Uludağ Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Dergisi, Cilt 22, Sayı 2, 2017 ARAŞTIRMA

DOI: 10.17482/uumfd.335422

GRİ STOK MODELİNİN İŞBİRLİKÇİ OYUN TEORİSİ İLE MALİYET DAĞITIMLARININ İNCELENMESİ

Mehmet Onur OLGUN [*]
Gültekin ÖZDEMİR [**]
Sırma Zeynep ALPARSLAN GÖK [***]

Alınma: 29.04.2016; düzeltme: 09.02.2017; kabul: 10.05.2017

Öz: Stok yönetimi çalışmalarında birim zamanda ortalama toplam stok maliyetini ve depolanacak ürün miktarını belirlemek firmalar için önemli bir konudur. Ancak gerçek hayatta stok maliyeti parametreleri tam olarak bilinemeyebilir fakat belirli aralık olarak tahmin edilebilir. Ayrıca birden fazla firma ortak hedeflere sahip olan firmalar ile stok ve sipariş maliyetlerinin azaltmak için diğer firmalar ile işbirliği (koalisyon) yoluna giderek giderlerini azaltabilirler. Bu çalışma ile aynı sektörde faaliyet gösteren ve aynı ürünleri sipariş veren firmaların bir araya gelerek ortak sipariş verme durumunda oluşacak toplam maliyetin firmalar arasında nasıl dağıtılacağı konularına katkı sağlanmıştır. Uygulama geliştirmek amacıyla av silahı sektöründe faaliyet gösteren ve aynı ürünleri sipariş eden üç firma incelenmiştir. Ayrıca geliştirilen üç adet maliyet dağıtım kuralı olan gri orantılı kural, gri eşit kayıp dağıtım kuralı, gri kaçırılan alternatif kayıpların dağıtımı ile ilgili adil ve kararlı dağıtımlar karşılaştırılarak incelenmiş firmalar için en uygun dağıtım kuralları önerilmiştir.

Anahtar Kelimeler: İşbirlikçi Oyun Teorisi, Stok Yönetimi, Ekonomik Sipariş Miktarı Modeli, Aralık gri sayılar, Maliyet Dağıtım Yöntemleri

Cost Allocations of a Grey Inventory Model with Cooperative Game Theory

Abstract: Inventory management studies on minimizing the avarage total cost per unit time and determines the quantity of stocked materaial which is an important issue for companies. However, in real life inventory cost parameters may not be fully known, but they can be estimated as intervals. Furthermore, the multiple companies can reduce their costs with cooperation (coalition) and with the same target companies to reduce their inventory and ordering costs.In this study, our contribution is how to distribute the total cost of the companies operating the same sector and the same product. In order to make practice, we examine three shotgun firms which order the same products . Also we develop three cost allocation rules which are grey proportional rule, grey equal charge allocation and grey alternative cost avoidiance rule. We propose fair and stable cost distubition rules and compare the best for firms.

Keywords: Cooperative Game Theory, Inventory Management, Economic Order Quantity Model, Interval grey numbers, Cost allocation methods

1. GİRİŞ

Bir işletmenin etkin ve verimli çalışması için üretimde kullanılan veya satışı yapılan madde ve malzemelerin zamanında ve gereken miktarda tedarik edilmesi gerekmektedir. Her işletme faaliyet alanına göre ya üretimi gerçekleştirmek için veya müşterilerin isteğine cevap verebilmek için elinde bazı madde veya malzemeleri hazır bulundurması gerekmektedir.

[*] Süleyman Demirel Üniversitesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, 32260, ISPARTA
[**] Süleyman Demirel Üniversitesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, 32260, ISPARTA
[***] Süleyman Demirel Üniversitesi, Matematik Bölümü, 32260, ISPARTA

İletişim Yazarı: Mehmet Onur OLGUN (onurolgun@sdu.edu.tr)

İşletmenin elinde bulundurduğu bu madde ve malzemelere en genel ifadeyle stok denilmektedir (Chase vd., 1981, Sulak, 2008). İşletmenin fonksiyonları içerisinde üretim yönetimi fonksiyonunun yeri ne ise üretim fonksiyonları içerisinde de stok kontrolü ve yönetimi o derece önemli bir işleve sahiptir. Stok yönetimi çalışmalarının amacı birim zamanda toplam maliyeti en azlamayı ve sipariş edilecek ürün miktarının belirlenmesidir (Tersine, 1994). Eğer firmalar işbirliğine gitmeye karar verirlerse sipariş ve stok tutma maliyetlerini azaltabilirler. Gerçek hayatta birden fazla firmadan aynı hedeflere sahip olması beklenebilir (Örn: stok ve sipariş maliyetlerinin azaltmak vb.). Ayrıca, firmalar aynı ürünlerin ticaretinde veya en az benzer bir ürünü aynı tedarikçiden temin ediyor olabilirler. Genelde, her firma kendi gelirlerini ve kazançlarını olabildiğince maksimum düzeye ulaştırmayı planlamaktadır. Diğer alternatif bir strateji olarak firmalar işbirliği (koalisyon) yoluna giderek giderlerini azaltabilirler. Fakat işbirliği durumunda oluşacak toplam maliyetin firmalara nasıl ve ne oranda dağıtılacağı belli değildir. Bu durumda literatürde işbirlikçi stok oyunları ve dağıtım yöntemleri kullanılmaktadır (Meca vd., 2004) Literatürde, işbirlikçi stok oyunları ile ilgili çeşitli çalışmalar yapılmıştır (Meca vd, 2004, Dror ve Hartman, 2007, Meca, 2007, Meca vd., 2007). Bunlardan en belirgin ve öncü olanı Meca vd., (2004) tarafından yapılan işbirlikçi stok oyunları çalışmasıdır. İşbirliğine giden firmalar, kendilerine özgü stok maliyetleri bilgileri ile birlikte işbirlikçi oyun teorisi modeli ve stok maliyetlerini orantılı kural yardımıyla dağıtmışlardır. İşbirliğine gittikleri durumda kendi stok maliyetlerinde ve toplam stok maliyetlerinde azalma sağlamışlardır.

