Uludağ Üniversitesi
Eğitim Fakülteleri Dergisi
Cilt: V, Sayı: 2, 1990

Tüm Doğruluk ve Tüm Yanlışlık Operatörlerinin λ- Teorisinde Türetimi

Nesrin DOĞANYILMAZ*

ÖZET

Bu çalışmada mantık operatörlerinden tüm doğruluk ve tüm yanlışlık operatörlerinin λ-teorisinde yeni bir türetimi gerçekleştirilmiştir.

SUMMARY

Toutology and Contradiction in λ-Theory

In this study, the toutology and contradiction of logical operators in λ-theory have been redefined.

GİRİŞ

Günümüzde soyut programlama dili olarak bilinen λ-teorisi üzerinde ilk çalışmalar lojik ve fonksiyonlar sisteminin bir alt yapısı olarak Alonzo Church[1] tarafından yapıldı. Daha sonra Kleene[5], Turing[10], Hindley[4], Ünlü[11], Mirasyedioğlu[6] bu yönde çalışmalar yaptılar.

Bu çalışmada $\underline{D} \equiv \lambda x_1 \lambda x_2 \lambda x_1$, $\underline{Y} \equiv \lambda x_1 \lambda x_2 x_2$ olarak alınmış ve mantık operatörlerinden tüm doğruluk ve tüm yanlışlık operatörlerinin yeni bir türetimi gerçekleştirilmiştir.

---

* *Dr.; U.Ü. Necatibey Eğitim Fakültesi, Matematik Bölümü, Balıkesir.*
Bu çalışma Doktora Tezimin bir kısmından oluşmaktadır.

Bu alt kesimde çalışmamızda kullanılan bazı tanım ve teoremler verilecektir.

Tanım 1: Bir λ-terimi aşağıdaki gibi tanımlanır.

a) Tüm değişken ve sabitler λ-terimidir.

b) Eğer M ve N iki λ-terimi ise (MN) bir λ-terimidir. (Komut türü λ-terimi. Bu M operatörünün N girdisine uygulandığını gösterir.)

c) Eğer M herhangi bir λ-terimi, x bir değişken ise λxM bir λ-terimidir.

Tanım 2: λxM biçimindeki bir P teriminde bulunan M ye λ nın bölgesi denir.

Tanım 3: λxM biçimindeki bir P teriminin bölgesinde bulunan x değişkenine bağımlı değişken aksi durumda x değişkenine bağımsız değişken denir.

Tanım 4: (MN) biçimindeki bir λ-komutunun indirgenmesi M deki her bağımsız x in N ile değiştirilmesi sonucu gerçeklenir. Bu [N/x] M şeklinde gösterilir.

Tanım 5: (λxM)N biçimindeki bir λ-terimine β-redeks, [N/M]M terimine de β-redeksin büzülmesi denir. Bir P terimi (λxM)N terimini içeriyorsa bu durumda (λxM)N β redeksi [N/x] M ile değiştirilir ve sonuç P' ise P' ne P nin büzülmesi denir. $P \triangleright_{1\beta} P'$ biçiminde gösterilir. P den Q ya sonlu (ya da boş) sayıdaki büzülmeler serisine β-indirgemesi denir. $P \triangleright_{\beta} Q$ biçiminde gösterilir.

Örnek 1:

$(\lambda x\, x+3) \triangleright_{1\beta}\ 1+3 = 4$

$(\lambda x\, x+3) \triangleright_{1\beta}\ 2+3 = 5$

Temel Teorem 1: A ve B mantıksal değerler alan birbirinden bağımsız iki mantıksal işlenenler ise doğruluk λ-fonksiyonu D için ((DA)B) = A ve yanlışlık λ-fonksiyonu Y için ((YA)B) = B dir.

TÜM DOĞRULUK VE TÜM YANLIŞLIK OPERATÖRLERİ

D ← 1 ← $\lambda x_1 \lambda x_2 x_1$ doğru operatörü, Y ← 0 ← $\lambda x_1 \lambda x_2 x_2$ yanlış operatörü, değer bağlamaları yapıldığında I_1 ← $\lambda x_1 \lambda x_2$ ((x_1D)x_2) nin VEYA operatörüne, I_2 ← $\lambda x_1 \lambda x_2$ (($x_1 x_2$)Y) VE operatörüne denk olduğunu önceden biliyoruz[11].

