



T.C.

ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ESNEK BAĞLI EKLENTİLERİ OLAN PLAKLARIN TİTREŞİMLERİ

Selçuk KARAGÖZ

Yrd. Doç. Dr. Sevda Telli

(Danışman)

YÜKSEK LİSANS TEZİ

MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

BURSA – 2011

Her Hakkı Saklıdır

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

ESNEK BAĞLI EKLENTİLERİ OLAN PLAKLARIN TİTREŞİMLERİ

Selçuk KARAGÖZ

Uludağ Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Yrd. Doç. Dr. Sevda TELLİ

Mühendislik sistemlerinde kullanılan makine parçaları ve yapılar ekseriya kiriş, membran veya plak olarak modellenirler. Bu elemanlar sistemde yalın halde muhtelif sınır şartlarıyla yer alabildikleri gibi bazı hallerde başka cisim veya elemanları da taşıyabilirler. Bu ilave cisim veya elemanlar eklenti olarak adlandırılır. Bu tür eklentili elemanlar için bazen kısıtlı sistemler tabiri de kullanılmaktadır. Bununla sistemin sınır şartları haricinde hareketini kısıtlayan unsurların var olduğu ima edilir. Eklentili sistemler içinde çok sık rastlanan bir sınıf eklentili plaklardır. Bunlara örnek olarak taşıt yan ve tavan sacları, gemilerde yan paneller, elektronik kartlar v.b. gösterilebilir. Bu çalışmada sadece eklentili plakların tabii titreşim frekansları ve bunlara ait mod şekillerinin bulunması ile ilgilenilmiştir. Eklentinin yayılı ve konsantre olması halleri incelenmiştir. Yayılı eklentili plaklarla ilgili çalışmalar sınırlı sayıda olsa da literatürde mevcuttur. Bu çalışma söz konusu analizleri yaparken kullandığı metotla öncekilerden farklılık arz etmektedir. Burada kullanılan metot enerji esaslı sonlu fark yaklaşımıdır. Metot esas itibariyle hareketin Lagrange denklemlerinin çıkarılmasına dayanmaktadır. Lagrange denklemine girecek olan enerji entegrallerindeki konuma göre kısmi türevler sonlu fark ifadeleri olarak yazılmaktadır. Keza hareket denklemleri çıkarıldıktan sonra sistemin serbest titreşiminin harmonik hareketler olacağından yola çıkarak adi diferansiyel denklem takımından homojen, lineer cebrik bir denklem takımına geçiş yapılır. Bu metot kullanılarak ilgili denklemler önce çıplak (yalın) plak hali için bilahare eklentili plak için elde edilmiştir. Bulunan özdeğerler ve mod şekilleri literatürde mevcut olanlarla mukayese edilmiş ve merteye olarak tutarlı değerlerin bulunduğu gözlenmiştir. Metot plak üzerinde oluşturulan bir ızgaranın düğüm noktalarını kullandığından yayılı kütle etkisini oluşturmada ilave işlem gerekmektedir. Buna mukabil ızgara sıklığını arttırarak istenilen sayıda özdeğerin bulunması en azından şeklen mümkündür. Burada her ne kadar sonuçlar aktarılmamışsa da plağın kenarlarına göre eğik konuşlandırılmış yayılı kütlelerin etkisini incelemek de mümkün olmaktadır.

Anahtar Kelimeler: Eklentili plak, Konsantre eklenti, Yayılı eklenti, Serbest titreşimler.

2011, xviii+139 sayfa.

ABSTRACT

MSc Thesis

VIBRATIONS OF PLATES WITH FLEXIBLY CONNECTED ATTACHMENTS

Selçuk KARAGÖZ

Uludağ University

Graduate School of Natural and Applied Sciences

Department of Mechanical Engineering

Supervisor: Assist. Prof. Dr. Sevda TELLİ

Machine parts and structural elements used in engineering systems are often modelled as beams, membrans, or plates. These elements may be carrying some other bodies or structural elements while they are sometimes barely employed under certain boundary conditions. These additional entitites are called “attachment”. In the relevant literature, the phrase of “constrained systems” are also in use for these kind of structures with attachments. With saying this, it is implied that there are some other factors than normal boundary conditions, which constrains the free movements of the main structural element. A class of such constrained systems, which is frequently encountered in the practice is plates with attachments. Ceiling and bottom panels in motor vehicles, side panels in ships, electronic circuit boards etc., can be shown as common examples to plates with attachments. The present work is mainly concerned with the determination of the natural frequencies and the associated mode shapes of plates carrying attachments. Three case studies are carried out: Bare plate, plate with a concentrated mass, plate carrying a distributed mass. There are many papers on this subject, if not many. However, the present work differs from previous work in that a different method is used for free vibration analyses of the system. The method made used here is the energy-based finite difference approach. This method is principally based on the derivation of Lagrange’s equations of motion. Partial derivatives with respect to spatial coordinates in the energy integrals to be substituted in the Lagrange’s equations are replaced with their counterparts expressed in terms of finite differences. Also, after the equations of motion are derived, one transitions from the set of ordinary differential equations to a set of linear algebraic equations making use of the fact that free vibrations of the system are of harmonic character. In this way, the equations of motion for both bare and constrained plates. The eigenvalues (natural frequencies) and mode shapes obtained are compared with the existing results in the literature, and observed to be consistent with them. Since the method employs the nodal points of a grid defined on the plate additional effort is necessary to make the effect of a distributed mass while obtaining arbitrary number of frequencies is at least formally possible. This method also enables one to investigate of the effect of a mass attachment oblique placed on the free vibration characteristics of plates.

Key words: Plate with attachment, Concentrated attachment, Distirbuted attachment, Free vibrations of plates.

2011, xviii+139 pages.

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET	i
ABSTRACT	ii
SİMGELELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	v
ŞEKİLLER DİZİNİ	vii
ÇİZELGELER DİZİNİ	xvii
1.GİRİŞ	1
2. KAYNAK ARAŞTIRMASI	3
3.MATERYAL VE YÖNTEM	6
3.1. Basit Mesnetli Yalın Haldeki Dikdörtgen Plakların Serbest Titreşimleri	6
3.1.1. Basit mesnetli dörtgen plaklar için enerji metodu ile titreşim analizi	6
3.1.2. Basit mesnetli dörtgen plakların serbest titreşimi için enerji esaslı sonlu fark metodu	12
3.2. Basit Mesnetli ve Eklentileri Olan Dörtgen Plakların Serbest Titreşimleri	16
3.3. Esnek Bağlı Eklenti Olması Halinde Özdeğer Probleminin Matrislerinin Oluşturulması	20
4. BULGULAR ve TARTIŞMA	22
4.1. Kullanılan Metotta Ağ Sıklığının Yalın Plağın Frekanslarına Etkisi.	23
4.2. Miktarı Sabit ve Plağa Rijit Bağlı Tek Bir Nokta Kütlenin Farklı Konumlarda Eklenmesinin Sistem Frekanslarına Etkisi	27
4.3. Miktarı Sabit ve Plağa Rijit Bağlı Tek Bir Nokta Kütlenin Farklı Konumları İçin Ağ Sıklığının Sistem Frekanslarına Etkisi.	31
4.4. Konumu Sabit, Fakat Miktarı Değişken Nokta Kütlenin Sistem Frekanslarına Etkisi.	35
4.5. Plağa Rijit Bağlanmış, Birinin Konumu Sabit, Diğerininki Değişken İki Nokta Kütlenin Ağ Sıklığı Aynı Kalmak Şartıyla	

Sistem Frekanslarına Etkisi.	39
4.6. Plağa Rijit Bağlı Tek Nokta Kütle Halinde İlk Beş Özdeğere Karşılık Gelen Modal Yüzeylerin Değişimlerinin İncelenmesi	53
4.7. Plağa Rijit Bağlı İki Nokta Kütle Halinde İlk Beş Özdeğere Karşılık Gelen Modal Yüzeylerin Değişimi	57
4.8. Esnek Bağlı Tek Nokta Kütle Halinde İçin Konum Sabit Kalmak Şartıyla Farklı Katılık (veya Ters Olarak Esneklik) Değerleri İçin Sistem Frekanslarının Değişimi	67
4.9. Plağa Esnek Bağlı Tek Nokta Kütle Halinde Eklenti Kütlelerinin Değişiminin Frekanslara Etkisi	74
4.10. Plağa Esnek Bağlı Tek Nokta Kütle Halinde Ağ Sıklığının Değişiminin Frekanslara Etkisi	78
4.11. Birinin konumu sabit, diğerindeki değişken olan plağa esnek bağlı iki nokta kütlelerinin frekanslara etkisi	82
4.12. Plağa Rijit Bağlı Yayılı Kütlelerin Sistem Özdeğerlerine Etkisinin İncelenmesi	99
5. SONUÇ	104
KAYNAKLAR	105
EKLER	107
EK-1	107
a) Dört Tarafından Basit Mesnetli Yalın Haldeki Plağın Serbest Titreşim Analizinde Kullanılan Program	107
b) Dört Tarafından Basit Mesnetli Üzerinde Eklentileri Olan Plağın Serbest Titreşim Analizinde Kullanılan Program	117
c) Dört Tarafından Basit Mesnetli Üzerinde Esnek Bağlı Eklentileri Olan Plağın Serbest Titreşim Analizinde Kullanılan Program	127
ÖZGEÇMİŞ	139

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

Simgeler	Açıklama	Birim
D	Plağın eğilme rijitliği	[Nm/rad]
E	Plak malzemesinin elastisite modülü	[N/m ²]
G	Plak malzemesinin kayma modülü	[N/m ²]
M_i	Plağa eklenen eklentinin kütlesi	[kg]
\bar{M}	Plağın toplam kütlesi	[kg]
M_x	Plağı x ekseninde etrafında eğilmeye zorlayan moment	[Nm]
M_y	Plağı y ekseninde etrafında eğilmeye zorlayan moment	[Nm]
M_{xy}	Eksenlere dik kenarları burulmaya zorlayan moment	[Nm]
T	Plağın toplam kinetik enerjisi	[Nm]
T^i	Plağa eklenen eklentinin kinetik enerjisi	[Nm]
U	Plağın toplam şekil değiştirme enerjisi	[Nm]
W	Serbest titreşim durumunda plak üzerindeki bir noktanın zamana ve konum koordinatlarına bağlı sehimi	[m]
a,b,h	Plağın boyutları	[m]
w	Serbest titreşim durumunda plak üzerindeki bir noktanın zamana ve konum koordinatlarına bağlı sehiminin boyutsuz hali	
α	Plağın kenar uzunluklarının oranı	
ε	Plakta oluşan birim şekil değiştirmeler	
σ	Plakta oluşan normal gerilmeler	[N/m ²]
ρ	Plağın yoğunluğu	[kg/m ³]
$\bar{\rho}$	Plağın alan yoğunluğu	[kg/m ³]
ρ_E	Plağa eklenen eklentinin alan yoğunluğu	[kg/m ³]

λ	Plığın özdeğerleri	
ω	Plığın tabii frekansları	[rad/s]
ν	Poisson oranı	

Kısaltmalar Açıklama

B-B-B-B Tüm kenarları basit mesnetli plak

ŞEKİLLER DİZİNİ

	Sayfa
Şekil 3.1. Plağın z eksenine yönündeki yer değiştirmesi	7
Şekil 3.2. m,n esas noktasına göre, diğer ağ noktalarının konumları	13
Şekil 4.1. Yalın plağın özdeğerlerinin düğüm noktaları sayısına göre değişimi. a) 1. özdeğer için, b) 2. özdeğer için, c) 3. özdeğer için, d) 4. özdeğer için e) 5. özdeğer için	25
Şekil 4.2. Yalın plağın ilk beş frekansına ait modal yüzeyler. a) 1. özdeğer için, b) 2. özdeğer için, c) 3. özdeğer için, d) 4. özdeğer için, e) 5. özdeğer için	26
Şekil 4.3. Nokta kütlelerin plak üzerinde ki farklı konumları	27
Şekil 4.4. İlk on beş özdeğerin yalın ve tek eklentili halde değişimleri.	29
Şekil 4.5. İlk beş özdeğerin yalın ve tek eklentili halde değişimleri.	29
Şekil 4.6. İkinci beş özdeğerin yalın ve tek eklentili halde değişimleri.	30
Şekil 4.7. Üçüncü beş özdeğerin yalın ve tek eklentili halde değişimleri.	30
Şekil 4.8. Eklentili plağın 1. özdeğerinin düğüm noktaları sayısına göre değişimi. a) Eklenti 1 noktasında, b) Eklenti 2 noktasında, c) Eklenti 3 noktasında d) Eklenti 4 noktasında	31-32
Şekil 4.9. Eklentili plağın 2. özdeğerinin düğüm noktaları sayısına göre değişimi. a) Eklenti 1 noktasında, b) Eklenti 2 noktasında, c) Eklenti 3 noktasında d) Eklenti 4 noktasında	32
Şekil 4.10. Eklentili plağın 3. özdeğerinin düğüm noktaları sayısına göre değişimi. a) Eklenti 1 noktasında, b) Eklenti 2 noktasında, c) Eklenti 3 noktasında d) Eklenti 4 noktasında	33
Şekil 4.11. Eklentili plağın 4. özdeğerinin düğüm noktaları sayısına göre değişimi. a) Eklenti 1 noktasında, b) Eklenti 2 noktasında, c) Eklenti 3 noktasında d) Eklenti 4 noktasında	33-34

Şekil 4.12. Eklentili plağın 5. özdeğerinin düğüm noktaları sayısına göre değişimi. a) Eklenti 1 noktasında, b) Eklenti 2 noktasında, c) Eklenti 3 noktasında d) Eklenti 4 noktasında	34
Şekil 4.13. Eklentili plağın 1. özdeğerinin, kütleler oranına göre değişimi. a) Eklenti 1 noktasında, b) Eklenti 2 noktasında, c) Eklenti 3 noktasında d) Eklenti 4 noktasında	35-36
Şekil 4.14. Eklentili plağın 2. özdeğerinin, kütleler oranına göre değişimi. a) Eklenti 1 noktasında, b) Eklenti 2 noktasında, c) Eklenti 3 noktasında d) Eklenti 4 noktasında	36
Şekil 4.15. Eklentili plağın 3. özdeğerinin, kütleler oranına göre değişimi. a) Eklenti 1 noktasında, b) Eklenti 2 noktasında, c) Eklenti 3 noktasında d) Eklenti 4 noktasında	36
Şekil 4.16. Eklentili plağın 4. özdeğerinin, kütleler oranına göre değişimi. a) Eklenti 1 noktasında, b) Eklenti 2 noktasında, c) Eklenti 3 noktasında d) Eklenti 4 noktasında	37-38
Şekil 4.17. Eklentili plağın 5. özdeğerinin, kütleler oranına göre değişimi. a) Eklenti 1 noktasında, b) Eklenti 2 noktasında, c) Eklenti 3 noktasında d) Eklenti 4 noktasında	38
Şekil 4.18. Sabit eklenti 1 konumunda iken hareketli eklentinin konumları.	39
Şekil 4.19. Biri 1 numaralı konumda sabit, diğeri değişken konumlu iki eklenti halinde ilk on beş özdeğere ait histogramlar.	41
Şekil 4.20. Biri 1 numaralı konumda sabit, diğeri değişken konumlu iki eklenti halinde ilk beş özdeğere ait histogramlar.	42
Şekil 4.21. Biri 1 numaralı konumda sabit, diğeri değişken konumlu iki eklenti halinde altıncı ila onuncu özdeğerlere ait histogramlar.	42
Şekil 4.22. Biri 1 numaralı konumda sabit, diğeri değişken konumlu iki eklenti halinde onbirinci ila onbeşinci özdeğerlere ait histogramlar.	43

Şekil 4.23. Sabit eklenti 2 konumunda iken hareketli eklentinin konumları.	44
Şekil 4.24. Biri 2 numaralı konumda sabit, diğeri değişken konumlu iki eklenti halinde ilk on beş özdeğere ait histogramlar.	45
Şekil 4.25. Biri 2 numaralı konumda sabit, diğeri değişken konumlu iki eklenti halinde ilk beş özdeğere ait histogramlar.	45
Şekil 4.26. Biri 4 numaralı konumda sabit, diğeri değişken konumlu iki eklenti halinde altıncı ila onuncu özdeğerlere ait histogramlar.	46
Şekil 4.27. Biri 4 numaralı konumda sabit, diğeri değişken konumlu iki eklenti halinde onbirinci ila onbeşinci özdeğerlere ait histogramlar.	46
Şekil 4.28. Sabit eklenti 3 konumunda iken hareketli eklentinin konumları.	47
Şekil 4.29. Biri 3 numaralı konumda sabit, diğeri değişken konumlu iki eklenti halinde ilk on beş özdeğere ait histogramlar.	48
Şekil 4.30. Biri 3 numaralı konumda sabit, diğeri değişken konumlu iki eklenti halinde ilk beş özdeğere ait histogramlar.	48
Şekil 4.31. Biri 3 numaralı konumda sabit, diğeri değişken konumlu iki eklenti halinde altıncı ila onuncu özdeğerlere ait histogramlar.	49
Şekil 4.32. Biri 3 numaralı konumda sabit, diğeri değişken konumlu iki eklenti halinde onbirinci ila onbeşinci özdeğerlere ait histogramlar.	49
Şekil 4.33. Sabit eklenti 4 konumunda iken hareketli eklentinin konumları.	50
Şekil 4.34. Biri 4 numaralı konumda sabit, diğeri değişken konumlu iki eklenti halinde ilk on beş özdeğere ait histogramlar.	51
Şekil 4.35. Biri 4 numaralı konumda sabit, diğeri değişken konumlu iki eklenti halinde ilk beş özdeğere ait histogramlar.	51
Şekil 4.36. Biri 4 numaralı konumda sabit, diğeri değişken konumlu iki eklenti halinde altıncı ila onuncu özdeğerlere ait histogramlar.	52