Ekonomik üretim modelini işbirlikçi oyun teorisi modeli ile incelemişlerdir. Stoksuzluk durumunda ve firmaların üretim yapması durumunda maliyetlerin azaltılmasında ve dağıtılmasında orantılı kurala benzer alternatif bir dağıtım kuralı ileri sürmüşlerdir. genelleştirilmiş stok maliyeti oyunları isimli yeni bir stok oyunları modelini incelemiştir. Maliyetlerden elde edilen kazançların dağıtımı için minumum kareli oran kuralını (minumum square proportional rule) kullanmışlardır (Meca, 2007). Miktar indirimli ekonomik sipariş miktarı modelinde işbirlikçi oyun teorisi yönteminden faydalanmıştır. İncelenen oyunun *p*-toplanabilir (*p*-additive) sınıfa ait olduğunu tespit etmişlerdir. Ayrıca oluşan alt oyunların boş olmayan çekirdek kümesine sahip olduklarını ileri sürmüşlerdir. Düzeltilmiş orantılı kural ile maliyet tasarrufları dağıtılmıştır (Meca vd., 2007). Tek ürün sipariş veren birden fazla firma içeren stok problemini işbirlikçi oyun teorisi ile incelemişlerdir. Sipariş maliyetlerini sabit ve ürün sipariş edilen tedarikçiye olan uzaklığa bağlı ek ikinci bir maliyeti de ekleyerek incelemişlerdir. Shapley değerine Shapley (1953),benzer özellikli fakat daha az hesaplama zorluğu olan bir dağıtım kuralı önermişler ve karakterizasyonunu yapmışlardır (Fiestras-Jenario vd., 2011).

Li vd., (2014) , Meca vd., (2004) tarafından incelenen ekonomik sipariş miktarı (ESM) modelini tedarikçi tarafından verilen ödemelere izin modeline genişleterek oyunun çekirdeğinin boş küme olmadığını ispatlamışlardır. Elde edilen ESM modeli için çekirdek dağıtım kuralı önermişler ve buna popülasyon monotonik dağıtım şeması ile ulaşılmışlardır. Bu dağıtım kuralı ile büyük koalisyonun kararlı (stable) olduğu anlaşılmıştır. Ayrıca, Dror ve Hartman (2011) ile Olgun Ve Özdemir (2015) işbirlikçi stok oyunları hakkında ayrıntılı bir literatür çalışması yapmışlardır.

Bu çalışma ile , firmaların işbirliğine gitmesi durumunda oluşan toplam maliyetin orantılı kural ile dağıtılmasını önerilmiş ve bu kural matematiksel olarak karakterize edilmiştir. Fakat, gerçek hayat problemlerinde karşılaşılan ekonomik sipariş miktarı modeli parametrelerinin stok tutma ve sipariş verme maliyeti ve ürün talepleri tam olarak bilinemeyebilir ve bir periyottan diğer periyota değişebilir. Örneğin, sipariş verme maliyeti, ürünün taşıma imkanlarına bağlı olarak zamanla değişebilir. Petrol fiyatları ve iletişim maliyetleri de zaman içerisinde değişkenlik gösterip sipariş maliyetini etkileyebilir. Karar vericiler hangi şartlarda ve boyutlarda karar verirlerse versinler, bir belirsizlik ortamı içinde bu işlevlerini yerine getirmek zorundadırlar (Chakrabotty vd., 2013).

Bu durumu aşmak için literatürde bulanık küme, aralıklı bulanık küme ve olasılık teorisi yöntemleri kullanılmıştır. Fakat, gerçek hayat problemlerinde, üyelik fonksiyonlarının seçiminde belirli bir yöntem yoktur. En uygun fonksiyon deneme ile bulunur. Bu da oldukça uzun bir zaman alabilir. Model parameterlerinde belirsizlik, rassallık ve olasılık teorisi ile düşünülmüştür (Mallozzi vd., 2011, Suijs, 2011). Olasılıklı yaklaşımda, model parametreleri olasılık dağılımları ile ifade edilir. Fakat, parametreler ile ilgili geçmiş veriler olmadığında olasılık dağılımlarını bulamayız. Bu durumda, stok tutma ve sipariş verme maliyetini belli aralıklarda olduğunu tahmin edebiliriz. Bu çalışmada ise bulanık ve olasılıklı parametreler yerine gri parametreler kullanılmıştır.

Bilimsel yazında çoğunlukla klasik işbirlikçi oyun teorisi yöntemleriyle yapılan çalışmalar ile karşılaşılırken, işbirlikçi gri oyunlar ile ilgili yazında birkaç çalışma mevcuttur. İşbirlikçi gri oyunlar ile ilgili ilk çalışma Palancı vd., (2015) tarafından yapılmıştır. İşbirliği durumunda karakteristik ödeme fonksiyonu değeri olarak gri sayıları kullanarak Shapley değerini tanımlamışlar ve bu değeri verimlilik, simetri ve güçlü monotonluk özelliğini kullanarak karakterize etmişlerdir. Gri Shapley değerininin iki farklı karakterizasyonunu yapmışlardır. Gri Shapley değerinin ilk karakterizasyonu verimlilik, simetri ve güçlü monotonluk özelliğini kullanarak incelemişler, ikicisinde ise, gri marjinal katkılar kullanmışlardır (Alparslan Gök vd., 2014). Klasik işbirlikçi oyun teorisi ile gri sistem teorisini birleştirerek işbirlikçi gri oyunları incelemişlerdir. İşbirliğinde, karakteristik fonksiyon değerleri olarak aralık gri sayılar kullanmıştır. Gri doğrusal programlama tekniği ile oyunun çekirdek çözüm kümesini bulmuşlardır (Kose ve Forrest, 2015).

Bu çalışma ile üç araştırma sorusu ile bilimsel yazına katkı yapılmıştır. İlk olarak stok problemi matematiksel olarak modellenerek, tek firma durumlarında ve işbirliği durumun da iki veya üç firmalı işbirliklerinin ortalama stok maliyet fonksiyonları nasıl oluşturulacaktır? İkinci ise stok problemi ve maliyet fonksiyonu belirlendikten sonra, oyuncu kümesi muhtemel alt kümeleri ile birlikte işbirliğine gitme durumlarında stok maliyetleri nasıl en azlanacak ve koalisyonlara ait stok oyunu nasıl oluşturulacaktır? Son olarak da işbirliği durumunda oluşacak toplam maliyetin firmalara nasıl ve ne oranda dağıtılacaktır?

