

## RADYAL YATAKLARIN SEHİM İLE DEĞİŞEN YATAK PARAMETRELERİNİN ARAŞTIRILMASI

Emin GÜLLÜ\*

### ÖZET

*Yatakların hesabı ile ilgili iki husus gözönünde tutulur. Birincisi temel bir büyüklük olan Sommerfeld sayısı içine yağın viskozitesinin girmesi sebebiyle viskozitenin geniş ölçüde sıcaklığa olan bağımlılığı, ikincisi ise yatak parametrelerini önemli ölçüde etkileyen bir faktör olan yatak boşluğudur. Bu etki yalnız boşluğun değerine değil, gerek imalat ve gerekse çalışma sırasında boşluğun değişmesine de bağlıdır. Radyal yatakların hesabında minimum yağ tabakası kalınlığı " $h_0$ " milin ve yatağın şekil değiştirmelerini içeren ve bir çeşit emniyet rolünü oynayan bir katsayı ile ifade edilmektedir. Bu şekilde amprik olarak yapılan hesaplar yatak parametreleri hakkında bir fikir verebilir. Ayrıca; bu emniyet katsayısı içinde yatağın şekil değiştirmelerinin payının ne olduğu bilinmelidir. Zira, bu şekilde köşelenme olayını daha yakından inceleme imkanı doğacaktır. Yukarıdaki ana düşüncelerden hareket edilerek oluşan sehımlerin sebep olduğu yatak parametrelerinin değişimi, çalışmanın odağını teşkil etmektedir.*

### ABSTRACT

#### An Investigation of Radial Bearings' Parameters Changing With Deflection

*In the case of calculation of radial bearings, minimum film thickness  $h_0$  is expressed with a coefficient including deformations of shaft and bearing*

\* Yrd. Doç. Dr.; U. Ü., Mühendislik-Mimarlık Fakültesi, Bursa.

and playing some kind of safety role. Calculations empirically made in this manner, can give an idea regarding the parameters describing the bearing. But, rate of deformations in this safety coefficient must furtherly be known. The variation of bearing parameters caused by deflections forms the focus of this study.

## SEMBOLLER

d, D	: Yatak Çapı
G	: $e^{e^p}$ , Basınç Faktörü
h	: Birimli Yağ Filmi Kalınlığı
$h_{min}$	: Minimum Yağ Filmi Kalınlığı
H	: Birimsiz Yağ Filmi Kalınlığı
I	: Yatak Boyu
L	: Milin Yatak Dışında Kalan Boyu
P	: Birimsiz Yatak Basıncı
p	: Birimli Yatak Basıncı
$P_{maks}$	: Maksimum Yatak Basıncı
R	: Yatak Yarı Çapı
u, v, w	: x, y ve z Doğrultularındaki Hızlar
U	: Çevresel Hız
W	: Yatak Yüğü
$\epsilon$	: Eksantriklik Oranı
$\phi$	: Yük Açısı
$\eta$	: Yağın Viskozitesi
$\alpha$	: Viskozitenin Basınçla Değişim Katsayısı
$\rho$	: Yağın Yoğunluğu
$\psi$	: Bağlı Yatak Boşluğu
$\theta$	: Milin Uç Noktasının Eğim Açısı

## GİRİŞ

Yatak boşluğundaki yağın akışı  $\eta$  viskozitesindeki bir akışkanın akımı olarak gözönüne alınabilir ve aşağıdaki eşitlikler vasıtasıyla karakterize edilebilir:

### 1. Hareket miktarı veya Navier-Stokes denklemi:

Atalet kuvvetleri, basınç kuvvetleri, sürtünme kuvvetleri ile viskoz kuvvetlerin dengesini temsil etmektedir.

## 2. Kütle korunumu veya süreklilik denklemi:

Denetim bölgesine giren ve çıkan kütle akımının bir bilançosunu vermektedir.

## 3. Enerjinin korunumu prensibi:

Isı iletimiyle giren ve çıkan ısı, kapasitif ısı ve kayıp enerji arasındaki bir bilanço demektir.