- Şekil 4.37. Biri 4 numaralı konumda sabit, diğeri değişken konumlu iki eklenti halinde onbirinci ila onbeşinci özdeğerlere ait histogramlar. 52
- Şekil 4.38. Birinci modal yüzeyin eklentinin dört farklı konumunda aldığı şekil ve seviye eğrileri haritası. a) Eklenti 1 konumunda, b) Eklenti 2 konumunda, c) Eklenti 3 konumunda, d) Eklenti 4 konumunda. 53
- Şekil 4.39. İkinci modal yüzeyin eklentinin dört farklı konumunda aldığı şekil ve seviye eğrileri haritası. a) Eklenti 1 konumunda, b) Eklenti 2 konumunda, c) Eklenti 3 konumunda, d) Eklenti 4 konumunda. 54
- Şekil 4.40. Üçüncü modal yüzeyin eklentinin dört farklı konumunda aldığı şekil ve seviye eğrileri haritası. a) Eklenti 1 konumunda, b) Eklenti 2 konumunda, c) Eklenti 3 konumunda, d) Eklenti 4 konumunda. 54-55
- Şekil 4.41. Dördüncü modal yüzeyin eklentinin dört farklı konumunda aldığı şekil ve seviye eğrileri haritası. a) Eklenti 1 konumunda, b) Eklenti 2 konumunda, c) Eklenti 3 konumunda, d) Eklenti 4 konumunda. 55
- Şekil 4.42. Beşinci modal yüzeyin eklentinin dört farklı konumunda aldığı şekil ve seviye eğrileri haritası. a) Eklenti 1 konumunda, b) Eklenti 2 konumunda, c) Eklenti 3 konumunda, d) Eklenti 4 konumunda. 56
- Şekil 4.43. Sabit eklentinin 1 konumunda olması haline diğerkonumunda farklı konumları için birinci özdeğere ait modal yüzeylerin değişimi. a) Hareketli eklenti i konumunda, b) Hareketli eklenti ii konumunda, c) Hareketli eklenti iii konumunda. 57-58

- Şekil 4.44. Sabit eklentinin 1 konumunda olması haline diğer eklentinin farklı konumları için ikinci özdeğere ait modal yüzeylerin değişimi.
a) Hareketli eklenti *i* konumunda, b) Hareketli eklenti *ii* konumunda,
c) Hareketli eklenti *iii* konumunda. 58
- Şekil 4.45 Sabit eklentinin 1 konumunda olması haline diğer eklentinin farklı konumları için üçüncü özdeğere ait modal yüzeylerin değişimi.
a) Hareketli eklenti *i* konumunda, b) Hareketli eklenti *ii* konumunda,
c) Hareketli eklenti *iii* konumunda. 59
- Şekil 4.46. Sabit eklentinin 2 konumunda olması haline diğer eklentinin farklı konumları için birinci özdeğere ait modal yüzeylerin değişimi.
a) Hareketli eklenti *i* konumunda, b) Hareketli eklenti *ii* konumunda,
c) Hareketli eklenti *iii* konumunda,
d) Hareketli eklenti *iv* konumunda. 59-60
- Şekil 4.47. Sabit eklentinin 2 konumunda olması haline diğer eklentinin farklı konumları için ikinci özdeğere ait modal yüzeylerin değişimi.
a) Hareketli eklenti *i* konumunda, b) Hareketli eklenti *ii* konumunda,
c) Hareketli eklenti *iii* konumunda,
d) Hareketli eklenti *iv* konumunda. 60
- Şekil 4.48. Sabit eklentinin 2 konumunda olması haline diğer eklentinin farklı konumları için üçüncü özdeğere ait modal yüzeylerin değişimi.
a) Hareketli eklenti *i* konumunda, b) Hareketli eklenti *ii* konumunda,
c) Hareketli eklenti *iii* konumunda,
d) Hareketli eklenti *iv* konumunda. 61
- Şekil 4.49 Sabit eklentinin 3 konumunda olması haline diğer eklentinin farklı konumları için birinci özdeğere ait modal yüzeylerin değişimi.
a) Hareketli eklenti *i* konumunda, b) Hareketli eklenti *ii* konumunda,
c) Hareketli eklenti *iii* konumunda. 61-62

- Şekil 4.50. Sabit eklentinin 3 konumunda olması haline diğer eklentinin farklı konumları için ikinci özdeğere ait modal yüzeylerin değişimi.
a) Hareketli eklenti *i* konumunda, b) Hareketli eklenti *ii* konumunda,
c) Hareketli eklenti *iii* konumunda. 62
- Şekil 4.51. Sabit eklentinin 3 konumunda olması haline diğer eklentinin farklı konumları için üçüncü özdeğere ait modal yüzeylerin değişimi.
a) Hareketli eklenti *i* konumunda, b) Hareketli eklenti *ii* konumunda,
c) Hareketli eklenti *iii* konumunda. 63
- Şekil 4.52. Sabit eklentinin 4 konumunda olması haline diğer eklentinin farklı konumları için birinci özdeğere ait modal yüzeylerin değişimi.
a) Hareketli eklenti *i* konumunda, b) Hareketli eklenti *ii* konumunda,
c) Hareketli eklenti *iii* konumunda, d) Hareketli eklenti *iv* konumunda,
e) Hareketli eklenti *v* konumunda. 63-64
- Şekil 4.53. Sabit eklentinin 4 konumunda olması haline diğer eklentinin farklı konumları için ikinci özdeğere ait modal yüzeylerin değişimi.
a) Hareketli eklenti *i* konumunda, b) Hareketli eklenti *ii* konumunda,
c) Hareketli eklenti *iii* konumunda, d) Hareketli eklenti *iv* konumunda,
e) Hareketli eklenti *v* konumunda. 64-65
- Şekil 4.54. Sabit eklentinin 4 konumunda olması haline diğer eklentinin farklı konumları için üçüncü özdeğere ait modal yüzeylerin değişimi.
a) Hareketli eklenti *i* konumunda, b) Hareketli eklenti *ii* konumunda,
c) Hareketli eklenti *iii* konumunda, d) Hareketli eklenti *iv* konumunda,
e) Hareketli eklenti *v* konumunda. 65-66
- Şekil 4.55. Esnek bağlı tek bir eklenti olması halinde 1. özdeğerin katılık oranına göre değişimi ($40 \leq \kappa \leq 400$). a) 1 noktası için, b) 2 noktası için,
c) 3 noktası için, d) 4 noktası için 67-68

- Şekil 4.56. Esnek bağlı tek bir eklenti olması halinde 1. özdeğerin katılık oranına göre değişimi ($400 \leq \kappa \leq 4000$). a) 1 noktası için, b) 2 noktası için, c) 3 noktası için, d) 4 noktası için 68
- Şekil 4.57. Esnek bağlı tek bir eklenti olması halinde 2. özdeğerin katılık oranına göre değişimi ($40 \leq \kappa \leq 400$). a) 1 noktası için, b) 2 noktası için, c) 3 noktası için, d) 4 noktası için 69
- Şekil 4.58. Esnek bağlı tek bir eklenti olması halinde 2. özdeğerin katılık oranına göre değişimi ($400 \leq \kappa \leq 4000$). a) 1 noktası için, b) 2 noktası için, c) 3 noktası için, d) 4 noktası için 69-70
- Şekil 4.59. Esnek bağlı tek bir eklenti olması halinde 3. özdeğerin katılık oranına göre değişimi ($40 \leq \kappa \leq 400$). a) 1 noktası için, b) 2 noktası için, c) 3 noktası için, d) 4 noktası için 70
- Şekil 4.60. Esnek bağlı tek bir eklenti olması halinde 3. özdeğerin katılık oranına göre değişimi ($400 \leq \kappa \leq 4000$). a) 1 noktası için, b) 2 noktası için, c) 3 noktası için, d) 4 noktası için 71
- Şekil. 4.61. Esnek bağlı tek bir eklenti olması halinde 4. özdeğerin katılık oranına göre değişimi ($40 \leq \kappa \leq 400$). a) 1 noktası için, b) 2 noktası için, c) 3 noktası için, d) 4 noktası için 71-72
- Şekil 4.62. Esnek bağlı tek bir eklenti olması halinde 4. özdeğerin katılık oranına göre değişimi ($400 \leq \kappa \leq 4000$). a) 1 noktası için, b) 2 noktası için, c) 3 noktası için, d) 4 noktası için 72
- Şekil 4.63. Esnek bağlı tek bir eklenti olması halinde 5. özdeğerin katılık oranına göre değişimi ($40 \leq \kappa \leq 400$). a) 1 noktası için, b) 2 noktası için, c) 3 noktası için, d) 4 noktası için 73
- Şekil 4.64. Esnek bağlı tek bir eklenti olması halinde 5. özdeğerin katılık oranına göre değişimi ($400 \leq \kappa \leq 4000$). a) 1 noktası için, b) 2 noktası için, c) 3 noktası için, d) 4 noktası için 73-74

- Şekil 4.65. Esnek bağlı eklentisi olan plağın 1. özdeğerinin, kütleler oranına göre değişimi. a) Eklenti 1 noktasında, b) Eklenti 2 noktasında, c) Eklenti 3 noktasında d) Eklenti 4 noktasında 75
- Şekil 4.66. Esnek bağlı eklentisi olan plağın 2. özdeğerinin, kütleler oranına göre değişimi. a) Eklenti 1 noktasında, b) Eklenti 2 noktasında, c) Eklenti 3 noktasında d) Eklenti 4 noktasında 75-76
- Şekil 4.67. Esnek bağlı eklentisi olan plağın 3. özdeğerinin, kütleler oranına göre değişimi. a) Eklenti 1 noktasında, b) Eklenti 2 noktasında, c) Eklenti 3 noktasında d) Eklenti 4 noktasında 76
- Şekil 4.68. Esnek bağlı eklentisi olan plağın 4. özdeğerinin, kütleler oranına göre değişimi. a) Eklenti 1 noktasında, b) Eklenti 2 noktasında, c) Eklenti 3 noktasında d) Eklenti 4 noktasında 77
- Şekil 4.69. Esnek bağlı eklentisi olan plağın 5. özdeğerinin, kütleler oranına göre değişimi. a) Eklenti 1 noktasında, b) Eklenti 2 noktasında, c) Eklenti 3 noktasında d) Eklenti 4 noktasında 77-78
- Şekil 4.70. Esnek bağlı eklentisi olan plağın 1. özdeğerinin, düğüm noktası sayısına göre değişimi. a) Eklenti 1 noktasında, b) Eklenti 2 noktasında, c) Eklenti 3 noktasında, d) Eklenti 4 noktasında 79
- Şekil 4.71. Esnek bağlı eklentisi olan plağın 2. özdeğerinin, düğüm noktası sayısına göre değişimi. a) Eklenti 1 noktasında, b) Eklenti 2 noktasında, c) Eklenti 3 noktasında, d) Eklenti 4 noktasında 79-80
- Şekil 4.72. Esnek bağlı eklentisi olan plağın 3. özdeğerinin, düğüm noktası sayısına göre değişimi. a) Eklenti 1 noktasında, b) Eklenti 2 noktasında, c) Eklenti 3 noktasında, d) Eklenti 4 noktasında 80
- Şekil 4.73. Esnek bağlı eklentisi olan plağın 4. özdeğerinin, düğüm noktası sayısına göre değişimi. a) Eklenti 1 noktasında, b) Eklenti 2 noktasında, c) Eklenti 3 noktasında , d) Eklenti 4 noktasında 81

Şekil 4.74. Esnek bağlı eklentisi olan plağın 5. özdeğerinin, düğüm noktası sayısına göre değişimi. a) Eklenti 1 noktasında, b) Eklenti 2 noktasında, c) Eklenti 3 noktasında, d) Eklenti 4 noktasında	81-82
Şekil 4.75. Biri 1 numaralı konumda sabit, diğeri i konumunda plağa esnek bağlı iki adet eklenti halinde ilk on beş özdeğere ait histogramlar.	83
Şekil 4.76. Biri 1 numaralı konumda sabit, diğeri ii konumunda plağa esnek bağlı iki adet eklenti halinde ilk on beş özdeğere ait histogramlar.	84
Şekil 4.77. Biri 1 numaralı konumda sabit, diğeri iii konumunda plağa esnek bağlı iki adet eklenti halinde ilk on beş özdeğere ait histogramlar.	85
Şekil 4.78. Biri 2 numaralı konumda sabit, diğeri i konumunda plağa esnek bağlı iki adet eklenti halinde ilk on beş özdeğere ait histogramlar.	87
Şekil 4.79. Biri 2 numaralı konumda sabit, diğeri ii konumunda plağa esnek bağlı iki adet eklenti halinde ilk on beş özdeğere ait histogramlar.	88
Şekil 4.80. Biri 2 numaralı konumda sabit, diğeri iii konumunda plağa esnek bağlı iki adet eklenti halinde ilk on beş özdeğere ait histogramlar.	89
Şekil 4.81. Biri 2 numaralı konumda sabit, diğeri iv konumunda plağa esnek bağlı iki adet eklenti halinde ilk on beş özdeğere ait histogramlar.	90
Şekil 4.82. Biri 3 numaralı konumda sabit, diğeri i konumunda plağa esnek bağlı iki adet eklenti halinde ilk on beş özdeğere ait histogramlar.	91
Şekil 4.83. Biri 3 numaralı konumda sabit, diğeri ii konumunda plağa esnek bağlı iki adet eklenti halinde ilk on beş özdeğere ait histogramlar.	92
Şekil 4.84. Biri 3 numaralı konumda sabit, diğeri iii konumunda plağa esnek bağlı iki adet eklenti halinde ilk on beş özdeğere ait histogramlar.	93
Şekil 4.85. Biri 4 numaralı konumda sabit, diğeri i konumunda plağa esnek bağlı iki adet eklenti halinde ilk on beş özdeğere ait histogramlar.	94
Şekil 4.86. Biri 4 numaralı konumda sabit, diğeri ii konumunda plağa esnek bağlı iki adet eklenti halinde ilk on beş özdeğere ait histogramlar.	95

Şekil 4.87. Biri 4 numaralı konumda sabit, diğeri <i>iii</i> konumunda plağa esnek bağlı iki adet eklenti halinde ilk on beş özdeğere ait histogramlar.	96
Şekil 4.88. Biri 4 numaralı konumda sabit, diğeri <i>iv</i> konumunda plağa esnek bağlı iki adet eklenti halinde ilk on beş özdeğere ait histogramlar.	97
Şekil 4.89. Biri 4 numaralı konumda sabit, diğeri <i>v</i> konumunda plağa esnek bağlı iki adet eklenti halinde ilk on beş özdeğere ait histogramlar.	98
Şekil 4.90. Yayılı kütlenin plak üzerinde ki farklı konumları	99
Şekil 4.91. Yayılı kütlenin 1 numaralı konumda olması halinde ilk on özdeğere ait histogramlar.	100
Şekil 4.92. Yayılı kütlenin 2 numaralı konumda olması halinde ilk on özdeğere ait histogramlar.	101
Şekil 4.93. Yayılı kütlenin 3 numaralı konumda olması halinde ilk on özdeğere ait histogramlar.	102
Şekil 4.94. Yayılı kütlenin 4 numaralı konumda olması halinde ilk on özdeğere ait histogramlar.	103