Çalışmanın ilk bölümünde gri aritmetik işlemler ve özellikleri incelenmiştir. İkinci bölümde, bilimsel yazında yeni geliştirilen işbirlikçi gri oyunlar ve temel özellikleri açıklanmıştır. Üçüncü bölümde, işbirlikçi gri oyun teorisi beraber geliştirilen işbirlikçi gri ekonomik sipariş miktarı modeli incelenmiştir. Dördüncü bölümde ise teorik olarak geliştirilen işbirlikçi gri stok oyun teorisi yöntemi incelenmiş, beşinci bölümde Konya Beyşehir bölgesinde yer alan üç av silahı fabrikası için geliştirilmiş işbirlikçi gri stok problemi ve modeli incelenmiş, son bölünde ise üç firma için toplam stok maliyetinin gri maliyet dağıtım yöntemleri ile sonuçları incelenmiş en uygun maliyet dağıtımları önerilmiştir.

2. ÖN BİLGİLER

2.1. Gri Aritmetik İşlemleri

Çalışmada işbirlikçi gri oyunların oluşturulmasında kullanılan bazı gri kalkülüs işlemleri verilmiştir. Ayrıca çalışmada stok maliyeti parametreleri gri sayılar olarak düşünülmüştür (Liu ve Lin, 2006). Alt sınırı $\underline{a}$ ve üst sınırı $\overline{a}$ olan sayıya gri sayı denir ve $\otimes \in [\underline{a}, \overline{a}]$ şeklinde gösterilir. Örneğin bir insanın ağırlığı 70 ile 80 kilogram arasında değişebilir. Bu durum gri sayı olarak $\otimes_1 \in [70,80]$ şeklinde gösterilir. Gri sayılar ile ilgili çalışmada kullanılan işlemler aşağıda verilmiştir.

Toplama

$\otimes_1 \in [a,b],\ a < b$ ve $\otimes_2 \in [c,d],\ c < d.$

$\otimes_1$ve $\otimes_2$ sayısının toplamı $\otimes_1+\otimes_2$ olarak gösterilir ve,

$\otimes_1+\otimes_2\in [a+c, b+d]$ olarak hesaplanır.

Çıkarma

$\otimes_1$ ve $\otimes_2$ iki gri sayının farkı,

$\otimes_1-\otimes_2=\otimes_1+(-\otimes_2) \in [a-d, b-c]$ (Moore, 1979).

Örneğin; $\otimes_1\in [6,8]$ ve $\otimes_2\in [2,5]$ sayılarını çıkarırsak;

$$\otimes_1-\otimes_2\in [6-5, 8-2] = [1,6].$$

$$\otimes_2-\otimes_1\in [2-8, 5-6] = [-6,-1].$$

Çalışmada üstte tanımlanan gri çıkarma işlemimnden farklı olarak kısmi çıkarma operatörü kullanılmıştır [20].Buna göre çıkarma işlemi $\otimes_1-\otimes_2$, ancak $|b-a| \geq |d-c|$ olursa,

$\otimes_1-\otimes_2\in [a-c, b-d]$ şeklinde tanımlı olur. ($a-c \leq b-d$). $[a,b]$, $[c,d]$ 'den kısmi olarak daha büyüktür olarak adlandırılır ve $[a,b] \succ= [c,d]$ olarak gösterilir. ($a \geq c$ ve $b \geq d$). Bunun tersi de doğrudur. Üstteki örneğe $\otimes_1-\otimes_2$ çıkarma işlemi yapılarken $\otimes_2-\otimes_1$ yapılamaz.

$\otimes_1-\otimes_2\in [2-6, 5-8] = [-4,-3]$ olur.

Pozitif Skaler ile Çarpım

$\otimes\in [a,b], a<b$ ve k pozitif reel sayı olsun. $\otimes$ ve k pozitif skaler ile çarpımı,

$k\otimes\in [ka, kb]$ olur.

Çalışmada, $\mathbb{R}$ 'de tanımlı gri sayılar kümesi $G(\mathbb{R})$ olarak gösterilmiştir.

$\otimes_1$,$\otimes_2\in G(\mathbb{R})$ ve $\otimes_1\in [a,b]$, $a<b$; $\otimes_2\in [c,d]$, $c<d$ olsun. $|\otimes_1| = b-a$ ve

$\gamma \in \mathbb{R}_+$.

i. $\otimes_1+\otimes_2\in [a+c, b+d]$.

ii. $\otimes= [\gamma a, \gamma b]$.

i ve ii'den görüldüğü üzere $G(\mathbb{R})$ konik yapıdadır (Palancı vd., 2015).

3. İŞBİRLİKÇİ OYUN TEORİSİNİN OLUŞTURULMASI

Bu bölümde işbirlikçi gri oyunlar incelenmiştir. İşbirlikçi gri oyun (N, c') şeklinde tanımlıdır. $N=\{1,\dots,n\}$ oyuncu kümesini, $c'(\otimes): 2^N \to G(\mathbb{R})$ ise oyunun karakteristik fonksiyonu göstermektedir.Burada $c'(\emptyset)=\otimes_0\in [0,0]$, $S \in 2^N$ koalisyonun beklenen gri kaybının (maliyetinin) değeri $c'(S)=\otimes_S\in \left[\underline{A_S}, \overline{A_S}\right]$ ise gri kayıp fonksiyonudur. $\underline{A_S}$ve $\overline{A_S}$, S koalisyonun minumum ve maksimum kayıplarını göstermektedir [16]. Bundan dolayı işbirlikçi gri oyun, $\otimes$ gri kayıp değerlerini sahip klasik işbirlikçi oyun olarak düşünülebilir. Gri çözüm yöntemleri, işbirlikçi gri oyunlar için gri sayıları kullanan kayıp(maliyet) problemlerinin çözümünde uygun yöntemdir. Gri çözüm yöntemleri,ve elemanları $G(\mathbb{R})$ de tanımlanan gri kayıp değerlerdir. $G(\mathbb{R})^N$ tüm gri kayıp değerleri kümesini, GG^N ise işbirlikçi gri oyunlar kümesi olarak tanımlanmıştır

