



**SÜPERSİMETRİK MODELLERDE HAFİF STOP VE
İNCE-AYAR**

Ali ÇİÇİ



T.C.
ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**SÜPERSİMETRİK MODELLERDE HAFİF STOP VE
İNCE-AYAR**

Ali ÇİÇİ

Yrd. Doç. Dr. Zerrin KIRCA
(Danışman)

YÜKSEK LİSANS TEZİ
FİZİK ANABİLİMDALI

BURSA–2017

Her Hakkı Saklıdır

TEZ ONAYI

Ali ÇİÇİ tarafından hazırlanan "SÜPERSİMETRİK MODELLERDE HAFİF STOP VE İNCE-AYAR" adlı tez çalışması aşağıdaki jüri tarafından oy birliği / oy çokluğu ile Uludağ Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim Dalı'nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Danışman: Yrd. Doç. Dr. Zerrin KIRCA

Başkan: Yrd. Doç. Dr. Zerrin KIRCA
U. Ü. Fen Edebiyat Fakültesi
Fizik Anabilim Dalı

İmza

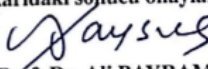

Üye: Doç. Dr. Cem Salih ÜN
U.Ü Fen Edebiyat Fakültesi
Fizik Anabilim Dalı

İmza


Üye: Doç. Dr. Levent SELBUZ
Ankara Ü. Mühendislik Fakültesi
Fizik Mühendisliği
Anabilim Dalı

İmza


Yukarıdaki sonucu onaylıyorum.


Prof. Dr. Ali BAYRAM

Enstitü Müdürü

12/06/2017

U.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada;

- tez içindeki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- görsel, işitsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu,
- atıfta bulunduğum eserlerin tümünü kaynak olarak gösterdiğimi,
- kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı,
- ve bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversite veya başka bir üniversitede başka bir tez çalışması olarak sunmadığımı,

beyan ederim.

12/06/2017

Ali ÇİÇİ



ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

SÜPERSİMETRİK MODELLERDE HAFİF STOP VE İNCE-AYAR

Ali ÇİÇİ

Uludağ Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Fizik Anabilim Dalı

Danışman: Yrd. Doç. Dr. Zerrin KIRCA

Deneysel olarak elde edilen veriler stop parçacıklarının, bozunum kanallarına göre değişmekle birlikte, 700 GeV'den daha hafif olamayacağını belirtmektedir. Bu çalışmada, öncelikle 700 GeV'den daha hafif stop parçacığı veren çözümler üzerinde durularak, ince-ayar problemi ele alınmakta ve minimal süpersimetrik modelin temel parametre uzayında, ince-ayar problemini ortadan kaldıran çözümlere odaklanılmıştır. Bu çözümler ışığında ince-ayar problemi ve olası çözümleri detaylı bir şekilde tartışıldıktan sonra, elde edilen sonuçların deney sonuçlarıyla karşılaştırması yapılarak, her ne kadar stop parçacığı deneyde belirtilen 700 GeV sınırından daha hafif olsa da, mevcut deneylerde yine de gözlenemeyeceği ve bu sebeple, deneysel olarak dışlanamayacağı sonucuna varılmıştır. Hafif kütleli stop parçacıklar ve ince-ayar problemini ele alan ve bu bölgelerde stop parçacığının gözlemlenebilirliğini tartışmak amacıyla yürütülen bu tezin; ilk olarak Standard Model ve mevcut deneysel sonuçlarla arasındaki uyum detaylı bir şekilde anlatılacaktır. Yine bu bölümde hiyerarşi problemi de detaylı bir şekilde ele alınacaktır. 3. bölümde ise, Standard Model'in süpersimetrikleştirilmiş hali olan minimal süpersimetrik model ele alınacaktır. Parçacık içeriği, etkileşimler, süpersimetri kırılması ve elektrozayıf simetri kırılması gibi konular detaylı olarak incelenecektir. Elektrozayıf simetri kırılması ile birlikte minimal süpersimetrik modelin Higgs sektörüne odaklanılacak ve Higgs potansiyelinin minimizasyonu ile ince-ayar tartışmaları birlikte yürütülecektir. Yine bu kısımda, hiyerarşi probleminin nasıl çözüldüğü de ele alınacaktır. 4. bölümde, yaptığımız çalışma detaylı olarak anlatılarak, hafif kütleli stop parçacıkları öneren ve ince-ayar problemini çözen çözümler numerik olarak analiz edilmesinin sonuçları tartışılacaktır. Bu tartışmanın sonunda, böyle çözümlerin deneylerle uyumluluğu, hafif kütleli stop parçacıklarının gözlemlenebilirliği tartışılacak ve sonuçlara yer verilecektir.

Anahtar kelimeler: Süpersimetri, MSSM, hafif Stop, ince-ayar
2017, xii + 113 Sayfa

ABSTRACT

Master Thesis

LIGHT STOP AND FINE-TUNING IN SUSY MODELS

Ali ÇİÇİ

Uludağ University
Graduate School of Natural and Applied Science
Department of Physics

Supervisor: Asst. Prof. Dr. Zerrin KIRCA

The current experimental results bound the stop mass at about 700 GeV from below, although such bounds can vary depending on different decay modes. In this study, we consider the solutions, which yield stop particles lighter than 700 GeV at the low scale. We discuss the fine-tuning problem over such solutions and highlight the regions of the fundamental parameter space, which provide a solution to the fine-tuning problem. After following detailed discussions, we compare our results with the experimental results. We conclude our study that even though the stop particles are lighter than 700 GeV, they can still escape from the detection, and thus, such solutions cannot still be excluded by the experiments.

In this thesis, we first consider the Standard model in details and discuss the strong agreement between the Standard Model and the current experimental results. In this section, we also give a detailed description of the gauge hierarchy problem. In Section 3, we define the minimal supersymmetric version of the Standard model including its particle content, interactions, supersymmetry breaking and electroweak symmetry breaking. We also consider the Higgs sector, and the fine-tuning problem is discussed together with the minimization of the Higgs potential. In addition, the recipe for solution to the gauge hierarchy problem is given in this section. Section 4 represents the results of our study on the light stops and acceptable fine-tuning. We give the numerical results for the light stop solutions, which also solve the fine-tuning problem. At the end of this section, we consider the observability of such light stop particles, and finally we conclude that they can still escape from the detection, despite being much lighter than the experimentally set bound.

Key words: Supersymmetry, MSSM, light stop, fine-tuning
2017, xii + 113 Pages

TEŞEKKÜR

Tez çalışması sırasında her zaman yanımda olan, kazandırdığı bilimsel etik anlayışı ve aktardığı tecrübeler, değerli bilgiler için danışman hocam sayın Yrd. Doç. Dr. Zerrin KIRCA'ya, çalışmam sırasında her zora düştüğümde mutlaka bir çıkış yolu olduğunu gösteren ve değerli tecrübelerini, bilgisini benimle paylaşan sayın Doç. Dr. Cem Salih ÜN'e ve tez savunmasında jüri üyesi olarak bulunan sayın Doç. Dr. SELBUZ'a değerli katkılarından dolayı saygı ve teşekkürlerimi sunarım.

Çalışmalarında ve tez yazım aşamasının başından sonuna kadar yanımda olan, bilgi paylaştıkça çoğalır sözünü özümsemiş değerli grup arkadaşlarım, Zafer ALTIN, Büşra NİŞ, Burçin AKSU, Ahmed SAAD, Abdullah NAYAZ, Volkan ASLAN, Muhammet Hanefi ŞAHİN ve Melek KORKMAZ'a saygı ve teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca, her türlü yardımlarından dolayı sayın Arş. Gör. Dr. M. Cüneyt HACİİSMAIL-OĞLU ve sayın Arş. Gör. Kağan ŞARLAR'a saygı ve teşekkürlerimi sunarım.

Öğrenim hayatımın başından itibaren, bana sorgulamayı bilimsel düşünebilmeyi öğretmiş, desteklerini hiçbir zaman esirgememiş olan babam Nail ÇİÇİ'ye ve annem Emine ÇİÇİ'ye, motivasyonum düştüğünde sahip olduğu neşe ve hayat enerjisiyle bana motivasyon kazandıran kardeşim Yasemin ÇİÇİ'ye teşekkürlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET	i
ABSTRACT	ii
TEŞEKKÜR	iii
İÇİNDEKİLER	iii
KISALTMALAR DİZİNİ	vi
SİMGELER DİZİNİ	vii
ŞEKİLLER DİZİNİ	x
ÇİZELGELER DİZİNİ	xii
1 GİRİŞ	1
2 KURAMSAL TEMELLER	3
2.1 Giriş	3
2.2 Standart Model	5
2.2.1 Global Simetri Kırılması	6
2.2.2 Yerel Ayar Değişmezliği ve Ayar Alanı	9
2.2.3 Higgs Mekanizması	11
2.2.4 Elektrozayıf Teori	13
2.2.5 Elektrozayıf Simetri Kırılması	16
2.2.6 Ayar Bozonlarının Kütle Kazanması	18
2.2.7 Fermiyonların Kütle Kazanması	20
2.3 Standart Model'in Problemleri	21
2.3.1 Ayar Problemi	21
2.3.2 Fermiyon Aile Problemi	21
2.3.3 Karanlık Madde ve Karanlık Enerji	22
2.3.4 Nötrino Kütleleri ve Osilasyonları	22
2.3.5 Ayar Çiftlenimlerinin Birleşimi	23
2.3.6 Baryon Asimetrisi	23
2.3.7 Hiyerarşi Problemi	24
3 MATERYAL VE YÖNTEM	26
3.1 Giriş	26
3.2 Minimal Süperimetric Standart Model	26
3.2.1 R-Parite	29
3.2.2 MSSM'de Yumuşak Süpersimetri Kırılması	31
3.2.3 MSSM Higgs Sektörü	32
3.2.3.1 Kendiliğinden Elektrozayıf Simetri Kırılması	34
3.2.3.2 Ağaç Seviyesinde Higgs Kütleleri	36
3.2.4 Elektrozayıf Ayarınoları ve Higgsinolar	39
3.2.4.1 Yuklino Kütleleri	39
3.2.4.2 Nötralino Kütleleri	41
3.2.5 Sfermion Kütleleri	44
3.2.5.1 Slepton Kütleleri	46
3.2.5.2 Skuark Kütleleri	46

3.2.6	Higgs Parçacıkları için İşınımsal Düzeltmeler	49
3.2.7	İşınımsal Elektrozayıf Simetri Kırılımı	55
3.3	İnce-Ayar	57
3.3.1	Elektrozayıf İnce-Ayar	59
4	BULGULAR VE TARTIŞMA	61
4.1	Düşük Skala İnce-Ayar Ölçümü	62
4.2	Parametre Uzayının Taranması ve Deneysel Kısıtlamalar	65
4.3	MSSM'de İnce-Ayar ve Süpersimetrik Parçacıkların Kütle Spektrumu . . .	67
4.4	Süpersimetrik Parçacıkların Kütle Spektrumu	71
4.5	BHÇ'de Hafif Stop Araştırmaları	74
5	SONUÇ	81
	KAYNAKLAR	83
	EKLER	90
.1	EK 1	91
.2	EK 2	102
	ÖZGEÇMİŞ	113

KISALTMALAR DİZİNİ

Kısaltma	Açıklama
BHÇ	Büyük Hadron Çarpıştırıcısı
KED	Kuantum Elektrodinamiği
KRD	Kuantum Renk dinamiği
MSSM	Minimal Süpersimetrik Standart Model
SM	Standart Model
CP	Yük ve parite
TCP	Zaman, Yük ve Parite

SİMGELER DİZİNİ

Simge	Açıklama
s	Acayip kuark
H	Ağır Higgs
J_μ	Akım yoğunluğu
b	Alt kuark
$\epsilon^{ab,\bar{a}\bar{b}}$	Anti-simetrik tensör
d	Aşağı kuark
H_d	Aşağı tip Higgs süperalanı
v_d	Aşağı tip Higgs'in vakum beklenen değeri
h_d^0	Aşağı tip nötral Higgs alanı
γ_5	Beşinci Dirac gamma matrisi
M_{GUT}	Büyük birleşik skala
A	CP tek Higgs
$BR(\dots)$	Dallanma oranı
γ_μ	Dirac matrisleri
∂_μ	Dört boyutta türev
η_{MN}	Düz süperuzay için metrik
$\eta_{\mu\nu}$	Düz uzay-zaman için Minkowski metriği
e^-	Elektron
ν_{e^-}	Elektron nötrinosu
Δ_{EW}	Elektrozayıf ince-ayar
γ	Foton
g	Gluon
$\theta_a, \bar{\theta}_b$	Grassman değişkenleri
$\tilde{s}_{1,2,L,R}$	Hafif, ağır, sol, sağ süpersimetrik acayip kuarklar
$\tilde{b}_{1,2,L,R}$	Hafif, ağır, sol, sağ süpersimetrik alt kuarklar
$\tilde{d}_{1,2,L,R}$	Hafif, ağır, sol, sağ süpersimetrik aşağı kuarklar
$\tilde{c}_{1,2,L,R}$	Hafif, ağır, sol, sağ süpersimetrik tılsım kuarklar
$\tilde{t}_{1,2,L,R}$	Hafif, ağır, sol, sağ süpersimetrik üst kuarklar
h	Hafif ve Standart Model Higgs'i
$\tilde{u}_{1,2,L,R}$	Hafif, ağır, sol, sağ süpersimetrik yukarı kuark
\tilde{h}	Higgsinolar

Simge	Açıklama
$\sum_{u,d}^{u,d}$	Higgs potansiyeline aşağı ve yukarı tipli parçacık ve sparçacıklardan gelen döngü katkıları
Y	Hiperyük
c	Işık hızı
\hbar	İndirgenmiş Planck sabiti
$\Phi(x, \theta, \bar{\theta})$	Kiral süperalan
\dagger	Kompleks eşleniğinin transpozu
D_μ	Kovaryant türev
\mathcal{L}	Lagranjyen yoğunluğu
$Tr(\dots)$	Matrisin izi
$STr(\dots)$	Matrisin süperizi
μ^-	Müon
ν_{μ^-}	Müon nötrinosu
\mathcal{W}_{MSSM}	MSSM için süperpotansiyel
G_N	Newton sabiti
$\tilde{\chi}_{1,2,3,4}^0$	Nötralinolar
$SU(N)$	Özel üniter abelyan olmayan simetri grubu
τ_i	Pauli spin matrisleri
M_P	Planck sabiti
C	Renk yükü
Φ	Skaler alan
L	Sol
$P_{L,R}$	Sol ve sağ projeksiyon operatörleri
ψ	Spinör
v	Stanart Model vakum beklenen değeri
$\tilde{\lambda}$	SU(2) simetrisi için Majorana ayarinosu
\vec{V}^W	SU(2) simetrisi için vektör süperalanlar
g_2	SU(2) simetrisinin çiftlenim sabiti
\tilde{g}^a	SU(3) simetrisi için Majorana ayarinosu
V_a^g	SU(3) simetrisi için vektör süperalanlar
\tilde{e}^-	Süpersimetrik elektron
$\tilde{\nu}_{e^-}$	Süpersimetrik elektron nötrinosu
$\tilde{\mu}^-$	Süpersimetrik Müon
$\tilde{\nu}_{\mu^-}$	Süpersimetrik Müon nötrinosu
$\tilde{\tau}^-$	Süpersimetrik tau
$\tilde{\nu}_{\tau^-}$	Süpersimetrik tau nötrinosu

Simge	Açıklama
τ^-	Tau
ν_{τ^-}	Tau nötrinosu
c	Tılsım kuark
Λ_{UV}	Ultraviyole kesilim skalası
g_Y	U(1) simetrisinin çiftlenim sabiti
$\tilde{\lambda}$	U(1) simetrisi için Majorana ayarinosu
V^Y	U(1) simetrisi için vektör süperalan
U(N)	Üniter abelyan simetri grubu
ϵ_{ijk}	Üç boyutlu anti-simetrik Levi-Civita tensörü
t	Üst kuark
$\tan \beta$	Vakum beklenen değerler arasındaki oran
A_μ	Vektör alan
$V(x, \theta, \bar{\theta})$	Vektör süperalan
W^\pm	W bozon
M_W	W bozon kütlesi
u	Yukarı kuark
H_u	Yukarı tip Higgs süperalanı
v_u	Yukarı tip Higgs'in vakum beklenen değeri
h_u^0	Yukarı tip nötral Higgs alanı
$f^{e,d,u}$	Yukawa çiftlenim sabitleri
$\tilde{\chi}_{1,2}^\pm$	Yüklinolar
$\lambda_{1,2}^\pm$	Yüklü ayarino alanları
H^\pm	Yüklü fiziksel Higgs alanları
G^\pm	Yüklü Goldstone bozonları
$\tilde{h}_{u,d}^\pm$	Yüklü higgsinolar
$\lambda_{0,3}$	Yüksüz ayarino alanları
G^0	Yüksüz Goldstone bozonu
$\tilde{h}_{u,d}^0$	Yüksüz higgsinolar
Z^0	Z bozon
M_Z	Z bozon kütlesi
$\tan \theta_W$	Zayıf karışım açısı
I^3	Zayıf izospinin üçüncü bileşeni
M_W	Zayıf skala

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa

Şekil 2.1. Standart Model’de $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ sırası ile elektromanyetik, zayıf ve güçlü ayar çiftlenimlerinin birleşmesi (Huo ve ark. 2011).	23
Şekil 2.2. Bir-döngü seviyesinde Higgs kütle parametresine (m_H^2) gelen kuantum düzeltmeler. (a)Fermiyon ve (b) skaler döngüsünden gelen düzeltmeler .	25
Şekil 4.1. Grafikler, $\Delta_{EW} - \mu, \Delta_{EW} - m_{h_u}, \Delta_{EW} - m_{h_d}$ ve $\Delta_{EW} - m_{\tilde{t}_1}$ düzlemlerinde çizdirilmiştir. Bütün noktalar, nötralinonun en hafif süpersimetrik parçacık olduğu ve ışınımsal elektrozayıf simetri kırılma koşulu ile uyumludur. Yeşil noktalar güncel deneylerin sınırları ile izinliyen, gri noktalar dışarılanmıştır.	68
Şekil 4.2. Grafik, $\Delta_{EW} - \tan \beta$ ve $\Delta_{EW} - m_h$ düzlemlerinde çizdirilmiştir. Renk kodlaması Şekil 4.1 ile aynıdır. Ek olarak, mor noktalar yeşil noktaların bir alt kümesidir ve $m_{\tilde{t}_1} \leq 700$ GeV olan çözümleri gösterir. $\Delta_{EW} - m_h$ düzleminde, Higgs kütlesi eksenlerden biri olduğu için, Higgs kütle sınırlarını uygulamadık. Onun yerine, Higgs kütlesi üzerindeki deneysel sınırları dikey çizgiler ile gösterdik.	69
Şekil 4.3. Grafik, $\Delta_{EW} - A^t$ ve $m_{\tilde{t}_1} - A^t$ düzlemlerinde çizdirilmiştir. Renk kodlaması Şekil 4.2 ile aynıdır. Yeşil ve gri noktaların anlamlar sağ panelde de aynıyken, turuncu noktalar yeşil noktaların bir alt kümesidir ve $\Delta_{EW} \leq 10^3$ koşulunu sağlayan çözümleri gösterir. Kahverengi noktalar turuncu noktaların bir alt kümesidir ve $\Delta_{EW} \leq 500$ koşulunu sağlayan çözümleri gösterir. Sağ panelde, stop kütlesi eksenlerden biri olduğu için $m_{\tilde{t}_1} \leq 500$ GeV koşulu uygulanmadı.	70
Şekil 4.4. $m_{\tilde{t}_1} - m_{\tilde{t}_2}, m_{\tilde{t}_1} - m_{\tilde{g}}, m_{\tilde{t}_1} - m_{\tilde{b}_1}$, ve $m_{\tilde{t}_1} - m_{\tilde{\tau}_1}$ düzlemlerinde süpersimetrik parçacık kütleleri verilmiştir. Renk kodlaması şekil 4.3’in sağ paneli ile aynıdır.	71
Şekil 4.5. Grafikler, $m_{\tilde{t}_1} - m_{\tilde{\chi}_1^0}, m_{\tilde{t}_1} - m_{\tilde{\chi}_1^\pm}$ düzlemlerinde çizdirilmiştir. Renk kodlaması şekil 4.3 ile aynıdır. Köşegen çizgi, grafiği çizdirilen parçacıkların kütleleri arasındaki dejenereliği göstermektedir.	73
Şekil 4.6. Histogramlarda düşey eksenler normalize olay sayısını göstermektedir. Soldaki paneller Sinyal-a, sağdaki paneller de Sinyal-b için çizdirilmiştir. Yukarıdaki paneller her iki sinyal için de enine kütle ile normalize olay sayısının değişimini, sinyal ve ardaalan karşılaştırması yaparak göstermektedir. Aşağıdaki paneller her iki sinyal için de enine kayıp enerji ile normalize olay sayısının değişimini, sinyal ve ardaalan karşılaştırması yaparak göstermektedir.	78

Şekil 4.7. Histogramlarda düşey eksenler normalize olay sayısını göstermektedir. Soldaki panel Sinyal-a, sağdaki panel de Sinyal-b için çizdirilmiştir. Paneller her iki sinyal için de alt kuarkın enine momentumu ile normalize olay sayısının değişimini, sinyal ve ardaan karşılaştırması yaparak göstermektedir.	78
Şekil 4.8. Histogramlarda düşey eksenler normalize olay sayısını göstermektedir. Soldaki panel Sinyal-a, sağdaki panel de Sinyal-b için çizdirilmiştir. İki sinyal için de $\min \{ \Delta\phi(j_1, E_T^{\text{miss}}), \Delta\phi(j_2, E_T^{\text{miss}}) \}$ ile normalize olay sayısının değişimini, sinyal ve ardaan karşılaştırması yaparak gösterilmektedir.	79
Şekil 4.9. Tablo 4.1 ve 4.2’de verilen çözümler için stop çifti üretim grafiği.	80

ÇİZELGELER DİZİNİ

	Sayfa
Çizelge 2.1. Fermiyonların sınıflandırılması	6
Çizelge 2.2. Bozonlar ve etkileşmeler	6
Çizelge 3.1. C renk yükü, T_{3L} zayıf izospin yükü ve Y hiperyük olmak üzere MSSM için madde süperalan içeriği.	27
Çizelge 4.1. Signal – a ile ilgili çözümler gösterilmiştir. Signal – a için arka plan tesir kesiti 22.71 pb'dir. Bütün kütleler GeV cinsinden verilmiştir. . . .	77
Çizelge 4.2. Signal – b ile ilgili çözümler gösterilmiştir. Signal – b için arka plan tesir kesiti 22.71 pb'dir. Bütün kütleler GeV cinsinden verilmiştir. . . .	77

GİRİŞ

Temel parçacıkların Standart Model'i en başarılı teorilerden biridir ve onlarca yıl boyunca sıkı deneylerle test edilmiş ve doğrulanmıştır. ATLAS (Aad ve ark. 2012) ve CMS (Charchyan ve ark. 2013a) deneyleri ile gerçekleştirilen Higgs bozonunun keşfi ile Standart Model'in tahminleri ve parçacık içeriği tamamlanmış olsa da, Hiyerarşi Problemi bölümünde görüleceği üzere, Higgs bozonu kütesinin ultraviyole kesilim skalasına bağlılığının ayar hiyerarşi problemini getirmesi, Standart Model'in yalnızca düşük enerji skalalarında etkili bir teori olduğunu gösterdi (Susskind 1979; Gildener 1976; Weinberg 1979a; Gildener 1980; Veltman 1981).

Süpersimetri önerdiği süpereşlerle, Higgs bozonu kütesinin enerji skalasına olan bağlılığını ortadan kaldırır. Başka bir deyişle, Higgs bozonu kütesi daha yüksek enerjili skalalara çıkılsa da, çok büyük katkılar almaksızın sonlu bir değere sahip olur. Bu da süpersimetrik modellerde düşük enerjili ve yüksek enerjili skalaların renormalizasyon grup denklemleriyle birbirlerine güvenli bir şekilde bağlanabilmelerini olanaklı kılar. Üç ayar çiftlenimi, büyük birleşim skalasında ($M_{GUT} \simeq 2 \times 10^{16}$ GeV) birleştirilebilir. Böylece, süpersimetrik büyük birleşik teoriler kurularak yüksek enerji skalalarında geçerli olan bu birleşim modellerinin günümüzde deneylerin yürütüldüğü düşük enerji skalalarındaki öngörülerini elde edilerek incelenebilir.

Özellikle, Higgs bozonu ölçümleri Standart Model ötesi modeller için güçlü bir ipucu sağlar. Mevcut ölçümleri MSSM çerçevesi içine uydurmak mümkün olsa da, süpersimetrik modellerin temel parametre uzayını ciddi ölçüde kısıtlar. MSSM'de Standart Model benzeri Higgs bozonu kütesi ağaç seviyesinde Z-bozonu kütesini geçememektedir. Bu nedenle, deneylerle uyumlu olacak şekilde Higgs bozonu kütesi elde edebilmek için ışınımsal katkılar da ağaç seviyesi kütesine eklenmelidir. Bu katkılar MSSM içinde oldukça büyük olmak zorundadır. En iyi halde 35 GeV'den az olamazlar. İleri bölümlerde görüleceği üzere, ilk iki ailenin Yukawa çiftlenimi çok düşük olduğu için ihmal edilebilir ve Higgs bozonu için ışınımsal düzeltmelerin kaynağı üçüncü fermiyon ve sfermion aileleri olarak alınabilir. Ancak, sbottom ve stau Higgs bozonu ile etkileşimi $\tan \beta$

ile doğru orantılı olduğundan, bu parçacıklar Higgs potansiyelini kolayca kararsız hale getirebilir (Carena ve ark. 2013). Bu durumda Higgs potansiyelinin kararlılığını korumak $\mu \tan \beta$ katkısının sadece minor seviyede kalmasına neden olur. Bu nedenle, stau ve sbottom için sınırlandırmalar getirilir ve katkıları az olur. Diğer yandan, stop karışımı $\cot \beta$ ile orantılı olduğu için, stop sektörü ile ilgili daha fazla özgürlük söz konusudur. Bu da, stop sektörünün Higgs potansiyeli açısından ne kadar önemli olduğunu gösterir.

Bu tezde, ince-ayar miktarı Büyük Birleşik Teori skalasında bazı kayıp mekanizmaların etkisinin bir ölçüsü olarak düşünülmüş, ayarino kütleleri Büyük Birleşik Teori skalasında birbirlerinden farklı olarak alınmış ve düşük skala etkileri tartışılmıştır. Bulunan hafif stop kütlesi ve düşük ince-ayar miktarı çözümleri için BHÇ'de (Büyük Hadron Çarpıştırıcısı) olası sinyal incelemesi yapılmıştır.

Tezin ikinci bölümünde, Standart Model ve Problemleri incelenmiştir. Üçüncü bölümde, Minimal Süpersimetrik Standart Model ve ince-ayar konuları işlenmiştir. Dördüncü bölümde, parametre uzayının taranması ve istenen çözümler için sinyal-arkaplan karşılaştırılması yapılmıştır. Beşinci bölümde ise, elde edilen sonuçlar yorumlanmıştır.

KURAMSAL TEMELLER

Giriş

Klasik mekanik, Planck sabitinin (\hbar) sıfır kabul edildiği ve cismin hızının (v) ışık hızından çok daha az olduğu ($\hbar \simeq 0$ ve $v \ll c$) skalada, makro cisimlerin hareketini iyi bir yaklaşıklıkla açıklar. Uzaya gönderilecek mekik için klasik mekaniğin araçları yeterli olacaktır. Fakat, yüksek hızlarda hareket eden parçacıklarla çalışılıyorsa ($v \approx c$), klasik mekanik doğru sonuçlar vermemeye başlar. Einstein, klasik mekaniği tekrar düzenleyerek, özel görelilik kuramı çerçevesinde ışık hızına yakın hızlarda hareket eden parçacıklar için doğru sonuçlar elde edilmesini sağladı. Çok küçük boyutlara inildiğinde, parçacıklar ve etkileşimleri incelenirken, klasik mekanik yine yetersiz kalmaktadır. Klasik mekaniğin geçerli olduğu ölçekte, kuantum mekaniğinin gereği olan Heisenberg belirsizlik ilkesi $\Delta \vec{p}_x \Delta \vec{x} \geq 0$ şeklinde alınabilir. Fakat, Planck sabitinin 0 alınmadığı ($\hbar \neq 0$) ölçeklerde çalışmak isteniyorsa, belirsizlik ilkesi $\Delta \vec{p}_x \Delta \vec{x} \geq \hbar$ şeklini alır. Bu skalada kuantum mekaniğinin sağladığı araçlar gerekmektedir. Temel parçacıklar için, yüksek hızlar ($v \approx c$) ve çok küçük ($\hbar \neq 0$) ölçekler geçerlidir, bu da özel görelilik ve kuantum mekaniğinin birleşmesinden ortaya çıkan kuantum alan teorisini gerektirmektedir. Parçacık fiziği kuantum alan teorisinin temelleri üzerine kurulmuştur. Kuantum alan teorisi, görelilik ve kuantum mekaniğinin tek başlarına açıklayamadığı anti-parçacıkların varlığı, Pauli dışarlama ilkesinin kaynağı, TCP (Zaman, Yük ve Parite) kuramı ve parçacıkların bozunmaları hakkında da yeni bir anlayış kazandırır.

Parçacık fiziği temellerinin nasıl atıldığı tarihsel gelişim süreci ile birlikte verilirse daha iyi anlaşılabilir. Dirac 1927’de, spin-1/2 parçacıkların uydukları denklem ile birlikte kuantum elektrodinamiğin temellerini attı (Dirac 1927). 1948’de Schwinger, kuantum elektrodinamiğinin güçlü bir hassasiyet testi olan, elektronun anomal manyetik momentini teorik olarak hesapladı (Schwinger 1948). Yang ve Mills, 1954’te kuantum alan teorisi içerisinde yerel ayar değişmezliğinin girişini oluşturdular (Yang ve Mills 1954). 1961’e

gelindiğinde ise Goldstone, Lagranjiyen'in global simetrisi kendiliğinden kırıldıysa ortaya kütleli bozonların çıkacağını gösterdi (Goldstone 1961). Salam ve Ward, temel alanların etkileşimlerini açıklamak için kuantum alan teorisi içerisinde ayar prensibini uyguladılar (Salam ve Ward 1961). Glashow zayıf kuvvet taşıyıcısı nötral Z^0 bozonunun varlığını teorik olarak ortaya attı (Glashow 1961). P. W. Higgs, 1964 yılında kırılmış simetrisi, kütleli parçacıkları ve ayar alanlarını gösterdi (Higgs 1964b). Salam ve Ward, (Salam ve Ward 1964) elektromanyetik ve zayıf etkileşimlerin Lagranjiyen'ini kurdu ve S. Weinberg elektrozayıf olarak iki etkileşim türünü birleştirdi ve leptonlar için bir model oluşturup, W ve Z bozonunun kütlelerine dair teorik tahminlerde bulundu (Weinberg 1967). Kibble, Higgs mekanizmasını genişleterek, non-abelyan ayar alanları için simetri kırılmasını ve kütle kazanım mekanizmasını gösterdi (Kibble 1967). 1973 yılında, Gross, Wilczek ve Politzer, Yang-Mills ayar alanı teorilerinin asimtotik özgürlük özelliklerini keşfettiler.

Bu çalışmaların sonunda elektromanyetik ve zayıf etkileşimlerin birleşim teorisi olan elektrozayıf etkileşimler kuramı ortaya çıktı. Güçlü etkileşimlerin de bu kurama etkilenmesiyle parçacıkların Standart Model'i oluşturulmuş oldu. Standart Model, günümüzde güçlü teorik öngörülleri deneylerle uyumlu, gravitasyonel etkileşim hariç, elektromanyetik, zayıf, güçlü etkileşimleri içeren, kuantum alan teorisi üzerine kurulmuş, renormalize edilebilir bir ayar teorisidir. Standart Model'in, her ne kadar teorik tahminleri deneylerle uyumlu olsa da, hala bazı problemleri bulunmakla birlikte genişletilme ve geliştirilme aşamasındadır.

Standart Model

Standart Model içerisinde parçacıklar, uydukları istatistikler açısından iki temel gruba ayrılırlar. Bose-Einstein istatistiğine uyan parçacıklar bozonlar, Fermi-Dirac istatistiğine uyan parçacıklar ise fermiyonlar olarak isimlendirilir. Bose-Einstein istatistiğine uyan parçacıklar tam sayılı spine ($\hbar, 2\hbar, \dots$) sahiptir ve aynı anda aynı kuantum durumunu işgal edebilirlerken, Fermi-Dirac istatistiğine uyan parçacıklar ise yarım tam sayılı spine sahiptir ($1/2\hbar, 3/2\hbar, \dots$) ve Pauli dışarlama ilkesinden dolayı aynı anda aynı kuantum durumunu işgal edemezler. Bozonlar, kanonik komütasyon ilişkileri ile temsil edilirken, fermiyonlar ise kanonik anti-komütasyon ilişkileri ile temsil edilir. Standart Model içerisinde, foton (γ) elektromanyetik, W^\pm ve Z^0 bozonları zayıf, gluonlar (g) güçlü etkileşmelerden sorumludur (Çizelge 2.2). Ek olarak, Standart Model içerisinde parçacıkların kütle kazanmasından sorumlu, model içerisindeki tek skaler olan spin-0 Higgs bozonu bulunmaktadır. Fermiyonlar, kuarklar ve leptonlar olarak ikiye ayrılır. Kuarklar ve leptonlar kütlelerine göre üç aileden oluşmaktadırlar, Çizelge (2.1)'de gösterilmiştir. Kuarklar arasındaki mesafe arttıkça güçlü kuvvetin şiddeti de artar. İki kuarkı birbirinden ayırmak için sisteme verilmesi gereken enerji miktarı, bir kuark bir anti-kuark çiftini oluşturmaya yetecek kadar olduğu için tek başlarına gözlemlenmeleri mümkün değildir. Temel parçacıklar için spinleri ile dönüşüm özellikleri arasında bir bağlantı bulunmaktadır. Spin-1 parçacıklar Lorentz dönüşümleri altında vektör, spin-1/2 spinör, spin-0 skaler, spin-2 rankı iki olan bir tensör gibi dönüşmektedirler. Vektör özelliklerine sahip parçacıklar, bozonlar kuvvet taşıırken, spin-1/2 parçacıklar, fermiyonlar maddenin temel yapı taşlarını oluştururlar.

Standart Model, $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ (C; renk, L; sol, Y; hiperyük) simetrisi üzerine kurulmuştur. $SU(N)$ abelyan olmayan simetri grubu $N^2 - 1$, abelyan $U(N)$ simetri grubu ise N^2 tane üretece sahiptir. Bir grubun üreteç sayısı ayar alanı sayısını belirler. $SU(3)$ simetrisinin, $N^2 - 1$ 'den yola çıkarak, sekiz ($G_\mu^a, a = 1, \dots, 8$), $SU(2)$ için üç ($W_\mu^i, i = 1, 2, 3$), $U(1)$ için ise bir tane B_μ ayar alanı bulunmaktadır.

Çizelge 2.1. Fermiyonların sınıflandırılması

Fermiyonlar (Olive ve ark. 2014b)					
Leptonlar					
İsim	Sembol	Elektrik Yükü	Renk Yükü	Kütle(MeV/c ²)	Aile
Elektron	e^-	-1	0	0.511	1
Elektron Nötrinosu	ν_{e^-}	0	0	$(0.6 \pm 1.9) \times 10^{-6}$	1
Müon	μ^-	-1	0	105.6	2
Müon Nötrinosu	ν_{μ^-}	0	0	0.19	2
Tau	τ^-	-1	0	1776.8	3
Tau Nötrinosu	ν_{τ^-}	0	0	18.12	3
Kuarklar					
Yukarı Kuark	u	2/3 e	Kır. Yeş. Mav.	2.3	1
Aşağı Kuark	d	-1/3 e	Kır. Yeş. Mav.	4.8	1
Tılsım Kuark	c	2/3 e	Kır. Yeş. Mav.	1275 ± 25	2
Acayip Kuark	s	-1/3 e	Kır. Yeş. Mav.	95 ± 5	2
Üst Kuark	t	2/3 e	Kır. Yeş. Mav.	1.7×10^5	3
Alt Kuark	b	-1/3 e	Kır. Yeş. Mav.	4180 ± 30	3

Çizelge 2.2. Bozonlar ve etkileşmeler

Bozonlar (Olive ve ark. 2014b)					
Bozon	Sembol	Elektrik Yükü	Kütle GeV/c ²	Etkileşme	Spin
Foton	γ	0	0	Elektromanyetik	1
W bozon	W^\pm	± 1	80.385 ± 0.015	Zayıf	1
Z bozon	Z^0	0	91.1876 ± 0.0021	Zayıf	1
Gluon	g	0	0	Güçlü	1
Higgs	h	0	125.7 ± 0.4		0

Global Simetri Kırılması

Noether teoremine göre, sistemin sahip olduğu her simetri bir korunum yasasına karşılık gelir. Bir sisteme ait Lagranjiyen ve hareket denklemler bazı dönüşümler altında değişmeden kalıyorsa, sistem o dönüşümler altında simetriktir. Örnek olarak, bir Lagranjiyen rotasyon, öteleme dönüşümleri altında değişmeden kalırsa, sırası ile açısal ve çizgisel momentum korunur. Global sürekli simetriler ($e^{i\alpha}$, $\alpha = \text{sabit}$) uzay-zamandan bağımsızdır, uzayın her noktasında aynı dönüşüm özelliklerine sahiptir.

Manyetizma kendiliğinden simetri kırılmasını açıklamak için iyi bir örnektir. Heisenberg ferromıknatısının Hamiltoniyen'i rotasyon simetrisine, yani uzayda bütün doğrultularda eşit özelliklere sahiptir. Fakat ferromıknatıs taban durumunda belirli bir yöne doğru mıknatıslanır ve sonuç olarak rotasyon simetrisi kaybolur. Ferromıknatısın sahip olduğu rotasyon simetrisi kendiliğinden kırılmıştır.

Tek bir skalerin (Φ), kinetik, kütle ve etkileşim terimlerinden oluşan Lagranjiyen aşağıdaki gibidir.

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \Phi)^2 - \frac{1}{2}m^2\Phi^2 - \frac{1}{4}\lambda(\Phi)^4 \quad (2.1)$$

Denklem 2.1 ile verilen Lagranjiyen Klein-Gordon tipi Lagranjiyendir. Yukarıda verilen Lagranjiyen'in potansiyeli,

$$V(\Phi) = \frac{1}{2}m^2\Phi^2 + \frac{1}{4}\lambda\Phi^4 \quad (2.2)$$

şeklindedir. Potansiyelin minimumu,

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial \Phi} &= m^2\Phi + \lambda\Phi^3 \\ &= \Phi(m^2 + \lambda\Phi^2) = 0 \end{aligned} \quad (2.3)$$

ifadesi ile bulunur. Eğer m^2 pozitif ise denklemin tek çözümü $\Phi = 0$ olarak bulunur ve bu durum simetrisinin korunduğu bir minimuma denk gelir. Öte yandan, eğer $m^2 < 0$ olduğu durumlarda $\Phi = 0$ çözümüne ek olarak, 2.3 denkleminin iki ayrı çözümü daha bulunur ve bu çözümlerde simetri korunmaz. $m^2 < 0$ durumu için potansiyelin minimum noktaları,

$$\Phi = \pm \sqrt{\frac{-m^2}{\lambda}} = \pm \nu \quad (2.4)$$

şeklinde verilir. 2.1 denkleminde verilen Lagranjiyen $\Phi \rightarrow -\Phi$ dönüşümü altında simetrik olduğundan, 2.4 denkleminde ifade edilen her iki minimum da aynı Lagranjiyen'e karşılık gelir. Başka bir deyişle, Lagranjiyen hala simetriktir. Öte yandan, Φ için elde edilen hareket denklemleri aynı dönüşüm altında simetrik değildir ve her minimum farklı bir hareket denkleminde karşılık gelir. Lagranjiyen'in simetrik kaldığı halde hareket denklemlerinin simetrik kalmadığı bu durumlar simetrisinin kendiliğinden kırılması olarak ifade edilir. Eğer alan gerçel değil de iki bileşenli bir kompleks skaler ($\Phi = (\phi_1 + i\phi_2)/\sqrt{2}$) ise Lagranjiyen aşağıdaki gibi verilmektedir.

$$\mathcal{L} = \partial_\mu \Phi^\dagger \partial^\mu \Phi - m^2 \Phi^\dagger \Phi + \lambda(\Phi^\dagger \Phi)^2 \quad (2.5)$$

$$\begin{aligned}\Phi^\dagger\Phi &= \left(\frac{\phi_1 - i\phi_2}{\sqrt{2}}\right) \left(\frac{\phi_1 + i\phi_2}{\sqrt{2}}\right) = \frac{1}{2}(\phi_1^2 + \phi_2^2) \\ \mathcal{L} &= \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi_1\partial^\mu\phi_1) + \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi_2\partial^\mu\phi_2) - \frac{1}{2}m^2(\phi_1^2 + \phi_2^2) + \frac{1}{4}\lambda(\phi_1^2 + \phi_2^2)^2\end{aligned}\quad (2.6)$$

Potansiyelin minimumunu bulmak için;

$$\begin{aligned}\frac{\partial V}{\partial\phi_1} &= 0 \\ \frac{\partial V}{\partial\phi_2} &= 0\end{aligned}\quad (2.7)$$

denklemleri kullanılır ve yarıçapının karesi m^2/λ olan aşağıdaki çember denklemi elde edilir.

$$\phi_1^2 + \phi_2^2 = \frac{m^2}{\lambda}\quad (2.8)$$

Bu denklem üç boyutta düşünülürse çemberin, minimumun etrafında her noktada tanımlı meksika şapkasına benzer bir şekile benzediği görülür. Denklem 2.6'de gösterilen Lagranjiyen'in sahip olduğu (ϕ_1, ϕ_2) simetrisi, (ϕ_1, ϕ_2) uzayında rotasyonlar olarak tanımlanabilir. Lagranjiyen'in rotasyon simetrisine sahip olması, bulunan çember denkleminin de dönmeler altında simetrik olması ile uyumludur.

$$\begin{pmatrix}\phi'_1 \\ \phi'_2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha\end{pmatrix} \begin{pmatrix}\phi_1 \\ \phi_2\end{pmatrix}\quad (2.9)$$

$$\begin{aligned}\Phi &\rightarrow \Phi' = e^{-i\alpha}\Phi \\ \mathcal{L} &\rightarrow \mathcal{L}' = \mathcal{L}\end{aligned}\quad (2.10)$$

Potansiyelin minimumu,

$$\nu_1 = \frac{m}{\sqrt{\lambda}}, \quad \nu_2 = 0\quad (2.11)$$

olarak seçilebilir. Kendiliğinden simetri kırılması gerçekleştirecek, minimum etrafındaki dalgalanmaları oluşturacak, yeni alanlar (χ, ψ) cinsinden skaler alan,

$$\Phi = \frac{m}{\sqrt{\lambda}} + \frac{\chi + i\psi}{\sqrt{2}} \quad (2.12)$$

olarak yazılabilir. χ ve ψ alanlarını denklem 2.6'de yerine yazar ve etkileşim terimlerini çıkartırsak serbest Lagranjiyen,

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \chi)^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu \psi)^2 - \frac{1}{2}m^2 \chi^2 \quad (2.13)$$

olarak elde edilir. U(1) global simetrisinin kırılması sonucunda karşımıza bir adet kütleli (χ) alan ile bir adet kütsüz (ψ) alan çıktı. Global simetri kırılması sonucunda, Lagranjiyen'de ortaya çıkan kütsüz spin-0 skaler parçacık (ψ), Goldstone bozonu (Goldstone 1961) olarak adlandırılır.

