen üreticinin 1’i çizemeyeceğini, 2’yi çizebileceğini söyleyen grup 3 için fikir ayrılığına düşmüştür. Ö5 çizilemez derken Ö6 çizilebilir tahmininde bulunmuştur. 4’e geldiklerinde ise Ö6 “olur” deyince Ö5 “(eşkenar üçgen üretici için) küçültemeyiz ama” demiş, Ö6 öğretmene “küçültemiyor muyuz?” diye sorunca öğretmen “küçültebiliyorsun” demiştir. Bunun üzerine Ö5 “doğru, unuttum” demiş ancak yine de tahmin kutucuğunu boş bırakmıştır. Ardından grup “5 olur, 6 olmaz” diyerek kontrol aşamasına geçmiştir.

Kontrol aşamasında öncelikle eşkenar üçgen üretici ile 5’i çizen grubun arasındaki diyalog aşağıda verilmiştir.

Ö6: (Ö5, 4’ü çizmeye çalışırken) 4 oldu, ben ne demişim, evet demiştim, sen ne demişsin?

Ö5: Hiç bi şey (dedikten sonra tahmin ve kontrol kutucuklarına evet işaretlemiştir)

Ö6: (3’ü çizmeye çalışırken) Aaa! hayır pardon, bi dakika (derken tahminini değiştirdi)

Ö5: Noldu?

Ö6: 3 hayır, çünkü eşkenar üçgen olduğunu unutmuşum, eşkenar olduğu için bütün kenarları eşit olması lazım, (eşkenar üçgen üreticiyi bir köşesinden tutup büyüterek) bütün kenarları büyür böyle

Ö6: (6 için) Zaten doğuştan hayır yani

Ö5: Dene bi!

Ö6: 6 nasıl olsun eşkenar böyle olmaz (dedikten sonra denemekten vazgeçmişlerdir)

Ö5: O zaman 2’yi dene ya da 1’i

Ö6: 2 zaten olur

Ö5: (2’yi çizdikten sonra) 1’i yap sen

Ö6: 1 olmaz ki, 1’i yapma, 1 hayır

Ö5: Bi denememiz lazım (dedikten sonra üreticiyi 1’in üzerine taşımıştır)

Ö6: Bu ikizkenar

Ö5: Aynen ikizkenar

Grup eşkenar üçgen üreticinin neden 1, 3 ve 6 numaralı şekli çizemediğini *çünkü şekil*

ikizkenar notuyla açıklamaya çalışmıştır. Bu bulgulara bakıldığında, ön görüşmede eşkenar üçgenin özelliklerini “hatırlamıyorum” diyerek açıklamayan Ö5’in tahminlerini rastgele kararlarla yaptığı, ancak Ö6’nın eşkenar ve ikizkenar bilgisini göz önünde bulundurmaya çalıştığı ama görsele dayalı da karar verebildiği görülmektedir. Ayrıca ön görüşmede eşkenar üçgen için *bütün kenarları eşit* notunu yazan Ö6’nın kontroller sırasında eşkenar üçgen üreticinin hareket kabiliyetinin nedenini bu bilgisiyle ilişkilendirebildiği görülmüştür.

Grup ikizkenar üretici ile tahmin aşamasına geçtiğinde, Ö5 öncelikle bu üreticiyle 1’i çizmeye çalışmış, her ne kadar tam çizmese de, üreticinin 1, 3 ve 6’yı üretebileceği yönünde tahmin yürütmüştür. Ö6 ise 1’i çizer ve 2’yi çizemez işaretlemiştir. Öğrenciler kontrole geçtiklerinde aralarında şu diyalog geçmiştir:

Ö6: 1 evet zaten

Ö5: (1’i çizince) Tamam

Ö6: 2 zaten olmaz doğuştan (diyerek 3’ü çizmeye çalışmış bu esnada) hiç uğraşmasak da 3 oluyo işte yaaa, oluyo (dediği anda çizebilmiştir), 2 oluyo mu?

Ö5: Denesek ya

Ö6: Bi dakika ya 2’yi ben boş bırakcam, hiç emin değilim

Ö6 bu sırada çalışma yaprağından 2’ye ait tahminini silmiş ve ikizkenar üçgen

üreticiyi bir müddet köşe noktalarından hareket ettirerek incelemiştir. Ö6’nın ikizkenar üçgen üreticinin 2’yi çizemeyeceğini söyleyip sonradan emin olamaması onun 3’ü çizerken aracın imkanlarını fark etmeye başladığını göstermektedir.

Ö5: 2 olmuyo, 2’yi..., bak naaptık biz ikiyi (eşkenar üçgen tablosundan 2’yi göstererek) 2’ye evet dedik ya burda, hatırlarsan, o zaman burda da tam ters

Ö6: (eşkenar üçgene benzer bir görüntü verdiği ikizkenar üçgen üretici için) Tamam bunun ikizkenar olduğuna eminim, böyle ikizkenar olduğuna emin değilim

Ö5: Olmuyor, olmuyor

Ö6: Bi dakika, bi denesek ya biz yine de (diyerek denemiş başaramayınca) bi de 6 oluyo işte yaa (Ö5 6’yı çizince) 2’yi bi denesene olcak mı bi de 5’i (Ö5 5’i çizmeye çalışırken başarılı olacakmış gibi görününce) ne yaptın sen yaa!

Ö5: Bu da olcak

Ö6: Evet oluyo

Ö5: O zaman 5 ikizkenar olamaz, ..., eşkenar, ama olamaz

Ö6: Olabiliiiir

Ö5: Bakalım bi eşkenar 5'e (diyerek eşkenar üçgen üretici sayfasını açmış ve 5 için) şimdi ikizkenarda oldu

Ö6: İkisinde de olabilir, öyle oluyo

Ö5: (tekrardan eşkenar üçgen üretici ile 5'i çizerek) Evet bunda da oluyo,

Öğretmeniiiiim!

Grubun ikizkenar üçgen üretici ile tahmin yaptıkları aşamada bu üreticiyle verilen şekillerden sadece ikizkenarları çizebilecekleri yönünde tahminde bulunmalarının sebebi 'eşkenar üçgen üretici sadece eşkenar üretirse, ikizkenar üçgen üretici de sadece ikizkenarları üretebilir' şeklinde düşünceleridir. Ancak kontrol esnasında bu üreticinin eşkenarları da üretebilmesi grubu şaşırtmıştır. Ö6 bu durumu üreticinin esnekliğe bağlasa da Ö5 bu konuda ikna olmamıştır çünkü bu aşamada ikizkenar ile eşkenar arasında bir bağ kuramamaktadır. Bu sebeple öğretmenden yardım istemiştir.

Ö5: Öğretmenim bakın şimdi eşkenarda oluyo bu 5, bu tarafta da (ikizkenar üçgen üretici ile çalıştıkları sayfada) oluyo, hem eşkenar hem ikizkenar oluyo

Ö6: Olabiliir

Öğretmen: Eşkenarın özelliği ne?

Ö5: Eşkenar hepsi eşit

Öğretmen: Bütün kenar uzunluklarım eşit, ikizkenarın özelliği ne?

Ö5: İkizkenar iki kenarı eşit

Öğretmen: Eşkenarda iki kenar eşit olmuyo mu?

Ö5: Olabilir

Öğretmen: Bütün kenarlar eşit olunca aynı zamanda iki kenarı da eşit oluyor

Ö6: O zaman hepsi oluyo bunların

Ö5: Ama olmadı bazıları, bazılarını denediğimizde olmuyo yavruceğzim (dedikten sonra 4'ü denemeye başlamıştır)

Ö6: 4'ü de mi deniceksin?

Ö5: Emin olamıyorum çünkü (dedikten sonra hem ikizkenar üçgen üreticiyle hem de eşkenar üçgen üreticiyle 4'ü tekrar çizmiştir)

Grup öğretmenin özelliklere dayalı sorgulama yaptırması sayesinde eşkenar üçgen ile ikizkenar üçgen arasında bir ilişki kurmaya çalışmış ancak Ö5 özelliklere dayalı bu ilişkiyi üreticilerle bağdaştırmakta zorlanmıştır. Bu sebeple tekrardan 4'ü her iki üreticiyle çizmeye çalışmıştır. Grubun çalışma yaprağına ikizkenar üçgen üreticinin neden verilen tüm üçgenleri üretebildiğini *ikisinin de (hem eşkenar hem ikizkenar üçgenin) iki kenarı eşit* notuyla açıkladığı görülmüştür. Dolayısıyla grubun eşkenar üçgen ile ikizkenar üçgeni ayrık iki sınıf olarak görmek yerine özellikleri gereği ilişkili sınıflar olarak görmeye başladığı ve bu durumun ikizkenar üçgen üreticinin imkanlarını fark etmeleri sayesinde mümkün olduğu söylenebilir (enstrümantasyon).

Üçgenlerin özelliklerini inceleyelim etkinliğinde üçgen üretici, eşkenar ve ikizkenar üretici ile bu üçgenlerin özelliklerini inceleyen grup çalışma yapraklarına Şekil 48'deki gibi notlar almıştır.

Şekil 48

Ö6'nın üçgenlerin özelliklerini inceleyelim çalışma yaprağı

EŞKENAR ÜÇGEN	
Kenarlar	Açılar
3 kenar her zaman eşittir	3 açısı her zaman eşittir
İKİZKENAR ÜÇGEN	
Kenarlar	Açılar
2 kenar eşit olmalıdır	2 açısı eşit olmalıdır
ÜÇGEN	
Kenarlar	Açılar
Bütün kenarları farklı	Bütün açıları farklı

Grup üçgen üreticiyi köşe noktalarından hareket ettirdiğinde tüm kenarların ve tüm açılarının farklı olacak şekilde değiştiğini gözlemlemiş ancak köşe noktalarını çok hızlı hareket ettirdiğinden kenar ve açılarının ikişerli ya da üçerli olarak eşit olabileceğini fark edememiştir.

Ö5 sınıfta eşkenar ve ikizkenar üçgen arasındaki ilişki anlatılıp hiyerarşik gösterimi tahtaya çizildikten sonra "öğretmenin niye eşkenar değil de ikizkenar üçgen yukarıda, onu

anlamadım” deyince öğretmen ikizkenar üçgen üretici ile hangi tür üçgenleri üretebildiğini sormuş ve Ö5 “ikizkenar” cevabını vermiştir. Öğretmen bu üreticinin eşkenar üçgen üretip üretemediğini sorunca sınıf “evet” demiştir. Ardından öğretmen eşkenar üçgen üreticinin hangi üçgenleri ürettiğini sormuş ve Ö5 “eşkenar” demiştir. Bunun üzerine öğretmen “bu (ikizkenar üçgen) daha kalabalık daha geniş aile, bu (eşkenar üçgen) daha az şekiller üretiyor çekirdek aile” açıklamasını yapmıştır.

Yeni bir üçgen türü-kenarlarına göre üçgenler etkinliğinde grup önce üçgen üretici ile kenarları farklı uzunlukta bir üçgen çizmiş ardından bu üçgenin eşkenar ve ikizkenar üçgen üretici ile çizilip çizilmeyeceğini kontrol etmiştir. Grup ikinci üçgene de karar verdikten sonra diğer iki üreticiyle bulduğu üçgenin çizilip çizilemeyeceğini kontrol etmiştir. Son üçgende ise kontrol etme gereği duymadan çalışma yaprağına not almıştır. Şekil 49’da Ö5’in bu etkinliğe ait çalışma yaprağı verilmiştir.

Şekil 49

Ö5’in yeni bir üçgen türü-kenarlarına göre üçgenler etkinliği çalışma yaprağı

	Uzunluk (AB)	Uzunluk (BC)	Uzunluk (AC)	Açı (A)	Açı (B)	Açı (C)
1. Üçgen	3	5	4	109	43	29
2. Üçgen	2	5	4	169	7	4
3. Üçgen	6	4	8	28	108	48

Yeni üçgen türünün adı	Kenar özellikleri	Açı özellikleri
Geniş kenar	Hepsi farklı	Hepsi farklı

Üçgenlerin özelliklerini inceleyelim etkinliği kapsamında grup bu sefer dik üçgen ve geniş açılı üçgenin özelliklerini incelemiştir. Programda ölçümlerin ondalık kısımlarının gizlenmesi sonucu dik üçgen üretici ile tüm kenarları eşit görünen bir şekil çizen grup, dik üçgen üreticinin ürettiği şekillerin kenarları için çalışma yaprağına *hem aynı hem farklı olabiliyor* şeklinde not almıştır. Bunu fark eden öğretmen programdaki hatayı ifade ettikten sonra tekrar araştırmalarını istemiş ve bu sefer Ö5 “kenarları farklı ya da dik olan iki kenar eşit olabilir” demiştir.

Grup dik üçgenin açıları için ise *açıları hem farklı hem 90 oluyor* (Ö5) ve *açılar ise her zaman farklıdır* (Ö6) şeklinde not almıştır. Bunun üzerine öğretmen Ö6'ya dik üçgenin olmazsa olmaz bir açısının olup olmadığını sormuş ve Ö6 “(bir açısı) her zaman 90 derece” cevabını vermiştir. Ardından öğretmen Ö5'e, yazdığı notu işaret ederek, “90 derece olmazsa dik üçgen olur mu?” diye sormuş, Ö5 “olmaz” demiştir. Öğretmenin “bir dik üçgenin bir açısı kesinlikle 90 derece olmalı diyorsun öyle mi?” sorusunu ise başıyla onaylamıştır.

Grup geniş açılı üçgen üreticiyi ekrandaki ölçümleri takip ederek incelerken, üreticiyle iki kenarı eşit olan bir üçgen üretmiş ve çalışma yapraklarına bu üçgenin özelliklerini not almıştır. Öğretmenin konuyu toparlamak adına açıklama yaptığı süre zarfında, grup, verilen üreticilerin renklerini değiştirmekle uğraştığı için (enstrümantalizasyon) açıklamaları kaçırmış ve yanlışlarını düzeltememiştir. Dersten sonra öğretmen çalışma yaprağındaki bu yanlışlığı fark etmiş ve gruba “geniş açılı üçgen üreticinin her zaman mı iki kenarı eşit olmalı?” diye sormuştur. Grup “bazen” cevabını vermiştir. Ardından Ö6'ya geniş açılı üçgenin açılarının farklı olduğunu yazdığı notu göstermiş ve “herhangi bir açısında fark ettiğin bir şey var mı?” diye sormuştur. Bunun üzerine Ö6 “90 dereceden büyük olması” cevabını vermiştir.

Yeni bir üçgen türü-açılarına göre üçgenler etkinliğinde grup tabloyu doldururken ilk iki üçgeni dar açılı, üçüncü üçgeni geniş açılı bir üçgenin ölçümleri şeklinde not almıştır. Üçüncü üçgenin bir açısının 91 derece olduğunu fark edemeyen grup bu yeni üçgenin açı özelliğine *dar açılı* yazmış ve kenar özelliğine *farklı* notu düşmüştür. Bu aşamada öğretmen ile grup arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

Öğretmen: Dar açılı üçgen nasıl bir üçgendir?

Ö6: 90 dereceden küçük

Öğretmen: Tüm açıları 90 dereceden küçük, kenarların hepsi eşit olabilir mi?

Ö5: Bakalım bi tane (dedikten sonra dar açılı bir ikizkenar çizmiştir)

Öğretmen: Dar açılı üçgenin her zaman kenarları farklı mı, ikisi aynı olabilir mi?

Ö5: Şu anda aynı

Öğretmen: Üçü aynı olabilir mi?

Ö6: Hocam aynı olabilir

Öğretmen: (grubun tabloya not aldığı 91 dereceli üçgeni işaret ederek) Bu dar açılı üçgen olabilir mi?

Ö6: Değil, 91, bu geniş açılı olmuş

Açılarına göre üçgenler için yapılan etkinlikler sonrasında Ö5'in dik, geniş ve dar açılı üçgenin özelliklerine dair bilgisinde bir gelişme olduğu söylenebilir. Nitekim ön görüşmede bu üç üçgenin özellikleri için “bilmiyorum, hatırlamıyorum” ifadeleri kullanırken bu üçgenlere ait üreticileri kullandıktan sonra açılarına göre üçgenlere dair yeni bilgiler edindiği görülmüştür (enstrümantasyon).

Bu incelemenin ardından grup Üçgenleri sınıflandırılım çalışma yaprağında boş olarak verilen tabloyu doldurmuştur. Ö5 bu tabloda kenarlarına göre üçgenleri yerleştirirken öncelikle ikizkenar üçgeni yazmış sonra çeşitkenar üçgeni onun altına yerleştirmiş ve en son eşkenar üçgeni bunlardan bağımsız olan kutucuğa yerleştirmiştir. Ö6 ise önce eşkenar üçgeni yazmış sonra çeşitkenar üçgeni onun altına yerleştirmiş ve en son ikizkenar üçgeni bunlardan bağımsız olan kutucuğa yerleştirmiştir. Bunu fark eden öğretmen bu yapıyı öğrencilerin yerleştirdiği şekliyle okumak için “çeşitkenar üçgenler eşkenar üçgendirler, doğru mu?” diye sormuş ve Ö6 “hayır” cevabını vermiş sonrada “aa ikizkenar olacak” demiştir. Bunun üzerine öğretmen “ikizkenar olsa mesela şöyle okuyorum, aşağıdan okumaya başlıyorum, ikizkenar üçgenler eşkenar üçgendirler, doğru mu?” diye sormuş Ö6 yine “hayır” demiştir. Bu esnada Ö5 durumu fark etmiş ve “öyle değil, ikizkenar (yukarıdaki boşluğu göstererek) eşkenar (aşağıdaki boşluğu göstererek)” demiştir. Ardından grup hatasını düzelterek hiyerarşik olarak doğru bir şekilde kenarlarına göre üçgenleri yerleştirmiştir.

Bu aşamada grubun yapıyı rastgele doldurduğu söylenebilir. Ancak grup, öğretmenin açıklaması sonrasında, yapının aşağıdan yukarıya doğru okunduğunu ve bunu sağlayacak şekilde üçgenleri yerleştirmeleri gerektiğini fark ettiği için hiyerarşik yapıda tekrar düzenleme yapmıştır. Buradaki önemli nokta grubun bu yapıyı doldururken özelliklerden ziyade

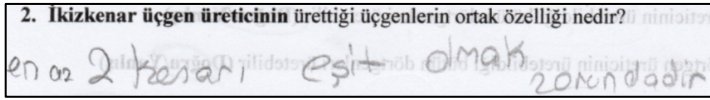
üreticilerin hareket kabiliyetlerini dikkate almış olmalarıdır. Yani grup eşkenar üçgenin aynı zamanda iki kenarı eşit olduğu için ikizkenar üçgen ailesinin üyesi olduğunu anlayamamış ve ‘eşkenar üçgenler aynı zamanda ikizkenar üçgendirler çünkü ikizkenar üçgen üretici eşkenar üçgen üretir, ama eşkenar üçgen üretici ikizkenar üçgen üretemez.’ şeklinde düşünmüştür. Öyle ki mülakatta grubun *eşkenar üçgenler, ikizkenar üçgen ailesinin üyesidir* ifadesine doğru dedikten sonra sebep olarak “çünkü ikizkenar üçgen üreticiyle eşkenar üçgen çizilebilir” (Ö6), “çünkü hocam ikizkenarla eşkenar üretilebiliyor ama eşkenarla ikizkenar üretilemiyor” (Ö5) ifadelerini kullanması bu düşünceyi sürdürdüklerini göstermektedir.

5.2.1.3.1. *Üçüncü grubun üçgen üreticilerine yönelik enstrümanlı eylem şeması.* Ö5 ön görüşmede eşkenar üçgenin özellikleri için *hatırlamıyorum* yazmış, mülakatta ise eşkenar üçgen üreticinin ürettiği şekillerin ortak özelliği için *bütün kenarları eşit* yazmıştır. Bu açıdan eşkenar üçgen üretici ile çalışmanın Ö5’in eşkenar üçgene dair bilgisini genişlettiği söylenebilir. Ö6 ise eşkenar üçgenin bütün kenarlarının eşit olduğu bilgisini korumuş ve bu bilgiyi eşkenar üçgen üretici ile birleştirebilmiştir. Ancak grup eşkenar üçgen üreticinin açılarını inceleyerek tüm açılarının da eşit olduğunu gözlemlemesine rağmen tanım yaparken açı özelliklerinden bahsetme gereği duymamıştır. Dolayısıyla grubun eşkenar üçgen enstrümanlı eylem şemasının “eşkenar üçgen tüm kenarları eşit olan üçgendir” eylemdeki teoremi ve “kenar özelliği” eylemdeki kavramına dayandığı söylenebilir.

Üçüncü grubun ikizkenar üçgen üreticiyi ise istenilen düzeyde bir enstrümana dönüştüremediği görülmüştür. Ö6 mülakatta *ikizkenar üçgen üreticinin ürettiği üçgenlerin ortak özelliği nedir?* sorusuna önce *2 kenarı eşit olmak zorundadır* yazmış, ardından “ikizkenar üçgenin iki kenarı mı eşittir en az iki kenarı mı?” sorusuna “iki kenarı” cevabını vermiş, “ikizkenar üçgen üretici üç kenarı eşit şekiller çizer mi?” sorusuna “eveet” dedikten sonra yazdığı notun başına ‘en az’ eklemesi yapmıştır. Şekil 50’de Ö6’nın mülakat verilerinden bir kesit sunulmuştur.

Şekil 50

Ö6'nın mülakat verilerinden bir kesit



Ö6'nın bu ifadeleri, onun halen ikizkenar üçgen üreticinin eşkenar üretebilmesini, üreticinin imkanlarına bağladığını göstermektedir. Yani Ö6'ya göre ikizkenar üçgen üretici eşkenar üretebildiği için eşkenar üçgenler ikizkenar üçgen ailesinin üyesidir. Yani öğrenci özellik temelinde halen bu iki üçgen sınıfını ayırmakta ancak üreticilerin imkan ve kısıtlarını düşününce bu iki üçgen sınıfını ilişkilendirebilmektedir. Ö5 için de durum farklı değildir. Ö5 mülakattaki 2. soruya (bakınız, Şekil 50, s. 150) *iki kenarı eşittir* yazmış, öğretmenin “iki kenarı mı eşit, üç kenarı eşit olabilir mi?” sorusuna “hayır çünkü ikizkenar” cevabını vermiştir. Bu aşamada öğrencinin, soruda üreticinin değil ikizkenar üçgenin özelliğinin sorulduğunu düşündüğü söylenebilir. Çünkü daha önce ikizkenar üçgen üreticinin eşkenar üçgenleri de ürettiğini ifade etmiştir. Hatta bu sebeple mülakatta yer alan *eşkenar üçgenler, ikizkenar üçgen ailesinin üyesidir* ifadesine doğru demektedir.

Bu noktada grubun üreticiler ile eşkenar-ikizkenar ilişkisini anlamada gereken ilk aşamayı atladığı ancak bir sonraki aşamaya-üreticinin imkanlarının sebebinin o üçgenin özelliği olması-takıldıkları söylenebilir. Tüm bu veriler göz önüne alındığında üçüncü grubun ikizkenar üçgen enstrümanlı eylem şemasının ‘ikizkenar üçgen üretici ikizkenar ve eşkenar üçgenler üretir (bu sebeple eşkenar üçgen ikizkenar üçgen ailesinin üyesidir)’ ve ‘ikizkenar üçgenlerin iki kenarı eşittir’ eylemdeki teoremleri ile ‘aracın imkanları’ ve ‘kenar özelliği’ eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

Mülakatta Ö5 çeşitkenar üçgeni tanımlarken *tüm açıları farklı*, Ö6 ise *bütün kenarları farklı olmalıdır* yazmıştır. Çeşitkenar üçgeni araştırdıkları etkinlikte bu üçgen türünün açılarının ve kenarlarının farklı olması gerektiği yönünde not alan grup (bakınız, Şekil 49, s. 146) tanım yaparken farklı özellikleri kullanmayı tercih etmiştir. Bu sebeple Ö5'in çeşitkenar

üçgen enstrümanlı eylem şemasının ‘bütün açıları birbirinden farklı olan üçgenlere çeşitkenar üçgen denir’ eylemdeki teoremi ve ‘açı özelliği’ eylemdeki kavramına, Ö6’nın ise ‘bütün kenarları birbirinden farklı olan üçgenlere çeşitkenar üçgen denir’ eylemdeki teoremi ve ‘kenar özelliği’ eylemdeki kavramına dayandığı söylenebilir.

Grup mülakatta dik üçgen üreticinin olmazsa olmaz özelliği için “bir açısı 90 derece olmak zorundadır” ve geniş açılı üçgen üreticinin ürettiği üçgenlerin ortak özelliği için de “bir açısının geniş açı olması şart, bir açısının 90 dereceyi geçmesi lazım” ifadelerini kullanmıştır. Bu açıdan grubun dik üçgen enstrümanlı eylem şemasının ‘bir açısı 90 derece olan üçgenler dik üçgendir’ eylemdeki teoremi ile ‘dik açı’ ve ‘açı özelliği’ eylemdeki kavramlarına, geniş açılı üçgen enstrümanlı eylem şemasının ise ‘bir açısı 90 dereceden büyük olan üçgenler geniş açılı üçgendir’ eylemdeki teoremi ile ‘geniş açı’ ve ‘açı özelliği’ eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

Ö5 ön görüşmede dar açılı üçgeni tanımlaması istenince hatırlamadığını ifade etmiş, Yeni bir üçgen türü-açılarına göre üçgenler etkinliğinde ise bu üçgene dair yeni bilgiler edinebilmiştir (Şekil 51). Nitekim mülakatta *bir üçgeni dar açılı üçgen olarak adlandırmak için bu üçgenin hangi özelliklere sahip olması gerekir?* sorusuna *hepsi dar olması lazım* yazmış olması, Ö5’in dar açılı üçgene dair yeni bir bilgi edindiğini göstermektedir.

Şekil 51

Ö5’in yeni bir üçgen türü-açılarına göre üçgenler çalışma yaprağından bir kesit

Yeni üçgen türünün adı	Açı özellikleri
Dar açılı	Dar açı:

Ö6 ise ön görüşmede dar açılı üçgeni tanımlarken *90 dereceden az*, mülakatta *hepsi 90 dereceden küçük olmalıdır* yazmıştır. Bu veriler ışığında grubun dar açılı üçgen enstrümanlı eylem şemasının “tüm açıları 90 dereceden küçük olan üçgenlere dar açılı üçgen denir’ eylemdeki teoremi ile ‘dar açı’ ve ‘açı özelliği’ eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

Üçüncü grup mülakatta üçgen üreticinin hangi tür üçgenleri üretebileceği sorusuna *bütün üçgenleri üretebilir (Ö5) ve bütün hepsini (Ö6) yazmıştır. Ayrıca grup mülakatta yer alan üçgen üreticinin ürettiği üçgenlerin kenarları her zaman eşit olmak zorundadır ifadesine yanlış derken, üçgen üreticinin ürettiği bazı üçgenlerin en az iki açısı eşit olabilir ifadesine doğru demiştir. Bu sebeple üçüncü grubun üçgen enstrümanlı eylem şemasının ‘üçgen üretici tüm üçgenleri üretir’ eylemdeki teoremi ve ‘üreticinin imkanları’ eylemdeki kavramına dayandığı söylenebilir. Ayrıca grubun bu şemasında ikizkenar üçgenin dışlayan tanıma uygun olarak yer aldığını belirtmekte fayda vardır.*

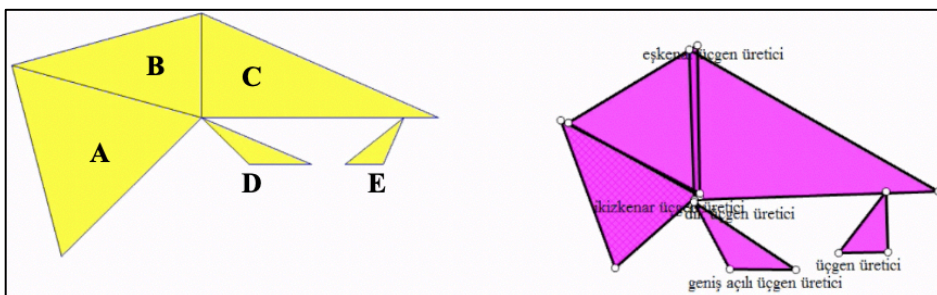
5.2.1.4. Dördüncü grubun üçgen üreticilerine yönelik enstrümantal oluşum süreci.

Dördüncü grup (Ö7, Ö8) üçgen üreticileri tanıyalım etkinliğinde üreticileri incelerken Ö8 geniş açılı üçgen üretici ile dik açılı gibi görünen bir üçgen üretmiş ve Ö7 “yanlış oldu, bu geniş açılı olmadı, ya bu dik açılı üçgen oldu” diyerek itiraz etmiş ve üreticiyi kendisi kullanarak görsel olarak geniş açılı olduğunu düşündüğü bir üçgen haline getirmiştir. Ardından grup üçgen üretici ile ikizkenar üçgen ve dik üçgen çizmeye çalışarak üçgen üretici ile hangi üçgenlerin çizebileceğini araştırmıştır. Grup bir müddet daha verilen üreticileri inceledikten sonra bunu yapabilir misin? (üçgenler) etkinliğine geçmiştir.

Bu etkinlikte üreticileri verilen resmin üzerine taşıyarak çizmeleri gerektiğini anlamayan grup, ekranın boş bir kısmında aynı resmi çizmeye çalışmış (Şekil 52) ve bitirdiğini söylemek için öğretmeni yanına çağırmıştır.

Şekil 52

Dördüncü grubun bunu yapabilir misin? (üçgenler) etkinliği ekran kaydından bir kesit



Öğretmen üreticileri resme taşıyarak düzenleme yapmaları gerektiğini söyleyince, grup, üreticileri olduğu gibi resmin üzerine taşımaya başlamıştır. Ancak bu esnada, grup, seçmiş olduğu bazı üreticilerin aslında resimdeki üçgeni çizemeyeceğini fark etmiştir. Örneğin eşkenar üçgen üretici ile çizildiğini düşündükleri B'nin üzerine bu üreticiyi taşıyınca “aa hiç olmamış” diyerek başka bir üreticiyle B'yi çizmeye karar vermişlerdir. Grup en son A'yı eşkenar üçgen, B'yi ikizkenar üçgen, C'yi dik üçgen, D'yi üçgen ve E'yi de geniş açılı üçgen üretici ile çizmiştir.

Hangi üreticiyi hangi şekil için neden kullandıklarını açıklarken Ö8 “öyle gerek, öyle olmazsa olmaz” gibi cevaplar verirken, Ö7 örneğin E şekli için “çünkü geniş açılı üçgene çok benziyor” demiştir. Öğretmen Ö8'in nedenlerini daha açık ifade etmesini istemiş ve “C şekli için neden dik üçgen üreticiyi seçtin, sana bu üreticiyle çizilir gibi gelmesinin sebebi ne?” diye sormuştur. Bunun üzerine Ö8 “C dik üçgene benziyor” cevabını vermiştir. Görünen o ki grup bu aşamada ‘üreticiler isimlerindeki üçgenleri üretebilir’ düşüncesine tutunmakta ve görsel olarak türüne karar verdikleri üçgenler için o üçgene ait üreticiyi kullanmaktadır.

Tahmin & kontrol-eşkenar üçgen & ikizkenar üçgen etkinliğinde (bakınız, Şekil 32, s.111) grup eşkenar üçgen üreticinin 2, 3, 4 ve 5'i üretebileceği tahmininde bulunmuştur. Ancak kontrole geçtiğinde 3'ün çizilemeyeceğini görmüş ve sebep olarak Ö7 “çünkü (3) ikizkenar bir üçgen” ve Ö8 “(3) ikizkenar, eşkenarda (eşkenar üçgen üreticinin) tüm kenarları eşit” ifadesini kullanmıştır.

Ardından grup ikizkenar üçgen üreticinin verilen tüm şekilleri çizilebileceği yönde tahminde bulunmuştur. Grubun bu tahmininin sebebi, başlardaki etkinliklerde ikizkenar üçgen üreticinin eşkenar üçgen üreticiye göre daha fazla imkana sahip olduğunu fark etmesi olabilir. Aksi takdirde ‘eşkenar üçgen üretici eşkenarları üretiyorsa ikizkenar üçgen üretici de sadece ikizkenarları üretebilir’ gibi bir düşünceyle hareket etmesi ve sadece ikizkenar üçgenlerin üretilbileceği yönünde tahminde bulunması gerekirdi. Grup tahminlerini kontrol ettikten

sonra verilen şekillerin hepsinin ikizkenar üçgen üreticiyle neden çizilebildiğini kenarlarındaki esnekliklerden dolayı (Ö7) ve tahminim olacak gibi diye oldu (Ö8) notlarıyla açıklamaya çalışmıştır. Bu aşamada grubun ikizkenar üçgen üreticinin imkanlarını fark ettiği ancak bunun sebebini özellikler ile ilişkilendiremediği söylenebilir.

Üçgenlerin özelliklerini inceleyelim etkinliğinde grup eşkenar, ikizkenar ve üçgen üreticiyle bu üçgenlerin özelliklerini incelemiştir. Bu esnada ikizkenar üçgen üretici ile eşkenar üçgen de üreten gruptan Ö7, incelemeleri sonrasında çalışma yaprağını Şekil 53'deki gibi doldurmuştur. Ö8'in çalışma yaprağının Ö7'ninkinden tek farkı ikizkenar üçgenin kenar ve açı özelliklerine *her şey aynı* yazmış olmasıdır. Öğretmen bu notu görünce tüm kenarlarının mı yoksa en az iki kenarının mı aynı olduğunu sormuş, Ö8 "ikizkenarda iki kenarı aynı" cevabını vermiştir. Ö8'in çalışma yaprağındaki notu onun ikizkenar üçgen üreticiyle eşkenar üçgen üretebilmesinden kaynaklanmış olup, öğretmenin sorusuna verdiği cevap aslında ikizkenar üçgenin her zaman için iki kenarının eşit olduğunun farkında olduğunu göstermektedir.

Şekil 53

Ö7'nin üçgenlerin özelliklerini inceleyelim çalışma yaprağı

EŞKENAR ÜÇGEN	
Kenarlar	Açılar
Her zaman tüm kenarları eşittir	Açıları her zaman eşittir
İKİZKENAR ÜÇGEN	
Kenarlar	Açılar
En az iki kenarı eşit	En az iki açısı birbirine eşit
ÜÇGEN	
Kenarlar	Açılar
Herisi farklı	Herisi farklı

Bu etkinlik sonrasında sınıfta soru-cevap süreci yürütülerek eşkenar-ikizkenar üçgen arasındaki ilişkiler özellikler üzerinden açıklanmıştır.

Yeni bir üçgen türü-kenarlarına göre üçgenler etkinliğinde grup çalışma yapraklarını sorunsuzca doldurabilmiş, bu yeni üçgenin özelliklerini ve ismini doğru bir şekilde yazabilmiştir (Şekil 54). Ardından öğretmen tahtada bu yeni üçgen türünün kenarlarına göre üçgenler yapısında nerede ve neden yer alacağını sorgulatmıştır. Dördüncü grup çeşitkenar üçgenin tüm kenarları farklı uzunluklarda olduğu için diğer iki üçgen türünden ayrı bir yerde konumlanmış olması gerektiğine katılmıştır.

Şekil 54

Ö8'in yeni bir üçgen türü-kenarlarına göre üçgenler etkinliği çalışma yaprağı

Verilen üreticileri inceleyerek eşkenar üçgen üretici ve ikizkenar üçgen üreticinin üretmediği ancak üçgen üreticinin üretebildiği üçgenlerin kenar ve açı ölçümlerini aşağıdaki tabloya not alınız.

	Uzunluk (AB)	Uzunluk (BC)	Uzunluk (AC)	Açı (A)	Açı (B)	Açı (C)
1. Üçgen	4cm	7cm	8cm	65°	89°	25°
2. Üçgen	5cm	7cm	6cm	106°	55°	19°
3. Üçgen	5cm	2cm	6cm	78°	123°	38°

Yeni üçgen türünün adı	Kenar özellikleri	Açı özellikleri
Çeşitkenar	Farklı	Farklı

Grup bu etkinliğin ardından tekrar üçgenlerin özelliklerini inceleyelim etkinliğine geçerek dik üçgen ve geniş açılı üçgenin özelliklerini incelemiştir. Dik üçgenin açı özelliklerini inceledikten sonra çalışma yapraklarına *bir açısı her zaman 90 olur (Ö7) ve bir tane açısı hep 90 kalır, diğerleri farklı (Ö8)* şeklinde not alan grup, kenar özelliklerinde fikir ayrılığına düşmüştür. Bu esnada öğrenciler arasındaki diyalog aşağıda verilmiştir.

Ö7: (dik üçgen üreticinin bir köşesini sürükleyerek) Eşitleyelim bi

Ö8: (çalışma yaprağına *farklı* yazdıktan sonra) Geniş açılı üçgene girer misin?

Ö7: Daha o değil, daha onu yapmıyoruz (dediği anda Ö8 diğer pencereye geçmeye çalışınca) ben daha yapmadım!

Ö8: Dur ya benim yazdıklarımı yaz, bak şuna farklı yaz

Ö7: Hayır farklı yazmıyosun

Ö8: Farklı yazıyosun

Ö7: Hayır kenarlar farklı değil (bu esnada ekranda kenar uzunlukları 4, 4, 5 cm olan bir üçgen bulunmaktadır)

Ö8: Hoca dedi, ya hoca dedi diyorum niye karşı geliyosun, hoca dediii

Ö7: Ben daha yapmadım

Ö8: Hayır öyle yapmıcaksın, ya bi dinle bak, hoca dedi bura farklı olacak, bi tane açısı da 90 kalır diğerleri farklı dedi az önce (dedikten sonra Ö7'nin incelemeye devam ettiğini görünce pes ederek) bana ne sen yap ya

Ö7: Hocam buraya farklı mı yazıyoruz?

Öğretmen: Evet farklı yazabilirsin

Ö8 öğretmenin dik üçgen üreticiyi incelerken sınıfa sorduğu “dik üçgenin kenarları farklı mı her zaman eşit olmak zorunda mı?” sorusunu dikkate almış ve her zaman eşit olmadığını fark ettiği için bu üçgenin kenarlarının farklı olduğuna kanaat getirerek öğretmenin sorusunu bu yönde bir cevap olarak algılamıştır. Çünkü öğretmen sınıfın bu soruya cevap veremediğini görünce soruyu yanıtlamak yerine incelemeleri için bir müddet daha sınıfı serbest bırakmıştır. Ö7 ise ekranda ikizkenar bir dik üçgen elde ettiği için arkadaşına güvenememiş, ardından öğretmene kenarlar için farklı mı yazması gerektiğini sormuş ve ikizkenar üçgen elde etmiş olmasına rağmen öğretmenden aldığı onay sonucunda çalışma yapacağına dik üçgenin kenar özelliği için *farklı* yazmıştır. Bu bulgulara bakıldığında grubun karar verirken öğretmen onayına ihtiyaç duyduğu ve ‘öğretmenin dediği doğrudur’ fikrine göre hareket ettiği görülmektedir.

Grup geniş açılı üçgen için ise açılarının farklı olduğunu ifade etmiş ancak bir açının geniş açı olmak zorunda olduğunu fark edememiştir. Bunun üzerine öğretmen geniş açılı olan köşeyi göstermiş ve “buradaki açının 90 dereceden küçük olma ihtimali var mı?” diye sormuştur. Grup “yok” dedikten sonra öğretmen “o zaman geniş açılı üçgenin bir kısıtı var, açılarında olmazsa olmaz olan ne?” diye sormuş ve Ö7 “geniş açılı olması” derken Ö8 “90 dereceyi geçer” demiştir. Öğretmenin “bir açısı geniş açı olmak zorunda, öyle mi?” sorusuna grup başıyla onay vermiştir.

Ö8'in derslerden önce açılarının göre üçgen türlerine dair oldukça az bilgisi vardır. Bu kısıtlı bilgisinin yetmediği yerlerde ise ‘öğretmenin dediği doğrudur’ düşüncesine sığınmıştır.

Öyle ki Ö8, ön görüşmede her ne kadar açılarına göre üçgenler için *hatırlamıyorum* yazmış olsa da, zihninde bir yerlerde (görsele dayalı bile olsa) dik açı ve geniş açığa dair bilgiye sahiptir, ki bu sebeple bu üreticilerinin açı özelliklerinde (ölçümün verilmediği etkinliklerde bile) tereddüt etmemiş ancak kenarlar bilgisi eksik olduğundan öğretmenin dediğine dayanarak hareket etmiştir.

Yeni bir üçgen türü-açılarına göre üçgenler etkinliğine geçince Ö8 öğretmen açıklama yapmadan önce “şimdi biz üçgen üretici ile bunun (geniş açılı üçgen üretici) ve bunun (dik üçgen üretici) yapamadığı şeyleri yapcaz galiba” demiş ve grup çalışma yaprağını Şekil 55’deki gibi doldurmuştur.

Şekil 55

Ö7’nin yeni bir üçgen türü-açılarına göre üçgenler çalışma yaprağından bir kesit

	Açı (A)	Açı (B)	Açı (C)	Uzunluk (AB)	Uzunluk (BC)	Uzunluk (AC)
1. Üçgen	90°	89°	59°	3cm	2cm	4cm
2. Üçgen	64°	75°	41°	4cm	5cm	6cm
3. Üçgen	58°	35°	87°	4cm	3cm	2cm

Ö8 çalışma yaprağına bu yeni üçgen türü için *dar üçgen*, açı özelliği için *dar açılı*, kenar özelliği için ise *çeşitkenar* yazdıktan sonra “hocam bitti” diyerek öğretmene götürmüş ve öğretmen sadece yeni üçgen türünün adına odaklandığı için “dar açılı üçgen, dar üçgen değil” diyerek düzeltme yapmasını istemiştir. Öğretmenin tüm çalışma yaprağını onayladığını düşünen Ö8 söylenen düzeltmeyi yaptıktan sonra, arkadaşına “şşşt, bunları yaz, burası dar açılı, burası çeşitkenar, anladın mı?” diyerek çalışma yaprağını kendisi gibi doldurmasını söylemiştir. Ö7’nin “hoca mı dedi?” karşılığına ise Ö8 “ben yaptım hoca doğru dedi bende geri sana getirdim” cevabını vermiştir. Bunun üzerine Ö7 çalışma yaprağına Ö8’inki gibi not almıştır. Öğretmen bu notu görünce Ö7’ye “çeşitkenar derken farklı demek istedin herhalde?” diye sormuş ve Ö7 “evet” demiştir. Bunun üzerine “tüm kenarlar eşit olabilir mi?” diye

sormuş, Ö7 “olabilir” demiştir. Bu sefer “iki kenarı aynı olabilir mi?” diye sorunca Ö7 “öyle de olur” cevabını vermiştir.

Sınıf incelemeyi bitirince öğretmen konuyu toparlamak adına sınıfa bazı sorular yönelmiştir. Bu esnada sınıfta geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

Öğretmen: Tamam şimdi herkes bitirdiyse bir özet geçelim, bulduğunuz üçgenin açıları nasıl açı?

Ö8: Dar açı

Öğretmen: Peki kenar özellikleri ne?

Ö16: Farklı

Öğretmen: Farklıdan kasıt?

Ö12: Hepsi farklı

Öğretmen: Mesela eşit olabilir mi, iki kenarı eşit olabilir mi?

Ö11: Evet

Ö13: Hem farklı olabiliyo hem aynı olabiliyor

Öğretmen: Tamam değişken yani, bunun için farklı yazabiliriz

Ö8: Hocam aynı olamaz

Öğretmen: Aynı da olabilir, yani sen denk getirememiş olabilirsin, istersen bi dene

Ö11: 60 derecede oluyo

Öğretmen: Evet mesela 60 dereceli bir eşkenar üçgen

Ö8: Hee hocam ben bunu ikizkenarla eşitkenarla karıştırmışım

Öğretmen: Tamam, olabilir mi?

Ö8: Hı hı (başıyla da onaylamıştır)

Öğretmen: O zaman biz buna ne diyoruz dar açılı üçgen diyoruz

Öğrencilerin ifadeleri dikkate alındığında, ön görüşmede dar açılı üçgenin özellikleri için *hatırlamıyorum* yazan grubun üçgen üreticileriyle çalıştıktan sonra dar açılı üçgene dair yeni bilgiler edindiği görülmektedir. Yeni bir üçgen türü-açılarına göre üçgenler etkinliğinde dik üçgen üretici ve geniş açılı üçgen üreticinin üretmediği bir üçgeni araştırmak, grubu dar açılı üçgenler üretmeye sevk etmiş ve bu yeni üçgen türünü açı ve kenar özelliklerine göre tanımlamalarını sağlamıştır (enstrümantasyon).

Bu etkinlik çerçevesinde grup, incelemeyi bitirdiğini düşündüğü her fırsatta ekranda

etkinlik dışı eylemlerde bulunmuştur. Bu gibi durumlardan birinde öğrencilerin arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

Ö8: (üçgen üreticinin kenarlarının renklerini değiştirince) Nasıl oldu bak renklerini değiştiriyorum

Ö7: Noktalarının da renkleri değiştiriliyor mu?

Ö8: Hayır

Ö7: Yoo değiştiriliyordu

Ö8: Aaa değiştiriliyor mu (üçgen üreticinin köşe noktalarından birini seçip özelliklerini açınca) evet değiştiriliyor

Ö7: Tamam bunu da değiştir

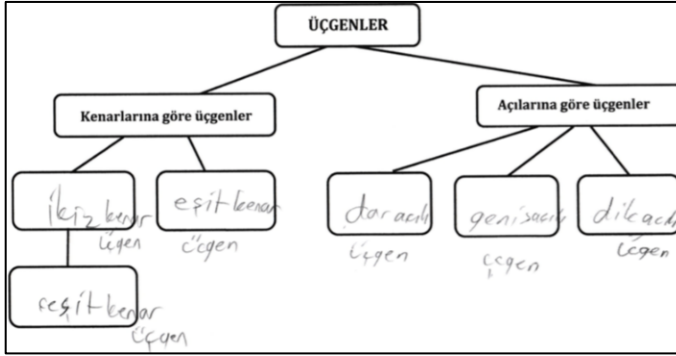
Ö8: Sarı, kırmızı, kahverengi, heh tamam oldu bu

Bu diyalog, etkinlik kapsamında üreticilerin biçimsel özelliklerinin nasıl değiştirileceği gösterilmemiş olsa da, öğrencilerin birtakım işlemler sonucunda keşfettikleri durumlara göre üreticileri kendi istekleri doğrultusunda değiştirdiğini göstermektedir. Bu değişim her ne kadar etkinliğin amacına uygun olarak gerçekleşmemiş olsa da, öğrencilerin üreticiyi kendilerine göre uyarladıkları bu süreç enstrümantalizasyon süreci olarak değerlendirilebilir.

Bu etkinliğin ardından öğretmen üçgenleri sınıflandırılım çalışma yaprağını dağıtarak öğrencilere şimdiye kadar gördükleri üçgenleri kenarlarına ve açılara göre bu yapıya yerleştirmelerini söylemiştir. Ö7 yapıyı doğru bir şekilde doldurmayı başarmış ancak Ö8 eşkenar üçgen ile çeşitkenar üçgeni yanlış yerleştirmiştir (Şekil 56). Öğretmen neden bu şekilde yerleştirdiğini sorunca Ö8 rastgele yerleştirdiğini söylemiş ve özelliklere göre yerleştirmesi gerektiği söylenince de “heee öyle mi yapçaz” diyerek düzeltmek istemiştir. Öğretmen “dur şimdi değiştirmeden şunu söyle bakalım, eşkenar üçgenler üç kenarı eşitken iki kenarın eşit olma şartını da sağlar mı?” diye sorunca “evet” diyen Ö8, çeşitkenar üçgen ile eşkenar üçgenin yer değiştirmesi gerektiğini belirtmiştir.

Şekil 56

Ö8'in üçgenleri sınıflandırılma çalışma yaprağı



Üçgen etkinlikleri bittikten sonra öğretmen bazı üçgenlerin hem kenarlarına hem de açılarına göre yapılan sınıflandırmaya dahil olabileceğini göstermek için tahtaya bir tablo çizmiştir. Bu tabloda ilk olarak hem dar açılı hem de eşkenar olarak adlandırılacak bir üçgen olup olmadığını sormuştur. Sınıfın eşkenar üçgenin bu kısma yazılabileceğini söylemesi üzerine Ö8 “hocam oraya tek 60 gelebilir, dimi?” diye sorunca öğretmen onaylamıştır. Ö8 bu sefer çeşitkenar dar açılı üçgen için “50, 60, 70” örneğini vermiştir. Ardından öğretmen “peki çeşitkenar dik açılı üçgen olur mu?” diye sorunca Ö8 “90, 80, 10” cevabını vermiştir.

5.2.1.4.1. Dördüncü grubun üçgen üreticilerine yönelik enstrümanlı eylem şeması. Ö7 ön görüşmede çeşitkenar üçgen için *çeşitkenar üçgenin her kenarı farklıdır* yazmış, ikizkenar üçgen için yaptığı tanımdan emin olamadığı için yazdıklarını silmiş, geniş açılı ve dik üçgen için prototip modeller çizmiş ve diğer üçgen türleri için *hatırlamıyorum* yazmıştır. Bu verilere göre Ö7'nin öğretim öncesinde özelliklerden çok prototip modellere göre üçgenleri tanımladığı söylenebilir.



Ö7 eşkenar üçgen, ikizkenar üçgen ve üçgen üreticinin özelliklerini inceledikten sonra, ön görüşmede tanımlayamadığı bu üçgenlerin özelliklerine dair yeni bilgiler edinebilmiştir. Ancak bu etkinliğin çalışma yaprağında (bakınız, Şekil 53, s. 154) ikizkenar üçgen için en az kavramını kullanan Ö7, mülakatta *ikizkenar üçgen üreticinin ürettiği*

üçgenlerin ortak özelliği nedir? sorusuna *ikizkenarı olması gerekir* yazmıştır. Bu ise etkinlik esnasında ‘öğretmenin dediği doğrudur’ fikrine dayanarak not aldığını göstermektedir. Aksi takdirde mülakatta da en az ifadesini kullanması gerekirdi. Dahası Ö7 mülakatta *eşkenar üçgenler, ikizkenar üçgen ailesinin üyesidir* ifadesine doğru dedikten sonra sebebinin “çünkü ikizkenar (ikizkenar üçgen üretici) eşkenar üretir” ifadesi ile açıklamıştır. Bu veriler ışığında Ö7’nin ikizkenar üçgen enstrümanlı eylem şemasının ‘ikizkenar üçgenlerin iki kenarı eşittir’ ve ‘ikizkenar üçgen üretici ikizkenar ve eşkenar üçgenler üretir’ eylemdeki teoremleri ile ‘kenar özelliği’ ve ‘üreticinin imkanları’ eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

Ö8 ise ön görüşmede eşkenar ve ikizkenar üçgeni tanımlamak yerine iki farklı üçgen çizmiş ve bu üçgenlerin açılarını yazmıştır (Şekil 57). Diğer üçgen türleri için *bilmiyorum, hatırlamıyorum* yazan Ö8, etkinlikler boyunca eşkenar-ikizkenar üçgen ilişkisini kurmakta zorlanmamıştır. Hatta başlardaki etkinliklerde eşkenar üçgen üreticinin neden ikizkenar üçgen çizemediğini “eşkenarda tüm kenarları eşit” ifadesi ile açıklamıştır.

Şekil 57

Ö8’in ön görüşme verilerinden bir kesit

<p>Bir şekli “eşkenar üçgen” olarak adlandırmak için bu şeklin hangi özelliklere sahip olması gerekir?</p> 
<p>Bir şekli “ikizkenar üçgen” olarak adlandırmak için bu şeklin hangi özelliklere sahip olması gerekir?</p> 

Ö8’in sınıfta gerçekleşen soru-cevap sürecine aktif olarak katılmamasına rağmen eşkenar üçgen ile ikizkenar üçgen arasındaki ilişkiyi özellik temelinde kurabildiği söylenebilir. Nitekim üçgenleri sınıflandırılım etkinliğinde özellikleri düşünerek üçgenleri yerleştirmesi söylendiğinde eşkenar üçgeni ikizkenar üçgenin altındaki kutucuğa yerleştirebilmiştir. Dahası mülakatta *ikizkenar üçgen üretici, eşkenar üçgen üreticinin ürettiği bütün üçgenleri üretebilir ve eşkenar üçgenler, ikizkenar üçgen ailesinin üyesidir* ifadelerinin doğru olduğunu belirtmiştir.

Bu durum Ö8'in ikizkenar üçgen üretici ile hem eşkenar hem de ikizkenar üçgen üretebilmesi ile başlayan ve öğretmenin 'eşkenar üçgenler tüm kenarları eşit olduğu için aynı zamanda iki kenarının da eşit olma şartını sağlar, bu sebeple ikizkenar üçgen ailesindedirler' mantığını açıklaması ile sonuca bağlanan süreç sayesinde mümkün olmuştur. Bu ise öğrencinin üreticiye bağlı bir öğrenme sürecinden (enstrümantasyon) geçtiğini göstermektedir. Ö8 bu sürecin sonunda ikizkenar üçgen üreticiyi enstrümana dönüştürebilmiştir. Bu bakımdan Ö8'nin ikizkenar üçgen enstrümanlı eylem şemasının 'ikizkenar üçgen en az iki kenarı eşit olan üçgendir' ve 'üç kenar eşitken iki kenar da eşit olacağından ikizkenar üçgen eşkenar üçgeni kapsar' eylemdeki teoremleri ile 'kenar özelliği', 'en az kavramı', bir özelliğin başka bir özelliği garantilemesi' ve 'bir şekil sınıfının diğerini kapsaması' eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

Ö7 etkinlikler süresince eşkenar üçgene yönelik yeni bilgiler edinmeyi başarmış, Ö8 ise ön görüşmede bu üçgenin 60 derecelik açılara sahip olduğunu belirtmek için çizdiği resme ek olarak etkinlikler esnasında tüm kenarlarının eşit olduğunu da ifade etmiştir. Ancak grup mülakatta eşkenar üçgen üreticinin ürettiği üçgenlerin ortak özelliği sorulduğunda "tüm kenarları eşit" demekle yetinmiştir. Yani grup bir üçgeni eşkenar üçgen olarak adlandırmak için öncelikle kenar özelliklerine odaklanmaktadır. Bu açıdan grubun eşkenar üçgen enstrümanlı eylem şemasının 'eşkenar üçgen tüm kenarları eşit olan üçgendir' eylemdeki teoremi ve 'kenar özelliği' eylemdeki kavramına dayandığı söylenebilir.

Grup mülakatta çeşitkenar üçgeni tanımlarken *her kenarının farklı olması gerekir (Ö7) ve tüm kenarları farklı (Ö8)* şeklinde not almıştır. Bu açıdan grubun çeşitkenar üçgen enstrümanlı eylem şemasının 'bütün kenarları birbirinden farklı olan üçgenlere çeşitkenar üçgen denir' eylemdeki teoremi ve 'kenar özelliği' eylemdeki kavramına dayandığı söylenebilir.

Ö7 mülakatta *dik açılı üçgen üreticinin ürettiği üçgenlerin ortak özelliği nedir?*

sorusuna *dik açısı olması gerekir* yazmış, “tüm açıları mı?” diye sorulunca “bir açısı” demiştir. Ö8 ise bu soruya “dik açısının olması” cevabını vermiştir. Bu açıdan grubun dik üçgen enstrümanlı eylem şemasının ‘bir açısı 90 derece olan üçgenler dik üçgendir’ eylemdeki teoremi ile ‘açı özelliği’ ve ‘dik açı’ eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

Ö8 mülakatta geniş açılı üçgen üreticinin ortak özelliği için Şekil 58’deki notu yazmıştır. Ayrıca “bir açısı mı geniş açı?” sorusu için başını evet anlamında sallamıştır. Ö7 ise bu soruya “bir açısının geniş açı olması gerekir” demiştir. Dolayısıyla grubun geniş açılı üçgen enstrümanlı eylem şemasının ‘bir açısı 90 dereceden büyük olan üçgenler geniş açılı üçgendir’ eylemdeki teoremi ile ‘açı özelliği’ ve ‘geniş açı’ eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

Şekil 58

Ö8’in mülakat verilerinden bir kesit

4. Geniş açılı üçgen üreticinin ürettiği üçgenlerin ortak özelliği nedir?
 90° geçip 180° geçememesi

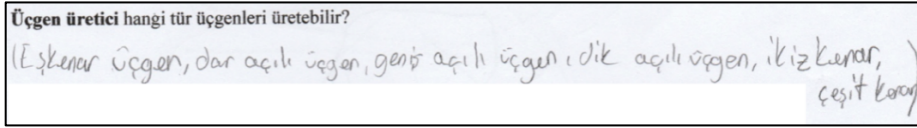
Ö8 mülakatta dar açılı üçgenin özelliği sorulduğunda “dar açılı üçgende her zaman 89’u geçmicek” dedikten sonra “tüm açıları mı?” sorusuna başıyla onay vermiştir. Ön görüşmede dar açılı üçgen için *hatırlamıyorum* yazan Ö7, yeni bir üçgen türü-açılarına göre üçgenler etkinliğinde dik ve geniş açısı olmayan bir üçgenin açılarının 90 dereceden küçük olduğunu gözlemleyebilmiştir. Bu sebeple mülakatta dar açılı üçgenin özelliği sorulduğunda *dar açısı olması gerekir* notunu yazmıştır. Bu açıdan grubun dar açılı üçgen enstrümanlı eylem şemasının ‘Tüm açıları 90 dereceden küçük olan üçgenlere dar açılı üçgen denir’ eylemdeki teoremi ile ‘açı özelliği’ ve ‘dar açı’ eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

Ö7 mülakatta üçgen üreticinin hangi tür üçgenleri ürettiği sorusuna Şekil 59’daki

cevabı yazmıştır. Ö8 ise bu soruya *her şeyi* yazmakla yetinmiştir. Yani gruba göre üçgen üretici her tür üçgeni üretebilen bir yapıdadır. Bu sebeple grubun üçgen enstrümanlı eylem şemasının ‘üçgen üretici tüm üçgenleri üretir’ eylemdeki teoremi ve ‘üreticinin imkanları’ eylemdeki kavramına dayandığı söylenebilir.

Şekil 59

Ö7'nin mülakat verilerinden bir kesit



5.2.1.5. Beşinci grubun üçgen üreticilerine yönelik enstrümantal oluşum süreci.

Beşinci grup üçgen üreticileri tanıyalım etkinliğinde üreticileri bir süre inceledikten sonra bunu yapabilir misin? (üçgenler) (bakınız, Şekil 29, s.109) etkinliğine geçmiştir. Grup bu etkinlikte her bir üreticiyi neden seçtiğini açıklarken hem görsele hem de üçgen türlerine ait bilgilerine dayanarak notlar almıştır (Şekil 60). Örneğin Ö9 ön görüşmede dik üçgeni tanımlaması istenince prototip bir dik üçgen şekli çizmiş ve *dik üçgenin 90 derece olması gerekmektedir* yazmıştır. Ö11 ise *bir dik açısı olmalıdır* şeklinde not almıştır. Bu etkinlikte de grup görsel olarak 90 derece açılıya sahip olduğunu düşündüğü C'yi dik üçgen olarak kabul ederek bu üçgeni dik üçgen üretici ile üretmiştir. Aynı şekilde ön görüşmede geniş açılı üçgeni tanımlarken bir açısı için “90 dereceden büyük, geniş açılı” vurgularını kullanan grup, D ve E için “geniş açılı” diyerek birini geniş açılı üçgen üretici ile diğerini de imkanlarını fark ettikleri üçgen üretici ile çizmiştir.

Şekil 60

Ö10'un bunu yapabilir misin? (üçgenler) etkinliği çalışma yaprağı

Üçgen	Üçgen Üretici	Neden?
A	Eşkenar üçgen üreticisi.	A Eşkenar bir üçgen olduğu için.
B	İkizkenar üçgen üreticisi.	B ikizkenar olduğu için.
C	Dik üçgen üreticisi.	C'nin dik açısı olduğu için.
D	Üçgen üreticisi.	İki geniş açısı olduğu için biri üçgen üreticisi olacaktı o da değil.
E	Geniş açılı üçgen üreticisi.	Geniş açısı olduğu için.

Tahmin & kontrol-eşkenar üçgen & ikizkenar üçgen etkinliğinde (bakınız, Şekil 32, s.111) grup, eşkenar üçgen üreticinin 1, 2, 4 ve 5'i üretebileceği tahmininde bulunmuş ancak 1'i bu üreticiyle üretememiştir. Neden üretemediğini açıklarken Ö9 *bu üçgen içine sığmamaktadır* yazarken Ö10 *bu (1) bir ikizkenar üçgen şeklinde* not almıştır. Ö9'un ifadesi üreticinin kısıtına odaklandığını, Ö10'un ifadesi ise üçgen türlerine yani kenar özelliklerine odaklandığını göstermektedir. Ö9 hem tahmin hem de kontrolde doğru çıkan durumlar için neden olarak ne yazması gerektiğini sorunca öğretmen "neden doğru çıktı bu, eşkenar üçgen olduğu için dimi, bütün uzunluklar eşit olduğu için" demiştir. Bu ise Ö9'a kenar özelliklerine göre düşünmesi gerektiğini hatırlatmış ve Ö9 2'nin çizilme sebebini *kenarları eşit olduğu için*, 3'ün çizilmemesi sebebini *kenarları eşit olmadığı için* notuyla açıklamıştır.

Görünen o ki, 1'in eşkenar üçgen üreticisi ile üretilmemesini önce üreticinin kısıtına bağlayan Ö9, öğretmenin açıklaması sonrasında bu kısıtın sebebini özellikler olduğunu fark etmiştir. Ancak burada Ö9'un 'öğretmenin dediği doğrudur' fikrine göre hareket ettiği söylenebilir. Çünkü Ö9 ön görüşmede eşkenar üçgeni yanlış tanımlamıştır (Şekil 61). Ö9'un ikizkenar üçgen için yazdığı not ise, onun soruyu ikizkenar ne demektir şeklinde yorumladığını göstermektedir. Yani Ö9'a göre hem eşkenar hem de ikizkenar üçgen iki kenarı eşit olan bir üçgendir. Nitekim ön görüşmedeki *eşkenar üçgen, ikizkenar üçgen olma*

koşulunu sağlar mı? neden? sorusuna *eşkenar üçgenle ikizkenar üçgen sağlar çünkü iki side eşittir* yazmıştır. Ö10 ise *eşkenar üçgen üreticinin verilen şekilleri çizme sebebinin bu bir eşkenar üçgen, çizememe sebebinin de bu bir ikizkenar üçgen notlarıyla açıkladığıdır.*

Şekil 61

Ö9'un ön görüşme verilerinden bir kesit

<p>1. Bir şekli “eşkenar üçgen” olarak adlandırmak için bu şeklin hangi özelliklere sahip olması gerekir? iki kenarında eşit olması gerekmektedir.</p> <p>2. Bir şekli “ikizkenar üçgen” olarak adlandırmak için bu şeklin hangi özelliklere sahip olması gerekir Şekilde olduğu gibi olmalıdır.</p>
--

İkizkenar üçgen üreticisiyle tahmin aşamasına geçince öğrencilerin arasında aşağıdaki diyalog geçmiştir.

Ö10: Tahminlerimizi yazalım

Ö9: E burdakiler aynı değil mi zaten? (verilen üçgenleri kastediyor)

Ö10: Aynı, bakalım olucak mı

Ö9: Ya bunların hepsini geçir ya (eşkenar üçgen üretici için yaptıkları tahminleri)

Ö10: Ama bu sefer ikizkenar üçgen üretici olduğu için

Ö9: E hepsi aynı

Ö10: Değil, şunlar aynı (ekrandaki üçgenleri kastediyor) ama ikizkenar üçgen üretici olduğu için bazılarını sığamaz

Bu diyalog Ö9'un verilen üçgenlerin aynı olduğunu fark ettiğini ancak farklı üreticiler kullanmaları gerektiğini fark edemediğini göstermektedir. Ö10 ise etkinliğin nasıl ilerlediğini anlamıştır. Bu konuşmanın ardından Ö9 çalışma yaprağında tahmin kısmına 3 ve 4 çizilemez, Ö10 ise 2, 4 ve 5 çizilemez işaretlemiştir. Ö10'a neden bu tahmini yaptığı sorulunca “bunların eşkenar üçgen olduğunu düşündüm” cevabını vermiştir. Bu ise Ö10'un ‘eşkenar üçgen üretici sadece eşkenar üçgenler çizerse, ikizkenar üçgen üretici de sadece ikizkenar üçgenler çizebilir’ düşüncesinde olduğunu göstermektedir. Ancak grup kontrolden sonra bu üreticinin verilen üçgenlerin hepsini çizbildiğini gözlemlemiştir. Bu durum Ö10'un verilen bütün üçgenlerin aslında ikizkenar üçgen olduğunu düşünmesine yol açmıştır ki bu sebeple Ö10 çalışma yaprağına tüm şekiller için *bu bir ikizkenar üçgen* yazmıştır. Yani Ö10 için ikizkenar

üçgen üretici eşkenar üçgen üretemez ve eğer eşkenar üçgene benzeyen bir üçgeni üretiyorsa o üçgen eşkenar değil ikizkenar üçgendir.

Ö9 ise neden 4'ün ikizkenar üçgen üreticiyle üretilmeyeceğini düşündüğünü *birbirlerine uyuşmayacağını düşündüm* notuyla açıklamaya çalışmış, 3 için tahmininin neden hayır olduğunu “çünkü şöyle çekiyoruz ya burdan (eşit açığa sahip köşelerden biri) çekince şunlar da (diğer köşeler) kayıyo” diyerek açıklamaya çalışmıştır. Öğretmenin “peki 3 hangi üçgene benziyor?” sorusuna “ikizkenar” cevabını veren Ö9'un bu aşamada ikizkenar üçgen üreticinin hareket kabiliyetini tam olarak anlayamadığı söylenebilir.

Üçgenlerin özelliklerini inceleyelim etkinliğinde eşkenar üçgen, ikizkenar üçgen ve üçgen üretici ile bu üçgenlerin özelliklerini inceleyen grup çalışma yapraklarına not almıştır. Ö10 ön görüşmede eşkenar üçgeni *tüm kenarları eşit uzunlukta olmalıdır*, ikizkenar üçgeni de *iki kenarının eşit uzunlukta olmalıdır* notuyla tanımlamıştır. Bu ise bu iki üçgen türü arasındaki ilişkiyi gözden kaçırmaya sebep olmaktadır. Nitekim ön görüşmedeki *eşkenar üçgen, ikizkenar üçgen olma koşulunu sağlar mı? Neden? sorusuna neden Sağlamaz. Çünkü ikisinde farklı üçgen çeşitidir* notuyla cevap vermiştir. Ancak üçgenlerin özelliklerini inceledikten sonra çalışma yaprağına ikizkenar üçgenin hem kenar hem de açı özellikleri için *en az iki tanesi her zaman eşit yazmıştır*. Bu ise üreticilerle çalışması sonucu bu üçgen türüne dair daha dinamik bir model geliştirebildiğini göstermektedir (enstrümantasyon).

Ö9 için de durum farklı değildir. Etkinlikler öncesinde ikizkenar üçgen ile eşkenar üçgeni ayırt edemeyen Ö9, üçgen üreticilerle bu üçgen türlerinin özelliklerini araştırdıktan sonra çalışma yaprağına eşkenar üçgen için *her zaman tüm kenarları eşittir* notunu ve ikizkenar üçgen için Şekil 62'deki notu yazmıştır. Grup üçgen üretici için ise *her şey olabiliyor* şeklinde not almıştır.

Şekil 62

Ö9'un üçgenlerin özelliklerini inceleyelim çalışma yaprağından bir kesit

İkiz kenar üçgenin en az 2
2 kenarı eşittir

Sınıf üçgenlerin özelliklerini inceledikten sonra öğretmen tahtada eşkenar üçgen ile ikizkenar üçgen arasındaki ilişkiyi açıklamıştır. Bunun için sınıfta bir tartışma ortamı oluşturan öğretmen aşama aşama neden eşkenar üçgenlerin ikizkenar üçgen sınıfına dahil olması gerektiğini soru-cevap yöntemiyle açıklamaya çalışmıştır.

Yeni bir üçgen türü-kenarlarına göre üçgenler etkinliğinde grup üçgen üretici ile çizilebilen ve hem eşkenar hem de ikizkenar olmayan üçgenleri bulmuştur. Buldukları üçgenlerin ölçümlerini çalışma yapraklarına not alan grup, bu yeni üçgenin türünü ve özelliklerini de altta yer alan tabloya yazmıştır. Gruba ait çalışma yapraklarından biri Şekil 63'de verilmiştir.

Şekil 63

Ö9'un yeni bir üçgen türü-kenarlarına göre üçgenler etkinliği çalışma yaprağı

	Uzunluk (AB)	Uzunluk (BC)	Uzunluk (AC)	Açı (A)	Açı (B)	Açı (C)						
1. Üçgen	3cm	5cm	4cm	79°	61°	40°						
2. Üçgen	5cm	8cm	4cm	126°	24°	31°						
3. Üçgen	3cm	1cm	2cm	11°	29°	140°						
<table border="1"> <thead> <tr> <th>Yeni üçgen türünün adı</th> <th>Kenar özellikleri</th> <th>Açı özellikleri</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>çeşit kenar</td> <td>farklı</td> <td>farklı</td> </tr> </tbody> </table>							Yeni üçgen türünün adı	Kenar özellikleri	Açı özellikleri	çeşit kenar	farklı	farklı
Yeni üçgen türünün adı	Kenar özellikleri	Açı özellikleri										
çeşit kenar	farklı	farklı										

Ardından öğretmen tahtada kenarlarına göre üçgenler sınıflandırmasında çeşitkenar üçgenin yerini göstermiş ve neden bu üçgen türünün diğerlerinden ayrı durduğunu sormuştur. Bunun üzerine Ö10 "çünkü eşkenar ve ikizkenarda en az iki tane açısı aynı ama çeşitkenarda hiçbir açı aynı olamaz" cevabını vermiştir. Bu cevap ön görüşmede çeşitkenar üçgeni için *tüm kenarlarının farklı uzunlukta olması gerekir* tanımını yapan Ö10'un, bu etkinlik sonrasında çeşitkenar üçgeni açıları baz alarak da tanımlayabildiğini göstermektedir.

Grup üçgenlerin özelliklerini inceleyelim etkinliği kapsamında bu sefer dik açılı üçgen ve geniş açılı üçgen üretici ile bu üçgen türlerinin özelliklerini incelemiştir. Ö10 önce dik üçgen üreticinin tüm kenarlarını eşitlemeye çalışmış ve hepsini 1 cm olacak şekilde ayarlayabilmiştir (ondalıklar kısıtlandığı için ekranda tüm kenarlar 1cm görünebiliyor). Ardından Ö9 tüm kenarları 2 cm olan bir üçgen üretmiştir. Bunun üzerine grup çalışma yaprağına *kenarları hep farklı ama 0, 1, 2 gibi rakamlarda eşitlenebiliyor* ve açı özellikleri için *açıları hep farklı ve mutlaka bir dik açısı var* şeklinde not almıştır. Bu aşamada grup iki kenarı eşit bir dik üçgen üretmeyi düşünemediği için bir dik üçgenin aynı zamanda ikizkenar üçgen de olabileceğini fark edememiştir.

Ardından geniş açılı üçgen üreticiyi inceleyen grup ondalıkların gösterilmemesi (komut kısıtı) sebebiyle bu üçgen türünün kenar özelliklerinde yanlış, ancak geniş açılı üçgenin olmazsa olmaz açı özelliğini fark edebilmiştir. Şekil 64'te Ö10'un bu etkinliğe ait çalışma yaprağından bir kesit sunulmuştur.

Şekil 64

Ö10'un üçgenlerin özelliklerini inceleyelim çalışma yaprağından bir kesit

GENİŞ AÇILI ÜÇGEN	
Kenarlar	Açılar
<i>Kenarları hep farklı ama 1 gibi rakamlarda eşitlenebiliyor. A açısının önündeki en uza olan kenar</i>	<i>Hep farklı ve A açısı asla 90'den az olamıyor.</i>

Yeni bir üçgen türü-açılarına göre üçgenler etkinliğinde öğretmenin “dik açılı ve geniş açılı üçgen üretici ile üretemeyeceğiniz üçgenler bulmalısınız” açıklamasını dikkate alan Ö10 “o zaman 90'dan altını bulmalıyız” deyince Ö9 “heee” diyerek etkinliği anladığını belirtmiş ve grup çalışma yapraklarına Şekil 65'deki gibi not almıştır. Grubun bu yeni üçgen türünün kenar özelliklerindeki çeşitliliği fark edebilmiş olması sevindiricidir. Ancak grup 1. üçgenin iki açısının ve 3. üçgenin tüm açılarının da eşit olması gerektiğini gözden kaçırmıştır.

Öğretmenin kenarlar eşitken açıların farklı görünmesinin sebebini (komut kısıtı) açıkladığı esnada ekranda yaptıkları ile meşgul olan grup, açıklamayı dinleyemediği için tabloyu sorgulama yapmadan, sadece ekranda gördükleri ölçümlere göre doldurmuştur.

Şekil 65

Ö9'un yeni bir üçgen türü-açılarına göre üçgenler çalışma yaprağından bir kesit

	Açı (A)	Açı (B)	Açı (C)	Uzunluk (AB)	Uzunluk (BC)	Uzunluk (AC)
1. Üçgen	70°	63°	48°	3cm	4cm	4cm
2. Üçgen	89°	44°	47°	3cm	4cm	3cm
3. Üçgen	74°	52°	53°	3cm	3cm	3cm

Programda ölçümlerin ondalık kısımlarının gizlenmesi grubun eş kenarlı ancak farklı açılı ya da ikiz kenarlı ancak bu kenarlara ait açıları farklı olan üçgenler üretebilmesine sebep olmuştur. Yeni üçgen türünün özelliklerini bu tabloya bakarak dolduran grup açı özelliklerinin kenarlardaki gibi olduğunu fark edemese de, açıların dar açı olduğunu gözlemleyebildiği için yeni üçgeni dar açılı üçgen olarak isimlendirebilmiştir (Şekil 66). Öğretmen çalışma yapraklarını kontrol edince açı özellikleri için en az ifadesini kullandıklarını fark etmiş ve “dar açılı üçgenin bir açısı mı 90'dan az olmalı?” diye sormuş ve grup “tüm açıları” cevabını vermiştir.

Şekil 66

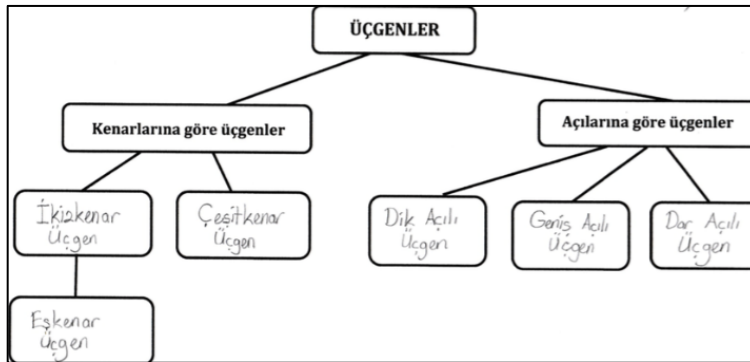
Ö10'un yeni bir üçgen türü-açılarına göre üçgenler çalışma yaprağından bir kesit

Yeni üçgen türünün adı	Açı özellikleri	Kenar özellikleri
Dar Açılı Üçgen	En az bir açısı 90°'den az olmalıdır	Çeşitkenar, ikizkenar ve eşkenar üçgen olabilir.

Bu etkinlikten sonra öğretmen üçgenleri sınıflandırılma çalışma yapraklarını dağıtmıştır. Öğrencilerin şu ana kadar öğrendikleri üçgenleri kenarlarına ve açılarına göre sınıflandırmaları gereken bu çalışma yaprağını grup Şekil 67'deki gibi doldurmuştur.

Şekil 67

Ö10'un üçgenleri sınıflandırılma çalışma yaprağı



Ö9 eşkenar üçgenin, ikizkenar üçgenin altına yazılmasının sebebini “ikizkenar üçgenden (ikizkenar üçgen üretici) eşkenar üçgen üretebiliyor” şeklinde açıklamıştır. Ö10 ise “çünkü ikizkenar eşkenar üçgeni içinde barındırıyor” dedikten sonra nedenini “çünkü öğretmenim eşkenarın üç açısı da aynı, aynı zamanda iki açısı da aynı, ama ikizkenar eşkenara giremez çünkü üç açısı da aynı değil” ifadesi ile açıklamıştır.

5.2.1.5.1. Beşinci grubun üçgen üreticilerine yönelik enstrümanlı eylem şeması.

Beşinci grup etkinlikler süresince üçgen üreticinin imkanlarından dolayı bu üreticinin verilen bütün üçgenleri üretebildiğini gözlemleyebilmiştir. Bu sebeple Ö10 mülakatta üçgen üretici için “her çeşit üçgeni üretebilir” şeklinde bir ifade kullanmıştır.

Ö9 ise mülakatta bu üreticinin üretebildiği üçgenleri yazması istenince sadece *eşkenar üçgen, çeşitkenar üçgen, ikizkenar üçgen* yazmıştır. Ö9 “üçgen üreticinin ürettiği üçgenlerin kenarları nasıl olabilir?” sorusuna “farklı, çeşitkenar olur, ikizkenar olur, eşkenar olur” dedikten sonra açılar için “çeşitkenarda farklı olur, ikizkenarda iki açısı aynı olur, eşkenarda üç açısı aynı olur” demiştir. Ayrıca mülakatta *üçgen üreticinin ürettiği üçgenlerin kenarlarının her zaman eşit olmak zorundadır* ifadesine yanlış derken, *üçgen üreticinin ürettiği bazı üçgenlerin en az iki açısı eşit olabilir* ifadesine doğru demiştir.

Ö9’un etkinlikler kapsamında açılara göre üçgen türlerini de üçgen üretici ile üretmiş olmasına rağmen mülakatta kenarlarına göre üçgenlere odaklanarak cevap vermesi,

onun ‘üçgen üretici sadece kenarlarına göre üçgen türlerini üretebilir’ düşüncesinde olduğu anlamına gelmemektedir. Çünkü Ö9 üçgen üreticinin imkanlarının farkındadır ve bu sebeple daha ilk etkinliklerde bu üretici ile geniş açılı üçgen üretmiştir. Ancak *üçgen üretici hangi tür üçgenleri üretebilir?* sorusu karşısında öncelikle kenarları ve buna bağlı üreticileri düşündüğü için bu şekilde cevap vermiştir. Bu açıdan grubun üçgen enstrümanlı eylem şemasının ‘üçgen üretici tüm üçgenleri üretir’ eylemdeki teoremi ve ‘üreticinin imkanları’ eylemdeki kavramına dayandığı söylenebilir.

Ö9 ön görüşmede eşkenar üçgeni tanımlaması istenince *iki kenarında eşit olması gerekmektedir* yazmış ancak etkinlikler süresince eşkenar üçgene yönelik bilgisini yenileyip geliştirebilmiştir. Nitekim ön görüşmede eşkenar üçgenin açılarından bahsetmeyen Ö9 mülakatta eşkenar üçgen için “açıları eşittir” ifadesini de kullanmıştır. Bu ise Ö9’un eşkenar üçgeni tanımlarken hem kenar hem de açı özelliklerini dikkate aldığını göstermektedir. Benzer şekilde Ö10 da ön görüşmede eşkenar üçgeni sadece kenar özelliklerine göre tanımlamış ancak mülakatta Şekil 68’deki cevabı yazmıştır. Bu açıdan grubun eşkenar üçgen enstrümanlı eylem şemasının ‘eşkenar üçgen tüm açıları eşit ve tüm kenarları birbirine eşit olan üçgendir’ eylemdeki teoremi ile ‘kenar özelliği’ ve ‘açı özelliği’ eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

Şekil 68

Ö10’un mülakat verilerinden bir kesit

<p>Eşkenar üçgen üreticinin ürettiği üçgenlerin ortak özelliği nedir?</p> <p>Tüm kenarları eşit uzunluktadır. (ve açıları)</p>
--

Grup ön görüşmede kenar özellikleri üzerinden tanımladığı çeşitkenar üçgeni mülakatta da *tüm kenarları farklı* (Ö9), *tüm kenarları farklı uzunlukta olur* (Ö10) notlarıyla açıklamıştır. Ö10, her ne kadar kenarlarına göre üçgenler sınıflandırmasında çeşitkenar üçgenin diğer üçgenlerden farklı bir yerde olmasını açı özellikleri üzerinden açıklamış olsa

da, mülakatta bu üçgeni kenar özellikleri üzerinden tanımlamayı tercih etmiştir. Bu açıdan grubun çeşitkenar üçgen enstrümanlı eylem şemasının ‘tüm kenarları birbirinden farklı olan üçgenlere çeşitkenar üçgen denir’ eylemdeki teoremi ve ‘kenar özelliği’ eylemdeki kavramına dayandığı söylenebilir.

Grubun ön görüşmede olduğu gibi mülakatta da dik üçgen için dik açığa vurgu yaparak *bir açısı 90 derece olmalıdır* (Ö9) ve *bir açısı mutlaka 90 derece olmalıdır* (Ö10) şeklinde not aldıkları görülmüştür. Bu ise grubun dik üçgen enstrümanlı eylem şemasının ‘bir açısı 90 derece olan üçgenler dik üçgendir’ eylemdeki teoremi ile ‘açı özelliği’ ve ‘dik açı’ eylemdeki kavramlarına dayandığını göstermektedir.

Grubun ön görüşmede olduğu gibi mülakatta da geniş açılı üçgen için geniş açığa vurgu yaparak *bir açısı geniştir* (Ö9) ve *bir açısı mutlaka geniş açıdır* (Ö10) şeklinde not aldıkları görülmüştür. Bu ise grubun geniş açılı üçgen enstrümanlı eylem şemasının ‘bir açısı 90 dereceden büyük olan üçgenler geniş açılı üçgendir’ eylemdeki teoremi ile ‘açı özelliği’ ve ‘geniş açı’ eylemdeki kavramlarına dayandığını göstermektedir.

Ö9 ön görüşmede dar açılı üçgenin özellikleri sorulduğunda *dar açılı üçgen olması için 90 dereceden küçük olması gerek* notunu yazmış, mülakatta da dar açılı üçgen için kullandığı “tüm açıları dar açı” ifadesiyle bu düşüncesini sürdürdüğünü göstermiştir. Ö10’un durumu da benzerdir. Ön görüşmede dar açılı üçgeni dar açı kavramına dayanarak tanımlayan Ö10 mülakatta *bir üçgeni dar açılı üçgen olarak adlandırmak için bu üçgenin hangi özelliklere sahip olması gerekir?* sorusuna cevap olarak *tüm açıları dar açı olmalıdır* notunu yazmıştır. Bu açıdan grubun dar açılı üçgen enstrümanlı eylem şemasının ‘tüm açıları 90 dereceden küçük olan üçgenlere dar açılı üçgen denir’ eylemdeki teoremi ile ‘açı özelliği’ ve ‘dar açı’ eylemdeki kavramlarına dayandığını göstermektedir.

Ö9 mülakatta *ikizkenar üçgen üreticinin ürettiği üçgenlerin ortak özelliği nedir?* sorusu için *en az iki kenarı eşittir* yazmıştır. Ancak üçgenleri sınıflandırılım çalışma

yaprağında eşkenar üçgeni ikizkenar üçgenin altındaki kutucuğa yerleştirmiş ve nedeni sorulduğunda “ikizkenar üçgenden (ikizkenar üçgen üretici) eşkenar üçgen üretebiliyor” cevabını vermiştir. Yani Ö9 en az iki kenarı eşit özelliğini ikizkenar üçgenle değil ikizkenar üçgen üretici ile ilişkilendirmektedir ve ikizkenar üçgen üreticinin bu imkanı eşkenar üçgen üretmesini de sağladığından Ö9 eşkenar üçgeni ikizkenar üçgen sınıfına dahil etmektedir. Bu açıdan Ö9’un ikizkenar üçgen enstrümanlı eylem şemasının ‘ikizkenar üçgenlerin iki kenarı eşittir’ ve ‘ikizkenar üçgen üretici, ikizkenar ve eşkenar üçgenler üretir” eylemdeki teoremleri ile ‘kenar özelliği’ ve ‘üreticinin imkanları’ eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

Ön görüşmede Ö10’un ikizkenar ve eşkenar üçgeni yaptığı tanıma bağlı olarak ayırtırdığı görülmüştür. Ö10 ikizkenar üçgen üretici ile çalışırken öncelikle ayırık tanıma göre hareket ederek yorum yapmış ancak bu üreticinin özelliklerini incelemesi onun ikizkenar üçgenin sadece iki kenarı değil, en az iki kenarı eş olan üçgenler olduğunu anlamasını sağlamıştır. Bu ise Ö10’un eşkenar üçgenleri ikizkenar üçgen ailesine dahil etmesinde önemli bir aşamadır. Nitekim üçgenleri sınıflandırılım etkinliğinde açılara bağlı olarak yaptığı açıklama onun ikizkenar üçgen üreticiyi başarılı bir şekilde enstrümana dönüştürdüğünü göstermektedir. Sonuç olarak Ö10’un ikizkenar üçgen enstrümanlı eylem şemasının ‘ikizkenar üçgen en az iki kenarı ve açısı eşit olan üçgendir’ ve ‘üç açı eşitken iki açı da eşit olacağından ikizkenar üçgen eşkenar üçgeni kapsar’ eylemdeki teoremleri ile ‘açı özelliği’, ‘kenar özelliği’, en az kavramı’, ‘bir özelliğin başka bir özelliği garantilemesi’ ve ‘bir şekil sınıfının diğerini kapsaması’ eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

5.2.1.6. Altıncı grubun üçgen üreticilerine yönelik enstrümantal oluşum süreci.

Altıncı grup (Ö11, Ö12) üçgen üreticileri tanıyalım etkinliği kapsamında her bir üreticiyi köşe noktalarından hareket ettirerek bir süre incelemiştir. Bunu yapabilir misin? (üçgenler) etkinliğinde (bakınız, Şekil 29, s.109) ise verilen resmi çizdikten sonra her bir şekil için hangi

üreticiyi neden kullandıklarını çalışma yapraklarına not almışlardır. Şekil 69’da Ö12’nin çalışma yaprağı verilmiştir.

Şekil 69

Ö12’nin bunu yapabilir misin? (üçgenler) etkinliği çalışma yaprağı

Üçgen	Üçgen Üretici	Neden?
A	Eşkenar üçgen üretici	Bütün kenarları eşit
B	İkizkenar üçgen üretici	İki tane kenarı eşit
C	Dik üçgen üretici	Bir kenarı dik açıdır
D	Geniş açılı üçgen üretici	Bir kenarı geniş açıdır
E	Üçgen üretici	Üçgene benzediği için

Ö11 ise çalışma yaprağına A, C ve D için *çünkü eşkenar/dik/geniş açılı üçgene benziyor*, B için *çünkü olabileceğini düşündüm* ve E için *çünkü üçgen üreticiye benziyor* yazmıştır. Ö11 her ne kadar B’yi ikizkenar üçgen üreticiyle çizme sebebini *çünkü olabileceğini düşündüm* şeklinde açıklamış olsa da ön görüşmede ikizkenar üçgen için *iki kenarının eşit uzunluğa sahip olması gerekir* yazmıştır. Yani Ö11 ikizkenar üçgen bilgisine sahiptir ve bu sebeple ikizkenar üçgene benzettiği B’nin ikizkenar üçgen üretici ile çizilebileceğini düşünmüştür. Grubun çalışma yapraklarına aldığı notlar ve ön görüşme verileri dikkate alındığında üçgen türlerine dair temel bilgilerinin olduğu söylenebilir.

Tahmin & kontrol-eşkenar üçgen & ikizkenar üçgen etkinliğinde (bakınız, Şekil 32, s.111) Ö11 eşkenar üçgen üreticinin 2, 4 ve 5’i çizebileceği, Ö12 ise tüm şekilleri çizilebileceği tahmininde bulunmuştur. Kontrole geçtiklerinde Ö11’in tahminlerinin doğru olduğunu gören grup, diğer şekillerin bu üreticiyle çizilememesinin sebebi olarak çalışma yapraklarına *çünkü (bu şekiller) ikizkenar (Ö11) ve ikizkenar (Ö12) yazmıştır*. Öğretmen neden eşkenar üçgen üreticinin ikizkenar üçgen çizemediğini sorunca Ö12 “çünkü (eşkenar üçgen üreticinin ürettiği şekillerin) bütün kenarları eş olmak zorunda” cevabını vermiştir.

İkizkenar üçgen üreticiyle tahmin aşamasında ise bu üreticinin sadece 1, 3 ve 6’yı çizilebileceğini düşünen grup, kontrol ederken üreticinin 2’yi de çizebilmesi karşısında

şaşırmıştır. Bu esnada öğrenciler arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

Ö11: (ikizkenar üçgen üreticiyle 2'yi çizince) Oldu mu!

Ö12: Olmuş (dedikten sonra 3'ü çizmiş, Ö11 4'ü de çizince) Bu da mı oldu?

Ö11: Ya ama çok ilginç ya

Ö12: (5'i çizince) O zaman hepsi oluyo!

Ö11: Ben bunun nedenine bilmiyorum yazcam

Ö12: Hocaaam!

Ö11: Öğretmenim hayır dedik ama

Ö12: Hocam hepsi oluyo

Öğretmen: Olabilir, o zaman ne diyebiliriz

Ö12: Hiç bi şey. Hocam yapamadığında yapıyoruz (çalışma yaprağına üretici üretemediği zaman neden yazmaları gerektiğini ifade etmeye çalışıyor) Bunlara ne yazıcaz, bu yanlış bulduklarımıza?

Ö11: Bilmiyorum ki, çünkü bilmiyorum yazıcam

Öğretmen: Peki sen neden hayır dedin? (tahmin kısmında)

Ö12: Çünkü hocam eşkenar

Öğretmen: O zaman eşkenar üçgen aynı zamanda ikizkenar üçgen olabilir mi? ikizkenar üçgende ne vardı iki kenarım birbirine eşit olacak demi? eşkenar üçgende her türlü iki kenar eşit olmuyor mu?

Ö12: Hmmm

Bu diyalogun ardından grup çalışma yapraklarını Şekil 70 ve Şekil 71'deki gibi doldurmuştur.

Şekil 70

Ö11'in tahmin & kontrol-eşkenar üçgen & ikizkenar üçgen etkinliği çalışma yaprağından bir kesit

Üçgen Üretici	Üçgenler	Tahminim	Bulduğum	Bu üçgen üretici bu üçgeni yapamaz çünkü...
ikizkenar Üçgen Üretici	1	(E) H	(E) H	ikizkenar
	2	E (H)	(E) H	eşkenar üçgeninde 2 kenar eşittir
	3	(E) H	(E) H	ikizkenar
	4	E (H)	(E) H	eşkenar üçgeninde 2 kenar eşittir
	5	E (H)	(E) H	eşkenar üçgeninde 2 kenar eşittir
	6	(E) H	(E) H	ikizkenar

Ö11 ön görüşmede *eşkenar üçgen, ikizkenar üçgen olma koşulunu sağlar mı? neden?* sorusuna cevap olarak *Olabilir. Çünkü eşkenar üçgeninde 2 kenarı eşit uzunluktadır* yazmıştır. Ancak üreticilerle çalışırken özellikleri düşünmesi gerektiğini fark edememiş, bu sebeple ikizkenar üçgen üretici ile tahmin ederken ‘eşkenar üçgen üretici eşkenarları üretirse, ikizkenar üçgen üretici de sadece ikizkenar üçgenleri üretir’ düşüncesine göre hareket etmiştir. Üreticinin eşkenar üçgenleri üretmesi karşısında bu düşüncesi sarsılınca öğretmenden yardım alma gereği duymuştur. Öğretmenin yaptığı açıklama ise Ö11’e aslında bildiği bir bilgiyi hatırlatmış ve bu bilgiyi üretici ile bağdaştırmasını sağlamıştır. Yani Ö11 bu etkinliğin sonunda ‘üç kenarı eşit olan eşkenar üçgenin aynı zamanda iki kenarı da eşittir’ bilgisini hatırlayarak ‘ikizkenar üçgen üretici en az iki kenarı eşit şekiller üretebilir’ eylemdeki teoremine dayalı bir şema geliştirmeye başlamıştır (enstrümantasyon).

Şekil 71

Ö12’nin tahmin & kontrol-eşkenar üçgen & ikizkenar üçgen etkinliği çalışma yaprağından bir kesit

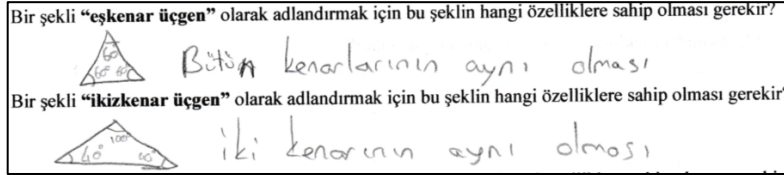
Üçgen Üretici	Üçgenler	Tahminim	Bulduğum	Bu üçgen üretici bu üçgeni yapamaz çünkü...
Ikizkenar Üçgen Üretici	1	(E) H	(E) H	ikizkenar
	2	E (H)	(E) H	Eşkenar üçgen aynı zamanda ikizkenar üçgendir
	3	(E) H	(E) H	ikizkenar
	4	E (H)	(E) H	Eşkenar üçgen aynı zamanda ikizkenar üçgendir
	5	E (H)	(E) H	Eşkenar üçgen aynı zamanda ikizkenar üçgendir.
	6	(E) H	(E) H	ikizkenar

Ö12 ise ikizkenar üçgen üreticinin eşkenar üçgenleri de üretebilmesi karşısında şaşırmıştır, çünkü bu iki üçgen türünü ayrık sınıflandırmaktadır. Öyle ki ön görüşmede bu üçgen türlerini Şekil 72’deki gibi tanımladıktan sonra *eşkenar üçgen, ikizkenar üçgen olma koşulunu sağlar mı? neden?* sorusunu boş bırakmıştır. Ancak özellikler temelinde yapılan açıklamalar bu iki üçgen türü arasındaki ilişkiyi anlamasına yardım etmiştir. Bu etkinlikten sonra Ö12’nin ‘ikizkenar üçgen üretici eşkenar üçgen de üretebilir’ eylemdeki teoremini

'eşkenar üçgenler aynı zamanda ikizkenar üçgendir' işlevsel sabitine bağlı olarak benimsemeye başladığı söylenebilir.

Şekil 72

Ö12'nin ön görüşme verilerinden bir kesit



Üçgenlerin özelliklerini inceleyelim etkinliğinde eşkenar üçgen, ikizkenar üçgen ve üçgen üretici ile bu üçgen türlerinin özelliklerini inceleyen grup çalışma yapraklarına Şekil 73'deki gibi not almıştır.

Şekil 73

Ö11'in üçgenlerin özelliklerini inceleyelim çalışma yaprağı

EŞKENAR ÜÇGEN			
Kenarlar		Açılar	
1. Durum: 18cm	2. Durum: 25cm	1. Durum: 60°	2. Durum: 60°
18cm	25cm	60°	60°
18cm	25cm	60°	60°
Her zaman 3 kenarında eşittir.!!		Her zaman 60°'dir.	
İKİZKENAR ÜÇGEN			
Kenarlar		Açılar	
Her zaman 2 kenarında eşit olur.		Her zaman 2 açısında eşit olur.	
ÜÇGEN			
Kenarlar		Açılar	
Bütün kenarlarının uzunluğu farklı olur.		Bütün açıları farklıdır.	

Grup üreticileri ekranda verilen ölçümleri dikkate alarak incelemiş ancak bu etkinlikte ikizkenar üçgen üretici ile bir eşkenar üçgen üretmedikleri için ikizkenar üçgenin her zaman iki kenarının/açısının eşit olduğu düşüncesini sürdürmüştür. Halbuki grup bir önceki etkinlikte ikizkenar üçgen üreticinin hem ikizkenar hem de eşkenar üçgenleri üretebildiğini görmüştür. Bu aşamada grubun her ne kadar ikizkenar üçgen üreticinin eşkenar üçgenleri de üretebildiğinin farkında olsa da bu iki üreticiye yönelik düşüncelerini ön bilgilerindeki üçgen

tanımları ile ilişkilendiremedikleri söylenebilir. Bu durumu fark eden öğretmen ikizkenar üçgen üreticinin ürettiği şekillerin her zaman iki kenarının eşit olduğunu ve grubun doğru bir şey yazdığını ifade ettikten sonra “peki ikizkenar üçgen üretici ile çizdiğimiz şekillerin bazen üç kenarı da eşit olabilir mi?” diye sormuştur. Grup “olabilir, evet” gibi ifadelerle olabileceğini belirtince “o zaman ikizkenar üçgenin en az iki kenarı eşittir diyebilir miyim?” demiş ve grup “hıh hıh” diyerek başıyla onaylamıştır.

Sınıf incelemeyi bitirdikten sonra öğretmen konuyu toparlamak ve iki üçgen türü arasındaki ilişkiyi açıklamak için sınıfta bir tartışma ortamı oluşturmuş ve bu süreçte ikizkenar üçgen üreticinin hem ikizkenar hem de eşkenar üçgenleri üretebildiği için ikizkenar üçgenlere sadece iki kenarı eş demek yerine en az iki kenarı eş denilmesi gerektiğini vurgulamıştır.

Yeni bir üçgen türü-kenarlarına göre üçgenler etkinliğinde grup üç farklı üçgenin (kenar uzunlukları ve açı ölçüleri hem kendi içinde hem de birbirlerinden farklı olan) ölçümlerini çalışma yapraklarına not aldıktan sonra bu yeni üçgen türünü ve özelliklerini Şekil 74’deki gibi ifade etmiştir.

Şekil 74

Ö11’in yeni bir üçgen türü-kenarlarına göre üçgenler çalışma yaprağından bir kesit

Yeni üçgen türünün adı	Kenar özellikleri	Açı özellikleri
Çeşit kenar üçgen	Bütün kenarları farklı uzunluğundadır.	Bütün açıları farklıdır

Bu etkinliğin ardından dik açılı ve geniş açılı üçgen üretici ile bu üçgen türlerinin özelliklerini araştıran grup çalışma yapraklarına dik üçgenin kenar özelliği için *farklı olabilir* (Ö11) ve *istediğimiz gibi olabilir* (Ö12), açı özelliği için *bir açısı 90 derece olur* (Ö11, Ö12) yazmıştır. Öğretmen Ö12’ye “dik üçgenin tüm kenarları eşit olabilir mi?” diye sorunca Ö12 “olmaz” demiş, sebep olarak da tüm kenarlar eşitken açılar 60 derece olmak zorunda kalacağı için dik açı olmayacağını belirtmiştir. Geniş açılı üçgenin kenar özelliği için *en fazla iki*

kenarı eşit olur (Ö11) ve istediğimiz gibi olabilir (Ö12) yazan grup açılı özelliği için bir açısı her zaman 90 dereceden büyüktür (Ö11, Ö12) yazmıştır.

Yeni bir üçgen türü-açılarına göre üçgenler etkinliğinde öğretmen sınıfa geniş açılı ve dik üçgen üretici ile çizilemeyen ancak üçgen üretici ile çizilebilen üçgenler bulmalarını söylediğinde Ö12 “o zaman dar açılı yapçaz” diyerek üçgen üretici ile dar açılı bir üçgen üretmiştir. Bu üçgenin ölçümlerini çalışma yaprağına not alan grup ikizkenar bir üçgen elde etmiş ve bu üçgenin de açılı ve kenar ölçümlerini not almıştır. Ancak programda ölçümlerin ondalık kısımlarına koyulan kısıt sebebiyle bu ikizkenar üçgenin taban açıları 74 ve 76 derece olarak görünmüştür. Bu farklılığa aldırış etmeyen grup ekrandaki ölçümleri aynen yazmıştır. Bu aşamada öğretmen programda bu duruma sebep olan komut kısıtından bahsetmiş ve grup üçüncü üçgende bu açıklamayı dikkate alarak eşkenar bir üçgen üretmiş ardından açıların hepsi 60 derece olana kadar uğraşmıştır. Doldurdıkları tabloda (Şekil 75) çeşitkenar, ikizkenar ve eşkenar üçgen bulunan grup bu yeni üçgen türünün kenar uzunluklarının farklı olabileceğini ancak açılarının 90 dereceden küçük olduğunu belirtmiştir.

Şekil 75

Ö11'in yeni bir üçgen türü açılarına göre üçgenler etkinliği çalışma yaprağı

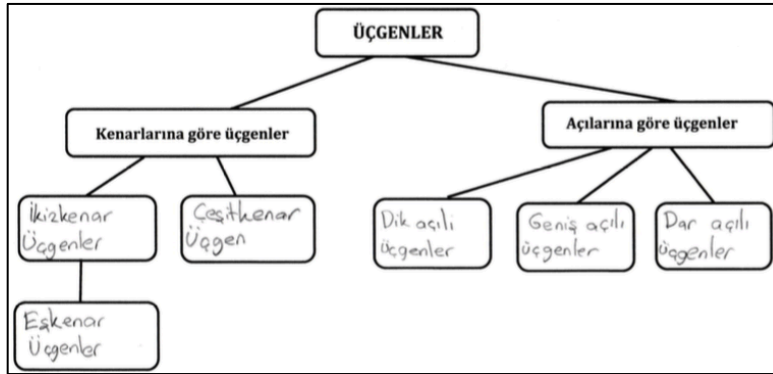
	Açı (A)	Açı (B)	Açı (C)	Uzunluk (AB)	Uzunluk (BC)	Uzunluk (AC)
1. Üçgen	50°	56°	74°	3	2	3
2. Üçgen	76°	30°	74°	2	2	1
3. Üçgen	60°	60°	60°	2	2	2

Yeni üçgen türünün adı	Açı özellikleri	Kenar özellikleri
Dar açılı Üçgen	90°den küçük olmalı	3 kenarı da farklı uzunlukta olabilir

Grup bu etkinlikten sonra *Üçgenleri sınıflandırılım* çalışma yapraklarını doldurmuştur. Ö11 çalışma yaprağındaki yapıyı doğru bir şekilde doldurmuş (Şekil 76) ancak Ö12 kenarlarına göre üçgenler sınıflamasını yanlış yapmıştır (Şekil 77).

Şekil 76

Ö11'in üçgenleri sınıflandırılma çalışma yaprağı



Şekil 77

Ö12'nin üçgenleri sınıflandırılma çalışma yaprağından bir kesit



Öğretmen neden kenarlarına göre üçgenleri bu şekilde yerleştirdiğini sorunca Ö12 “rastgele hocam” demiş, öğretmen “özellikleri düşündüğümüzde nasıl yerleşmeliydi?” deyince bir müddet düşünmüştür. Bunun üzerine öğretmen Ö11'in çalışma yaprağını işaret ederek “bu şekilde bir yerleşim doğru olur mu?” diye sormuş ve Ö12 “hıh hıh” diyerek başıyla onaylamıştır.

Sınıf üçgenler ile ilgili bütün etkinlikleri bitirdikten sonra öğretmen bazı üçgenlerin hem kenarlarına hem de açılarına göre isimlendirilebildiğini göstermek için tahtaya bir tablo çizmiştir. Bu esnada sınıfta geçen diyalogun bir bölümü aşağıda verilmiştir.

Öğretmen: Dik açılı eşkenar üçgen olabilir mi?

Ö10: 90, 60, 60

Öğretmen: İç açılarını topla

Ö10: Aaa dur olmadı o

Öğretmen: Başka bir üçgen olabilir mi?

Ö12: Hocam yok ki hiç bişey

Öğretmen: Neden yok?

Ö12: Çünkü 90 derece olmak zorunda bir yeri, 90 dereceyi verince de 45 45 olursa, hepsi eş olmuyor

Öğretmen: Peki eşkenar ve geniş açılı bir üçgen olur mu?

Ö11: Olmaz

Öğretmen: Neden?

Ö12: Olmaz çünkü 60 derece değil

Ö11: Aynen

Öyle görünmektedir ki grup ön görüşmede belirttiği üzere temel üçgen bilgisine

sahiptir ve üçgen üreticileri ile bu bilgilerini bağdaştırabilmektedir. Bu üreticilerle çalışırken takıldıkları tek nokta ikizkenar üçgen üreticinin neden eşkenar üçgenleri de üretebildiğidir. Ancak özellikler temelinde düşünmeye başlamaları ikizkenar üçgen üreticinin imkanlarının sebebinin anlamalarına yardımcı olmuş ve bu üreticiyi enstrümana dönüştürebilmelerini sağlamıştır.