Örnek: (Gri Eldiven Oyunu)

N oyuncu kümesi L ve R gibi iki ayrık alt grup olsun ve $R: N = L \cup R, L \cap R = \emptyset. L$'ye ait her üye sol ele ait eldivene, R'ye ait her üye ise sağ ele ait eldivene sahiptirler. Sadece tek bir eldivene sahip olmanın değeri sıfır, sağ ve sol ele ait eldivene (çift) sahip olmak 10 ile 20 birim arası kazanç sağlayacaktır. Diğer durumlarda ise $[0,0]$ alacaklardır. $\otimes_{13} = w'(\{1,3\}) = \otimes_{23} = w'(\{2,3\}) = \otimes_N = w'(N) \in [10,20]$ ve $\otimes_S = w'(S) \in [0,0]$ olur (w' oyunun karakteristik fonksiyonudur) (Palancı vd., 2015).

4. GRİ EKONOMİK SİPARİŞ MİKTARI MODELİNİN OLUŞTURLUMASI

Klasik parametreleri belirli ekonomik sipariş miktarı (ESM) modelleri için yapılan en önemli eleştiri, modelde yer alan parametre değerlerinin kesin olarak bilindiği varsayımıdır. Oysa gerçek hayatta toplam stok maliyetini oluşturan değerleri tam olarak belirlemek mümkün değildir. Gri ESM modeli oluşturulurken, geleneksel ESM modelinde yer alan maliyet parametreleri tek bir değer yerine gri sayılarla ifade edilmiştir. Gri ESM modelinde kullanılacak değişken ve parametre değerleri aşağıda gösterildiği şekilde tanımlanmıştır (Kose vd., 2011).

$\otimes_d \in [\underline{d}, \overline{d}]$: Toplam ürün talebi alt sınır değeri $\underline{d}$, üst sınır değeri $\overline{d}$ olan gri sayı

$\otimes_a \in [\underline{a}, \overline{a}]$: Sipariş verme maliyeti alt sınır değeri $\underline{a}$, üst sınır değeri $\overline{a}$ olan gri sayı

$\otimes_h \in [\underline{h}, \overline{h}]$: Stoklama maliyeti alt sınır değeri $\underline{h}$, üst sınır değeri $\overline{h}$ olan gri sayı

GTM: Gri toplam maliyet değeri

Q: Her bir periyot için sipariş miktarı

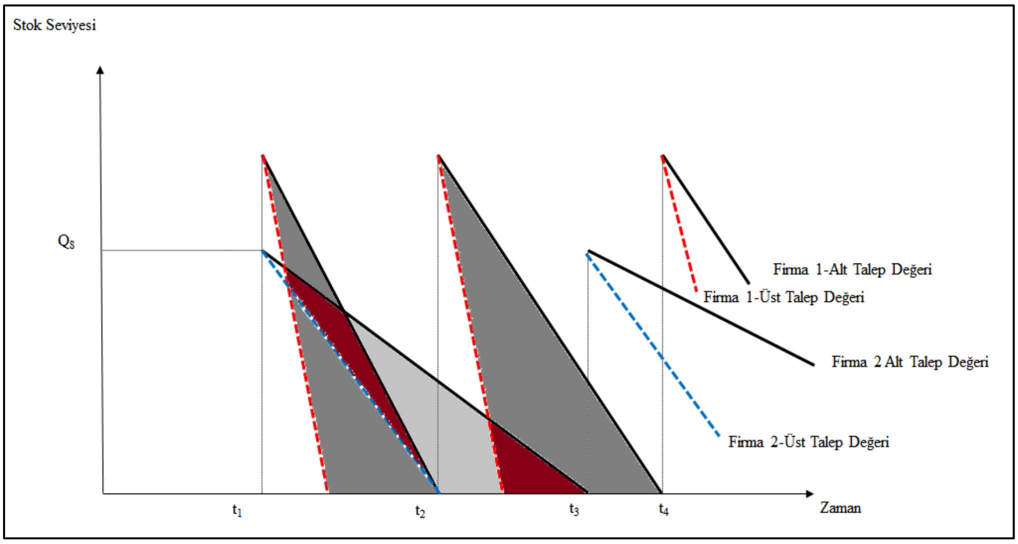
Tüm sipariş dönemi için gri toplam maliyet fonksiyonu (*GTM*) gri sayı değerleri kullanılarak yeniden yazılırsa GTM elde edilir.

$$GTM = [\underline{a}, \overline{a}] \frac{[\underline{d}, \overline{d}]}{Q} + [\underline{h}, \overline{h}] \frac{Q}{2} \tag{1}$$

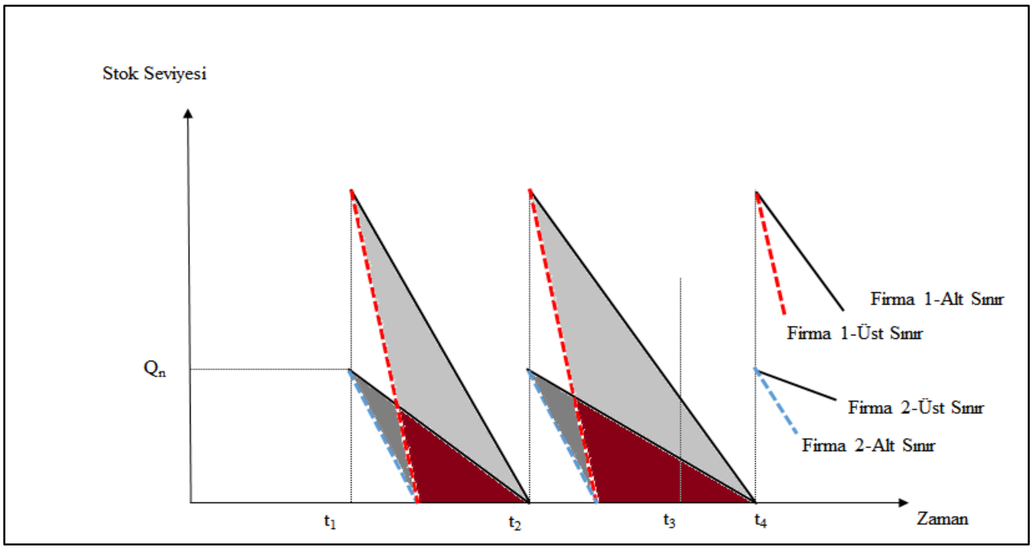
5. İŞBİRLİKÇİ GRİ STOK OYUNUN OLUŞTURULMASI