Yerel Ayar Değişmezliği ve Ayar Alanı

Lokal simetritler, dönüşüm parametrelerinin uzay-zamanın bir fonksiyonu olarak ele alınmasıyla ($\alpha(x_\mu)$) global simetritlerin genelleştirilmiş halidir ve uzay-zamanın farklı noktalarında farklı dönüşüm özelliklerine sahiptir. Bir tane kompleks skaler ϕ alanı için U(1) lokal faz dönüşümü,

$$\begin{aligned} \phi' &= e^{i\alpha(x)} \phi \\ \mathcal{L}' &= \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi' \partial^\mu (\phi')^\dagger - m^2 \phi' (\phi')^\dagger) \end{aligned} \quad (2.14)$$

olarak tanımlanır. Lagranjiyen'de ϕ' alanı yerine $e^{i\alpha(x)} \phi$ dönüşüm uygulanmış alan yazılırsa,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}' &= \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi \partial^\mu \phi^\dagger - m^2 \phi \phi^\dagger) \\ &+ \frac{1}{2} (\phi \phi^\dagger \partial_\mu \alpha(x) \partial^\mu \alpha(x) + i \partial_\mu \alpha(x) (\phi \partial^\mu \phi^\dagger - \phi^\dagger \partial^\mu \phi)) \end{aligned} \quad (2.15)$$

ifadesi elde edilir. Denklem 2.15'ten de görüleceği üzere, skaler alanın Lagranjiyen'ine uygulanan lokal faz dönüşümü ek terimler getirdi. Sonuç olarak, Lagranjiyen U(1) lokal

faz dönüşümü altında invaryant kalmadı. Bu durumu düzeltmek için ek olarak gelen terimleri ortadan kaldıracak yeni tanımlamalar yapmak ve türevi tekrar düzenlemek gerekmektedir.

$$\begin{aligned}\partial_\mu &\rightarrow D_\mu \\ D_\mu &= \partial_\mu + iqA_\mu\end{aligned}\quad (2.16)$$

Burada, D_μ kovaryant türev ismi ile bilinir, q herhangi bir sabit sayı, A_μ ise vektör alanıdır. Eğer bir Lagranjiyen'in lokal grup (SU(3), SU(2), U(1)) dönüşümleri altında değişmeden kalması isteniyorsa yeni vektör ayar bozonlarına ihtiyaç vardır. Kovaryant türev ve yeni vektör alanı U(1) faz dönüşümü altındaki değişimi aşağıda verilmiştir.

$$\begin{aligned}D_\mu &\rightarrow D'_\mu = \partial_\mu + iqA'_\mu \\ A_\mu &\rightarrow A'_\mu = A_\mu + \delta A_\mu\end{aligned}\quad (2.17)$$

Skaler alanın Lagranjiyen'inde kovaryant türev yerine yazılırsa,

$$\begin{aligned}\mathcal{L}' &= \frac{1}{2} (D'_\mu \phi' (D'^\mu \phi')^\dagger) - \frac{1}{2} m^2 \phi' (\phi')^\dagger \\ &= \frac{1}{2} (\phi \phi^\dagger \partial_\mu \alpha(x) \partial^\mu \alpha(x) + i \phi \partial_\mu \alpha(x) \partial^\mu \phi^\dagger + q \phi A^\mu \phi^\dagger \partial_\mu \alpha(x) + q \phi \delta A^\mu \phi^\dagger \partial_\mu \alpha(x) \\ &\quad - i \phi^\dagger \partial_\mu \phi \partial^\mu \alpha(x) + \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi^\dagger - iq A^\mu \phi^\dagger \partial_\mu \phi - iq \delta A^\mu \phi^\dagger \partial_\mu \phi \\ &\quad + q A_\mu \phi \phi^\dagger \partial^\mu \alpha(x) + q \delta A_\mu \phi \phi^\dagger \partial^\mu \alpha(x) + iq A_\mu \phi \partial^\mu \phi^\dagger + iq \delta A_\mu \phi \partial^\mu \phi^\dagger \\ &\quad + q^2 A_\mu A^\mu \phi \phi^\dagger + 2q^2 \delta A_\mu A^\mu \phi \phi^\dagger + q^2 \delta A^\mu \delta A_\mu \phi \phi^\dagger) - \frac{1}{2} m^2 \phi \phi^\dagger\end{aligned}\quad (2.18)$$

ifadesi elde edilir. Lagranjiyen'in lokal dönüşümler altında invaryant kalabilmesi için $\mathcal{L}' = \mathcal{L}$ olmalıdır. Orjinal Lagranjiyen kovaryant türev ile birlikte,

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= \frac{1}{2} (D_\mu \phi (D^\mu \phi)^\dagger) - \frac{1}{2} m^2 \phi \phi^\dagger \\ &= \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi \partial^\mu \phi^\dagger - iq A^\mu \phi^\dagger \partial_\mu \phi + iq A_\mu \phi \partial^\mu \phi^\dagger + q^2 A_\mu A^\mu \phi \phi^\dagger) - \frac{1}{2} m^2 \phi \phi^\dagger\end{aligned}\quad (2.19)$$

olarak elde edilir. $\mathcal{L}' = \mathcal{L}$ eşitliğini kullanırsak Lagranjiyen'in invaryant kalabilmesi için sağlanması gereken aşağıdaki denklemi elde ederiz.

$$\begin{aligned}
0 = & \phi\phi^\dagger\partial_\mu\alpha(x)\partial^\mu\alpha(x) + i\phi\partial_\mu\alpha(x)\partial^\mu\phi^\dagger + q\phi A^\mu\phi^\dagger\partial_\mu\alpha(x) + q\phi\delta A^\mu\phi^\dagger\partial_\mu\alpha(x) \\
& - i\phi^\dagger\partial_\mu\phi\partial^\mu\alpha(x) - iq\delta A^\mu\phi^\dagger\partial_\mu\phi + qA_\mu\phi\phi^\dagger\partial^\mu\alpha(x) + q\delta A_\mu\phi\phi^\dagger\partial^\mu\alpha(x) \\
& + iq\delta A_\mu\phi\partial^\mu\phi^\dagger + 2q^2\delta A_\mu A^\mu\phi\phi^\dagger + q^2\delta A_\mu\delta A^\mu\phi\phi^\dagger
\end{aligned} \tag{2.20}$$

2.20 denkleminin sağlanabilmesi için,

$$\delta A_\mu = -\frac{1}{q}\partial_\mu\alpha(x) \tag{2.21}$$

olması gerekir. Böylece, lokal faz dönüşümleri altında Lagranjiyen'in invaryant kalma şartı da $\mathcal{L}' = \mathcal{L}$ sağlanmış olur.

Skaler bir alanın Lagranjiyen'inin lokal dönüşümler altında değişikliğe uğradıktan sonra, değişikliği ortadan kaldırmak için yeni bir vektör alanı tanımlandı. $U(1)$ dönüşümü uygulandığında yeni vektör alanının yardımı ile Lagranjiyen tekrar düzenlendi ve sonuç olarak $\mathcal{L}_D = \mathcal{L}'_D$ olduğu görüldü (Moriyasu 1983). Eğer bu dönüşüm Dirac Lagranjiyen'ine de uygulanırsa Kuantum Elektrodinamiği elde edilir. Kuantum Elektrodinamiği bu fikrin üzerine kurulmuştur ve $U(1)_{EM}$ dönüşümleri altında değişmezdir. A_μ ayar alanı Kuantum elektrodinamiği içerisinde vektör bozon, elektromanyetik kuvvet taşıyıcısı foton olarak bilinir ve q elektromanyetik etkileşim sabitidir.

Higgs Mekanizması

Global faz dönüşümünü altında değişmeden kalan bir Lagranjiyen için, kendiliğinden simetri kırılma mekanizması incelendi ve kütesiz spin-0 Goldstone bozonlarının ortaya çıktığı görüldü. Higgs mekanizması temelde lokal ayar simetrisinin kırılması ve parçacıkların Higgs alanı ile etkileşime girerek kütle kazanması üzerine kuruludur (Guralnik ve ark. 1964; Englert ve Brout 1964; Higgs 1964a). Higgs mekanizması içerisinde, Goldstone bozonları, lokal ayar simetrisi kırıldıktan sonra ayar bozonları tarafından yutulur, ayar bozonlarına kütle kazandırılır. Klein-Gordon Lagranjiyen'ine geri dönelim, bu kez

kovaryant türev ile birlikte yeni U(1) simetrisinin ayar alanının kinetik terimini de ekleyelim. Foton alanı ile karıştırılmaması için U(1) simetrisinin ayar alanını B_μ olarak alalım.

$$D_\mu = \partial_\mu + iqB_\mu \quad (2.22)$$

Skaler ϕ alanı için Lagranjiyen ayar alanı ile birlikte aşağıdaki gibi verilir.

$$\mathcal{L} = D_\mu\phi(D^\mu\phi)^\dagger - V(\phi^\dagger\phi) - \frac{1}{4}B^{\mu\nu}B_{\mu\nu} \quad (2.23)$$

Burada $B_{\mu\nu}$ ayar bozonunun güç tensörüdür ve $B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu$ şeklinde tanımlanır.

Potansiyel ifadesi,

$$V = \frac{1}{2}m^2\phi\phi^\dagger + \frac{1}{4}\lambda|\phi\phi^\dagger|^2 \quad (2.24)$$

olarak yazılabilir. Potansiyelin minimumu,

$$\frac{\partial V}{\partial \phi} = 0 \quad (2.25)$$

ifadesinden bulunur. Simetri kırılmamış ise potansiyelin minimumu $\phi = 0$ olduğu durumdur. Simetrinin kırıldığı durumda ise çözüm,

$$m^2 = -\lambda|\phi\phi^\dagger| \quad (2.26)$$

olur. Simetri kırıldığı için ϕ alanının vakum beklenen değer geliştirdiği söylenebilir ($\langle|\phi|\rangle = \pm\nu$). Eğer potansiyelin minimumu etrafında kuantum dalgalanmalarını $h(x)$ alanı ile ifade edersek, Higgs alanı aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\phi \rightarrow \phi' = \nu + \frac{h(x)}{\sqrt{2}} \quad (2.27)$$

Denklem 2.27 ile verilen ifadeyi Lagranjiyen'de yerine yazarsak,

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \frac{1}{2}\partial_\mu h(x)\partial^\mu h(x) + q^2\nu^2 B^\mu B_\mu + \frac{2q^2\nu}{\sqrt{2}}B^\mu B_\mu h(x) + q^2 B^\mu B_\mu h(x)h(x) \\ & - \frac{1}{2}\lambda\nu^2 h^2(x) - \frac{\sqrt{2}}{4}\lambda\nu h^3(x) - \frac{1}{16}\lambda h^4(x) - \frac{1}{4}B^{\mu\nu}B_{\mu\nu} \end{aligned} \quad (2.28)$$

ifadesi elde edilir. 2.28 ile verilen Lagranjiyen'de Higgs alanının ve B_μ ayar alanının kinetik terimi, etkileşim terimleri ve kütle terimleri bulunmaktadır. Simetri kırılmadan önce B_μ ayar alanı kütesizdi, fakat simetri kırıldıktan sonra, son bulduğumuz Lagranjiyen'den de görüleceği üzere B_μ alanı ile ilgili kütle terimi $M_B = q^2 v^2$ olarak ortaya çıktı.

Bu bölümde, U(1) simetrisinin Higgs alanının potansiyelin minimumunda oluşturduğu dalgalanmalar aracılığı ile nasıl kırıldığını ve parçacıkların nasıl kütle kazandığını gördük. Gerçekte durum biraz daha karmaşık olsa da, temel fikir aynıdır. Başlangıçta da söylendiği gibi Standart Model $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ simetri grubu üzerine kurulmuştur. Higgs mekanizması yardımı ile $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ simetri grubu, $U(1)_{EM}$ simetrisine kırılmıştır. Şuan evrenimizin sahip olduğu iç simetri grubu $SU(3)_C \otimes U(1)_{EM}$ şeklinde tanımlanır.

Elektrozayıf Teori

Weinberg (Weinberg 1967) ve Salam (Salam 1968), zayıf ve elektromanyetik kuvveti birleştirerek, yüksek enerji skalalarında henüz kırılmamış olan elektrozayıf kuvvetin kuramsal temellerini oluşturduklar. $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ ayar grubu, $U(1)_{EM}$ grubuna Higgs mekanizması yardımı ile kırılarak, ortaya kütleli (W^\pm, Z^0) ve kütesiz (γ -foton) ayar bozonları çıkar.

Standart Model içerisinde fermiyonlar sağ ve sol-elli olmak üzere kiral olarak iki gruba ayrılırlar. Dirac fermiyonu sağ ve sol-elli spinörler cinsinden tanımlanabilir.

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}(1 - \gamma_5)\psi &= \psi_L \\ \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)\psi &= \psi_R\end{aligned}\quad (2.29)$$

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_R \\ \psi_L \end{pmatrix}\quad (2.30)$$

Kütesiz Dirac Lagranjiyen'i sağ ve sol-elli spinörler cinsinden;

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}_L \gamma^\mu \partial_\mu \psi_L + i\bar{\psi}_R \gamma^\mu \partial_\mu \psi_R\quad (2.31)$$

şeklindedir. Elektrozayıf etkileşmelerde üç adet yük (Q:Elektrik yükü, I:Zayıf izospin ve Y:Hiperyük) bulunmaktadır ve bu yükler arasındaki bağlantı Gell-Mann-Nishijima formülü 2.32 ile verilir.

$$Q = I^3 + \frac{Y}{2} \quad (2.32)$$

Elektrozayıf teori iki adet simetri grubuna ($SU(2)_L \otimes U(1)_Y$) sahiptir. $SU(2)$ simetrisinin üç adet $W_\mu^1, W_\mu^2, W_\mu^3$, $U(1)$ simetrisinin ise bir adet B_μ ayar alanı vardır. Leptonların ve ayar alanlarının Lagranjiyen'i,

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{leptonlar} + \mathcal{L}_{ayar} \quad (2.33)$$

şeklindedir. $U(1)$ ayar dönüşümü sağ ve sol-elli spinörlere uygulandığında farklı hiperyük taşıdıkları için farklı dönüşümlerdir. Sağ-elli spinörün dönüşümü,

$$\begin{aligned} \psi_R \rightarrow \psi'_R &= e^{iY\beta} \psi_R \\ &= e^{-2i\beta} \psi_R \end{aligned} \quad (2.34)$$

ifadesi ile verilir. β dönüşüm parametresidir ve Y hiperyükü temsil eder, sağ-elli spinörler için değeri -2, sol-elli spinörler için -1'dir. Aynı $U(1)$ dönüşümü sol-elli spinörlere uygulanırsa;

$$\begin{aligned} \psi_L \rightarrow \psi'_L &= e^{iY\beta} \psi_L \\ &= e^{-i\beta} \psi_L \end{aligned} \quad (2.35)$$

ifadesi elde edilir. Denklem 2.33'de verilen Lagranjiyen $e^{iY\beta}$ dönüşümü altında değişmeden kalır. B_μ alanı için güç tensörü ifadesi ve kinetik enerji terimi foton alanına benzer şekilde aşağıdaki gibi gösterilir.

$$\begin{aligned} B_{\mu\nu} &= \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu \\ \mathcal{L}_B &= -\frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} \end{aligned} \quad (2.36)$$

Bir önceki bölümde gösterildiği gibi B_μ ayar alanı, türevi kovaryant türev olarak tekrar tanımlanmasını gerektirir.

$$D_\mu = \partial_\mu + i\frac{g_Y}{2}B_\mu \quad (2.37)$$

Burada kullanılan g_Y, B_μ ayar alanı ile ilgili çiftlenim sabitidir. U(1) grubuna benzer şekilde SU(2) grubu için de aynı yol izlenebilir. Fakat U(1) grubu abelyanken, SU(2) grubu abelyan olmayan bir gruptur. Dolayısı ile U(1) grubu jeneratörleri yer değiştirme özelliğine sahiptir, fakat SU(2) grubunun jeneratörleri matrislerden oluştuğu için yer değiştirme özelliğine sahip değildir. SU(2) grubunun jeneratörleri Pauli spin matrislerinden oluşur. Pauli spin matrisleri 2.38'de tanımlanmıştır.

$$\tau_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \tau_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (2.38)$$

SU(2) cebiri,

$$[\tau_i, \tau_j] = 2i\epsilon_{ijk}\tau_k \quad (2.39)$$

komütasyon ilişkisi ile tanımlanır. SU(2) dönüşüm formu aşağıdaki gibi verilir.

$$SU(\alpha) = e^{i\alpha_j\tau_j/2} \quad (2.40)$$

Sağ-elli spinörlerin zayıf izospin yükü sıfır olduğundan ($\alpha_j = 0$), bu dönüşümler altında değişmeden kalır.

$$\psi'_R = U(\alpha)\psi_R = \psi_R \quad (2.41)$$

Buradan şu sonucu çıkarabiliriz; sağ-elli parçacıklar zayıf etkileşmelere girmezler. Sol-elli spinör için SU(2) dönüşümü,

$$\psi'_L = e^{-i(\tau\cdot\alpha)/2}\psi_L \quad (2.42)$$

ile verilir. $g_2, SU(2)$ simetrisi için çiftlenim sabiti olmak üzere, SU(2) grubunun üç adet ayar bozonu için güç tensörü ve kinetik terim aşağıda verilmiştir.

$$\begin{aligned}
W_{\mu\nu}^l &= \partial_\mu W_\nu^l - \partial_\nu W_\mu^l - g_2 \epsilon^{lmn} W_\mu^m W_\nu^n \quad (l = 1, 2, 3) \\
\mathcal{L}_W &= -\frac{1}{8} \text{Tr} (W_{\mu\nu} W^{\mu\nu})
\end{aligned} \tag{2.43}$$

Yeni ayar alanları ile birlikte sağ ve sol-elli spinörlere etki edecek olan türevlerin tekrar düzenlenmesi gerekmektedir. Sağ ve sol-elli spinörleri taşıdıkları zayıf izospin ve hiperyük farklı olduğu için, kovaryant türevin içine girecek olan yeni ayar alanlarını da taşıdıkları yükler belirleyecektir. Sağ ve sol-elli spinörler için kovaryant türevler;

$$\begin{aligned}
i\bar{\psi}_R \gamma^\mu D_\mu \psi_R &= i\bar{\psi}_R \gamma^\mu \left(\partial_\mu + \frac{ig_Y}{2} B_\mu \right) \psi_R \\
i\bar{\psi}_L \gamma^\mu D_\mu \psi_L &= i\bar{\psi}_L \gamma^\mu \left(\partial_\mu + \frac{ig_Y}{2} B_\mu + ig_2 \frac{\vec{\tau}}{2} \vec{W}_\mu \right) \psi_L
\end{aligned} \tag{2.44}$$

ile verilir. Leptonların kinetik terimi ve ayar Lagranjyen'i toplanırsa;

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} &= \mathcal{L}_{lepton} + \mathcal{L}_{ayar} \\
&= i\bar{\psi}_R \gamma^\mu \left(\partial_\mu + \frac{ig_Y}{2} B_\mu \right) \psi_R + i\bar{\psi}_L \gamma^\mu \left(\partial_\mu + \frac{ig_Y}{2} B_\mu + ig_2 \frac{\vec{\tau}}{2} \vec{W}_\mu \right) \psi_L \\
&\quad - \frac{1}{8} \text{Tr} (W_{\mu\nu} W^{\mu\nu}) - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu}
\end{aligned} \tag{2.45}$$

leptonlar ve $SU(2) \otimes U(1)$ ayar bozonlarının tüm etkileşmelerini içeren Lagranjyen elde edilir.

Elektrozayıf Simetri Kırılması

Leptonlar ve ayar bozonlarından oluşan elektrozayıf Lagranjyen'in sahip olduğu simetri $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ simetrisidir. Fakat, evrenin şuan sahip olduğu iç simetri grubu $SU(3)_C \otimes U(1)_{EM}$ 'tir. Dolayısı ile, hapsolmuş bir simetri olan $SU(3)_C$ 'yi ayrı tutarak, $SU(2) \otimes U(1)_Y$ simetrisi $U(1)_{EM}$ 'ye Higgs mekanizması ile kırılması gerekir. $SU(2)_L$ simetrisi jeneratörlerinin matris olduğunu gördük, bu nedenle simetriyi kıracak olan nesnenin iki elemanlı bir dublet olması gerekmektedir. Higgs alanı I^3 'ün $-1/2$ ve $+1/2$ özdeğerlerine

karşılık gelen fonksiyonlarından oluşmalıdır. Higgs dubleti;

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \quad (2.46)$$

şeklinde tanımlanır. Burada ϕ^+ vakum beklenen değer geliştirmezken, ϕ^0 vakum beklenen değer geliştirir ve vakum etrafında dalgalanmaları yaratacak olan Higgs alanını içerir (Bilenky 1981).

$$\begin{aligned} \phi^+ &= 0 \\ \phi^0 &= \nu + \frac{h(x)}{\sqrt{2}} \end{aligned} \quad (2.47)$$

yer değiştirmeleri yapılırsa, Higgs dubletinin yeni formu,

$$\Phi = \begin{pmatrix} 0 \\ \nu + \frac{h(x)}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (2.48)$$

şeklindedir. Higgs potansiyeli ifadesi,

$$V(\Phi^\dagger\Phi) = \mu^2\Phi^\dagger\Phi + \lambda(\Phi^\dagger\Phi)^2 \quad (2.49)$$

olarak yazılabilir ve bu potansiyelin minimumunu bulmak için Φ 'ye göre birinci dereceden türev alınır, vakum beklenen değer yerine koyulur ve sıfıra eşitlenirse,

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial \Phi} &= \mu^2\Phi^\dagger + 2\lambda(\Phi^\dagger\Phi) = 0 \\ \Phi_{min} &= -\frac{\mu^2}{2\lambda} \\ \nu^2 &= -\frac{\mu^2}{2\lambda} \end{aligned} \quad (2.50)$$

ifadesi elde edilir.

Ayar Bozonlarının Kütle Kazanması

Higgs mekanizması ile elektrozaıf simetri kırıldıktan sonra foton (A_μ) hariç, diğer ayar bozonları (W_μ^\pm ve Z^0) kütle kazanır. Ayar bozonlarının kütle terimleri Higgs alanının kinetik teriminden gelir. Higgs için kovaryant türev ifadesi yazılırken, hem zayıf izospin hem de hiperyük taşıdığı için $SU(2)$ ve $U(1)$ simetritlerinin ayar alanları dahil edilir. Higgs için kovaryant türev (Bogoliubov ve Shirkov 1982) ifadesi 2.51’de verilmiştir.

$$D_\mu = \partial_\mu + i\frac{g_Y}{2}B_\mu + i\frac{g_2}{2}\vec{\tau}\vec{W}_\mu \quad (2.51)$$

Ayar bozonlarının kütle kazandığı yer Higgs bozonuna ait Lagranjiyen’in kinetik kısmıdır. Higgs alanının kinetik terimi ise;

$$(D^\mu\Phi)^\dagger D_\mu\Phi \quad (2.52)$$

şeklinde verilir.

$$D_\mu\Phi = \partial_\mu\Phi + i\frac{g_Y}{2}B_\mu\Phi + i\frac{g_2}{2}\vec{\tau}\vec{W}_\mu\Phi \quad (2.53)$$

B_μ ve \vec{W}_μ ayar bozonları ile ilgili etkileşim sabitleri g_Y ve g_2 arasındaki bağlantıyı ortaya koyan açı zayıf karışım açısı ya da Weinberg açısı olarak bilinir. Zayıf karışım açısı,

$$\tan\theta_W = \frac{g_2}{g_Y} \quad (2.54)$$

olarak tanımlanır. θ_W ’ye zayıf karışım açısı diye bilinmesinin sebebi yüksüz ayar alanlarını birbirlerine karıştırmasıdır.

$$\begin{aligned} A_\mu &= B_\mu \cos\theta_W + W_\mu^3 \sin\theta_W \\ Z_\mu &= -B_\mu \sin\theta_W + W_\mu^3 \cos\theta_W \end{aligned} \quad (2.55)$$

A_μ vektör potansiyel yani foton alanıdır, Z_μ ise Z^0 bozonudur. Denklem 2.55 ile verilen ifade rotasyon matrisi formunda da yazılabilir.

$$\begin{pmatrix} A_\mu \\ Z_\mu \end{pmatrix} = R(\theta_W) \begin{pmatrix} B_\mu \\ W_\mu^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_W & \sin\theta_W \\ -\sin\theta_W & \cos\theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_\mu \\ W_\mu^3 \end{pmatrix} \quad (2.56)$$

Simetri kırıldıktan sonra B_μ ve W_μ^3 alanları karışarak fiziksel A_μ ve Z^0 ayar alanlarını oluştururlar. Yukarıdaki rotasyon matrisi diagonalize edilirse, A_μ ve Z^0 ayar bozonlarına ait kütle terimleri elde edilir. Higgs'in kinetik terimi fiziksel alanlar cinsinden,

$$\begin{aligned}
(D^\mu \Phi)^\dagger D_\mu \Phi &= \frac{1}{2} \partial^\mu h(x) \partial_\mu h(x) + W^{\mu-} W_\mu^+ \frac{g_W^2}{2} \left(\nu + \frac{h^2(x)}{\sqrt{2}} \right)^2 \\
+ Z^\mu Z_\mu &\left(\frac{g_2^2}{4} \cos^2 \theta_W + \frac{g_Y g_2}{2} \sin \theta_W \cos \theta_W + \frac{g_Y^2}{4} \sin^2 \theta_W \right) \left(\nu + \frac{h^2(x)}{\sqrt{2}} \right)^2 \\
+ A^\mu A_\mu &\left(\frac{g_2^2}{4} \sin^2 \theta_W - \frac{g_Y g_2}{2} \sin \theta_W \cos \theta_W + \frac{g_Y^2}{4} \cos^2 \theta_W \right) \left(\nu + \frac{h^2(x)}{\sqrt{2}} \right)^2 \\
+ A^\mu Z_\mu &\left(\frac{g_2^2}{2} \cos \theta_W \sin \theta_W - \frac{g_Y g_2}{2} \cos^2 \theta_W + \frac{g_Y g_2}{2} \sin^2 \theta_W - \frac{g_Y^2}{2} \cos \theta_W \sin \theta_W \right) \\
\times &\left(\nu + \frac{h^2(x)}{\sqrt{2}} \right)^2
\end{aligned} \tag{2.57}$$

olarak yazılabilir.

$$\cos \theta_W = \frac{g_2}{\sqrt{g_Y^2 + g_2^2}} \quad \sin \theta_W = \frac{g_Y}{\sqrt{g_Y^2 + g_2^2}} \tag{2.58}$$

olmak üzere $\cos \theta_W$ ve $\sin \theta_W$ Denklem 2.57'de yerine yazılırsa,

$$\begin{aligned}
(D^\mu \Phi)^\dagger D_\mu \Phi &= \frac{1}{2} \partial^\mu h(x) \partial_\mu h(x) + W^{\mu-} W_\mu^+ \frac{g_W^2}{2} \left(\nu + \frac{h^2(x)}{\sqrt{2}} \right)^2 \\
+ Z^\mu Z_\mu &\left(\frac{g_Y^2 + g_2^2}{4} \right) \left(\nu + \frac{h^2(x)}{\sqrt{2}} \right)^2
\end{aligned} \tag{2.59}$$

denklemini elde edilir. Denklem 2.59'dan yola çıkarak W^\pm , Z^0 ve A_μ bozonlarının kütleleri

$$M_{A_\mu} = 0 \quad M_{Z^0} = \frac{\sqrt{g_Y^2 + g_2^2}}{2} \nu \quad M_{W^\pm} = \frac{g_2}{2} \nu \tag{2.60}$$

şeklinde bulunur. Ayrıca,

$$\sin^2 \theta_W = 1 - \left(\frac{M_W}{M_Z} \right)^2 \tag{2.61}$$

yazılabilir. Denklem 2.61'den de görüleceği üzere teorik olarak $M_W < M_Z$ olmalıdır.

Fermiyonların Kütle Kazanması

Sağ ve sol-elli spinörler cinsinden kütleli Dirac Lagranjiyen'i,

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}_L\gamma^\mu\partial_\mu\psi_L + i\bar{\psi}_R\gamma^\mu\partial_\mu\psi_R - m(\bar{\psi}_L\psi_R + \bar{\psi}_R\psi_L) \quad (2.62)$$

ile verilir. Lagranjiyen'in son teriminden de anlaşılacağı üzere kütle terimi ifadesi içerisinde sağ ve sol-elli alanlar birbirlerine karışmıştır. Bu ifadenin Lagranjiyen içerisinde bulunabilmesi için $SU(2) \otimes U(1)$ simetrisinin kırılmış olması gerekmektedir. Weinberg-Salam teorisi içerisinde leptonlar Higgs alanı ile etkileşerek kütle kazanırlar. Etkileşme şiddetini Yukawa etkileşim sabiti (Y_e), Higgs alanı ile leptonların etkileşmesini içeren terim Yukawa terimi olarak bilinir. Higgs alanı ve leptonların etkileşimlerini veren Lagranjiyen,

$$\mathcal{L}_{Higgs-Lepton} = -Y_e(\bar{\psi}_L\Phi\psi_R + \bar{\psi}_R\Psi^\dagger\psi_L) \quad (2.63)$$

ile verilir. Leptonlar içerisinde kolaylık olması açısından sadece elektron ve nötrinodan oluşan ilk aile seçilip,

$$\psi_L = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e_L \end{pmatrix} \quad \bar{\psi}_L = (\bar{\nu}_e \quad \bar{e}_L) \quad \psi_R = e_R \quad \bar{\psi}_R = \bar{e}_R \quad (2.64)$$

$$\mathcal{L}_{H-L} = -Y_e \left((\bar{\nu}_e \quad \bar{e}_L) \begin{pmatrix} 0 \\ \nu + \frac{h(x)}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} e_R + \bar{e}_R \begin{pmatrix} 0 & \frac{h(x)}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_e \\ e_L \end{pmatrix} \right) \quad (2.65)$$

matris çarpımı yapılır ve düzenlenirse, Higgs alanının leptonlar ile etkileşimini veren Lagranjiyen aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\mathcal{L} = -Y_e\nu(\bar{e}_Le_R + \bar{e}_Re_L) - Y_e\frac{h(x)}{\sqrt{2}}(\bar{e}_Le_R + \bar{e}_Re_L) \quad (2.66)$$

Denklem 2.66'da ilk terim elektronun kütlesini, ikinci terim elektron-Higgs etkileşmesini verir. Kütle terimi ifadesinden yola çıkarak, elektronun kütlesi aşağıdaki gibidir.

$$m_e = Y_e\nu \quad (2.67)$$

Standart Model'in Problemleri

Standart Model matematik olarak renormalize edilebilir bir alan teorisi olması yanında, nötral akımların, tılsım kuarkın varlığı, W ve Z bozonunun kütlelerine dair yaptığı güçlü teorik öngörüler deneysel verilerle son derece uyumludur. Yüklü akım zayıf etkileşimleri, kuantum elektrodinamiğinde olduğu gibi, genelleştirilmiş Fermi teorisi tarafından açıklanarak Standart Model'e başarılı bir şekilde dahil edildi. Ancak, teori içerisinde çok fazla keyfilik bulunmaktadır. Örnek olarak, Standart Model'de 19 adet serbest parametre bulunmaktadır. Serbest parametreler deneyler tarafından belirlenirken, aldıkları değerleri nasıl aldıklarına dair Standart Model'in bir açıklaması yoktur. Standart Model'in bu kadar çok serbest parametre içermesi, onu temel bir teori olmaktan uzaklaştırmaktadır (Langacker 1995). Standart Model içerisinde düşük enerji skalasından $\mathcal{O}(GeV)^2$ yüksek enerji skalalarına $\mathcal{O}(TeV)^2$ çıktıkça, başta hiyerarşi problemi olmak üzere, bazı problemler ortaya çıkmaktadır. Bu nedenle Standart Model, yüksek enerji skalasında geçerli olan daha temel bir teorinin düşük enerji skalasında efektif hali olabilir ve çoğunlukla Standart Model efektif bir teoridir diye tanımlanır.

Ayar Problemi

Standart Model, $SU(3) \otimes SU(2) \otimes U(1)$ ayar grubunun ve bu ayar gruplarına ait çiftlenim sabitlerinin üzerine kurulmuştur. Neden sadece elektrozayıf kısım kiral ve parite ihlal eden kısımdır, Standart Model içerisinde bu sorunun cevabı yoktur. Benzer şekilde, neden elektrik yükü kuantizelidir ve parçacıklar $e/3$ 'ün katları olacak şekilde elektrik yüküne sahiptir. Bu önemlidir, çünkü atomların elektriksel olarak nötr olmasını sağlar. Mümkün olabilecek açıklamalardan iki tanesi, büyük birleşik teoriler (Langacker 1981), manyetik monopollerin varlığı olarak söylenebilir.

Fermiyon Aile Problemi

Evrendeki bütün madde, fermiyon ailelerinden sadece ilk aile kullanılarak (ν_e, e^-, u, d) oluşturulabilir. Fakat deneysel çalışmalar gösterdi ki, ilk ailenin dışında sadece kütleleri

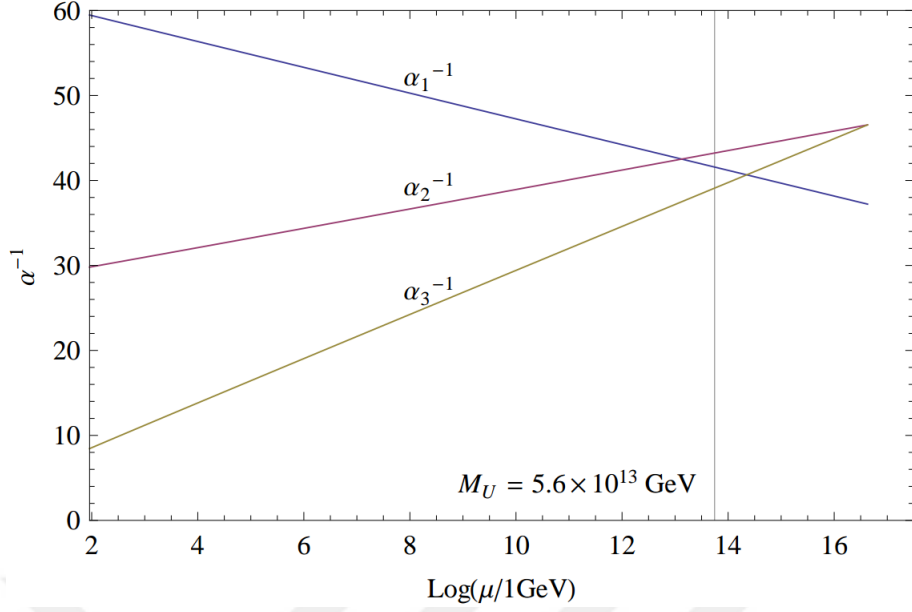
farklı, daha ağır (ν_μ, μ^-, c, s) ve (ν_τ, τ^-, t, b) iki aile daha bulunmaktadır. İlk ailenin ağır eşleri olan diğer iki ailenin doğada ne gibi bir rolü var henüz bu sorunun cevabı bilinmemektedir.

Karanlık Madde ve Karanlık Enerji

Karanlık madde (Trimble 1987), gözlemlenebilir evrende kütle ve enerjinin yaklaşık %26.8'sini oluşturan maddenin tanımlanamayan bir çeşididir. Karanlık madde adından da anlaşılacağı üzere ışık yaymaz ve elektromanyetik etkileşimlere girmez. Bilinen tüm dedektörlerin çalışma prensibi elektromanyetik etkileşimlere dayandığı için bu da karanlık maddeyi görünmez kılmaktadır. Karanlık madde doğrudan gözlemlenememesine rağmen, varlığı ve özellikleri, gravitasyonel mercekleme, evrenin geniş ölçekli yapısı üzerindeki etkisi ve kozmik mikrodalga arkaplan ışınımındaki etkisi gibi gravitasyonel etkiler üzerinden anlaşılmaktadır. Kozmolojinin Standart Modeli, evrenin toplam kütle enerjisinin %4.9'unu bilinen maddenin, %26.8'ini karanlık maddenin ve %68.3'ünü ise karanlık enerjinin oluşturduğunu söylemektedir (Ade ve ark. 2014). Böylece, karanlık madde ve karanlık enerji evrenin toplam kütle enerji içeriğinin %95.1'ini oluşturmaktadır. Karanlık enerji, evrenin her yerine yayılmış ve evrenin ivmelenerek genişlediğini gösteren gözlemleri açıklamak için kabul görmüş hipotetik bir enerji türüdür. Standart Model içerisinde ne karanlık madde adayını ne de karanlık enerjiyi açıklayacak bir mekanizma vardır.

Nötrino Kütleleri ve Osilasyonları

Standart Model içerisinde nötrinolar kütle kazandıracak herhangi bir mekanizma bulunmamaktadır. Bununla birlikte deneysel gözlemler, nötrinoların çok az da olsa $\mathcal{O}(keV)$ bir kütleyle sahip olduklarını göstermiştir. Ayrıca, bugüne kadar sağ-elli nötrino gözlemlenmedi. Bu durumu açıklamak için öne sürülen fikirlerden bir tanesi, Standart Model ötesi modellerde farklı mekanizmalar ile sağ-elli nötrinoların, bilinen madde parçacıklarından çok daha ağır $\mathcal{O}(TeV)$ olduğu ve henüz deneylerde bu enerji skalalarına çıkamadığı için gözlemlenmediği yönündedir.



Şekil 2.1. Standart Model'de α_1 , α_2 , α_3 sırası ile elektromanyetik, zayıf ve güçlü ayar çiftlenimlerinin birleşmesi (Huo ve ark. 2011).

Ayar Çiftlenimlerinin Birleşimi

Standart Model'de üç ayar çiftlenimini yüksek enerji skalalarında birleştirmek mümkün değildir. Şekil 2.1'de üç ayar çiftleniminin renormalizasyon grup denklemlerinden yararlanılarak enerji skalasına bağlı değişimi verilmiştir. Ayar çiftlenimlerinden, zayıf ve elektromanyetik etkileşmelere ait olanların birleşme skalası M_U ile verilmek üzere, $\frac{1}{\alpha_2} - \frac{1}{\alpha_3} = \frac{5}{3} \left(\frac{1}{\alpha_1} - \frac{1}{\alpha_3} \right)$ ile tanımlanır. Bu nedenle üç kuvvetin birleşmesi için Standart Model ötesi modellere ihtiyaç vardır.

Baryon Asimetrisi

Baryon asimetrisi, gözlemlenebilir evrende baryonik ve anti-baryonik madde arasındaki dengesizliği ifade eder. Neden gözlemlenebilir evrenin anti-maddeden değil de maddeden oluştuğuna dair Standart Model'in bir açıklaması yoktur. Olası açıklamalardan bir tanesi, zayıf etkileşmelerdeki CP (Yük, Parite) ihlalidir. Güçlü ve elektromanyetik süreçlerde CP korunurken, zayıf etkileşimlerde CP ihlali gerçekleşebilir. LHCb 2013 yılında B-mezon bozunumunda CP'nin ihlal edildiğini duyurdu (Aaij ve ark. 2013b). Büyük patlamadan

hemen sonraki süreçlerde CP simetrisinin ihlal edilerek, maddenin anti-maddeden daha fazla üretildiği düşünülmektedir. Ancak Standart Model'in öngördüğü CP ihlali evrendeki parçacık-antiparçacık dengesizliğini açıklamaya yeterli değildir.

Hiyerarşi Problemi

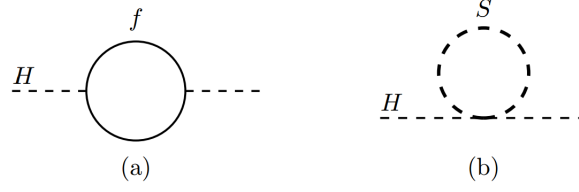
Standart Model için bir önceki bölümlerde de bahsedildiği gibi düşük enerji skalalarında efektif bir model olduğu söylenebilir. Planck skalası, gravitasyonel etkilerin önemli olduğu skaladır ve G_N Newton sabiti olmak üzere, $M_P = (8\pi G_N)^{-1/2} = 2.4 \times 10^{18}$ GeV ile verilir. Problem ise Planck skalası ile elektrozayıf skala (M_W) arasında çok büyük fark olmasından kaynaklanır ve bu aralıkta Standart Model'in verdiği cevaplar yeterli gelmemektedir. M_P/M_W oranının bu kadar büyük olması hiyerarşi problemi olarak bilinir (Weinberg 1976, 1979b; Gildener 1976; Susskind 1979). h , kompleks skaler alan olmak üzere Standart Model için skaler potansiyel,

$$V = \mu^2|h|^2 + \lambda|h|^4 \quad (2.68)$$

olarak tanımlanır. $\lambda > 0$ ve $m_h^2 < 0$ seçildiğinde ise potansiyelin minimumu $\langle h \rangle = \sqrt{-m_h^2/2\lambda}$ olarak bulunur. Deneysel veriler, m_h^2 'nin mertebesini kabaca $(100\text{GeV})^2$ olarak vermektedir. Fakat, m_h^2 Higgs alanı ile etkileşime giren her parçacıktan doğrudan ya da dolaylı olarak katkı almaktadır. Örnek olarak, Yukawa Lagranjyen'inde fermiyon-Higgs etkileşme ($-\lambda_f h \bar{f} f$) teriminden gelen, bir-döngü seviyesinde düzeltme terimi,

$$\Delta m_h^2 = -\frac{|\lambda_f|^2}{8\pi^2} \Lambda_{UV}^2 + \dots \quad (2.69)$$

ile verilir. Burada Λ_{UV} döngü integralini düzenlemek için kullanılan ultraviyole momentum kesilim skalasıdır ve teoremin geçerli olduğu skalayı gösterir. Eğer fermiyon üst kuark ise, üst kuark Yukawa çiftlenimi $\lambda_f \simeq 1$ olduğu için Higgs kütesine döngü aracılığı ile en fazla katkıyı verir. Sorun şu ki, $\Lambda_{UV} = M_P \simeq 10^{18}$ alındığında Higgs'in kütle karesine gelecek katkı kendi yalın kütle karesinden yaklaşık 10^{36} kat daha büyük olacaktır.