5.2.1.6.1. *Altıncı grubun üçgen üreticilerine yönelik enstrümanlı eylem şeması.* Ö11 ön görüşme eşkenar üçgen için *bütün kenarlarının eşit uzunluğa sahip olması gerekir* yazmıştır. Eşkenar üçgen üreticinin özelliklerini inceledikten sonra ise bu üçgenin açılı özelliklerini de dikkate almaya başlamış ancak mülakatta Şekil 78’de görüldüğü üzere yine sadece kenar özelliklerini düşünerek cevap vermeye devam etmiştir. Bu ise Ö11’in her ne kadar eşkenar üçgenin açılarının 60 derece olduğunu bilse de bir üçgeni eşkenar üçgen olarak adlandırmak için öncelikle kenarlara odaklandığını göstermektedir. Bu açıdan Ö11’in eşkenar üçgen enstrümanlı eylem şemasının ‘eşkenar üçgen tüm kenarları eşit olan üçgendir’ eylemdeki teoremi ve ‘kenar özelliği’ eylemdeki kavramına dayandığı söylenebilir.

Şekil 78

Ö11’in mülakat verilerinden bir kesit

Eşkenar üçgen üreticinin ürettiği üçgenlerin ortak özelliği nedir?
Bütün kenarları eşit uzunlukta olur.

Ö12 ise ön görüşmede eşkenar üçgeni kenar özelliklerine göre tanımlamış ve aynı zamanda açılarını gösteren bir çizim de yapmıştır (bakınız, Şekil 72, s. 178). Ayrıca son derste üçgenler tablosunu doldururken kullanmış olduğu ifadeler (bakınız, s. 178) onun eşkenar üçgeni hem kenar hem de açı özelliklerini dikkate alarak düşünmeye devam ettiğini göstermektedir. Bu açıdan Ö12'nin eşkenar üçgen enstrümanlı eylem şemasının 'eşkenar üçgen tüm açıları eşit ve tüm kenarları birbirine eşit olan üçgendir' eylemdeki teoremi ile 'kenar özelliği' ve 'açı özelliği' eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

Grup ön görüşmede çeşitkenar üçgeni tanımlarken *bütün kenarlarının uzunluklarının farklı olması gerekir* (Ö11) ve *bütün kenarların farklı olması gerekir* (Ö12) yazmıştır.

Etkinlikler içerisinde çeşitkenar üçgenin açılarını da inceleyen gruptan Ö11 mülakatta bu üçgeni kenar özellikleri üzerinden tanımlamaya devam ederken, Ö12 bu sefer *bütün açılarının farklı olması* cevabını vermiştir. Bu durum Ö12'nin çeşitkenar üçgeni hem kenar hem de açı özelliklerini düşünerek tanımlayabildiğini ancak Ö11'in sadece kenar özelliklerine odaklandığını göstermektedir. Bu açıdan Ö11'in çeşitkenar üçgen enstrümanlı eylem şemasının 'bütün kenarları birbirinden farklı olan üçgenlere çeşitkenar üçgen denir' eylemdeki teoremi ve 'kenar özellikleri' eylemdeki teoremine, Ö12'nin ise 'bütün kenarları ve açıları birbirinden farklı olan üçgenlere çeşitkenar üçgen denir' eylemdeki teoremi ile 'kenar özelliği' ve 'açı özelliği' eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

Grubun ikizkenar üçgen üretici enstrümanı ise eşkenar üçgenlerin aynı zamanda iki kenarının eşit olması sebebiyle bu üreticiyle çizilebildiğini anlamaları sayesinde şekillenmiştir. Ö11 başlangıçta eşkenar üçgen ile ikizkenar üçgeni kenar özelliklerine göre ilişkilendirebilmesine rağmen ikizkenar üçgen üreticinin eşkenar üçgen üretmesi karşısında şaşırmıştır. Ancak üreticinin imkanlarının sebebini bu iki dörtgen arasındaki ilişkiye dair ön bilgisiyle birleştirence bu üreticiyi enstrümana dönüştürebilmiştir. Ö12 ise başta iki üçgeni ayrı tanımlama yaptığı için ayrıştırmış ancak ikizkenar üçgen üretici ile çalıştıkça bu üçgen

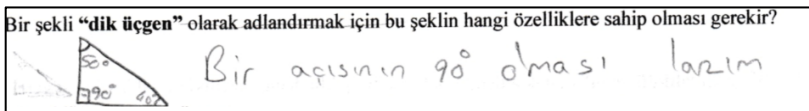
türüne dair kavram imajı dinamikleşmeye başlamıştır. Öyle ki bu üreticinin imkanlarının özellikler olduğunu fark etmesi, onun ikizkenar üçgene dair daha önce zihninde bulunan tanımını daha kapsamlı hale getirmiş ve bu sayede Ö12 eşkenar üçgenin neden ikizkenar üçgen sınıfına dahil olduğunu anlayabilmiştir.

Sonuç olarak grup ikizkenar üçgen üretici sayesinde daha dinamik ve kapsayan yapıda bir ikizkenar üçgen şeması geliştirebilmiştir, ki bu sebeple mülakatta *eşkenar üçgenler*, *ikizkenar üçgen ailesinin üyesidir* ifadesine doğru dedikten sonra sebebini eşkenar üçgenlerin üç kenarı eşitken aynı zamanda iki kenarının da eşit olmasına bağlayabilmiştir. Bu açıdan grubun ikizkenar üçgen enstrümanlı eylem şemasının ‘ikizkenar üçgen en az iki kenarı eşit olan üçgendir’ ve ‘üç kenar eşitken iki kenar da eşit olacağından ikizkenar üçgen eşkenar üçgeni kapsar’ eylemdeki teoremleri ile ‘kenar özelliği’, ‘en az kavramı’, ‘bir özelliğin başka bir özelliği garantilemesi’ ve ‘bir şekil sınıfının diğerini kapsaması’ eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

Ö11 ön görüşmede dik üçgeni tanımlarken *bir açısının dik olması gerekir* yazmış, mülakatta da dik üçgen üreticinin ürettiği üçgenlerin ortak özelliğine *1 açısı 90 derece olur* yazarak bu düşüncesinin devam ettiğini göstermiştir. Aynı şekilde Ö12 de ön görüşmede Şekil 79’deki cevabı vermiş ve mülakatta dik üçgen üreticinin ürettiği üçgenlerin ortak özelliği için *bir açısının dik olması* (Ö12) yazmıştır. Bu açıdan grubun dik üçgen enstrümanlı eylem şemasının ‘bir açısı 90 derece olan üçgenler dik üçgendir’ eylemdeki teoremi ile ‘dik açı’ ve ‘açı özelliği’ eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

Şekil 79

Ö12’nin ön görüşme verilerinden bir kesit



Grubun hem ön görüşmede hem de mülakatta geniş açılı üçgen için *bir açısının 90*

dereceden büyük olması lazım, bir açısının geniş olması gerekir şeklinde ifadeler kullandığı görülmüştür. Bu açıdan grubun geniş açılı üçgen enstrümanlı eylem şemasının ise ‘bir açısı 90 dereceden büyük olan üçgenler geniş açılı üçgendir’ eylemdeki teoremi ile ‘geniş açı’ ve ‘açı özelliği’ eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

Grubun hem ön görüşmede hem de mülakatta dar açılı üçgen için *bütün açılarının 90 dereceden küçük olması lazım, bütün açıları dar açı olur* şeklinde ifadeler kullandığı görülmüştür. Bu açıdan grubun dar açılı üçgen enstrümanlı eylem şemasının ise ‘bir açısı 90 dereceden küçük olan üçgenler dar açılı üçgendir’ eylemdeki teoremi ile ‘dar açı’ ve ‘açı özelliği’ eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

Etkinlikler süresince üçgen üretici ile çalışmak grubun bu üreticinin bütün üçgenleri üretebilecek imkanlara sahip olduğunu gözlemlenmelerini sağlamıştır. Ayrıca grup mülakatta *üçgen üretici hangi tür üçgenleri üretebilir?* sorusuna *her tür üçgeni üretebilir* (Ö11) ve *eşkenar, ikizkenar, dik açılı, geniş açılı, çeşitkenar, dar açılı* (Ö12) cevabını yazmıştır. Bu ise grubun üçgen enstrümanlı eylem şemasının ‘üçgen üretici tüm üçgenleri üretir’ eylemdeki teoremi ve ‘üreticinin esnekliği’ eylemdeki kavramına dayandığını göstermektedir.

5.2.1.7. Yedinci grubun üçgen üreticilerine yönelik enstrümantal oluşum süreci.

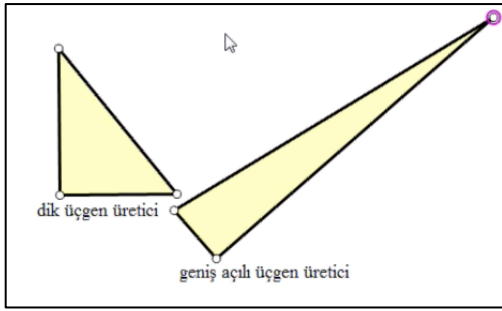
Yedinci grup (Ö13, Ö14) üçgen üreticileri inceleyelim etkinliğinde her bir üreticiyi köşe noktalarından hareket ettirerek incelemiştir. Ö14 üçgen üreticiyi incelerken bir köşeden tutup hareket ettirmiş ve farklı boyut ve türlerde üçgen üretirken “bak yine üçgen, yine üçgen, yine üçgen” demiştir. Bunun üzerine Ö13 “üç noktası var, o nedenle dikdörtgen üretemeyiz” diyerek arkadaşına katıldığını belirtmiştir. Ardından eşkenar üçgen üreticiyi inceleyen grup “bak yine eşkenar, aaa her türlü eşkenar” gibi ifadeler kullanmıştır.

İkizkenar üçgen üreticinin eş açılıya sahip köşelerinden birini tutup büyüten Ö13 “her türlü ikizkenar oluyo arkadaş yaa, bi değiştiremiyoruz” dedikten sonra diğer köşeleri hareket ettirme gereği duymamıştır. Ö13 önce geniş açılı üçgen üreticiyi işaret ederek “bekle şununla

bir dik açılı üçgen yapabilir miyiz?, yoo yapamayız” demiş ve üreticiyi farklı köşelerinden büyütüp küçülterek “her türlü geniş oluyo yaa” demiştir. Üreticiyi çok fazla büyüttüklerine karar veren gruptan Ö14 küçültmek için bir köşesini hareket ettirince geniş açılı üçgen üretici ile görsel olarak dik açılı gibi görünen bir üçgen elde etmiş (Şekil 80) ve “aa geniş açılı olmadı, dik oldu” tepkisini verince Ö13 “aa harbi dik oldu” demiştir.

Şekil 80

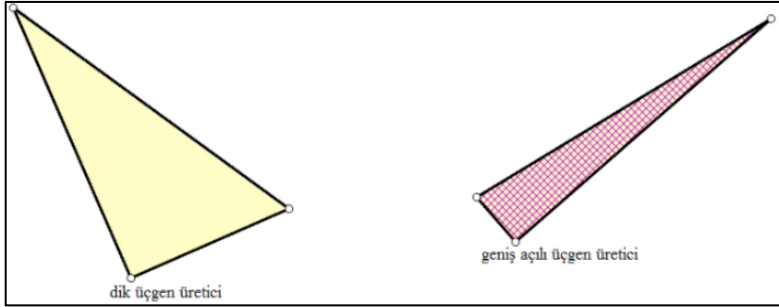
Yedinci grubun üçgen üreticileri tanıyalım etkinliği ekran kaydından bir kesit



Ardından dik üçgen üreticiyi incelemişler ve dik açılı köşeyi tutarak üreticiyi farklı bir pozisyona getirince görsel olarak geniş açılı olduğunu düşündükleri üçgen karşısında şaşırılmışlardır (Şekil 81). Ö14 “bu geniş olmadı mı?” diye sorunca Ö13 “bu neden geniş açılı oldu şimdi niye dik diil” demiş ve grup öğretmeni çağırmıştır. Ancak Ö13 öğretmene dik açılı üçgen üreticiyi değil geniş açılı üçgen üreticiyi işaret ederek “geniş açı (geniş açılı üçgen üretici) geniş açı olmadı öğretmenim, geniş açı dar açı oldu” deyince Ö14 “dik açı oldu” demiştir. Ö13 ise “tam olarak dik değil dar” diye ısrar etmiştir. Öğretmen aslında böyle bir şeyin mümkün olmayacağını ancak bu durumu sonraki etkinliklerde inceleyeceklerini söylemiştir. Grup bu aşamada her bir üreticinin kendi ismindeki üçgen türünü üretebileceği düşüncesinde olduğundan görsel olarak farklı bir tür üretince şaşırmıştır. Dolayısıyla grubun bu etkinlik kapsamında bir üçgenin hangi tür olduğuna karar verirken görsele dayandığı söylenebilir.

Şekil 81

Yedinci grubun üçgen üreticileri tanıyalım etkinliği ekran kaydından bir kesit



Bunu yapabilir misin? (üçgenler) etkinliğinde (bakınız, Şekil 29, s.109) grup öncelikle A'yı eşkenar, B'yi de ikizkenar üçgen üretici ile çizmiş ve bu üreticileri seçme sebebi olarak çalışma yapraklarına Şekil 82'deki ifadeleri yazmışlardır.

Şekil 82

Ö13'ün bunu yapabilir misin? (üçgenler) çalışma yaprağından bir kesit

Üçgen	Üçgen Üretici	Neden?
A	Eşkenar üçgen	Çünkü A'da tüm kenarlar aynı uzunlukta
B	İkizkenar üçgen	Çünkü B'de 2 kenar eşit

Grup A'yı çizmeye çalışırken yanlışlıkla resmi hareket ettirmiş ve E şekli (geniş açılı üçgen) dik üçgen gibi görünen bir forma girmiştir. Eşkenar üçgen üreticiyi tekrar hareket ettirince durumu düzelttiklerini düşünen grubun A ve B'yi çizdikten sonra arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

Ö13: Burası (C) dik olacak zaten çok belli

Ö14: Yaaani, çünkü..

Ö13: Şurası (D) geniş, şurası da (E) üçgen

Ö14: Aynen orası (E) üçgen (dedikten sonra tekrar etmeye çalışınca) şurası bak şurası (E) dik, şurası (D) geniş, burası (C) üçgen dimi? İlk önce yazalım mı?

Ö13: Tamam (bu esnada Ö14 çalışma yaprağına C için üçgen, D için geniş açılı, E için dik üçgen üretici yazmıştır)

Ö13: C'ye bakalım, C'de dik olacak

Ö14: C’de dik (dedikten sonra E’yi göstererek) ama burda ne yapcaz

Ö13: Orada üçgen üreticiyi kullanabiliriz

Ö14: Tamam deneyelim

Ö13: Veya tam tersine senin dediğini deneyelim ya

Bu diyalogun ardından grup E’yi dik üçgen üreticiyle çizmiş ve bu üreticiyi seçme sebebi olarak çalışma yaprağına *çünkü bir açısı 90 derece* (Ö13) ve *çünkü ona benziyor* (Ö14) yazmıştır. D’yi geniş açılı üçgenle çizen grup bu üreticiyi kullanma sebebini *çünkü D’nin bir açısı 90 dereceden büyük* (Ö13) ve *çünkü geniş açılı üçgene benziyor* (Ö14) notuyla açıklamıştır. C için ise *çünkü en sona o kaldı ve uyuyor* (Ö13) ve *çünkü düz olması lazım* (Ö14) yazmıştır.

Tahmin & kontrol-eşkenar üçgen & ikizkenar üçgen etkinliğinde (bakınız, Şekil 32, s.111) Ö13 eşkenar üçgen üreticinin 2, 4 ve 5’i çizebileceği, Ö14 ise sadece 2’yi çizemeyeceği yönde tahmin yürütmüştür. Öğretmen Ö14’e neden bu şekilde düşündüğünü sorunca da “ikizkenar ya bu üçgen” demiştir. Grup kontrole geçince Ö13’ün tahminlerinin doğru olduğunu görmüştür. Ö14 üreticinin 1, 3 ve 6’yı çizememe sebebini bu üçgenlerin ikizkenar olmasına bağlarken Ö13 çalışma yaprağına Şekil 83’deki notları almıştır.

Şekil 83

Ö13’ün tahmin & kontrol-eşkenar & ikizkenar üçgen çalışma yaprağından bir kesit

Üçgen Üretici	Üçgenler	Tahminim	Bulduğum	Bu üçgen üretici bu üçgeni yapamaz çünkü...
Eşkenar Üçgen Üretici	1	E (H)	E (H)	bu ikizkenar
	2	(E) H	(E) H	
	3	E (H)	E (H)	bunun iki kenarı aynı
	4	(E) H	(E) H	
	5	(E) H	(E) H	
	6	E (H)	E (H)	bunun iki açısı aynı

Ö13 çalışma yaprağını doldurduktan sonra öğretmene göstererek “öğretmenim ben böyle yazdım, hepsi aynı olmasın diye” açıklamasında bulunmuştur. Bu ifadesi ve yazdığı

notlar Ö1'ün ikizkenar üçgenin iki eş kenar ve iki eş açığa sahip olduğunu bildiğini göstermektedir.

Grup ikizkenar üçgen üreticiyle tahmin aşamasına geçtiğinde Ö13 bu üreticinin 2, 4 ve 5'i çizemeyeceği, Ö14 ise sadece 2'yi çizemeyeceği yönünde tahminde bulunmuştur. Ö13 kontrol aşamasında 1'i sorunsuzca çizmiş ve ardından Ö14 2'yi çizmeye çalışmıştır. Bu esnada Ö13 "bi kere eşkenarda olmaz o nedenle hayır" deyince grup denemekten vazgeçmiş ve 2'nin bu üreticiyle çizilemeyeceğine kanaat getirmiştir. Ardından 3'ü çizen gruptan Ö13 üreticiyi 4'ün üzerine taşımış ve "zaten olmuyo çok belli bu (4) eşkenar" diyerek çizmekten vazgeçmiştir. 5 için "bu eşkenar üçgen zaten olmaz" diyen grup 6'yı çizerek etkinliği bitirmiştir. Grup ikizkenar üçgen üreticinin neden 2, 4 ve 5'i çizemediğini açıklamak için çalışma yaprağına *tüm kenarları/açıları aynı* (Ö13) ve *eşkenar üçgen* (Ö14) notunu almıştır.

Bu aşamada Ö13'ün eylemleri onun 'eşkenar üçgen üretici sadece eşkenarları üretebilirse, ikizkenar üçgen üretici de sadece ikizkenarları (sadece iki kenarı eşit üçgenler) üretebilir' düşüncesinde olduğunu, Ö14'ün ise kendi düşüncesinden ziyade 'arkadaşımın dediği doğrudur' düşüncesine göre hareket ettiğini göstermektedir. Ö14 bu sebeple başta ikizkenar üçgen üreticinin 4 ve 5'i üretebileceğini düşünmesine rağmen denemekle uğraşmamış ve arkadaşının düşüncesini kabul ederek bu üreticiyle bu şekillerin çizilemeyeceğini çünkü *eşkenar üçgen* olduklarını ifade etmiştir.

Üçgenlerin özelliklerini inceleyelim etkinliğinde eşkenar üçgen, ikizkenar üçgen ve üçgen üreticiyi ekrandaki ölçümleri dikkate alarak inceleyen grup eşkenar üçgen için çalışma yapraklarına *her zaman üç kenarı aynı, her zaman üç açısı aynı, hiç değişmiyor* (Ö13) ve *her zaman üçü (kenar) eşit, her zaman üçü (açı) birbirine eşit* (Ö14) yazmıştır. Grup ikizkenar üçgen için çalışma yapraklarına *her zaman iki kenarı/açısı aynı* notunu almıştır. Ardından üçgen üreticiyi de inceleyen grup çalışma yapraklarına açı ve kenar özellikleri için *bazen aynı bazen farklı* yazmıştır.

Sınıf incelemeyi bitirince öğretmen ikizkenar üçgen üreticinin bazen eşkenar bazen de ikizkenar yani en az iki kenarı eşit üçgenler ürettiğini söylemiş ve sınıfa “en az iki kenarı eşit olmak zorunda ne demek?” diye sormuştur. Ö13 “en az iki tane kenarı eşit olacak üç tane de kenarı eşit olabilir” cevabını vermiştir. Bunun üzerine öğretmen ikizkenar üçgenin açı ve kenar özellikleri için en az ifadesinin kullanılması gerektiğini, çünkü ikizkenar üçgen üreticinin hem iki hem de üç kenarı eşit olan üçgenler üretmeye izin verdiğini söylemiştir. Bu açıklamadan sonra Ö13 Şekil 84’de görüldüğü üzere ikizkenar üçgen için çalışma yaprağına yazdığı ‘her zaman’ ifadesini silerek en az yazmıştır.

Şekil 84

Ö13’ün üçgenlerin özelliklerini inceleyelim çalışma yaprağından bir kesit

İKİZKENAR ÜÇGEN	
Kenarlar	Açılar
En az 2 kenarı aynı	En az 2 açısı aynı

Yeni bir üçgen türü-kenarlarına göre üçgenler etkinliğinde çalışma yapraklarına kenarları ve açıları farklı olan üç farklı üçgenin ölçümlerini not alan grubun bu yeni üçgen türü ve özellikleri ile ilgili notları Şekil 85’de verilmiştir.

Şekil 85

Ö14’ün yeni bir üçgen türü-kenarlarına göre üçgenler çalışma yaprağı

	Uzunluk (AB)	Uzunluk (BC)	Uzunluk (AC)	Açı (A)	Açı (B)	Açı (C)						
1. Üçgen	7cm	5cm	3cm	38°	25°	146°						
2. Üçgen	14cm	11cm	3cm	33°	9°	137°						
3. Üçgen	9cm	12cm	3cm	133°	92°	35°						
<table border="1"> <thead> <tr> <th>Yeni üçgen türünün adı</th> <th>Kenar özellikleri</th> <th>Açı özellikleri</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Geşitkenar</td> <td>hepsi farklı</td> <td>hepsi farklı</td> </tr> </tbody> </table>							Yeni üçgen türünün adı	Kenar özellikleri	Açı özellikleri	Geşitkenar	hepsi farklı	hepsi farklı
Yeni üçgen türünün adı	Kenar özellikleri	Açı özellikleri										
Geşitkenar	hepsi farklı	hepsi farklı										

Üçgenlerin özelliklerini inceleyelim etkinliği kapsamında bu sefer dik açılı üçgen ve geniş açılı üçgen üreticisiyle inceleme yapan grup, dik üçgenin açıları için çalışma yaprağına

bir açısı mutlaka 90 derece olmalı (Ö13) ve 90 sabit kalıyor (Ö14) yazmış, ancak programdaki komut kısıtı sebebiyle tüm kenarları eşitleyebildikleri için kenar özelliklerine bazen aynı bazen farklı yazmışlardır.

Ö14 çalışma yaprağına geniş açılı üçgenin açıları için *hepsi farklı* yazmıştır.

Öğretmen bu notu görünce geniş açılı köşeyi işaret ederek “bu açısı 90 veya 90’dan küçük olabilir mi?” diye sormuş Ö14 “olamaz” demiştir. Bunun üzerine öğretmen “o zaman geniş açılı üçgenin her zaman bir geniş açısı vardır, diyebilir miyim?” diye sorunca Ö14 “evet” demiştir. Ö13 ise çalışma yaprağına geniş açılı üçgenin açı özellikleri için *bir açısı mutlaka 90 dereceden fazla olmalı* yazmıştır. Ayrıca Ö13 geniş açılı üçgenin kenar özelliği için, öğretmenin “geniş açılı üçgenin tüm kenarları eşit olabilir mi?” sorusuna “tüm kenarları eşit olamaz, iki kenarı eşit olabilir” cevabını vermiştir.

Yeni bir üçgen türü-açılarına göre üçgenler etkinliğinde Ö13 öğretmen açıklama yapmadan önce bir süre ekrana bakmış ve “napıcağımızı yeni anladım, dar üreticez, yani geniş açılı ve dikin üretmeyeceği” demiştir. Bunun üzerine grup bulduğu üçgenlerden üçünün ölçümlerini çalışma yapraklarına not almıştır (Şekil 86). Grup bu yeni üçgen türünün adı ve özelliklerini ise Şekil 87’deki gibi tanımlamıştır.

Şekil 86

Ö13’ün yeni bir üçgen türü-açılarına göre üçgenler çalışma yaprağından bir kesit

	Açı (A)	Açı (B)	Açı (C)	Uzunluk (AB)	Uzunluk (BC)	Uzunluk (AC)
1. Üçgen	23°	71°	85°	3	1	2
2. Üçgen	70°	70°	40°	2	3	3
3. Üçgen	24°	81°	76°	2	1	2

Şekil 87

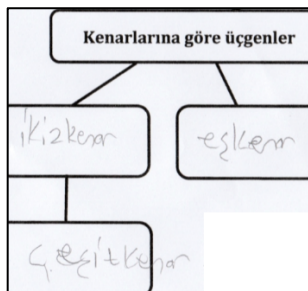
Ö14'ün yeni bir üçgen türü-açılarına göre üçgenler çalışma yaprağından bir kesit

Veni üçgen türünün adı	Açı özellikleri	Kenar özellikleri	
Paradikül üçgeni	90° den küçük	Eşit olmayan hepsi farklı	gerekmiyor

Sınıf bu etkinliği bitirdikten sonra öğretmen üçgenleri sınıflandırılım çalışma yapraklarını dağıtmış ve öğrencilerden üçgenlerin özelliklerini düşünerek bu çalışma yapraklarını doldurmalarını istemiştir. Ö13 çalışma yaprağını doğru bir şekilde doldurmuş ancak Ö14 kenarlarına göre üçgenleri yanlış sınıflandırmıştır (Şekil 88). Öğretmen sınıfa doğru yerleşimin nasıl olduğunu açıkladıktan sonra çalışma yapraklarını kontrol etmiş ve Ö14'ün sınıflamayı yanlış yerleştirdiğini fark etmiştir. Bunun üzerine öğretmen neden bu şekilde yaptığını sorunca Ö14 “ben yanlış yapmışım” demiş ve “neden yanlış olduğunu düşündün?” sorusuna “çünkü siz tahtaya yazdınız ya” cevabını vermiştir. Ardından öğretmen “neden biz buraya (öğrencinin çeşitkenar yazdığı yere) eşkenar koymuştuk?” diye sormuş ve Ö14 “çünkü ikizkenar eşkenarı üretebiliyor” cevabını vermiştir.

Şekil 88

Ö13'ün üçgenleri sınıflandırılım çalışma yaprağından bir kesit



5.2.1.7.1. Yedinci grubun üçgen üreticilerine yönelik enstrümanlı eylem şeması. Ö13

ön görüşmede *her kenarının ve her açısının farklı olması gerekir* ifadesiyle tanımladığı çeşitkenar üçgeni, mülakatta *kenarlarının çeşit olması gerekir* şeklinde tanımlayarak açı özelliklerinden bahsetme gereği duymamıştır. Ö14 ise ön görüşmede *bilmiyorum* dediği

çeşitkenar üçgen için mülakatta *bütün kenarları çeşit* yazmıştır. Grubun kenar özelliği için kullandığı *çeşit* kelimesini aslında farklı anlamında kullanmaya çalıştığı söylenebilir. Nitekim çeşitkenar üçgenin özelliklerini inceledikleri etkinlikte (bakınız, Şekil 85, s. 190) kenar özellikleri için farklı yazdıkları görülmüştür. Bu açıdan grubun çeşitkenar üçgen enstrümanlı eylem şemasının ‘bütün kenarları birbirinden farklı olan üçgenlere çeşitkenar üçgen denir’ eylemdeki teoremi ve ‘kenar özelliği’ eylemdeki kavramına dayandığı söylenebilir.

Ö13 ön görüşmede dik üçgen için *bir açısının 90 derece olması ve iki kenarının dik kesişmesi gerekir* yazmış mülakatta ise *bir açısı kesin 90 derecedir* yazmakla yetinmiştir. Ö13’ün ön görüşmedeki ifadesi onun dik üçgenin olmazsa olmaz dik açı şartının farkında olduğunu ancak statik bir dik üçgen kavramına sahip olduğunu göstermektedir. Ancak bu durum üreticilerle çalıştıktan sonra değişmiş ve Ö13 dinamik bir dik üçgen kavramı geliştirebildiğini sadece açığa bağlı yaptığı tanımla göstermiştir. Ö14 ise ön görüşmede tanımlayamadığı dik üçgeni mülakatta *hep bir açısı 90 derecedir* notuyla anlatmaya çalışmıştır. Bu açıdan grubun dik üçgen enstrümanlı eylem şemasının ‘bir açısı 90 derece olan üçgenler dik üçgendir’ eylemdeki teoremi ile ‘açı özelliği’ ve ‘dik açı’ eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

Ö13 ön görüşmede geniş açılı üçgen için *bir açısının 90 dereceden fazla olması gerekir* yazmış ve bu düşüncesini sürdürdüğünü mülakatta geniş açılı üçgen için *bir açısı 90 dereceden büyük olmalı* yazarak göstermiştir. Ö14 ise ön görüşmede tanımlayamadığı geniş açılı üçgeni etkinlikler esnasında inceleme fırsatı bulmuş ve mülakatta geniş açılı üçgen için “bir açısı 90’dan büyük olması lazım” demiştir. Bu açıdan grubun geniş açılı üçgen enstrümanlı eylem şemasının ‘bir açısı 90 dereceden büyük olan üçgenler geniş açılı üçgendir’ eylemdeki teoremi ile ‘açı özelliği’ ve ‘geniş açı’ eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

Ö13 ön görüşmede dar açılı üçgen için *bir açısının 90 dereceden küçük olması gerekir*

yazmıştır. Bu durum dar açılı üçgeni dik ve geniş açılı üçgen gibi tanımlamaya çalışmasından kaynaklanmıştır. Nitekim yeni bir üçgen türü-kenarlarına göre üçgenler etkinliğinde bu yeni üçgenin açı özelliği için sadece *90 dereceden küçük olması lazım* yazmış ve etkinlikte tanım yapmadığı için bir açısı ifadesini kullanmamıştır. Yani Ö13 dar açılı üçgenin sadece bir açısının değil tüm açılarının dar açı olması gerektiğinin farkındadır. Ö14 ise ön görüşmede bilmediğini söylediği dar açılı üçgen için mülakatta “hepsi 90 dereceden küçük” ifadesini kullanmıştır. Bu açıdan grubun dar açılı üçgen enstrümanlı eylem şemasının ‘tüm açıları 90 dereceden küçük olan üçgenler dar açılı üçgendir’ eylemdeki teoremi ile ‘açı özelliği’ ve ‘dar açı’ eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

Grubun üçgen üreticiyi kolaylıkla enstrümana dönüştürdüğü söylenebilir. Nitekim ilk derste bu üreticiyi incelerken kullandıkları ifadeler üreticinin üç köşeli bütün şekilleri üretebileceğini anladıklarını göstermektedir. Dahası grup mülakatta *üçgen üretici hangi tür üçgenleri üretir?* sorusuna *hepsini üretir* (Ö13) ve *hepsini* (Ö14) cevabını vermiştir. Bu açıdan grubun üçgen enstrümanlı eylem şemasının ‘üçgen üretici tüm üçgenleri üretir’ eylemdeki teoremi ve ‘üreticinin imkanları’ eylemdeki kavramına dayandığı söylenebilir.

Ö13 ön görüşmede eşkenar üçgeni tanımlaması istenince *kenarlarının ve açılarının eşit olması gerekir* yazmış, mülakatta da *eşkenar kenarlara sahip olmalı, tüm açıları 60 derece olmalı* notuyla bu düşüncesini sürdürdüğünü göstermiştir. Bu açıdan Ö13’ün eşkenar üçgen enstrümanlı eylem şemasının ‘eşkenar üçgen tüm açıları eşit ve tüm kenarları birbirine eşit olan üçgendir’ eylemdeki teoremi ile ‘açı özelliği’ ve ‘kenar özelliği’ eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

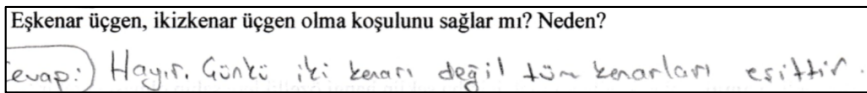
Ö14 ön görüşmede *bütün köşeleri aynı* ifadesiyle tanımladığı eşkenar üçgen için mülakatta *eşkenar üçgen bütün kenarları eşit olması* yazmıştır. Bu durum Ö14’ün eşkenar üçgen kavramının kenar özellikleri ile bağlantılı olduğunu göstermektedir. Dolayısıyla Ö14’ün eşkenar üçgen enstrümanlı eylem şemasının ‘eşkenar üçgen tüm kenarları eşit olan

üçgendir' eylemdeki teoremi ve 'kenar özelliği' eylemdeki kavramına dayandığı söylenebilir.

Ö13'ün ön görüşme verileri onun üçgen türlerine dair sağlam bilgiye sahip olduğunu göstermiştir. Örneğin Ö13 geniş açılı üçgen için *bir açısının 90 dereceden fazla olması gerekir*, çeşitkenar üçgen için *her kenarının ve her açısının farklı olması gerekir* ifadelerini kullanmıştır. Ancak Ö13 ön görüşmede ikizkenar üçgeni *iki kenarının ve iki açısının eşit olması gerekir* notuyla anlatmaya çalışmıştır ki bu tanım Ö13'ün eşkenar-ikizkenar üçgen arasındaki ilişkiyi fark edememesine sebep olmuştur. Bu sebeple Ö13 ön görüşmede bu ilişkiye dair soruya Şekil 89'daki cevabı vermiştir.

Şekil 89

Ö13'ün ön görüşme verilerinden bir kesit



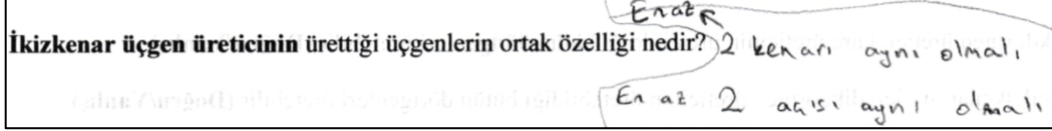
Ancak ikizkenar üçgen üretici ile çalışmak Ö13'e ikizkenar üçgene dair yeni bir bakış açısı kazandırmış ve bu kavrama daha geniş bir açıdan bakmasını sağlamıştır. Tahmin & Kontrol etkinliğinde 'eşkenar üçgen üretici sadece eşkenar üçgenler üretirse, ikizkenar üçgen üretici de sadece ikizkenar üçgen üretir' fikrine sıkı sıkıya bağlandığından ikizkenar üçgen üretici ile eşkenar üçgen çizmeye çalışmayan Ö13, üreticilerle üçgenlerin özelliklerini inceledikten ve ikizkenar üçgen üreticinin eşkenar üçgenleri de üretebildiğini gördükten sonra ikizkenar üçgen kavramını dinamik bir hale getirmeyi başarmıştır. Ayrıca sınıfta gerçekleşen soru-cevap süreci de Ö13'ün bu üçgen türüne ait şemasının gelişimine katkı sağlamıştır.

Daha açık ifade etmek gerekirse ikizkenar üçgen üreticinin sadece iki kenarı değil en az iki kenarı eşit üçgenler üretebildiğini görmek ve bu durumun nedeninin eşkenar üçgenlerin tüm kenarlarının eşitliğinin aynı zamanda iki kenarının da eşit olması anlamına geldiğini fark etmek Ö13'ün ikizkenar üçgen üreticiyi enstrümana dönüştürmesini sağlamıştır. Bu sayede Ö13 mülakatta ikizkenar üçgen için Şekil 90'daki cevabı yazmış ve *eşkenar üçgen, ikizkenar üçgen ailesinin üyesidir* ifadesine doğru demiştir. Ayrıca ön görüşmede ve mülakatta

ikizkenar üçgeni tanımlarken hem kenar hem de açılarından bahsetmesi Ö13'ün ikizkenar üçgen kavramını bu iki özelliğe dayanarak şekillendirdiğini göstermektedir.

Şekil 90

Ö13'ün mülakat verilerinden bir kesit



Özetle diyebiliriz ki Ö13'ün ikizkenar üçgen enstrümanlı eylem şeması 'ikizkenar üçgen en az iki kenarı ve açısı eşit olan üçgendir' ve 'üç kenar eşitken iki kenar da eşit olacağından ikizkenar üçgen eşkenar üçgeni kapsar' eylemdeki teoremleri ile 'kenar özelliği', 'açı özelliği', 'en az kavramı', 'bir özelliğin başka bir özelliği garantilemesi' ve 'bir şekil sınıfının diğerini kapsaması' eylemdeki teoremlerine dayanmaktadır.

Ö14 ise ön görüşmede üçgen türleri için sorulan soruların çoğuna *bilmiyorum* yazmıştır. Sadece eşkenar üçgen için *bütün köşeleri aynı* ve ikizkenar üçgen için *iki köşesi aynı* cevabını veren Ö14'ün öğretim öncesinde üçgen türleri konusundaki bilgisinin bir hayli eksik olduğu söylenebilir. Ayrıca üreticilerle inceleme yapmak her ne kadar Ö14'ün ikizkenar üçgen bilgisini genişletse de ikizkenar-eşkenar arasındaki ilişkiyi özellikler temelinde kurmasına yardımcı olamamıştır. Nitekim Ö14 ikizkenar üçgen üreticinin özelliklerini inceledikten sonra bu üçgen türü için *her zaman iki kenarı/açısı aynı* notunu almış ancak neden en az ifadesini kullanması gerektiğini anlayamadığı için ikizkenar-eşkenar ilişkisini özellik temelinde kuramamıştır.

Ö14 öğretimden sonra da ikizkenar üçgen ile eşkenar üçgeni yaptığı tanımlardan dolayı ayrık sınıflar olarak görmekte ve bu sebeple mülakatta da *ikizkenar üçgen üretici, eşkenar üçgen üreticinin üretebildiği bütün üçgenleri üretebilir* ifadesine yanlış demektedir. Yani Ö14'e göre ikizkenar üçgen üretici her zaman iki kenarı eşit üçgenler üretir ve bazen de eşkenar üçgenler üretir-çünkü bu üreticinin imkanları daha geniştir-ancak bütün eşkenar

üçgenleri üretemez. Ayrıca Ö14'e göre *eşkenar üçgenler, ikizkenar üçgen ailesinin üyesidir* ifadesi doğrudur, çünkü kendi ifadesiyle "ikizkenar eşkenarı üretebiliyor" dur.

Bu açıdan, mülakatta ikizkenar üçgen için *iki kenarı hep eşit olan üçgenler* ifadesini kullanan Ö14'ün ikizkenar üçgen enstrümanlı eylem şemasının 'ikizkenar üçgenlerin iki kenarı eşittir' ve 'ikizkenar üçgen üretici ikizkenar ve eşkenar üçgenler üretir' eylemdeki teoremleri ile 'kenar özelliği' ve 'üreticinin imkanları' eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

5.2.1.8. Sekizinci grubun üçgen üreticilerine yönelik enstrümantal oluşum süreci.

Sekizinci grup (Ö15, Ö16) üçgen üreticileri inceleyelim etkinliğinde her bir üreticiyi köşe noktalarından tutup büyütüp küçülterek ve üreticileri ekranda tümüyle taşıyarak bir süre incelemiştir.

Bunu yapabilir misin? (üçgenler) etkinliğinde (bakınız, Şekil 29, s.109) ise Ö16, önce ikizkenar üçgen üretici ile A'yı çizmiştir. Ardından Ö15 "şimdi neyi yaparsam mantıklı olur?" diyerek geniş açılı üçgen üreticiyi seçmiş ve D'yi çizmeye çalışmış ancak başaramayınca "başka bi tane yapalım, küçükleri sonra yaparız" diyerek dik üçgen üretici ile C'yi çizmiştir. Sonrasında Ö16 B'yi eşkenar üçgen üretici ile çizmeye çalışmış ancak başarılı olamamıştır. Bunun üzerine Ö15 "bence üçgen üreticisi ile yap" demiş ancak Ö16 denemeye devam etmiştir. Ö16 bir süre sonra pes edince Ö15 B'yi üçgen üretici ile çizmiştir. E için geniş açılı üçgen üreticiyi kullanan Ö16, bir süre uğraştıktan sonra başarılı olamayınca grup bu sefer eşkenar üçgen üretici ile D ve E'yi çizmeye çalışmış ancak yine başarılı olamamıştır.

Grubun uğraşlarını fark eden öğretmen yanlarına giderek ekranda yaptıklarını incelemeye başlamıştır. Bu esnada grupta öğretmen arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

Öğretmen: Peki bir soru, eşkenar üçgen üretici nasıl üçgenler üretiyor?

Ö16: Eşkenar üçgen üretiyor

Öğretmen: Peki şuradaki şekil (E) eşkenar üçgene benziyor mu sence?

Ö16: Hayır

Öğretmen: O zaman üretebilir mi?

Ö16: Hayır

Öğretmen: Üretemez, o zaman başka bişey denemen lazım

Ö16: (geniş açılı üçgen üreticiyi hareket ettirirken) Yani hocam ne gelebilir ki

Öğretmen: Mesela o üçgen (E) neye benziyor?

Ö16: Geniş açılı

Öğretmen: O zaman geniş açılıyla yapabilirsin gibi

Ö16: Yapamadık, işte hocam denedik olmadı

Görünen o ki grup üreticileri hareket ettirmekte zorlanmaktadır. Bir süre daha geniş açılı üçgen üretici ile E'yi çizmeye çalışan Ö15 şekli çizdikten sonra ellerinde kalan son üretici olan eşkenar üçgen üretici ile tekrardan D'yi çizmeye çalışmıştır. Bu sırada Ö16 bir şey fark etmişçesine “aaa buldum buldum” diyerek A'dan ikizkenar üçgen üreticiyi çekmiş ve bu şekli eşkenar üçgen üretici ile çizmiştir. Ardından D'yi de ikizkenar üçgen üretici ile çizen grup her ne kadar üretici şekle tam oturmasa da şekli çizdiklerini kabul etmiş ve çalışma yapraklarına not almıştır. D'yi ikizkenar üçgen üretici ile çizen Ö16 bu üreticiyi seçme sebebi olarak (D için) *iki kenarını eşit gibi gördüm* yazmıştır.

Bu bulgulara bakıldığında grubun bu etkinlik kapsamında kısıtlı ön bilgileri ve görsele dayalı tahminler ile hareket ettiği söylenebilir. Nitekim Ö16 ön görüşmede geniş açılı üçgeni tanımlarken *açısı geniştir* şeklinde not almış ve açı ölçüleri verilmeyen E'yi zihnindeki imaja uygun olduğu için geniş açılı üçgen olarak adlandırmıştır. Ö15 ise ön görüşmede geniş açılı üçgeni tanımlayamamasına rağmen D için geniş açılı üçgeni seçmeyi uygun bulmuş ve bu düşüncesinin bir mantığa dayandığını ifade etmiştir. Bu durum Ö15'in her ne kadar tanım yapamasa da zihninde geniş açılı üçgene dair bir imaj bulunduğunu ve bu görsele dayanarak seçim yaptığını göstermektedir. Ayrıca Ö15'in C için dik üçgen üreticiyi kullanması onun yine görsel olarak karar aldığını göstermektedir. Ön görüşmede dik üçgen için *90 dereceli üçkendir* tanımını yapan Ö15 her ne kadar açısı verilmemiş olsa da C'nin dik üçgen olduğunu düşünmüştür. Yine grubun D'nin ikizkenar üçgen olduğu kanaatine varması da şeklin eşit

olmayan ancak eşit gibi görünen kenarları sebebiyle olmuştur.

Tahmin & kontrol-eşkenar üçgen & ikizkenar üçgen etkinliğinde (bakınız, Şekil 32, s.111) Ö16 ilk başta eşkenar üçgen üreticinin verilen şekillerin hepsini üretebileceğini düşünmüş ancak kontrol esnasında önce 2'yi çizmiş ardından 3'ü çizmeye çalışmış ve başarılı olamayınca tahminlerini 1, 3 ve 6 çizilemez olarak değiştirmiştir. Ö15 ise bu üreticinin 2 ve 3'ü çizmeyeceği yönünde tahmin yürütmüştür. Kontrolde eşkenar üçgen üreticinin 1, 3 ve 6'yı çizemediğini gören Ö15 çalışma yaprağına bu şekiller için *ikizkenar* yazarken Ö16 *çünkü (eşkenar üçgen üreticinin) tüm kenarları eşit olduğu için* yazmıştır.

Grup ikizkenar üçgen üreticiye geçince bu üreticinin sadece 1, 3 ve 6'yı üretebileceği tahmininde bulunmuş ancak kontrolde tüm üçgenleri çizebileceğini görmüştür. Bu aşamada gruptaki öğrenciler arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

Ö15: (çalışma yaprağında eşkenar üçgen için yaptıkları tahminleri işaret ederek) Bak hani biz böyle yaptık ya, onda (ikizkenar üçgen üreticide) tersi yapçaz

Ö16: Aynen o da öyle olacak (derken 6'yı ikizkenar üçgen üreticiyle çizmiştir)

Ö15: Bi üçünü sen yap bi üçünü ben yapayım (dedikten sonra 1'i çizmiştir)

Ö16: Tamam 1 de oldu, bende 2'yi deniyim, bu olursa?

Ö15: Bence olmaz (dediği anda Ö16 2'yi çizebilmiştir) Nee! o (2) eşkenar üçgen ama

Ö16: Al sıra sende

Ö15: Şimdi, (3'ü çizince) Yaptııım

Ö16: (4'ü çizince) 4 de oluyo

Ö15: Bakiiim, what what

Ö16: 5 de oluyo o zaman

Ö15: Ama bi dakika bunlar nasıl ikizkenara benziyor?

Ö16: Onu ben bilemem

Ö15: Bunu matematiği kim bulanlara söylicem

Ö16: Hocam ikizkenar üçgen üretici hepsini yapıyo

Ö15: Hocam hepsi evet çıktı ya böyle iş mi olur?

Bu diyalogun ardından grup çalışma yapraklarına neden ikizkenar üçgen üreticinin verilen üçgenlerin hepsini çizebildiğini açıklarken *ikizkenar üretici eşkenar yapabilir* (Ö16)

ve *yanlış yaptım* (Ö15) şeklinde not almıştır. Öğretmen Ö15'e neden çizemez diye düşündüğünü sorunca öğrenci “çünkü o (2 numaralı şekil) eşkenaraar” cevabını vermiştir. Bu açıdan grubun tahmin aşamasında ‘eşkenar üçgen üretici eşkenar üçgenler üretebildiğine göre ikizkenar üçgen üretici de sadece ikizkenar (sadece iki kenarı eşit olan üçgenler) üçgenler üretebilir’ düşüncesine dayandığı ancak kontrol sonrasında bu düşüncesinin sarsılmaya başladığı söylenebilir. Bu ise bu aşamada istenilen bir durumdur. Yani grubun eşkenar ve ikizkenar üçgene dair şemaları bu üçgen türlerine ait üreticiler ile çalışmaları sayesinde genişlemeye ve değişmeye başlamıştır (enstrümantasyon).

Üçgenlerin özelliklerini inceleyelim etkinliğinde grup eşkenar üçgen, ikizkenar üçgen ve üçgen üreticiyi kullanarak bu üçgen türlerinin özelliklerini inceledikten sonra çalışma yapraklarına benzer şekilde not almıştır. Ö15'e ait çalışma yaprağı Şekil 91'de verilmiştir.

Şekil 91

Ö15'in üçgenlerin özelliklerini inceleyelim çalışma yaprağı

EŞKENAR ÜÇGEN	
Kenarlar	Açılar
Eşkenar üçgenin kenarları hep eşittir	Eşkenar üçgenin açıları hep eşittir
İKİZKENAR ÜÇGEN	
Kenarlar	Açılar
İkizkenar üçgenin kenarları bir farklıdır	İkizkenar üçgenin bir açısı farklıdır
ÜÇGEN	
Kenarlar	Açılar
Üçgenin kenarları eşnedir	Açıları eşnedir

Ö16 üçgen üreticiyi incelerken çalışma yaprağında yazan üçgen kısmını görmüş ve “hocam üçgen dediği üçgen üretici mi?, galiba. Üçgen üretici bütün üçgenleri üretebiliyor” şeklinde bir ifade kullanmıştır. Ö15 ise öğretmenin çalışma yaprağındaki esnek notunu işaret ederek sorduğu “bu esneklikten kastettiğin, istediğim zaman eşitleyebilirim istediğim zaman

farklı yapabilirim mi?” sorusuna “evet” cevabını vermiştir.

Grup her ne kadar bir önceki etkinlikte ikizkenar üçgen üretici ile eşkenar üçgen üretebilmiş olsa da ikizkenar üçgenin özelliklerini yazarken bu durumu göz ardı etmiştir. Bu ise grubun, üreticilerin imkanlarının sebebinin özellikler ve bu özellikler arasındaki ilişkiler olduğunu fark edemediklerini, eşkenar üçgen ile ikizkenar üçgeni yaptıkları ayrık tanımlar nedeniyle ayıştırdıklarını ve dahası üreticilerle bu üreticilere isim veren üçgen türlerini zihinlerinde farklı yerlere koyduklarını göstermektedir. Yani örneğin bu aşamada grubun zihninde “ikizkenar üçgen sadece iki kenarı eş olan üçgendir” ve “ikizkenar üçgen üretici hem ikizkenar hem de eşkenar üçgen üretebilir” sabitleri bulunmaktadır. Halbuki hedeflenen ikizkenar üçgenin en az iki kenarı eşit olan üçgenler olduğunun anlaşılmasıdır.

Grubun bu etkinlikte ikizkenar üçgen için sadece iki kenarı/açısı eşit şeklinde not almalarının bir diğer sebebi de ikizkenar üçgen üreticinin açı ve kenar ölçümlerini incelerken rastgele de olsa eşkenar üçgen çizmemiş olmaları olabilir. Yani grup her ne kadar bir önceki etkinlikte bu üreticiyle eşkenar üçgen üretmiş olsa da bu etkinlikte üretmediği için bu şekilde not almış olabilir.

Sınıf üçgenlerin özelliklerini inceledikten sonra öğretmen hem konuyu özetlemek hem de eşkenar-ikizkenar arasındaki ilişkiyi fark ettirebilmek adına sınıfta bir tartışma ortamı oluşturmuştur. Bu soru-cevap süresinde önce eşkenar ve ikizkenar üçgen üreticinin nasıl üçgenler üretebildiğini sormuş ve sonrasında ikizkenar üçgen için en az ifadesinin kullanılmasının daha uygun olduğunu ifade etmiştir. Ardından aile olma mantığı üzerinden bu iki üçgen türünün nasıl ilişkilendirildiğini aktarmıştır (ayrıntılı açıklama 1.grupta mevcuttur).

Yeni bir üçgen türü-kenarlarına göre üçgenler etkinliğinde grup verilen tabloya (Şekil 92) kenarları ve açıları farklı olan üç farklı üçgenin ölçümlerini not aldıktan sonra bu yeni üçgen türünün açı ve kenarları *farklı olan çeşitkenar üçgen* olduğunu belirtmiştir.

Şekil 92

Ö16'nın yeni bir üçgen türü-kenarlarına göre üçgenler etkinliği çalışma yaprağı

	Uzunluk (AB)	Uzunluk (BC)	Uzunluk (AC)	Açı (A)	Açı (B)	Açı (C)						
1. Üçgen	5	2	3	19°	38°	123°						
2. Üçgen	5	7	3	137°	16°	27°						
3. Üçgen	4	7	10	31°	130°	20°						
<table border="1"> <thead> <tr> <th>Yeni üçgen türünün adı</th> <th>Kenar özellikleri</th> <th>Açı özellikleri</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>kesit kenar üçgen</td> <td>Farklı</td> <td>Farklı</td> </tr> </tbody> </table>							Yeni üçgen türünün adı	Kenar özellikleri	Açı özellikleri	kesit kenar üçgen	Farklı	Farklı
Yeni üçgen türünün adı	Kenar özellikleri	Açı özellikleri										
kesit kenar üçgen	Farklı	Farklı										

Üçgenlerin özelliklerini inceleyelim etkinliği kapsamında bu sefer dik ve geniş açılı üçgeni inceleyen grup çalışma yapraklarına bu üçgenlerin olmazsa olmaz özelliklerini benzer şekilde not almıştır. Şekil 93'te Ö16'ya ait çalışma yaprağından bir kesit verilmiştir.

Şekil 93

Ö16'nın üçgenlerin özelliklerini inceleyelim çalışma yaprağından bir kesit

DİK ÜÇGEN	
	Açılar
Her zaman bir açısı diktir	
En azından	
GENİŞ AÇILI ÜÇGEN	
	Açılar
Geniş açılı üçgenlerde bir açısı her zaman geniş açılır.	

Yeni bir üçgen türü-açılarına göre üçgenler etkinliğinde öğretmen ne yapılması gerektiğini açıkladıktan sonra sınıfı inceleme yapması için serbest bırakmıştır. Ö16 incelemenin ardından çalışma yaprağındaki tabloyu doldururken, seçtiği bir üçgen geniş açılıya sahip olmasına rağmen, bu yeni üçgen türü için *dar açılı üçgen* yazmıştır. Ö15'in ise çalışma yaprağındaki tabloya ölçümlerini yazdığı üç üçgenden ikisi geniş açılı üçgendir. Öğretmen Ö15'in bu hatasını fark edince ona bazı sorular yönelmiştir. Bu esnada Ö15 ile öğretmen arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

Öğretmen: (Tabloyu işaret ederek) Bu olmuş mu sence? şunu (bir açısı 136 derece olan üçgeni) geniş açılı üçgen üretici ile çizebilir misin?

Ö15: Nası yani hocam?

Öğretmen: Geniş açılı üçgen üreticiyle bir açısı 136 olan bir üçgen üretebilir misin?

Ö15: Evet

Öğretmen: Üretebilirsin, o zaman olmaz, ben üretemeyeceğin bir üçgen bulmanı istiyorum

Ö15: Heee!

Öğretmen: Yani öyle bir üçgen bulacaksın ki bu üçgeni geniş açılı üçgen üreticiyle ve dik üçgen üreticiyle yapamayacaksın

Ö15: (tabloya yazdığı 98 derece açığa sahip üçgeni işaret ederek) O zaman bu da mı olmaz?

Öğretmen: Evet, aynen, çok iyi

Ö15: Heeeee! Hocam kafadan atsam olur mu?

Öğretmen: Peki at bakalım tutturacak mısın

Ö15: Tamam

Bu diyalogun ardından Ö15 çalışma yaprağındaki tabloyu Şekil 94'teki gibi doldurmuştur. Ö15'in bu tabloyu doldururken açıları dar açı olarak yazmış olması onun etkinliğin amacını anladığını göstermektedir. Ancak Ö15 tabloyu doldururken üreticileri kullanmadığı için üçgenin iç açıları toplamını hesaba katması gerektiğini düşünememiştir.

Şekil 94

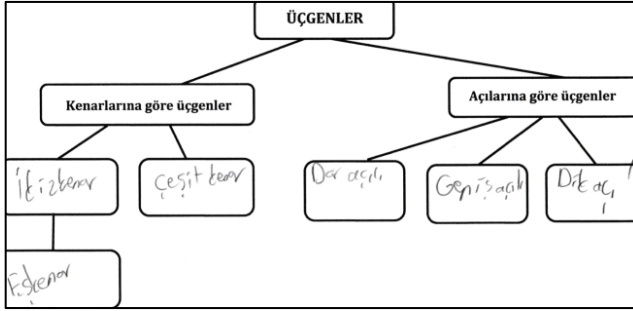
Ö15'in yeni bir üçgen türü-açılarına göre üçgenler çalışma yaprağından bir kesit

	Açı (A)	Açı (B)	Açı (C)	Uzunluk (AB)	Uzunluk (BC)	Uzunluk (AC)
1. Üçgen	80	6	64	7	8	1
2. Üçgen	85	68	48	3	3	3
3. Üçgen	132	84	45	2	3	3

Bu etkinliğin ardından dağıtılan üçgenleri sınıflandırılım çalışma yapraklarını ise her iki öğrenci de Şekil 95'deki gibi doldurmuştur.

Şekil 95

Ö16'nın üçgenleri sınıflandırılma çalışma yaprağı



5.2.1.8.1. Sekizinci grubun üçgen üreticilerine yönelik enstrümanlı eylem şeması. Ö15

ön görüşmede eşkenar üçgeni sadece kenar özelliğine dayanarak yani *3 kenarı eşittir* ifadesiyle tanımlamış ancak üreticilerle çalıştığı süre boyunca aslında bu üçgenin açılarının da birbirine eşit olduğunu fark edebilmiştir. Bu sebeple mülakatta eşkenar üçgeni tanımlaması istendiğinde *kenarları eşit hem de açıları eşittir* yazmıştır. Bu durum Ö15'in eşkenar üçgeni tanımlarken hem kenar hem de açı özelliklerini dikkate aldığını göstermektedir. Bu açıdan Ö15'in eşkenar üçgen enstrümanlı eylem şemasının 'eşkenar üçgen tüm açıları eşit ve tüm kenarları birbirine eşit olan üçgendir' eylemdeki teoremi ile 'kenar özelliği' ve 'açı özelliği' eylemdeki teoremlerine dayandığı söylenebilir.

Ö16 ise ön görüşmede eşkenar üçgeni Şekil 96'daki gibi tanımlamıştır. Ancak üçgenlerin özelliklerini inceleyelim etkinliğinde eşkenar üçgeni hem kenar hem de açı özelliklerini dikkate alarak incelemesine rağmen mülakatta eşkenar üçgen için *tüm açıları eşit* demekle yetinmiştir. Bu durum Ö16'nın bir üçgeni eşkenar olarak adlandırmak için öncelikle açı özelliklerini dikkate aldığını göstermektedir. Bu açıdan Ö16'nın eşkenar üçgen enstrümanlı eylem şemasının 'eşkenar üçgen tüm açıları eşit olan üçgendir' eylemdeki teoremi ve 'açı özelliği' eylemdeki kavramına dayandığı söylenebilir.

Şekil 96

Ö16'nın ön görüşme verilerinden bir kesit

Bir şekli "eşkenar üçgen" olarak adlandırmak için bu şeklin hangi özelliklere sahip olması gerekir?
 üç kenarı vardır, her kenarı eşittir,
 üç köşesi vardır.

Ö15 ön görüşmede *iki kenarı eşittir* ifadesiyle tanımladığı ikizkenar üçgeni mülakatta Şekil 97'deki gibi tanımlamıştır. Bu ise Ö15'in ikizkenar üçgenin özelliklerine dair bilgisinin genişlediğini göstermektedir. Ancak Ö15 her ne kadar ikizkenar üçgen üreticinin tüm kenarları eş olan üçgenleri üretebildiğini görmüş olsa da bu üçgen türü için en az ifadesini kullanmamıştır. Bu durum Ö15'in hala özellikleri düşündüğünde eşkenar üçgen ile ikizkenar üçgeni ayırdığını göstermektedir. Bu açıdan Ö15'in ikizkenar üçgen enstrümanlı eylem şemasının 'ikizkenar üçgenlerin iki kenarı ve iki açısı eşittir' ve 'ikizkenar üçgen üretici ikizkenar ve eşkenar üçgenler üretir' eylemdeki teoremleri ile 'açı özelliği', 'kenar özelliği' ve 'üreticinin imkanları' eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

Şekil 97

Ö15'in mülakat verilerinden bir kesit

iki kenarı hem de iki açısı eşittir

Ö16 ise ön görüşmede *iki kenarı eşittir* ifadesiyle tanımladığı ikizkenar üçgen için mülakatta *iki açısı eşittir* ifadesiyle yetinmiştir. Etkinlikler süresince ikizkenar üçgenin hem iki hem de üç kenarı eşit üçgenler ürettiğini gözlemlemiş olması Ö16'nın ikizkenar üçgeni en az kavramına uygun tanımlamasına yardımcı olamamıştır. Dahası Ö16 ikizkenar üçgen üreticinin eşkenar üçgenleri de üretebilmesini bu üreticinin imkanlarına bağlamakta ve bir sınıfa dahil olma durumunu üreticinin üretebilmesi ile ilişkilendirmektedir (bakınız, s. 116). Bu iki üçgen sınıfı arasında özelliklere dayalı bir ilişki kuramadığı için de mülakatta *ikizkenar üçgen üretici, eşkenar üçgen üreticinin ürettiği bütün üçgenleri üretebilir* ifadesine yanlış demektedir. Bu açıdan Ö16'nın ikizkenar üçgen enstrümanlı eylem şemasının 'ikizkenar

üçgenlerin iki açısı eşittir' ve 'ikizkenar üçgen üretici ikizkenar ve eşkenar üçgenler üretir' eylemdeki teoremleri ile 'açı özelliği' ve 'üreticinin imkanları' eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

Ö15 ön görüşmede tanımlayamadığı çeşitkenar üçgene yönelik bilgisinin yeni bir üçgen türü-kenarlarına göre üçgenler etkinliği sonrasında geliştiği görülmüştür (Şekil 92). Bu etkinlikte çeşitkenar üçgenin farklı kenar ve açılara sahip olduğunu gözlemleyen Ö15, mülakatta bu yeni üçgen için "bütün kenarları ve bütün açıları farklıdır" ifadesini kullanmıştır. Bu açıdan Ö15'in çeşitkenar üçgen enstrümanlı eylem şemasının 'bütün kenarları ve açıları birbirinden farklı olan üçgenlere çeşitkenar üçgen denir' eylemdeki teoremi ile 'açı özelliği' ve 'kenar özelliği' eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

Ö16 ise ön görüşmede *her kenarı farklıdır* ifadesiyle tanımlamaya çalıştığı çeşitkenar üçgeni mülakatta *tüm açıları farklıdır* notuyla anlatmaya çalışmıştır. Yeni bir üçgen türü-kenarlarına göre üçgenler etkinliği kapsamında hem kenar hem de açı özelliklerini incelediği bu üçgen türünü mülakatta sadece açıları düşünerek cevaplamış olması, onun bir üçgene çeşitkenar demek için öncelikle açılara odaklandığını göstermektedir. Bu açıdan Ö16'nın çeşitkenar üçgen enstrümanlı eylem şemasının 'bütün açıları birbirinden farklı olan üçgenlere çeşitkenar üçgen denir' eylemdeki teoremi ve 'açı özelliği' eylemdeki kavramına dayandığı söylenebilir.

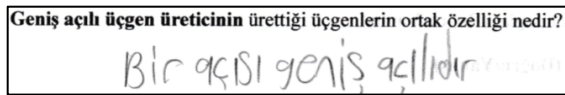
Grup mülakatta dik üçgen için *bir açısı 90 derecedir* (Ö15) ve *açısı diktir* (Ö16) şeklinde not almıştır. Ön görüşmede de dik üçgen için 90 derece ve dik açı vurgusu yapan grubun dik üçgen enstrümanlı eylem şemasının 'bir açısı 90 derece olan üçgenler dik üçgendir' eylemdeki teoremi ile 'açı özelliği' ve 'dik açı' eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

Ö15 ön görüşmede tanımlayamadığı geniş açılı üçgen için mülakatta Şekil 98'deki cevabı vermiştir. Bu ise geniş açılı üçgen üretici ile çalışması sayesinde mümkün olmuştur.

Ön görüşmede *açısı geniştir* ifadesiyle tanımladığı geniş açılı üçgen için ilgili etkinlikte de bu düşüncesini sürdürdüğünü gösteren Ö16 ise (bakınız, Şekil 93, s. 202), mülakatta bu üçgen türünün olmazsa olmaz özelliği için “bir açısı geniş açıdır” demiştir. Bu açıdan grubun geniş açılı üçgen enstrümanlı eylem şemasının ‘bir açısı 90 dereceden büyük olan üçgenler geniş açılı üçgendir’ eylemdeki teoremi ile ‘açı özelliği’ ve ‘geniş açı’ eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

Şekil 98

Ö15’in mülakat verilerinden bir kesit



Ön görüşmede dar açılı üçgeni tanımlarken *her açıları 90 dereceden azdır* yazan Ö15, bu düşünceyi sürdürdüğünü mülakatta *bütün açıları dardır* ifadesini kullanarak göstermiştir. Ö16 ise bu üçgen türünü tanımlarken hem ön görüşmede hem de mülakatta *açıları dardır* ifadesini kullanmıştır. Bu açıdan grubun dar açılı üçgen enstrümanlı eylem şemasının ‘tüm açıları 90 dereceden küçük olan üçgenlere dar açılı üçgen denir’ eylemdeki teoremi ile ‘açı özelliği’ ve ‘dar açı’ eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

Ö16 ilk baştaki etkinliklerde üçgen üreticinin imkanlarını fark ettiği için “üçgen üretici bütün üçgenleri üretebiliyor” ifadesini kullanmıştır. Ö15 ise üçgenlerin özelliklerini inceleyelim etkinliğinde çalışma yaprağına *üçgenin (üçgen üreticinin) kenarları esnektir, açıları esnektir* şeklinde not almıştır. Dahası grup mülakatta *üçgen üretici hangi tür üçgenleri üretebilir?* sorusuna *hepsini* (Ö15) ve *bütün üçgenleri* (Ö16) şeklinde cevap vermiştir. Bu açıdan grubun üçgen enstrümanlı eylem şemasının ‘üçgen üretici tüm üçgenleri üretebilir’ eylemdeki teoremi ve ‘üreticinin imkanları’ eylemdeki kavramına dayandığı söylenebilir.

5.2.2. Öğrencilerin dörtgen üreticilerine yönelik enstrümantal oluşum süreçleri ve enstrümanlı eylem şemaları. Bu başlık altında öncelikle her bir grubun dörtgen üreticilerini enstrümana dönüştürme süreçlerine yönelik bulgulara yer verilmiştir. Gruplara ait

bulgular sunulurken gerekli görülen yerlerde gruptaki öğrencilere ait veriler ayrı ayrı verilmiştir. Ardından bir alt başlık altında ilgili grubun enstrümanlı eylem şemasının temel bileşeni olan işlevsel sabitler-mümkün olan yerlerde bu sabitleri oluşturan eylemdeki teoremler ve eylemdeki kavramlar-aktarılmaya çalışılmış ve bu yapılırken öğrenci bazında farklılaşan durumlar varsa bu kısımda bahsedilmiştir.

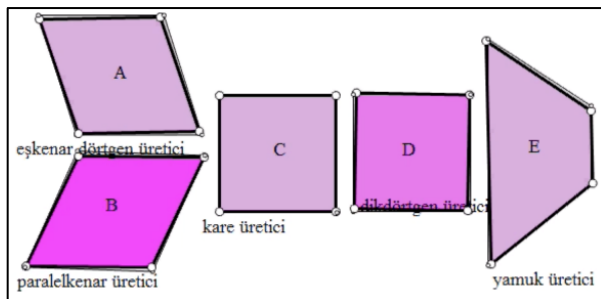
Uygulanan etkinlikler beş özel dörtgeni (kare, dikdörtgen, eşkenar dörtgen, paralelkenar ve yamuk) içermekte ve bu dörtgenlerin sınıflandırması kareden yamuğa doğru (tümevarımsak) bir sıra izlemektedir.

5.2.2.1. Birinci grubun dörtgen üreticilerine yönelik enstrümantal oluşum süreci.

Birinci grup dörtgen üreticileri tanıyalım etkinliğinde üreticileri bir müddet inceledikten sonra bunu yapabilir misin? (dörtgenler) etkinliğine geçmiştir. Bu etkinlikte grup verilen resmi dörtgen üreticileri ile çizmeye çalışmıştır. Grubun hangi şekil için hangi üreticiyi kullandığı Şekil 99’da verilmiştir.

Şekil 99

Birinci grubun bunu yapabilir misin? (dörtgenler) etkinliği ekran kaydından bir kesit



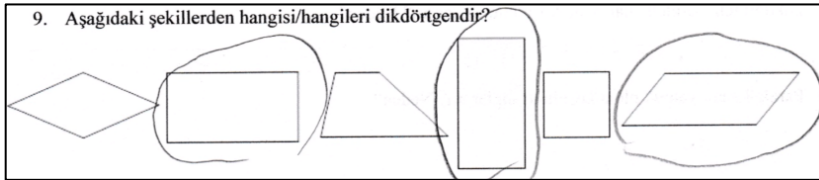
Bu etkinlikte Ö1 ilk olarak C’yi kare üreticiyle çizmiş ve D için dikdörtgen üreticiyi kullanmaya çalışmıştır. Ancak bir süre uğraşmasına rağmen üreticiyi C’ye tam oturtamadığı için vazgeçmiştir. Ardından A’yı eşkenar dörtgen üreticiyle çizen grup A için bu üreticiyi seçme sebebini “eşkenar dörtgene benzettiğim için” ifadesiyle açıklamaya çalışmıştır. Ö1, arkadaşı B için dikdörtgen üreticiyi kullanmak isteyince “dikdörtgen üretici olmaz” demiş ve Ö2’yi vazgeçirmiştir. Ö1’in B’yi dikdörtgen üretici ile üretemeyeceğini düşünmesi onun

dikdörtgen üreticiyi incelerken bu üreticinin (görsel olarak) dik açılı şekiller ürettiğini ayrıca kenarlarının eşitlenebileceğini gözlemlediğini göstermektedir. Ö1 bu sebeple D'nin dikdörtgen üreticiyle üretilebileceğini düşünmüş ancak B'nin çizilemeyeceğini iddia etmiştir.

Ö1'in ön görüşmede dikdörtgen için *en fazla iki kenarının birbirine eşit olması* notu ve verilen dörtgenlerden dikdörtgen olduğunu düşündüklerini seçmesi istenince Şekil 100'deki seçimi yapması, onun dikdörtgenin açı özelliklerini bilmediğini ve bu dörtgeni kare ile ilişkilendiremediğini göstermektedir. Ancak Ö1 dikdörtgen üreticiyi inceledikten sonra hem bu üreticinin kenarlarının eşitlenebileceğini hem de açılarının dik olması gerektiğini görmüştür. Yani dikdörtgen üreticinin açılarındaki kısıt ve kenarlarındaki imkanlar Ö1'in 'dikdörtgen üretici kare ve dikdörtgenler üretebilir, ayrıca her zaman (görsel olarak) dik açılı şekiller üretir' işlevsel sabitini geliştirmesine yardımcı olmuştur. Ö1'in bilgisinin üreticiye bağlı olarak genişlediği bu süreç enstrümantasyon olarak adlandırılabilir.

Şekil 100

Ö1'in ön görüşme verilerinden bir kesit



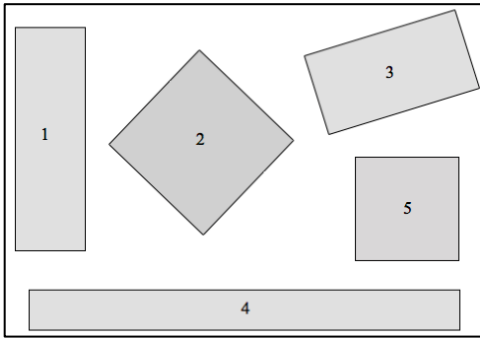
Grup B'yi paralelkenar üreticiyle çizme sebebini *çünkü onun yeri paralel* (Ö1) ve *paralelkenara benzettiğim için* (Ö2), C'yi kare üreticiyle çizme sebebini *çünkü ora kare şeklinde* (Ö1) ve *kareye benzediği için* (Ö2), D'yi dikdörtgen üreticiyle çizme sebebini *çünkü dikdörtgenden kare olabilir* (Ö1) ve *dikdörtgene benzediği için* (Ö2) notlarıyla açıklamaya çalışmıştır. Öğretmen bu notu görünce Ö2'ye "D bir dikdörtgen midir?" diye sormuş ve Ö2 "kare, dikdörtgen üreticiyle kare üretilabileceğini düşündüm" cevabını vermiştir. Ayrıca grup E için yamuk üretici seçme sebebini *çünkü yeri de yamuk* (Ö1) ve *yamuk olduğu için* (Ö2) notlarıyla açıklamaya çalışmıştır. Grubun ifadeleri hangi üreticiyi seçeceklerine karar verirken

prototip modellere dayandıklarını göstermektedir.

Tahmin & kontrol-kare & dikdörtgen etkinliğinde (Şekil 101) grup öncelikle kare üretici ile verilen şekillerden hangilerinin üretilbileceğini tahmin etmeye çalışmıştır. Ö2'nin “ya hepsi evet ya” tahminine karşılık Ö1 “bence şunu (1'i) yapamaz” diyerek itiraz etmiş bunun üzerine Ö2 “yapar, bunu (kare üreticiyi) alırsın ekranı küçültürsün burdan uzatırsın, yani hepsi evet oluyor ben bütün sayfayı evet yaptım” şeklinde cevap vermiştir. Ancak Ö1 “bence 1'i yapamaz” diyerek itiraz etmiş ve Ö2 tekrardan “ya yapar işte, alırsın koyarsın buraya kenarları eşitlemeyi kaldırırsın” diyerek arkadaşını ikna etmeye çalışmıştır. Bunun üzerine her iki öğrenci de çalışma yaprağına kare üreticinin verilen şekillerin hepsini üretebileceği yönde işaretlemeye bulunmuştur.

Şekil 101

Tahmin & kontrol-kare & dikdörtgen etkinliğinde verilen dörtgenler



Bu aşamada Ö2'nin ifadeleri onun henüz kare üreticinin kısıtlarının farkına varamadığını, Ö1'in ise her ne kadar bu kısıtın farkına varmış olsa da kendinden emin olmadığını göstermektedir. Yani Ö1 'arkadaşımın dediği doğrudur' düşüncesine dayandığı için, itiraz etmiş olmasına rağmen, işaretlemeleri Ö2'ninki ile aynı şekilde yapmıştır. Grup kare üreticiyle kontrole geçince aralarında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

Ö1: 2 tane benim, 3 tane senin

Ö2: Tamam, ben hiç kare yapmıcam ben dikdörtgenleri yapçam, dikdörtgen üretici (kare üreticiyi kastederek) ile bu dikdörtgeni (4) yapalım

Ö2: (bir süre uğraştıktan sonra) Ama çok güzel yapılcakmış gibi gözükte yaa

Ö1: (1, 3 ve 4 için tahminlerini değiştirince) Ben valla değiştirdim, ben sana bakmadan

Ö2: Ama değiştirmek yok

Ö1: Hayır ama, şey yaptım, ben sana bakmadan düzelttim

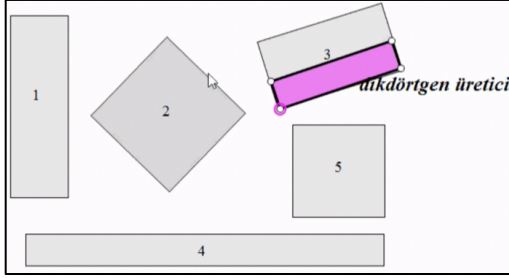
Ö2: (4'ü bırakıp 1'i çizmeye çalışmış, çizemeyince bu sefer 3'ü çizmeye çalışmış yine çizemeyince) Olmıcak

Kontrolün ardından çalışma yapraklarını dolduran grup kare üreticinin 1, 3 ve 4'ü çizememe sebebini *çünkü karenin bütün kenarları eşit şekilde uzuyor* (Ö2) ve *çünkü kareden dikdörtgen olmaz* (Ö1) notuyla açıklamaya çalışmıştır. Bu bulgulara bakıldığında, Ö2'nin bu etkinliğin ardından kare üreticinin hareket kabiliyeti ile ilgili özellik temelli düşünmeye başlayabildiği söylenebilir. Ö2'nin 'kare üretici her zaman tüm kenarları eşit şekiller üretebilir' işlevsel sabitini geliştirdiği bu süreç enstrümantasyon sürecidir. Ö1 ise kare üreticinin hareketlerini incelerken bu üreticinin dikdörtgen üretmediğini fark ettiği için tahmin aşamasında kare üretici ile dikdörtgenlerin çizilemeyeceğini iddia etmiştir. Ancak bir anlık tereddüt ederek 'arkadaşımın dediği doğrudur' düşüncesine sığınmış fakat Ö2 4'ü çizmeye çalışırken bu üreticiyle ilgili düşüncesinde emin olmuş ve tahminlerini değiştirmiştir.

Dikdörtgen üreticiyle tahmin aşamasına geçen gruptan Ö2 bu üreticinin verilen tüm dörtgenleri üretebileceği tahmininde bulunurken, Ö1 sadece 2'nin çizilemeyeceği yönde tahminde bulunmuştur. Ardından kontrole geçen Ö2 önce 1'i çizmeye çalışmış ancak çizemeyince önce "1 olmuyor" demiş ardından "1 olacak, içimden bi ses olacak diyor" diyerek bir süre daha uğraşmış ve çizebildikten sonra "olcak işte dedim sana" ifadesini kullanmıştır. Ardından 3'ü çizmeye çalışmış bir müddet uğraştıktan sonra üretici ile şeklin yarısını çizebilmiş (Şekil 102) ve "olcak bu da, hiç uğraşamam" diyerek devam etmemiştir. Ö1'in "yaa, 3'ü dene" itirazına ise "3 olacak işte boşuna uğraşmama gerek yok" cevabını vermiştir.

Şekil 102

Birinci grubun tahmin & kontrol-kare & dikdörtgen ekran kaydından bir kesit



Ardından Ö2 3'ü tam çizmeden 5'e geçmek istemiş ve "5'te olmicak" ifadesini kullanmıştır. Bir müddet uğraştıktan sonra ise "olcak işte niye uğraşyoruz anlayabilmiş değilim" diyerek bırakmak istemiş ancak Ö1'in devam etmesi yönündeki ısrarından sonra bir süre daha uğraşmış ve "5 olmicak, hayır" diyerek vazgeçmiştir. Ö2'nin bu karar değişikliğinin sebebi dikdörtgen üreticiyi hareket ettirdiği bazı anlarda görsel olarak kareye benzeyen şekilleri görmesi ancak verilen şekle dikdörtgen üreticiyi tam oturtamaması olabilir. Nitekim ilk olmaz dediği aşamada dikdörtgen üreticiyi bir dikdörtgen formatında büyütüp küçültmüş ancak sonra başka bir köşeden hareket ettirdiğinde üreticiyi kareye çevirmiş-ki bu anda olacak işte ifadesini kullanıyor-sonrasında üreticiyi verilen şeklin üzerine taşıdığına tekrar dikdörtgen elde etmiş ve olmayacağına kanaat getirmiştir. Ö2'nin bu aşamada dikdörtgen üreticinin hareket kabiliyetini anladığı ancak üreticiyi kullanmada zorlandığı söylenebilir.

İlerleyen aşamada grubun arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

Ö2: Olmicak hadi, 5 hayır (çalışma yaprağına işaretleme yaptıktan sonra) 3'te hayır diyorum, olmicak

Ö1: Olucak, hadii, oluur

Ö2: 5 olmicak, bu kare üretici değil ki olsun

Ö1: Ama dikdörtgenden (dikdörtgen üreticiden) kare olabilir

Öğretmen: Peki nasıl olabilir?

Ö1: Uzun kenarlarını kısaltarak

Öğretmen: Tüm kenarları eşit yaptığında yani öyle mi?

Ö1: Evet

Ö2: (Ö1 5'i çizince) İşte bak bu olmuyor, 4 hayır

Ö1: Belki olacak (dedikten sonra denemeye başlamıştır)

Ö2: Bulduuum, ver bi ver

Ö2 bu aşamada üreticiyi hareket ettirmeye başlamış üreticinin hareketsiz köşelerini 4'ün alt köşelerine sabitleyerek hareketli köşelerden şekli çizmeye çalışmıştır ama düşündüğü gibi olmadığını görünce “bu olmıcak, sana söyliyim” diyerek pes etmiştir. Bunun ardından Ö1 çalışma yaprağına *boyutu ayarlanamadı* yazmış ve 2'yi çizmeye çalışmıştır. Ancak kısa bir denemeden sonra başarılı olamayınca “dikdörtgen üretici eşkenar üretemez” ifadesini kullanmış ve çalışma yaprağına *çünkü dikdörtgen üreticiden baklava olmayacağı düşünüyorum* yazmıştır. Ö1 tekrardan 3'ü çizmeye çalışmış ve Ö2'nin “olmıcak uğraşma artık” demesine karşın “belki 3 olur ya bi dur, 3'ü bi denesene” diyerek arkadaşından yardım istemiştir. Ö2 bir müddet daha uğraşmış ve çizemeyince pes etmiştir. Ö1 arkadaşının itirazlarına kulak asmadan denemeye devam etmiş ancak üreticiyi 3'e tam yerleştirememiştir. Ö1'in dikdörtgen üreticiyle 3'ün çizebileceğini düşündüğüne işaret eden bu ısrarlı denemeleri ve çalışma yaprağına çizememesinin sebebi olarak *normal dikdörtgenden çapraz dikdörtgen olmadı* notunu düşmesi onun dikdörtgen üreticinin imkanlarını fark etmeye başladığını ancak üreticiyi hareket ettirmede zorluk yaşadığını göstermektedir.

Ö2'nin tahmin aşamasında dikdörtgen üretici ile verilen dörtgenlerin hepsini üretebileceğini düşünmesi ‘dikdörtgen üreticinin imkanları, kare ve dikdörtgen üretmesini sağlar’ işlevsel sabitine dayandığını, ancak kontrol esnasında yaşadığı zorluklar bu sabitin ‘kare üretici sadece kareleri üretebiliyorsa, dikdörtgen üretici de sadece dikdörtgenleri üretebilir’ fikriyle yer değiştirdiğini göstermektedir. Ayrıca Ö2'nin dikdörtgen üreticiyle 4'ü çizmeye çalışırken üreticiyi kendi kullanımına uygun yeni bir yöntemle hareket ettirmeye çalışması enstrümantalizasyon sürecine örnek olarak gösterilebilir.

Ö1'in ise tahmin aşamasında 2'yi dikdörtgen üretici ile çizemeyeceğini düşünmesi ve buna yönelik açıklamaları onun ‘dikdörtgen üretici sadece kare ve dikdörtgen üretir’

eylemdeki teoremine dayandığını göstermektedir. Ö1'in bu eylemdeki teoreminde kare olarak ele aldığı şekil ise prototip karedir. Çünkü 2 aslında bir karedir ancak Ö1 bu şekil kare imajına uymadığı için 2'yi tanımlarken “eşkenar, baklava” gibi ifadeler kullanmıştır. Yani Ö1'e göre 2 bir kare değildir bu sebeple dikdörtgen üreticiyle üretilemez.

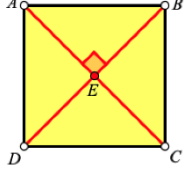
Dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim etkinliğinde (Şekil 103) grup kare ve dikdörtgen üreticiyle bu iki dörtgen türünün kenar, açı, paralellik ve köşegen özelliklerini incelemiştir.

Şekil 103

Dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim etkinliği ekran resmi (kare)

Karenin Özellikleri

Uzunluk(AB) = 5 cm
Uzunluk(BC) = 5 cm
Uzunluk(CD) = 5 cm
Uzunluk(AD) = 5 cm



$Açı(A) = 90^\circ$
 $Açı(B) = 90^\circ$
 $Açı(C) = 90^\circ$
 $Açı(D) = 90^\circ$

Köşegenler
Köşegen(AC) $Köşegen(AC) = 7$ cm
Köşegen(BD) $Köşegen(BD) = 7$ cm

Köşegenler arasındaki açı
 $Açı(AEB) = 90^\circ$

Kare Üretici
Dikdörtgen Üretici
Paralelkenar Üretici
Eşkenar Dörtgen Üretici
Yamuk Üretici

Ö2 kare üretici ile karenin kenar uzunluklarını incelerken “değişse de her zaman eşit”, açılarını incelerken de “açılar hiç değişmiyor” ifadesini kullanmıştır. Öğrenci burada değişse de ifadesi ile muhtemelen kare üreticiyi sürükleyerek farklı boyutta ve oryantasyonda şekiller üretse bile bu şekillerin her zaman eş kenarlı olacağı düşüncesini anlatmaya çalışmıştır. Aksi takdirde kenar uzunlukları için her zaman eşit ifadesini kullanmazdı. Grup tüm özellikleri inceledikten sonra çalışma yapraklarına benzer ifadelerle Şekil 104'deki gibi notlar almıştır.

Şekil 104

Ö1'in dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim-kare çalışma yaprağı

KARE			
Kenarlar	Açılar	Paralellik	Köşegenler
Değişse de kenarlar her zaman eşit	Hepsi birbirine diktir.	Karşılıklı kenarlar birbirine paraleldir.	İki köşegen de birbirine eşit uzunlukta. Köşegenler arasındaki açı 90° 'dir.

Dikdörtgenin kenar uzunluklarını incelerken Ö1 “kısa kenarlarla uzun kenarlar birbirine eşittir” ifadesini kullanmış ve öğretmen “karşılıklı kenarlar mı demeye çalışıyorsun acaba?” sorusuna “evet” yanıtını vermiştir. Ö2 dikdörtgenin açıları için karede olduğu gibi “açılar hiç değişmiyor” ifadesini kullanmış ve öğretmenin “değişmiyorsa kaç derecede kalıyor yani?” sorusuna “90” cevabını vermiştir. Grup dikdörtgen üreticiyi ölçümleri de dikkate alarak incelemeye devam ederken Ö2 bu üreticiyle bir kare üretmiş ve Ö1 “kare oldu ama bu, değiştir bunu, yapma kare oldu” diyerek itiraz etmiştir. Ardından Ö1 köşegenler arası açı için “bu dar açı da olabiliyor, geniş açı da olabiliyor” diyerek çalışma yaprağına *köşegenler arasındaki açı değişkendir* notunu yazmıştır.

Köşegenler arası açının 90 derece de olabileceğini gözden kaçıran Ö1’in dikdörtgen üretici ile kare üretilmesi durumuna “kare oldu ama bu” şeklinde itirazda bulunması, onun karenin bir dikdörtgen olmadığını düşündüğünü göstermektedir. Nitekim Ö1 ön görüşmede de *kare, dikdörtgen olma koşulunu sağlar mı?* sorusuna *hayır* cevabını vermiştir. Yani Ö1 için dikdörtgen üretici kare üretebilir-daha önceki derslerde bu durumu savunmaktaydı- ama bu üreticinin imkanları sebebiyledir, yoksa kare bir dikdörtgen olamaz.

Açıkça görülmektedir ki Ö1 kare ile dikdörtgen sınıfını ayırtırmakta ve dikdörtgen üreticinin neden kare üretebildiğini sorgulamamaktadır. Ayrıca öğretmenin ilk derste üreticiler ile ilgili verdiği “bir üretici ile ürettiğiniz şekil o üreticinin ailesinde olduğundan o üreticinin ismini de alabilir” açıklamasını da hatırlıyor olabilir. Ki eğer öyleyse bu durum üretilen karenin dikdörtgen ailesine dahil olması, dolayısıyla bir dikdörtgen olarak adlandırılabilceği düşüncesini doğurmuş olabilir. Bu ise Ö1’in dikdörtgenle karenin farklı sınıflar olması gerektiğine dair eski bilgileri ile çatışmakta ve itiraz etmesine yol açmaktadır. Nitekim dikdörtgen üreticiyi incelerken şans eseri kare oluşturduğu her seferde canı sıkılmış ve “kare oldu bu” diyerek şekli dikdörtgene çevirmeye çalışmıştır.

Bu aşamada öğretmen sınıfta dikdörtgen ailesinin kare ailesini kapsadığını özelliklere

dayanarak fark ettirebilmek için bir tartışma ortamı oluşturmaya çalışmıştır. Öncelikle tahtaya bir kare bir de dikdörtgen çizen öğretmenle sınıf arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

Öğretmen: Dikdörtgen üretici ile hem dikdörtgen hem de kare üretebildiniz, kare üretici ile sadece kareler üretebildiniz, o halde hangisi geniş hangisi çekirdek aile?

Sınıf: Dikdörtgen geniş, kare çekirdek aile!

Öğretmen: Karenin tüm açıları 90 derece ve tüm kenarları eşit, dikdörtgenin tüm açıları 90 derece ve karşılıklı kenarları eşit, o zaman fark nerede?

Ö1: Kenarlarda

Öğretmen: Peki tüm kenarlar eşitken ben aynı zamanda bunun (kareyi işaret ederek) karşılıklı kenarları da eşit diyebilir miyim?

Sınıf: Eeeet, hayır

Öğretmen: (tahtaya çizdiği karenin kenar uzunluklarını da yazdıktan sonra) tüm kenarları eşit midir?

Sınıf: Eeeett!

Öğretmen: (karşılıklı kenarları işaret ederek) Bunlar eşit midir?

Sınıf: Eeeet!

Ö1: Evet (karşılıklı kenarlar) hem paraleldir hem de eşittir

Öğretmen: Tüm kenarlar eşitken aynı zamanda karşılıklı kenarları eşit diyebiliyor muyum?, bu neyin özelliği?

Sınıf: Dikdörtgenin

Öğretmen: Dolayısıyla kare dikdörtgen olma şartını sağlar mı?

Sınıf: Sağlar, hıh hıh, evet

Öğretmen: O zaman kareye dikdörtgen ailesinin bir üyesi diyebilir miyim?

Sınıf: Evet

Öğretmen: Peki dikdörtgen ailesi mi kare ailesini kapsar kare ailesi mi dikdörtgen ailesini kapsar?

Sınıf: Dikdörtgen kareyi

Bu aşamada öğretmen kare ve dikdörtgenin hiyerarşik yapıda nasıl gösterildiğini

tahtaya çizmiş, bunun üzerine Ö1 “eşkenar ve ikizkenar üçgende yaptığımız gibi” ifadesini kullanmıştır.

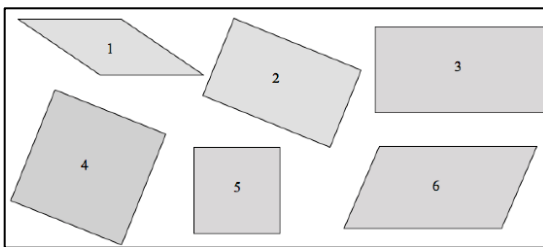
Bu bulgular dikkate alındığında Ö1’in dikdörtgen üretici için ‘dikdörtgen üretici dikdörtgen ve kare üretebilir’ eylemdeki teoremini dikkate alarak başladığı etkinlik sürecinde

‘üreticinin imkanları’ eylemdeki kavramını düşünerek üreticiyi anlamaya çalıştığı, ancak sınıf tartışması esnasında gerçekleşen süreçten sonra bu üretici için ‘dikdörtgen üretici karşılıklı kenarları eşit ve açıları 90 derece olan şekiller üretebilir’ işlevsel sabitine bağlı bir şema geliştirmeye başladığı söylenebilir. Dahası Ö1 için kare tüm kenarları eşitken karşılıklı kenarların eşit olma şartını da sağlayacağından dikdörtgen ailesinin bir üyesidir ve bu sebeple kareler dikdörtgen üretici ile üretilebilir. Nitekim Ö1 özellik temelli bu hiyerarşik düşüncüyü benimsediğini üçgenlerde aynı durumu sağlayan üçgen türlerini örnek vererek göstermiştir.

Tahmin & kontrol-kare & dikdörtgen & paralelkenar etkinliğinde (Şekil 105) Ö1 paralelkenar üreticinin 1 ve 2’yi üretemeyeceği, diğer şekilleri üretebileceği tahmininde bulunmuştur. 1’in neden çizilemeyeceğini düşündüğünü anlatmak için çalışma yaprağına *çünkü (paralelkenar üreticinin) iki kenarı uzun olmuyor diye düşünüyorum* notunu yazmıştır. Öğretmenin bu ifade ile ne anlatmak istediğini sorması üzerine Ö1 “şöyle yani çapraz uzatamıyoruz” diyerek şekli sanki sol üst köşeden ve sağ alt köşeden çekmeye çalışır gibi bir hareket yapmış ve paralelkenar üreticinin bu pozisyona getirilemeyeceğini düşündüğünü belirtmiştir. Bu durum öğrencinin görsele dayalı tahminlerde bulunduğunu göstermektedir.

Şekil 105

Tahmin & kontrol-kare & dikdörtgen & paralelkenar etkinliğinde verilen dörtgenler



Ö1 2’nin neden çizilemeyeceğini ise *çünkü çapraz duruyor* notuyla anlatmaya çalışmıştır. Öğretmenin bu notla ne anlatmak istediğini sorması üzerine “yani yamuk duruyor” demiş, “pozisyonu bunun gibi olan dörtgenler paralelkenar üretici ile üretilemez mi?” sorusuna ise “evet” cevabını vermiştir. Ö2 ise paralelkenar üreticinin verilen dörtgenlerin hepsini çizebileceği yönde tahmin yürütmüş ancak nedenlerini açıklamamıştır.

Grup paralelkenar üreticisiyle kontrole geçince verilen dörtgenlerin hepsini fazla uğraşmadan çizebilmiştir.

Dikdörtgen üreticinin verilen şekillerden hangilerini üretebileceği tahmini esnasında Ö1 1 ve 2 hariç diğerlerinin çizilebileceği, Ö2 ise hepsinin çizilebileceği yönünde tahmin yürütmüştür. Ardından grup kontrol aşamasına geçmiş ve 3'ü kısa sürede çizebilmiştir. Sonrasında grup 2'yi çizmeye çalışmış ancak bir süre uğraştıktan sonra çizilemeyeceğine karar vererek çalışma yaprağına bu dörtgen için *hem yamuk hem de paralelkenar* yazmıştır. Ö2 4'ü çizmeye çalışırken “olcak yaa” demiş ancak çizememiş bunun üzerine Ö1 çalışma yaprağına *yamuk kare yapamadık* notunu yazmıştır. Ö2 5'i çizdikten sonra grubun arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

Ö2: 6 olmicak

Ö1: Olucak, belki

Ö2: Ben silgimi alıcam değiştirecem (6'ya ait tahminini çizilemez olarak değiştirmiştir)

Ö1: Ama yaptın artık (tahminlerini değiştirmemesi gerektiğini ifade etmeye çalışıyor)

Ö2: 6, 4, 2 olmadı o zaman yamuklar olmadı, tamam ben 1'i de değiştiriyorum

Ö1 çalışma yaprağına *çünkü dikdörtgenden paralelkenar yapamadık* yazmıştır.

Öğretmen: Dikdörtgen üretici neden 6 numaralı şekli çizemez?

Ö1: Çünkü (6'nın) kenarları 90 derece değil

Ö2: Çünkü bu (6) paralelkenar

Öğretmen: Dikdörtgen ile paralelkenarın farkı ne?

Ö2: Açıları, (paralelkenarın) karşılıklı açıları birbirine eşit, dikdörtgenin açıları 90

Öğretmen: Dikdörtgen üretici açılarının değişimine izin vermediği için mi 6 numaralı şeklin çizilemeyeceğine karar verdin?

Ö2: Hıh Hıh (diyerek başıyla onaylamıştır)

En son 1'i dikdörtgen üretici ile çizmeyi deneyen grup bu şeklin çizilemeyeceği yönündeki tahminlerinin sebebini Ö1 *bana garip bir paralelkenar gibi göründü* (1'i kastediyor) ve Ö2 *yamuk* (1) notuyla anlatmaya çalışmış ve kısa bir uğraştan sonra haklı olduklarını düşünerek çizilemeyeceğini belirtmişlerdir. Öğretmenin dikdörtgen üretici ile neden 1'i çizemediklerini sorması üzerine Ö1 “çizemez çünkü (dikdörtgen üreticinin)

açıların hepsi 90 derece olmak zorunda” cevabını vermiştir.

Öğrencilerin ifadeleri öncelikle görselliği dikkate alarak yorumda bulduklarını düşündürüyor olsa da her iki öğrenci de nedenleri sorulduğunda özellikleri dikkate alarak cevap verebilmiştir. Yani grup bu aşamada dikdörtgen bilgisine sahiptir ve dikdörtgen üreticinin hareket kabiliyetlerini bu bilgiyi temel alarak açıklayabilmektedir. Ancak üreticinin hareketlerini kontrol etmede yaşadıkları zorluklar grubu zaman zaman görsele dayalı hüküm vermeye itmiştir. Bu aşamada grubun ‘dikdörtgen üretici açıları 90 derece olan dörtgenler üretebilir, ‘bir dörtgen dikdörtgen üretici ile üretilemiyorsa o dörtgenin açıları 90 derece değildir’ gibi işlevsel sabitlerle hareket ettiği söylenebilir.

Sıra kare üreticiye geldiğinde Ö1 1, 4, 5 ve 6’nın kare üretici ile çizilebileceği yönünde tahminde bulunurken Ö2 1, 4 ve 5’in çizilebileceğini düşünmüştür. Ö2’nin tahmini, onun kare üreticinin tüm kenarları eşit olan şekiller üretebildiği bilgisine sahip olduğunu ancak açıları dikkate almadığını göstermektedir. Tahminleri bitince kontrole geçen Ö2 4 ve 5’i hızlıca çizmiş ve 1’i çizmeye çalışırken kare üreticinin bu dörtgeni üretemeyeceğini fark ederek “olmıcağ 1” demiştir. Bu durum karşısında Ö1 çalışma yaprağına *kareden* (kare üreticiden) *yamuk yapılamaz* notunu düşerken, Ö2 sadece *yamuk* şeklinde not almıştır. Öğretmenin neden kare üreticiden yamuk yapılamayacağını sorması üzerine Ö1 “çünkü kare (kare üretici) sadece kendini yapılabilir” cevabını vermiştir. Öğretmenin “işte bu özelliği ne?” sorusuna ise “90 derece açı, bide bütün kenarlarının eşit olması” cevabını vermiştir. Bu aşamada Ö1’in kare bilgisine sahip olduğu ama bu bilgiyi tahminler esnasında kullanmadığı söylenebilir. Aksi takdirde 1 ve 6’nın da kare üreticiyle çizilemeyeceği yönünde tahmin yürütmesi gerekirdi.

Öğretmen Ö2’ye yamuk ifadesi ile ne anlatmaya çalıştığını sorduğunda Ö2 “şekli yamuk ondan” cevabını vermiştir. Öğretmen ifadeyi somutlaştırmak adına “5 numaralı şekil gibi düz değil yani öyle mi?” dediğinde ise “evet” cevabını vermiştir. Bu durum Ö2’nin kare

üreticinin tüm açıları 90 derece olan şekiller üretebildiğini fark etmeye başladığını ancak ifade edemediğini göstermektedir. Ardından 6'yı çizmeye çalışan grup çizemeyeceklerini anlayınca 2 ve 3'ü çizmeye çalışmadan “2, 3 ve 6 olmaz” demiştir. Bu aşamada Ö1 çalışma yaprağına 1 için *kareden (kare üreticiden) paralelkenar yapılamaz* yazmıştır.

Grup dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim etkinliği kapsamında bu sefer paralelkenarın özelliklerini incelemiştir. Önceki etkinliklerde paralelkenar üreticinin birçok farklı dörtgeni üretebildiğini gözlemleyen Ö2 “paralelkenar (paralelkenar üretici) hepsini yapabilir ki” deyince Ö1 “evet, paralelkenar (paralelkenar üretici) hepsini yapabilir çünkü kare de olur dikdörtgen de olur” diyerek arkadaşını onaylamıştır. Ardından öğretmenin çalışma yapraklarını doldurmalarını istemesi üzerine grup paralelkenar üretici yardımıyla paralelkenarın kenar, açı, paralellik ve köşegen özelliklerini incelemiş ve çalışma yapraklarına Şekil 106'daki gibi not almıştır.

Şekil 106

Ö2'nin dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim-paralelkenar çalışma yaprağı

PARALELKENAR			
Kenarlar	Açılar	Paralellik	Köşegenler
karşılıklı kenarları birbirine eşit	karşılıklı açıları birbirine eşit	karşılıklı kenarları birbirine paralel	her zaman birbirine eşit

Ö2'nin çalışma yaprağına paralelkenarın köşegen uzunluğuyla ilgili aldığı notu gören öğretmen öğrenciden bu özelliği tekrar incelemesini istemiş ve Ö2 inceledikten sonra “paralelkenarın köşegen uzunlukları her zaman mı birbirine eşit?” diye sormuştur. Ö2 bu soruya “bazen, kare olduğunda eşit” cevabını vermiştir.

Sınıf incelemeyi bitirdikten sonra öğretmen sınıfa bazı sorular sormuştur. Bu esnada sınıfta geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

Öğretmen: Paralelkenar üretici dikdörtgen üretici ve kare üreticinin ürettiği bütün şekilleri üretebilir mi?

Sınıf: Eweet!

Öğretmen: O zaman ben paralelkenarı geniş aile olarak mı adlandırırım çekirdek aile olarak mı?

Sınıf: Geniş aile

Öğretmen: Peki şöyle desem, paralelkenar ailesi kare ailesini kapsar, doğru mu?

Sınıf: Eweet!

Öğretmen: Dikdörtgen ailesi paralelkenar ailesinin üyesidir?

Sınıf: Eweet!

Öğretmen: Peki neden evet?

Sınıf: Çünkü üyesidir, çünkü paralelkenarla diğerleri üretilebiliyor

Bu aşamada öğretmen sınıfın dikkatini özelliklere çekmek amacıyla kare-dikdörtgen arasındaki ilişkiyi kenar özellikleri üzerinden açıkladığı gibi dikdörtgen-paralelkenar arasındaki ilişkiyi de açı özellikleri ile açıklamaya çalışmıştır. Bunu yaparken öncelikle sınıfa paralelkenar ve dikdörtgenin açılarının nasıl olduğunu sormuş, sonrasında açı özellikleri üzerinden açıklamaya devam etmiştir. Bu esnada sınıfta geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

Öğretmen: Tüm açılar eşitken karşılıklı açılar da eşit olur mu?

Sınıf: Oluuuur!

Öğretmen: Tüm açılar eşitken karşılıklı açıların eşit olma şartını sağlarsa ben dikdörtgen için paralelkenar olma koşulunu sağlar diyebilir miyim?

Sınıf: Eweet

Öğretmen: O zaman ben dikdörtgene bir paralelkenardır da diyebilir miyim? O ailenin bir üyesi diyebilir miyim?

Sınıf: Eweet!

Öğretmen: Tamam, peki kare bir paralelkenardır desem doğru mudur?

Sınıf: Doğruuu, eweet

Öğretmen: Neden doğru?

Ö13: Çünkü paralelkenarla dikdörtgen yapabiliyoruz, paralelkenarla kare de yapabiliyoruz, dikdörtgenle kare yapabiliyoruz yani dikdörtgende bir paralelkenar olduğu için kare yapabiliyoruz

Öğretmen: Benim merak ettiğim şu kare tüm kenarları eşitken karşılıklı kenarların eşit olma şartını sağlar mı?

Sınıf: Evet!

Öğretmen: Peki kare tüm açıları eşitken karşılıklı açıların eşit olma şartını sağlar mı?

Sınıf: Eeveet!

Öğretmen: O zaman paralelkenar ailesinin üyesi midir?

Sınıf: Eeveet

Öğretmen: Peki ben paralelkenarı karenin altına mı yazıcam dikdörtgenin üstüne mi?

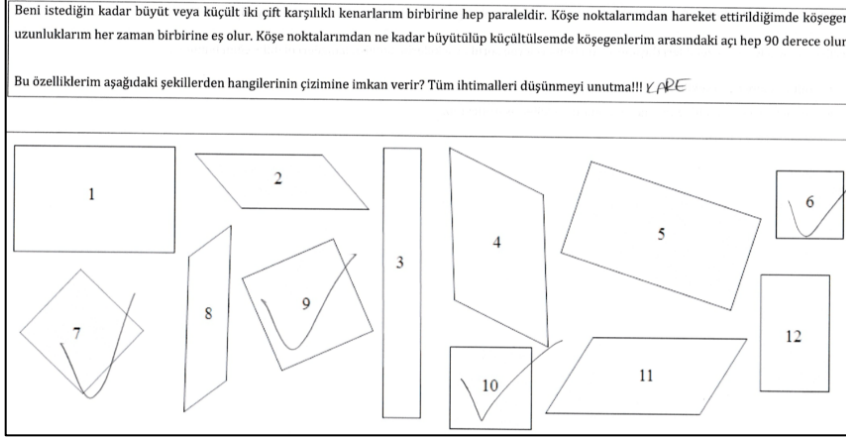
Sınıf: Paralelkenar en üste, yukarı!