ÇİZELGELER DİZİNİ

	Sayfa
Çizelge 4.1. Dikdörtgen plağın özdeğerlerinin (λ) referans çalışma ve mevcut çalışmalarla karşılaştırılması	24
Çizelge 4.2. Plağa rijit bağlı nokta kütleinin farklı konumları için özdeğerler.	28
Çizelge 4.3. Biri 1 numaralı konumda sabit, diğeri değişken konumlu iki eklenti halinde sistem özdeğerleri.	40
Çizelge 4.4. Biri 2 numaralı konumda sabit, diğeri değişken konumlu iki eklenti halinde sistem özdeğerleri.	44
Çizelge 4.5. Biri 3 numaralı konumda sabit, diğeri değişken konumlu iki eklenti halinde sistem özdeğerleri.	47
Çizelge 4.6. Biri 4 numaralı konumda sabit, diğeri değişken konumlu iki eklenti halinde sistem özdeğerleri.	50
Çizelge 4.7. Biri 1 numaralı konumda sabit, diğeri i konumunda plağa esnek bağlı iki adet eklenti halinde sistem özdeğerleri.	83
Çizelge 4.8. Biri 1 numaralı konumda sabit, diğeri ii konumunda plağa esnek bağlı iki adet eklenti halinde sistem özdeğerleri.	84
Çizelge 4.9. Biri 1 numaralı konumda sabit, diğeri iii konumunda plağa esnek bağlı iki adet eklenti halinde sistem özdeğerleri.	85
Çizelge 4.10. Biri 2 numaralı konumda sabit, diğeri i konumunda plağa esnek bağlı iki adet eklenti halinde sistem özdeğerleri.	86
Çizelge 4.11. Biri 2 numaralı konumda sabit, diğeri ii konumunda plağa esnek bağlı iki adet eklenti halinde sistem özdeğerleri.	88
Çizelge 4.12. Biri 2 numaralı konumda sabit, diğeri iii konumunda plağa esnek bağlı iki adet eklenti halinde sistem özdeğerleri.	89
Çizelge 4.13. Biri 2 numaralı konumda sabit, diğeri iv konumunda plağa esnek bağlı iki adet eklenti halinde sistem özdeğerleri.	90

Çizelge 4.14. Biri 3 numaralı konumda sabit, diğeri i konumunda plağa esnek bağı iki adet eklenti halinde sistem özdeğerleri.	91
Çizelge 4.15. Biri 3 numaralı konumda sabit, diğeri ii konumunda plağa esnek bağı iki adet eklenti halinde sistem özdeğerleri.	92
Çizelge 4.16. Biri 3 numaralı konumda sabit, diğeri iii konumunda plağa esnek bağı iki adet eklenti halinde sistem özdeğerleri.	93
Çizelge 4.17. Biri 4 numaralı konumda sabit, diğeri i konumunda plağa esnek bağı iki adet eklenti halinde sistem özdeğerleri.	94
Çizelge 4.18. Biri 4 numaralı konumda sabit, diğeri ii konumunda plağa esnek bağı iki adet eklenti halinde sistem özdeğerleri.	95
Çizelge 4.19. Biri 4 numaralı konumda sabit, diğeri iii konumunda plağa esnek bağı iki adet eklenti halinde sistem özdeğerleri.	96
Çizelge 4.20. Biri 4 numaralı konumda sabit, diğeri iv konumunda plağa esnek bağı iki adet eklenti halinde sistem özdeğerleri.	97
Çizelge 4.21. Biri 4 numaralı konumda sabit, diğeri v konumunda plağa esnek bağı iki adet eklenti halinde sistem özdeğerleri.	98
Çizelge 4.22. Yayılı kütlenin 1 numaralı konumda olması halinde sistem özdeğerleri	100
Çizelge 4.23. Yayılı kütlenin 2 numaralı konumda olması halinde sistem özdeğerleri	101
Çizelge 4.24. Yayılı kütlenin 3 numaralı konumda olması halinde sistem özdeğerleri	102
Çizelge 4.25. Yayılı kütlenin 4 numaralı konumda olması halinde sistem özdeğerleri	103

1. GİRİŞ

Plaklar, kalınlığı diğere iki boyuta göre (en ve boy) çok daha küçük olan yapısal elemanlardır. Plaklarda kalınlık santimetrelerle ifade edilirken en ve boy metrelerle ifade edilmektedir ve kalınlığın boya olan oranı plağın tipini belirlemektedir. Kalınlığın boya olan oranı $1/50$ ile $1/10$ arasında olması durumunda ince plak olarak adlandırılmakta, kalınlığın boya olan oranı $1/50$ 'nin altında olan yapılara membran (zar), kalınlığın boya olan oranı $1/10$ 'nun üzerindeki yapılara ise kalın plak denilmektedir. Plaklar, serbest, basit mesnetli veya ankastre sınır şartlarına sahip olan elemanlar olmaları yanı sıra, bazı durumlarda elastik bağ ile taşınabilen veya kolon bağlantılarında olduğu gibi tek noktadan desteklenebilen yapı elemanlarıdır. Bununla birlikte plaklar iki büyük boyutun oluşturduğu düzleme dik doğrultudaki kuvvetleri taşıyacak şekilde mesnetlenirler.

Plak yapılar uygulamada birçok alanda görülebilmektedirler. Bu uygulamalar binalar veya barajlardaki gibi statik yapı elemanlarında bulunabildikleri gibi, çeşitli mekanik sistemleri oluşturan bazı elemanlar da plak yapı özelliği gösterebilmektedirler. Mekanik sistemlerdeki plak yapılara örnek olarak uçakların kanatları, uçak gövdesinde bulunan geniş parçalar, gemi gövdesi, gemi pervanesi, otomobil yan ve tavan sacları gösterilebilir.

Plaklar, sadece yalın hallerde bulunmazlar, üzerlerine çeşitli şekillerde monte edilmiş başka kütleler de taşıyabilirler. Buna örnek olarak da üzerindeki devre elemanı ile birlikte bir elektronik kart, üzerinde hareket halinde bulunan araçlarla birlikte bir köprü veya takım tezgahlarının bulunduğu bir atölye gösterilebilir ve bunlar eklentileri olan bir plak şeklinde modellenebilirler.

Bu çalışmada eklentili plakların tabii frekansları ile ilgili mod şekillerinin enerji esaslı sonlu farklar metoduyla tayini amaçlanmıştır. Çalışma her tarafı basit mesnetli ve üzerinde eklenti bulunduran dikdörtgen plakları kapsamaktadır.

Yukarıda bahsedilen enerji esaslı sonlu farklar metodu ileride ayrıntılı ele alınacak olmakla birlikte burada da kısaca açıklanacaktır. Bu yöntemde önce dört tarafı basit mesnetli olan dörtgen plak için entegral formunda potansiyel ve kinetik enerji ifadeleri çıkarılır. Bu ifadelerde rastlanan konuma göre türevler plağın belli noktalarının zamanla değişen yer değiştirmelerinin sonlu farkları cinsinden bulunur. Bu entegraller Lagrange denklemlerinde yerine konup plağın belli noktalarının yer değiştirmeleri genelleştirilmiş koordinatlar olarak düşünülerek gerekli işlemler yapılır ve neticede plak üzerinde bir ızgara oluşturularak tespit edilen noktaların sayısı kadar sadece zamana göre türevleri ihtiva eden bir adi diferansiyel denklem takımı elde edilir. Öte yandan plağın serbest titreşimleri ile ilgilenildiğinden harmonik hareket kabulü altında ilgili noktaların gerek hız ve gerekse yer değiştirmeleri o noktaların hareket genlikleri cinsinden ifade olunabilir ve bu suretle diferansiyel denklemler homojen bir lineer cebrik denklem takımına dönüşür. Bu denklem takımının çözümü plağın frekanslarıyla ilgili özdeğerleri ve bu özdeğerlere karşılık gelen plak noktalarının bağlı genliklerini yani başka bir deyişle mod şekillerini verir.

Bu metotla önce eklentisiz plağın frekans ve modları bulunmuş, literatürdeki sonuçlarla mukayese edilerek doğruluğu kontrol edilmiştir. Bilahare eklentiler plak üzerinde ilk olarak noktasal kütle olması hali ele alınmış ve noktasal kütlelerin farklı konumları için sistemin özdeğerleri incelenmiştir. Bunun ardından noktasal kütlelerin, plak kütlesi ile olan oranının sistem özdeğerlerine etkisi incelenmiştir. Kullanılan metodu test için düğüm noktalarının sayısının değiştirilmesinin sonuçlara olan etkisi incelenmiştir. Daha sonra eklentilerin dikdörtgen alana yayılı kütle olması hali ele alınmıştır. Bu hal için kütlelerin farklı konumlarda ve miktarlarda olmasının frekans ve modlara etkisi incelenmiştir. En nihayetinde, noktasal kütle için incelenen tüm durumlar eklentinin, plağa esnek bağlı olması hali için de incelenerek çalışma tamamlanmıştır.

2. KAYNAK ARAŞTIRMASI

Dym ve Shames (1973) Hamilton ilkesini kullanarak ince plaklar için hareket denklemini ve muhtemel tüm sınır şartlarını elde ettiler. Basit mesnetli plak için analitik bir çözümle birlikte kullanılan mod sayılarıyla ilişkili bir frekans formülü de verdiler. Yazarlar analitik çözümünü ankastre ve serbest sınır şartlarında kolayca bulunamadığını da vurgulamaktadırlar. Bunun nedeni olarak Kartezyen koordinatlardaki plak denkleminin değişkenlere ayırma yöntemiyle ayrıştırılamayışı, buna mukabil dairesel plaklarda çözümünü silindirik koordinatlarda ayrıştırma mümkün olduğundan kolay olması gösterilmektedir.

Sonzogni ve ark. (1990) bir kenarı serbest, bunun karşısındaki kenarın ankastre, diğer iki kenar için ise farklı iki durumun söz konusu olduğu (basit-basit veya ankastre-ankastre) dikdörtgen şekilli, x ekseni boyunca sabit fakat y ekseni boyunca üstel değişen kesite sahip bir plağın temel frekansını hareket denklemini çözmeksizin bir optimizasyon problemi formunda ifade ederek buldular. Çözüm potansiyel enerjinin istasyonier olacağı optimizasyon parametresi değerini bulmaya dayandırılmıştır. Çalışmada problemin ayrıca sonlu elemanlar metoduyla çözümü de verilmekte ve bu metodun da diğer metotla uyumlu sonuçlar verdiği vurgulanmaktadır.

Ding (1996) ince ve dikdörtgen plakların titreşim analizi için yeni bir metot geliştirmiştir. Yazar öncelikle bir kirişin kiriş boyunca tesir eden herhangi bir yayılı yük altındaki sehimlerini veren fonksiyonları bulmuştur. Bu amaçla yayılı yük Fourier sinüs serisine açılmakta daha sonra homojen olmayan kiriş denklemi çözülerek yazarın ifadesiyle mevcut sınır şartlarında o kirişe ait 'statik kiriş fonksiyonları' tayin edilmektedir. Bu fonksiyonlarda katsayıları sınır şartlarına göre tayin edilecek olan kübik bir polinomla sinüs terimi yer almaktadır. Bu fonksiyonlarla oluşturulan çift katlı bir seri dikdörtgen plağın noktalarının sehimlerini temsil için kullanılmıştır. Bu seriyle Rayleigh-Ritz metodu tatbik edilerek plağın serbest frekansları ve ilişkin modları bulunmuştur. Metot az sayıda mod kullanılmasına rağmen hızlı yakınsadığından sadece polinomların kullanıldığı benzer yöntemlerden üstün görünmektedir.

Wu ve Luo (1997) herhangi sayıda nokta kütle taşıyan keyfi sayıda doğrusal yayla mesnetli dikdörtgen bir plağın tabii frekanslarını ve ilişkin modlarını “Analitik ve Sayısal Birlleşik Metot (ASBM)” adını verdiği bir yöntemle elde ettiler. Metot eklentili plağın frekans ve modlarını elde etmek için eklentisiz hale ait modları kullanmaktadır. Bu çalışmada ayrıca sonlu elemanlar metodu ile de frekans ve modlar bulunmuştur. Bu çalışmada ASBM’un sonlu elemanlar metodunda ihtiyaç duyulan sürenin yaklaşık %2’sinde sonuçları aynı hassasiyetle verdiği, n adet modal fonksiyon kullanılmışsa en az $n-1$ frekansın güvenilir olduğu, bununla birlikte metodun eklentisiz hale ait analitik çözümün bilinmesini gerektirmek gibi bir mahzuru olduğu sonuçları çıkarılmıştır.

Oniszcuk (2000) kenarları basit mesnetli, aralarında homojen ve elastik bir tabak bulunan iki adet dikdörtgen plaktan oluşan kompozit bir plağın serbest titreşimlerini incelemiştir. Elemanter plak modelinin kullanıldığı bu çalışmada her iki plağın da titreşim modları frekansları aynı ancak zamana bağlı katsayıları farklı olan çift katlı Fourier serileri ile ifade edilmekte ve bunların hareket denklemlerinde yerine konulup eşzamanlı çözümüyle dördüncü dereceden bir polinom şeklinde frekans denklemi elde edilmektedir. Her bir moda iki frekans tekabül etmekte olur, kompozit yapı küçük frekansta titreştiğinde iki plağın hareketi aynı fazda, büyük frekansta titreştiğinde ise ters fazda olmaktadır.

Cheung ve Zou (2000) dikdörtgen plakların modal analizi için Ding (1996) tarafından geliştirilen metodu Mindlin tipi plakların serbest titreşim analizinde kullandılar. Mindlin plak modelinde kesit dönme ataleti ve kesme kuvveti göz önüne alındığından statik giriş fonksiyonlarını Timoshenko girişinden türettirler. Yazarlar statik giriş fonksiyonları yerine dinamik fonksiyonların da kullanılabileceğini, ancak bunun yakınsamayı yavaşlattığını ifade etmektedirler. Çalışmada ayrıca ankastre sınır şartları için plak kalınlığının frekanslara etkisinin daha fazla olduğu gösterilmektedir.

Li ve Daniels (2002) karşılıklı iki kenarı basit mesnetli, diğer iki kenarı ise çökme ve dönmeye direnen yayılı yaylarla mesnetli bir dikdörtgen plağın tabii frekanslarını Galerkin yöntemiyle tayin etmektedirler. Yazarlar çalışmalarının trigonometrik fonksiyona bir polinomun ilave edildiği diğer çalışmalardan olan farkının bu tür polinom ilavesinin sadece sınır şartlarını sağlamak değil, aynı zamanda

trigonometrik fonksiyonun kendisi ve türevlerindeki muhtemel süreksizlikleri gidermek için kullanılmasından kaynakladığını ifade etmektedirler.

Kopmaz ve Telli (2002), kenarları basit mesnetli, üzerinde yayılı kütle taşıyan dörtgen bir plağın tabii frekanslarını ve modal yüzeylerini Galerkin prosedürünü kullanarak elde ettiler. Kenarları basit mesnetli eklentisiz plağın çift katlı sinüs serisi formundaki modal fonksiyonlarının karşılaştırma fonksiyonları olarak kullanıldığı çalışmada, eklenti kütlelerin plak kütlelerine oranı, bunun plak üzerindeki tesir bölgesinin yeri ve bu bölgenin alanı gibi parametrelerin plağın ilk üç tabii frekansına ve modal yüzeylerine etkisi incelenmiş, ilgili sonuçlar grafiklerle gösterilmiştir. Eklenti kütlelerin tesir bölgesinin küçültülerek limit halde noktasal kütle etkisi yaptığı ifade edilmiş; böylece, bu metotla noktasal eklentilere sahip plak yapıların da titreşim analizi yapılabileceği belirtilmiştir. Statik yükleme durumunda ilave kütlelerin, kenar oranları ve elastisite modülü belirlenmiş dörtkenarlı basit mesnetli örnek bir plağın kütlelerine oranının 4 den büyük olması halinde, plak için kabul edilen Euler-Bernoulli hipotezinin geçersiz olduğu gösterilmiştir. Çünkü bu halde plakta meydana gelen eğimler 1 e nazaran ihmal edilemeyecek mertebede olmaya başlamakta, söz konusu hipotezin uygulanabilirliği kalmamaktadır. Çalışmadan çıkarılan iki önemli sonuç şu şekildedir: 1) Eklenti kütle miktarı arttığında, nodal çizgiler arasında bir değişim meydana gelebilir. 2) İkinci ve dördüncü modlar arasında, ilave kütle plak kenarlarına çok yakın yerlere konumlandırıldığında, nodal çizgiler plağın iç bölgelerine doğru kayar.

Kopmaz ve Telli (2002) tarafından incelenen sistemin modal analizi aynı dönemde **Wong** (2002) tarafından Rayleigh-Ritz metodu kullanılarak yapılmıştır. Kullanılan metodun farklı olması söz konusu çalışmanın orijinalliğini sağlamaktadır.

3. MATERYAL VE YÖNTEM

3.1. Basit Mesnetli Yalın Haldeki Dikdörtgen Plakların Serbest Titreşimleri

Çalışmanın bu bölümünde ilk olarak üzerinde hiç bir eklenti bulunmayan dört tarafından basit mesnetli bir dikdörtgen plağın serbest titreşim analizi için gerekli denklemlerin çıkarılışı verilecektir. Hareket denklemleri Lagrange metodu ile çıkarılacaktır. Mafih burada sistemin potansiyel ve kinetik enerjisine ait iki katlı entegrallerde gözüken konuma göre kısmi türevler plağın üzerinde yerleri tanımlı noktaların zamana bağlı yer değiştirmelerinin sonlu farkları şeklinde ifade edilerek entegraller çift toplamlara indirgenecektir. Bu toplamlar Lagrange denklemlerinde kullanılarak elde edilen nihai adi diferansiyel denklemlerde hareketin harmonik olduğu göz önüne alınarak bu kez söz konusu denklemler homojen lineer cebrik denklem takımına indirgenecektir. Bu denklem takımına ait özdeğerler plağın tabii frekanslarını yaklaşık olarak verir. Bu suretle sistem ayrıklaştırmaya tabi tutulmuş olmaktadır. Elde edilen denklemlerin sayısı plak üzerinde öngörülen nokta sayısı kadar olacaktır. Eklentili plak halinde ise konsantre kütle halinde sadece tesadüf ettiği grid noktasına ait kinetik enerji teriminde plak kütlesi payına ilgili kütle miktarını eklemek yeterli olacaktır. Yayılı kütle halinde ise eklenti kütlelerini oturma alanında yer alan grid noktalarına taksim etmek gerekir.