## 4. Isı iletim eşitliği:

Yatak zarfından (*burç*) dışarıya akan ısıyı karakterize etmektedir.

## 5. Yağın hal denklemi:

Viskozitenin sıcaklık ve basınca bağlılığını vermektedir. Akışkanın sıkıştırılmaz kabulü ile bu beş denklem, problemi açık olarak tesbit eder ve beş bilinmeyen  $u$ ,  $v$ ,  $w$ ,  $p$  ve  $\eta$  büyüklüklerini tayine yararlar. Bu denklemlerin integrasyonu veya çözümü analitik olarak mümkün değildir. Nümerik çözüm ise, fazla zaman gerektirir. Bu sebeplerle basitlik için yatak tekniğinde alışılmış ve gerçekleşmesi mümkün kabullere rastlanmaktadır. Bu kabullerden biri yatak muylusu ve burcunun (*yani eşleştirilmiş yatak parçalarının*) yüzeylerinin ideal pürüzsüz oluşu; diğeri ise dairesel silindirik kaymalı yataklarda mil ve burç eksenlerinin paralel olmasıdır. Mil ve burç arasında bir eksantriklik mümkündür, fakat bir kenar basması olamaz. Navier-Stokes denklemlerinde bu varsayımlar dikkate alınmaktadır. Bu sebeple de yatak için bulunan değerler gerçeği tam olarak yansıtmamaktadır. Bu eksiklikler düşünülerek, bunları giderici birçok çalışmalar yapılmıştır. Bunlardan en önemlileri hiç şüphesiz yağ filmi kalınlığını etkileyen *sehim ve deformasyonla* ilgili olanlardır. Hesaplarda en önemli husus, basınç dağılımının bilinmesidir. Basınç dağılımıyla ilgili olarak basitleştirilmiş Navier-Stokes denklemlerinden istifade edilerek Reynolds denklemi elde edilmektedir:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\rho h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\rho h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \right) - 6 \left[ (u_1 + u_2) \frac{\partial (\rho h)}{\partial x} + 2 \frac{\partial (\rho h)}{\partial t} \right] \quad (1)$$

Sıkışabilir yağ ve zamanla değişen aralık yüksekliği için (*bu dinamik veya değişken yatak yükü halidir demektir*) (1) denklemi sonlu genişlikteki bir yatakta basınç dağılımı için bilinen Reynolds diferensiyel denklemdir. Reynolds diferansiyel denklemi ikinci dereceden eliptik kısmi türevli bir diferensiyel denklemdir ve "p" basıncını; muayyen "h" yüksekliği ve Navier-Stokes

denklemlerinde yapılan kabullerle "x" ve "z" konum koordinatları ile "t" zamanın fonksiyonu olarak ifade eder. Yağ filmi yüksekliği "h"; genel halde çevre koordinatı "x", genişlik koordinatı "z" ve zaman "t" nin bir fonksiyonu olabilir. O halde mil ve yatak burcunda bir kenar basmasının mevcut olacağı bu genel denklemden anlaşılabilir. Radyal kaymalı yatakların teorik esasları gereği (1) denklemi genel biçimde çıkarılmışsa da bunun daha basit bir formda olması için yine bazı kabuller yapılmaktadır. Bunlardan bazıları bu çalışmanın yapılmasına imkan sağlamıştır. Mesela; yağ aralığını sınırlayan dış yüzeylerin rijit ve pürüzsüz oluşu, aralığın eğriliğinin ihmal edilir olması ve viskozite ile yoğunluğun bütün yağ filminde sabit kalması gibi...