Şekil 2.2. Bir-döngü seviyesinde Higgs kütle parametresine (m_H^2) gelen kuantum düzeltmeler. (a) Fermiyon ve (b) skaler döngüsünden gelen düzeltmeler

Eğer model içerisinde başka bir skaler olsaydı, etkileşim terimi $\lambda_S |h|^2 |S|^2$ şeklinde verilebilirdi. Skaler döngüsünden Higgs kütle karesine gelen katkı ise,

$$\Delta m_h^2 = \frac{|\lambda_S|^2}{16\pi^2} [\Lambda_{UV}^2 - 2m_S^2 \ln(\Lambda_{UV}/m_S + \dots)] \quad (2.70)$$

ile verilebilir. Benzer şekilde ayar bozonları döngü içerisine girer ve Higgs'in kütesine ayar bozonlarından gelen katkı,

$$\Delta m_h^2 = \frac{g^2}{16\pi^2} \Lambda_{UV} + \dots \quad (2.71)$$

şeklinde olur. Denklem 2.69 ile denklem 2.70'e bakıldığında, Higgs kütesine gelen katkılar birbirleri ile zıt işaretlidir. Eğer Standart Model içerisindeki, her kuark ve lepton için, sağ ve sol-elli olduklarından, iki tane kompleks skaler tanımlanırsa gelen katkılar birbirlerini götürürler (Dimopoulos ve Raby 1981; Witten 1981; Dine ve ark. 1981; Dimopoulos ve Georgi 1981; Kaul ve Majumdar 1982). Süpersimetri, her fermiyona eşlik edecek iki adet skaler tanımlayarak, Higgs kütesine döngülerden gelecek zıt işaretli katkıların birbirlerini götürmesini sağlayarak, hiyerarşi problemini doğal yollarla ortadan kaldırır.

MATERYAL VE YÖNTEM

Giriş

Bu bölümde tezin temelini oluşturacak Minimal Süpersimetrik Standart Model ana başlığı altında, modelin parçacık içeriği, parçacık kütlelerinin teorik kökenleri, elektrozayıf simetri kırılması ve son olarak ince-ayar detaylı bir şekilde incelenmiştir. Tezin sonunda ise, Minimal Süpersimetrik Standart Model'in üzerine inşa edildiği süpersimetri ile ilgili detaylar Ekler başlığı altında bulunmaktadır. En basit süpersimetrik Lagranjiyen'den oluşan Wess-Zumino model ile ilgili bilgiler ve süpersimetri kırılma konusu 10'de verilmiştir. Süpersimetrik Lagranjiyen kurarken, bozonik ve fermiyonik durumları aynı süperalan ve süperuzayda tanımlamak gerekir. Bu nedenle, süperalan ve süperuzay ile ilgili ayrıntılı bilgiler Ek .2'de bulunmaktadır.

Minimal Süperimetric Standart Model

Minimal Süpersimetrik Standart Model (MSSM), parametre sayısını en az tutacak şekilde, Standart Model'in süpersimetrize edilmiş halidir (Drees ve Roy 2004; Baer ve Tata 2006). Bir modelin süpersimetrik dönüşümler altında invaryant kalabilmesi için, o modelde fermiyonik ve bozonik serbestlik derecelerinin birbirlerine eşit olması gerekir. Bir modelin nasıl süpersimetrize edilebileceği Ek 10'de detaylı olarak anlatılmıştır. Buna göre süpersimetrik dönüşümler altında simetrik model kurabilmek için Standart Model'deki parçacıklara spinleri 1/2 kadar farklı olan süpereşler eklenmelidir. Standart Model fermiyon alanlarının süpereşleri isimlerinin başına "s" ve süpersimetrik ayar alanlarının sonuna "-ino" eklenerek yazılır (süpersimetrik fermiyon-sfermion, süpersimetrik ayar alanı-ayarino). Standart Model'i süpersimetrize etmek için, elektrozayıf simetri kırılmadan önce sahip olduğu $SU(3)_c \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ simetri grubuna MSSM de sahip olmalıdır. Gerçekçi bir model oluşturabilmek için, Standart Model'deki gibi elektrozayıf simetri

kırılması da MSSM’de benzer şekilde gerçekleşmelidir. Parçacık içeriği olarak, Standart Model’deki her kiral fermiyon için kiral süperalan oluşturulmalıdır.

Çizelge 3.1. C renk yükü, T_{3L} zayıf izospin yükü ve Y hiperyük olmak üzere MSSM için madde süperalan içeriği.

Sol Kiral Madde Süperalanları			
Lepton Çiftlileri	(C, T_{3L}, Y)	Kuark Çiftlileri	(C, T_{3L}, Y)
$L_1 = \begin{pmatrix} L_{\nu_e} \\ L_e \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1, 1/2, -1 \\ 1, -1/2, -1 \end{pmatrix}$	$Q_1 = \begin{pmatrix} Q_u \\ Q_d \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3, 1/2, 1/3 \\ 3, -1/2, 1/3 \end{pmatrix}$
$L_2 = \begin{pmatrix} L_{\nu_\mu} \\ L_\mu \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1, 1/2, -1 \\ 1, -1/2, -1 \end{pmatrix}$	$Q_2 = \begin{pmatrix} Q_c \\ Q_s \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3, 1/2, 1/3 \\ 3, -1/2, 1/3 \end{pmatrix}$
$L_3 = \begin{pmatrix} L_{\nu_\tau} \\ L_\tau \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1, 1/2, -1 \\ 1, 1/2, -1 \end{pmatrix}$	$Q_3 = \begin{pmatrix} Q_t \\ Q_b \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3, 1/2, 1/3 \\ 3, -1/2, 1/3 \end{pmatrix}$
Anti-Lepton Teklileri	(C, T_{3L}, Y)	Anti-Kuark Teklileri	(C, T_{3L}, Y)
\bar{E}_e	$(1, 0, 2)$	\bar{U}_1, \bar{D}_1	$(\bar{3}, 0, -4/3), (\bar{3}, 0, 2/3)$
\bar{E}_μ	$(1, 0, 2)$	\bar{U}_2, \bar{D}_2	$(\bar{3}, 0, -4/3), (\bar{3}, 0, 2/3)$
\bar{E}_τ	$(1, 0, 2)$	\bar{U}_3, \bar{D}_3	$(\bar{3}, 0, -4/3), (\bar{3}, 0, 2/3)$

Ayar Süperalanları		Higgs Süperalanları		
Gösterim	İsim	Higgs Çiftlileri	İsim	Hiperyük
V^Y	Hiperyük	$H_1 = \begin{pmatrix} H_d^0 \\ H_d^- \end{pmatrix}$	Aşağı tip	-1
\vec{V}^W	Zayıf İzospin	$H_u = \begin{pmatrix} H_u^+ \\ H_u^0 \end{pmatrix}$	Yukarı tip	+1
V_g^a	Renk			

Her kiral madde süperalanı içerisinde, fermiyon, onun süpereşi olan skaler sfermion ve bir de F yardımcı alanı bulunur. Vektör yani ayar süperalanları içerisinde, vektör ayar alanı, onun süpereşi olan Majorana spinörü olacak şekilde fermiyonik alanlar (wino, bino, gluino) ve yine ek olarak yardımcı D alanı bulunur. İlk aile için sfermion alanları aşağıda verilmiştir.

$$\tilde{l}_{1L} = \begin{pmatrix} \tilde{\nu} \\ \tilde{e}^- \end{pmatrix}_L, \quad \tilde{e}_{1R} = \tilde{e}_R, \quad \tilde{q}_{1L} = \begin{pmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{d} \end{pmatrix}_L, \quad \tilde{u}_{1R} = \tilde{u}_R, \quad \tilde{d}_{1R} = \tilde{d}_R \quad (3.1)$$

Burada, \tilde{l}_{1L} ’ye sol-elli sleptonlar, \tilde{e}_R ’ye sağ-elli selektron ismi verilir.

Ayar sektöründe ise, $SU(3)_c \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ içindeki her ayar grubu için vektör süperalanlar oluşturulmalıdır. Böylece Standart Model’den $U(1)_Y$, $SU(2)_L$, $SU(3)_c$ simetri-lerinin B_μ , \vec{W}_μ , g_μ^a ayar alanlarına karşılık, yarım spinli $\tilde{\lambda}$, $\tilde{\vec{\lambda}}$, \tilde{g}^a Majorana ayarinolarını da içeren vektör süperalanları,

$$\left(V^Y, \vec{V}^W, V_g^a \right) \quad (3.2)$$

ile verilir.

Standart Model için $SU(2)_L$ dubleti olan Higgs (ϕ) alanının hiperyükü $Y_\phi = 1$ 'dir. Sol kiral zayıf izospin yükü $T_{3L}=1/2$ ve $T_{3L} = -1/2$ olan fermiyonlar aynı vakum beklenen değerden Yukawa etkileşimleri aracılığı ile kütle kazanırlar. MSSM'in Higgs sektöründe ise, Yukawa etkileşimleri süperpotansiyelden elde edilir. Bu noktada MSSM için bir problemle karşılaşırız. Süperpotansiyel sol-kiral alanların analitik fonksiyonudur yani holomorftir (bu konu ile ilgili detaylı bilgi Ek 10'da verilmiştir). Bu nedenle, bir alanın eşleniğini ve kendisini aynı anda içeremez. Böylece, $T_{3L}=-1/2$ fermiyonların kütle kazanabilmesi için ikinci bir Higgs dubletine ihtiyaç vardır. Bu problem, MSSM'de ikinci bir Higgs dubleti tanımlayarak, aşağı ve yukarı tipli fermiyonların farklı Higgs dubletleri ile etkileşerek kütle kazanması ile ortadan kaldırılır. MSSM içerisinde h_d 'in hiperyükü (aşağı tip) $Y = -1$, h_u 'nun ise (yukarı tip) $Y = 1$ olan iki Higgs dubleti,

$$h_d = \begin{pmatrix} h_d^1 \\ h_d^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_d^0 \\ h_d^- \end{pmatrix} \quad h_u = \begin{pmatrix} h_u^1 \\ h_u^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_u^+ \\ h_u^0 \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

$$\langle h_d \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v_d \\ 0 \end{pmatrix} \quad \langle h_u \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_u \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

ile verilir. Yüksüz Higgs alanları vakum beklenen değer geliştirirken, yüklü alanlar geliştirmez. Standart Model vakum beklenen değeri ile v_d ve v_u arasındaki ilişki aşağıda verilmiştir.

$$\sqrt{v_d^2 + v_u^2} = v \quad \tan \beta = \frac{v_u}{v_d} \quad (3.5)$$

Higgs dubletlerinin sol kiral fermiyonik süpereşleri yani higgsinolar,

$$\tilde{h}_{dL} = \begin{pmatrix} \tilde{h}_d^1 \\ \tilde{h}_d^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{h}_d^0 \\ \tilde{h}_d^- \end{pmatrix}_L \quad \tilde{h}_{uL} = \begin{pmatrix} \tilde{h}_u^1 \\ \tilde{h}_u^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{h}_u^+ \\ \tilde{h}_u^0 \end{pmatrix}_L \quad (3.6)$$

ve süperalanlar

$$H_d = \begin{pmatrix} H_d^1 \\ H_d^2 \end{pmatrix} \quad H_u = \begin{pmatrix} H_u^1 \\ H_u^2 \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

olarak tanımlanır. H_d ve H_u Higgs süperalanları içerisinde skaler Higgs ve fermiyonik higgsino alanları girer.

Yukawa çiftlenim sabitleri ($f^{e,d,u}$), kütle matrisleri ($m_{e,d,u}$) ve vakum beklenen değerleri arasındaki ilişki aşağıdaki gibi verilebilir.

$$(m_e)_{ij} = m_{e_i} \delta_{ij} = \frac{1}{\sqrt{2}} f_{ij}^{e*} v_1, \quad (m_d)_{ij} = \frac{1}{\sqrt{2}} f_{ij}^{d*} v_1, \quad (m_u)_{ij} = \frac{1}{\sqrt{2}} f_{ij}^{u*} v_2 \quad (3.8)$$

$$\begin{aligned} f_{ij}^{e*} &= \frac{g_2}{\sqrt{2} M_W \cos \beta} (m_e)_{ij}, & f_{ij}^{d*} &= \frac{g_2}{\sqrt{2} M_W \cos \beta} (m_d)_{ij} \\ f_{ij}^{u*} &= \frac{g_2}{\sqrt{2} M_W \sin \beta} (m_u)_{ij} \end{aligned} \quad (3.9)$$

Modelin süpersimetrik olabilmesi için, kiral süperalanların etkileşimini içeren süperpotansiyel tanımlanması gerekir. MSSM için süperalanlardan oluşan kiral süperpotansiyel,

$$\mathcal{W}_{MSSM} = \mu H_d H_u - f_{ij}^e H_d L_i \bar{E}_j - f_{ij}^d H_d Q_i \bar{D}_j - f_{ij}^u Q_i H_u \bar{U}_j \quad (3.10)$$

şeklinde verilir. Denklem 3.10 ile verilen süperpotansiyel ifadesindeki ikinci, üçüncü ve dördüncü terim Yukawa tipi etkileşmelerin süpersimetrize edilmiş halidir. İlk terim diğerlerinden farklı olarak iki tane Higgs süperalanının karışımını veren terimdir ve Standart Model'de Higgs potansiyeli ifadesindeki μ teriminin süpersimetrize edilmiş hali gibi düşünülebilir. Daha sonra görüleceği üzere, kendiliğinden elektrozayıf simetri kırılmasının gerçekleşebilmesi için μ teriminin değeri zayıf skala mertebesinde olması gerekir.

R-Parite

Standart Model içerisinde, ayar değişmezliğinin bir gereği olarak, baryon ve lepton sayısı bütün renormalize edilebilir etkileşimlerde korunur. Fakat MSSM için aynı durum geçerli değildir. Bunun nedeni, fermiyonlarla birlikte skaler süperalanlarının da baryon ve lepton sayısı taşınmasıdır. Süperpotansiyel içerisinde $\lambda_{ijk} L_i L_j \bar{E}_k$ ve $\lambda'_{ijk} U_i D_j \bar{D}_k$ gibi lepton ve baryon sayısını ihlal eden, ayar simetrisi ve süpersimetri ile uyumlu, süperalan etkileşim terimleri eklenebilir. Baryon ve lepton sayısını ihlal eden süreçler deneyler tarafından çok

sıkı bir şekilde kısıtlandığı için bu terimlerin varlığı teori için tehlikelidir. Eğer MSSM’de baryon ve lepton sayısı ihlal edilirse,

$$p \rightarrow \tilde{s}_R^* \rightarrow e^+ + \bar{u} + u \rightarrow e^+ + \pi^0 \quad (3.11)$$

\tilde{s}_R^* skuark olmak üzere, yukarıda verildiği gibi proton bozunumu öngören süreçler gerçekleşebilir. Yapılan deneylerde, protonun lepton ve mezona gittiği süreçler için yarı ömrü 10^{32} yıl olarak bulunduğundan, böyle bir sürecin yeni tanımlanan modelde 10^{32} yıldan önce gerçekleşmemesi gerekir.

Baryon ve lepton sayısını ihlal eden terimlerin süperpotansiyel girmesini yasaklayacak yeni bir kesikli simetri tanımlayarak bu problem ortadan kaldırılabilir. Süperpotansiyel, yeni tanımlanan bu parite (R-parite ya da madde paritesi) altında değişmeden kalırsa, baryon ve lepton sayısını ihlal eden süreçleri doğuracak etkileşimler gerçekleşemez (Martin 1997). R-parite ifadesi,

$$R = (-1)^{3(B-L)+2s} \quad (3.12)$$

ile verilir. B baryon sayısı, L lepton sayısı ve s parçacığın spinidir. Denklem 3.12 ifadesinin parçacığın spinine $(-1)^{2s}$ ile bağlı olması skalerler ve fermiyonlara zıt işaretli R-parite kazandırır. Süpersimetrik parçacıkların R-paritesi tektir ($P_R = -1$), Standart Model parçacıklarının R-paritesi ise çifttir ($P_R = +1$). Süreçlerde R-paritenin korunması bazı önemli fenomenolojik sonuçlara sebep olur. R-paritesi "-1" olan en hafif süpersimetrik parçacık (LSP) mutlaka kararlı olmak zorundadır. Eğer LSP elektriksel olarak nötralsa madde parçacıkları ile sadece zayıf etkileşime girer ve bu nedenle baryonik olmayan karanlık madde adayı olarak gösterilir. Bir diğer fenomenolojik sonuç ise, herhangi bir süreçte süpersimetrik parçacıklar çiftler halinde oluşur ya da yok olurlar.

R-paritenin gerekliliği nedeniyle, denklem 3.10’da verilmiş olan süperpotansiyelde R-pariteyi ihlal eden terimler bulunmamaktadır. Yine de R-paritenin kırıldığı, yerine başka kesikli simetrilerin geçtiği modeller de kurulabilir.

MSSM’de Yumuşak Süpersimetri Kırılması

Bir modelin süpersimetrik dönüşümler altında invaryant olması, parçacıklar ile o parçacıklara ait süper eşlerinin aynı kütlede olmalarını gerektirir. Ancak, deneylerde süper eşlenik olan parçacıkların gözlenememesi, bu parçacıkların Standart Model parçacıklarına göre daha ağır olmaları sonucunu doğurur. Bu durumda, parçacıklar ile süper eşlerinin farklı kütlede olması ancak süpersimetrimin kırılmış bir simetri olmasıyla açıklanabilir. Süpersimetrimin kırılması konusu Ek 10’de detaylı olarak tartışılmıştır. Süpersimetrik bir model inşa ederken izlenen strateji genelde, süpersimetrimin yüksek enerji skalasındaki gizli bir sektörde kırıldığı ve süpersimetrik parçacıkların Standart Model parçacıklarından ayrılmış olabileceği yönündedir. Gizli sektörde meydana gelen süpersimetri kırılması, Standart Model parçacıklarının ve onların süper eşlerinin bulunduğu sektöre bazı haberci alanların etkileşimleri ile iletilir. Düşük enerji skalasının fenomenolojik çıkarımları bu etkileşimlerin ve haberci alanların doğasına bağlı olarak değişebilir. Yaygın olarak çalışılan süpersimetrik modellerde, iki etkileşim türü ön plana çıkar. İlkinde, haberci alanlar Standart Model ayar grubu altında dönüşebilen alanlardır ve bu alanlarla Standart Model parçacıkları arasındaki etkileşim ayar etkileşimleri ile meydana gelir. Bu durumda süpersimetrimin kırılmış olduğu enerji skalası, Büyük Birleşik Teori skalası ile elektrozayıf skala arasında herhangi bir yerdedir. Bir diğer durumda da, süpersimetri kırılması diğer sektörden Standart Model parçacıklarının bulunduğu sektöre gravitasyonel etkileşimlerle taşınır. Gravitasyonel etkileşimler ancak Büyük Birleşik Teori skalası ve daha üstünde yeterince şiddetli olduğundan, bu mekanizmaya göre süpersimetri kırılması olan modellerde, süpersimetrimin Büyük Birleşik Teori skalasında kırıldığı kabul edilir. Düşük enerji fenomenolojisi bu haberci etkileşimlere bağlıdır.

Süpersimetrimin kırılmasına tam olarak neyin sebep olduğunu henüz bilmiyoruz. Bu durumda süpersimetri kırılmasının olası fenomenolojik sonuçlarını inceleyebilmek için yapılacak en iyi şey, olası bütün süpersimetri kırılma terimlerini Lagranjiyen’e eklemektir. Fakat bu noktada dikkat edilmesi gereken şey, ikinci dereceden ıraksama problemiyle tekrar karşılaşmayacak şekilde kırılma terimleri parametrize edilmelidir. Bu şekilde ayarlanmış terimlere yumuşak süpersimetri kırılma terimleri ismi verilir (Baer ve Tata 2006).

Girardello ve Grisaru (Girardello ve Grisaru 1982) genel bir teori için yumuşak kırılma terimlerini sınıflandırdı. Pertürbasyon teorisinin tüm mertebelerinde, skaler alanların lineer (S_i), ikilineer ($S_i S_j$), üçlineer ($S_i S_j S_k$) terimlerinin, skaler ve ayarino kütlelerinin süpersimetriyi yumuşak bir şekilde kırması gerektiğini gösterdiler. Genelde, kiral süperçoklular içerisindeki fermiyon kütleleri, fermiyon-ayarino karışım kütleleri, S_i ve S_j^\dagger 'i içeren üçlineer skaler etkileşimleri sert kırılma terimleri olarak kabul edilir. Böylece, MSSM için en genel olası yumuşak kırılma terimlerinden oluşmuş Lagranjiyen aşağıdaki gibi verilir.

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}_{Yum.} = & \tilde{q}_{iL}^* (\mathcal{M}_{\tilde{q}}^2)_{ij} \tilde{q}_{jL} + \tilde{u}_{iR}^* (\mathcal{M}_{\tilde{u}}^2)_{ij} \tilde{u}_{jR} + \tilde{d}_{iR}^* (\mathcal{M}_{\tilde{d}}^2)_{ij} \tilde{d}_{jR} \\
& + \tilde{l}_{iL}^* (\mathcal{M}_{\tilde{l}}^2)_{ij} \tilde{l}_{jL} + \tilde{e}_{iR}^* (\mathcal{M}_{\tilde{e}}^2)_{ij} \tilde{e}_{jR} \\
& + \frac{1}{2} \left(M_1 \tilde{\lambda}_0 P_L \tilde{\lambda}_0 + M_1^* \tilde{\lambda}_0 P_R \tilde{\lambda}_0 \right) + \frac{1}{2} \left(M_2 \tilde{\lambda} P_L \tilde{\lambda} + M_2^* \tilde{\lambda} P_R \tilde{\lambda} \right) \\
& + \frac{1}{2} \left(M_3 \tilde{g}^a P_L \tilde{g}^a + M_3^* \tilde{g}^a P_R \tilde{g}^a \right) \\
& + \left[h_d \tilde{l}_{iL} (f^e A^e)_{ij} \tilde{e}_{jR}^* + h_d \tilde{q}_{iL} (f^d A^d)_{ij} \tilde{d}_{jR}^* + \tilde{q}_{iL} h_u (f^u A^u)_{ij} \tilde{u}_{jR}^* + h.e \right] \\
& + m_{h_d}^2 |h_d|^2 + m_{h_u}^2 |h_u|^2 + (B\mu h_d h_u + h.e)
\end{aligned} \tag{3.13}$$

Denklem 3.13 ile verilen Lagranjiyen'de $M_{1,2,3}$ Majorana ayarino kütle parametreleri, $m_{h_{d,u}}$ gerçel Higgs skaler kütle parametreleridir. $\mathcal{M}_{\tilde{q}}^2$ sol-elli skuark, $\mathcal{M}_{\tilde{u}}^2$ sağ-elli süpersimetrik yukarı kuark, $\mathcal{M}_{\tilde{d}}^2$ sağ-elli süpersimetrik aşağı kuark, $\mathcal{M}_{\tilde{l}}^2$ sol-elli slepton, $\mathcal{M}_{\tilde{e}}^2$ sağ-elli selektron kütleleridir. $f^e A^e$, $f^d A^d$, $f^u A^u$ Yukawa benzeri üçlü skaler etkileşmelerin katsayılarıdır. $B\mu$ terimi skaler potansiyeldeki Higgs'lerin ikilineer etkileşimlerinin katsayısıdır ve elektrozayıf simetri kırılmasında önemli bir rol oynar.

MSSM Higgs Sektörü

Daha önce gördüğümüz gibi MSSM'in Higgs sektörü için iki adet Higgs dubleti gerekmektedir. Bu dubletlerden birinin hiperyükü -1 değerinin ise +1'dir (Drees ve Roy 2004). D , $SU(2)$ dublet indisi olmak üzere Higgs dubletleri,

$$h_d^D = \begin{pmatrix} h_d^1 \\ h_d^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_d^0 \\ h_d^- \end{pmatrix} \quad h_u^D = \begin{pmatrix} h_u^1 \\ h_u^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_u^+ \\ h_u^0 \end{pmatrix} \tag{3.14}$$

şeklinde tanımlanır. Higgs sektörünün süpersimetrize edilmesiyle, Higgs alanının bütün dördüncü dereceden öz etkileşim çiftlenimleri, elektrozayıf teorinin ayar çiftlenimleri ile bağlantılı olur. MSSM için Higgs sektörünün bir diğer özelliği ise, nötral Higgs parçacıkları ile kuark kütle öz durumlarının çiftlenimleri çeşni köşegendir. Bunun sebebi ise, yukarı tip kuarklar kütlelerini sadece h_u^0 'ın vakum beklenen değeri v_u 'dan kazanırken, aşağı tip kuarklar kütlelerini sadece h_d^0 'ın vakum beklenen değeri v_d 'den kazanır. Bu nedenle MSSM'in Higgs sektörü, tip-2 İki Higgs Dubleti Modeli'nin özel bir durumudur.

MSSM için skaler potansiyeli oluşturmadan önce dikkat edilmesi gereken bir nokta vardır. Standart Model'de sadece bir tane skaler Higgs alanı olduğu ve sadece skalerler vakum beklenen değer geliştirdiği için herhangi bir problemle karşılaşmaz. Fakat Süpersimetrik modellerde, özel olarak MSSM'de, birden fazla skaler alan bulunmaktadır. Bu nedenle bu alanlar vakum beklenen değer geliştirebilir. Ancak, renk yükü ya da elektrik yükü taşıyan skuark ya da slepton gibi herhangi bir skaler alan vakum beklenen değer geliştirdiğinde $SU(3)_C$ ya da $U(1)_{EM}$ simetrisi kırılır. Bu nedenle, renk yükü ya da elektrik yüküne sahip skaler alanların vakum beklenen değer geliştirmedeği çözümler ile çalışılır ve sadece Higgs alanları skaler potansiyele dahil edilir. Ek olarak, MSSM'de renk yükü ve elektrik yükü taşımayan snötrinolar da vakum beklenen değer geliştirebilir. Fakat, böyle bir durumda da bazı problemlerle karşılaşmak mümkündür.

Denklem 3.10'da MSSM için süperpotansiyel ifadesi ve $V_{yumuşak}$ daha önce denklem 3.13'de tanımlanmıştı. Ağaç seviyesinde skaler potansiyel,

$$V_{susy} = F_k^* F_k + \frac{1}{2} \left[\vec{D}^2 + (D^Y)^2 \right] \quad (3.15)$$

olmak üzere,

$$V = V_{susy} + V_{yumuşak} \quad (3.16)$$

olarak verilir. Higgs alanları için F-terimleri,

$$F_k = \frac{\partial \mathcal{W}_{MSSM}}{\partial \Phi_k^\dagger} \quad (3.17)$$

denklemleri ile elde edilebilir. D-terimleri ise, dublet tipini $k = d, u$, $SU(2)_L$ jeneratörlerini $\vec{\tau}$, $U(1)_Y$ jeneratörünü Y olarak göstermek üzere,

$$\begin{aligned}\vec{D}_H &= -g_2 h_k^\dagger \frac{\vec{\tau}}{2} h_k \\ D_H^Y &= -g_Y h_k^\dagger \frac{Y}{2} h_k\end{aligned}\quad (3.18)$$

şeklinde tanımlanır. Higgs için skaler potansiyel, $\vec{\tau}_{AB}\vec{\tau}_{CD} = 2\delta_{AD}\delta_{BC} - \delta_{AB}\delta_{CD}$ tanımı ve $h^\dagger h = |h|^2$ gösterimi ile $U(1)_Y$ ve $SU(2)_L$ ayar çiftlenim sabitleri g_Y ve g_2 olmak üzere aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{aligned}V_H &= \frac{1}{8} (g_Y^2 + g_2^2) (|h_d|^2 - |h_u|^2)^2 + |\mu|^2 (|h_d|^2 + |h_u|^2) \\ &+ m_{h_d}^2 |h_d|^2 + m_{h_u}^2 |h_u|^2 + (B\mu h_d h_u + h.c)\end{aligned}\quad (3.19)$$

Denklemler 3.19 ile verilen skaler potansiyelde, m_d^2 , m_u^2 ve $B\mu$ Higgs alanları için yumuşak kırılma terimleridir. Higgs potansiyeli ifadesindeki $h_d h_u$ çarpımı aşağıdaki gibi verilir.

$$\begin{aligned}h_d h_u &= \tilde{h}_d^\dagger h_u \\ \tilde{h}_d &= i\tau_2 h_d^*\end{aligned}\quad (3.20)$$

Kendiliğinden Elektrozayıf Simetri Kırılması

Higgs alanları, V_H potansiyelinin minimumunda sıfırdan farklı vakum beklenen değer geliştirdiklerinde kendiliğinden elektrozayıf simetri kırılması gerçekleşir (Drees ve Roy 2004).

$$\langle h_d \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v_d \\ 0 \end{pmatrix} \quad \langle h_u \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_u \end{pmatrix}\quad (3.21)$$

İki Higgs alanı için Standart Model'dekine benzer şekilde kinetik terimden yola çıkarak W ve Z-bozonunun kütleleri aşağıdaki gibi elde edilebilir.

$$M_W = \frac{g_2}{2} (v_d^2 + v_u^2)^{1/2}, \quad M_Z = \frac{(g_Y^2 + g_2^2)^{1/2}}{2} (v_d^2 + v_u^2)^{1/2}\quad (3.22)$$

$$(v_d^2 + v_u^2)^{1/2} \simeq 246 \text{ GeV} \quad (3.23)$$

Nötral alanlar cinsinden potansiyel,

$$\begin{aligned} V_H &= \frac{1}{8} (g_Y^2 + g_2^2) (|h_d^0|^2 - |h_u^0|^2)^2 + (m_{h_d}^2 + |\mu|^2)|h_d^0|^2 + (m_{h_u}^2 + |\mu|^2)|h_u^0|^2 \\ &- (B\mu h_d^0 h_u^0 + h.c) \end{aligned} \quad (3.24)$$

olarak yazılabilir. Son terimdeki "-" işareti $\epsilon_{12} = -1$ 'den gelmektedir. Potansiyelin minimumunu bulmak için, $\partial V_H^{min}/\partial h_{d,u} = 0$ işlemi yaparsak,

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_H}{\partial h_d^0} &= (m_{h_d}^2 + |\mu|^2)h_d^0 - B\mu h_u^0 + h_d^0 \frac{1}{4} (g_Y^2 + g_2^2) (|h_d^0|^2 - |h_u^0|^2) = 0 \\ \frac{\partial V_H}{\partial h_u^0} &= (m_{h_u}^2 + |\mu|^2)h_u^0 - B\mu h_d^0 \\ &- h_u^0 \frac{1}{4} (g_Y^2 + g_2^2) (|h_d^0|^2 - |h_u^0|^2) = 0 \end{aligned} \quad (3.25)$$

denklemleri elde edilir. Yukarıda verilen denklemlerin çözümlerinden biri, $\langle h_u^0 \rangle = \langle h_d^0 \rangle = 0$ olarak bulunur ve Standart Model'den de bildiğimiz, böyle bir çözümde elektroza-
yıf simetri kırılmadan kalır. Bunun gerçekleşmediğinden emin olmak için, orjin potansiyelin lokal maksimumu olmalıdır. Diğer bir deyişle, ikinci türevlerden ($\partial V_H/\partial h_d^0 \partial h_d^0$, $\partial V_H/\partial h_u^0 \partial h_d^0$, ...) oluşan matrisin determinantı orjinde negatif olmalıdır. Bu da aşağıdaki koşulun sağlanmasını gerektirir.

$$(B\mu)^2 > (m_{h_u}^2 + \mu^2) (m_{h_d}^2 + \mu^2) \quad (3.26)$$

Ek olarak, elektroza-
yıf simetrisinin kırılabilmesi için $v_u \neq v_d$ koşulunun da sağlanması gerekir. Potansiyelin gerçekte kararlı minimumda olduğunu da kontrol etmeliyiz. Alan uzayında $|h_d^0| = |h_u^0|$ yönünde ($|h_d^0|^2 - |h_u^0|^2$) terimi ortadan kalkar. Bu yön, alan uzayının D düz yüzey (D-flat) yönüdür ve bu yönde potansiyelin pozitif olabilmesi için aşağıdaki koşul sağlanmalıdır.

$$m_{h_u}^2 + m_{h_d}^2 + 2\mu^2 > 2|B\mu| \quad (3.27)$$

Eğer yukarıda verilen iki koşul da sağlınırsa, potansiyel beklenen değer geliştirerek elektroza-
yıf simetriyi kırabilir. Nötral Higgs alanları yerine vakum beklenen değerleri eklenir

ve M_Z kütle ifadesi kullanılırsa, potansiyelin minimizasyon koşulları aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned} B\mu &= \frac{(m_{h_u}^2 + m_{h_d}^2 + 2\mu^2) \sin 2\beta}{2} \\ \frac{1}{2}M_Z^2 &= -|\mu|^2 + \frac{m_{h_d}^2 - m_{h_u}^2 \tan^2 \beta}{\tan^2 \beta - 1} \end{aligned} \quad (3.28)$$

Ağaç Seviyesinde Higgs Kütleleri

Higgs skalerlerinin kütle matrisini oluşturmak için $\phi_{l,m}$ Higgs alanları olmak üzere aşağıdaki ifade kullanılır (Drees ve Roy 2004).

$$m_{lm}^2 = \frac{\partial^2 V_H}{\partial \phi_l \partial \phi_m} \quad (3.29)$$

Sadece yüklü Higgs alanlarını içeren kütle Lagranjiyen'i,

$$\mathcal{L}_{küttele}^{h^\pm} = \begin{pmatrix} h_d^+ & h_u^+ \end{pmatrix} \mathcal{M}_{h^\pm}^2 \begin{pmatrix} h_d^- \\ h_u^- \end{pmatrix} \quad (3.30)$$

ile verilir. Yüklü Higgs alanlarının kütle matrisi ise,

$$\mathcal{M}_{h^\pm}^2 = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 V_H}{\partial h_d^+ \partial h_d^-} & \frac{\partial^2 V_H}{\partial h_d^+ \partial h_u^-} \\ \frac{\partial^2 V_H}{\partial h_d^- \partial h_u^+} & \frac{\partial^2 V_H}{\partial h_u^+ \partial h_u^-} \end{pmatrix} \quad (3.31)$$

şeklinde yazılabilir.

Kütle matrisinin özdeğerleri, H^\pm yüklü Higgs alanları ve W^\pm bozonlarına kütle kazandıran Goldstone bozonları G^\pm olmak üzere,

$$\begin{aligned} m_{G^\pm} &= 0 \\ m_{H^\pm} &= \left(\frac{B\mu}{v_d v_u} + \frac{1}{4}g_2^2 \right) (v_d^2 + v_u^2) \end{aligned} \quad (3.32)$$

olarak elde edilir. Kütle köşegen alanlar, alan uzayında rotasyonlar cinsinden,

$$\begin{aligned} H^\pm &= \sin \beta h_d^\pm + \cos \beta h_u^\pm \\ G^\pm &= -\cos \beta h_d^\pm + \sin \beta h_u^\pm \end{aligned} \quad (3.33)$$

olarak verilir. Üniter ayar seçiminde G^\pm Goldstone alanı "0" olarak alınır.

Nötral sektörde ise, Higgs dubletlerinin nötral alanları olan h_d^0 ve h_u^0 'ı imajiner ve reel kısımlara $h_{d_I}^0, h_{u_I}^0, h_{d_R}^0, h_{u_R}^0$ olarak ayırırsak, imajiner alanlar için kütle matrisi,

$$\mathcal{M}_{h_I^0}^2 = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 V_H}{\partial h_{d_I}^0 \partial h_{d_I}^0} & \frac{\partial^2 V_H}{\partial h_{d_I}^0 \partial h_{u_I}^0} \\ \frac{\partial^2 V_H}{\partial h_{d_I}^0 \partial h_{u_I}^0} & \frac{\partial^2 V_H}{\partial h_{u_I}^0 \partial h_{u_I}^0} \end{pmatrix} \quad (3.34)$$

şeklinde yazılabilir. Yukarıda verilen kütle matrisinin iki tane özdeğeri vardır. Bunlardan biri nötral Z bozonuna kütle kazandıracak olan kütlesiz Goldstone bozonuna aitken, diğeri ise nötral Higgs alanların imajiner kısımlarının lineer kombinasyonu ve CP tek Higgs bozonuna aittir. Kütle özdeğerleri,

$$\begin{aligned} m_{G^0}^2 &= 0 \\ m_A^2 &= \frac{B\mu}{v_d v_u} (v_d^2 + v_u^2) = \frac{2B\mu}{\sin 2\beta} \end{aligned} \quad (3.35)$$

olarak bulunabilir. Kütle köşegen alanlar, alan uzayında rotasyonlar cinsinden,

$$\begin{aligned} \frac{A}{\sqrt{2}} &= h_{d_I}^0 \sin \beta + h_{u_I}^0 \cos \beta \\ \frac{G^0}{\sqrt{2}} &= -h_{d_I}^0 \cos \beta + h_{u_I}^0 \sin \beta \end{aligned} \quad (3.36)$$

şeklinde yazılabilir.

h_d^0 ve h_u^0 alanlarının reel kısımları için kütle matrisi,

$$\mathcal{M}_{h_R^0}^2 = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 V_H}{\partial h_{d_R}^0 \partial h_{d_R}^0} & \frac{\partial^2 V_H}{\partial h_{d_R}^0 \partial h_{u_R}^0} \\ \frac{\partial^2 V_H}{\partial h_{d_R}^0 \partial h_{u_R}^0} & \frac{\partial^2 V_H}{\partial h_{u_R}^0 \partial h_{u_R}^0} \end{pmatrix} \quad (3.37)$$

şeklinde yazılabilir. Yukarıda verilen matrisin özdeğerleri iki adet CP çift Higgs alanı için kütle ifadelerini verir. Ağır olan CP çift Higgs alanı H ve hafif olan Standart Model benzeri Higgs alanı h ile gösterilmek üzere,

$$m_{H,h}^2 = \frac{1}{2} \left[m_A^2 + M_Z^2 \pm \left((m_A^2 + M_Z^2)^2 - 4M_Z^2 m_A^2 \cos^2 2\beta \right)^{1/2} \right] \quad (3.38)$$

olarak kütle ifadeleri yazılabilir. Kütle köşegen alanlar, alan uzayında rotasyonlar cinsinden,

$$\begin{aligned} \frac{H}{\sqrt{2}} &= \left(h_{d_R}^0 - \frac{v_d}{\sqrt{2}} \right) \cos \alpha + \left(h_{u_R}^0 - \frac{v_u}{\sqrt{2}} \right) \sin \alpha \\ \frac{h}{\sqrt{2}} &= - \left(h_{d_R}^0 - \frac{v_d}{\sqrt{2}} \right) \sin \alpha + \left(h_{u_R}^0 - \frac{v_u}{\sqrt{2}} \right) \cos \alpha \end{aligned} \quad (3.39)$$

şeklinde yazılabilir. CP çift Higgs alanları için rotasyon açısı α ile β açısı arasındaki ilişki,

$$\tan 2\alpha = \frac{m_h^2 + m_H^2}{m_A^2 - M_Z^2} \tan 2\beta = \frac{m_A^2 + M_Z^2}{m_A^2 - M_Z^2} \tan 2\beta \quad (3.40)$$

olarak verilir. Standart Model Higgs'i olan h 'nin alabileceği en büyük kütle değerini bulmak için denklem 3.38'e bakalım. Bu ifade içerisinde $\cos^2 2\beta$ 'nin alabileceği en büyük ve en küçük değer "1" ve "0"dır. Hafif ve ağır CP çift Higgs'lerin $\cos^2 2\beta$ 'ya bağlı olarak alabileceği minimum ve maksimum değerleri,

$$m_h^2 = \begin{cases} \text{min.} & 0 & \cos^2 2\beta = 0 \\ \text{maks.} & M_Z^2 & \cos^2 2\beta = 1 \end{cases} \quad (3.41)$$

$$m_H^2 = \begin{cases} \text{maks.} & m_A^2 + M_Z^2 & \cos^2 2\beta = 0 \\ \text{min.} & m_A^2 & \cos^2 2\beta = 1 \end{cases} \quad (3.42)$$

ağaç seviyesindeki kütle sınırları olarak elde edilebilir. Denklem 3.38'i seriye açarak da kütle sınırlarını elde edebiliriz. Sonuç olarak, m_h için sınırlar aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$m_h \leq M_Z |\cos 2\beta| \leq m_H \quad (3.43)$$

Son bulduğumuz ifadelerden de anlaşılacağı üzere, ağaç seviyesinde yani ışınımsal katkılar olmadan, Standart Model benzeri Higgs'in kütlesi en fazla $m_h = M_Z \simeq 91$ GeV olabilir. Deneylerden gelen veriler ise Higgs'in kütlesinin $m_h \simeq 125$ GeV olduğunu gösterdi. Fakat, Higgs'in kütlesine ışınımsal katkıları da eklendiğinde deney ile MSSM'in öngörüsü arasındaki bu uyumsuzluk ortadan kaldırılabilir.

Elektrozayıf Ayarınoları ve Higgsinolar

Higgs alanlarının süpereşi olan Higgsinolar ve ayar alanlarının süpereşi olan ayarınolar kütle öz durumları değildir. Gerçekte, süpersimetri kırılmamış olsa bile elektrozayıf simetri kırılması aynı elektrik ve renk yüküne sahip süpersimetrik parçacıkların kütle matrisi aracılığı ile birbiriyle karışmasına neden olur. Bu karışım, fiziksel kütle öz durumu olarak karşımıza çıkar. Bunlardan iki tanesi yüklü higgsino ve ayarınoların karışmasından oluşan, hafif $\tilde{\chi}_1^\pm$ ve ağır $\tilde{\chi}_2^\pm$ yüklinodur. Diğerleri ise, nötr higgsino ve ayarınoların karışımından, $\tilde{\chi}_1^0$ en hafifi, $\tilde{\chi}_4^0$ en ağırı olmak üzere $\tilde{\chi}_{1,2,3,4}^0$ nötralinolardır (Drees ve Roy 2004; Baer ve Tata 2006).