Öğretmen açıklama yaparken tüm açıların eşitliğinin karşılıklı açıların eşitliğini sağladığını ifade ettikten sonra karşılıklı açıların eşitliğinin paralelkenar ailesinin özelliği olduğunu ve bu sebeple dikdörtgenin paralelkenar ailesinin bir üyesi olduğunu dolayısıyla paralelkenar olarak adlandırılabilceğini, ayrıca dikdörtgenin bu özelliği sağlaması sebebiyle paralelkenar üretici tarafından üretilebildiğini ifade etmediği bunun yerine paralelkenar olma koşulu ifadesini kullandığı için öğrenciler özelliklere odaklanmak yerine üreticinin imkanlarına odaklanmışlardır. Yani bu süreçte öğrenciler her ne kadar bir özelliğin diğerini sağlaması durumunu anlamış olsalar da bir dörtgen olma koşulu ifadesine anlam veremedikleri için aileye dahil olma mantığını sadece bir üretici tarafından üretilip üretilememeye bağlamışlardır. Bu açıdan öğrencilerin bu aşamada ‘paralelkenar üretici, paralelkenar, dikdörtgen ve kare üretebilir’ eylemdeki teoremi ve ‘üreticinin imkanları’ eylemdeki kavramıyla şekillenen bir şema inşa ettiği söylenebilir.

Dörtgenleri bilmeceler yardımıyla gruplandırılım-1 etkinliğinde grup kare, dikdörtgen ve paralelkenar için hazırlanan bilmeceleri cevaplandırdıktan sonra her bilmecenin altında verilen dörtgenlerden bu bilmecenin cevabı olduğunu düşündüklerini işaretlemiştir. Ö1 hem bilmecelerdeki üreticinin hangisi olduğunu hem de bu üreticilerle verilen şekillerden hangilerinin üretilebileceğini doğru bilmiştir. Ö2 ise kare ve paralelkenar için verilen bilmeceyi doğru yanıtlamış ve verilen şekillerden doğru seçimler yapmıştır. Şekil 107’de Ö2’nin kare için hazırlanan bilmeceye verdiği cevap verilmiştir.

Şekil 107

Ö2'nin dörtgenleri bilmeceler yardımıyla gruplandırılım-1 (kare) çalışma yaprağından bir kesit



Ancak Ö2 dikdörtgen için verilen bilmecede, sorulan üretici için *DİKDÖRTGEN* yazmasına rağmen bu üreticiyle çizilebilecek şekilleri işaretlerken sadece dikdörtgenleri işaretlemiş ve kareleri dahil etmemiştir. Ö2'nin bilmecede verilen özellikleri dikkate alarak bu üreticinin dikdörtgen üretici olduğunu düşündüğü ancak şekilleri seçerken dikdörtgen üretici ile hangi şekillerin üretilebileceğini düşünmek yerine bilmecedeki özellikleri sağlayan dörtgenleri işaretlediği söylenebilir. Nitekim öğretmenin “bu bilmecedeki üretici dikdörtgense başka hangi şekiller üretilebilir?” sorusuna Ö2 “kenarlarını kısıtlayarak kare de üretebilir” cevabını vermiştir. Yani Ö2 dikdörtgen üretici ile kare üretebileceğini bilmekte ancak bilmecedeki özellikleri ayrı ayrı ele aldığı anda karenin bu özellikleri sağlamayacağını düşünmektedir.

Tahmin & kontrol-kare & eşkenar dörtgen etkinliğinde Ö2 ilgili dosyayı açmış, ancak “ben eşkenar dörtgeni bilmiyorum ona bakmam lazım” dedikten sonra dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim etkinliğini açarak eşkenar dörtgenin özelliklerini incelemek istemiş ve Ö1'in “eşkenarı bizde bilmiyoruz” diyerek onu engellemeye çalışmasına karşılık “tamam bi bakayım” diyerek bir müddet eşkenar dörtgenin özelliklerini incelemiştir.

Ön görüşmede grup eşkenar dörtgen için *bütün kenarlarının boyunun birbirine eşit*

olması (Ö1) ve 4 kenarı eşit olan dörtgene denir (Ö2) yazmış ve verilen dörtgenlerden kare ve eşkenar dörtgenleri eşkenar dörtgen olarak seçmiştir (Şekil 108). Bu verilere göre grup etkinlikler öncesinde bir dörtgeni eşkenar dörtgen olarak adlandırmak için o dörtgenin tüm kenarlarının eşit olmasını yeterli görmektedir. Ancak grup etkinlikler süresince üreticilerin beklenmedik imkan ve kısıtlarıyla karşılaştığı için ön bilgisine güvenememiş bu sebeple eşkenar dörtgenle ilgili ilk etkinliğe başlamadan önce eşkenar dörtgen üreticiyi incelemiş ve tahminlerini bu incelemeye göre yapmıştır.

Şekil 108

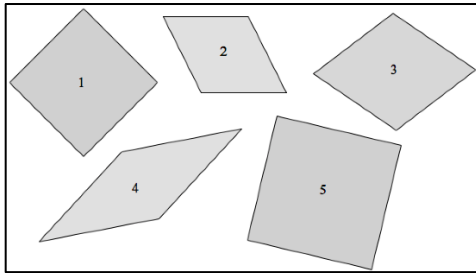
Ö2'nin ön görüşme verilerinden bir kesit



Ö2 kısa bir süre eşkenar dörtgeni inceledikten sonra grup tahmin & kontrol etkinliğini (Şekil 109) açmış ve kare üretici için tahmin yürütmeye başlamıştır.

Şekil 109

Tahmin & kontrol-kare & eşkenar dörtgen etkinliğinde verilen dörtgenler



Tahmin aşamasında öğrenciler arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

Ö2: Bence hepsini yapar

Ö1: Yapamaz, kare bu

Ö2: (biraz düşündükten sonra) 5'i yapar, 1'i yapar

Ö1: (3'ü işaret ederek) Bunu da yapar

Ö2: Bunu (3'ü) yaparsa, bunu da yapar bunu da yapar (2 ve 4'ü)

Ö1: Paralel değil ki bu birbirine eşkenar bu

Ö2: Ya bence 1, 5'i yapar, 1, 5'i işaretleyelim de, bence diğerleri hayır (kısa bir süre sonra) 3'ü yapar diyorum

Ö1: Evet

Bu aşamada Ö2'nin tam ikna olmasa da kendi görüşünün yanı sıra arkadaşının fikrini de dikkate aldığı söylenebilir. Grup kare üreticinin 1, 3 ve 5'i üretebileceği yönünde tahmin yürüttükten sonra kontrol aşamasına geçmiştir. Kontrolde 1'i sorunsuzca çizen gruptan Ö2, 2'yi çizerken "bence 2 kesinlikle olmaz" demiş ve Ö1 "çünkü kenarları eşit değil" diye karşılık vermiştir. Bu aşamada öğretmen 2'nin kenarlarının eşit olduğunu söyleyip tekrar düşüncelerini isteyince Ö2 bu sefer "karşılıklı açıları eşit, 90 olamaz, kare üretici sadece açıları 90 ve kenarları eşit olan şekiller yapar" demiştir. Ardından 3'ü çizmeye çalışan Ö1 "hmmm, 3 olmadı" deyince Ö2 "sana demiştim 3'e hayır diye" cevap vererek 4'ü çizmeye çalışmıştır. Grup 4'ün çizilemeyeceği 5'in çizilebileceği yönde tahminde bulunduğundan 4 ile fazla uğraşmadan 5'i çizmiştir.

Bu aşamada Ö2'nin 'kare üretici tüm kenarları eşit ve açıları 90 derece olan dörtgenler üretebilir' işlevsel sabitine dayandığı ancak Ö1'in 'kare üretici tüm kenarları eşit dörtgenler üretebilir' işlevsel sabitine odaklandığı söylenebilir. Bu sebeple Ö1, Ö2'nin 2 için açılarının 90 derece olmamasından dolayı kare üretici ile çizilemediğini ifade etmesine rağmen, 3 eş kenarlıdır düşüncesiyle kontrol etmeye devam etmiş ve çizemeyince çalışma yaprağına *kenarları bize eşit gibi geldi* notunu düşmüştür. Daha önceki etkinliklerde kare üreticinin tüm kenarları eşit ve açıları 90 derece olan dörtgenler üretebileceğini ifade etmesine rağmen bu etkinlikte açılar özelliğini unutmuş olması Ö1'in kare enstrümanlı eylem şemasının henüz sabitlenmediğini göstermektedir.

Grup eşkenar dörtgenle tahmin aşamasına geçince Ö2 "1, 2, 3, 5'i eşkenar yapar dimi?" diye sormuş Ö1 "eşkenar hepsini yapar" dedikten sonra tereddütte düşmüş ve sonra "ben 5'e hayır diyorum, biraz yamuk duruyo çünkü" diyerek düşüncesini değiştirmiş ancak tahmin kutucuklarına hepsinin çizilebileceği yönünde işaretleme yapmıştır. Bunu fark eden

Ö2 “ee 5’e hayır diyosun evet işaretlemişsin” deyince Ö1 “az önce hani sen bunu oynarken şey oluyodu ya biraz yamuk duruyodu sanki normal düz durmuyordu” demiş ardından “bence hepsine evet diyelim” diyerek tahmin aşamasını bitirmiştir. Eşkenar dörtgen üreticinin verilen dörtgenlerin hepsini çizileceği yönde tahminde bulunan grup, kontrol aşamasında zorlanmadan verilen dörtgenlerin hepsini çizebilmiştir.

Ö1 “az önce hani sen bunu oynarken” diyerek Ö2’nin eşkenar dörtgenin özelliklerini incelediği zamanı kastetmektedir. Ayrıca Ö1 “biraz yamuk duruyodu sanki normal düz durmuyordu” ifadesi ile 5’in açılarının dik açı olduğunu fark ettiğini ancak eşkenar dörtgen üreticinin tüm açıları 90 derece olan bir şekli üretip üretemeyeceği konusunda emin olmadığını göstermektedir. Yani 5 prototip bir kareye benzemese de artık Ö1 için karedir. Bu ise Ö1’in kare imajının prototip modelden dinamik bir yapıya dönmeye başladığını göstermektedir. Bir diğer deyişle üreticiler Ö1’in kare kavramına yönelik şemasının genişlemesine katkı sağlamıştır, ki bu durum enstrümantasyon sürecinin gerçekleşmekte olduğunun bir göstergesidir.

Grup dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim etkinliği kapsamında bu sefer eşkenar dörtgenin özelliklerini incelemiş ve çalışma yapraklarına not almıştır. Şekil 110’da Ö2’nin çalışma yaprağı verilmiştir.

Şekil 110

Ö2’nin dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim-eşkenar dörtgen çalışma yaprağı

EŞKENAR DÖRTGEN			
Kenarlar	Açılar	Paralellik	Köşegenler
Tümü eşit kenarları birbirine eşit	Karşılıklı iki açısı birbirine eşit	Karşılıklı kenarları birbirine paraleldir	Birbirinden farklı

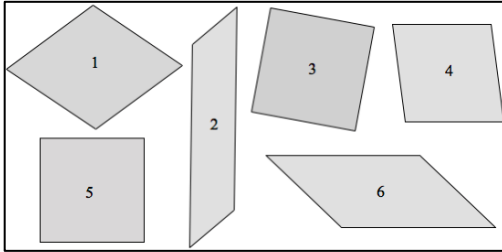
Öğretmen köşegenler notunu görünce Ö2’ye “köşegenler eşitlenebiliyor mu?” diye sormuş ve Ö2 “kare olduğunda eşitleniyor çoğunlukla” cevabını vermiştir.

Tahmin & kontrol-kare & eşkenar dörtgen & paralelkenar etkinliğinde (Şekil 111)

grup kare üreticinin 3, 4 ve 5'i üretebileceği tahmininde bulunduktan sonra kontrol aşamasına geçmiştir.

Şekil 111

Tahmin & kontrol-kare & eşkenar dörtgen & paralelkenar etkinliğinde verilen dörtgenler



Grup 1'in çizilememesini *kenarları eş değil gibi* (Ö1) ve *kenarları eşit değil* (Ö2) notuyla açıklamaya çalışmıştır. Halbuki 1 eş kenarlıdır. Bu aşamada grubun hala bir dörtgenin kare üretici ile üretilmemesinin sebebini öncelikle dörtgenin eş kenarlı olmayışına bağladığı ve dörtgenin kenarlarının eşit olduğu söylenmediği sürece açılara dikkat etmediği söylenebilir. Ö2 4'ü kare üretici ile çizmeye çalışırken “ama olacak ya, olmalı” diyerek ısrarcı olmuş ancak çizemeyince “olmıyacak” diyerek bırakmış, Ö1 olması gerektiğini düşündüğünden “neden olmadı ya” ifadesini kullanmıştır. Ö2 çalışma yaprağına çizememe sebebi olarak *kenarları eşit değil* notunu almıştır. Yani 4 Ö2'ye eş kenarlı gibi görünmüş bu sebeple çizilebileceğini düşünmüş ancak denedikten sonra çizemeyince kenarlarının eşit olmadığını kendisine öyle geldiğini düşünmüştür. Ancak Ö1 çalışma yaprağına 4'ün çizememe sebebi olarak *açıları 90 değilmiş* yazmıştır. Yani Ö1 başta 4'ün kenarlarının eşit olduğunu düşünmüş ancak çizerken hala bu düşüncesi devam ettiğinden çizilememesine şaşırılmış ve kendince başka sebepler aramaya çalışmıştır. Bu esnada açılar dikkatini çekmiş ve kare üretici ile 4'ün çizilememesinin sebebini açılara bağlamıştır. Bu ise Ö1'in kare üretici enstrümanına yönelik şemasının sabitlenmeye başladığını ve bu şemanın ‘kare üretici tüm açıları ve tüm kenarları eşit olan şekiller üretebilir’ işlevsel sabitine dayandığını göstermektedir.

Grup eşkenar dörtgen üreticiyle tahmin aşamasına geçince öğrenciler arasında aşağıdaki diyalog geçmiştir.

Ö1: 1'i yapar zaten eşkenar

Ö2: 2'yi yapamaz, 2'yi yapar mı?

Ö1: Ben 2'ye yapar demedim

Ö2: 5'i yapar, 4'ü yapar, hmmm, 6'yı, paralelkenarla eşkenarı karıştırıyorum ben ya

Ö1: Eşkenar kenarları eş olmak zorunda, bunun (6'nın) kenarları eş değil

Ö2: Tamam 6 hayır, 3, yapabilir 3'ü

Ö1: 3'ü yapabilir

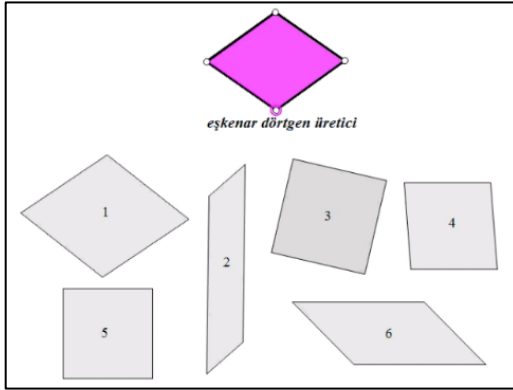
Ö2: Bekle karenin yaptıklarını o da yapabilir (kare üretici için 1, 2 ve 6'ya hayır işaretlediği çalışma yaprağını işaret ederek) hayır, hayır, hayır, bekle, eee 1'e evet demişiz (çalışma yaprağındaki eşkenar dörtgen 1'i çizer tahminini fark edince)

Ö1: Evet çünkü bu (1) eşkenar, bunun (Şekil 112'de verilen, eşkenar dörtgen üreticinin o esnada ekrandaki görüntüsü) gibi duruyor, kenarları birbirine eşit.

Şekil 112

Birinci grubun tahmin & kontrol-kare & eşkenar dörtgen & paralelkenar etkinliği

ekran kaydından bir kesit



Sonuç olarak grup eşkenar dörtgen üreticinin sadece 2 ve 6'yı çizilemeyeceği yönünde tahmin kutucuklarını doldurmuştur. Bu aşamada Ö2 her ne kadar eşkenar dörtgen ile paralelkenarı karıştırdığını ifade etse de eşkenar dörtgen bilgisine dayanarak (arkadaşının hatırlatmasıyla) kare üreticinin ürettiği şekilleri eşkenar dörtgen üreticinin de üretebileceğini ifade etmiştir. Ancak bu düşüncesi kare üretici üretiliyorsa eşkenar dörtgen üretici de üretemez çünkü ikisi de eş kenarlı şekiller üretir çıkarımını yapmasına sebep olmuş ve bu

sebeple 1'in kare üreticiyle üretilmemesine rağmen eşkenar dörtgen üreticiyle üretilebileceği yönündeki tahminini görünce şaşırmıştır. Bu durum Ö2'nin kare üreticinin aç kısıtının kare için olmazsa olmaz bir özellik olduğunu düşünemediğini göstermektedir.

Grup kontrol aşamasına geçince sadece 4'ü bu üretici ile çizebilmiştir. 2 ve 6'nın eşkenar dörtgen üreticiyle çizilememe sebebi için çalışma yapraklarına *kenarlar eşit değil* (Ö1) ve *kenarlar oturmadı* (Ö2) yazmıştır. Öğretmen çalışma yapraklarını incelerken Ö2'nin 1 için de aynı ifadeyi kullandığını görünce “1'i neden çizemediniz?” diye tekrar sormuş ve Ö2 “çizilir” cevabını vermiştir. Bu sefer öğretmen “o zaman neden çizilemez işaretlediniz, bunu (1'i) kareye mi benzettiniz?” diye sorunca Ö2 “aslında çizilebilir çünkü kare bile olsa eşkenar dörtgen olma koşulunu sağlar” demiştir.

Grup 1, 3 ve 5'i çizememe sebebini *kenarları oturmadı* notuyla açıklamaya çalışmıştır. Bu ise grubun eşkenar dörtgen üreticinin eşit kenarlı şekiller üretebileceğinin farkında olarak tahminlerde bulunduğunu, ancak üreticinin hareket kabiliyetine yeterince uyum sağlayamadıklarından yapılabilecek çizimleri yapamadıklarını göstermektedir. Nitekim Ö2 5'i çizmeye çalışırken tam oturtamamış olsa da “oh oldu bu 5, 5 tamam, uğraşmaya gerek yok” diyerek aslında çizilebileceğini bildiğini anlatmaya çalışmıştır. Ancak Ö1 tam olarak çizmesi yönünde ısrar edince bir müddet daha uğraşmış ve “tamam olmicak hayır” diyerek pes etmiştir.

Bu veriler ışığında Ö2'nin ‘kare eşkenar dörtgen üretici ile çizilebilir çünkü kare tüm kenarları eşit olduğu için eşkenar olma koşulunu sağlar’ düşüncesinde olduğu yani eşkenar dörtgen bilgisini üreticinin imkanlarıyla ilişkilendirebildiği söylenebilir. Çünkü eğer Ö2 sadece her iki şeklin de kenarlarının eşit olması bilgisiyyle hareket ediyorsa eşkenar dörtgenin kare olma şartını sağladığını da iddia edebilirdi. Ancak eşkenar dörtgenin kare üretebildiğini, ancak karenin eşkenar dörtgen üretmediğini gözlemlemesi onun eşkenar dörtgenin kareyi kapsadığını anlamasını sağlamıştır. Bu açıdan özellikler üzerinden bu

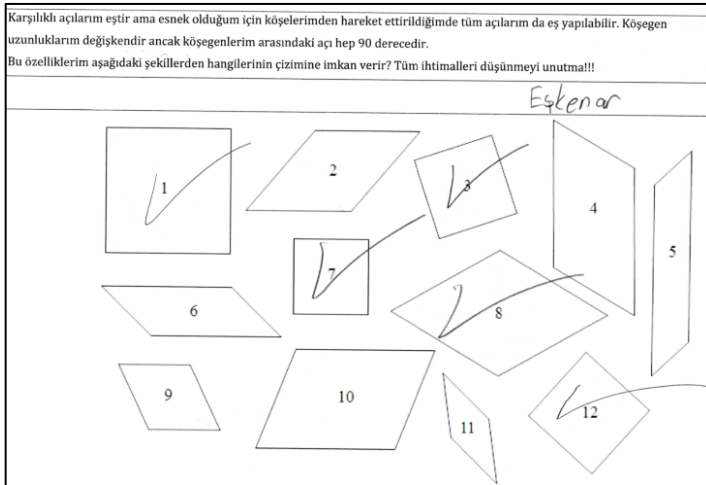
durumu anlamlandırdığı görülen Ö2'nin eşkenar dörtgen üreticiyi enstrümana dönüştürmeye başladığı ve bu üreticiye yönelik şemasını 'eşkenar dörtgen üretici tüm kenarları eşit olan şekiller üretebilir' ve 'kare tüm kenarları eşit olduğu için eşkenar dörtgen olma koşulunu sağlar' gibi işlevsel sabitlere dayandırdığı söylenebilir.

Paralelkenar üretici ile verilen bütün şekillerin üretilebileceği tahmininde bulunan grup kontrole geçmiş ve 6'ya gelince üreticiyi şekle tam oturtamadığından "büyük geldi" diyerek bırakmıştır. Grup öğretmenin "ayarlayamadığınız için mi çizilemez kutucuğunu işaretlediniz?" sorusu üzerine "evet" cevabını vermiştir.

Dörtgenleri bilmeceler yardımıyla gruplandırılım-2 etkinliğinde öğrenciler bu sefer kare, eşkenar dörtgen ve paralelkenar için hazırlanmış olan bilmeceleri cevaplamışlardır. Her iki öğrenci de bilmeceleri doğru bir şekilde yanıtlamıştır. Ancak ikinci bilmecedeki üreticinin eşkenar olduğunu bilmelerine rağmen verilen şekillerden kareleri ve eşkenar dörtgenlerden sadece birini işaretlemişlerdir (Şekil 113). Öğretmen bunu fark edince Ö2'ye "bu şekiller sana eşit kenarlı gibi gelmedi mi, 2 ile 11?" diye sormuş ve Ö2 "bu (11) gelmedi kesinlikle, 2'de hayır şu kenarları daha uzun" cevabını vermiştir.

Şekil 113

Ö1'in dörtgenleri bilmeceler yardımıyla gruplandırılım-2 (eşkenar) çalışma yaprağından bir kesit



Bu etkinliğin ardından öğretmen tahtaya kare-dikdörtgen-paralelkenar hiyerarşisini boş olarak çizmiş ve sınıftan hangi şeklin nereye geleceğini söylemesini istemiştir. Bu esnada sınıfta geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

Öğretmen: Evet, bunu nasıl yerleştirmiştik?

Ö2: (en üstten en alta doğru işaret ederek) Paralelkenar, dikdörtgen, kare

Öğretmen: Kare paralelkenar ailesinin üyesi midir?

Sınıf: Eeveet!

Öğretmen: Neden?

Ö1: Çünkü paralelkenarla (paralelkenar üretici ile) kare yapılabilir

Öğretmen: Peki paralelkenarın kenar özelliklerini düşünün, karenin kenar özelliklerini düşünün bana bir sebep söyleyin

Ö1: Kenarları birbirine uyumlu

Öğretmenin: Kare tüm kenarları eşitken karşılıklı kenarları eşit midir?

Sınıf: Eweet!

Öğretmen: Karşılıklı kenarlar eşitse paralelkenar ailesinin bir üyesi midir?

Sınıf: Eweet!

Bu diyalogun ardından öğretmen dikdörtgen ile paralelkenar arasındaki ilişkiye dair sorular sormuştur. Bu esnada öğretmen dikdörtgenin paralelkenar olma koşulunu sağladığını ifade edince Ö11 “paralelkenar dikdörtgen olma koşulunu sağlar” diyerek itiraz etmiştir. Bunun üzerine öğretmen bu iki dörtgen arasındaki ilişkiyi tekrar açıklamıştır. Bu esnada sınıfta geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

Öğretmen: Paralelkenar mı dikdörtgen olma koşulunu sağlar, yoksa dikdörtgen mi paralelkenar olma koşulunu sağlar?

Sınıf: Paralelkenar dikdörtgen!

Öğretmen: Bakın şimdi, paralelkenar üretici bunların hepsini (kare ve dikdörtgeni) üretir mi?

Sınıf: Evet

Öğretmen: Paralelkenar üretici nasıl ürettiyordu, tüm açılarını 90 yaptığımda dikdörtgen ürettiyordu

Sınıf: Evet

Öğretmen: Ben paralelkenar üretici ile üretilebildiği için dikdörtgene paralelkenar

ailesinin üyesi diyordum, hatırladık mı?

Sınıf: Haa evet

Öğretmen: Dikdörtgenin tüm açıları eşit olmak zorunda, bu aynı zamanda karşılıklı açıların eşit olduğunu söyler, o yüzden dikdörtgen paralelkenar ailesinin üyesidir

Ö10: Yani öğretmenim dikdörtgen paralelkenar olma koşulunu mu sağlar?

Öğretmen: Evet aynen öyle, dikdörtgen tüm açıları eşit olan bir şekildir ve bu karşılıklı açıların eşit olduğunu söyler bize, şöyle bir dikdörtgen (tahtaya dikdörtgen çizer) tüm açılar 90 derece, tüm açılar birbirine eşitken (karşılıklı açıları işaretleyerek) karşılıklı açılar birbirine eşittir diyebilir miyim?

Sınıf: Evet

Öğretmen: Derim, işte bu paralelkenar olma şartıdır, dikdörtgen bu şartı sağladığı için paralelkenar ailesinin üyesidir, tamam?

Sınıf: Evet

Bu diyalogun ardından öğretmen tahtaya kare-eşkenar dörtgen-paralelkenar için de bir yapı çizmiş ve öğrencilerden bunu doldurmalarını istemiştir. Sınıf bu yapıyı doldururken, en başa paralelkenarın ortaya eşkenar dörtgenin ve en alta karenin yazılması konusunda hem fikir olmuştur. Bunun üzerine;

Öğretmen: Kare bir eşkenar dörtgendir, doğru mu yanlış mı?

Ö2: Doğru çünkü kare eşkenar dörtgen olma koşulunu sağlar

Öğretmen: Nedir bu koşul?

Ö14: Çünkü bütün açıları ve bütün kenarları aynı

Öğretmen: Evet, kare ile eşkenar dörtgenin tüm kenarları eşit, ayrıca karenin tüm açılarının eşit olması aynı zamanda karşılıklı açıların da eş olmasını sağlar, bu yüzden kare aynı zamanda bir eşkenar dörtgendir. Peki paralelkenar ailesi kare ailesini kapsar mı?

Sınıf: Doğru, evet, kapsar

Öğretmen: Neden doğru?

Ö8: Çünkü paralelkenardaki çizgilerin hepsi paralel gider karedekinde hepsi gider

Öğretmen: Parallellik şartını sağlar doğru

Ö16: Dikdörtgende de aynı şey olur hocam

Öğretmen: Dikdörtgende de aynı şey olur evet, peki başka bir özellik düşüsek

Ö1: (kare) iki kenarlarının birbirine eşit olma koşulunu sağlar

Öğretmen: Evet, kare tüm kenarları eşitken karşılıklı kenarları eşit midir?

Sınıf: Evet

Öğretmen: Karşılıklı kenarları eşitse paralelkenar ailesinin üyesi midir?

Sınıf: Doğru

Öğretmen: Peki bir soru daha, eşkenar dörtgen kare ailesinin üyesi midir?

Ö2: Hayır, çünkü eşkenar dörtgen kare olma koşulunu sağlamaz

Öğretmen: Nedir kare olma koşulu?

Ö2: Bütün kenarları ve bütün açıları eşit

Öğretmen: Evet eşkenar dörtgenin tüm açıları eşit olmak zorunda değil

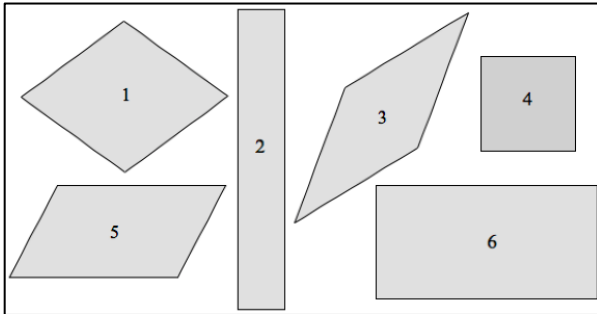
Bu bulgulara bakıldığında, Ö1'in başlangıçta karenin paralelkenar ailesinin üyesi

olma sebebini paralelkenar üreticinin kare üretebilmesine bağladığı ancak özelliklere dayalı soru-cevap sürecinin ardından bu durumun karenin paralelkenarın özelliklerini sağlaması sebebiyle olduğunu anladığı görülmektedir. Diyebiliriz ki Ö1 bu aşamada paralelkenar üreticinin hareket kabiliyetini özelliklere dayalı bilgisi ile birleştirebilmiş ve artık paralelkenar üreticiyi bir enstrümana dönüştürebilmiştir.

Bu soru-cevap sürecinin ardından tahmin & kontrol-dikdörtgen & eşkenar dörtgen etkinliğine geçilmiştir. Öğrenciler bu etkinlikte Şekil 114'te verilen dörtgenler için sadece dikdörtgen ve eşkenar dörtgen üreticiyi kullanmışlardır.

Şekil 114

Tahmin & kontrol-dikdörtgen & eşkenar dörtgen etkinliğinde verilen dörtgenler



Bu etkinlikte Ö2 dikdörtgen üretici ile 2, 4 ve 6'nın çizebileceği, Ö1 ise 1, 2, 4 ve 6'nın çizilebileceği yönünde işaretlemeye bulunmuştur. Ö1 3 ve 5'in çizilemeyeceğini düşünmesinin sebebini *açıları 90 derece değil* notuyla açıklamaya çalışmıştır. Ancak kontrol

ederken 1'i çizemeyince onun için de aynı sebebi göstermiştir. Yani başlangıçta Ö1 1'i kare gibi algılamış ve dikdörtgen üretici ile çizilebilir tahmininde bulunmuş ancak deneyince açılarının dik olmadığını fark etmiştir.

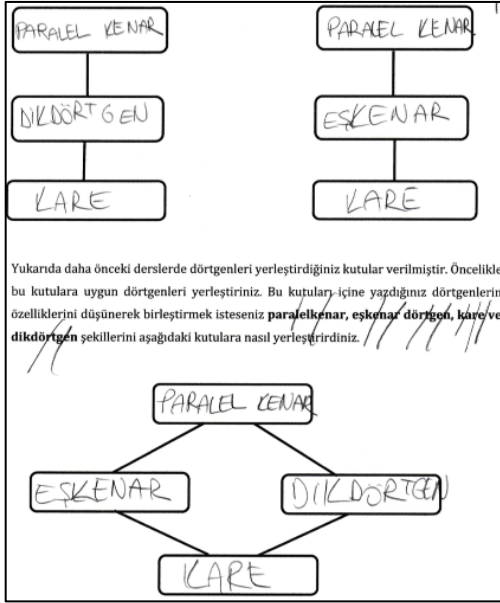
Ö2 ise 1, 3 ve 5'in çizilemeyeceğini düşünme sebebini *çünkü ona benzetemedim* notuyla anlatmaya çalışmıştır. Öğretmenin “dikdörtgene benzemiyor 1 numaralı şekil, öyle mi?” sorusuna “evet” diyen Ö2, “5 numaralı şekil de benzemiyor?” sorusuna da başıyla onay vermiştir. Öğretmen “bunun sebebi nedir?” diye sorunca “bunun (5'in) paralelkenar olması” cevabını veren Ö2, “dikdörtgen ile paralelkenar arasındaki farkı ne?” sorusuna “dikdörtgenin bütün açıları 90 derece ama paralelkenarın karşılıklı açıları eş” cevabını vermiştir.

Grup eşkenar dörtgen üreticiyle tahmin aşamasına geçince bu üreticinin 1, 4 ve 6'yı çizilebileceği yönde tahminde bulunmuştur. Kontrolde 1 ve 4'ü çizen grup tahmin ettiği gibi 2 ve 5'i çizememiştir. 3 ise aslında eşkenar dörtgen üretici ile çizilebilecek bir dörtgen olmasına rağmen, grup bu dörtgen için *bütün kenarları eş değil (Ö1)* ve *eşit değil (Ö2)* notlarıyla çizilemeyeceği yönündeki tahminlerini neye dayandırdıklarını açıklamaya çalışmıştır. Kontrol aşamasında da 3'ü çizmeye çalışmakla fazla uğraşmayan grup kontrollerinin sonucunu da hayır olarak işaretlemiştir. Tahmin aşamasında 6'yı çizebileceğini düşünen grup kontrolde çizemeyince çalışma yapraklarına neden olarak 3'e yazdığı ifadeleri yazmıştır.

Bu etkinliğin ardından öğretmen sınıfa yapıları birleştirelim çalışma yapraklarını dağıtmıştır. Bu çalışma yapraklarında öğrenciler kare, dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve paralelkenarı özellikleri düşünerek ve hangi ailenin diğerini kapsadığını ya da dışladığını dikkate alarak doldurmaya çalışmıştır. Şekil 115'te grubun benzer şekilde doldurduğu çalışma yapraklarından Ö2'ninki verilmiştir.

Şekil 115

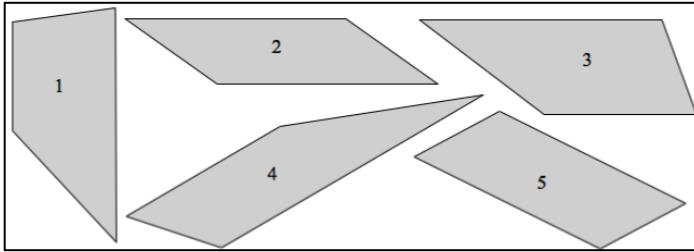
Ö2'nin yapıları birleştirilim çalışma yaprağı



Tahmin & kontrol-paralelkenar & yamuk etkinliğinde (Şekil 116) öğrenciler sırayla paralelkenar ve yamuk üretici ile verilen dörtgenlerden hangilerini üretebileceklerini tahmin etmiş, ardından kontrol aşamasına geçmiştir.

Şekil 116

Tahmin & kontrol-paralelkenar & yamuk etkinliğinde verilen dörtgenler



Grup paralelkenar üreticiyle 2'yi, yamuk üreticiyle de 1, 3 ve 4'ü çizebileceği tahmininde bulunmuştur. Ardından paralelkenar üreticiyle kontrol edip tahminlerinin doğru olduğunu gören gruptan Ö2 çalışma yaprağına 1, 3 ve 4 için *o yamuk* yazmış, Ö1 ise Şekil 117'deki gibi not almıştır.

Şekil 117

Ö1'in tahmin & kontrol-paralelkenar & yamuk çalışma yaprağından bir kesit

Dörtgen Üretici	Dörtgenler	Tahminim	Bulduğum	Bu dörtgen üretici bu dörtgeni yapamaz çünkü...
Paralelkenar Üretici	1	E H	E H	Paralel kenarların karşılıklı kenarları paralel olmak zorunda
	2	E H	E H	
	3	E H	E H	
	4	E H	E H	
	5	E H	E H	

Grup yamuk üreticiye dair yaptığı tahminleri kontrol ederken ise 2 ve 5'i bu üreticiyle çizmeye çalışmadan çalışma yapraklarına *yamukların bütün kenarları farklı olmalıdır (Ö1) ve onlar (2 ve 5) paralelkenar (Ö2)* şeklinde not almıştır. Ö2'nin ifadeleri onun 'paralelkenar üretici sadece verilen paralelkenarları üretebiliyorsa yamuk üretici de sadece yamukları üretebilir' düşüncesiyle hareket ettiğini göstermektedir. Ö1 ise yamuğun bütün kenarlarının farklı olduğunu düşündüğünden ve paralelkenarı bu sebeple yamuk ile ayrı sınıflara koyduğundan denemeye gerek duymadan yamuk üreticinin paralelkenar çizemeyeceği yönünde işaretleme yapmıştır.

Dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim etkinliği kapsamında bu sefer yamuğun özelliklerini incelemeye geçen gruptan Ö2 ekranda farklı şeyler denemeye başlayınca Ö1 "ya şunu bi incelememiz lazım, ya belki açıları aynı olabilir" diyerek müdahale etmiş ve yamuğun özelliklerini incelemeye başlamıştır. Grup yamuğun kenar, açı ve köşegen özelliklerini inceledikten sonra çalışma yapraklarına benzer şekilde *köşegenler farklı, kenarlar farklı, açılar farklı* gibi notlar almış ancak paralellik özelliğine gelince "paralellik farklı, var yok arası bi şey" gibi ifadeler kullanmıştır.

Sınıf çalışma yapraklarını doldurduktan sonra öğretmen yamuk ile paralelkenarın özelliklerini karşılaştırmak için sırayla bu iki şeklin özelliklerini öğrencilere sorarak tahtaya yazmıştır. Paralellik özelliğine gelince sınıfta geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

Öğretmen: Yamukta (yamuk üreticide) bir çift kenar paraleldi ve istersem iki çift

kenarı da paralel olacak şekilde kısıtlayabiliyordum

Ö2: Hocam ben kısıtlamayı anlamadım

Öğretmen: Kısıtlamak şu demek, mesela açılarının hepsi farklı mı yamukta (yamuk üreticide), açılarının hepsi farklıyken esnek yani olabilen bütün açıları yapabiliyorum demek bunu esnek olarak ifade ediyorum, kısıtlamak da bütün açılar mutlaka 90 derece olmak zorunda diye bir şart koyuyorum

Ö2: Kare gibi

Öğretmen: Evet, kısıtlıyorum yani

Ö2: Açılarını kısıtlıyorsun yani, daha fazla olmasın

Öğretmen: Evet, aynen, yamukta nasıldı, bir çift karşılıklı kenar paralel, diğer çift istediği gibi hareket edebiliyor, ama ben bir kısıt koyuyorum karşılıklı iki çift kenar paralel olsun diyorum, bu kısıt koymak, peki paralelkenarın paralelliği nasıldı?

Sınıf: Karşılıklı kenarları paralel

Öğretmen: Biz bunu iki çift karşılıklı kenarı paraleldir diye ifade edebiliriz, mesela biz çoraplara ne deriz, bir çift çorap dediğimizde çift dediğimiz şey iki tane şeyden (çoraptan) oluşur değil mi?

Sınıf: Evet, aynen

Öğretmen: (tahtaya bir paralelkenar çizdikten sonra karşılıklı kenarlardan birini işaretleyerek) Şurası bir çift (diğer karşılıklı kenarı işaretleyerek) burası ikinci çift, tamam anlaşıldı mı?

Sınıf: Eheet!

Öğretmen: Yamuk üretici bütün şekilleri üretebiliyordu neden çünkü birçok esnekliği var, değişmeyen tek kural ne yamukta, mutlaka olmak zorunda olan şey, bir çift karşılıklı kenarın paralel olmak zorunda olması, bu zorunluluğu (yamuğun), yani bir şekle yamuk demek için o şeklin mutlaka bir çift karşılıklı kenarı paralel olmalı

Sınıf: Hıh hıh, evet

Bu diyalogun ardından öğretmen tahtaya yapıları birleştirelim çalışma yaprağında verilen dörtlü yapıyı boş olarak çizmiştir. Ardından sınıfa bu yapının nasıl doldurulduğunu sormuş ve sınıf doğru bir şekilde yapıyı doldurabilmiştir. Bu esnada Ö12 “onun üstünde de yamuk” diyerek yamuğun paralelkenarın üstüne yerleştirilmesi gerektiğini ifade etmiştir.

Ardından öğretmen sınıfa bu yapının okunması ile ilgili sorular sormuştur. Örneğin

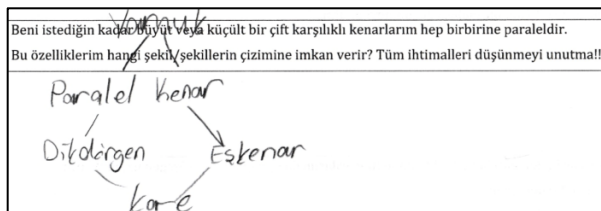
“dikdörtgen yamuk ailesinin üyesi değildir, doğru mu yanlış mı?” diye sormuş ve Ö1 “yanlış”

dedikten sonra öğretmen “yani sen dikdörtgen yamuk ailesinin üyesidir diyorsun, peki neden?” deyince Ö1 yamuk üretici ile dikdörtgen üretebileceğini söylemiştir. Öğretmen öğrencinin dikkatini özelliklere çekmek için “üretebilir evet, peki yamuk olma koşulu neydi?” diye sormuş Ö1 ise “bir çift kenarın paralel olması” cevabını vermiştir. Ardından öğretmen “tamam, dikdörtgen bunu sağlar mı?” diye sorunca “sağlar” demiştir. Öğretmenin “dikdörtgen bu yüzden yamuk ailesinin üyesidir öyle mi?” sorusuna da “evet” yanıtı vermiştir. Bunun üzerine öğretmen bu durumu “dikdörtgen her zaman bir yamuktur diyerek anlatabiliriz” demiş ve bu ifadenin dikdörtgenin her zaman yamuk olma koşulu olan bir çift kenarın paralel olma özelliğini sağladığı anlamına geldiğini belirtmiştir. Bu açıklamanın ardından Ö1 “o zaman, yamuk her zaman bir dörtgendir” diyerek konuyu anladığını hatta başka durumlara uyarlayabildiğini göstermiştir.

Son etkinlik olan bilmecelerdeki şekilleri bulalım etkinliğinde sınıf, verilen beş bilmecenin hangi dörtgen üretici olduğunu ve bu üretici ile üretilen şekillerin hangileri olduğunu bilmeye çalışmıştır. Ö1 bu etkinlikteki tüm bilmeceleri doğru ve eksiksiz cevaplarırken (örneğin; Şekil 118), Ö2 birçok hata yapmıştır (örneğin; Şekil 119).

Şekil 118

Ö1'in bilmecelerdeki şekilleri bulalım etkinliğinden bir kesit

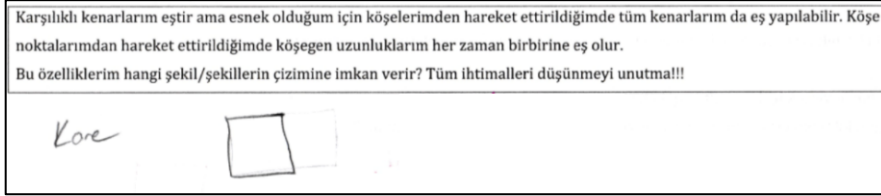


Ö1'in çizmiş olduğu yapı onun bilmecenin cevabının yamuk üretici olduğunu, bu üreticinin diğer dörtgen türlerini üretebildiğini ve bu dörtgenlerin hepsinin en az bir çift kenarının paralel olma şartını sağladığını anladığını göstermektedir. Yani Ö1 yamuğun kapsayan yapısını anlamlandırabilmiştir. Bu ise yamuk üreticiyi enstrümana dönüştürebildiğini ve bu enstrümana yönelik eylem şemasının ‘yamuk üretici bütün

dörtgenleri üretebilir, çünkü tüm dörtgenlerin en az bir çift karşılıklı kenarı paraleldir' işlevsel sabitine dayandığının bir göstergesidir.

Şekil 119

Ö2'nin bilmecelerdeki şekilleri bulalım etkinliğinden bir kesit



Bu bilmece dikdörtgen üretici için hazırlanmış olsa da Ö2 kare üretici olduğunu düşünmüştür. Öğretmenin “bilmecedeki hangi özelliğe bakarak kare olduğunu düşündün?” sorusuna “tüm kenarlarım eş yapılabilir ve köşegen uzunluklarım her zaman birbirine eştir” cevabını vermiştir. Öğretmen bu özelliklerin kare tarafından sağlandığını ancak başka bir dörtgen için de sağlandığını söyleyince bir müddet düşünmüş ancak cevap verememiştir.

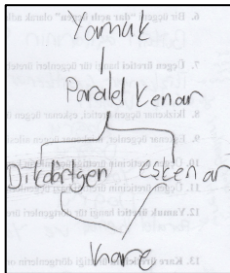
Ö2'nin bilmecelere cevap verirken bilmecenin tamamını değerlendirmek yerine yakaladığı özellikleri sağlayan dörtgeni cevap olarak yazdığı görülmektedir. Aksi takdirde bilmecenin ilk cümlesindeki *karşılıklı kenarlarım eşit* ifadesini dikkate alarak bu dörtgenin kareden başka bir dörtgen olduğunu anlaması gerekirdi. Bir diğer ihtimal Ö2'nin kare için ‘tüm kenarlar eşitken karşılıklı kenarlarda eşit o zaman bu bilmecedeki kare üreticidir’ fikrine kapılmış olmasıdır. Eğer öyleyse öğrenci doğru düşünmekte ancak bilmecedeki cümleleri tersten okumaktadır. Yani *tüm kenarlarım eş yapılabilir* ifadesinin kare olduğunu düşünmüş ardından *karşılıklı kenarlarım eşit* ifadesinin kareye de uyacağını düşünerek bilmecedeki üreticinin kare olduğu kanaatine varmış olabilir.

5.2.2.1.1. Birinci grubun dörtgen üreticilerine yönelik enstrümanlı eylem şeması. Ö1 mülakatta yamuk üreticinin hangi dörtgenleri üretebileceği sorusuna *paralelkenar ve yamuk* yazdıktan sonra paralelkenarın üzerine bir ok çıkarmış ve *diğer dörtgenleri de üretir*

yazmıştır. Yamuk üreticinin ürettiği dörtgenlerin ortak özelliği için *bir çift kenarının paralel olma zorunluluğu* yazan Ö1 kağıdın boş bir kısmına Şekil 120'deki yapıyı çizmiştir.

Şekil 120

Ö1'in mülakat kağıdından bir kesit



Ö2 ise mülakatta yamuk üreticinin hangi şekilleri üretebildiği sorusuna *paralelkenar*, *dikdörtgen*, *kare*, *eşkenar dörtgen* ve *yamuk* şeklinde cevap vermiş ardından yamuk üreticinin ürettiği dörtgenlerin ortak özelliği için *bir çift kenarı paralel* ifadesini kullanmıştır.

Öğretmenin “dikdörtgene yamuk ailesinin bir üyesi diyebilir miyim?” sorusuna ise “evet çünkü yamuk bir çift karşılıklı kenarı birbirine paraleldir dikdörtgenin de iki çift karşılıklı kenarları birbirine paralel” cevabını vermiştir. Öğretmenin “dikdörtgen yamuğun bu özelliğini sağladığı için yamuk ailesindedir öyle mi?” sorusuna ise “evet” demiştir.

Bu ifadelerden ve daha önce sunulan bulgulardan anlaşılacağı üzere grubun yamuk enstrümanlı eylem şemasının ‘yamuk en az bir çift karşılıklı kenarı paralel olan dörtgendir’ ve ‘iki çift karşılıklı kenar paralelken bir çift zaten paralel olacağından yamuk diğer dörtgenleri kapsar’ eylemdeki teoremleri ile ‘kenar özelliği’, ‘paralellik’, ‘en az kavramı’, ‘bir özelliğin başka bir özelliği garantilemesi’, ‘bir şekil sınıfının diğerini kapsaması’ eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

Ö1 ön görüşmede kareyi tanımlarken Şekil 121'deki ifadeyi kullanmış ve verilen dörtgenlerden kareyi seçmesi istenince hem kare hem de eşkenar dörtgeni seçmiştir. Yani Ö1 her ne kadar kenar özelliğinden bahsetmemiş olsa da karenin tüm kenarlarının eşit olduğunun bilincindedir. Etkinlikler süresince kare üreticisiyle çalışırken önce sadece kenarlara

odaklanmış ancak ilerleyen kısımda açılarına da odaklanması gerektiğini anlayabilmiştir. Mülakatta ise kare üreticinin ürettiği dörtgenlerin ortak özelliği için “açılarının 90 derece olması ve bütün kenarlarının eşit olması” ifadesini kullanmıştır. Bu durum Ö1’in karenin olmazsa olmaz özelliklerini bildiğini göstermektedir.

Şekil 121

Ö1’in ön görüşme verilerinden bir kesit

13. Bir şekli “kare” olarak adlandırmak için bu şeklin hangi özelliklere sahip olması gerekir?
Bütün kenarlarının birbirlerine 90°’lik açıyla bakması

Ö2 ön görüşmede kareyi tanımlarken *4 kenarı birbirine eşit olan şekile denir* yazmış, mülakatta ise kare için “açıları 90 ve kenarları eşit olan” ifadesini kullanmıştır. Ö2’nin mülakatta verdiği cevap onun kare üreticisiyle çalışmasının bir sonucudur. Ö2 etkinliklerde önce kare üreticinin eşkenar dörtgen üretememesi karşısında şaşırmış sonra açılara odaklanınca kare üreticinin her zaman için tüm açıları dik açı olan dörtgenler üretmeye izin verdiğini gözlemlemiştir. Bu açıdan grubun kare enstrümanlı eylem şemasının ‘kare tüm kenarları eşit ve tüm açıları eşit/90 derece/dik açı olan dörtgendir’ eylemdeki teoremi ile ‘kenar özelliği’, ‘açı özelliği’ ve ‘dik açı’ eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

Ö1 ön görüşmede eşkenar dörtgen için *bütün kenarlarının boyunun birbirine eşit olması* ifadesini kullanmış ve etkinliklerde eşkenar dörtgenin açı, köşegen ve paralellik özelliklerini incelemesine rağmen mülakatta da yine “bütün kenarlarının birbirine eş olması” demekle yetinmiştir. Ö2 için de durum farklı değildir. Ancak grup etkinlikler sırasında eşkenar dörtgen üreticinin kare üretebildiğini ancak kare üreticinin eşkenar dörtgen üretmediğini gözlemlemiş ve bunun açı özellikleri sebebiyle olduğunu anlayabilmiştir. Nitekim sınıfta gerçekleşen soru cevap sürecinde grup eşkenar dörtgenin kare ailesinde olmamasının sebebini bu dörtgenin her zaman için dik açılara sahip olma zorunluluğunun olmamasına bağlamıştır. Dolayısıyla grubun eşkenar dörtgenin karşılıklı açılarının eşit olduğunu bildiği ve kareyi hem kenarlarının eş olması hem de tüm açıları eşitken karşılıklı

açıları da eşit olacağı için eşkenar dörtgen sınıfına dahil edebildiği görülmektedir. Grup bu sebeple mülakatta *kare, eşkenar dörtgen ailesinin üyesidir* ifadesine doğru demiştir.

Bu açıdan grubun eşkenar dörtgen enstrümanlı eylem şemasının ‘eşkenar dörtgen tüm kenarları eşit ve karşılıklı açıları eşit olan dörtgendir’ ve ‘tüm açılar eşitken karşılıklı açılar da eşit olacağından eşkenar dörtgen kareyi kapsar’ eylemdeki teoremleri ile ‘kenar özelliği’, ‘açı özelliği’, ‘bir özelliğin başka bir özelliği garantilemesi’ ve ‘bir şekil sınıfının diğerini kapsaması’ eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

Ö1 ön görüşmede dikdörtgeni tanımlarken *en fazla iki kenarın birbirine eşit olması* yazdıktan sonra prototip bir dikdörtgen çizmiş ve verilen dörtgenlerden dikdörtgenleri seçmesi istenince dikdörtgenle beraber paralelkenarı da seçmiştir (bakınız, Şekil 100, s. 209). Ancak etkinlikler süresince dikdörtgen üreticinin hem dikdörtgen hem de kare üretebilmesi onun dikdörtgenin kenar özelliğini karşılıklı kenarları eşit şeklinde ele almasını sağlamıştır. Dahası dikdörtgen üreticinin her zaman dik açılı dörtgenler üretebildiğini gözlemlemek Ö1’in dikdörtgenin olmazsa olmaz açı özelliğinin farkına varmasını da sağlamıştır.

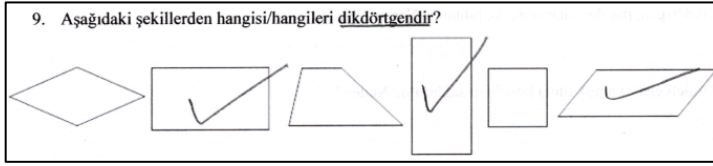
Ö1 mülakatta dikdörtgeni tanımlarken “karşılıklı kenarları birbirine paralel ve açılarının hepsi 90 derece olmak zorunda” ifadesiyle kenarlar için eşitlik yerine önce paralelliği dikkate aldığını göstermiştir. Ayrıca mülakatta yer alan *dikdörtgen üretici kare üreticinin ürettiği bütün dörtgenleri üretebilir ve kare, dikdörtgen olma koşulunu sağlar* ifadelerine de doğru demiştir. Bu açıdan Ö1’in dikdörtgen enstrümanlı eylem şemasının ‘dikdörtgen karşılıklı kenarları paralel ve tüm açıları eşit/90 derece/dik açı olan dörtgendir’ ve ‘karenin karşılıklı kenarları paralel ve tüm açıları 90 derece olduğundan dikdörtgen kareyi kapsar’ eylemdeki teoremleri ile ‘kenar özelliği’, ‘paralellik’, ‘açı özelliği’, ‘dik açı’ ve ‘bir şekil sınıfının diğerini kapsaması’ eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

Ö2 ön görüşmede dikdörtgen için *karşılıklı kenarları birbirine eşit olan şekile denir* yazmış ve verilen dörtgenlerden dikdörtgenleri seçmesi istendiğinde Şekil 122’deki seçimi

yapmıştır. Ö2'nin bu ifadesi ve yaptığı seçim onun dikdörtgenin açı özelliğine dikkat etmediğini ve karenin bu özelliği sağlamadığını düşündüğünü göstermektedir. Nitekim ön görüşmede *kare, dikdörtgen olma koşulunu sağlar mı?* sorusuna *Sağlamaz. Çünkü karenin bütün kenarları birbirine eşit ama dikdörtgenin karşılıklı 2 kenarı birbirine eşit* yazmıştır.

Şekil 122

Ö2'nin mülakat verilerinden bir kesit

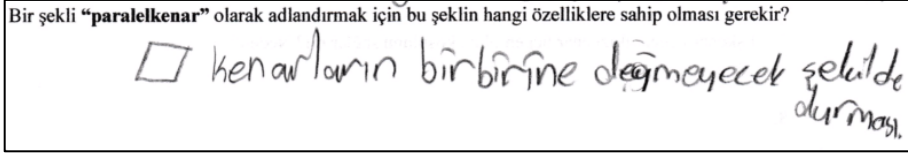


Ancak etkinlikler süresince dikdörtgen üreticinin ürettiği dörtgenlerin her zaman dik açılı olduğunu gözlemlemesi ve öğretmenin kenar özellikleri arasındaki ilişkiyi açıklaması sonucunda dikdörtgen bilgisi genişleyen Ö2 mülakatta dikdörtgen için “karşılıklı kenarları eşit ve bütün açıları 90” ifadesini kullanmıştır. Dahası Ö2 mülakatta yer alan *dikdörtgen üretici kare üreticinin ürettiği bütün dörtgenleri üretebilir ve kare, dikdörtgen olma koşulunu sağlar* ifadelerine de doğru demiştir. Bu açıdan Ö2'nin dikdörtgen enstrümanlı eylem şemasının ‘dikdörtgen karşılıklı kenarları eşit ve tüm açıları eşit/90 derece/dik açı olan dörtgendir’ ve ‘tüm kenarlar eşitken karşılıklı kenarlar da eşit olacağından dikdörtgen kareyi kapsar’ eylemdeki teoremleri ile ‘kenar özelliği’, ‘açı özelliği’, ‘dik açı’, ‘bir özelliğin başka bir özelliği garantilemesi’ ve ‘bir şekil sınıfının diğerini kapsamaması’ eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

Ö1 ön görüşmede paralelkenar için Şekil 123’deki ifadeyi kullanmış ve verilen dörtgenlerden paralelkenarı seçmesi istenince yamuk hariç hepsini seçmiştir. Dahası ön görüşmede *dikdörtgen, paralelkenar olma koşulunu sağlar mı?* sorusuna *Sağlar. Çünkü kenarları birbirine paraleldir* cevabını vermiştir.

Şekil 123

Ö1'in ön görüşme verilerinden bir kesit

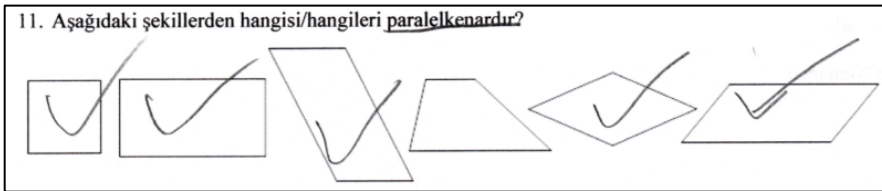


Mülakatta da paralelkenarı tanımlarken *karşılıklı kenarlarının paralel olması* ifadesini kullanan Ö1 *paralelkenar üretici dikdörtgen üreticinin üretebildiği bütün dörtgenleri üretebilir ve eşkenar dörtgen paralelkenar ailesinin bir üyesidir* ifadelerine doğru demiştir. Bu açıdan Ö1'in paralelkenar enstrümanlı eylem şemasının 'paralelkenar karşılıklı kenarları paralel olan dörtgendir' ve 'kare, dikdörtgen ve eşkenar dörtgenin karşılıklı kenarları paralel olduğundan paralelkenar bu dörtgenleri kapsar' eylemdeki teoremleri ve 'kenar özelliği', 'paralellik' ve 'bir şekil sınıfının diğerini kapsaması' eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

Ö2 ön görüşmede paralelkenar için *2 kenarı birbirine paralel diğer 2 kenarı birbirine eşit olan şekildir* yazmış ve verilen dörtgenlerden paralelkenarı seçmesi istenince Şekil 124'teki seçimi yapmıştır.

Şekil 124

Ö2'nin ön görüşme verilerinden bir kesit



Mülakatta ise paralelkenar için "karşılıklı kenarları eşit ve karşılıklı açıları birbirine eşit" ifadesini kullanan Ö2, *paralelkenar üretici dikdörtgen üreticinin üretebildiği bütün dörtgenleri üretebilir ve eşkenar dörtgen paralelkenar ailesinin bir üyesidir* ifadelerine de doğru demiştir. Ayrıca mülakatta "paralelkenar üretici kare üretir çünkü paralelkenar üreticinin karşılıklı açıları birbirine eşittir karenin de eşittir, bide karşılıklı kenarları da

birbirine eşittir, karede de eşittir” ifadesini de kullanmıştır. Bu açıdan Ö2'nin paralelkenar enstrümanlı eylem şemasının ‘paralelkenar karşılıklı kenarları ve karşılıklı açıları eşit olan dörtgendir’, ‘tüm açılar eşitken karşılıklı açılar da eşit ve tüm kenarlar eşitken karşılıklı kenarlar da eşit olacağından paralelkenar kare, dikdörtgen ve eşkenar dörtgeni kapsar’ eylemdeki teoremleri ile ‘kenar özelliği’, ‘açı özelliği’, ‘bir özelliğin başka bir özelliği garantilemesi’ ve ‘bir şekil sınıfının diğerini kapsaması’ eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

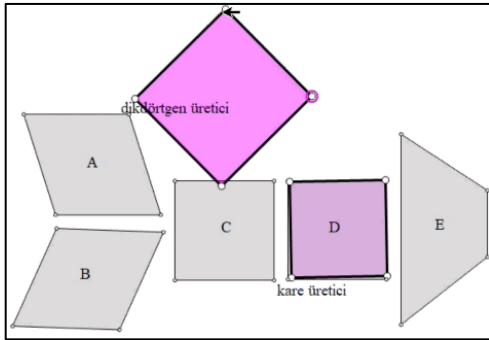
5.2.2.2. İkinci grubun dörtgen üreticilerine yönelik enstrümantal oluşum süreci.

İkinci grup dörtgen üreticileri tanıyalım etkinliğinde üreticileri incelemek yerine ekranda etkinlik dışı eylemlerde bulunmuştur. Bu ise grubun üreticilerin kısıtlarını fark etmesine engel olmuştur. Grup üreticilerin imkan tanıdığı şekilde resim çizmiş ve üreticilerin neden bazı dörtgenleri çizmeye izin vermediği üzerinde durmamıştır.

Grup bunu yapabilir misin? (dörtgenler) etkinliğine geçince Ö4 öncelikle kare üretici ile D’yi çizmiş sonra Ö3 dikdörtgen üretici ile C’yi çizmiştir. Ö3 C’yi çizmek için dikdörtgen üreticiyi ayarlamaya çalışırken bir kare üretmiş (Şekil 125) ve Ö4 “aa kare oldu” diyerek şaşkınlığını belirtmiştir. Bunun üzerine Ö3 “dikdörtgen (dikdörtgen üretici) kare olacak zaten” demiş ve Ö4 “o dikdörtgendi (dikdörtgen üreticiydi)” deyince Ö3 “artık kare” demiştir. Bu esnada diğer bir gruptan bir öğrencinin “onun (dikdörtgen üreticinin) öyle (kare) olacağını biliyor muydunuz?” sorusuna Ö3 “o (Ö4) bilmiyordu” deyince Ö4 “o bi dikdörtgen, kare olamaz” demiş ve Ö3 bir süre daha denedikten sonra vazgeçerek bu sefer eşkenar dörtgen üretici ile C’yi çizmeye çalışmıştır.

Şekil 125

İkinci grubun bunu yapabilir misin? (dörtgenler) etkinliği ekran kaydından bir kesit



Ö3 eşkenar dörtgen üreticiyle C'yi çizemeyince “paralel üreticiye bakalım” diyerek bir kez de paralelkenar üreticiyle bu şekli çizmek istemiş ancak Ö4 “bence bunu (B’yi) çizelim” diyerek arkadaşını yönlendirmiş ve Ö3 bu üreticiyle B’yi çizmiştir. Ardından grup eşkenar dörtgen üreticiyle A’yı çizmeye çalışmış, bu esnada üreticinin bir köşesinin üreticiyi tümüyle taşıdığını diğer köşelerinin ise büyütüp küçültmeyi sağladığını fark etmiştir. Bu duruma şaşırarak grup öğretmene “bazı şeyler (köşe noktalarını kastederek) uzatmak yerine onu (eşkenar dörtgen üreticiyi) kıpırdatıyor” diyerek durumu anlatmaya çalışmış öğretmen “hangisini kıpırdatıyor?” diye sorunca üreticiyi taşıyan köşeyi tutmuş ve üreticiyi tümüyle taşımıştır. Bunun üzerine öğretmen “tamam, taşıyor olabilir” demiş ve Ö3 “hocam uzaması lazım onun, genişlemiyor hocam” deyince öğretmen “demek ki bunun bir kısıtı var, neden büyütüyor acaba, (dörtgen üreticilerin) bazıları kısıtlı bazıları esnek, hangisi uyacak siz ayarlayacaksınız, hepsi her şekli çizebilir diye bir şey yok” deyince Ö4 “bundan vazgeçtim” diyerek yamuk üretici ile E’yi çizmeye başlamış ve başarılı olmuştur.

Ardından Ö3 tekrar dikdörtgen üretici ile C’yi çizmeye çalışmış ve başardıktan sonra elinde kalan son üretici olan eşkenar dörtgen üreticiyle tekrardan A’yı çizmeye çalışmıştır. Ancak bir türlü üreticiyi A’ya tam oturtmayı başaramayınca “bu da bu olur zaten ya” demiştir. Bunun üzerine Ö4 öğretmeni çağırarak bir türlü çizemediklerini söylemiştir. Öğretmen gruba “uyar mı uymaz mı” diye sormuş ve grup “uyar, uyması lazım aslında”

dedikten sonra öğretmen çizime yardımcı olmuştur. Tüm çizimleri tamamlayan grup hangi üreticiyi hangi şekil için kullandığını açıklarken çalışma yapraklarını benzer şekilde doldurmuştur. Şekil 126'da Ö4'ün çalışma yaprağı verilmiştir.

Şekil 126

Ö4'ün bunu yapabilir misin? (dörtgenler) çalışma yaprağı

Dörtgen	Dörtgen Üretici	Neden?
A	Etkerler dörtgen üretici	Çünkü Etkerler dörtgen ile yapabileceğimizi düşündük
B	Paralel kenar üretici	Çünkü paralel kenara benzeyordu
C	dikdörtgen üretici	Dikdörtgeni yanıyla tarak köşegenlere getirebileceğimize? düşündük ve yaptık
D	Kare üretici	Kareye benzettik
E	Yamuk üretici	Yamuk bir şekil olduğu için birtak onu uygun gördük

Bu etkinlikte öğrencilerin üreticileri kullanırken genellikle görsele dayanarak karar verdiği ve üreticilerin kısıtlarının nedenini araştırmak yerine üreticinin imkanlarına odaklandıkları görülmüştür. Ayrıca dikdörtgen üretici için Ö4'ün "o bir dikdörtgen, kare olamaz" ifadesi bu aşamada dikdörtgen ve kareyi ayırık sınıflar olarak düşündüğünü göstermektedir. Nitekim ön görüşmede de benzer şekilde düşündüğü görülmüştür (Şekil 127). Ö3 ise "dikdörtgen kare olacak zaten" diyerek dikdörtgen üreticinin kenarlarındaki imkanları fark etmeye başladığını göstermiştir ancak yine de bu aşamada Ö3 için de kare ile dikdörtgen sınıfı ayırık sınıflardır.

Şekil 127

Ö4'ün ön görüşme verilerinden bir kesit

13. Bir şekli "kare" olarak adlandırmak için bu şeklin hangi özelliklere sahip olması gerekir? 4 tane eşit uzunlukta kenarı olması gerekir
14. Bir şekli "dikdörtgen" olarak adlandırmak için bu şeklin hangi özelliklere sahip olması gerekir? 2 tane kısa 2 tane uzun kenarı olması gerekir

Tahmin & kontrol-kare & dikdörtgen etkinliğinde (bakınız, Şekil 101, s. 210) önce kare üreticiyle çalışan grup ilk başta kare üreticinin tüm şekilleri çizebileceği yönünde

tahminde bulunmuştur. Ancak Ö3 kontrol ederken 1'i çizmeye çalışmış ve bu esnada "aaaaa kare (kare üretici) olmaz çünkü karenin bütün kenarlarının eşit olması lazım" diyerek üreticinin bir kısıtının farkına vardığını göstermiştir. Bu sebeple grup tahminlerini 2 ve 5'i yapar diğerlerini yapamaz olarak değiştirmiştir.

Kontrol aşamasında 2'yi sorunsuzca çizen grup, 3'ü çizmeye çalışırken olmayacağı yönündeki tahminlerinde haklı olduğunu ifade etmiş, 4'e geçince "olmıcaz zaten ama denemedik demeyelim" diyerek kısa bir süre denemiş, 5'i çizdikten sonra da dikdörtgen üreticiye geçmiştir. Kare üreticinin neden 1, 3 ve 4'ü çizemediğini anlatmak için Ö3 çalışma yaprağına *çünkü kareden dikdörtgen olamaz* notunu düşerken, Ö4 *çünkü karenin bütün kenarları eşit* şeklinde not almıştır. Öğretmen kare üreticiden neden dikdörtgen olmayacağını düşündüğünü sorunca Ö3 "çünkü hocam karenin tüm kenarları eşit olmak zorunda" cevabını vermiştir. Bu aşamada grubun kare bilgisi ile üreticiyi ilişkilendirebildiği söylenebilir.

Grup dikdörtgen üreticiyle tahmin aşamasına geçince, 1'in bu üreticiyle çizilebileceği yönde tahmin yürüttükten sonra Ö4 "2 olmaz" demiştir. Bunun üzerine Ö3 "2 olur" deyince Ö4 ısrar etmiş, Ö3 "olur, dikdörtgen kare şekline geçebilir" diyerek dikdörtgen üretici ile bir kare çizmiş ve Ö3 "aaa evet" diyerek ikna olduğunu göstermiştir. Bunun üzerine grup dikdörtgen üreticinin verilen bütün şekilleri çizebileceği yönde tahminde bulunmuş ve kontrol aşamasına geçerek tüm şekilleri sorunsuzca çizebilmiştir. Ö3'ün bu üreticinin verilen dörtgenlerin hepsini üretebileceği yönündeki tahmini, onun dikdörtgen üreticinin imkanlarını fark ettiğini göstermektedir.

Dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim etkinliğinde önce karenin sonra da dikdörtgenin özelliklerini inceleyen grup çalışma yaprağına Şekil 128'deki gibi not almıştır.

Şekil 128

Ö4'ün dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim-kare ve dikdörtgen çalışma yaprağı

KARE			
Kenarlar	Açılar	Paralellik	Köşegenler
karenin Tüm kenarlar her zaman eşit	Her zaman dik açıdır	karşılıklı kenarlar Her zaman Paralel	Köşegenler hep eşittir köşegenler hep 90°dir
DİKDÖRTGEN			
Kenarlar	Açılar	Paralellik	Köşegenler
karşılıklı kenarlar her zaman eşit	Açılar her zaman 90°dir	karşılıklı kenarları Paraleldir	köşegenler hep eşit

Tahmin & kontrol-kare & dikdörtgen & paralelkenar etkinliğinde (bakınız, Şekil 105, s. 217) grup kare üreticinin 4 ve 5'i üretebileceği yönünde tahminde bulunmuş ve diğer şekillerin kare üretici ile neden çizilemeyeceğini *çünkü kare (kare üretici) paralelkenar/dikdörtgen üretemez* notuyla açıklamaya çalışmıştır. Grup kontrole geçince Ö4 “1 olmicak ki zaten” dedikten sonra fazla uğraşmamış, Ö3 2'yi kontrol etmeye başlayınca “olmicak” demiştir. Bunun üzerine Ö4 “olursa ne yapcaz, olmaz ama bu kare” demiş ardından arkadaşı denerken şüpheye kapılmış ve “oluyor mu yoksa, olacak mı?” diyerek endişesini belirtmeye çalışmıştır. Ö3'ün sakin bir şekilde “olmaz” demesinin ardından Ö4 “öğretmen de söyledi olmuyor diye” diyerek kendini ikna etmeye çalışmış ve öğretmeni çağırarak “kare (kare üretici) dikdörtgen yapamaz, di mi?” diye sormuştur. Öğretmen “neden yapamaz?” diye sorunca grup “çünkü kare üreticinin bütün kenarları eşit” cevabını vermiştir. Bu ifadeler Ö4'ün hala kendi bilgisine güvenmediğini ve öğretmen onayına ihtiyaç duyduğunu göstermektedir.

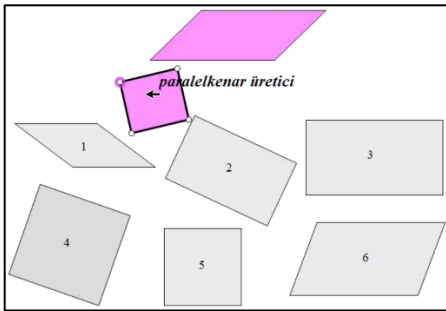
Kontrollerini bitiren grup dikdörtgen üretici için tahmin aşamasına geçmiş ve bu üreticinin 2, 3, 4 ve 5'i üretebileceği yönde tahminde bulunmuş, neden olarak çalışma yapraklarına *dikdörtgen (dikdörtgen üretici) paralelkenar üretemez* yazmıştır. Kontrol

aşamasında 6'yı denemeden önce “6'ya hayır diyelim mi direkt ya, olmıcak zaten, 1'i üretmiyorsa 6'yı niye üretsin” ifadesini kullanan Ö4 dikdörtgen üreticinin neden paralelkenar üretmediğini sorulunca “çünkü dikdörtgenin (dikdörtgen üreticinin) tüm açıları 90 derece” cevabını vermiştir. Ö4'ün bu aşamada dikdörtgen üreticinin hareket kabiliyetini özellikleri dikkate alarak anlamlandırmış olduğu söylenebilir.

Grup paralelkenar üreticiyle tahmin aşamasına geçince Ö4 “1'i kesinlikle üreticek zaten, üretmek zorunda” demiştir. Ardından grup 2 için önce çizilemez tahmininde bulunmuş, sonra üreticiyi inceleyerek karar vermek istemiş, paralelkenarın dikdörtgen ürettiğini görünce de 2 için çizilebilir yönünde tahminde bulunmuştur. Ö4 “4 de olur, dikdörtgen oluyorsa kare de olur herhalde” deyince Ö3 paralelkenar üretici ile bir müddet kare üretmeye çalışmış ve “olmuyor” demiştir. Bu esnada Ö3 bir anlık kareye benzer bir şekil elde etmiş (Şekil 129) ve Ö4 “oldu bak kare” deyince Ö3 ürettiği kareyi 4'ün üzerine getirerek “buna şimdi tıpatıp aynı mı dicesz yani” diye karşılık vermiştir. Ardından grup çalışma yaprağına paralelkenar üreticinin 4 ve 5'i üretemeyeceğine dair tahmin kutucuklarını işaretlemiştir.

Şekil 129

İkinci grubun tahmin & kontrol-kare & dikdörtgen & paralelkenar etkinliği ekran kaydından bir kesit



Bu esnada sınıftan birkaç kişinin paralelkenar üreticinin verilen bütün şekilleri ürettiğini söylemesi üzerine grup “hepsi oluyormuş” diyerek tahminlerinin hepsini evet olarak değiştirmiştir. Ancak kontrole geçtiklerinde 4'ü çizmek için paralelkenar üreticiyi alan Ö3 biraz denedikten sonra “olmaz yaa, olmuyor işte” demiş ama bir süre daha uğraşınca

çizebilmiştir. Ardından Ö4 “5 de evet o zaman” deyince Ö3 “evet” demiştir.

Ön görüşmede Ö3 paralelkenar için *bütün kenarları paralel olması gerekir* yazdıktan sonra *dikdörtgen paralelkenar olma koşulunu sağlar mı? neden?* sorusuna *Evet. Çünkü dikdörtgenin kenarları paralel paralelkenarın da paralel* yazdıktan sonra çünkü ile başlayan cümleyi silmiştir. Ö3’ün ifadeleri onun paralelkenara dair bilgiye sahip olduğunu ve bunu (her ne kadar sonradan yazdığını silmiş olsa da) şekiller arası ilişkileri açıklamak için kullanabildiğini göstermektedir. Ancak Ö3 paralelkenar üretici ile çalışırken bu bilgisini üreticiyle ilişkilendirememiş ve deneme ihtiyacı hissetmiştir. Dahası dikdörtgeni denedikten sonra kareyi de deneme gereği duymuştur. Bu ise Ö3’ün bu aşamada dikdörtgen şemasını sabitleyememiş olduğunu ve paralelkenar üretici ile özellikleri ilişkilendirmeyi başaramadığını göstermektedir.

Bu etkinliğin ardından dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim etkinliği kapsamında paralelkenarın özelliklerini inceleyen grup çalışma yapraklarına benzer şekilde not almıştır. Şekil 130’da Ö3’ün bu etkinliğe ait çalışma yaprağı verilmiştir.

Şekil 130

Ö3’ün dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim-paralelkenar çalışma yaprağı

PARALELKENAR			
Kenarlar	Açılar	Paralellik	Köşegenler
karşılıklı kenar uzunlukları eşit	karşılıklı kenar uzunlukları eşit	karşılıklı kenarlar paralel	köşegenler farklıdır ama eşitlenebilir.

Ö3 her ne kadar açılar sütununa karşılıklı kenar uzunlukları eşit yazmış olsa da incelerken Ö4’ün “karşılıklı açılar eşit” ifadesine “tamam” diyerek not almış ancak yanlışlıkla açı yerine kenar kelimesini kullanmıştır. Yani grup paralelkenarın karşılıklı açılarının eşit olduğunu fark etmiştir.

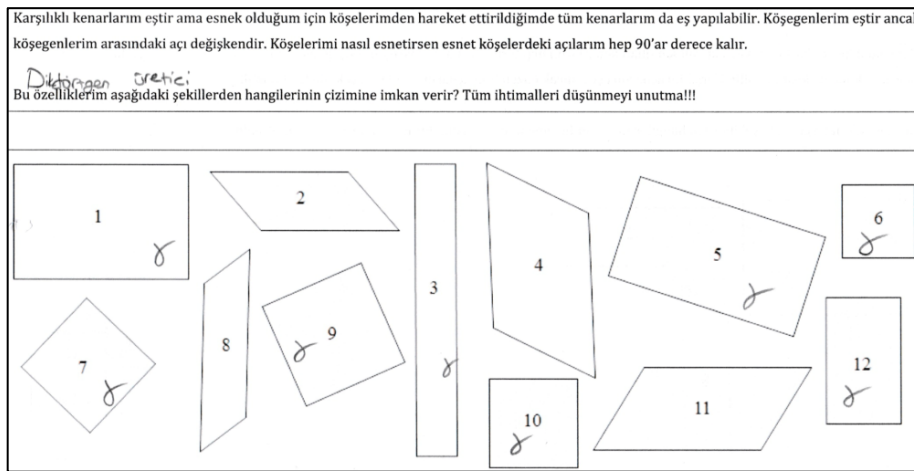
Ö4 ön görüşmede paralelkenar için *kenarlarının birbirine eşit olması gerekir*, eşkenar dörtgen için de *hatırlamıyorum* yazmıştır. Ayrıca *dikdörtgen, paralelkenar olma koşulunu*

sağlar mı? neden? sorusuna *evet çünkü dikdörtgenin kenarlar paraleldir* yazmıştır. Ö4'ün paralelkenar tanımı onun paralelkenarı eşkenar dörtgen ile karıştırdığını ancak paralelkenarın karşılıklı kenarlarının paralel olduğunu da bildiğini göstermektedir. Ö4 bu sebeple özellikler temelinde dikdörtgen ile paralelkenarı ilişkilendirebilmiştir. Paralelkenar üreticinin özelliklerini inceledikten sonra çalışma yaprağına yazdığı notlar ise Ö4'ün paralelkenarı tanımaya başladığını göstermektedir.

Dörtgenleri bilmeceler yardımıyla gruplandırılım-1 etkinliğinde grup her bilmeceyi doğru bir şekilde cevaplandırmış ve bilmecedeki özellikleri sağlayan şekilleri eksiksiz olarak işaretleyebilmiştir. Şekil 131'de Ö3'ün çalışma yaprağından bir kesit verilmiştir.

Şekil 131

Ö3'ün dörtgenleri bilmeceler yardımıyla gruplandırılım-1 etkinliği (dikdörtgen) çalışma yaprağından bir kesit



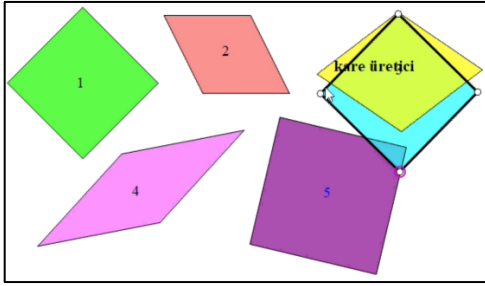
Tahmin & kontrol-kare & eşkenar dörtgen etkinliğinde (bakınız, Şekil 109, s. 224)

grup kare üreticinin 1 ve 5'i üretebileceğini söyledikten sonra, çalışma yapraklarına tahminlerinin nedenini yazmadan önce Ö4 "kare hiçbir şey üretemez kendinden başka" deyince Ö3 "çünkü karenin bütün kenarlarının eşit olması lazım yazıcaz" demiştir. Belli ki grup verilen diğer şekillerin eş kenarlı olmadığını hatta bu şekillerin paralelkenar olduğunu düşünmektedir, nitekim öğretmenin "kare üretici 2'yi neden çizemez?" sorusunu Ö3 "çünkü o bir paralelkenar hocam" şeklinde yanıtlamıştır.

Ö4 kontroller esnasında 3'ün üzerine kare üreticiyi getirmiş ve biraz hareket ettirdikten sonra “ay bu olur gibi geliyor ama hayır olmaz bu, bak böyle olsaydı (Şekil 132) olurdu” demiş biraz daha uğraştıktan sonra “olmaz bu, eşit olduğu için (kare üreticinin) kenarları” ifadesini kullanmıştır. Grubun sadece kenarlara odaklandığını fark eden öğretmen karenin olmazsa olmaz özelliklerinin ne olduğunu sormuş, grup “tüm kenarlarının eşit olması” demiştir. Bunun üzerine öğretmen “bunun da (3'ün) kenarları eşit, o zaman çizebilmesi gerekirdi, neden çizemedi?” deyince grup bu sefer açıları hatırlamış ve “bide bütün açılarının 90 derece olması” cevabını vermiştir.

Şekil 132

İkinci grubun tahmin & kontrol-kare & eşkenar dörtgen ekran kaydından bir kesit



Grup eşkenar dörtgen üreticiye geçince bu üreticinin verilen dörtgenlerin hepsini üretilbileceği tahmininde bulunmuş ve kontrol ederken bütün şekilleri çizebilmiştir. Ardından dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim etkinliği kapsamında bu sefer eşkenar dörtgenin özelliklerini inceleyen grup, çalışma yapraklarına benzer şekilde not almıştır. Şekil 133'de Ö4'ün çalışma yaprağı verilmiştir.

Şekil 133

Ö4'ün dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim-eşkenar dörtgen çalışma yaprağı

EŞKENAR DÖRTGEN			
Kenarlar	Açılar	Paralellik	Köşegenler
uzunlukları hep eşit	karsılıklı açıları eşit	karsılıklı kenarları Paraleldir	köşegenler eşit yapılabir

Ön görüşmede Ö4 eşkenar dörtgen için *hatırlamıyorum* ifadesini kullanırken, Ö3

bütün kenarları eşit olan demiştir. Bu etkinlikler ise grubun özellik temelinde eşkenar dörtgeni incelemelerini sağlamıştır, ki bunun bir çıktısı olarak Ö4 mülakatta eşkenar dörtgenin ürettiği şekillerin ortak özelliğine *tüm kenarları eşit* yazmıştır.

Tahmin & kontrol-kare & eşkenar dörtgen-paralelkenar etkinliğinde (bakınız, Şekil 111, s. 227) ilk olarak kare üreticiyle tahmin yürütmeye başlayan gruptan Ö4 “kare bence sadece kare yapar” deyince Ö3 “bence 1’i yapar ya” diyerek karşılık vermiştir. Bunun üzerine Ö4 “bu (1) kare değil ki, 3’ü yapar 1’i yapamaz” demiştir. Ancak Ö3 1’i çizmeye çalışmış ve çizilemeyeceğini görmüştür. Ardından 1 ve 2’nin çizilemeyeceğini söyleyen grup 3 için evet demiş ve 4’te fikir ayrılığına düşmüştür. Ö4 4 çizilemez derken, Ö3 çizilebileceğini iddia etmiş ancak Ö4 4 için “bak yamuk” diyerek arkadaşını ikna etmiştir. Sonuç olarak kare üreticinin 3 ve 5’i üretebileceği tahmininde bulunan grup çalışma yapraklarına *kare kendinden başka cisim yapamaz* yazmıştır.

Kontrol aşamasında grup 4’ü kare üretici ile çizerken üreticinin şeklin üzerine neredeyse oturduğunu düşünmüş ancak emin olamamış ve Ö4 öğretmeni çağırarak “biz buna hayır demiştik sanki oluyo gibi ama bi yandan da biraz yanlardan taşıyo” demiştir. Öğretmenin “neden çizemez diye düşündünüz?” sorusuna Ö4 “çünkü bu bize yamuk geldi kare gibi gelmedi” deyince öğretmen “açıları mı farklı geldi?” diye sormuş ve grup “evet” demiştir. Bu aşamada grubun, her ne kadar yine öğretmen onayına ihtiyaç duymuş olsa da, kare üreticinin açı kısıtının farkında olduğu söylenebilir. Yaptığı tahminlerin doğruluğunu gören grup eşkenar dörtgen üretici ile tahmin aşamasına geçmiştir.

Grup eşkenar dörtgen üreticinin verilen dörtgenlerin hepsini üretebileceği yöndeki tahminlerini çalışma yaprağına işaretledikten sonra kontrole geçmiş ve 2’yi çizmeye çalışırken zorlandığı için öğretmeni çağırarak “aslında yapabilir ama biz yapamadık” demiştir. Öğretmenin eşkenar dörtgen üreticinin ürettiği şekillerin kenarlarının nasıl olması gerektiğini sorması üzerine grup “hepsi eşit olmalı” cevabını vermiş ve Ö3 “bu (2) değil”

demıştır. Ardından öğretmen “hepsi eşit olmak zorundaysa 2 numarayı çizer mi?” diye sormuş ve grup “hayır” demıştır. Öğretmen yanlarından ayrıldıktan sonra Ö3 “6’yı çizer ama dimi?” demiş ve arkadaşı onaylamıştır. Bu esnada aralarında şu diyalog geçmiştir:

Ö3: Hadi 6’yı da yap bitsin şu iş.

Ö4: (bir müddet eşkenar dörtgen üreticiyi inceledikten sonra) Bu nasıl olacak yaaa!

Ö3: Olucak işte,

Ö4: Olmuyo ki böyle,

Ö3: Ama olması lazım!

Ö4: Gıcık! Gıcık bu.

Ö3: (bir şey fark etmiş gibi bir ses tonuyla) olmıcaaaak!!!

Ö4: Nedeeen? Kenarları eşit işte,

Ö3: (6’yı işaret ederek) ama bak bunun da iki kenarı eşit iki kenarı eşit

Ö4: Ama tüm kenarların eşit olması lazım o yüzden mi olmuyor?

Ö3: Evet!

Grup bu diyalogun ardından çalışma yaprağındaki tahminlerini eşkenar dörtgenin 2 ve 6 haricindeki şekilleri çizebileceği yönünde değiştirmiş ve nedenini *çünkü (bu şekillerde) kenarlar eşit değil (Ö4) ve çünkü (eşkenar dörtgen üreticinin) tüm kenarları eşit ve bu şekli yapamıyor (Ö3)* notlarıyla açıklamaya çalışmıştır.

Bu bulgular grubun tüm kenarlar eşitken karşılıklı kenarların da eşit olacağı bilgisine dayanarak tüm kenarları eşit olan bir üreticinin karşılıklı kenarları eşit olan bir şekli de çizebileceğini düşündüğünü göstermektedir-ki bu sebeple grup 2’yi eşkenar dörtgen üreticiyle çizerken “aslında yapabilir ama biz yapamadık” demıştır. Ancak üreticiyi hareket ettirirken tüm kenarların eşit olmasının aslında bir kısıt olduğunu fark etmeleri neden 6’yı çizemediklerini anlamalarını sağlamıştır. Öyle ki grup ilk başta 2’yi neden çizemediğini anlamış olsaydı 6’yla uğraşmazdı. Bu aşamada grubun öğretmenin açıklamalarından ziyade üreticinin kısıtlarını inceleyince durumu anlamlandırdığı söylenebilir (enstrümantasyon).

Grup en son paralelkenar üreticiye geçmiş ve bu üreticinin verilen dörtgenlerin hepsini üretebileceği yönünde tahminde bulunmuştur (Şekil 134). Kontrol aşamasında ise

grup paralelkenar üretici ile tüm şekilleri sorunsuzca çizmeyi başarabilmiştir.

Şekil 134

Ö4'ün tahmin & kontrol-kare & eşkenar dörtgen-paralelkenar etkinliği çalışma yaprağından bir kesit

Dörtgen Üretici	Dörtgenler	Tahminim	Bulduğum	Bu dörtgen üretici bu dörtgeni yapamaz çünkü...
Paralelkenar Üretici	1	E H	E H	
	2	E H	E H	
	3	E H	E H	
	4	E H	E H	
	5	E H	E H	
	6	E H	E H	

Bilmeceler yardımıyla dörtgenleri sınıflandırılım-2 etkinliğinde Ö3 kare bilmecesine eşkenar dörtgen (Şekil 135), eşkenar dörtgen bilmecesine de kare yanıtını verirken, Ö4 tüm bilmeceleri doğru yanıtlamıştır. Öğretmen kare için hazırlanan bilmecede hangi özelliğe bakarak eşkenar dörtgen olduğunu düşündüğünü sorunca Ö3 ilk iki ipucunu eşkenar dörtgenin sağladığını hatta üçüncü ipucunun da eşkenar dörtgen olduğunu söylemiştir. Öğretmenin “eşkenar dörtgenin köşegen uzunlukları her zaman eşit midir?” sorusuna ise “evet istesem yapabilirim ve her zaman öyle kalabilir” cevabını vermiştir. Öyle görünmektedir ki Ö3 her zaman ifadesini kendi istediği herhangi bir zamanda gibi düşünmekte ve ‘karenin köşegen uzunlukları her zaman eşittir’ gibi bir matematiksel ifadeyi anlamlandıramamaktadır. Dahası Ö3 üreticinin imkan ve kısıtlarının o dörtgenin özellikleri olduğunu düşünmek yerine üreticinin kabiliyeti olarak düşünmeye devam etmektedir.

Şekil 135

Ö3'ün bilmeceler yardımıyla dörtgenleri sınıflandırılım-2 etkinliğinden bir kesit

Beni istediğin kadar büyüt veya küçült karşılıklı kenarlarım hep birbirine paraleldir. Köşe noktalarım hareket ettirdiğimde tüm kenarlarım her zaman birbirine eş olur. Köşe noktalarım ne kadar büyütülüp küçültülsemde köşegen uzunluklarım her zaman birbirine eş olur.
Bu özelliklerim aşağıdaki şekillerden hangilerinin çizimine imkan verir? Tüm ihtimalleri düşünmeyi unutma!!! Eşkenar dörtgen

Tahmin & kontrol-dikdörtgen & eşkenar dörtgen etkinliğinde (bakınız, Şekil 114, s. 233) grup dikdörtgen üreticinin 2, 4 ve 6'yı üretebileceği yönünde tahminde bulunmuş ve

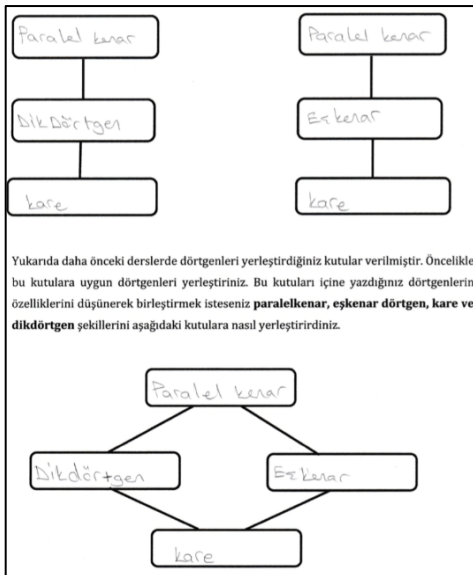
sebebini *dikdörtgen (dikdörtgen üretici) paralelkenar/eşkenar dörtgen üretmez* notuyla açıklamaya çalışmıştır. Öğretmenin dikdörtgen üreticinin neden paralelkenar üretmediğini sorması üzerine Ö4 “tüm açıları 90 derece” demiştir.

Grup tahminlerini kontrol ettikten sonra eşkenar dörtgen üreticiyle tahmin aşamasına geçmiştir. Bu esnada grup “1 evet, 2 hayır, 3 evet” diyerek ilerlerken 4 için Ö3 “hayır” demiş ancak Ö4 “evet” demiştir. Ö3’ün ısrarcı olması üzerine Ö4 “tüm kenarları eşit olduğu için yapabilir” deyince Ö3 “evet, çok güzel şeyi hatırladım” demiştir. Grup 6’ya “hayır” dedikten sonra Ö3, 5 için Ö4’ün hayır işaretlediğini görünce “5’e neden hayır dedin?” diye sormuş ve Ö4 “çünkü 5 de eşit değil” demiştir. Tahminlerin ardından kontrole geçen grup tahminlerinin doğruluğunu görmüş ve çizilemez dedikleri şekiller için neden olarak *çünkü o şekillerin kenarları eşit değil* notunu yazmıştır.

Bu etkinliğin ardından yapıları birleştirilim çalışma yapraklarını dolduran grup yapıları benzer şekilde doldurmuştur. Şekil 136’da Ö4’ün çalışma yaprağı verilmiştir.

Şekil 136

Ö4’ün yapıları birleştirilim çalışma yaprağı



Tahmin & kontrol-paralelkenar & yamuk etkinliğinde (bakınız, Şekil 116, s. 235)

grup paralelkenar üreticinin 1, 3 ve 4’ü üretmeyeceği tahmininde bulunmuş ve sebep olarak

çünkü şekil yamuk ifadesini kullanmıştır. Ardından yamuk üreticinin 2 ve 5'i üretemeyeceği tahmininde bulunan gruptan Ö4 “ben dicem ki çünkü bu şekil paralelkenar” diyerek çalışma yaprağına sebep olarak bu ifadeyi yazacağını belirtmiştir. Ö3 “dur bi yapalım” diyerek kontrole geçmek isteyince Ö4 “bi dakika bi dakika, dur! başlamadan önce bişeye bakmamız lazım, ona göre değiştirelim” diyerek yamuk üreticiyi almış ve bir paralelkenar çizmeye çalışmıştır. Sonrasında 2'yi göstererek “bunu yapabiliriz, evet diyelim” demiş ve grup yamuk üreticinin verilen bütün şekilleri üretebileceği yönünde tahminlerini değiştirmiştir.

Öğrencilerin görsel olarak karar verdiğini fark eden öğretmen “1 ve 2'nin kenarları arasındaki fark nedir?” diye sorunca Ö4 “1 numaradaki şekil yamuk 2 numaradaki paralelkenar, ama ben anlatamam ki yani...” deyince Ö3 “bunun (2'nin) kenarları paraleldir hocam bunun da (1'in) sadece bir kenarıyla bir kenarı paraleldir hocam” cevabını vermiştir. Kontrol aşamasında her iki üretici için de tahminlerinin doğru olduğunu gören grup dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim etkinliği kapsamında yamuğun özelliklerini incelemiştir. Grup incelemeyi bitirince çalışma yaprağına hem yamuğun hem de paralelkenarın özelliklerini benzer şekilde not almış ve özellik temelinde bu iki dörtgeni karşılaştırmıştır. Şekil 137'de Ö3'ün çalışma yaprağı verilmiştir.

Şekil 137

Ö3'ün dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim-yamuk çalışma yaprağı

	Yamuk	Hangisi daha kusurlu?		Paralelkenar
		Y	PK	
Özellik 1 (köşegenler)	Farklı			Farklı
Özellik 2 (köşegen arası açılar)	Farklı			Farklı
Özellik 3 (kenarlar)	Farklı		✓	karşılıklı eşit
Özellik 4 (iç açılar)	değişken		✓	karşılıklı açılar eşit.
Özellik 5 (paralellik)	Bir çift kenar paralel		✓	karşılıklı kenarlar paralel

Öyle görünmektedir ki grup tahmin & kontrol etkinliğinde ilk önce ‘paralelkenar üretici paralelkenar üretebildiğine göre yamuk üretici de yamukları üretebilir’ düşüncesi ile hareket etmiş ancak denedikten sonra yamuk üreticinin paralelkenarları da üretebildiğini görmüştür. Ayrıca yamuk üreticiyle yamuğun özelliklerini inceleyip bu özellikleri paralelkenar ile karşılaştırmak grubun enstrümantasyon sürecine katkı sağlamıştır.

Bilmecelerdeki şekilleri bulalım etkinliğinde grup, verilen 5 bilmecenin hangi dörtgen üretici olduğunu doğru bilmiş ve bu üretici ile üretilebilen şekillerin hangileri olduğunu doğru ve eksiksiz bir şekilde yazmıştır. Şekil 138’de Ö4’ün çalışma yaprağı verilmiştir.

Şekil 138

Ö4’ün bilmecelerdeki şekilleri bulalım etkinliğinden bir kesit

<p>Beni istediğin kadar büyük veya küçük bir çift karşılıklı kenarlarım hep birbirine paraleldir. Bu özelliklerim hangi şekil/şekillerin çizimine imkan verir? Tüm ihtimalleri düşünmeyi unutma!!!</p>
<p>Yamuk üretici Dikdörtgen, kare, paralel kenar, Eş kenar dikdörtgen</p>
<p>Karşılıklı kenarlarım eşit ve bu durum tüm kenarlarım eş olacak şekilde kısıtlanabilir. Karşılıklı açıları eşit ama esnek olduğum için köşelerimden hareket ettirdiğimde tüm açıları da eş yapabilir. Köşegenlerim arasındaki açı değişkendir ancak 90 derece olacak şekilde kısıtlanabilir. Bu özelliklerim hangi şekil/şekillerin çizimine imkan verir? Tüm ihtimalleri düşünmeyi unutma!!!</p>
<p>Paralel kenar üretici DD, EŞ, kare</p>

Ö4’ün bilmeceleri çözerken verilen özellikleri sağlayan dörtgenleri bilmecenin üzerine not almaya başlaması, onun ‘bu üretici hepsini üretir’ diye düşünmek yerine her bir dörtgenin verilen özelliği sağlayıp sağlamadığını kontrol etmeye çalıştığını göstermektedir.

5.2.2.2.1. İkinci grubun dörtgen üreticilerine yönelik enstrümanlı eylem şeması. Grup ön görüşmede kareyi dört kenarı olmalı ve o dört kenarı eşit olmalı (Ö3) ve dört tane eşit uzunlukta kenarı olması gerekir (Ö4) ifadeleriyle tanımlamıştır. Ancak etkinlikler süresince kare üreticiyle çalışırken önce bu üreticinin diğer dörtgenleri üretememesi karşısında ‘kare üretici sadece kare üretir’ fikrini benimseyen grup, ilerleyen zamanda karenin hem kenarlarının eşit olması hem de açılarının 90 derece olması sebebiyle diğer dörtgenleri

üretmediğini belirtmiştir. Grup mülakatta da kare üreticinin ürettiği dörtgenlerin ortak özelliği için “tüm kenarlarının eşit olması bi de bütün açılarının 90 derece olması” ifadesini kullanmıştır. Bu açıdan grubun kare enstrümanlı eylem şemasının ‘kare tüm kenarları eşit ve tüm açıları eşit/90 derece/dik açı olan dörtgendir’ eylemdeki teoremi ile ‘kenar özelliği’, ‘açı özelliği’ ve ‘dik açı’ eylemdeki kavramına dayandığı söylenebilir.

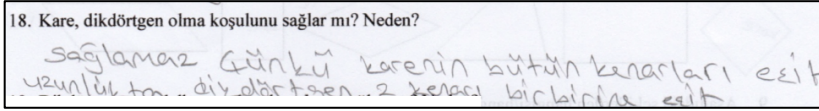
Ö3 ön görüşmede dikdörtgeni *2 kenarı kısa, 2 kenarı uzun olmalı, 2 kenarı kısa olanlar eşit, 2 kenarı uzun olan da eşit olması* ifadesiyle tanımlamaya çalışmış ve verilen dörtgenlerden dikdörtgeni seçmesi istenince sadece oryantasyonu farklı iki dikdörtgeni seçmiştir. Bu ise Ö3’ün dikdörtgen kavramının görsele dayalı olduğunu göstermektedir. Ö3’ün mülakatta dikdörtgen üreticinin ürettiği dörtgenlerin ortak özelliği için kullandığı *karşılıklı kenarlarının eşit olması ve bütün kenarlarının eşit olabilmesi* ifadesi de onun görsele dayalı karar almaya devam ettiğini göstermektedir. Yani Ö3 dikdörtgen üreticinin kare üretebilmesini, üreticinin imkanlarına bağlamakta ve kare ile dikdörtgeni kenar özelliklerine göre ilişkilendirememektedir. Bu sebeple mülakatta *dikdörtgen üretici, kare üreticinin üretebildiği bütün dörtgenleri üretebilir ve kare, dikdörtgen olma koşulunu sağlar* ifadelerine yanlış demiştir. Ayrıca Ö3 her ne kadar mülakatta ifade etmiş olmasa da dikdörtgenin açılarının 90 derece olduğunu bilincindedir. Çünkü bilmecele etkinliğinde dikdörtgen bilmececi için sadece tüm açıları dik olan dörtgenleri seçmiştir (bakınız, Şekil 131, s. 252). Bu açıdan Ö3’ün dikdörtgen enstrümanlı eylem şemasının ‘dikdörtgen karşılıklı iki uzun iki kısa kenarı olan ve tüm açıları eşit/90 derece/dik açı olan dörtgendir’ ve ‘dikdörtgen üretici dikdörtgen ve kare üretir’ eylemdeki teoremleri ile ‘kenar özelliği’, ‘açı özelliği’, ‘dik açı’ ve ‘üreticinin imkanları’ eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

Ö4 ön görüşmede dikdörtgen ve kareyi yapmış olduğu dışlayan tanım (bakınız, Şekil 127, s. 247) sebebiyle ayrık sınıflandırdığını göstermiştir (Şekil 139). Ancak dikdörtgen üretici ile çalışırken önce bu üreticinin kareleri de üretmesi, sonra da sınıfta gerçekleşen soru-

cevap süreci sayesinde mülakatta dikdörtgeni “karşılıklı kenarları eşit ve tüm açıları 90 derece” ifadesiyle tanımlayarak bu düşüncesinin değiştiğini göstermiştir. Dahası Ö4 mülakatta dikdörtgeni kapsayan tanıma uygun olarak algıladığını *dikdörtgen üretici, kare üreticinin ürettiği bütün dörtgenleri üretebilir ve kare dikdörtgen olma koşulunu sağlar* ifadelerine doğru diyerek göstermiştir. Bu açıdan Ö4’ün dikdörtgen enstrümanlı eylem şemasının ‘dikdörtgen karşılıklı kenarları eşit ve tüm açıları eşit/90 derece/dik açı olan dörtgendir’ ve ‘tüm kenarlar eşitken karşılıklı kenarlar da eşit olacağından dikdörtgen kareyi kapsar’ eylemdeki teoremleri ile ‘kenar özelliği’, ‘açı özelliği’, ‘dik açı’, ‘bir özelliğin başka bir özelliği garantilemesi’ ve ‘bir şekil sınıfının diğerini kapsaması’ eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

Şekil 139

Ö4’ün ön görüşme verilerinden bir kesit



Ö3 hem ön görüşmede hem de mülakatta eşkenar dörtgeni *bütün kenarları eşit olan* ifadesiyle tanımlamıştır. Bu sebeple etkinlikler süresince eşkenar dörtgen üreticinin kare üretebilmesini normal karşılayan Ö3, kare üreticinin kenarlarının eş olmasına karşın eşkenar dörtgeni üretememesini de, eşkenar dörtgenin tüm açılarının her zaman eşit olmak zorunda olmayışına bağlamıştır. Ö4 ise ön görüşmede eşkenar dörtgeni tanımlayamamış ancak etkinlikler süresince bu dörtgene yönelik şemasını geliştirmeyi başarmıştır. Mülakatta eşkenar dörtgeni *tüm kenarları eşit* ifadesiyle tanımlayan Ö4, *kare, eşkenar dörtgen olma koşulunu sağlar* ifadesine de doğru demiştir. Ayrıca eşkenar dörtgenin özelliklerini inceledikleri etkinlikte açı özellikleri için çalışma yapraklarına *karşılıklı açıları eşit* yazan grubun her ne kadar mülakatta ifade etmeseler de eşkenar dörtgenin açı özelliklerini bildikleri görülmüştür. Bu açıdan grubun eşkenar dörtgen enstrümanlı eylem şemasının ‘eşkenar dörtgen tüm

kenarları eşit ve karşılıklı açıları eşit olan dörtgendir' ve 'tüm açılar eşitken karşılıklı açılar da eşit olacağından eşkenar dörtgen kareyi kapsar' eylemdeki teoremleri ile 'kenar özelliği', 'açı özelliği', 'bir özelliğin başka bir özelliği garantilemesi' ve 'bir şekil sınıfının diğerini kapsaması' eylemdeki teoremlerine dayandığı söylenebilir.

Ö3 ön görüşmede paralelkenarı *bütün kenarları paralel olması gerekir* şeklinde tanımladıktan sonra verilen dörtgenlerden paralelkenarları seçmesi istenince yamuk hariç tüm dörtgenleri seçmiştir (Şekil 140). Mülakatta paralelkenar üreticinin ürettiği dörtgenlerin ortak özelliği için *karşılıklı kenarlarının paralel olması* ifadesini kullanan Ö3, *paralelkenar üretici, dikdörtgen üreticinin ürettiği bütün dörtgenleri üretebilir ve eşkenar dörtgen, paralelkenar ailesinin üyesidir* ifadelerine de doğru demiştir.

Şekil 140

Ö3'ün ön görüşme verilerinden bir kesit



Ö4 ise ön görüşmede paralelkenarı *kenarlarının birbirine eşit olması gerekir* ifadesiyle tanımlamış ve verilen dörtgenler arasından paralelkenarları seçmesi istenince Ö3'ünkü ile aynı seçimi yapmıştır. Ö4'ün mülakatta paralelkenarı paralellik üzerinden tanımlaması onun paralelkenarın diğer özelliklerini bilmediği anlamına gelmemektedir. Nitekim hem paralelkenarın özelliklerini incelediği etkinlikte hem de bilmece etkinliklerinde (bakınız, Şekil 138, s. 259) çalışma yaprağına aldığı notlar bu dörtgen türünün diğer özelliklerini de öğrendiğini göstermiştir. Ancak Ö4 mülakatta paralelkenarı tanımlaması istenince öncelikli olarak paralellik özelliğini kullanmayı tercih etmiştir.