İşbirlikçi oyun teorisinin birden fazla firmanın maliyetlerini (kayıplarını) azaltmak amacıyla işbirliğine giderek sağladığı avantajlardan ve gri ekonomik sipariş miktarı modelindeki gri maliyet parametreleri kullanarak oluşturulan modelden dolayı işbirlikçi gri stok oyunu geliştirilmiştir.

n firmalı stok probleminde $N = \{1,2, \dots, n\}$ firma kümesini göstermektedir. Gri stok maliyeti, gri sipariş maliyeti, gri ürün talebi sırasıyla, $\otimes_{h_i} \in [\underline{h}, \overline{h}] > [0,0]$, $\otimes_{a_i} \in [\underline{a}, \overline{a}] > [0,0]$, $\otimes_{d_i} \in [\underline{d}, \overline{d}] \geq [0,0], \forall i \in N$ olarak verilir. Her firma kendi depolama alanına sahiptir. Eğer firmalar işbirliğine giderlerse bütünleşik (tek) sipariş vererek ortalama stok maliyetlerini azaltabilirler. Bunun için firmalar sipariş çevrim sürelerini eşitlemelidirler. İşbirliği durumunda sipariş çevrim süreleri farklı iki firma düşünelim. Şekil 1.den'de görüldüğü üzere Firma 2'nin ürün talebinin alt ve üst sınır durumuna göre sipariş çevrim süresi, Firma 1'inkine göre daha uzun sipariş çevrim süresine sahiptir. Eğer iki firma işbirliğine karar verirlerse, t_1 zaman aralığında bütünleşik (beraber) sipariş verirler. t_2, t_3, t_4 zaman aralığında ise ayrı sipariş verirler ve toplamda dört defa sipariş verirler. Eğer Firma 2 sipariş çevrim süresini kısaltıp Firma 1'in sipariş çevrim süresine eşitlerse Q_s olan stok seviyesi Q_n olur. (Şekil 2.) Böylelikle ortalama stok seviyesi $\frac{Q_s}{2}$' den $\frac{Q_n}{2}$ 'ye iner ve ortalama stok maliyeti azalır. Ayrıca $t_1 - t_4$ zaman aralığında işbirliği durumunda toplam üç sipariş verilir ve sipariş maliyetleri de azalır.



***Şekil 1*:**
Gri maliyet parametrelerinde farklı çevrim sürelerinde işbirliği durumu



Şekil 2:
Gri maliyet parametrelerinde aynı çevrim sürelerinde işbirliği durumu

Öncelikle, firmaların sipariş çevrim süreleri eşitlenirse toplam maliyet en küçüklenir. Bundan dolayı, $\frac{Q_i}{\otimes_{d_i}} = \frac{Q_j}{\otimes_{d_j}}$ eşitliği $\forall, i, j \in S$ sağlanmalıdır. Genelliği bozmadan, eğer Firma 1'i S koalisyonuna ait oyuncu olarak düşünürsek, Q_i'yi Q_1' e ait fonksiyon olarak düşünürsek $Q_i = \frac{\otimes_{d_i} Q_1}{\otimes_{d_1}}$ $\forall, i \in S$ olarak olarak yazabiliriz. S koalisyonu her bir sipariş verme durumunda bütünleşik (tek) sipariş maliyetine sahip olur. Bundan dolayı birim zamanda, ortalama sipariş maliyeti $\frac{\otimes_a \otimes_{d_1}}{Q_1}$ olur. Sipariş edilen bütün bütün ürünler, en düşük stoklama maliyet sahip oyuncunun deposunda stoklanır. Bu durumu $\otimes_{h_s} = min_{i \in S} \otimes_{h_i}$ olarak tanımlanır. Birim zamanda, $i \in S$ firmanın $\frac{Q_i}{2}$ kadar ortalama stok tutar ve $\otimes_{h_s} \frac{Q_i}{2}$ kadar ortalama stok maliyeti olur. Bu iki maliyet birleştirlirse, S koalisyonun toplam maliyeti;

$$c'(S) = \otimes_a \frac{\otimes_{d_1}}{Q_1} + \sum_{i \in S} \otimes_{h_s} \frac{Q_i}{2} \tag{2}$$

olarak hesaplanır.

Bu maliyet fonksiyonunda Q_i'yi $Q_i = \frac{\otimes_{d_i} Q_1}{\otimes_{d_1}}$ olarak değiştirirsek ve toplam maliyet Q_1'e bağlı fonksiyon olarak aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\otimes_a \frac{\otimes_{d_1}}{Q_1} + \sum_{i \in S} \otimes_{h_s} \frac{\otimes_{d_i} Q_1}{\otimes_{d_1}} \tag{3}$$

Eğer toplam maliyet fonksiyonu en küçüklenirse,

$$Q_1 = \sqrt{\frac{2 \otimes_a \otimes_{d_1}^2}{\otimes_{h_s} \sum_{j \in S} \otimes_{d_j}}} \tag{4}$$

elde edilir. Böylelikle,

$$Q_i = \frac{\otimes_{d_i} Q_1}{\otimes_{d_1}} = \sqrt{\frac{2 \otimes_a \otimes_{d_1}^2}{\otimes_{h_s} \sum_{j \in S} \otimes_{d_j}}}, \forall i \in S \tag{5}$$

olur. S koalisyonun birim zamanda toplam maliyeti;

$$c'(S) = \sqrt{2 \otimes_a \otimes_{h_s} \sum_{i \in S} \otimes_{d_i}} \tag{6}$$

olur.

Gri stok maliyet durumu, $(N, \otimes_a, \{\otimes_{h_i}, \otimes_{d_i}\})$ olarak tanımlanır. Verilen stok maliyeti durumu (N, c') $S \subset N$ olarak stok maliyet oyunu olarak modellenir ve $\forall S \subset N$ için minimum maliyet değerine sahip olur *(* $c'(\emptyset) \in [0,0]$*)*.