Yüklino Kütleleri

MSSM'de ayarino kütleleri, madde-ayarino-Higgs Yukawa tipi etkileşim terimini içeren süperpotansiyel aracılığı ile elde edilir. Bu tip etkileşimleri veren Lagranjiyen,

$$\mathcal{L}_{Yukawa} = -\frac{1}{2} \left(\xi_i \xi_j \frac{\partial^2 \mathcal{W}}{\partial \Phi_i \partial \Phi_j} \right) \quad (3.44)$$

şeklinde yazılabilir. Madde-ayarino-Higgs etkileşim terimi aşağıdaki gibi yazabiliriz.

$$- \sqrt{2} g_2 (T^a)_{ij} \lambda^a \xi_j \phi_i^* + h.c \quad (3.45)$$

λ^a ayarino alanı, T^a ayar grubu jeneratörü, Higgs kiral süperalanının fermiyonik bileşeni ξ ve bozonik bileşeni ϕ 'dir. $h_{d,u}^0$ Higgs alanlarından biri vakum beklenen değer ($v_{d,u}$) geliştirdiğinde elektrozayıf simetri kendiliğinden kırılır ve yukarıdaki terim ayarino ve higgsinoların kütle terimlerinin karışmasına neden olur. Higgs alanları vakum beklenen değer geliştirdikten sonra ve yumuşak kırılma terimleri ile birlikte, yüklü higgsino ve ayarinolar için kütle terimlerini veren Lagranjiyen aşağıdaki gibi olur.

$$\mathcal{L}_{küttele} = -\frac{g_2}{\sqrt{2}} \left(v_d \lambda^+ \tilde{h}_d^- + v_u \lambda^- \tilde{h}_u^+ + h.e \right) - \left(M_2 \lambda^+ \lambda^- + \mu \tilde{h}_d^- \tilde{h}_u^+ \right) \quad (3.46)$$

Denklem 3.46 ile verilen Lagranjiyen'den kütle terimleri 2×2 'lik kütle matrisi X şeklinde gösterilebilir. Bunu yapabilmek için öncelikle, higgsino ve ayarino alanlarını içinde bulunduran sütun vektör tanımlamak gerekir.

$$\psi^+ = \begin{pmatrix} \lambda^+ \\ \tilde{h}_u^+ \end{pmatrix} \quad \psi^- = \begin{pmatrix} \lambda^- \\ \tilde{h}_d^- \end{pmatrix} \quad (3.47)$$

Lagranjiyen'i ψ^\pm ve X matrisi cinsinden tekrar yazarsak,

$$-\mathcal{L}_{küttele} = (\psi^-)^T X \psi^+ + h.e \quad (3.48)$$

olarak elde edilir. M_W , $\tan \beta$, $\cos \theta_W$ eşitlikleri kullanılırsa kütle matrisi X ,

$$X = \begin{pmatrix} M_2 & \sqrt{2} M_W \sin \beta \\ \sqrt{2} M_W \cos \beta & \mu \end{pmatrix} \quad (3.49)$$

olarak elde edilebilir. Yüklülerin kütle öz durumlarını bulabilmek için X kütle matrisini diagonal hale getirecek uniter U ve V matrisleri kullanılabilir.

$$U^* X V^{-1} = M_c^D \quad (3.50)$$

Yüklinolar için, M_c^D köşegen kütle matrisidir. Yüklinoların kütle öz durumları, $k = 1, 2$ olmak üzere,

$$\begin{aligned}\tilde{\chi}_k^+ &= V_{km}\psi_m^+ \\ \tilde{\chi}_k^- &= U_{km}\psi_m^-\end{aligned}\quad (3.51)$$

ile verilir. Yüklinoların kütle Lagranjyen'i,

$$- \mathcal{L}_{küt\le} = \tilde{\chi}_k^- (M_D^c)_{km} \tilde{\chi}_m^+ + h.e \quad (3.52)$$

olarak yazılabilir. Köşegen kütle matrisini elde edebilmek için,

$$(M_c^D)^2 = V X^\dagger X V^{-1} = U^* X X^\dagger (U^*)^{-1} \quad (3.53)$$

eşitliği kullanılabilir. Kütle matrisini köşegen hale getirdikten sonra yüklinoların kütleleri, $M_{\tilde{\chi}_1^\pm}$ hafif ve $M_{\tilde{\chi}_2^\pm}$ ağır olan olmak üzere,

$$\begin{aligned}M_{\tilde{\chi}_{2,1}^\pm} &= \frac{1}{2} \left[|M_2^2| + |\mu^2| + 2M_W^2 \pm \left\{ (|M_2^2| - |\mu^2|)^2 + 4M_W^2 \cos^2 2\beta \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + 4M_W^2 (|M_2^2| + |\mu^2| + 2M_2\mu \sin 2\beta) \right\}^{1/2} \right] \end{aligned} \quad (3.54)$$

şeklinde verilir.

Nötralinö Kütleleri

Elektrozayıf simetri kırıldığında, yüksüz higgsinolar ve ayaarınolar karışarak, kütle öz durumu olan nötralinoları oluşturur. Nötralinolar kütlelerine, yumuşak kırılma terimlerinden, süperpotansiyelden ve madde-ayar-Higgs terimlerinden katkılar alır. Nötral sektör için kütle Lagranjyen'i,

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{küt\le} &= -\frac{g_2}{2} \lambda_3 (v_d \tilde{h}_d^0 - v_u \tilde{h}_u^0) + \frac{g_Y}{2} \lambda_0 (v_d \tilde{h}_d^0 - v_u \tilde{h}_u^0) + \mu \tilde{h}_d^0 \tilde{h}_u^0 \\ &\quad - \frac{1}{2} M_2 \lambda_3 \lambda_3 - \frac{1}{2} M_1 \lambda_0 \lambda_0 + h.e \end{aligned} \quad (3.55)$$

ile verilir. Genelde, nötralinö kütle ve karışımlarını M_1 , M_2 ve μ kütle parametreleri belirler. Nötralinolar için yüklinö sektörüne benzer şekilde satır ve sütun matrisleri tanımlanabilir.

$$\psi^0 = \begin{pmatrix} \lambda_0 \\ \lambda_3 \\ \tilde{h}_1^0 \\ \tilde{h}_2^0 \end{pmatrix} \quad (\psi^0)^T = \left(\lambda_0 \quad \lambda_3 \quad \tilde{h}_1^0 \quad \tilde{h}_2^0 \right) \quad (3.56)$$

Kütle Lagranjyen'i ise tekrar aşağıdaki gibi yazılır.

$$\mathcal{L}_{küt\le} = -\frac{1}{2} (\psi^0)^T \mathcal{M}^n \psi^0 + h.e \quad (3.57)$$

M_W , M_Z , $\tan \beta$, $\cos \theta_W$ eşitlikleri kullanılırsa nötralinolar için kütle matrisi,

$$\mathcal{M}^n = \begin{pmatrix} M_1 & 0 & -M_Z \cos \beta \sin \theta_W & M_Z \sin \beta \sin \theta_W \\ 0 & M_2 & M_Z \cos \beta \cos \theta_W & -M_Z \sin \beta \cos \theta_W \\ -M_Z \cos \beta \sin \theta_W & M_Z \cos \beta \cos \theta_W & 0 & -\mu \\ M_Z \sin \beta \sin \theta_W & -M_Z \sin \beta \cos \theta_W & -\mu & 0 \end{pmatrix} \quad (3.58)$$

şeklinde yazılabilir. Böylece nötralinö kütle öz durumları, Z 4×4 'lük üniter matris olmak üzere,

$$\chi_l^0 = Z_{ln} \psi_n^0 \quad n = l = 1, 2, 3, 4 \quad (3.59)$$

ile verilir. Z üniter matrisi, \mathcal{M}^n kütle matrisini köşegen hale getirmek için kullanılır.

$$Z^* \mathcal{M}^n Z^{-1} = \mathcal{M}_n^D \quad (3.60)$$

Yüklinölara benzer şekilde, nötralinöların kütle ve karışım açıları $M_{1,2}$, μ ve $\tan \beta$ tarafından belirlenir. $\tilde{\chi}_l^0$ 'i dört bileşenli bir Majonarana spinörü olarak seçersek,

$$\tilde{\chi}_l^0 = \begin{pmatrix} \chi_l^0 \\ (\tilde{\chi}_l^0)^T \end{pmatrix} \quad (3.61)$$

şeklinde yazabiliriz. $\tilde{M}_l^n = \tilde{M}_{\tilde{\chi}_l^0}$ olmak üzere, nötralinolar için kütle Lagranjiyen'i,

$$\mathcal{L}_{küttele}^n = -\frac{1}{2} \sum_l \tilde{M}_l^n \tilde{\chi}_l^0 \tilde{\chi}_l^0 \quad (3.62)$$

ifadesi ile verilebilir.

Nötralinolar kütle matrisi analitik olarak diagonalize edilebilir, fakat sonuç uzun olduğu için, bunun yerine genelde, nötralinolar kütle matrisinin özdeğerleri nümerik olarak elde edilebilir.

Denklem 3.49-3.58'de verilen yüklinolar ve nötralinolar kütle matrislerinden görüleceği üzere, yüklinoların kütlelerini belirleyen M_2 ve μ , nötralinoların kütlelerini belirleyen ise M_1 , M_2 ve μ parametreleridir. Eğer $|\mu| \gg |M_{1,2}|$ ise en hafif iki nötralinolar olan $\tilde{\chi}_{1,2}^0$ içerisinde ayarınodan gelen katkı baskındır, yani ayarino benzeridir. Büyük Birleşik Teori'lerde çiftlenim sabitleri yüksek enerji skalalarında birleştirilirler ve yumuşak kırılma terimlerinden M_1 ve M_2 ayarino kütleleri birbirleri ile ilişkilidir. Kabaca birleşme şartı $M_1 = 1/2M_2$ olarak verilebilir. Eğer $M_1 = 1/2M_2$ ise, en hafif nötralinolar $\tilde{\chi}_1^0$ daha çok $U(1)_Y$ ayarinosudur (bino), $\tilde{\chi}_2^0$ $SU(2)_L$ ayarinosudur (wino). En ağır iki olan $\tilde{\chi}_{3,4}^0$ içerisinde higgsino baskındır ve higgsino benzeri denir. Benzer şekilde, hafif olan yüklinolar $\tilde{\chi}_1^\pm$ içerisinde yüklü ayarino (wino) baskındır, ağır olan yüklinolar ise $\tilde{\chi}_2^\pm$ yüklü higgsino baskındır. Kabaca μ 'nin büyüklüğü ile yüklinolar ve nötralinoların kütleleri arasındaki ilişki aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned} M_{\tilde{\chi}_1^\pm} &\simeq M_{\tilde{\chi}_2^0} \simeq 2M_{\tilde{\chi}_1^0} \\ |\mu| &\simeq M_{\tilde{\chi}_4^0} \simeq M_{\tilde{\chi}_3^0} \simeq M_{\tilde{\chi}_2^\pm} \gg M_{\tilde{\chi}_1^\pm} \end{aligned} \quad (3.63)$$

Tam tersi durumda, yani $|\mu| \ll |M_{1,2}|$ olduğunda, hafif nötralinolar ve yüklinolar higgsino baskındır ve $|\mu|$ parametresinin değerine yakındır. Ağır olan yüklinolar, yüklü ayarino baskındır. Eğer $|\mu| \simeq |M_{1,2}|$ olursa, ayarınolar ve higgsinolar arasında güçlü bir karışım meydana gelir ve basit şekilde kütleler arasında ilişki kurulamaz.

Sfermiyon Kütleleri

Sfermiyonlar kütlelerini MSSM'in skaler potansiyeli aracılığı ile kazanır (Drees ve Roy 2004; Baer ve Tata 2006). Skaler potansiyele katkı verecek üç kaynak vardır. İlki, yumuşak kırılma Lagranjiyen'inden slepton ve skuarklara ait kütle terimleri ve üçlineer etkileşimleri içeren A -terimleridir. İkinci kaynak, süperpotansiyel ile oluşturulan F -terimleri ve son kaynak ise D -terimleridir.

Öncelikle sadece F ve D -terimlerinden oluşan skaler potansiyeli yazalım.

$$V(\phi_i, \phi_j^*) = F_i F_i^* + \frac{1}{2} D^a D^a \quad (3.64)$$

$\phi_{i,j}$, süperalanlar ($\Phi_{i,j}$) içerisindeki skaler alanları temsil eder. F ve D -terimlerini,

$$F_i = -\frac{\partial \mathcal{W}^\dagger}{\partial \Phi_i^\dagger} \quad D^a = -g \phi_i^\dagger T_{ij}^a \phi_j \quad (3.65)$$

ifadelerini kullanarak bulabiliriz. \mathcal{W} süperpotansiyeli, T_{ij}^a model içerisinde yer alan ayar gruplarının jeneratörlerini, g ayar grupları için çiftlenim sabitlerini ve a indisi ayar gruplarının sayısını temsil eder ve ayar grupları üzerinden toplam alınır.

MSSM için kiral süperalanlar, H_d , H_u , L_i , E_i , $Q_{i\alpha}$, $D_{i\alpha}$ ve $U_{i\alpha}$ 'dır. α renk ve $i, j = 1, 2, 3$ aile indisidir. Daha önce oluşturulmuş süperpotansiyelden (denklem 3.10) yola çıkarak denklem 3.65'i kullanıp F -terimlerini elde edebiliriz. $H_{dD} = \epsilon_{DE} H_d^y$ ve $F_{H_d}^{*D} = -\partial \mathcal{W} / \partial H_{dE}$ gösteriminden yararlanarak, D dublet indisi olmak üzere F terimleri aşağıda

verilmiştir.

$$\begin{aligned}
F_{H_d}^{*D} &= -\mu h_u^D + f_{ij}^e \tilde{e}_{jR}^* \tilde{l}_{iL}^D + f_{ij}^d \tilde{d}_{jR}^\dagger \tilde{q}_{iL}^D \\
F_{H_u}^{*D} &= -\mu h_d^D - f_{ij}^u \tilde{u}_{jR}^\dagger \tilde{q}_{iL}^D \\
F_{L_i}^{*D} &= -f_{ij}^e \tilde{e}_{jR}^* \\
F_{E_i}^* &= f_{ij}^e h_d \tilde{l}_{jL} \\
F_{Q_{i\alpha}}^{*D} &= -f_{ij}^d h_d^D \tilde{d}_{jR\alpha}^\dagger + f_{ij}^u h_u^D \tilde{u}_{jR\alpha}^\dagger \\
F_{D_{i\alpha}}^* &= f_{ji}^d h_d \tilde{q}_{jL\alpha} \\
F_{U_{i\alpha}}^* &= f_{ji}^u \tilde{q}_{jL\alpha} h_u
\end{aligned} \tag{3.66}$$

MSSM'in elektrozayıf simetri kırılmadan önce sahip olduğu $SU(3)_c \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ ayar grubuna ait, sırası ile üç adet vektör V_g^a , \vec{V}^W , V_Y süperalanının içerisinde bulunan D-terimleri, denklem 3.65 ile hesaplanabilir. $SU(3)_c \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ ayar grubunun çiftlenim sabitleri sırası ile g_s , g_2 , g_Y olmak üzere D-terimleri,

$$\begin{aligned}
D^Y &= -\frac{1}{2} g_Y \left(h_u^\dagger h_u - h_d^\dagger h_d + \frac{1}{3} \tilde{q}_{iL}^\dagger \tilde{q}_{iL} - \frac{4}{3} \tilde{u}_{iR} \tilde{u}_{iR}^\dagger + \frac{2}{3} \tilde{d}_{iR} \tilde{d}_{iR}^\dagger - \tilde{l}_{iL}^\dagger \tilde{l}_{iL} + 2 \tilde{e}_{iR} \tilde{e}_{iR}^* \right) \\
\vec{D} &= -\frac{1}{2} g_2 \left(h_d^\dagger \vec{\tau} h_d + h_u^\dagger \vec{\tau} h_u + \tilde{q}_{iL}^\dagger \vec{\tau} \tilde{q}_{iL} + \tilde{l}_{iL}^\dagger \vec{\tau} \tilde{l}_{iL} \right) \\
D^a &= -\frac{1}{2} g_s \left(\tilde{q}_{iL}^\dagger \lambda^a \tilde{q}_{iL} + \tilde{u}_{iR}^\dagger \lambda^a \tilde{u}_{iR} + \tilde{d}_{iR}^\dagger \lambda^a \tilde{d}_{iR} \right)
\end{aligned} \tag{3.67}$$

olarak bulunur. F ve D-terimlerinden oluşan skaler potansiyel aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$V_{SUSY} = F_k^* F_k + \frac{1}{2} \left[\vec{D}^2 + (D^Y)^2 + D^a D^a \right] \tag{3.68}$$

MSSM için sfermionların yumuşak kırılma kütle terimleri de skaler potansiyele eklenerek sfermion kütleleri bulunabilir.

$$V_{MSSM}^{\tilde{F}} = V_{Yumusak} + F_k^* F_k + \frac{1}{2} \left[\vec{D}^2 + (D^Y)^2 + D^a D^a \right] \tag{3.69}$$

Slepton Kütleleri

Denklem 3.69 ile verilen skaler potansiyel ifadesinde sadece slepton kütlelerine katkı verecek terimler,

$$\begin{aligned}
V_{Yumusak}^{\tilde{l}} &= \tilde{l}_{iL}^* (\mathcal{M}_{\tilde{l}}^2)_{ij} \tilde{l}_{jL} + \tilde{e}_{iR}^* (\mathcal{M}_{\tilde{e}}^2)_{ij} \tilde{e}_{jR} + [h_d \tilde{l}_{iL} (f^e A^e)_{ij} \tilde{e}_{jR}^* + h.e.] \\
V_F^{\tilde{l}} &= |\mu^* h_u^- - \tilde{\nu}_i^* f_{ij}^{*e} \tilde{e}_{jR}|^2 + |\mu^* h_u^{0*} - \tilde{e}_{iL}^* f_{ij}^{*e} \tilde{e}_{jR}|^2 \\
&+ \sum_i |f_{ji}^e h_d \tilde{l}_{jL}|^2 + f_{ij}^e f_{ij'}^{*e} \tilde{e}_{jR}^* \tilde{e}_{j'R} (|h_d^0|^2 + h_d^\dagger h_d^-) \\
V_D^{\tilde{l}} &= \frac{1}{4} g_Y^2 (|h_d|^2 - |h_u|^2) \sum_i (|\tilde{l}_{iL}|^2 - 2|\tilde{e}_{iR}|^2) \\
&+ \frac{1}{4} g_2^2 (h_d^\dagger \vec{\tau} h_d + h_u^\dagger \vec{\tau} h_u) \tilde{l}_{iL}^\dagger \vec{\tau} \tilde{l}_{iL}
\end{aligned} \tag{3.70}$$

şeklinde yazılabilir. Denklem 3.8-3.9-3.69-3.70 kullanılarak sleptonlara ait kütle Lagranjyeni,

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}_{küttele}^{\tilde{l}} &= \tilde{\nu}_i^* (\mathcal{M}_{\tilde{l}}^2 + M_Z^2 \cos 2\beta(1/2))_{ij} \tilde{\nu}_j \\
&+ \tilde{e}_{iL}^* [\mathcal{M}_{\tilde{l}}^2 + M_Z^2 \cos 2\beta(1/2 - \sin^2 \theta_W) + m_{e_i}^2]_{ij} \tilde{e}_{jL} \\
&+ \tilde{e}_{iR}^* (\mathcal{M}_{\tilde{e}}^2 + M_Z^2 \cos 2\beta \sin^2 \theta_W + m_{e_i}^2)_{ij} \tilde{e}_{jR} \\
&- [\tilde{e}_{iL}^* (m_{e_i} A_{ij}^{e*} + m_{e_i} \delta_{ij} \mu \tan \beta) \tilde{e}_{jR} + h.e.]
\end{aligned} \tag{3.71}$$

olarak elde edilebilir. Sol ve sağ-elli sleptonların karışımlarını veren terim denklem 3.71'deki son satırda verilmiştir.

Skuark Kütleleri

Skuarkların kütle terimleri yazılırken, skaler potansiyelde sadece skuarklara ait kütle terimleri çekilerek, sleptonların kütle terimlerini yazmak için izlenen yolun aynısı kullanılır. Skuarklara ait skaler potansiyel,

$$V^{\tilde{q}} = V_{Yumusak}^{\tilde{q}} + V_F^{\tilde{q}} + V_D^{\tilde{q}} \tag{3.72}$$

şeklinde yazılabilir. Slepton sektörüne benzer şekilde gerekli işlemler yapıldıktan sonra skuarkların kütle terimlerini içeren Lagranjiyen aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}_m^{\tilde{q}} &= \tilde{u}_{iL}^* \left[\mathcal{M}_{\tilde{q}}^2 + M_Z^2 \cos 2\beta (1/2 - Q_u \sin^2 \theta_W) + (m_u m_u^\dagger) \right]_{ij} \tilde{u}_{jL} \\
&+ \tilde{d}_{iL}^* \left[\mathcal{M}_{\tilde{q}}^2 - M_Z^2 \cos 2\beta (1/2 + Q_d \sin^2 \theta_W) + (m_d m_d^\dagger) \right]_{ij} \tilde{d}_{jL} \\
&+ \tilde{u}_{iR}^* \left[\mathcal{M}_{\tilde{u}}^2 + Q_u M_Z^2 \cos 2\beta \sin^2 \theta_W + (m_u m_u^\dagger) \right]_{ij} \tilde{u}_{jR} \\
&+ \tilde{d}_{iR}^* \left[\mathcal{M}_{\tilde{d}}^2 + Q_d M_Z^2 \cos 2\beta \sin^2 \theta_W + (m_d m_d^\dagger) \right]_{ij} \tilde{d}_{jR} \\
&- \tilde{u}_{iL}^* \left[(m_u A^{u*})_{ij} + \mu (m_u)_{ij} \cot \beta \right] \tilde{u}_{jR} + h.e \\
&- \tilde{d}_{iL}^* \left[(m_d A^{d*})_{ij} + \mu (m_d)_{ij} \tan \beta \right] \tilde{d}_{jR} + h.e
\end{aligned} \tag{3.73}$$

Denklem 3.73 ile verilen Lagranjiyen ifadesinde, $Q_{u,d}$ u ve d-tip kuarkların pozitron yükü cinsinden elektrik yüklerini göstermek için kullanılmıştır. $m_{u,d}$ yukarı ve aşağı tip kuarkların kütle matrisleridir. Sol ve sağ-elli skuarkların karışmasını sağlayan terimler, denklem 3.73'te son iki satırdaki μ ve $A^{u,d}$ 'den kaynaklı kütle terimleridir.

Sfermiyonlar için kütle özdeğerlerini ve sağ-sol karışımlarını bulmak için altı bileşenli madde sfermiyonlardan oluşan sütun vektör tanımlayalım.

$$\tilde{f} = \begin{pmatrix} \tilde{f}_L \\ \tilde{f}_R \end{pmatrix} \tag{3.74}$$

Sfermiyonların kütle matrisi 3×3 'lük bloklardan oluşan 2×2 'lik hermitiyen matris şeklinde yazılabilir.

$$\mathcal{M}_{\tilde{f}}^2 = \begin{pmatrix} \mathcal{M}_{\tilde{f}LL}^2 & \mathcal{M}_{\tilde{f}LR}^2 \\ \mathcal{M}_{\tilde{f}LR}^{2\dagger} & \mathcal{M}_{\tilde{f}RR}^2 \end{pmatrix} \tag{3.75}$$

Böylece sfermiyon denklem 3.71-3.73 ile verilen kütle terimleri sfermiyon kütle Lagranjiyen'i altında toplanabilir.

$$-\mathcal{L}_{sfermiyon\ kütle} = \sum_{\tilde{f}} \tilde{f}^\dagger \mathcal{M}_{\tilde{f}}^2 \tilde{f} \tag{3.76}$$

Sfermiyonların kütle öz durumlarını \tilde{f} 'den üniter olarak dönüştürülen altı bileşenli sütun vektör \tilde{f}^m aracılığı ile tanımlayabiliriz.

$$\tilde{f}^m = W^{\tilde{f}\dagger} \tilde{f} \quad (3.77)$$

6×6 'lık $W^{\tilde{f}}$ üniter matrisleri, kütle matrisi $\mathcal{M}_{\tilde{f}}^2$ 'i köşegen hale getirmek için kullanılabilir. $M_{\tilde{f}}^{2(D)}$ köşegen kütle matrisi olmak üzere,

$$M_{\tilde{f}}^{2(D)} = W^{\tilde{f}\dagger} \mathcal{M}_{\tilde{f}}^2 W^{\tilde{f}} \quad (3.78)$$

şeklinde tanımlanır.

Sfermiyonların kütle matrislerinde, Yukawa çiftlenimleri en büyük olduğu için, üçüncü aile ilk iki aileye göre biraz daha özel bir yere sahiptir. Stau, sbottom ve stop kuarkın kütle matrisleri,

$$\mathcal{M}_{\tilde{\tau}}^2 = \begin{pmatrix} m_{\tilde{t}_3}^2 - (1/2 - \sin^2 \theta_W) M_Z^2 \cos 2\beta + m_{\tau}^2 & -m_{\tau} (A^{\tau} + \mu \tan \beta) \\ -m_{\tau} (A^{\tau} + \mu \tan \beta) & m_{\tilde{\tau}}^2 - \sin^2 \theta_W M_Z^2 \cos 2\beta + m_{\tau}^2 \end{pmatrix} \quad (3.79)$$

$$\mathcal{M}_{\tilde{b}}^2 = \begin{pmatrix} m_{\tilde{q}_3}^2 - (1/2 - 1/3 \sin^2 \theta_W) M_Z^2 \cos 2\beta + m_b^2 & -m_b (A^b + \mu \tan \beta) \\ -m_b (A^b + \mu \tan \beta) & m_{\tilde{b}}^2 - 1/3 \sin^2 \theta_W M_Z^2 \cos 2\beta + m_b^2 \end{pmatrix} \quad (3.80)$$

$$\mathcal{M}_{\tilde{t}}^2 = \begin{pmatrix} m_{\tilde{q}_3}^2 + (1/2 - 2/3 \sin^2 \theta_W) M_Z^2 \cos 2\beta + m_t^2 & -m_t (A^t + \mu \cot \beta) \\ -m_t (A^t + \mu \cot \beta) & m_{\tilde{t}}^2 + 2/3 \sin^2 \theta_W M_Z^2 \cos 2\beta + m_t^2 \end{pmatrix} \quad (3.81)$$

şeklinde yazılabilir. $\mathcal{M}_{\tilde{\tau}}^2$, $\mathcal{M}_{\tilde{b}}^2$, $\mathcal{M}_{\tilde{t}}^2$ kütle matrislerinin diagonal elemanları sol ve sağ-elli sfermiyonların kütlelerini verir. Diagonal olmayan elemanlar ise sol-sağ karışım terimleridir. Karışımı veren matrisin elemanları, $\tilde{\tau}$ ve $\tilde{b} - \tilde{t}$ kuarkın partnerleri olan τ ve $b - t$ kuarkın kütleleri ile orantılıdır. τ , b ve t kuarkın kütleleri ilk iki aileye göre daha büyük olduğu için, ilk iki ailedeki gibi kütle özdeğerlerine sol-sağ karışımının katkısı ihmal edilemez. Bu nedenle genellikle ilk iki aile için $m_{\tilde{e}_1}$, $m_{\tilde{e}_2}$, $m_{\tilde{u}_1}$, $m_{\tilde{u}_2}$ gibi kütle özdeğerleri, $m_{\tilde{e}_L}$, $m_{\tilde{e}_R}$, $m_{\tilde{u}_L}$, $m_{\tilde{u}_R}$, gibi sağ ve sol-elli çeşni tabanı ile yakın değerdeyken, üçüncü aile için $m_{\tilde{\tau}_1}$, $m_{\tilde{\tau}_2}$, $m_{\tilde{b}_1}$, $m_{\tilde{b}_2}$, $m_{\tilde{t}_1}$, $m_{\tilde{t}_2}$ gibi kütle özdeğerleri, sağ ve sol-elli karışımının büyük olmasından dolayı, $m_{\tilde{\tau}_L}$, $m_{\tilde{\tau}_R}$, $m_{\tilde{b}_R}$, $m_{\tilde{b}_L}$, $m_{\tilde{t}_L}$, $m_{\tilde{t}_R}$ çeşni tabanı ile farklılık gösterir. Stop kuarkın kütle matrisinde sol-sağ karışımı, köşegen olmayan terimler üst kuarkın kütlesi

ile orantılı olduğu için, diğerlerine göre çok daha büyüktür. Bu da \tilde{t}_1 'in en hafif sfermion olmasını sağlar. Sol ve sağ-elli karışımının büyüklüğünü belirleyen diğer parametreler ise, stau için $A^\tau, \mu, \tan \beta$, sbottom için $A^b, \mu, \tan \beta$, stop için ise $A^t, \mu, \cot \beta$ 'dir.

Higgs Parçacıkları için Işınımsal Düzeltmeler

Önceki bölümlerde ağaç seviyesinde, CP-tek A , CP-çift hafif h^0 ve ağır H^0 , yüklü H^\pm Higgs alanlarının kütleleri elde edildi. Fakat, Standart Model benzeri Higgs h^0 'ın kütlesi ağaç seviyesinde hesaplandığında Z-bozon kütlelerini geçememektedir. Bu nedenle, deneylerde elde edilen verilerle uyumlu Higgs kütlesi elde edebilmek için, Higgs kütlelerine MSSM parçacıklarından ışınımsal katkılar gelmesi gerekmektedir (Drees ve Roy 2004).

Fiziksel Higgs kütlesi ışınımsal katkıları da içerir. Skaler Higgs alanı için ışınımsal katkılar propagatörünün paydasına, q döngü momentumu olmak üzere, $q^2 - m_{tree}^2 + \Sigma(q^2)$ ile girer. $\Sigma(q^2)$ kesilim skalasına bağlı öz enerji diyagramlarından gelen ışınımsal katkıdır. Higgs kütlesi için ışınımsal düzeltmeler, büyük oranda Yukawa çiftlenimi en büyük olan süpersimetrik üst kuark (stop) ve üst kuark içeren döngüler tarafından belirlenir. Yumuşak simetri kırılma skalası ya da süpersimetrik parçacıkların Standart Model parçacıklarından ayrıldığı skala M_s bu ışınımsal düzeltmeleri kontrol eder.

Q kesilim skalası, $V_H^0(Q)$ ağaç seviyesinde Higgs potansiyeli ve $\Delta V_H^{(1)}(Q)$ potansiyele gelecek bir döngü seviyesinde katkılar olmak üzere, $V_H^1(Q)$ toplam Higgs potansiyeli,

$$V_H^1(Q) = V_H^0(Q) + \Delta V_H^{(1)}(Q) \quad (3.82)$$

ile verilir. STr süperiz, $\mathcal{M}(h)$, h alanına bağlı kütle matrisi olmak üzere, bir döngü seviyesinde potansiyele gelen katkı,

$$\Delta V_H^{(1)}(Q) = \frac{1}{64\pi^2} STr \mathcal{M}^4(h) \left[\ln \frac{\mathcal{M}^2(h)}{Q^2} - \frac{3}{2} \right] \quad (3.83)$$

olarak yazılabilir. j parçacığın spini olmak üzere süperiz,

$$STr\mathcal{M}^2 = \sum_{j=0}^{1/2} (-1)^{2j} (2j+1) Tr\mathcal{M}_j^2 = \sum \mathcal{M}_{bozon}^2 - 2 \sum \mathcal{M}_{fermiyon}^2 \quad (3.84)$$

şeklinde tanımlanır.

Daha önce söylendiği gibi Higgs kütesine en büyük katkılar üst ve stop kuark döngülerinden gelir. İlk önce, \tilde{t}_L sol-elli ile \tilde{t}_R sağ-elli stop arasında karışım olmadığını ve ikisinin de yumuşak kırılma kütle karelerinin eşit olduğunu kabul edelim. Stop kuark kütle matrisinde D-terim katkılarını da Yukawa katkıları yanında ihmal edilebilir olarak kabul edilirse, Skuark Kütleleri bölümünde verilen stop kuark için kütle matrisi,

$$\mathcal{M}_{\tilde{t}}^2 = \begin{pmatrix} m_{\tilde{q}_3}^2 + m_t^2 & 0 \\ 0 & m_{\tilde{t}}^2 + m_t^2 \end{pmatrix} \quad (3.85)$$

şeklinde yazılır. Yumuşak kırılma kütlelerinden $m_{\tilde{q}_3}^2 = m_{\tilde{t}}^2 = \tilde{m}^2$ eşitliği kabul edilir, kütle matrisinde yerine yazılır ve matrisin özdeğerleri bulunur. Higgs alanına bağlı üst ve stop kuark kütleleri,

$$\begin{aligned} m_t^2(h) &= f_t^2 |h_u^0|^2 \\ m_{\tilde{t}_1}^2(h) &= m_{\tilde{t}_2}^2(h) = \tilde{m}^2 + f_t^2 |h_u^0|^2 \end{aligned} \quad (3.86)$$

ile verilir.

Her fermiyon veya bozon denklem 3.84 ile verilen süperize katkıda bulunur. Süperiz ifadesi içerisine renk faktörü "3" de eklenir, stop ve üst kuarkın katkıları ile birlikte Higgs potansiyeline gelecek ışınımsal katkılar,

$$\begin{aligned} \Delta V_{H,t-\tilde{t}}^{(1)}(Q) &= \frac{3}{16\pi^2} \left[(\tilde{m}^2 + f_t^2 |h_u^0|^2)^2 \left(\ln \frac{\tilde{m}^2 + f_t^2 |h_u^0|^2}{Q^2} - \frac{3}{2} \right) \right. \\ &\quad \left. - (f_t^2 |h_u^0|^2)^2 \left(\ln \frac{f_t^2 |h_u^0|^2}{Q^2} - \frac{3}{2} \right) \right] \end{aligned} \quad (3.87)$$

olarak elde edilir. Denklem 3.87 ile verilen ifadenin sağ tarafındaki terimlere bakıldığında, skaler yani stop kuarktan gelen katkı içerisinde \tilde{m} yumuşak kırılma kütlesi bulunmaktadır. Bu katkının oluşturacağı fiziksel farklılıkları anlayabilmek için, ışınımsal katkılar ile birlikte $V_H^0 + \Delta V_{H,t-\tilde{t}}^1$ potansiyelini V_H^0 potansiyeline benzer şekilde tekrar minimize etmek gerekmektedir. Işınımsal katkılar ile birlikte Higgs potansiyeli,

$$\begin{aligned}
V_H^1(Q) &= V_H^0 + \Delta V_{H,t-\tilde{t}}^{(1)} = \left(\frac{1}{8} (g_Y^2 + g_2^2) (|h_d^0|^2 - |h_u^0|^2)^2 + (m_{h_d}^2 + |\mu|^2) |h_d^0|^2 \right. \\
&+ (m_{h_u}^2 + |\mu|^2) |h_u^0|^2 - (B\mu h_d^0 h_u^0 + h.e) \\
&+ \left(\frac{3}{16\pi^2} \left[(\tilde{m}^2 + f_t^2 |h_u^0|^2)^2 \left(\ln \frac{\tilde{m}^2 + f_t^2 |h_u^0|^2}{Q^2} - \frac{3}{2} \right) \right. \right. \\
&\left. \left. - (f_t^2 |h_u^0|^2)^2 \left(\ln \frac{f_t^2 |h_u^0|^2}{Q^2} - \frac{3}{2} \right) \right] \right) \quad (3.88)
\end{aligned}$$

şeklinde bulunur. Denklem 3.88 ile verilen potansiyeli minimize etmek için,

$$\begin{aligned}
\frac{\partial V_H^1(Q)}{\partial h_d^0} &= 0 \\
\frac{\partial V_H^1(Q)}{\partial h_u^0} &= 0 \quad (3.89)
\end{aligned}$$

işlemleri yapılır. Döngülerden, sadece stop-üst kuarktan ve bunlarla etkileşen h_u^0 dubleti aracılığı ile katkılar gelecektir. Bu nedenle, h_d^0 'a göre türev alındığında ağaç seviyesinde bulunan minimizasyon koşulu ile aynı sonuç elde edilecektir. h_u^0 'a göre türev alındığında $\Delta V_{H,t-\tilde{t}}^{(1)}$ 'den gelen terimler ikinci minimizasyon koşulunu etkiler. Potansiyel minimize edilip düzenlendiğinde,

$$m_{h_u}^2 = B\mu \cot \beta + \frac{M_Z^2}{2} \cos 2\beta - \frac{3f_t^2}{16\pi^2} [f(m_t^2) + f(m_{\tilde{t}}^2)] \quad (3.90)$$

ifadesi elde edilir. Yukarıdaki denklemde kullanılan $f(m^2)$ fonksiyonu,

$$f(m^2) = 2m^2 \left(\ln \frac{m^2}{Q^2} - 1 \right) \quad (3.91)$$

şeklinde tanımlanır. CP-tek Higgs için kütle matrisi sol-sağ karışımının olmadığı durumda ışınımsal katkılardan etkilenmez ve kütle özdeğeri aynı kalır. Daha önce ağaç seviyesinde

Higgs kütlelerini bulmak için kullandığımız kütle matrisi ifadelerinden gerçel kısımda CP-çift Higgs alanlarının kütle matrisine benzer şekilde, yeni potansiyelle birlikte kütle matrisi,

$$\mathcal{M}_{h_R^0}^2 = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 V_H^1(Q)}{\partial h_{dR}^0 \partial h_{dR}^0} & \frac{\partial^2 V_H^1(Q)}{\partial h_{dR}^0 \partial h_{uR}^0} \\ \frac{\partial^2 V_H^1(Q)}{\partial h_{dR}^0 \partial h_{uR}^0} & \frac{\partial^2 V_H^1(Q)}{\partial h_{uR}^0 \partial h_{uR}^0} \end{pmatrix} \quad (3.92)$$

şeklinde yazılabilir. $\mathcal{M}_{h_R^0}^2$ kütle matrisinin sadece 2×2 elemanı h_{uR}^0 'ın ikinci türevinden ışınımsal katkı alır. Matrisin 2×2 elemanına gelecek katkı Δ_{22}^{LL} ile gösterilmek üzere,

$$\Delta_{22}^{LL} = \frac{3f_t^2 m_t^2}{4\pi^2} \ln \frac{m_t^2}{m_t^2} = \frac{\epsilon_h}{\sin^2 \beta} \quad (3.93)$$

olarak yazılabilir. Yukawa çiftlenimi f_t ,

$$f_t^2 = \frac{2\sqrt{2}G_F m_t^2}{\sin^2 \beta} \quad (3.94)$$

ve ϵ_h ,

$$\epsilon_h = \frac{3G_F m_t^4}{\sqrt{2}\pi^2} \ln \frac{m_t^2}{m_t^2} \quad (3.95)$$

şeklinde tanımlanır. $\mathcal{M}_{h_R^0}^2$ kütle matrisinin özdeğerleri,

$$m_{h,H}^2 = \frac{1}{2} \left[m_A^2 + M_Z^2 + \frac{\epsilon_h}{\sin^2 \beta} \pm \left\{ (m_A^2 + M_Z^2)^2 \sin^2 2\beta + \left[(M_Z^2 - m_A^2) \cos 2\beta + \frac{\epsilon_h}{\sin^2 \beta} \right]^2 \right\}^{1/2} \right] \quad (3.96)$$

ve CP-çift Higgs alanların karışım açısı α olmak üzere $\tan 2\alpha$,

$$\tan 2\alpha = (m_A^2 + M_Z^2) \tan 2\beta \left(m_A^2 - M_Z^2 + \frac{\epsilon_h}{\sin^2 \beta \cos 2\beta} \right)^{-1} \quad (3.97)$$

olarak elde edilir. CP-çift ve tek Higgs kütleleri arasındaki ilişki ışınımsal katıklar ile birlikte,

$$m_h^2 + m_H^2 = m_A^2 + m_Z^2 + \frac{\epsilon_h}{\sin^2 \beta} \quad (3.98)$$

şeklindedir. Standart Model benzeri Higgs için kütle üst sınırı,

$$m_h < (M_Z^2 \cos^2 2\beta + \epsilon_h)^{1/2} \quad (3.99)$$

ifadesi ile verilir. Son bulunan ifadeden de görüleceği üzere artık Higgs için kütle sınırı Z-bozonun kütle değerinin üzerine çıkmıştır.

$V_H^1(Q)$ 'nin $\ln Q^2$ 'ye bağıllığı, potansiyel içerisindeki diğer $\ln Q^2$ 'ye bağlı terimler tarafından yok edilir. Işınımsal katkılar ile gelen ek potansiyel ifadesi $\Delta V_H^{(1)}$ 'in Q enerji skalasına bağıllığını görebilmek için türev alınırsa,

$$\frac{\partial \Delta V_H^{(1)}}{\partial \ln Q^2} = -\frac{3}{8\pi^2} \tilde{m}^2 \left(f_t^2 |h_u^0|^2 + \frac{1}{2} \tilde{m}^2 \right) \quad (3.100)$$

elde edilir. Son bulunan denklemin sağ tarafındaki ilk terim, $m_{h_u}^2(Q) |h_u^0|^2$ 'nin Q^2 'ye bağıllığını yok eder. İkinci terim ise, alandan bağımsız bir sabittir ve kozmolojik sabite katkıda bulunabilecek bir terimdir.