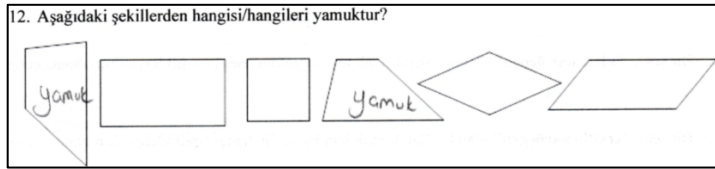
Bu açıdan grubun paralelkenar enstrümanlı eylem şemasının 'paralelkenar karşılıklı kenarları paralel olan dörtgendir' ve 'kare, dikdörtgen ve eşkenar dörtgenin karşılıklı kenarları paralel olduğundan paralelkenar bu dörtgenleri kapsar' eylemdeki teoremleri ile 'kenar

özelliği', 'paralellik' ve 'bir şekil sınıfının diğerini kapsaması' eylemdeki teoremlerine dayandığı söylenebilir.

Ön görüşmede yamuğu tanımlaması istenince *bilmiyorum* yazan Ö3, verilen dörtgenlerden yamukları seçmesi istendiğinde Şekil 141'deki seçimi yapmıştır. Ayrıca *paralelkenar yamuk olma koşulunu sağlar mı? neden?* sorusuna *Hayır. Çünkü paralelkenarlar paraleldir ama yamuğun kenarları paralel değildir* yazmış ancak sonra *çünkü* ile başlayan cümleyi silmiştir. Bu durum Ö3'ün bir dörtgenin yamuk olup olmadığına karar verirken görsele dayandığını göstermektedir. Mülakatta *yamuk üretici hangi tür dörtgenleri üretebilir?* sorusuna *bütün dörtgenleri üretir* yazan Ö3, yamuk üreticinin ürettiği dörtgenlerin ortak özelliği için de *1 çift kenarının paralel olması* yazmıştır. Ayrıca Ö3 *dikdörtgen, yamuk ailesinin bir üyesidir* ifadesine de doğru demiştir.

Şekil 141

Ö3'ün ön görüşme verilerinden bir kesit



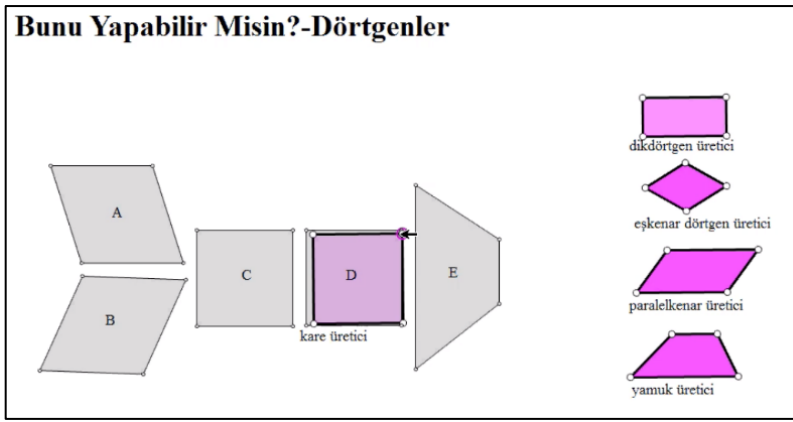
Ö4 için de durum benzerdir. Ön görüşmede yamuğu bilmediğini ifade etmesine rağmen verilen dörtgenlerden yamuğu seçmesi istenince Ö3'ünkü ile aynı dörtgenleri seçen Ö4, yamuk üretici ile çalıştıktan sonra yamuğa yönelik yeni bir şema inşa etmeyi başarmıştır. Öyle ki mülakatta yamuk için *1 çift kenarı paralel* yazan Ö4 *kare, yamuk olma koşulunu sağlar ve dikdörtgen, yamuk ailesinin bir üyesidir* ifadelerine de doğru demiştir. Bu açıdan grubun yamuk enstrümanlı eylem şemasının 'yamuk en az bir çift karşılıklı kenarı paralel olan dörtgendir' ve 'iki çift karşılıklı kenar paralelken bir çift zaten paralel olacağından yamuk diğer dörtgenleri kapsar' eylemdeki teoremleri ile 'kenar özelliği', 'paralellik', 'en az kavramı', 'bir özelliğin başka bir özelliği garantilemesi' ve 'bir şekil sınıfının diğerini kapsaması' eylemdeki teoremlerine dayandığı söylenebilir.

5.2.2.3. Üçüncü grubun dörtgen üreticilerine yönelik enstrümantal oluşum süreci.

Üçüncü grup dörtgen üreticileri tanıyalım etkinliğinde paralelkenar üretici ile çok fazla oyalanmış ve diğer üreticileri yeterince inceleyememiştir. Bunu yapabilir misin? (dörtgenler) etkinliğinde Ö6 önce kare üretici ile D'yi çizmeye çalışmış, her ne kadar tam çizememiş olsa da (Şekil 142) “D oluyo işte ya” ifadesini kullanmıştır.

Şekil 142

Üçüncü grubun bunu yapabilir misin? (dörtgenler) etkinliği ekran kaydından bir kesit



Bu esnada öğrenciler arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

Ö5: Belki olmicak

Ö6: Sen kareyi bilmiyon herhalde

Ö5: Belki o C'ye olacak

Ö6: Sen gıcıklık mı yapıyon C ile aynı değil mi bu (dedikten sonra tekrar D'yi denemiş ve yine tam çizemeyince) ben bunu yapmıyorum

Ö5: Her şeyi deneyelim (diyerek üreticileri bir süre incelemiştir)

Ö6: (diğer grubun dikdörtgen üretici ile C'yi çizdiğini görünce) Dikdörtgen miydi o?

Eşkenardan yapmadınız mı onu? (diye sormuş ve Ö5'e dönerek) Verir misin

Ö5: Ben daha yapamadım ama (diyerek önce eşkenar dörtgen üreticiyle D'yi sonra da dikdörtgen üreticiyle C'yi çizmeye çalışmıştır)

Ö6: Dikdörtgenle yapamazsın

Ö5: Hayır öyle (C'yi çizmeye çalışmış ancak başaramamıştır)

Ö6: Verir misin (tekrardan kare üreticiyle D'yi çizmeye çalışmış ve başarmıştır)

Ö5: Ben niye yapamıyorum (diyerek paralelkenar üreticiyle B'yi çizmiştir)

Ö6: (yamuk üreticiyle E'yi çizdikten sonra, dikdörtgen üreticiyle C'yi çizerken)

Olduğunu biliyoruz neden iki saat yapıyoruz ki

Ö5: Ben biliyorum

Ö6: Ben de biliyorum

Son olarak eşkenar dörtgen üreticiyle A'yı çizen grup, C için dikdörtgen üretici kullanma sebebini *kare olabildiği için* (Ö5) ve *dikdörtgen üretici kare yapabilirmiş* (Ö6) notuyla açıklamaya çalışmıştır. Öğretmenin neden dikdörtgen üreticinin kare üretemeyeceğini düşündüğünü sorması üzerine Ö6 “öğretmenim dikdörtgenin 2 kenarı eşit ya, öbür 2 kenarı eşit, ben olabileceğini düşünmedim” demiş, öğretmenin “hepsinin eşitlenebileceğini düşünmedin” yorumuna da “evet ben tek iki kenarı eşit kalabilir biliyordum” demiştir.

B'yi paralelkenar üreticiyle çizme sebebini not alırken “paralel o” ifadesini kullanan grup, A için eşkenar dörtgen kullanma sebebini “eşkenar dörtgen üreticiyi paralelkenar gibi gördük” ifadesiyle açıklamaya çalışmıştır. E'de ise başka hiçbir üreticiyi kullanmayı düşünmeden doğrudan yamuk üreticiyi kullanan grup sebep olarak çalışma yaprağına (*yamuk üretici*) E'ye benzediği için (Ö5) ve (Ö6) *yamuk üretici başka yere olmuyor* şeklinde not almıştır. Öğretmen neden denemeden başka yere olmayacağını düşündüklerini sorunca Ö6 “hocam çünkü orda bu şekli (yamuk üreticiyi) ters döndürsek kabak gibi ortaya çıkıyo hocam ya” demiştir. Bu bulgular Ö6'nın ilk önce ‘kare üretici kare üretiyorsa dikdörtgen üretici de sadece dikdörtgen üretebilir’ düşüncesinde olduğunu göstermektedir. Ancak grup sonradan başka bir grubun yaptığına göre hareket etmeyi tercih etmiştir. Grubun diğer üreticileri kullanırken ise görsele dayalı olarak karar verdiği görülmüştür.

Tahmin & kontrol-kare & dikdörtgen etkinliğinde (bakınız, Şekil 101, s. 210) grup kare üreticinin verilen şekillerden hangilerini üretebileceğini tahmin ederken Ö6 “kareyle dikdörtgen çizilmez ki” diyerek 1, 3 ve 4 için hayır işaretlemiştir. Ö5 ise sadece 4 için yapılamaz yönünde tahminde bulunmuştur. Kontrol aşamasında grup önce 2'yi çizmiş, ardından Ö6 arkadaşının 3'e evet dediğini görünce kare üreticiyi almış ve büyütüp küçülterek “yanlış” demiştir. Bunun üzerine Ö5 “çevirebiliyorsun” diyerek bu üreticinin 3'e

benzeyebileceğini düşündüğünü ifade etmeye çalışmış ancak Ö6 “hayır çevirme değil, yanlış, seninkisi yanlış, neden biliyo musun çünkü bak dikdörtgen olmuyo, kare, dört kenarı eşit olduğu için bu kare” deyince Ö5 hatasını fark etmiş ve tahminlerini 1 ve 3’ün de çizilemeyeceği yönünde değiştirmiştir. Çizilememe sebebi olarak da çalışma yaprağına *çünkü dikdörtgen üretici ile yapılır* notunu yazmıştır.

Öğretmenin 1’in neden kare üretici ile yapılamayacağını düşündüğünü sorması üzerine Ö5 “çünkü dikdörtgenle kare yapılabilir, ama kareyle dikdörtgen yapılamaz” demiştir. Öğretmenin kare üreticinin nasıl bir kısıtı olduğunu sorması üzerine kare üreticinin bir köşesini tutmuş ve “öğretmenim bakın şimdi böyle ha bire büyüttüğümüzde kare oluyor” cevabını vermiştir. Ardından öğretmen karenin tüm kenarlarının aynı büyüdüğünü mü anlatmak istediğini sormuş ve Ö5 “evet” demiştir. Tahmin aşamasında yapılanlar göz önüne alındığında Ö6’nın kare üreticinin hareket kabiliyetini ve bunun nedenini özellik temelinde kavramış olduğu, ancak Ö5’in kare üreticinin hareket kabiliyetini henüz kavrayamadığı söylenebilir. Kontrol aşamasında ise Ö5 kare üreticinin kısıtını fark etmiş ve hatasını düzeltmiştir.

Kontrol aşaması bitince dikdörtgen üretici ile tahmin aşamasına geçen gruptan Ö6 verilen bütün şekillerin dikdörtgen üretici ile üretilebileceği tahmininde bulunurken, Ö5 2 ve 5 için *çünkü kare üretici ile yapılıyor* notunu düşerek bu şekilleri yapılamaz olarak işaretlemiştir. Ardından kontrole geçen grup sırayla 4 ve 1’i yapmış ve Ö6 5’i yapmak isteyince Ö5 “5 kare” demiş, Ö6 ise “olsun” diyerek denemeye devam etmiş ve başarılı olmuştur. Bu aşamada Ö6’nın önceki etkinliklerde dikdörtgen üreticinin hareket kabiliyetini anladığı ancak Ö5’in ‘kare üretici sadece kare üretirse dikdörtgen üretici de sadece dikdörtgenleri üretir’ düşüncesiyle hareket ettiği söylenebilir.

Dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim etkinliğinde kare ve dikdörtgenin özelliklerini inceleyen grup çalışma yapraklarına Şekil 143 ve Şekil 144’deki gibi not almıştır.

Şekil 143

Ö5'in dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim-kare çalışma yaprağı

KARE			
Kenarlar	Açılar	Paralellik	Köşegenler
hep eşittir	90° derecededir.	Karşılıklı kenarlar hep paraleldir.	Karenin köşegenleri birbirine eşittir. Köşegenlerin kesişim noktası her zaman 90° derecededir.

Şekil 144

Ö6'nın dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim-dikdörtgen çalışma yaprağı

DİKDÖRTGEN			
Kenarlar	Açılar	Paralellik	Köşegenler
Dikdörtgenin karşılıklı kenarları eşit olur.	Dikdörtgenin üreticinin her açısı 90° dir. Karşılıklı açılar eşittir.	Dikdörtgen üreticinin karşılıklı kenarları paraleldir.	Köşegenleri eşittir.

Öğretmen dikdörtgenin açıları için yazdığı nottaki hatayı fark edince Ö6'dan dikdörtgen üreticiyi tekrar incelemesini istemiş ve Ö6 hatasını fark ederek “hocam bu değişmiyor, 90” demiştir.

Tahmin & kontrol-kare & dikdörtgen & paralelkenar etkinliğinde (bakınız, Şekil 105, s. 217) Ö6 kare üreticinin verilen şekillerden 4 ve 5'i, Ö5 ise 2, 4 ve 5'i üretebileceği yönünde tahminde bulunmuş ardından grup kontrole geçmiştir. Kontroller sırasında 4 ve 5'i kolaylıkla çizen grup 1 ve 6 için “paralelkenar” diyerek çizilemeyeceğini belirtmiştir. Ö5'in 2'yi denemeyi teklif etmesi üzerine Ö6 “karenin tüm kenarı eşit olduğu için, dikdörtgenin iki kenarı eşit, o yüzden olmaz” diyerek arkadaşının tahmininin yanlış olduğunu ifade etmiştir. Bunun üzerine Ö5 tahminini değiştirmiş ve çizilememe sebebi olarak (2 için) *çünkü dikdörtgen yazmıştır*.

Dikdörtgen üretici ile tahmin aşamasına geçen grup bu üreticinin sadece 1'i çizilemeyeceği tahmininde bulunmuş ve sebep olarak da bu şeklin paralelkenar olmasını

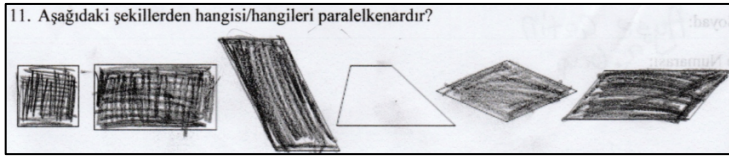
göstermiştir. Bu esnada yanlarına gelen öğretmene Ö6 “öğretmenim bununla (dikdörtgen üretici) bu (1) olur mu?” diye sormuş öğretmen “sence?” sorusuyla karşılık verince Ö5 “olmaz” demiş ancak sebebini açıklayamamıştır. Bunun üzerine öğretmen “dikdörtgen üreticinin açıları değişir mi?” deyince Ö6 “hayır” cevabını vermiştir. Öğretmen dikdörtgen üreticinin 90 derece açılara sahip olmayan şekilleri üretip üretemeyeceğini sorunca da grup “hayır” cevabını vermiştir. Ancak grup öğretmen uzaklaştıktan sonra 6’yı da dikdörtgen üretici ile çizmeye çalışmıştır. Bu esnada Ö5 “o (6) olur muuu” deyince Ö6 “hayır, ben niye 6’ya evet dedim ya” diyerek tahminini değiştirmiştir. Arkadaşının tahminde değişiklik yaptığını gören Ö5 de tahminini değiştirmiştir.

Paralelkenar üreticiye geçince önce 3 sonra 4’ü bu üreticiyle çizmeye çalışan grup başarılı olunca tahminlerinin hepsini evet işaretlemiştir. Kontrolle geçtiklerinde tüm şekillerin üretilebileceği konusunda hemfikir olmuşlar ve sonucu söylemek için öğretmeni yanlarına çağırmışlardır. Ö6 “öğretmenim biz bunların hepsini yapar bulduk” deyince öğretmen “neden yapar?” diye sormuş ve Ö5 “çünkü (paralelkenar üreticinin) iki kenarı eşit olduğu için, hepsi iki kenarı eşit, o yüzden bunların da aynı” cevabını vermiştir. Bunun üzerine öğretmen “yani paralelkenar üreticinin karşılıklı kenarları eşit diyosun, istediğinde tüm kenarları eşitleyebiliyor musun?” diye sormuş ve grup “evet” cevabını vermiştir.

Ö6 ön görüşmede paralelkenar için *kenarları paraleldir* ifadesini kullanmış ve verilen şekillerden bu özelliği sağlayanların hepsini paralelkenar olarak işaretlemiştir (Şekil 145). Ö6 her ne kadar paralelkenara ait önemli bir özelliği biliyor ve kare ile dikdörtgenin bu özelliği sağladığının farkında olsa da paralelkenar üretici ile tahmin yaparken öncelikle kontrol etmek istemiş ve üreticiyi özelliklerden ziyade imkanlarına göre değerlendirmiştir. Kontrolde çizilebildiğini gördüğünde ise şaşırılmış ve teyit ettirmek için öğretmeni çağırmıştır. Bu açıdan bu aşamada Ö6’nın kendi bilgisi ile üreticinin imkanlarını ilişkilendirmek için öğretmen onayına ihtiyaç duyduğu söylenebilir.

Şekil 145

Ö6'nın ön görüşme verilerinden bir kesit



Dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim etkinliği kapsamında bu sefer paralelkenar üretici ile paralelkenarın özelliklerini inceleyen grup çalışma yapraklarına benzer şekilde not almıştır. Şekil 146'da Ö6'nın çalışma yaprağı verilmiştir.

Şekil 146

Ö6'nın dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim paralelkenar çalışma yaprağı

PARALELKENAR			
Kenarlar	Açılar	Paralellik	Köşegenler
Paralelkenarın tüm kenarları eşittir	Paralelkenarın karşılıklı açıları eşittir	karşılıklı kenarlar paraleldir	köşegenler her zaman eşit olmak zorunda değildir ama eşit olabilir

Ö6'nın çalışma yaprağına kenar özelliklerini yanlış not aldığını fark eden öğretmen paralelkenar üreticinin kenarlarının başka nasıl olabileceğini sormuş ve Ö6 “ya farklı olabilir, ya da aynı olabilir” demiştir. Bunun üzerine öğretmen “peki şöyle desem olur mu? karşılıklı kenarları eşittir” deyince Ö6 “olur” demiştir. Öğrencilerin incelemesi bittikten sonra paralelkenarın özelliklerini tahtada özetleyen öğretmen paralelkenarın geniş aile mi yoksa çekirdek aile mi olduğunu sormuş ve Ö5 “geniş aile” cevabını vermiştir. Öğretmenin “paralelkenar ailesi kare ailesini kapsar, dikdörtgen ailesi paralelkenar ailesinin üyesidir” ifadelerine üçüncü grup her seferinde “evet” yanıtını vermiştir. Öğretmenin bunun nedenini sorması üzerine Ö5 “öğretmenin çünkü paralelkenarla kare de oluşturulabiliyor” demiştir. Bunun üzerine öğretmen öğrencilerin dikkatini özelliklere çekmek için paralelkenar ve dikdörtgeni açı özellikleri üzerinden karşılaştırmaya başlamıştır. Öğretmen sınıfa tüm açılar eşitken karşılıklı açılardan da eşit olup olmayacağını sormuş ve üçüncü grup sınıfın

çoğunluğuyla beraber “olur” yanıtını vermiştir. Ancak bu esnada bilgisayar ekranında ders dışı eylemlerde bulunmaya başlayan grup açıklamanın devamını dinlememiştir.

Dörtgenleri bilmeceler yardımıyla gruplandırılım-1 etkinliğinde Ö6 sadece kare bilmecesini yanlış yaparken, Ö5 bütün bilmeceleri doğru yanıtlamıştır. Ö6 ilk bilmece olan *Beni istediğin kadar büyült veya küçült iki çift karşılıklı kenarım birbirine hep paraleldir. Köşe noktalarımın hareket ettirildiğinde köşegen uzunluklarım her zaman birbirine eş olur. Köşe noktalarımın ne kadar büyütülüp küçültülsem de köşegenlerim arasındaki açı hep 90 derece olur* bilmecesindeki üreticinin paralelkenar üretici olduğunu düşünmüş ve verilen bütün dörtgenleri bu üreticiyle çizilebilir düşüncesi ile işaretlemiştir.

Öğretmen ilk cümledeki ipucu yüzünden mi paralelkenar olduğunu düşündüğünü sorunca Ö6 başıyla onaylamıştır. Bunun üzerine öğretmen ikinci ipucundaki özelliğin paralelkenar için her zaman geçerli olup olmadığını sormuş ve Ö6 “hayır” demiştir. Öğretmen köşegen uzunlukları her zaman birbirine eş olan hangi dörtgenler olduğunu sorunca Ö6 “kare var, sonra dikdörtgen var” cevabını vermiştir. Bunun üzerine üçüncü ipucunu okuyarak “kimin köşegenleri arasındaki açı hep 90 derece” diye sormuş ve Ö6 “kare” cevabını vermiştir. Görünen o ki Ö6 ilk bilmece için paralelkenar üretici cevabını bilmecenin ilk cümlesine bakarak vermiş ve her ne kadar aslında diğer ipuçlarını bu üreticinin sağlamadığının farkında olsa da önemsememiştir.

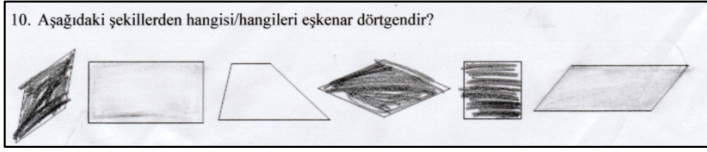
Tahmin & kontrol-kare & eşkenar dörtgen etkinliğinde (bakınız, Şekil 109, s. 224) grup kare üreticinin 1, 4 ve 5’i üretebileceği tahmininde bulunmuş ancak 4’ten emin olamadığı için tahminini değiştirmeden önce kontrol etmeye karar vermiştir. Kontrol aşamasında kare üreticiyi bir müddet inceleyen grup 4’ün çizilemeyeceğine karar vermiştir. Öğretmenin “neden olmaz?” sorusuna ise Ö6 “hocam çünkü eşit değil” diyerek 4’ün kenarlarını göstermiştir. Bunun üzerine öğretmen 4’ün kenarlarının eşit olduğunu söylemiş ve grup bir müddet daha düşündükten sonra Ö5 “(kare üreticinin) açıları 90 derece, bu (4) geniş

açılı” diyerek 4 için tahminini hayır olarak değiştirmiştir.

Eşkenar dörtgen üretici ile tahmin aşamasına geçtiklerinde ise grup bu üreticinin verilen tüm şekilleri üretebileceği tahmininde bulunmuş ve kontrolde tüm şekilleri çizebilmiştir. Bu etkinlikte grubun halen kare üretici için tüm kenarların eşit olması özelliğine öncelik verdiği ve açıları ikincil olarak kontrol ettiği söylenebilir. Eşkenar dörtgen üreticinin verilen tüm şekilleri üretebileceğini düşünmüş olmaları ise muhtemelen Ö6'nın eşkenar dörtgen bilgisine dayanmaktadır. Çünkü Ö6 ön görüşmede eşkenar dörtgen için *tüm kenarları eşit olması gerekir* ifadesini kullanmış ve verilen şekillerden eşkenarları seçmesi istenince Şekil 147'deki seçimi yapmıştır.

Şekil 147

Ö6'nın ön görüşme verilerinden bir kesit



Dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim etkinliği kapsamında bu sefer eşkenar dörtgenin özelliklerini inceleyen grup çalışma yapraklarına benzer şekilde not almıştır. Şekil 148'de Ö5'in çalışma yaprağı verilmiştir.

Şekil 148

Ö5'in dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim-eşkenar dörtgen çalışma yaprağı

EŞKENAR DÖRTGEN			
Kenarlar	Açılar	Paralellik	Köşegenler
Kenarlar her zaman eşittir.	Açıları da 2 kez eşit olur ama tüm kenarları eşit ol- bilir.	Karşılıklı 11 kenarları Paralel- dir.	Her iki ya da farklı olabilir ama köşe- güçleri arasında da 90° 90° olabilir.

Bu çalışma yaprağı incelendiğinde, ön görüşmede eşkenar dörtgeni hatırlamadığını ifade eden Ö5'in, eşkenar dörtgen üreticiyi inceleyerek yaptığı etkinlikler sayesinde bu

dörtgene ait bilgisinin genişlediği söylenebilir (enstrümantasyon).

Tahmin & kontrol-kare & eşkenar dörtgen & paralelkenar etkinliğinde (bakınız, Şekil 111, s. 227) grup kare üreticinin 3, 4 ve 5'i üretebileceği yönde tahminde bulunmuş ve kontrolde Ö6 4'ü denerken "olması lazım bu kare üretici, bu da (4) kare" demiştir. Grup kontrolde 4'ü tam çizmekle fazla uğraşmadığı için kontrol kutucuğuna çizilebilir işareti koymuştur. Bunun üzerine öğretmen 4'ün köşelerine dikkatli bakmalarını isteyip tüm açıların 90 dereceye mi benzediğini sorunca grup "evet" demiştir. Ardından kare üreticinin neden 6'yı çizemeyeceğini düşündüklerini sormuş ve grup "bu (6) paralelkenar" demiştir. Öğretmen "paralelkenar ile karenin farkı ne?" diye sorunca Ö6 "hocam karenin tüm kenarları eşit ama" demiş, öğretmenin "o yüzden mi çizemiyor?" sorusunu başı ile onaylamıştır. Bu aşamada öğrencilerin artık kare üreticiyi bir enstrümana dönüştürdükleri ve bu enstrümana ait şemalarının 'kare üretici tüm kenarları eş ve tüm açıları 90 derece olan dörtgenler üretir' işlevsel sabitine dayandığı söylenebilir.

Eşkenar dörtgen üretici ile tahmin ederken 2 ve 6'nın çizilmeyeceğini söyleyen gruptan Ö5 çalışma yaprağına bu şekiller için *çünkü paralelkenar yazarken Ö6 eşkenar dörtgen paralelkenar çizemez ama eşkenar dörtgen kare yapabilir yazmıştır*. Grup kontrol aşamasında tahminlerinin doğru olduğunu görmüştür. Grubun eşkenar dörtgen ile paralelkenar üretilmeyeceği yönde tahminde bulunması bu üreticinin sadece eşit kenarlı şekiller üretebileceğini anlamış olmalarından kaynaklanmaktadır.

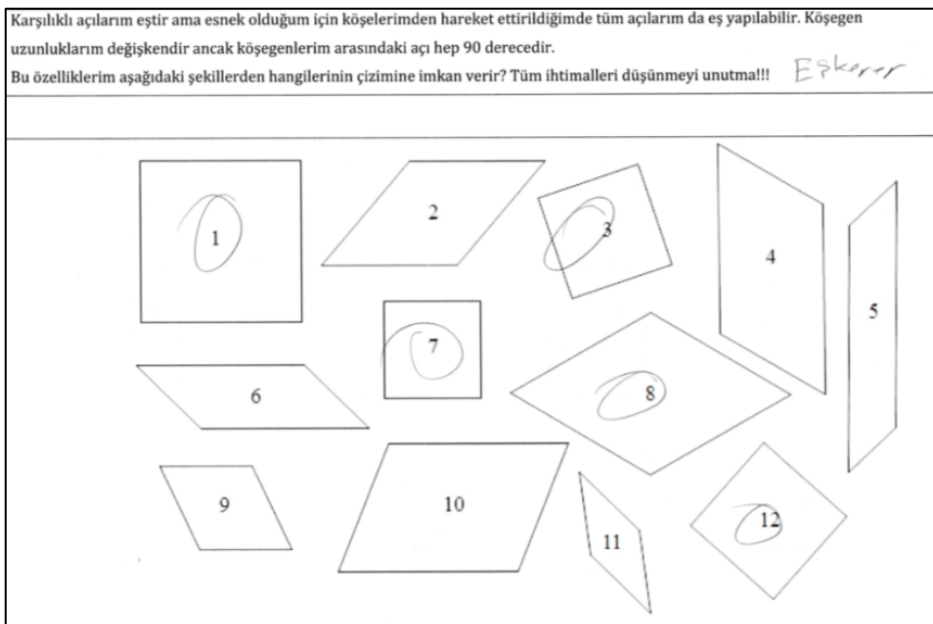
Paralelkenar üreticiye geçince Ö5 sadece 1'in çizilemeyeceği yönünde tahmin yürütürken, Ö6 hepsinin çizilebileceğini düşünmüştür. Kontrolde bu üreticinin 1'i çizdiğini gören Ö5 "bi şeye bakmam lazım" diyerek kare üretici ile 1'i çizmeye çalışmış ama tam çizememiştir. Ardından çalışma yaprağına *paralelkenar kare olabiliyor* notunu yazmıştır. Bu etkinlikte Ö5'in 1'i eşkenar dörtgene, 3, 4 ve 5'i kareye, 2 ve 6'yı da paralelkenara benzettiği söylenebilir. Nitekim önceki etkinliklerde paralelkenarın kareyi ve kendisini ürettiğini

gördüğünden bu etkinlikte eşkenar dörtgeni üretmeyeceğini düşünerek 1'i çizemez tahmininde bulunmuştur. Ancak kontrol sırasında paralelkenar üretici ile 1'i çizince bu şeklin kare mi eşkenar dörtgen mi olduğu konusunda kafası karışmış ve kare üretici ile kontrol etme gereği duymuştur. Kare üretici ile çizilemediğini görünce ise şeklin kare olmadığını anlamış ve çalışma yaprağına paralelkenar eşkenar dörtgen olabiliyor yazmak yerine yanlışlıkla kare olabiliyor diye not almıştır.

Dörtgenleri bilmeceler yardımıyla gruplandırılım-2 etkinliğinde grup bilmeceleri doğru yanıtlamış ancak bu bilmecelere uyan şekilleri seçerken birçok hata yapmıştır. Örneğin Ö5 eşkenar dörtgen bilmecesini doğru yanıtlamış ancak verilen şekillerden seçim yaparken 2, 9 ve 11'i seçmemiştir (Şekil 149). Öğretmenin neden bu şekilleri seçmediğini sorması üzerine “onlar paralelkenar” cevabını vermiştir. Yani öğrenci bilmecedeki üreticinin eşkenar dörtgen olduğunu ve bu üreticiyle hem kare hem de eşkenar dörtgen üretebileceğini bilmesine rağmen görsele dayalı olarak karar verdiği için bazı şekilleri işaretlememiştir.

Şekil 149

Ö5'in dörtgenleri bilmeceler yardımıyla gruplandırılım-2 (eşkenar dörtgen) etkinliğinden bir kesit



Tahmin & kontrol-dikdörtgen & eşkenar dörtgen etkinliğinde (bakınız, Şekil 114, s. 233) grup dikdörtgen üreticinin verilen şekillerden 2, 4 ve 6 (Ö5) ile 2 ve 6'yı (Ö6) çizebileceği yönde tahminde bulunmuştur. Ö6 dikdörtgen üreticinin 1'i çizemeyeceği yönündeki tahminini “dikdörtgenin (dikdörtgen üreticinin) tüm açıları eşit, bunun (1'in) bu ve bu (karşılıklı açıları) eşit” ifadesiyle açıklamıştır.

Kontrol aşamasında Ö6 4'ü dikdörtgen üretici ile çizdikten sonra “inanmıyorum” diyerek tahminini değiştirmeye çalışmıştır. Bu esnada öğrenciler arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

Ö5: Ha hah hah, ama tahminini silme, onu tekrar hayır dicesin

Ö6: Bana ne

Ö5: Ona tekrar hayır dicesin yoksa öğretmene söylerim

Ö6: Dikdörtgenle kare oluyo muydu yaa

Ö5: Eeveet

Ö6: (öğretmen yanına gelince) Öğretmenim, dikdörtgenle kare çizilebilir mi?

Ö5: Evet çünkü küçültürsek çizilebilir

Öğretmen: Dikdörtgende nasıldı, karşılıklı kenarlar eşitti

Ö6: Ama öğretmenim dikdörtgenin iki kenarı eşit

Öğretmen: Tamam karşılıklı kenarlar eşit

Ö5: Karenin de karşılıklı kenarları eşit

Öğretmen: İstersem tüm kenarları eşit yapabilir miyim dikdörtgen üreticinin?

Ö5: Yapabiliyorum

Ö6: Ben hiç görmedim

Bunun üzerine öğretmen dikdörtgen üreticinin imkanlarını göstermek için dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim etkinliğinden dikdörtgeni açmış ve gruba bu üreticiyle bir kare üretmesini söylemiştir. Ö5'in dikdörtgen üretici ile kare üretebildiğini gören Ö6 çalışma yaprağına *ben dikdörtgenin tüm 2 kenarı eşit sanıyordum ama karede olabiliyormuş* notunu yazmıştır. Ö6'nın ifadeleri onun halen dikdörtgene ait şemasının sabitlenmediğini, yani dikdörtgeni dinamik bir şekil olarak algılamakta zorlandığını göstermektedir. Çünkü Ö6 daha önceki etkinliklerde dikdörtgen üretici ile kare üretilebileceğini görmüş ancak bu

etkinlikte üreticinin imkanlarını hatırlamakta zorlanmıştır. Yeniden yaptığı inceleme sonrasında ise üreticinin imkanlarını hatırlamış ancak bu sefer de bunun nedeninin özellikler olduğunu düşünememiştir.

Ö5 ise dikdörtgen üreticiyi enstrümana dönüştürmeyi başarmıştır. Öyle ki Ö5 ‘dikdörtgen üretici tüm açıları 90 derece olan şekiller üretir’ işlevsel sabitine dayandığı için tahmin aşamasında ilk olarak açıları 90 derece olmayan şekilleri elemiş sonrasında da ‘dikdörtgen üretici kare üretebilir’ ve ‘karenin karşılıklı kenarları eşittir’ işlevsel sabitlerine dayanarak bu üreticiyle kare de üretilebileceğini düşünmüştür.

Eşkenar dörtgen üreticiye geçince Ö5 bu üreticinin 1, 3, 4 ve 5’i, Ö6 ise 1, 3 ve 4’ü üretebileceği yönde tahminde bulunmuştur. Kontrole aşamasında önce 3’ü çizen Ö5, ardından 5’i çizmeye çalışmış ancak çizemeyince vazgeçmiştir. Bu esnada öğrenciler arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

Ö5: (5’i çizemeyince) Olmuyor tamam 5

Ö6: Hayır oluun (diyerek kendisi çizmeye çalışmıştır) öğretmenim 5 evet mi hayır mı, yapıyoz olmuyor

Öğretmen: Eşkenar dörtgen üreticiye ne dedik biz, kenarları düşünerek söyleyin

Ö5: Eşkenar, eşkenar hepsi

Öğretmen: 5 numaralı şeklin tüm kenarları eşit mi?

Ö6: Hayır

Öğretmen: O yüzden çizemiyor olabilir mi?

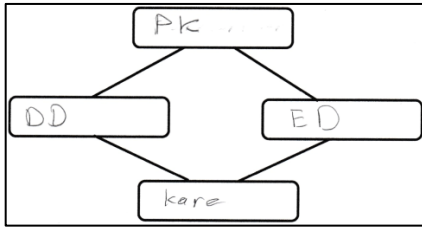
Ö6: Evet, o zaman 6’da hayır, zaten ilk başta hayır yapmıştım

Grubun eşkenar dörtgen üretici için yaptığı tahminler ve kullanmış olduğu ifadeler onların bu etkinlikte görsele dayanarak hareket ettiğini, bu sebeple eşkenar dörtgen ile paralelkenarı karıştırdığını ancak özelliklere dayalı sorgulama yapıldığı zaman bu iki dörtgeni ayırt edebildiğini göstermektedir.

Bu etkinliğin ardından grup yapıları birleştirilim çalışma yapraklarını benzer şekilde doldurmuştur. Şekil 150’de Ö5’in çalışma yaprağından bir kesit sunulmuştur.

Şekil 150

Ö5'in yapıları birleştirilim etkinliği çalışma yaprağından bir kesit



Tahmin & kontrol-paralelkenar & yamuk etkinliğinde (bakınız, Şekil 116, s. 235)

grup paralelkenar üreticinin 1, 3 ve 4'ü üretemeyeceği yönde tahminde bulunmuştur. Grup bu yöndeki tahminlerinin sebebini *çünkü yamukla çizilir (Ö5) ve çünkü paralelkenar yamuk çizemez (Ö6)* notlarıyla açıklamaya çalışmıştır. Bu notları gören öğretmen paralelkenar üreticinin neden yamuk üretemediğini sormuş ve Ö6 “çünkü paralelkenar paralel kenar ama yamuk iki kenarı eşit paralelkenarın karşılıklı kenarları eşit” cevabını vermiştir.

Ö5 yamuk üreticinin 1, 3 ve 4'ü çizilebileceği yönde tahminde bulunurken, Ö6 tahminde bulunmadan kontrole geçmiş ve yamuk üreticinin 2'yi çizemediğini görünce tahminlerinin hepsini evet olarak işaretlemiştir. Ö5'in yamuk üretici ile sadece bu şekilleri üretebileceğini düşünmesinin sebebi ‘paralelkenar üretici yamuk üretemiyorsa yamuk üretici de paralelkenar üretemez’ düşüncesi olabilir. Diğer bir deyişle ön görüşmede yamuğu tanımlaması istenince *bilmiyorum* yazan Ö5'in yamuğa yönelik bilgisi olmadığı için üreticilere dayalı bir muhakeme yürüttüğü söylenebilir. Ön görüşmede yamuğu tanımlarken *kenarların eşit olmaması* ifadesini kullanan Ö6 ise etkinlikler süresince üreticilerin ummadığı imkan ve kısıtları ile karşılaştığı için tahminden önce belki olur düşüncesiyle öncelikle denemeyi tercih etmiştir.

Bu etkinliğin ardından dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim etkinliği kapsamında yamuğun özelliklerini inceleyen grup çalışma yapraklarına benzer şekilde not almıştır. Şekil 151'de Ö6'nın çalışma yaprağı verilmiştir.

Şekil 151

Ö6'nın dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim-yamuk çalışma yaprağı

	Yamuk	daha kısıtlı?		Paralelkenar
		Y	PK	
Özellik 1 (köşegenler)	değişken			farklı
Özellik 2 köşegen arası açılar)	farklı			farklı
Özellik 3 (kenarlar)	değişken		✓	karşılıklı kenarlar eşit
Özellik 4 (iç açılar)	değişken		✓	karşılıklı eşit
Özellik 5 (paralellik)	1 kenar paraleldir		✓	karşılıklı kenarlar paralel

Öğrenciler yamuğun özelliklerini araştırıp paralelkenarın özelliklerini de not aldıktan sonra sınıfta karşılıklı iki çift kenarın paralel olmasının daima bir çift kenarın paralel olmasını garantilediğine dair bir tartışma ortamı oluşturulmuştur (ayrıntılı bilgi için, bakınız, s. 237). Grup sınıf tartışmasının ardından bu özelliklerin hangisinin daha kısıtlı olduğunu zorlanmadan işaretleyebilmiştir.

Bilmecelerdeki şekilleri bulalım etkinliğinde grup her bir bilmecede sorulan üreticinin hangisi olduğunu ve verilen şekillerden hangilerinin bilmecedeki özelliği sağladığını (ya da bilmecedeki üretici tarafından üretildiğini) doğru bilmiştir (Şekil 152 ve Şekil 153).

Şekil 152

Ö5'in bilmecelerdeki şekilleri bulalım etkinliğinden bir kesit

Beni istediğin kadar büyük veya küçük bir çift karşılıklı kenarların hep birbirine paraleldir. Bu özelliklerim hangi şekil/şekillerin çizimine imkan verir? Tüm ihtimalleri düşünmeyi unutma!!!
Yamuk PK, DD, ED, kare
Karşılıklı kenarlarım eşit ve bu durum tüm kenarlarım eş olacak şekilde kısıtlanabilir. Karşılıklı açılarım eştir ama esnek olduğum için köşelerimden hareket ettirdiğimde tüm açılarım da eş yapılabilir. Köşegenlerim arasındaki açı değişkendir ancak 90 derece olacak şekilde kısıtlanabilir. Bu özelliklerim hangi şekil/şekillerin çizimine imkan verir? Tüm ihtimalleri düşünmeyi unutma!!!
PK DD, ED, kare

Şekil 153

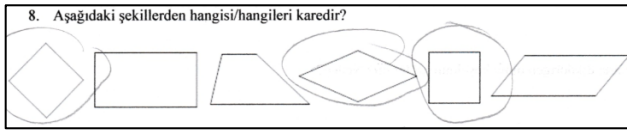
Ö6'nın bilmecelerdeki şekilleri bulalım etkinliğinden bir kesit

<p>Karşılıklı kenarlarım eşit ama esnek olduğum için köşelerimden hareket ettirdiğimde tüm kenarlarım da eş yapılabilir. Köşe noktalarımın hareket ettirildiğinde köşegen uzunluklarım her zaman birbirine eş olur.</p> <p>Bu özelliklerim hangi şekil/şekillerin çizimine imkan verir? Tüm ihtimalleri düşünmeyi unutma!!!</p> <p style="text-align: right;">D, D</p>
<p>kare</p>
<p>Karşılıklı açıları eşit ama esnek olduğum için köşelerimden hareket ettirdiğimde tüm açıları da eş yapılabilir. Köşegen uzunluklarım esnek ancak köşegenlerim arasındaki açı her zaman 90 derecedir.</p> <p>Bu özelliklerim hangi şekil/şekillerin çizimine imkan verir? Tüm ihtimalleri düşünmeyi unutma!!!</p> <p style="text-align: right;">E D</p>
<p>kare</p>
<p>Beni istediğin kadar büyüt veya küçült karşılıklı kenarlarım hep birbirine paraleldir. Köşe noktalarımın hareket ettirildiğinde tüm kenarlarım her zaman birbirine eş olur. Köşe noktalarımın ne kadar büyütülüp küçültülse köşegen uzunluklarım her zaman birbirine eş olur.</p> <p>Bu özelliklerim hangi şekil/şekillerin çizimine imkan verir? Tüm ihtimalleri düşünmeyi unutma!!!</p> <p style="text-align: right;">kare</p>

5.2.2.3.1. Üçüncü grubun dörtgen üreticilerine yönelik enstrümanlı eylem şeması. Ön görüşmede kareyi 4 eş kenarı olması lazım ifadesiyle tanımlayan Ö5 verilen dörtgenlerden kareyi seçmesi istenince Şekil 154'teki seçimi yapmıştır. Ö6 ise ön görüşmede kare için 4 kenarı eşit ifadesini kullanmış ve Şekil 154'teki dörtgenlerden birinci ve beşinciye kare olarak seçmiştir. Bu durum Ö6'nın her ne kadar tanımda bahsetmemiş olsa da karenin (görsel olarak) dik açılı olması gerektiğinin farkında olduğunu göstermektedir.

Şekil 154

Ö5'in ön görüşme verilerinden bir kesit



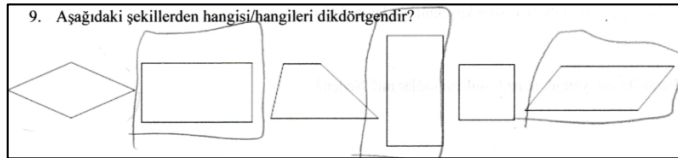
Öğrencilerin kare üreticisi kullandıkları etkinlikler süresince bu üreticinin kenarlarıyla birlikte açı özelliklerini de dikkate almak durumunda kalmaları, grubun bir dörtgenin kare olması için sadece tüm kenarlarının eşit olmasının yeterli olmadığını fark etmesini sağlamıştır. Üreticinin grubun şemasını geliştirmeye başladığı bu süreç sonunda grup kare üreticisi enstrümana dönüştürmeyi başarmıştır. Bu sebeple grup mülakatta “kare üreticinin ürettiği şekillerin olmazsa olmaz özelliği nedir?” sorusuna “tüm kenarları eşit ve açıların

hepsi 90 olmalı” cevabını vermiştir. Bu açıdan grubun kare enstrümanlı eylem şemasının ‘kare tüm kenarları eşit ve tüm açıları eşit/90 derece/dik açı olan dörtgendir’ eylemdeki teoremi ile ‘kenar özelliği’, ‘açı özelliği’ ve ‘dik açı’ eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

Ö5 ön görüşmede dikdörtgeni tanımlarken *karşılıklı kenarları eşittir* ifadesini kullanmış ve verilen şekillerden dikdörtgenleri seçmesi istendiğinde Şekil 155’deki seçimi yapmıştır. Bu durum Ö5’in hem karşılıklı kenarlar ifadesine 2 uzun 2 kısa kenar anlamı yüklediğini hem de dikdörtgenin açılarının 90 derece olmak zorunda olduğunu bilmediğini göstermektedir. Ancak Ö5 dikdörtgen üreticiyi kullanarak yaptığı etkinlikler sonucunda bu üreticinin açı özelliklerini de dikkate almaya başlamış ve bunun bir sonucu olarak mülakatta dikdörtgen üreticinin ürettiği şekillerin ortak özelliği için “karşılıklı kenarları eşit ve açıları 90 derece olmalı” ifadesini kullanmıştır.

Şekil 155

Ö5’in ön görüşme verilerinden bir kesit



Ö5 mülakatta *dikdörtgen üretici kare üreticinin ürettiği bütün şekilleri üretebilir* ifadesine doğru demesine rağmen *kare, dikdörtgen olma koşulunu sağlar* ifadesine yanlış demiştir. Bu aşamada öğretmen durumu açıklığa kavuşturmak için Ö5’e bazı sorular sormuştur. Ö5 ile öğretmen arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

Öğretmen: Dikdörtgen olma koşulu nedir?

Ö5: Karşılıklı kenarları paralel ve eşit, açıları 90 derece

Öğretmen: Kare bu özellikleri sağlar mı?

Ö5: Öğretmenim bunun da (karenin de) bütün kenarları paralel ama paralelkenarınki gibi değil aynı dikdörtgeninki gibi

Öğretmen: Yani tüm kenarlar eşitken karşılıklı kenarlar eşit midir?

Ö5: Evet

Öğretmen: O zaman dikdörtgen olma koşulunu sağlar

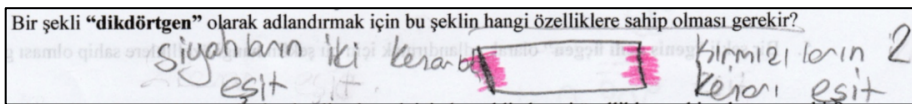
Ö5: Ama öğretmenim kareyi istediğim kadar büyütüyorum hiç dikdörtgen olmuyor kare olup duruyor

Bu ifadeler Ö5'in her ne kadar koşulu olma ifadesini üreticinin imkan ve kısıtlarına bağlasa da kareyi dikdörtgenin özelliklerini sağladığı için dikdörtgen ailesinin bir üyesi olarak kabul edebildiğini göstermektedir. Bu açıdan Ö5'in dikdörtgen enstrümanlı eylem şemasının 'dikdörtgen karşılıklı kenarları eşit ve tüm açıları eşit/90 derece/dik açı olan dörtgendir' ve 'tüm kenarlar eşitken karşılıklı kenarlar da eşit olacağından dikdörtgen kareyi kapsar' eylemdeki teoremleri ile 'kenar özelliği', 'açı özelliği', 'dik açı', 'bir özelliğin başka bir özelliği garantilemesi' ve 'bir şekil sınıfının diğerini kapsamaması' eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

Ö6 ise ön görüşmede dikdörtgeni tanımlaması istenince Şekil 156'daki cevabı yazmış ve Şekil 155'deki dörtgenlerden ikinci ve dördüncüyü seçmiştir. Bu ise tanımlarken ifade etmese bile Ö6'nın dikdörtgenin (görsel olarak) dik açığa sahip olduğunu farkında olduğunu göstermektedir. Ayrıca çizmiş olduğu şekil ve kenarlar için kullandığı ifade Ö6'nın kare ile dikdörtgeni ayırık sınıflara yerleştirdiğini göstermektedir. Nitekim Ö6 bu sebeple ön görüşmede *kare, dikdörtgen olma koşulunu sağlar mı? sorusuna olmaz, karenin tüm kenarları eşit ama dikdörtgenin 2 kenarı eşit* cevabını vermiştir.

Şekil 156

Ö6'nın ön görüşme verilerinden bir kesit



Ancak etkinlikler esnasında dikdörtgen üreticisiyle çalışmak Ö6'nın dikdörtgen imajını dinamikleştirmiş ve karenin dikdörtgen ailesinin üyesi olduğunu anlamasını sağlamıştır. Öyle ki Ö6 mülakatta *kare, dikdörtgen olma koşulunu sağlar* ifadesine doğru dedikten sonra dikdörtgen olma koşulu için "karşılıklı kenarların paralel olması ve açıları 90 derece olmalı"

ifadesini kullanmıştır. Yani bu aşamada Ö6'ya göre kare bu koşulları sağladığı için aynı zamanda bir dikdörtgendir. Bu açıdan Ö6'nın dikdörtgen enstrümanlı eylem şemasının 'dikdörtgen karşılıklı kenarları paralel ve tüm açıları eşit/90 derece/dik açı olan dörtgendir' ve 'karenin karşılıklı kenarları paralel ve tüm açıları 90 derece olduğundan dikdörtgen kareyi kapsar' eylemdeki teoremleri ile 'kenar özelliği', 'paralellik', 'açı özelliği', 'dik açı' ve 'bir şekil sınıfının diğerini kapsaması' eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

Ö5 ön görüşmede eşkenar dörtgeni tanımlaması istenince *hatırlamıyorum* yazmış, Ö6 ise prototip bir kare çizdikten sonra *tüm kenarları eşit olması gerekir* yazmış ve verilen dörtgenlerden Şekil 147'deki seçimi yapmıştır. Etkinlikler süresince eşkenar dörtgen üreticiyle çalışmak grubun bu dörtgen türünün kenarlarının her zaman eşit olduğunu ve açılarının kareye göre daha geniş imkanlara sahip olduğunu gözlemlenmelerini sağlamıştır. Ayrıca açılara yönelik sınıfta gerçekleşen tartışma süreci de (ayrıntılı bilgi için, bakınız, s. 232) grubun tüm açıların eşitliğinin karşılıklı açıların eşitliğini sağladığını anlamasını kolaylaştırmış ve bu süreç sonunda grup kareyi hiyerarşik yapıya eşkenar dörtgenin alt sınıfı olarak yerleştirebilmiştir. (bakınız, Şekil 150, s. 276).

Bu açıdan grubun her ne kadar mülakatta eşkenar dörtgen için *tüm kenarları eşit olmalı* (Ö5) ve *her zaman tüm kenarları eşit olur* (Ö6) yazmış olsa da eşkenar dörtgenin karşılıklı açılarının eşit olduğu bilgisine sahip olduğu söylenebilir, ki bu sebeple grup mülakatta *kare, eşkenar dörtgen olma koşulunu sağlar* ifadesine doğru demiştir. Dolayısıyla grubun eşkenar dörtgen enstrümanlı eylem şemasının 'eşkenar dörtgen tüm kenarları eşit ve karşılıklı açıları eşit olan dörtgendir' ve 'tüm açılar eşitken karşılıklı açılar da eşit olduğundan eşkenar dörtgen kareyi kapsar' eylemdeki teoremleri ile 'kenar özelliği', 'açı özelliği', 'bir özelliğin başka bir özelliği garantilemesi' ve 'bir şekil sınıfının diğerini kapsaması' eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

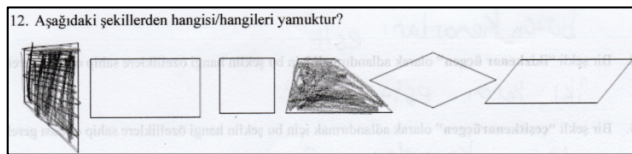
Ö6 ön görüşmede paralelkenar için *kenarları paraleldir* ifadesini kullanmış ve verilen

şekillerden paralelkenarı seçmesi istenince yamuk hariç hepsini seçmiştir (bakınız, Şekil 145, s. 269). Ö5 ise her ne kadar paralelkenarı tanımlayamamış olsa da Ö6'nunki ile aynı seçimi yapmıştır. Etkinlikler süresince paralelkenar üreticinin kare, dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve paralelkenarı üretebileceğini gördükten ve paralelkenarın özelliklerini inceledikten sonra grup mülakatta *paralelkenar üreticinin ürettiği şekillerin ortak özelliği nedir?* sorusuna *iki çift (karşılıklı kenarı) paralel olmalı (Ö5) ve karşılıklı kenarları her zaman paraleldir (Ö6)* cevabını vermiştir. Ayrıca grup bu sebeple *eşkenar dörtgen, paralelkenar ailesinin üyesidir ve paralelkenar üretici, dikdörtgen üreticinin üretebildiği bütün dörtgenleri üretebilir* ifadesine doğru demiştir. Bu açıdan grubun paralelkenar enstrümanlı eylem şemasının 'paralelkenar karşılıklı kenarları paralel olan dörtgendir' ve 'kare, dikdörtgen ve eşkenar dörtgenin karşılıklı kenarları paralel olduğundan paralelkenar bu dörtgenleri kapsar' eylemdeki teoremleri ile 'kenar özelliği', 'paralellik' ve 'bir şekil sınıfının diğerini kapsaması' eylemdeki teoremlerine dayandığı söylenebilir.

Ö5 ön görüşmede yamuğu tanımlaması istenince *bilmiyorum*, Ö6 ise *kenarları eşit olmaması* yazmıştır. Ayrıca Ö6 verilen dörtgenlerden yamukları seçmesi istenince Şekil 157'deki seçimi yapmıştır. Ancak yamuk üreticiyle çalışmak grubun bu dörtgen türüne yönelik bilgisinin genişlemesini sağlamıştır. Nitekim mülakatta *yamuk üretici hangi dörtgenleri üretebilir?* sorusuna Ö6 *hepsini* cevabını verirken, Ö5 *yamukları üretir* yazmış, bu ifade ile sadece yamukları mı anlatmak istediği sorulunca "dikdörtgen, kare, paralelkenar, eşkenar dörtgen ve yamuk" cevabını vermiştir.

Şekil 157

Ö6'nın ön görüşme verilerinden bir kesit



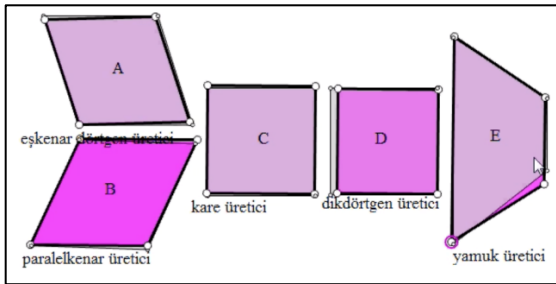
Dahası grup mülakatta "yamuk üreticinin ürettiği dörtgenlerin ortak özelliği nedir?"

sorusuna “bir çift karşılıklı kenarın paralel olması” (Ö5) ve “karşılıklı bir çift kenarı illaki paralel olmak zorundadır” (Ö6) cevabını vermiştir. Ayrıca grup *kare, yamuk olma koşulunu sağlar ve dikdörtgen, yamuk ailesinin bir üyesidir* ifadelerine de doğru demiştir. Nedeni sorulunca ise grup “bir çift kenarın paralel olması” cevabını vermiştir. Bu açıdan grubun yamuk enstrümanlı eylem şemasının ‘yamuk en az bir çift karşılıklı kenarı paralel olan dörtgendir’ ve ‘iki çift karşılıklı kenar paralelken bir çift zaten paralel olacağından yamuk diğer dörtgenleri kapsar’ eylemdeki teoremleri ile ‘kenar özelliği’, ‘paralellik’, ‘en az kavramı’, ‘bir özelliğin başka bir özelliği garantilemesi’ ve ‘bir şekil sınıfının diğerini kapsaması’ eylemdeki teoremlerine dayandığı söylenebilir.

5.2.2.4. Dördüncü grubun dörtgen üreticilerine yönelik enstrümantal oluşum süreci. Dördüncü grup dörtgen üreticileri inceleyelim etkinliğinde ekranda etkinlik dışı eylemlerde bulunduğu için üreticileri yeterince inceleyememiştir. Bunu yapabilir misin? (dörtgenler) etkinliğinde (Şekil 158) ise grup üreticileri biraz daha inceleme fırsatı yakalamış ve verilen resmi uygun şekilde çizebilmiştir.

Şekil 158

Dördüncü grubun bunu yapabilir misin? (dörtgenler) etkinliği ekran kaydından bir kesit



Etkinlikte öncelikle kare üreticisiyi kullanan Ö8 “bak bu kesinlikle buranın” diyerek C’yi çizmiş ardından D için dikdörtgen üreticisiyi kullanmıştır. A’yı eşkenar dörtgen üretici ile çizdikten sonra sıra Ö7’ye gelmiş ve o da B’yi paralelkenar üretici, E’yi ise yamuk üretici ile çizmiştir. Ö7 seçimlerini neye göre yaptığını açıklamak için çalışma yaprağına *çünkü (A)*

eşkenar dörtgene benzediği için, çünkü (D'yi) dikdörtgene benzettiğim için şeklinde not almıştır. Ö8 de dikdörtgen üreticiyi kullandığı D hariç diğer şekiller için benzer notlar yazmıştır. Şekil 159'da Ö8'in çalışma yaprağından bir kesit sunulmuştur.

Şekil 159

Ö8'in bunu yapabilir misin? (dörtgenler) çalışma yaprağından bir kesit

C	kare üreticisi	kare şeklini kareyle birleştiririz
D	dikdörtgen üreticisi	dikdörtgen 1 bölü nü karedir
E	yamuk üreticisi	yamuk üreticisi olmaz, gere çünkü şekil uygun

Öğretmen çalışma yaprağındaki notları görünce gruba bazı sorular sormuştur. İlk olarak Ö7 ile öğretmen arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

Öğretmen: Paralelkenar üretici olmasaydı, B'yi hangisiyle çizebilirdin?

Ö7: Eşkenar dörtgen olabilir

Öğretmen: Tamam başka?

Ö7: Başka, başka olmaz

Öğretmen: Neden olmaz sence?

Ö7: (biraz düşünüp) bu olur mu (diyerek yamuk üreticiyle denedikten sonra) Olduuu

Öğretmen: Peki mesela kare üreticisiyle üretememe sebebi ne B'yi?

Ö7: Çünkü olmuyo yani

Ö7'nin denemeden kare üreticisiyle çizilemeyeceğini ifade etmesi onun kare üreticisinin açılarındaki kısıtı fark etmiş olduğunu ya da B'nin eş kenarlı olmadığını düşündüğünü göstermektedir. Çünkü Ö7 çalışma yaprağına B'yi paralelkenar üreticisiyle çizme sebebini *paralelkenara benzediği için* notuyla açıklamaya çalışmıştır. Öğretmen bu sefer Ö8'e dönerek benzer sorular sormuştur.

Öğretmen: B şekli kare üreticisiyle neden çizilemez sence?

Ö8: Çünkü hocam bu kare böyle dümdüz gidiyo bu da (kare üreticisi) böyle dümdüz gidiyo ama paralelkenar bana daha uygun geldi, kareyi ben bu hale sokamam

Öğretmen: Karenin karşılıklı kenarları paralel midir?

Ö8: Evet

Öğretmen: Peki paralelkenarın açıları nasıl görünüyor? (Ö8 elleriyle geniş ve dar açıyı tarif etmeye çalışınca) dik açı olabilir mi?

Ö8: Olabilir

Öğretmen: Kare üreticinin açıları nasıl sence?

Ö8: 90 (dedikten sonra B'yi işaret ederek) ama bu öyle olamaz

Öğretmen: Kare üretici sadece açıları 90 derece olan şekiller çizdiği için paralelkenar çizemez, doğru mu?

Ö8: Evet

Bu diyalog Ö8'in karenin 90 derece açığa sahip olduğu bilgisi ile kare üreticinin

kısıtlarını ilişkilendirebildiğini göstermektedir.

Tahmin & kontrol-kare & dikdörtgen etkinliğinde (bakınız, Şekil 101, s. 210) Ö7 kare üreticinin 2 ve 5'i üretebileceği tahmininde bulunmuş ve bunun sebebini (*kare üreticinin*) *tüm kenarları eşit olduğu için üretemez* notuyla açıklamaya çalışmıştır. Ö8 ise teneffüste yaşadığı bir olay nedeniyle derse karşı ilgisini kaybettiğinden çalışma yaprağını rastgele doldurmuştur. Ö8'in çalışma yaprağına göre kare üretici de dikdörtgen üretici de verilen şekillerin hiçbirini üretemez ve üretmemiştir (kontrolden önce tüm kutuları hayır işaretlemiş). Ö7 ise kare üretici ile tahminlerini kontrol etmiş ve dikdörtgen üreticinin verilen tüm şekilleri üretebileceği tahmininde bulunmuştur.

Ö7 dikdörtgen üreticiyle tahminlerini kontrol ederken Ö8 merakına yenik düşmüş ve dikdörtgen üretici ile verilen şekilleri çizmeye başlamıştır. Bu esnada Ö8 her ne kadar "hepsi olur" demiş olsa da çalışma yaprağında düzeltme yapmamıştır. Öğretmen dikdörtgen üretici ile kareyi nasıl üretebildiğini sorunca "dikdörtgen üreticinin tüm kenarlarını eşitledim" diyen Ö8, 1'in kare üretici ile neden çizilemeyeceğini düşündüğü sorulunca "dikdörtgenden (dikdörtgen üreticiden) kare yapabiliyoruz ama kareden (kare üreticiden) dikdörtgen yapamıyoruz, çünkü karenin tüm kenarı eşit olduğu için dikdörtgenin de bir iki kenarıyla karşılıklı kenarı eşit olduğu için kareyle onu çizemiyoruz" cevabını vermiştir. Bu aşamada grubun kare ve dikdörtgen üreticinin imkan ve kısıtlarının sebebinin bu dörtgen türlerinin

özellikleri olduğunu anladığı söylenebilir.

Dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim etkinliğinde kare ve dikdörtgenin özelliklerini inceleyen grup çalışma yapraklarına benzer şekilde not almıştır. Öğretmen Ö8'in karenin paralelligi için yazdığı notu işaret ederek bu ifadeyle ne anlatmak istediğini sormuş ve Ö8 “karşılıklı kenarları paralel” demiştir. Şekil 160 ve Şekil 161’de Ö8 ve Ö7’nin çalışma yapraklarına yazdıkları notlardan bir kesit sunulmuştur.

Şekil 160

Ö8’in dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim-kare çalışma yaprağı

KARE			
Kenarlar	Açılar	Paralellik	Köşegenler
hep eşit	hep 90°	hiç farkı yok	eşit

Şekil 161

Ö7’nin dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim-dikdörtgen çalışma yaprağı

DİKDÖRTGEN			
Kenarlar	Açılar	Paralellik	Köşegenler
dikdörtgenin karşılıklı kenarları birbirine eşittir.	dikdörtgenin açıları her zaman 90° dir.	dikdörtgenin karşılıklı kenarları paraleldir.	dikdörtgenin köşegenleri eşittir.

Bu etkinliğin ardından kare ile dikdörtgen arasındaki ilişkinin anlaşılması için sınıfta bir tartışma ortamı oluşturulmuş ve karenin tüm kenarları eşitken karşılıklı kenarlarının da eşit olduğu bu sebeple dikdörtgen ailesinin bir üyesi olduğu açıklanmıştır (ayrıntılı bilgi için, bakınız, s. 216).

Tahmin & kontrol-kare & dikdörtgen & paralelkenar etkinliğinde (bakınız, Şekil 105, s. 217) paralelkenar üretici ile çalışmaya başlayan grup, önce tahmin edip sonra kontrol etmek yerine denemeye başlamış ve tahmin-kontrol kutucuklarını eş zamanlı olarak doldurmuştur.

Ö7 4'ü çizdikten sonra 5'i de çizmeye başlamış ve bu esnada Ö8 “5 oluyo mu?” diye sormuştur. Bunun üzerine Ö7 “olur tabi, bu kare (4) oluyosa diğeri de (5) olur” demiştir. Ö7'nin bu ifadesi onun kare üretici sayesinde kareye dair bilgisinin genişlemeye başladığını yani statik bir kare imajından dinamik bir kare kavramına geçiş yaptığını göstermektedir (enstrümantasyon).

6 için Ö7 “bu da olur, bu zaten şey ya” diyerek şeklin paralelkenar olduğunu anlatmaya çalışmıştır. Ö8 denemeye başladığında Ö7 tekrardan “bu da olacak” demiş ve o esnada Ö8 6'yı paralelkenar üretici ile çizebilmiştir. Ardından grup çalışma yapraklarında tahmin-kontrol kutucuklarına tüm şekiller için evet işaretlemiştir. Grubun tahmin yapmadan önce deneme ihtiyacı hissetmiş olması onların paralelkenara dair yeterli bilgisinin olmadığını göstermektedir. Nitekim grup ön görüşmede paralelkenar için *hatırlamıyorum* (Ö7) ve *bilmiyorum* (Ö8) yazmıştır. Ancak grup paralelkenar üreticinin imkanlarını görünce, bu üreticinin verilen tüm şekilleri üretebileceğini düşünmüştür.

Dikdörtgen üreticiye geçince bu üreticinin 1 ve 6'yı üretemeyeceği tahmininde bulunan grup kontrole geçtiğinde, Ö7 2'yi çizmiş ardından 3'ü denerken Ö8 “olur adı üstünde bak dikdörtgen” demiştir. Ö7 bir müddet uğraştıktan sonra 3'ü çizebilmiştir. Sıra Ö8'e geldiğinde önce 6'yı çizmeye çalışmış, Ö7 “olmıcağ kesin 6” demesine rağmen Ö8 bir müddet daha uğraşmış ve olmayacağına kanaat getirdikten sonra grup “6 olmazsa 1 de olmaz” demiştir. 1'i kontrol edip çizemeyen grup önce 5 sonrada 4'ü dikdörtgen üreticiyle çizmiştir. Ö7 çalışma yaprağına dikdörtgen üreticinin neden 1 ve 6'yı üretemediğini açıklamak için *dikdörtgen üretici açıları 90 derece olanları yapabilir* yazmıştır. Ö8 ise bu şekilleri işaret ederek “dar açı bunlar bide geniş açı var” ifadesini kullanmıştır.

Grup son olarak kare üreticiye geçmiş ve Ö7 4 ve 5'i üretir şeklinde tahmin kutucuklarını işaretlerken, Ö8 hepsini evet işaretlemiştir. Kontrole geçtiklerinde ise aralarında aşağıdaki diyalog geçmiştir.

Ö7: Bu (1) olmıcak

Ö8: Hiç olmaz

Ö7: Aynen denemeyelim hiç (dedikten sonra kare üreticiyi 5'i üzerine taşımıştır)

Ö8: O oluyo 5, zaten her türlü

Ö7: Bu (3) olmaz, sanırım

Ö8: Olur

Ö7: Olmıcak

Ö8: Ver bana görürsün bak (diyerek denemiş ancak çizemeyince) 3 olmuyo

Ö7: 4 de olur, 6 olmaz dimi dikdörtgen olmadıysa, 2 de olmaz çünkü dikdörtgen

Ö7 kare üreticinin neden 1'i üretemediğini açıklamak için çalışma yaprağına *kare*

üretici açıları 90 derece olanları yapabilir şeklinde not almıştır. Bu üreticinin dikdörtgenleri neden çizemediğini ise “çünkü karenin bütün kenarları eşit ama dikdörtgenin karşılıklı kenarları eşit” ifadesiyle açıklamıştır.

Ö8 ise 1 için çizilir tahmininde bulunsa da kontrole başlamadan hemen önce “hiç olmaz” diyerek çizilemeyeceğini ifade etmiştir. Dahası öğretmenin “kare üretici neden 1'i çizemedi, kare üreticinin çizdiği şekillerin açıları nasıldır?” sorusuna “90 derece” cevabını vermiştir. Bu ise Ö8'in çalışma yaprağına rastgele işaretlemelerde bulunduğunu göstermektedir. Ancak Ö8'in kare üreticiyle 3'ü yani tüm kenarları eşit olmayan bir dörtgeni üretebileceğini düşünmesi onun kare üreticiye yönelik şemasının henüz sabitlenmediğini göstermektedir.

Dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim etkinliği kapsamında bu sefer paralelkenarın özelliklerini inceleyen grup çalışma yapraklarına benzer şekilde not almıştır. Şekil 162'de Ö7'nin çalışma yaprağı verilmiştir.

Şekil 162

Ö7'nin dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim-paralelkenar çalışma yaprağı

PARALELKENAR			
Kenarlar	Açılar	Paralellik	Köşegenler
Karşılıklı kenarları birbirine eşit.	Karşılıklı açıları birbirine eşit.	Karşılıklı kenarlar paraleldir.	Köşegenleri farklıdır ama istediğim zaman köşegenleri eşitliğe bilirim

Sınıf incelemeyi bitirince öğretmen kenar özellikleri üzerinden kare-dikdörtgen arasındaki ilişkiyi açıkladığı gibi bu sefer açı özellikleri üzerinden de dikdörtgen-paralelkenar arasındaki ilişkiyi açıklamıştır (ayrıntılı bilgi için, bakınız, s. 221)

Dörtgenleri bilmeceleer yardımıyla gruplandırılım-1 etkinliğinde Ö7 verilen bilmeceleer hepsini doğru yanıtlamıştır. Şekil 163'te Ö7'nin bu etkinliğe ait çalışma yaprağından bir kesit sunulmuştur.

Şekil 163

Ö7'nin dörtgenleri bilmeceleer yardımıyla gruplandırılım-1 etkinliği (paralelkenar) çalışma yaprağından bir kesit

Beni istediğin kadar büyüt veya küçült karşılıklı kenarların hep birbirine paralel ve eşit. Köşegenlerim eş olmak zorunda değildir ancak eş olacak şekilde de kullanılabilir. Karşılıklı açıları eşit ancak bazen tüm açıları eş olacak şekilde kullanılabilir.

Paralel Kenar Üçgenler

Bu özelliklerim aşağıdaki şekillerden hangilerinin çizimine imkan verir? Tüm ihtimalleri düşünmeyi unutma!!!

Ö8 ise bilmeceleer etkinliğini anlamakta zorlanmış, bu sebeple öğretmen dikdörtgen bilmeceleer için Ö8'e yardımcı olmuştur. Bu esnada Ö8 ile öğretmen arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

Öğretmen: Bilmecedeki ilk özelliği hangi dörtgenler sağlar?

Ö8: Kare, dikdörtgen ve paralelkenar

Öğretmen: Bunların içinden köşegenleri eş olan hangisidir?

Ö8: Kare ve dikdörtgen

Öğretmen: Köşegenleri arasındaki açı hangisinin değişkendir?

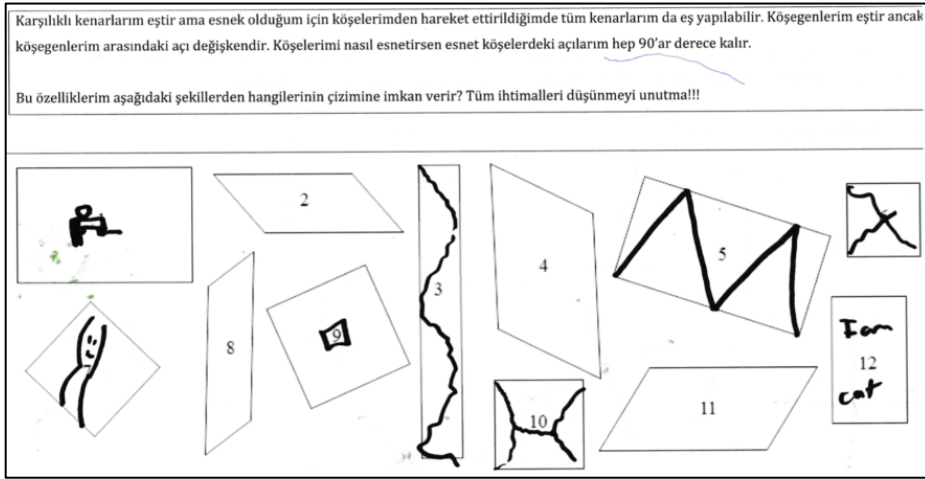
Ö8: Dikdörtgen

Öğretmen: Bu o zaman, köşelerimi nasıl esnetirsen esnet 90 derece dediğine göre dikdörtgen üretici, bu üretici hangilerini üretebiliyordu işaretliyoruz.

Bu diyalogun ardından Ö8 dikdörtgen üretici için hazırlanan bilmecede hem kare hem de dikdörtgenleri seçmiştir. Şekil 164'te Ö8'in bu bilmece için yaptığı seçim verilmiştir.

Şekil 164

Ö8'in dörtgenleri bilmeceler yardımıyla gruplandırılmalı-1 etkinliği (dikdörtgen) çalışma yaprağından bir kesit



Ancak Ö8 diğer iki bilmeceyi yanlış cevaplamıştır. Öğretmen bilmeceleri nasıl cevapladığını anlamak için Ö8'e kare bilmecesine yönelik bazı sorular sormuştur. Bu esnada öğretmen ile Ö8 arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

Öğretmen: Neden bunları (kare ve dikdörtgenleri) seçtin?

Ö8: (bilmecedeki açı hep 90 derece olur ipucunu işaret ederek) 90 derece bunlar, böyle buraları (köşeleri işaret ederek) hep 90 derece

Öğretmen: Sen buradaki özelliği okuyup bu özelliğe uyanları işaretledin öyle mi?

Ö8: Evet

Öğretmen: Dikdörtgenin köşegenleri arasındaki açı hep 90 derece midir?

Ö8: Hayır, bazen

Ö9: Peki hangisi sağlar?

Ö8: Kare

Bu diyalog Ö8'in bilmeceyi tam olarak okumak yerine gözüne çarpan özelliğe odaklandığını göstermektedir. Çünkü Ö8 *köşegenlerim arasındaki açı hep 90 derece olur* ipucunda sadece *90 derece* ifadesine bakarak iç açılar için bu ifadenin kullanıldığını düşünmüş ve bu özelliği sağlayan dörtgenleri (kare ve dikdörtgenleri) işaretlemiştir. Ancak ipucu tekrar okunduğunda aslında farklı bir özelliğin sorulduğunu anlamış ve bu özelliğin hangi dörtgene ait olduğunu doğru bilmiştir. Bu açıdan Ö8'in bilmeceleri cevaplandırırken bilmecenin tamamını sağlayan üreticiyi düşünmek ve verilen dörtgenlerden bu üreticinin üretebileceklerini seçmek yerine bilmecedeki ipuçlarını ayrı ayrı değerlendirdiği ve sırayla bu ipuçlarını sağlayan dörtgenleri işaretlediği söylenebilir. Bu ise her ne kadar etkinliği istenilen düzeyde tamamlayamamış olsa da Ö8'in dörtgenlerin özelliklerini bildiğini göstermektedir.

Tahmin & kontrol-kare & eşkenar dörtgen etkinliğinde (bakınız, Şekil 109, s. 224) Ö7 kare üreticinin 1 ve 5'i üretebileceği, Ö8 ise tüm şekilleri üretebileceği yönde tahmin yürütmüştür. Grup kontrole geçince önce 5 ve 1'i çizmiş, ardından Ö8 2'yi denemeye başlamış ve Ö7 "bunlar olmicak" deyince "belli olmaz" demiştir. Ancak 2'yi çizemeyeceğini anlayan Ö8 arkadaşının gösterdiği 4 için "o hiç olmaz, çünkü kare (kare üretici) 90 derece ya bunlar (4'ün açıları) geniş açı" demiştir. Öğretmen kare üreticinin 2'yi neden çizemediğini sorunca Ö7 "çünkü bu paralelkenar" ve Ö8 "çünkü hocam karenin böyle bu tarafları (kare üreticinin köşelerini işaret ederek) dik açı olduğu için bunun (2'nin dar açılı köşesini işaret ederek) da böyle dar açı olduğu için bu (kare üretici) buna (2'ye) uymuyor" demiştir.

Eşkenar dörtgen üretici için grup tahmin ve kontrol kutucuklarını eş zamanlı doldurmuştur. Bu üreticiyle sırasıyla tüm şekilleri deneyen grup hem tahmin hem de kontrol kutucuklarına evet işareti koymuştur. Öğretmen neden eşkenar dörtgenin kareleri de üretebildiğini sorunca Ö8 "eşkenar dörtgende sınır yok istersem dik açı yapılabilir"

cevabını vermiştir. Bu ise Ö8'in eşkenar dörtgen üreticinin açılarındaki imkanların farkına vardığını göstermektedir.

Dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim etkinliği kapsamında eşkenar dörtgenin özelliklerini inceleyen grup çalışma yapraklarına benzer şekilde not almıştır. Şekil 165'te Ö7'nin çalışma yaprağı verilmiştir. Öğretmen köşegenler için değişken derken ne demek istediğini sorunca Ö7 "bazen eşit" demiş, köşegenler arası açı için ise "90" demesine rağmen çalışma yaprağına not almamıştır.

Şekil 165

Ö7'nin dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim-eşkenar dörtgen çalışma yaprağı

EŞKENAR DÖRTGEN			
Kenarlar	Açılar	Paralellik	Köşegenler
Kenarları her zamanı eşit	Karşılıklı açıları eşit	Karşılıklı kenarları paraleldir.	Değişken

Tahmin & kontrol-kare & eşkenar dörtgen & paralelkenar etkinliğinde (bakınız, Şekil 111, s. 227) grup öncelikle kare üretici ile çalışmıştır. Kare üreticinin 3 ve 5'i çizebileceği tahmininde bulunan grup kontrol aşamasında tahminlerinin doğru olduğunu görmüştür. Öğretmen çalışma yapraklarına nedenleri yazmadıklarını görünce gruba bazı sorular sormuştur. Bu esnada öğretmenle grup arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

Öğretmen: Kare neden 1 numaralı şekli çizemez?

Ö8: (1'in geniş açılı köşesini işaret ederek) Çünkü bu geniş açı

Öğretmen: 2'yi neden çizemez?

Grup: Bunun (kare üreticinin) açıları 90 derece

Öğretmen: 2 numaralı şeklin açıları 90 derece olsaydı yani bir dikdörtgen olsaydı çizer miydi?

Ö7: Hayır, Ö8: Evet

Öğretmen: Neden olmaz?

Ö7: Çünkü uzamıyo ki

Ö8: Oluur

Öğretmen: Kare üreticiyle bir dikdörtgen çizebilir misin?

Ö8: Çizerim (denemiş ve çizememiştir)

Öğretmen: Kare üreticinin kenarları nasıl olmak zorunda?

Ö7: Eşit

Öğretmen: Kare üreticinin ürettiği şekillerin kenarları her zaman eşit olmak zorundaysa dikdörtgen üretebilir mi?

Ö8: Daha demin olmuştu hocam şimdi olmuyo

Bu diyalog Ö7'nin kare üreticiyi enstrümana dönüştürmeyi başardığını ancak Ö8'in şemasının halen sabitlenmediğini göstermektedir. Nitekim Ö8 önceki etkinliklerde kare üreticinin tüm kenarları eşit olan dörtgenler üretebileceğini ifade etmesine rağmen bu aşamada hala tereddüt etmektedir.

Grup eşkenar dörtgen üreticiye geçince Ö8 tahmin kutucuklarının hepsini evet işaretlerken, Ö7 boş bırakmış ve her bir şekli kontrol ettikten sonra tahmin-kontrol kutucuklarını işaretlemiştir. Ö7 1'i çizdikten sonra "bence hepsi olur" demiş ve duraksamış ardından "olmaya da bilir bilmiyorum" demiştir. Ö8 5'i çizmek için eşkenar dörtgen üreticiyi bu şeklin üzerine taşıyıp üreticiyi küçültmeye çalışınca Ö7 "şurdan alçaltçaksın 5 oluyo çünkü" demiştir. 5 çizen Ö8, 6'yı çizmeye çalışınca Ö7 "o olcak bence" demiş ve arkadaşı çizemeyince kendi denemek istemiştir. Bu esnada Ö8 "şimdi 5 olduğuna göre 4 de olur" diyerek çalışma yaprağına işaretleme yapmıştır. Ö7 6'yı çizemeyince 4 ve 3'ü çizmiştir. Ardından "2'yi deniyorum" diyerek 2'yi çizmek istemiş ancak Ö8 "2 olmaz" deyince "ben bilmiyorum" diyerek devam etmiştir. Ö7 her ne kadar Ö8 "eşkenar dörtgen yapamaz bunu" dese de şekli çizmek için uğraşmaya devam etmiş ancak çizemeyince pes etmiştir.

Grup kontrolü bitirince öğretmen 6 numaralı şekil için bazı sorular sormuştur. Bu esnada grupta öğretmen arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

Öğretmen: Neden 6'nın çizilebileceğini düşündün?

Ö8: Çünkü bu (6) bir eşkenar

Öğretmen: Bu şekil eşkenar mı?

Ö8: Evet, bunlara bakarsak (açıları göstererek) eşkenar

Ö7: Paralelkenar

Öğretmen: Açılırları tamam, peki eşkenar dörtgen üreticinin kenar uzunluklarını 6'nıncı gibi yapabilir misiniz?

Ö8: Evet, Ö7: Hayır

Öğretmen: Eşkenar dörtgenin kenarları nasıl olmalı?

Ö8: Hepsi eş

Öğretmen: O zaman çizebilir mi?

Ö8: Evet

Öğretmen: Neden çizemediniz o zaman?

Ö8: Aaa evet ben 6'ya hayır demiştim, evet yapmıştım sonra hayır demiştim

Öğretmen: Sonradan neden çizilmeyeceğini anlamışsın galiba, neden çizemez?

Ö8: Eşkenar dörtgende (eşkenar dörtgen üreticinin) tüm kenarları eşit

Ö8'in eşkenar dörtgen üreticinin verilen dörtgenlerin hepsini üretebileceği tahmininde

bulunması onun öncelikle açılara odaklandığını göstermektedir. Ancak Ö8 kontrol esnasında kenarları da dikkate alması gerektiğini fark ettiği için 2'nin çizilemeyeceğini ifade etmiştir. 6 numaralı şekil için de aynı durum söz konudur. Ö7 ise eşkenar dörtgen ile paralelkenarı net olarak ayıramadığı için önce kontrol etmek istemiş ve kontrol sonrası eşkenar dörtgenin kenarlarının her zaman eş olduğunu hatırlamıştır. Bu bulgular grubun eşkenar dörtgen şemasının henüz sabitlenmediğini bu sebeple sürekli gelgitler yaşadığını göstermektedir. Grup paralelkenar üretici ile tahmin aşamasına geçince "hepsini çizer" diyerek kontrole geçmiş ve tahminlerinin doğru olduğunu görmüştür.

Dörtgenleri bilmeceler yardımıyla gruplandırılım-2 etkinliğinde Ö7 verilen

bilmeceleri doğru cevaplandırmıştır. Ö8 ise kare ve paralelkenar bilmecelerini doğru yapmış olsa da eşkenar dörtgen için hazırlanan bilmecede sadece kareleri işaretlemiştir. Bunun üzerine öğretmen neye göre işaretleme yaptığını sormuş ve Ö8 "köşegenlerim arasındaki açı hep 90 derecedir" diyerek bu ipucunun kareyi sağladığını ifade etmiştir. Öğretmen bu özelliği sağlayan başka dörtgen olup olmadığını sorunca Ö8 hatırlayamamış ve öğretmen dörtgenleri tekrar incelemesini istemiştir. İnceledikten sonra eşkenar dörtgenin de bu özelliği sağladığını

hatırlayan Ö8 “o zaman bunlar (eşkenar dörtgenler)” diyerek eşkenar dörtgenleri de seçmiştir.

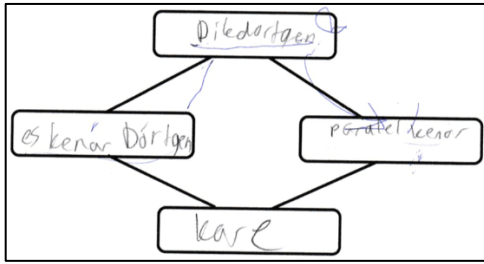
Tahmin & kontrol-dikdörtgen & eşkenar dörtgen etkinliğinde (bakınız, Şekil 114, s. 233) Ö7 2, 4 ve 6’yı dikdörtgen üretici ile üretebileceği tahmininde bulunurken, Ö8 5’in de çizilebileceğini düşünmüştür. Kontrolde 2, 4 ve 6’yı çizebilen gruptan Ö8 5’i çizmeye çalışırken Ö7 “olmıcağ bu” demiştir. Bir müddet denemeye devam eden Ö8 çizemeyince vazgeçmiştir. Öğretmen Ö7’ye dikdörtgen üreticinin neden 5’i üretemeyeceğini düşündüğünü sorunca Ö7 “çünkü çapraz ve dikdörtgen sadece 90 derece olabilir” cevabını vermiştir.

Ardından eşkenar dörtgen üreticiye geçen grup bu üreticiyle 4’ü çizmiştir. Sonrasında Ö7 “2 olmıcağ” demiş ve Ö8 “6 belki de olur” deyince “6 olur, yok 2 de olabilir ya” demiştir. Ö7 6’yı çizmeye çalışırken “6 olmayabilir, ola da bilir” demiş bunun üzerine Ö8 “evet evet olur çok güzel olur” diyerek arkadaşını desteklemiştir. Ancak Ö7 çizemeyerek pes etmiştir. Ö8 3’ü çizmiş ve Ö7 2’yi çizmeye çalışıp başaramayınca “olmıcağ 2” demiştir. Öğretmen “neden olmaz?” diye sorunca grup bilmediğini söylemiştir. Bunun üzerine öğretmen eşkenar dörtgenin kenar özelliklerini düşünmesini istemiş, Ö7 “tüm kenarları eşit” deyince öğretmen “bu yüzden mi 2’yi çizemez?” diye sorunca Ö7 “evet” demiştir. Ardından 1’i çizen Ö7 5’i de çizmeye çalışmış ancak fazla denemeden vazgeçmiştir.

Bu etkinliğin ardından grup yapıları birleştirilim çalışma yapraklarını doldurmuştur. Ö7 kare, dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve paralelkenarı hiyerarşik yapıya doğru bir şekilde yerleştirmiştir. Ö7’nin her ne kadar bu aşamaya kadar dörtgenlere dair şemaları sabitlenmemiş gibi görünse de bu etkinlikte dörtgenleri doğru bir şekilde yerleştirebilmesi onun şemalarının sabitlenmeye başladığını göstermektedir. Ancak Ö8 bu yapıya dikdörtgen ile paralelkenarı yanlış yerleştirmiştir. Şekil 166’da Ö8’in çalışma yaprağı verilmiştir.

Şekil 166

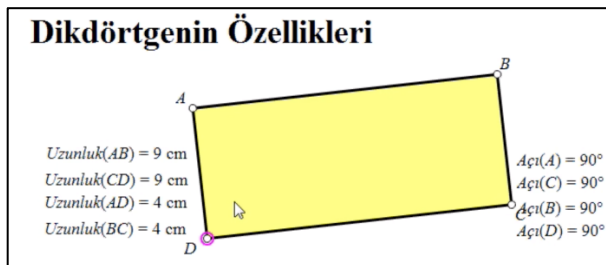
Ö8'in yapıları birleştirelim çalışma yaprağından bir kesit



Öğretmen bu yerleşimi neye göre yaptığını sorunca Ö8 “dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve paralelkenar üretebilir” demiştir. Bunun üzerine öğretmen Ö8’den dikdörtgen üretici ile bir paralelkenar üretmesini istemiş ve Ö8 önce prototip bir dikdörtgen çizmiş ve “yaptım” demiştir. Bu sefer öğretmen “tüm açıları 90 derece olmasın karşılıklı açıları eşit olsun mümkün mü?” deyince Ö8 önce “mümkün” demiş sonra da farklı pozisyonda bir dikdörtgen daha üretilip (Şekil 167) “yaptım hocam” demiştir.

Şekil 167

Ö8'in dikdörtgen üreticiyle çalışırken ki ekran kaydından bir kesit



Bu sefer öğretmen bu dörtgenin açılarının farklı olup olmadığını sormuş ve Ö8 “açı farklı olmaz ki” demiştir. Öğretmen “işte bu yüzden, (dikdörtgenin) açıları hep 90 derece olmak zorunda” dedikten sonra “her şeyi üreten en yukarıda olmalı” diyerek tekrar düşünmesini istemiştir. Ö8 biraz düşündükten sonra paralelkenarı işaret ederek “bu” demiş ancak çalışma yaprağında düzeltme yapmamıştır. Bunun üzerine öğretmen Ö7’nin çalışma yaprağındaki yapıyı işaret ederek “bunu okurken şöyle diyebilir miyim, kare eşkenar dörtgen ailesindedir” diye sormuş Ö8 “evet, doğru çünkü tüm kenarları eşit” demiştir. Bu sefer

öğretmen “kare paralelkenar ailesindedir desem doğru olur mu?” diye sormuş Ö8 “evet, tüm kenarları paralel” şeklinde cevap vermiştir.

Bu aşamada Ö8’in kareyi eşkenar dörtgen ve paralelkenar ailesinin üyesi olarak kabul etmesi ve bunu özellikler temelinde açıklayabilmesi oldukça tatmin edicidir. Ancak Ö8 ilk başta üreticilerin imkan ve kısıtlarını düşündüğünde hangisinin daha kapsamlı olduğunu ayırt etmekte zorlanmıştır. Ö8’in ‘dikdörtgen üretici paralelkenar üretebilir’ düşüncesi dikdörtgenin paralelkenar olma koşulunu sağlaması sebebiyle bir paralelkenar olarak adlandırılabilceğini düşünmesinden kaynaklanıyor olabilir. Bu sebeple dikdörtgen üreticinin ürettiği herhangi bir dörtgen aslında Ö8’e göre paralelkenardır ve bu yüzden dikdörtgen üstte olmalıdır. Ancak Ö8’in gözden kaçırdığı bir nokta vardır ki bu da dikdörtgen üreticinin açıları 90 derece olmayan paralelkenarları üretmediğidir. Bunu fark eden öğretmen açılara vurgu yaparak öğrencinin bilgisini sorgulamaya çalışmış ve Ö8 paralelkenar üreticinin imkanlarını hatırlayarak paralelkenarın daha kapsamlı bir dörtgen olduğunu ifade edebilmiştir. Ö8’in bilgisinin üreticiye bağlı olarak genişlediği bu süreç enstrümantasyon sürecine örnek olarak gösterilebilir.

Tahmin & kontrol-paralelkenar & yamuk etkinliğinde (bakınız, Şekil 116, s. 235) paralelkenar üreticinin 2 ve 5’i üretebileceği tahmininde bulunan grup bu şekilleri kontrol ettikten sonra diğer şekilleri de denemeye başlamıştır. Paralelkenar üreticinin 1, 3 ve 4’ü üretmediğini gören grup tahmin ve kontrol kutucuklarına eş zamanlı olarak çizemez işareti koymuştur. Yamuk üretici için tahmin yapmadan kontrole geçen grup verilen tüm şekilleri çizebileceklerini görünce tahmin ve kontrol kutucuklarına evet işareti koymuştur.

Bu esnada yanlarına gelen öğretmen paralelkenar üreticinin neden 1’i üretmediğini sorunca Ö7 bu şekil için “çünkü yamuk, paralelkenar hmm” demiş, Ö8 arkadaşının sözünü keserek “yamuk bu olmaz, (paralelkenar üreticinin) karşılıklı kenarları paralel olduğu için, bununla bu (1’in paralel olmayan kenarlarını işaret ederek) paralel değil” ifadesini

kullanmıştır. Bunun üzerine Ö7 “evet” diyerek arkadaşının açıklamasına katıldığını belirtmiştir. Bu etkinliğin ardından dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim etkinliği kapsamında bu sefer yamuğun özelliklerini inceleyen grup, çalışma yapraklarına benzer şekilde not almıştır. Şekil 168’de Ö7’nin etkinliğe ait çalışma yaprağı verilmiştir.

Şekil 168

Ö7’nin dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim-yamuğ çalışması yaprağı

	Yamuğ	Hangisi daha kısıtlı?		Paralelkenar
		Y	PK	
Özellik 1 (köşegenler)	köşegenler farklı			farklı
Özellik 2 (köşegen arası açılar)	düşegen arası açılar farklı			farklı
Özellik 3 (kenarlar)	kenarlar farklı		✓	karşılıklı eşit
Özellik 4 (iç açılar)	iç açılar farklı		✓	karşılıklı açılar eşit
Özellik 5 (paralellik)	paralellik farklı		✓	karşılıklı kenarları paralel

Öğretmen grubun çalışma yapraklarını incelendiğinde, paralellik özelliği için *paralellik farklı* (Ö7) ve *yok* (Ö8) şeklinde not aldıkları görmüştür. Bunun üzerine Ö7’ye paralellik farklı derken ne demek istediğini sormuş ve Ö7 “bir çift kenarı paralel” demiştir. Ardından öğretmen Ö8’e “yamuğun paralelligi yok mu?” diye sormuş ve Ö8 “2 karşılıklı kenarı var” demiştir. Bunun üzerine öğretmen “bir çift karşılıklı kenarı mı paralel?” diye sormuş ve Ö8 “aynen o yüzden yok yazdım” demiştir.

Bilmecelerdeki dörtgenleri bulalım etkinliğinde Ö8 ilk iki bilmecelyi doğru yanıtlamış ancak diğer 3 bilmecede yanlış yapmıştır. Öğretmen dikdörtgen için verilen bilmecelyi göstererek bu bilmecedeki üreticinin neden kare olduğunu düşündüğünü sorunca Ö8 “tüm kenarlarım eş yapılabilir, kare, kare sağlar” demiş ardından “köşegen uzunluklarım her zaman

birbirine eş olur, kare” demiştir. Bunun üzerine öğretmen bu özellikleri sağlayan başka dörtgenlerin olup olmadığını sormuş ve Ö8 kendinden emin bir şekilde “başka bir şey olamaz, çünkü mesela diyelim buraya bir dikdörtgen olsa ne kadar iste ama tüm kenarlarını eşit yapamazsın” demiştir. Öğretmen dikdörtgen üreticinin tüm kenarları eşit şekiller üretmeye izin verip vermediğini sorunca Ö8 “hayır” demiş ve öğretmen tekrar incelemesini istemiştir. Dikdörtgeni tekrar inceleyen Ö8 “tamam buraya da dikdörtgen olur” diyerek bilmecenin cevabının dikdörtgen üretici olduğunu belirtmeye çalışmıştır.

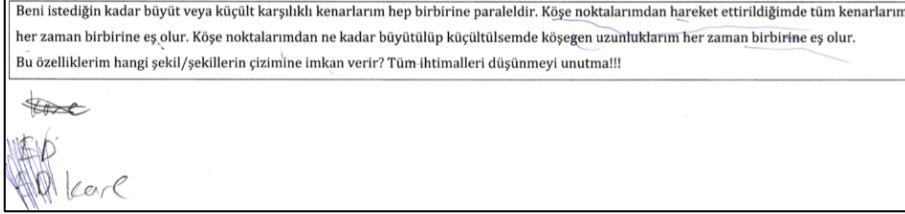
Öğretmen eşkenar dörtgen için hazırlanan bilmecedeki *köşegenlerim arasındaki açı her zaman 90 derecedir* özelliğini hangi dörtgenlerin sağladığını sorunca Ö8 “dikdörtgen” demiştir. Öğretmen dikdörtgen üreticiyi tekrar inceleyerek köşegenleri arasındaki açıyı tekrar sormuş ve Ö8 “90” demiştir. Bu esnada öğretmen Ö8’in köşegenler arası açı yerine köşelerdeki açıya baktığını fark etmiş ve köşe açılarına değil köşegenleri arasındaki açıya bakması gerektiğini söyleyerek “bu açı her zaman 90 derece midir?” diye sormuştur. Bu sefer Ö8 “hayır” deyince öğretmen “peki kimlerin 90 derecedir?” diye sormuş ve Ö8 “kare ve eşkenar dörtgen” demiştir. Öyle görünmektedir ki Ö8 bilmeceyi yanlış okuduğu için yanlış cevaplandırmıştır.

Son bilmece için eşkenar dörtgen (bilmecenin cevabı kare) yazan Ö8 bilmecedeki *karşılıklı kenarlarım hep birbirine paraleldir* ifadesini işaret ederek “eşkenar dörtgen sağlar” demiştir. Bunun üzerine öğretmen devamını okumasını istemiş ve Ö8 *tüm kenarlarım her zaman birbirine eş olur* ifadesi için de “bu da sağlar” demiştir. Ö8 son cümledeki *köşegen uzunluklarım her zaman birbirine eş olur* ifadesini de eşkenar dörtgenin sağladığını söyleyince öğretmen eşkenar dörtgenin köşegen uzunluklarını tekrar incelemesini istemiştir. Ö8 inceledikten sonra “her zaman eş değil ama eşit yapılabiliyor” demiş ve bilmeceyi tekrar okuyunca “hmm tamam o zaman” diyerek bilmece için cevabını kare olarak değiştirmiştir (Şekil 169). Öğretmen “sen galiba dikdörtgen ile eşkenar dörtgenin köşegen özelliklerini

karıştırdın o yüzden böyle bir şey oldu?” deyince Ö8 başıyla onaylamıştır.

Şekil 169

Ö8'in bilmecelerdeki dörtgenleri bulalım çalışma yaprağından bir kesit



Ö7 ise bu etkinlikte hiçbir bilmeceyi doğru yanıtlayamamıştır. Öğretmen dikdörtgen bilmecesine kare cevabını veren Ö7'ye cevabını neye göre verdiğini sormuş ve Ö7 köşegen uzunlukları ile ilgili kısmı işaret ederek “her zaman birbirine eş olur” demiştir. Öğretmen bu özelliği sağlayan başka dörtgenin olup olmadığını sorunca Ö7 biraz düşündükten sonra “olur, dikdörtgen” demiştir. Öğretmenin “o zaman bilmecedeki üreticiye dikdörtgen üretici diyebilir miyim?” sorusuna “evet” diyen Ö7, “hem dikdörtgenleri hem de kareleri mi üretir diyorsun?” sorusuna da “hıh hıh” diyerek başıyla onay vermiştir.

Bir sonraki bilmeceye dikdörtgen diyen Ö7 (bilmecenin cevabı eşkenar dörtgen) ile öğretmen arasında aşağıdaki diyalog geçmiştir.

Öğretmen: Neye bakarak dikdörtgen olduğunu düşündün?

Ö7: (bilmecedeki ipucunu işaret ederek) Karşılıklı açılarım eştir

Öğretmen: Buradan dikdörtgen olur dedin

Ö7: Evet

Öğretmen: Tamam güzel, peki dikdörtgen olmasını engelleyecek bir şey var mı burada, yoksa olur mu?

Ö7: (bilmeceyi tekrar okuyarak) Yok

Öğretmen: (bilmecedeki diğer ipucunu işaret ederek) Dikdörtgenin köşegenleri arasındaki açı her zaman mı bazen mi 90 derece olur?

Ö7: Bazen, heeee!

Öğretmen: Peki köşegenler arasındaki açısı her zaman 90 derece olanlar kimler?

Ö7: Kare

Öğretmen: Başka var mı?

Ö7: Yok

Öğretmen: Mesela eşkenar dörtgeni tekrar hatırlayım ben sana (diyerek eşkenar dörtgenin özelliklerini incelemiştir) Köşegen uzunlukları her zaman aynı mı?

Ö7: Hayır

Öğretmen: Peki köşegenleri arasındaki açı her zaman 90 derece mi?

Ö7: Evet

Öğretmen: O zaman bu bilmece eşkenar dörtgen olabilir mi?

Ö7: Evet

Bu diyalog Ö7'nin bilmeceyi cevaplandırırken gözüne çarpan ilk özelliği dikkate aldığını ve dikdörtgenin köşegen özelliklerini yanlış hatırladığı için bilmece devamında da düşündüğü cevabın doğru olduğu sonucuna vardığını göstermektedir. Ancak öğretmen bilmecedeki vurguları dikkate alarak tekrar sorduğunda Ö7 hatasını anlamış ve eşkenar dörtgen üreticisiyi tekrar inceleyince de bu dörtgenin özelliklerini hatırlayabilmiştir.

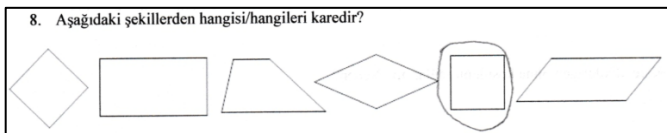
5.2.2.4.1. Dördüncü grubun dörtgen üreticilerine yönelik enstrümanlı eylem şeması.

Dördüncü grubun dörtgen etkinlikleri boyunca yaptıklarına bakıldığında, şemalarının kolayca sabitlenmediği hatta son etkinliğe kadar şemalarda gelgitler yaşadıkları görülmektedir. Ancak öğretimin tamamlanmasının üzerinden biraz zaman geçince yapılan mülakat verilerine göre grup dörtgen üreticilerine yönelik şemalarını sağlamlaştırmayı başarmıştır.

Ön görüşmede kareyi tanımlaması istenince *her kenarı eşit olan şekile kare* denir yazan Ö7 verilen dörtgenlerden kareleri seçmesi istenince de Şekil 170'deki seçimi yaparak prototip bir kare imajına sahip olduğunu göstermiştir.

Şekil 170

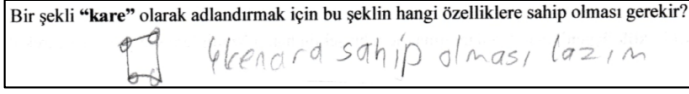
Ö7'nin ön görüşme verilerinden bir kesit



Ö8 için de durum farklı değildir. Ön görüşmede Ö7'ninki ile aynı seçimi yapan Ö8 kareyi tanımlaması istenince Şekil 171'deki notu yazmıştır.

Şekil 171

Ö8'in ön görüşme verilerinden bir kesit

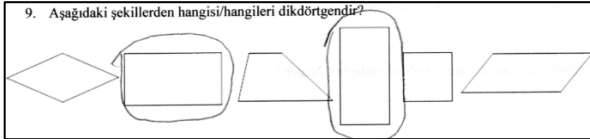


Ancak kare üreticiyle çalışmak grubun kare imajını dinamikleştirmiş hem de karenin tüm kenarlarının eşit olmasının yanı sıra tüm açılarının da 90 derece olduğunu anlamalarını sağlamıştır. Bu sebeple grup mülakatta karenin olmazsa olmaz özelliği sorulduğunda “tüm kenarları eşit ve açıları 90 derece” cevabını vermiştir. Bu açıdan grubun kare enstrümanlı eylem şemasının ‘kare tüm kenarları eşit ve tüm açıları eşit/90 derece/dik açı olan dörtgendir’ eylemdeki teoremi ile ‘kenar özelliği’, ‘açı özelliği’ ve ‘dik açı’ eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

Ö7 ön görüşmede dikdörtgen için *iki tarafı aynı olan* ifadesini kullanmış ve verilen dörtgenlerden Şekil 172’deki seçimi yapmıştır. Bu durum Ö7’nin dikdörtgenin iki uzun iki kısa kenarı olan ve açıları görsel olarak dik açı olan bir dörtgen olduğunu düşündüğünü göstermektedir. Ö7 ile aynı seçimi yapan Ö8 ise dikdörtgeni tanımlaması istenince prototip bir dikdörtgen çizdikten sonra *4 kenara sahip olması lazım* yazmıştır.

Şekil 172

Ö7’nin ön görüşme verilerinden bir kesit



Mülakatta dikdörtgen için *karşılıklı kenarları eşittir ve paraleldir* yazan Ö7 *dikdörtgen üretici, eşkenar dörtgen üreticinin üretebildiği bütün dörtgenleri üretebilir* ifadesine yanlıştır. Bu ise her ne kadar yazmamış olsa da dikdörtgen üreticinin tüm açıları dik açı olan dörtgenler ürettiği bilgisine de sahip olduğunu göstermektedir. Nitekim etkinlikler süresince bunu belirttiği durumlar olmuştur (örneğin; s. 322).