Bu teorik durumlar; yağ basıncı sebebiyle oluşan dış yüzeylerin deformasyonunu ve sehimini, yine basınç ve sıcaklık ile değişen viskozitenin sebep olacağı yeni basınç dağılımlarının teşekkülüyle değişen yatak parametrelerini ifade edememektedir. Bu eksiklikler bu tür çalışmaların çıkış noktalarını teşkil etmektedirler. Yine, sehimler ve deformasyonların gözönüne alınmasıyla, teorik olarak "*kenar basması*" olmayan silindirik bir radyal yatak için aralık fonksiyonu,

$$h = R \psi (1 + \epsilon \cos \eta) \quad (2)$$

şeklinde iken, artık yatağın sehime uğramasından dolayı "8" ve "z" genişliği boyunca değişecek ve gerçek durumuna çok daha yakın değerlere sahip olacaktır.

## MATERYAL VE METOD

Bu tür çalışmaların hareket noktası; yukarıda izah edildiği gibi, hidrodinamik teoride yapılan basitliklerin meydana getirdiği boşluğu doldurmaktır. Yağ filminin sabit olduğu kabulüne karşın, deformasyon ve sehimler bu kabulü bozar. Yani sehim ve deformasyonlar mutlaka dikkate alınıp; hesaplanarak sabit yağ filmine bunlar ilave edilmelidir. En genel anlamda problem; sehimler, deformasyonlar, sıcaklık, basınç ile viskozitenin değişimi, sıcaklık dolayısıyla hasil olan malzemelerdeki genleşmeler ile yağ filminin zaman içerisindeki değişimi dikkate alındığında, gerçeği yansıtabilir. Bu durumda hidrodinamik etkiler ile elastik etkiler bir arada dikkate alınacağı için "*elastohidrodinamik*" kısaca "*EHD*" problemi ile karşılaşılır. Bir kaymalı yatağın "*EHD*" analizi esas itibarıyla elastisite teorisinin temel bağıntularıyla, hidrodinamiğin basınç dağılımını veren klasik Reynold's denkleminin bir arada kullanımını gerektirir.

Problemın çözüm yöntemi şöylece açıklanabilir:

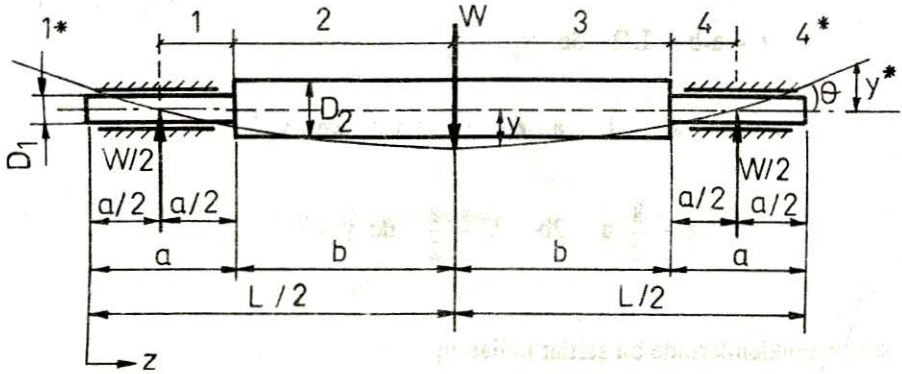
• Reynolds deklemleri, yatak boyunca her noktadaki film kalınlıkları sabit kabul edilerek çözümlenir. Buradan basınç dağılımı bulunur. Bu basınç dağılımı ile sehim hesabı yapılır. Bu sehim miktarları başlangıçta sabit kabul edilen film kalınlığına eklenerek yeniden basınç dağılımı ve yatak parametreleri bulunur. Bu işlem nümerik çözümlenme ile yapılacağı için, kabul edilebilir hata nisbeti sağlanana kadar tekrar edilir.

- İnceleme statik yükler için yapılacak ve viskozite sabit kabul edilecektir.
- Silindirik koordinatlarda sıkıştırılmaz bir akışkan için boyutlu şekilde Reynolds denklemi :

$$\frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( h^3 \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right) - 6 \eta U \frac{1}{R} \frac{\delta h}{\delta \theta} \quad (3)$$

şeklinde. Bu denklemin analitik çözümü mevcut olmadığından yapılacak ilk iş, denklemi sonlu farklar halinde yeniden yazmak, sonra da sayısal metodlar ile çözmektir<sup>1</sup>. Bu takdirde; sehim denkleminin bulunması çözüm için yeterli olacaktır.