Sol ve sağ-elli $\tilde{t}_L - \tilde{t}_R$ stop karışımının olduğu durumu düşünelim. Artık, sol ve sağ-elli stop için yumuşak kırılma kütleleri birbirlerinden farklıdır. Yine, D-terim katkılarının Yukawa yanında ihmal edilebilir olduğunu düşünerek stop için kütle matrisi,

$$\mathcal{M}_{\tilde{t}}^2 = \begin{pmatrix} m_{\tilde{q}_3}^2 + m_t^2 & -m_t (A^t + \mu \cot \beta) \\ -m_t (A^t + \mu \cot \beta) & m_{\tilde{t}}^2 + m_t^2 \end{pmatrix} \quad (3.101)$$

olarak yazılabilir. Kütle matrisinin özdeğerleri $m_{\tilde{t}_1}$ ve $m_{\tilde{t}_2}$,

$$m_{\tilde{t}_{1,2}}^2 = f_t^2 |h_u^0|^2 + \frac{1}{2} \left[m_{\tilde{t}_L}^2 + m_{\tilde{t}_R}^2 \pm \sqrt{(m_{\tilde{t}_L}^2 - m_{\tilde{t}_R}^2)^2 + 4f_t^2 |A^t h_u^0 + \mu h_d^0|^2} \right] \quad (3.102)$$

şeklinde bulunur. $m_{\tilde{t}_{1,2}}$ özdeğerleri hem h_d^0 'a hem de h_u^0 'a bağlıdır. $\tilde{t}_L - \tilde{t}_R$ karışımının olduğu durumda, potansiyele gelecek ışınımsal düzeltmeler,

$$\begin{aligned} \Delta V_{H,\tilde{t}}^{(1)}(Q) &= \frac{3}{32\pi^2} \left[m_{\tilde{t}_1}^4(h) \left\{ \ln \frac{m_{\tilde{t}_1}^2(h)}{Q^2} - \frac{3}{2} \right\} + m_{\tilde{t}_2}^4(h) \left\{ \ln \frac{m_{\tilde{t}_2}^2(h)}{Q^2} - \frac{3}{2} \right\} \right. \\ &\quad \left. - 2f_t^4 |h_u^0|^4 \left\{ \ln \frac{f_t^2 |h_u^0|^2}{Q^2} - \frac{3}{2} \right\} \right] \end{aligned} \quad (3.103)$$

şeklinde elde edilir. Hem $\partial V_H / \partial h_d^0 = 0$ hem de $\partial V_H / \partial h_u^0 = 0$ minimizasyon koşulu ışınımsal düzeltmelerden etkilenir. Böylece, yeni minimizasyon koşullarından,

$$\begin{aligned} m_{h_d}^2 &= B\mu \tan \beta - \frac{1}{2} M_Z^2 \cos 2\beta - \frac{3f_t^2}{32\pi^2} \frac{\mu(\mu + A^t \tan \beta)}{m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{t}_2}^2} [f(m_{\tilde{t}_1}^2) - f(m_{\tilde{t}_2}^2)] \\ m_{h_u}^2 &= B\mu \cot \beta + \frac{1}{2} M_Z^2 \cos 2\beta - \frac{3f_t^2}{32\pi^2} \{ f(m_{\tilde{t}_1}^2) + f(m_{\tilde{t}_2}^2) - 2f(m_t^2) \\ &\quad + \frac{A^t(A^t + \mu \cot \beta)}{m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{t}_2}^2} [f(m_{\tilde{t}_1}^2) - f(m_{\tilde{t}_2}^2)] \} \end{aligned} \quad (3.104)$$

ifadeleri bulunur. $\tilde{t}_L - \tilde{t}_R$ karışımının olduğu durumda, CP-tek Higgs için kütle matrisi yazılır,

$$\mathcal{M}_{h_I^0}^2 = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 V_H^1(Q)}{\partial h_{d_I}^0 \partial h_{d_I}^0} & \frac{\partial^2 V_H^1(Q)}{\partial h_{d_I}^0 \partial h_{u_I}^0} \\ \frac{\partial^2 V_H^1(Q)}{\partial h_{d_I}^0 \partial h_{u_I}^0} & \frac{\partial^2 V_H^1(Q)}{\partial h_{u_I}^0 \partial h_{u_I}^0} \end{pmatrix} \quad (3.105)$$

ve matrisin özdeğeri bulunursa, CP-tek Higgs A 'ya stop-üst kuark döngüsünden gelen katkıyı Δ ile temsil etmek üzere, A 'nın kütlesi,

$$\begin{aligned} \Delta &= -\frac{3f_t^2}{32\pi^2} \frac{\mu A^t}{m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{t}_2}^2} [f(m_{\tilde{t}_1}^2) - f(m_{\tilde{t}_2}^2)] \\ m_A^2 &= \frac{2(B\mu + \Delta)}{\sin 2\beta} \end{aligned} \quad (3.106)$$

şeklinde bulunur. Eğer $\tilde{t}_L - \tilde{t}_R$ karışımı yoksa $\mu = A^t = 0$ olur. Bu nedenle CP-tek Higgs'in kütlesi karışım olmayan durumda ışınımsal katkılar olsa bile değişmeden kalır.

CP-çift Higgs'lerin kütesine gelecek ışınımsal katkılar için bir matris formu,

$$\Delta \mathcal{M}_{h^0_R}^2 = \begin{pmatrix} \Delta_{11} & \Delta_{12} \\ \Delta_{21} & \Delta_{22} \end{pmatrix} \quad (3.107)$$

şeklinde yazılabilir. Yukarıda verilen matrisin elemanları,

$$\begin{aligned} \Delta_{11} &= \frac{3G_F m_t^4}{2\sqrt{2}\pi^2 \sin^2 \beta} \left[\frac{\mu (A^t + \mu \cot \beta)}{m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{t}_2}^2} \right]^2 \left(2 - \frac{m_{\tilde{t}_1}^2 + m_{\tilde{t}_2}^2}{m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{t}_2}^2} \ln \frac{m_{\tilde{t}_1}^2}{m_{\tilde{t}_2}^2} \right) \\ \Delta_{12} &= \Delta_{21} = \frac{3G_F m_t^4}{2\sqrt{2}\pi^2 \sin^2 \beta} \frac{\mu (A^t + \mu \cot \beta)}{m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{t}_2}^2} \ln \frac{m_{\tilde{t}_1}^2}{m_{\tilde{t}_2}^2} + \frac{A^t}{\mu} \Delta_{11} \\ \Delta_{22} &= \frac{3G_F m_t^4}{2\sqrt{2}\pi^2 \sin^2 \beta} \left[\ln \frac{m_{\tilde{t}_1} m_{\tilde{t}_2}}{m_t^2} + \frac{A^t (A^t + \mu \cot \beta)}{m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{t}_2}^2} \ln \frac{m_{\tilde{t}_1}^2}{m_{\tilde{t}_2}^2} \right]^2 \\ &\quad + \left(\frac{A^t}{\mu} \right)^2 \Delta_{11} \end{aligned} \quad (3.108)$$

şeklinde bulunur. Böylece, $\tilde{t}_L - \tilde{t}_R$ karışımının olduğu durumda Standart Model benzeri Higgs'in kütesine ışınımsal katkılar da eklenirse, CP-çift hafif Higgs için kütle sınırı,

$$m_h^2 < M_Z^2 \cos^2 2\beta + \Delta_{11} \cos^2 \beta + \Delta_{12} \sin 2\beta + \Delta_{22} \sin^2 \beta \quad (3.109)$$

olarak elde edilir. Higgs'in kütesine eklenen ışınımsal katkılar ile birlikte artık kütle sınırı,

$$m_h < 132 \text{ GeV} \quad (3.110)$$

olacak şekilde genişlemiştir. Sonuç olarak, Standart Model benzeri Higgs'e gelen ışınımsal katkılar kütle sınırını genişleterek modelin deneyle uyumlu olmasını sağlamıştır. Ayrıca, Higgs kütle sınırının belirlenmesinde, Yukawa çitlenimlerinden dolayı en fazla katkıyı verdikleri için, stop-üst kuark sektörü önemlidir.

Işınımsal Elektrozayıf Simetri Kırılımı

Standart Model'de elektrozayıf simetri kırılımının gerçekleşebilmesi için Higgs potansiyelinde bulunan μ^2 teriminin işareti negatif olması gerekir. MSSM'de μ^2 teriminin

işaretini negatife çevirecek olan bir mekanizma bulunmaktadır. MSSM’de yüksek enerji skalalarından elektrozayıf enerji skalasına inildikçe, ışımsal katkılar μ^2 ’nin işaretini negatife çevirir. Bu mekanizma ışımsal katkılar aracılığı ile işlediği için ışımsal elektrozayıf simetri kırılması (REWSB) (Ibanez ve Ross 1982) olarak adlandırılır.

MSSM’de daha önceki bölümlerde gördüğümüz elektrozayıf simetri kırılmasının gerçekleşebilmesi için gerekli iki koşul aşağıdaki gibidir.

$$B = \frac{(m_{h_u}^2 + m_{h_d}^2 + 2\mu^2) \sin 2\beta}{2\mu}$$

$$\frac{M_Z^2}{2} = \frac{(m_{h_d}^2 - m_{h_u}^2 \tan^2 \beta)}{(\tan^2 \beta - 1)} - |\mu|^2 > 0 \quad (3.111)$$

Bu koşullardan ikincisinde $m_{h_d}^2$, $\tan^2 \beta$ ile baskılanırken $m_{h_u}^2$ baskılanmaz. M_Z^2 sabit ve pozitif olduğundan, μ^2 ve $m_{h_u}^2$ ’nin işareti ve alacağı değerler potansiyelin kararlı minimumu için önemlidir. $m_{h_u}^2$, yukarı tip kuarklarla etkileşen Higgs’in yumuşak simetri kırılma terimi ve Yukawa çiftlenimi en büyük olan üst kuark olması sebebiyle, ışımsal elektrozayıf simetri kırılımında üst kuark ve stop döngülerinden gelecek katkılar önemli ölçüde etkilidir. $m_{h_u}^2$, $m_{\tilde{Q}_3}^2$, $m_{\tilde{t}_R}^2$ için renormalizasyon grup denklemleri aşağıda verilmiştir.

$$\frac{dm_{h_u}^2}{dt} = \frac{1}{8\pi^2} \left(3f_t^2 S_t - 3g_2 |M_2^2| - g_Y^2 |M_1^2| + \frac{1}{2} g_Y^2 S_Y \right)$$

$$\frac{dm_{\tilde{t}_R}^2}{dt} = \frac{1}{8\pi^2} \left(2f_t^2 S_t - \frac{16}{3} g_3 |M_3^2| - \frac{16}{9} g_Y^2 |M_1^2| - \frac{2}{3} g_Y^2 S_Y \right)$$

$$\frac{dm_{\tilde{Q}_3}^2}{dt} = \frac{1}{8\pi^2} \left(f_t^2 S_t + f_b^2 S_b - \frac{16}{3} g_3 |M_3^2| \right. \\ \left. - 3g_2 |M_2^2| - \frac{1}{9} g_Y^2 |M_1^2| + \frac{1}{6} g_Y^2 S_Y \right) \quad (3.112)$$

Skaler i 'nin hiperyükü Y_i olmak üzere S_t, S_b, S_τ, S_Y katsayıları,

$$\begin{aligned}
S_t &= m_{h_u}^2 + m_{\tilde{Q}_3}^2 + m_{\tilde{t}_R}^2 + |A^t|^2 \\
S_b &= m_{h_d}^2 + m_{\tilde{Q}_3}^2 + m_{\tilde{b}_R}^2 + |A^b|^2 \\
S_\tau &= m_{h_d}^2 + m_{\tilde{l}_3}^2 + m_{\tilde{\tau}_R}^2 + |A^\tau|^2 \\
S_Y &= \frac{1}{2} \sum_i Y_i m_i^2
\end{aligned} \tag{3.113}$$

olarak tanımlanır. $m_{h_u}^2, m_{\tilde{Q}_3}^2, m_{\tilde{t}_R}^2$ için renormalizasyon grup denklemlerine bakarsak, büyük birleşim skalasından aşağı inildikçe Yukawa çiftleniminden kaynaklı en hızlı azalış $m_{h_u}^2$ 'de gerçekleşir. Enerji skalası elektrozayıf skalaya geldiğinde, $m_{h_u}^2$ negatife dönerek ışınımsal elektrozayıf simetri kırılması gerçekleşir. Aynı zamanda $m_{h_u}^2, m_{\tilde{Q}_3}^2$ ve $m_{\tilde{t}_R}^2$ 'den önce negatife döneceği için, $SU(3)_C$ simetrisi kırılmadan önce elektrozayıf simetrisinin kırıldığından emin olabiliriz.

İnce-Ayar

Büyük Birleşik Teori modelleri için doğallık, ince-ayar miktarı ile belirlenir (Binetruy 2006). İnce-ayarın anlaşılabilmesi için bir alanın kütlesine gelen ışınımsal katkılara bakmak gerekir. Skaler bir alan için, öz etkileşiminden kaynaklanan, bir döngü seviyesinde kütlesine gelecek katkı miktarı,

$$\delta m^2 = \lambda \int^\Lambda \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^2} \sim \frac{\lambda}{16\pi^2} \int^\Lambda dk^2 \tag{3.114}$$

şeklinde verilir. λ çiftlenim sabiti, k döngü momentumu ve Λ momentum için kesilim skalasıdır ve birimi kütle cinsinden verilir. Döngü integralinden de görüleceği üzere, skalerin kütlesine gelecek katkı momentumun karesi ile orantılı olacaktır. Skalerin yalın kütlesi m_0 olmak üzere, ışınımsal katkı dahil edildiğinde yeni kütlesi,

$$m^2 = m_0^2 + \alpha \lambda \frac{\Lambda^2}{16\pi^2} \tag{3.115}$$

şeklinde bulunur. Eğer kesilim skalası, Planck skalası ($\Lambda \sim M_P \sim 10^{18}$ GeV) mertebesinde alınırsa skalerin kütle karesine gelecek katkı $\sim 10^{36}$ mertebesinde olacaktır. Bu durumda Standart Model için, Higgs'in ışımsal katkılar ile kütle karesi, yalnız kütle karesinden yaklaşık 10^{36} kat daha büyük olması anlamına gelir. Standart Model'de, Higgs'in kütlesine katkı verecek ya da azaltacak yönde döngülere giren diğer alanlar da katılacak olursa, sadece Higgs'le en büyük çiftlenime sahip alanlar için ışımsal katkılar,

$$\delta m_h^2 = \frac{3\Lambda^2}{8\pi^2 v^2} \left[(4m_t^2 - M_W^2 - M_Z^2 - m_h^2) + \mathcal{O} \left(\log \frac{\Lambda}{Q_0} \right) \right] \quad (3.116)$$

şeklinde olur. Bir döngü seviyesinde,

$$4m_t^2 = M_W^2 + M_Z^2 + m_h^2 \quad (3.117)$$

ile verilen kütleler arasındaki Veltman (Veltman 1981) koşulu sağlansaydı, ikinci dereceden ıraksamalar ortadan kalkardı. Böylece, teori için herhangi bir ayar yapmaya gerek kalmazdı. Fakat denklemden de görüleceği üzere kütleler arasında böyle bir ilişki sağlanamaz. Durum MSSM'de biraz daha farklıdır. Döngülere MSSM'in süpersimetrik parçacıkları da girer. Bu durumu inceleyebilmek için, örnek olarak MSSM içerisinde X, Y, N gibi parçacıkların da döngülere girdiğini düşünelim. Fermiyon ya da skaler olmasına göre vereceği katkı ya artı ya da eksi işaretli olacaktır. Higgs'in kütlesine döngülerden gelecek katkıyı ekstra parçacıklardan gelen katkılar ile tekrar yazarsak,

$$\delta m_h^2 = \frac{3\Lambda^2}{8\pi^2 v^2} \left[(4m_t^2 - M_W^2 - M_Z^2 - m_h^2 + M_X^2 - M_Y^2 + M_N^2 + \dots) + \mathcal{O} \left(\log \frac{\Lambda}{Q_0} \right) \right] \quad (3.118)$$

gibi bir hale gelir. Bu durumda Veltman koşulu tekrar düzenlenirse,

$$4m_t^2 + M_X^2 + M_N^2 = M_W^2 + M_Z^2 + m_h^2 + M_Y^2 + \dots \quad (3.119)$$

şeklinde olur. M_X^2, M_Y^2 ve M_Z^2 öyle bir ayarlanmalıdır ki bu koşul sağlansın. İnce-ayar da parametrelerin bu koşulu sağlanmasından ne kadar uzakta olduğunu veren bir ölçü gibi düşünülebilir.

İnce-ayarın miktarı f olmak üzere,

$$\frac{\delta m_h^2}{m_h^2} \equiv \frac{1}{f} \quad (3.120)$$

tanımı yapılabilir. Eğer $\delta m_h^2 = 10m_h^2$ olsaydı, ince-ayar miktarı f %10, $\delta m_h^2 = 1000m_h^2$ olsaydı, f %0.1 olurdu. Yüzde değeri azaldıkça ince-ayar miktarı da artmaktadır. Çoğu zaman yüzde hesabı kafa karıştırıcı olduğu için ince-ayar miktarını, yukarıda verilen örneklerdeki 10, 1000 gibi yüzdenin tersi cinsinden verilir. Bu örnek için ince-ayarın miktarı, doğru Higgs kütesine ulaşmak için ne kadar ayar yapılması gerektiğini söyler.

Elektrozayıf İnce-Ayar

Süpersimetride elektrozayıf ince-ayar ağaç seviyesindeki Higgs potansiyeline ışınımsal düzeltmeler eklenerek elde edilebilir (Baer ve ark. 2012). MSSM için ağaç seviyesi ve ışınımsal düzeltmeler cinsinden Higgs potansiyeli,

$$V_{Higgs} = V_{tree} + \Delta V \quad (3.121)$$

şeklinde yazılabilir. Önceki bölümlerde bulduğumuz ağaç seviyesinde Higgs potansiyeli,

$$\begin{aligned} V_{tree} = & (m_{h_u}^2 + \mu^2) |h_u^0|^2 + (m_{h_d}^2 + \mu^2) |h_d^0|^2 \\ & - B\mu (h_u^0 h_d^0 + h.c) + \frac{1}{8} (g_2^2 + g_Y^2) (|h_u^0|^2 - |h_d^0|^2)^2 \end{aligned} \quad (3.122)$$

ifadesi ile verilmişti. Higgs potansiyeli için ışınımsal düzeltmeleri içeren kısım,

$$\Delta V = \sum_i \frac{(-1)^{2s_i}}{64\pi^2} Tr \left(\left(\mathcal{M}_i \mathcal{M}_i^\dagger \right)^2 \left[\log \frac{\mathcal{M}_i \mathcal{M}_i^\dagger}{Q^2} - \frac{3}{2} \right] \right) \quad (3.123)$$

olarak yazılabilir. s_i , i . parçacığın spinidir. Higgs alanı ile etkileşime giren tüm alanlar için \mathcal{M}_i , Higgs alanına bağlı kütle kare matrisidir ve i üzerinden toplam alınır.

Işınımsal düzeltmeler ile birlikte yeni Higgs potansiyeli için tekrar minimum koşulları bulunabilir. Higgs potansiyelinin minimum koşullarından biri, ışınımsal düzeltmeler ile,

$$\frac{M_Z^2}{2} = \frac{(m_{h_d}^2 + \Sigma_d^d) - (m_{h_u}^2 + \Sigma_u^u) \tan^2 \beta}{(\tan^2 \beta - 1)} - \mu^2 \quad (3.124)$$

şeklinde verilir. Σ_u^u ve Σ_d^d döngülerde yukarı ve aşağı tipli parçacık ve süpersimetrik parçacıklardan gelen katkıları temsil eder. Bu minimizasyon koşulu, Z-bozon kütle skalası ile yumuşak süpersimetri kırılma terimleri ve süperpotansiyel higgsino kütlesi μ 'yü birbirine bağlar. Denklem 3.124 ile verilen ifadenin sağ tarafındaki her terim, doğru Z-bozon kütlesini elde edebilmek için elektrozayıf skala mertebesinde olmalıdır. Denklem 3.124 ile verilen ifadede terimler, i katkı verecek alanları (h_u, h_d, μ, \dots) göstermek üzere C_i şeklinde tanımlanırsa, $C_{max} = \max|C_i| < \Lambda_{max}^2$ olur. Λ_{max} ise kesilim skalası olmak üzere, yaklaşık 100-300 GeV mertebesinde ve kabul edilebilir ince-ayar miktarına göre değişebilir. C_i için, $m_{h_d}^2$ ve $m_{h_u}^2$ 'nin içerisinde Σ_u^u, Σ_d^d 'yi de katarak aşağıdaki tanımlamalar yapılabilir.

$$\begin{aligned} C_{h_d} &\equiv \frac{|m_{h_d}^2|}{(\tan^2 \beta - 1)} \\ C_{h_u} &\equiv \frac{|-m_{h_u}^2| \tan^2 \beta}{(\tan^2 \beta - 1)} \\ C_{\mu} &\equiv |-\mu^2| \end{aligned} \quad (3.125)$$

Denklem 3.125 ile verilen ifadelerden de görüleceği üzere, model için yapılması gereken ince-ayar miktarını belirlemede, μ^2 'nin değeri ve üst ile stop kuarkın döngülerde vereceği katkılar önemlidir.

Böylece, deneyden gelen verilerle uyumlu Z-bozon kütlesini elde edebilmek için modelde yapılması gereken elektrozayıf ince-ayar miktarı,

$$\Delta_{EW} = \max(C_i)/M_Z^2/2 \quad (3.126)$$

olarak tanımlanabilir. Δ_{EW} için küçük değerler az ince-ayar anlamına gelirken, örneğin, $\Delta_{EW} = 2$ ise $\Delta_{EW}^{-1} = \%50$ ince-ayar, Δ_{EW} 'nin büyük değerlerinde ise daha fazla ince-ayar yapılması gerekmektedir.

BULGULAR VE TARTIŞMA

Higgs bozon kütesinin mevcut deneysel sonuçlar ile uyumlu olabilmesi için, stop sektörü büyük ışınımsal düzeltmelerin kaynağı olabilir. Higgs kütesi sınırlandırmasının stop sektörü üzerine etkisi, stop karışımına bağlı olarak analiz edilebilir. Eğer sol ve sağ-elli stoplar arasında karışım ihmal edilebilecek kadar küçükse ($m_{\tilde{t}_L} \simeq m_{\tilde{t}_R}$), $m_{\tilde{t}}$ sağ ve sol-elli iki stop için de yumuşak kırılma kütesi olmak üzere, Higgs için kütle sınırı,

$$m_h < \left(M_Z^2 \cos^2 2\beta + \frac{3f_t^2 m_t^2 \sin^2 \beta}{4\pi^2} \ln \frac{m_{\tilde{t}}^2}{m_t^2} \right)^{1/2} \quad (4.1)$$

ile verilir. Karışımın az olduğu durumda,

$$m_{\tilde{t}_1}^2 = m_{\tilde{t}_2}^2 = m_{\tilde{t}}^2 + f_t^2 |h_u^0|^2 \leq 800 \text{ GeV} \quad (4.2)$$

çözümleri deneyler tarafından dışlanmıştır. Eğer sol ve sağ-elli stoplar arasındaki karışım büyükse, stoplardan birinin hafif diğerinin 1 TeV'den daha ağır olduğu çözümler bulunabilir (Carena ve ark. 2012). Ek olarak, stop sektörüne BHÇ'de süpersimetrik parçacıkların doğrudan aranması ile ilgili sınırlandırmalar getirilebilir. Bu deneylerde stop için kütle sınırı yalnızca mümkün olan bozunma kanallarına bağlıdır. Eğer, stopun bir tılsım bir de nötralinoya bozunması kinematik olarak izinli ise, stopun kütesi 230 GeV'e kadar düşebilir (ATLAS 2013). Stopun, yükli ve alt kuarka bozunması durumunda sınırlandırma daha da keskinleşir. Bu durumda, stop kütesinin 650 GeV'den az olduğu çözümler deneyler tarafından dışlanmıştır (Martinez Outschoorn 2013). En sıkı kanal ise stopun bir üst kuark ve bir de nötralinoya gittiği bozunma kanaludur. Böyle bir durumda, stop kütesi 750 GeV'den daha az olamayacak şekilde sınırlandırılmıştır (Lari 2013).

Ayar hiyerarşi problemini doğal bir şekilde çözmek için, süpersimetri kırılmasından sonra bile stop ve üst kuarkın karşılaştırılabilir kütlelere sahip olması gerekir. Bununla birlikte, yukarıda bahsedilen kısıtlamalar, stop ve üst kuark arasında büyükçe bir kütle ayrımı oluşturur. Yumuşak simetri kırılma Lagranjyen'inde A-terimi ile orantılı olan, stop ve Higgs

bozonu arasındaki etkileşim terimlerinin katkısıyla ayar hiyerarşi probleminin önüne geçmek mümkündür. Deneysel kısıtlamalar MSSM’de sağlansa bile, parçacıklar için ağır bir kütle spektrumu ortaya çıkar ve bu da bizi tekrar doğallık sorunu ile karşı karşıya bırakır. Süpersimetrik modeller için, $m_{\tilde{t}_{1,2}}$ hafif ve ağır stop, $m_{\tilde{b}_1}$ hafif sbottom olmak üzere, doğal bölge $m_{\tilde{t}_1}, m_{\tilde{t}_2}, m_{\tilde{b}_1} \leq 500$ GeV olarak verilir. Açık bir şekilde görüldüğü üzere, tüm bu parçacıkların doğal bölgede bulunması mümkün değildir. Bununla birlikte, doğal bölgeden sapmayı belirleyen gerekli ince-ayar, Δ_{EW} parametresi ile nicelleştirilebilir. Bu tezde, evrensel olmayan ayarınolarla ($M_1 \neq M_2 \neq M_3$) MSSM’i ele alıp, kabul edilebilir ince-ayar bölgelerini araştırdık. Bu bölgelerin fiziksel etkilerini araştırdıktan sonra, stopun 700 GeV’den hafif olduğu bölgelere odaklandık ve hafif stop çözümleri için BHÇ’nin dışarlama limitini tartıştık.

Düşük Skala İnce-Ayar Ölçümü

Higgs bozonunun keşfi ile birlikte elektrozayıf simetri kırılması ve doğası daha hassas bir şekilde anlaşıldı. Öngörüler her ne kadar deneysel sonuçlarla uyumlu olsa da, elektrozayıf simetri kırılması Standart Model’de μ^2 teriminin negatif ($\mu^2 < 0$) olmasını gerektirir. Deneylelerden elde edilen hassas verilerle elektrozayıf simetri kırılması 100 GeV civarında belirlenmiştir. Bu durumda, Higgs bozon kütesine gelen ıraksak katkıların nasıl sonlu bir elektrozayıf skalayı sağladığı ve μ^2 teriminin negatif olmasının kaynağı sorulabilir. MSSM’de ise durum Standart Model’den biraz farklıdır. Öncelikle, MSSM potansiyeli iki adet Higgs dubletine sahiptir. Yüksek enerji skalalarında elektrozayıf simetri kırılma koşulları sağlanmasa bile, renormalizasyon grup denklemleri aracılığı ile μ^2 terimine gelen ışınımsal katkılar, bu terimi pozitiften negatife çevirebilir ve böylece elektrozayıf simetri kırılmasını sağlayabilir. MSSM’de elektrozayıf simetri kırılma skalası, μ^2 ve m_{h_u} , m_{h_d} yumuşak simetri kırılma kütle terimleri tarafından belirlenir. Elektrozayıf simetri kırılma skalası Z-bozon kütesi ile elde edilir. Z-bozon kütesi ışınımsal katkılar ile birlikte,

$$\frac{1}{2}M_Z^2 = -\mu^2 + \frac{(m_{h_d}^2 + \Sigma_d^d) - (m_{h_u}^2 + \Sigma_u^u) \tan^2 \beta}{\tan^2 \beta - 1} \quad (4.3)$$

şeklinde daha önceki bölümlerde verilmişti. Denklem 4.3 ile verilen ifadenin sağ tarafı modelin temel parametrelerini içerirken, sol tarafı deneyler tarafından hassas bir şekilde belirlenmiş olan Z-bozonunun kütesine eşittir. Bu parametreler Z-bozon kütesinden çok daha yüksek skalalarda olabilirler ($\mu, m_{h_u}, m_{h_d} \gg M_Z$) bu durumda, doğru elektroza-yıf kırılma skalasını elde edebilmek için birbirlerini önemli derecede yok etmelidirler. Terimlerin birbirlerini götürmesinden kaynaklanan gerekli ince-ayar Δ_{EW} ,

$$\Delta_{EW} \equiv \text{Max}(C_i)/(M_Z^2/2), \quad C_i = \begin{cases} C_{h_d} = |m_{h_d}^2/(\tan^2 \beta - 1)| \\ C_{h_u} = |m_{h_u}^2 \tan^2 \beta/(\tan^2 \beta - 1)| \\ C_\mu = |-\mu^2| \end{cases} \quad (4.4)$$

şeklinde belirlenir. Denklem 4.4'te kütleler ışımsal düzeltmeleri de içermektedir ($m_{h_{u,d}} \equiv m_{h_{u,d}} + \Sigma_{u,d}^{u,d}$). Stop ve sbottom kütleleri ile karakterize edilen doğal bölgenin aksine, ince-ayar bu kütlelere doğrudan bağlı değildir. Denklem 4.3'ten görüleceği üzere, C_{h_d} parametresi $\tan^2 \beta$ ile baskılanmıştır ve ince-ayar çoğunlukla μ ve m_{h_u} tarafından belirlenir ve doğru Z-bozon kütesi için genellikle $\mu^2 \approx -m_{h_u}^2$ olması gerekir. Temel parametre uzayı üzerinde düşük μ^2 değerleri bulmak mümkün olursa, ince-ayar, süpersimetrik parçacık kütle spektrumuna bakılmaksızın, kabul edilebilir bir aralıkta bulunabilir. Bununla birlikte, süpersimetrik parçacık kütlelerinin etkileri ışımsal düzeltme terimleri içinde bulunur. Döngü seviyesinde m_{h_d} 'ye katkıda bulunan Σ_d^d , sbottom ve stau kütlelerine bağlı olarak değişir. Bu terim $\tan \beta$ ile baskılandığından, stau ve sbottom kütlelerinin ince-ayar üzerindeki etkisi küçük kalır. Büyük stop kütleleri veya sol ve sağ-elli stoplar arasındaki büyük karışım, büyük m_{h_u} ve dolayısıyla büyük μ -terimi ile sonuçlanan ışımsal düzeltmelere önemli ölçüde katkıda bulunur. Daha önce de tartışıldığı gibi, parametre uzayının deneyler tarafından izinli bölgesi büyük ince-ayar gerektirmektedir. En hafif stop kütleleri birkaç yüz GeV'de sınırlandırılrsa bile, doğru Higgs bozonu kütesi için stoplar arasında büyük bir karışım gerekir. Böyle büyük bir karışım, çok büyük ışımsal düzeltmeler ile sonuçlanır ve bu nedenle gerekli ince-ayar miktarını önemli ölçüde artırır (Demir ve Ün 2014). Bu tartışma, büyük birleşim skalasında süpersimetrik parçacık ve ayarino kütleleri evrensel olarak ayarlandığında süpersimetrik

modellerin büyük ince-ayara ihtiyacı olduğu şeklinde sonuçlandırılabilir.

Yukarıda bahsedilen BHC'nin dışarlama limitleri hafifletilirse ve hafif stop çözümlerine izin verilirse, gerekli ince-ayar düşük skalada potansiyel olarak düşürülebilir. Ancak, Higgs kütesinin 125 GeV civarında olmasının gerekliliği önceki bölümde de tartışıldığı gibi stop kütlelerine ciddi bir sınırlandırma getirmektedir. MSSM'de Higgs kütesi,

$$m_h \approx M_Z \cos \beta + \frac{3m_t^4}{4\pi^2 v^2} \left(\log \frac{M_S^2}{m_t^2} + \frac{X^{t^2}}{M_S^2} - \frac{X^{t^4}}{12M_S^4} \right) - \frac{y_b^4 \mu^4 v^2}{16\pi^2 M_S^4} \quad (4.5)$$

şeklinde verilir. $M_S \equiv \sqrt{m_{\bar{t}_L} m_{\bar{t}_R}}$ ortalama stop kuark kütesidir. Ayrıca M_S , süpersimetrik parçacıkların Standart Model'den ayrıldığı skaladır. Stop sektöründe karışım $X^t = A^t - \mu \cot \beta$ ile verilir. Denklem 4.5 ile verilen ifadenin ilk terimi, ağaç seviyesinde Higgs kütesidir ve en fazla 90 GeV olabilir. Böylece, Higgs kütesinin 125 GeV civarında olabilmesi için önemli ölçüde ışınımsal katkılar gereklidir. Bu gibi büyük katkılar stop ve üst kuark arasındaki kütle farkı çok büyük olduğunda elde edilebilir ($M_S \gg m_t$). Işınımsal katkılarının artmasını sağlayacak bir diğer yol ise, stoplar arasında büyük bir karışım olmasıdır. Buna ek olarak, skaler potansiyelin minimumunda elektrik ve renk yükü korunumunun kırılmadığından emin olmak için $A^t \lesssim 3M_S$ olmalıdır (Ellwanger ve Huguonie 1999). Bu nedenle, büyük karışımın olduğu durumda süpersimetrik parçacık kütleleri belli bir skalanın altında olamaz.

Denklem 4.5 ile verilen ifadenin son terimi alt kuark sektöründen gelen ışınımsal katkıları içerir ama bu terim yalnızca büyük $\tan \beta$ ile ilgilidir. Sonuç olarak, Higgs kütesine ışınımsal katkılar verecek tek baskın kaynak stop sektörüdür. MSSM, Higgs bozonu kütesine stop kuark katkısı kadar katkıda bulunacak şekilde yeni parçacıklarla veya yeni simetritlerle genişletilirse, stop sektörü üzerindeki baskı kalkar ve bu durum çok farklı sonuçlar doğurabilir (Gogoladze ve ark. 2013a, 2014; Elsayed ve ark. 2012; Khalil ve Un 2016; Li ve ark. 2016; Hiçyılmaz ve ark. 2016; Altın ve ark. 2017). Minimal modellerde içerilmeyen bu mekanizmalar düşük skala fenomenolojisini etkileyebilir. Bu anlamda, bazı eksik mekanizmalar nedeniyle ince-ayar gereksinimi ortaya çıkabilir, ince-ayar miktarı bu kayıp mekanizmaların etkinliği olarak yorumlanabilir ve aynı zamanda minimaliteden sapmanın miktarını da gösterir. Ayrıca, kayıp mekanizmanın

etkileri MSSM çerçevesinde ayarino ve skaler kütlelerini evrensel almayarak da analiz edilebilir (Gogoladze ve ark. 2013b,c; Calibbi ve ark. 2016; Gogoladze ve ark. 2016).

Bu çalışmada, ayarino sektörü evrensel alınmayarak, kayıp mekanizmaların olası etkileri analiz edildi. Düşük ince-ayar miktarının olduğu bölgelere yoğunlaşılırken, aynı zamanda 700 GeV'den daha az kütleyle sahip stop kuark veren çözümler üzerinde duruldu ve bu tür çözümlerin ciddi deneysel sınırlandırmalar altında hala geçerli olup olmadığı tartışıldı.

Parametre Uzayının Taranması ve Deneysel Kısıtlamalar

Parametre uzayını tararken, SARAH 4.5.8 (Staub 2008, 2011) ile elde edilen SPheno 3.3.8 (Porod 2003; Porod ve Staub 2012) paketini kullandık. Bu pakette, MSSM'de bulunan Yukawa ve ayar çiftlenimlerinin zayıf skala değerleri, renormalizasyon grup denklemleri aracılığı ile büyük birleşim skalası olan M_{GUT} skalasına kadar hesaplanır. M_{GUT} , renormalizasyon grup denklemlerinin gelişimiyle ayar çiftlenimlerinin birleşmesinin gereksinimi tarafından belirlenir. Ayar çiftlenimleri, büyük birleşim skalasında tam olarak birleşmeyebilir ve ufak da olsa sapmalar ortaya çıkabilir. Bu sapmalar büyük birleşim skalasında bilinmeyen eşik katkıları olarak düşünülebilir. Bu nedenle, büyük birleşim skalasında $g_1 = g_2 = g_3$ birleşme şartını sıkı bir şekilde zorlamadık (Hisano ve ark. 1993; Chkareuli ve Gogoladze 1998). M_{GUT} 'ta verilen sınır koşulları ile, ayar, Yukawa çiftlenimleri ve yumuşak simetri kırılma parametrelerinin tümü zayıf skalaya kadar hesaplanır. M_{GUT} 'ta sınır koşulları olan aşağıdaki parametre uzayı üzerinden rastgele taramalar yaptık.

$$\begin{aligned}
 0 &\leq m_0 \leq 10 \text{ TeV} \\
 -10 &\leq M_1 \leq 0 \text{ TeV} \\
 -10 &\leq M_2 \leq 0 \text{ TeV} \\
 0 &\leq M_3 \leq 10 \text{ TeV} \\
 -3 &\leq A^0/m_0 \leq 3 \\
 2 &\leq \tan \beta \leq 60 \\
 \mu &< 0, \quad m_t = 173.3 \text{ GeV}
 \end{aligned} \tag{4.6}$$

m_0 , madde skalerleri ve Higgs alanlarının evrensel yumuşak simetri kırılma kütle terimidir. M_3 , M_2 ve M_1 , $SU(3)$, $SU(2)$, $U(1)$ simetri grupları ile ilgili ayarınoların yumuşak simetri kırılma kütle terimidir. A_0 , üçlineer yumuşak simetri kırılma terimi ve $\tan\beta$, MSSM Higgs dubletlerinin vakum beklenen değerlerinin oranıdır. Evrensel olmayan ayarınolara sahip sınırlandırılmış MSSM'de (CMSSM), bütün madde skalerleri aynı kütleyle sahiptir ve ayarino kütleleri büyük birleşim skalasında birbirlerinden farklı seçilebilir. Işınımsal elektrozayıf simetri kırılımı μ teriminin değerini belirlerken, işareti serbest parametrelerden biridir ve parametre uzayını tararken negatif olarak seçtik. Ek olarak, üst kuarkın merkezi değeri olan $m_t = 173.3$ GeV'i kullandık (Group 2009). Şunu da belirtmek gerekir, süpersimetrik parçacık spektrumu üst kuark kütleindeki bir iki sigmalık değişime çok hassas değildir (Gogoladze ve ark. 2011), ancak Higgs bozonu kütlelerini 1-2 GeV kadar değiştirebilir (Gogoladze ve ark. 2012; Adeel Ajaib ve ark. 2013).

Işınımsal elektrozayıf simetri kırılması koşulu, denklem 4.6 ile verilen temel parametre uzayı üzerine sıkı bir teorik kısıtlama getirir (Ibanez ve Ross 1982; Inoue ve ark. 1982; Ibanez 1982; Ellis ve ark. 1983; Alvarez-Gaume ve ark. 1983). Bir diğer önemli kısıtlama, yüklü süpersimetrik parçacıkların kalıntı miktarından gelir. Bu kısıtlama, stop ve stau gibi yüklü parçacıkların en hafif süpersimetrik parçacık olduğu çözümleri dışarlar (Nakamura ve ark. 2010). Bu bağlamda, yalnızca ışınımsal elektrozayıf simetri kırılımı koşulunu sağlayan ve nötralinonun en hafif süpersimetrik parçacık olduğu çözümler kabul edildi. Parametre uzayını tararken, Metropolis-Hasting algoritmasını çalıştıran arayüz kullanıldı (Belanger ve ark. 2009; Baer ve ark. 2008). Verilerin toplanmasından sonra, tüm süpersimetrik parçacıkların üzerine kütle sınırlarını (Olive ve ark. 2014a) ve nadir B-mezon bozunmalarından gelen kısıtlamalar uygulandı ($B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-$ (Aaij ve ark. 2013a)),

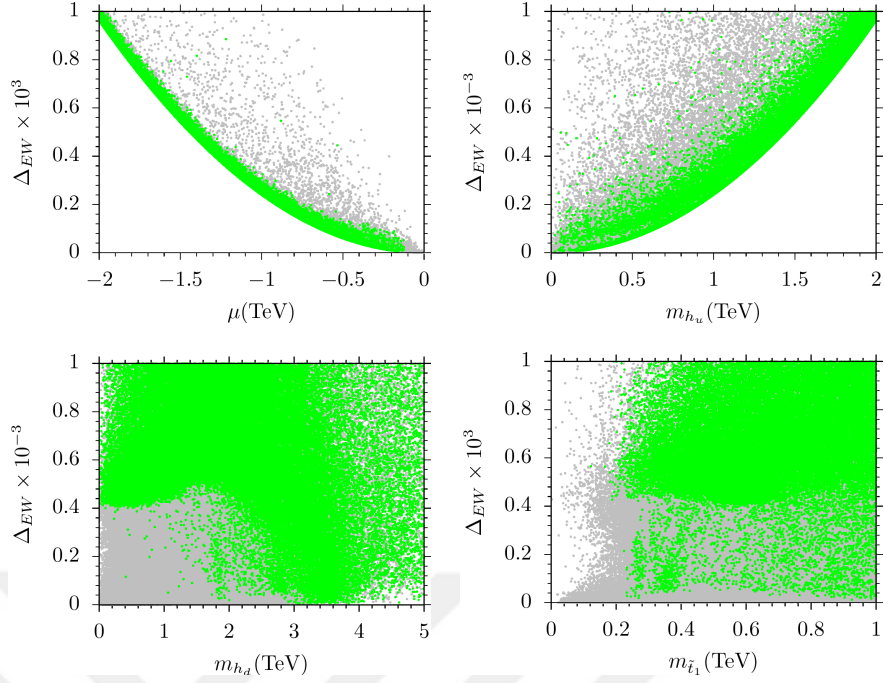
$B_s \rightarrow X_s \gamma$ (Amhis ve ark. 2012) ve $B_u \rightarrow \tau \nu_\tau$ (Asner ve ark. 2010)). Deneysel kısıtlamalar aşağıdaki gibi listelenebilir.

$$\begin{aligned}
123 &\leq m_h \leq 127 \text{ GeV} \\
m_{\tilde{g}} &\geq 1000 \text{ GeV} \\
0.8 \times 10^{-9} &\leq BR(B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-) \leq 6.2 \times 10^{-9} \quad (2\sigma) \\
2.9 \times 10^{-4} &\leq BR(b \rightarrow s \gamma) \leq 3.87 \times 10^{-4} \quad (2\sigma) \\
0.15 &\leq \frac{BR(B_u \rightarrow \nu_\tau \tau)_{MSSM}}{BR(B_u \rightarrow \nu_\tau \tau)_{SM}} \leq 2.41 \quad (3\sigma)
\end{aligned} \tag{4.7}$$

Geçerli deneylerle güncellendikleri için bu sınırlar Higgs bozonu (Aad ve ark. 2012; Charchyan ve ark. 2013a) ve gluino kütlesi (ATLAS 2015) üzerine de uygulandı. En güçlü kısıtlamalardan biri, B -mezonun bir müon çiftine nadir bozunumundan gelir. Standart Model'in öngörülere deneysel verilerle neredeyse tam uyumlu olduğundan, $BR(B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-)$ 'ye gelecek süpersimetrik katkılar ciddi şekilde sınırlandırılmıştır. Bu sürece gelecek süpersimetrik katkı $(\tan \beta)^6 / m_A^4$ ile orantılıdır. Bu nedenle, CP-tek Higgs bozonunun süpersimetrik katkıyı bastırarak kadar yeterince ağır olması ($m_A \sim \text{TeV}$) için, bu kısıtlamanın büyük $\tan \beta$ değeri olan çözümler üzerinde güçlü bir etkisi vardır.