Ö8 ise mülakatta dikdörtgen üreticinin ürettiği dörtgenlerin ortak özelliği için “açıları hep 90 derece, karşılıklı kenarları paralel ve eşit” (Ö8) ifadesini kullanmıştır. Ayrıca *kare, dikdörtgen olma koşulunu sağlar* ifadesine doğru dedikten sonra sebebini “(karenin) karşılıklı kenarları paralel ve karşılıklı kenarları eşit ve 90 derece” ifadesiyle açıklamaya çalışmıştır. Mülakatta *dikdörtgen üretici kare üreticinin ürettiği bütün dörtgenleri üretebilir* ifadesine de doğru diyen grubun dikdörtgenin kareyi kapsadığını anladığı söylenebilir.

Bu açıdan grubun dikdörtgen enstrümanlı eylem şemasının ‘dikdörtgen karşılıklı kenarları eşit ve tüm açıları eşit/90 derece/dik açı olan dörtgendir’ ve ‘tüm kenarlar eşitken karşılıklı kenarlar da eşit olacağından dikdörtgen kareyi kapsar’ eylemdeki teoremleri ile ‘kenar özelliği’, ‘açı özelliği’, ‘dik açı’, ‘bir özelliğin başka bir özelliği garantilemesi’ ve ‘bir şekil sınıfının diğerini kapsaması’ eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

Ön görüşmede eşkenar dörtgen için *hatırlamıyorum* (Ö7) ve *bilmiyorum* (Ö8) ifadelerini kullanan grup eşkenar dörtgen üreticiyle çalıştıktan sonra bu dörtgene yönelik bilgisini genişletebilmiştir. Öyle ki grup mülakatta eşkenar dörtgen için “karşılıklı açıları eşit, köşegenler arasındaki açı 90 derece” (Ö7) ve “tüm kenarları eşit” (Ö8) ifadelerini kullanmıştır.

Ö7 mülakatta eşkenar dörtgen için yaptığı tanıma ek olarak *kare ve eşkenar dörtgen üretir yazmış kare, eşkenar dörtgen olma koşulunu sağlar* ifadesine de yanlış demiştir. Bu ifadenin neden yanlış olduğu sorulduğunda “kare üretici sadece kareyi üretir” cevabını veren Ö7’nin koşulu olma ifadesini anlayamadığı görülmüştür. Yani Ö7 karenin eşkenar dörtgenin özelliklerini sağlaması sebebiyle bu dörtgen ailesinin üyesi olduğunu anlayamamakta ve bu iki dörtgen arasındaki ilişkiyi üreticinin imkanlarına bağlamaktadır.

Bu açıdan Ö7’nin eşkenar dörtgen enstrümanlı eylem şemasının ‘eşkenar dörtgen karşılıklı açıları eşit ve köşegenler arasındaki açı 90 derece olan dörtgendir’ ve ‘eşkenar dörtgen üretici eşkenar dörtgen ve kare üretir’ eylemdeki teoremleri ile ‘açı özelliği’,

‘köşegen özelliği’, ‘dik açı’ ve ‘üreticinin imkanları’ eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

Ö8 ise her ne kadar eşkenar dörtgen için sadece kenar özelliğini ifade etmiş olsa da eşkenar dörtgenin karşılıklı kenarlarının eşit olduğunun bilincindedir. Öyle ki tahmin & kontrol-kare & eşkenar dörtgen etkinliğinde (bakınız, s. 286) eşkenar dörtgen ile kareyi açı özellikleri temelinde karşılaştırabilmiştir. Bu ise tüm açıların eşitliğinin karşılıklı açılar eşitliğini sağladığının farkında olduğunu göstermektedir. Nitekim Ö8 bu ilişkiyi anlamamış olsaydı mülakatta *kare, eşkenar dörtgen olma koşulunu sağlar* ifadesine “doğru, çünkü karenin de tüm kenarları eşit” demek yerine itiraz ederek eşkenar dörtgenin kare olma koşulunu sağladığını iddia ederdi.

Bu açıdan Ö8’in eşkenar dörtgen enstrümanlı eylem şemasının ‘eşkenar dörtgen tüm kenarları eşit ve karşılıklı açıları eşit olan dörtgendir’ ve ‘tüm açılar eşitken karşılıklı açılar da eşit olacağından eşkenar dörtgen kareyi kapsar’ eylemdeki teoremleri ile ‘kenar özelliği’, ‘açı özelliği’, ‘bir özelliğin başka bir özelliği garantilemesi’ ve ‘bir şekil sınıfının diğerini kapsaması’ eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

Ön görüşmede paralelkenar için *hatırlamıyorum* (Ö7) ve *bilmiyorum* (Ö8) ifadelerini kullanan grup paralelkenar üreticiyle çalıştıktan sonra bu dörtgene yönelik bilgisini genişletebilmiştir. Öyle ki grup mülakatta paralelkenar üreticinin ürettiği dörtgenlerin ortak özelliği için “karşılıklı kenarları paralel” ifadesini kullanmıştır. Ayrıca mülakatta *paralelkenar üretici, dikdörtgen üreticinin ürettiği bütün dörtgenleri üretebilir ve eşkenar dörtgen, paralelkenar ailesinin üyesidir* ifadelerine doğru diyen gruptan Ö7 öğretmenin “eşkenar dörtgen için karşılıklı kenarları paralel diyebilir miyim?” sorusuna “evet” demiştir. Bunun üzerine öğretmen “o yüzden paralelkenar ailesinin üyesidir diyorsun” deyince Ö7 başıyla onaylamıştır.

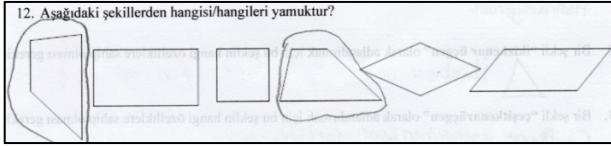
Bu açıdan grubun paralelkenar enstrümanlı eylem şemasının ‘paralelkenar karşılıklı

kenarları paralel olan dörtgendir’ ve ‘kare, dikdörtgen ve eşkenar dörtgenin karşılıklı kenarları paralel olduğundan paralelkenar bu dörtgenleri kapsar’ eylemdeki teoremleri ile ‘kenar özelliği’, ‘paralellik’ ve ‘bir şekil sınıfının diğerini kapsaması’ eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

Ö7 ön görüşmede verilen dörtgenlerden yamukları seçmesi istenince Şekil 173’deki seçimi yapmış ve yamuğu tanımlarken *her tarafı yamuk olan* yazmıştır. Ö8 ise ön görüşmede yamuğu tanımlayamamıştır. Ancak grup yamuk üreticisiyle çalıştıktan sonra bu dörtgen türüne yönelik şemaları bir hayli gelişmiştir.

Şekil 173

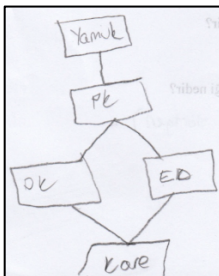
Ö7’nin ön görüşme verilerinden bir kesit



Ö7 mülakatta yamuk üreticinin ürettiği dörtgenlerin ortak özelliği için *1 çift karşılıklı kenarlarının paralel olması gerekir* yazmış, yamuk üreticinin hangi tür dörtgenleri üretebileceği sorusuna da *paralelkenar, eşkenar, kare, dikdörtgen* yazdıktan sonra kağıda Şekil 174’deki çizimi yapmıştır.

Şekil 174

Ö7’nin mülakat notlarından bir kesit



Öğretmenin “üreticileri düşünerek mi çizdin bunu?” sorusuna “evet” diyen Ö7 *kare, yamuk olma koşulunu sağlar* ifadesine de doğru demiştir. Öğretmen özellikleri düşünerek bu durumu açıklamasını isteyince, karenin paralelligi için “ikisi (iki çift) paralel” diyen Ö7

“karşılıklı iki çift paralelken bir tanesi kesin paraleldir diyebilir miyim?” sorusuna da “evet” demiştir. Öyle görünmektedir ki Ö7 her bir dörtgenin bu özelliği sağladığı için yamuk üretici tarafından üretilbildiğinin bilincindedir.

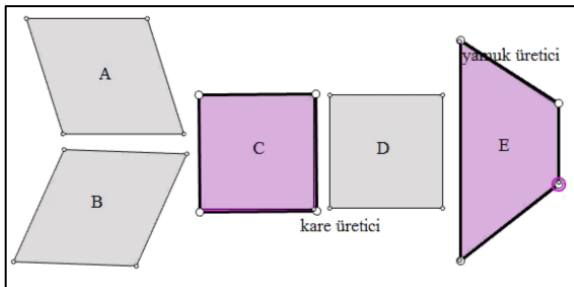
Ö8 ise yamuk üreticinin olmazsa olmaz özelliğinin ne olduğu sorulduğunda “bir kenarları paralel” demiş ve yamuk üreticinin üretebildiği dörtgenler için *eşkenar, paralel, yamuk, dikdörtgen, kare* yazmıştır. Ayrıca Ö8 mülakatta *kare yamuk olma koşulunu sağlar ve dikdörtgen yamuk ailesinin üyesidir* ifadelerinin doğru olduğunu söyledikten sonra bu şekiller için “bir çift kenarları paralel” ifadesini kullanmıştır. Bu açıdan grubun yamuk enstrümanlı eylem şeması ‘yamuk en az bir çift karşılıklı kenarı paralel olan dörtgendir’ ve ‘iki çift karşılıklı kenar paralelken bir çift zaten paralel olacağından yamuk diğer dörtgenleri kapsar’ eylemdeki teoremleri ile ‘kenar özelliği’, ‘paralellik’, ‘en az kavramı’, ‘bir özelliğin başka bir özelliği garantilemesi’ ve ‘bir şekil sınıfının diğerini kapsaması’ eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

5.2.2.5. Beşinci grubun dörtgen üreticilerine yönelik enstrümantal oluşum süreci.

Beşinci grup dörtgen üreticileri inceleyelim etkinliğinde dörtgen üreticileri inceledikten sonra bunu yapabilir misin? (dörtgenler) etkinliğine geçmiştir. Bu etkinlikte ilk olarak C’yi kare üretici ile çizen grup, ardından E’yi de yamuk üretici ile çizmiştir. Şekil 175’de grubun bu etkinliğe ait ekran kaydından bir kesit sunulmuştur.

Şekil 175

Beşinci grubun bunu yapabilir misin? (dörtgenler) etkinliği ekran kaydından bir kesit



Sonrasında Ö9 dikdörtgen üretici ile D’yi çizmeye çalışmıştır. Ö10 “oraya o gelmicek

diye düşünüyorum ben” deyince bu sefer üreticiyi “böyle olsa” diyerek A’nın üzerine taşımış ancak “böyle olmaz ki” diyerek çizmekten vazgeçmiştir. Ö10 “doğru oraya o gelmicek” deyince tekrardan D’yi çizmeye çalışmış ancak üreticiyi hareket ettirmekte zorlanmıştır. Bunun üzerine Ö10 D’yi dikdörtgen üretici ile çizmeye çalışmış ve bir süre uğraştıktan sonra başarılı olmuştur. Grup A için paralelkenar üreticiyi ve B için eşkenar dörtgen üreticiyi kullandıktan sonra çalışma yapraklarını doldurmuştur. Şekil 176’da Ö9’un bu etkinliğe ait çalışma yaprağı verilmiştir.

Şekil 176

Ö9’un bunu yapabilir misin? (dörtgenler) etkinliği çalışma yaprağı

Dörtgen	Dörtgen Üretici	Neden?
A	Paralel kenar üretici	A şekli iki kenarında paralel olduğu için
B	Eşkenar üretici	tüm kenarları eşit olduğu için yaptım
C	kare üretici	kare olduğu için kareye yaptım
D	dikdörtgen üretici	kareye benziyor ama köşeleri kare yapabiliyim
E	yamuğ üretici	yamuk olduğu için kareye benzer yaptım

Ö10 ise A, C ve E için *paralelkenara, kareye ve yamuğa benziyor* şeklinde not almış ancak B için başka bir üretici denememesine rağmen *çünkü eşkenar dörtgen üreticiden yapılıyor yazmıştır*. D için neden dikdörtgen üreticiyi kullandığını açıklarken *çünkü dikdörtgen kare olabiliyor yazan* Ö10’un dikdörtgen üreticinin imkanlarını fark etmeye başladığı söylenebilir. Ayrıca grubun D için başka bir üreticiyi denemek yerine dikdörtgen üreticiyi kullanmayı düşünmesi ve bu konuda ısrarcı olması, onların kare ile dikdörtgenin açıları hakkında da bilgi sahibi olduklarını göstermektedir. Ön görüşmede bu iki dörtgenin sadece kenar özelliklerinden bahseden grup bu etkinlikte görsel olarak dik olduğuna karar verdikleri için dikdörtgen üretici ile kare üretmeye çalışmıştır.

Tahmin & kontrol-kare & dikdörtgen etkinliğinde (bakınız, Şekil 101, s. 210) Ö9 kare

üreticinin 2, 3 ve 5'i, Ö10 ise 2 ve 5'i üretebileceği yönde tahminde bulunmuştur. Kontrol aşamasında 1'i çizemeyen Ö9 kare üretici için "hepsi aynı büyüyor" ifadesini kullanmıştır. Ardından Ö10 2'yi çizmiş ve 3'ü çizemeyince Ö9 "olmadı mı" diyerek üzüntüsünü belirtmiştir. 4'ün çizilemeyeceği yönünde tahminde bulunan Ö9 bu şekli çizmeye çalışırken "bu olmicak gibi" diyerek vazgeçmiştir. Grup en son 5'i de çizmiştir. Ö9 çalışma yaprağına nedenlerini yazmamış ancak Ö10 kare üreticinin neden 1, 3 ve 4'ü çizemediğini açıklamak için *kare üreticinin tüm kenarları eşit büyür* şeklinde not almıştır.

Ardından grup dikdörtgen üreticinin verilen dörtgenlerin hepsini üretebileceği yönde tahminde bulunup kontrol aşamasına geçmiştir. Bu aşamada üreticiyi hareket ettirmekte bir hayli zorlanan grup öğretmeni çağırarak "öğretmenim 1 çizilir ama biz çizemiyoruz" diyerek öğretmenden yardım istemiştir. Öğretmen 1'i çizince grup bu sefer 2'yi çizmeye çalışmış ve "çizilir, aslında olması gerek" gibi ifadelerle düşüncesini belirtmiş ancak tam olarak çizememiştir. Bunun üzerine grup "hepsi olur ya" demiş ve başka bir grubun kontrol sonuçlarının tahminleri ile uyumlu olduğunu görünce dikdörtgen üreticinin verilen tüm şekilleri çizebildiği yönünde kontrol kutucuklarını işaretlemiştir.

Dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim etkinliğinde kare ve dikdörtgenin özelliklerini inceleyen grup çalışma yapraklarına benzer şekilde not almıştır. Şekil 177 ve Şekil 178'de grubun etkinliğe ait çalışma yaprakları verilmiştir.

Şekil 177

Ö9'un dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim-kare çalışma yaprağı

KARE			
Kenarlar	Açılar	Paralellik	Köşegenler
Karenin tüm kenarları eşittir.	kenarların hepsi dik açıdır	Karşılıklı kenarları her zaman paraleldir.	Köşegenler her zaman eşit uzunluktadır.

Şekil 178

Ö10'un dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim-dikdörtgen çalışma yaprağı

DİKDÖRTGEN			
Kenarlar	Açılar	Paralellik	Köşegenler
Karşılıklı kenarları her zaman eşit. İsterssek eşitleyebiliriz.	Tüm açıları her zaman dik açıdır.	Karşılıklı kenarları her zaman paralel.	Köşegenleri her zaman eşit uzunluktadır. Ve köşegenler arasındaki açı değişebilir.

Sınıf kare ile dikdörtgenin özelliklerini inceledikten sonra öğretmen eşkenar üçgen-ikizkenar üçgen arasındaki ilişkiyi açıkladığı gibi kare ile dikdörtgen arasındaki ilişkiyi de soru-cevap yöntemiyle açıklamıştır (ayrıntılı bilgi için, bakınız, s. 216). Bu aşamada öğretmen karenin tüm kenarları eşitken aynı zamanda karşılıklı kenarların da eşit olacağını ifade ettikten sonra dikdörtgen ve karenin hangisinin diğer aileyi kapsadığını sorunca Ö10 “dikdörtgen kareyi” demiştir.

Tahmin & kontrol-kare & dikdörtgen & paralelkenar etkinliğinde (bakınız, Şekil 105, s. 217) önce kare üretici ile tahminde bulunan gruptan Ö9 bu üreticinin sadece 1'i çizemeyeceğini, Ö10 ise sadece 4 ve 5'i çizebileceğini düşünmüştür. Kontrole geçtiklerinde grubun arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

Ö10: (1 ve 2'yi denedikten sonra) İlki hayır, ikincisi de hayır

Ö9: Gerçekten mi, olmadı mı yaa (dedikten sonra 3'ü çizmeye çalışıp başaramayınca) ben bunu evet demiştim, olur demiştim

Ö10: Tam tersi oluyo biliyosun ki, dikdörtgen (dikdörtgen üretici) kare olabiliyor, kare (kare üretici) dikdörtgen olamıyor

Ö9: Bir şey daha denicem

Bu esnada Ö9 kare üreticinin iki köşesini 3'ün alt köşelerine oturmuş ve üst köşeden üreticiyi küçültmeye çalışmıştır.

Ö9: Buraya yerleşince burayı (üst köşelerden birini) çekince şu kısmı uzuyor, (kısa bir an sonra) kenarları hep eşit olduğu için, tamam

Ö10: (4 ve 5'i çizince) bunlar oluyo zaten

Ö9: (6'yı çizmeye çalışırken) Olcak

Ö10: Paralelkenar olamaz

Ö9: (bir süre daha uğraştıktan sonra) Off, olmuyo, olmuyo

Öğretmen neden çizilemediğini sorunca Ö9 “bunun (6'nın) açıları ve kenarları farklı”

cevabını vermiştir. Bu diyaloga göre Ö10'un kare ve dikdörtgen üreticinin kısıt ve imkanlarını göz önünde bulundurabildiği ancak Ö9'un bu üreticilere yönelik şemasının henüz sabitlenmediği söylenebilir. Kontrolün ardından Ö10 çalışma yaprağına neden kare üreticinin bazı şekilleri çizemediğini Şekil 179'daki notlarla açıklamaya çalışmıştır.

Şekil 179

Ö10'un tahmin & kontrol-kare & dikdörtgen & paralelkenar etkinliği çalışma yaprağından bir kesit

Dörtgen Üretici	Dörtgenler	Tahminim	Bulduğum	Bu dörtgen üretici bu dörtgeni yapamaz çünkü...
Kare Üretici	1	E (H)	E (H)	Karenin tüm kenarları eşittir ama paralel kenar'ın tüm kenarları eşit değil.
	2	E (H)	E (H)	Karenin tüm kenarları
	3	E (H)	E (H)	2'nin aynısı
	4	E H	E H	
	5	E H	E H	
	6	E (H)	E (H)	1'in aynısı.

Ö10'un ifadeleri onun kare üreticinin kısıtlarını karenin özellikleri ile bağdaştırabildiğini yani kare üreticiyi enstrümana dönüştürebildiğini göstermektedir (enstrümantasyon).

Dikdörtgen üretici ile tahmin aşamasına geçen grup bu üreticinin 1 ve 6'yı üretemeyeceği tahmininde bulunmuştur. Kontrolde tahminlerinin doğru olduğuna kanaat getiren gruptan Ö9 dikdörtgen üreticinin bu şekilleri üretememesinin sebebini “çünkü yamuk, açıları farklı” ifadesiyle, Ö10 ise *çünkü açıları (dikdörtgen üreticinin) dik açılıdır* notuyla açıklamıştır.

Son olarak paralelkenar üreticiye geçen gruptan Ö10 “bu (1) olur paralelkenar çünkü,

bu (2) olmaz” demiş ancak bu sırada Ö9 3’ü paralelkenar üretici ile üretmiştir. Ardından Ö9 5’i de çizince grup tahminlerini tamamlamadan yaptıkları bu kontrol sonrasında verilen tüm şekiller için tahmin-kontrol kutucuklarına evet işareti koymuştur.

Dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim etkinliği kapsamında bu sefer paralelkenarın özelliklerini inceleyen grup çalışma yapraklarına benzer şekilde not almıştır. Şekil 180’de Ö9’un çalışma yaprağı verilmiştir.

Şekil 180

Ö9’un dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim-paralelkenar çalışma yaprağı

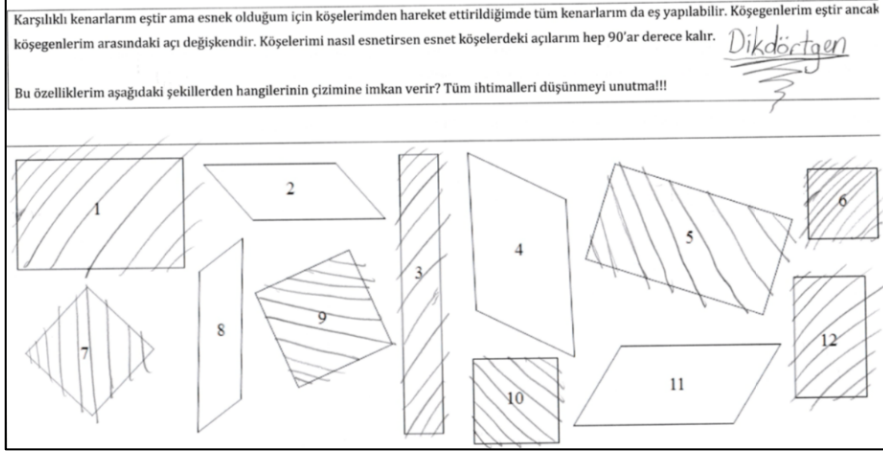
PARALELKENAR			
Kenarlar	Açılar	Paralellik	Köşegenler
karşılıklı kenarların eşitliği.	karşılıklı açılar eşittir.	karşılıklı kenarları paraleldir.	köşegen uzunlukları eşit olabilir.

Sınıf çalışma yapraklarını doldurduktan sonra öğretmen dikdörtgen ile paralelkenar arasındaki ilişkiyi açılar temelinde açıklamak için bir tartışma ortamı oluşturmuştur (ayrıntılı bilgi için, bakınız, s. 221). Bu soru-cevap sürecinin ardından diğer etkinliğe geçilmiştir.

Dörtgenleri bilmeceler yardımıyla gruplandırılım-1 etkinliğinde Ö9 bilmeceleri yanıtlarken bilmecenin içinde geçen ve dikkatini çeken özellikleri (her ne kadar bazı ifadeleri yanlış yorumlamış olsa da) baz alarak verilen şekillerden seçim yaptığı için, yani bilmecenin tamamına göre cevap vermediği için, üç bilmeceyi de yanlış cevaplamıştır. Örneğin Ö9 kare bilmecesinde *köşegenlerim arasındaki açı hep 90 derece olur* ifadesini işaret ederek “karenin ve dikdörtgenin açıları hep 90 derece olur” dedikten sonra öğretmenin “yani bu özellikten dikdörtgen üretici olduğunu düşündün sonra dikdörtgen ve kareleri işaretledin öyle mi?” sorusunu başıyla onaylamıştır. Ö10 ise verilen bilmeceleri tümüyle değerlendirebilmeyi başarmış ve bilmecedeki üreticilerin hangisi olduğunu doğru tahmin etmesinin yanı sıra bu üreticilerin verilen şekillerin hangilerini üretilbileceğini de doğru bilmiştir. Şekil 181’de Ö10’un çalışma yaprağından bir kesit sunulmuştur.

Şekil 181

Ö10'un dörtgenleri bilmeceler yardımıyla gruplandırılım-1 etkinliği (dikdörtgen) çalışma yaprağından bir kesit



Tahmin & kontrol-kare & eşkenar dörtgen etkinliğinde (bakınız, Şekil 109, s. 224) Ö9 kare üreticinin verilen tüm şekilleri, Ö10 ise 1 ve 5'i üretebileceği yönünde tahminde bulunmuştur. Öğretmen kare üreticinin neden hepsini üretebileceğini düşündüğünü sorunca Ö9 "bunların (verilen dörtgenlerin) tüm kenarları eşit" cevabını vermiştir. Grup kontrol ederken 1 ve 5'i çizebilmiş, diğerlerini çizememiştir. Öğretmen Ö9'a kare üreticinin neden 1 ve 5'i çizemediğini sorunca Ö9 "tüm kenarları (açıları) 90 derece" cevabını vermiştir. Ö10 ise çalışma yaprağına *açılar 90 derece olmalı* şeklinde not almıştır.

Eşkenar dörtgen üretici ile tahmin aşamasına geçen gruptan Ö9 arkadaşının tüm şekillere evet dediğini duyunca "hepsine evet mi dicesz" diyerek şaşkınlığını belirtmiş, ancak itiraz etmeden tüm şekillerin çizilebileceği yönde işaretlemeye bulunmuştur. Grup kontrol ettikten sonra tüm şekillerin çizilebildiğini görmüş ve nedenleri için ne yazmaları gerektiğini konuşurken Ö9 "hepsini salladık, hepsi doğru çıktı" deyince Ö10 "attik tuttu yazcaz" demiştir.

Dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim etkinliği kapsamında bu sefer eşkenar dörtgenin özelliklerini inceleyen grup çalışma yapraklarına benzer şekilde not almıştır. Şekil 182'de Ö10'un çalışma yaprağı verilmiştir.

Şekil 182

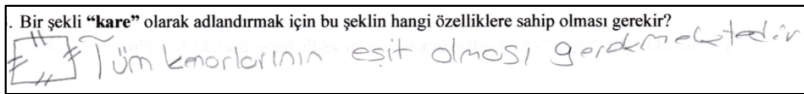
Ö10'un dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim-eşkenar dörtgen çalışma yaprağı

EŞKENAR DÖRTGEN			
Kenarlar	Açılar	Paralellik	Köşegenler
Kenarları her zaman eşit uzunlukta.	Karşılıklı açıları eşit veya tamamı eşit.	Karşılıklı kenarları paralellikler farklı.	Köşegen uzunlukları farklı ama eşitlenebilir. Köşegenler arasındaki açı her zaman doksan derece.

Tahmin & kontrol-kare & eşkenar dörtgen & paralelkenar etkinliğinde (bakınız, Şekil 111, s. 227) grup kare üreticinin 3 ve 5'i üretebileceği tahmininde bulunmuş ve diğer şekillerin çizilememesi sebebi olarak çalışma yapraklarına (1, 2, 4 ve 6 numaralı şekillerin) *açıları farklı olduğu için (Ö9) ve kare (kare üretici) dik açıdır (Ö10)* yazmıştır. Ö9 ön görüşmede verilen şekillerden kareyi seçmesi istendiğinde sadece prototip kareyi seçmiş ve kareyi tanımlarken Şekil 183'deki notu yazmıştır. Öyle görünmektedir ki Ö9 statik bir kare imajına sahipken etkinlikler süresince kare üreticisiyle çalışmak onun kareye dair bilgisini genişleterek dinamik bir model oluşturmasını sağlamıştır (enstrümantasyon).

Şekil 183

Ö9'un ön görüşme verilerinden bir kesit



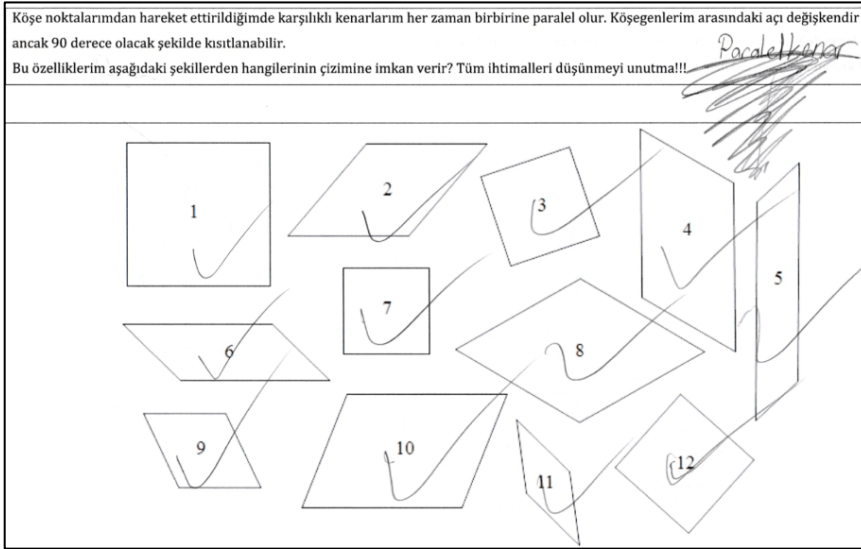
Grup eşkenar dörtgen üreticisiyle geçince bu üreticinin verilen şekillerin hepsini üretebileceği tahmininde bulunmuş ancak kontrol aşamasında 2 ve 6'yı çizemeyince sebebini *eşkenar dörtgen üreticinin tüm kenarları birbirine eşittir (Ö10) ve açıları uyumadı (Ö9)* ifadeleri ile açıklamaya çalışmıştır. Öğretmen "eşkenar dörtgen üreticisi karşılıklı açıları eşit olan şekiller çizebilir o zaman neden 2 numarayı çizememiş olabilir?" diye sorunca Ö9 "(eşkenar dörtgen üreticinin) kenarları eşit" cevabını vermiştir. Grup paralelkenar üreticisiyle geçince "şimdiye kadar hepsini yaptı" diyerek bu üreticinin verilen tüm şekilleri üretebileceği

tahmininde bulunmuş ve kontrol aşamasında hepsini çizebilmiştir.

Dörtgenleri bilmeceler yardımıyla gruplandırılım-2 etkinliğinde Ö9 bilmeceleri cevaplandırmamış ancak bilmecede geçen özelliklere göre verilen dörtgenlerden bazılarını işaretlemiştir. Öğretmen verilen şekilleri neye göre belirlediğini anlamak için “mesela burayı okudun bu özelliği kim sağlarsa o özelliği sağlayanı işaretledin, sonra okudun kim sağlarsa işaretledin öyle mi?” diye sorunca Ö9 başıyla onaylamıştır. Ö9’un ikinci kez aynı etkinlikte benzer hataları yapması bu etkinliğin amacını anlayamadığını göstermektedir. Ancak bilmecedeki özellikleri dikkate alarak bu özellikleri sağlayan dörtgen sınıflarını düşünmesi Ö9’un bu dörtgenlere yönelik şemalarının gelişmeye başladığını göstermektedir. Ö10 ise etkinliği sorunsuzca ve doğru bir şekilde tamamlayabilmiştir. Şekil 184’de Ö10’un çalışma yaprağından bir kesit sunulmuştur.

Şekil 184

Ö10’un dörtgenleri bilmeceler yardımıyla gruplandırılım-2 etkinliği (paralelkenar) çalışma yaprağından bir kesit



Tahmin & kontrol-dikdörtgen & eşkenar dörtgen etkinliğinde (bakınız, Şekil 114, s. 233) grup dikdörtgen üreticinin 1, 3 ve 5’i üretmeyeceği tahmininde bulunmuş ve kontrolde tahminlerinin doğru olduğunu görmüştür. Her iki öğrenci de dikdörtgen üreticinin neden bu

dörtgenleri üretemeyeceğini *dikdörtgen dik açılıdır* notuyla açıklamıştır.

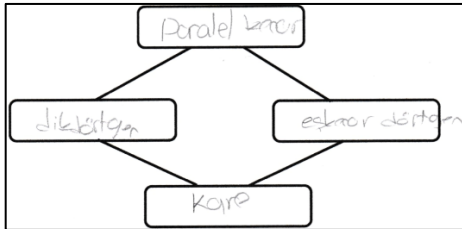
Grup eşkenar dörtgen ile tahmin aşamasına geçtiğinde bu üreticinin 2, 5 ve 6'yı üretemeyeceği tahmininde bulunmuştur. Kontrol aşamasında Ö9 5'i çizmeye çalışmış, Ö10 ısrarla olmayacağını söylemiş, en son “5 hayır ya eşkenar olması gerekiyor daha fazla uzatamazsın” çıkışını yaptığı esnada Ö9 kenar uzunluklarının eşit olduğunu fark etmiş ve “uzamıyooo” deyince Ö10 “uzamaz işte” şeklinde karşılık vermiştir. Grup eşkenar dörtgen üreticinin bu şekilleri çizememe sebebi için çalışma yapraklarına *eşkenar dörtgenin kenarları eşittir* notunu yazmıştır.

Ö9 eşkenar dörtgenle tahmin yaparken arkadaşının yüksek sesle yaptığı tahminleri aynen çalışma yaprağına işaretlemiştir. Bu sebeple kontrol aşamasında, çizilemez yönünde tahminde bulunmasına rağmen, 5'i çizmeye çalışmakla bir hayli uğraşmış ancak bu üreticinin kenarlarının eş olarak büyüüp küçüldüğünü fark edince vazgeçmiştir. Bu aşamada Ö9'un ilk önce eşkenar dörtgen ile paralelkenarı karıştırdığı ancak kontrol esnasında üreticinin kısıtlarına odaklanarak eşkenar dörtgenin kenarlarının eş olduğunu hatırladığı söylenebilir.

Bu etkinliğin ardından grup yapıları birleştirilim çalışma yaprağını benzer şekilde doldurmuştur. Şekil 185'te Ö9'un çalışma yaprağından bir kesit sunulmuştur.

Şekil 185

Ö9'un yapıları birleştirilim çalışma yaprağından bir kesit



Tahmin & kontrol-paralelkenar & yamuk etkinliğinde (bakınız, Şekil 116, s. 235)

grup paralelkenar üreticinin sadece 2 ve 5'i üretebileceği tahmininde bulunmuş, kontrolde tahminlerinde haklı olduklarını görmüş ve diğer şekillerin bu üreticiyle üretilmemesinin sebebini açıklarken çalışma yaprağına *paralelkenarın karşılıklı kenarları paraleldir* yazmıştır.

Ardından yamuk üreticiye geçen grup bu üreticinin 2 ve 5'i üretemeyeceği tahmininde bulunmuş ve kontrol esnasında 2'yi çizemeyince çalışma yaprağına *yamuk paralel değildir* (Ö9) ve *yamuğun kenarları paralel değildir* (Ö10) yazmıştır. Grup 'paralelkenar üretici paralelkenarları üretebilirse yamuk üretici de sadece yamukları üretebilir' düşüncesi ile hareket ederek tahminde bulunmuş ve yamuk üreticiyi kullanmakta zorlandığı için bu düşüncenin doğru olduğuna kanaat getirmiştir.

Dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim etkinliğinde bu sefer yamuğun özelliklerini inceleyen grup kenar, açı ve köşegen uzunlukları için *değişken, eşitlenebilir* yazmış, paralellik özelliği için ise *değişkendir, karşılıklı kenarları paralel olabilir* yazmıştır. Bu ifadeler grubun yamuğun bir çift kenarının mutlaka paralel olması gerektiğini fark edemediğini göstermektedir. Ön görüşme verilerine göre Ö9 için paralellik eş uzunluk anlamına gelmektedir (Şekil 186) ve yamuk üreticinin tüm kenarları farklı uzunluktadır. Karenin özelliklerini incelerken öğretmenin "paralel doğru ne demektir?" sorusuna "birbirlerine eşit olan" cevabını veren Ö9 şu ana kadar incelediği dörtgenlerde de paralellik ile ilgili bu fikrinin yanlış olmadığını gördüğünden bu düşüncesini sürdürmeye devam etmiştir.

Şekil 186

Ö9'un ön görüşme verilerinden bir kesit

Bir şekli "**paralelkenar**" olarak adlandırmak için bu şeklin hangi özelliklere sahip olması gerekir?
iki kenarında birbirinin tamamına eşit olması gerekir

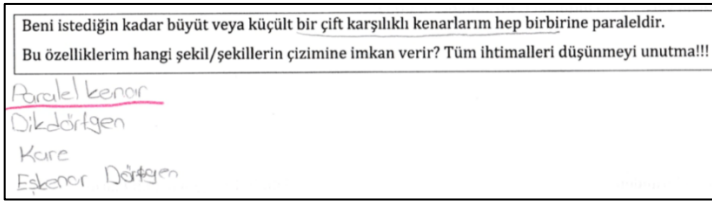
Ö10 ise yamuk üretici ile bir paralelkenar üretmiş ve bu sebeple paralellik için *değişkendir, karşılıklı kenarları paralel olabilir* yazmıştır. Sınıf çalışma yapraklarını doldurduktan sonra öğretmen sırasıyla her bir özelliği tekrar etmiş ve yamuk ile paralelkenar arasındaki ilişkiyi paralellik özelliği üzerinden açıklamıştır (ayrıntılı bilgi için, bakınız, s. 237). Sonrasında tahtaya dörtgenler için hiyerarşik yapıyı çizen öğretmen sınıfa bazı sorular sormuştur. Örneğin öğretmenin "yamuk paralelkenar ailesinin üyesidir desem doğru olur mu?" sorusuna sınıf "hayır" dedikten sonra Ö10 "çünkü paralel (paralelkenar üretici) yamuk

yapamaz” cevabını vermiştir. Öğretmen neden yapamadığını sorunca ise “çünkü karşılıklı açılı her zaman eşit olmak zorunda” açıklamasını yapmıştır.

Son etkinlik olan bilmecelerdeki dörtgenleri bulalım etkinliğinde Ö9 ilk iki bilmeceyi yanlış cevaplandırmış ve diğer üç bilmeceyi boş bırakmıştır. Ö9’un paralellığe dair düşüncesi halen eşit uzunluklarla ilişkili olduğundan öğrenci yamuk için hazırlanan bilmecenin cevabının yamuk üretici olmadığını düşünmüş ve paralelkenar cevabını vermiştir (Şekil 187). Ayrıca bu özelliği sağlayan (bu üreticiyle üretilebilen) dörtgenleri de not almayı unutmamıştır.

Şekil 187



Ö9’un bilmecelerdeki dörtgenleri bulalım çalışma yaprağından bir kesit



Öğretmen boş bıraktığı dikdörtgen bilmecesine tekrar bakmasını isteyince Ö9, ilk ipucu olan *karşılıklı kenarlarım eş ama esnek olduğum için köşelerimden hareket ettirildiğimde tüm kenarlarım da eş yapılabilir* ifadesini işaret ederek “kare, dikdörtgen ve paralelkenar sağlar” demiş ve ikinci ipucu (köşegen uzunluklarım her zaman birbirine eş olur) için ise “ikincisi kare olabilir bide dikdörtgen” demiştir. Öğretmen “yani bu bilmecedeki dikdörtgen üretici ve bu üretici kare ile dikdörtgenleri üretir, öyle mi?” diye sorunca Ö9 başıyla onaylamıştır. Ö10 ise tüm bilmeceleri doğru yanıtlamış ve bu bilmecelerdeki özelliklere uyan dörtgenleri eksiksiz yazabilmiştir. Şekil 188’de Ö10’un bu etkinliğe ait çalışma yaprağından bir kesit sunulmuştur.

Şekil 188

Ö10'un bilmecelerdeki dörtgenleri bulalım çalışma yaprağından bir kesit

Beni istediğin kadar büyük veya küçük bir çift karşılıklı kenarlarım hep birbirine paraleldir. Bu özelliklerim hangi şekil/şekillerin çizimine imkan verir? Tüm ihtimalleri düşünmeyi unutma!!!	
Paralelkenar Dikdörtgen Eşkenar Dörtgen Kare Yamuk	
Karşılıklı kenarlarım eşit ve bu durum tüm kenarlarım eş olacak şekilde kısıtlanabilir. Karşılıklı açıları eştir ama esnek olduğum için köşelerimden hareket ettirdiğimde tüm açıları da eş yapılabilir. Köşegenlerim arasındaki açı değişkendir ancak 90 derece olacak şekilde kısıtlanabilir. Bu özelliklerim hangi şekil/şekillerin çizimine imkan verir? Tüm ihtimalleri düşünmeyi unutma!!!	
Dikdörtgen Eşkenar Dörtgen Kare Paralelkenar	

5.2.2.5.1. Beşinci grubun dörtgen üreticilerine yönelik enstrümanlı eylem şeması.

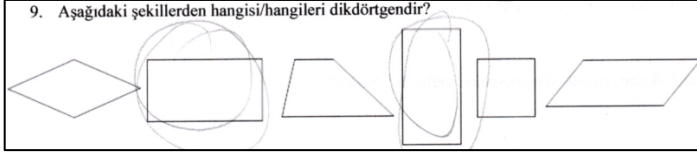
Beşinci grup ön görüşmede kareyi tanımlarken *tüm kenarlarının eşit olması gerekmektedir* (Ö9) ve *dört kenarının eşit uzunlukta olması gerekir* (Ö10) ifadelerini kullanmış, verilen dörtgenlerden kareleri seçmeleri istenince de sadece kareyi seçerek bu dörtgene yönelik açılı bilgisine (görsel olarak dik açılı) sahip olduklarını göstermiştir.

Kare üreticisiyle çalıştıkları etkinliklerde bu üreticinin eş kenarlı olan ancak dik açısı bulunmayan dörtgenleri üretememesi grubun kareyi tanımlarken hem kenar hem de açı özelliğini göz önünde bulundurmaları gerektiğini anlamalarını sağlamıştır. Bu sayede grup mülakatta kare üreticinin ürettiği dörtgenlerin ortak özelliği için *tüm kenarları eşit tüm açıları 90 derecedir* (Ö9) ve *tüm kenarları eşittir ve tüm açıları 90 derecedir* (Ö10) yazmıştır. Bu açıdan grubun kare enstrümanlı eylem şemasının 'kare tüm kenarları eşit ve tüm açıları eşit/90 derece/dik açı olan dörtgendir' eylemdeki teoremi ile 'kenar özelliği', 'açı özelliği' ve 'dik açı' eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

Ön görüşmede dikdörtgeni *karşı karşıya olan kenarlarının eşit olması gerek* ifadesiyle tanımlayan Ö9 verilen dörtgenlerden Şekil 189'daki seçimi yaparak dikdörtgenin açı özelliklerine yönelik görsel olarak karar verdiği bir bilgiye sahip olduğunu göstermiştir.

Şekil 189

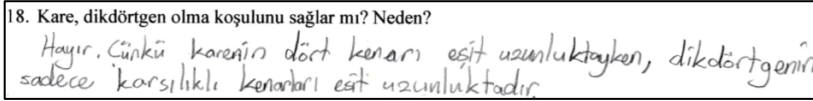
Ö9'un ön görüşme verilerinden bir kesit



Aynı seçimi yaptıktan sonra dikdörtgeni tanımlarken *karşılıklı kenarlarının eşit uzunlukta olması gerekir* yazan Ö10 da dikdörtgene yönelik imajı iki uzun iki kısa kenarı olan dörtgen olduğu için kare ile dikdörtgen arasında bir ilişki kuramamıştır. Bu sebeple ön görüşmede bu ilişkiye yönelik hazırlanan soru için Şekil 190'daki cevabı yazmıştır.

Şekil 190

Ö10'un ön görüşme verilerinden bir kesit



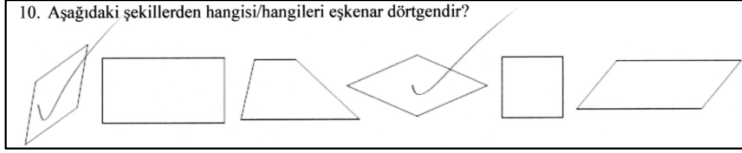
Ancak grup hem dikdörtgen üreticinin kare üretebilmesi hem de bu durumun özelliklere dayalı açıklamasının yapılması sonucunda dikdörtgene yönelik dinamik bir şema geliştirmeyi başarabilmiştir. Bu sebeple mülakatta *dikdörtgen üretici, kare üreticinin üretebildiği bütün dörtgenleri üretebilir ve kare, dikdörtgen olma koşulunu sağlar* ifadelerine doğru demiştir. Dahası Ö10 bu şartın ne olduğu sorulduğunda “karşılıklı kenarları eşit ve tüm açıları 90 derece” cevabını vermiş ve karenin bu şartı sağladığını belirtmiştir. Bu açıdan grubun dikdörtgen enstrümanlı eylem şemasının ‘dikdörtgen karşılıklı kenarları eşit ve tüm açıları eşit/90 derece/dik açı olan dörtgendir’ ve ‘tüm kenarlar eşitken karşılıklı kenarlar da eşit olacağından dikdörtgen kareyi kapsar’ eylemdeki teoremleri ile ‘kenar özelliği’, ‘açı özelliği’, ‘dik açı’, ‘bir özelliğin başka bir özelliği garantilemesi’ ve ‘bir şekil sınıfının diğerini kapsamaması’ eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

Grup ön görüşmede eşkenar dörtgeni *kenarlarının eşit olması gerekmektedir* (Ö9) ve *dört kenarı eşit uzunlukta olan dörtgenlere denir* (Ö10) ifadeleriyle tanımlamış ve Şekil

191'deki seçimi yapmıştır. Bu ise grubun açı özellikleri sebebiyle kare ile eşkenar dörtgen arasında bir ilişki kuramadığını göstermektedir.

Şekil 191

Ö10'un ön görüşme verilerinden bir kesit

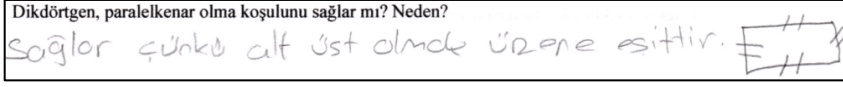


Ancak eşkenar dörtgen üreticisiyle çalışırken bu üreticinin kareyi üretebildiğini görmek, üreticinin bu imkanının açı özelliği olduğunu anlamak ve tüm açılarının eşitliğinin karşılıklı açılarının eşitliğini sağladığını anlamak grubun kareyi eşkenar dörtgen ailesinin üyesi olarak görmesini sağlamıştır. Grup bu sebeple mülakatta *kare, eşkenar dörtgen olma koşulunu sağlar* ifadesine doğru demektedir. Dahası Ö9 neden doğru olduğu sorulduğunda “karenin bütün kenarları eşit eşkenar dörtgenin de eşit, eşkenar dörtgenin karşılıklı iç açıları eşit kare bunu sağlar” ifadesini kullanmıştır. Bu açıdan grubun eşkenar dörtgen enstrümanlı eylem şemasının eylem şemasının ‘eşkenar dörtgen tüm kenarları eşit ve karşılıklı açıları eşit olan dörtgendir’ ve ‘tüm açılar eşitken karşılıklı açılar da eşit olacağından eşkenar dörtgen kareyi kapsar’ eylemdeki teoremleri ile ‘kenar özelliği’, ‘açı özelliği’, ‘bir özelliğin başka bir özelliği garantilemesi’ ve ‘bir şekil sınıfının diğerini kapsaması’ eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir. Grup şemasını bu sabitlere dayandırdığı için kareyi eşkenar dörtgen ailesinin üyesi olarak görebilmiştir.

Ö9 ön görüşmede paralelkenarı tanımlarken eşitlik üzerinden tanım yapmaya çalışmış (bakınız, Şekil 183, s. 313) ve dikdörtgenle paralelkenar arasındaki ilişkiye yönelik soruya Şekil 189'daki cevabı vermiştir. Bu durum Ö9'un paralelliği eş uzunluklar olarak algıladığını göstermektedir. Ö10 ise paralelkenar için *en az iki kenarının paralel olması gerekir* yazdıktan sonra Şekil 192'deki soru için *Evet. Çünkü karşılıklı kenarları paraleldir* yazmıştır.

Şekil 192

Ö9'un ön görüşme verilerinden bir kesit

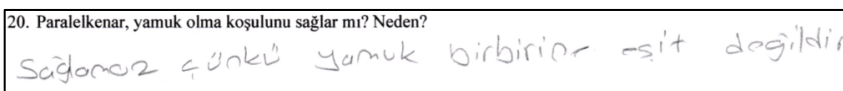


Grup etkinlikler süresince önce paralelkenar üreticinin imkanlarına odaklandığı için 'paralelkenar üretici tüm dörtgenleri (kare, dikdörtgen, eşkenar dörtgen) üretebilir' işlevsel sabitini geliştirmiş, ancak sonrasında bu durumun paralelkenarın özellikleri sebebiyle mümkün olduğunu anlayabilmiştir. Bu ise grubun paralelkenar üreticiye yönelik şemasının özellikler temelinde gelişmesini sağlamıştır. Grup bu sebeple mülakatta *paralelkenar üreticinin ürettiği dörtgenlerin ortak özelliği nedir?* sorusuna *karşılıklı kenarları birbirine paraleldir yazmış, paralelkenar üretici, dikdörtgen üreticinin üretebildiği bütün dörtgenleri üretebilir ve eşkenar dörtgen, paralelkenar ailesinin bir üyesidir* ifadelerine de doğru demiştir. Bu açıdan grubun paralelkenar enstrümanlı eylem şemasının 'paralelkenar karşılıklı kenarları paralel olan dörtgendir' ve 'kare, dikdörtgen ve eşkenar dörtgenin karşılıklı kenarları paralel olduğundan paralelkenar bu dörtgenleri kapsar' eylemdeki teoremleri ile 'kenar özelliği', 'paralellik' ve 'bir şekil sınıfının diğerini kapsaması' eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

Ön görüşmede yamuğu *bir kenarının yamuk olması gerekmektedir* ifadesiyle tanımlayan Ö9 paralelkenar ile yamuk arasındaki ilişkiye yönelik soruya Şekil 193'deki cevabı vermiştir. Bu durum Ö9'un bir dörtgene yamuk demek için görsele dayalı karar vermenin yanı sıra dörtgenin farklı uzunlukta kenarlara sahip olup olmamasını da göz önünde bulundurduğunu göstermektedir.

Şekil 193

Ö9'un ön görüşme verilerinden bir kesit



Mülakatta *yamuk üretici hangi tür dörtgenleri üretebilir?* sorusuna *dikdörtgen, kare, eşkenar dörtgen, paralelkenar, yamuk* yazan Ö9 “yamuğun bir çift karşılıklı kenarı paralel midir?” sorusuna “hayır” demiştir. Bu durum Ö9’un halen paralelliği eş uzunlukta olma ile ilişkilendirdiğini göstermektedir. Ö9 ‘iki doğru parçasının paralel olması için eşit uzunlukta olması gerekir’ düşüncesini sürdürdüğü için yamuğun bir çift kenarının paralel olduğunu anlayamamaktadır. Paralellik konusundaki bu eksik bilgi her defasında Ö9’un yamuğa yönelik bilgisinin genişlemesine engel olmuştur. Bu açıdan Ö9’un yamuk enstrümanlı eylem şemasının ‘yamuk tüm kenarları farklı uzunlukta olan dörtgendir’ ve ‘yamuk üretici yamuk, paralelkenar, dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve kare üretir’ eylemdeki teoremleri ile ‘kenar özelliği’ ve ‘üreticinin imkanları’ eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

Ön görüşmede yamuğu tanımlayamayan Ö10 ise mülakatta *yamuk üretici hangi tür dörtgenleri üretebilir?* sorusuna *tüm dörtgenleri üretebilir* yazmış ve yamuk üreticinin ürettiği dörtgenlerin ortak özelliği sorulduğunda Şekil 194’deki cevabı vermiştir. Dahası *dikdörtgen, yamuk ailesinin bir üyesidir* ifadesine doğru dedikten sonra sebebini “çünkü dikdörtgenin de en az bir çift kenarı paralel” ifadesiyle açıklamıştır.

Şekil 194

Ö10’un ön görüşme verilerinden bir kesit

Yamuk üreticinin ürettiği dörtgenlerin ortak özelliği nedir? yanılganlığı
En az bir çift karşılıklı kenarı paraleldir.

Bu açıdan Ö10’un yamuk enstrümanlı eylem şemasının ‘yamuk en az bir çift karşılıklı kenarı paralel olan dörtgendir’ ve ‘iki çift karşılıklı kenar paralelken bir çift zaten paralel olacağından yamuk diğer dörtgenleri kapsar’ eylemdeki teoremleri ile ‘kenar özelliği’, ‘paralellik’, ‘en az kavramı’, ‘bir özelliğin başka bir özelliği garantilemesi’ ve ‘bir şekil sınıfının diğerini kapsaması’ eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

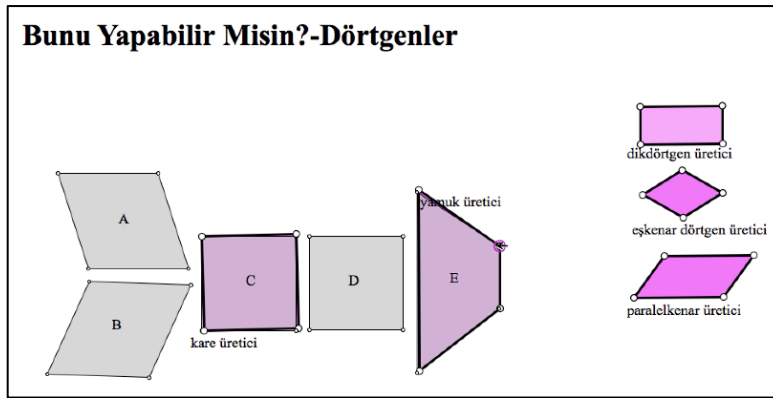
5.2.2.6. Altıncı grubun dörtgen üreticilerine yönelik enstrümantal oluşum süreci.

Altıncı grup dörtgen üreticileri tanıyalım etkinliğinde üreticileri inceledikten sonra bunu

yapabilir misin? (dörtgenler) (Şekil 195) etkinliğine geçmiştir. Bu etkinlikte grup önce kare üretici ile C'yi çizmiş ve çalışma yapraklarına neden bu üreticiyi seçtiklerini açıklamak için *çünkü kare* (Ö12) ve *çünkü kareye benziyor* (Ö11) yazmıştır. Ardından grup E'yi yamuk üretici ile çizmiş ve çalışma yapraklarına *yamuğa benziyor* (Ö11) ve *yamuk bir şekil* (Ö12) yazmıştır.

Şekil 195

Altıncı grubun bunu yapabilir misin? (dörtgenler) etkinliği ekran kaydından bir kesit



Ö12 dikdörtgen üretici ile D'yi çizdikten sonra “dikdörtgen (dikdörtgen üretici) buna (D'ye) oldu” diyerek çalışma yaprağına *çünkü dikdörtgenden kare yapılabilir* yazmıştır. Ö11 ise çalışma yaprağına *çünkü dikdörtgen kare olma koşulunu sağlar* yazmıştır. Öğretmen “bu ifadeyle dikdörtgen üreticiden kare üretebilirim mi demek istedin?” diye sorunca Ö11 “evet” demiştir. Ö11 ön görüşmede *kare dikdörtgen olma koşulunu sağlar mı? neden?* sorusuna *Olabilir. Çünkü karenin de karşılıklı kenar uzunlukları eşit uzunluktadır* yazmıştır. Bu çıkarımı karenin tüm kenarlarının eşit (ön görüşmede kare için *tüm kenarları eşit olmalı* yazmıştır) dikdörtgenin karşılıklı kenarlarının eşit olduğu bilgisi dahilinde yapan Ö11 dörtgen üreticiler ile çalışmaya başlayınca üreticinin imkanlarına odaklanmış ve bu imkanların sebebinin özellikler olabileceğini düşünmemiştir. Dörtgen üreticilerini incelerken dikdörtgen üreticinin kare de üretebileceğini fark ettiği için dikdörtgen kare olma koşulunu sağlar, yani dikdörtgen üretici kare üretebilir diye düşünmüştür. Özetle Ö11 ön görüşmede ‘koşulu sağlama’ ifadesi ile özellikleri düşünebiliyorken üreticiler ile çalışması onun bu ifadeye ‘bir

üretici sorulan şekli üretebilir mi?’ anlamını yüklemesine sebep olmuştur.

A’yı eşkenar dörtgen üretici ile çizen grup bu üreticiyi seçme sebebi olarak çalışma yapraklarına *çünkü eşkenar dörtgene benziyor* (Ö11) ve *çünkü bütün kenarları aynı* (Ö12) yazmıştır. Grup en son ellerinde kalan paralelkenar üretici ile B’yi çizmiş ve çalışma yapraklarına *çünkü paralelkenara benziyor* (Ö11) ve *çünkü iki kenarı paralel* (Ö12) yazmıştır. Ö11’in ifadeleri her ne kadar eşkenar dörtgen ve paralelkenar bilgisine sahip olsa da öncelikle görsele dayandığını, Ö12’nin ise üreticileri dörtgenlerin özellikleri bağlamında değerlendirebildiğini göstermektedir. Yani Ö12 bu aşamada paralelkenar üreticinin paralelkenarları bir diğer deyişle karşılıklı iki kenarı paralel olan şekilleri üretebileceğini düşünerek hareket etmektedir.

Tahmin & kontrol-kare & dikdörtgen etkinliğinde (bakınız, Şekil 101, s. 210) grup kare üreticinin 1, 3 ve 4’ü üretebileceği tahmininde bulunmuştur. Kontrolde tahminlerinin doğruluğuna kanaat getiren gruptan Ö12 neden kare üreticinin diğer şekilleri çizemediğini “üstüne uymuyor” diyerek açıklamak istemiş, öğretmen ne demek istediğini sorunca da “(bu şekillerin) bütün kenarları eş değil” demiştir. Öğretmenin “kare üretici bütün kenarları eş olmak zorunda olduğu için bu şekilleri çizemez diyorsun, öyle mi?” sorusuna ise “hıhı” diyerek onayladığını belirtmiştir. Ö11 ise çalışma yaprağına *çünkü kare dikdörtgen olma koşulunu sağlamaz* notunu düşmüş ve bu ifade ile kare üretici dikdörtgen çizemez demek istediğini belirtmiştir.

Dikdörtgen üreticinin verilen şekillerin hepsini çizebileceği yönünde tahminde bulunan grup kontrolden sonra çalışma yaprağına *çünkü dikdörtgen kare olma koşulunu sağlar* (Ö11) ve *çünkü uyuyor* (Ö12) şeklinde not almıştır. Öğretmen Ö12’nin çalışma yaprağındaki notu görünce “çünkü uyuyor, neden uyuyor, kare üreticinin kenarları nasıl büyüyüp küçülüyor?” diye sormuş Ö12 “kare üretici sadece kareleri yapabiliyor, bütün kenarları eşit” demiştir. Bunun üzerine öğretmen dikdörtgen üreticide bu durumun nasıl

olduğunu sormuş ve Ö12 “90 derece, iki kenarı eşit” demiştir. Öğretmen “dikdörtgen üreticinin karşılıklı kenarları eşit ama istediğinde tüm kenarları eşit şekiller çizmene izin veriyor, öyle mi?” diye sorunca “evet” diyerek onaylamıştır. Bunun üzerine Ö12 çalışma yaprağındaki notu silmiş ve onun yerine *iki kenarı eşit bazı şekilleri üretebiliyor* yazmıştır.

Dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim etkinliği kapsamında kare ve dikdörtgen üretici ile bu dörtgen türlerinin kenar, açı, paralellik ve köşegen özelliklerini inceleyen grup çalışma yapraklarına benzer şekilde not almıştır. Şekil 196’da Ö11’in çalışma yaprağı verilmiştir.

Şekil 196

Ö11’in dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim-kare & dikdörtgen çalışma yaprağı

KARE			
Kenarlar	Açılar	Paralellik	Köşegenler
Karenin tüm kenarları her zaman eşittir	Her açısı her zaman 90° ’dir	Karşılıklı kenarları her zaman paralel	Eşittir Köşegenler arasındaki açı 90° ’dir
DİKDÖRTGEN			
Kenarlar	Açılar	Paralellik	Köşegenler
Karşılıklı kenarları eşittir	Her açısı her zaman 90° ’dir	Karşılıklı kenarları her zaman paralel	Eşittir Köşegenler arasındaki açı 129°

Grup dikdörtgen üreticinin köşegen özelliklerini incelerken öğretmen yanlarına gelip kontrol etmiş ve köşegen uzunluklarının eşit olduğuna dair aldıkları notu görünce “köşegenler her zaman eşit, köşegenler arasındaki açuya da bakalım” deyip gitmiş ve grup köşegenler arası açı butonuna tıklayınca ekranda gördükleri ilk ölçümü not almıştır. Öğretmenin bu açığı inceleyerek not almaları gerektiğini düşünerek söylediği ifadeyi ‘butona tıklayıp ekranda yazan ölçümü not alın’ şeklinde yorumlayan grup, not aldıktan sonra üreticiyi hareket ettirerek ölçümleri değiştirmiş olsa da çalışma yaprağına yazdığı notu düzeltmemiştir.

Ardından öğretmen sınıfta bir tartışma ortamı oluşturarak kare ile dikdörtgen arasındaki ilişkiyi özellikler üzerinden açıklamıştır (ayrıntılı bilgi için, bakınız, s. 216). Bu

esnada karenin tüm kenarları eşitken aynı zamanda karşılıklı kenarlarının da eşit olacağını söyleyince grup başını evet anlamında sallayarak bu düşünceye katıldığını belirtmiştir. Bunun üzerine öğretmen “bu dikdörtgenin özelliği idi, dolayısıyla kare dikdörtgen olma şartını sağlar mı?” diye sorunca Ö11 cevap vermemiş ancak “kareye dikdörtgen ailesinin bir üyesi diyebilir miyim?” sorusuna “evet” demiştir. Öğretmen “peki dikdörtgen ailesi mi kare ailesini kapsar, kare ailesi mi dikdörtgen ailesini kapsar?” diye sorunca Ö12 “dikdörtgen kareyi” demiştir. Ö11’in ön görüşmede ‘kare dikdörtgen olma koşulunu sağlar’ ifadesini özellikleri düşünerek açıklayabilmişken bu aşamada cevaplayamaması onun halen bu ifadeyi ‘kare üretici dikdörtgen üretebilir’ şeklinde algıladığını göstermektedir. Ö11 her ne kadar bu ifadeyi üreticileri düşünerek algılamaya başlamış olsa da özellikler arasındaki ilişkinin farkında olduğundan karenin dikdörtgen ailesinin bir üyesi olduğunu kabul etmektedir.

Tahmin & kontrol-kare & dikdörtgen & paralelkenar etkinliğinde (bakınız, Şekil 105, s. 217) grup kare üreticinin verilen şekillerden sadece 4 ve 5’i çizebileceği tahmininde bulunmuş ve kontrolde de zorlanmamıştır. Grup kare üreticinin diğer şekilleri neden çizemediğini *çünkü kare paralelkenar ve dikdörtgen olma koşulunu sağlamaz* (Ö11) ve *çünkü karenin bütün kenarları eşit* (Ö12) ifadeleri ile açıklamaya çalışmıştır. Bu aşamada Ö11’in halen bir dörtgenin başka bir dörtgen olma koşulunu sağlaması durumunu bir üreticinin başka bir dörtgen türünü üretmesi olarak yorumladığı, ancak Ö12’nin kare üreticinin hareket kabiliyetini özellikler ile ilişkilendirebildiği söylenebilir.

Grup dikdörtgen üreticiye geçince önce bu üreticinin verilen tüm şekilleri üretebileceği tahmininde bulunmuş, ardından 1’i çizmeye çalışmış ve çizemeyince 6’yı da çizemez diye düşünerek tahminlerini değiştirmiştir. Dikdörtgen üreticinin neden bu iki şekli çizemediğini açıklamak için çalışma yapraklarına *çünkü dikdörtgen paralelkenar olma koşulunu sağlamaz* (Ö11) ve *çünkü dikdörtgenin (dikdörtgen üreticinin) bütün açıları 90 derecedir* (Ö12) yazmıştır. Ö11 “bu ifadeyle dikdörtgen üretici paralelkenar üretemez mi

demek istedin?” sorusuna evet anlamında başını sallamıştır. Grup paralelkenar üreticinin verilen tüm şekilleri çizebileceği tahmininde bulunduktan sonra her bir şekli bu üreticiyle çizmiştir. Ö12 paralelkenar üreticinin verilen tüm şekilleri çizebilme sebebi için çalışma yaprağına *çünkü paralelkenar (paralelkenar üretici) paralel olan şekilleri yapabilir* yazmıştır.

Dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim etkinliği kapsamında bu sefer paralelkenarın özelliklerini inceleyen grup çalışma yapraklarına benzer şekilde not almıştır. Şekil 197’de Ö12’nin çalışma yaprağı verilmiştir.

Şekil 197

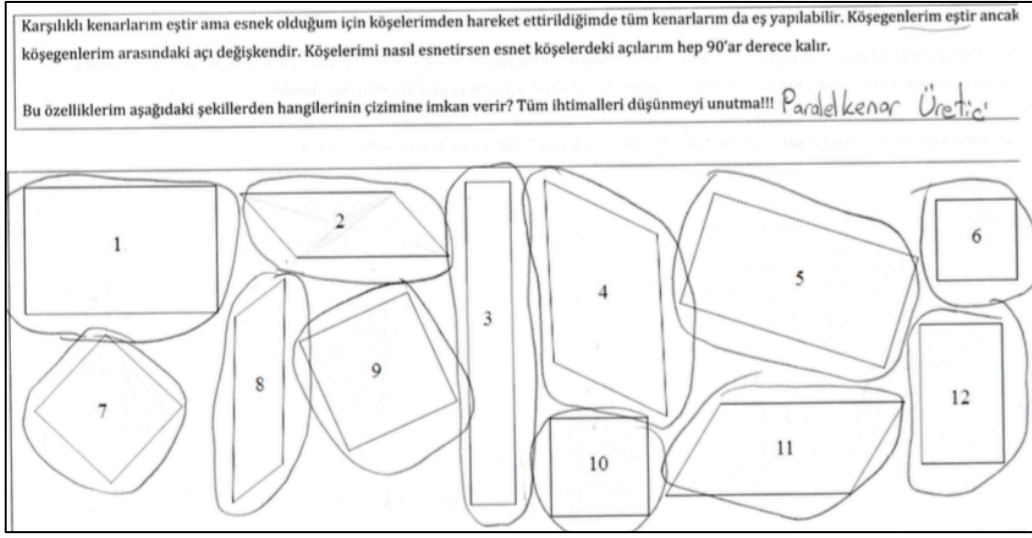
Ö12’nin dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim-paralelkenar çalışma yaprağı

PARALELKENAR			
Kenarlar	Açılar	Paralellik	Köşegenler
Karşılıklı kenarları Eşit	Karşılıklı Açılar eşit	Karşılıklı kenarları Paralel	[AC] [BD] Farklı olabilir

Dörtgenleri bilmeceler yardımıyla gruplandırılım-1 etkinliğinde Ö12 üç bilmeceyi de doğru cevaplamış ve bu bilmecelerdeki özellikleri sağlayan şekilleri eksiksiz bir biçimde seçebilmiştir. Ö11 ise ilk bilmeceyi doğru cevaplandırmış ancak diğer iki bilmecede yanılmıştır. Dikdörtgen için hazırlanan bilmeceye paralelkenar üretici cevabını veren Ö11 (Şekil 198) *köşegenlerim eşitir* ifadesini işaret ederek çekingen ve emin olmayan bir ses tonuyla “köşegenlerim eş değil” demiş ve duraksamıştır. Bunun üzerine öğretmen paralelkenar bilmecesini işaret ederek “hangi özelliğe bakarak dikdörtgen olduğunu düşündün?” diye sormuş, Ö11 bilmeceyi tekrar okuyunca “karıştırmışım burda köşegenlerim eş olmak zorunda değil diyo” demiştir. Bunun üzerine öğretmen “o zaman diğer bilmece dikdörtgen, bu paralelkenar olacak öyle mi?” diye sorunca “hıhı” diyerek onaylamıştır.

Şekil 198

Ö11'in dörtgenleri bilmeceler yardımıyla gruplandırılım-1 etkinliğinden bir kesit



Bu bulgulara bakıldığında Ö11'in paralelkenar ve dikdörtgenin köşegen özelliklerini karıştırdığı ve bilmecelerde sorulan üreticilerin hangisi olduğuna karar verdikten sonra bu üreticilerin verilen şekillerden hangilerini üretebileceğini düşünerek işaretlemeler yaptığı söylenebilir. Çünkü Ö11 paralelkenar üretici cevabını verdiği bilmecenin son ipucu *köşelerimdeki açılar hep 90°'ar derece kalır* ifadesini dikkate almadan bir önceki köşegen ipucuna göre bu bilmecenin cevabının paralelkenar üretici olduğunu düşünmüş ve bu üreticinin tüm şekilleri üretebildiği düşüncesiyle verilen şekillerin hepsini işaretlemiştir. Yani şekilleri seçerken bilmecedeki özellikleri sağlamalarına değil bilmecenin cevabı olduğunu düşündüğü üreticiyle üretilip üretilmediğine odaklanmıştır. Ayrıca Ö11'in bu aşamada bilmeceyi bütünüyle cevaplandırması gerektiğini anlayamadığı söylenebilir.

Tahmin & kontrol-kare & eşkenar dörtgen etkinliğinde (bakınız, Şekil 109, s. 224) grup kare üreticinin sadece 1 ve 5'i çizebileceğini düşünmüş ve kontrolden sonra diğer şekillerin çizilememesi *çünkü açıları 90 derece değil* (Ö11) ve *çünkü tüm açıları 90 derece değil* (Ö12) notuyla açıklamıştır. Eşkenar dörtgen üreticinin verilen şekillerin hepsini çizebileceği tahmininde bulduktan sonra kontrole geçen grup tahminlerinde haklı olduğunu görmüştür. Bir sonraki etkinlikte eşkenar dörtgenin özelliklerini inceleyen grup çalışma

yapraklarına benzer şekilde not almıştır. Şekil 199'da Ö11'in çalışma yaprağı verilmiştir.

Şekil 199

Ö11'in dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim-eşkenar dörtgen çalışma yaprağı

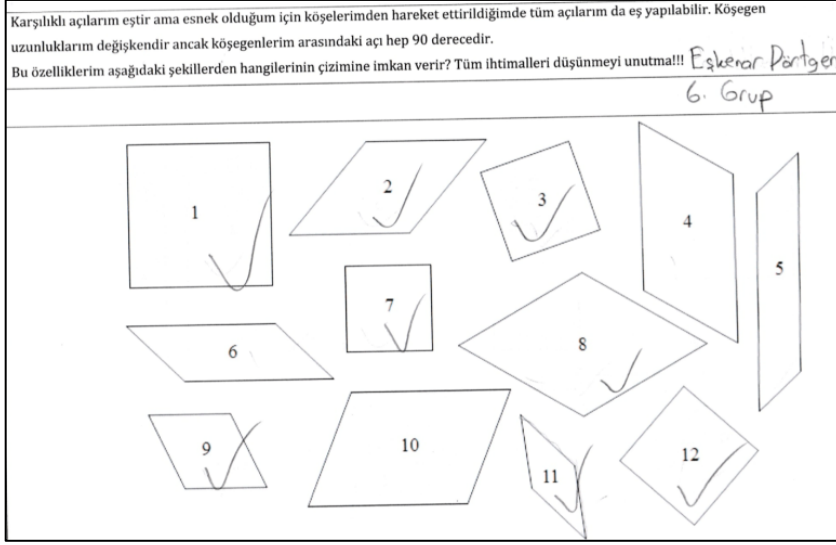
EŞKENAR DÖRTGEN			
Kenarlar	Açılar	Paralellik	Köşegenler
Bütün kenarları her zaman eşittir	Karşılıklı açıları eşittir	Kenarları her zaman paraleldir	Değişkenlik gösterir Köşegenler arasındaki açı 90° 'dir

Tahmin & kontrol-kare & eşkenar dörtgen & paralelkenar etkinliğinde (bakınız, Şekil 111, s. 227) kare üreticinin 3 ve 5'i çizebileceği tahmininde bulunan grup, kontrol sonrasında diğer şekillerin çizilememesi sebebi olarak çalışma yapraklarına *çünkü açıları dik değil* (Ö12) ve *çünkü açıları 90 derece değil* (Ö11) yazmıştır. Eşkenar dörtgen üretici ile 2 ve 6 haricindekilerin çizilebileceğini düşünen grup, bu şekillerin eşkenar dörtgen üretici ile çizilememesi sebebi olarak *çünkü kenarları eşit değil* (Ö11) ve *çünkü kenarları eş değil* (Ö12) notunu almıştır. Ardından paralelkenar üreticiye geçen grup bu üreticinin verilen tüm şekilleri çizebileceği tahmininde bulunmuş ve kontrol aşamasında hepsini çizebilmiştir.

Dörtgenleri bilmeceler yardımıyla gruplandırılım-2 etkinliğinde grup bilmeceleri doğru bir şekilde yanıtlamayı başarmıştır. Şekil 200 ve Şekil 201'de grubun bu etkinliğe ait çalışma yapraklarından bir kesit sunulmuştur.

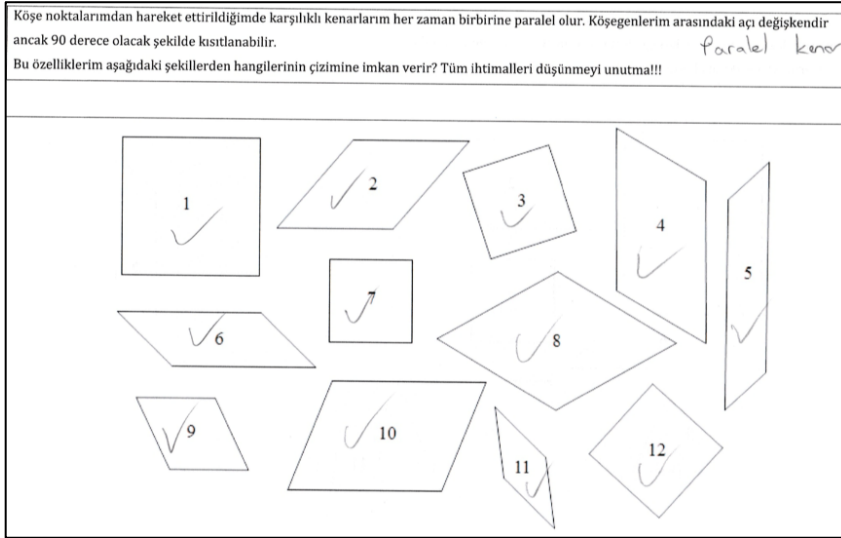
Şekil 200

Ö11'in dörtgenleri bilmeceler yardımıyla gruplandırılım-2 etkinliğinden bir kesit



Şekil 201

Ö12'nin dörtgenleri bilmeceler yardımıyla gruplandırılım-2 etkinliğinden bir kesit



Tahmin & kontrol-dikdörtgen & eşkenar dörtgen etkinliğinde (bakınız, Şekil 114, s.

233) Ö11 dikdörtgen üreticinin verilen tüm şekilleri çizebileceği tahmininde bulunmuş, Ö12 ise sadece 3 ve 5'i çizemez yönünde tahmin yürütmüştür. Ö12 kontrol aşamasında 1'i çizmeye çalışırken başka gruptan bir öğrenci dikdörtgen üreticinin bu şekli çizemeyeceğini söylemiş ancak Ö12 "olcak" diyerek ısrarla çizmeye çalışmıştır. Bir müddet daha uğraştıktan sonra pes eden Ö12, bu sefer 2'yi çizmeye çalışmıştır. Bu şekli çizen Ö12 3 ile bir süre

uğraşmış, onu da çizemeyince 4'ü çizmeye çalışmış ve başarılı olmuştur. Ö11 arkadaşı 3'ü çizemeyince tahminlerini dikdörtgen üretici 2, 4 ve 6'yı çizer şeklinde değiştirmiştir. Grup 5'i çizememiş ve 6'yı sorunsuzca çizebilmiştir.

Ö12 dikdörtgen üreticinin neden 1'i çizemediğini *çünkü bütün kenarları eş* notuyla açıklamaya çalışmıştır. Halbuki dikdörtgen üreticinin tüm kenarları eşit olan şekiller üretebildiğini daha önce görmüştür. Ö12'nin tahmin aşamasında 1'i kareye benzettiği için dikdörtgen üretici ile çizilebileceğini düşündüğü ancak çizemeyince-muhtemelen 1'in açılarının 90 derece olduğunu düşündüğü için-sebebini kenar özelliklerine bağlamaya çalıştığı söylenebilir. Bu aşamada Ö12'nin dikdörtgen üreticiye yönelik şemasının henüz sabitlenmediği görülmüştür.

Ö11 de dikdörtgen üreticinin 1 ve 3'ü çizememe sebebini bu şekillerin kenarlarının eşit olmasına bağlamıştır (Şekil 202). Ö11 dikdörtgen üreticinin kare üretebildiğini bilmesine rağmen bu üreticinin kenarları eşit olan şekiller yapamayacağını iddia etmektedir. Bunu fark eden öğretmen Ö11'e bazı sorular sormuştur.

Öğretmen: Dikdörtgen üretici kare üretebiliyor öyle değil mi?

Ö11: Hıh Hıh

Öğretmen: Karenin tüm kenarları eşit mi?

Ö11: Evet

Öğretmen: Eşit, o zaman dikdörtgen üretici tüm kenarları eşit şekiller üretebiliyor, peki neden 1'i çizemedi acaba?

Ö11: Çünkü tüm kenarları eşit uzunlukta, heee onu çiziyo

Öğretmen: Dikdörtgen üreticinin başka ne özelliği var ki 1'i çizemez?

Ö11: Hıııı, açıları 90 derece

Bu diyalog Ö11'in dikdörtgen üreticiye yönelik şemasının öncelikle kenar özelliklerine odaklı olduğunu ancak sorgulama yapıldığında şemada daha gerilerde yer alan açı özelliklerinin de bulunduğunu göstermektedir.

Şekil 202

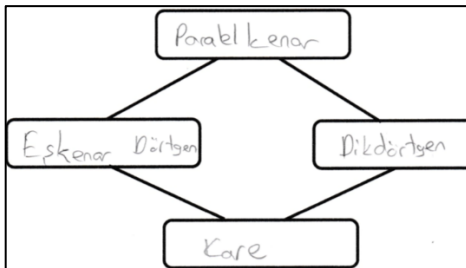
Ö11'in tahmin & kontrol-dikdörtgen & eşkenar dörtgen çalışma yaprağından bir kesit

Dörtgen Üretici	Dörtgenler	Tahminim	Bulduğum	Bu dörtgen üretici bu dörtgeni yapamaz çünkü...
Dikdörtgen Üretici /	1	E H	E H	Çünkü kenarlar eşit
	2	E H	E H	
	3	E H	E H	Çünkü kenarlar eşit
	4	E H	E H	
	5	E H	E H	
	6	E H	E H	

Grup eşkenar dörtgen üretici ile tahmin aşamasına geçince Ö12 bu üreticinin 2, 5 ve 6'yı çizemeyeceğini düşünmüş ve sebep olarak bu şekiller için *eşkenar değil* yazmıştır. Ö11 ise başta eşkenar dörtgen üreticinin verilen şekilleri üretebileceğini düşünmüş ancak 2'yi çizilemediğini görünce 2, 5 ve 6'yı çizilemeyeceği yönünde tahminlerini değiştirmiştir. Ö11 çalışma yaprağına bu şekiller için *çünkü kenarlar eşit değil* yazarak neden çizilemediklerini açıklamaya çalışmıştır. Grup bu etkinliği bitirdikten sonra yapıları birleştirilim çalışma yapraklarını doldurmuştur (Şekil 203). Her iki öğrenci de bu yapıyı zorlanmadan ve aynı şekilde doldurabilmiştir.

Şekil 203

Ö12'nin yapıları birleştirilim çalışma yaprağından bir kesit



Tahmin & kontrol-paralelkenar & yamuk etkinliğinde (bakınız, Şekil 116, s. 235) Ö11 paralelkenar üreticinin 2 ve 5'i üretebileceği tahmininde bulunmuş ve diğer şekillerin çizilememesinin sebebini *çünkü paralelkenar yamuk olma koşulunu sağlamaz* (Ö11) notuyla açıklamaya çalışmıştır. Öğretmenin bu ifadeyle paralelkenar üretici yamuk üretemez mi

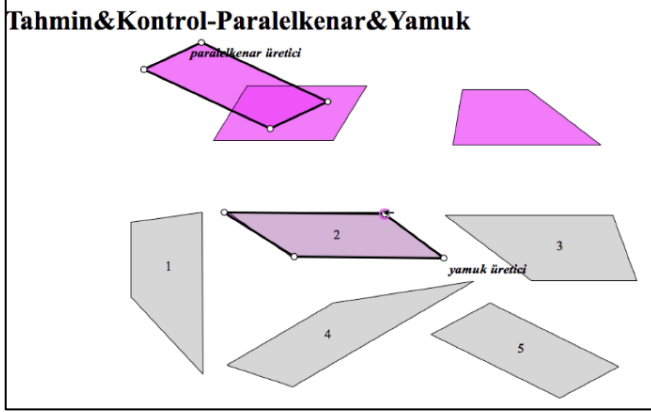
demek istediğini sorması üzerine Ö11 “evet” demiştir. Ön görüşmede yamuk için *4 kenarlı, 4 köşeli ve bütün kenarları farklı uzunlukta olmalı* yazan Ö11, *paralelkenar yamuk olma koşulunu sağlar mı? Neden?* sorusuna *Olamaz. Çünkü yamuğun kenarları paralel değil* cevabını vererek iki dörtgeni özellikler üzerinden karşılaştırabildiğini göstermiştir. Bu durum Ö11’in her ne kadar dörtgenleri özellik temelinde ilişkilendirebilse de üreticilerin hareket kabiliyetlerinin sebebini dörtgenlerin özelliklerine değil üreticinin imkan ve kısıtlarına bağladığını göstermektedir.

Ö12 ise önce paralelkenar üreticinin verilen şekillerin hepsini üretebileceği tahmininde bulunmuş ancak 1’i çizemeyince tahminlerini 1, 3 ve 4 çizilemez olarak değiştirmiştir. Bu şekillerin paralelkenar üretici ile neden çizilemediğini açıklamak için çalışma yaprağına *(1, 3 ve 4 numaralı şekiller) paralel (paralelkenar) değil* yazmıştır. Ö12’nin tahmin aşamasında ‘paralelkenar üretici bütün şekilleri üretir’ sabitine dayandığı ancak kontrolden sonra ‘paralelkenar üreticinin ürettiği şekillerin karşılıklı iki çift kenarı paraleldir’ eylemdeki teoremini dikkate aldığı söylenebilir.

Yamuk üreticiye geçince grup bu üreticinin 2 ve 5’i üretemeyeceği yönünde tahmin yürütmüştür. Kontrole geçince önce 1’i çizen grup ardından 2’yi denemiş ve yamuk üreticinin paralelkenar çizdiğini görünce (Şekil 204) Ö11 tahminlerini silip hepsini çizilebilir işaretlemiş Ö12 ise tahminlerini değiştirmeden kontrol kutucuklarının hepsine evet işaretlemiştir (Şekil 202). Bu etkinlikte grubun paralelkenar üretici ile sadece paralelkenarları üretebildiği için yamuk üreticinin de sadece yamukları üretebileceğini düşündüğü söylenebilir. Nitekim Ö12 yamuk üreticinin 2 ve 5’i üretemeyeceği yönündeki tahmini için çalışma yaprağında yer alan *bu dörtgen üretici bu dörtgeni yapamaz çünkü kısmına yamuk yazarak bu düşüncede olduğunu göstermiştir* (bakınız, Şekil 205).

Şekil 204

Altıncı grubun tahmin & kontrol-paralelkenar & yamuk etkinliği ekran kaydından bir kesit



Şekil 205

Ö12'nin tahmin & kontrol-paralelkenar & yamuk çalışma yaprağından bir kesit

Dörtgen Üretici	Dörtgenler	Tahminim	Bulduğum	Bu dörtgen üretici bu dörtgeni yapamaz çünkü...
Yamuk Üretici	1	E H	E H	
	2	E H	E H	Yamuk
	3	E H	E H	
	4	E H	E H	
	5	E H	E H	

Dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim etkinliği kapsamında son olarak yamuk üretici ile yamuğun özelliklerini inceleyen grup çalışma yapraklarına kenar, açı ve köşegen özellikleri için *farklı, değişken, istediğimiz gibi, esnek* gibi notlar almış, paralellik özelliğine ise *çakışabilir* (Ö11) ve *olabilir* (Ö12) yazmıştır. Öğretmen çakışabilir derken ne anlatmak istediğini sorunca Ö11 “kesişebilir” demiş ve öğretmenin “bir çift (karşılıklı kenar) mi her zaman paraleldir yoksa iki çift mi her zaman paraleldir yamukta?” sorusuna “bir” cevabını vermiştir. Ö12 ise *olabilir* derken iki çift karşılıklı kenarın paralel olabileceğini anlatmak istediğini belirtmiş ve öğretmen “yani bir çift kesin paralel, iki çiftte paralel olabilir mi?” diye sorunca “hıhı” diyerek onaylamıştır. Bu aşamada yamuk üreticiyle çalışmanın grubun yamuk

kavramına yönelik şemasını genişlettiği söylenebilir.

Öğretmen sınıfın incelemesi bittikten sonra yamuğun özelliklerini paralelkenar ile karşılaştırarak tekrar etmiş ve ardından tahtaya dört dörtgen için (kare, dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve paralelkenar) hiyerarşik yapıyı tekrar çizmiştir. Sınıf bu yapıyı zorlanmadan doldurmuş ve öğretmen henüz yamuğun nereye yerleştirilmesi gerektiğini sormadan (hatta tahtadaki çizimde yamuk için bir kutucuk bile bulunmuyorken) Ö12 “en üstünde de yamuk” diyerek yamuğun bu hiyerarşideki yerini göstermiştir. Ardından öğretmen “kare en az bir çift kenarı paralel olduğu için bir yamuktur desem doğru ifade etmiş olur muyum?” diye sorunca grup sınıfın çoğunluğuyla birlikte “evet” demiştir. Öğretmen bu sefer “yamuk paralelkenar ailesinin üyesi midir?” diye sormuş ve grup “hayır” demiştir. Öğretmen nedenini sorunca Ö12 “(yamuğun) bir çift kenarı paralel” cevabını vermiştir.

Bilmecelerdeki dörtgenleri bulalım etkinliğinde Ö11 verilen beş bilmeceyi de doğru yanıtlamış ve bu bilmecelerdeki ailenin üyelerinin hangileri olduğunu eksiksiz yazabilmiştir. Şekil 206’da Ö11’in bu etkinliğe ait çalışma yaprağından bir kesit sunulmuştur.

Şekil 206

Ö11’in bilmecelerdeki dörtgenleri bulalım çalışma yaprağından bir kesit

<p>Karşılıklı kenarlarım eştir ve bu durum tüm kenarlarım eş olacak şekilde kısıtlanabilir. Karşılıklı açıları eştir ama esnek olduğum için köşelerimden hareket ettirildiğimde tüm açıları da eş yapılabilir. Köşegenlerim arasındaki açı değişkendir ancak 90 derece olacak şekilde kısıtlanabilir.</p> <p>Bu özelliklerim hangi şekil/şekillerin çizimine imkan verir? Tüm ihtimalleri düşünmeyi unutma!!!</p> <p>Paralelkenar: DD, ED, Kare, PK</p>

Ö12 ise beş bilmeceyi de yanlış yapmıştır. Öğretmen Ö12’nin hatalarını fark edince bilmeceleri tekrar okumasını istemiştir. Bu esnada cevabı yamuk üretici olan bilmeceye *dikdörtgen* yazıp, bu üreticinin üretebileceği şekiller için *kare ve paralelkenar* yazan Ö12 ile öğretmen arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

Öğretmen: Burada neyi düşünerek bunlar (dikdörtgen, kare, paralelkenar) olur diye düşündün? Bu özelliği (bir çift karşılıklı kenarım hep birbirine paraleldir) üçü de sağlıyor mu?

Ö12: Evet

Öğretmen: Peki başka sağlayan bir şekil olabilir mi?

Ö12: Eşkenar dörtgen

Öğretmen: Eşkenar olabilir, başka olur mu?

Ö12: (tereddüt ederek) hayır

Öğretmen: Yamuk bu özelliği sağlar mı?

Ö12: (kısa bir süre düşündükten sonra) Evet

Öğretmen: Yamuk da sağlar, o zaman burası yamuk üretici olabilir mi?"

Ö12: Hıh hıh

Öğretmen: Tüm şekilleri üretir, peki burada (Şekil 207'deki bilmece) neyi düşünerek yamuk üretici olduğuna karar verdin?

Ö12: (bilmeceye geçen esnek olduğum için ifadesini işaret ederek) Hocam esnek olduğu için istediği her şeyi yapabilir diye

Öğretmen: Peki yamuğun her zaman için karşılıklı kenarları eş midir?

Ö12: Bi tane karşılıklı kenarı eştir

Öğretmen: Eş mi paralel mi?

Ö12: Paralel

Bu diyalog Ö12'nin her ne kadar yamuğun bir çift kenarı paralel olan dörtgen olduğunun farkında olsa da bu şemasının sabitlenmediğini göstermektedir. Ayrıca Ö12 bilmeceleri yanıtlarken gözüne çarpan ipucuna göre cevap yazmaya çalışmıştır ki ikinci bilmeceye geçen esnek ifadesini işaret ederek imkanları en geniş olan üreticiyi düşünmüş olması bu durumu destekler niteliktedir.

Şekil 207

Ö12'nin bilmecelerdeki dörtgenleri bulalım çalışma yaprağından bir kesit

<p>Karşılıklı kenarlarım eştir ve bu durum tüm kenarlarım eş olacak şekilde kısıtlanabilir. Karşılıklı açıları eştir ama esnek olduğum için köşelerimden hareket ettirdiğimde tüm açıları da eş yapılabilir. Köşegenlerim arasındaki açı değişkendir ancak 90 derece olacak şekilde kısıtlanabilir.</p> <p>Bu özelliklerim hangi şekil/şekillerin çizimine imkan verir? Tüm ihtimalleri düşünmeyi unutma!!!</p> <p><i>Yamuk = PK, DD, ED, kare</i></p>
--

Öğretmen dördüncü bilmeceyi (cevabı eşkenar dörtgen) göstererek “neyi düşünerek kare olduğunu düşündün?” diye sorduğunda ise “köşegenleri arasındaki açı her zaman 90

derecedir” cevabını veren Ö12, “peki başka bu özelliği sağlayan dörtgen var mıdır?” sorusuna “evet, eşkenar dörtgen” demiştir. Öyle görünmektedir ki Ö12 bu etkinlikte bilmeceleri hızlıca cevaplandırmak için tümüyle okumak yerine parça parça değerlendirip aklına ilk gelen üreticiyi yazmıştır. Yani Ö12 aslında dörtgenleri özelliklerine göre tanıyabilmekte-ki bu sebeple öğretmenin sorularına doğru yanıt verebilmekte- ancak etkinliği hızlıca bitirme düşüncesiyle hareket etmektedir.

5.2.2.6.1. *Altıncı grubun dörtgen üreticilerine yönelik enstrümanlı eylem şeması.* Ö11 mülakatta kare üreticinin ürettiği dörtgenlerin ortak özelliği için *bütün kenarları eşit uzunlukta ve bütün açıları 90 derecedir* yazmıştır. Ö12 ise kareyi ön görüşmede *bütün kenarları aynıdır* ifadesiyle tanımlamış, *kare dikdörtgen olma koşulunu sağlar mı? neden?* sorusuna *Evet çünkü bütün açıları 90 derecedir* yazmış ve etkinlikler süresince bu iki özelliğin kare için olmazsa olmaz özellikler olduğunu düşündüğünü göstermiştir (örneğin, tahmin & kontrol-kare & eşkenar dörtgen). Bu açıdan grubun kare enstrümanlı eylem şemasının ‘kare tüm kenarları eşit ve tüm açıları eşit/90 derece/dik açı olan dörtgendir’ eylemdeki teoremi ile ‘kenar özelliği’, ‘açı özelliği’ ve ‘dik açı’ eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

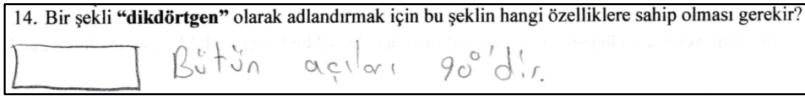
Ö11 ön görüşmede *kare dikdörtgen olma koşulunu sağlar mı? neden?* sorusuna *Olabilir. Çünkü kareninde karşılıklı kenarları eşit uzunluktadır* yazarak kare ile dikdörtgen arasındaki ilişkiyi özellikler temelinde kurabildiğini göstermiştir. Ancak üreticilerle çalışırken kare üreticinin dikdörtgen üretememesi durumunu *kare, dikdörtgen olma koşulunu sağlamaz* ifadesiyle anlatmaya çalışmıştır. Bu ise Ö11’in üreticilerin imkan ve kısıtlarının sebebinin dörtgenlerin özellikleri olduğunu anlayamamasından kaynaklanmıştır. Mülakatta dikdörtgen için “karşılıklı kenarları eşit uzunlukta, (açıları) 90 derece” ifadesini kullanan Ö11, *dikdörtgen üretici kare üreticinin üretebildiği bütün dörtgenleri üretebilir* ifadesine doğru demesine rağmen *kare, dikdörtgen olma koşulunu sağlar* ifadesine yanlış demiş, “kare üretici

dikdörtgen üretemez diye mi düşündün?” sorusuna ise “evet” demiştir. Bu durum Ö11’in dikdörtgenin kareyi kapsamasını özellikler temelinde anlamlandırabildiğini ancak koşulu olma ifadesine üreticinin imkanları anlamını yüklediğini göstermektedir.

Ö12 ise ön görüşmede dikdörtgen için Şekil 208’deki çizimi yaparak açılarına yönelik bir not yazmış ve verilen dörtgenlerden dikdörtgeni seçmesi istenince yatay ve dikey pozisyondaki iki dikdörtgeni seçmiştir. Mülakatta ise dikdörtgen üreticinin ürettiği dörtgenlerin ortak özelliği için *tüm açıları 90 derece olmalıdır* yazan Ö12 kenarları için “karşılıklı iki kenarı eşit” ifadesini kullanmıştır. Ayrıca *dikdörtgen üretici kare üreticinin üretebildiği bütün dörtgenleri üretebilir ve kare, dikdörtgen olma koşulunu sağlar* ifadelerine de doğru demiştir.

Şekil 208

Ö12’nin ön görüşme verilerinden bir kesit



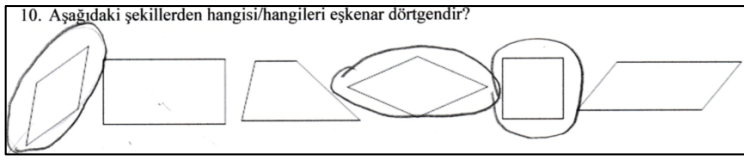
Bu durum grubun dikdörtgen üretici enstrümanlı eylem şemasının kareyi de kapsadığını göstermektedir. Dolayısıyla grubun dikdörtgen enstrümanlı eylem şemasının ‘dikdörtgen karşılıklı kenarları eşit ve tüm açıları eşit/90 derece/dik açı olan dörtgendir’ ve ‘tüm kenarlar eşitken karşılıklı kenarlar da eşit olacağından dikdörtgen kareyi kapsar’ eylemdeki teoremleri ile ‘kenar özelliği’, ‘açı özelliği’, ‘dik açı’, ‘bir özelliğin başka bir özelliği garantilemesi’ ve ‘bir şekil sınıfının diğerini kapsamaması’ eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

Ö11 ön görüşmede *4 kenarlı, 4 köşeli ve kenarları eşit uzunlukta olmalı* notuyla tanımlamaya çalıştığı eşkenar dörtgen için mülakatta “tüm kenarları eşit, karşılıklı açıları eşit” ifadesini kullanmıştır. Ayrıca ön görüşmede verilen dörtgenlerden eşkenar dörtgenleri seçmesi istenince Şekil 209’daki seçimi yaparak kareyi eşkenar dörtgen sınıfına dahil edebildiğini göstermiştir. Ancak mülakatta *kare, eşkenar dörtgen olma koşulunu sağlar*

ifadesine yanlış dedikten sonra sebep olarak yine karenin bu dörtgen türünü üretememesini göstermiş, “karenin tüm açıları 90 derece bu karşılıklı açılarının da eşit olduğunu söyler mi?” sorusuna ise “evet” demiştir. Bu durum Ö11’in özellikleri düşününce kareyi eşkenar dörtgen sınıfına dahil edebildiğini ancak koşulu olma ifadesine üreticinin imkanları anlamını yüklediğini göstermektedir.

Şekil 209

Ö11’in ön görüşme verilerinden bir kesit



Ö12 ise ön görüşmede eşkenar dörtgen için *bütün kenarlarının uzunluğu aynıdır* yazmasına rağmen Şekil 209’daki dörtgenlerden sadece birinci ve dördüncüyü seçmiştir. Bu durum uygulama öncesinde Ö12’nin tüm açılar eşitliğinin karşılıklı açılar eşitliğini garantilediğini düşünemediğini göstermektedir. Ancak etkinlikler süresince eşkenar dörtgen üreticinin tüm kenarları eşit dörtgenler üretebilmesinin yanı sıra hem tüm açıları eşit hem de karşılıklı açıları eşit dörtgenler üretebilmesi ve sınıfta geçen tartışma sürecinde tüm açılar eşitken aynı zamanda karşılıklı açılar eşit olacağını ifade edilmesi (ayrıntılı bilgi için, bakınız, s. 232) Ö12’nin kareyi eşkenar dörtgen sınıfına dahil edebilmesine yardımcı olmuştur. Nitekim Ö12 bu yüzden mülakatta eşkenar dörtgen üreticinin ürettiği dörtgenlerin ortak özelliği için *tüm kenarlarının eş olması yazmış ve kare, eşkenar dörtgen olma koşulunu sağlar* ifadesine de doğru demiştir. Yani Ö12 her ne kadar mülakatta ifade etmemiş olsa da tüm açılarının eş olmasının karşılıklı açılar eşitliğini garantilediğinin farkındadır, eğer aksi olsaydı tıpkı ön görüşmede olduğu gibi kare ile eşkenar dörtgeni ayrı sınıflara yerleştirmesi gerekirdi.

Bu açıdan grubun eşkenar dörtgen enstrümanlı eylem şemasının ‘eşkenar dörtgen tüm kenarları eşit ve karşılıklı açıları eşit olan dörtgendir’ ve ‘tüm açılar eşitken karşılıklı açılar da

eşit olacağından eşkenar dörtgen kareyi kapsar' eylemdeki teoremleri ile 'kenar özelliği', 'açı özelliği', 'bir özelliğin başka bir özelliği garantilemesi' ve 'bir şekil sınıfının diğerini kapsaması' eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir. Grup şemasını bu sabitlere dayandırdığı için kareyi eşkenar dörtgen ailesinin üyesi olarak görebilmiştir.

Ö11 ön görüşmede *4 kenarlı, 4 köşeli ve karşılıklı kenarları paralel olmalı* şeklinde tanımladığı paralelkenar için Şekil 210'daki seçimi yapmıştır. Bu seçimde eşkenar dörtgeni paralelkenar sınıfına dahil etmediği görülmektedir. Ancak etkinlikler içerisinde hem paralelkenar üreticinin eşkenar dörtgen üretebilmesi ancak tersinin mümkün olmaması hem de eşkenar dörtgenin paralellik özelliğini incelemek Ö11'in paralelkenar şemasının gelişmesini sağlamıştır. Öyle ki mülakatta paralelkenar üreticinin ürettiği dörtgenlerin ortak özelliği için *karşılıklı kenarları paraleldir* yazan Ö11, *eşkenar dörtgen, paralelkenar ailesinin üyesidir* ifadesine doğru demiş ve eşkenar dörtgen için "karşılıklı kenarları paralel" ifadesini kullanmıştır. Ayrıca Ö11 mülakattaki *paralelkenar üretici, dikdörtgen üreticinin üretebildiği bütün dörtgenleri üretebilir* ifadesine de doğru demiştir.

Şekil 210

Ö11'in ön görüşme verilerinden bir kesit



Ö12 ise ön görüşmede *kenarları paraleldir* ifadesiyle tanımladığı paralelkenar için Şekil 210'daki dörtgenlerden dördüncüsü hariç hepsini seçmiştir. Mülakatta paralelkenar üreticinin ürettiği dörtgenlerin ortak özelliği için *karşılıklı kenarlarının paralel olması* yazan Ö12, *eşkenar dörtgen, paralelkenar ailesinin üyesidir* ve *paralelkenar üretici, dikdörtgen üreticinin üretebildiği bütün dörtgenleri üretebilir* ifadelerine de doğru demiştir. Bu açıdan grubun paralelkenar enstrümanlı eylem şemasının 'paralelkenar karşılıklı kenarları paralel olan dörtgendir' ve 'kare, dikdörtgen ve eşkenar dörtgenin karşılıklı kenarları paralel

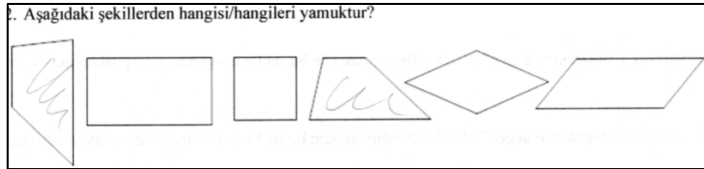
olduğundan paralelkenar bu dörtgenleri kapsar' eylemdeki teoremleri ile 'kenar özelliği', 'paralellik' ve 'bir şekil sınıfının diğerini kapsaması' eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

Ö11 ön görüşmede yamuk için *4 kenarlı, 4 köşeli ve bütün kenarları farklı uzunlukta olmalı yazmış ve paralelkenar, yamuk olma koşulunu sağlar mı? neden? sorusuna Olamaz. Çünkü yamuğun kenarları paralel değil yazmıştır.* Mülakatta ise yamuk üreticinin her tür dörtgeni üretebildiğini ifade ettikten sonra bu üreticinin ürettiği dörtgenlerin ortak özelliği için *en az 1 çift kenarı paraleldir yazmış ve dikdörtgen, yamuk ailesinin bir üyesidir* ifadesine doğru demiştir. Bu durum Ö11'in yamuk üretici ile inceleme yapması ve iki çift karşılıklı kenarın paralel olmasının her zaman için bir çift karşılıklı kenarın paralelliğini garantilemesi durumunun açıklanması sonucunda mümkün olmuştur.

Ö12 ise ön görüşmede yamuk için *kenarlarının yamuk olması* yazmasına rağmen verilen dörtgenlerden sadece yamukları seçmiştir (Şekil 211). Yani Ö12 her ne kadar kenarların düzgün olmayışına odaklanmış gibi görünse de zihninde yamuk için tüm kenar uzunluklarının farklı olan bir dörtgen imajı bulunmaktadır. Aksi takdirde verilen dörtgenlerden beşinci ve altıncıyı da seçmesi gerekirdi.

Şekil 211

Ö12'nin ön görüşme verilerinden bir kesit



Mülakatta yamuk üretici hangi dörtgenleri üretebilir sorusuna *Hepsini: Kare, DD, PK, ED, Yamuk* yazan Ö12, yamuk üreticinin ürettiği şekillerin ortak özelliği için *bir çift kenarının paralel olması yazmıştır.* Mülakattaki *kare, yamuk olma koşulunu sağlar* ifadesine doğru diyen Ö12 "yamuk olma koşulu nedir?" sorusuna "yamuğun (yamuk üreticinin) üretebilmesi" cevabını vermiştir. "Koşulumuz ne, bir şekle yamuk diyebilmek için hangi

özelliğimiz olmazsa olmaz” diye sorulunca ise “bir kenarı paralel” dedikten sonra “kare bunu sağlar mı?” sorusuna “evet” demiştir. Ayrıca Ö12 *dikdörtgen, yamuk ailesinin bir üyesidir* ifadesine de aynı sebepten dolayı doğru demiştir.