3.1.1. Basit mesnetli dörtgen plaklar için enerji metodu ile titreşim analizi

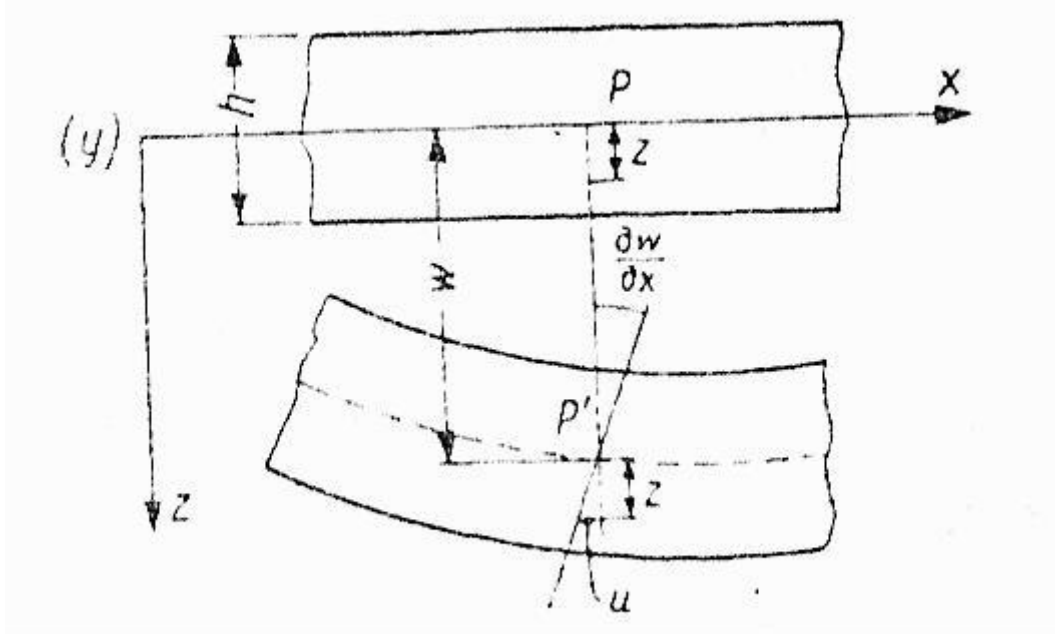
Bu bölümde yoğunluğu ρ , boyutları $a \times b \times h$ (enxboyxkalınlık), eğilme katılığı D olan üniform kesitli, izotropik bir dikdörtgen plağın serbest titreşim denklemleri çıkarılacaktır.

Plâğın şekil değıştirmesi esnasındaki küçük yer değıştirmeler göz önüne alınacağından bazı kabullerin yapılması gerekmektedir. Bu kabuller aşağıdaki gibi sıralanabilirler:

a) Şekil değıştirme sonrasında orta yüzey, plâğın şeklini alır, alt ve üst yüzeye olan uzaklığını muhafaza eder.

b) Şekil değıştirme esnasında orta yüzeyde gerilme yoktur (tarafsız yüzey).

c) Plâğın şekil değıştirmesi sonucu ortaya çıkan σ_{zx} ve σ_{zy} kayma gerilmelerinin etkisi ihmal edilmektedir.



Şekil 3.1. Plâğın z eksenini yönündeki yer değıştirmesi

Bu kabuller altında plâğın $y=sbt$ kesitinin şekil değıştirme öncesi ve sonrasındaki halleri Şekil 3.1'de gösterilmektedir. Şekil değıştirmesi sonucu orta yüzeyde bulunan P noktası yer değıştirerek P' konumuna gelmektedir. Plâğın z eksenini doğrultusundaki $\overline{PP'}$ sehimini $W(x, y, t)$ fonksiyonuyla gösterilmiştir. Şekilde görülen u deplasmanı $\frac{\partial W}{\partial x}$ açısı ile orantılı olduğundan

$$u = -z \frac{\partial W}{\partial x} \quad (3.1.1)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Aynı şekilde y -eksenine paralel olan v yer değıştirmesi $\frac{\partial W}{\partial y}$ açısı ile orantılı olduğundan

$$v = -z \frac{\partial W}{\partial y} \quad (3.1.2)$$

şeklinde yazılabilir. Bununla beraber plakta oluşan birim şekil değıştirmeler (ε) aşağıdaki gibi olmaktadır;

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} = -z \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \quad (3.1.3a)$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} = -z \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \quad (3.1.3b)$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = -2z \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \quad (3.1.3c)$$

Hooke kanununa göre normal gerilmelerle uzama oranları arasındaki ilişkiler aşağıdaki gibidir:

$$\sigma_{xx} = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{xx} + \nu \varepsilon_{yy}) \quad (3.1.4a)$$

$$\sigma_{yy} = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{yy} + \nu \varepsilon_{xx}) \quad (3.1.4b)$$

$$\sigma_{xy} = G \varepsilon_{xy} \quad (3.1.4c)$$

Burada E plak malzemesinin elastisite modülü, G kayma modülü ve ν Poisson oranı olmak üzere, (3.1.3a), (3.1.3b) ve (3.1.3c) birim şekil değıştirme ifadeleri (3.1.4a), (3.1.4b) ve (3.1.4c) de bulunan normal gerilme ifadelerinde yerine konursa

$$\sigma_{xx} = -\frac{Ez}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right) \quad (3.1.5a)$$

$$\sigma_{yy} = -\frac{Ez}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right) \quad (3.1.5b)$$

$$\sigma_{xy} = -2Gz \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} = -\frac{Ez}{1+\nu} \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \quad (3.1.5c)$$

denklemleri elde edilirler.

Gerilmeler sonucu plakta oluşan momentler tanımlandığında, ilk olarak eğilme momentleri ele alınır;

$$M_x = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{xx} z dz \quad (3.1.6a)$$

$$M_y = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{yy} z dz \quad (3.1.6b)$$

şeklinde ifade edilir. Aynı şekilde burulma momentleri için;

$$M_{xy} = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{xy} z dz = M_{yx} = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{yx} z dz \quad (3.1.7)$$

ifadesi elde edilmektedir. Yukarıda bulunan (3.1.6a), (3.1.6b) ve (3.1.7) integrallerin çözümü için (3.1.5a), (3.1.5b) ve (3.1.5c)de bulunan normal gerilme ifadeleri yerlerine konulup integral çözümü yapıldığında;

$$M_x = -D \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right) \quad (3.1.8a)$$

$$M_y = -D \left(\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right) \quad (3.1.8b)$$

$$M_{xy} = -(1-\nu) D \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \quad (3.1.8c)$$

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad (3.1.8d)$$

denklemleri bulunmaktadır. Burada bulunan D katsayısı, plağın eğilme katılığını ifade etmektedir.

Şekil değiştirme enerjisi hesaplanırken, kesme gerilmeleri olan σ_{yz} ve σ_{xz} ihmal edildiğinde, $\sigma_{zz} = \sigma_{yz} = \sigma_{xz} = 0$ şeklinde olmaktadır. Böylelikle şekil değiştirme enerjisi ifadesi;

$$U = \frac{1}{2} \int_V (\sigma_{xx} \varepsilon_{xx} + \sigma_{yy} \varepsilon_{yy} + \sigma_{xy} \varepsilon_{xy}) dV \quad (3.1.9)$$

şeklinde olmaktadır. Aynı şekilde birim şekil değiştirme ifadeleri (ε), kayma gerilmeleri (σ) cinsinden yazılacak olursa;

$$U = \frac{1}{2E} \int_{(V)} [(\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 - 2\nu\sigma_{xx}\sigma_{yy}) + 2(1+\nu)\sigma_{xy}^2] dV \quad (3.1.10)$$

integrali ile plağın tüm hacminin şekil değiştirme enerjisi bulunmaktadır.

(3.1.10) ifadesinde bulunan integralin içerisinde bulunan normal gerilme ifadeleri yerine (3.1.5a), (3.1.5b) ve (3.1.5c) de bulunan değerler yerine konulduğunda ve ayrıca (3.1.6a), (3.1.6b) ve (3.1.7) de bulunan momentlerin çözümü olan (3.1.8a), (3.1.8b) ve (3.1.8c) de eklendiğinde şekil değiştirme enerjisi aşağıdaki gibi olmaktadır;

$$U = \frac{D}{2} \int_{(F)} \left\{ \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right)^2 - 2(1-\nu) \left[\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] \right\} dF \quad (3.1.11)$$

burada $dF = dxdy$ 'dir.

Bu ifade dörtgen plaklar için olan en genel şekil değiştirme enerjisi ifadesidir. Bu çalışmada incelenecek olan dört tarafından basit mesnetli dörtgen plak için ise sınır şartlarından dolayı Timoshenko'ya (1940) göre, şekil değiştirme enerjisi ifadesi aşağıdaki gibi olmaktadır;

$$U = \frac{D}{2} \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right)^2 dx dy \quad (3.1.12)$$

Yukarıdaki şekil değiştirme enerjisi ifadesindeki integralin içerisinde bulunan kısım genişletildiğinde;

$$U = \frac{D}{2} \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} \left[\left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right)^2 + 2 \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \left(\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right)^2 \right] dx dy \quad (3.1.13)$$

olmaktadır.

Dörtgen şeklindeki plakların titreşiminde kinetik enerjisi ifadesi;

$$T = \frac{1}{2} \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} \rho h a b \left(\frac{\partial W}{\partial t} \right)^2 dx dy \quad (3.1.14)$$

şeklinde olmaktadır.

Yukarıda bulunan enerji ifadelerini boyutsuzlaştırmak için gerekli olan boyutsuzlaştırma parametreleri aşağıdaki şekilde verilmektedir;

$$x = X.a \quad (3.1.15)$$

$$y = Y.b \quad (3.1.16)$$

$$W = w(X, Y) e^{i\omega t} a = \bar{w}(X, Y, t) a \quad , \quad i = \sqrt{-1} \quad (3.1.17)$$

(3.1.15), (3.1.16) ve (3.1.17) ile verilen boyutsuzlaştırma parametreleri (3.1.13) ile verilen enerji ifadesinde kullanıldığında;

$$\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = \frac{a}{a^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial X^2} = \frac{1}{a} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial X^2} \Rightarrow \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right)^2 = \frac{1}{a^2} \cdot \left(\frac{\partial^2 w}{\partial X^2} \right)^2 \quad (3.1.18a)$$

$$\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} = \frac{a}{b^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial Y^2} \Rightarrow \left(\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right)^2 = \frac{a^2}{b^4} \cdot \left(\frac{\partial^2 w}{\partial Y^2} \right)^2 \quad (3.1.18b)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} = \frac{1}{a} \cdot \frac{a}{b^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial X^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial Y^2} \Rightarrow \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} = \frac{1}{b^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial X^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial Y^2} \quad (3.1.18c)$$

$$dx = adX \quad \text{ve} \quad dy = bdY \quad \Rightarrow \quad dxdy = abdXdY \quad (3.1.18d)$$

$$U = \frac{D}{2} \int_{-1/2}^{1/2} \int_{-1/2}^{1/2} \left[\frac{1}{a^2} \cdot \left(\frac{\partial^2 w}{\partial X^2} \right)^2 + 2 \cdot \frac{1}{b^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial X^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial Y^2} + \frac{a^2}{b^4} \cdot \left(\frac{\partial^2 w}{\partial Y^2} \right)^2 \right] abdXdY \quad (3.1.19)$$

$$U = \frac{D}{2} \int_{-1/2}^{1/2} \int_{-1/2}^{1/2} \left[\frac{b}{a} \cdot \left(\frac{\partial^2 w}{\partial X^2} \right)^2 + 2 \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial X^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial Y^2} + \frac{a^3}{b^3} \cdot \left(\frac{\partial^2 w}{\partial Y^2} \right)^2 \right] dXdY \quad (3.1.20)$$

elde edilmektedir. Dörtgen plağın a ve b kenarlarının oranı için $\alpha = \frac{a}{b}$ terimi kullanıldığında (3.1.20) ifadesi ;

$$U = \frac{D}{2} \int_{-1/2}^{1/2} \int_{-1/2}^{1/2} \left[\frac{1}{\alpha} \cdot \left(\frac{\partial^2 w}{\partial X^2} \right)^2 + 2 \cdot \alpha \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial X^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial Y^2} + \alpha^3 \cdot \left(\frac{\partial^2 w}{\partial Y^2} \right)^2 \right] dXdY \quad (3.1.21)$$

şeklini almaktadır. Aynı şekilde (3.1.14) ile gösterilen kinetik enerji ifadesi de boyutsuzlaştırıldığında;

$$T = \frac{1}{2} \int_{-1/2}^{1/2} \int_{-1/2}^{1/2} \rho h \left(\frac{a \cdot \partial w}{\partial t} \right)^2 abdXdY \quad \Rightarrow \quad T = \frac{a^3 b}{2} \int_{-1/2}^{1/2} \int_{-1/2}^{1/2} \rho h \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 dXdY \quad (3.1.22)$$

şeklini almaktadır.

3.1.2. Basit mesnetli dörtgen plakların serbest titreşimi için enerji esashı sonlu fark metodu

Yukarıda bulunan enerji ifadelerinin merkez sonlu fark denklemleri şeklinde yazılabilmesi için, enerji ifadelerinde bulunan türev ifadeleri merkez sonlu fark denklemleri şekline getirilmelidir. Böylelikle türev ifadeleri;

$$\left(\frac{\partial^2 w}{\partial X^2} \right)_{m,n} = \frac{1}{\Delta X^2} (w_{m-1,n} - 2w_{m,n} + w_{m+1,n}) \quad (3.1.23a)$$

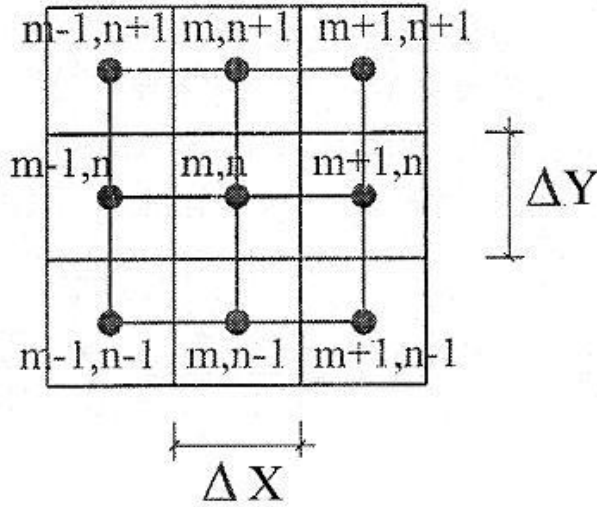
$$\left(\frac{\partial^2 w}{\partial Y^2}\right)_{m,n} = \frac{1}{\Delta Y^2} (w_{m,n-1} - 2w_{m,n} + w_{m,n+1}) \quad (3.1.23b)$$

olmaktadır. Bu ifadeler enerji ifadelerindeki yerine konulduğunda;

$$\begin{aligned} U_{m,n} = \frac{D}{2} & \left[\frac{1}{\alpha \Delta X^4} \cdot (w_{m-1,n} - 2w_{m,n} + w_{m+1,n})^2 \right. \\ & + \frac{2 \cdot \alpha}{\Delta X^2 \Delta Y^2} \cdot (w_{m-1,n} - 2w_{m,n} + w_{m+1,n}) \cdot (w_{m,n-1} - 2w_{m,n} + w_{m,n+1}) \\ & \left. + \frac{\alpha^3}{\Delta Y^4} \cdot (w_{m,n-1} - 2w_{m,n} + w_{m,n+1})^2 \right] \Delta X \Delta Y \end{aligned} \quad (3.1.24)$$

$$T_{m,n} = \frac{\rho h a^3 b}{2} \dot{w}_{m,n}^2 \Delta X \Delta Y \quad (3.1.25)$$

şekil değiştirme enerjisi ve kinetik enerji ifadeleri merkezi sonlu fark denklemleri şeklinde yazılmış olmaktadır.