6. UYGULAMA

Endüstriyel araştırma av silahı üretiminde faaliyet gösteren üç ayrı firmada uygulanmıştır. Bütün firmalar aynı özellikte ve fonksiyona sahip olan namluya üretimde ihtiyaç duymaktadırlar. Her silah üreticisi ihtiyaç duydukları ürünleri kendi depolarında stoklamaktadırlar. Her firma ortalama olarak bir yıl içerisinde ne kadar namluya ihtiyaçlarını stok maliyetlerini belirlemek istemektedirler. Av silahı sektöründe depolama ve sipariş maliyetleri mevsimsel olarak her dönemde değişkenlik göstermektedir. Modelde yer alan veriler; "işletme bilgilerinin korunması ve gizliliği" esasına dayanarak bilinen matematiksel işlevler kullanılarak oransal bozulmaya imkan vermeyecek şekilde yeniden türetilmiştir. Ayrıca, firma isimleri Firma-1, Firma-2 ve Firma-3 olarak isimlendirilmiştir.

6.1. Problem Paremetrelerin Tanımlanması

Çalışmasında incelenen silah fabrikaları talep ettikleri namluları aynı tedarikçiden temin etmektedirler. Bundan dolayı firmaların yıllık sipariş maliyetleri aynı olup $a'_1 \in [380, 400]$ gri sayısı olarak belirlenmiştir. Firma 1'in yıllık namlu talebi $d'_1 \in [2500,3000]$, firma 2 $d'_2 \in [1800, 2100]$, firma 3 $d'_3 \in [1700, 1900]$ olarak belirlenmiştir. Yıllık stoklama maliyetleri ise firma 1, $h'_1 \in [0.7, 0.75]$, firma 2 $h'_2 \in [0.8, 0.9]$, firma 3 $h'_3 \in [1, 1.15]$ olarak belirlenmiştir. Çalşışmaya ait gri stok maliyet kalemleri tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1. Gri Stok Maliyeti Parametreleri

	Firma-1	Firma-2	Firma-3
Talep Miktarları (parça/yıl)	$d'_1 \in [2500, 3000]$	$d'_2 \in [1800, 2100]$	$d'_3 \in [1700, 1900]$
Sipariş Maliyetleri (TL/yıl)	$a'_1 \in [380 ,400]$	$a'_2 \in [380, 400]$	$a'_3 \in [380, 400]$
Stoklama Maliyetleri (TL/yıl)	$h'_1 \in [0.7, 0.75]$	$h'_2 \in [0.8 ,0.9]$	$h'_3 \in [1, 1.15]$

6.2. Gri Stok Oyunun Kurulması

Firmaların işbirliğine gitmeden tek başlarına sorumlu oldukları maliyetler ile ikili ve en son üç firmanın ortaklaşa işbirliğine gideceği toplam stok maliyetleri eşitlik 6'ya göre hesaplanmış Tablo 2' de gösterilmiştir.

Tablo 2. Koalisyonlara ait stok maliyetleri

$\{\boldsymbol{S}\}$	$\boldsymbol{c}'(\{\boldsymbol{S}\})$
$\{\mathbf{1}\}$	$c'(\{1\}) \in [1153.3, 1341.6]$
$\{\mathbf{2}\}$	$c'(\{2\}) \in [1046.1, 1229.6]$
$\{\mathbf{3}\}$	$c'(\{3\}) \in [1136.7, 1322.1]$
$\{\mathbf{12}\}$	$c'(\{12\}) \in [1512.5, 1749.3]$
$\{\mathbf{13}\}$	$c'(\{13\}) \in [1494.8, 1714.6]$
$\{\mathbf{23}\}$	$c'(\{23\}) \in [1458.8, 1697.1]$
$\{\mathbf{123}\}$	$c'(\{123\}) \in [1786.6, 2049.4]$

burada $N = \{1,2,3\}$ oyuncu kümesini ve c' her işbirliği durumuna ait gri stok maliyet fonksiyonlarının değerleridir.

7. İşbirlikçi Oyun Teorisinde Maliyet Dağıtım Yöntemleri

Ortak (bütünleşik) maliyetlerin dağıtım temel olarak ele alınır. Ortak kayıp (maliyet) toplam kayıba etki eden tüm oyuncuların (karar vericilerin) ilgili kayıpların toplamı olarak tanımlanmıştır (Biddle ve Steinberg, 1984). Kayıpların dağıtımı, kayba neden olan kısım genellikle toplam maliyete ait özellikler olarak ele alınmaktadır. Kayıpların dağıtımı ile ilgili ilk temel çalışmalardan biri eşit miktar dağıtım metodudur. Adın da anlaşılacağı gibi toplam kayıp eşit miktarda tüm oyunculara dağıtılır. Ama bu yönteme göre, her bir oyuncunun duruma katılım miktarı farklıdır. Diğer bir yöntem orantılı kural ise oyuncular hakkında farklı kayıp parametreleri kullanarak dağıtım yapar (Young, 1985). Bu yöntem ayrılabilir maliyetlerin (kalan fayda) dağıtımı olarak tanımlanmıştır. Yöntem, oyuncuların aktivitelerinin hesaplanmasına dayalıdır. Diğer dağıtım metodları ise marjinal kayıplara dayanan dağıtım yöntemleridir ve marjinal olmayan eşit veya oransal dağıtımlar olarak bilinirler. Toplam kazancın eşit dağıtımı metodu ise kayıplardan elde edilen kazançların dağıtımıdır (Chesa, 2009).

7.1. Gri Orantılı Kural

En büyük koalisyon değeri talepler ile orantılı olarak paylaştırılır. Buna göre her oyuncu,

$$T_i = c'(N)\frac{d_i'}{\sum_{j\in N} d_j'} \tag{7}$$

şeklinde ödeme yaparlar

Burada;

$c'(N)$: Büyük koalisyonun toplam maliyeti

d_i' : i. firmanın gri talebi göstermektedir.