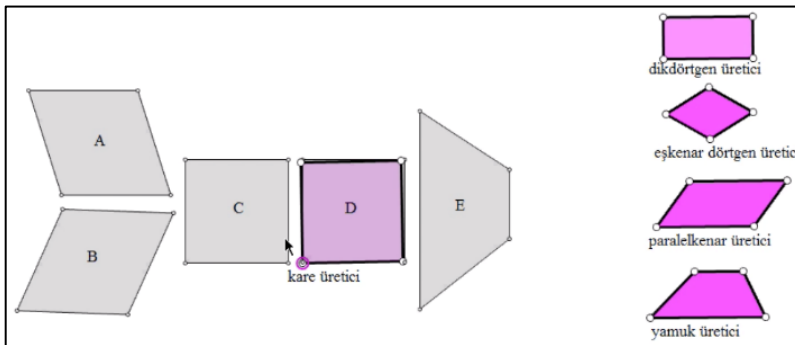
Bu açıdan grubun yamuk enstrümanlı eylem şemasının ‘yamuk en az bir çift karşılıklı kenarı paralel olan dörtgendir’ ve ‘iki çift karşılıklı kenar paralelken bir çift zaten paralel olacağından yamuk diğer dörtgenleri kapsar’ eylemdeki teoremleri ile ‘kenar özelliği’, ‘paralellik’, ‘en az kavramı’, ‘bir özelliğin başka bir özelliği garantilemesi’ ve ‘bir şekil sınıfının diğerini kapsaması’ eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

5.2.2.7. Yedinci grubun dörtgen üreticilerine yönelik enstrümantal oluşum süreci.

Yedinci grup dörtgen üreticileri tanıyalım etkinliğinde her bir üreticiyi köşe noktalarından hareket ettirerek incelemiş ve bunu yapabilir misin? (dörtgenler) etkinliğine geçmiştir. Bu etkinlikte D’yi kare üretici ile çizen grup (Şekil 212), bu üreticiyi seçme sebebini *çünkü kareye benziyor* (Ö14) ve *çünkü eşkenar dörtgen* (Ö13) notuyla açıklamaya çalışmıştır. Ö13 öğretmenin “D şekli eşkenar dörtgen diyorsun yani, o yüzden kare üretici ile üretilebilir öyle mi?” sorusuna “evet, çünkü kare de bir eşkenar dörtgen olduğu için, ve tüm kenarları aynı bununda (eşkenar dörtgen olduğunu söylediği D’yi kastederek) o kare özelliği olmayı sağlar” demiştir.

Şekil 212

Yedinci grubun bunu yapabilir misin? (dörtgenler) etkinliği ekran kaydından bir kesit

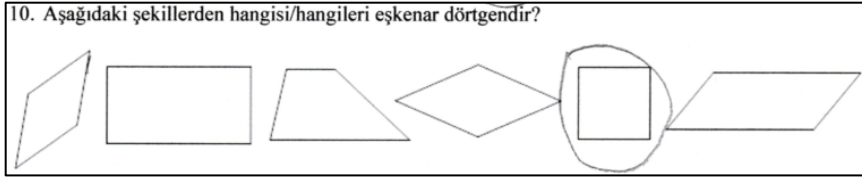


Ö13 ön görüşmede eşkenar dörtgen için *kenarlarının aynı uzunlukta olması gerekir*

tanımını yaptıktan sonra verilen şekillerden sadece prototip kareyi eşkenar dörtgen olarak seçmiştir (Şekil 213). Yani Ö13 eşkenar dörtgene dair kısıtlı bir bilgiye sahiptir ancak bu bilgisini dörtgenler arası ilişkileri anlamlandırmak için kullanabilmektedir. Dolayısıyla Ö13 kare üreticinin eşit kenarlı şekiller üretebildiğini düşündüğünden ve eşkenar dörtgen kavramına ilişkin bilgisi prototip bir kare imajından farksız olduğundan bu üreticinin D’yi üretebileceğini ifade etmiştir.

Şekil 213

Ö13’ün ön görüşme verilerinden bir kesit



E’yi “yamuğa benziyor” ifadesini kullanarak yamuk üretici ile çizen grup, dikdörtgen üretici ile A’yı çizmeye çalışırken Ö14 “bak kare oluyo o (dikdörtgen üretici) C olacak” demiştir. Bunun üzerine Ö13 “tamam öyle yapalım” diyerek C’yi dikdörtgen üretici ile çizmiştir. A’yı eşkenar dörtgen üretici ile çizmeye çalışan grup üreticiyi şekle tam oturtamayınca bu üreticiyle B’yi çizmiştir. Ellerinde kalan son üreticiyle (paralelkenar üretici) A’yı çizen grup bu üreticiyi seçme sebebi için çalışma yapraklarına *çünkü paralel* (Ö13) ve *çünkü kareyle yapılmaz* (Ö14) yazmıştır. Öğretmen “neden A şekli kareyle yapılmaz?” diye sorunca Ö14 “çünkü açıları farklı” demiştir.

Tahmin & kontrol-kare & dikdörtgen etkinliğinde (bakınız, Şekil 101, s. 210) grup kare üreticinin 2 ve 5’i üretebileceği tahmininde bulunmuştur. Kontrolten sonra Ö14 çalışma yaprağına Şekil 214’deki notları alırken, Ö13 1, 3 ve 5’i neden kare üretici ile çizilemeyeceğini sırasıyla (kare üreticinin) *kenarları eşit, kenarları sınırlı, tüm kenarları eşit* notlarıyla açıklamaya çalışmıştır.

Şekil 214

Ö14'ün tahmin & kontrol-kare & dikdörtgen çalışma yaprağından bir kesit

Dörtgen Üretici	Dörtgenler	Tahminim	Bulduğum	Bu dörtgen üretici bu dörtgeni yapamaz çünkü...
Kare Üretici	1	E H	E H	çünkü dikdörtgene benziyor
	2	E H	E H	çünkü karein ters duruşu
	3	E H	E H	çünkü kare dikdörtgen değildir
	4	E H	E H	çünkü dikdörtgen gibi kenarları yok
	5	E H	E H	çünkü dik kare

Öğretmenin “kare üretici neden 1 numaralı şekli çizemez?” sorusuna Ö14 “bi kere kare dik olmuyo” demiş, öğretmen “karenin açıları mı dik olmuyor?” deyince “oluyo ama tamamen uymuyor” şeklinde cevap vermiştir. Bunun üzerine öğretmen “yani farklı uzunlukta kenar yapmana mı izin vermiyor?” deyince “evet evet yani incelmiyo” demiştir. Öğretmen 4 için yazdığı açıklamayı okuyarak ne demek istediğini sorunca Ö14 “ben açı yazmışım, (karenin dikdörtgen gibi) kenarları yok, (karenin) açıları 90 derece” cevabını vermiştir.

Grup dikdörtgen üretici ile tahmin aşamasına geçince Ö13 “dikdörtgenden (dikdörtgen üreticiden) kare üretebiliriz, çünkü kenarları sınırlı değil ya, o zaman hepsi evet oluyo” demiştir. Grup tahmin kutucuklarının hepsini evet işaretledikten sonra kontrole geçmiş ve bütün şekilleri üretebilmiştir. Ö13 dikdörtgen üreticinin neden bütün dörtgenleri üretebildiğini açıklamak için çalışma yaprağına *çünkü kenarları sınırlı değil yazmış*, Ö14 ise Şekil 215’deki gibi not almıştır. Öğretmen *çünkü dikdörtgenin açıları eşit değil* ifadesini göstererek ne demek istediğini sorunca Ö14 kenarları kastettiğini ifade etmiştir.

Şekil 215

Ö14'ün tahmin & kontrol-kare & dikdörtgen çalışma yaprağından bir kesit

Dörtgen Üretici	Dörtgenler	Tahminim	Bulduğum	Bu dörtgen üretici bu dörtgeni yapamaz çünkü...
Dikdörtgen Üretici	1	E H	E H	Çünkü dikdörtgenin kenarları eşit değil
	2	E H	E H	Çünkü açıları eşit değil kare oluyor kenarları eşit değil
	3	E H	E H	Çünkü o dikdörtgen
	4	E H	E H	Çünkü o dikdörtgen
	5	E H	E H	Çünkü dikdörtgen'in açıları eşit değil

Dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim etkinliği kapsamında kare ve dikdörtgen üretici ile bu dörtgen türlerinin kenar, açı, paralellik ve köşegen özelliklerini inceleyen grup çalışma yapraklarına benzer şekilde not almıştır. Şekil 216'da Ö13'ün çalışma yaprağı verilmiştir.

Şekil 216

Ö13'ün dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim-kare & dikdörtgen çalışma yaprağı

KARE			
Kenarlar	Açılar	Paralellik	Köşegenler
Hep aynı	Hep aynı (90°)	Paralel (Karşılıklı kenarları)	(AC), BD Her zaman eşit uzunlukta
DİKDÖRTGEN			
Kenarlar	Açılar	Paralellik	Köşegenler
Her zaman 2 karşılıklı kenarı aynı	Hep aynı (90°)	Paralel (Karşılıklı kenarları)	AC, BD Her zaman eşit

Ön görüşmede grubun kare ve dikdörtgen için oldukça kısıtlı bir bilgiye sahip olduğu görülmüştür. Örneğin Ö14 karenin özellikleri sorulduğunda *4 kenarı olması, her açısı 90 derecedir* ve dikdörtgenin özellikleri sorulduğunda da *4 kenarı var* yazmış, verilen şekillerden kare ve dikdörtgeni seçmesi istendiğinde her iki dörtgen için de sadece prototip şekilleri seçmiştir. Ö13 ise her ne kadar daha doğru bir tanım yapmış olsa da (Şekil 217), dikdörtgen için dışlayan tanım yaptığı için *kare dikdörtgen olma koşulunu sağlar mı? neden?* sorusuna

Hayır. Çünkü iki kenarı değil tüm kenarları aynıdır cevabını vermiştir.

Şekil 217

Ö13'ün ön görüşme verilerinden bir kesit

<p>Bir şekli “kare” olarak adlandırmak için bu şeklin hangi özelliklere sahip olması gerekir?</p> <p><i>Her kenarının dik olması ve eşit olması gerek.</i></p> <p>Bir şekli “dikdörtgen” olarak adlandırmak için bu şeklin hangi özelliklere sahip olması gerekir?</p> <p><i>Her kenarının dik olması ve 2 kısa, 2 uzun kenarının olması gerekir.</i></p>

Ö13 ön görüşmede her ne kadar farklı pozisyondaki kare ve dikdörtgenleri tanıyabilmiş olsa da dikdörtgene dair yaptığı bu dışlayan tanım onun karenin dikdörtgen sınıfına dahil olmadığını düşünmesine yol açmıştır. Ancak kare ve dikdörtgen üretici ile çalışmak grubun bu dörtgen türlerine yönelik şemalarının gelişmesini sağlamıştır. Öyle ki dikdörtgen üreticinin kenarlarının daha geniş imkanlara sahip olduğunu fark eden grup, dikdörtgen üretici ile bu dörtgen türünün özelliklerini incelerken bu imkanın dikdörtgenin karşılıklı kenarlarının eş olması sebebiyle olduğunu gözlemleyebilmiştir.

Tahmin & kontrol-kare & dikdörtgen & paralelkenar etkinliğinde (bakınız, Şekil 105, s. 217) Ö13 kare üreticinin 4 ve 5'i, Ö14 ise 1, 4 ve 5'i üretebileceği tahmininde bulunmuştur. Ancak kontrol esnasında çalıştıkları bilgisayarda bir arıza meydana geldiği için öğretmen Ö14'ü 8. gruba, Ö13'ü de 1. gruba dahil etmiştir. Ö14 8. grubun kare üretici ile kontrol aşamasını bitirdiğini görünce çalışma yaprağındaki kontrol kutucuklarını bu grubunki ile aynı olacak şekilde işaretlemiştir. Ardından 1'in kare üretici ile çizilememesi sebebi olarak çalışma yaprağına *çünkü o paralel gerekiyor* yazmıştır. Öğretmen kare üreticinin bu şekli neden çizemediğini sorunca “çünkü onun (kare üreticinin) hep açıları eşit” cevabını vermiştir. Ö13 ise çalışma yaprağındaki *bu dörtgen üretici bu dörtgeni yapamaz çünkü kısmına (1 için) 1. şekil yamuk, (2, 3 ve 6 için) tüm kenarları aynı* yazmıştır.

Dikdörtgen üretici ile tahmin aşamasında Ö13 bu üreticinin 1 ve 6'yı çizemeyeceğini düşünmüş ve sebep olarak çalışma yaprağına *1.'nin/6.'nın geniş açıları var* yazmıştır. Bu

ifade Ö13'ün dikdörtgen üreticinin her zaman tüm açıları dik açı olan dörtgenler üretebildiğinin farkında olduğunu göstermektedir. Ö13 paralelkenar üreticinin verilen tüm şekilleri üretebileceği yönünde tahmin yürütmüş ve çalışma yaprağına Şekil 218'deki gibi not almıştır. Ö14 ise bazı sebeplerden dolayı etkinliğin bu kısmına (dikdörtgen ve paralelkenar üretici ile tahmin-kontrol yaptıkları kısma) katılamamıştır.

Şekil 218

Ö13'ün tahmin & kontrol-kare & dikdörtgen & paralelkenar etkinliği çalışma yaprağından bir kesit

Dörtgen Üretici	Dörtgenler	Tahminim	Bulduğum	Bu dörtgen üretici bu dörtgeni yapar yapamaz çünkü...
Paralelkenar Üretici	1	E H	E H	
	2	E H	E H	hepsi paralel kenar
	3	E H	E H	
	4	E H	E H	
	5	E H	E H	
	6	E H	E H	

Ö13'ün çalışma yaprağı incelendiğinde *bu dörtgen üretici bu dörtgeni yapamaz çünkü...* sütununda *yapar* düzeltmesini yaptığı görülmüştür. Öğretmen yazdığı notla ne anlatmak istediğini sorunca Ö13 “paralel kenar dediğim yani karşılıklı kenarları paralel” cevabını vermiştir. Öyle görünmektedir ki Ö13'e göre paralelkenar üretici karşılıklı kenarları paralel olan şekiller üretebilir ve verilen şekiller bu özelliği sağladığından paralelkenar üretici ile üretilebilmiştir.

Dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim etkinliği kapsamında bu sefer paralelkenarın kenar, açı, paralellik ve köşegen özelliklerini inceleyen grup çalışma yapraklarına benzer şekilde not almıştır. Şekil 219'da Ö13'ün çalışma yaprağı verilmiştir.

Şekil 219

Ö13'ün dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim çalışma yaprağı

PARALELKENAR			
Kenarlar	Açılar	Paralellik	Köşegenler
Paralel (Karşılıklı kenar)	2 açısı aynı (karşılıklı) 2 açısı farklı ↓ Mesela ↓ A = 106° C = 106° B = 74° D = 74°	Karşılıklı kenar- ları paralel	Uzunluk = Farklı. Açısı = Hep değişiyor. Aynı da olabilir farklı da

Ö13 kenarlar kısmına kenar uzunluklarına göre değil paralellığe göre not almıştır ancak Ö14 bu kısma *iki kenarı aynı* yazmıştır. Öğretmen bu notları açıklamasını isteyince grup karşılıklı kenarların eşit olduğunu ifade etmeye çalıştıklarını belirtmiştir.

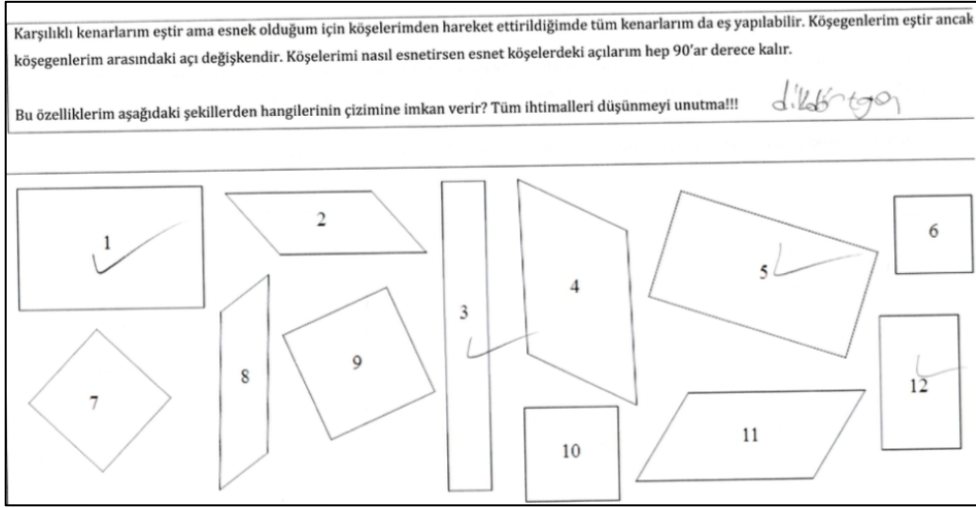
Dörtgenleri bilmeceler yardımıyla gruplandırılım-1 etkinliğinde Ö13 verilen üç bilmeceyi de doğru yanıtlayarak bu bilmeceye uyan şekilleri eksiksiz seçebilmiştir. Ancak Ö14 ilk bilmeceye (cevap kare olmalı) *paralelkenar*, ikinci bilmeceye (cevap dikdörtgen olmalı) *dikdörtgen* ve üçüncü bilmeceye (cevap paralelkenar olmalı) *kare* cevabını vermiştir. Ö14 ilk bilmecede geçen *iki çift karşılıklı kenarım hep birbirine paraleldir* ifadesinde geçen *hep paraleldir* kısmının altını çizmiş ve paralelkenarın bu koşulu sağladığını düşündüğü için cevap olarak *paralelkenar* yazmıştır. Bilmeceyi tümüyle değerlendirmedığı için yanlış cevap veren Ö14 verilen şekillerden de sadece paralelkenarları (kare ve dikdörtgenleri seçmemiş) işaretlemiştir.

Ö14 her ne kadar ikinci bilmeceyi doğru yanıtlamış olsa da verilen şekilleri eksik (kareleri seçmemiş) seçmiştir (Şekil 220). Üçüncü bilmecenin cevabının kare olduğunu hangi özelliğe bakarak düşündüğü sorulunca da “açılarım eş olacak şekilde kısıtlanabilir, beni istediğin kadar büyüt veya küçült karşılıklı kenarlarım hep birbirine paraleldir” cevabını vermiştir. Ö14'ün cevabı bilmecede geçen *köşegenlerim eş olmak zorunda değildir* ifadesini dikkate almadığını göstermektedir. Yani öğrenci bilmeceleri tümüyle değerlendirmek yerine

en çok dikkatini çeken özelliğe göre değerlendirmiştir-ki bu sebeple son bilmeceye kare cevabını vererek, verilen şekillerden sadece kareleri seçmiştir.

Şekil 220

Ö14'ün dörtgenleri bilmeceler yardımıyla gruplandırılma-1 etkinliği (dikdörtgen) çalışma yaprağından bir kesit



Tahmin & kontrol-kare & eşkenar dörtgen etkinliğine (bakınız, Şekil 109, s. 224) Ö13

kare üreticinin sadece 1 ve 5'i, Ö14 ise 1, 3 ve 5'i üretebileceği yönde tahmin yürütmüştür. Kontrolden sonra 3'ün çizilemediğini gören Ö14 çalışma yaprağına çizilememe sebebi olarak (bu şeklin) *açıların farklı olması* yazmıştır. Ö13 ise 2, 3 ve 4'ün kare üreticisiyle neden üretilmediğini açıklamak için çalışma yaprağına *2. şekil yamuk, 3. şeklin açısı 90 derece değil, 4. şeklin dik açısı yok* yazmıştır.

Eşkenar dörtgen üreticisiyle tahmin aşamasına geçen grup bu üreticinin verilen dörtgenlerin hepsini üretebileceği yönünde tahmin yürütmüştür. Ö13 kontrole geçmeden önce çalışma yaprağına Şekil 221'deki gibi not almıştır. Ö13'ün bu ifadeyle eşkenar dörtgen bilgisini kullanarak (ön görüşmede eşkenar dörtgeni *kenarlarının aynı uzunlukta olması gerekir* ifadesiyle tanımlamıştır) verilen dörtgenlerin hepsinin eşit kenarlara sahip olduğunu anlatmak istediği söylenebilir. Ö14 ise çalışma yaprağındaki bu kısmı boş bırakmıştır.

Şekil 221

Ö13'ün tahmin & kontrol-kare & eşkenar dörtgen çalışma yaprağından bir kesit

Dörtgen Üretici	Dörtgenler	Tahminim	Bulduğum	Bu dörtgen üretici bu dörtgeni yapamaz çünkü...
Eşkenar Dörtgen Üretici	1	\textcircled{E} H	E H	çünkü hepsi eşkenar
	2	\textcircled{E} H	E H	
	3	\textcircled{E} H	E H	
	4	\textcircled{E} H	E H	
	5	\textcircled{E} H	E H	

Bir sonraki etkinlikte eşkenar dörtgen üretici ile bu dörtgen türünün özelliklerini inceleyen grup çalışma yapraklarına benzer şekilde not almıştır. Şekil 222'de Ö14'ün çalışma yaprağı verilmiştir. Ö13'ün çalışma yaprağında köşegenler kısmında bu nota ek olarak *açı her zaman 90 derece* notu da bulunmaktadır. Öğretmen çalışma yaprağında paralellik için yazılan ifadeyi görünce Ö14'e “karşılıklı kenarları mı paralel?” diye sormuş ve öğrenci başıyla onaylamıştır.

Şekil 222

Ö14'ün dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim-eşkenar dörtgen çalışma yaprağı

EŞKENAR DÖRTGEN			
Kenarlar	Açılar	Paralellik	Köşegenler
Hep aynı	Karşılıklı Açılar eşit	Paralel	eşit olabilir Farklı da olabilir

Tahmin & kontrol-kare & eşkenar dörtgen & paralelkenar etkinliğinde (bakınız, Şekil 111, s. 227) Ö14 kare üreticinin 3, 4 ve 5'i üretebileceğini düşünmüş ancak kontrol esnasında 4'ü çizmeye çalışırken “açıları farklı” diyerek çizilemeyeceğine kanaat getirmiştir. Ö13 ise sadece 3 ve 5'in kare üretici ile çizilebileceğini düşünmüş ve çalışma yaprağına diğer şekiller için *açıları 90 derece değil, kenarları eşit değil* şeklinde not almıştır.

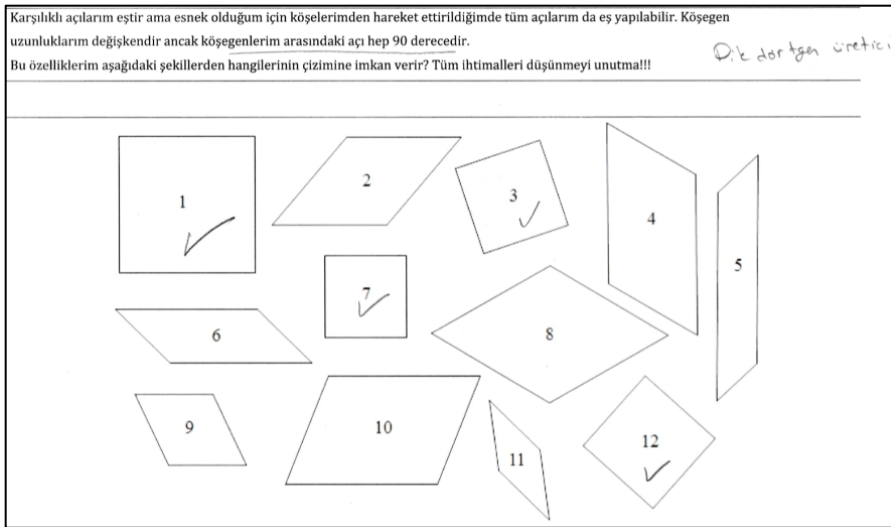
Eşkenar dörtgen üretici ile tahmin aşamasında Ö14 bu üreticinin sadece 2'yi çizemeyeceği yönünde tahmin yürütmüş ancak kontrolden sonra 6'nın da çizilemeyeceğine kanaat getirmiştir. Bunun sebebi olarak da “(eşkenar dörtgenin) uzunlukları hep eşit” ifadesini

kullanmıştır. Ö13 ise önce verilen dörtgenlerin hepsinin bu üreticiyle üretilebileceğini düşünmüş ancak üreticiyi bir süre inceledikten sonra 2 ve 6 çizilemez yönünde tahminlerini değiştirmiştir. Ardından bu şekillerin eşkenar dörtgen üretici ile neden çizilemediğini açıklamak için çalışma yaprağına (2 için) *hepsi eşit değil* ve (6 için) *sadece 2 kenarı eşit* yazmıştır. Paralelkenar üreticinin verilen dörtgenlerin hepsini üretebileceği tahmininde bulunan grup kontrol aşamasında verilen şekillerin hepsini çizebilmiştir. Bunun üzerine Ö13 çalışma yaprağına *çünkü hepsi paralelkenar* notunu düşmüştür.

Dörtgenleri bilmeceler yardımıyla gruplandırılım-2 etkinliğinde Ö13 ikinci bilmeceyi yanlış cevaplandırmış olsa da diğer iki bilmeceyi doğru cevaplamıştır. İkinci bilmeceye *dikdörtgen üretici* cevabını verdikten sonra sadece kareleri işaretleyen Ö13 altını çizdiği kısmı göstererek (Şekil 223) “yani eşkenar olarak düşündüm ama dikdörtgen yazdım yanlışlıkla, ama sonra dikdörtgen olarak yazdığım için dikdörtgenleri bulmaya çalıştım, dikdörtgen de olmayınca (verilen şekillerin içerisinde) kareleri buldum” demiştir.

Şekil 223

Ö13’ün dörtgenleri bilmeceler yardımıyla gruplandırılım-2 etkinliği (eşkenar dörtgen) çalışma yaprağından bir kesit



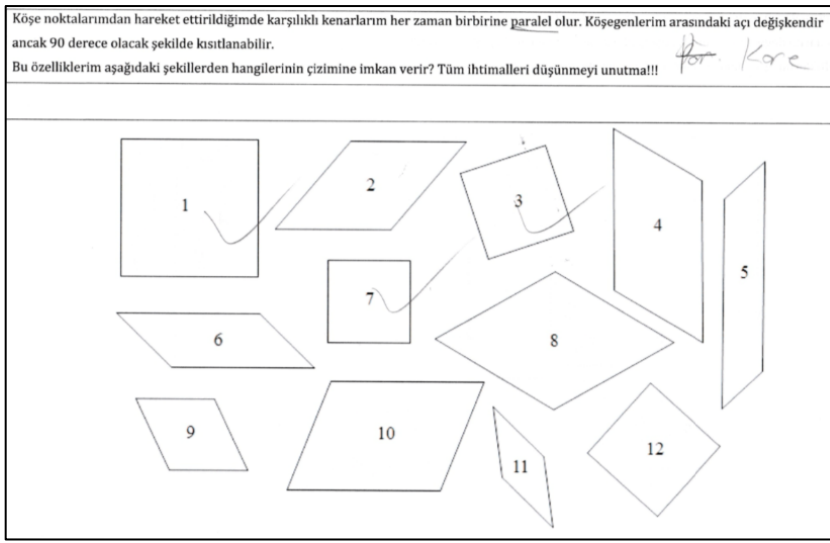
Ö14 ise birinci bilmeceye yazdığı cevabı silmiş ve *paralelkenar* yazmış, ikinci bilmeceye önce kare yazmış sonra silip *eşkenar* yazmış, son bilmeceye de paralelkenar

yazmayı düşünmüş ancak sonra *par* yazıp üzerini çizerek *kare* yazmıştır (Şekil 224).

Öğrencinin çalışma yaprağı incelendiğinde ilk bilmece için seçtiği bazı dörtgenlerdeki (karelerdeki) işaretleri sildiği görülmüştür. Ayrıca Ö14 ikinci bilmece için eşkenar yazmış olmasına rağmen sadece kareleri işaretlemiştir.

Şekil 224

Ö14'ün dörtgenleri bilmeceler yardımıyla gruplandırılma-2 etkinliği (paralelkenar) çalışma yaprağından bir kesit



Öğrencinin çalışma yaprağı ve ilgili derse ait video incelendiğinde Ö14'ün etkinliğin kontrolü esnasında yapılan açıklamalar doğrultusunda çalışma yaprağında düzeltmeler yapmaya çalıştığı görülmüştür. Ancak Ö14, öğretmen birinci bilmeceyi açıklarken üçüncü bilmeceyi açıkladığını sandığı için acilen cevabını değiştirmiş ve hızlıca kareleri işaretleyerek ikinci bilmecenin açıklamasını dinlemeye başlamıştır. Bu bilmecenin cevabını da yanlış yaptığını fark edince hemen cevabını değiştirmiş ancak seçtiği şekilleri silip baştan seçmek için zamanı kalmadığı için değişiklik yapmadan son açıklamayı takip etmeye çalışmıştır. Öyle görünmektedir ki bu aşamada Ö14 kendi bilgisine güvenememekte ve 'öğretmenin dediği doğrudur' fikrine göre hareket etmektedir. Ancak öğretmeni takip ederken bilmecelerin sırasını karıştırmış olması onun etkinliği yanlış cevaplandırmasına sebep olmuştur.

Tahmin & kontrol-dikdörtgen & eşkenar dörtgen etkinliğinde (bakınız, Şekil 114, s.

233) Ö14 dikdörtgen üreticinin 2, 5 ve 6'yı, Ö13 ise 2, 4 ve 6'yı üretebileceği yönde tahmin yürütmüştür. Ö14'ün tahminleri bu aşamada dikdörtgen üreticinin iki uzun iki kısa kenarı olan şekilleri üretebileceği düşüncesini taşıdığını göstermektedir.

Ö13 kontrolden sonra 1, 3 ve 5'in çizilememe sebebini *açıları 90 derece değil* notuyla anlatmaya çalışmıştır. Ö14 ise kontrolde 4'ü çizmeye çalışırken “olmuyo, çünkü dikdörtgen kare olma koşulunu sağlamaz” demiş ancak bir süre daha uğraştıktan sonra çizebilmiş ve çalışma yaprağına *dikdörtgen (dikdörtgen üretici) kare olur* yazmıştır. Ö14 5'in çizilemediğini görünce “anladım, açıları” diyerek dikdörtgen üreticinin açılarındaki kısıtı fark ettiğini göstermiştir. Ö14'ün dikdörtgen kavramına yönelik şemasında kenarlara olan vurgu açılardan önce olduğu için öğrenci tahmin aşamasında 5'in üretebileceğini düşünmüştür. Ancak üreticinin 4'ü çizip 5'i çizememesi Ö14'ün şemasını geliştirmesine yardımcı olmuştur.

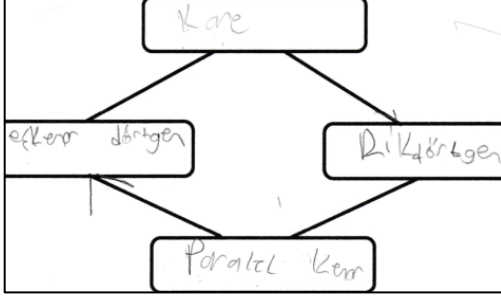
Grup eşkenar dörtgen üreticiye geçince Ö14 sadece 2'nin çizemeyeceğini, Ö13 ise 2, 5 ve 6'nın çizilemeyeceğini düşünmüştür. Kontrolde 5 ve 6'yı çizemeyen Ö14 çalışma yaprağına *çünkü paralel/dikdörtgen* yazmıştır. Öğretmen eşkenar dörtgen ile paralelkenarın ne farkı olduğunu sorunca Ö14 “uzunlukları” demiş, “eşkenar dörtgenin nasıl olmalı?” sorusuna ise “hep eşit” cevabını vermiştir. Ö13 ise tahmininin sebebini (2, 5 ve 6 için) *kenarları eşit değil* notuyla açıklamaya çalışmıştır.

Öğrenciler etkinliği bitirince öğretmen sınıfa yapıları birleştirelim çalışma yapraklarını dağıtmıştır. Ö13 dörtgenleri doğru bir şekilde yapıya yerleştirebilmiş ancak Ö14 bu yerleşimi hatalı yapmıştır (Şekil 225). Ö14 bu yerleşimi nasıl yaptığı sorulunca “ben şöyle yaptım, ben kare dikdörtgeni, eşkenar dörtgeni üretir, bunlar da paraleli üretir diye yaptım” demiştir. Bunun üzerine öğretmen “kare (kare üretici) ile paralelkenar üretebilir miyiz?” diye sormuş, Ö14 bir müddet düşündükten sonra “hayır, dikdörtgenle de olmuyo, eşkenar dörtgenle de olmuyo” cevabını verdikten sonra öğretmene “paralel mi kareyle değişecek?” diye sormuştur. Öğretmen “evet, çünkü paralelkenar ile hepsini üretebildik kareyle

üretemedik, kısıtlı olan aşağıda” deyince Ö14 “evet” demiştir.

Şekil 225

Ö14’ün yapıları birleştirilim çalışma yaprağından bir kesit



Tahmin & kontrol-paralelkenar & yamuk etkinliğinde (bakınız, Şekil 116, s. 235) Ö13

paralelkenar üreticinin 2 ve 5’i üretebileceği, Ö14 ise hiçbirini üretemeyeceği tahmininde bulunmuştur. Ö13 kontrolden sonra diğer şekillerin üretilmemesi sebebi olarak çalışma yaprağına *1. şekil yamuk, 3.şeklin kenarları eşit değil ve 4.şeklin kenarları aynı değil* yazmıştır. Ö14 ise kontrol ederken 2 ve 5’in üretebileceğini görmüş ve bu şekillerin çizilebilme sebebi olarak çalışma yaprağına *çünkü paralel, paralel olduğu için* yazmıştır. Ö14 1’in paralelkenar üretici ile neden çizilemeyeceğini açıklarken “çünkü şurası uymuyor” diyerek paralel olmayan kenarları işaret etmiştir. Öğretmenin 1’i işaret ederek “karşılıklı kenarları eşit değil...” cümlesini tamamlamasına izin vermeden “evet” demiş, “ve paralel değil diye öyle mi?” sorusunu başıyla onaylamıştır.

Grup yamuk üretici ile tahmin aşamasına geçince Ö14 bu üreticinin verilen şekillerin hepsini üretebileceği yönünde işaretleme yapmıştır. Ö13 ise önce çalışma yaprağına yamuk üreticinin tüm şekilleri üretebileceğine yönelik işaretleme yapmış ancak sonra tahminlerini silip 2 ve 5 üretilemez işaretlemiştir. Ö13 tahminlerinin sebebini Şekil 226’da verilen ifadelerle açıklamaya çalışmıştır.

Şekil 226

Ö13'ün tahmin & kontrol-paralelkenar & yamuk çalışma yaprağından bir kesit

Dörtgen Üretici	Dörtgenler	Tahminim	Bulduğum	Bu dörtgen üretici bu dörtgeni yapamaz çünkü...
Yamuk Üretici	1			
	2			2. şekil paralel kenar
	3			
	4			
	5			5. şeklin kenarları aynı

Tahminlerini işaretleyen grup kontrolde yamuk üreticinin verilen tüm şekilleri üretebildiğini görmüştür. Bu etkinlikten sonra grup yamuk üreticiyle bu dörtgenin kenar, açı, paralellik ve köşegen özelliklerini inceleyerek çalışma yapraklarını doldurmuştur. Grup çalışma yapraklarına yamuğun kenar, açı ve köşegen özelliği için *değişken, farklı*, paralellik özelliği içinse *en az 1 kenarı paralel* (Ö13) ve *olabilir* (Ö14) yazmıştır. Öğretmen Ö14'e *olabilir* derken ne anlatmak istediğini sorunca Ö14 “bir çift paralel” demiştir.

Bilmecelerdeki dörtgenleri bulalım etkinliğinde Ö14 ilk üç bilmecelyi doğru yanıtlamış ancak son iki bilmecede yanılmıştır. Ayrıca öğrenci her ne kadar üçüncü bilmecede sorulan üreticinin hangisi olduğunu doğru bilmiş olsa da bu üreticinin üretebildiği dörtgenler konusunda yanılmıştır (Şekil 227). Bunu fark eden öğretmen “dikdörtgen üretici paralelkenar ve eşkenar dörtgen üretiyor mu?” diye sormuş Ö14 “hayır” demiştir.

Şekil 227

Ö14'ün bilmecelerdeki dörtgenleri bulalım çalışma yaprağından bir kesit

<p>Karşılıklı kenarlarım eştir ama esnek olduğum için köşelerimden hareket ettirildiğimde tüm kenarlarım da eş yapılabilir. Köşe noktalarımın hareket ettirildiğimde köşegen uzunluklarım her zaman birbirine eş olur.</p> <p>Bu özelliklerim hangi şekil/şekillerin çizimine imkan verir? Tüm ihtimalleri düşünmeyi unutma!!!</p>

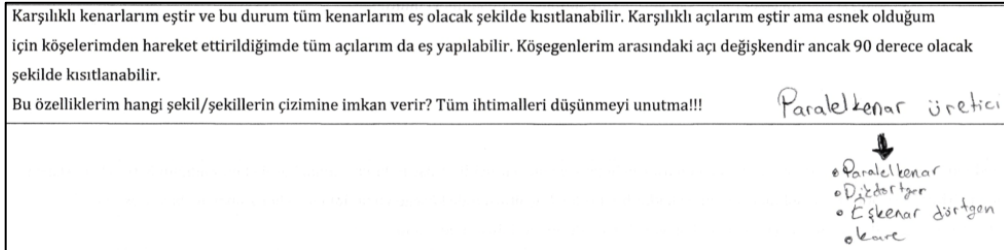
Karşılıklı açılarım eştir ama esnek olduğum için köşelerimden hareket ettirildiğimde tüm açılarım da eş yapılabilir. Köşegen uzunluklarım esnektir ancak köşegenlerim arasındaki

açı her zaman 90 derecedir bilmecesine *kare* cevabını veren Ö14, hangi özelliğe bakarak kare olduğunu düşündüğü sorulunca “karşılıklı açıları eşit, her zaman 90 derece açıları” cevabını vermiştir. Bu özellikleri başka hangi dörtgenin sağladığı sorulduğunda “dikdörtgen” diyen Ö14’ün bilmeceyi yanlış yorumladığı söylenebilir. Yani Ö14 *köşegenlerim arasındaki açı her zaman 90 derecedir* ifadesini ‘açılarım her zaman 90 derecedir’ şeklinde yorumlamaktadır. Bunun üzerine öğretmen “köşegenleri arasındaki açı her zaman 90 derece midir dikdörtgenin?” diye sormuş, Ö14 “hayır, değişebiliyordu” deyince bu özelliği sağlayan başka hangi dörtgen olabileceği sormuştur. Ö14 bu soruya “eşkenar dörtgen” cevabını vermiştir.

Ö13 ise verilen bilmecelerin hepsini doğru yanıtlamasının yanı sıra bilmecelerde sorulan üreticilerin hangi dörtgenleri üretebileceğini de eksiksiz yazabilmiştir. Şekil 228’de Ö13’ün bu etkinliğe ait çalışma yaprağından bir kesit sunulmuştur.

Şekil 228

Ö13’ün bilmecelerdeki dörtgenleri bulalım çalışma yaprağından bir kesit



5.2.2.7.1. *Yedinci grubun dörtgen üreticilerine yönelik enstrümanlı eylem şeması.* Ön görüşmede Ö13 kareyi *Her kenarının dik olması ve eşit olması gerek* ifadesiyle tanımlamış, mülakatta da kare üreticinin ürettiği dörtgenlerin ortak özelliği için *tüm açıları 90 derece olması, tüm kenarları eş olmalı* yazmıştır. Ö14 ise ön görüşmede kareyi *4 kenarı olması her açısı 90 derecedir* ifadesiyle tanımlamış ve mülakatta kare üreticinin özellikleri sorulduğunda “büyüttüğünde ve küçültüğünde hep aynı kenarları ve paralel, bütün açıları 90 derece” cevabını vermiştir. Bu açıdan grubun kare enstrümanlı eylem şemasının ‘kare tüm kenarları

eşit ve tüm açıları eşit/90 derece/dik açı olan dörtgendir' eylemdeki teoremi ile 'kenar özelliği', 'açı özelliği' ve 'dik açı' eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

Ö13 ön görüşmede dikdörtgeni iki uzun iki kısa kenarı olan şekil olarak tanımladığı için (bakınız, Şekil 217, s. 346) kare ile dikdörtgen arasında ilişki kuramamıştır (Şekil 229). Ancak etkinlikler süresince dikdörtgen üreticinin kare üretebilmesi Ö13'ün dikdörtgene yönelik şemasının dinamikleşmesini sağlamıştır. Ayrıca üreticinin bu imkanının sebebinin dikdörtgenin kenar özelliği olduğunu fark etmesi ve tüm kenarların eşitliğinin aynı zamanda karşılıklı kenarların eşitliğini sağladığına yönelik sınıfta geçen tartışma ortamı Ö13'ün dikdörtgenin kareyi kapsadığını anlamasına yardımcı olmuştur. Bu sebeple Ö13 mülakatta dikdörtgen üreticinin ürettiği dörtgenlerin ortak özelliği için *90 derece, karşılıklı kenarları eşit, paralel yazmış, kare, dikdörtgen olma koşulunu sağlar ve dikdörtgen üretici, kare üreticinin üretebildiği bütün dörtgenleri üretebilir* ifadelerine doğru demiştir.

Şekil 229

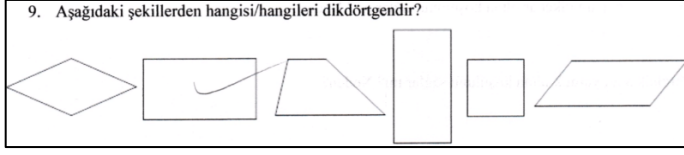
Ö13'ün ön görüşme verilerinden bir kesit

Kare, dikdörtgen olma koşulunu sağlar mı? Neden?
Hayır. Çünkü iki kenarı değil tüm kenarları aynıdır.

Ö14 ise ön görüşmede dikdörtgen için sadece *4 kenarı var* yazmakla yetinmiş ve verilen dörtgenlerden dikdörtgenleri seçmesi istenince sadece prototip dikdörtgeni seçmiştir (Şekil 230). Ayrıca Şekil 229'daki soruya cevap olarak *Hayır çünkü dikdörtgenin daha geniş kenarları var* yazmıştır. Etkinlikler süresince dikdörtgen üretici ile çalışmak Ö14'ün bu dörtgen kavramına yönelik şemasının gelişmesine yardımcı olmuş ancak bu şemanın sabitlenmesi bir hayli vakit almıştır. Mülakatta dikdörtgen için "karşılıklı kenarları aynı, açıları 90" diyen Ö14 *dikdörtgen üretici, kare üreticinin üretebildiği bütün dörtgenleri üretebilir* ifadesine de doğru demiştir.

Şekil 230

Ö14'ün ön görüşme verilerinden bir kesit



Bu açıdan grubun dikdörtgen enstrümanlı eylem şemasının ‘dikdörtgen karşılıklı kenarları eşit ve tüm açıları eşit/90 derece/dik açı olan dörtgendir’ ve ‘tüm kenarlar eşitken karşılıklı kenarlar da eşit olacağından dikdörtgen kareyi kapsar’ eylemdeki teoremleri ile ‘kenar özelliği’, ‘açı özelliği’, ‘dik açı’, ‘bir özelliğin başka bir özelliği garantilemesi’ ve ‘bir şekil sınıfının diğerini kapsaması’ eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

Ö13 ön görüşmede eşkenar dörtgen için *kenarlarının aynı uzunlukta olması gerekir* yazmasına rağmen verilen şekillerden sadece prototip kareyi seçmiştir (bakınız, Şekil 213, s. 343). Ancak eşkenar dörtgen üreticinin kareyi üretmesi ama tersinin mümkün olmaması ve tüm açıların eşitliğinin karşılıklı açılar eşitliğini sağladığının açıklanması (ayrıntılı bilgi için, bakınız, s. 232) Ö13’ün eşkenar dörtgen şemasının gelişmesini sağlamıştır. Öyle ki Ö13 mülakatta bir dörtgenin eşkenar dörtgen olarak adlandırılması için hangi özelliklere sahip olması gerektiği sorusuna “tüm kenarlarının eş olması ve karşılıklı açılarının eşit olması” cevabını vermiş ve *kare, eşkenar dörtgen olma koşulunu sağlar* ifadesine de bu sebeple doğru demiştir.

Ö14 ön görüşmede eşkenar dörtgen için *açılarının aynı olması* yazmış ve verilen dörtgenlerden prototip dikdörtgeni eşkenar dörtgen olarak seçmiştir. Ancak eşkenar dörtgen üreticiyle çalıştığı etkinlikler süresince bu dörtgenin tüm kenarlarının eş ve karşılıklı açılarının eşit olduğunu gözlemleyebilmiştir. Ö14 mülakatta eşkenar dörtgenin ürettiği dörtgenlerin ortak özelliği için “tüm kenarları aynı” demiş ve *kare, eşkenar dörtgen olma koşulunu sağlar* ifadesine doğru dedikten sonra nedenini “çünkü karenin de tüm kenarları eşit” ifadesiyle açıklamıştır. Bu durum Ö14’ün karşılıklı kenarların eşit olmasının tüm

kenarların eşitliğini kapsadığının farkında olduğunu göstermektedir. Nitekim sadece kenar özelliklerine odaklanmış olsaydı bu iki dörtgeni karşılaştırırken eşkenar dörtgen kare olma koşulunu sağlar da diyebilirdi.

Bu açıdan grubun eşkenar dörtgen enstrümanlı eylem şemasının ‘eşkenar dörtgen tüm kenarları eşit ve karşılıklı açıları eşit olan dörtgendir’ ve ‘tüm açılar eşitken karşılıklı açılar da eşit olacağından eşkenar dörtgen kareyi kapsar’ eylemdeki teoremleri ile ‘kenar özelliği’, ‘açı özelliği’, ‘bir özelliğin başka bir özelliği garantilemesi’ ve ‘bir şekil sınıfının diğerini kapsaması’ eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

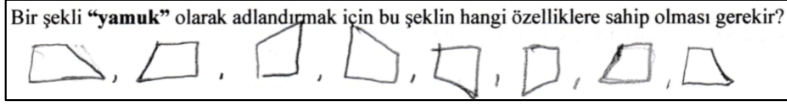
Grubun paralelkenar üreticiyi enstrümana dönüştürme sürecinde her ne kadar şemaları farklı teoremlere ve sabitlere dayanarak gelişmiş olsa da son durumda bu enstrümanlara ait şemalarının benzer sabitleri içerdiği söylenebilir. Ö13 mülakatta paralelkenar üreticinin ürettiği dörtgenlerin ortak özelliği için “paralel olması gerekir kenarlarının” ifadesini kullanmış, *eşkenar dörtgen, paralelkenar ailesinin bir üyesidir ve paralelkenar üretici, dikdörtgen üreticinin üretebildiği bütün dörtgenleri üretebilir* ifadelerine de doğru demiştir. Ön görüşmede paralelkenarı tanımlayamayan Ö14 ise mülakatta paralelkenar için “karşılıklı kenarları her zaman paralel” ifadesini kullanmış ayrıca “eşkenar dörtgen neden paralelkenar ailesinin üyesidir?” sorusuna “çünkü mesela hep paralel ya eşkenar olduğunda” cevabını vermiştir. Bu açıdan grubun paralelkenar enstrümanlı eylem şemasının ‘paralelkenar karşılıklı kenarları paralel olan dörtgendir’ ve ‘kare, dikdörtgen ve eşkenar dörtgenin karşılıklı kenarları paralel olduğundan paralelkenar bu dörtgenleri kapsar’ eylemdeki teoremleri ile ‘kenar özelliği’, ‘paralellik’ ve ‘bir şekil sınıfının diğerini kapsaması’ eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

Ö13 ön görüşmede yamuğu tanımlaması istenince Şekil 231’deki çizimleri yapmıştır. Mülakatta ise *yamuk üretici hangi tür dörtgenleri üretebilir?* sorusuna *hepsini, yamuk üreticinin ürettiği dörtgenlerin ortak özelliği için ise En az 1 çift kenarı paralel yazmıştır.*

Ayrıca mülakatta *kare, yamuk olma koşulunu sağlar* ifadesine doğru dedikten sonra yamuk olma koşulu için “en az bir çift kenarının paralel olması ve bu öğrendiğimiz hepsinde var zaten” demiştir.

Şekil 231

Ö13’ün ön görüşme verilerinden bir kesit



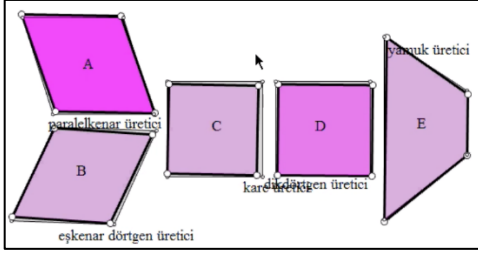
Ön görüşmede yamuğu tanımlayamayan Ö14 ise mülakatta “yamuk olma koşulu nedir?” sorusuna “yamuk olma koşulu, bir çifti paralel” demiştir. Ardından “peki kare bu şartı sağlar mı?” sorusuna “evet, iki tane var” diyerek karenin yamuk olma koşulunu sağladığını ifade etmeye çalışmıştır. Ayrıca *dikdörtgen, yamuk ailesinin bir üyesidir* ifadesine doğru diyen Ö14 “neden?” diye sorulunca dikdörtgenin yamuk olma koşulunu sağladığını ifade etmiştir. Bu açıdan grubun yamuk enstrümanlı eylem şemasının ‘yamuk en az bir çift karşılıklı kenarı paralel olan dörtgendir’ ve ‘iki çift karşılıklı kenar paralelken bir çift zaten paralel olacağından yamuk diğer dörtgenleri kapsar’ eylemdeki teoremleri ile ‘kenar özelliği’, ‘paralellik’, ‘en az kavramı’, ‘bir özelliğin başka bir özelliği garantilemesi’ ve ‘bir şekil sınıfının diğerini kapsaması’ eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

5.2.2.8. Sekizinci grubun dörtgen üreticilerine yönelik enstrümantal oluşum süreci.

Grup dörtgen üreticileri inceleyelim etkinliğinde dörtgen üreticileri ayrıntılı olarak incelemek yerine etkinlik dışı eylemlerde bulunmuştur. Bunu yapabilir misin? (dörtgenler) etkinliğinde ise önce E’yi yamuk üretici ile ardından C’yi kare üretici ile çizmiştir. Grup D için dikdörtgen üretici, A için paralelkenar üretici ve B için eşkenar dörtgen üreticiyi kullanmıştır (Şekil 232). Öğretmen yamuk üreticiden kare yapıp yapılamayacağını sorunca Ö16 “hayır, çünkü hocam yamuğun hiçbir kenarı 90 derece olmadığı için yapamıyoruz” cevabını verirken Ö15 arkadaşının açıklamasına ek olarak “ya da (kenarı) eşit olmadığı için” demiştir.

Şekil 232

Sekizinci grubun dörtgen üreticileri inceleyelim etkinliği ekran kaydından bir kesit



Grup çalışma yapraklarını doldururken Ö15 *olabileceği için, uyduğu için* şeklinde ifadeler yazarken, Ö16 çalışma yaprağını Şekil 233'deki gibi doldurmuştur. Grup bu etkinliği erken bitirdiği için bir önceki etkinlikte inceleyemedikleri dörtgen üreticilerini kalan sürede inceleme fırsatı bulmuştur.

Şekil 233

Ö16'nın bunu yapabilir misin? (dörtgenler) çalışma yaprağı

Dörtgen	Dörtgen Üretici	Neden?
A	Paralel kenar	Paralel kenara benzediği için
B	Eşkenar dörtgen	Eşkenar dörtgende paralel yapı için
C	Kare üretici	Kareye benzediği için
D	Dikdörtgen üretici	Dikdörtgenlere kare yapabildiği için
E	Yanuk	Yanuka benzediği için.

Tahmin & kontrol-kare & dikdörtgen etkinliğinde (bakınız, Şekil 101, s. 210) grup kare üreticinin 2 ve 5'i üretebileceğini düşünmüş ve diğer şekillerin çizilemeyeceğini düşünme sebeplerini *çünkü 1 dirtdörtgen olduğu için, karelerin kenarları eşit olduğu için* (Ö15) ve *kare üreticinin bütün kenarları eşit ama dikdörtgenin sadece karşılıklı kenarları eşit* (Ö16) şeklindeki notlarla açıklamaya çalışmıştır.

Dikdörtgen üreticiye geçtiklerinde ise Ö15 bu üreticinin 2 ve 5'i üretemeyeceği tahmininde bulunurken, Ö16 hepsinin üretilabileceği yönünde tahmin yürütmüştür. Ardından kontrole geçen grup 1'i sorunsuzca çizebilmiştir. Ö15 2'nin de çizilebileceğini görünce

çalışma yaprağına *çünkü kenarları esnektir* yazmıştır. Grup 3'ü çizerken zorlanmış ancak çizebileceklerini düşünerek “ya oluyo işte yaa, evet, hepsi oluyo” gibi ifadeler kullanarak diğerlerini denemeden etkinliği bitirmiştir.

Dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim etkinliği kapsamında kare ve dikdörtgen üretici ile bu dörtgen türlerinin kenar, açı, paralellik ve köşegen özelliklerini inceleyen grup çalışma yapraklarına benzer şekilde not almıştır (Şekil 234). Ö15 inceleme yaptığı esnada dikdörtgenin kenarları için “hocam bir kenarı eşit eee uzundur, bir kenarı kısadır yazsam?” diye sorunca öğretmen “biz bunu matematikte şöyle ifade ediyoruz, karşılıklı kenarlar eşit” demiştir. Bunun üzerine Ö15 “işte öyle dedim” diyerek düşüncesini ifade etmede zorluk yaşadığını göstermiştir.

Şekil 234

Ö16'nın dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim-dikdörtgen çalışma yaprağı

DİKDÖRTGEN			
Kenarlar	Açılar	Paralellik	Köşegenler
karşılıklı kenarları eşit	90°	karşılıklı kenarlar paralel	eşit Araçlarında eşit değişkenler

Sınıf kare ile dikdörtgenin özelliklerini inceledikten sonra öğretmen bu iki dörtgen sınıfı arasındaki ilişkiyi kenar özelliği ve aile ilişkileri örneği üzerinden açıklamıştır (ayrıntılı bilgi için, bakınız, s. 216).

Tahmin & kontrol-kare & dikdörtgen & paralelkenar etkinliğinde (bakınız, Şekil 105, s. 217) grup kare üreticinin 4 ve 5'i çizebileceği tahmininde bulunmuş, kontrolden sonra Ö15 diğer şekillerin çizilememesi sebebi olarak çalışma yaprağına *çünkü karenin (kare üreticinin) kenarları eşittir* yazmıştır.

Dikdörtgen üretici ile tahmin aşamasına geçince Ö15 1 ve 5'in, Ö16 ise 1 ve 6'nın bu üretici ile üretemeyeceği yönünde tahminde bulunmuştur. Kontrol aşamasında 1 için tahmininin doğru olduğunu gören Ö15 “1 olmaz, çünkü dikdörtgen (dikdörtgen üretici)

olduğu için” diyerek çalışma yaprağına *çünkü 1 paralelkenardır* yazmıştır. Ardından 6’yı çizmek için bir hayli uğraşan Ö15 çizilemediğini görünce çalışma yaprağına *çünkü 6 paralelkenardır* yazmıştır. Bunun üzerine öğretmen dikdörtgen üreticinin neden paralelkenar üretmediğini sormuş ve Ö15 “çünkü dikdörtgenin açıları 90” demiştir. Sonrasında çizilemez tahmininde bulunduğu 5’i kolaylıkla çizen Ö15 çalışma yaprağına *çünkü dikdörtgenin (dikdörtgen üreticinin) kenarları esnektir* yazmıştır. Grup paralelkenar üreticinin verilen şekillerin hepsini üretebileceği tahmininde bulunmuş ve düşüncelerinin sebebini “kenarları esnek” ifadesiyle anlatmaya çalışmıştır.

Dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim etkinliği kapsamında bu sefer paralelkenarın özelliklerini inceleyen grup çalışma yapraklarına benzer şekilde not almıştır. Şekil 235’de Ö15’in çalışma yaprağı verilmiştir.

Şekil 235

Ö15’in dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim-paralelkenar çalışma yaprağı

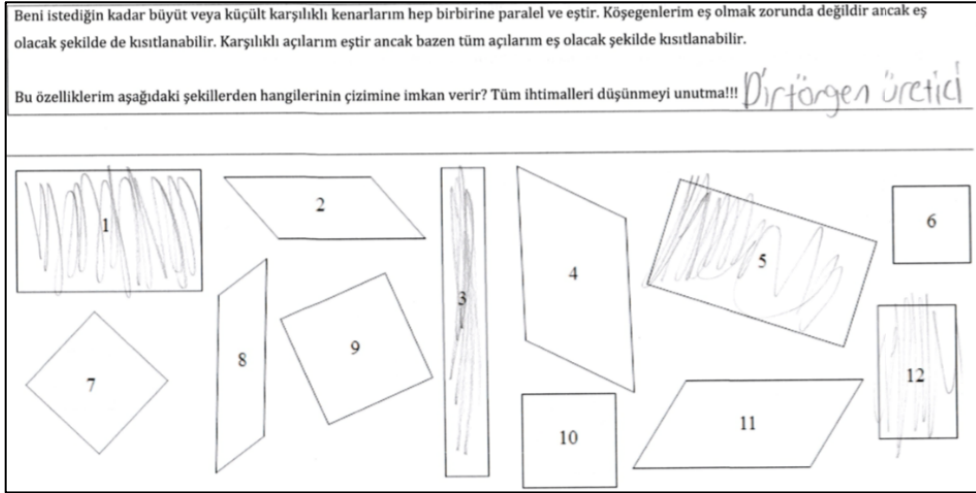
PARALELKENAR			
Kenarlar	Açılar	Paralellik	Köşegenler
Kenarlar esnektir Karşılıklı Kenarları eşittir	Karşılıklı açılar eşittir	Karşılıklı Kenarları paraleldir	Köşegenler hem farklı hem eşittir

Dörtgenleri bilmeceler yardımıyla gruplandırılım-1 etkinliğinde Ö15 ilk bilmeceyi doğru cevaplamış ancak diğer iki bilmeceyi yanlış cevaplandırmıştır. Dikdörtgen için hazırlanan bilmeceye *paralelkenar üretici*, paralelkenar için hazırlanan bilmeceye de *dikdörtgen üretici* cevabını veren Ö15 verilen dörtgenlerden bu sınıfa ait olanların hepsini eksiksiz seçmemiştir. Yani Ö15 bilmecedeki aile ile aynı isimde olan dörtgenleri seçmiş, sınıfın diğer elemanlarını seçmemiştir (Şekil 236). Öğretmen bu bilmecenin neden dikdörtgen olduğunu düşündüğünü sorunca Ö15 “karşılıklı kenarlarım hep birbirine paralel bi de hocam şurada karşılıklı açıları eşittir ancak bazen tüm açıları eş olacak şekilde kısıtlanabilir ben

bundan bide buldum” şeklinde açıklama yapmıştır. Öğretmen ikinci ipucunu göstererek bu özelliği hangi dörtgenin sağladığını sorunca “paralelkenar” cevabını veren Ö15 dikdörtgenin köşegenlerinin nasıl olduğu sorusuna “eş” dedikten sonra hatasını fark etmiş ve “aaaa, tamam” şeklinde bir ifade kullanmıştır. Görünen o ki Ö15 bilmecelerin tamamını düşünmek yerine dikkatini çeken ipuçlarını sağlayan dörtgeni bulmuş ve bu dörtgen olduğunu düşündüğü şekilleri işaretlemiştir.

Şekil 236

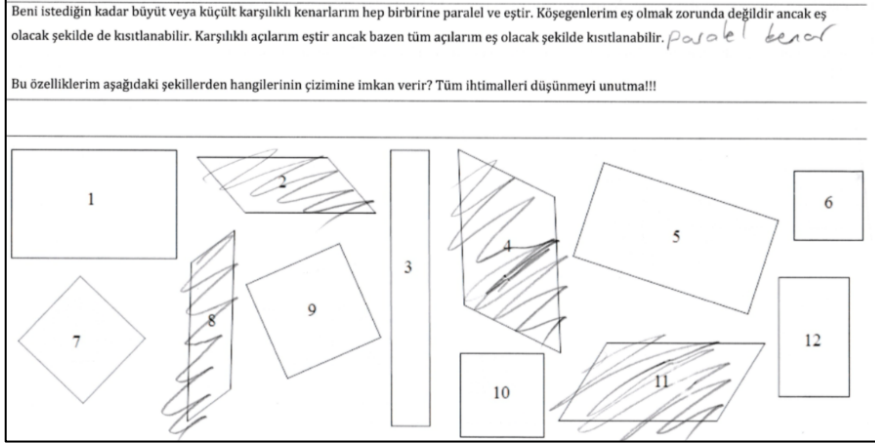
Ö15’in dörtgenleri bilmeceler yardımıyla gruplandırılım-1 etkinliği çalışma yaprağından bir kesit



Ö16 ise üç bilmeceyi de doğru yanıtlamış ancak her bilmecede verilen şekillerden sadece bilmecedeki aile ile aynı isme sahip olanları işaretlemiştir (Şekil 237). Öğretmen üçüncü bilmeceyi göstererek “paralelkenar demişsin tamam, ben ne demiştim paralelkenar üreticinin ürettiği tüm şekilleri seçmeniz lazımdı” deyince Ö16 “hocam ben hep onu unutuyorum yaa” diyerek paralelkenar ailesine dahil olan diğer dörtgenleri de işaretlemesi gerektiğini düşünmediğini ifade etmeye çalışmıştır.

Şekil 237

Ö16'nın dörtgenleri bilmeceler yardımıyla gruplandırılm-1 etkinliği çalışma yaprağından bir kesit



Tahmin & kontrol-kare & eşkenar dörtgen etkinliğinde (bakınız, Şekil 109, s. 224)

grup kare üreticinin 1 ve 5'i üretebileceği tahmininde bulunmuştur. Kontrolten sonra bu üreticinin diğer şekilleri üretememe sebebi olarak çalışma yapraklarına *90 derece olduğu için* (Ö16) ve *kare (kare üretici) olduğu için* (Ö15) şeklinde not almıştır.

Eşkenar dörtgen üreticisiyle tahmin aşamasında bu üreticinin verilen dörtgenlerin hepsini üretebileceği yönünde tahminde bulunan grup, kontrolün ardından tahminlerinin doğru olduğunu görmüş ve çalışma yapraklarına gerekli işaretlemeleri yapmıştır. Şekil 238'de Ö16'nın bu etkinliğe ait çalışma yaprağından bir kesit sunulmuştur.

Şekil 238

Ö16'nın tahmin & kontrol-kare & eşkenar dörtgen çalışma yaprağından bir kesit

Dörtgen Üretici	Dörtgenler	Tahminim	Bulduğum	Bu dörtgen üretici bu dörtgeni yapamaz çünkü...
Eşkenar Dörtgen Üretici	1	E H	E H	
	2	E H	E H	
	3	E H	E H	
	4	E H	E H	
	5	E H	E H	

Dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim etkinliği kapsamında grup bu sefer eşkenar

dörtgenin özelliklerini incelemiştir. Eşkenar dörtgen üretici ile bu dörtgen türünün kenar, açı, paralellik ve köşegen özelliklerini inceleyen grup çalışma yapraklarına not almıştır (Şekil 239). Eşkenar dörtgenin kenarları için *esnektir* ifadesini kullanan grup, bu esnekliğin nasıl olduğu sorulunca “bütün kenarları eş” cevabını vermiştir. Yani sekizinci gruba göre eşkenar dörtgen üretici örneğin tüm kenarları 3 cm olan ya da tüm kenarları 5 cm olan dörtgenler üretebilecek esnekliktedir.

Şekil 239

Ö15'in dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim-eşkenar dörtgen

EŞKENAR DÖRTGEN			
Kenarlar	Açılar	Paralellik	Köşegenler
Kenarları hep esnek- tir	Karşılık lı açıları eşittir	Karşılıklı açıların hep eşitti	Her eşit hemde farklı olabilir

Tahmin & kontrol-kare & eşkenar dörtgen & paralelkenar etkinliğinde (bakınız, Şekil 111, s. 227) Ö16 kare üreticinin 3 ve 5'i üretebileceği, Ö15 ise 1, 3 ve 5'i üretebileceği yönünde tahminde bulunmuştur. Ancak Ö15 kontrolde 1'i çizemeyince çalışma yaprağına *1 paralelkenar olduğu için yazmıştır*. Eşkenar dörtgen üretici ile tahmin aşamasına geçen grup bu üreticinin verilen dörtgenlerin hepsini üretebileceğini tahmininde bulunmuştur. Grup bu aşamada eşkenar dörtgen ile paralelkenarı ayırt etmekte zorlandığı için eşkenar dörtgen üreticinin kenarları eşit olmayan dörtgenleri de üretebileceğini düşünüyor olabilir.

Kontrolde eşkenar dörtgen üreticiyle 1 ve 5'i çizdikten sonra 2'yi çizmeye çalışan grup çizilebileceğini düşündüğü için bir süre uğraşmıştır. Bu aşamada grubun çabasını fark eden öğretmen gruba bazı sorular sormuştur. Bu esnada grupla öğretmen arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

Öğretmen: Eşkenar dörtgen üreticinin ürettiği şekillerin olmazsa olmazı var mı?

Ö16: Yok

Öğretmen: Bi daha incele bakalım

Ö16: (inceleyip tekrardan 2'yi çizmeye çalışırken) Olur hocam ya

Öğretmen: Açılarına bakınca olur gibi mi geliyor? (Ö16 başıyla onaylayınca) peki kenarlarına bakınca?

Ö16: Kenarlarına bakınca da oluyo ama hocam şu (aracın köşelerinden biri) neden büyümüyo ben anlamadım onu

Öğretmen: İşte bende onu soruyorum, eşkenar dörtgenin kenar özellikleri neydi?

Ö16: Heee 90 derece olduğu için mi olmaz?

Öğretmen: Açıyı değil kenarları soruyorum

Ö15: Hee hepsinin eşit olması

Bu diyalog grubun eşkenar dörtgen ile paralelkenarı açı özellikleri aynı olduğu için ayırt etmekte zorlandıklarını ancak dikkatleri kenar özelliklerine çekilince aradaki farkı anlayabildiklerini göstermektedir. Son olarak paralelkenar üreticiye geçen grup bu üreticinin verilen dörtgenlerin hepsini çizebileceği tahmininde bulunmuş ve kontrolde tüm dörtgenleri kolaylıkla çizebilmiştir.

Dörtgenleri bilmeceler yardımıyla gruplandırılım-2 etkinliği grubun zorlandığı bir etkinlik olmuştur. Ö16 çalışma yaprağına üç bilmecedeki üreticinin de hangisi olduğunu yazmamış ancak verilen şekillerden bu bilmecelere uyduğunu düşündüklerini işaretlemiştir. Örneğin son bilmecede (cevabı paralelkenar) verilen şekillerden kare ve eşkenar dörtgenleri işaretlemiş paralelkenarları işaretlememiştir. Öğretmen bilmecenin yanlış cevaplandırıldığını görünce *köşegenlerim arasındaki açı değişkendir* ipucunu hangi dörtgenin sağladığını sormuş ve Ö16 “eşkenar dörtgen” cevabını vermiştir. Ö16’nın tamamı *köşegenlerim arasındaki açı değişkendir ancak 90 derece olacak şekilde kısıtlanabilir* şeklinde olan bu ipucunun son kısmını dikkate aldığı için bu şekilde cevap verdiği söylenebilir. Yani öğretmen her ne kadar bu ipucunun ilk kısmını vurgulayarak sormuş olsa da Ö16 için ipucunun sonundaki özellik eşkenar dörtgene aittir.

Öyle görünmektedir ki Ö16 dikkatini çeken özelliğe odaklanmakta ve bilmeceleri bu özelliği sağlayan şekilleri seçerek cevaplandırmaya çalışmaktadır. Öğretmen bu durumu fark edince Ö16’dan bilmeceleri daha dikkatli düşünerek tekrardan cevaplamasını istemiş, bunun

üzerine Ö16 tüm seçimlerini silmiştir. Ö16'nın seçimlerini sildiği esnada öğretmen sınıfın kontrol etmesi amacıyla etkinliği tahtada cevaplamaya başlamıştır. Bu esnada sınıfta geçen diyalogun bir kısmı aşağıda verilmiştir.

Öğretmen: (ikinci bilmeceyi işaret ederek) Karşılıklı açıları eş, karşılıklı açıları eş olan kim var?

Sınıf: Kare, eşkenar dörtgen, paralelkenar

Öğretmen: (ikinci ipucunu okuduktan sonra) Köşegen uzunlukları hangisinin değişti?

Ö16: Eşkenar dörtgen

Ö12: Paralelkenar

Öğretmen: (bilmece verilen son ipucunu okuduktan sonra) Köşegenlerim arasındaki açı hep 90 derecedir, kim bu?

Ö16: Eşkenar dörtgen

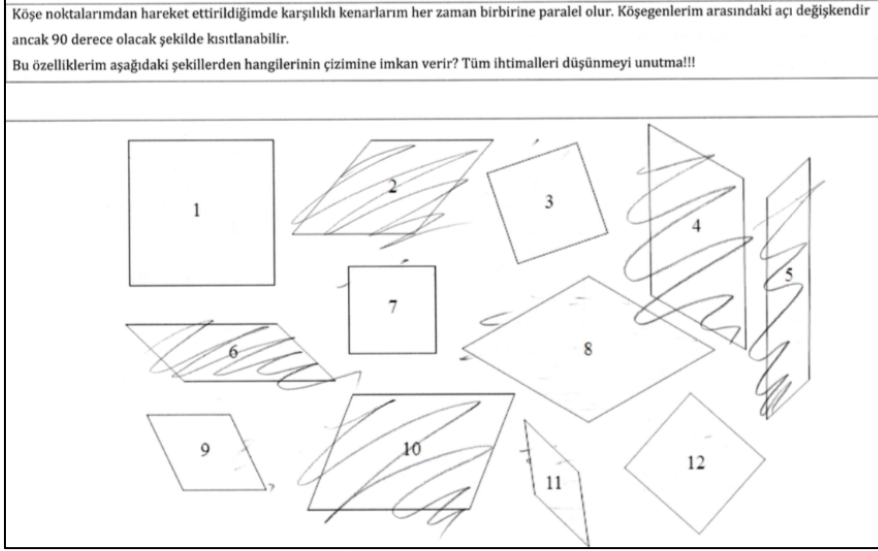
Öğretmen: Bu bilmece eşkenar dörtgen üretici, eşkenar dörtgen üretici aşağıdaki dörtgenlerden hangisini üretir, hangi aileyi çizebilir?

Sınıf: Eşkenar dörtgen ve kareleri

Ö16 bu diyalogun ardından ilk iki bilmece için kareleri, üçüncü bilmece için ise sadece paralelkenarları (kare ve dikdörtgenleri seçmemiş) seçmiştir (Şekil 229). Bilmece cevaplarını yazmayan Ö16'nın ilk iki bilmece özelliklerin kareyi de kapsadığını fark ettiği söylenebilir. Öğretmen ilk bilmece sadece kareleri seçtiğini görünce cevabın kare mi olduğunu sormuş Ö16 “evet” demiştir. İkinci bilmece için “eşkenar dörtgen” diyen Ö16, “peki başka yok mu burada eşkenar dörtgen?” sorusuna “şu (8) var, şu (2) var bide 9 var” (bakınız, Şekil 240'da verilen dörtgenler) cevabını vermiştir.

Şekil 240

Ö16'nın dörtgenleri bilmeceler yardımıyla gruplandırılmalı-2 etkinliği çalışma yaprağından bir kesit



Şekil 240'daki bilmece için "paralelkenar" diyen Ö16 "bu paralelkenarsa paralelkenar üretici diğer şekilleri üretemez mi?" sorusuna "üretir" cevabını vermiş, ardından "niye boyamadın?" sorusuna "hocam işte ben diğer şekilleri üretir hiç duymadım" diyerek öğretmenin açıklamasını tam dinlemediğini ve sadece bilmecedeki dörtgen türünü boyamayı düşündüğünü belirtmiştir. Yani Ö16 verilen özelliklerin paralelkenara ait olduğunu düşündüğü için sadece paralelkenarları seçmiş ve paralelkenar üretici hangi şekilleri üretir diye düşünmek yerine verilen şekillerden hangileri paralelkenardır diye düşünmüştür. Ö15 de bilmeceleri cevaplandırırken bir hayli zorlanmıştı. Bunun üzerine öğretmen her bir bilmeceyi verilen ipuçlarına göre nasıl yanıtlaması gerektiğini tekrar anlatmıştır. Bu esnada öğretmenle Ö15 arasında geçen diyalogun bir kısmı aşağıda verilmiştir.

Öğretmen: (ilk bilmecenin ilk ipucunu okuduktan sonra) Karşılıklı kenarlar her zaman paralel, üçü de (kare, eşkenar dörtgen ve paralelkenar) sağlar mı?

Ö15: Evet

Öğretmen: Tüm kenarlarım her zaman birbirine eşit, kimlerin eşit bu üçünün içinde?

Ö15: Eşkenar dörtgen ve kare

Öğretmen: Köşegen uzunlukları her zaman birbirine eşit?

Ö15: Kare

Öğretmen: Evet o zaman bu bilmecenin cevabı kare üretici

Bu diyalog ışığında Ö15'in, her ne kadar başta etkinliği anlamakta zorlansa da, üreticilerin hareket kabiliyetlerini dörtgenlerin özellikleri temelinde anlamlandırabildiği söylenebilir.

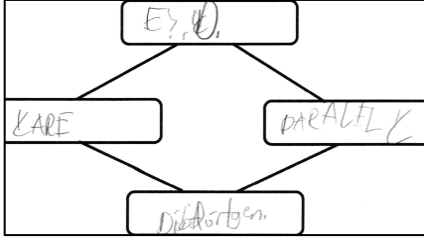
Tahmin & kontrol-dikdörtgen & eşkenar dörtgen etkinliğinde (bakınız, Şekil 114, s. 233) Ö16 dikdörtgen üreticinin 1, 3 ve 5'i üretemeyeceği tahminde bulunmuş ve tahmininin sebebini *dik açı olduğu için* notuyla açıklamaya çalışmıştır. Ö15 ise dikdörtgen üreticinin 1 ve 3'ü üretemeyeceği tahmininde bulunmuş ve çalışma yaprağına *bizim şekil* (kullandığı aracı kastediyor) *dikdörtgen olduğu için* yazmıştır. 5'in dikdörtgen üreticiyle üretilbileceğini düşünen Ö15 neden böyle düşündüğü sorulduğunda bu şekil için "karşılıklı kenarları eşit" demiş ancak kontrolde çizemeyince dikdörtgen üreticinin açılarının eşit olduğunu hatırlamıştır. Bu sebeple Ö15 "dikdörtgen üretici 5'i neden çizemedi?" sorusuna "tüm açıları eşit" cevabını vermiştir.

Eşkenar dörtgen üreticinin 1, 3 ve 4'ü üretilbileceği tahmininde bulunan Ö15 diğer dörtgenler için çalışma yaprağındaki *bu dörtgen üretici bu dörtgeni yapamaz çünkü* kısmına *eşkenar olduğu için* yazmıştır. Ö16 ise eşkenar dörtgen üreticinin verilen şekillerin hepsini çizebileceği tahmininde bulunmuş ancak kontrol sonrasında 2 ve 6'yı çizemediğini görünce çalışma yaprağına eşkenar dörtgen üretici için *tüm kenarları eşit* yazmıştır.

Bu etkinliğin ardından yapıları birleştirilim çalışma yapraklarını dolduran gruptan Ö16 dörtgenleri verilen yapıya yanlış yerleştirmiştir (Şekil 241). Öğretmen neden bu şekilde yerleştirdiğini sorunca "hocam ben burda ne yapacağımızı anlamadım, sallamasyon yaptım" cevabını vermiştir. Ö15 ise yapıyı doğru bir şekilde yerleştirmeyi başarmıştır.

Şekil 241

Ö16'nın yapıları birleştirilim çalışma yaprağından bir kesit



Tahmin & kontrol-paralelkenar & yamuk etkinliğinde (bakınız, Şekil 116, s. 235) Ö16 paralelkenar üretici ile 5'i ve yamuk üreticiyle 1'i çizdikten sonra paralelkenar üretici 1, 3 ve 4'ü çizemez yönünde tahmin kutucuklarını işaretlemiş ve açıklama olarak (*paralelkenar üreticinin*) *karşılıklı kenarları eşit* ifadesini yazmıştır. Ö15 ise sadece 5 çizilebilir tahmininde bulunmuş ve diğer şekillerin çizilememe sebebi olarak *çünkü bizimki* (kullandığı üretici) *paralelkenar olduğu için* yazmıştır.

Grup yamuk üreticinin verilen şekillerin hepsini üretebileceği tahmininde bulunmuş ve Ö16 kontrolde 2'yi denedikten sonra doğru tahmin yaptığını anlatmak için “yeeaaah 2 evet” şeklinde bir ifade kullanıp başını sallamıştır. Ancak grup kontrol aşamasında verilen şekillerin hepsini çizmekle uğraşmamıştır. Ö15 arkadaşının 2'yi yamuk üretici ile çizdiğini görünce kontrol kutucuklarını 5 hariç yamuk üretici ile çizilebilir yönünde doldurmuştur (Şekil 242). Ö15'in bu dörtgeni yamuk üretici ile çizmeye çalışmadan çizilemez yönünde işaretleme yapması ve çalışma yaprağına yazdığı not, ‘paralelkenar üretici ile çiziliyorsa yamuk üretici ile çizilemez’ düşüncesine dayandığını göstermektedir. Ö15 bu sebeple öğretmenin “yamuk üretici paralelkenar üretmez diye mi düşündün?” sorusuna “evet” cevabını vermiştir.

Şekil 242

Ö15'in tahmin & kontrol-paralelkenar & yamuk çalışma yaprağından bir kesit

Dörtgen Üretici	Dörtgenler	Tahminim	Bulduğum	Bu dörtgen üretici bu dörtgeni yapamaz çünkü...
Yamuk Üretici	1	E H	E H	
	2	E H	E H	
	3	E H	E H	
	4	E H	E H	
	5	E H	E H	Sünkü bizimki yamuk üretici olduğunun için

Dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim etkinliği kapsamında son olarak yamuğun özelliklerini inceleyen grup çalışma yapraklarına not almıştır. Yamuğun aç, kenar ve köşegen özellikleri için *değişken ve farklı* gibi ifadeler kullanan grup paralellik özelliği için *yamukta paralellik yoktur* (Ö15) ve *üst ve alt paralel* (Ö16) şeklinde not almıştır. Öğretmen paralellik ile ilgili notu fark edince Ö16'ya ne demek istediğini sormuş ve Ö16 "bir çift" cevabını vermiştir. Ardından Ö15'e de bazı sorular sormuştur. Bu esnada öğretmenle Ö15 arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

Öğretmen: Yamuğun karşılıklı kenarları paralel mi?

Ö15: Hayır

Öğretmen: Yamuğun hiç paralelligi yok mu?

Ö15: Yook

Öğretmen: Yamuk nasıldı (diyerek yamuk üreticiyi bir köşesinden oynatmıştır)

Ö15: !?

Öğretmen: Bak AB ile CD hep birbirine paraleldi, hatırladık mı?

Ö15: Heee hatırladım

Öğretmen: Bir çifti paraleldi

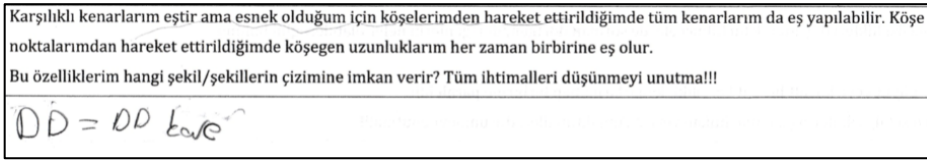
Bu diyalog yamuk üreticinin paralellik özelliğini inceleyene kadar eşit uzunlukta olmayan paralel kenarlı dörtgenlerle karşılaşmamış olan Ö15'in paralelligi eşit uzunlukta olmayla ilişkilendirdiğini göstermektedir. Aksi takdirde yamuk üreticiyi incelerken en azından Ö16 gibi alt ve üst paralel yazması gerekirdi. Ayrıca sonradan hatırladım demiş

olması Ö15'in 'öğretmenin dediği doğrudur' fikriyle hareket ettiğini göstermektedir. Nitekim inceleme sonrası bir çift kenarın paralel olduğunu hatırlamış olsaydı öğretmen yamuk üreticiyi hareket ettirirken bunu ifade etmesi gerekirdi.

Bilmecelerdeki dörtgenleri bulalım etkinliğinde Ö16 verilen bilmecelerin hepsini doğru yanıtlayabilmiştir. Şekil 243'te Ö16'nın çalışma yaprağından bir kesit sunulmuştur. Ö15 ise sadece 5. bilmeceyi doğru cevaplamış, diğerlerini yanlış yapmıştır. Cevabı dikdörtgen olan bilmeceye *Eşkenar*, eşkenar dörtgen olan bilmeceye de *DD* (dikdörtgen) yazan Ö15 "dikdörtgenin köşegenleri arasındaki açı her zaman 90 derece mi?" sorusuna önce "evet" demiş ancak tekrar düşününce "hayıır" diyerek "kimin her zaman 90?" sorusuna "kare, eşkenar dörtgen" cevabını vermiştir.

Şekil 243

Ö16'nın bilmecelerdeki dörtgenleri bulalım çalışma yaprağından bir kesit



Ayrıca Ö15'in *beni istediğin kadar büyült veya küçült bir çift karşılıklı kenarım hep birbirine paraleldir* bilmecesine *paralelkenar* yazmış olması onun paralellik için eşit uzunlukta kenarlar aradığını bu sebeple yamuğun kenarlarının paralel olmadığını düşündüğünü göstermektedir. Paralelkenar için hazırlanan bilmeceye yamuk yazma sebebi ise muhtemelen bilmecede geçen *esnek olduğum için* ifadesi sebebiyledir. Nitekim Ö15 mülakatta *yamuk üretici hangi tür dörtgenleri üretebilir?* sorusuna *hepsini* yazmış ve 'yamuk üretici tüm dörtgenleri üretir' fikriyle hareket ettiği için bu bilmecenin cevabının yamuk olduğunu düşünmüştür.

5.2.2.8.1. Sekizinci grubun dörtgen üreticilerine yönelik enstrümanlı eylem şeması.

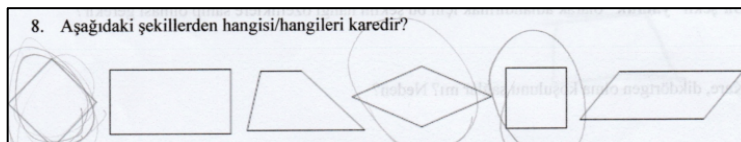
Sekizinci grubun dörtgen derslerine yönelik bulguları incelendiğinde, her iki öğrencinin de dörtgenlere yönelik şemalarını dayandırdıkları sabitlerin sürekli değiştiği ve öğrencilerin bu

süreçte gelgitler yaşadığı görülmüştür. Örneğin Ö15 ilk etkinliklerde dikdörtgen üreticinin kareyi de üretebildiğini görmesine ve dikdörtgenin özelliklerini incelemiş olmasına rağmen tahmin & kontrol-kare & dikdörtgen & paralelkenar etkinliğinde bu üreticinin kareyi üretemeyeceği yönünde tahminde bulunmaya devam etmiştir. Dahası öncelikle dikdörtgen üreticinin kenarlarına odaklanmaya devam ettiği için paralelkenar üretebileceği yönünde tahminde bulunmuş ve dikdörtgenin açılı özelliklerini göz ardı etmiştir. Ancak ilerleyen etkinliklerde her bir dörtgen üretici ile çalışmaya devam etmek Ö15'i bu üreticilerin hareket kabiliyetlerinin sebepleri üzerine düşünmeye sevk etmiştir. Nitekim bilmeceler etkinliklerinde, etkinliğin nasıl yapılacağını anlayamadığı için bazı hatalar yapmış olsa da, bilmecelerde yer alan özelliklerin hangi dörtgenlere ait olduğu sorulduğunda kolaylıkla cevap verebilmiştir. Sonuç olarak Ö15'in yamuk üretici hariç diğerlerinin hareket kabiliyetlerinin o dörtgen sınıfına ait özellikler olduğunu fark ettiği söylenebilir. Ö15 bu sebeple yapıları birleştirilim çalışma yaprağını doğru bir şekilde doldurabilmiştir.

Ön görüşmede kareyi tanımlarken *bütün kenarları eşittir* yazan Ö15 verilen dörtgenlerden kareleri seçmesi istenince Şekil 244'deki seçimi yapmıştır. Bu seçim Ö15'in karenin olmazsa olmaz açılı özelliğini bilmediğini göstermektedir. Ancak kare üretici ile çalıştığı etkinlikler süresince Ö15'in bu dörtgene yönelik şeması gelişmiştir. Nitekim mülakatta kareyi tanımlarken *kenarları ve açıları eşittir* yazmıştır.

Şekil 244

Ö15'in ön görüşme verilerinden bir kesit



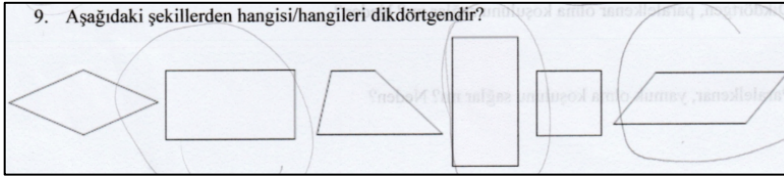
Ön görüşmede kare için *Dört kenarı vardır. Tüm açıları diktir* yazan Ö16 ise Şekil 244'teki dörtgenlerden birinci ve beşinciye seçmiş, ayrıca mülakatta kare için *tüm açıları, kenarları eşit* yazmıştır. Bu açıdan grubun kare enstrümanlı eylem şemasının 'kare tüm

kenarları eşit ve tüm açıları eşit/90 derece/dik açı olan dörtgendir' eylemdeki teoremi ile 'kenar özelliği', 'açı özelliği' ve 'dik açı' eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

Ön görüşmede dikdörtgen için *iki kenarı eşittir* yazan Ö15 verilen dörtgenlerden Şekil 245'deki seçimi yapmıştır. Bu ise Ö15'in kare ile dikdörtgeni yapmış olduğu dışlayan tanım sebebiyle ilişkilendiremediğini göstermektedir. Ancak etkinlikler süresince dikdörtgen üreticinin kare üretmesi ve tersinin mümkün olmayışını gözlemleme, bunun sebebinin dikdörtgenin kenar özelliği olduğunu anlama ve kenar özellikleri arasındaki ilişkinin açıklanması Ö15'in dikdörtgene yönelik şemasının gelişmesini sağlamıştır. Öyle ki Ö15 mülakatta dikdörtgen için "karşılıklı kenarları eş, açıları eşit, 90" demiş ve "kare bu özelliği sağlar mı?" sorusuna "evet" cevabını vermiştir. Ayrıca mülakatta yer alan *dikdörtgen üretici, kare üreticinin üretebildiği bütün dörtgenleri üretebilir* ifadesine de doğru demiştir.

Şekil 245

Ö15'in ön görüşme verilerinden bir kesit



Bu açıdan Ö15'in dikdörtgen enstrümanlı eylem şemasının 'dikdörtgen karşılıklı kenarları eşit ve tüm açıları eşit/90 derece/dik açı olan dörtgendir' ve 'tüm kenarlar eşitken karşılıklı kenarlar da eşit olacağından dikdörtgen kareyi kapsar' eylemdeki teoremleri ile 'kenar özelliği', 'açı özelliği', 'dik açı', 'bir özelliğin başka bir özelliği garantilemesi' ve 'bir şekil sınıfının diğerini kapsaması' eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

Ön görüşmede dikdörtgen için *Dört kenarı vardır. Tüm açıları diktir* yazan Ö16 ise Şekil 245'teki dörtgenlerden ikinci ve dördüncüyü seçmiş, ayrıca mülakatta dikdörtgen üreticinin ürettiği dörtgenlerin ortak özelliği için *Dik açılı, karşılıklı kenarları eşit* yazmıştır. Ancak Ö16 için bu aşamada karşılıklı kenarların eşitliği tüm kenarların eşitliğini

kapsamamaktadır. Nitekim Ö16 bu sebeple mülakatta *dikdörtgen üretici, kare üreticinin üretebildiği bütün dörtgenleri üretebilir ve kare, dikdörtgen olma koşulunu sağlar* ifadelerine yanlış demiştir. Bu ise öğretmenin kare ile dikdörtgen arasındaki ilişkiyi özellikler üzerinden açıkladığı derste Ö16'nın teneffüste yaşadığı bir sakatlanma sebebiyle derse odaklanamamasından kaynaklanmış olabilir. Yani Ö16 bu açıklamayı dinleyemediği için dikdörtgeni halen iki uzun iki kısa kenarı olan bir dörtgen olarak düşünmekte ve dikdörtgen üreticinin kare üretebilmesini üreticinin imkanına bağlamaktadır. Bu açıdan Ö16'nın dikdörtgen üretici enstrümanlı eylem şemasının 'dikdörtgen karşılıklı iki uzun iki kısa kenarı olan ve tüm açıları eşit/90 derece/dik açı olan dörtgendir' ve 'dikdörtgen üretici, dikdörtgen ve kare üretir' eylemdeki teoremleri ile 'kenar özelliği', 'açı özelliği', 'dik açı' ve 'üreticinin imkanları' eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

Ön görüşmede eşkenar dörtgen için *kenarları eşit olan şekiller* yazan Ö15, mülakatta eşkenar dörtgen üreticinin ürettiği dörtgenlerin ortak özelliği için *bütün kenarları hep eşittir* yazmış ayrıca *kare, eşkenar dörtgen olma koşulunu sağlar* ifadesine de doğru demiştir. Bu durum Ö15'in tüm açıların eşitliğinin karşılıklı açıların eşitliğini garantilediğini bildiğini göstermektedir. Nitekim her ne kadar mülakatta eşkenar dörtgenin açı özelliğini yazmamış olsa da bu dörtgenin karşılıklı açılarının eşit olduğu bilgisine sahiptir (bakınız, Şekil 239, s. 366). Ön görüşmede eşkenar dörtgeni tanımlayamayan Ö16 ise mülakatta eşkenar dörtgen için "tüm kenarları eş, karşılıklı açıları eş" ifadesini kullanmış ve *kare, eşkenar dörtgen olma koşulunu sağlar* ifadesine de doğru demiştir.

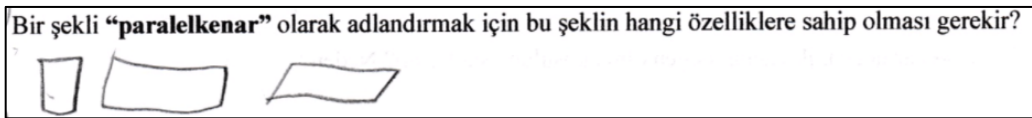
Bu açıdan grubun eşkenar dörtgen enstrümanlı eylem şemasının 'eşkenar dörtgen tüm kenarları eşit ve karşılıklı açıları eşit olan dörtgendir' ve 'tüm açıları eşitken karşılıklı açıları da eşit olacağından eşkenar dörtgen kareyi kapsar' eylemdeki teoremleri ile 'kenar özelliği', 'açı özelliği', 'bir özelliğin başka bir özelliği garantilemesi' ve 'bir şekil sınıfının diğerini kapsaması' eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

Ön görüşmede paralelkenarı tanımlayamayan Ö15 mülakatta paralelkenar üreticinin ürettiği dörtgenlerin ortak özelliği için *karşılıklı kenarları paraleldir* yazmıştır. Ayrıca *paralelkenar üretici, dikdörtgen üreticinin üretebildiği bütün dörtgenleri üretebilir ve eşkenar dörtgen, paralelkenar ailesinin bir üyesidir* ifadelerine de doğru demiştir. Nedeni sorulduğunda ise paralelkenar üreticinin eşkenar dörtgen üretebildiğini ifade etmiştir. Yani Ö15'e göre paralelkenar üretici karşılıklı kenarları paralel olan şekiller üretebilir ve ürettiği bu şekiller paralelkenar ailesinin üyesidir. Eşkenar dörtgen de paralelkenar üretici ile üretilmediğinden bu özelliği sağlar.

Ö16 ise ön görüşmede paralelkenarı tanımlaması istenince Şekil 246'daki çizimleri yapmış ve *Dikdörtgen, paralelkenar olma koşulunu sağlar mı? Neden?* sorusuna *Evet. Karşılıklı kenarları paraleldir* yazmıştır. Mülakatta da bu düşüncesini sürdüren Ö16 paralelkenar üreticinin ürettiği dörtgenlerin ortak özelliği için *karşılıklı kenarları paralel* yazmış, *paralelkenar üretici, dikdörtgen üreticinin üretebildiği bütün dörtgenleri üretebilir ve eşkenar dörtgen, paralelkenar ailesinin bir üyesidir* ifadelerine de doğru demiştir. Ö16 bu durumun nedeni sorulunca ise “eşkenar dörtgen paralelkenar olma koşulunu sağlar” açıklamasını yapmıştır.

Şekil 246

Ö16'nın ön görüşme verilerinden bir kesit



Bu açıdan grubun paralelkenar üretici enstrümanlı eylem şemasının ‘paralelkenar karşılıklı kenarları paralel olan dörtgendir’ ve ‘kare, dikdörtgen ve eşkenar dörtgenin karşılıklı kenarları paralel olduğundan paralelkenar bu dörtgenleri kapsar’ eylemdeki teoremleri ile ‘kenar özelliği’, ‘paralellik’ ve ‘bir şekil sınıfının diğerini kapsamaması’ eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

Ö15'in ön görüşmede yamuğu tanımlayamaması ve nasıl bir şekil olduğu sorusuna prototip bir yamuk çizerek cevap vermesi onun yamuğa dair sadece görsele dayalı bir bilgiye sahip olduğunu göstermektedir. Yamuk üreticiyle çalışmak ise Ö15'in bu dörtgene yönelik şemasının özellik temelinde gelişmesine yardımcı olamamıştır. Mülakatta *yamuk üretici hangi tür dörtgenleri üretebilir?* sorusuna *hepsini yazan* Ö15, bu üreticinin ürettiği dörtgenlerin ortak özelliğini yazması istendiğinde *bütün üreticileri üretir* yazarak özellik temelinde düşünmek yerine üreticinin imkanlarına odaklandığını göstermiştir. Bu açıdan Ö15'in yamuk enstrümanlı eylem şemasının 'yamuk tüm kenarları farklı uzunlukta olan dörtgendir' ve 'yamuk üretici yamuk, paralelkenar, dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve kare üretir' eylemdeki teoremleri ile 'kenar özelliği' ve 'üreticinin imkanları' eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

Ön görüşmede yamuğu tanımlayamadığı için prototip bir yamuk çizmeyi tercih eden Ö16, yamuk üreticiyle çalıştığı süre boyunca bu dörtgene yönelik şemasını dinamikleştirebilmiştir. Öyle ki mülakatta yamuk üreticinin ürettiği dörtgenlerin ortak özelliği için *karşılıklı 1 çift kenarları eşit yazan* Ö16, *dikdörtgen, yamuk ailesinin bir üyesidir* ifadesine de doğru demiştir. Ayrıca bu özellik işaret edilerek "bu yüzden mi kare, yamuk olma koşulunu sağlar?" sorusuna "hıhıhı" diyerek başıyla onay vermiştir. Bu açıdan Ö16'nın yamuk enstrümanlı eylem şemasının 'yamuk en az bir çift karşılıklı kenarı paralel olan dörtgendir' ve 'iki çift karşılıklı kenar paralelken bir çift zaten paralel olacağından yamuk diğer dörtgenleri kapsar' eylemdeki teoremleri ile 'kenar özelliği', 'paralellik', 'en az kavramı', 'bir özelliğin başka bir özelliği garantilemesi' ve 'bir şekil sınıfının diğerini kapsamı' eylemdeki kavramlarına dayandığı söylenebilir.

5.2.3. Öğrencilerin üçgen ve dörtgen üreticilerine yönelik enstrümanlı eylem şemalarında ortaya çıkan kategoriler. Araç olarak üçgen ve dörtgen üreticilerinin kullanıldığı bu çalışmada öğrencilerin enstrümanlı eylem şemalarında bazı ortak yönler ortaya

çıkılmıştır. Bu başlık altında önce üçgen üreticiye yönelik enstrümanlı eylem şemalarının bileşenleri ardından hem kenarlarına hem de açılarına göre üçgenler sınıflandırmasında ortaya çıkan enstrümanlı eylem şemalarının bileşenleri sunulmuştur. Son olarak belirlenen beş dörtgen türüne yönelik öğrencilerin geliştirdiği enstrümanlı eylem şemalarının bileşenleri sunulmuştur. Bu çalışmada enstrümanlı eylem şemaları enstrümanlı teknikler ve işlevsel sabitler temelinde belirlenmiş olup öğrencilerin kullandığı enstrümanlı teknikler ilgili başlık altında sunulduğu için bu kısımda sadece işlevsel sabitlerin bir sentezi yapılmıştır.

Bu araştırmaya katılan öğrencilerin üçgen üreticiyle çalıştıkları süreç sonunda üçgen üreticiye yönelik enstrümanlı eylem şemalarını aynı işlevsel sabite dayandırdığı tespit edilmiştir. ‘Üçgen üretici tüm üçgenleri üretir’ eylemdeki teoremi ve ‘üreticinin imkanları’ eylemdeki kavramına dayanan şemadaki tek fark bu şemanın oluşmasına katkı sağlayan ikizkenar üçgen enstrümanlı eylem şemasındaki farklılıktır. Tablo 6’da üçgen enstrümanlı eylem şemasındaki farklılığa göre öğrencilerin dağılımı verilmiştir.

Tablo 6

Öğrencilerin üçgen enstrümanlı eylem şemasının bileşenleri

Öğrenciler	İşlevsel sabitler	
	Eylemdeki teoremler	Eylemdeki kavramlar
Ö1, Ö3, Ö4, Ö8, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13	Üçgen üretici tüm üçgenleri üretir (ikizkenar üçgen kapsayan tanıma uygun)	Üreticinin imkanları
Ö2, Ö5, Ö6, Ö7, Ö9, Ö14, Ö15, Ö16	Üçgen üretici tüm üçgenleri üretir (ikizkenar üçgen dışlayan tanıma uygun)	Üreticinin imkanları

Kenarlarına göre üçgenler sınıflandırmasında öğrencilerin ikizkenar üçgen enstrümanlı eylem şemasına bağlı olarak iki farklı sınıflandırma yaptıkları görülmüştür. İkizkenar üçgene yönelik kapsayan tanımı içeren enstrümanlı eylem şemasının oluşturduğu yapı hiyerarşik, dışlayan tanımı içeren enstrümanlı eylem şemasının oluşturduğu yapı ayrık sınıflandırma olarak ele alınmıştır. Tablo 7’de öğrencilerin kenarlarına göre üçgenler

sınıflandırmasında yer alan üreticilere yönelik enstrümanlı eylem şemalarının bileşenleri, Şekil 247’de ise bu şemalarının bir sentezi sunulmuştur. Enstrümanlı eylem şemalarındaki farklılaşma bu şekilden görülebilmektedir.

Tablo 7

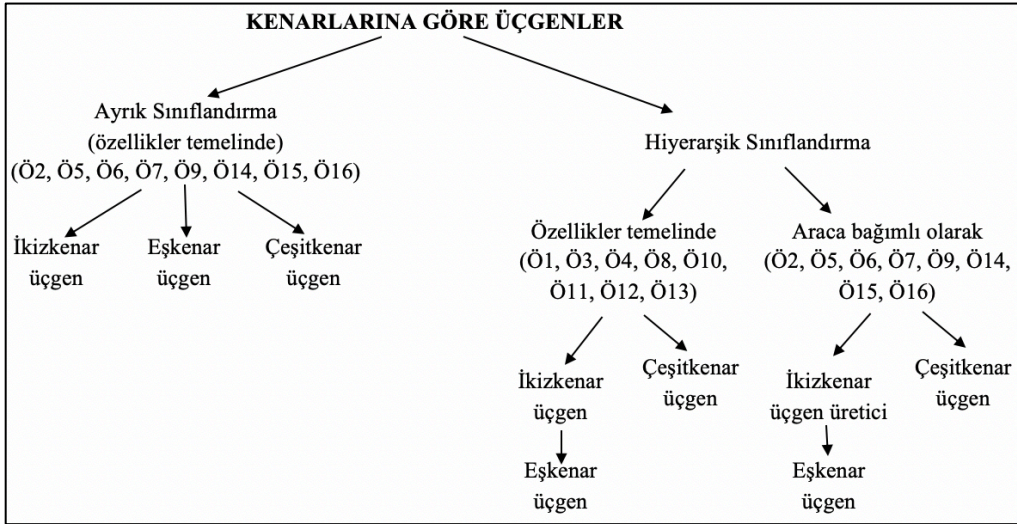
Kenarlarına göre üçgenler sınıflandırmasında yer alan üreticilere yönelik enstrümanlı eylem şemalarının bileşenleri

Üreticiler	Öğrenciler	İşlevsel sabitler		Sınıflandırma
		Eylemdeki teoremler	Eylemdeki kavramlar	
Eşkenar üçgen Ü.	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö9, Ö10, Ö12, Ö13, Ö15	Eşkenar üçgen tüm açıları eşit ve tüm kenarları birbirine eşit olan üçgendir	Kenar özelliği, açı özelliği	
	Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö11, Ö14 Ö16	Eşkenar üçgen tüm kenarları eşit olan üçgendir Eşkenar üçgen tüm açıları eşit olan üçgendir	Kenar özelliği Açı özelliği	
	İkizkenar üçgen Ü.	Ö1, Ö3, Ö4, Ö8, Ö11, Ö12 Ö10, Ö13	İkizkenar üçgen en az iki kenarı eşit olan üçgendir İkizkenar üçgen en az iki kenarı ve açısı eşit olan üçgendir	
Ö1, Ö3, Ö4, Ö8, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13		Üç kenar eşitken iki kenar da eşit olacağından ikizkenar üçgen eşkenar üçgeni kapsar	Kenar özelliği, bir özelliğin başka bir özelliği garantilemesi, bir şekil sınıfının diğerini kapsaması	
Ö2, Ö5, Ö6, Ö7, Ö9, Ö14, Ö15, Ö16		İkizkenar üçgen üretici ikizkenar ve eşkenar üçgenler üretir (bu sebeple eşkenar üçgen ikizkenar üçgen ailesinin üyesidir)	Üreticinin imkanları	Ayrık
Çeşitkenar üçgen (Ü.Ü.)	Ö2, Ö15 Ö5, Ö6, Ö7, Ö9, Ö14 Ö16	İkizkenar üçgenlerin iki kenarı ve iki açısı eşittir İkizkenar üçgenlerin iki kenarı eşittir İkizkenar üçgenlerin iki açısı eşittir	Kenar özelliği, açı özelliği Kenar özelliği Açı özelliği	
	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö13, Ö14	Bütün kenarları birbirinden farklı olan üçgenlere çeşitkenar üçgen denir	Kenar özelliği	
	Ö5, Ö16	Bütün açıları birbirinden farklı olan üçgenlere çeşitkenar üçgen denir	Açı özelliği	
	Ö12, Ö15	Bütün kenarları ve açıları birbirinden farklı olan üçgenlere çeşitkenar üçgen denir	Kenar özelliği, açı özelliği	

Bu tablo incelendiğinde öğrencilerin ikizkenar üçgen ile eşkenar üçgen arasındaki ilişkiyi anlamasında ikizkenar üçgen kavramını neye dayandırdığının önemli olduğu söylenebilir. Nitekim tablodan görüleceği üzere hiyerarşik sınıflandırma yapan öğrencilerin ikizkenar üçgen şemasının ‘en az iki kenarı eşit olan üçgen’ eylemdeki teoremine dayandığı ancak eşkenar üçgen ile ikizkenar üçgeni ayırık sınıflandıran öğrencilerin ikizkenar üçgen şemasının ‘iki kenarı/açısı eşit olan üçgen’ eylemdeki teoremine dayandığı görülmektedir. Şekil 247’de ayırık ve hiyerarşik sınıflandırma olarak gösterilen kısımlar öğrencilerin ikizkenar üçgeni tanımlamalarına bağlı olarak nasıl ayrıştıklarını göstermektedir.

Şekil 247

Öğrencilerin kenarlarına göre üçgenler sınıflandırmasına yönelik enstrümanlı eylem şemalarının sentezi



Şekil 247’de hiyerarşik sınıflandırma altında yer alan ‘özellikler temelinde’ ve ‘araca bağımlı olarak’ kısmı ise şemalardaki bir diğer eylemdeki teoreme göre şekillenmiştir. Öyle ki öğrencilerin bir kısmı her ne kadar şemasında ikizkenar üçgeni dışlayan tanıma uygun olarak bulundursa da eşkenar üçgenin ikizkenar üçgen ailesinin üyesi olduğunu iddia etmiştir. Ancak bu öğrenciler bu ilişkiyi özellikleri düşünerek açıklayamamış ve ‘ikizkenar üçgen üretici ikizkenar ve eşkenar üçgen üretir’ eylemdeki teoremine dayandıklarını göstermişlerdir. Diğer öğrenciler ise ikizkenar üçgen enstrümanlı eylem şemasını ‘üç kenar eşitken iki kenar

da eşit olacağından ikizkenar üçgen eşkenar üçgeni kapsar' eylemdeki teoremine dayandırdığı yani özellikler arasındaki ilişkiyi anlamlandırabildiği için eşkenar üçgeni ikizkenar üçgen ailesine dahil edebilmiştir. Sonuç olarak öğrencilerin hepsi eşkenar üçgenin ikizkenar üçgen ailesinin bir üyesi olduğunun farkında olmasına rağmen bu durumun nedenini iki farklı şekilde açıklamıştır. Bu sebeple Şekil 247'de yer alan hiyerarşik sınıflandırma 'özellikler temelinde' ve 'araca bağımlı olarak' şeklinde ikiye ayrılmıştır.