Bunlardan yararlanarak I_3 ← T ← $\lambda x_1 \lambda x_2$ ((((x_1Y)D)D) ((x_2D)D)) nin tüm doğruluk ve I_4 ← Ç ← $\lambda x_1 \lambda x_2$ ((((x_1Y)Y)D) ((x_2Y)Y)) nin de tüm yanlışlık operatörüne denk olduğunu göstermeye çalıştık.

Teorem 1:

D ← 1 ← $\lambda x_1 \lambda x_2 x_1$, Y ← 0 ← $\lambda x_1 \lambda x_2 x_2$ değer bağlamaları yapıldığında "T" ← I_3 ← $\lambda x_1 \lambda x_2$ ((((x_1Y)Y)D) ((x_2Y)Y)), tüm doğruluk operatörüne denktir.

İspat:

I_3 tüm doğruluk operatörünün işlevsel görev tablosu Tablo 1'i sağlar. Gerçekten,

"BO: Başla;

B1: $I_3 \leftarrow \lambda x_1 \lambda x_2((((x_1\underline{Y})\underline{D})\underline{D})\ ((x_2\underline{D})\underline{D}))$

değer bağlamasını yap;

B2: $\underline{Y}, \underline{D} \varepsilon B$ için:

I) $\underline{Y}I_3\underline{Y} \equiv ((I_3\underline{Y})\underline{Y})$,

$\triangleright_{1\beta}$ $((\lambda x_1 \lambda x_2((((x_1\underline{Y})\underline{D})\underline{D})((x_2\underline{D})\underline{D})\underline{Y})\underline{Y})$,

$\triangleright_{1\beta}$ $(\lambda x_2((((\underline{Y}\underline{Y})\underline{D})\underline{D})((x_2\underline{D})\underline{D}))\underline{Y})$,

$\triangleright_{1\beta}$ $((((\underline{Y}\underline{Y})\underline{D})\underline{D})((\underline{Y}\underline{D})\underline{D}))$,

$\triangleright_{1\beta}$ $((\underline{D}\underline{D})\underline{D})$,

$\triangleright_{1\beta}$ $\underline{D}$.

II) $\underline{Y}I_3\underline{D} \equiv ((I_3\underline{Y})\underline{D})$.

$\triangleright_{1\beta}$ $((\lambda x_1 \lambda x_2((((x_1\underline{Y})\underline{D})\underline{D})((x_2\underline{D})\underline{D}))\underline{Y})\underline{D})$,

$\triangleright_{1\beta}$ $(\lambda x_2((((\underline{Y}\underline{Y})\underline{D})\underline{D})((x_2\underline{D})\underline{D}))\underline{D})$,

$\triangleright_{1\beta}$ $((((\underline{Y}\underline{Y})\underline{D})\underline{D})((\underline{D}\underline{D})\underline{D}))$,

$\triangleright_{1\beta}$ $((\underline{D}\underline{D})\underline{D})$,

$\triangleright_{1\beta}$ $\underline{D}$.

III) $\underline{D}I_3\underline{Y} \equiv (I_3\underline{D})\underline{Y})$,

$\triangleright_{1\beta}$ $((\lambda x_1 \lambda x_2((((x_1\underline{Y})\underline{D})\underline{D})((x_2\underline{D})\underline{D}))\underline{D})\underline{Y})$,

$\triangleright_{1\beta}$ $(\lambda x_2((((\underline{D}\underline{Y})\underline{D})\underline{D})((x_2\underline{D}))\underline{Y})$,

$\triangleright_{1\beta}$ $((((\underline{D}\underline{Y})\underline{D})\underline{D})((\underline{Y}\underline{D})\underline{D}))$,

$\triangleright_{1\beta}$ $((\underline{Y}\underline{D})\underline{D})$,

$\triangleright_{1\beta}$ $\underline{D}$.