Gri orantılı kural oldukça adil bir paylaşım görünmesine rağmen diğer oyuncuların istediklerinden oldukça farklıdır. Problem, sadece talepler ile orantılı olarak aldıkları payların hesaplanarak göz önüne alınmasıdır. Eğer işbirliğine gitmeselerdi katlanacakları kaybın ne kadar olacağının göz önüne almamasından kaynaklanmaktadır. Stok oyunları gibi kayıp oyunlarında, bu tip problemi çözmek için ayrılabilir kayıplar kullanılır. Farklı kayıpların eklenmesiyle, oyundaki kayıp olarak toplam değişiklikleridir. Ayrılabilir kayıplara, doğrudan kayıplar da dahil edilir. Bu durum, eşitlik 8'de gösterilmiştir. Kayıp oyununda, i oyunucusun ayrılabilir kaybı aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$m_i' = c'(N) - c'(N - \{i\}) \tag{8}$$

Oyunun toplam kaybından, tüm ayrılabilir kayıpların toplamının çıkarılması ise ayrılamayan kayıplar olarak eşitlik 9'daki gibi hesaplanır.

$$g'(N) = c'(N) - \sum_{i\in N} m_i' \tag{9}$$

$$T_i = c'(N)\frac{d_i'}{\sum_{j\in N} d_j'} \tag{10}$$

Eşitlik 10'u kullanarak gri orantılı kurala göre firmalara düşen maliyetler aşağıda hesaplanmıştır.

$$T_1 \in [744.4, 878.3], T_2 \in [536, 614.8], T_3 \in [506.2, 556.3]$$

7.2. Gri Eşit Kayıp Dağıtım Kuralı

Ayrılamayan kayıplar oyuncular arasında eşit olarak paylaştırılır. Bu yönteme göre i oyuncusu eşitlik 11' deki miktarı ödemek zorundadır.

$$GEMD_i' = m_i' + \frac{1}{n} g'(N) \tag{11}$$

$m_1' = c'(N) - c'(\{23\}) =\in [327.8, 352.3]$; Benzer şekilde;

$m_2' \in [291.8, 334.8]\ ve\ \ m_3' \in [274.1, 300.1]$ hesaplanır.

$g'(N) = c'(N) - m_1' - m_2' - m_3'] \in [892.8, 1062.2]$

$GEMD_1' = m_1' + \frac{1}{n} g'(N) \in [625.4, 706.4]$;

$GEMD_2' \in [589.4, 688.8]; GEMD_3' \in [571.7, 654.1]$ olarak bulunur.

7.3. Gri Kaçırılan Alternatif Kayıpların Dağıtım Kuralı

Bu yönteme göre, ayrılamayan kayıplar oyuncular arasında tek başına ödeyecekleri miktarlar yerine ayrılabilir kayıpları ile orantılı olarak paylaştırılır. Bu yöntemde, her bir oyuncu payına düşen ayrılabilir kayıpları önceden hesaplanır, fakat ayrılamayan kayıplar $c_i - m_i c(i)$ ile orantılı olarak paylaştırılır. m_i birden fazla maliyete i'nci maliyeti dahil etmenin marjinal maliyeti, $r_i = c_i - m_i c(i)$ise i. maliyetin toplam maliyete dahil edilmesiyle kaçırılan alternatif kaybı göstermektedir. Bu dağıtım kuralına ait kullanılan formül eşitlik 12'de gösterilmiştir.

$$GKAM_i' = m_i' \frac{r_i'}{\sum_{jeN} r_j'} g'(N) \tag{12}$$

$r_1' = c'(\{1\}) - m_1' \in [825.5, 989.3]$; benzer şekilde

$r_2' \in [754.3,894.8]; r_3' \in [862.6, 1022]$ olarak hesaplanır.

$GKAM_1' = m_1' + \frac{r_1'}{r_1'+r_2'+r_3'} g'(N) \in [629.5, 713.9]$

$GKAM_2' \in [567.5, 661.8]; GKAM_3' \in [589.4, 673.6]$ olur.

Önerilen tüm dağıtım yöntemleri hesaplanarak Tablo 3.'de verilmiştir. Tablo 3.'e göre Firma-1 için en uygun dağıtım yöntemi [625.4,706.4] aralığında maliyet değeri ile GEMD yöntemidir. Firma-2 ve Firma-3 için sırasıyla [536,614.8] ve [506.2,556.3] maliyet değerleriyle gri orantılı kural daha avantajlı bir yöntem olmuştur.

Tablo 3. Gri maliyet dağıtım yöntemlerine göre firmalara dağıtılmış ait stok maliyetleri

Dağıtım Yöntemi	Firma-1	Firma-2	Firma-3
Gri Orantılı Kural (T_i)	$T_i \in [744.4, 878.3]$	$T_i \in [536, 614.8]$	$T_i \in [506.2, 556.3]$
GEMD	$\text{GEMD} \in [625.4, 706.4]$	$\text{GEMD} \in [589.4, 688.8]$	$\text{GEMD} \in [571.7, 654.1]$
GKAM	$\text{GKAM} \in [629.5, 713.9]$	$\text{GKAM} \in [567.5, 661.8]$	$\text{GKAM} \in [589.4, 673.6]$

8. SONUÇ VE SONRAKİ ÇALIŞMALAR

Çalışma kapsamında işbirlikçi oyun teorisi ve ekonomik sipariş miktarı modeli alanlarına katkı yapılarak, aynı sektörde çalışsan ve aynı ürünle sipariş veren firmaların bir araya gelerek ortak sipariş verme durumunda oluşacak toplam maliyetin firmalar arasında nasıl dağıtılacağı konularına katkı sağlanmıştır. İşbirliği durumlarında, firmalar açısından farklı problemler oluşmaktadır. Çalışma ile işbirliği durumunda adil ve kararlı bir dağıtım önerilmiştir.