MSSM'de İnce-Ayar ve Süpersimetrik Parçacıkların Kütle Spektrumu

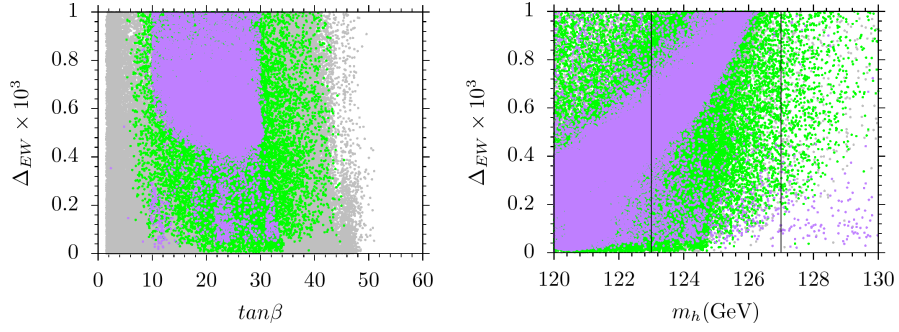
Bu bölümde ince-ayar ve stop kütleleri ile ilgili sonuçlar gösterilmiştir ve stop kütlesi ile ince-ayar arasındaki ilişki üzerine vurgu yapılmıştır. Kabul edilebilir ince-ayar miktarı, geleneksel olarak $\Delta_{EW} \leq 10^3$ koşulunu uygulayarak, Δ_{EW} cinsinden belirlenebilir. Şekil 4.1, elde edilen sonuçlar, $\Delta_{EW} - \mu$, $\Delta_{EW} - m_{h_u}$, $\Delta_{EW} - m_{h_d}$ ve $\Delta_{EW} - m_{\tilde{t}_1}$ düzlemlerinde gösterilmektedir. Bütün noktalar, nötralinonun en hafif süpersimetrik parçacık olduğu ve ışınımsal elektrozayıf simetri kırılma koşulu ile uyumludur. Yeşil noktalar güncel deneylerin sınırları ile izinliken, gri noktalar dışarılanmıştır. $\Delta_{EW} - \mu$ düzleminde çizdirilen grafik, Δ_{EW} 'nin μ 'ye olan güçlü bağıllığını ortaya koymaktadır. $\Delta_{EW} \leq 10^3$ ile kabul edilebilir ince-ayar bölgesinde kalmak için $|\mu| \lesssim 2 \text{ TeV}$ olmalıdır. Bu değer üzerine çıkıldığında, ince-ayar koşulu artık sağlanamaz. İnce-ayar ve μ -terimi arasındaki ilişki, verilerimizden elde edilen sıkı parabolik bir eğriyle gösterilir ve bu eğri, μ



Şekil 4.1. Grafikler, $\Delta_{EW} - \mu$, $\Delta_{EW} - m_{h_u}$, $\Delta_{EW} - m_{h_d}$ ve $\Delta_{EW} - m_{t_1}$ düzlemlerinde çizdirilmiştir. Bütün noktalar, nötralinonun en hafif süpersimetrik parçacık olduğu ve ışınımsal elektrozayıf simetri kırılma koşulu ile uyumludur. Yeşil noktalar güncel deneylerin sınırları ile izinliyken, gri noktalar dışarılanmıştır.

teriminin ince-ayar miktarının belirlenmesinde en etkili parametre olduğu ile ilgili daha önceki bölümlerde yapılan tartışmayla da uyumludur. Δ_{EW} ile μ terimi arasındaki ilişki kadar sıkı olmasa da benzer eğri $\Delta_{EW} - m_{h_u}$ düzleminde de görülebilir. Bu sonuçlar aynı zamanda, denklem 4.4 uyarınca doğru elektrozayıf kırılma skalasını ($M_Z \sim 90$ GeV) gerçekleştirmek için $\mu \approx m_{h_u}$ koşulunun etkisini de göstermektedir. Daha önce bahsedildiği gibi, bunun nedeni m_{h_d} katkısının $\tan^2 \beta$ ile bastırılmış olmasıdır. Son panel, stop kütlesi ile ince-ayar arasındaki ilişkiyi gösterir. Elde ettiğimiz sonuçlara göre, hafif stop kuark kütlesi 200 GeV'e kadar düşebilir. Bu düzlemden görüldüğü gibi, hafif stop ve düşük skalada kabul edilebilir ince-ayar veren çok sayıda çözüm (yeşil) bulunabilir. Bu grafikte, stop bozunma kanallarına dayanan çarpıştırıcı kısıtlamaları uygulanmazken, yalnızca Higgs kütlesi de dahil olmak üzere denklem 4.7 ile listelenen kısıtlamalar uygulanmıştır. Hafif stop çözümleri, daha sonra ayrı ayrı analiz edilen bu kısıtlamalarla, daha da sınırlandırılabilir.

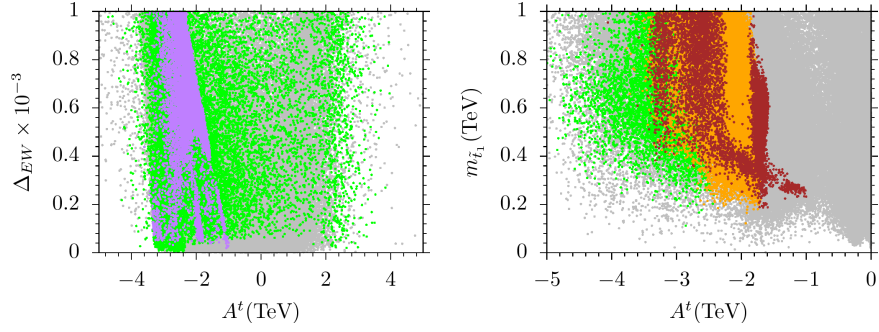
Şekil 4.2'de verilen grafik $\Delta_{EW} - \tan \beta$ ve $\Delta_{EW} - m_h$ düzlemlerinde çizdirilmiştir ve



Şekil 4.2. Grafik, $\Delta_{EW} - \tan \beta$ ve $\Delta_{EW} - m_h$ düzlemlerinde çizdirilmiştir. Renk kodlaması Şekil 4.1 ile aynıdır. Ek olarak, mor noktalar yeşil noktaların bir alt kümesidir ve $m_{\tilde{t}_1} \leq 700$ GeV olan çözümleri gösterir. $\Delta_{EW} - m_h$ düzleminde, Higgs kütlesi eksenlerden biri olduğu için, Higgs kütle sınırlarını uygulamadık. Onun yerine, Higgs kütlesi üzerindeki deneysel sınırları dikey çizgiler ile gösterdik.

renk kodlaması şekil 4.1 ile aynıdır. Ek olarak, mor noktalar yeşil noktaların bir alt kümesidir ve $m_{\tilde{t}_1} \leq 700$ GeV şartını sağlayan çözümleri gösterir. $\Delta_{EW} - \tan \beta$ düzlemi $\tan \beta$ parametresinin 50'den daha büyük değerler alamayacağını gösterir. Öte yandan, $\tan \beta$ parametresindeki bu kısıtlama ince-ayar koşulundan kaynaklanmazken, daha çok ışınımsal elektrozayıf simetri kırılımı koşulu ile ilgilidir. İzin verilen aralıkta herhangi bir $\tan \beta$ değeri için düşük ince-ayar elde etmek mümkündür. Eğer stop kütlesi üzerinde $m_{\tilde{t}_1} \leq 700$ koşulu gibi bir başka koşul geçerliyse, çözümler parametre uzayını $10 \lesssim \tan \beta \lesssim 30$ (mor) olarak sınırlar. Ayrıca, Higgs kütlesi ile ince-ayar arasındaki ilişkiyi $\Delta_{EW} - m_h$ düzleminde gösterdik. $\Delta_{EW} - m_h$ düzleminde, Higgs kütlesi eksenlerden biri olduğu için, Higgs kütle sınırlarını uygulamadık. Onun yerine, Higgs kütlesi üzerindeki deneysel sınırları dikey çizgiler ile gösterdik. $\Delta_{EW} - m_h$ düzlemi Higgs bozonu kütlesi ile ince-ayar arasındaki ilişkiyi gösterir. Sonuçlar şu gerçeği göstermektedir, eğer Higgs kütlesi güncel deneylerle verilen sınırlardan daha hafif olsaydı, minimal süpersimetrik modeller büyük ince-ayar sorunuyla uğraşmak zorunda kalmazdı. $\Delta_{EW} - m_h$ düzlemi, ince-ayarın sıfıra kadar indiğini göstermektedir. Fakat, Higgs'in kütlesinin 120 GeV olduğu bölge deneyler tarafından dışarılanmıştır. Deneysel sonuçlar, sadece iki dikey çizgi arasında kalan Higgs kütlesine sahip çözümlere izin vermektedir. Ayrıca, grafikten kolayca görülebileceği üzere Higgs kütlesi arttıkça gerekli ince-ayar miktarı da hızla artmaktadır.

Ek olarak, $\Delta_{EW} - m_h$ düzleminde yatayda ikinci bir dallanma görülmektedir. Bu bölgede

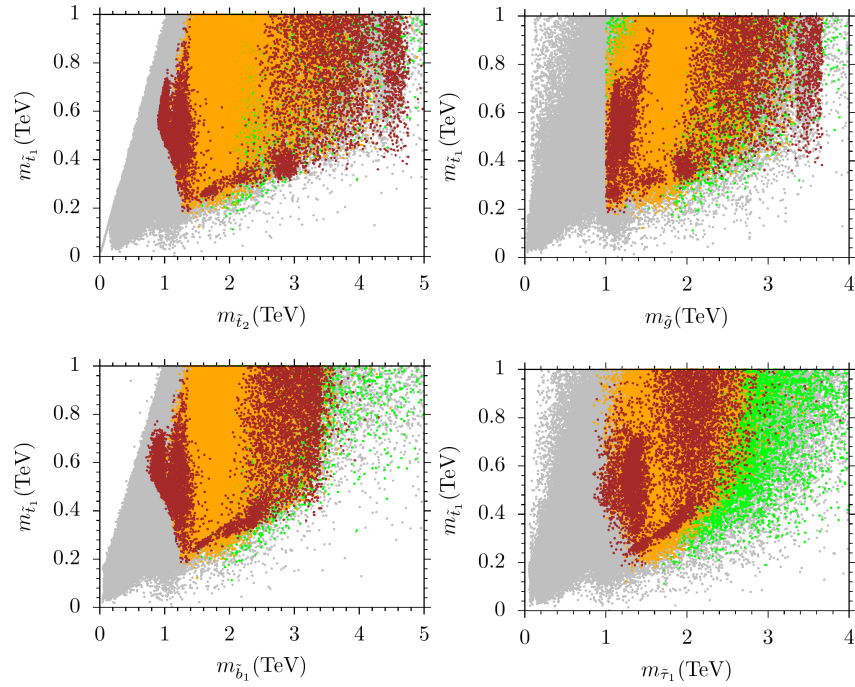


Şekil 4.3. Grafik, $\Delta_{EW} - A^t$ ve $m_{\tilde{t}_1} - A^t$ düzlemlerinde çizdirilmiştir. Renk kodlaması Şekil 4.2 ile aynıdır. Yeşil ve gri noktaların anlamlar sağ panelde de aynıken, turuncu noktalar yeşil noktaların bir alt kümesidir ve $\Delta_{EW} \leq 10^3$ koşulunu sağlayan çözümleri gösterir. Kahverengi noktalar turuncu noktaların bir alt kümesidir ve $\Delta_{EW} \leq 500$ koşulunu sağlayan çözümleri gösterir. Sağ panelde, stop kütlesi eksenlerden biri olduğu için $m_{\tilde{t}_1} \leq 500$ GeV koşulu uygulanmadı.

Higgs kütlesi artarken ince-ayar $\Delta_{EW} \sim 100 - 200$ aralığında neredeyse sabit kalmaktadır. Bu dallanmadaki çözümler, A^t terimi ile orantılı sol ve sağ-elli stopların karışımının etkisi ile anlaşılabilir. A^t parametresinin ince-ayara etkisi şekil 4.3'te verilen $\Delta_{EW} - A^t$ grafiğinden görülebilir. Renk kodlaması Şekil 4.2 ile aynıdır. $\Delta_{EW} - A^t$ düzlemi, kabul edilebilir ince-ayar ile birlikte $m_{\tilde{t}_1} \leq 700$ GeV koşulunu sağlayan çözümler için A^t 'nin yaklaşık 1 ile 4 TeV aralığında olması gerektiğini gösterir. A^t 'nin negatif işareti, ince-ayar hesaplarında stop karışımlarının etkisini tersine çevirir. Bu bağlamda, A^t 'nin pozitif değerlerinde, 1-4 TeV aralığında olsa bile, ince-ayarın yüksek olduğu çözümlere sebep olur ve bu nedenle A^t 'nin pozitif olduğu bölgede hiç mor nokta bulunmamaktadır. Daha önce belirtilmiş olan sabit Δ_{EW} 'ye sahip dallanma, $m_{\tilde{t}_1} - A^t$ düzleminde de görülebilir. İlk dallanmada, A^t ve stop kütlesi birlikte değişerek ince-ayarın artmasına neden olur. İkinci dallanmada ise, stop kütlesi 1 TeV'e kadar artarken, A^t yaklaşık -1.8 TeV'de sabit kalır. Bu dallanmada A^t ve ince-ayar sabit kalırken stop kütlesi artmaktadır. Buradan şu sonucu çıkarabiliriz: A^t , çözümlerin ince-ayara göre davranışını belirlerken, beklenenin aksine stop kütlesi ince-ayar için o kadar da güçlü bir parametre değildir.

Süpersimetrik Parçacıkların Kütle Spektrumu

Bir önceki bölümde, parametre uzayında ve hafif stop çözümleri üzerindeki ince-ayarın etkisi tartışıldı. Stop kuarkın ve Higgs bozonu kütlelerinin ince-ayar üzerindeki etkisi kadar baskın olmasa da, diğer süpersimetrik parçacıklar da düşük skala etkilerini analiz açısından önem taşır. Bu bölümde, ağır stop $m_{\tilde{t}_2}$, hafif sbottom $m_{\tilde{b}_1}$ ve hafif stau $m_{\tilde{\tau}_1}$ için sonuçlar incelenmiştir. Şekil 4.4'te verilen grafik, $m_{\tilde{t}_1} - m_{\tilde{t}_2}$, $m_{\tilde{t}_1} - m_{\tilde{g}}$, $m_{\tilde{t}_1} - m_{\tilde{b}_1}$, ve $m_{\tilde{t}_1} - m_{\tilde{\tau}_1}$ düzlemlerinde çizdirilmiştir. Noktaların renk kodlaması şekil 4.3 ile aynıdır. $m_{\tilde{t}_1} - m_{\tilde{t}_2}$ düzleminde görüleceği üzere, hafif stop kütleleri 200 GeV'e kadar inseye bile, ağır olan stop 1 TeV'den daha hafif olamaz. Stop sektöründe karışımın büyük olması iki stop arasındaki kütle farkının büyük olmasına sebep olur. Eğer hafif stop kütleleri birkaç yüz GeV olursa, Higgs bozonunun kütleleri deneysel sonuçlarla uyumlu olacak şekilde ikinci stoptan ve stop sektöründeki karışımından katkı alacaktır. Bu bağlamda, hafif olan stop kütleleri 700 GeV'den az olacak şartı, ağır olan stop kütlelerini TeV skalası ve daha üstüne çıkmaya zorlayacaktır. Bu, ancak iki stop arasındaki karışım, önceki bölümde gösterildiği gibi, büyük olduğunda gerçekleşebilir. Stop kütlelerinde etkili olan bir diğer parçacık



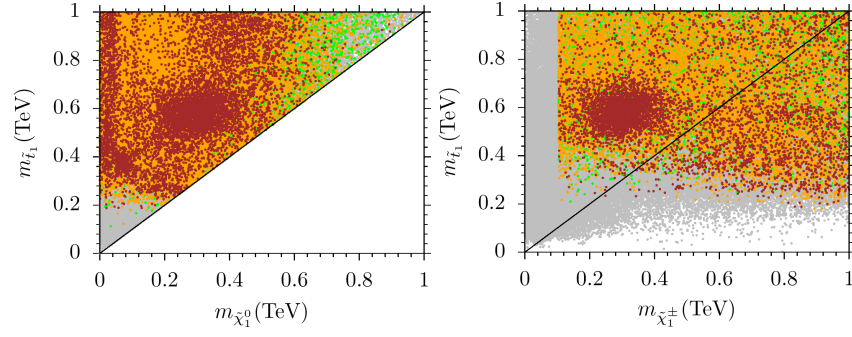
Şekil 4.4. $m_{\tilde{t}_1} - m_{\tilde{t}_2}$, $m_{\tilde{t}_1} - m_{\tilde{g}}$, $m_{\tilde{t}_1} - m_{\tilde{b}_1}$, ve $m_{\tilde{t}_1} - m_{\tilde{\tau}_1}$ düzlemlerinde süpersimetrik parçacık kütleleri verilmiştir. Renk kodlaması şekil 4.3'in sağ paneli ile aynıdır.

gluinodur. Stop kütesinin, büyük birleşim skalasında evrensel skaler kütesi m_0 tarafından belirlenmiş gibi görünse de, gluino stop kütesine döngülerde katkıda bulunur. Büyük birleşim skalasından aşağı doğru indikçe, gluino stop kütesine döngüler aracılığı ile diğer parametrelere göre daha fazla katkıda bulunur. Sol ve sağ-elli stoplar için renormalizasyon grup denklemleri,

$$\begin{aligned}\frac{dm_{\tilde{Q}_3}^2}{dt} &= \frac{1}{8\pi^2} \left(f_t^2 S_t + f_b^2 S_b - \frac{16}{3} g_3 |M_3^2| - 3g_2 |M_2^2| - \frac{1}{9} g_Y^2 |M_1^2| + \frac{1}{6} g_Y^2 S_Y \right) \\ \frac{dm_{\tilde{t}_R}^2}{dt} &= \frac{1}{8\pi^2} \left(2f_t^2 S_t - \frac{16}{3} g_3 |M_3^2| - \frac{16}{9} g_Y^2 |M_1^2| - \frac{2}{3} g_Y^2 S_Y \right)\end{aligned}\quad (4.8)$$

şeklinde verilebilir. Denklem 4.8 ile verilen ifadeden de görüleceği üzere, stoplara en büyük katkı, gluinonun yumuşak simetri kırılma kütle terimi olan M_3 'ten gelmektedir. $m_{\tilde{t}_1} - m_{\tilde{g}}$ düzleminden görüldüğü gibi, en hafif stop ve gluino kütleleri arasında lineer bir ilişki elde edilebilir. $m_{\tilde{g}} \sim 1$ TeV olduğunda en hafif stop kütesi 200 GeV'e kadar inebilirken, $m_{\tilde{g}} \gtrsim 3$ TeV olduğunda $m_{\tilde{t}_1} \gtrsim 400$ GeV olur. Denklem 4.7'de verilen evrensel olmayan ayarino kütleleri nedeniyle, gluino kütesi yaklaşık birkaç TeV skalasında olsa bile, hafif stop çözümleri bulabiliriz. Eğer, ayarino kütlelerini büyük birleşim skalasında evrensel alınırsa, gluino kütesi birkaç TeV olduğunda TeV'in altında hafif stop çözümleri bulmak mümkün değildir (Demir ve Ün 2014).

Kütesi doğal bölgeyi tanımlayan bir diğer süpersimetrik parçacık ise sbottomdur. Daha önce de belirtildiği gibi, doğal bölge stop kütleleri ile birlikte $m_{\tilde{b}_1} \lesssim 500$ olacak şekilde karakterize edilir. $m_{\tilde{t}_1} - m_{\tilde{b}_1}$ düzlemi, stop kütesi yaklaşık 200 GeV olduğunda, sbottom kütesinin 1 TeV'den daha ağır olduğunu gösterir. Öte yandan, 600 GeV'lik kütleyle sahip stop çözümlerini ele alırsak, en hafif stop ile sbottom kütesinin $m_{\tilde{b}_1} \approx 600$ GeV ile yaklaşık olarak dejenere olduğu çözümler bulmak mümkündür. Bu dejenerelik bölgesinde, stop ve sbottom kütleleri doğal bölgenin özelliklerine çok yakındır. Bununla birlikte, en ağır stop kütesi 1 TeV'den fazla olduğu için, bu tür çözümler yine de doğal bölgeden sapmakta ve ağır stop kütesi ve stop karışımı ile orantılı olarak ayarlanmaları gerekir. Son olarak, leptonik sektördeki stau kütle spektrumu gösterilmektedir. $m_{\tilde{t}_1} - m_{\tilde{\tau}_1}$ düzleminden de görüldüğü gibi stau 800 GeV'den daha hafif olamaz. Stau en hafif slepton olduğu için, ilk iki aileden olan diğer sleptonların (smüon ve selektron) staudan daha ağır



Şekil 4.5. Grafikler, $m_{\tilde{t}_1} - m_{\tilde{\chi}_1^0}$, $m_{\tilde{t}_1} - m_{\tilde{\chi}_1^\pm}$ düzlemlerinde çizdirilmiştir. Renk kodlaması şekil 4.3 ile aynıdır. Köşegen çizgi, grafiği çizdirilen parçacıkların kütleleri arasındaki dejenereliği göstermektedir.

olması beklenir.

Bu bölümü tamamlamadan önce, nötrino ve yükli no kütlelerini de inceledik. Çözümlerin nötralinonun en hafif süpersimetrik parçacık olması şartı ile uyumlu olması gerektiğinden, süpersimetrik parçacıkların bozunma kanallarındaki son durumlara nötrino dahil edilmelidir. Ayrıca, nötrino ve yükli no, olası sinyal analizlerinde ve Büyük Hadron Çarpıştırıcısı'nda stop kuarkın algılanmasında önem taşıyan, stop kuarkın ana bozunum kanallarının bir parçasıdır. Sinyal analizi, nötrino ve yükli no'nun da kütlelerine bağlı olduğundan, sonuçlarımızı şekil 4.5 ile verilen $m_{\tilde{t}_1} - m_{\tilde{\chi}_1^0}$ ve $m_{\tilde{t}_1} - m_{\tilde{\chi}_1^\pm}$ düzlemlerinde çizdirilmiş grafiklerde gösterdik. Noktaların renk kodlaması şekil 4.3 ile aynıdır. Köşegen çizgi, grafiği çizdirilen parçacıkların kütleleri arasındaki dejenereliği göstermektedir. $m_{\tilde{t}_1} - m_{\tilde{\chi}_1^0}$ düzlemi, deneysel kısıtlamalar uygulandıktan sonra bile, nötralinonun hemen hemen kütsüz olduğu çözümlerin bulunabileceğini gösterir. Benzer şekilde $m_{\tilde{t}_1} - m_{\tilde{\chi}_1^\pm}$ düzlemine göre, yükli no 100 GeV'e kadar hafif olabilir. Yükli no kütsesinin 100 GeV'den daha az olduğu çözümler, LEP II'nin sonuçları tarafından dışarılanmıştır (Olive ve ark. 2014a).

BHÇ’de Hafif Stop Araştırmaları

Daha önceki bölümlerde, stop kütle üzerine özel bir vurguyla, ince-ayar ve süpersimetrik parçacık kütle spektrumu tartışıldı. Stop kuarkın bozunum kanallarına bağlı olarak, üzerindeki kütle sınırları çok güçlüdür. En güçlü sınırlandırma, $m_{\tilde{t}_1} \lesssim 700$ GeV olan çözümlerin dışlandığı, $\tilde{t}_1 \rightarrow t\tilde{\chi}_1^0$ sürecinden gelir. Stop kuarkın, bir alt kuarka bir W-bozona ve bir de nötralinoya dönüştüğü bozunma kanalı da, kütlelerine ciddi bir sınırlama getirir ve $m_{\tilde{t}_1} \lesssim 650$ GeV olan çözümleri dışlarlar. Ayrıca, stop bir tılsım kuarka bir de nötralinoya bozunabilir. Bununla birlikte, bu kanaldan yapılan analizler elde edilen sinyalin, 230 GeV’den daha ağır olan stop’ların gözlenebilirliğini değerlendirmek için yeterince yeterince güçlü olmadığı bilinmektedir. Bu üç kanal, sinyal analizi ve stop kuarkın BHÇ’deki muhtemel algılama mekanizmalarında stop kuarkın ana basamaklarıdır.

Bu bölümde, stop kuarkın bozunma basamaklarını incelenecektir ve (süpersimetrik olmayan) Standart Model çerçevesinde inşa edilen ilgili arka plan süreci ile karşılaştırarak, stop kuarkın gözlemlenme tartışacağız. Sinyal basamakları ve ardalan aşağıdaki gibi listelenebilir.

$$\begin{aligned}
 \text{Sinyal - a)} \quad & pp \rightarrow \tilde{t}\tilde{t}^* \rightarrow t\bar{t}\tilde{\chi}_1^0\tilde{\chi}_1^0 \rightarrow b\bar{b}W^\pm W^{\pm*}\tilde{\chi}_1^0\tilde{\chi}_1^0 \rightarrow b\bar{b}l^\pm\bar{l}^\pm\nu_l\bar{\nu}_l\tilde{\chi}_1^0\tilde{\chi}_1^0 \\
 \text{Sinyal - b)} \quad & pp \rightarrow \tilde{t}\tilde{t}^* \rightarrow b\bar{b}\tilde{\chi}_1^\pm\tilde{\chi}_1^\pm \rightarrow b\bar{b}W^\pm W^{\pm*}\tilde{\chi}_1^0\tilde{\chi}_1^0 \rightarrow b\bar{b}l^\pm\bar{l}^\pm\nu_l\bar{\nu}_l\tilde{\chi}_1^0\tilde{\chi}_1^0 \quad (4.9) \\
 \text{SM Ardalan :} \quad & pp \rightarrow t\bar{t} \rightarrow b\bar{b}W^\pm W^{\pm*} \rightarrow b\bar{b}l^\pm\bar{l}^\pm\nu_l\bar{\nu}_l
 \end{aligned}$$

Sinyal süreçleri aynı son durumu verse de, son duruma giden basamaklarda farklılıklar ortaya çıkar. Sinyal-a, bir stop çiftinin üst kuark ve nötralinolara dönüştüğü süreçle gelişirken, Sinyal-b’de $\tilde{t} \rightarrow b\tilde{\chi}^\pm$ süreci gerçekleşir. Bu iki kanal, nötralinolara ve yüklinolara kütlelerine bağlı olarak birbirinden ayırt edilebilir. Sinyal-a, yalnızca $m_{\tilde{t}} - m_{\tilde{\chi}^0} \gtrsim m_t$ şartı sağlandığında kinematik olarak izinlidir. Aksi takdirde, Sinyal-b, $m_b \approx 4$ GeV olmak üzere $m_{\tilde{t}} - m_{\tilde{\chi}^\pm} \gtrsim m_b$ koşulu ile birlikte baskın kanaldır. Eğer bu iki koşul da sağlanmazsa denklem 4.9 ile verilen iki kanal da izinli değildir. Bu gibi durumlarda, stop genellikle çok yumuşak sinyal veren bir tılsım kuarka ve bir de nötralinoya bozunur ve stop kütle üzerindeki dışarlama sınırı çok güçlü değildir. Bu durum çalışmamız boyunca

ele alınmadı. Ayrıca, her iki sinyal süreci için de aynı olan ilgili ardalın süreci denklem 4.9'da verilmiştir.

Sinyal-a ve Sinyal-b için farklı stop kütlelerini içeren olaylar MadGraph (Alwall ve ark. 2011) ile oluşturuldu. MadGraph'dan elde edilen olay dosyaları Delphes'e (de Favereau ve ark. 2014) verilerek CMS dedektör simülasyonu sonuçları elde edildi. Dedektör simülasyonundan elde edilen sonuçlar MadAnalysis (Conte ve ark. 2013) kullanılarak analiz edildi. Kinematik ve diğer kesmeler, CMS sonuçları (Chatrchyan ve ark. 2013b) ile paralel olması açısından benzer şekilde uygulandı.

Sinyal ve ardalın sürecini birbirinden ayırmak için kullanılan parametrelerden biri enine kütleler (M_T). Enine kütle, (P_T^l) leptonların enine momentumu, $\Delta\phi$, lepton ve enine kayıp enerji (E_T^{miss}) yönleri arasındaki azimut açılarındaki fark olmak üzere,

$$M_T = \sqrt{2E_T^{\text{miss}} P_T^l (1 - \cos \Delta\phi)} \quad (4.10)$$

olarak tanımlanır. İki üst kuarkın üretildiği süreçlerde $M_T < M_W$ olması beklenir. Stop çifti üretiminde ise stoplar, en hafif süpersimetrik parçacık olan nötrino ve üst kuarka bozunacağı için, sinyalde M_T 'nin büyük olması beklenir. Fakat, iki üst kuark üretiminin olduğu süreçte de nötrino son durumda kayıp enerjiye katkıda bulunacağı için, M_T ardalın sürecinde de büyük çıkabilir.

Üretilen olaylar içerisinde, sadece elektronların $P_T > 30$ GeV ve müonların $P_T > 25$ GeV olduğu olaylar seçilmiştir. Elektronlar $|\eta| < 1.4442$ olacak şekilde elektromanyetik kalorimetrenin fiçı bölümünde bulunurken, müonlar $|\eta| = 2.1$ 'e kadar düşünülebilir. Burada kullanılan $|\eta|$ pseudorapidity'dir ve θ parçacığın yörüngesinin saat yönünün tersi proton demeti yönüne göre polar açısı olmak üzere $\eta = -\log(\tan \theta/2)$ olarak tanımlanır.

Leptonların olay içerisinde diğer etkinliklerden izole edilmesi gerekir. Parçacık akısındaki parçacıkların, $\Delta\eta(\Delta\phi)$, lepton ve birincil etkileşim noktasında parçacık akısındaki parçacığın arasındaki $\eta(\phi)$ farkı olmak üzere, yarıçapı,

$$\Delta R = \sqrt{(\Delta\eta)^2 + (\Delta\phi)^2} \quad (4.11)$$

olan bir koni içerisindeki leptonun kendisi hariç, lepton izolasyonunun bir ölçüsü olarak parçacık akısındaki parçacıkların P_T 'sinin skaler toplamı P_T^{top} kullanılabilir. İzolasyon şartı olarak $P_T^{\text{top}} < \min(5\text{GeV}, 0.15P_T^l)$ kullanıldı.

Çakışmaları önlemek için jetler leptonlardan $\Delta R > 0.4$ ile ayrılmalıdır. Seçilen olaylarda $P_T > 30 \text{ GeV}$ ve $|\eta| < 2.4$ olmak üzere en az dört jet olmalıdır.

Sinyalde kayıp enerji ve enine kütle büyük olacağından dolayı ilgili ardalanı düşürmek için $E_T^{\text{miss}} > 100 \text{ GeV}$ ve $M_T > 120$ kesmeleri uygulandı. E_T^{miss} vektörü için ϕ ile en büyük enine momentuma sahip iki jetin ϕ 'si arasındaki farkın minimumu olan, $\min\{\Delta\phi(j_1, E_T^{\text{miss}}), \Delta\phi(j_2, E_T^{\text{miss}})\}$ sinyali ardalandan ayırmak için kullanılabilir. İlgili ardalın sürecinde üst kuarklar yüksek P_T 'ye sahip olma eğilimindedir, bu nedenle bu olaylardaki nesnelere, enine düzlemde eşlineer olma eğilimindedir ve sinyal olayları için $\min\Delta\phi$ 'nin küçük olması beklenir.

Son olarak sinyal olayları için alt kuarkların $P_T(b)$ 'si ardalana göre daha yüksek olması beklenmektedir.

Sinyal-a ve Sinyal-b için toplam 50000 olay üretildi. Toplam ışınılık (integrated luminosity) değeri 19.5 fb^{-1} (19500 pb^{-1}) olarak alındı. σ tesir kesiti, \mathcal{L} toplam ışınılık ve N yapılan dedektör analizi sonucu elde edilen olay sayısı olmak üzere, Normalize olay sayısı $N^{\text{norm.}}$,

$$N^{\text{norm.}} = \frac{\sigma \mathcal{L} N}{50000} \quad (4.12)$$

olarak alındı.

Sinyal-a ve Sinyal-b, tablo 4.1 ve tablo 4.2'de verilen farklı çözümler için analiz edildi. Çözümler, denklem 4.7 ile verilen sınırlandırmalarla ve ince-ayar değeri ($\Delta_{EW} \leq 500$) ile uyumlu olacak şekilde seçilmiştir. Ayrıca, ilgili sinyaller için en yüksek tesir kesiti değerini verecek çözümler seçilmiştir. Özellikle, BHC tarafından stop kuark için dışarılandığı iddia edilen hafif kütle değerlerine odaklandık.

Şekil 4.6'da soldaki paneller Sinyal-a, sağdaki paneller de Sinyal-b için çizdirilmiştir. Yukarıdaki paneller her iki sinyal için de enine kütle (M_T) ile normalize olay sayısının

Çizelge 4.1. Signal – a ile ilgili çözümler gösterilmiştir. Signal – a için arka plan tesir kesiti 22.71 pb’dir. Bütün kütleler GeV cinsinden verilmiştir.

$m_{\tilde{t}_1}$	$m_{\tilde{\chi}_1^\pm}$	$m_{\tilde{\chi}_1^0}$	$BR(\tilde{t}_1 \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 t)$	$BR(\tilde{t}_1 \rightarrow \tilde{\chi}_1^\pm b)$	$BR(\tilde{\chi}_1^\pm \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 W^\pm)$	$\sigma(pb)$	Δ_{EW}
203.06	909.44	19.86	1	–	0.75	1.388	447.86
359.12	681.20	72.21	1	–	0.03	7.68×10^{-2}	446.02
428.60	210.57	62.68	0.83	0.14	1	2.02×10^{-2}	452.52
505.75	213.66	84.47	0.85	0.11	1	8.46×10^{-3}	441.83
616.95	184.13	83.48	0.73	0.19	1	1.89×10^{-3}	457.28
697.29	146.47	146.28	0.30	0.69	–	1.63×10^{-4}	439.98

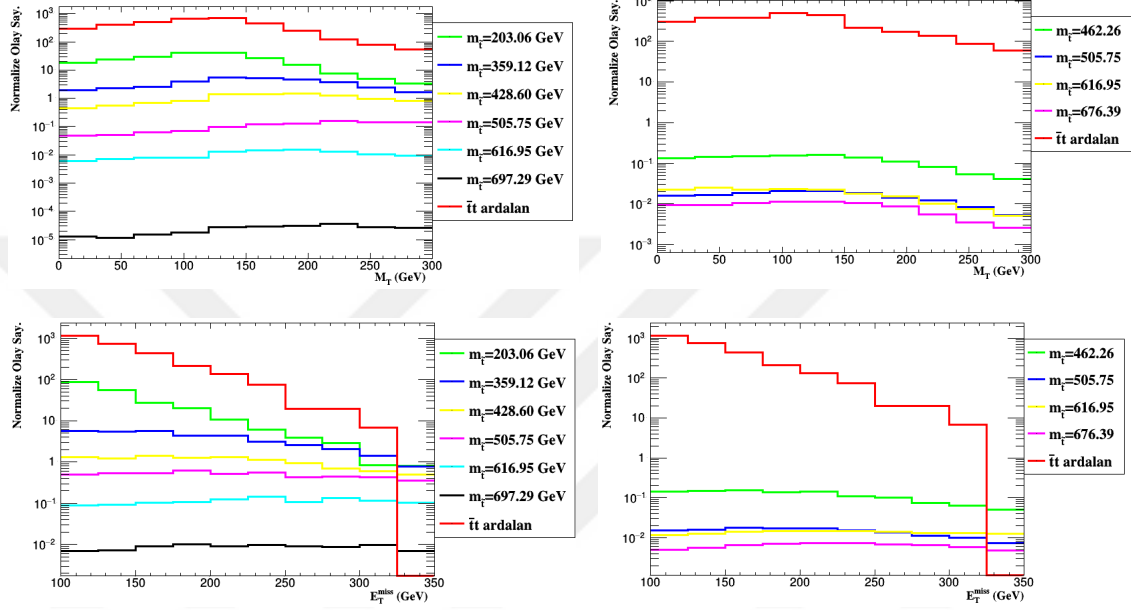
Çizelge 4.2. Signal – b ile ilgili çözümler gösterilmiştir. Signal – b için arka plan tesir kesiti 22.71 pb’dir. Bütün kütleler GeV cinsinden verilmiştir.

$m_{\tilde{t}_1}$	$m_{\tilde{\chi}_1^\pm}$	$m_{\tilde{\chi}_1^0}$	$BR(\tilde{t}_1 \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 t)$	$BR(\tilde{t}_1 \rightarrow \tilde{\chi}_1^\pm b)$	$BR(\tilde{\chi}_1^\pm \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 W^\pm)$	$\sigma(pb)$	Δ_{EW}
462.26	173.57	34.58	0.67	0.25	1	1.46×10^{-3}	424.13
505.75	213.66	84.47	0.85	0.11	1	1.74×10^{-4}	441.83
616.95	184.13	83.48	0.73	0.19	1	1.71×10^{-4}	457.28
676.39	376.39	269.64	0.77	0.17	1	7.8×10^{-5}	444.87

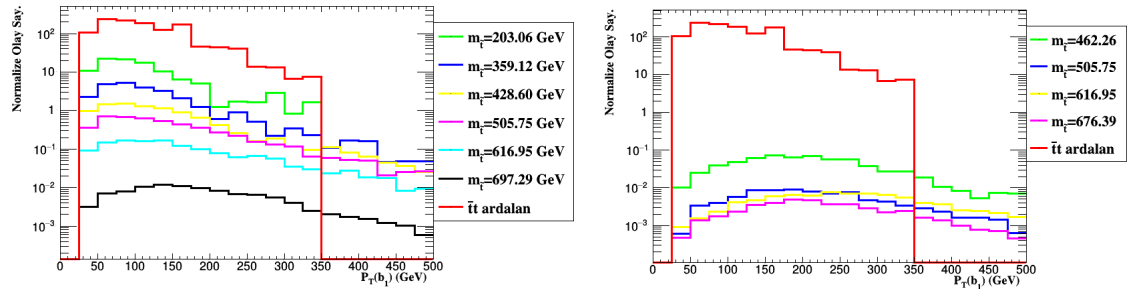
değişimini, sinyal ve ardaan karşılaştırması yaparak göstermektedir. Aşağıdaki paneller her iki sinyal için de enine kayıp enerji (E_T^{miss}) ile normalize olay sayısının değişimini, sinyal ve ardaan karşılaştırması yaparak göstermektedir. Bu grafiklerde henüz M_T ile ilgili kesme uygulanmamıştır. Olası stop sinyali için daha önceden de belirtildiği gibi büyük enine kütle ve kayıp enerji değeri beklenmektedir. Fakat, Şekil 4.6’dan görüleceği üzere M_T için hem Sinyal-a hem de Sinyal-b’nin olay sayısı ardaanın olay sayısının altındadır. Şekil 4.6 E_T^{miss} grafiklerine bakıldığında, sinyalin ilgili ardaanı bastırabilmesi için $E_T^{\text{miss}} > 325$ GeV olması gerekmektedir. Fakat, bu durumda da olay sayısı oldukça az olacağı için olası bir sinyal algılanamayabilir.

Şekil 4.7’deki paneller her iki sinyal için de en büyük momentuma sahip alt kuarkın enine momentumu ($P_T(b_1)$) ile normalize olay sayısının değişimini, sinyal ve ardaan karşılaştırması yaparak göstermektedir. En büyük momentuma sahip alt kuark jetinin enine momentumu her iki sinyal için de ardaana göre büyük olması beklenmektedir. Her iki sinyalin ardaanı bastırılabilmesi için $P_T(b_1) > 350$ GeV olması gerekmektedir. Bu durumda Sinyal-a için stop kütlelerinin 203.06 GeV olduğu çözümün sinyali de ardaan ile birlikte kesilmektedir. Sinyal-a ve Sinyal-b için diğer çözümleri ise çok az olay sayısı vermektedir.

$\eta - \phi$ (pseudorapidity - momentumun azimut açısı) düzleminde lepton ve en büyük momentuma sahip alt kuark arasındaki göreceli uzaklık $\Delta R(l, b_1)$ olmak üzere, şekil 4.7’de aşağıdaki paneller her iki sinyal için de $\Delta R(l, b_1)$ ile normalize olay sayısının değişimini, sinyal ve ardalın karşılaştırması yaparak göstermektedir. Sinyal-a ve Sinyal-b’nin grafiklerinden görüleceği üzere sinyali ardaldan ayırmak $\Delta R(l, b_1)$ parametresi ile mümkün



Şekil 4.6. Histogramlarda düşey eksenler normalize olay sayısını göstermektedir. Soldaki paneller Sinyal-a, sağdaki paneller de Sinyal-b için çizdirilmiştir. Yukarıdaki paneller her iki sinyal için de enine kütle ile normalize olay sayısının değişimini, sinyal ve ardalın karşılaştırması yaparak göstermektedir. Aşağıdaki paneller her iki sinyal için de enine kayıp enerji ile normalize olay sayısının değişimini, sinyal ve ardalın karşılaştırması yaparak göstermektedir.

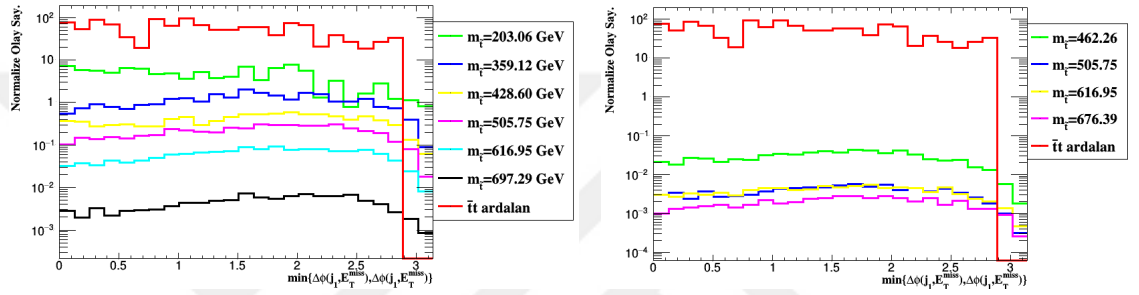


Şekil 4.7. Histogramlarda düşey eksenler normalize olay sayısını göstermektedir. Soldaki panel Sinyal-a, sağdaki panel de Sinyal-b için çizdirilmiştir. Paneller her iki sinyal için de alt kuarkın enine momentumu ile normalize olay sayısının değişimini, sinyal ve ardalın karşılaştırması yaparak göstermektedir.

değildir.

Şekil 4.8’de soldaki panel Sinyal-a, sağdaki panel de Sinyal-b için çizdirilmiştir. İki sinyal için de $\min \{ \Delta\phi(j_1, E_T^{\text{miss}}), \Delta\phi(j_2, E_T^{\text{miss}}) \}$ ile normalize olay sayısının değişimini, sinyal ve ardalana karşılaştırması yaparak gösterilmektedir.

$\min \{ \Delta\phi(j_1, E_T^{\text{miss}}), \Delta\phi(j_2, E_T^{\text{miss}}) \}$ sinyal için küçük değerlerde ayırt edici olması beklenirken, ardalana oldukça güçlü bir şekilde her iki sinyali de bastırmaktadır. Dolayısıyla bu parametre analizimiz için olası sinyal ve ardalana ayırmaya yardımcı nitelikte gözükmemektedir.



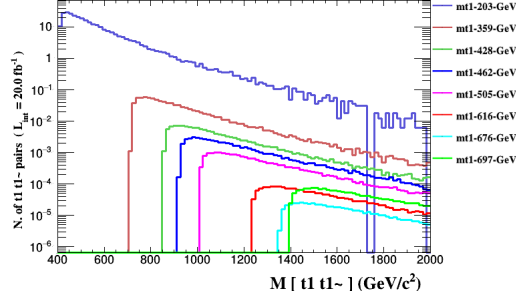
Şekil 4.8. Histogramlarda düşey eksenler normalize olay sayısını göstermektedir. Sol-daki panel Sinyal-a, sağdaki panel de Sinyal-b için çizdirilmiştir. İki sinyal için de $\min \{ \Delta\phi(j_1, E_T^{\text{miss}}), \Delta\phi(j_2, E_T^{\text{miss}}) \}$ ile normalize olay sayısının değişimini, sinyal ve ardalana karşılaştırması yaparak gösterilmektedir.