IV) $\underline{D}I_3\underline{D} \equiv ((I_3\underline{D})\underline{D})$,

$\triangleright_{1\beta}$ $((\lambda x_1 \lambda x_2((((x_1\underline{Y})\underline{D})\underline{D})((x_2\underline{D})\underline{D}))\underline{D})\underline{D})$,

$\triangleright_{1\beta}$ $(\lambda x_2((((\underline{D}\underline{Y})\underline{D})\underline{D})((x_2\underline{D})\underline{D}))\underline{D})$,

$\triangleright_{1\beta}$ $((((\underline{D}\underline{Y})\underline{D})\underline{D})((\underline{D}\underline{D})\underline{D}))$,

$\triangleright_{1\beta}$ $((\underline{Y}\underline{D})\underline{D})$,

$\triangleright_{1\beta}$ $\underline{D}$.

olduğundan bir sonraki basamağa git;

Tablo: 1

I_3	$\underline{Y}$	$\underline{D}$
$\underline{Y}$	$\underline{D}$	$\underline{D}$
$\underline{D}$	$\underline{D}$	$\underline{D}$

I_3	0	1
0	1	1
1	1	1

B3: Dur."

olduğundan I_3 tüm doğruluk operatörüne denktir.

Teorem 2:

$\underline{D} \leftarrow 1 \leftarrow \lambda x_1 \lambda x_2 x_1$, $\underline{Y} \leftarrow 0 \leftarrow \lambda x_1 \lambda x_2 x_2$ değer bağlamaları yapıldığında "Ç" $\leftarrow I_4 \leftarrow \lambda x_1 \lambda x_2((((x_1\underline{Y})\underline{Y})\underline{D})((x_2\underline{Y})\underline{Y}))$,

tüm yanlışlık operatörüne denktir.

İspat:

I_4 tüm yanlışlık operatörünün işlevsel görevini yürüten Tablo: 2'yi sağlar. Gerçekten,

"BO: Başla;

B1: $I_4 \leftarrow \lambda x_1 \lambda x_2((((x_1\underline{Y})\underline{Y})\underline{D})((x_2\underline{Y})\underline{Y}))$ değer bağlamasını yap.

B2: $\underline{Y}, \underline{D} \varepsilon B$ için:

I) $\underline{Y} I_4 \underline{Y} \equiv ((I_4\underline{Y})\underline{Y})$,

$\triangleright_{1\beta}$ $((\lambda x_1 \lambda x_2((((x_1\underline{Y})\underline{Y})\underline{D})((x_2\underline{Y})\underline{Y}))\underline{Y})\underline{Y})$,
$\triangleright_{1\beta}$ $(\lambda x_2((((\underline{Y}\underline{Y})\underline{Y})\underline{D})((x_2\underline{Y})\underline{Y}))\underline{Y})$,
$\triangleright_{1\beta}$ $((((\underline{Y}\underline{Y})\underline{Y})\underline{D})((\underline{Y}\underline{Y})\underline{Y}))$,
$\triangleright_{1\beta}$ $((\underline{Y}\underline{D})\underline{Y})$,
$\triangleright_{1\beta}$ $\underline{Y}$.

II) $\underline{Y} I_4 \underline{D} \equiv ((I_4\underline{Y})\underline{D})$,

$\triangleright_{1\beta}$ $((\lambda x_1 \lambda x_2((((x_1\underline{Y})\underline{Y})\underline{D})((x_2\underline{Y})\underline{Y}))\underline{Y})\underline{D})$,
$\triangleright_{1\beta}$ $(\lambda x_2((((\underline{Y}\underline{Y})\underline{Y})\underline{D})((x_2\underline{Y})\underline{Y}))\underline{D})$,
$\triangleright_{1\beta}$ $((((\underline{Y}\underline{Y})\underline{Y})\underline{D})((\underline{D}\underline{Y})\underline{Y}))$,
$\triangleright_{1\beta}$ $((\underline{Y}\underline{D})\underline{Y})$,
$\triangleright_{1\beta}$ $\underline{Y}$.