### SEHİM DENKLEMİNİN BULUNMASI



Şekil: 1. En basit halde bir milin sehim büyüklükleri

Bölgelere ait moment denklemleri:

1 ve 2 bölgeleri için:

$$M_2 = W \frac{z}{2} - W \frac{a}{4} \quad (4)$$

3 ve 4 bölgeleri için:

$$M_3 = W \frac{L}{2} - W \frac{z}{2} - W \frac{a}{4} \quad (5)$$

Bölgelere ait sehim denklemleri ise analitik yöntemle bulunabilir:

$$E I \frac{d^2y}{dz^2} = -M \quad (6)$$

Her bir bölgedeki sehim, o bölgedeki momentin (6) nolu denkleme konmasıyla elde edilir. İkinci dereceden diferensiyel bir denklemden dört bölge için "y" sehimi aranırsa sekiz adet bilinmeyen sabit gelir. Yine bunlara karşılık sekiz tane sınır şartı yazmak gerekir; bunlar:

$$z = \frac{a}{2} \text{ de } y_1 = 0$$

$$z = a \text{ da } y_1' = y_2' \text{ ve } y_1 = y_2$$

$$z = a + b - L/2 \text{ de } y_2' = y_3' = 0 \text{ ve } y_2 = y_3$$

$$z = a + 2b - L - a \text{ da } y_3' = y_4' \text{ ve } y_3 = y_4$$

$$z = \frac{3}{2} a + 2b - L - \frac{a}{2} \text{ de } y = 0 \quad (7)$$

Sehim denklemlerinde bu şartlar kullanılıp

$$W_1 = \frac{W}{E I_1}$$

$$W_2 = \frac{W}{E I_2} \quad (8)$$

tarifleri yapılırsa

$$y = \frac{1}{48} W_1 (6 az^2 - 4z^3 - a^3) + \frac{1}{32} W_2 (2L^2z - 4Lza - aL^2 + 2La^2) \quad (9)$$

olarak bulunur. Milin serbest uçları bu sehime teğet olarak lineer bir sehim yapacaktır. Bu teğetin edimi *l bölgesi* nin  $z=a/2$  deki eğimine eşittir.

$$E \cdot I y'_1 = \frac{W a z}{4} - \frac{W z^2}{4} + c_1 \quad (10)$$

eşitliği kullanılarak edim için,

$$y' = \frac{z}{4} W_1 (a - z) + \frac{L}{8} W_2 \left( \frac{L}{2} - a \right) \quad (11)$$

maksimum sehim için

$$y_{\text{maks}} = y' \frac{a}{2} \quad (12)$$

elde edilir. Herhangi bir noktadaki sehim ise,

$$y = y' \left( \frac{a}{2} - z \right) \quad (13)$$

ile verilir.

## ÇÖZÜM YÖNTEMİ

Yapılan çözümlemede izlenen yol adım adım şu şekilde izah edilebilir:

**1. Adım:** Yatakta oluşacak basınç dağılımı, rijid hal için Reynolds diferensiyel denkleminde Reynolds sınır şartları kabulüyle ve merkezi sonlu fark denklemlerine indirgenmesi suretiyle bulunur.

**2. Adım:** Rijit mil ve rijit burç kabulüyle bulunan basınç dağılımı integre edilerek yatağın radyal olarak taşıyabileceği yük bulunabilir. Bu yük ile oluşacak sehim bulunur.