Öğrencilerin şemalarının hiyerarşik ya da ayrık sınıflandırmaya uygun olarak gelişmesinde şemalarını dayandırdıkları eylemdeki kavramların da rol oynadığı görülmüştür. Nitekim 'en az' ifadesinin özellikler üzerindeki kullanımını, 'bir özelliğin başka bir özelliği garantilemesi' ve 'bir şekil sınıfının diğerini kapsaması' durumlarını anlamlandırabilen ve bu eylemdeki kavramlara göre şemasını geliştirebilen öğrencilerin ikizkenar üçgeni hiyerarşik yapıya uygun olarak ve özellikler temelinde kavrayabildikleri görülmüştür. İkizkenar üçgen şemasını dışlayan tanıma uygun olarak yapılandıran öğrencilerin ise, özellikler arasında ilişki kurmayı başaramamalarından dolayı, şemalarını 'üreticinin imkanları' eylemdeki kavramına dayandırdığı görülmüştür.

Öğrencilerin açılarına göre üçgenler sınıflandırmasında yer alan üreticilere yönelik enstrümanlı eylem şemalarının bileşenleri Tablo 8'de verilmiş olup, Şekil 248'de bu sınıflandırmaya yönelik yapı görselleştirilmiştir.

Tablo 8

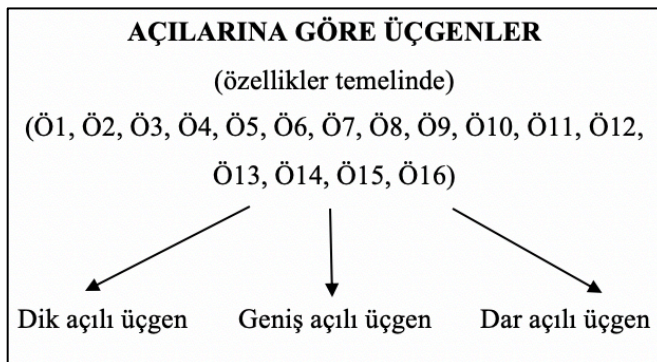
Açılarına göre üçgenler sınıflandırmasında yer alan üreticilere yönelik enstrümanlı eylem şemalarının bileşenleri

Üreticiler	Öğrenciler	İşlevsel sabitler	
		Eylemdeki teoremler	Eylemdeki kavramlar
Dik açılı üçgen Ü.	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10,	Bir açısı 90 derece olan üçgenler dik üçgendir	Açı özelliği, dik açı

	Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, Ö16		
Geniş açılı üçgen Ü.	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, Ö16	Bir açısı 90 dereceden büyük olan üçgenler geniş açılı üçgendir	Açı özelliği, geniş açı
Dar açılı üçgen (Ü.Ü.)	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, Ö16	Tüm açıları 90 dereceden küçük olan üçgenlere dar açılı üçgen denir	Açı özelliği, dar açı

Şekil 248

Öğrencilerin açılara göre üçgenler sınıflandırmasına yönelik enstrümanlı eylem şemalarının sentezi



Dörtgenler sınıflandırmasında öğrencilerin dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve yamuk enstrümanlı eylem şemasına bağlı olarak farklı sınıflandırmalar yaptığı görülmüştür. Bu üç dörtgene yönelik kapsayan tanımları içeren enstrümanlı eylem şemalarından oluşan yapı hiyerarşik, dışlayan tanımları içeren enstrümanlı eylem şemalarından oluşan yapı ayrık sınıflandırma olarak ele alınmıştır. Tablo 9'da öğrencilerin dörtgenler sınıflandırmasında yer alan üreticilere yönelik enstrümanlı eylem şemalarının bileşenleri verilmiştir.

Şekil 249'da ise öğrencilerin dörtgenler sınıflandırmasına yönelik enstrümanlı eylem şemalarının bir sentezi sunulmuş olup şemalardaki farklılaşma bu şekilde görülebilmektedir.

Tablo 9

Dörtgenler sınıflandırmasında yer alan üreticilere yönelik enstrümanlı eylem şemalarının bileşenleri

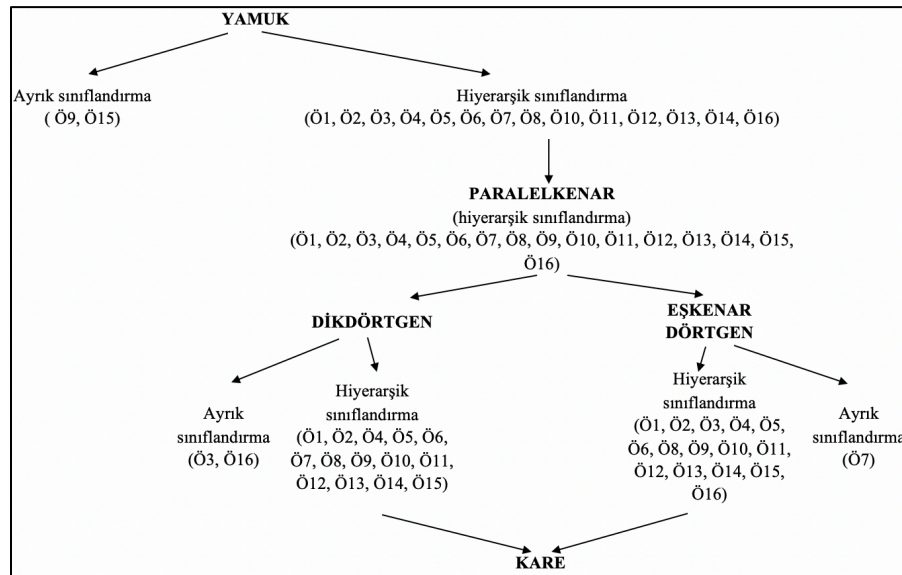
Üreticiler	Öğrenciler	İşlevsel sabitler		Sınıflandırma
		Eylemdeki teoremler	Eylemdeki kavramlar	
Kare Ü.	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, Ö16	Kare tüm kenarları eşit ve tüm açıları eşit/90 derece/dik açı olan dörtgendir	Kenar özelliği, açı özelliği, dik açı	
Dikdörtgen Ü.	Ö2, Ö4, Ö5, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15	Dikdörtgen karşılıklı kenarları eşit ve tüm açıları eşit/90 derece/dik açı olan dörtgendir	Kenar özelliği, açı özelliği, dik açı	Hiyerarşik
	Ö1, Ö6	Dikdörtgen karşılıklı kenarları paralel ve tüm açıları eşit/90 derece/dik açı olan dörtgendir	Kenar özelliği, paralellik, açı özelliği, dik açı	
	Ö2, Ö4, Ö5, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15	Tüm kenarlar eşitken karşılıklı kenarlar da eşit olacağından dikdörtgen kareyi kapsar	Kenar özelliği, bir özelliğin başka bir özelliği garantilemesi, bir şekil sınıfının diğerini kapsaması	
	Ö1, Ö6	Karenin karşılıklı kenarları paralel ve tüm açıları 90 derece olduğundan dikdörtgen kareyi kapsar	Kenar özelliği, paralellik, açı özelliği, bir şekil sınıfının diğerini kapsaması	
	Ö3, Ö16	Dikdörtgen karşılıklı iki uzun iki kısa kenarı olan ve tüm açıları eşit/90 derece/dik açı olan dörtgendir	Kenar özelliği, açı özelliği, dik açı	Ayrık
	Ö3, Ö16	Dikdörtgen üretici, dikdörtgen ve kare üretir	Üreticinin imkanları	

Eşkenar Dörtgen Ü.	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, Ö16	Eşkenar dörtgen tüm kenarları eşit ve karşılıklı açıları eşit olan dörtgendir	Kenar özelliği, açı özelliği	Hiyerarşik
	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, Ö16	Tüm açılar eşitken karşılıklı açılar da eşit olacağından eşkenar dörtgen kareyi kapsar	Açı özelliği, bir özelliğin başka bir özelliği garantilemesi, bir şekil sınıfının diğerini kapsaması	
	Ö7	Eşkenar dörtgen karşılıklı açıları eşit ve köşegenler arasındaki açı 90 derece olan dörtgendir	Açı özelliği, köşegen özelliği, dik açı	Ayrık
Paralelkenar Ü.	Ö7	Eşkenar dörtgen üretici eşkenar dörtgen ve kare üretir	Üreticinin imkanları	
	Ö1, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, Ö16	Paralelkenar karşılıklı kenarları paralel olan dörtgendir	Kenar özelliği, paralellik	Hiyerarşik
	Ö2	Paralelkenar karşılıklı kenarları ve karşılıklı açıları eşit olan dörtgendir	Kenar özelliği, açı özelliği	
	Ö1, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, Ö16	Kare, dikdörtgen ve eşkenar dörtgenin karşılıklı kenarları paralel olduğundan paralelkenar bu dörtgenleri kapsar	Kenar özelliği, paralellik, bir şekil sınıfının diğerini kapsaması	
	Ö2	Tüm açılar eşitken karşılıklı açılar da eşit ve tüm kenarlar eşitken karşılıklı kenarlar da eşit olacağından paralelkenar kare, dikdörtgen ve eşkenar dörtgeni kapsar	Kenar özelliği, açı özelliği, bir özelliğin başka bir özelliği garantilemesi, bir şekil sınıfının diğerini kapsaması	

Yamuk Ü.	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö16 Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö16	Yamuk en az bir çift karşılıklı kenarı paralel olan dörtgendir. İki çift karşılıklı kenar paralelken bir çift zaten paralel olacağından yamuk diğer dörtgenleri kapsar	Kenar özelliği, paralellik, en az kavramı Kenar özelliği, paralellik, bir özelliğin başka bir özelliği garantilemesi, bir şekil sınıfının diğerini kapsaması	Hiyerarşik
Ö9, Ö15		Yamuk tüm kenarları farklı uzunlukta olan dörtgendir.	Kenar özelliği	Ayrık
Ö9, Ö15		Yamuk üretici yamuk, paralelkenar, dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve kare üretir	Üreticinin imkanları	

Şekil 249

Öğrencilerin dörtgenler sınıflandırmasına yönelik enstrümanlı eylem şemalarının sentezi



Tablo 9 incelendiğinde beş dörtgenin en kapsamlısı olan yamuk için öğrencilerin yamuk kavramını neye dayandığına göre şemalarının farklılaştığı görülmektedir. Yamuk enstrümanlı eylem şemasını ‘yamuk, en az bir çift karşılıklı kenarı paralel olan dörtgendir’ eylemdeki teoremine dayandıran öğrencilerin hiyerarşik sınıflandırmayı benimsediği ancak ‘yamuk, tüm kenarları farklı uzunlukta olan dörtgendir’ eylemdeki teoremini benimseyen öğrencilerin bu dörtgen ile paralelkenarı ayırık sınıflandırdığı görülmüştür.

Öğrencilerin yamuğu hiyerarşik ya da ayırık sınıflandırmasındaki bir diğer etken şemalarını özellikler arası ilişkilere uygun olarak şekillendirip şekillendirememeleridir. Nitekim Tablo 9’den görüldüğü üzere yamuk enstrümanlı eylem şemasını ‘iki çift karşılıklı kenar paralelken bir çift zaten paralel olacağından yamuk diğer dörtgenleri kapsar’ eylemdeki teoremine dayandıran öğrenciler yamuk için hiyerarşik sınıflandırmayı anlamlandırabilmiş, ancak yamuk enstrümanlı eylem şemasını ‘yamuk üretici yamuk, paralelkenar, dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve kare üretir’ eylemdeki teoremine dayandıranlar yamuğun kapsayan yapısını fark edememiştir.

Ayrıca yamuk için ayırık sınıflandırmayı benimseyen öğrencilerin yamuk ile diğer dörtgenler arasındaki ilişkiyi özellik temelinde anlamlandıramadığı ve şemalarında ‘üreticinin imkanları’ eylemdeki kavramını barındırdığı ancak yamuğu diğer dörtgenlerle ilişkilendirebilen öğrencilerin şemasını ‘bir özelliğin başka bir özelliği garantilemesi’ ve ‘bir şekil sınıfının diğerini kapsaması’ eylemdeki kavramlarına dayandığı görülmüştür.

Bazı öğrenciler her ne kadar yamuk şemasını hiyerarşik sınıflandırmaya uygun olarak yapılandırmış olsa da kare ile dikdörtgen veya kare ile eşkenar dörtgeni ayırık sınıflandırmıştır. Şekil 249’da yamuk şeması hiyerarşik sınıflandırmaya uygun olan öğrencilerin dikdörtgen ve eşkenar dörtgen enstrümanlı eylem şemalarına bağlı olarak şemalarının nasıl ayrıştığı gösterilmiştir. Örneğin Ö7 dikdörtgen için özellikler temelinde bir şema geliştirdiği için bu dörtgen ile kare arasında hiyerarşik bir ilişki kurabilmiş, ancak

eşkenar dörtgen için özellikler arası ilişkilere dayalı bir şema geliştiremediğinden eşkenar dörtgen ile kareyi ayık sınıflandırmıştır. Benzer şekilde Ö3 ve Ö16 eşkenar dörtgen için özellikler temelinde bir şema geliştirdiği için bu dörtgen ile kare arasında hiyerarşik bir ilişki kurabilmiş, ancak dikdörtgen için özellikler arası ilişkilere dayalı bir şema geliştiremediğinden dikdörtgen ile kareyi ayık sınıflandırmıştır.

Tablo 9 incelendiğinde Ö7'nin neden eşkenar dörtgen ile kareyi ayık sınıflandırdığı daha net görülmektedir. Ö7 eşkenar dörtgeni 'karşılıklı açıları eşit' ve kareyi 'tüm açıları eşit' olarak görmekte ve diğer öğrenciler gibi eşkenar dörtgen enstrümanlı eylem şemasını 'tüm açıları eşitken karşılıklı açıları da eşit olacağından eşkenar dörtgen kareyi kapsar' eylemdeki teoremine dayandırmadığı için bu iki dörtgen sınıfını ayıştırmaktadır. Ayrıca Ö7'nin eşkenar dörtgen enstrümanlı eylem şemasında 'bir özelliğin başka bir özelliği garantilemesi' ve 'bir şekil sınıfının diğerini kapsaması' eylemdeki kavramları yerine 'üreticinin imkanları' eylemdeki kavramı yer aldığından Ö7 eşkenar dörtgen ile kare arasında özellik temelli bir ilişki kuramamıştır.

Yine Tablo 9'da görüldüğü üzere dikdörtgeni ayık sınıflandıran Ö3 ve Ö16'nın dikdörtgen enstrümanlı eylem şemasını 'dikdörtgen karşılıklı iki uzun iki kısa kenarı olan ve tüm açıları eşit/90 derece/dik açı olan dörtgendir' eylemdeki teoremine dayandırdığı ve 'tüm kenarlar eşitken karşılıklı kenarlar da eşit olacağından dikdörtgen kareyi kapsar' eylemdeki teoremini benimseyemediği için dikdörtgen ile kare arasında özellik temelinde bir ilişki kuramadığı söylenebilir. Dahası bu öğrencilerin dikdörtgen enstrümanlı eylem şemasında 'bir özelliğin başka bir özelliği garantilemesi' ve 'bir şekil sınıfının diğerini kapsaması' eylemdeki kavramları yerine 'üreticinin imkanları' eylemdeki kavramı yer almaktadır. Bu ise dikdörtgen üreticinin kareyi de üretebilmesi durumunu dikdörtgenin özelliklerine değil üreticinin imkanlarına bağladıklarını bu sebeple kare ile dikdörtgeni ayık sınıflara yerleştirdiklerini göstermektedir.

5.3. Öğretimde Kullanılan Enstrümantal Orkestrasyonlara Yönelik Bulgular

Toplamda iki hafta süren öğretim sürecinde, araştırmacı, öğretmen rolünde sürece dahil olmuştur. Bu sebeple alan yazında yer alan ve ilgili etkinliğin uygulanmasında yararlı olacağı düşünülen orkestrasyon türlerine öğretim öncesinde karar verilmiştir. Ancak bazı etkinlikler uygulanırken, planlanan bu orkestrasyonlara ek olarak planlanmamış olan ancak yine de süreç içerisinde kullanılan farklı (alan yazında yer alan) orkestrasyon türlerinin olduğu görülmüştür.

Uygulamada öğrencilerin şekil üreticilerine yönelik enstrümantal oluşumlarını desteklemek ve incelemek amacıyla altı farklı türde etkinlik kullanılmıştır. Üçgenlerin sınıflandırılmasını içeren derslerde *şekil üreticileri tanıyalım, bunu yapabilir misin, tahmin & kontrol* ve *şekillerin özellikleri* etkinliklerine ek olarak *yeni bir üçgen türü* etkinliği, dörtgen derslerinde ise bu etkinliklerden ilk dördüne ek olarak *bilmeceler* etkinliği kullanılmıştır. Bu etkinliklerin kullanım sırası yöntem bölümünde verilmiştir (bakınız, Tablo 5, s. 67). Etkinliklerin kullanımını tekrarlı bir yapıda gerçekleştirildiğinden bir ders süresi içinde birden fazla etkinlik türünün kullanımı söz konusu olmuştur. Bu sebeple orkestrasyonlara ilişkin bulgular öğretim bölümlerine göre değil her bir etkinlik türüne göre sunulmuştur.

5.3.1. “Şekil üreticileri tanıyalım” etkinliğinde kullanılan enstrümantal orkestrasyonlar. Üçgen üreticileri tanıyalım etkinliğinde öğrencilerin üçgen üreticinin tüm üçgenleri üretebilmeye imkan tanıyan yapısını, eşkenar üçgen ve ikizkenar üçgen üreticinin kenarlarındaki kısıtlarını, geniş açılı ve dik açılı üçgen üreticinin bir köşesindeki kısıtı fark etmesi; dörtgen üreticileri tanıyalım etkinliğinde ise yamuk üretici tüm dörtgenleri üretebilmeye imkan tanıyan yapısını, kare üreticinin kısıtlarını ve bazı üreticilerin farklı türdeki dörtgenleri de üretebildiğini gözlemlemesi ve bu etkinlik çerçevesinde tüm üreticilere yönelik serbest inceleme yapması amaçlanmıştır.

Bu etkinliğin uygulanmasında öğretmenin görevi akıllı tahtayı kullanarak etkinliği

açıklamak, sıraların arasında dolaşarak öğrencilerden gelen soruları yanıtlamak, onlara rehberlik etmek ve öğrencileri inceleme yapmaları için serbest bırakmaktır. Öğrencilerin görevi ise ilgili dosyadan kullanılacak olan etkinliği açarak üreticileri köşe noktalarından hareket ettirerek incelemektir. Bu etkinlik türünde ilk olarak üçgen üreticiler, dörtgen derslerinin başında ise dörtgen üreticiler kullanılmıştır. Ekranda üreticilere ait herhangi bir ölçüm verilmemiştir.

Üçgen üreticileri tanıyalım etkinliğinde öğretmen öncelikle akıllı tahtaya bağladığı bilgisayara geçip tüm sınıfa “şimdi üçgenler klasörü var onu açıyorsunuz üçgen üreticileri tanıyalıma çift tıklıyorsunuz, böyle bir ekran gelecek karşınıza” şeklinde açıklama yaparak eş zamanlı olarak akıllı tahtada etkinliğin nasıl açılacağını göstermiştir (teknik destek orkestrasyonu). Ardından tüm sınıf kendi bilgisayarlarından aynı işlemi yapmıştır.

İkinci grup program ilk açıldığında çıkan bilgilendirmeye anlam veremediğinden “öğretmenim böyle bişey çıktı” diyerek öğretmene seslenmiştir. Öğretmen “tamam o gitçek birazdan” diyerek yanlarına geldiği esnada grup şans eseri ekranda boş bir yere tıklayarak bilgilendirmeyi kapatmıştır. Ardından öğretmen aynı durumda olan bir başka grubun yanına giderek ekranın boş bir kısmına tıklamış ve bilgilendirmeyi kapatmıştır (teknik destek orkestrasyonu). Sıraların arasında dolaşarak herkesin doğru etkinliği açtığına emin olduktan sonra tahtaya geçen öğretmen “şimdi arkadaşlar burda yapmanız gerekeni önce ben şurdan göstericem herkes tahtaya baksın bi herkes tahtaya” diyerek sınıfın dikkatini çekmiştir.

Ardından “mouse olanlar için sıkıntı değil mouse olmayanlar için söylüyorum” diyerek faresi olmayan bir grubun yanına gitmiş ve touchpad kullanılarak üreticileri nasıl hareket ettirmeleri gerektiğini göstermiştir (teknik destek ve teknik gösterim orkestrasyonu). Öğretmen herkesin üreticileri köşe noktalarından tutup sürükleyebildiğine emin olduktan sonra tekrar akıllı tahtanın önüne gitmiş ve tüm sınıfın dikkatini kendisine vermesini söyleyerek açıklamasına devam etmiştir. Bu esnada sınıfta geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

Öğretmen: Bunların her birisi üçgen üreten araçlar, mesela eşkenar üçgen üretici sizin bütün eşkenar üçgenleri üretmenize yardımcı oluyor, mesela istersek tüm kenarları 3cm olsun istersek 6 olsun ya da pozisyonu farklı olsun yani ekrana sığıdığı sürece aklınıza gelebilecek bütün eşkenar üçgenleri üretiyor eşkenar üçgen üretici

Ö8: Hocam ben eşkenar üçgen yaptım

Öğretmen: Tamam önce benim söylediğimi dinleyin yoksa sonrasında kaçırsınız dersi tamam mı bakın bunlar çok önemli

Ö8: Tamam hocam

Öğretmen: Geniş açılı üçgen üretici mesela, geniş açılı üçgen üretici ile aklınıza gelebilecek bütün geniş açılı üçgenleri üretebiliyorsunuz tamam ve bu üreticilerin her birisi ürettiği şekle kendi ismini veriyor, yani ben mesela geniş açılı üçgen üretici ile bir şekil ürettiysem ve o sanki bana geniş açılı gibi değil de ikizkenar gibi görünüyorsa bile ben o üçgene geniş açılı üçgen diyebilirim çünkü geniş açılı üçgen üretici ile üretebildim, bunu da anladık mı?

Sınıf: Evet

Ö14: Öğretmenim bişey sorabilir miyim?

Öğretmen: Evet

Ö14: Bu geniş açılı üçgen üreticiyi böyle dik gibi yapsak o yine geniş açılı üçgen mi oluyor?

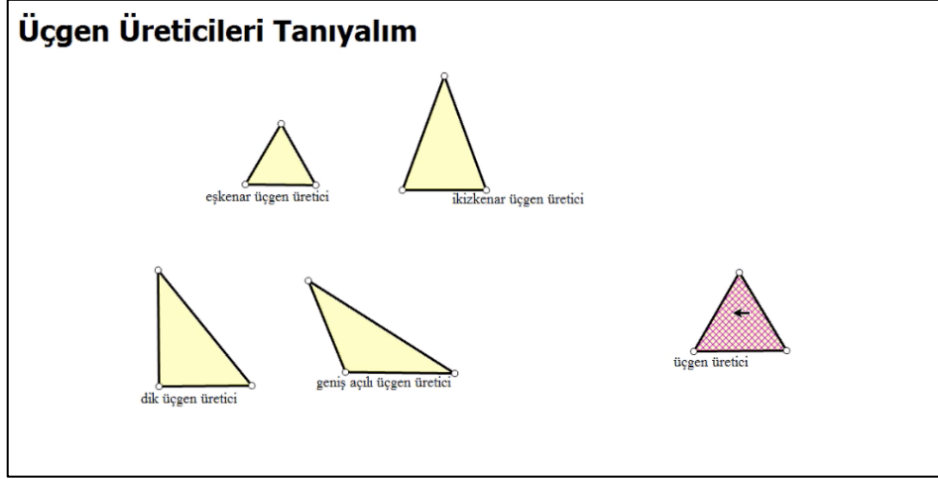
Öğretmen: Aynen öyle, işte bu, biz görsel olarak onunla dik üçgen gibi bir şey oluşturursak bile o oluşturduğumuz şekle geniş açılı üçgen diyeceğiz çünkü geniş açılı üçgen üretici onu üretiyor.

Yapılan açıklamalar bu aşamada ekranı açıklama orkestrasyonunun kullanıldığını göstermektedir. Açıklamanın ardından sınıfa üreticileri köşe noktalarından tutup büyütüp küçülterek hareket ettirmeleri için süre tanıyan öğretmen sıraların arasında dolaşarak öğrencilerin ekranda yaptıkları işlemleri takip etmiş ve gelen soruları cevaplamıştır (yürüyerek çalışma orkestrasyonu). Örneğin Ö8 “hocam yani üçgen üretici ile burdaki dört tane şeyi (diğer üreticileri kastediyor) yapabilir miyiz?” diye sormuş ve öğretmen deneyerek kendisinin karar vermesini söyleyince “şimdi ben bunu buraya alcam” diyerek üçgen üreticiyi tümüyle ekranın boş bir kısmına taşımıştır (Şekil 250). Aynı işlemi diğer birkaç grubun da yaptığını fark eden öğretmen tekrar akıllı tahtanın yanına geçmiş ve “bir de şunu göstereyim

çocuklar bi de şuna bakın hemen” diyerek sınıfın dikkatini çekmiş ve akıllı tahtada üreticilerden birini tutup başka bir yere taşıyarak “şekli tamamen taşımak istiyorsanız şeklin ortasına getirip tutup çekiyorsunuz” açıklamasını yapmıştır (teknik gösterim orkestrasyonu).

Şekil 250

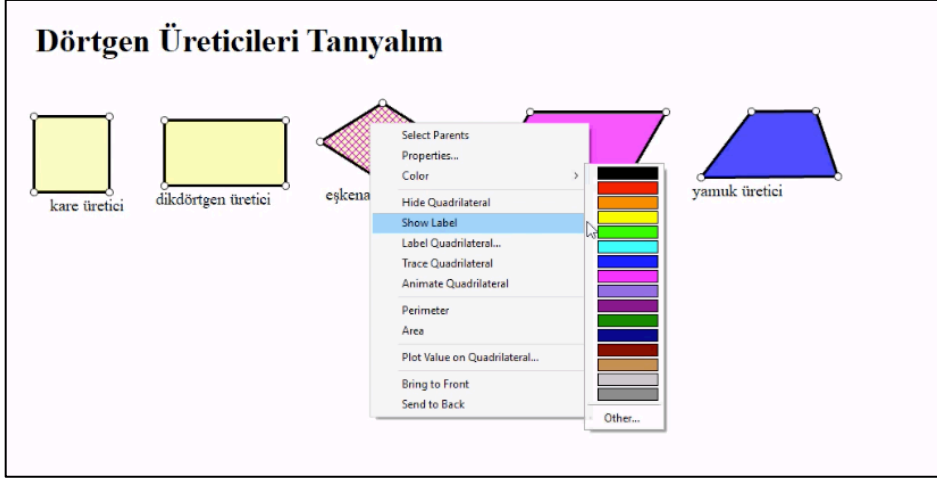
Dördüncü grubun üçgen üreticileri tanıyalım etkinliği ekran kaydından bir kesit



Bu etkinlik türünün dörtgen dersleri için hazırlanan kısmında öğrenciler yine kendi bilgisayarlarından ilgili etkinliği açmakla görevlendirilmiştir. Öğretmen üçgen konusundaki son etkinlik bittikten sonra çalışma yapraklarını toplarken “programı kaydetmeden kapatın ekran kayıtlarını oynamayın” uyarısında bulunmuş ardından “dörtgenler klasöründen dörtgen üreticileri tanıyalımı açıyoruz” diyerek sınıfa hangi etkinliği açmaları gerektiğini söylemiştir. Öğretmen sıraların arasında dolaşarak doğru etkinliğin açılıp açılmadığını kontrol ederken sınıftan “açtım öğretmenim, açtık, açtık hocam” gibi geri dönüşleri duyunca “tamam şimdi bunları inceliyoruz üçgen üreticileri incelediğimiz gibi” diyerek etkinliğin amacını belirtmiştir. İkinci gruptan bir öğrenci etkinliği açınca “ben renk değiştirecem tamam mı” diyerek üreticileri farklı renge boyamaya başlamıştır (Şekil 251). Öğretmen grubun ekranda etkinlik dışı faaliyetlerde bulunduğunu görünce “ama onları öyle değiştirmeyin, işimiz o değil, sonra diğer derslerde geride kalırsınız” diyerek grubu uyarmıştır.

Şekil 251

İkinci grubun dörtgen üreticileri tanıyalım etkinliği ekran kaydından bir kesit



Etkinlik süresince sıraların arasında dolaşarak öğrencileri takip eden öğretmen bazı grupların etkinliğin amacı dışında uğraştıklarını görünce tahtanın önüne geçerek (Şekil 252) “çocuklar bu dörtgen üreticilerini oynayın derken resim çizin demiyorum, köşe noktalarından hareket ettirdiğinizde hangi şekilleri çizebiliyor onu araştıracağız, mesela kare üretici ile nasıl şekiller çizebilirsiniz, mesela dikdörtgen üretici ile kare yapabilir misiniz öyle araştırın” açıklamasında bulunmuştur.

Şekil 252

Dörtgen üreticileri tanıyalım etkinliği video kaydından bir kesit



Bu etkinlik türünün uygulanmasında karşılaşılan sorunlara yönelik öğretim planında yer almayan bazı ek açıklamalar yapılmış ve spontane çözümler geliştirilmiştir. Daha önceki paragraflarda aktarıldığı üzere öğretim sürecinde öğrencilerden bazıları ekranda etkinlik dışı eylemlerde bulunmuş ve üreticiler üzerinde değişiklik yapmıştır. Bu durumlarda öğretmen

önce etkinlik dışı çalışan grubu uyarmış sonra da tahtada tüm sınıfa tekrardan etkinliğin amacını hatırlatan açıklamalarda bulunmuştur. Ayrıca mouse bulunmayan dizüstü bilgisayarlarda, üreticilerin köşe noktalarının tutulup sürüklenmesi için klavyenin altındaki tuşların nasıl kullanılacağına gösterilmesi karşılaşılan bu teknik sorun için geliştirilen spontane bir çözümdür.

5.3.2. “Bunu yapabilir misin?” etkinliğinde kullanılan enstrümantal

orkestrasyonlar. Bu etkinlik uygulanırken öncelikle öğrenciler ilgili klasörden etkinlik dosyasını açmış ve dağıtılan çalışma yapraklarını incelemiştir. Öğretmen etkinliğin nasıl ilerleyeceğine dair ayrıntılı bir açıklama yaparak çalışma yapraklarının da doldurulmasını istemiştir. Etkinliğe ait çalışma yaprağında öğrencilerin hangi üreticiyi hangi şekil için kullandıklarını ve neden bu seçimi yaptıklarını belirtmeleri gereken kısımlar bulunmaktadır (bakınız, Şekil 17, s. 81).

Bunu yapabilir misin? (üçgenler) etkinliğinde öğretmen öncelikle akıllı tahtada hangi etkinliğin açılacağını göstermiş (Şekil 253) ve öğrencilerin kendi bilgisayarlarından aynı etkinliği açmalarını istemiştir. Sonrasında sıraların arasında dolaşarak doğru etkinliğin açılıp açılmadığını kontrol etmiştir (yürüyerek çalışma orkestrasyonu). Herkesin doğru etkinliği açtığına emin olduktan sonra sınıfın dikkatini toplamış ve “bu üçgen üreticileri ile aşağıdaki sarı resmi çizmeye çalışacaksınız, ama kullandığınız bir üreticiyi bir defa kullanabiliyorsunuz, bir daha onu kaldırıp başka bir şeyin üzerine koyamıyorsunuz, yani öyle seçmeniz lazım ki elinizdeki beş tane üçgen üretici ile aşağıdaki sarı resimdeki beş üçgeni çizmiş olmanız lazım” açıklamasını yapmıştır (ekranı açıklama orkestrasyonu).

Şekil 253

Bunu yapabilir misin? (üçgenler) etkinliği video kaydından bir kesit



Bu etkinlik türünde öğrenciler hangi üreticiyi kullanacakları konusunda serbest bırakılmıştır. Ayrıca karar verme sürecinde gruptaki öğrenciler arasında fikir alışverişinde bulunma durumu söz konusudur. Aşağıdaki diyalog bu duruma bir örnek olarak sunulmuştur.

Ö4: (geniş açılı üçgen üreticiyi işaret ederek) bu da yapabilir onu, bununla bunu (D'yi) yapabiliriz

Ö3: (ikizkenar üçgen üreticiyi bırakarak) yürü git o zaman, sen gel yavrucuğum

...

Ö4: A şekli için ikizkenar kullanıyoruz

Ö3: Çünkü onu uyumlu gördük (ardından üçgen üretici ile C'yi çizmiştir) Bak bişey yaptım, bak

Ö4: Aaa çok güzel

Ö3: (B'yi eşkenar üçgen üretici ile çizmeye çalışırken) neden olmuyor, ya yapamıyorum, şunu yapıcım (dik üçgen üreticiyi E'ye taşımıştır)

Ö4: (Ö3 üreticiyi şekle tam oturtmadan bırakınca) yaaa olmadı ki bu, versene bi

Ö3: Al yorulдум zaten

Ö4: (bir süre uğraştıktan sonra) bu olmuyor çünkü dik açılı

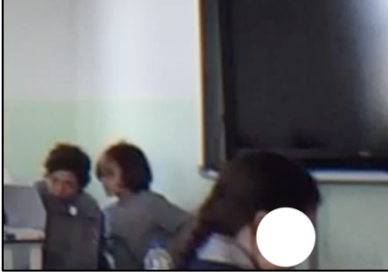
Bu diyalog ışığında bu etkinlik türünde öğrenci seçimi teknoloji ve işbirlikli problem çözme orkestrasyonlarının da kullanıldığı söylenebilir.

Uygulama esnasında Ö16 “hocam ben bunu açamıyorum ya takılıyo” diyerek öğretmeni yanına çağırmıştır. Grubun kullandığı dizüstü bilgisayarın dokunmatığında yaşanan sorun öğrencilerin etkinliğe devam etmesini engellediğinden öğretmen grubu akıllı tahtaya bağlı olan bilgisayara geçirmiş ve bilgisayar ile akıllı tahtanın bağlantısını kesmiştir (Şekil

254). Bu sayede sınıfın grubun yaptığı işlemleri kopyalamasının önüne geçilmiştir.

Şekil 254

Bunu yapabilir misin? (üçgenler) etkinliği video kaydından bir kesit

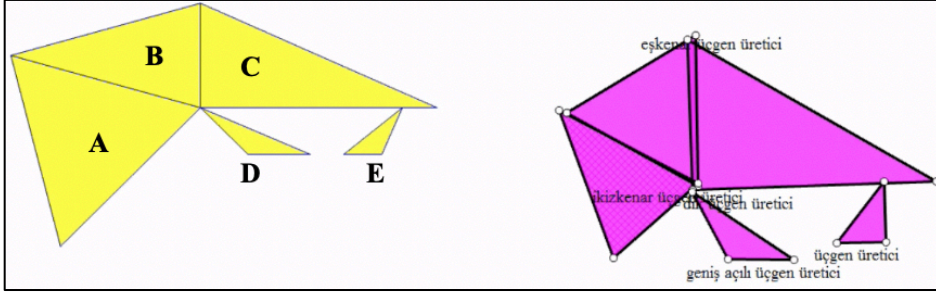


Beklenmeyen bu soruna karşı geliştirilen spontane çözüm dikkate alındığında bu etkinlik için planlanmayan teknik destek orkestrasyonunun uygulama esnasında ortaya çıktığı söylenebilir. Benzer bir durum bunu yapabilir misin? (dörtgenler) etkinliğinde de ortaya çıkmıştır. Altıncı grubun bilgisayarında yaşanan teknik bir arıza sebebiyle öğretmen akıllı tahtaya bağlı olan bilgisayarı grubun masasına taşımıştır.

Bunu yapabilir misin? (üçgenler) etkinliği uygulanırken Ö8 öğretmeni yanına çağırarak “hocam yaptım olmuş mu?” diye sormuş ve öğretmen grubun verilen şekli ekranın boş bir kısmına yeniden çizmeye çalıştığını görünce (Şekil 255) “arkadaşlar bu şeklin üstüne yapıyorsunuz, kenarda aynısını çizmeye çalışmıyorsunuz, sarı resmin üstüne pembe üçgen üreticileri taşıyarak yapıyoruz tamam” diyerek tüm sınıfı uyarmıştır. Uygulama esnasında öğretmenin bir grubun çalışmasını baz alarak etkinlik dahilinde kullanılan araçlara dair yapmış olduğu bu teknik açıklama, planlanmamış olan teknik gösterim orkestrasyonunun da kullanıldığını göstermektedir.

Şekil 255

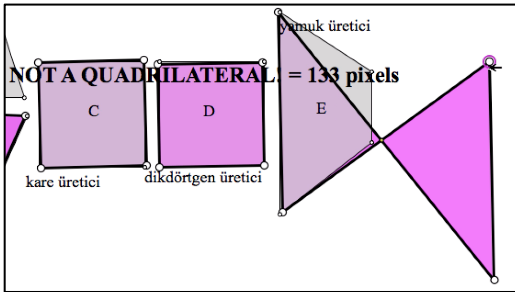
Dördüncü grubun bunu yapabilir misin? (üçgenler) etkinliği ekran kaydından bir kesit



Bunu yapabilir misin? (dörtgenler) etkinliğinin uygulandığı dersin ilerleyen kısmında yedinci ve altıncı grup dörtgen üreticilerini incelerken yamuk üreticiyi dörtgen olma özelliğini bozacak bir pozisyona (Şekil 256) getirince öğretmeni yanlarına çağırmıştır. Bunun üzerine öğretmen grubun yanına gitmiş ve üreticiyi düzelttikten sonra bu meselenin tüm sınıfı ilgilendirdiğini düşündüğü için sınıfa açıklama yapmıştır.

Şekil 256

Altıncı grubun bunu yapabilir misin? (dörtgenler) ekran kaydından bir kesit

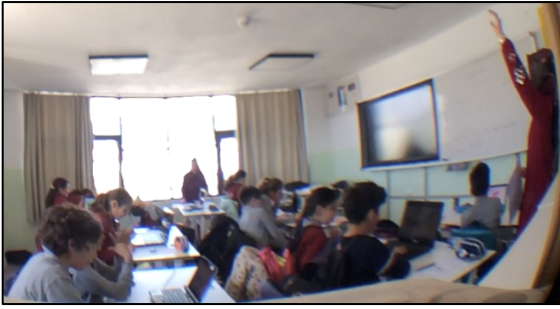


Açıklama öncesinde “şimdi beni bir dinleyin, herkes bana baksın, herkes kafasını kaldırabilir mi? bir bakın bana” diyerek elini yukarı kaldırmış (Şekil 257) ve yerini belirttikten sonra tüm sınıfın yapacağı açıklamayı dinlediğinden emin olmuştur. Sonrasında “üç tane kuralımız var dörtgen üreticiler ile oynarken, üç köşeyi aynı çizgi (doğru parçası, kenar) üstüne getirmiyorsunuz, dört köşeyi üst üste nokta olacak şekilde getirmiyorsunuz, sonra bir köşeyi tutup çapraz böyle kelebek (eliyle havada bir kelebek çizerek) yapacak şekilde yapmıyorsunuz, tamam mı?” şeklindeki açıklamasını yapmıştır (ekranı açıklama

orquestrasyonu).Yapılan açıklama ve sınıftaki bu süreç her ne kadar anlık gelişen bir durum gibi görünse de öğretmen uygulama öncesinde bu açıklamanın yapılması gerektiğine karar vermiş ancak ders başladığında hatırlatma yapmayı unutmuştur. Dolayısıyla burada sergilenen performans plan dışı bir orkestrasyona değil halihazırda planlanan orkestrasyona ait bir süreçtir.

Şekil 257

Bunu yapabilir misin? (dörtgenler) sınıf video kaydından bir kesit



5.3.3. “Tahmin & Kontrol” etkinliğinde kullanılan enstrümantal

orquestrasyonlar. Tahmin & kontrol etkinliğinin ilk kez kullanıldığı üçgenler dersinde, etkinliğe başlamadan önce öğretmen etkinlik için hazırlanan çalışma yapraklarını öğrencilere dağıtmıştır. Ardından akıllı tahtada ilgili etkinliğin nasıl açılacağını göstermiş ve etkinliği açıklamaya başlamıştır. Öğretmen “şimdi burada bi tane ikizkenar üçgen üretici var, aşağıda resimler var, öncelikle bu ikizkenar üçgen üreticinin aşağıdaki üçgenlerden hangisini çizebileceğini tahmin ediyorsunuz” dedikten sonra çalışma yapraklarından birini göstererek (Şekil 258) “diyelim ki eşkenar üçgen üretici birinci şekli çizer diye düşünüyorsanız E’ye bir işaret koyuyorsunuz evet (bu esnada E’yi parmağıyla bir yuvarlak içerisine almıştır), diğerine diyelim ki bence çizmez diye düşündünüz hayıra bir işaret koyuyoruz H yazıyor orada, tamam” demiştir (ekranı açıklama orkestrasyonu).

Şekil 258

Tahmin & kontrol-eşkenar & ikizkenar üçgen etkinliği video kaydından bir kesit



Bu açıklamanın ardından sınıftan “heee, tamam” şeklinde dönütler gelince öğretmen açıklamasına devam ederek “tahminlerinizi yaptınız bitirdiniz sonra denemeye başlıyorsunuz” dedikten sonra akıllı tahtada kontrolün nasıl yapılacağına dair bir örnek göstermiş (teknik gösterim orkestrasyonu) ve “eğer çizmiyorsa hayırı işaretliyorum sonrada neden çizmedi buraya (çalışma yaprağında ilgili yeri işaret ederek) yazıyorsunuz” demiştir.

Eşkenar üçgen ve ikizkenar üçgen arasındaki ilişkinin incelenmeye başladığı bu etkinlikte ekranda iki farklı pencere bulunmaktadır. Öğretmen “önce eşkenar üçgen üretici olan kısmı açıyorsunuz, şu alt kısımdan” diyerek akıllı tahtada pencerelerin nasıl seçileceğini ve pencereler arası geçişin nasıl yapılacağını göstermiş (Şekil 259), ardından yardım isteyen öğrencilerin yanına giderek bu tekniği tekrar göstermiştir (teknik destek orkestrasyonu).

Şekil 259

Tahmin & kontrol-eşkenar & ikizkenar üçgen etkinliği video kaydından bir kesit



Öğretmen açıklamasını bitirdikten sonra sıraların arasında dolaşarak öğrencilerin çalışmalarını incelemiştir. Bu esnada ihtiyacı olan öğrencilere bireysel açıklamalarda

bulunmuş gerekli yerlerde de tüm sınıfa açıklama yapmıştır (yürüyerek çalışma orkestrasyonu). Örneğin tahmin & kontrol-eşkenar & ikizkenar üçgen (bakınız, Şekil 32, s.111) etkinliğinde üçüncü gruptan Ö5 ikizkenar üçgen üretici için tahmin yürütürken öncelikle bu üreticiyle 1’i çizmeye çalışmış, her ne kadar tam çizmese de, üreticinin 1, 3 ve 6’yı üretebileceği yönünde tahmin yürütmüştür. Ö6 ise 1’i çizer ve 2’yi çizemez işaretlemiştir. Öğrenciler kontrole geçtiklerinde aralarında şu diyalog geçmiştir:

Ö6: 1 evet zaten

Ö5: (1’i çizince) Tamam

Ö6: 2 zaten olmaz doğuştan (diyerek 3’ü çizmeye çalışmış bu esnada) hiç uğraşmasak da 3 oluyo işte yaaa, oluyo (dediği anda çizebilmiştir), 2 oluyo mu?

Ö5: Denesek ya

Ö6: Bi dakika ya 2’yi ben boş bırakcam, hiç emin değilim (diyerek çalışma yaprağından tahminini silmiştir)

Bu esnada sınıf içerisinde dolaşan öğretmen diğer bazı gruplarda gördüğü bu durumu üçüncü grupta da görünce tüm sınıfa “çocuklar tahminlerinizi değiştirmiyorsunuz, kontrolde bulduklarınıza göre nedenler yazacaksınız, tahmini yazıp sonra değiştirmek olmaz” uyarısında bulunmuştur.

Bu etkinlik türü yapısı itibariyle üreticilerin verilen dörtgenlerden hangilerini üretebileceğini tahmin etme sonra da bu üreticiyle kontrol etmeyi gerektirmektedir. Kontrol doğrudan öğrenci ve yazılımla bağlantılı olup öğretmenin görevi sürece rehberlik etmek olduğundan etkinliğin uygulanmasında tahmin etme ve test etme orkestrasyonu kullanılmıştır. Bu orkestrasyonun kullanımına yönelik bir örnek ilerleyen paragrafta verilmiştir.

Tahmin & kontrol-kare & eşkenar dörtgen-paralelkenar etkinliğinde (bakınız, Şekil 111, s. 227) ikinci grup eşkenar dörtgen üreticinin verilen dörtgenlerin hepsini üretebileceği yöndeki tahminlerini çalışma yaprağına işaretledikten sonra kontrole geçmiştir. Bu esnada aralarında geçen diyalogun bir kısmı aşağıda verilmiştir.

Ö3: “6’yı çizer ama dimi?”

Ö4: Evet

Ö3: Hadi 6'yı da yap bitsin şu iş.

Ö4: (bir müddet eşkenar dörtgen üreticiyi inceledikten sonra) Bu nasıl olacak yaaa!

Ö3: Olucak işte,

Ö4: Olmuyo ki böyle,

Ö3: Ama olması lazım!

Ö4: Gıcık! Gıcık bu.

Ö3: (bir şey fark etmiş gibi bir ses tonuyla) olmıcaaaak!!!

Ö4: Nedeeen? Kenarları eşit işte,

Ö3: (6'yı işaret ederek) ama bak bunun da iki kenarı eşit iki kenarı eşit

Ö4: Ama tüm kenarların eşit olması lazım o yüzden mi olmuyor?

Ö3: Evet!

Bu diyalog grubun tahminlerini üreticiyle kontrol ederken doğrudan yazılımdan dönüt aldıklarını göstermektedir. Yani verilen dörtgeni çizememeleri üreticinin bir kısıtı sebebiyledir. Bunun üzerine düşünmek ve fikir alışverişinde bulunmak ise öğrencilerin şemalarının gelişmesine katkı sağlamıştır. Öğrencilerin sorunu çözmek için baş başa kaldıkları bu süreçte işbirlikli problem çözme orkestrasyonunun da kullanıldığı görülmüştür.

Dörtgen derslerinde ilk kullanılan tahmin & kontrol etkinliği kare ve dikdörtgen üreticiyle yapılmıştır. Bu etkinlikteki didaktik düzenlemede üçgenlerdekinden farklı olarak akıllı tahta kullanılmamıştır. Öğretmen “şimdi dörtgenler klasöründen tahmin kontrol kare dikdörtgeni açıyoruz” diyerek hangi etkinliğin açılması gerektiğini söylemiş ve öğrenciler kendi bilgisayarlarından ilgili etkinliği açmıştır. Öğretmen etkinlik boyunca sıraların arasında dolaşarak öğrencilere yardımcı olmuş ve öğrencilerin hatırlaması için dörtgen üreticileri kullanırken uyulması gereken üç kuralı da (kurallar için bakınız, s. 390) tahtaya yazmıştır. Şekil 260'da bu esnada sınıfın durumunu gösteren video kaydından bir kesit sunulmuştur.

Şekil 260

Tahmin & kontrol-kare & dikdörtgen etkinliği video kaydından bir kesit

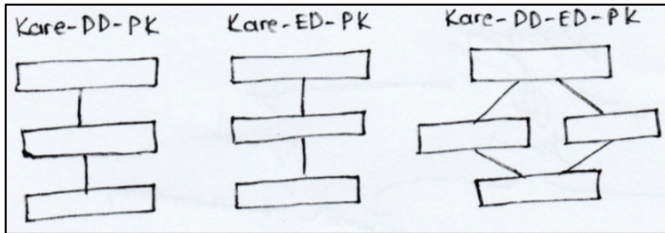


Bu etkinlik türünün kare-dikdörtgen-paralelkenar, kare-eşkenar dörtgen, kare-eşkenar dörtgen-paralelkenar, dikdörtgen-eşkenar dörtgen ve paralelkenar-yamuk için hazırlanan kısmında da benzer orkestrasyonlar kullanılmış ve planlanan haricinde kullanılan bir orkestrasyon türüyle karşılaşılmamıştır. Ancak etkinlikler arası geçişte planlanmayan bazı orkestrasyonların kullanıldığı görülmüştür. İlerleyen paragraflarda bu gibi durumlar için örnekler verilmiştir.

Tahmin & kontrol-dikdörtgen & eşkenar dörtgen etkinliği öncesinde öğrencilerin bilgisayarlarını kullanmadığı ve sınıfta akıllı tahtanın kullanılmadığı didaktik bir düzende öğretmen tahtaya daha önceki derslerde oluşturmuş oldukları üçlü yapıları tekrar çizmiştir (Şekil 261). Sonrasında öğrencilere bu yapıları nasıl doldurdıklarını sormuş ve sınıf ilk yapı için en alttan en üste doğru “kare, dikdörtgen, paralelkenar” demiştir. Bunun üzerine öğretmen bu yapı ile ilgili bazı sorular sorarak öğrencilerin bilgisini test etmiştir.

Şekil 261

Tahmin & kontrol-dikdörtgen & eşkenar dörtgen etkinliği yazı tahtası görüntüsü



Örneğin öğretmen “kare paralelkenar ailesinin üyesi midir?” diye sorunca sınıf “evet”

demiş, Ö1 nedenini açıklarken “çünkü paralelkenarla (paralelkenar üretici ile) kare yapılabilir” diyerek üreticinin imkanlarına dayalı bir açıklama yapmıştır. Öğretmen özellikleri düşünerek cevap vermesini isteyince Ö1 “kenarları uyumlu” demiştir. Bunun üzerine öğretmen “karenin tüm kenarlarının eşitken aynı zamanda karşılıklı kenarlarının da eşit olur mu?” diye sorunca sınıf “olur, evet” gibi cevaplar vermiştir. Öğretmen bu sebeple karenin paralelkenar ailesinin üyesi olduğunu ifade etmiştir.

Öğretmenin sınıftaki teknoloji olanaklarına rağmen yazı tahtası üzerinden öğretimsel açıklamalarda bulunduğu bu ortam, etkinlikler arası geçişte teknoloji kullanılmayan açıklama ve tahtada öğretim orkestrasyonlarının kullanıldığını göstermektedir.

Sınıfta Şekil 261’deki ikinci yapı da benzer şekilde doldurulduktan sonra öğrenciler bilgisayarlarını açmış ve tahmin & kontrol-dikdörtgen & eşkenar dörtgen etkinliğine başlamışlardır. Öğrenciler daha önce yapmış oldukları gibi etkinliği tamamladıktan sonra öğretmen tahtaya çizmiş olduğu üçüncü yapının (bakınız, Şekil 261, s. 403) bulunduğu çalışma yaprağını dağıtmıştır. Ardından öğrencilere bilgisayarlarında yapmış oldukları çalışmayla ilgili bazı sorular sormuştur. Bu sorulara örnek olarak sınıfta geçen diyalogun bir kısmı aşağıda verilmiştir.

Öğretmen: Dikdörtgen üretici neden eşkenar dörtgen üretemiyor?

Ö10: Çünkü öğretmenim ne kadar tüm kenarları eşit olma koşulunu sağlasa bile bazen eşkenar dörtgen dar açılı olabiliyor veya geniş açılı

Öğretmen: İşte bu, herkes duydu mu? dikdörtgen üretici neden eşkenar dörtgen üretemiyor? çünkü dikdörtgenin tüm açıları 90 derece olmak zorunda, bu yüzden dikdörtgen üretici eşkenar dörtgen çizmenize izin vermiyor, peki eşkenar dörtgen üretici neden dikdörtgen üretemiyor?

Ö11: Dikdörtgenin kenarları eşit değil

Öğretmen: Evet, eşkenar dörtgen üretici sadece tüm kenarları eşit şekiller üretiliyor, şimdi (tahtadaki üçüncü yapıyı işaret ederek, Şekil 13) dört tane dörtgeniniz var, bunlar nasıl yerleşmeli, kim kimi üretebiliyordu, kim kimin ailesindeydi, bu dördünü buraya yerleştireceksiniz, tamam

Bu diyalog ışığında, öğretimin teknoloji destekli bir ortamda akıllı tahta ya da dinamik araçlar (üreticiler) kullanılmadan, araçlara dayalı sorularla önemli matematiksel içeriği barındırdığı bu ortamda teknoloji kullanmadan teknolojiyi tartışma ve teknoloji kullanılmayan açıklama orkestrasyonlarının kullanıldığı söylenebilir.

5.3.4. “Şekillerin özellikleri” etkinliğinde kullanılan enstrümantal

orkestrasyonlar. İlk olarak üçgen derslerinde kullanılan bu etkinlikte öğretmen “üçgenlerin özellikleri dosyasından eşkenar üçgeni açacağız, eşkenar üçgen” deyince Ö10 “öğretmenim neye bascaz?” diyerek yardım istemiştir. Bunun üzerine öğretmen “eşkenar üçgen üreticiye, bir dakika” diyerek akıllı tahtaya geçmiş ve “şu dosyadan üçgenlerin özelliklerini inceleyelim açtınız, aşağıdan eşkenar üçgeni seçiyorsunuz” diyerek etkinliğin nasıl açılacağını göstermiştir (teknik gösterim orkestrasyonu). Ardından öğretmen “herkes eşkenar üçgeni açtı mı? tamam şimdi (eşkenar üçgen üreticiyi) oynatıp kenarlarının ve açılarının nasıl değiştiğini inceliyoruz” diyerek etkinliğin amacını açıkça belirtmiştir.

Her grup üçgenlerin özelliklerini inceleyelim etkinlik penceresinden sırasıyla eşkenar, ikizkenar ve üçgen üreticiyi hareket ettirerek ekrandan bu üçgenlere ait açı ve kenar ölçümlerini incelerken öğretmen çalışma yapraklarını da dağıtarak öğrencilerden bilgisayar ekranındaki gözlemlerini not etmelerini istemiştir. Öğrencilerden bazıları çalışma yapraklarına nasıl not alması gerektiğini anlayamayınca öğretmen akıllı tahtayı kullanarak bazı açıklamalarda bulunmuştur. Bu esnada sınıfta geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

Öğretmen: Buraya bi bakalım (alkış yaparak sınıfın dikkatini çektikten sonra), eşkenar üçgen üretici köşe noktalarından oynattığında (akıllı tahtada göstererek) uzunlukları farklı ya da açıları farklı şekiller üretebilir mi?

Sınıf: Hayır

Öğretmen: Her zaman için üç kenarı da eşit üç açısı da eşit üçgenler mi üretebilir?

Sınıf: Evet

Öğretmen: O zaman ben eşkenar üçgen üretici için sadece eşkenar üçgenler üretebilir diyebilir miyim?

Birkaç öğrenci: Hayır

Öğretmen: Neden? başka hangi üçgenler üretebilir?

Ö7: Dik üçgen

Öğretmen: Eşkenar üçgen üreticiyle bir dik üçgen üret bana tamam

Ö7: Tamam hocam

Öğretmen: Dene bakalım

Ö11: İkizkenar üçgen

Öğretmen: Eşkenar üçgen üreticiyle bir ikizkenar üçgen üret bakalım, üretin beni çağırın

Bu diyalog incelendiğinde ortak enstrümantal oluşumu geliştirmek amacıyla bilgisayar ekranında ne olduğu hakkında tüm sınıfın dahil olduğu bir tartışma ortamı oluşturulmaya çalışıldığı dolayısıyla ekranı tartışma orkestrasyonunun kullanıldığı söylenebilir. Öğrenciler incelemelerini bitirdikten sonra öğretmen yedinci grubun yanına gelerek dik üçgen üretip üretemediklerini kontrol etmiştir (Şekil 262). Grup eşkenar üçgen üreticiyi tekrar inceleyince bu üreticinin her zaman 60 derece açı ve eşit kenarlara sahip üçgenler ürettiğini fark ettiğinden öğretmenin “eşkenar üçgen üretici ile ürettiğiniz üçgenlerin açıları kaç derece?” sorusuna “60” ve “kenarlar? her zaman üç kenarı da birbirine eşit mi yoksa bazen değişiyor mu?” sorusuna “hayır eşit” cevabını vermiştir.

Şekil 262

Yedinci grubun üçgenlerin özelliklerini inceleyelim etkinliği video kaydından bir kesit



Sonrasında yedinci grup ekrandaki anlık ölçümleri yazmış olduğu çalışma yapraklarındaki notları silerek daha genel ifadelerle not almıştır. Şekil 263'te Ö7'nin çalışma yaprağından bir kesit sunulmuştur. İki kişilik öğrenci grubunun problem durumuyla baş başa

bırakıldığı ve öğrencilerin işbirlikli olarak çalıştığı bu süreçte işbirlikli problem çözme orkestrasyonunun kullanıldığı söylenebilir.

Şekil 263

Ö7'nin üçgenlerin özelliklerini inceleyelim-eşkenar üçgen çalışma yaprağı

EŞKENAR ÜÇGEN	
Kenarlar	Açılar
Her zaman iki'si eşit	Her zaman iki'si birbirine eşit

Öğretmen etkinlik süresince sıraların arasında dolaşarak yardım isteyen öğrencilerin sorularını cevaplandırmıştır. Yürüyerek çalışma orkestrasyonunun kullanıldığı bu ortamda gerçekleşen bir diyalog örneği ilerleyen paragraflarda verilmiştir.

Ö3 ikizkenar üçgen üreticinin iki eş kenarının birleştiği köşesini bir süre sürükledikten sonra bir eşkenar üçgen üretmiştir. Bu esnada eş olmayan kenarın uzunluğu hep sabit kalmıştır. Bunun üzerine Ö4 öğretmeni çağırarak,

Ö4: Burada biz şunu fark ettik, A ve B'nin uzunlukları (AB kenarı) sürekli aynı kalıyo burda, ama şey, diğerleri oynayabiliyor ikisi ama eşit oluyo.

Öğretmen: O zaman bazen iki kenarı eşit diyorsun bazen üç kenarı, bunu nasıl ifade edebilirsin?

Ö4: (bir süre düşündükten sonra) Bilmiyorum

Öğretmen: Mesela en az iki kenarı eşit olmak zorunda desem, uyar mı?

Ö4: Uyar.

Bu diyalogdan sonra grup çalışma yaprağına ikizkenar üçgen için *en az iki kenarı eşit*, notunu almıştır. Ardından açıları incelemiş ve “en az iki açısı birbirine eşit” dedikten sonra çalışma yaprağına bu şekilde not almıştır.

Sınıf incelemelerini bitirip çalışma yapraklarını doldurduktan öğretmen akıllı tahtada bazı önemli noktaları tekrar etmiştir. Öncelikle eşkenar üçgen üreticinin nasıl üçgenler ürettiği üzerine sınıfta bir tartışma ortamı oluşturan öğretmen ardından aynı süreci ikizkenar üçgen üretici için de yürütmüştür. Aşağıda verilen diyalog bu sürecin ikizkenar üçgen üretici

üzerinden nasıl işlediğini göstermektedir.

Öğretmen: İkizkenar üçgene geçiyorum, ikizkenar üçgen üretici ile bazen ikizkenar üçgenler yapıyorum bazen de tüm açılarını 60 dereceye sabitleyerek eşkenar üçgenler üretebiliyorum (dedikten sonra akıllı tahtada ikizkenar üçgen üretici ile eşkenar üçgen çizmiştir)

Sınıf: Evet

Öğretmen: En az kavramını biliyor muyuz? En az iki kenarı eşit olmak zorunda ne demek?

Ö13: En az iki tane kenarı eşit olacak üç tane de kenarı eşit olabilir

Öğretmen: İki de olabilir üç de olabilir demek, evet

Ö2: İkiden başlayarak sonsuza dek gidebilir

Öğretmen: Kimler anladı bunu?

Sınıf: Ben, ben, ben...

Öğretmen: (Tüm sınıfın gözlerine bakarak) Herkes anladı, en az iki kenarı eşit olayını anladık. Peki bu (tahtadaki eşkenar üçgen formunda olan ikizkenar üçgen üreticiyi işaret ederek) aynı zamanda en az iki açısı eşit olan üçgenler midir?"

Sınıf: Evet!

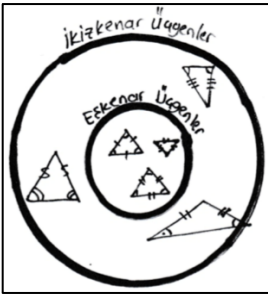
Öğretmenin akıllı tahtayı kullanarak iki farklı üreticiyi karşılaştırdığı bu tartışma ortamında amaç kolektif bir enstrümantal oluşumu desteklemek olduğundan bu süreçte aracı kullanarak tartışma orkestrasyonunun da kullanıldığı görülmüştür. Ayrıca bilgisayar ekranında meydana gelen şeylerin rehberlik ettiği bu süreçte öğretmen tarafından tüm sınıfa yapılan açıklamalar dikkate alındığında, açıklamaların tekniklerin ötesinde matematiksel içeriği barındırdığı bu ortamda ekranı açıklama orkestrasyonunun da kullanıldığı söylenebilir.

Bu sürecin ardından öğretmen tahtada geniş aile-çekirdek aile benzetmesi üzerinden ikizkenar-eşkenar üçgen arasındaki ilişkiyi açıklamıştır (ayrıntılı bilgi için, bakınız, s. 114). Bunun için öncelikle çekirdek ailenin bir üyesinin kan bağı sebebiyle aynı zamanda geniş ailenin de üyesi olacağını ifade etmiştir. Ardından ikizkenar üçgen üreticinin farklı türlerde/daha fazla üçgen üretebildiğini yani bu ailenin birçok elemanı olduğunu söyleyerek bu ailenin geniş mi yoksa çekirdek aile mi olduğunu sormuştur. Sınıf geniş aile olduğunu

söyleyince yazı tahtasına eşkenar üçgeni kapsayan bir ikizkenar üçgen kümesi çizmiştir (Şekil 264). Çekirdek ailenin geniş ailenin üyesi olmasını sağlayan kan bağıнын ikizkenar-eşkenar üçgen için özellikler demek olduğunu ifade ettikten sonra “eşkenar üçgenler ikizkenar üçgen geniş ailesinin bir üyesidir, çünkü eşkenar üçgenler üç kenarı eşitken aynı zamanda iki kenarın eşit olma şartını da sağlar” açıklamasını yapmıştır.

Şekil 264

İkizkenar üçgen & eşkenar üçgen aile ilişkileri şeması



Bazı öğrencilerin bu açıklamayı anlamadığını düşünen öğretmen bu durumu daha ayrıntılı olarak açıklamak için bir soru-cevap süreci yürütmüştür.

Öğretmen: Eşkenar üçgenlerin tüm kenarları eşitken aynı zamanda iki kenarı da eşittir diyebilir miyim?

Sınıf: Evet

Öğretmen: İki kenarın eşit olma şartı hangi üçgenin özelliği?

Sınıf: İkizkenar!

Öğretmen: İşte bu yüzden şöyle söyleyebilirim, ikizkenar üçgen ailesi eşkenar üçgen ailesini kapsar.

Bu sürecin sonunda öğretmen tahtaya eşkenar üçgen ile ikizkenar üçgenin hiyerarşik yapıda gösterimini çizmiş (bakınız, Şekil 36, s. 117) ve sınıfa bu çizimle ilgili bazı sorular sorarak bu iki üçgen türü arasındaki ilişkiyi tekrar etmiştir (ayrıntılı bilgi için, bakınız, s. 115). Öğretmenin teknolojik ortamda meydana gelen şey ile yazı tahtası gibi bir diğer ortamda bunun nasıl temsil edileceği arasındaki ilişkiye vurgu yaptığı bu süreç onun bağlantı-ekran-tahta orkestrasyonunu kullandığını göstermektedir. Ayrıca ekranda meydana gelen şeylerin ilgili matematiksel içerikle bağlantılı olarak açıklandığı ve ortak enstrümantal orkestrasyonun

geliştirilmesinin hedeflendiği bu süreçte rehberlik etme ve açıklama orkestrasyonunun da kullanıldığı söylenebilir.

Bu etkinlik türünün dörtgen dersleri için hazırlanan ilk kısmında öğrenciler kare üretici ve dikdörtgen üretici ile bu dörtgenlerin kenar, açı, köşegen ve paralellik özelliklerini incelemiştir. Bunun ardından öğretmen yazı tahtasına bir kare ve bir dikdörtgen çizerek bu iki dörtgen arasındaki ilişkiyi açıklamıştır (Şekil 265). Bu esnada sınıfta geçen diyalog ilerleyen kısımda verilmiştir.

Şekil 265

Dörtgenlerin özelliklerini inceleyelim video kaydından bir kesit



Öğretmen: Dikdörtgen üretici ile hem dikdörtgen hem de kare üretebildiniz, kare üretici ile sadece kareler üretebildiniz, o halde hangisi geniş hangisi çekirdek aile?

Sınıf: Dikdörtgen geniş, kare çekirdek aile!

Öğretmen: Karenin tüm açıları 90 derece ve tüm kenarları eşit, dikdörtgenin tüm açıları 90 derece ve karşılıklı kenarları eşit, o zaman fark nerede?

Ö1: Kenarlarda

Öğretmen: Peki tüm kenarlar eşitken ben aynı zamanda bunun (kareyi işaret ederek) karşılıklı kenarları da eşit diyebilir miyim?

Sınıf: Eeeet, hayır

Öğretmen: (tahtaya çizdiği karenin kenar uzunluklarını da yazdıktan sonra) tüm kenarları eşit midir?

Sınıf: Eeeett!

Öğretmen: (karşılıklı kenarları işaret ederek) Bunlar eşit midir?

Sınıf: Eeeet!

Ö1: Evet (karşılıklı kenarlar) hem paraleldir hem de eşittir

Öğretmen: Tüm kenarlar eşitken aynı zamanda karşılıklı kenarları eşit diyebiliyor muyum?, bu neyin özelliği?

Sınıf: Dikdörtgenin

Öğretmen: Dolayısıyla kare dikdörtgen olma şartını sağlar mı?

Sınıf: Sağlar, hıh hıh, evet

Öğretmen: O zaman kareye dikdörtgen ailesinin bir üyesi diyebilir miyim?

Sınıf: Evet

Öğretmen: Peki dikdörtgen ailesi mi kare ailesini kapsar kare ailesi mi dikdörtgen ailesini kapsar?

Sınıf: Dikdörtgen kareyi

Bu diyalog incelendiğinde, öğretmenin üreticilerin hareket kabiliyetlerini akıllı tahtayı kullanmadan sorgulattığı yani teknolojiyi kullanmadan araçlara yönelik bir tartışma ortamı oluşturduğu dolayısıyla teknoloji kullanmadan teknolojiyi tartışma orkestrasyonunu kullandığı söylenebilir. Ayrıca öğretmen bu süreçte gerekli yerlerde üreticileri değil geometrik şekilleri baz alan öğretimsel açıklamalarda bulunmuştur. Teknolojik araçlara erişimin mümkün olduğu ancak kullanılmadığı bu ortamda öğretmenin yapmış olduğu öğretimsel açıklamalar onun teknoloji kullanılmayan açıklama orkestrasyonunu kullandığını göstermektedir.

Paralelkenar, eşkenar dörtgen ve yamuğun özelliklerinin incelendiği diğer etkinliklerde ve kare-dikdörtgen-paralelkenar, kare-eşkenar dörtgen, kare-eşkenar dörtgen-paralelkenar, dikdörtgen-eşkenar dörtgen, paralelkenar-yamuk arasındaki ilişkilerin incelendiği etkinlikler arası geçiş evrelerinde bu başlık altında bahsi geçen orkestrasyonlar kullanılmıştır.

5.3.5. “Yeni bir üçgen türü” etkinliğinde kullanılan enstrümantal

orkestrasyonlar. Bu etkinlik türünün uygulandığı ilk derste öğretmen “üçgenler dosyasından yeni bir üçgen türünü açıyoruz” dedikten sonra bazı öğrenciler dosyada aynı isimde ancak farklı harflerle belirtilen etkinlikleri (Şekil 266) görünce “A mı K mı?, öğretmenim hangisi?” gibi sorular sormuştur.

Şekil 266

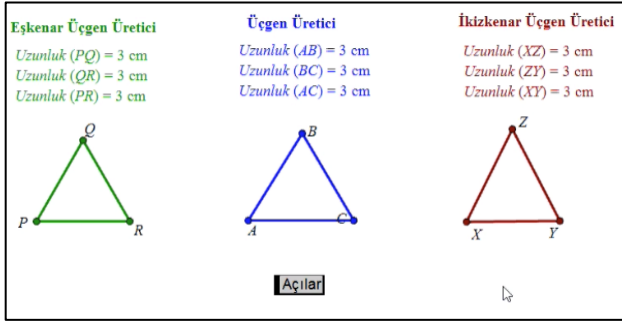
Üçgenler dosyasında yer alan etkinlikler

Ad	Değiştirme tarihi	Tür	Boyut
Bunu Yapabilir Misin - Üçgenler	31.1.2019 11:58	Sketchpad Docum...	13 KB
Tahmin&Kontrol-Eşkenar&ikizkenar	30.12.2018 11:12	Sketchpad Docum...	29 KB
Üçgen Üreticileri Tanıyalım	31.1.2019 11:54	Sketchpad Docum...	8 KB
Üçgenlerin Özelliklerini İnceleyelim	31.1.2019 12:02	Sketchpad Docum...	39 KB
Yeni Bir Üçgen Türü-A	31.1.2019 12:04	Sketchpad Docum...	10 KB
Yeni Bir Üçgen Türü-K	31.1.2019 12:03	Sketchpad Docum...	11 KB

Bunun üzerine öğretmen “yeni bir üçgen türü K yazanı açıyoruz” dedikten sonra akıllı tahtada ilgili etkinliği (Şekil 267) açarak “şu, ekrana gelecek” demiştir. Ardından “sizden istediğim eşkenar üçgen üretici ve ikizkenar üçgen üretici ile üretilemeyen ama üçgen üretici ile üretilebilen üç tane üçgeni not almanız, mesela bakın ben üçgen üretici ile şöyle bir üçgen çizdim uzunluklara bakın” diyerek akıllı tahtada üçgen üretici ile çizdiği kenar uzunlukları 3, 4, 5 cm olan üçgeni işaret etmiştir.

Şekil 267

Yeni bir üçgen türü-K etkinliği ekran görüntüsü



Öğretmen eşkenar üçgen üreticinin ürettiği üçgenlerin tüm kenarlarının eşit olması gerektiği için, bu üçgeni çizemeyeceğini belirttiikten sonra “peki ikizkenar üçgen üretici ile bu üçgeni çizebilir miyim?” diye sormuş, sınıf “hayır” dedikten sonra Ö12 nedenini “(ikizkenar üçgen üreticinin ürettiği üçgenlerin) iki kenarı eşit olmalı” ifadesiyle açıklamaya çalışmıştır. Bunun üzerine öğretmen “evet işte sizden bulmanızı istediğim üçgenler bunun gibi olanlar” diyerek öğrencileri inceleme yapmaları için serbest bırakmıştır.

Bu aşamada öğretmenin akıllı tahta aracılığıyla etkinliğin nasıl açılacağını göstermesi

teknik gösterim orkestrasyonunun kullanıldığını göstermektedir. Ayrıca öğretmenin akıllı tahtayı kullanarak etkinliğin nasıl yapılacağını açıklarken ekranda meydana gelenleri matematiksel içerikle bağlantılı olarak açıklaması bu aşamada ekranı açıklama orkestrasyonunun da kullanıldığını göstermektedir.

Bu etkinlikte ikili grup biçiminde çalışan öğrenciler kendi aralarında fikir alışverişinde bulunarak etkinliği tamamlamaya çalışmıştır. Bu açıdan istenilen üçgenleri bulma sürecinde grup olarak çalışılan bu ortamda işbirlikli problem çözme orkestrasyonunun kullanıldığı söylenebilir. Örneğin üçüncü grubun üçgen üretici ile 2, 4, ve 5 cm uzunluklara sahip bir üçgen çizdikten sonra aralarında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

Ö6: 2, 4, 5 yapabilir miyiz?

Ö5: Yapamayız

Ö6: (ikizkenar üçgen üreticiyle denedikten sonra) Bence de yapamayız (eşkenar üçgen üreticiyle denedikten sonra) Olmuyo

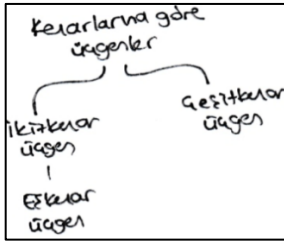
Ö5: (başka bir üçgen ürettikten sonra) Oldu, yaptım

Ö6: 6, 4, 8

Sınıf çalışma yapraklarına üç farklı üçgenin ölçümlerini not aldıktan sonra öğretmen doldurdıkları tabloya bakarak bu yeni üçgen türünün kenar ve açı özelliklerinin nasıl olduğunu not almalarını istemiştir. Ardından öğretmen “bu yeni üçgene hangi ismi vermeliyiz, ne desek uygun olur?” diye sormuş ve sınıf yeni üçgen türünün farklı uzunlukta kenarlara sahip olması sebebiyle “farklı, çeşitli, değişken” gibi isimler önermiştir. Bunun üzerine öğretmen bu yeni üçgenin matematikte daha önce tanımlandığını ve çeşitkenar üçgen olarak isimlendirildiğini ifade etmiştir. Ardından yazı tahtasına geçerek kenarlarına göre üçgenler yapısını çizmiş (Şekil 268) ve çeşitkenar üçgenin bu yapıdaki yerini göstermiştir.

Şekil 268

Kenarlarına göre üçgenler için yazı tahtasına çizilen yapı

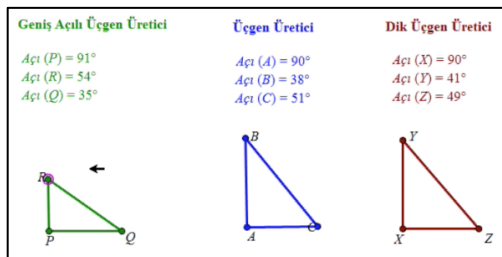


Öğretmen bu yeni üçgen türünün neden ikizkenar ve eşkenar üçgenden ayrı bir yere konumlandırıldığını sorduğunda Ö11 “ikizkenar ve eşkenar üçgenden çeşitkenar üretilemiyor” ve Ö10 “çünkü eşkenar ve ikizkenarda iki tane açısı aynı ama çeşitkenarın hiçbir açısı aynı olmaz” cevabını vermiştir. Öğretmenin sınıftaki teknoloji olanaklarına rağmen yazı tahtası üzerinden açıklama yaptığı bu ortamda tahtada öğretim orkestrasyonunun kullanıldığı söylenebilir.

Bu etkinliğin açılarına göre üçgenler için hazırlanan kısmında öğrenciler üçgen üreticiyi rastgele büyütüp küçülterek bazı üçgenler elde etmiş ardından geniş açılı ve dik açılı üçgen üretici ile bu üçgeni çizip çizemeyeceklerini kontrol etmişlerdir. Örneğin birinci grup önce üçgen üretici ile dik açılı bir üçgen çizmiş (Şekil 269) sonra da geniş açılı üçgen üretici ile bu üçgenin çizilip çizilemeyeceğini kontrol etmiştir. Öğrencilerin açı ölçümlerini temel alarak yapmış oldukları bu deneme yanılma süreci doğrudan öğrenci ile yazılım arasında gerçekleştiğinden bu aşamada tahmin etme ve test etme orkestrasyonunun kullanıldığı söylenebilir.

Şekil 269

Birinci grubun yeni bir üçgen türü-açılarına göre üçgenler ekran kaydından bir kesit



Etkinlik esnasında öğrenciler inceleme yaparken öğretmen sıraların arasında dolaşarak hem gelen soruları yanıtlamış hem de öğrencilerin ekranda yaptıklarını incelemiştir.

Öğrencilerden gelen sorular sadece grubu ilgilendiriyorsa gruba açıklama yapan öğretmen sınıfı ilgilendiren durumlarda açıklamayı tüm sınıfa yapmıştır. Yürüyerek çalışma orkestrasyonunun kullanıldığını gösteren bu durumlardan birine ait örnek ilerleyen paragraflarda verilmiştir.

Ö3 üçgen üretici ile dar açılı (ve açıları farklı) ancak eş kenarlı bir üçgen çizmiş “eşkenar herhalde (diğer üreticilerle) olmuyor” diyerek diğer üreticileri incelemeye başlamıştır. Bu esnada öğrencilerin arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

Ö4: Dar açılı olması lazım

Ö3: Bak bu (dik açılı üçgen üreticinin dik açılı köşesi) bu tarafa doğru gitmiyor, bu (geniş açılı üçgen üreticinin geniş açılı köşesi) da bu tarafa doğru gitmiyor

Ö4: (o esnada öğretmenin yanlarına geldiğini fark edince) Hocam bişey sorucam

Öğretmen: (ekrandaki eşkenar ama farklı açılı üçgeni görünce sınıfa dönerek) Bir de şuna dikkat edin, bazılarının mesela tüm kenarları eşit çıkmış ama açılar farklı, bu programın bir hatası maalesef. Ama siz biliyorsunuz ki eşkenar üçgenlerin hem açıları hem de kenarları aynı olmak zorunda, tamam mı ona göre düzenleyelim

Ö4: Doksan dereceyi geçmemesi gerekiyor dimi mi?, doksanda olmaması gerekiyor

Öğretmen: Evet çok güzel bir tespit, peki nasıl olması lazım o zaman?

Ö4: Doksan dereceden küçük olması gerekiyor

Bu etkinlikte üreticilerin ölçümlerinin ondalık kısımları gizlenmiştir. Bu sebeple eşit kenarlı bir üçgenin eşit açılı gibi görünmediği durumlarla karşılaşmaktadır. Grup bu durumla karşılaşınca öğretmen diğer öğrencilerinde karşılaşabileceğini düşündüğü için tüm sınıfa “bir de şuna dikkat edin, bazılarının mesela tüm kenarları eşit çıkmış ama açılar farklı, bu programın bir hatası maalesef, ama siz biliyorsunuz ki eşkenar üçgenlerin hem açıları hem de kenarları aynı olmak zorunda” açıklamasını yapmıştır. Bilgisayar ekranında meydana gelen beklenmedik durumlara dair tüm sınıfa yapılan ve matematiksel içeriği de barındıran açıklamaların yapıldığı bu aşamada ekranı açıklama orkestrasyonunun kullanıldığı

söylenbilir.

Bu etkinlik türü dışında kalan ancak üçgen dersleri için hazırlanmış olan üçgenler tablo etkinliğinde, özel günlerin kutlaması sebebiyle bazı derslerin yer değiştirmesi sonucunda öğrenci bilgisayarlarının kurulumu mümkün olmamıştır. Bu sebeple öğretmen yazı tahtasının bulunduğu bu sınıf ortamında çalışma yapacağına yer alan tabloyu tahtaya çizmiş (Şekil 270) ve öğrencilerden sırayla her bir kutucuğa gelebilecek üçgenleri kendisine söylemelerini istemiştir.

Şekil 270

Üçgenler tablo etkinliği video kaydından bir kesit



Önce dar açılı ve eşkenar olan bir üçgen bulmalarını isteyen öğretmen öğrencilerden gelen cevaplar doğrultusunda tabloyu doldurmuştur. Örneğin “dar açılı ve çeşitkenar bir üçgen var mıdır?” sorusuna “evet” cevabını veren Ö8 örnek olarak “50, 60, 70” açı ölçülerine sahip olan üçgeni önermiştir. Tabloda boş bırakılması gereken dik açılı eşkenar kutusu için önce Ö10 “90 derece, 60 derece, 60 derece” demiş ancak düşününce “dur olmadı” diyerek vazgeçmiştir. Bu esnada Ö12 “hocam yok ki hiçbir şey” deyince öğretmen “neden yok?” diye sormuştur. Öğrenci “bir açısı 90 derece olunca diğerleri 45 45 olursa hepsi eşit olmuyor” cevabını vermiştir. Ardından Ö13 “hocam eşkenar üçgende hep açıları 60 derece ya başka bir açılara göre üçgen olamıyor” diyerek düşüncesini ifade etmeye çalışmıştır. Öğretmen öğrencilerin cevaplarını toparlayarak bu iki ismi alan bir üçgenin çizilmesinin mümkün olmadığını belirterek diğer bir kutucuğa geçmiştir.

Öğrencilerin araç kullanmadan sorulan sorulara cevap vermeye çalıştığı bu tartışma

ortamında ortak bir enstrümantal oluşum söz konusudur. Öğretmenin matematiksel kavramlar üzerindeki tartışmaya rehberlik ettiği bu süreçte sınıftaki tüm öğrenciler derse aktif hale getirilmeye çalışılmıştır. Bu sebeple bu aşamada daha önce planlanmamış olan teknoloji kullanmadan konuşma ve zamana karşı sınıf imecesi orkestrasyonlarının ortaya çıktığı söylenebilir.

5.3.6. “Bilmeceler” etkinliğinde kullanılan enstrümantal orkestrasyonlar.

Bilmeceler etkinliği kapsamında uygulanan ilk etkinlik kare-dikdörtgen-paralelkenar yapısı için hazırlanmıştır. Uygulama esnasında öğretmen çalışma yapraklarını dağıttıktan sonra “elinizdeki etkinlik kağıtlarının her bir sayfasında bir bilmece var o bilmeceyi okuyup size sorulan üreticinin hangisi olduğunu buluyorsunuz, bu üç bilmecede kare, dikdörtgen ve paralelkenar üreticiyi size soruyor ama hangi bilmecede hangisi onu siz bulacaksınız, tamam anladık mı?” şeklinde açıklama yapmıştır. Bunun üzerine Ö2 “yani bi tane bilmecenin cevabı ya karedir ya dikdörtgen” deyince öğretmen “mesela aynen, hangi üretici olduğunu düşünüyorsanız o bilmecenin kenarına yazın sonra aşağıdaki dörtgenlerden hangileri o sizin seçtiğiniz dörtgen üretici ile üretilebilirse onları işaretliyorsunuz” diyerek etkinliğin devamında yapılması gerekeni söylemiş ve eş zamanlı olarak çalışma yaprağından ilgili kısmı göstermiştir. Bu esnada sınıf ortamını gösteren video görüntüsü Şekil 271’de verilmiştir.

Şekil 271

Dörtgenleri bilmeceler yardımıyla gruplandırılma-1 etkinliği sınıf video kaydından bir kesit



Teknoloji destekli ortamda teknoloji kullanımını gerektirmeyen bu etkinlik türünde

öğretmenin etkinliğe yönelik açıklamalarda bulunduğu bu süreç teknoloji kullanılmayan açıklama orkestrasyonunun kullanıldığını göstermektedir.

Öğretmen açıklama yaptıktan sonra öğrencileri bir süre serbest bırakarak etkinliği tamamlamalarını beklemiştir. Ancak çoğu öğrencinin etkinliği anlamakta zorlandığını fark edince örnek olarak ilk bilmeceyi verilen ipuçlarına göre nasıl çözeceklerini bu sefer yazı tahtasını kullanarak göstermiştir. Bu esnada sınıfta geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

Öğretmen: Tamam ilk bilmeceyi birlikte yapalım, beni istediğin kadar büyüt veya küçült iki çift karşılıklı kenarım hep birbirine paraleldir bu özelliği kim sağlar?

Ö12: Kare

Öğretmen: Kare sağlar başka?

Sınıf: Dikdörtgen, paralelkenar

Öğretmen: (bu dörtgenleri yazı tahtasına yazdıktan sonra) Hepsi sağlıyor dimi, ikincisini okuyorum, köşe noktalarımın hareket ettirildiğinde köşegen uzunluklarım her zaman birbirine eş olur, kimin köşegen uzunlukları her zaman birbirine eş?

Sınıf: Kare

Öğretmen: Başka

Sınıf: Dikdörtgen

Öğretmen: (yazı tahtasındaki paralelkenarı işaret ederek) Bunun nasıldı?

Sınıf: Eşit değildi

Öğretmen: Eşit değildi, farklıydı, istersem eşitleyebiliyordum (dediği esnada üzerine bir çarpı işareti koyarak) gitti (Şekil 272), sonra ne diyor, köşe noktalarımın ne kadar büyütülüp küçültülsem de köşegenlerim arasındaki açı hep 90 derece olur

Sınıf: Kare

Ö10: Bunu sadece kare yapabilir

Öğretmen: (tahtada dikdörtgenin üzerine de bir çarpı işareti koyarak) O zaman ilk bilmecedeki kim, kare üretici, yani kare ailesi

Sınıf: Aaaaa, heeee, tamaaam

Şekil 272

Dörtgenleri bilmeceler yardımıyla gruplandırılma-1 etkinliği sınıf video kaydından bir kesit



Araç kullanmadan problem çözmeyi gerektiren bu etkinlikte yazı tahtasının kullanılması planlanmamış ancak öğrencilerin zorlanması sonucunda ortak enstrümantal oluşumu da destekleyeceği düşüncesiyle bir tartışma ortamı oluşturulmuştur. Bu durum, uygulama esnasında (plan dahilinde bulunmayan) teknoloji kullanmadan konuşma ve tahtada öğretim orkestrasyonlarının kullanıldığını göstermektedir.

Bu etkinliğin kare-eşkenar dörtgen-paralelkenar için hazırlanan kısmında bu sefer öğrenciler etkinliği tamamladıktan sonra öğretmen yazı tahtasını kullanarak bilmeceleri cevaplandırmıştır. Kare-dikdörtgen-eşkenar dörtgen-paralelkenar-yamuk yapısı için bilmecelerin bulunduğu son etkinlikte de aynı orkestrasyonlar kullanılmıştır.

5.4. Öğretimde Kullanılan Enstrümantal Orkestrasyonlar ile Öğrencilerin Enstrümanlı Eylem Şemaları Arasındaki İlişki

Bu başlık altında öncelikle öğretim için planlanan ve öğretim sürecinde kullanılan enstrümantal orkestrasyonlar bir tablo (Tablo 10) aracılığıyla özetlenmiş, ardından kullanılan orkestrasyonların öğrencilerin üreticilere yönelik enstrümanlı eylem şemalarının gelişimine nasıl katkı sağladığına ilişkin örnekler sunulmuştur.

Tablo 10

Öğretim için planlanan ve öğretim sürecinde kullanılan enstrümantal orkestrasyonlar

Etkinliğin adı	Konu	Sayı	Planlanan orkestrasyon türü	Kullanılan orkestrasyon türü
Şekil üreticileri tanıyalım	Üçgenler	1	Teknik gösterim, teknik destek, ekranı açıklama, yürüyerek çalışma	Planlananlar
	Dörtgenler	1		
Bunu yapabilir misin?	Üçgenler	1	Ekranı açıklama, yürüyerek çalışma, öğrenci seçimi teknoloji, işbirlikli problem çözme	Planlananlar, teknik destek, teknik gösterim
	Dörtgenler	1		
Tahmin & Kontrol	Üçgenler	1	Tahmin etme ve test etme, teknik gösterim, teknik destek, ekranı açıklama, yürüyerek çalışma, işbirlikli problem çözme	Planlananlar, teknoloji kullanmadan teknolojiyi tartışma, teknoloji kullanılmayan açıklama, tahtada öğretim
	Dörtgenler	6		
Şekillerin özelliklerini inceleyelim	Üçgenler	2	Teknik gösterim, ekranı açıklama, ekranı tartışma, yürüyerek çalışma, işbirlikli problem çözme, bağlantı-ekran-tahta, teknoloji kullanılmayan açıklama, teknoloji kullanmadan teknolojiyi tartışma, rehberlik etme ve açıklama, aracı kullanarak tartışma	Planlananlar
	Dörtgenler	4		
Yeni bir üçgen türü	Üçgenler	2	İşbirlikli problem çözme, teknik gösterim, ekranı açıklama, yürüyerek çalışma, tahmin etme ve test etme	Planlananlar, tahtada öğretim
Üçgenler tablo	Üçgenler	1	Ekranı açıklama, ekranı tartışma, yürüyerek çalışma, işbirlikli problem çözme, öğrenci seçimi teknoloji	Teknoloji kullanmadan konuşma, zamana karşı sınıf imecesi
Bilmeceler	Dörtgenler	3	Teknoloji kullanılmayan açıklama	Planlanan, teknoloji kullanmadan konuşma, tahtada öğretim

Teknoloji kullanmadan teknolojiyi tartışma orkestrasyonu: Ön görüşmede kare ile dikdörtgeni yapmış olduğu dışlayan tanım sebebiyle ayrık sınıflandıran Ö1'in dikdörtgen üreticinin kare üretebildiğini ancak aksinin mümkün olmadığını gözlemlemesi dikdörtgene yönelik şemasının gelişmeye başlamasına yardımcı olmuştur. Ancak Ö1'in dikdörtgen enstrümanlı eylem şemasının kareyi kapsayan yapıya bürünmesindeki önemli basamak bu iki dörtgen türü arasındaki ilişkinin özellikler üzerinden açıklanmasıdır. Öğrenciler üreticiler aracılığıyla dikdörtgen ve karenin özelliklerini inceledikten sonra öğretmen, dikdörtgen üreticinin kareleri de üretebilmesi durumunu üreticinin ismini aldığı dörtgenin özelliklerine bağlayarak açıklamıştır. Bunun için öncelikle yazı tahtasına bir kare ve bir dikdörtgen çizen öğretmen ile sınıf arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

Öğretmen: Dikdörtgen üretici ile hem dikdörtgen hem de kare üretebildiniz, kare üretici ile sadece kareler üretebildiniz, o halde hangisi geniş hangisi çekirdek aile?

Sınıf: Dikdörtgen geniş, kare çekirdek aile!

Öğretmen: Karenin tüm açıları 90 derece ve tüm kenarları eşit, dikdörtgenin tüm açıları 90 derece ve karşılıklı kenarları eşit, o zaman fark nerede?

Ö1: Kenarlarda

Öğretmen: Peki tüm kenarlar eşitken ben aynı zamanda bunun (kareyi işaret ederek) karşılıklı kenarları da eşit diyebilir miyim?

Sınıf: Eeeet, hayır

Öğretmen: (tahtaya çizdiği karenin kenar uzunluklarını da yazdıktan sonra) tüm kenarları eşit midir?

Sınıf: Eeeett!

Öğretmen: (karşılıklı kenarları işaret ederek) Bunlar eşit midir?

Sınıf: Eeeet!

Ö1: Evet (karşılıklı kenarlar) hem paraleldir hem de eşittir

Öğretmen: Tüm kenarlar eşitken aynı zamanda karşılıklı kenarları eşit diyebiliyor muyum?, bu neyin özelliği?

Sınıf: Dikdörtgenin

Öğretmen: Dolayısıyla kare dikdörtgen olma şartını sağlar mı?

Sınıf: Sağlar, hıh hıh, evet

Öğretmen: O zaman kareye dikdörtgen ailesinin bir üyesi diyebilir miyim?

Sınıf: Evet

Öğretmen: Peki dikdörtgen ailesi mi kare ailesini kapsar kare ailesi mi dikdörtgen ailesini kapsar?

Sınıf: Dikdörtgen kareyi

Bu aşamada öğretmen kare ve dikdörtgenin hiyerarşik yapıda nasıl gösterildiğini tahtaya çizmiş, bunun üzerine Ö1 “eşkenar ve ikizkenar üçgende yaptığımız gibi” ifadesini kullanmıştır.

Etkinlik ön analizinde belirtildiği üzere dörtgenlerin özelliklerinin incelenip üzerinde tartışılması amacını taşıyan bu etkinlikte öğrencilerin şemalarını geometrik kavramların gerek ve yeter koşullarını içeren, kapsayan ve ekonomik tanımları şeklindeki eylemdeki teoremlere dayandırabileceği öngörülmüştür (ayrıntılı bilgi için, bakınız, s. 88). Ö1’in dikdörtgen üretici için ‘dikdörtgen üretici dikdörtgen ve kare üretebilir’ eylemdeki teoremini dikkate alarak başladığı etkinlik sürecinde ‘üreticinin imkanları’ eylemdeki kavramını düşünerek üreticiyi anlamaya çalıştığı (ayrıntılı bilgi için, bakınız, s. 206), ancak sınıf tartışması esnasında gerçekleşen bu süreçten sonra dikdörtgen üretici için ‘dikdörtgen üretici karşılıklı kenarları eşit ve açıları 90 derece olan şekiller üretebilir’ işlevsel sabitine bağlı bir şema geliştirmeye başladığı söylenebilir. Dahası Ö1 için kare tüm kenarları eşitken karşılıklı kenarların eşit olma şartını da sağlayacağından dikdörtgen ailesinin bir üyesidir ve bu sebeple kareler dikdörtgen üretici ile üretilebilir. Nitekim Ö1 özellik temelli bu hiyerarşik düşüncüyü benimsediğini üçgenlerde aynı durumu sağlayan üçgen türlerini örnek vererek göstermiştir.

Bu diyalog öğrencilerin karenin kenar özelliğinin aynı zamanda dikdörtgenin kenar özelliğini sağladığını fark etmeye başladıklarını göstermekte olup, teknolojiyi kullanmadan araçlara yönelik bir tartışma ortamının oluşturulması teknoloji kullanmadan teknolojiyi tartışma orkestrasyonunun kullanıldığını göstermektedir. Dahası bu orkestrasyonun kullanımı Ö1 gibi diğer bazı öğrencilerin şemalarının gelişmesine de yardımcı olmuştur.

Tahmin etme ve test etme orkestrasyonu: Hazırlanan etkinlik türlerinden birisi olan

tahmin & kontrol etkinlikleri, öğrencilerin, verilen araçlar ile ekrandaki şekillerden hangilerini çizip hangilerini çizemeyeceklerini araştırmaları üzerine kurulmuştur. Bu etkinliklerde öğrencilerin öncelikle tahmin yürütmesi ardından yaptıkları tahminleri aracı kullanarak kontrol etmesi gerekmektedir. Etkileşimin öğrenci ile araç arasında olduğu bu süreçte öğretmenin rolü süreci organize etmek ve izlemektir. Yapısı itibariyle tahmin etme ve test etme orkestrasyonunun kullanımına uygun olan bu etkinlik türü öğrencilerin yanlış çıkan tahminleri üzerinde düşünerek, kullandıkları araca yönelik şemalarının gelişmesine yardımcı olmuştur. Bu durumu örneklendirmek adına, bu orkestrasyonun kullanıldığı bir ortamda Ö9'un enstrümanlı eylem şemasının gelişimi ilerleyen paragraflarda sunulmuştur.

Ö9 ön görüşmede kareyi tanımlarken *tüm kenarlarının eşit olması gerekmektedir* ifadesini kullanmış, verilen dörtgenlerden kareleri seçmesi istenince sadece prototip kareyi seçerek bu dörtgene yönelik açılı bilgisine de (görsel olarak dik açılı) sahip olduğunu göstermiştir. Ancak Ö9 tahmin & kontrol-kare & dikdörtgen & paralelkenar etkinliğinde (bakınız, Şekil 105, s. 217) kare üretici ile tahmin yürütürken bu aracı zihnindeki kare kavramı ile bağdaştıramadığından kare üreticinin sadece 1'i çizemeyeceği yönünde tahmininde bulunmuştur. Ardından kontrol aşamasına geçince grup arkadaşı ile arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

Ö10: (1 ve 2'yi denedikten sonra) İlki hayır, ikincisi de hayır

Ö9: Gerçekten mi, olmadı mı yaa (dedikten sonra 3'ü çizmeye çalışıp başaramayınca) ben bunu evet demiştim, olur demiştim

Ö10: Tam tersi oluyo biliyosun ki, dikdörtgen (dikdörtgen üretici) kare olabiliyor, kare (kare üretici) dikdörtgen olamıyor

Ö9: Bir şey daha denicem

Bu esnada Ö9 kare üreticinin iki köşesini 3'ün alt köşelerine oturtmuş ve üst köşeden üreticiyi küçültmeye çalışmıştır.

Ö9: Buraya yerleşince burayı (üst köşelerden birini) çekince şu kısmı uzuyor, (kısa bir an sonra) kenarları hep eşit olduğu için, tamam!

Bu diyalog Ö9'un kareye yönelik prototip bilgisini kare üretici aracılığıyla geliştirebildiğini göstermektedir. Nitekim Ö9 arkadaşının vermiş olduğu bilgiyi dikkate almak yerine kendi araştırmayı tercih etmiş ve kare üreticinin neden 3 numaralı şekli çizemediğini kare bilgisini kullanarak anlamlandırabilmiştir.

Bir diğer tahmin & kontrol etkinliği olan tahmin & kontrol-kare & eşkenar dörtgen etkinliğinde (bakınız, Şekil 109, s. 224) Ö9 kare üreticinin verilen tüm şekilleri üretebileceği yönünde tahminde bulunmuştur. Öğretmen kare üreticinin neden hepsini üretebileceğini düşündüğünü sorunca Ö9 “bunların (verilen dörtgenlerin) tüm kenarları eşit” cevabını vermiştir. Grup kontrol ederken 1 ve 5'i çizebilmiş, diğerlerini çizememiştir. Öğretmen Ö9'a kare üreticinin neden 1 ve 5'i çizemediğini sorunca Ö9 “tüm kenarları (açıları) 90 derece” cevabını vermiştir.

Kare üreticiyle çalıştığı etkinliklerde bu üreticinin eşit kenarlı olan ancak dik açısı bulunmayan dörtgenleri üretememesi Ö9'un kareyi tanımlarken hem kenar hem de açı özelliğini göz önünde bulundurması gerektiğini anlamasını sağlamıştır. Bu sayede Ö9 mülakatta kare üreticinin ürettiği dörtgenlerin ortak özelliği için *tüm kenarları eşit tüm açıları 90 derecedir* (Ö9) yazmıştır. Öğretimin başında prototip bir kare imajına sahip olan Ö9'un öğretim sürecinde kareye yönelik enstrümanlı eylem şemasının gelişimi düşünüldüğünde tahmin etme ve test etme orkestrasyonunun öğrencinin şemalarının gelişimine katkı sağladığı söylenebilir. Bu durum diğer öğrencilerde de benzer şekilde gözlenmiştir.

İşbirlikli problem çözme orkestrasyonu: Bu orkestrasyon bilmece türü dışındaki tüm etkinliklerde kullanılmıştır. İki kişilik öğrenci gruplarının problem durumuyla baş başa kaldığı ve her iki öğrenciye bir bilgisayar düşmesinin öğrencilerin işbirlikli çalışarak çözüm yolları geliştirmelerinde önemli rol oynadığı bu orkestrasyon türü öğretim sürecinde sürekli olarak kullanılmıştır. Dahası bu orkestrasyon türü kapsamında öğrencilerin kendi aralarında fikir alışverişinde bulunmalarının enstrümanlı eylem şemalarının gelişimine katkı

sağladığı düşünülmektedir. İlerleyen paragraflarda bu durum için bir örnek sunulmuştur.

İkinci gruptan Ö3 ön görüşmede eşkenar dörtgeni tanımlayamamış, Ö4 ise *tüm kenarları eşit* demekle yetinmiştir. Ancak verilen şekillerden eşkenar dörtgeni seçmeleri istenince Ö4 yapmış olduğu tanıma uyan tüm şekilleri seçememiştir. İşbirlikli problem çözme orkestrasyonunun kullanıldığı sınıf ortamında yaptığı çalışmalar ise grubun eşkenar dörtgen enstrümanlı eylem şemasının gelişmesini sağlamıştır.

Grup eşkenar dörtgenin özelliklerini incelediği etkinliğin ardından tahmin & kontrol etkinliğine geçmiştir. Bu etkinlikte eşkenar dörtgen üreticinin verilen dörtgenlerin (bakınız, Şekil 111, s. 227) hepsini üretebileceği yöndeki tahminlerini çalışma yaprağına işaretledikten sonra kontrole geçmiş ve 2'yi çizmeye çalışırken zorlandığı için öğretmeni çağırarak “aslında yapabilir ama biz yapamadık” demiştir. Öğretmenin eşkenar dörtgen üreticinin ürettiği şekillerin kenarlarının nasıl olması gerektiğini sorması üzerine grup “hepsi eşit olmalı” cevabını vermiş ve Ö3 “bu (2) değil” demiştir. Ardından öğretmen “hepsi eşit olmak zorundaysa 2 numarayı çizer mi?” diye sormuş ve grup “hayır” demiştir. Öğretmen yanlarından ayrıldıktan sonra Ö3 “6’yı çizer ama dimi?” demiş ve arkadaşı onaylamıştır. Bu esnada aralarında şu diyalog geçmiştir:

Ö3: Hadi 6’yı da yap bitsin şu iş.

Ö4: (bir müddet eşkenar dörtgen üreticiyi inceledikten sonra) Bu nasıl olacak yaaa!

Ö3: Olucak işte,

Ö4: Olmuyo ki böyle,

Ö3: Ama olması lazım!

Ö4: Gıcık! Gıcık bu.

Ö3: (bir şey fark etmiş gibi bir ses tonuyla) olmıcaaak!!!

Ö4: Nedeeen? Kenarları eşit işte,

Ö3: (6’yı işaret ederek) ama bak bunun da iki kenarı eşit iki kenarı eşit

Ö4: Ama tüm kenarların eşit olması lazım o yüzden mi olmuyor?

Ö3: Evet!

Grup bu diyalogun ardından çalışma yaprağındaki tahminlerini eşkenar dörtgenin 2 ve

6 haricindeki şekilleri çizebileceği yönünde değiştirmiş ve nedenini *çünkü (bu şekillerde) kenarlar eşit değil (Ö4) ve çünkü (eşkenar dörtgen üreticinin) tüm kenarları eşit ve bu şekli yapamıyor (Ö3)* notlarıyla açıklamaya çalışmıştır.

Bu bulgular grubun tüm kenarlar eşitken karşılıklı kenarların da eşit olacağı bilgisine dayanarak tüm kenarları eşit olan bir üreticinin karşılıklı kenarları eşit olan bir şekli de çizebileceğini düşündüğünü göstermektedir-ki bu sebeple grup 2'yi eşkenar dörtgen üreticiyle çizerken “aslında yapabilir ama biz yapamadık” demiştir. Ancak üreticiyi hareket ettirirken tüm kenarların eşit olmasının aslında eşkenar dörtgen üreticinin bir kısıtı olduğunu fark etmeleri, neden 6'yı çizemediklerini anlamalarını sağlamıştır. Öyle ki grup ilk başta 2'yi neden çizemediğini anlamış olsaydı 6'yla uğraşmazdı. Bu aşamada grubun öğretmenin açıklamalarından ziyade üreticinin kısıtlarını inceleyerek ve kendi aralarında fikir alışverişinde bulunarak durumu anlamlandırdığı söylenebilir. Bu süreç işbirlikli problem çözme orkestrasyonunun öğrencilerin zihinsel şemalarının gelişimine katkı sağladığını göstermektedir.

6. Bölüm

Sonuçlar, Tartışma ve Öneriler

Ortaokul 5. sınıf öğrencilerinin şekil (üçgen ve dörtgen) üreticilerine yönelik enstrümantal oluşum süreçlerinin incelendiği bu çalışmada, öğrencilerin ortaya koydukları enstrümanlı eylem şemalarını belirlemek ve bu süreçte hangi enstrümantal orkestrasyonların kullanıldığını araştırmak amaçlanmıştır.

İkişerli gruplarda çalışan toplamda on altı öğrencinin katıldığı çalışmada, her bir grup kendine ait bilgisayarları kullanarak üçgenler ve dörtgenler konusunda hazırlanan DGY destekli altı farklı türdeki etkinliğe ait görevleri iki haftalık uygulama süreci boyunca yerine getirmiştir. Bu süreçte toplanan veriler nitel yöntemler kullanılarak analiz edildikten sonra hem öğrencilerin şekil üreticilerine yönelik enstrümanlı eylem şemalarına hem de öğretimde kullanılan enstrümantal orkestrasyonlara ilişkin bulgular elde edilmiştir.