Şekil 3.2. m, n esas noktasına göre, diğer ağ noktalarının konumları

Bu değerler m, n noktasında bulunan enerji değerleridir ve (3.1.24) ve (3.1.25) denklemlerinde görüldüğü gibi m, n noktasının, komşu noktalarının değerlerinin toplamı şeklindedir. Şekil 3.2'de m, n noktasına komşu olan noktaların isimleri ve

konumları gösterilmektedir. Plak üzerinde seçilen bu noktaların hepsinin toplamı sonucu tüm plağın şekil değiştirme ve kinetik enerji değerleri için;

$$U = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N U_{m,n} \quad \text{ve} \quad T = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N T_{m,n} \quad (3.1.26)$$

ifadeleri kullanılmaktadır. Burada bulunan M ve N ifadesi, ağ noktalarının x ve y eksenleri boyunca toplam değerleridir ve tüm plak için $M \times N$ adet ağ noktası bulunmaktadır.

Plak üzerinde bulunan m,n noktasının, şekil değiştirme ve kinetik enerjileri Lagrange denkleminde ilgili yerlerine yazılıp gereken işlemler yapılacaktır. Lagrange denklemi ise;

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{w}_{m,n}} \right) - \frac{\partial (T - U)}{\partial w_{m,n}} = 0 \quad (3.1.27)$$

şeklinde ifade edilmektedir. (3.1.24) ve (3.1.25) de bulunan ifadeler, (3.1.27) Lagrange denkleminde konulup çözüm işlemi yapıldığında;

$$\begin{aligned} & \left[-\frac{2}{\alpha \Delta X^4} (w_{m-1,n} - 2w_{m,n} + w_{m+1,n}) - \frac{2\alpha}{\Delta X^2 \Delta Y^2} (w_{m-1,n} - 2w_{m,n} + w_{m+1,n}) \right. \\ & \left. - \frac{2\alpha}{\Delta X^2 \Delta Y^2} (w_{m,n-1} - 2w_{m,n} + w_{m,n+1}) - \frac{2\alpha^3}{\Delta Y^4} (w_{m,n-1} - 2w_{m,n} + w_{m,n+1}) \right] \Delta X_{(2)} \Delta Y_{(2)} \\ & + \left[\frac{1}{\alpha \Delta X^4} (w_{m+2,n} - 2w_{m+1,n} + w_{m,n}) + \frac{\alpha}{\Delta X^2 \Delta Y^2} (w_{m+1,n-1} - 2w_{m+1,n} + w_{m+1,n+1}) \right] \Delta X_{(3)} \Delta Y_{(2)} \\ & + \left[\frac{1}{\alpha \Delta X^4} (w_{m,n} - 2w_{m-1,n} + w_{m-2,n}) + \frac{\alpha}{\Delta X^2 \Delta Y^2} (w_{m-1,n-1} - 2w_{m-1,n} + w_{m-1,n+1}) \right] \Delta X_{(1)} \Delta Y_{(2)} \\ & + \left[\frac{\alpha}{\Delta X^2 \Delta Y^2} (w_{m+1,n-1} - 2w_{m,n-1} + w_{m-1,n-1}) + \frac{\alpha^3}{\Delta Y^4} (w_{m,n-2} - 2w_{m,n-1} + w_{m,n}) \right] \Delta X_{(2)} \Delta Y_{(1)} \\ & + \left[\frac{\alpha}{\Delta X^2 \Delta Y^2} (w_{m+1,n+1} - 2w_{m,n+1} + w_{m-1,n+1}) + \frac{\alpha^3}{\Delta Y^4} (w_{m,n} - 2w_{m,n+1} + w_{m,n+2}) \right] \Delta X_{(2)} \Delta Y_{(3)} \\ & = \left[\frac{\lambda^2}{\alpha} w_{m,n} \right] \Delta X_{(2)} \Delta Y_{(2)} \end{aligned} \quad (3.1.28)$$

genel denklemi elde edilmektedir. Bu denklemde;

$$\lambda^2 = \frac{\rho h a^4 \omega^2}{D} \quad (3.1.29)$$

şeklinde verilmektedir. (3.1.28) denkleminde her iki taraf da α ile çarpılır ve $\Delta X \Delta Y$ ifadeleri sadeleştirilirse;

$$\begin{aligned} & -\frac{2}{\Delta X^4} (w_{m-1,n} - 2w_{m,n} + w_{m+1,n}) - \frac{2\alpha^2}{\Delta X^2 \Delta Y^2} (w_{m-1,n} - 2w_{m,n} + w_{m+1,n}) \\ & -\frac{2\alpha^2}{\Delta X^2 \Delta Y^2} (w_{m,n-1} - 2w_{m,n} + w_{m,n+1}) - \frac{2\alpha^4}{\Delta Y^4} (w_{m,n-1} - 2w_{m,n} + w_{m,n+1}) \\ & + \frac{1}{\Delta X^4} (w_{m+2,n} - 2w_{m+1,n} + w_{m,n}) + \frac{\alpha^2}{\Delta X^2 \Delta Y^2} (w_{m+1,n-1} - 2w_{m+1,n} + w_{m+1,n+1}) \\ & + \frac{1}{\Delta X^4} (w_{m,n} - 2w_{m-1,n} + w_{m-2,n}) + \frac{\alpha^2}{\Delta X^2 \Delta Y^2} (w_{m-1,n-1} - 2w_{m-1,n} + w_{m-1,n+1}) \\ & + \frac{\alpha^2}{\Delta X^2 \Delta Y^2} (w_{m+1,n-1} - 2w_{m,n-1} + w_{m-1,n-1}) + \frac{\alpha^4}{\Delta Y^4} (w_{m,n-2} - 2w_{m,n-1} + w_{m,n}) \\ & + \frac{\alpha^2}{\Delta X^2 \Delta Y^2} (w_{m+1,n+1} - 2w_{m,n+1} + w_{m-1,n+1}) + \frac{\alpha^4}{\Delta Y^4} (w_{m,n} - 2w_{m,n+1} + w_{m,n+2}) \\ & = \lambda^2 w_{m,n} \end{aligned} \quad (3.1.30)$$

şeklini almaktadır. (3.1.30) denkleminde bilinmeyen ifadeler tekrar etmektedir. Bu ifadeler bir araya getirilip bilinmeyen ifadelerin katsayılarını toplamak suretiyle (3.1.30) denklemi düzenlendiğinde;

$$\begin{aligned} & \left(\frac{6}{\Delta X^4} + \frac{8\alpha^2}{\Delta X^2 \Delta Y^2} + \frac{6\alpha^4}{\Delta Y^4} \right) w_{m,n} - \left(\frac{4}{\Delta X^4} + \frac{4\alpha^2}{\Delta X^2 \Delta Y^2} \right) w_{m-1,n} - \left(\frac{4}{\Delta X^4} + \frac{4\alpha^2}{\Delta X^2 \Delta Y^2} \right) w_{m+1,n} \\ & - \left(\frac{4\alpha^2}{\Delta X^2 \Delta Y^2} + \frac{4\alpha^4}{\Delta Y^4} \right) w_{m,n-1} - \left(\frac{4\alpha^2}{\Delta X^2 \Delta Y^2} + \frac{4\alpha^4}{\Delta Y^4} \right) w_{m,n+1} + \frac{2\alpha^2}{\Delta X^2 \Delta Y^2} w_{m-1,n+1} \\ & + \frac{2\alpha^2}{\Delta X^2 \Delta Y^2} w_{m+1,n+1} + \frac{2\alpha^2}{\Delta X^2 \Delta Y^2} w_{m-1,n-1} + \frac{2\alpha^2}{\Delta X^2 \Delta Y^2} w_{m+1,n-1} + \frac{\alpha^4}{\Delta Y^4} w_{m,n+2} + \frac{\alpha^4}{\Delta Y^4} w_{m,n-2} \\ & + \frac{1}{\Delta X^4} w_{m-2,n} + \frac{1}{\Delta X^4} w_{m+2,n} = \lambda^2 w_{m,n} \end{aligned} \quad (3.1.31)$$

halini almaktadır.

Yukarıda yazılan (3.1.31) denklemi sadece bir m, n noktası için yazılmıştır. Plak üzerinde ise $M \times N$ adet ağ noktası bulunmakta ve bu yüzden (3.1.31) denkleminden $M \times N$ adet yazılmaktadır. Ayrıca incelenmekte olan plak sisteminde, plağın sınır bölgelerinde basit mesnet bulunduğundan dolayı, plağın sınırlarında bulunan noktaların sehimi sıfır olmakta ve sınır bölgesinde bulunan noktaların değerleri bilinmektedir. Sınır bölgelerinin hemen yanında bulunan noktalar için (3.1.31) denklemi yazıldığında ise denklemde bulunan $w_{m,n+2}$, $w_{m,n-2}$, $w_{m+2,n}$ ve $w_{m-2,n}$ ifadeleri sonucu, plak sınırlarının dışında sanal noktalar oluşmaktadır. Sistem sınır şartı olarak basit mesnet alındığı için, oluşan sanal nokta, plak üzerindeki sınırın yanında bulunan noktanın sehiminin zıddını yapacak ve sınırın yanında bulunan noktanın eksi işaretlisi olacaktır. Bunun sonucunda sehim değerleri bilinmeyen yalnızca plakın içinde bulunan noktalar olacaktır. Böylelikle $M \times N$ bilinmeyenli $M \times N$ denklem elde edilmiş olmaktadır. Bu denklem takımı matris şeklinde ifade edilecek olduğunda;

$$[A]\{w\} = \lambda \{w\} \quad (3.1.32)$$

ortaya çıkmaktadır. (3.1.32) denkleminin çözümü bu çalışmada MATLAB paket programının bir parçası olan EIG fonksiyonu ile çözülmektedir. Bu çözüm sonucu bulunan λ , A matrisinin özdeğerleri olmakla birlikte, yalın haldeki dört tarafından basit mesnet ile tespit edilen dörtgen plağın özfrekanslarının boyutsuzlaştırılmış halini oluşturmaktadır. Ayrıca (3.1.32) denkleminin çözümü sonucu ortaya çıkan A matrisinin özvektörleri de dörtgen plak üzerinde seçilen ağ noktalarının sehimini ve buna bağlı olarak da dörtgen plağın modal yüzeylemlerini oluşturmaktadır.

3.2. Basit Mesnetli ve Eklentileri Olan Dikdörtgen Plakların Serbest Titreşimleri

Bir önceki bölümde basit mesnet ile tespit edilen ve yalın halde bulunan dikdörtgen şeklindeki bir plağın serbest titreşim analizi yapılmıştır. Bu bölümde ise aynı sınır şartlarına sahip olan dikdörtgen bir plağın üzerine kütleler eklemek sureti ile bir çözüm araştırılacaktır. Bunun sonucunda plağa eklenen kütlelerin, plağın özdeğerlerine

olan etkisi ve bu özdeğerlere karşılık gelen modal yüzeyleerin değişimi araştırılacak ve sonuçları değerlendirilecektir.

Seçilen plak sisteminde, üzerine konulacak olan eklentilerin kütleleri M_i olarak belirtilmiştir. Kütle ifadesinde bulunan i alt indisi, eklenecek olan maddenin sayısı ile değişmektedir (M_1, M_2, M_3, \dots gibi). Ayrıca titreşim analizi, merkezi sonlu farklar yöntemi ile yapıldığı ve bu yöntemde plak, ağ noktaları ile daha küçük parçalara bölünüp çözüm işlemi yapıldığından dolayı, fakat bununla birlikte ağ noktalarında süreklilik olmadığı için plağa eklenen kütleler, ya ağ noktaları üzerinde seçilmesi gerekmekte veya eklentinin plak üzerindeki yeri daha önceden belirlenmiş ise plak, uygun aralıklarda bölünmek suretiyle eklentinin ağ noktası üzerine denk getirilmesi sağlanmalıdır.

Dört tarafından basit mesnet ile tespit edilen ve üzerinde eklenti bulunan dikdörtgen şeklindeki plağın serbest titreşim analizi yapılırken, bir önceki bölümde kullanılan, enerji metodu üzerinden merkezi sonlu farklar yöntemi ile yapılmaktadır. Plak sisteminde, üzerinde eklenti bulunmayan ağ noktaları için denklemlerde bir değişiklik olmaz iken, eklentilerin bulunduğu ağ noktalarının denklemleri değişmektedir. Bu değişim ise, eklentinin bulunduğu noktanın kinetik enerjisindeki değişim şeklinde olmaktadır.

Plağın kinetik enerji ifadesi bir önceki bölümde (3.1.14) denklemi ile verilmiş ve bu enerji ifadesinin boyutsuz parametrelerle boyutsuzlaştırıldıktan sonra merkezi sonlu fark yöntemi için noktasal bazda (3.1.25) ifadesi yazılmıştı. Bununla birlikte m, n noktasında bir eklenti olduğunda ve bu eklenti için de bir kinetik enerji ifadesi yazılmak istendiğinde;

$$T_{m,n}^i = \frac{1}{2} M_i \left(\frac{\partial W_{m,n}}{\partial t} \right)^2 \quad (3.2.1)$$

şeklinde olmaktadır. Eklenti için yazılan kinetik enerji ifadesi, (3.1.17) boyutsuzlaştırma parametresi ile boyutsuzlaştırıldığında;

$$T_{m,n}^i = \frac{1}{2} M_i \left(\frac{a \cdot \partial w_{m,n}}{\partial t} \right)^2 \Rightarrow T_{m,n}^i = \frac{a^2}{2} M_i \left(\frac{\partial w_{m,n}}{\partial t} \right)^2 \quad (3.2.2)$$

olmaktadır. Bir önceki bölümde (3.1.27) ile verilen Lagrange denklemine, kinetik enerjilerin bulunduğu kısma elde edilen eklenti kinetik enerjisi konulduğunda Lagrange denklemi;

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial (T + T_{m,n}^i)}{\partial \dot{w}_{m,n}} \right) - \frac{\partial (T + T_{m,n}^i - U)}{\partial w_{m,n}} = 0 \quad (3.2.3)$$

halini almaktadır. (3.2.3) denkleminde T ve U değişmeden kalmış, sadece bu enerji ifadelerine ek olarak $T_{m,n}^i$ eklenti kinetik enerjisi eklenmiştir. Lagrange denklemi bu haliyle çözüldüğünde;

$$\begin{aligned} & \left(\frac{6}{\Delta X^4} + \frac{8\alpha^2}{\Delta X^2 \Delta Y^2} + \frac{6\alpha^4}{\Delta Y^4} \right) w_{m,n} - \left(\frac{4}{\Delta X^4} + \frac{4\alpha^2}{\Delta X^2 \Delta Y^2} \right) w_{m-1,n} - \left(\frac{4}{\Delta X^4} + \frac{4\alpha^2}{\Delta X^2 \Delta Y^2} \right) w_{m+1,n} \\ & - \left(\frac{4\alpha^2}{\Delta X^2 \Delta Y^2} + \frac{4\alpha^4}{\Delta Y^4} \right) w_{m,n-1} - \left(\frac{4\alpha^2}{\Delta X^2 \Delta Y^2} + \frac{4\alpha^4}{\Delta Y^4} \right) w_{m,n+1} + \frac{2\alpha^2}{\Delta X^2 \Delta Y^2} w_{m-1,n+1} \\ & + \frac{2\alpha^2}{\Delta X^2 \Delta Y^2} w_{m+1,n+1} + \frac{2\alpha^2}{\Delta X^2 \Delta Y^2} w_{m-1,n-1} + \frac{2\alpha^2}{\Delta X^2 \Delta Y^2} w_{m+1,n-1} + \frac{\alpha^4}{\Delta Y^4} w_{m,n+2} + \frac{\alpha^4}{\Delta Y^4} w_{m,n-2} \\ & + \frac{1}{\Delta X^4} w_{m-2,n} + \frac{1}{\Delta X^4} w_{m+2,n} = \lambda^2 w_{m,n} + \frac{a^3 M_i \omega^2}{b D \Delta X \Delta Y} w_{m,n} \end{aligned} \quad (3.2.4)$$

bulunmaktadır. Bir önceki bölümde olduğu gibi burada da;

$$\lambda^2 = \frac{\rho h a^4 \omega^2}{D} \quad (3.2.5)$$

olmaktadır. Elde edilen (3.2.4) denklemi sadece plak üzerine yerleştirilen eklentinin bulunduğu nokta için geçerli olmakta ve plakta eklenti olmayan kısımlar için yine (3.1.31) denklemi kullanılarak denklem takımı oluşturulmaktadır.

(3.2.4) denkleminin sağ tarafında bulunan ve plağın üzerindeki eklentiden dolayı gelen $\frac{a^3 M_i \omega^2}{bD\Delta X \Delta Y}$ ifadesinde, işlem kolaylığı sağlanabilmesi ve çözümün genel bir çözüm olabilmesi için a , b ve M_i ifadelerinden arındırılması ve bunların yerine geçebilecek bir boyutsuzlaştırma işlemi yapılması gerekmektedir.