**3. Adım:** Hesap edilen bu sehim aynı noktadaki sabit yağ filmi kalınlığına ilave edilerek yeni film şekli elde edilir. Yeni bulunan film şekline göre 1. Adım tekrar edilir. Bu şekilde iterasyona devam edilerek istenilen film şekli ve basınç dağılımı, bilgi işlem programında bulunan ve kabul edilebilir bir hata değerine ulaştığı zaman tesbit edilmiş olur. Deformasyon etkisini hesaba katan Reynolds eşitliği aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \frac{(H + y)^3}{G} \frac{\partial P}{\partial \theta} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{(H + y)^3}{G} \frac{\partial P}{\partial z} \right] - 6 \frac{\partial (H + y)}{\partial \theta} \quad (14)$$

[1] den alınarak basınç dağılımının bulunduğu bilgi işlem programı, viskozite değişimi ile burcun sehiminin etkisini de dikkate alabilecek şekilde geliştirilmiştir. Ancak burada sadece milin sehime uğramasıyla yatak parametrelerinin değişimi incelenmektedir.

[2], sehime uğramış olan kaymalı yatakların karakteristiklerinin hesabını vermektedir. [3], montaj esnasında oluşabilecek sehim etkilerini incelemekte ve buradaki tolerans sınırlarını vermektedir.

## ELDE EDİLEN SONUÇLARIN DEĞERLENDİRİLMESİ

Sabit viskozite ve rijit burç kabulü halinde bir dizi sonuç alınmıştır. Bilindiği gibi deformasyon dar yataklarda ve yüksek basınçlarda etkili iken [1], sehim etkisi uzun yataklarda, deformasyonun yanında çok daha önemli ve etkili olmaktadır. Bu sebeple l/d oranı 1,5 ve 2,0 olan haller dikkate alınmış, yine değişik "L" için de sonuçlar elde edilmiştir.

İlk olarak sehimli halleri mukayese edeceğimiz *rijid haldeki* yatak parametreleri için Tablo 1 ve Tablo 2'deki sonuçlar elde edilmiştir.

Değişken değerler,

n=3000, 2000 [d/dak], L=150, 300, 400[mm], D<sub>1</sub>=50[mm], D<sub>2</sub>=60[mm], l=50, 75, 100[mm] olarak seçilmiştir.

Daha sonra da mukayese edilecek olan sehimli haldeki yatak parametreleri için Tablo 3, Tablo 4, Tablo 5 ve Tablo 6'daki sonuçlar elde edilmiştir.



**Tablo: 1. Sehimsiz hal  $l/d = 1,5$  ve  $l=75$  [mm] için yatak parametreleri**

$\epsilon$	$H_{\min}$	$\phi$	W	$P_{\max}$
0.1	0.9	12,849120	1,163267	0,365976
0.2	0.8	17,548190	2,420187	0,773367
0.3	0.7	22,358420	3,851995	1,262771
0.4	0.6	27,369566	5,591808	1,911756
0.5	0.5	32,559790	7,847836	2,865954
0.6	0.4	37,972240	11,01652	4,303428

**Tablo: 2. Sehimsiz hal  $l/d=2.0$  ve  $l=100$  [mm] için yatak parametreleri**

$\epsilon$	$H_{\min}$	$\phi$	W	$P_{\max}$
0.1	0.9	14,76340	2,123069	0,492055
0.2	0.8	18,97280	4,365357	1,031049
0.3	0.7	23,17808	6,851630	1,656969
0.4	0.6	27,44718	9,713108	2,438389
0.5	0.5	32,28458	13,28458	3,520412
0.6	0.4	37,31694	18,12080	5,078107

**Tablo: 3. Sehimli hal  $l/d=1,5$ ;  $L=300$ [mm] ve  $l=75$ [mm] için yatak parametreleri**

$\epsilon$	$H_{\min}$	$\phi$	W	$P_{\max}$
0.1	0.9	12,85307	1,166052	0,390151
0.2	0.8	17,56391	2,433305	0,824361
0.3	0.7	22,40130	3,886665	1,353800
0.4	0.6	27,50864	5,672906	2,051175
0.5	0.5	32,74454	8,031226	3,062840
0.6	0.4	38,21930	11,41624	4,572611