İşbirlikçi oyun teorisi ile ilgili temel tanım ve matematiksel özellikleri anlatılmıştır. Maliyetlerin dağıtımında ise gri orantılı kural, gri eşit kayıp dağıtım kuralı, gri kaçırılan alternatif kayıpların dağıtımı, yöntemleri ele alınmıştır. İşbirlikçi gri oyun teorisi ve gri ekonomik sipariş miktarı modeli gibi teorik kısım oluşturulduktan sonra uygulama geliştirmek amacıyla av silahı sektöründe faaliyet gösteren ve aynı ürünleri sipariş eden üç firma incelenmiştir. Firmaların stok maliyeti oluşturan gri sipariş ve stok tutma maliyet bilgileriyle işbirliği durumunda oluşacak muhtemel koalisyonlara ait toplam stok maliyetleri hesaplanmıştır. Ayrıca geliştirilen gri dağıtım yöntemleri ile adil ve kararlı dağıtımlar karşılaştırılarak incelenmiş firmalar için en uygun dağıtım yöntemleri önerilmiştir.

Çalışmanın teorik katkısının yanı sıra işbirliği durumunda gri sayılar kullanıldığında stok problemlerinde uygun yöntem olarak kullanılabilir. Geliştirilen yöntem ile literatürdeki diğer yöneylem araştırması oyunları problemlerine de (şebeke, çizelgeleme, doğrusal programlama oyunları) uygulanabilir. İleriki çalışma olarak ekonomik sipariş miktarı modelinin özel durumlarından olan stoksuzluğa izin verilmesi ve miktar indirimli durumlar ile ekonomik üretim miktarı modellerine genişletilerek incelenebilir.

TEŞEKKÜR

Yazarlar, 3664-D1-13 nolu projenin bir parçası olarak bu çalışmaya verdikleri kısmi destekten dolayı, Süleyman Demirel Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Koordinasyon Birimi'ne ve TÜBİTAK 2214-A/1059B141300465 numaralı Doktora Burs Programına Teşekkür eder.

KAYNAKLAR

1. Biddle, G. C., & Steinberg, R., “Allocations of Joint and Common Costs”, Journal of Accounting Literature, 3(1), 1–45, 1984.

2. Chakrabotty, S., Madhumangal, P., Kumar, P., Nayak, K., “An algorithm for solution of an interval valued EOQ model”, An International Journal of Optimization and Control: Theories & Applications, 3(1), 55-64, 2013. doi:10.11121/ijocta.01.2013.00113

3. Chase, R. B. ve Aquilano, N. J., Production and Operations Management: A life Cycle Approach, Third Edition, Irwin, USA, 1981.

4. Chessa M., “Cooperation in deterministic and stochastic inventory models with continuous review”, Universita' di Genova”, Yüksek Lisans Tezi, 2009.

5. Dror, M., & Hartman, B. C., “Shipment consolidation: Who pays for it and how much?” Management Science, 53(1), 78–87, 2007.doi: 10.1287/mnsc.1060.0607

6. Dror, M., Hartman, B.C., “Survey of cooperative inventory games and extensions”, Journal of the Operational Research Society, 62, 565-580, 2011. -580. doi:10.1057/jors.2

7. Fiestras-Janerio M.G., Garcia-Jurado I., Meca A., Mosquera M.A., “Cooperative game theory and inventory management”, European Journal of Operational Research, 210, 459–466, 2011. doi: 10.1016/j.ejor.2010.06.025

8. Kose E., Forrest J.Y , “N-person grey game”, Kybernetes, Vol. 44, Issue 2, pp. 271 –282, 2015. doi: 10.1108/K-04-2014-0073

9. Kose, E., Temiz, I., Erol, S., “Grey system approach for economic order quantity models under uncertainty”, The Journal of Grey System, 1, 71-82, 2011.

10. Li J., Feng H., Zenh Y., “Inventory games with permissible delay in payments”, European Journal of Operational Research, 234, 694–700, 2014. doi: 10.1016/j.ejor.2013.11.008

11. Liu, S., Lin, Y., Grey Information: Theory and Practical Applications, Springer, Germany, 2006.

12. Mallozzi L., Scalzo V., Tijs S., “Fuzzy interval cooperative games”, Fuzzy Sets and Systems, 165(1), 98-105, 2011. DOI: 10.1016/j.fss.2010.06.005

13. Meca A., Timmer J., Garcia-Jurado I., and Borm P.E.M., “Inventory games”, European Journal of Operations Research, 156: 127–139, 2004. doi:10.1016/S0377-2217(02)00913-X

14. Meca, A., “A core-allocation family for generalized holding cost games”, Mathematical Methods of Operations Research, 65, 499-517, 2007.doi:10.1007/s00186-006-0131-z

15. Meca, A., Guardiola, L., Toledo, A., “*p*-additive games: A class of totally balanced games arising from inventory situations with temporary discounts” TOP 15, 322–340, 2007. doi: 10.1007/s11750-007-0020-5

16. Moore R., Methods and applications of interval analysis, SIAM, Philadelphi, 1979.

17. Olgun M.O., Özdemir G., “İşbirlikçi Stok Oyunları”, Journal of Engineering Science and Design, Vol 3 (1), pp.71-75, 2015.

18. Palancı O., Alparslan Gök, S.Z., Ergün S., Weber G.W., “Cooperative grey games and the grey Shapley value”, Optimization, 64:8, 1657-1668, doi:10.1080/02331934.2014.956743, 2015.

19. S.Z. Alparslan-Gok, O. Palanci, O. Olgun, “Alternative axiomatic characterizations of the grey Shapley value”, International Journal of Supply and Operations Management, Volume 1, Issue 1, pp.69-80, 2014.

20. S.Z. Alparslan-Gök, R. Branzei, S.H. Tijs, “Big Boss Interval Games”, International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems (IJUFKS), Vol: 19 No:1, pp.135-149, 2011. doi: 10.2139/ssrn.1135214

21. Shapley LS. “A value for n-person games”, Ann. Math. Stud., 28:307–317, 1953.

22. Suijs, J., Cooperative Decision-making Under Risk, Kluwer: Boston, 2011.

23. Sulak H., Stok kontrolü ve ekonomik sipariş miktarı modellerinde yeni açılımlar: ödemelerde gecikmeye izin verilmesi durumu ve bir model önerisi, Süleyman Demirel Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü İşletme Anabilim Dalı, Doktora tezi, 2008.

24. Tersine, R. J., Principles of Inventory and Materials Management, Printice Hall, 4th Edition, 591, ABD, 1994.

25. Young, H. P., “Monotonic Solutions of Cooperative Games”.,International Journal of Game Theory, 14(2), 65–72, 1985.