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{6}{\Delta X^4} + \frac{8\alpha^2}{\Delta X^2 \Delta Y^2} + \frac{6\alpha^4}{\Delta Y^4} \right) w_{m,n} - \left(\frac{4}{\Delta X^4} + \frac{4\alpha^2}{\Delta X^2 \Delta Y^2} \right) w_{m-1,n} - \left(\frac{4}{\Delta X^4} + \frac{4\alpha^2}{\Delta X^2 \Delta Y^2} \right) w_{m+1,n} \\
& - \left(\frac{4\alpha^2}{\Delta X^2 \Delta Y^2} + \frac{4\alpha^4}{\Delta Y^4} \right) w_{m,n-1} - \left(\frac{4\alpha^2}{\Delta X^2 \Delta Y^2} + \frac{4\alpha^4}{\Delta Y^4} \right) w_{m,n+1} + \frac{2\alpha^2}{\Delta X^2 \Delta Y^2} w_{m-1,n+1} \\
& + \frac{2\alpha^2}{\Delta X^2 \Delta Y^2} w_{m+1,n+1} + \frac{2\alpha^2}{\Delta X^2 \Delta Y^2} w_{m-1,n-1} + \frac{2\alpha^2}{\Delta X^2 \Delta Y^2} w_{m+1,n-1} + \frac{\alpha^4}{\Delta Y^4} w_{m,n+2} + \frac{\alpha^4}{\Delta Y^4} w_{m,n-2} \\
& + \frac{1}{\Delta X^4} w_{m-2,n} + \frac{1}{\Delta X^4} w_{m+2,n} = \lambda^2 w_{m,n} + \lambda^2 \frac{M_E}{M_P} w_{m,n}
\end{aligned} \tag{3.2.6}$$

halini almaktadır. (3.2.6) denkleminde bulunan M_P ve M_E plağın ve noktasal maddenin kütesidir.

(3.2.6) denkleminin sağ tarafında bulunan λ^2 teriminin katsayısı, üzerinde eklenti bulunmayan her kenarından basit mesnetli dikdörtgen plak kısımlarından farklı olduğu için (3.1.32) ile verilen denklem takımı formundan farklı olarak aşağıdaki gibi olmaktadır.

$$[A]\{w\} = \lambda^2 [B]\{w\} \tag{3.2.7}$$

(3.2.7) denkleminin MATLAB paket programı yardımı ile çözümü sonucu, dört tarafından basit mesnet ile tespit edilen ve üzerinde eklentiler bulunan dörtgen plağın özdeğerleri ve özvektörlerine bağlı olarak plağın modal yüzey şekilleri bulunmaktadır.

3.3. Esnek Bağlı Eklenti Olması Halinde Özdeğer Probleminin Matrislerinin Oluşturulması

Önceki bölümlerde anlatıldığı gibi düğüm noktaları sayacı $s = (i-1)N + j$ $i = 1, M; j = 1, N$ şeklinde tanımlanmıştır. Bu durumda düğüm noktaları plağın x eksenine paralel kenarında sol alttan sağa sayılmaya başlanır ve bu işlem her defasında bir üst satıra geçilerek aynı şekilde soldan sağa sürdürülür. Kabul edelim ki, ağın (m, n) adresli noktasında esnek bağlı bir eklenti olsun. Eklentinin bağlı olduğu düğüm noktasının sıra sayısı yukarıdaki bağıntıdan $\sigma = (m-1)N + n$ olarak bulunur. Eklentinin hareket denklemi

$$M_{m,n} \ddot{z}_{m,n} + k_{m,n} (z_{m,n} - W_{m,n}) = 0 \quad (3.3.1)$$

olacaktır. Burada eklentinin sadece x - y düzlemine dik doğrultuda hareket ettiği varsayılmaktadır. Burada sistem parametreleri ile deplasmanlardaki m, n indisi eklentinin bağlantı noktasına işaret eder. Eklentinin serbest titreşim yaptığı düşünülürse $\ddot{z}_{m,n} = -\omega^2 z_{m,n}$ olur ve bununla denkleme gidilir ve aynı şey $W_{m,n}$ için de yapılır, deplasmanların zamana ilişkin kısımları sadeleştirilirse aşağıdaki gibi hareket genliklerine bağlı denklem elde edilir:

$$(k_{m,n} - \omega^2 M_{m,n}) Z_{m,n} - k_{m,n} W_{m,n} = 0 \quad (3.3.2)$$

$M \times N$ adet düğüm noktaları deplasmanı ve eklentinin deplasmanı toplam $M \times N + 1$ adet genlik bilinmeyenini var demektir. Bu ise eklentili plağa ait özdeğer probleminde artık eşdeğer katılık ve kütle matrislerinin $(M \times N + 1) \times (M \times N + 1)$ 'lik matrisler olacaktır. Daha önce tanımlanan λ özdeğeri ile ω açısal frekansı arasındaki $\lambda^2 = \frac{\rho h a^4 \omega^2}{D}$

bağıntısı hatırlanırsa eklentinin hareket denklemindeki tüm terimler $\frac{a^3}{b}D$ ile çarpılıp yukarıda bağıntı da göz önüne alınarak gerekli düzenlemeler yapılırsa (3.3.2) denklemi aşağıdaki hale gelir:

$$(\kappa_{m,n} - \lambda^2 \mu_{m,n})Z_{m,n} - \kappa_{m,n} w_{m,n} = 0 \quad (3.3.3)$$

Burada

$$\kappa_{m,n} = \frac{a^3}{b} \frac{k_{m,n}}{D} \quad (3.3.4)$$

ve

$$\mu_{m,n} = \frac{M_{m,n}}{\rho abh} = \frac{M_{m,n}}{M_{plak}} \quad (3.3.5)$$

olarak tanımlanmıştır. Buna göre esnek bağlı tek eklentili plağın özdeğer probleminde eşdeğer katılık matrisinde $w_{m,n}$ 'ye ait satır ve sütunda $\kappa_{m,n}$ eklenmelidir. Aynı satırda $(M \times N + 1)$. Sütuna da $-\kappa_{m,n}$ eklenecektir. Ayrıca $(M \times N + 1)$. Satırda esas köşegen üzerindeki son eleman $\kappa_{m,n}$ olacak, buna mukabil bu satırda $w_{m,n}$ 'ye ait sütunda bu kez $-\kappa_{m,n}$ terimi yer alacaktır. Öte yandan eşdeğer kütle matrisinde ise esas köşegen üzerindeki $(M \times N + 1)$. eleman yerine $\mu_{m,n}$ yazmak kafidir. Birden fazla eklenti olması halinde benzer yol izlenerek katılık ve kütle matrisleri genişletilir. Her bir noktasal eklenti için katılık ve kütle matrislerinin boyutu bir artar.

4. BULGULAR ve TARTIŞMA

Bu bölümde çeşitli hal incelemelerine ait sayısal sonuçlar çizelge ve grafikler halinde gerekli değerlendirmeler yapılarak aktarılacaktır. İncelenmesi pratik anlamda yararlı görülen ve incelenen durumlar aşağıdaki gibi belirlenmiştir:

- Kullanılan metotta ağ sıklığının yalın plağın frekanslarına etkisi.
- Miktarı sabit ve plağa rijit bağlı tek bir nokta kütle için farklı konumlarda eklenmesinin sistem frekanslarına etkisi.
- Miktarı sabit ve plağa rijit bağlı tek bir nokta kütle için farklı konumları için ağ sıklığının sistem frekanslarına etkisi.
- Konumu sabit, fakat miktarı değişken nokta kütle için sistem frekanslarına etkisi.
- Plağa rijit bağlanmış, birinin konumu sabit, diğerininki değişken iki nokta kütle için ağ sıklığı aynı kalmak şartıyla sistem frekanslarına etkisi.
- Plağa rijit bağlı tek nokta kütle halinde ilk beş özdeğere karşılık gelen modal yüzeylerin değişimlerinin incelenmesi.
- Plağa rijit bağlı iki nokta kütle için var olması halinde ilk beş özdeğere karşılık gelen modal yüzeylerin değişimi.
- Esnek bağlı tek nokta kütle halinde için konum sabit kalmak şartıyla farklı esneklik (veya tersi olarak katılık) değerleri için sistem frekanslarının değişimi.
- Birinin konumu sabit, diğerininki değişken olan plağa esnek bağlı iki nokta kütle için frekanslara etkisi.
- Plağa esnek bağlı tek nokta kütle halinde eklenti kütle için frekanslarına etkisi.
- Plağa esnek bağlı tek nokta kütle halinde ağ sıklığının değişiminin frekanslara etkisi.
- Plağa rijit bağlı yayılı kütle için sistem özdeğerlerine etkisi.

4.1. Kullanılan Metotta Ağ Sıklığının Yalın Plağın Frekanslarına Etkisi.

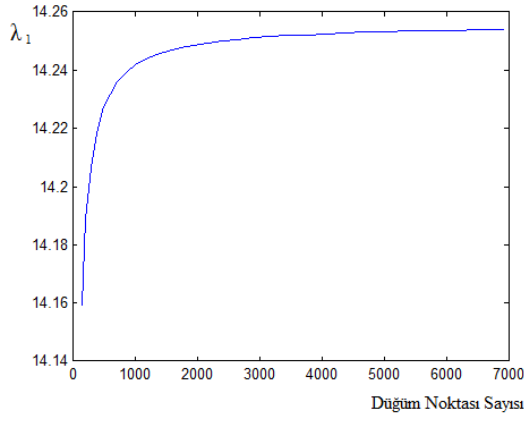
Bu çalışmada tercih olunan Enerji Tabanlı Sonlu Farklar (kısaca ETSF) yönteminin hassasiyetini test etmek amacıyla dört kenarından basit mesnetlenmiş (B-B-B-B) yalın plağın özdeğerleri (frekansları) farklı ağ sıklıkları için hesaplanmıştır. Bulunan değerler Kopmaz ve Telli (2002)'de verilen değerlerle kıyas edilmiştir. Bu amaçla Çizelge 4.1'den de görüleceği üzere yedi farklı ağ sıklığı için ETSF metodu ile ilk 15 özdeğer hesaplanmıştır. Bu değerlere MÇ (Mevcut Çalışma) kısaltması ve Kopmaz ve Telli tarafından bulunan değerlere de RÇ (Referans Çalışma) kısaltmasıyla atıfta bulunulmuştur. Çizelge 4.1'de göze çarpan $x10-y15$ ve benzeri notasyonlar ise sırasıyla plağın uzunluğu a olan ve x eksenine çakıştırılmış olan kenarının 10 eşit parçaya, buna mukabil plağın uzunluğu b olan ve y eksenine çakıştırılmış olan kenarının ise 15 eşit parçaya bölündüğüne işaret etmektedir. Bu ise x eksenine boyunca uzanan kenarda 11 düğüm noktası ve y eksenine boyunca uzanan kenarda ise 16 düğüm noktasının alındığını gösterir. Basit mesnetli plakta mesnet üzerindeki noktaların sehimleri sıfır olacağından hesaplanacak olan düğüm noktalarının sayısı ele alınan hal için $9 \times 14 = 126$ olur; başka bir ifadeyle frekansları bulmak için kurulacak olan eşdeğer katılık ve kütle matrisleri 126×126 'lık kare matrisler olacaktır.

Çizelge 4.1. Dikdörtgen plağın özdeğerlerinin (λ) referans çalışma ve mevcut çalışmalarla karşılaştırılması

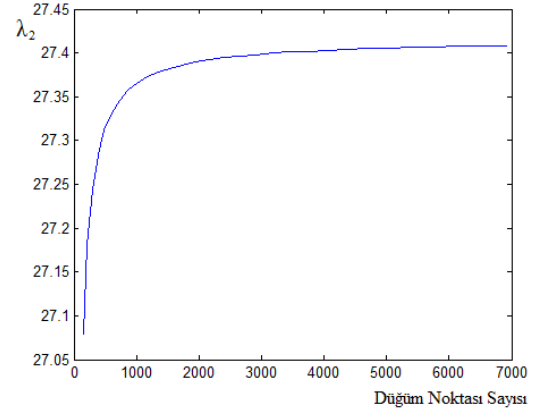
	RÇ	MÇ	MÇ	MÇ	MÇ	MÇ	MÇ	MÇ
		x10-y15	x20-y30	x30-y45	x40-y60	x50-y75	x60-y90	x70-y105
λ_1	14,2561	14,1592	14,2318	14,2453	14,2500	14,2522	14,2534	14,2541
λ_2	27,4156	27,0796	27,3312	27,3781	27,3945	27,4021	27,4062	27,4087
λ_3	43,8649	42,5676	43,5373	43,7190	43,7828	43,8123	43,8284	43,8381
λ_4	49,348	47,9854	49,0041	49,1949	49,2618	49,2929	49,3097	49,3199
λ_5	57,0244	55,4875	56,6367	56,8518	56,9272	56,9622	56,9812	56,9926
λ_6	78,9568	75,9625	78,3096	78,6686	78,7946	78,8530	78,8847	78,9038
λ_7	80,0535	76,3932	79,0130	79,5895	79,7922	79,8862	79,9373	79,9681
λ_8	93,2129	86,8134	91,5773	92,4830	92,8017	92,9496	93,0300	93,0785
λ_9	106,3724	99,7338	104,6767	105,6157	105,9462	106,0995	106,1828	106,2331
λ_{10}	109,6623	104,3705	108,3184	109,0633	109,3250	109,4463	109,5123	109,5520
λ_{11}	119,5319	109,7887	117,0290	118,4139	118,9019	119,1284	119,2515	119,3259
λ_{12}	128,3049	120,6395	126,3496	127,4326	127,8136	127,9902	128,0863	128,1443
λ_{13}	149,1407	138,1966	146,3345	147,8876	148,4347	148,6885	148,8265	148,9098
λ_{14}	159,0103	142,5671	156,3584	157,8272	158,3439	158,5836	158,7139	158,7925
λ_{15}	162,3002	147,9853	157,1689	160,0029	161,0046	161,4700	161,7233	161,8762

RÇ: **KOPMAZ ve TELLİ** (2002). Kenarları oranı $a/b=1/1.5$ olan dört tarafı basit mesnetli yalın dikdörtgen plak.

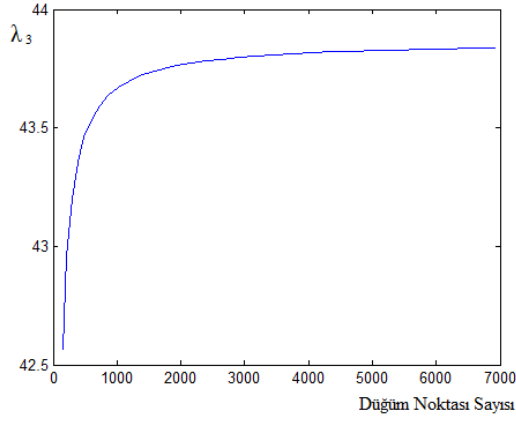
Çizelge 4.1 incelendiğinde ağ sıklığı arttıkça sonuçların referans çalışmanın sonuçlarına süratle yaklaştığı hemen görülmektedir. $x70-y105$ (yani 7176 düğüm noktası) halinde birinci özdeğerin referans çalışmadaki değerden - % 0,014 (eksi yüzbinde on dört) fark ettiği, 14. ve 15. özdeğerlerde ise bağıl hatanın sırasıyla - % 0,14 ve - % 0,26 gibi olduğu basit bir hesapla bulunabilir. Söz konusu ağ sıklığının yeterince hassas olduğu görülmektedir. Kaldı ki, kıyasta kullanılan referans değerlerin de sayısal yöntemle bulunduğu unutulmamalıdır. Şekil 4.1'de yalın plağın ilk beş özdeğerinin düğüm noktaları sayısına (ve dolayısıyla ağ sıklığına) göre nasıl değiştiği gösterilmiştir. Grafiklerden bu özdeğerlerin ağ sıklığı arttıkça asimptotik olarak belli bir değere yakınsadıkları hemen gözlenmektedir. Düğüm noktaları sayısının 4000 olduğu noktanın ($x50-y75$ hali) kritik sınır olarak alınabileceği görülmektedir. Diğer özdeğerlerde de benzer durum söz konusudur; mamafih çalışmanın hacmini sınırlamak için bunlara ilişkin grafikler verilmemiştir. Bu arada plağın kenar uzunlukları oranının $a/b = 1/1,5$ olduğunu kaydedelim.