Bu küçük tesir kesitleri (ve daha az olay sayısı), BHÇ deneylerindeki stop çifti üretimi tesir kesitine bakılarak anlaşılabilir. Sinyallerin bozunma basamakları farklı olmasına rağmen, her ikisi de ilk zincirde stop çifti üretimi içerir. Stop çifti üretiminin ilgili arka planı üst kuark çifti üretimidir. Üst kuark çifti üretiminin tesir kesiti (Glatzer 2016),

$$\sigma_{t\bar{t}} = [829 \pm 50(\text{stat}) \pm 56(\text{syst}) \pm 83(\text{lumi})] \text{ pb}. \quad (4.13)$$

şeklinindedir. Üst kuark çifti üretimi büyük bir tesir kesitine sahipken, stop kuark çifti üretimi şekil 4.9’da gösterildiği gibi çok daha küçük tesir kesitine sahiptir. Bir sinyal süreci için tesir kesiti, ilgili parçacıkların kütleleri ile ters orantılıdır ve bu nedenle, stop kuark hafif olduğunda stop çifti üretim tesir kesitinin büyük olmasını beklemek doğaldır. Bizim durumumuzda, en hafif stop çözümü $m_{\tilde{t}} \sim 200$ GeV’dir. Bu çözüm en büyük tesir kesitine sahip olsa da, yalnızca 39.37 pb kadar büyüktür. Bu tesir kesiti, denklem 4.13’de

verilen üst kuark çift üretimi tesir kesiti ölçümlerindeki hata payından bile daha küçüktür.



Şekil 4.9. Tablo 4.1 ve 4.2’de verilen çözümler için stop çifti üretim grafiği.

Çarpıştırıcılarda olası bir algılama, sinyal sürecinin arka planı bastırması ve daha fazla olay vermesini gerektirir. $m_{\tilde{t}} \approx 203$ GeV olan Sinyal-a için elde edilen en yüksek tesir kesiti değeri 1.39 pb olurken, ilgili ardalan süreci için tesir kesiti değeri 22.71 pb’dir ve sinyal tesir kesitinden yaklaşık 16 kat daha büyüktür. Benzer tartışma, Sinyal-b için de yapılabilir. Sinyal-b süreci için en yüksek tesir kesiti değeri, $m_{\tilde{t}} \approx 460$ GeV olan çözümlerle elde edilir ve sinyal, ardalan tesir kesitinden 10^5 kat daha küçüktür. Sonuçlarımız, süper-simetrik modeller büyük birleşim skalası ile sınırlandırıldığında, stop kütleleri dışarılanan bölgede bulunsa bile, çözümlerin BHÇ deneylerinden algılanmadan kaçabileceğini göstermektedir. Sinyal tesir kesiti değerlerinin, büyük birleşim skalası kaynağını dikkate almadan düşük skala analizlerinde arttırılabileceğini unutmamak gerekir. Çünkü, süper-simetrik modellerin düşük skalada bir çok serbest parametresi bulunmaktadır ve bu parametreler tesir kesiti değerini arttıracak şekilde ayarlanabilir. Ancak, bu özgürlük, süper-simetri büyük birleşik teori modellerinde önemli ölçüde kısıtlanmıştır ve sonuçlarımız, çözümlerin algılanmadan kaçabileceğini göstermektedir. Böylece, stop kütlesi üzerindeki BHÇ sınırlandırmaları gevşetilebilir.

SONUÇ

MSSM çerçevesinde ince-ayar sorununu tartıştık. İnce-ayarı, minimal süpersimetrik modellerde hariç tutulan kayıp mekanizmalar için bir belirti olarak yorumladık. Bu fikre dayanarak, büyük birleşim skalasında ayarino kütlelerini evrensel almadık. μ -teriminin gerekli ince-ayar miktarını belirleyen temel parametre olduğunu ve elektrozayıf kırılma ile tutarlı olarak $\mu \approx 0$ olabileceğini gösterdik. μ ana parametre olsa da, doğru skalada ($M_Z \sim 90$ GeV) elektrozayıf kırılma gerçekleşebilmesi için $\mu \approx m_{h_u}$ olması gerektiğinden, Higgs alanı yumuşak simetri kırılma kütlesi m_{h_u} üzerinde de etkisi vardır. Diğer yandan, m_{h_d} parametresinin katkısı $\tan \beta$ ile baskılandığı için, ince-ayar üzerinde neredeyse hiç etkisi yoktur. $\tan \beta$ 'nin herhangi bir değerinde kabul edilebilir ince-ayar miktarına sahip çözümler bulunabilir. Ancak, stop kuarkın kütlesi üzerine $m_{\tilde{t}_1} \leq 700$ GeV koşulu eklenirse, $\tan \beta$ 'nin değeri de 10-30 aralığında sınırlandırılır.

Bilindiği gibi, ince-ayar gereksinimi gözlemlenen Higgs bozonu kütlesi ile yakından ilişkilidir. Daha ağır Higgs bozonu kütle çözümlerinin daha fazla ince-ayar gerektirdiğini bulduk. Ayrıca, ince-ayar miktarının sabit kaldığı ikinci bir dallanma da fark ettik. Bu dallanmada, A^t neredeyse sabit kalırken, stop kütlesi artmaktadır. Buradan şu sonucu çıkardık; ince-ayar ile sol ve sağ-elli stopların karışımları arasında güçlü bir ilişki varken, kütlelerinin ince-ayar üzerinde karışımları kadar etkisi yoktur. Bununla birlikte, büyük karışım, skaler potansiyelin minimumunda renk ve yük simetrisini korumak için, oldukça ağır stoplar gerektirir. En hafif stop kuark 200 GeV'e kadar hafif olabilirken, ağır olan stop kuarkın 1 TeV'den daha hafif olamayacağını gösterdik. Higgs bozonu üzerindeki kütle sınırı, iki stop arasındaki bu büyük kütle farkına neden olur. Ek olarak, sbottom kuarkların 600 GeV kadar hafif olabileceğini ve stop kuark kütleleri ile neredeyse dejenere olabileceğini bulduk. Gluino kütlesi 1-4 TeV aralığında olabilir, fakat, gluino döngülerde stop kuarkın kütlesine önemli derecede katkıda bulunduğu için, ağır gluinolar ağır stoplara neden olur. Ayrıca, leptonik sektördeki süpersimetrik parçacıkların 1 TeV'den daha hafif olamayacağını da gösterdik.

Son olarak, hafif stop çözümlerine odaklandık ve BHÇ'nin hafif stopları algılayıp algılayamayacağını tartıştık. En iyi durumda, olası sinyallerin ilgili arka plan süreçlerinden neredeyse 16 kat daha küçük olduğunu bulduk. Bu küçük tesir kesitleri, arka plan süreçlerinin sinyali çok güçlü bir şekilde baskılamasına neden olur. Bu baskılama, BHÇ'de stop çifti üretimi ile anlaşılabilir. Stop üretimi için ilgili arka plan süreci, üretim tesir kesiti yaklaşık 800 pb olan üst kuark üretimidir. En hafif stop çözümlerini alsak bile, stop çifti üretim tesir kesiti yalnızca 30 pb olabilir. Bu tesir kesiti, üst kuark çifti üretim tesir kesitinden çok daha küçüktür. Stop kuark üretim tesir kesiti, üst kuark çifti üretiminin ölçümlerinde ortaya çıkan hatalardan bile daha küçüktür.



KAYNAKLAR

Aad, G., 2012. Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC. *Phys. Lett.*, B716: 1–29.

Aaij, R., 2013. First Evidence for the Decay $B_s^0 \rightarrow \mu^+\mu^-$. *Phys. Rev. Lett.*, 110(2): 021801.

Aaij, R., 2013. First observation of CP violation in the decays of B_s^0 mesons. *Phys. Rev. Lett.*, 110(22): 221601.

Ade, P. A. R., 2014. Planck 2013 results. I. Overview of products and scientific results. *Astron. Astrophys.*, 571: A1.

Adeel Ajaib, M., Gogoladze, I., Shafi, Q., Un, C. S. 2013. A Predictive Yukawa Unified SO(10) Model: Higgs and Sparticle Masses. *JHEP*, 07: 139.

Altin, Z., Ozdal, O., Un, C. S. 2017. Muon $g-2$ in an Alternative Quasi-Yukawa Unification with Low Fine-Tuned Inverse SeeSaw Mechanism.

Alvarez-Gaume, L., Polchinski, J., Wise, M. B. 1983. Minimal Low-Energy Supergravity. *Nucl. Phys.*, B221: 495.

Alwall, J., Herquet, M., Maltoni, F., Mattelaer, O., Stelzer, T. 2011. MadGraph 5 : Going Beyond. *JHEP*, 06: 128.

Amhis, Y., 2012. Averages of B-Hadron, C-Hadron, and tau-lepton properties as of early 2012.

Asner, D., 2010. Averages of b -hadron, c -hadron, and τ -lepton properties.

ATLAS, T. 2013. Search for pair-produced top squarks decaying into a charm quark and the lightest neutralinos with 20.3 fb^{-1} of pp collisions at $\sqrt{s} = 8 \text{ TeV}$ with the ATLAS detector at the LHC.

ATLAS, T. 2015. Search for pair-production of gluinos decaying via stop and sbottom in events with b -jets and large missing transverse momentum in $\sqrt{s} = 13 \text{ TeV}$ pp collisions with the ATLAS detector.

Baer, H., Barger, V., Huang, P., Mustafayev, A., Tata, X. 2012. Radiative natural SUSY with a 125 GeV Higgs boson. *Phys. Rev. Lett.*, 109: 161802.

Baer, H., Kraml, S., Sekmen, S., Summy, H. 2008. Dark matter allowed scenarios for Yukawa-unified SO(10) SUSY GUTs. *JHEP*, 03: 056.

Baer, H., Tata, X. 2006. Weak Scale Supersymmetry. Cambridge University Press. New York, USA. p. 537.

Belanger, G., Boudjema, F., Pukhov, A., Singh, R. K. 2009. Constraining the MSSM with universal gaugino masses and implication for searches at the LHC. *JHEP*, 11: 026.

- Bilenky, S. M. 1981.** Introduction to the Physics of Electroweak Interactions. Pergamon Press. Moscow. p. 278.
- Binetruy, P. 2006.** Supersymmetry: Theory, Experiment, and Cosmology. Oxford University Press. Oxford, UK. p. 520.
- Bogoliubov, N. N., Shirkov, D. V. 1982.** Quantum Fields. Benjamin/Cummings Publishing Company. Moscow. p. 388.
- Calibbi, L., Li, T., Mustafayev, A., Raza, S. 2016.** Improving naturalness in gauge mediation with nonunified messenger sectors. *Phys. Rev.*, D93(11): 115018.
- Carena, M., Gori, S., Low, I., Shah, N. R., Wagner, C. E. M. 2013.** Vacuum Stability and Higgs Diphoton Decays in the MSSM. *JHEP*, 02: 114.
- Carena, M., Gori, S., Shah, N. R., Wagner, C. E. M. 2012.** A 125 GeV SM-like Higgs in the MSSM and the $\gamma\gamma$ rate. *JHEP*, 03: 014.
- Chatrchyan, S., 2013.** Observation of a new boson with mass near 125 GeV in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ and 8 TeV. *JHEP*, 06: 081.
- Chatrchyan, S., 2013.** Search for top-squark pair production in the single-lepton final state in pp collisions at $\sqrt{s} = 8$ TeV. *Eur. Phys. J.*, C73(12): 2677.
- Chkareuli, J. L., Gogoladze, I. G. 1998.** Unification picture in minimal supersymmetric SU(5) model with string remnants. *Phys. Rev.*, D58: 055011.
- Conte, E., Fuks, B., Serret, G. 2013.** MadAnalysis 5, A User-Friendly Framework for Collider Phenomenology. *Comput. Phys. Commun.*, 184: 222–256.
- de Favereau, J., Delaere, C., Demin, P., Giammanco, A., Lemaître, V., Mertens, A., Selvaggi, M. 2014.** DELPHES 3, A modular framework for fast simulation of a generic collider experiment. *JHEP*, 02: 057.
- Demir, D. A., Ün, C. S. 2014.** Stop on Top: SUSY Parameter Regions, Fine-Tuning Constraints. *Phys. Rev.*, D90: 095015.
- Dimopoulos, S., Georgi, H. 1981.** Softly Broken Supersymmetry and SU(5). *Nucl. Phys.*, B193: 150–162.
- Dimopoulos, S., Raby, S. 1981.** Supercolor. *Nucl. Phys.*, B192: 353–368.
- Dine, M., Fischler, W., Srednicki, M. 1981.** Supersymmetric Technicolor. *Nucl. Phys.*, B189: 575–593.
- Dirac, P. A. M. 1927.** Quantum theory of emission and absorption of radiation. *Proc. Roy. Soc. Lond.*, A114: 243.
- Drees, M., G. R. M., Roy, P. 2004.** Theory and Phenomenology of Sparticles. World Scientific Publishing. Singapore. p. 555.

- Ellis, J. R., Nanopoulos, D. V., Tamvakis, K. 1983.** Grand Unification in Simple Supergravity. *Phys. Lett.*, B121: 123–129.
- Ellwanger, U., Hugonie, C. 1999.** Constraints from charge and color breaking minima in the (M+1)SSM. *Phys. Lett.*, B457: 299–306.
- Elsayed, A., Khalil, S., Moretti, S. 2012.** Higgs Mass Corrections in the SUSY B-L Model with Inverse Seesaw. *Phys. Lett.*, B715: 208–213.
- Englert, F., Brout, R. 1964.** Broken Symmetry and the Mass of Gauge Vector Mesons. *Phys. Rev. Lett.*, 13: 321–323.
- Gildener, E. 1976.** Gauge Symmetry Hierarchies. *Phys. Rev.*, D14: 1667.
- Gildener, E. 1980.** GAUGE SYMMETRY HIERARCHIES REVISITED. *Phys. Lett.*, B92: 111–114.
- Girardello, L., Grisaru, M. T. 1982.** Soft Breaking of Supersymmetry. *Nucl. Phys.*, B194: 65.
- Glashow, S. L. 1961.** Partial Symmetries of Weak Interactions. *Nucl. Phys.*, 22: 579–588.
- Glatzer, J. 2016.** Inclusive top pair production at 7,8 and 13 TeV in ATLAS. *PoS, TOP2015*: 014.
- Gogoladze, I., He, B., Mustafayev, A., Raza, S., Shafi, Q. 2014.** Effects of Neutrino Inverse Seesaw Mechanism on the Sparticle Spectrum in CMSSM and NUHM2. *JHEP*, 05: 078.
- Gogoladze, I., He, B., Shafi, Q. 2013.** Inverse Seesaw in NMSSM and 126 GeV Higgs Boson. *Phys. Lett.*, B718: 1008–1013.
- Gogoladze, I., Khalid, R., Raza, S., Shafi, Q. 2011.** Higgs and Sparticle Spectroscopy with Gauge-Yukawa Unification. *JHEP*, 06: 117.
- Gogoladze, I., Mustafayev, A., Shafi, Q., Un, C. S. 2016.** Gauge Mediation Models with Adjoint Messengers. *Phys. Rev.*, D94(7): 075012.
- Gogoladze, I., Nasir, F., Shafi, Q. 2013.** Non-Universal Gaugino Masses and Natural Supersymmetry. *Int. J. Mod. Phys.*, A28: 1350046.
- Gogoladze, I., Nasir, F., Shafi, Q. 2013.** SO(10) as a Framework for Natural Supersymmetry. *JHEP*, 11: 173.
- Gogoladze, I., Shafi, Q., Un, C. S. 2012.** Higgs Boson Mass from t-b- τ Yukawa Unification. *JHEP*, 08: 028.
- Goldstone, J. 1961.** Field Theories with Superconductor Solutions. *Nuovo Cim.*, 19: 154–164.
- Group, T. E. W. 2009.** Combination of CDF and D0 Results on the Mass of the Top Quark.

- Guralnik, G. S., Hagen, C. R., Kibble, T. W. B. 1964.** Global Conservation Laws and Massless Particles. *Phys. Rev. Lett.*, 13: 585–587.
- Higgs, P. W. 1964.** Broken Symmetries and the Masses of Gauge Bosons. *Phys. Rev. Lett.*, 13: 508–509.
- Higgs, P. W. 1964.** Broken symmetries, massless particles and gauge fields. *Phys. Lett.*, 12: 132–133.
- Hisano, J., Murayama, H., Yanagida, T. 1993.** Nucleon decay in the minimal supersymmetric SU(5) grand unification. *Nucl. Phys.*, B402: 46–84.
- Hiçyılmaz, Y., Ceylan, M., Altas, A., Solmaz, L., Un, C. S. 2016.** Quasi Yukawa Unification and Fine-Tuning in U(1) Extended SSM. *Phys. Rev.*, D94(9): 095001.
- Huo, Y.-J., Li, T., Nanopoulos, D. V. 2011.** Canonical Gauge Coupling Unification in the Standard Model with High-Scale Supersymmetry Breaking. *JHEP*, 09: 003.
- Ibanez, L. E. 1982.** Locally Supersymmetric SU(5) Grand Unification. *Phys. Lett.*, B118: 73–78.
- Ibanez, L. E., Ross, G. G. 1982.** SU(2)-L x U(1) Symmetry Breaking as a Radiative Effect of Supersymmetry Breaking in Guts. *Phys. Lett.*, B110: 215–220.
- Inoue, K., Kakuto, A., Komatsu, H., Takeshita, S. 1982.** Aspects of Grand Unified Models with Softly Broken Supersymmetry. *Prog. Theor. Phys.*, 68: 927. [Erratum: *Prog. Theor. Phys.*70,330(1983)].
- Kaul, R. K., Majumdar, P. 1982.** Cancellation of Quadratically Divergent Mass Corrections in Globally Supersymmetric Spontaneously Broken Gauge Theories. *Nucl. Phys.*, B199: 36.
- Khalil, S., Un, C. S. 2016.** Muon Anomalous Magnetic Moment in SUSY B-L Model with Inverse Seesaw. *Phys. Lett.*, B763: 164–168.
- Kibble, T. W. B. 1967.** Symmetry breaking in nonAbelian gauge theories. *Phys. Rev.*, 155: 1554–1561.
- Langacker, P. 1981.** Grand Unified Theories and Proton Decay. *Phys. Rept.*, 72: 185.
- Langacker, P. 1995.** Structure of the standard model. *Adv. Ser. Direct. High Energy Phys.*, 14: 15–36.
- Lari, T. 2013.** Searches for direct pair production of third generation squarks with the ATLAS detector. *PoS, EPS-HEP2013*: 294.
- Li, T., Raza, S., Wang, X.-C. 2016.** Supernatural supersymmetry and its classic example: M-theory inspired NMSSM. *Phys. Rev.*, D93(11): 115014.
- Martin, S. P. 1997.** A Supersymmetry primer. [Adv. Ser. Direct. High Energy Phys.18,1(1998)].

Martinez Outschoorn, V. I. 2013. Search for Stop Pair Production at the LHC using the CMS Detector. *EPJ Web Conf.*, 60: 18003.

Moriyasu, K. 1983. An Elementary Primer for Gauge Theory. World Scientific Publishing. Singapore. p. 177.

Müller, H. J. W., Wiedemann, K. A. 1987. Supersymmetry: An Introduction with Conceptual and Computational Details. World Scientific Publishing. New Jersey, USA. p. 586.

Nakamura, K., 2010. Review of particle physics. *J. Phys.*, G37: 075021.

Olive, K. A., 2014. Review of Particle Physics. *Chin. Phys.*, C38: 090001.

Olive, K., Agashe, K., Amsler, C., Antonelli, M., Arguin, J.-F., Asner, D., Baer, H., Band, H., Barnett, R., Basaglia, T., Bauer, C., Beatty, J., Belousov, V., Beringer, J., Bernardi, G., Bethke, S., Bichsel, H., Biebel, O., Blucher, E., Blusk, S., Brooijmans, G., Buchmueller, O., Burkert, V., Bychkov, M., Cahn, R., Carena, M., Ceccucci, A., Cerri, A., Chakraborty, D., Chen, M.-C., Chivukula, R., Copic, K., Cowan, G., Dahl, O., Ambrosio, G. D., Damour, T., de Florian, D., de Gouvea, A., DeGrand, T., de Jong, P., Dissertori, G., Dobrescu, B., Doser, M., Drees, M., Dreiner, H., Edwards, D., Eidelman, S., Erler, J., Ezhela, V., Fetscher, W., Fields, B., Foster, B., Freitas, A., Gaiser, T., Gallagher, H., Garren, L., Gerber, H.-J., Gerbier, G., Gershon, T., Gherghetta, T., Golwala, S., Goodman, M., Grab, C., Gritsan, A., Grojean, C., Groom, D., Grunewald, M., Gurtu, A., Gutsche, T., Haber, H., Hagiwara, K., Hanhart, C., Hashimoto, S., Hayato, Y., Hayes, K., Heffner, M., Heltsley, B., Hernandez-Rey, J., Hikasa, K., Hocker, A., Holder, J., Holtkamp, A., Huston, J., Jackson, J., Johnson, K., Junk, T., Kado, M., Karlen, D., Katz, U., Klempt, S. K. E., Kowalewski, R., Krauss, F., Kreps, M., Krusche, B., Kuyanov, Y., Kwon, Y., Lahav, O., Laiho, J., Langacker, P., Liddle, A., Ligeti, Z., Lin, C.-J., Liss, T., Littenberg, L., Lugovsky, K., Lugovsky, S., Maltoni, F., Mannel, T., Manohar, A., Marciano, W., Martin, A., Masoni, A., Matthews, J., Milstead, D., Molaro, P., Monig, K., Moortgat, F., Mortonson, M., Murayama, H., Nakamura, K., Narain, M., Nason, P., Navas, S., Neubert, M., Nevski, P., Nir, Y., Pape, L., Parsons, J., Patrignani, C., Peacock, J., Pennington, M., Petcov, S., Piepke, A., Pomarol, A., Quadt, A., Raby, S., Rademacker, J., Raffelt, G., Ratcliff, B., Richardson, P., Ringwald, A., Roesler, S., Rolli, S., Romaniouk, A., Rosenberg, L., Rosner, J., Rybka, G., Sachrajda, C., Sakai, Y., Salam, G., Sarkar, S., Sauli, F., Schneider, O., Scholberg, K., Scott, D., Sharma, V., Sharpe, S., Silari, M., Sjostrand, T., Skands, P., Smith, J., Smoot, G., Spanier, S., Spieler, H., Spiering, C., Stahl, A., Stanev, T., Stone, S., Sumiyoshi, T., Syphers, M., Takahashi, F., Tanabashi, M., Terning, J., Tiator, L., Titov, M., Tkachenko, N., Tornqvist, N., Tovey, D., Valencia, G., Venanzoni, G., Vincter, M., Vogel, P., Vogt, A., Wakely, S., Walkowiak, W., Walter, C., Ward, D., Weiglein, G., Weinberg, D., Weinberg, E., White, M., Wiencke, L., Wohl, C., Wolfenstein, L., Womersley, J., Woody, C., Workman, R., Yamamoto, A., Yao, W.-M., Zeller, G., Zenin, O., Zhang, J., Zhu, R.-Y., Zimmermann, F., Zyla, P. 2014. [Review of particle physics](#). *Chinese Physics C*, 38(090001): .

O’Raifeartaigh, L. 1975. Spontaneous Symmetry Breaking for Chiral Scalar Superfields. *Nucl. Phys.*, B96: 331–352.

- Porod, W. 2003.** SPheno, a program for calculating supersymmetric spectra, SUSY particle decays and SUSY particle production at e+ e- colliders. *Comput. Phys. Commun.*, 153: 275–315.
- Porod, W., Staub, F. 2012.** SPheno 3.1: Extensions including flavour, CP-phases and models beyond the MSSM. *Comput. Phys. Commun.*, 183: 2458–2469.
- Salam, A. 1968.** Weak and Electromagnetic Interactions. *Conf. Proc.*, C680519: 367–377.
- Salam, A., Strathdee, J. A. 1978.** Supersymmetry and Superfields. *Fortsch. Phys.*, 26: 57.
- Salam, A., Ward, J. C. 1961.** On a Gauge Theory of Elementary Interactions. *Nuovo Cim.*, 19: 165–170.
- Salam, A., Ward, J. C. 1964.** Electromagnetic and weak interactions. *Phys. Lett.*, 13: 168–171.
- Schwinger, J. 1948.** On quantum-electrodynamics and the magnetic moment of the electron. *Phys. Rev.*, 73: 416–417.
- Srivastava, P. P. 1986.** Supersymmetry, Superfields and Supergravity: An Introduction. IOP Publishing. Bristol, UK. p. 162.
- Staub, F. 2008.** SARA H.
- Staub, F. 2011.** Automatic Calculation of supersymmetric Renormalization Group Equations and Self Energies. *Comput. Phys. Commun.*, 182: 808–833.
- Susskind, L. 1979.** Dynamics of Spontaneous Symmetry Breaking in the Weinberg-Salam Theory. *Phys. Rev.*, D20: 2619–2625.
- Trimble, V. 1987.** Existence and Nature of Dark Matter in the Universe. *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, 25: 425–472.
- Veltman, M. J. G. 1981.** The Infrared - Ultraviolet Connection. *Acta Phys. Polon.*, B12: 437.
- Weinberg, S. 1967.** A Model of Leptons. *Phys. Rev. Lett.*, 19: 1264–1266.
- Weinberg, S. 1976.** Implications of Dynamical Symmetry Breaking. *Phys. Rev.*, D13: 974–996.
- Weinberg, S. 1979.** Gauge Hierarchies. *Phys. Lett.*, B82: 387–391.
- Weinberg, S. 1979.** Implications of Dynamical Symmetry Breaking: An Addendum. *Phys. Rev.*, D19: 1277–1280.
- Wess, J., Bagger, J. 1992.** Supersymmetry and Supergravity. Princeton University Press. New Jersey, USA. p. 259.
- Wess, J., Zumino, B. 1974.** Supergauge Transformations in Four-Dimensions. *Nucl. Phys.*, B70: 39–50.

Witten, E. 1981. Dynamical Breaking of Supersymmetry. *Nucl. Phys.*, B188: 513.

Yang, C.-N., Mills, R. L. 1954. Conservation of Isotopic Spin and Isotopic Gauge Invariance. *Phys. Rev.*, 96: 191–195.



EKLER

EK 1	Wess-Zumino Model
EK 2	Süperuzay ve Süperalanlar



EK 1

Wess-Zumino Model

Fizikte simetri prensibi önemli bir rol oynar. Önceki bölümlerde tartışıldığı gibi gerek global gerekse lokal olsun, simetriler korunum yasalarını anlamamızı sağladığı gibi, etkileşimlerin de hangi formlarda olabileceğini gösterir. Süpersimetri, bozonlar ve fermiyonlar arasında bir simetri tanımlar. Q süpersimetrik dönüşüm operatörü ile spin-0 skaler, spin-1/2 fermiyon, spin-1 vektör alanlarını birbirlerine dönüştürür (Martin 1997).

$$Q|Bozon\rangle = |\text{Fermiyon}\rangle \quad Q|\text{Fermiyon}\rangle = |Bozon\rangle \quad (1)$$

Uzay-zaman ve iç simetrisini birleştirerek, bozonları ve fermiyonları aynı süperçoklu içinde tanımlanmasını sağlar. İlk olarak böyle bir simetrisinin üreticileri, tam sayı spinli alanı, (vektör, skaler) yarım tam sayılı alana (spinör) çevirdiği için spinör indisleri taşımalıdır. Dolayısıyla süpersimetrisinin jeneratörleri fermiyoniktir ve anti-komütasyon ilişkisine uyar.

Süpersimetrisinin doğası gereği Lagranjiyen, birbirinin süpereşi olan farklı spinli alanlardan oluşmalıdır. İçerisinde sadece bir tane iki bileşenli Weyl fermiyonu ve bir de onun süpereşi olan kompleks skaler bulunan en basit süpersimetrik Lagranjiyen'den oluşmuş modele, eğer etkileşim ve kütle terimleri içermiyorsa, kütsüz ve etkileşimsiz Wess-Zumino modeli denir (Wess ve Zumino 1974; Martin 1997). Burada skalerin kompleks seçilmesinin nedeni, iki bileşenli Weyl fermiyonu ile süperesinin serbestlik derecesinin eşit olmasını sağlamaktır. Fermiyon ve skaler alanın kinetik terimleri,

$$\mathcal{L}_{\text{Fermiyon}} = i\psi^\dagger \bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \psi \quad \mathcal{L}_{\text{Skaler}} = -\partial^\mu \phi^* \partial_\mu \phi \quad (2)$$

ile verilir. Verilen bu iki Lagranjiyen için alan teorisinden bildiğimiz aksiyon integrali,

$$S = \int d^4x (\mathcal{L}_{\text{Skaler}} + \mathcal{L}_{\text{Fermiyon}}) \quad (3)$$

şeklinde yazılabilir. Fermiyon alanı ve kompleks skaler alan, süpersimetrik bir dönüşümle birbirlerine dönüştürülebilirler. Fermiyon alanını skaler alana dönüştürecek olan süpersimetrik dönüşüm ifadesi,

$$\delta\phi = \epsilon\psi \quad \delta\phi^* = \epsilon^\dagger\psi^\dagger \quad (4)$$

şeklinde yazılabilir. Burada fermiyonu dönüştürmek için kullanılan, yani süpersimetrik dönüşümü parametrize eden, ϵ sonsuz küçük, anti-komütasyon ilişkilerine uyan, iki bileşenli Weyl fermiyonuna benzer bir nesnedir. ϵ global süpersimetri dönüşümleri için konumdan bağımsız ve sabittir ($\partial_\mu\epsilon = 0$). Eğer konuma bağlı olsaydı ($\partial_\mu\epsilon(x) \neq 0$), aksiyon integrali lokal süpersimetri dönüşümleri altında değişmeden kalmadığı için, graviton (spin-2) ve süpereşi gravitino (spin-3/2) gibi ek alanlara ihtiyaç duyulacaktı. Süpersimetrik dönüşümün global olduğu kabul edilerek devam edilirse, skaler Lagranjiyen'in dönüşümü,

$$\delta\mathcal{L}_{Skaler} = -\epsilon\partial^\mu\psi\partial_\mu\phi^* - \epsilon^\dagger\partial^\mu\psi^\dagger\partial_\mu\phi \quad (5)$$

ifadesi ile verilir. Denklem 3 ile verilen aksiyon integralinin, alan teorisi gereği olarak, süpersimetrik dönüşümler altında değişmeden kalması gerekir. Fermiyon Lagranjiyen'i için dönüşüm,

$$\delta\psi_a = -i(\sigma^\mu\epsilon)_a^\dagger\partial_\mu\phi \quad \delta\psi_a^\dagger = i(\epsilon\sigma^\mu)_a\partial_\mu\phi^* \quad (6)$$

ve

$$\delta\mathcal{L}_{Fermiyon} = -\epsilon\sigma^\mu\bar{\sigma}^\nu\partial_\nu\psi\partial_\mu\phi^* + \psi^\dagger\bar{\sigma}^\nu\bar{\sigma}^\mu\epsilon^\dagger\partial_\mu\partial_\nu\phi \quad (7)$$

şeklinde olur. Pauli spin matrisleri için, $a = 1, 2$ ve $\dot{a} = \dot{1}, \dot{2}$ Grassman sayıları olmak üzere, eşitlikler ve kısmi türev komütasyon ilişkisi,

$$\begin{aligned} [\sigma^\mu\bar{\sigma}^\nu + \sigma^\nu\bar{\sigma}^\mu]_a^b &= -2\eta^{\mu\nu}\delta_a^b \\ [\bar{\sigma}^\mu\sigma^\nu + \bar{\sigma}^\nu\sigma^\mu]_{\dot{a}}^{\dot{b}} &= -2\eta^{\mu\nu}\delta_{\dot{a}}^{\dot{b}} \\ [\partial_\mu, \partial_\nu] &= 0 \\ \partial^\mu &= \eta^{\mu\nu}\partial_\nu \end{aligned} \quad (8)$$

ve aşağıdaki eşitlik kullanılırsa,

$$\begin{aligned}
-\partial_\mu (\epsilon\sigma^\nu\bar{\sigma}^\mu\psi\partial_\nu\phi^* + \epsilon\psi\partial^\mu\phi^* + \epsilon^\dagger\psi^\dagger\partial^\mu\phi) &= \\
&- \epsilon\sigma^\nu\bar{\sigma}^\mu\partial_\mu\psi\partial_\nu\phi^* - \epsilon\sigma^\nu\bar{\sigma}^\mu\psi\partial_\mu\partial_\nu\phi^* \\
&- \epsilon\partial_\mu\psi\partial^\mu\phi^* - \epsilon\psi\partial_\mu\partial^\mu\phi^* \\
&- \epsilon^\dagger\partial_\mu\psi^\dagger\partial^\mu\phi - \epsilon^\dagger\psi^\dagger\partial_\mu\partial^\mu\phi
\end{aligned} \quad (9)$$

fermion Lagranjiyen'indeki değişim,

$$\begin{aligned}
\delta\mathcal{L}_{Fermiyon} &= \epsilon\partial^\mu\psi\partial_\mu\phi^* + \epsilon^\dagger\partial^\mu\psi^\dagger\partial_\mu\phi \\
&- \partial_\mu (\epsilon\sigma^\nu\bar{\sigma}^\mu\psi\partial_\nu\phi^* + \epsilon\psi\partial^\mu\phi^* + \epsilon^\dagger\psi^\dagger\partial^\mu\phi)
\end{aligned} \quad (10)$$

olarak elde edilir. Denklem 10'da ilk iki terim aksiyon integraline skalerlerden gelen katkıyı ortadan kaldırırken, son terim toplam türev ifadesidir. Süpersimetrik dönüşümler altında aksiyon değişmeden kalır.

$$\delta S = \int d^4x (\delta\mathcal{L}_{Skaler} + \delta\mathcal{L}_{Fermiyon}) = 0 \quad (11)$$

Kütle kabuğunda çalışırken, süpersimetrik Lagranjiyen içerisindeki fermiyon ve skalerin serbestlik derecesi 2 olduğu için herhangi bir problemle karşılaşılmaz. Fakat kütle kabuğu dışına çıkıldığında, yani alanların hareket denklemlerini sağlamadığı koşulda, fermiyonun serbestlik derecesi 4, skaler alanın serbestlik derecesi 2'dir. Teorinin kütle kabuğu dışında da geçerli olabilmesi için ek olarak 2 serbestlik derecesine ihtiyaç vardır. 2 serbestlik derecesine sahip ek yardımcı bir alanla bu problem ortadan kaldırılabilir. Ancak, eklenen bu yeni alanın kütle kabuğunda serbestlik derecesinin korunması için kinetik terimi olmaması gerekir. Bu tip alanlara yardımcı (auxiliary) alan ismi verilir. Daha sonra görüleceği üzere, ayar alanları teoriye dahil edildiğinde yine serbestlik derecelerini korumak için yardımcı alana ihtiyaç duyulacaktır. Şimdilik teori içerisinde sadece bir skaler ve bir fermiyon olduğu için bir tane F yardımcı alanı yeterlidir. Yardımcı alan için Lagranjiyen ifadesi aşağıdaki gibi verilir.

$$\mathcal{L}_{yar.} = FF^* \quad (12)$$

Yardımcı alanlar, süpersimetri dönüşüm kurallarına dahil edilebilir ve ψ 'nin hareket denklemi gibi dönüşürler.

$$\delta F = -i\epsilon^\dagger \bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \psi \quad \delta F^* = i\partial_\mu \psi^\dagger \bar{\sigma}^\mu \epsilon \quad (13)$$

F teriminden gelen yeni ekstra terimler ile birlikte ψ ve ψ^\dagger 'in dönüşümü,

$$\delta\psi_a = -i(\sigma^\mu \epsilon^\dagger)_a \partial_\mu \phi + \epsilon_a F \quad \delta\psi_a^\dagger = -i(\epsilon \sigma^\mu)_a \partial_\mu \phi^* + \epsilon_a F^* \quad (14)$$

şeklinde verilir. Lagranjiyenin yeni formu artık F terimini de içerir.

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{Skaler} + \mathcal{L}_{Fermiyon} + \mathcal{L}_{yar}. \quad (15)$$

Yardımcı alanlar serbestlik derecelerini eşitlemek dışında, süpersimetrinin kırılmasında da önemli bir rol oynarlar. Wess-Zumino modeli içerisinde artık, bir skaler, bir Weyl fermiyonu ve bir de yardımcı alan içeren süperçoklu oluşturulabilir.

Wess-Zumino Modeli için Etkileşimler

Wess-Zumino modelinin içerisine etkileşim terimleri de eklenebilir. Bunu yapmak için, sadece birer alan değil modelin içerisinde birçok alan olması gerekir. Yani modelde artık bir süperçoklu yerine birden fazla süperçoklu bulunmaktadır. Süperçoklular, skaler alanlardan (ϕ_i), sol-elli Weyl fermiyonlarından (ψ_i) ve yardımcı alanlardan (F_i) oluşturulabilir. Bir önceki bölümde serbest Lagranjiyen,

$$\mathcal{L}_{serbest} = -\partial^\mu \phi^{*i} \partial_\mu \phi_i + i\psi^\dagger \bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \psi_i + F^{*i} F_i \quad (16)$$

şeklinde bulunmuştu. Süpersimetrik dönüşümler altında değişmeden kalan etkileşim Lagranjiyeni,

$$\mathcal{L}_{etk.} = \left(-\frac{1}{2} W^{ij} \psi_i \psi_j + W^i F_i \right) + k.e \quad (17)$$

ile verilir. W^{ij} ve W^i , ϕ_i ve ϕ_j 'ye bağlı fonksiyonlardır. Etkileşim Lagranjiyen'inde sadece spinörleri içeren kısmın varyasyonu alınırsa,

$$\delta\mathcal{L}_{etk.} = \left[-\frac{1}{2} \frac{\delta W^{ij}}{\delta\phi_k} (\epsilon\psi_k)(\psi_i\psi_j) - \frac{1}{2} \frac{\delta W^{ij}}{\delta\phi^{*k}} (\epsilon^\dagger\psi^{\dagger k})(\psi_i\psi_j) \right] + k.e \quad (18)$$

ifadesi elde edilir. $(\epsilon\psi_k)(\psi_i\psi_j)$ ile orantılı terim başka bir terim tarafından yok edilemez. Fakat, Fierz tanımı kullanılırsa,

$$(\epsilon\psi_i)(\psi_j\psi_k) + (\epsilon\psi_j)(\psi_k\psi_i) + (\epsilon\psi_k)(\psi_i\psi_j) = 0 \quad (19)$$

$\delta\mathcal{L}$ 'ye bu terimden gelecek katkı, yalnızca $\delta W^{ij}/\delta\phi_k$, i, j, k'ların yerdeğiştirmesi altında simetrik kalırsa, ortadan kalkar. Ancak, $(\epsilon^\dagger\psi^{\dagger k})(\psi_i\psi_j)$ ile orantılı terimi ortadan kaldırmak için böyle bir tanım yoktur. Bu nedenle, $\delta W^{ij}/\delta\phi^{*k}$ teriminin ortadan kalkabilmesi için W^{ij} fonksiyonu ϕ^{*k} alanını içermemelidir. W^{ij} fonksiyonu, ϕ^{*k} kompleks alanlarında holomorftir (kompleks analitik). Diğer bir deyişle W^{ij} fonksiyonu, alanın kendisine bağlı olabilirken, kompleks eşleniğine bağlı olamaz ($\delta W^{ij}/\delta\phi^{*k} = 0$). W^{ij} fonksiyonu artık aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$W^{ij} = M^{ij} + y^{ijk}\phi_k \quad (20)$$

Burada kullanılan M^{ij} fermiyon alanları için simetrik kütle matrisi ve y^{ijk} , $\phi_k\psi_i\psi_j$ için Yukawa çiftlenimidir. W^{ij} 'yi,

$$W^{ij} = \frac{\delta^2}{\delta\phi_i\delta\phi_j} W \quad (21)$$

şeklinde tanımlarsak, yeni W fonksiyonu,

$$W = \frac{1}{2}M^{ij}\phi_i\phi_j + \frac{1}{6}y^{ijk}\phi_i\phi_j\phi_k \quad (22)$$

olarak elde edilir. W fonksiyonu süperpotansiyel olarak bilinir. $\delta\mathcal{L}_{etk.}$ 'nin uzay-zaman türevi içeren kısmı,

$$\delta\mathcal{L}_{etk.\partial} = (iW^{ij}\partial_\mu\phi_j\psi_j\sigma^\mu\epsilon^\dagger + iW^i\partial_\mu\psi_i\sigma^\mu\epsilon^\dagger) + k.e \quad (23)$$

olarak verilir. Denklem 21'i kullanarak,

$$W^{ij}\partial_\mu\phi_j = \partial_\mu\left(\frac{\delta W}{\delta\phi_i}\right) \quad (24)$$

ifadesi elde edilir. Eğer,

$$W^i = \frac{\delta W}{\delta\phi_i} = M^{ij}\phi_i\phi_j + \frac{1}{2}y^{ijk}\phi_j\phi_k \quad (25)$$

olursa denklem 23 ifadesi toplam türev olur. Süperpotansiyeye lineer terim de eklenerek,

$$W = L^i\phi_i + \frac{1}{2}M^{ij}\phi_i\phi_j + \frac{1}{6}y^{ijk}\phi_i\phi_j\phi_k \quad (26)$$

ifadesi elde edilir. L^i parametresi sadece Lagranjiyen'in skaler kısmını etkiler. Bu şekildeki lineer terimler sadece, ϕ_i ayar teklisi olduğunda izinlidir. F terimlerinin hareket denklemlerini kullanarak,

$$F_i = -W_i^* \quad F^{*i} = -W^i \quad (27)$$

ifadeleri elde edilebilir. Serbest ve etkileşim Lagranjiyen'inde denklem 27 yerine koyulursa, $\mathcal{L}_{serbest} + \mathcal{L}_{etk.}$ toplamı,

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= -\partial^\mu\phi^{*i}\partial_\mu\phi_i + i\psi^\dagger\bar{\sigma}^\mu\partial_\mu\psi_i \\ &- \frac{1}{2}(W^{ij}\psi_i\psi_j + W_{ij}^*\psi^\dagger_i\psi^\dagger_j) - W^iW_i^* \end{aligned} \quad (28)$$

olarak elde edilir. Teorinin skaler potansiyeli, süperpotansiyel terimleri cinsinden,

$$\begin{aligned} V(\phi, \phi^*) &= M_{ij}^*M^{kj}\phi^{*i}\phi_j + \frac{1}{2}M^{in}y_{jkn}^*\phi_i\phi^{*j}\phi^{*k} \\ &+ \frac{1}{2}M_{in}^*y^{jkn}\phi^{*i}\phi_j\phi_k + \frac{1}{4}y^{ijn}y_{klm}^*\phi_i\phi_j\phi^{*k}\phi^{*l} \end{aligned} \quad (29)$$

verilebilir. Teori için bütün Lagranjiyen,

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = & -\partial^\mu \phi^{*i} \partial_\mu \phi_i + i\psi^{\dagger i} \bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \psi_i - \frac{1}{2} M^{ij} \psi_i \psi_j - \frac{1}{2} M_{ij}^* \psi^{\dagger i} \psi^{\dagger j} \\ & - \frac{1}{2} y^{ijk} \phi_i \psi_j \psi_k - \frac{1}{2} y_{ijk}^* \phi^{*i} \psi^{\dagger j} \psi^{\dagger k} - V(\phi, \phi^*)\end{aligned}\quad (30)$$

olarak elde edilir. En son elde edilen Lagranjiyen'den de anlaşılacağı üzere, skaler ve fermiyon alanlarının kütleleri aynı kütle matrisi tarafından tanımlanır ve süperleşlerin kütleleri dejeneredir. Fakat, deneysel sonuçlar doğada parçacıkların süperleşleri ile aynı kütleye sahip olmadığını gösterdi. Parçacıklar ve onların süperleşleri arasındaki kütle farkının sebebi ise süpersimetrisinin kırılmış bir simetri olmasıdır.