III) $\underline{D} I_4 \underline{Y} \equiv ((I_4\underline{D})\underline{Y})$,

$\triangleright_{1\beta}$ $((\lambda x_1 \lambda x_2((((x_1\underline{Y})\underline{Y})\underline{D})((x_2\underline{Y})\underline{Y}))\underline{D})\underline{Y})$,
$\triangleright_{1\beta}$ $(\lambda x_2((((\underline{D}\underline{Y})\underline{Y})\underline{D})((x_2\underline{Y})\underline{Y}))\underline{Y})$,
$\triangleright_{1\beta}$ $((((\underline{D}\underline{Y})\underline{Y})\underline{D})((\underline{Y}\underline{Y})\underline{Y}))$,
$\triangleright_{1\beta}$ $((\underline{Y}\underline{D})\underline{Y})$,
$\triangleright_{1\beta}$ $\underline{Y}$.

IV) $\underline{D} I_4 \underline{D} \equiv ((I_4\underline{D})\underline{D})$,

$\triangleright_{1\beta}$ $((\lambda x_1 \lambda x_2((((x_1\underline{Y})\underline{Y})\underline{D})((x_2\underline{Y})\underline{Y}))\underline{D})\underline{D})$,
$\triangleright_{1\beta}$ $(\lambda x_2((((\underline{D}\underline{Y})\underline{Y})\underline{D})((x_2\underline{Y})\underline{Y}))\underline{D})$,
$\triangleright_{1\beta}$ $((((\underline{D}\underline{Y})\underline{Y})\underline{D})((x_2\underline{Y})\underline{Y}))\underline{D})$,
$\triangleright_{1\beta}$ $((((\underline{D}\underline{Y})\underline{Y})\underline{D})((\underline{D}\underline{Y})\underline{Y}))$,
$\triangleright_{1\beta}$ $((\underline{Y}\underline{D})\underline{Y})$,
$\triangleright_{1\beta}$ $\underline{Y}$.

olduğundan bir sonraki basamağa git;

Tablo: 2

I_4	Y	D
Y	Y	Y
D	Y	Y

I_4	0	1
0	0	0
1	0	0

B3: Dur."

o halde I_4 tüm yanlışlık operatörüne denktir.

KAYNAKLAR

1. CURCH, A.: "A Set of Postulates for the Foundation of Logic", Annals of Mathematics, Seri 2, Vol. 33, 1932, pp. 346-366.
2. ———: "The Calculi of Lamda-Conversion", Princeton University Press, 1941.
3. HINDLEY, J.R. and SELDIN, J.P.: "Introduction to Combinators and λ-Calculus, Cambridge Univ. Press, England, 1986.
4. HINDLEY, J.R.: "Lambda-Calculus and Combinators" supplementory notes for Lectures. England. 1988.
5. KLEENE, S.C.: "λ-Definability and Recursiveness" Duke Mathematical Journal, Vol. 2, 1936, pp. 340-353.
6. MİRASYEDİOĞLU, Ş.: "λ-Functional NAND and NOR Logic Circuits", IFORS '84, Washington, D.C., U.S.A., 1984.
7. ———: "λ-Functional Exclusive-or and Logical Equivalance", Karadeniz Üniversitesi Matematik Journal, Cilt V, No. 1, ss. 64-76, 1982.
8. ÖZSOY, N., ÜNLÜ, F.: "Erişimli Konaklıklarda Çiftler Cebiri İşleçleri ile Bilgi İşleme" Bilişim-82, Cilt 1, ss. 43-52, 1982.
9. ———, –,———,–: "Erişimli Konaklıklarda Çiftler Cebiri İşleçleri ile Bilgi İşleme Algoritmaları", Bilişim 82, Cilt 1, ss. 53-62, 1982.
10. TURING, A.M.: "Computability and λ-Definability", The Journal of Symbolic Logic, Vol. 2, 1937, pp. 153-163.
11. ÜNLÜ, F.: "Kuramsal λ-Tasımlaması", Atatürk Üniversitesi, Yayın No: 472, Erzurum, 1976.