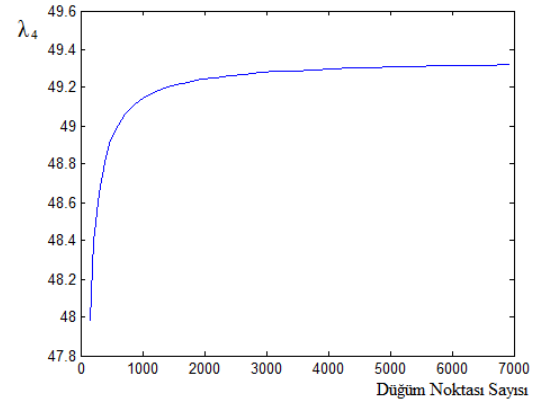
a)



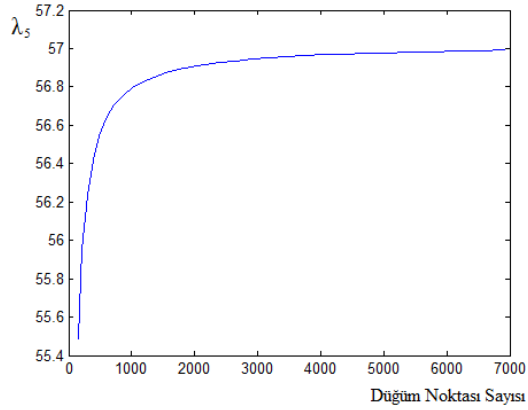
b)



c)



d)

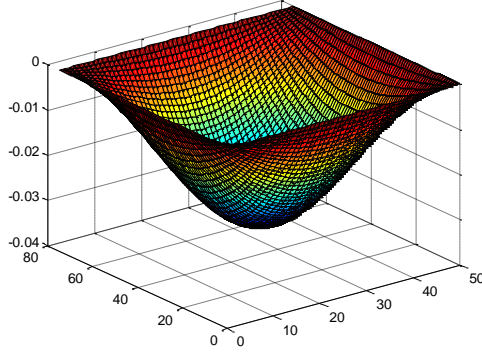


e)

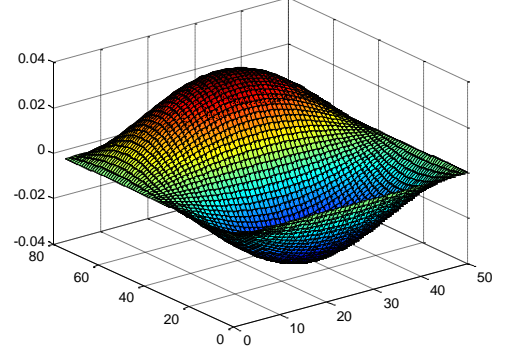
Şekil 4.1. Yalın plağın özdeğerlerinin düğüm noktaları sayısına göre değişimi.

a) 1. özdeğer için, b) 2. özdeğer için, c) 3. özdeğer için, d) 4. özdeğer için e) 5. özdeğer için

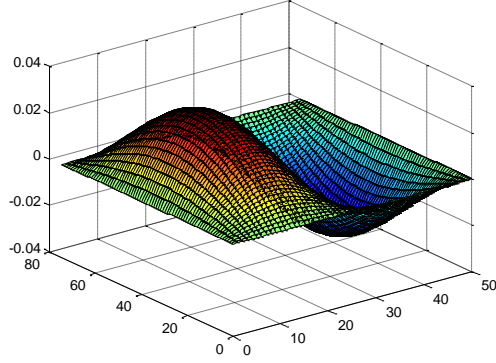
İlk beş frekansa ait modal yüzeyler de Şekil 4.2'de verilmiştir.



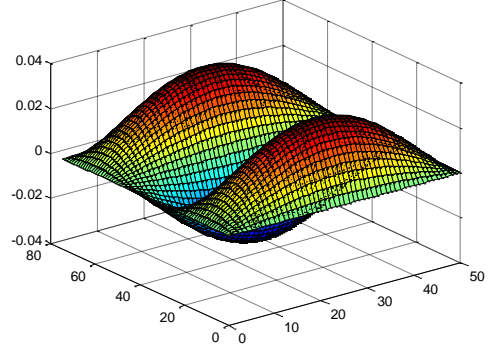
a)



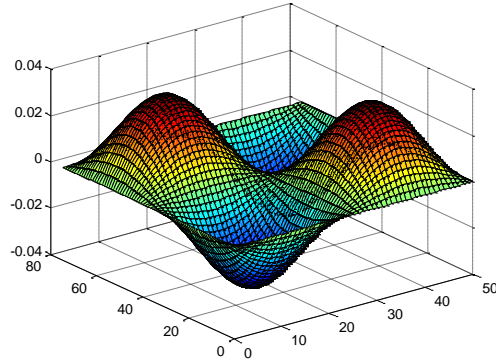
b)



c)



d)

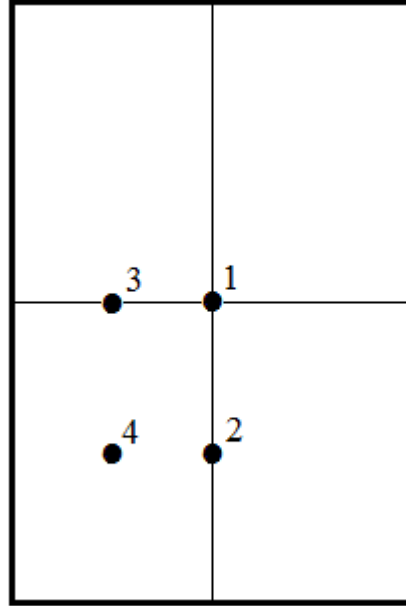


e)

Şekil 4.2. Yalın plağın ilk beş frekansına ait modal yüzeyler. a) 1. özdeğer için, b) 2. özdeğer için, c) 3. özdeğer için, d) 4. özdeğer için, e) 5. özdeğer için

4.2. Miktarı Sabit ve Plağa Rijit Bağlı Tek Bir Nokta Kütlenin Farklı Konumlarda Eklenmesinin Sistem Frekanslarına Etkisi

Bu incelemede plak kenar uzunlukları oranı $a/b = 1/1,5$ alınmıştır. Nokta kütle ise dört farklı konuma yerleştirilerek sistem frekanslarının nasıl değiştiği incelenmiştir. Bu konumlar Şekil 4.3'te gösterilmiştir. Eklenti kütlelerinin plak kütlelerine oranı $\mu = m_{eklenti}/m_{plak} = 0,1$ alınmıştır. Eklentinin aslında kenarları Δx ve Δy olan bir alana yayılı bir kütle olup da nokta kütle olarak yaklaşım yapıldığı düşünülürse bu durumda kütleler oranının 0,1 olması plak ve eklentinin alanca yoğunlukları oranının $\rho_{plak}/\rho_{eklenti} = 10$ olmasına karşılık gelir. Çizelge 4.2'de söz konusu eklentinin dört farklı konumu için ilk on beş özdeğerin değerleri verilmiştir. Bu hesaplamalar 9401 düğüm noktası için yapılmıştır ($x80-y120$ hali).



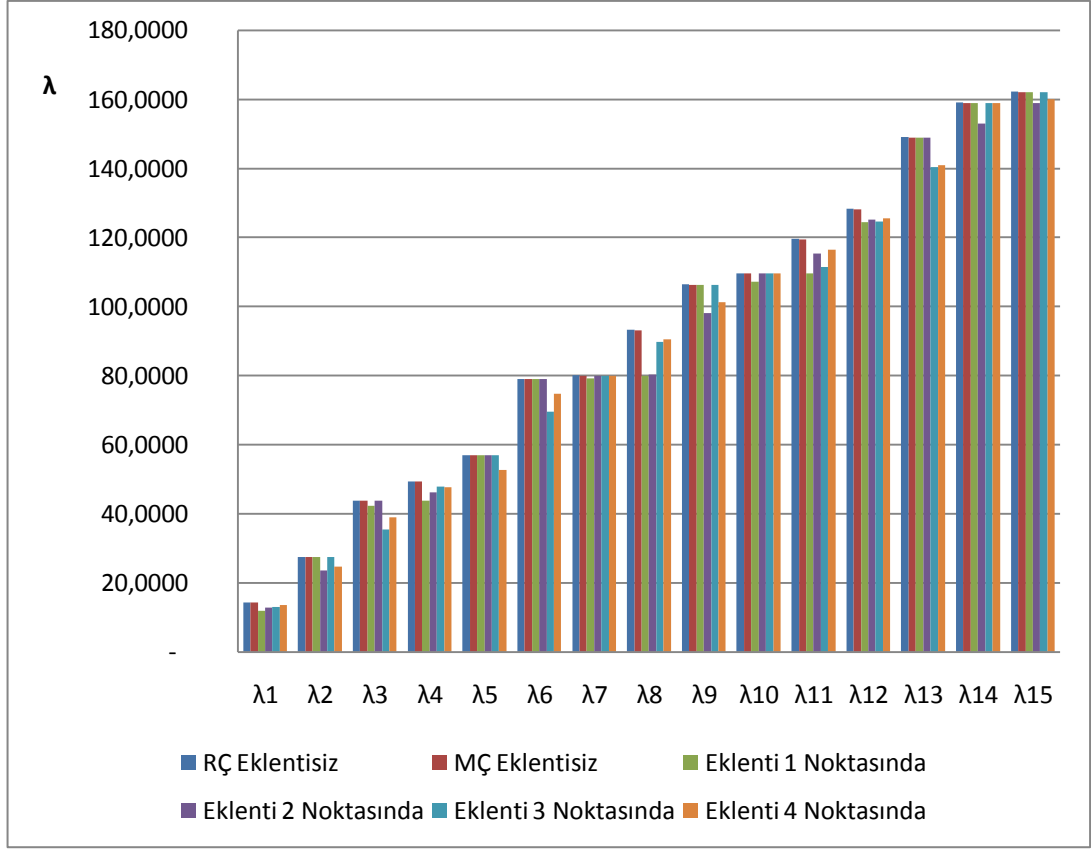
Şekil 4.3. Nokta kütlenin plak üzerinde ki farklı konumları

Çizelge 4.2. Plağa rijit bağlı nokta kütleinin farklı konumları için özdeğerler.

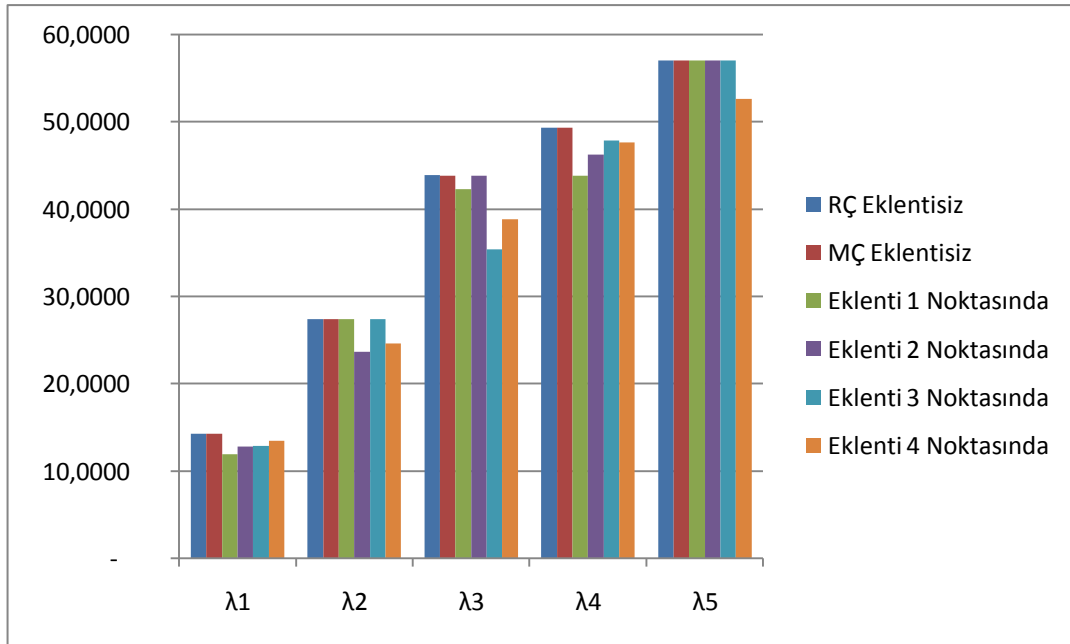
	Eklentisiz		Eklenti 1 noktasında	Eklenti 2 noktasında	Eklenti 3 noktasında	Eklenti 4 noktasında
	RÇ	MÇ	MÇ	MÇ	MÇ	MÇ
		x80-y120	x80-y120	x80-y120	x80-y120	x80-y120
λ_1	14,2561	14,2546	11,9589	12,8199	12,9121	13,487
λ_2	27,4156	27,4103	27,4103	23,6361	27,4103	24,6151
λ_3	43,8649	43,8444	42,3011	43,8444	35,4141	38,8658
λ_4	49,348	49,3265	43,8444	46,2171	47,8329	47,6151
λ_5	57,0244	57,0001	57,0001	57,0001	57,0001	52,6129
λ_6	78,9568	78,9163	78,9163	78,9163	69,5994	74,772
λ_7	80,0535	79,9881	79,0959	79,9881	79,9881	79,9881
λ_8	93,2129	93,1100	79,9881	80,3141	89,6745	90,426
λ_9	106,3724	106,2657	106,2657	98,1126	106,2657	101,197
λ_{10}	109,6623	109,5779	107,2296	109,5779	109,5779	109,5779
λ_{11}	119,5319	119,3741	109,5779	115,3914	111,4743	116,4489
λ_{12}	128,3049	128,1819	124,4065	125,2254	124,5517	125,5745
λ_{13}	149,1407	148,9639	148,9639	148,9639	140,3686	140,8876
λ_{14}	159,0103	158,8435	158,8435	152,9261	158,8435	158,8435
λ_{15}	162,3002	161,9755	161,9755	158,8435	161,9755	160,0752

RÇ: **KOPMAZ ve TELLİ** (2002). Kenarları oranı $a/b=1/1.5$ olan dört tarafı basit mesnetli yalın dikdörtgen plak.

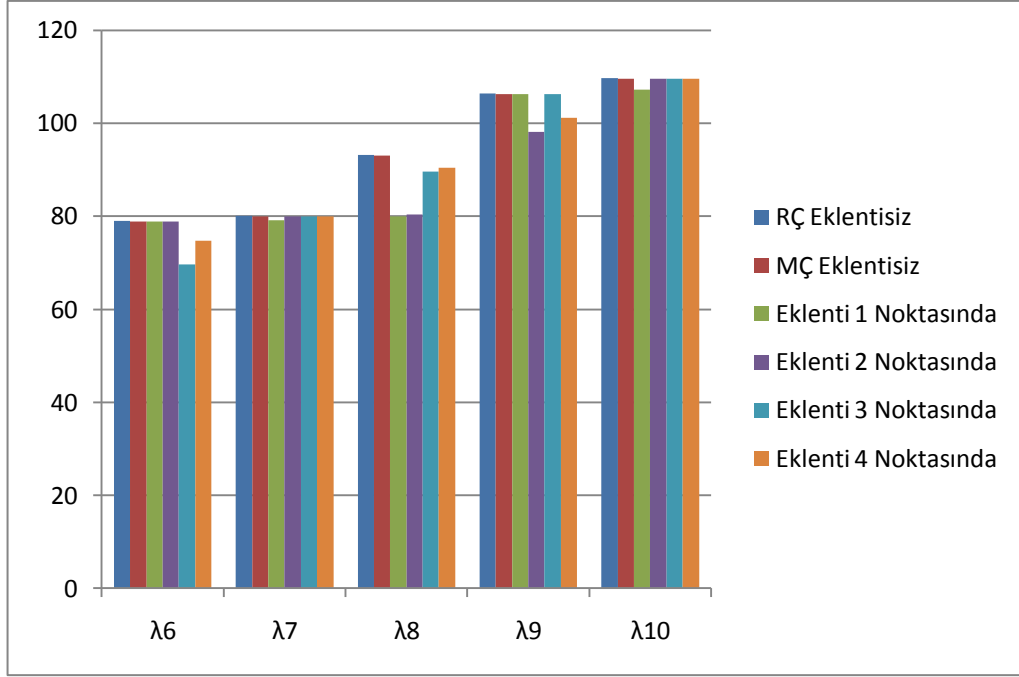
Şekil 4.4'te ilk 15 özdeğerin referans ve mevcut çalışmada yalın plak halinde ve ayrıca rijit bağlı nokta kütleinin dört farklı konumu için aldıkları değerler histogram tarzında verilmiştir. Şekil 4.5 ila 4.7'de bu özdeğerler daha ayrıntılı değerlendirme yapılmasına imkân sağlamak amacıyla beşerli gruplara bölünerek ve uygun düşey eksen skalasında tekrar verilmektedir.