Süpersimetri Kırılması

Süpersimetride skaler potansiyel F ve D yardımcı alanları cinsinden,

$$-V_{skaler} = -\frac{1}{2} \sum_A D_A D_A - \sum_i |F_i|^2 \quad (31)$$

şeklinde verilir. Süpersimetrisinin kırılması F veya D yardımcı alanlarının vakum beklenen değer geliştirmesiyle gerçekleşir ve sırası ile bu kırılma mekanizmalarına F-tipi, D-tipi süpersimetri kırılması ismi verilir.

O'Raifeartaigh Model

O'Raifeartaigh model (O'Raifeartaigh 1975), en basit kendiliğinden F-tipi süpersimetri kırılma mekanizmasını açıklamak için kurulmuş en az üç süperalandan oluşan bir modeldir. O'Raifeartaigh model için süperalanlar,

$$\begin{aligned}A &= a + \sqrt{2}\theta\psi_a + \theta\theta F_a \\ X &= x + \sqrt{2}\theta\psi_x + \theta\theta F_x \\ Y &= y + \sqrt{2}\theta\psi_y + \theta\theta F_y\end{aligned}\quad (32)$$

şeklinde verilebilir. Bu model için süperpotansiyel,

$$W(A, X, Y) = \lambda AY gX(A^2 - M^2) \quad (33)$$

olarak tanımlanır ve g, λ, M gerçel ve sıfırdan farklı parametrelerdir. F yardımcı alanları için süperpotansiyelle ilişkisi,

$$\begin{aligned} \frac{\partial W(A_i, \dots, A_n)}{\partial A_i} &= W_i \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial F_i^*(x)} &= F_i(x) + W_i^* = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial F_i(x)} &= F_i^*(x) + W_i = 0 \end{aligned} \quad (34)$$

şeklinde verilebilir. Bu ilişkilerden yararlanılarak yardımcı alanlara ait ifadeler elde edilebilir.

$$\begin{aligned} F_A^* &= \frac{\partial W(a, x, y)}{\partial a} = \lambda y + 2gax \\ F_X^* &= \frac{\partial W(a, x, y)}{\partial x} = g(a^2 - M^2) \\ F_Y^* &= \frac{\partial W(a, x, y)}{\partial y} = \lambda a \end{aligned} \quad (35)$$

Aşağıda verilen denklem setini sağlayan bir çözüm varsa süpersimetri kırılmadan kalır.

$$\frac{\partial W(a, x, y)}{\partial a} = \frac{\partial W(a, x, y)}{\partial x} = \frac{\partial W(a, x, y)}{\partial y} = 0 \quad (36)$$

Çözümlere bakılacak olursa,

$$\begin{aligned} \lambda y + 2gax &= 0 \\ g(a^2 - M^2) &= 0 \\ \lambda a &= 0 \end{aligned} \quad (37)$$

ise,

$$\begin{aligned}y &= -\frac{2gax}{\lambda} \\a &= \sqrt{M^2/g} \\a &= 0 \quad (\lambda \neq 0)\end{aligned}\tag{38}$$

denklemleri elde edilir. $a = 0$ ile $a = \sqrt{M^2/g}$ denklemleri aynı anda, g ve M 'in sıfırdan farklı değerleri olduğu için, sağlanması mümkün değil. Böylece, F_a , F_x , F_y alanlarından en az biri vakum beklenen değer geliştirir ve süpersimetri kendiliğinden kırılır.

Potansiyelin taban durumunu elde etmek için potansiyeli minimize etmemiz gerekir. Skaler potansiyel, süperpotansiyelle ilişkili olarak,

$$\begin{aligned}V &= \frac{\partial W}{\partial a} + \frac{\partial W}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial y} \\&= |\lambda y + 2gax|^2 + g^2|a^2 - M^2| + \lambda^2|a|^2\end{aligned}\tag{39}$$

şeklinde yazılır. Potansiyelin, x ve y ile verilen skaler alanlara göre türev alınır ve minimize edilirse,

$$\begin{aligned}\frac{\partial V}{\partial x} &= (\lambda y^* + 2x^* a^*)2ga = 0 \\ \frac{\partial V}{\partial y} &= (\lambda y^* + 2x^* a^*)\lambda = 0\end{aligned}\tag{40}$$

denklemleri edilir. Denklem 38 ile verilen ifadelerden $y = -2gax/\lambda$ koşulu sağlandığı sürece son bulduğumuz denklemler de sağlanır. $y = -2gax/\lambda$ eşitliğini denklem 39'de y yerine koyarsak elde edeceğimiz yeni potansiyel x ve y skaler alanlarından bağımsız olur.

$$\begin{aligned}V(a, a^*) &= g^2|a^2 - M^2|^2 + \lambda^2|a|^2 \\ \frac{\partial V}{\partial a} &= a^* \lambda^2 + 2g^2(a^{*2} - M^2)a = 0\end{aligned}\tag{41}$$

Son bulduğumuz potansiyel ifadesinden a 'nın gerçel olması gerekmektedir. a skaler alanını gerçel kabul ederek potansiyel ifadesi yeniden yazılırsa,

$$\frac{\partial V}{\partial a} = a [\lambda^2 + 2g^2(a^2 - M^2)] = 0 \quad (42)$$

denklemini elde edilir. Denklem 42 için çözümlerden biri $a = a_1 = 0$ olduğu durumdur. $a = a_1 = 0$ son bulduğumuz potansiyel ifadesinde yerine yazarsak,

$$V(a_1 = 0) = g^2 M^4 \quad (43)$$

V potansiyelinin $a = a_1 = 0$ ekstreum noktasındaki değerini elde ederiz. Potansiyelin ikinci dereceden türevini alırsak,

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 V}{\partial a^2} &= \lambda^2 + 6g^2 a^2 - 2g^2 M^2 \\ \left(\frac{\partial^2 V}{\partial a^2} \right)_{a=0} &= 2g^2 \left(\frac{\lambda^2}{2g^2} - M^2 \right) < 0 \end{aligned} \quad (44)$$

$a = a_1 = 0$ noktasının $M^2 > \lambda^2/2g^2$ için yerel maksimum noktası olduğu görülür. Denklem 42 için diğer çözümler ise,

$$\lambda^2 + 2g^2(a^2 - M^2) = 0 \quad (45)$$

ile verilen ikinci dereceden denklemin kökleridir.

$$a_2, a_3 = \pm \left(M^2 - \frac{\lambda^2}{2g^2} \right)^{1/2} \quad (46)$$

a_2 ve a_3 ekstreum noktalarında potansiyelin değeri,

$$V(a_2, a_3) = \lambda^2 \left(M^2 - \frac{\lambda^2}{4g^2} \right) \quad (47)$$

olur. Yine skaler potansiyelin a alanına göre ikinci dereceden türevini alırsak,

$$\left(\frac{\partial^2 V}{\partial a^2} \right)_{a_2, a_3} = 4g^2 \left(M^2 - \frac{\lambda^2}{2g^2} \right) > 0 \quad (48)$$

a_2 ve a_3 çözümlerinin $M^2 > \lambda^2/2g^2$ için skaler potansiyelin minimumu olduğu görülür. $M^2 > \lambda^2/2g^2$ seçimi ile potansiyelin mutlak minimumu,

$$a_2, a_3 = \pm \left(M^2 - \frac{\lambda^2}{2g^2} \right)^{1/2} \quad (49)$$

noktalarındadır ve $V(a_2, a_3) > 0$ 'dır. Denklem 41'de verilen potansiyel, $U(1)$ faz simetrisine $a \rightarrow e^{i\alpha}a$ sahiptir.

$$\begin{aligned} V(a) &= g^2 (a^2 - M^2)^2 + \lambda^2 a^2 \\ &= g^2 M^4 + a^2 (\lambda^2 - 2M^2 g^2) + g^2 a^4 \end{aligned} \quad (50)$$

$U(1)$ faz simetrisinin kırılması sadece $(\lambda^2 - 2M^2 g^2) < 0$ koşulu sağlandığında gerçekleşir. Bu Higgs mekanizmasındaki negatif kütle teriminin simetriyi kırmasına benzerdir. Potansiyelin çözümlerine göre karşımıza iki durum çıkar. İlk durumda eğer,

$$(\lambda^2 - 2M^2 g^2) > 0 \quad (51)$$

olursa iç simetri kırılmaz. $M^2 < \lambda^2/2g^2$ koşulu sağlanır, $a = a_1 = 0$ çözümü ile birlikte potansiyelin mutlak minimumu $V(a_1 = 0) = g^2 M^4 > 0$ değerini alır ve sadece süpersimetri kırılır. İkinci durumda eğer,

$$(\lambda^2 - 2M^2 g^2) < 0 \quad (52)$$

olursa $M^2 > \lambda^2/2g^2$ koşulu sağlanır a_1, a_2 çözümleri potansiyelin mutlak minimumunu verir ve hem iç simetri hem de süpersimetri kırılır.

Wess-Zumino Model bölümünde görüldüğü üzere, aynı süperçoklu içerisinde tanımlanan süperalan bileşeni süpereşler aynı kütleyle sahiptir. Fakat, süpersimetri kırıldıktan sonra, süperçoklu içerisindeki süpereşlerin kütleleri birbirinden farklı olacağı için, aynı süperalan içerisinde süpereşleri tanımlamak artık mümkün değildir. Süpersimetri kırıldıktan sonra, Standart Model parçacıkları ile süpereşleri birbirlerinden ayrılırlar ve farklı kütlelere sahip olurlar.

EK 2

Süperuzay ve Süperalanlar

Süpersimetrik modeller inşa edebilmek için, bozonik ve fermiyonik durumların aynı uzayda tanımlanabildiği yeni bir formalizm gerekmektedir (Salam ve Strathdee 1978). Bunu daha iyi anlamak için şu örnek verilebilir, üç-boyutlu Öklidiyen uzayda tanımlanmış bir teorinin Lorentz ya da Poincare dönüşümleri altında değişmeden kalması beklenebilir, dolayısıyla bu teorinin 4-boyutlu Minkowski uzayına göre yeniden düzenlenmesi gerekmektedir. Benzer şekilde, süpersimetrik dönüşümler altında modelin Lagranjyen'i değişmeden kalabilmesi için, Minkowski uzayının genişletilmesi gerekmektedir. Minkowski uzayında 4 tane bozonik uzay-zaman koordinatı bulunur. Bozonik denmesinin sebebi, komütasyon ilişkileri ile tanımlanmalarıdır. Fakat daha sonra da görüleceği üzere, bozonlar ve fermiyonlar aynı süperçoklunun içerisinde bulunur. Bu nedenle uzay-zaman koordinatına ek olarak 4 tane de x^μ 'den bağımsız fermiyonik koordinat gerekmektedir. İki bileşenli Weyl spinörleri gibi dönüşen ve anti-komütasyon ilişkilerine uyan Grassman sayıları fermiyonik koordinatları tanımlamak için en iyi adaydır. Böylece süperuzayın elemanları, 4 tane bozonik uzay-zaman koordinatı (x^μ) ve bunlara ek olarak x^μ 'den bağımsız 4 tane de Grassman değişkenlerinden ($\theta_a, \bar{\theta}_i$) oluşur ve 8 boyutlu bir uzay gibi düşünülebilir. Süperuzay içerisinde tanımlanacak herhangi bir fonksiyon, $x^\mu, \theta_a, \bar{\theta}_i$ cinsinden tanımlanır. $\eta_{\mu\nu}$ düz uzay-zaman için Minkowski metriği olmak üzere, düz süperuzay için metrik (η_{MN}) aşağıdaki gibi tanımlanabilir (Srivastava 1986).

$$\eta_{MN} = \begin{pmatrix} \eta_{\mu\nu} & 0 \\ 0 & iC \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} \epsilon_{ab} & 0 \\ 0 & \epsilon^{\dot{a}\dot{b}} \end{pmatrix} \quad (53)$$

Daha önce de söylendiği gibi ϵ^{ab} anti-simetrik metrik tensör gibi davranır.

$$\epsilon^{ab} = \epsilon^{\dot{a}\dot{b}} = i\sigma^2 \quad \epsilon_{ab} = \epsilon_{\dot{a}\dot{b}} = -i\sigma^2 \quad (54)$$

Grassman değişkenleri anti-komütasyon ilişkilerine uyduğu için diferansiyel ve integral hesap bu değişkenlere göre yeniden düzenlenmesi gerekmektedir. Anti-komütasyon ilişkileri,

$$\{\theta_a, \theta_b\} = \{\bar{\theta}_{\dot{a}}, \bar{\theta}_{\dot{b}}\} = \{\theta_a, \bar{\theta}_{\dot{b}}\} = 0 \quad (55)$$

şeklinde yazılabilir. Diferansiyel operatörler,

$$\partial_a = \frac{\partial}{\partial \theta^a} \quad \bar{\partial}_{\dot{a}} = \frac{\partial}{\partial \theta^{\dot{a}}} \quad \partial^a = \frac{\partial}{\partial \theta_a} \quad \bar{\partial}^{\dot{a}} = \frac{\partial}{\partial \theta_{\dot{a}}} \quad (56)$$

ile verilir. θ 'lara göre türev alınırsa,

$$\begin{aligned} \partial_a \theta^b &= \delta_a^b \\ \partial_a \theta_b &= \frac{\partial}{\partial \theta^a} (\epsilon_{bc} \theta^c) = \epsilon_{bc} \delta_a^c = \epsilon_{ba} \\ \bar{\partial}_{\dot{a}} \bar{\theta}^{\dot{b}} &= \delta_{\dot{a}}^{\dot{b}} \end{aligned} \quad (57)$$

ifadeleri elde edilir. Diferansiyel operatörler için anti-komütasyon ilişkileri sonraki bölümlerde kullanılacağı için aşağıda verilmiştir.

$$\begin{aligned} \{\partial_a, \partial_b\} &= 0 \\ \{\bar{\partial}_{\dot{a}}, \bar{\partial}_{\dot{b}}\} &= 0 \\ \{\bar{\partial}_{\dot{a}}, \theta^b\} &= \{\partial_a, \bar{\theta}^{\dot{b}}\} = 0 \end{aligned} \quad (58)$$

Grassman değişkenleri ile kurulmuş yeni diferansiyel hesapla birlikte süperuzay içerisinde yeni fonksiyonlar tanımlayabilir ve özelliklerini inceleyebiliriz. Öncelikle, Poincare cebrinin genişletilmiş hali olan süper-Poincare cebri hatırlayalım. Q süpersimetrik dönüşüm operatörü olmak üzere, Weyl formalizmi kullanılarak Süper-Poincare cebri,

$$\begin{aligned} \{Q_a^A, \bar{Q}_{B\dot{b}}\} &= 2\sigma_{ab}^\mu P_\mu \delta_B^A \\ \{Q_a^A, Q_b^B\} &= \{\bar{Q}_{A\dot{a}}, \bar{Q}_{B\dot{b}}\} = [Q_a^A, P_\mu] = [\bar{Q}_{B\dot{a}}, P_\mu] = 0 \end{aligned} \quad (59)$$

anti-komütasyon ve komütasyon ilişkileri ile verilir. Burada kullanılan indisler, $(a, b, \dot{a}, \dot{b} = 1, 2)$ iki bileşenli Weyl spinörü indisi, $(\mu = 0, 1, 2, 3)$ Lorentz indisi. $(A, B = 1, 2, 3, \dots, N)$

iç uzay indisleridir, model içerisinde tek bir süperyük varsa, $N=1$ alınabilir. Uzay-zaman dönüşümlerini veren Poincare grubu Q operatörü ile genişletildikten sonra Poincare grubunun jenaratörüne benzer şekilde, süper-Poincare grubu için aşağıdaki gibi bir grup elemanı oluşturulabilir.

$$G(x, \theta, \bar{\theta}) = e^{i(-x^\mu P_\mu + \theta^a Q_a + \bar{\theta}_{\dot{a}} \bar{Q}^{\dot{a}})} \quad (60)$$

Hausdorff'un formülü,

$$e^A e^B = e^{A+B+\frac{1}{2}[A,B]+\dots} \quad (61)$$

yardımı ile iki grup elemanının çarpımını inceleyelim.

$$G(y, \xi, \bar{\xi}) G(x, \theta, \bar{\theta}) = G(x^\mu + y^\mu + i\theta\sigma^\mu\bar{\xi} - i\xi\sigma^\mu\bar{\theta}, \theta + \xi, \bar{\theta} + \bar{\xi}) \quad (62)$$

$G(y, \xi, \bar{\xi})$ ve $G(x, \theta, \bar{\theta})$ grup elemanlarının çarpımı parametre uzayında harekete neden olur.

$$(x, \theta, \bar{\theta}) \rightarrow (x + i\theta\sigma\bar{\xi} - i\xi\sigma\bar{\theta}, \theta + \xi, \bar{\theta}\bar{\xi}) \quad (63)$$

Parametre uzayında oluşan bu harekete diferansiyel operatörlerin neden olduğu düşünülebilir. Süpersimetrik dönüşüm operatörleri, Grassman değişkenleri ile momentum operatörüne ($-i\partial_\mu$) benzer şekilde aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\begin{aligned} Q_a &= \frac{\partial}{\partial\theta^a} - i\sigma_{a\dot{a}}^\mu \bar{\theta}^{\dot{a}} \frac{\partial}{\partial x^\mu} \\ \bar{Q}_{\dot{a}} &= -\frac{\partial}{\partial\bar{\theta}^{\dot{a}}} + i\theta^a \sigma_{a\dot{a}}^\mu \frac{\partial}{\partial x^\mu} \end{aligned} \quad (64)$$

Denklem 64 ile verilen operatörler sonsuz küçük grup aksiyonuna karşılık gelir.

$$\begin{aligned} \{Q_a, \bar{Q}_{\dot{a}}\} &= 2i\sigma_{a\dot{a}}^\mu \frac{\partial}{\partial x^\mu} \\ \{Q_a, Q_b\} &= \{\bar{Q}_{\dot{a}}, \bar{Q}_{\dot{b}}\} = 0 \end{aligned} \quad (65)$$

Parametre uzayında denklem 62’da verilen çarpımın neden olduğu hareketi oluşturan diferansiyel operatörler,

$$\begin{aligned} D_a &= \frac{\partial}{\partial \theta^a} + i\sigma_{a\dot{a}}\bar{\theta}^{\dot{a}} \frac{\partial}{\partial x^\mu} \\ \bar{D}_{\dot{a}} &= -\frac{\partial}{\partial \bar{\theta}^{\dot{a}}} - i\theta^a \sigma_{a\dot{a}}^\mu \frac{\partial}{\partial x^\mu} \end{aligned} \quad (66)$$

şeklinindedir. Kovaryant türev olarak bilinen bu diferansiyel operatörler süpersimetrik Lagranjyen’ler kurulurken oldukça kullanışlıdır. Kovaryant türevlerin uyduğu anti-komütasyon ilişkileri (Wess ve Bagger 1992),

$$\begin{aligned} \{D_a, \bar{D}_{\dot{a}}\} &= -2i\sigma_{a\dot{a}}^\mu \partial_\mu \\ \{D_a, D_b\} &= \{\bar{D}_{\dot{a}}, \bar{D}_{\dot{b}}\} = 0 \\ \{D_a, Q_b\} &= \{D_a, \bar{Q}_{\dot{b}}\} = \{\bar{D}_{\dot{a}}, Q_b\} = \{\bar{D}_{\dot{a}}, \bar{Q}_{\dot{b}}\} = 0 \end{aligned} \quad (67)$$

ile verilir.

Süperuzayda herhangi bir nokta $z = (x, \theta, \bar{\theta})$ şeklinde tanımlanır. Süperalanlar da, θ ve $\bar{\theta}$ terimlerine göre kuvvet serisine açılmış, süperuzayın bir fonksiyonu gibi düşünülebilir. Bu fikirden yola çıkarak süperalan,

$$\begin{aligned} \Phi(x, \theta, \bar{\theta}) &= f(x) + \theta\phi(x) + \bar{\theta}\bar{\chi}(x) + \theta\theta M(x) + \bar{\theta}\bar{\theta}N(x) + \theta\sigma^\mu\bar{\theta}V_\mu(x) \\ &+ \theta\theta\bar{\theta}\bar{\lambda}(x) + \bar{\theta}\bar{\theta}\theta\psi(x) + \theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}D(x) \end{aligned} \quad (68)$$

şeklinde yazılabilir. Denklem 68’da verilen süperalan için, Q ve \bar{Q} diferansiyel operatörler olmak üzere, dönüşüm kuralı;

$$\begin{aligned} \delta_\xi \Phi(x, \theta, \bar{\theta}) &= \delta_\xi f(x) + \theta\delta_\xi \phi(x) + \bar{\theta}\delta_\xi \bar{\chi}(x) + \theta\theta\delta_\xi M(x) + \bar{\theta}\bar{\theta}\delta_\xi N(x) + \theta\sigma^\mu\bar{\theta}\delta_\xi V_\mu(x) \\ &+ \theta\theta\bar{\theta}\delta_\xi \bar{\lambda}(x) + \bar{\theta}\bar{\theta}\theta\delta_\xi \psi(x) + \theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}\delta_\xi D(x) \\ &= (\xi Q + \bar{\xi}\bar{Q}) \Phi \end{aligned} \quad (69)$$

ile verilir. Denklem 68 ile verilen süperalandan da görüleceği üzere, süperalanların lineer kombinasyonları ya da çarpımları, Q ve \bar{Q} lineer diferansiyel operatörler olduğu için, yine

süperalanlar olacaktır.

Kiral Süperalanlar

Süperalanlar üzerine, $\bar{D}_{\dot{a}}\Phi = 0$, $\Phi = \Phi^\dagger$ gibi sınırlandırmalar getirilerek, bileşenlerinden bazıları yok edilir ve indirgenirler (Wess ve Bagger 1992).

$$\bar{D}_{\dot{a}}\Phi(x, \theta, \bar{\theta}) = 0 \quad (70)$$

$$D_a\Phi^\dagger(x, \theta, \bar{\theta}) = 0 \quad (71)$$

$$\Phi(x, \theta, \bar{\theta}) = \Phi^\dagger(x, \theta, \bar{\theta}) \quad (72)$$

Uygulanan bu sınırlandırmalardan yola çıkarak, sağladığı koşula göre kiral, vektör süperalanlar gibi sınıflandırılabilirler. Sol ve sağ-elli süper alanlar sırası ile denklem 70-71 koşullarına uyarken, vektör süperalanlar denklem 72 ile verilen gerçellik koşuluna uyar. Diferansiyel operatör, $\partial/\partial\bar{\theta}^{\dot{a}} = \bar{\partial}_{\dot{a}}$ tanımlaması ile birlikte,

$$\bar{D}_{\dot{a}} = -\bar{\partial}_{\dot{a}} - i\theta^b\sigma_{b\dot{a}}^\mu\partial_\mu \quad (73)$$

şeklinde yazılabilir. Denklem 70’de verilen diferansiyel denklemi çözmek için yeni değişkenler tanımlanır.

$$y^\mu = x^\mu + i\theta\sigma^\mu\bar{\theta} \quad \theta'_a = \theta_a \quad \bar{\theta}'_{\dot{a}} = \bar{\theta}_{\dot{a}} \quad (74)$$

$\bar{D}_{\dot{a}}$ Diferansiyel operatörünü, $\{\bar{\partial}_{\dot{a}}, \theta\} = 0$ ifadesini kullanarak yeni değişkenlere uygulayalım,

$$\begin{aligned} \bar{D}_{\dot{a}}y^\mu &= (-\bar{\partial}_{\dot{a}} - i\theta^b\sigma_{b\dot{a}}^\mu\partial_\nu)(x^\mu + i\theta\sigma^\mu\bar{\theta}) \\ &= i\theta^b\sigma_{b\dot{a}}^\mu - i\theta^a\sigma_{a\dot{a}}^\nu\delta_\mu^\nu \\ &= 0 \end{aligned} \quad (75)$$

$$\bar{D}_{\dot{a}}\theta_a = 0 \quad (76)$$

denklem 74 ile verilen yeni değişkenlere göre kovaryant türevler tekrar düzenlenerek,

$$\begin{aligned} D_a &= \partial_a + 2i\sigma_{a\dot{a}}^\mu \bar{\theta}^{\dot{a}} \frac{\partial}{\partial y^\mu} \\ \bar{D}_{\dot{a}} &= -\bar{\partial}_{\dot{a}} \end{aligned} \quad (77)$$

yeni kovaryant türevler elde edilir. Yeni değişkenlerle birlikte süperalan aşağıdaki gibi verilir.

$$\begin{aligned} \Phi(y, \theta) &= A(y) + \sqrt{2}\theta\Psi(y) + \theta\theta F(y) \\ &= A(x) + i\theta\sigma^\mu\bar{\theta}\partial_\mu A(x) - \frac{1}{4}\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}\partial^\mu\partial_\mu A(x) \\ &\quad + \sqrt{2}\theta^a\Psi_a(x) + \frac{i}{\sqrt{2}}\theta\theta\bar{\theta}_{\dot{a}}\partial_\mu\Psi^{\dot{a}}(x)\sigma_{a\dot{a}}^\mu\epsilon^{b\dot{a}} + \theta\theta F(x) \end{aligned} \quad (78)$$

Süperalanın denklem 70 ile verilen koşulu sağlaması, iki bileşenli sol-elli $\Psi(x)$ Weyl spinörüne bağlıdır. Süperalanın, Weyl spinörüne olan bu bağlılığından dolayı sol-elli kiral süperalan olarak isimlendirilir. Aynı yöntem izlenerek, sadece sağ-elli Weyl spinörüne bağlı, sağ-elli kiral süperalan elde edilebilir.

$$\begin{aligned} \Phi^\dagger(y^\dagger, \bar{\theta}) &= A^*(y^\dagger) + \sqrt{2}\bar{\theta}\bar{\Psi}^*(y^\dagger) + \bar{\theta}\bar{\theta}F^*(y^\dagger) \\ &= A^*(x) - i\theta\sigma^\mu\bar{\theta}\partial_\mu A^*(x) - \frac{1}{4}\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}\partial^\mu\partial_\mu A^*(x) \\ &\quad + \sqrt{2}\bar{\theta}\bar{\Psi}(x) - \frac{i}{\sqrt{2}}\bar{\theta}\bar{\theta}\theta^\mu\partial_\mu\bar{\Psi}(x) + \bar{\theta}\bar{\theta}F^*(x) \end{aligned} \quad (79)$$

Φ_i ile Φ_j 'nin çarpımı yine kiral bir süperalan verirken, Φ_i ile Φ_j^\dagger 'nin çarpımı vermez. Φ_i ile Φ_j^\dagger çarpımından gelen $\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}$ 'yi içeren terim süpersimetri dönüşümleri altında uzay-zaman türevine dönüşür. Ayrıca, iki Weyl spinörünün Kronecker çarpımının spin-1 vektör oluşturması gibi, $\Phi_i\Phi_j^\dagger$ çarpımı süperçoklular içerisinde spin-1 bileşen alanlarını oluşturur.

Sadece kiral süperalanları içeren renormalize edilebilir süpersimetrik Lagranjiyen,

$$\mathcal{L} = \Phi_i^\dagger\Phi_i \Big|_{\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}} + \left[\left(\frac{1}{2}m_{ij}\Phi_i\Phi_j + \frac{1}{3}g_{ijk}\Phi_i\Phi_j\Phi_k + \lambda_i\Phi_i \right) \Big|_{\theta\theta} + h.c \right] \quad (80)$$

şeklinde yazılır. Lagranjiyen’de Φ ve Φ^\dagger yerine bileşenleri olan alanlar yerleştirilir ve tekrar yazılırsa,

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & i\partial_\mu \bar{\Psi}_i \bar{\sigma}^\mu \Psi_i + A_i^* \partial_\mu \partial^\mu A_i + F_i^* F_i \\ & + \left[m_{ij} \left(A_i F_j - \frac{1}{2} \Psi_i \Psi_j \right) + g_{ijk} (A_i A_j F_k - \Psi_i \Psi_j A_k) + \lambda_i F_i + h.c \right] \end{aligned} \quad (81)$$

ifadesi elde edilir. Lagranjiyen içerisindeki F alanları yardımcı alanlar olarak bilinir ve kinetik terimleri olmadığı için kütle kabuğunda herhangi bir etkileri yoktur. Kütle kabuğu dışında da, bozonik ve fermiyonik serbestlik derecelerini eşitlemek yardımcı alanlar sayesinde mümkün olur. Euler denklemleri kullanılarak,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial F_k^*} &= F_k + \lambda_k^* + m_{ik}^* A_i^* + g_{ijk} A_i^* A_j^* = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial F_k} &= F_k^* + \lambda_k + m_{ik} A_i + g_{ijk} A_i A_j = 0 \end{aligned} \quad (82)$$

denklemleri elde edilir. Denklem 82’den yararlanılarak Lagranjiyen sadece dinamik alanlar ve potansiyel cinsinden yazılabilir.

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & i\partial_\mu \bar{\Psi}_i \bar{\sigma}^\mu \Psi_i + A_i^* \partial_\mu \partial^\mu A_i + \frac{1}{2} m_{ij} \Psi_i \Psi_j - \frac{1}{2} m_{ik}^* \Psi_i \bar{\Psi}_k \\ & - g_{ijk} \Psi_i \Psi_j A_k - g_{ijk}^* \bar{\Psi}_i \bar{\Psi}_j A_k^* - \mathcal{V}(A_i, A_j^*) \end{aligned} \quad (83)$$

Potansiyel ifadesi,

$$\mathcal{V}(A_i, A_j^*) = F_k^* F_k \quad (84)$$

ile verilir. Böylece F_k^* ve F_k , A_i ve A_j^* ’nin fonksiyonlarıdır. Süpersimetrinin bir sonucu olarak, \mathcal{V} potansiyeli her zaman sıfırdan büyük ya da eşittir. $F_k = 0$ olan noktalar potansiyelin mutlak minimumundadır.

Vektör Süperalanlar

$V(x, \theta, \bar{\theta}) = V^\dagger(x, \theta, \bar{\theta})$ gerçellik koşulunu sağlayan vektör süperalanlar aşağıdaki gibi tanımlanır (Müller ve Wiedemann 1987).

$$\begin{aligned}
 V(x, \theta, \bar{\theta}) &= C(x) + \theta\Phi(x) + \bar{\theta}\bar{\Phi}(x) + \theta\theta M(x) + \bar{\theta}\bar{\theta}M^*(x) \\
 &+ \theta\sigma_\mu\bar{\theta}V^\mu(x) + \theta\theta\bar{\theta}\bar{\lambda}(x) + \bar{\theta}\bar{\theta}\theta\lambda(x) \\
 &+ \theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}D(x)
 \end{aligned} \tag{85}$$

$V(x, \theta, \bar{\theta})$ alanının bileşenleri olan, $M(x)$, $D(x)$, $C(x)$ skaler, $\lambda(x)$, $\Phi(x)$ spinör, $V^\mu(x)$ ise vektör alanıdır. Süperalanların çarpımları ya da toplamları gerçellik şartını yine sağlayabilir. Yani, süperalanların kombinasyonları vektör süperalanları verebilir.

$$\begin{aligned}
 (\Phi^\dagger\Phi)^\dagger &= \Phi^\dagger(\Phi^\dagger)^\dagger = \Phi^\dagger\Phi \\
 (\Phi + \Phi^\dagger)^\dagger &= \Phi^\dagger + \Phi = \Phi + \Phi^\dagger
 \end{aligned} \tag{86}$$

Denklem 78-79'de verilen iki kiral süperalanın toplamına bakalım.

$$\begin{aligned}
 \Phi + \Phi^\dagger &= A(x) + A^*(x) + \sqrt{2}\theta\Psi(x) + \sqrt{2}\bar{\theta}\bar{\Psi}(x) \\
 &+ \theta\theta F(x) + \bar{\theta}\bar{\theta}F^*(x) + i\theta\sigma^\mu\bar{\theta}\partial_\mu[A(x) - A^*(x)] \\
 &- \frac{i}{\sqrt{2}}\theta\theta\bar{\theta}\bar{\sigma}^\mu\partial_\mu\Psi(x) \\
 &- \frac{i}{\sqrt{2}}\bar{\theta}\bar{\theta}\theta\sigma^\mu\partial_\mu\bar{\Psi}(x) \\
 &- \frac{1}{4}\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}\partial^\mu\partial_\mu[A(x) + A^*(x)]
 \end{aligned} \tag{87}$$

Denklem 87'te verilen süperalanların toplam ifadesi içerisinde, $\theta\sigma^\mu\bar{\theta}$ katsayısı ile birlikte $i\partial_\mu[A(x) - A^*(x)]$ gradienti bulunmaktadır. Son bulduğumuz ifadeyi kullanmadan önce, V süperalanının ayar dönüşümleri altında değişmeden kalması için denklem 85'te verilen

vektör süperalanının bileşenleri üzerinde,

$$\begin{aligned}\lambda(x) &\rightarrow \lambda(x) - \frac{i}{2}\sigma^\mu\partial_\mu\bar{\Phi}(x) \\ D(x) &\rightarrow D(x) - \frac{1}{4}\partial^\mu\partial_\mu C(x)\end{aligned}\quad (88)$$

yer değiştirmesi yapılması gerekir.

$$\begin{aligned}V(x, \theta, \bar{\theta}) &= C(x) + \theta\Phi(x) + \bar{\theta}\bar{\Phi}(x) + \theta\theta M(x) + \bar{\theta}\bar{\theta}M^*(x) \\ &+ \theta\sigma_\mu\bar{\theta}V^\mu(x) + \theta\theta\bar{\theta}\left(\lambda(x) - \frac{i}{2}\sigma^\mu\partial_\mu\bar{\Phi}(x)\right) \\ &+ \bar{\theta}\bar{\theta}\theta\left(\lambda(x) - \frac{i}{2}\sigma^\mu\partial_\mu\bar{\Phi}(x)\right) \\ &+ \theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}\left(D(x) - \frac{1}{4}\partial^\mu\partial_\mu C(x)\right)\end{aligned}\quad (89)$$

Artık ayar dönüşümlerinin süpersimetrik genelleştirilmesini yapabiliriz.

$$\begin{aligned}V(x, \theta, \bar{\theta}) &\rightarrow V'(x, \theta, \bar{\theta}) \\ &= V(x, \theta, \bar{\theta}) + \Phi(x, \theta, \bar{\theta}) + \Phi^\dagger(x, \theta, \bar{\theta}) \\ &= V(x, \theta, \bar{\theta}) + i(\Lambda(x, \theta, \bar{\theta}) - \Lambda^\dagger(x, \theta, \bar{\theta}))\end{aligned}\quad (90)$$

ile verilir ($\Phi = i\Lambda$). Denklem 87 ile verilen ifadeyi, denklem 90'de yerine yazarsak, ayar dönüşümü altında yeni vektör süperalanı,

$$\begin{aligned}V'(x, \theta, \bar{\theta}) &= C(x) + A(x) + A^*(x) + \theta[\Phi(x) + \sqrt{2}\Psi(x)] \\ &+ \bar{\theta}[\bar{\Phi}(x) + \sqrt{2}\bar{\Psi}(x)] + \theta\theta[M(x) + F(x)] \\ &+ \bar{\theta}\bar{\theta}[M^*(x) + F^*(x)] + \theta\sigma^\mu\bar{\theta}[V_\mu(x) - i\partial_\mu(A(x) + A^*(x))] \\ &+ \theta\theta\bar{\theta}\left[\lambda(x) - \frac{i}{2}\sigma^\mu\partial_\mu(\Phi(x) + \sqrt{2}\Psi(x))\right] \\ &+ \bar{\theta}\bar{\theta}\theta\left[\lambda(x) - \frac{i}{2}\sigma^\mu\partial_\mu(\bar{\Phi}(x) + \sqrt{2}\bar{\Psi}(x))\right] \\ &+ \theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}\left[D(x) - \frac{1}{4}\partial^\mu\partial_\mu(C(x) + A(x) + A^*(x))\right]\end{aligned}\quad (91)$$

olarak elde edilir. Denklem 90 ile verilen dönüşüm, vektör süperalanının bileşen alanlarının aşağıdaki gibi dönüşmesini sağlar.

$$\begin{aligned}
C(x) &\rightarrow C'(x) = C(x) + A(x) + A^*(x) \\
\Phi(x) &\rightarrow \Phi'(x) = \Phi(x) + \sqrt{2}\Psi(x) \\
M(x) &\rightarrow M'(x) = M(x) + F(x) \\
V_\mu(x) &\rightarrow V'_\mu(x) = V_\mu(x) - i\partial_\mu(A(x) + A^*(x)) \\
\lambda(x) &\rightarrow \lambda'(x) = \lambda(x) \\
\lambda(x) &\rightarrow \lambda'(x) = \lambda(x) \\
D(x) &\rightarrow D'(x) = D(x)
\end{aligned} \tag{92}$$

Denklem 92 ile verilen dönüşümlerden de görüleceği üzere, denklem 89 özel seçimi ile, λ ve D bileşen alanları süpersimetrik ayar dönüşümü altında değişmeden kalır. Ayrıca, V_μ vektör alanının,

$$V_\mu(x) \rightarrow V'_\mu(x) = V_\mu(x) + i\partial_\mu(A(x) - A^*(x)) \tag{93}$$

şeklinde dönüştüğü de görülmektedir. V_μ vektör alanının dönüşümü Standart Model'den bildiğimiz abelyan ayar dönüşümü gibidir, ayrıca

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu V_\nu - \partial_\nu V_\mu \tag{94}$$

alan güç tensörü süper-ayar değişmezidir. Ayar dönüşümü sırasında, öyle bir ayar seçilebilir ki dönüşmüş vektör süperalanının (V') bileşen alanları C' , Φ' , M' yok edilebilir. Bu ayar seçimi Wess-Zumino ayarı olarak bilinir ve

$$\begin{aligned}
\sqrt{2}\Psi(x) &= -\Phi(x) \\
F(x) &= -M(x) \\
2\text{Re}A(x) &= A(x) + A^*(x) = -C(x)
\end{aligned} \tag{95}$$

seçimleri ile verilir. Wess-Zumino ayarı uygulandıktan sonra yeni vektör süperalan,

$$\begin{aligned}
V_{WZ}(x, \theta, \bar{\theta}) &= \theta\sigma^\mu\bar{\theta}[V_\mu(x) + i\partial_\mu(A(x) - A^*(x))] \\
&+ \theta\theta\bar{\theta}\bar{\lambda}(x) + \bar{\theta}\bar{\theta}\theta\lambda(x) + \theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}D(x)
\end{aligned} \tag{96}$$

şeklindedir. V_{WZ} içerisinde bulunan $V_\mu(x)$ ayar alanıdır, λ onun süpersimetrik partneridir ve $D(x)$ Lagranjiyede kinetik terimi olmayan yardımcı alandır. $(\text{Im } A = 0)$ şartı da eklenirse,

$$V_{WZ}(x, \theta, \bar{\theta}) = \theta\sigma^\mu\bar{\theta}V_\mu(x) + \theta\theta\bar{\theta}\bar{\lambda}(x) + \bar{\theta}\bar{\theta}\theta\lambda(x) + \theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}D(x) \tag{97}$$

şeklini alır. V_{WZ} vektör süperalanının kuvvetleri,

$$\begin{aligned}
V_{WZ}(x, \theta, \bar{\theta}) &= \theta\sigma^\mu\bar{\theta}V_\mu(x) + \theta\theta\bar{\theta}\bar{\lambda}(x) + \bar{\theta}\bar{\theta}\theta\lambda(x) + \theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}D(x) \\
V_{WZ}^2(x, \theta, \bar{\theta}) &= \frac{1}{2}\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}V_\mu(x)V^\mu(x) \\
V_{WZ}^3(x, \theta, \bar{\theta}) &= 0
\end{aligned} \tag{98}$$

şeklinde yazılabilir. $e^V = 1 + V + 1/2V^2$ ifadesi yardımıyla,

$$\begin{aligned}
e^V &= 1 + \theta\sigma^\mu\bar{\theta}V_\mu(x) + \theta\theta\bar{\theta}\bar{\lambda}(x) + \bar{\theta}\bar{\theta}\theta\lambda(x) \\
&+ \theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}[D(x) + \frac{1}{4}V_\mu(x)V^\mu(x)]
\end{aligned} \tag{99}$$

V_{WZ} alanının eksponansiyeli elde edilir. Bu ifade süpersimetrik ayar teorilerinde sıkça kullanılır.

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Ali ÇİÇİ
Doğum Yeri ve Tarihi : BURSA – 10.06.1990
Yabancı Dili : İngilizce

Eğitim Durumu (Kurum ve Yıl)

Lise : Bursa Osmangazi Lisesi 2004-2008
Lisans : Uludağ Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi Fizik
Bölümü 2009-2015

İletişim : alicici@kuark.org

Yayımları :

- Çiçi A., Ün C.S., Kırca Z.**, Stop search with acceptable fine-tuning in Susy models. AIP Conference Proceedings 1815, 130003 (2017); doi: <http://dx.doi.org/10.1063/1.4976482>
- Niş B., Çiçi A., Ün C.S., Kırca Z.** Light Higgs bosons and muon $g-2$ in THDM. AIP Conference Proceedings 1815, 130007 (2017); doi: <http://dx.doi.org/10.1063/1.4976486>
- Çiçi A., Ün C.S., Kırca Z.**, Süpersimetrik Modellerde Hafif Stop Kuark ve İnce-Ayar sözlü sunum. 4. İzmir Genç Fizikçiler Kongresi 12-14 Ekim 2016, Ege Üniversitesi, İzmir.
- Çiçi A., Ün C.S., Kırca Z.**, Stop Search with Acceptable Fine-Tuning in SUSY Models poster sunumu. 32. Türk Fizik Derneği Uluslararası Fizik Kongresi 6-9 Eylül 2016, Bodrum.
- Niş B., Çiçi A., Ün C.S., Kırca Z.** Muon $g-2$ and Rare B Decays in THDM poster sunumu. 5. Adım Fizik Günleri 21-23 Nisan 2016, Osmangazi Üniversitesi, Eskişehir.