Bu bölümde çalışmanın bulguları doğrultusunda ortaya çıkan sonuçlar araştırma problemleri temelinde ve ilgili alan yazın ile tartışılarak sunulmuştur. Ardından çalışma kapsamında ortaya çıkan bazı önerilere yer verilmiştir.

6.1. Sonuçlar ve Tartışma

Bu bölümde ortaya çıkan sonuçlar araştırma problemleri temelinde sırasıyla öğrencilerin üçgen üreticilerine yönelik enstrümanlı eylem şemaları, öğrencilerin dörtgen üreticilerine yönelik enstrümanlı eylem şemaları ve öğretimde kullanılan enstrümantal orkestrasyonlar başlıklarıyla ve ilgili alan yazın ile tartışılarak sunulmuştur.

Zbiek ve diğerleri (2007) bir aracın matematiksel görevlere uygun bir enstrümana dönüşümüyle ilgili kuramsal bir çerçeve sunan enstrümantal oluşum teorisinin (Verillon & Rabardel, 1995) öğrenmede teknolojinin rolünü incelemek için araştırmacılara yardımcı olduğunu belirtmektedir. Ayrıca aynı yazarlara göre, enstrümantal oluşum teorisi öğrenci-araç aktivitelerini merkeze alan iletişime odaklanmakta ve öğrenci-araç arasındaki ilişkiye

yoğunlaşmaktadır. Alan yazındaki çalışmalar (Drijvers & Gravemeijer, 2005 Drijvers & Trouche, 2008; Dur, 2016; Fahlgren, 2015; Uygan, 2016) enstrümantal oluşum teorisi aracılığıyla belirlenen konuda öğrencilerin sahip olduğu şemaların ortaya koyulmasının mümkün olduğunu göstermektedir. Nitekim Lagrange (1999) bir hesap makinesi kullanıcısının bir rasyonel fonksiyonun özelliklerini araştırmak için kullanabileceği hesap makinesine yönelik birtakım şemalar tanımlamıştır. Benzer şekilde Rivera (2007) hesap makinesi yardımıyla çokterimli eşitsizliklerin çözüm sürecinde ortaya çıkan şemaları incelemiştir. Roorda ve diğerleri (2016) bir öğrencinin türev ve anlık değişim oranı ile ilgili öğrenmelerinde grafik hesap makinesinin rolünü inceledikleri çalışmada bu öğrencinin grafik hesap makinesi kullanırken türeve yönelik geliştirdiği şemaları ortaya koymuşlardır. Bu çalışmada da enstrümantal oluşum teorisinin öğrencilerin şekil üreticilerine yönelik enstrümanlı eylem şemalarını belirlemede oldukça faydalı olduğu görülmüş ve bu şemalar bileşenleri ile birlikte tespit edilmeye çalışılmıştır (bakınız, Tablo 6; 7; 8; 9).

6.1.1. Öğrencilerin üçgen üreticilerine yönelik enstrümanlı eylem şemaları. Bu başlık altında bulgular bölümünde üçgen üreticilerine yönelik enstrümantal oluşum süreçleri detaylı olarak sunulan öğrencilerin enstrümanlı eylem şemaları temelinde ulaşılan sonuçlar verilmiştir.

Bu araştırmada ulaşılan sonuçlardan ilki, uygulama sürecinde etkinlik bazında tüm öğrencilerin aynı enstrümanlı teknikleri kullanmasıdır. Bunun sebebi her bir etkinlikte üreticilerin sadece etkinliğin amacına uygun olarak kullanılmaya elverişli olarak sunulması olabilir. Diğer bir deyişle öğrenciler ilgili etkinlik süresince üreticileri kendilerine uyarlama konusunda serbest bırakılmamıştır. Enstrümantalizasyon sürecinin kısıtlanması anlamına gelen bu durum öğretim süresince her bir grubun aynı etkinlik türü için benzer enstrümanlı teknikleri kullanmasına sebep olmuş olabilir.

Goos ve Soury-Lavergne (2010), bir dinamik geometri ortamında sürüklenme özelliğinin şeklin geometrik özelliklerini tanımlamak için bir araç olarak ele alınabileceğini ifade ettikten sonra, öğrencinin noktaları neden sürüklediğini anlamasını şeklin geometrik özelliklerini kavramsallaştırmasıyla yakından ilişkili olan enstrümantasyon, sürüklemeyi nasıl yapacağını bilmesini de diğer sürece nazaran daha kolay olan enstrümantalizasyon olarak adlandırmıştır. Bu çalışmada öğrencilerin araçları nasıl kullanacaklarını anlamaları açısından enstrümantalizasyon süreçleri gerçekleşmiş olsa da etkinliğin amacı dışında araçları manipüle etmeleri engellenmeye çalışılmıştır. Bir diğer deyişle öğretim öncesinde kullanılan araçların kişiselleştirilmesi kısıtlanmıştır. Ancak bazı öğrenciler araçların rengini değiştirmek gibi birtakım girişimlerde bulunarak araçları kişiselleştirmeye çalışmıştır. Bu çalışma kapsamında bu gibi durumların öğretim amacı dışında aracı kişiselleştirme kapsamında olduğu düşünüldüğünden bu süreç şemalara etki edebilecek bir enstrümantalizasyon olarak değerlendirilmemiştir.

Çalışma sonucunda öğrencilerin bazı etkinliklerde etkinlik ön analizleri bölümünde verilen enstrümanlı tekniklerin yanı sıra farklı enstrümanlı teknikler de kullandığı görülmüştür. Uygulama öncesinde şekil üreticileri tanıyalım etkinlik türünde öğrencilerin ‘her bir üreticiyi köşe noktasından büyütme/küçültme’, ‘üreticiyi ekranda tümüyle taşıma’ ve ‘üreticiyi bir köşe noktası etrafında döndürme’ enstrümanlı tekniklerini kullanabileceği öngörülmüştür. Ancak öğrenciler bu etkinliğin üçgenler için kullanılan kısmında bu tekniklerin yanı sıra ‘iki farklı üreticiyi üst üste getirerek köşe noktalarını birleştirmeye çalışma’ tekniğini de kullanmıştır. Benzer şekilde bunu yapabilir misin etkinlik türünde öğrenciler etkinlik ön analizlerinde verilen tekniklere ek olarak ‘üreticinin bir köşesini verilen şeklin köşesi ile birleştirip, sonrasında diğer köşeleri sırasıyla resmin köşelerine taşıma’ enstrümanlı tekniğini de kullanmıştır.

Diğer önemli bir sonuç, öğrencilerin üçgen üreticilere yönelik enstrümanlı eylem şemalarının sürekli olarak değiştiği ve geliştiğidir. Üçgenler konusundaki ilk iki tür etkinlikte öğrenciler üçgenlere yönelik kısıtlı ön bilgileriyle hareket etmiş ve üreticileri bu bağlamda değerlendirmeye çalışmıştır. Tahmin kontrol etkinlik türünde ise sahip oldukları şemalar üreticilerin yapısını açıklamakta yetersiz kalmış ve üreticiler öğrencileri şemalarını güncellemeye sevk etmiştir. Üreticiler aracılığıyla üçgenlerin özelliklerini araştırdıkları etkinliklerde ise bazı öğrenciler (Ö1, Ö3, Ö4, Ö8, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13) şemalarını özellikler arası ilişkiler temelinde geliştirebilmiştir. Bu süreçte öğrencilerin şemalarındaki gelişimi destekleyen en önemli aşamanın sorgulamaya dayalı öğretim olduğu düşünülmektedir. Bu sonuç dinamik yazılımların kullanıldığı ortamlarda akıl yürütme sürecinin gelişiminde sorgulamaya dayalı öğretimin önemini vurgulayan Soldano ve Arzarello (2016) ile Jones'un (2000) araştırma sonuçlarıyla örtüşmektedir.

Bulgularda ayrıntılı olarak aktarılan üçgen üreticilere yönelik enstrümantal oluşum süreçleri incelendiğinde çoğu öğrencinin her bir etkinlikte etkinlik ön analizlerinde verilen işlevsel sabitleri benimsediği görülmüştür. Ancak bazı öğrenciler her bir etkinlik sürecinde gelişmesi beklenen ölçüde şemalarını geliştirememiştir. Bu ise üçgenlerin hiyerarşik sınıflandırmasına uygun hazırlanan öğretimde bu öğrencilerin ikizkenar üçgen ile eşkenar üçgeni ayrık sınıflandırmasıyla sonuçlanmıştır. Bu durumun sebeplerinin bu öğrencilerin yaptıkları üzerine düşünmek için daha fazla zamana ihtiyaç duymaları ve önceki öğrenmelerinin etkisinden kurtulamamaları olabileceği düşünülmektedir.

Araştırma sonucunda tüm öğrencilerin üçgen enstrümanlı eylem şemasını aynı eylemdeki teorem ve kavrama dayandırdığı görülmüştür. İlgili etkinlikler süresince üçgen üretici için benzer enstrümanlı teknikleri kullanan öğrencilerin hepsinin üçgen enstrümanlı eylem şemasının 'üçgen üretici tüm üçgenleri üretir' eylemdeki teoremi ve 'üreticinin imkanları' eylemdeki kavramına dayanmaktadır. Ancak sekiz öğrencinin (Ö2, Ö5, Ö6, Ö7,

Ö9, Ö14, Ö15, Ö16) bu şemasında ikizkenar üçgen dışlayan tanıma uygun olarak yer almaktadır. Bu sekiz öğrenci için üçgen üretici her tür üçgeni kapsamına rağmen ikizkenar üçgen ile eşkenar üçgen ayırık sınıflar olarak bu şemada yer almaktadır.

Elde edilen bir diğer sonuç, öğrencilerin kenarlarına göre üçgenleri sınıflandırırken ayırık ve hiyerarşik sınıflandırma yapmalarıdır. De Villiers (1994) ve Usiskin vd.'nin (2008) çalışmasında yer alan bu iki sınıflandırma türü şekillerin kapsayan ya da dışlayan tanıma uygun olarak yer almasının bir sonucudur. Ancak bu çalışma sonucunda dikkat çeken nokta üçgenleri 'özellikler temelinde' ayırık sınıflandıran öğrencilerin 'araca bağımlı olarak' bu üçgenleri hiyerarşik sınıflandırabilmesidir (bakınız, Şekil 247, s. 382). Yani bu öğrenciler her ne kadar kenar özellikleri temelinde üçgenleri ayırtmış olsalar da üçgen üreticiler ile çalışmaları sonucunda 'üreticinin imkanları' eylemdeki kavramına bağlı olarak kenarlarına göre üçgenleri hiyerarşik olarak sınıflandırabilmiştir. Bu durum üçgen üreticilerinin kenarlarına göre üçgenler sınıflandırmasının öğretiminde önemli bir basamak olduğunu göstermektedir.

Öğrencilerin kenarlarına göre üçgenleri sınıflandırırken farklı eylemdeki teorem ve kavramlara dayandığı görülmüştür. Dokuz öğrenci (Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö9, Ö10, Ö12, Ö13, Ö15) eşkenar üçgen enstrümanlı eylem şemasını hem 'kenar özelliği' hem de 'açı özelliği' eylemdeki kavramlarına, altı öğrenci (Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö11, Ö14) sadece 'kenar özelliği' eylemdeki kavramına ve bir öğrenci de (Ö16) sadece 'açı özelliği' eylemdeki kavramına dayanarak oluşturmuştur. Bu durum eşkenar üçgen enstrümanlı eylem şeması hem kenar hem de açı özelliğine bağlı olan öğrencilerin, şemalarını şekillendirirken ekonomik olmayan tanımlara dayanma eğiliminde olduklarını düşündürmektedir. Nitekim alan yazında çoğu öğrencinin geometrik şekilleri tanımlarken ekonomik olmayan tanımlamalar yaptığını belirten çalışmalar bulunmaktadır (Ergün, 2010; Robichaux & Rodrigue, 2010).

İkizkenar üçgen ve çeşitkenar üçgen enstrümanlı eylem şemalarında da sadece kenar, sadece açı ve hem kenar hem de açı özelliğine dayanan bir dağılım söz konusudur (bakınız, Tablo 7, s. 381). Bu dağılımda dikkat çeken Ö16'nın kenarlarına göre üçgenler sınıflandırmasında yer alan üçgenlere yönelik enstrümanlı eylem şemalarını 'açı özelliği' eylemdeki kavramına dayandırmasıdır. Bu durum Ö5'in çeşitkenar üçgen enstrümanlı eylem şemasında da görülmüştür. Bu iki öğrenci haricinde araştırmaya katılan diğer 14 öğrencinin kenarlarına göre üçgenler sınıflandırmasında yer alan üçgenlere yönelik eylem şemalarının 'kenar özellikleri' eylemdeki kavramı temelinde oluştuğu görülmüştür.

Kenarlarına göre üçgenler sınıflandırmasında öğrencilerin şemalarını farklılaştıran nokta ikizkenar üçgen enstrümanlı eylem şemalarıdır. Sekiz öğrenci (Ö1, Ö3, Ö4, Ö8, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13) ikizkenar üçgen enstrümanlı eylem şemasını kapsayan tanıma uygun olarak inşa ettiğinden bu öğrenciler kenarlarına göre üçgenleri hiyerarşik sınıflandırmıştır. Diğer sekiz öğrenci (Ö2, Ö5, Ö6, Ö7, Ö9, Ö14, Ö15, Ö16) ise ikizkenar üçgen enstrümanlı eylem şemasını dışlayan tanıma uygun olarak inşa ettiğinden bu öğrenciler kenarlarına göre üçgenleri ayrı olarak sınıflandırmıştır. İkizkenar üçgen enstrümanlı eylem şemasının hiyerarşik yapıya uygun olarak inşa edilmesinde 'en az kavramı', 'bir özelliğin başka bir özelliği garantilemesi' ve 'bir şekil sınıfının diğerini kapsaması' eylemdeki kavramları ile 'üç kenar eşitkenar iki kenar da eşit olacağından ikizkenar üçgen eşkenar üçgeni kapsar' eylemdeki teoreminin önemli rol oynadığı düşünülmektedir.

Şemalarında bir önceki paragrafta verilen işlevsel sabitler yer almayan öğrencilerin ayrıklı sınıflandırma yaptığı görülmüştür. Ancak ayrıklı sınıflandırma yapan bu öğrenciler ikizkenar üçgen ile eşkenar üçgen arasında araca bağımlı olarak bir hiyerarşik sınıflandırma yapabilmıştır (bakınız, Şekil 247, s. 382). Bu ise şemalarında 'üreticinin imkanları' eylemdeki kavramını barındırmaları ve buna bağılı olarak 'ikizkenar üçgen üretici ikizkenar ve eşkenar

üçgenler üretir (bu sebeple eşkenar üçgen ikizkenar üçgen ailesinin üyesidir)' eylemdeki teoremini benimsemeleri sebebiyle olmuştur.

Açılarına göre üçgenler sınıflandırmasında tüm öğrencilerin enstrümanlı eylem şemalarını aynı eylemdeki teorem ve kavramlara dayandırdığı görülmüştür. Öğrencilerin açılarına göre üçgenler sınıflandırmasında yer alan dik açılı üçgen enstrümanlı eylem şeması 'dik açı', geniş açılı üçgen enstrümanlı eylem şeması 'geniş açı' ve dar açılı üçgen enstrümanlı eylem şeması da 'dar açı' eylemdeki kavramına ve bu özellikleri içeren eylemdeki teoremlere dayanmaktadır (bakınız, Tablo 8, s. 383). Bu sonucun dik, dar ve geniş açılı üçgen kavramlarının matematiksel ifadelerinin net olmasından kaynaklandığı düşünülmektedir.

Bu çalışma sonucunda tüm öğrencilerin; üçgen üretici, dik açılı üçgen üretici, geniş açılı üçgen üretici ve eşkenar üçgen üreticiyi etkili birer enstrümana dönüştürebildiği görülmüştür. Ancak öğrencilerin yarısı ikizkenar üçgen üreticiyi (Ö2, Ö5, Ö6, Ö7, Ö9, Ö14, Ö15, Ö16) istenilen düzeyde bir enstrümana dönüştürememiştir. Bu öğrencilerin ikizkenar üçgen enstrümanlı eylem şeması öğretimin amacına uygun olarak hiyerarşik bir yapıda değil ayrık sınıflandırmaya uygun bir yapıda şekillenmiştir.

6.1.2. Öğrencilerin dörtgen üreticilerine yönelik enstrümanlı eylem şemaları. Bu başlık altında bulgular bölümünde dörtgen üreticilerine yönelik enstrümantal oluşum süreçleri detaylı olarak sunulan öğrencilerin enstrümanlı eylem şemaları temelinde ulaşılan sonuçlar verilmiştir.

Araştırma sürecinde öğrencilerin dörtgen üreticilerine yönelik enstrümanlı eylem şemalarının sürekli olarak değiştiği ve geliştiği görülmüştür. Dörtgenler konusundaki ilk iki tür etkinlikte öğrenciler çoğunlukla dörtgenlere yönelik kısıtlı ön bilgileriyle hareket etmiş ve üreticileri bu bağlamda değerlendirmeye çalışmışlardır. Tahmin kontrol etkinlik türünde ise sahip oldukları şemalar üreticilerin yapısını açıklamakta yetersiz kalmış ve üreticiler

öğrencileri şemalarını güncellemeye sevk etmiştir. Üreticiler aracılığıyla dörtgenlerin özelliklerini araştırdıkları etkinliklerde ise öğrenciler enstrümanlı eylem şemalarını özellikler temelinde geliştirebilmiştir. Bu süreçte öğrencilerin şemalarındaki gelişimi destekleyen en önemli aşamanın sorgulamaya dayalı öğretim olduğu düşünülmektedir. Bu sonuç dinamik yazılımların kullanıldığı ortamlarda akıl yürütme sürecinin gelişiminde sorgulamaya dayalı öğretimin önemini vurgulayan Soldano ve Arzarello (2016) ile Jones'un (2000) araştırma sonuçlarıyla örtüşmektedir.

Bunun yanı sıra öğrencileri şekiller arasındaki farkı görmelerini sağlayacak bir bilişsel çelişkiye (yani öğrenciyi düşündüğünün aksine bir duruma sokarak düşüncesindeki yanlışlığı görmesini sağlamak) sürüklemenin onların daha derin düzeyde bir kavramsallaştırma geliştirmelerine katkı sağlayacağı ifade edilmektedir (Monaghan, 2000). Bu çalışmada kullanılan Tahmin & kontrol etkinliğinde de öğrencilerin çalıştıkları üreticinin neden bazı şekilleri üretebildiğinin yanı sıra neden diğerlerini üretemediğini sorgulamanın onların enstrümanlı eylem şemalarının gelişimini desteklediği düşünülmektedir.

Uygulama sürecinde etkinlik bazında tüm öğrencilerin aynı enstrümanlı teknikleri kullandığı görülmüştür. Bunun sebebi her bir etkinlikte üreticilerin sadece etkinliğin amacına uygun olarak kullanılmaya elverişli olarak sunulması olabilir. Diğer bir deyişle öğrenciler ilgili etkinlik süresince üreticileri kendilerine uyarlama konusunda serbest bırakılmamıştır. Enstrümantalizasyon sürecinin kısıtlanması anlamına gelen bu durum öğretim süresince her bir grubun aynı etkinlik türü için benzer enstrümanlı teknikleri kullanmasına sebep olmuş olabilir.

Bulgularda ayrıntılı olarak aktarılan dörtgen üreticilere yönelik enstrümantal oluşum süreçleri incelendiğinde çoğu öğrencinin her bir etkinlikte etkinlik ön analizlerinde verilen işlevsel sabitleri benimsediği görülmüştür. Ancak bazı öğrenciler her bir etkinlik sürecinde gelişmesi beklenen ölçüde şemalarını geliştirememiştir. Bu ise dörtgenlerin hiyerarşik

sınıflandırmasına uygun hazırlanan öğretimde bu öğrencilerin dikdörtgen ile kareyi, eşkenar dörtgen ile kareyi ve yamuk ile paralelkenarı ayırık sınıflandırmasıyla sonuçlanmıştır. Bu durumun sebebinin bu öğrencilerin şekilleri statik olarak görmeye devam ederek şekil üreticiler ile zihinlerindeki kavramı birleştirememeleri, bir diğer deyişle önceki öğrenmelerinin etkisinden kurtulamamaları olabileceği düşünülmektedir. Nitekim çoğu araştırmacı (Aktaş & Cansız-Aktaş, 2012; Ergün, 2010; Walcott ve diğerleri, 2009; Zeybek, 2017) öğrencilerin genellikle geometrik şekiller arasındaki ilişkileri anlamada, şekillerin gerekli olabilecek dinamik yönlerini (bilgisayar ortamında bir şeklin temel özelliklerinin korunduğu hareket edebilen hali) görmektense, statik yönlerini (bir şeklin kâğıt kalem ortamındaki sabit hali) gördüklerini ve bu sebeple prototip şekle odaklanıp şekiller arası geçişleri anlayamadıkları belirtmiştir. Öğrencilerin şemalarını ayırık sınıflandırmaya göre inşa etmelerindeki bir diğer sebebin ise yaptıkları üzerinde düşünmek için daha fazla zamana ihtiyaç duymaları olabileceği düşünülmektedir.

Araştırma sonucunda tüm öğrencilerin kare enstrümanlı eylem şemasının ‘kare tüm kenarları eşit ve tüm açıları eşit/90 derece/dik açı olan dörtgendir’ eylemdeki teoremi ile ‘kenar özelliği’, ‘açı özelliği’ ve ‘dik açı’ eylemdeki kavramlarına dayandığı görülmüştür. Uygulama sürecinde bazı öğrencilerin önce kenar özelliği temelinde inşa ettiği bu şema zamanla gelişerek açı özelliğini de barındırmaya başlamış-ki bu durum öğrencilerin kare için gerek ve yeter şartların farkına vardıklarını göstermektedir- ve uygulama sonucunda tüm öğrenciler için benzer hale bürünmüştür.

Bir öğrenci hariç (Ö2) diğer tüm öğrencilerin paralelkenar enstrümanlı eylem şemasının aynı işlevsel sabitlere dayandığı görülmüştür (bakınız, Tablo 9, s. 385). Ö2’nin paralelkenar enstrümanlı eylem şeması kenar ve açı özelliğine dayanmaktayken, diğer öğrencilerin bu şeması paralellik özelliğine dayanmaktadır. Ö2’nin eşkenar üçgen ve ikizkenar üçgen enstrümanlı eylem şemalarını açı ve kenar özelliğine dayandırdığı

düşünüldüğünde bu sonucun ortaya çıkması mümkündür. Bu açıdan Ö2'nin üçgen üreticilere yönelik eylem şemalarını oluştururken dikkate aldığı kavramların dörtgen üreticilere yönelik eylem şemalarını etkilemiş olabileceği düşünülmektedir.

Bu araştırmada tüm öğrencilerin paralelkenar enstrümanlı eylem şemasını hiyerarşik sınıflandırmaya uygun olarak inşa ettiği görülmüştür. Bu şema incelendiğinde ise 'bir şekil sınıfının diğerini kapsaması' eylemdeki kavramının öne çıktığı görülmektedir (bakınız, Tablo 9, s. 385). Ö2'nin paralelkenar enstrümanlı eylem şemasında ise diğer öğrencilerden farklı olarak 'bir özelliğin başka bir özelliği garantilemesi' eylemdeki kavramı da yer almaktadır. Dolayısıyla tıpkı üçgenlerde olduğu gibi dörtgenlerde de hiyerarşik yapıya uygun şemaların inşasında bu iki eylemdeki teoremin önemli olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Öğrencilerin dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve yamuk enstrümanlı eylem şemalarının ayrı ve hiyerarşik olarak ayrıştığı görülmüştür (bakınız, Şekil 249, s. 387). Bu durum öğrencilerin bu dörtgenleri tanımlama türlerine bağlı olarak ortaya çıkmıştır.

Araştırmaya katılan öğrencilerden ikisi (Ö3, Ö16) dikdörtgen enstrümanlı eylem şemasını ayrı sınıflandırmaya uygun olarak inşa etmiş, diğer öğrenciler ise hiyerarşik sınıflandırmaya uygun bir şema geliştirmişlerdir. Bu iki öğrencinin şemasını oluşturan işlevsel sabitler incelendiğinde öğrencilerin 'dikdörtgen karşılıklı iki uzun iki kısa kenarı olan ve tüm açıları eşit/90 derece/dik açı olan dörtgendir' eylemdeki teoremini benimsediği görülmüştür. Dikdörtgen enstrümanlı eylem şemasını oluşturan bu temel sabit kare için geçerli olmadığından bu iki öğrenci kare ile dikdörtgen arasında hiyerarşik bir ilişki kuramamıştır. Diğer bir deyişle öğrencilerin dikdörtgene yönelik enstrümanlı eylem şeması kareyi kapsayan dinamik bir formda olmadığı için öğrenciler bu iki dörtgeni ilişkilendirememektedir. Bu sonuç öğrencilerin şekilleri anlamlandırma süreçlerini inceleyen Walcott ve diğerleri (2009) ile Aktaş ve Cansız-Aktaş'ın (2012) araştırma sonuçlarıyla örtüşmektedir.

Dikdörtgen enstrümanlı eylem şemasını hiyerarşik yapıya uygun olarak inşa eden öğrencilerden Ö1 ve Ö6'nın şemasında 'karenin karşılıklı kenarları paralel ve tüm açıları 90 derece olduğundan dikdörtgen kareyi kapsar' eylemdeki teoremi, diğerlerinininde (Ö2, Ö4, Ö5, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15) ise 'tüm kenarlar eşitken karşılıklı kenarlar da eşit olacağından dikdörtgen kareyi kapsar' eylemdeki teoremi göze çarpmaktadır. Ayrıca bu öğrencilerin hepsinin dikdörtgen enstrümanlı eylem şeması 'bir şekil sınıfının diğerini kapsamaması' ve 'bir özelliğin başka bir özelliği garantilemesi' (Ö1 ve Ö6 hariç) eylemdeki kavramlarına dayanmaktadır. Bu durum dikdörtgen ile kare arasında hiyerarşik bir ilişkinin kurulmasında dikdörtgen şemasını oluşturan bu işlevsel sabitlerin önemini ortaya koymaktadır. Bu sonuç dörtgenler arası ilişkilerin anlaşılmasında özellikler arası ilişkilerin önemini vurgulayan Fujita ve Jones (2007) ile Miller'in (2013) araştırma sonuçlarıyla paralellik göstermektedir.

Öğrencilerin eşkenar dörtgen enstrümanlı eylem şemaları incelendiğinde bir öğrenci hariç (Ö7) hepsinin eşkenar dörtgen şemasını hiyerarşik yapıya uygun olarak inşa ettiği görülmüştür. Burada dikkat çeken nokta öğrencilerin tümünün şemasında eşkenar dörtgenin karşılıklı açılarının eşit olduğunu vurgulayan eylemdeki teoremler yer almasına rağmen (bakınız, Tablo 9, s. 385), ayrık sınıflandırma yapan öğrencinin şemasında 'tüm açılar eşitken karşılıklı açılar da eşit olacağından eşkenar dörtgen kareyi kapsar' eylemdeki teoremi ile 'bir şekil sınıfının diğerini kapsamaması' ve 'bir özelliğin başka bir özelliği garantilemesi' eylemdeki kavramlarının yer almamasıdır. Bu durum şemalarını bu işlevsel sabitlere dayandıran öğrencilerin eşkenar dörtgen ile kare arasında hiyerarşik bir ilişki kurabildiği sonucunu ortaya koymaktadır.

Öğrencilerin dikdörtgen ve eşkenar dörtgen enstrümanlı eylem şemaları incelendiğinde 'tüm kenarlar eşitken karşılıklı kenarlar da eşit olacağından dikdörtgen kareyi kapsar' eylemdeki teoremini benimseyen öğrencilerden biri hariç (Ö7) diğer hepsinin 'tüm

açılar eşitken karşılıklı açılar da eşit olacağından eşkenar dörtgen kareyi kapsar' eylemdeki teoremini benimsediği görülmüştür. Bu durum öğrencilerin farklı dörtgenler için inşa ettikleri şemalarda benzer eylemdeki teoremleri benimsedikleri sonucunu ortaya koymaktadır.

Öğrencilerin yamuk enstrümanlı eylem şemaları incelendiğinde Ö9 ve Ö15'in ayrık sınıflandırmaya uygun bir şema inşa ettiği görülmüştür. Bu iki öğrencinin 'yamuk tüm kenarları farklı uzunlukta olan dörtgendir' eylemdeki teoremini benimsediği göz önünde bulundurulduğunda bu öğrencilerin özellik temelinde yamuk ile diğer dörtgenler arasında ilişki kuramamasının sebebinin yamuğa yönelik algılarından kaynaklandığı düşünülmektedir. Bu öğrencilerin yamuğu tanımlama şekli paralellik yerine kenar uzunluklarına dayalı olduğundan öğrenciler yamuk ile diğer dörtgenleri özellik temelinde ilişkilendirememektedir. Ancak bu iki öğrencinin şemasında 'üreticinin imkanları' eylemdeki kavramı da yer almaktadır ki bu kavram yamuk üreticinin diğer dörtgenleri üretebilmesi sonucunda şemada yerini alabilmiştir. Bu durum yamuğun daha kapsamlı bir dörtgen olduğunun anlaşılmasındaki ilk basamaktır ancak bu iki öğrenci bir sonraki aşama olan özellikler arası ilişkileri görmede yetersiz kalmış ve şemalarını daha fazla geliştirememiştir.

Diğer öğrencilerin yamuk enstrümanlı eylem şemasını hiyerarşik yapıya uygun olarak inşa edebildiği görülmüştür. Yamuk için geliştirdikleri şemada 'yamuk en az bir çift karşılıklı kenarı paralel olan dörtgendir' eylemdeki teoremi bulunan bu öğrencilerin şemaları incelendiğinde 'paralellik', 'en az kavramı', 'bir şekil sınıfının diğerini kapsaması' ve 'bir özelliğin başka bir özelliği garantilemesi' eylemdeki kavramları ile 'iki çift karşılıklı kenar paralelken bir çift zaten paralel olacağından yamuk diğer dörtgenleri kapsar' eylemdeki teoremi göze çarpmaktadır. Bu ise tıpkı dikdörtgen ve eşkenar dörtgende olduğu gibi yamuk şemasının diğer dörtgenler ile hiyerarşik bir ilişkiyle inşa edilebilmesinde özellikle 'bir şekil sınıfının diğerini kapsaması' ve 'bir özelliğin başka bir özelliği garantilemesi' eylemdeki kavramlarının önemli olduğunu göstermektedir.

İkizkenar üçgen enstrümanlı eylem şemasında ‘en az kavramı’ eylemdeki kavramı yer alan öğrencilerin (Ö1, Ö3, Ö4, Ö8, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13) yamuk enstrümanlı eylem şemalarında da aynı eylemdeki kavramı barındırdıkları görülmüştür. Bu durum üçgen üreticilere yönelik enstrümanlı eylem şemalarındaki bazı sabitleri uygun gördükleri dörtgenlere uyarlayabildiklerini göstermektedir. Öğrencilerin özellikle ikizkenar üçgen için benimsedikleri en az kavramını yamuğa uyarlamış olmaları ikizkenar üçgen ve yamuk için benimsedikleri eylemdeki teoremlerin (bakınız, Tablo 7 ve Tablo 9) bu kavrama dayanmasından kaynaklanıyor olabilir.

Ayrıca ikizkenar üçgen enstrümanlı eylem şemasını ‘üç kenar eşitken iki kenar da eşit olacağından ikizkenar üçgen eşkenar üçgeni kapsar’ eylemdeki teoremine dayandıran öğrencilerin hepsinin (Ö1, Ö3, Ö4, Ö8, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13) yamuk enstrümanlı eylem şemasını ‘iki çift karşılıklı kenar paralelken bir çift zaten paralel olacağından yamuk diğer dörtgenleri kapsar’ eylemdeki teoremine dayandırdığı görülmüştür. Bu durum öğrencilerin üçgen şemaları için benimsedikleri işlevsel sabitleri dörtgenlere uyarlayabildiğini yani şemalarını benzer eylemdeki teoremlere göre inşa ettiklerini göstermektedir.

Özdemir-Erdoğan (2016) bir aracın enstrümantal oluşumunda; aracın sahip olduğu imkan ve kısıtlılıklar, öğrencilerin var olan bilgileri ve çalışma alışkanlıklarındaki farklılıklar dolayısıyla öğrencilerin bu aracı farklı enstrümanlara dönüştürebileceğini belirtmiştir. Bu çalışma sonucunda tüm öğrencilerin kare üretici ve paralelkenar üreticiyi etkili birer enstrümana dönüştürebildiği görülmüştür. Ancak Ö3 ve Ö16 dikdörtgen üreticiyi, Ö7 eşkenar dörtgen üreticiyi, Ö9 ve Ö15 ise yamuk üreticiyi istenilen düzeyde bir enstrümana dönüştürememiştir. Bu öğrencilerin bu üreticilere yönelik enstrümanlı eylem şeması öğretimin amacına uygun olarak hiyerarşik bir yapıda değil ayrık sınıflandırmaya uygun bir yapıda şekillenmiştir.

Çoğu araştırmacının vurguladığı üzere, üçgen ve dörtgen kavramları geometri

öğretiminde önemli bir yere sahiptir (Clements, 2004; Develi & Orbay, 2003; Furinghetti & Paola, 2002; Goldenberg ve diğerleri, 2009; Sinclair & Bruce, 2015) ve bu konu sadece kavramları tanımakla sınırlı kalmamalı aynı zamanda bu kavramlar arası ilişkiler de öğretilmelidir (De Villiers, 1994; Forsythe, 2014; Fujita & Jones, 2007; Kaur, 2015). Bu çalışmada kullanılan araçların (şekil üreticiler) öğrencilerin şekiller arası ilişkileri anlamasına yardımcı olduğu görülmüştür. Nitekim bu araçlar temelinde hazırlanan etkinlikler sonrasında şemalarında ‘bir özelliğin başka bir özelliği garantilemesi’ ve ‘bir şekil sınıfının diğerini kapsaması’ eylemdeki kavramlarını barındıran öğrencilerin şekiller arası ilişkileri hiyerarşik sınıflandırmaya uygun bir şekilde inşa edebildiği görülmektedir.

6.1.3. Öğretimde kullanılan enstrümantal orkestrasyonlar. Bu başlık altında bulgular bölümde detaylı olarak sunulan enstrümantal orkestrasyonlar temelinde ulaşılan sonuçlar ilgili alan yazın ile tartışılarak verilmiştir.

Tabach (2013) teknoloji ve öğrenme ortamlarındaki değişimlerle orkestrasyon tiplerinin de değişebileceğini belirtmiştir. Araştırmacının öğretmen rolünde yer aldığı bu çalışmada da bazı etkinliklerde sadece planlanan orkestrasyonlar, bazılarında ise planlananlara ek olarak farklı orkestrasyonlar kullanılmıştır. Ayrıca bazı etkinliklerde planlanan orkestrasyonların hiçbiri kullanılmamış bunun yerine tamamen farklı orkestrasyon türleri kullanılmıştır (bakınız, Tablo 10, s. 420). Bu açıdan öğretim sürecinde-her ne kadar hazırlık yapılmış olsa da-farklı orkestrasyon türlerinin kullanımına ihtiyaç duyulabileceği görülmüştür.

Bu çalışmada teknik gösterim, teknik destek, ekranı açıklama, ekranı tartışma, yürüyerek çalışma, işbirlikli problem çözme, teknoloji kullanılmayan açıklama, teknoloji kullanmadan teknolojiyi tartışma, teknoloji kullanmadan konuşma, rehberlik etme ve açıklama, bağlantı-ekran-tahta, aracı kullanarak tartışma, öğrenci seçimi teknoloji, tahmin etme ve test etme, tahtada öğretim ve zamana karşı sınıf imecesi olmak üzere 16 farklı türde

orquestrasyon kullanılmıştır. Bu kadar çok orkestrasyon türünün bir arada kullanılmasının ilk sebebi her bir etkinliğin kullanım amacına göre farklı orkestrasyonları kullanmayı gerektirmesidir. Örneğin bunu yapabilir misin etkinliğinde ‘öğrenci seçimi teknoloji’, tahmin & kontrol etkinlik türünde, ‘tahmin etme ve test etme’, ‘bilmece’ etkinliğinde ise ‘teknoloji kullanılmayan açıklama’ orkestrasyonu ön plana çıkmıştır.

Etkinliklerin tekrarlı bir yapıda uygulanması ise bir ders süresinde birden fazla orkestrasyonun kullanılmasına sebep olmuştur. Diğer bir sebep ise her öğrencinin kendi hızında bir öğrenme gerçekleştirdiği sınıf ortamında, şemalarının gelişimi açısından en etkili sonucu olabilmek amacıyla, öğretmenin her bir etkinlik türü için tek bir orkestrasyon kullanmak yerine etkinliğin amacına uygun olarak birden fazla orkestrasyon kullanmayı tercih etmesidir. Bu durum öğretmenin öğretimsel hedefleri doğrultusunda birden çok orkestrasyonu bir arada kullanabildiğini göstermektedir. Bu sonuç farklı öğrenme ortamlarında farklı orkestrasyon türlerinin içiçe kullanılabildiği yönündeki araştırma sonuçlarıyla örtüşmektedir (Bozkurt & Ruthven, 2018; Drijvers, 2012; Kratky, 2016; Şay & Akkoç, 2015; Tabach, 2013; Uygan, 2016). Örneğin Tabach (2013) farklı düzeylerde öğretmenlik yapan 30 matematik öğretmenini gözlemlediği çalışmasında bazı öğretmenlerin ders süresince birçok farklı türde orkestrasyonu bir arada (örneğin, ekranı açıklama, ekranı tartışma, teknik gösterim, bağlantı-ekran-tahta) kullandığını belirtmiştir.

Kullanılan etkinliklerden biri olan şekil üreticileri tanıyalım etkinliğinde öğretmenin kullandığı orkestrasyonların belirli bir sırayı takip ettiği gözlenmiştir. Bu etkinlik türü hem üçgen hem de dörtgen konusunda olmak üzere iki kez kullanılmıştır. Öğretmen her seferinde sırasıyla *teknik gösterim, teknik destek, ekranı açıklama, yürüyerek çalışma* orkestrasyonlarını kullanmıştır. Diğer etkinlik türlerinde ise kendi içinde benzer bir sıranın takip edildiği söylenebilir. Bu sonuç Tabach (2013) ve Drijvers Doorman, Boon, Reed ve Gravemeijer’in (2010) çalışma sonuçlarıyla benzerlik göstermektedir. Her iki çalışmada da bazı

öğretmenlerin derslerde kullandıkları orkestrasyon türlerinin benzer bir düzene sahip olduğunu belirtmiştir.

Her biri farklı bir amaca yönelik hazırlanan etkinlik türlerinin uygulanmasında öğretmenin çoğunlukla *yürüyerek çalışma, teknik gösterim ve ekranı açıklama* orkestrasyonlarını kullandığı gözlenmiştir. Bu durumun öğretmenin öğrenmeye yönelik düşünceleri ile bağlantılı olduğu söylenebilir. Nitekim Drijvers, Doorman, Boon, Reed ve Gravemeijer (2010) çalışmalarında öğretmenlerin kullandıkları orkestrasyon türleri ile öğretime dair düşünceleri arasında bir bağlantılı olduğu sonucuna varmıştır. Benzer şekilde Şay ve Akkaç (2015) öğretmenlerin sahip oldukları sosyo-matematiksel normların tercih ettikleri orkestrasyon türleri ile ilişki olduğunu ortaya koymuştur.

Drijvers ve van Herwaarden (2000) teknoloji destekli öğrenme ortamlarında öğrenciler arasındaki etkileşimin ve sınıfta gerçekleşen tartışmalarının öğrenme sürecini destekleyebileceğini belirtmiştir. Dinamik geometri yazılımı ile kağıt-kalemin birlikte kullanıldığı bir ortamda bir öğrencinin geometri problemlerini çözme sürecini enstrümantal yaklaşım çerçevesinde inceleyen Iranzo ve Fortuny (2009), problem çözme sırasında öğretmenin sağladığı enstrümantal orkestrasyonun öğrencinin çözüm stratejilerini etkilediği sonucuna ulaşmıştır. Öğrencilerin şekil üreticilerine yönelik enstrümanlı eylem şemalarının belirlenmesi amacıyla yapılan bu tezde de öğretim sürecinde *tahmin etme ve test etme, işbirlikli problem çözme ve teknolojiyi kullanmadan teknoloji tartışma* orkestrasyonlarının kullanılmasının öğrencilerin zihinsel şemalarının gelişimini desteklediği görülmüştür.

Öğrencilerin üçgen ve dörtgenlere yönelik enstrümanlı eylem şemalarının gelişimini desteklemek amacıyla hazırlanan etkinliklerin uygulanma sürecinde özellikle iki şekil arasındaki ilişkinin incelendiği aşamalarda sınıf genelinde bir tartışma ortamı oluşturulması planlanmıştır. Uygulama sonucunda ‘zamana karşı sınıf imecesi’, ‘aracı kullanarak tartışma’ ve ‘teknolojiyi kullanmadan teknoloji tartışma’ orkestrasyonlarının sınıf içi etkileşimler için

faydalı olduğu görülmüştür. Bu sonuç ‘zamana karşı sınıf imecesi’, ‘ekranı tartışma’, ‘işbirlikli problem çözme’ ve ‘sherpa iş başında’ gibi orkestrasyonların sınıf içi etkileşimi desteklediğini belirten Uygan’ın (2016) çıkarımıyla paralellik göstermektedir.

6.2. Öneriler

Çalışma kapsamında ortaya çıkan öneriler öğretmenler, program geliştiriciler ve araştırmacılar için öneriler şeklinde ele alınmıştır.

Öğretmenler için öneriler;

- Tez kapsamında yapılan sınıf içi uygulamada öğretmen ile öğrenci arasındaki etkileşimin öğrencilerin şemalarını etkilediği görülmüştür. Bu açıdan öğretmenin özellikle sorgulamaya dayalı bir öğretim yöntemiyle öğrencilerin öğrenmelerini desteklemesi önerilmektedir.
- Öğretmenlerin teknoloji destekli öğretimde olası teknik engelleri ortadan kaldırmak ve öğrencilerin bilgisayarda ders dışı eylemler gerçekleştirmelerini engellemek için etkinlik dışı kullanılabilir araçların kullanımını engellemeleri öğretimin aksamaması adına önemli görülmektedir.
- Bu tez kapsamında kullanılan etkinliklerde veri kaybını engellemek ve çalışmanın güvenilirliğini artırmak amacıyla öğrencilerin birçok çalışma yaprağını doldurması gerekmiştir. Veri toplama endişesinin bulunmadığı bir sınıf ortamında ilgili etkinlikler uygulanırken çalışma yapraklarının hepsinin dağıtılmaması öğrencilerin öğrenmelerini sindirmeleri için daha fazla zaman kazanmalarını sağlayabilir.

Program geliştiriciler için öneriler;

- Öğretim programlarında geometrik şekiller arasındaki ilişki dikkate alınarak öğretilmesinin öğrenmeye katkı sağladığı belirtilmesine rağmen bu konuda yeterli düzeyde bir müfredat sunulamamaktadır. Bu araştırmada kullanılan müfredat parçasının ise bu açığı kapatabilecek nitelikte olduğu düşünülmektedir. Bu açıdan

kullanılan müfredat parçasının aşamaları dikkate alınarak ders kitaplarının geliştirilmesi önerilmektedir.

Araştırmacılar için öneriler;

- İlerleyen aşamalarda bu tezde ortaya koyulan beşinci sınıf düzeyinde üçgenler ve dörtgenler konusunda öğrencilerin geliştirdikleri enstrümanlı eylem şemalarının öğrencilerin ileriki konulardaki öğrenmelerine etkisinin nasıl olacağı ayrıntılı olarak incelenebilir.
- Yapılan araştırma kapsamında üçgen ve dörtgen türlerine yönelik araçlar kullanılmış ve öğrencilerin bu araçlara yönelik enstrümanlı eylem şemaları ortaya koyulmuştur. İlerleyen çalışmalarda çokgenler ya da çember konusunda şekil üreticilere benzer araçların oluşturulup öğrencilerin bu araçlara yönelik eylem şemalarının araştırılabileceği düşünülmektedir.
- Bu çalışmada öğrencilerin iki boyutlu şekillerin (üçgen ve dörtgen) hiyerarşisine yönelik enstrümanlı eylem şemaları araştırılmıştır. Sonraki çalışmalarda benzer hiyerarşinin üç boyutlu şekillerde nasıl şekillendiği incelenebilir.
- Bu çalışmada öğrenciler ikişerli gruplar şeklinde çalışmıştır. Bu durum öğrencilerin fikir alışverişinde bulunmalarını kolaylaştırmasına karşın grup içerisinde baskın olan öğrencinin fikirlerinin benimsenmesine yol açmış olabilir. Bu açıdan ileriki çalışmalarda her öğrenciye bir bilgisayarın düştüğü bir ortamda benzer bir öğretim sonucunda ortaya çıkan enstrümanlı eylem şemalarının bu çalışma sonuçlarıyla karşılaştırılabileceği düşünülmektedir.
- Bu çalışma kapsamında bazı orkestrasyonların öğrencilerin şemalarının gelişimine katkı sağladığı görülmüştür. Ancak öğrencilerin şemaları ile kullanılan orkestrasyonun ne ölçüde ilişkili olduğu bu araştırmanın odağı dışında kalmıştır.

Bu açıdan ileriki çalışmalarda bu konunun ayrıntılı olarak çalışılabileceği düşünülmektedir.

- Bu tezde, araştırmacı, öğretmen rolünde sürece dahil olmuştur. Araştırmacı enstrümantal orkestrasyon türlerine aşina olduğu için öğretimde bu orkestrasyonların hangisinin uygun olacağını planlayarak hareket etmiştir. Bu durum alan yazında yer almayan orkestrasyonların ortaya çıkmasını engellemiş olabilir. Bu açıdan ileriki çalışmalarda öğretimin ilgili sınıfın öğretmeni tarafından yapılması önerilmektedir.
- Bu tezde daha genel bir çerçeveye çizebilmek amacıyla araştırmaya katılan öğrencilerin hepsinin enstrümantal oluşum süreçleri ayrı ayrı incelenmiştir. Ancak bu durum öğretmen rolünde çalışmaya katılan araştırmacının bazı öğrencilerin öğrenme süreçlerinin tamamına dahil olmasını engellemiştir. Bu açıdan ileriki çalışmalarda sınıf içerisinde 4-6 öğrencinin odak grup olarak belirlenmesi önerilmektedir.
- Teknoloji destekli bir ortamda yapılan öğretimde bir takım teknik sorunların meydana gelmesi olasıdır. Araştırmacının öğretmen rolünde yer aldığı bu süreçte karşılaşılan teknik zorlukların üstesinden gelmek ve eş zamanlı olarak öğretimi sürdürmek çoğu zaman zorlayıcı olmuştur. Bu açıdan benzer çalışmalarda öğretim esnasında karşılaşılabilecek teknik sorunları çözmek için bir yardımcıyla çalışılması önerilmektedir.

Kaynakça

- Acar, H. (2015). *Üstel ve logaritmik fonksiyonlar konusunun dinamik geometri yazılımı Geogebra ile öğretiminin öğrenci başarısına etkisi*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Uşak Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Uşak.
- Aktaş, D. Y. & Cansız-Aktaş, M. (2012). 8. sınıf öğrencilerinin özel dörtgenleri tanıma ve aralarındaki hiyerarşik sınıflamayı anlama durumları. *İlköğretim Online*, 11(3), 714-728.
- Akyüz, D. (2015). An investigation into effects of dynamic geometry software (DGS) on students' thinking preferences: Solving geometry problems with and without DGS. *The Eurasia Proceedings of Educational & Social Sciences*, 2, 215-225.
- Alqahtani, M. M., & Powell, A. B. (2016). Instrumental appropriation of a collaborative, dynamic- geometry environment and geometrical understanding. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology*, 4(2), 72-83.
- Alqahtani, M. M., & Powell, A. B. (2017). Teacher's instrumental genesis and their geometrical understanding in a dynamic geometry environment. *Digital Experiences in Mathematics Education*, 3(1), 9-38.
- Alyeşil, D. (2005). *Kavram haritaları destekli ve problem çözme merkezli geometri öğretimi 7. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeyleri üzerindeki rolü*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.
- Arıcı, S. (2012). *Origami temelli öğretimin 10. sınıf öğrencilerinin uzamsal görselleştirme, geometri başarısı ve geometrik akıl yürütmeleri üzerine etkisi*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Boğaziçi Üniversitesi, İstanbul.
- Artigue, M. (2002). Learning mathematics in a CAS environment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. *International Journal of Computers for Mathematics Learning*, 7, 245-274.

- Artigue, M. (2007). Digital technologies: A window on theoretical issues in mathematics education. In D. Pitta- Pantazi, & G. Philippou (Eds.), *Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 68-82). Larnaca, Cyprus.
- Assude T., Grugeon B., Laborde C., & Soury-Lavergne S. (2006). Study of a teacher professional problem: How to take into account the instrumental dimension when using Cabri Geometry. In C. Hoyles, J.-B. Lagrange, L. H. Son, & N. Sinclair (Eds.), *Proceedings of the Seventeenth Study Conference of the International Commission on Mathematical Instruction* (pp. 346–353). Hanoi, Vietnam: Hanoi University of Technology.
- Baki, A., Güven, B., & Karataş, İ. (28-30 Kasım 2001). *Dinamik geometri yazılımı cabri ile yapısalcı öğrenme ortamlarının tasarımı*. 1. Uluslararası Öğretim Teknolojileri Sempozyumu ve Fuarı'nda sunuldu, Sakarya, Türkiye.
- Baki, A., Kosa, T., & Güven, B. (2011). A comparative study of the effects of using dynamic geometry software and physical manipulatives on the spatial visualization skills of pre-service mathematics teachers. *British Journal of Educational Technology*, 42(2), 291–310.
- Baroody, A. J., & Bartels, B. H. (2000). Using concept maps to link mathematical ideas. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 5(9), 604-609.
- Başışık, H. (2010). *İlköğretim 5.sınıf öğrencilerinin çokgenler ve dörtgenler konularındaki kavram yanılgılarının belirlenmesi*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Adnan Menderes Üniversitesi, Aydın.
- Battista, M. T. (2001). Shape makers: A computer environment that engenders students' construction of geometric ideas and reasoning. *Computers in the Schools*, 17(1-2), 105-120.

- Battista, M. T. (2002). Learning geometry in a dynamic computer environment. *Teaching Children Mathematics*, 8, 333-339.
- Battista, M. T. (2012). *Shape makers: Developing geometric reasoning in middle school with the geometer's sketchpad version 5*. Emeryville, CA: Key Curriculum Press.
- Battista, M. T., & Borrow, C. (1997, October). *A computer microworld for promoting dynamic imagery in support of geometric reasoning*. Paper presented at the Nineteenth Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Columbus, OH.
- Battista, T. B., & Lambdin, D. V. (1994). Calculators and computers: Tools for mathematical exploration and empowerment. *The Arithmetic Teacher*, 41(7), 412-417.
- Berkün, M. (2011). *İlköğretim 5 ve 7. sınıf öğrencilerinin çokgenler üzerindeki imgeleri ve sınıflandırma stratejileri*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Bozkurt, G., & Ruthven, K. (2018). The activity structure of technology-based mathematics lessons: A case study of three teachers in English secondary schools. *Research in Mathematics Education*, 20(3), 254-272.
- Bransford, J. D., Brown, A. L., & Cocking, R. R. (2000). *How people learn: Brain, mind, experience, and school*. Washington, DC: National Academy Press.
- Burger, W. F. (1985). Geometry. *The Arithmetic Teacher*, 32(6), 52-56.
- Burger, W. F., & Shaughnessy, J. M. (1986). Characterizing the van Hiele levels of development in geometry. *Journal for Research in Mathematics Education*, 17(1), 31-48.
- Büyüköztürk, Ş., Kılıç-Çakmak, E., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş., & Demirel, F. (Editörler). (2013). *Bilimsel araştırma yöntemleri* (15. baskı). Ankara: PegemA Yayıncılık.
- Cannon, M. E. (1999). Shape makers. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 4(5), 339.

- Cantürk-Günhan, B., & Açıkan, H. (2016). Dinamik geometri yazılımı kullanımının geometri başarısına etkisi: Bir meta-analiz çalışması. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 7(1), 1-23.
- Carroll, W. (1998). Middle school students' reasoning about geometric situations. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3(6), 398-403.
- Carson, R. N., & Rowlands, S. (2007). Teaching the conceptual revolutions in geometry. *Science & Education*, 16, 921-954.
- Chino, K., Morozumi, T., Arai, H., Ogihara, F., Oguchi, Y., & Miyazaki, M. (2007). The effects of 'spatial geometry curriculum with 3-D DGS' in lower secondary school mathematics. In J. H. Woo, H. C. Lew, K. S. Park & D. Y. Seo (Eds.), *Proceedings of the 31st conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 137-144). Seoul, Korea: The Korea Society of Educational Studies in Mathematics.
- Christou, C., Mousoulides, N., Pittalis, M., & Pitta-Pantazi, D. (2004). Proofs through exploration in dynamic geometry environments. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 2(3), 339-352.
- Clements, D. H. (2004). Geometric and spatial thinking in early childhood education. In D. H. Clements, J. Sarama, & A.-M. DiBiase (Eds.), *Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education* (pp. 267-297). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Clements, D. H., Sarama, J., Yelland, N. J., & Glass, B. (2008). Learning and teaching geometry with computers in the elementary and middle school. In M. K. Heid, & G. W. Blume (Eds.), *Research on technology and the teaching and learning of mathematics: Volume 1, Research syntheses* (pp. 109-154). New York: Information Age Publishing.

- Cobb, P., Confrey, J., diSessa, A., Lehrer, R. & Schauble, L. (2003). Design experiments in educational research. *Educational Researcher*, 32(1), 9–13.
- Coffland D. A. (2009). Emphasizing standards with classroom activity extensions. *Teaching Children Mathematics*, 15(5), 304-308.
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2007). *Research methods in education* (6th ed.). New York: Routledge.
- Connolly, S. (2010). The impact of van Hiele-based geometry instruction on student understanding. *Mathematical and Computing Sciences Masters*. Paper 97. Retrieved from: https://fisherpub.sjfc.edu/mathcs_etd_masters/97
- Craine, T. V., & Rubenstein, R. N. (1993). A quadrilateral hierarchy to facilitate learning in geometry. *The Mathematics Teacher*, 86(1), 30-36.
- Creswell, J. W. (2003). *Research Design: Qualitative, Quantitative, And Mixed Methods Approaches*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Creswell, J.W. (2012). *Educational research: Planning, conducting and evaluating quantitative and qualitative research* (4th ed.). Boston, MA: Pearson Education, Inc.
- Czarnocha, B., & Maj, B. (2008). Teaching experiment. In B. Czarnocha (Ed.), *Handbook of mathematics teaching research: Teaching experiment- A tool for teacher-researchers* (pp. 47-58). Poland: University of Rzeszow.
- Çalışkan, M. (2016). *Katı cisimlerin öğretiminde dinamik geometri yazılımı destekli öğretimin 7.sınıf öğrencilerinin geometriye yönelik tutumuna ve uzamsal düşünmelerine etkisinin araştırılması*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Davis, P. J. (1995). The rise, fall, and possible transfiguration of triangle geometry. *American Mathematical Monthly*, 102(3), 204–214.
- Davison, I. (2003). Using an interactive whiteboard to facilitate pupil understanding of

- quadrilateral definitions. In S. Pope (Ed.), *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics* (Vol. 23/1, pp. 13-18). Sheffield, UK: Sheffield Hallam University.
- Demir, F. (2011). *Bir dinamik geometri yazılımının ilköğretim öğrencilerinin geometride ispat becerilerine etkisi*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Erzincan Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzincan.
- Deniz, S. (2016). *Doğrusal denklemlerin 7. sınıflarda öğretiminde Geometri Sketchpad kullanımının çoklu temsil ve enstrümantal yaklaşım boyutundan incelenmesi*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- Develi, M. H., & Orbay, K. (2003). İlköğretimde niçin ve nasıl bir geometri öğretimi. *Milli Eğitim Dergisi*, 157, 115-122.
- De Villiers, M. (1994). The role and function of a hierarchical classification of quadrilaterals. *For the learning of mathematics*, 14(1), 11-18.
- De Villiers, M. (1998). To teach definitions in geometry or teach to define?. In A. Olivier & K. Newstead (Eds), *Proceedings of the Twenty-second International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 248-255). Stellenbosch, South Africa: University of Stellenbosch.
- De Villiers, M. (1999). *Rethinking proof with the Geometer's Sketchpad*. Key Curriculum Press, Emeryville, CA.
- De Villiers, M. (2004). Using dynamic geometry to expand mathematics teachers' understanding of proof. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 35(5), 703-724.
- Dimakos, G., & Zaranis, N. (2010). The influence of the Geometer's Sketchpad on the geometry achievement of greek school students. *The Teaching of Mathematics*, 13(2),

113-124.

- Dokur, N. (2013). *Somut materyal ve Geometer's Sketchpad destekli eğitimlerin matematik öğretmenliği öğrencilerinin başarılarına ve çözümlerini açıklamalarına etkilerinin incelenmesi*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Gaziantep Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Gaziantep.
- Dove, A., & Hollebrands, K. (2014). Teachers' scaffolding of students' learning of geometry while using a dynamic geometry program. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 45(5), 668–681.
- Drijvers, P. (2000). Students encountering obstacles using a CAS. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 5(3), 189–209.
- Drijvers, P. (2012). Teachers transforming resources into orchestrations. G. Gueudet, B. Pepin, & L. Trouche (Eds.), *From text to 'lived' resources: Mathematics curriculum materials and teacher development* içinde (pp. 265-281). Netherlands: Springer Science.
- Drijvers, P., Doorman, M., Boon, P., Reed, H., & Gravemeijer, K. (2010). The teacher and the tool: Whole-class teaching behavior in the technology-rich mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 75(2), 213–214.
- Drijvers, P., Doorman, M., Boon, P., & van Gisbergen, S. (January 28th- February 1st, 2010). *Instrumental Orchestration: Theory and practice*. Paper presented at the CERME 6, Lyon France.
- Drijvers, P., & Gravemeijer, K. (2005). Computer algebra as an instrument: Examples of algebraic schemes. In D. Guin, K. Ruthven, & L. Trouche (Eds.), *The didactical challenge of symbolic calculators: Turning an computational device into a mathematical instrument* (pp. 163-196). Boston: Springer Science and Business Media, Inc.

- Drijvers, P., Kieran, C., & Mariotti, M. A. (with Ainley, J., Andresen, M., Chan, Y. C., ... Meagher, M. (2010). Integrating technology into mathematics education: Theoretical perspectives. In C. Hoyles, & J-B. Lagrange (Eds.), *Mathematics education and technology: Rethinking the terrain* (pp. 89-132). Springer US.
- Drijvers, P., Tacoma, S., Besamusca, A., Doorman, M., & Boon, P. (2013). Digital resources inviting changes in mid-adopting teachers' practices and orchestrations. *ZDM Mathematics Education*, 45, 987–1001.
- Drijvers, P., & Trouche, L. (2008). From artifacts to instruments: A theoretical framework behind the orchestra metaphor. In G. W. Blume, & M. K. Heid (Eds.), *Research on technology and the teaching and learning of mathematics: Vol. 2. Cases and perspectives* (pp. 363–392). Charlotte, NC: Information Age.
- Drijvers, P., & van Herwaarden, O. (2000). Instrumentation of ICT-tools: The case of algebra in a computer algebra environment. *The International Journal of Computer Algebra in Mathematics Education*, 7(4), 255–275.
- Driskell, S. O. (2004). *Fourth-Grade students' reasoning about properties of two-dimensional shapes* (Doctoral dissertation). Available from ProQuest Dissertations and Theses database. (UMI No. 3112931).
- Duatepe-Paksu, A. (2016). Paper folding: A tool in teaching quadrilaterals with the perspective of symmetry. In Katarina Zilcova (Eds.), *Studia Scientifica Facultatis Paedagogicae*, (pp. 34-38). Verbum Ruzomberok.
- Duatepe-Paksu, A., İymen, E., & Pakmak, G. S. (2012). How well elementary teachers identify parallelogram? *Educational Studies*, 38(4), 415-418.
- Dur, Z. (2016). *7.Sınıf öğrencilerinin bir dinamik geometri ortamında kullandıkları sürükleme ve ölçme araçlarının enstrümantal oluşumlarının incelenmesi*. (Yayımlanmamış doktora tezi). Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

- Duru, A., & Korkmaz, H. (2010). Öğretmenlerin yeni matematik programı hakkındaki görüşleri ve program değişim sürecinde karşılaşılan zorluklar. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 38, 67-81.
- Elstak, I. R. (2007). *College students' understanding of rational exponents: A teaching experiment* (Doctoral dissertation). Available from ProQuest Dissertations and Theses database. (UMI No. 3275198).
- Engelhardt, P. V., Corpuz, E. G., Ozimek, D. J., & Rebello, N. S. (2004). The teaching experiment- what it is and what it isn't. In M. Jeffrey, S. Franklin & K. Cummings (Eds.), *Proceedings of the 2003 Physics Education Research Conference* (Vol. 720/1, pp. 157-160). Melville, N.Y: American Institute of Physics.
- Erez, M. M., & Yerushalmy, M. (2006). "If you can turn a rectangle into a square, you can turn a square into a rectangle..." Young students experience the dragging tool. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 11(3), 271-299.
- Ergün, S. (2010). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin çokgenleri algılama, tanımlama ve sınıflandırma biçimleri*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Fahlgren, M. (2015). Instrumental genesis concerning scales and scaling in a dynamic mathematics software environment. In K. Krainer & N. Vondrova (Eds.), *Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2347-2353). Prague, Czech Republic: HAL archives.
- Fahlgren, M. (2016). Redesigning task sequences to support instrumental genesis in the use of movable points and slider bars. *International Journal of Technology in Mathematics Education*, 24(1), 3-15.
- Faydacı, S. (2008). *İlköğretim 6. sınıf öğrencilerine geometrik dönüşümlerden öteleme kavramının bilgisayar destekli ortamda öğretiminin incelenmesi*. (Yayımlanmamış

- yüksek lisans tezi). Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Forsythe, S. K. (2014). *The kite family and other animals: Does a dragging utilisation scheme generate only shapes or can it also generate mathematical meanings?* (Doctoral dissertation). Available from ProQuest Dissertations and Theses database. (UMI No. U638630)
- Fox, T. B. (2000). Implications of research on children's understanding of geometry. *Teaching Children Mathematics*, 6(9), 572-76.
- Frankel, R. M., & Devers, K. J. (2000). Study design in qualitative research-1: Developing questions and assessing resource needs. *Education for health*, 13(2), 251- 261.
- Fujita, T. (2008). Learners' understanding of the hierarchical classification of quadrilaterals. In M. Joubert (Ed.), *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics* (Vol. 28/2, pp. 31-36). Southampton, UK: University of Southampton.
- Fujita, T. (2012). Learners' level of understanding of the inclusion relations of quadrilaterals and prototype phenomenon. *The Journal of Mathematical Behavior*, 31(1), 60-72.
- Fujita, T., & Jones, K. (2007). Learners' understanding of the definitions and hierarchical classification of quadrilaterals: Towards a theoretical framing. *Research in Mathematics Education*, 9(1), 3-20.
- Furinghetti, F., & Paola, D. (2002). Defining within a dynamic geometry environment: Notes from the classroom. In A. D. Cockburn & E. Nardi (Eds.), *Proceedings of the 26th PME International Conference* (Vol. 2, pp. 392-399). Norwich, UK: University of East Anglia, School of Education and Professional Development.
- Genç, G. (2010). *Dinamik geometri yazılımı ile 5. sınıf çokgenler ve dörtgenler konularının kavratılması*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Adnan Menderes Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Aydın.
- Ginsburg, H. (1981). The clinical interview in psychological research on mathematical

- thinking: Aims, rationales, techniques. *For the Learning of Mathematics*, 1(3), 4-11.
- Goldenberg, E. P., Cuoco A. A., & Mark, J. (2009). A role for geometry in general education. In Lehrer, L., & Chazan, D. (Eds.), *Designing learning environment for developing understanding of geometry and space* (pp. 3-43). NY: Routledge.
- Goos, M. & Soury-Lavergne, S. (with Assude, T., Brown, J., Kong, C. M., Glover, D., ... Sinclair, M.). (2010). Teachers and teaching: Theoretical perspectives and issues concerning classroom implementation. In C. Hoyles, & J-B. Lagrange (Eds.), *Mathematics education and technology: Rethinking the terrain* (pp. 311-328). Springer US.
- Gueudet, G., Buteau, C., Mesa, V., & Misfeldt, M. (2014). Instrumental and documentational approaches: From technology use to documentation systems. *Research in Mathematics Education*, 16(2), 139-155.
- Guin, D., & Trouche, L. (1999). The complex process of converting tools into mathematical instruments: The case of calculators. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 3(3), 195–227.
- Guin, D., & Trouche, L. (2002). Mastering by the teacher of the instrumental genesis in CAS environments: Necessity of intrumental orchestrations. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 34(5), 204–211.
- Güneş, H. (2016). *Analitik geometri öğretiminde Cabri 3D kullanımının öğretmen adaylarının akademik başarılarına etkisi ve görüşlerinin değerlendirilmesi*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bursa.
- Gürhan, S. (2015). *Ortaokul öğrencilerinin dörtgenleri sınıflandırmaya dair kavramsal anlayışlarının bilgisayar destekli ortamlarda geliştirilmesi*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Mevlâna Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.

- Güven, B., Baki, A., & Çekmez, E. (2012). Using dynamic geometry software to develop problem solving skills. *Mathematics and Computer Education*, 46(1), 6-17.
- Güven, B., & Karataş, İ. (2003). Dinamik geometri yazılımı cabri ile geometri öğrenme: Öğrenci görüşleri. *The Turkish Online Journal of Educational Technology*, 2(2), 67-78.
- Habre, S. (2009). Geometric conjecture in dynamic geometry software environment. *Mathematics & Computer Education*, 43(2), 151-164.
- Han, H. (2007). *Middle school students' quadrilateral learning a comparison study* (Doctoral dissertation). Available from ProQuest Dissertations and Theses database. (UMI No. 3273133).
- Harel, G., & Sowder, L. (1998). Students' proof schemes: Results from an exploratory study. In A. H. Schoenfeld, J. Kaput, & E. Dubinsky (Eds.), *Research in college mathematics education III* (pp. 234–283). Providence, RI: AMS.
- Haspekian, M. (2005). An “instrumental approach” to study the integration of a computer tool into mathematics teaching: The case of spreadsheets. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 10(2), 109-141.
- Hegedus, S. (2005). *Dynamic Representations: A New Perspective on Instrumental Genesis*. Paper presented at the The Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, Sant Feliu de Guixols, Spain.
- Hegedus, S. J., & Moreno–Armella, L. (2010). Accomodating the instrumental genesis framework within dynamic technological environments. *For the Learning of Mathematics*, 30(1), 26–31.
- Heid, M. K. (1988). Resequencing skills and concepts in applied calculus using the computer as a tool, *Journal for Research in Mathematics Education*, 19(1) 3-25.
- Hohenwarter, M., & Jones, K. (2007). BSRLM Geometry Working Group: Ways of linking

- geometry and algebra, the case of Geogebra. In D. Küchemann (Ed.), *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, (Vol. 27-3, pp. 126-131). Northampton, UK: University of Northampton.
- Hollebrands, K. (2007) The role of a dynamic software program for geometry in the strategies high school mathematics students employ. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(2), 164-192.
- Hollebrands, K. F., & Lee, H. S. (2016). Characterizing questions and their focus when pre-service teachers implement dynamic geometry tasks. *The Journal of Mathematical Behavior*, 43, 148–164.
- Hollebrands, K. F., & Smith, R. C. (2009). Using interactive geometry software to teach secondary school geometry: Implications from research. In T. V. Craine, & R. Rubenstein (Eds.), *Understanding geometry for a changing world: Seventy first yearbook* (pp. 221-232). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Hoyles, C. (1996). Modeling geometrical knowledge: The case of the student. In J-M. Laborde (Ed.), *Intelligent Learning Environments: The case of geometry* (Vol. 117, pp. 94-112). Springer, Berlin, Heidelberg.
- Hoyles, C., & Noss, R. (1994). Dynamic geometry environment: What's the point? *The Mathematics Teacher*, 87(9), 716-717.
- Hunting, R. P. (1997). Clinical interview methods in mathematics education research and practice. *The Journal of Mathematical Behavior*, 16 (2), 145-165.
- Iranzo, N., & Fortuny, J. M. (2009). The synergy of students' use of paper-and-pencil techniques and dynamic geometry software: A case study. In V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavargne and F. Arzarello (Eds.), *Proceedings of the 6th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1241–1249). Lyon, France.

- İbili, E. (2013). *Geometri dersi için artırılmış gerçeklik materyallerinin geliştirilmesi, uygulanması ve etkisinin değerlendirilmesi*. (Yayımlanmamış doktora tezi). Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Jackiw, R. N. (2006). Mechanism and magic in the psychology of dynamic geometry. In N. Sinclair, D. Pimm, & W. Higginson (Eds.), *Mathematics and the Aesthetic* (pp. 145-159). Springer New York.
- Jackiw, N. (2009). *The Geometer's Sketchpad, Version 5* [Computer program]. Emeryville, CA: Key Curriculum Press.
- Jackiw, N., & Sinclair, N. (2009). Sounds and pictures: Dynamism and dualism in dynamic geometry. *ZDM Mathematics Education*, 41, 413-426.
- Jones, K. (2000). Providing a foundation for deductive reasoning: Students' interpretations when using dynamic geometry software and their evolving mathematical explanations. *Educational Studies in Mathematics*, 44(1-2), 55-85.
- Kaur, H. (2015). Two aspects of young children's thinking about different types of dynamic triangles: prototypicality and inclusion. *ZDM Mathematics Education*, 47(3), 407-420.
- Kaylak, S. (2014). *Gerçekçi matematik eğitime dayalı ders etkinliklerinin öğrenci başarısına etkisi*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Necmettin Erbakan Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Kemerli, B. (2010). *İlköğretim matematik ders ve çalışma kitabı*. Ankara: Can Matematik Yayınları.
- Kilic, H. (2013). *The effects of dynamic geometry software on learning geometry*. Paper presented at the Eight Congress of the European Research in Mathematics Education (CERME 8). Ankara, Turkey.
- Kratky, J. L. (2016). *Pedagogical moves as characteristics of one instructor's instrumental orchestrations with tinkerplots and the TI-73 explorer: A case study* (Doctoral

- dissertation). Available from ProQuest Dissertations and Theses database. (UMI No. 10583012).
- Kurak, Y. (2009). Dinamik geometri yazılımı kullanımının öğrencilerin dönüşüm geometri anlama düzeylerine ve akademik başarılarına etkisi (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Laborde, C. (1993). The computer as part of the learning environment: The case of geometry. In C. Keitel, & K. Ruthven (Eds.), *Learning from computers: Mathematics education and technology* (Vol. 121, pp. 48-67), Springer, Berlin, Heidelberg.
- Laborde, C., Kynigos, C., Hollebrands, K., & Strasser, R. (2006). Teaching and learning geometry with technology. In A. Gutiérrez, & P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future* (pp. 275-304). Rotterdam: Sense Publishers.
- Lagrange, J. B. (1999). Complex calculators in the classroom: theoretical and practical reflections on teaching pre-calculus. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 4, 51-81.
- Lagrange, J. B. (2005). Transposing computer tools from the mathematical sciences into teaching. In D. Guin, K. Ruthven, & L. Trouche (Eds.), *The didactical challenge of symbolic calculators: Turning a computational device into a mathematical instrument* (pp 67-82). Boston: Springer Science and Business Media, Inc.
- Lai, K., & White, T. (2012). Exploring quadrilaterals in a small group computing environment. *Computers & Education*, 59(3), 963-973.
- Laina, V., & Monaghan, J. (2013). Students's expectations from technology in mathematics tasks: Mathematical relationships between objects, instrumental genesis and emergent goals. *International Journal of Technology in Mathematics Education*, 21(3), 79-87.
- Leung, I. K. (2008). Teaching and learning of inclusive and transitive properties among

- quadrilaterals by deductive reasoning with the aid of SmartBoard. *ZDM Mathematics Education*, 40(6), 1007-1021.
- Leung, A., Chan, Y., & Lopez-Real, F. (2006). Instrumental genesis in dynamic geometry environments. In C. Hoyles, J.-B. Lagrange, L. H. Son, & N. Sinclair (Eds.), *Proceedings of the Seventeenth Study Conference of the International Commission on Mathematical Instruction* (pp. 346–353). Hanoi, Vietnam: Hanoi University of Technology.
- Mack, N. K. (2007). Gaining insights into children's geometric knowledge. *Teaching Children Mathematics*, 14(4), 238-245.
- Manouchehri, A., Enderson, M. C., & Pugnucco, L. A. (1998). Exploring geometry with technology. *Mathematics Teaching Middle School*, 3, 436–442.
- Mariotti, M. (2001). Introduction to proof: The mediation of a dynamic software environment. *Educational Studies in Mathematics*, 44(1-2), 25–53.
- Merriam, S. (2009). *Qualitative Research*. Retrieved from https://books.google.com.tr/books?hl=en&lr=&id=_6o6AwAAQBAJ&oi=fnd&pg=PR1&dq=sharan+b.+merriam&ots=pen630HA4s&sig=HSVCqF6UVJ2NqfpJqEs1MxKIXJw&redir_esc=y#v=onepage&q=sharan%20b.%20merriam&f=false
- Merriam, S. (2013). *Nitel araştırma: Desen ve uygulama için bir rehber*. Selahattin Turan (Çev. Edit.). Ankara: Nobel Yayınevi.
- Miles, M. B., & Huberman A. M. (1994). *Qualitative data and analysis. An expanded sourcebook*. Townsend Oaks, CA: Sage Publications.
- Miles, M. B., Huberman, A. M., & Saldana, J. (2013). Drawing and verifying conclusions. In *Qualitative data analysis: A methods sourcebook* (pp. 275-322). Sage Publications, Inc.

- Miller, M. S. (2013). *Preservice teachers' abilities and learning processes involving the composition of definitions of quadrilaterals*. (Unpublished PhD thesis). University of Delaware, Newark.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2009). *İlköğretim matematik dersi (6-8. sınıflar) öğretim programı*. Ankara. <http://ttkb.meb.gov.tr/www/ogretim-programlari/icerik/72>
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2013). *Ortaokul matematik dersi öğretim programı*. Ankara. <http://ttkb.meb.gov.tr/www/guncellenen-ogretim-programlari-ve-kurul-ararlari/icerik/150>
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2014). *Ortaokul 5. sınıf matematik kitabı (2.kitap)*. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı.
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2018). *Ortaokul ve İmam Hatip Ortaokulu 5. Sınıf Matematik Ders Kitabı*. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2018). *Matematik dersi öğretim programı ve kılavuzu (İlkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar)*. Ankara. <http://mufredat.meb.gov.tr/ProgramDetay.aspx?PID=329>
- Misfeldt, M. (2013). Instrumental genesis in geogebra based board game design. In B. Ubuz, C. Haser, & M. A. Mariotti (Eds.), *Proceedings of the Eighth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2664-2673). Ankara, Turkey: Middle East Technical University and ERME.
- Miyazaki, M., Fujita, T., Jones, K., & Iwanaga, Y. (2017). Designing a web-based learning support system for flow-chart proving in school geometry. *Digital Experiences in Mathematics Education*, 3(3), 233-256.
- Monaghan, F. (2000). What difference does it make? Children's views of the differences between some quadrilaterals. *Educational Studies in Mathematics*, 42(2), 179-19.
- Okazaki, M., & Fujita, T. (2007). Prototype phenomena and common cognitive paths in the

- understanding of the inclusion relations between quadrilaterals in Japan and Scotland. In H. Woo, K. Park & D. Seo (Eds.), *Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 41-48). Seoul, Korea: The Korea Society of Educational Studies in Mathematics.
- Okumuş, S. (2011). *Dinamik geometri ortamlarının 7. sınıf öğrencilerinin dörtgenleri tanımlama ve sınıflandırma becerilerine etkilerinin incelenmesi*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Olive, J. (1991). Learning geometry intuitively with the aid of a new computer tool: The Geometer's Sketchpad. *The Mathematics Educator*, 2(1), 26-29.
- Olive, J. (1993). The geometer's sketchpad version 2.0. *The Mathematics Educator Reviews*, 4(1), 21-24.
- Olive, J. (2010). Research on technology tools and applications in mathematics learning and teaching. In S. A. Chamberlin, & L. L. Hatfield (Eds.), *Papers from a planning conference for WISDOMe* (pp. 75-93). Laramie, Wyoming: University of Wyoming College of Education.
- Özçakır, B. (2013). *The effects of mathematics instruction supported by dynamic geometry activities on seventh grade students achievement in area of quadrilaterals*. (Unpublished master's thesis). Middle East Technical University Institute of Social Sciences, Ankara.
- Özdemir-Erdoğan, E. (2016). Enstrümantal oluşum teorisi. E. Bingölbali, S. Arslan, & İ. Ö. Zembat (Edit.), *Matematik eğitiminde teoriler* (s. 803-818). Ankara: PegemA Yayıncılık.
- Özen, D. (2009). İlköğretim 7. sınıf geometri öğretiminde dinamik geometri yazılımlarının öğrencilerin erişim düzeylerine etkisi ve öğrenci görüşlerinin değerlendirilmesi.

- (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.
- Pandiscio, A. E. (2002). Exploring the link between pre-service teachers' conception of proof and the use of dynamic geometry software. *School Science and Mathematics, 102*(5), 216-221.
- Panorkou, N., & Pratt, D. (2011). Using Google sketchup to research children's experience of dimension. In B. Ubuz (Ed.), *Proceedings of 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol 3, pp. 337–344). Ankara, Turkey: PME.
- Parzys, B. (1988). "Knowing" vs "seeing" - Problems of the plane representation of space geometry figures. *Educational Studies in Mathematics, 19*(1), 79-92.
- Popovic, G. (2012). Who is this trapezoid, anyway?. *Mathematics Teaching in the Middle School, 18*(4), 196-199.
- Rabardel, P. (2002). *People and Technology: A cognitive approach to contemporary instruments*. Retrieved from <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01020705>
- Ramful, A. (2014). Reversible reasoning in fractional situations: Theorems-in-action and constraints. *The Journal of Mathematical Behavior, 33*, 119-130.
- Rivera, F. D. (2007). Accounting for students' schemes in the development of a graphical process for solving polynomial inequalities in instrumented activity. *Educational Studies in Mathematics, 65*(3), 281-307.
- Roberts, S. K. (2007). Watch what you say. *Teaching Children Mathematics, 14* (5), 296.
- Robichaux, R. R., & Rodrigue, P. R. (2010). Polygon properties: What is possible?. *Teaching Children Mathematics, 16*(9), 524-531.
- Roorda, G., Vos, P., Drijvers, P., & Goedhart, M. (2016). Solving rate of change tasks with a graphing calculator: A case study on instrumental genesis. *Digital Experiences in Mathematics Education, 2*(3), 228-252.

- Ruiz-Lopez, N. (2018) The instrumental genesis process in future primary teachers using dynamic geometry software. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 49(4), 481-500.
- Ruthven, K. (2002). Instrumenting mathematical activity: Reflections on key studies of the educational use of computer algebra systems. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 7(3), 275-291.
- San Lai, K. (2004). *Exploring quadrilaterals in a collaborative computing environment* (Doctoral dissertation). Available from ProQuest Dissertations and Theses database. (UMI No. 3444040).
- Schifter, D. (1999). Learning geometry: Some insights drawn from teacher writing. *Teaching Children Mathematics*, 5, 360-366.
- Sinclair, N., Bartolini-Bussi, M. G., De Villiers, M., Jones, K., Kortenkamp, U., Leung, A., & Qwens, K. (2017). Geometry education, including the use of new technologies: A survey of recent research. In G. Kaiser (ed.), *Proceedings of the 13th International Congress on Mathematical Education* (pp. 277-287). Hamburg, Germany: Springer International Publishing.
- Sinclair, N., & Bruce, C. (2015). New opportunities in geometry education at the primary school. *ZDM Mathematics Education*, 51(3), 319–329.
- Sinclair, N., & Moss, J. (2012). The more it changes, the more it becomes the same: The development of the routine of shape identification in dynamic geometry environment. *International Journal of Educational Research*, 51, 28-44.
- Sinclair, N., & Yurita, V. (2008). To be or to become: How dynamic geometry changes discourse. *Research in Mathematics Education*, 10(2), 135-150.
- Soldano, C., & Arzarello, F. (2016). Learning with touchscreen devices: game strategies to improve geometric thinking. *Mathematics Education Research Journal*, 28, 9–30.

- Steffe, L. P., & Thompson, P. W. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. In R. Lesh, & A. E. Kelly (Eds.), *Research design in mathematics and science education* (pp. 267-309). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Stewart, S., & Thomas, M. O. J. (2004). The learning of linear algebra concepts: Instrumentation of CAS calculators. *Proceedings of the 9th Asian Technology Conference in Mathematics* (pp. 377–386). Singapore.
- Stols, G., & Kriek, J. (2011). Why don't all maths teachers use dynamic geometry software in their classrooms? *Australasian Journal of Educational Technology*, 27(1), 137-151.
- Şay, R., & Akkoç, H. (2015). Beyond orchestration: Norm perspective in technology integration. In K. Krainer & N. Vondrova (Eds.), *Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2709-2715). Prague, Czech Republic: HAL archives.
- Şimşek, A. (2013). *9. sınıf matematik dersi fonksiyon kavramının öğretiminde bilgisayar cebiri sistemlerinin etkisinin incelenmesi*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Tabach, M. (2011). A mathematics teacher's practice in a technological environment: A case study analysis using two complementary theories. *Technology, Knowledge and Learning*, 16(3), 247–265.
- Tabach, M. (2013). Developing a general framework for instrumental orchestration. In B. Ubuz, C. Haser, & M. A. Mariotti (Eds.), *Proceedings of the Eighth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2744-2753). Ankara, Turkey: Middle East Technical University and ERME.
- Talmon, V., & Yerushalmy, M. (2004). Understanding dynamic behavior: Parent– child relations in dynamic geometry environments. *Educational Studies in Mathematics*,

57(1), 91-119.

Tiryaki, S. G. (2005). *Görsel materyal destekli öğretiminin geometri öğretimindeki rolü.*

(Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.

Topuz, F. (2017). *Çember ve daire konusunun öğretiminde dinamik geometri yazılımı*

Geogebra kullanımının yedinci sınıf öğrencilerinin başarılarına, geometriye yönelik tutumlarına ve öğrenmedeki kalıcılık düzeylerine etkisi. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Uşak Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Uşak.

Trouche, L. (2000). La parabole du gaucher et de la casserole a` bec verseur: É tude des processus d'apprentissage dans un environn- ement de calculatrices symboliques [The parable of the left- handed and the skillet: Study on the learning process in a symbolic calculator environment]. *Educational Studies in Mathematics*, 41, 239–264.

Trouche, L. (2003). From artifact to instrument: Mathematics teaching mediated by symbolic calculators. *Interacting with Computers*, 15, 783–800.

Trouche, L. (2004). Managing complexity of human/machine interactions in computerized learning environments: Guiding students' command process through instrumental orchestrations, *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 9, 281–307.

Trouche, L. (2005). An instrumental approach to mathematics learning in symbolic calculator environments. In D. Guin, K. Ruthven, & L. Trouche (Eds.), *The didactical challenge of symbolic calculators: Turning a computational device into a mathematical instrument* (pp. 137-162). Boston: Springer Science and Business Media, Inc.

Trouche, L., & Drijvers, P. (2010). Handheld technology for mathematics education: Flashback into the future, *ZDM Mathematics Education*, 42, 667-681.

Turgut, M., & Uygan, C. (2015). Designing spatial visualisation tasks with a 3D modelling

- software: An instrumental approach. *International Journal of Technology for Mathematics Education*, 22(2), 47–52.
- Türnüklü, E., Akkaş, E. N., & Alaylı, F.G. (2013). Mathematics teachers' perceptions of quadrilaterals and understanding the inclusion relations. In B. Ubuz, C. Haser & M. A. Mariotti (Eds.), *Proceedings of 8th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 705–714). Ankara, Turkey: Middle East Technical University and ERME.
- Ubuz, B. (2017). Dörtgenler arasındaki ilişkiler: 7. Sınıf öğrencilerinin kavram imajları. *Yaşadıkça Eğitim*, 31(1), 55-68.
- Ubuz, B., & Aydın, U. (2018). Geometry knowledge test about triangles: Evidence on validity and reliability. *ZDM Mathematics Education*, 50, 659-673.
- Ubuz, B., & Üstün, I. (2003). Figural and conceptual aspects in defining and identifying polygons. *Eurasian Journal of Educational Research*, 16, 15-26.
- Usiskin, Z., Griffin, J., Willmore, E., & Wtonsky, D. (2008). *The classification of quadrilaterals: A study of definition*. Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Uygan, C. (2016). *Ortaokul öğrencilerinin zihnin geometrik alışkanlıklarının kazanımına yönelik dinamik geometri yazılımındaki öğrenme süreçleri*. (Yayımlanmamış doktora tezi). Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- Van Auken-Borrow, C. (2000). *An investigation of the development of 6th grade students' geometric reasoning and conceptualizations of geometric polygons in a computer microworld* (Doctoral dissertation). Available from ProQuest Dissertations and Theses database. (UMI No. 9993519)
- Van de Walle, J.A., Karp, K.S., & Bay-Williams, J.M. (2013). *İlkokul ve ortaokul matematiği: Gelişimsel yaklaşımla öğretim* (7. Baskı). Soner Durmuş (Çev. Edit.). Ankara: Nobel Yayınevi.

- Vergnaud, G. (1998). A comprehensive theory of representation for mathematics education. *Journal of Mathematical Behavior*, 12(2), 167-181.
- Verillon, P., & Rabardel, P. (1995). Cognition and artefacts: A contribution to the study of thought in relation to instrumented activity. *European Journal of Psychology in Education*, 10(1), 77–101.
- Vincent, J., & McCrae, B. (1999). How do you draw an isosceles triangle? *The Australian Mathematics Teacher*, 55(2), 17–20.
- Walcott, C. (2006). *Visual aspects of children's sense-making strategies related to shape classification* (Doctoral dissertation). Available from ProQuest Dissertations and Theses database. (UMI No. 3243784)
- Walcott, C., Mohr, D., & Kastberg, S. E. (2009). Making sense of shape: An analysis of children's written responses. *The Journal of Mathematical Behavior*, 28 (1), 30-40.
- Weaver, J. L., & Quinn, R. J. (1999). Geometer's Sketchpad in secondary geometry. *Computers in the Schools*, 15(2), 83–95.
- White, T. (2007). Debugging an artifact, instrumenting a bug: Dialectics of instrumentation and design in technology-rich learning environments. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 13, 1-26.
- Williams, G. (2007). Classroom teaching experiment: Eliciting creative mathematical thinking. In J. H. Woo, H. C. Lew, K. S. Park & D. Y. Seo (Eds.), *Proceedings of the 31st conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 257-264). Seoul, Korea: The Korea Society of Educational Studies in Mathematics.
- Yavuzsoy-Kose, N., Yilmaz, T. Y., Yesil, D., & Yildirim, D. (2019). Middle school students's interpretation of definitions of the parallelogram family: Which definition for which parallelogram? *International Journal of Research in Education and Science*

- (*IJRES*), 5(1), 157-175.
- Yeşil-Dağlı, Ü., & Halat, E. (2016). Young children's understanding of triangle. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 12(2), 189-202.
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2013). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (9. baskı). Ankara: Seçkin Yayınevi.
- Yılmazer, Z. (2013). *Geometri öğretiminde bir kukla modeli tasarlanması ve kukla modeli ile geometri öğretiminin matematiğe yönelik tutuma etkisinin incelenmesi*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Gaziosmanpaşa Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Tokat.
- Yu, P. W. (2004). *Prototype development and discourse among middle school students in a dynamic geometric environment* (Doctoral dissertation). Available from ProQuest Dissertations and Theses database. (UMI No. 3172886)
- Zaranis N., & Ntziahristos V. (2002). Critical analysis of van Hiele Model and the effect of its teaching with the support of educational software on students having difficulties in understanding geometric concepts. *Themes in Education*, 3(2-3), 139-153.
- Zbiek, R. M., Heid, M. K., Blume, G. W., & Dick, T. P. (2007). Research on technology in mathematics education. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 1169-1207). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Zembat, I. O. (2004). *Conceptual development of prospective elementary teachers: The case of division of fractions* (Doctoral dissertation). Available from ProQuest Dissertations and Theses database. (UMI No. 3148695)
- Zeybek, Z. (2017). Learning to understand inclusion relations of quadrilaterals. *The Eurasia Proceedings of Educational & Social Sciences, EPESS*, 6, 9-13.
- Zeynivandnezhad, F. (2016). Instrumental action schemes in differential equations using a

computer algebra systems, Maxima. In G. Kaiser (ed.), *Proceedings of the 13th International Congress on Mathematical Education, ICME-13*. Hamburg, Germany: Springer International Publishing.

EKLER

Ek 1: Muğla İl Milli Eğitim Müdürlüğü'nden Alınan İzin Belgesi



T.C.
MUĞLA VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 70004082-605.01-E.19200589
Konu : İzin Talebi

15/10/2018

VALİLİK MAKAMINA

İlgi :a) Bursa Uludağ Üniversitesi Rektörlüğü Genel Sekreterliğinin 30.07.2018 tarihli ve 28120 sayılı yazısı.
b)22/08/2017 tarihli ve 35558626 sayılı Makam Oluru.

İlimiz Fethiye İlçe Milli Eğitim Müdürlüğüne bağlı, Ege Üniversitesi GVO Özel Fethiye Ortaokulunun 5/A ve 5/B sınıfı öğrencilerine çalışma uygulaması talebi ile ilgili ilgi (a) yazı ve ekleri yazımız ekinde sunulmaktadır.

Bu nedenle, Bakanlığımızın 22/08/2017 tarihli ve 12607291 sayılı yazısı (2017/25 No'lu GENELGE) doğrultusunda ve ilgi (b) makam onayı ile oluşturulan komisyonun uygun görüşüyle, Sümeyye GÜRHAN' nın "**Ortaokul Öğrencilerinin Teknoloji Destekli Ortamda Üçgenler ve Dörtgenleri Sınıflandırmaya Dair Geliştirdikleri Şemalar**" konulu çalışmasını;

2018-2019 Eğitim Öğretim yılında ve eğitim öğretimi aksatmayacak şekilde, kurum müdürünün uygun gördüğü bir zamanda;İlimiz Fethiye İlçe Milli Eğitim Müdürlüğüne bağlı, Ege Üniversitesi GVO Özel Fethiye Ortaokulunun 5/A ve 5/B sınıfı öğrencilerine çalışma uygulaması, Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görülmesi halinde olurlarınıza arz ederim.

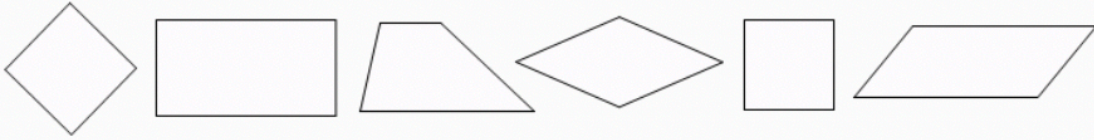
Serap AKSEL
İl Milli Eğitim Müdür V.

OLUR
<..>
Rıza DALAN
Vali a.
Vali Yardımcısı

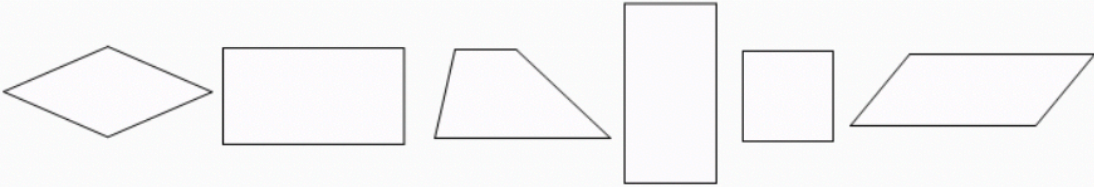
Ek 2: Ön Görüşme Soruları

1. Bir şekli “**eşkenar üçgen**” olarak adlandırmak için bu şeklin hangi özelliklere sahip olması gerekir?
2. Bir şekli “**ikizkenar üçgen**” olarak adlandırmak için bu şeklin hangi özelliklere sahip olması gerekir?
3. Bir şekli “**çeşitkenar üçgen**” olarak adlandırmak için bu şeklin hangi özelliklere sahip olması gerekir?
4. Bir şekli “**dik üçgen**” olarak adlandırmak için bu şeklin hangi özelliklere sahip olması gerekir?
5. Bir şekli “**geniş açılı üçgen**” olarak adlandırmak için bu şeklin hangi özelliklere sahip olması gerekir?
6. Bir şekli “**dar açılı üçgen**” olarak adlandırmak için bu şeklin hangi özelliklere sahip olması gerekir?
7. Eşkenar üçgen, ikizkenar üçgen olma koşulunu sağlar mı? Neden?

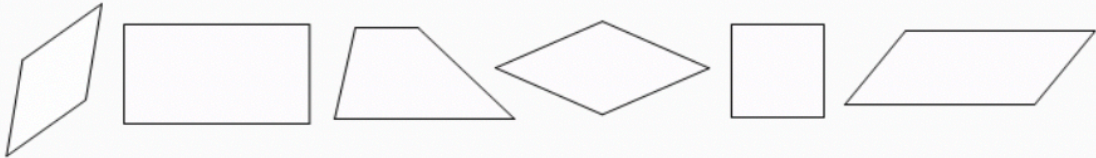
8. Aşağıdaki şekillerden hangisi/hangileri karedir?



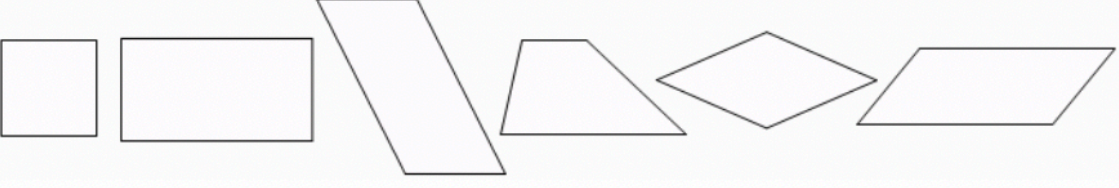
9. Aşağıdaki şekillerden hangisi/hangileri dikdörtgendir?



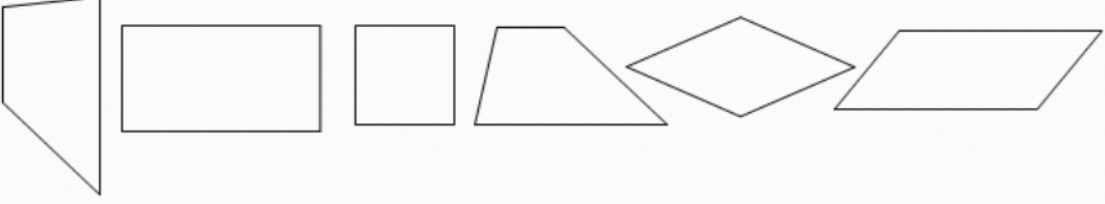
10. Aşağıdaki şekillerden hangisi/hangileri eşkenar dörtgendir?



11. Aşağıdaki şekillerden hangisi/hangileri paralelkenardır?



12. Aşağıdaki şekillerden hangisi/hangileri yamuktur?



13. Bir şekli “**kare**” olarak adlandırmak için bu şeklin hangi özelliklere sahip olması gerekir?

14. Bir şekli “**dikdörtgen**” olarak adlandırmak için bu şeklin hangi özelliklere sahip olması gerekir?

15. Bir şekli “**eşkenar dörtgen**” olarak adlandırmak için bu şeklin hangi özelliklere sahip olması gerekir?

16. Bir şekli “**paralelkenar**” olarak adlandırmak için bu şeklin hangi özelliklere sahip olması gerekir?

17. Bir şekli “**yamuk**” olarak adlandırmak için bu şeklin hangi özelliklere sahip olması gerekir?

18. Kare, dikdörtgen olma koşulunu sağlar mı? Neden?

19. Dikdörtgen, paralelkenar olma koşulunu sağlar mı? Neden?

20. Paralelkenar, yamuk olma koşulunu sağlar mı? Neden?

Ek 3: Mülakat Soruları**Ad Soyad:****Grup Numarası:**

1. Eşkenar üçgen üreticinin ürettiği üçgenlerin ortak özelliği nedir?
2. İkizkenar üçgen üreticinin ürettiği üçgenlerin ortak özelliği nedir?
3. Dik açılı üçgen üreticinin ürettiği üçgenlerin ortak özelliği nedir?
4. Geniş açılı üçgen üreticinin ürettiği üçgenlerin ortak özelliği nedir?
5. Bir üçgeni “çeşitkenar üçgen” olarak adlandırmak için bu üçgenin hangi özelliklere sahip olması gerekir?
6. Bir üçgeni “dar açılı üçgen” olarak adlandırmak için bu üçgenin hangi özelliklere sahip olması gerekir?
7. Üçgen üretici hangi tür üçgenleri üretebilir?
8. İkizkenar üçgen üretici, eşkenar üçgen üreticinin üretebildiği bütün üçgenleri üretebilir (**Doğru/Yanlış**)
9. Eşkenar üçgenler, ikizkenar üçgen ailesinin üyesidir (**Doğru/Yanlış**)
10. Üçgen üreticinin ürettiği üçgenlerin kenarları her zaman eşit olmak zorundadır (**Doğru/Yanlış**)
11. Üçgen üreticinin ürettiği bazı üçgenlerin en az iki açısı eşit olabilir (**Doğru/Yanlış**)
12. Yamuk üretici hangi tür dörtgenleri üretebilir?
13. Kare üreticinin ürettiği dörtgenlerin ortak özelliği nedir?
14. Dikdörtgen üreticinin ürettiği dörtgenlerin ortak özelliği nedir?
15. Eşkenar Dörtgen üreticinin ürettiği dörtgenlerin ortak özelliği nedir?

16. Paralelkenar üreticinin ürettiği dörtgenlerin ortak özelliği nedir?

17. Yamuk üreticinin ürettiği dörtgenlerin ortak özelliği nedir?

18. Dikdörtgen üretici, kare üreticinin üretebildiği bütün dörtgenleri üretebilir (**Doğru/Yanlış**)

19. Paralelkenar üretici, dikdörtgen üreticinin üretebildiği bütün dörtgenleri üretebilir (**Doğru/Yanlış**)

20. Dikdörtgen üretici, eşkenar dörtgen üreticinin üretebildiği bütün dörtgenleri üretebilir (**Doğru/Yanlış**)

21. Kare, dikdörtgen olma koşulunu sağlar (**Doğru/Yanlış**)

22. Kare, eşkenar dörtgen olma koşulunu sağlar (**Doğru/Yanlış**)

23. Kare, yamuk olma koşulunu sağlar (**Doğru/Yanlış**)

24. Eşkenar dörtgen, paralelkenar ailesinin bir üyesidir (**Doğru/Yanlış**)

25. Dikdörtgen, yamuk ailesinin bir üyesidir (**Doğru/Yanlış**)

Ek 4: Özgeçmiş

EĞİTİM

Doktora 2015-2020	Bursa Uludağ Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İlköğretim Matematik Öğretmenliği
Yüksek Lisans 2013-2015	Mevlana Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İlköğretim Matematik Öğretmenliği (Tezli)
Lisans 2007-2012	Marmara Üniversitesi, Atatürk Eğitim Fakültesi, Matematik Öğretmenliği

GÖREVLER

Araştırma Görevlisi 2013-2016	Mevlana Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bölümü
Eğitmen 2013-2014 (Bahar D.) 2014-2015 (Güz D.)	Mevlana Üniversitesi/Üstün Yetenekliler Okulu Programı

YAYINLAR

A. Uluslararası hakemli dergilerde yayımlanan makaleler :

Gurhan, S., & Tapan-Broutin, M. S. (2020). Instrumental orchestrations used in technology-supported teaching for classification of triangles and quadrilaterals. *Journal of Educational and Instructional Studies in the World*, 10 (2), 8-18. ISSN: 2146-7463.

Gurhan, S. ve Tapan-Broutin, M. S. (2017). A mathematical problem condition: Truncated triangles (in Turkish). *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 8 (3), 408-437. DOI Numarası: 10.16949/turkbilmat.327037.

B. Uluslararası bilimsel toplantılarda sunulan ve bildiri kitaplarında basılan bildiriler :

Gürhan, S. ve Tapan-Broutin, M. S. (2020). *Üçgenlerin ve dörtgenlerin sınıflandırılmasına yönelik teknoloji destekli öğretimde kullanılan enstrümantal orkestrasyonlar*. Z. Kaya (Ed.), 11. Uluslararası Eğitimde Yeni Yönelimler Kongresi Bildiri Özetleri Kitapçığı içinde (s. 13). Ankara: Çözüm Yayıncılık.

C. Ulusal bilimsel toplantılarda sunulan ve bildiri kitaplarında basılan bildiriler :

Gürhan, S. ve Tapan-Broutin, M. S. (2017). *Bir matematiksel problem durumu: Kesik üçgenler*. 3. Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu Bildiri Özetleri Kitapçığı içinde (s. 489-494). Afyon: KTÜ.

Gürhan, S. ve Korkmaz, Ö. (2014). *2011-2013 yılları arasında Türkiye’de ilköğretim matematik eğitimi alanındaki yüksek lisans tezlerinin araştırma eğilimleri*. Yükseköğretimde Eğitim Araştırmaları ve Uygulamaları 1. Ulusal Kongresi Bildiri Özetleri Kitapçığı içinde (s.117). İstanbul: Pegem Akademi.

D. Uluslararası bilimsel toplantılarda sunulan bildiriler :

Zembar, I. O., & **Gurhan, S.** (2019, September 10-12). *Fostering development of quadrilateral hierarchy in Geometer's Sketchpad*. Paper presented at BERA Annual Conference, University of Manchester, Manchester, UK.

Zembar, I., & **Gurhan, S.** (2016, July 24-31). *A technology-based instruction fostering students' development of quadrilateral hierarchy*. Paper presented at 13th International Congress on Mathematical Education (ICME 13), Hamburg, Germany.

Ek 5: Tez Çoğaltma ve Elektronik Yayımlama İzin Formu

ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
TEZ ÇOĞALTMA VE ELEKTRONİK YAYIMLAMA İZİN FORMU

Yazar Adı Soyadı	Sümeyye Gürhan
Tez Adı	Ortaokul Öğrencilerinin Teknoloji Destekli Ortamda Üçgenleri ve Dörtgenleri Sınıflandırma Süreçlerinin Enstrümantal Yaklaşım Çerçevesinde İncelenmesi
Enstitü	Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Anabilim Dalı	Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi
Bilim Dalı	Matematik Eğitimi
Tez Türü	Doktora Tezi
Tez Danışman(lar)ı	Doç. Dr. Menekşe Seden Tapan-Broutin
Çoğaltma (Fotokopi Çekim) İzni	<input type="checkbox"/> Tezimden fotokopi çekilmesine izin veriyorum <input checked="" type="checkbox"/> Tezimin sadece içindikiler, özet, kaynakça ve içeriğinin %10 bölümünün fotokopi çekilmesine izin veriyorum <input type="checkbox"/> Tezimden fotokopi çekilmesine izin vermiyorum
Yayımlama İzni	<input type="checkbox"/> Tezimin elektronik ortamda yayımlanmasına izin veriyorum <input checked="" type="checkbox"/> Tezimin elektronik ortamda yayımlanmasının ertelenmesini istiyorum 1 yıl <input type="checkbox"/> 2 yıl <input type="checkbox"/> 3 yıl <input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> Tezimin elektronik ortamda yayımlanmasına izin vermiyorum

Hazırlamış olduğum tezimin yukarıda belirttiğim hususlar dikkate alınarak, fikri mülkiyet haklarım saklı kalmak üzere Uludağ Üniversitesi Kütüphane ve Dokümantasyon Daire Başkanlığı tarafından hizmete sunulmasına izin verdiğimi beyan ederim.

Tarih: 01.12.2020
İmza: 