**Tablo: 4. Sehimli hal  $l/d = 1,5$ ;  $L=400$ [mm] ve  $l=75$ [mm] için yatak parametreleri**

$\epsilon$	$H_{\min}$	$\phi$	W	$P_{\max}$
0.1	0.9	12,85623	1,16824	0,39088
0.2	0.8	17,59010	2,44411	0,82797
0.3	0.7	22,44998	3,91443	1,36257
0.4	0.6	27,59295	5,73992	2,07333
0.5	0.5	32,87690	8,18114	3,11245
0.6	0.4	38,58086	11,9832	4,79373

**Tablo: 5. Sehimli hal  $l/d=2.0$ ;  $L=300$ [mm] ve  $l=100$ [mm] için yatak parametreleri**

$\epsilon$	$H_{\min}$	$\phi$	W	$P_{\max}$
0.1	0.9	14,76077	2,13699	0,51152
0.2	0.8	19,03979	4,430445	1,06935
0.3	0.7	23,22181	7,014759	1,72942
0.4	0.6	27,58741	10,05246	2,53290
0.5	0.5	32,57914	14,00146	3,77251
0.6	0.4	38,05327	19,66697	5,74711

**Tablo: 6. Sehimli hal  $l/d=2.0$ ;  $L=400$ [mm] ve  $l=100$ [mm] için yatak parametreleri**

$\epsilon$	$H_{\min}$	$\phi$	W	$P_{\max}$
0.1	0.9	14,76742	2,139639	0,512103
0.2	0.8	19,04494	4,442441	1,072156
0.3	0.7	23,23525	7,046007	1,736695
0.4	0.6	27,65641	10,11995	2,555109
0.5	0.5	32,65595	14,14222	3,819927
0.6	0.4	38,18747	19,97515	5,876708

## SONUÇLAR

Sehimin yatak parametreleri üzerinde etkili olduğu yataklarda çeşitli değişkenler için yukarıda bir kısmı tablolar şeklinde verilen değerler elde edilmiştir. Yine burada sayfa tahdidini yüzünden verilemeyen değişik devir sayıları içinde yatak parametreleri elde edilmiştir.

Bunların değerlendirilmesinden şu sonuçlar çıkartılabilir:

1. Oluşan sehim sonucu yatağın basınç dağılımında değişiklikler olmuş ve maksimum basınç değeri, sehimsiz haldekine göre artmıştır. Bu küçük eksantriklik oranlarında oldukça az iken, eksantriklik oranı arttıkça büyümüştür.
2. Sehim etkisi nedeni ile yatağın taşıyabileceği yük değerlerinde de sehimsiz hale göre artmalar görülmüştür. Bu artış büyük eksantriklik oranlarında daha fazladır.
3. Yine sehim sebebiyle yük açısında da, sehimsiz hale göre artmalar görülür.
4. Minimum film kalınlığına sehimin etkisi şöyledir:

Yatağın uç kısımlarında yağ filmi kalınlığı artmış, arka kısımda ise

azalmıştır. Bu durum büyük eksantriklik değerlerinde daha bariz bir şekilde gözlenebilmektedir.

5. Aynı eksantriklik oranlarında l/d oranı artıkça yatağın taşıyacağı yükün de arttığı görülür.
6. Sehimli halde artan basınç miktarları ile birlikte, yatağın taşıyabileceği yükte artar.
7. Yine sehimli halde yatak milinin uzunluğu arttıkça basınç miktarının, yükün ve yük açısının arttığı görülür.
8. Devir sayısının düşmesiyle, sehimli halde maksimum basınç miktarının, yükün ve yük açısının düştüğü görülür.

### KAYNAKLAR

1. GÜLLÜ, E.: Kaymalı Yatakların Elastohidrodinamik Analizi ve Yatak Deformasyonunun Performans Karakteristiklerine Etkisi, Doktora Tezi, İTÜ, 1986.
2. HEINZ, P., GUNTER, K.: Calculation of the Characteristic of Journal Bearings with angular displacement and bending of the shaft, VDI Forschungsheft, Nr. 617/1983
3. ZEUGE, R.: Massliche Auslegung eines Gleitlagers, Konstruktion, 1982/4, Berlin.