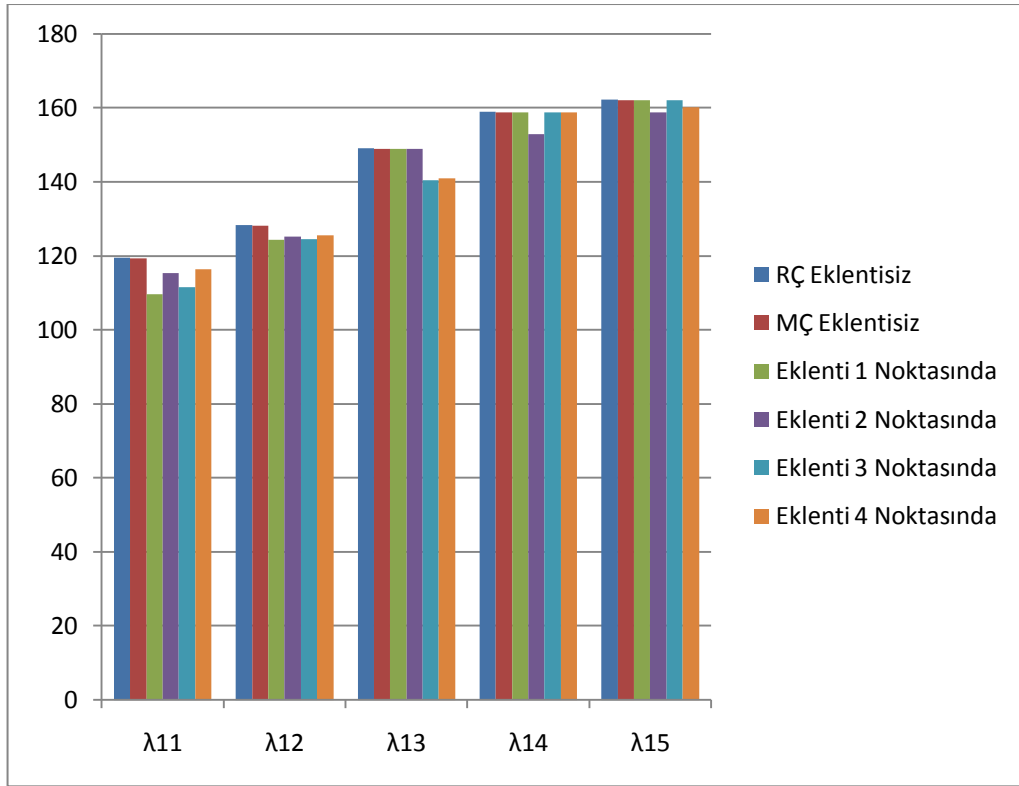
Şekil 4.4. İlk on beş özdeğerin yalın ve tek eklentili halde değişimleri.



Şekil 4.5. İlk beş özdeğerin yalın ve tek eklentili halde değişimleri.



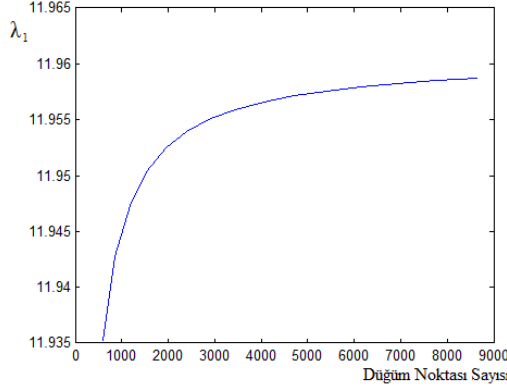
Şekil 4.6. İkinci beş özdeğerin yalın ve tek eklentili halde değişimleri.



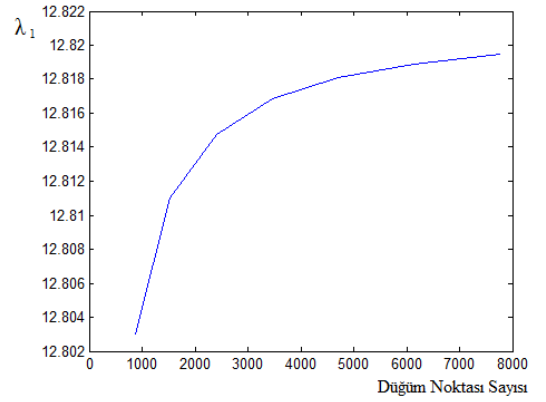
Şekil 4.7. Üçüncü beş özdeğerin yalın ve tek eklentili halde değişimleri.

4.3. Miktarı Sabit ve Plağa Rijit Bağlı Tek Bir Nokta Kütlenin Farklı Konumları İçin Ağ Sıklığının Sistem Frekanslarına Etkisi.

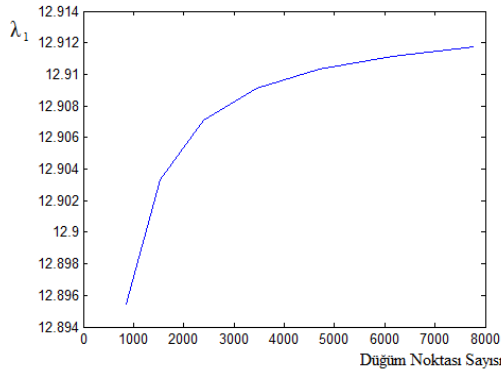
Bu durum incelemesinde plak kenar uzunlukları oranı yine $a/b = 1/1,5$ ve eklenti kütlesinin plak kütlesine oranı da $\mu = m_{eklenti}/m_{plak} = 0,1$ alınmıştır. Eklenti bir önceki altbölümde olduğu gibi dört farklı konuma yerleştirilmiş ve her bir konum için ağ sıklığı ve dolayısıyla düğüm noktası sayısı değiştirilerek özdeğerlerin nasıl değiştiği gözlenmiştir. Burada yine yer tasarrufu düşüncesiyle sadece ilk beş özdeğer ele alınmıştır. Buna göre 1, 2, 3, ve 4 numaralı konumlar için ilk beş özdeğerin düğüm noktası sayısına göre değişimleri sırasıyla Şekil 4.8, Şekil 4.9, Şekil 4.10, Şekil 4.11 ve Şekil 4.12'de görülmektedir. Burada da yalnız plaktaki gibi özdeğerlerin belli bir düğüm sayısından sonra nispeten asimptotik bir davranış gösterdiği gözlenmektedir. Bu düğüm sayısı ise 8000 civarındadır.



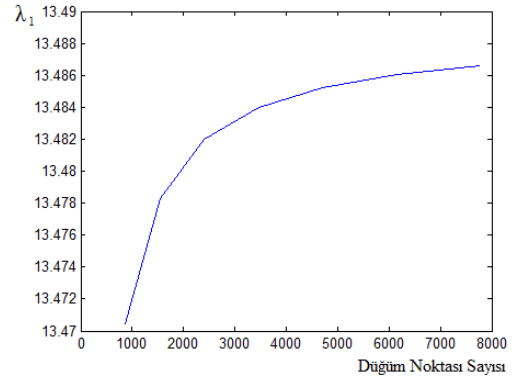
a)



b)

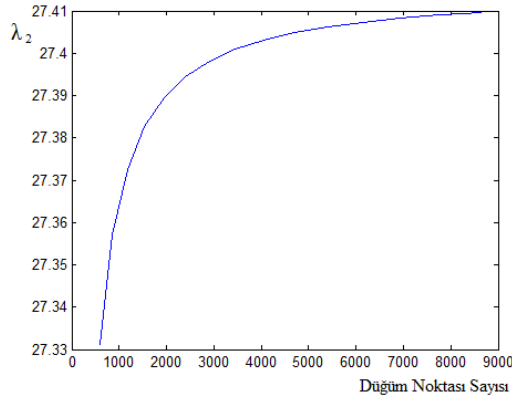


c)

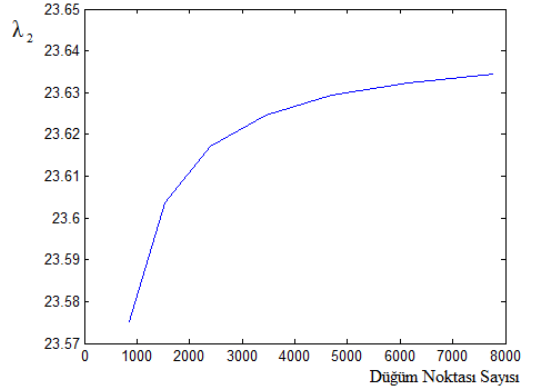


d)

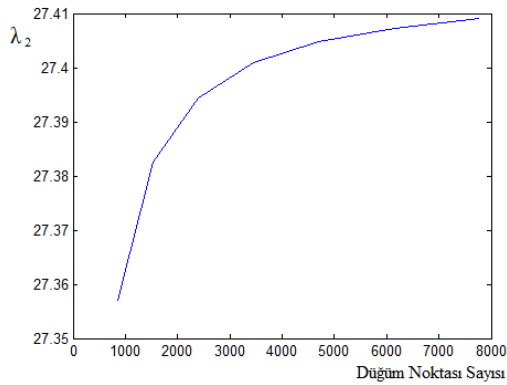
Şekil 4.8. Eklentili plağın 1. özdeğerinin düğüm noktaları sayısına göre değişimi. a) Eklenti 1 noktasında, b) Eklenti 2 noktasında, c) Eklenti 3 noktasında d) Eklenti 4 noktasında



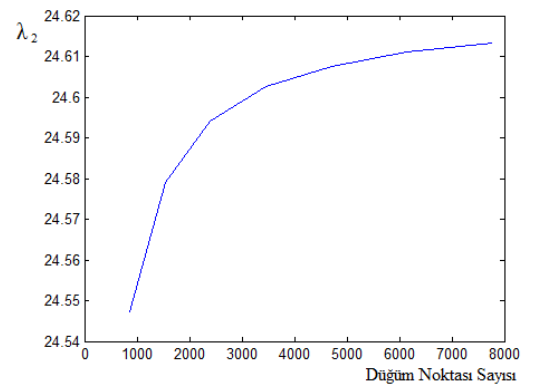
a)



b)

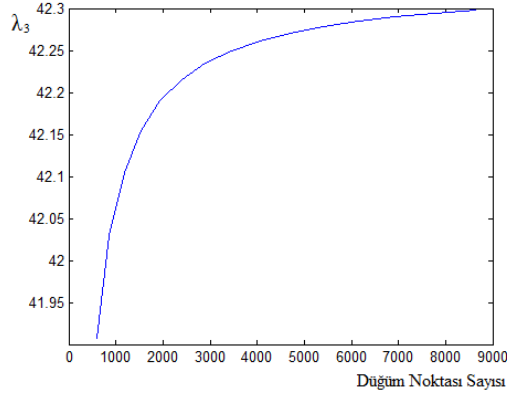


c)

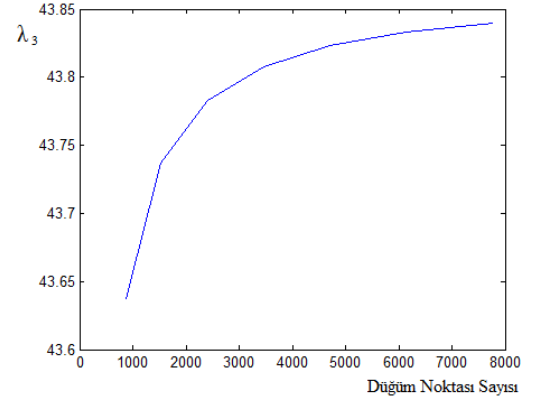


d)

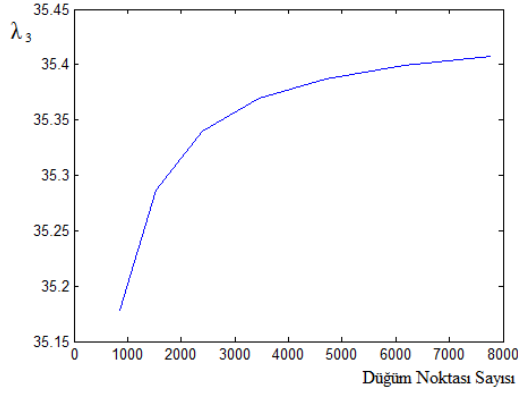
Şekil 4.9. Eklentili plağın 2. özdeğerinin düğüm noktaları sayısına göre değişimi. a) Eklenti 1 noktasında, b) Eklenti 2 noktasında, c) Eklenti 3 noktasında d) Eklenti 4 noktasında



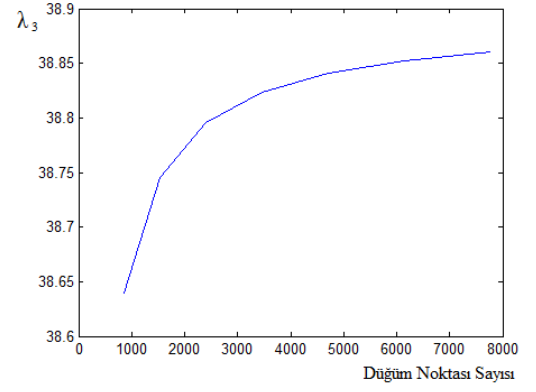
a)



b)

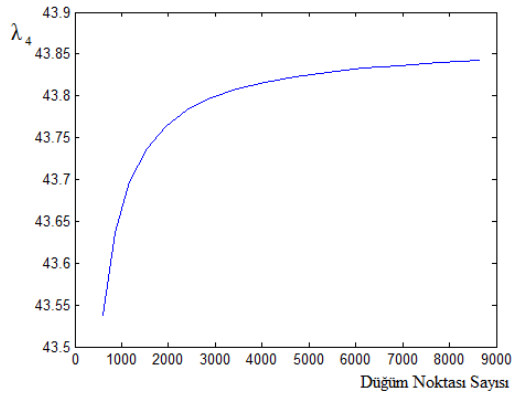


c)

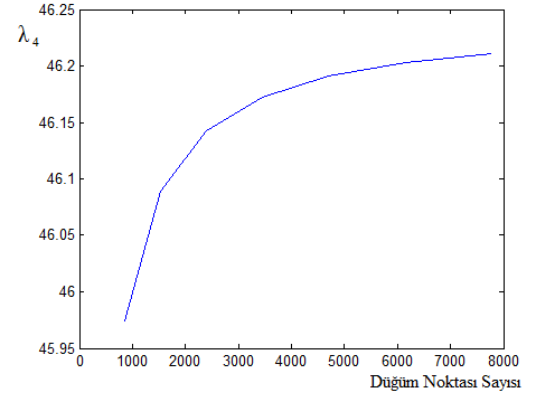


d)

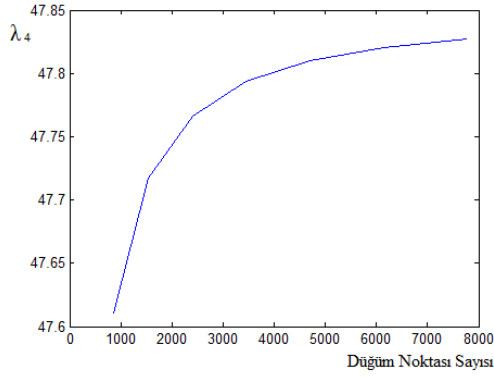
Şekil 4.10. Eklentili plağın 3. özdeğerinin düğüm noktaları sayısına göre değişimi. a) Eklenti 1 noktasında, b) Eklenti 2 noktasında, c) Eklenti 3 noktasında d) Eklenti 4 noktasında



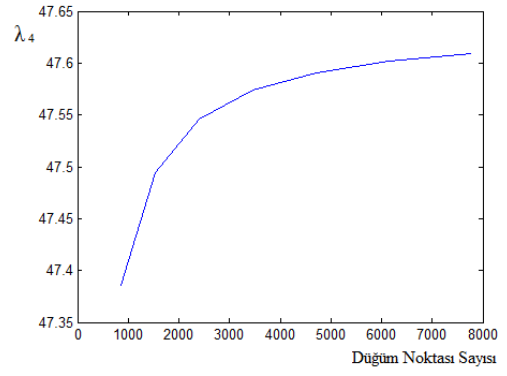
a)



b)

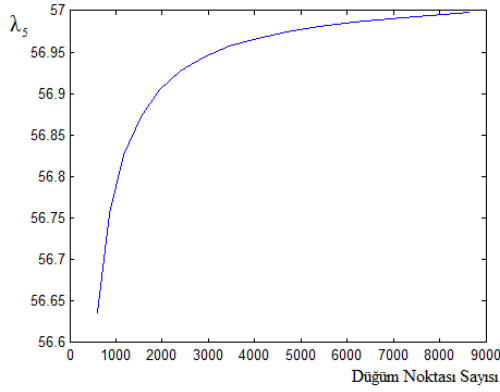


c)

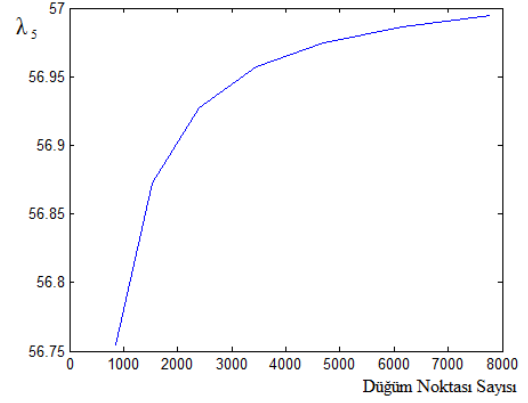


d)

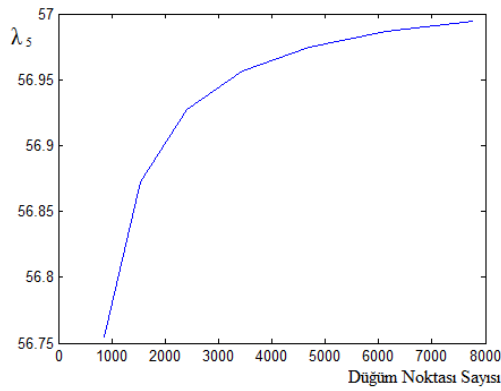
Şekil 4.11. Eklentili plağın 4. özdeğerinin düğüm noktaları sayısına göre değişimi. a) Eklenti 1 noktasında, b) Eklenti 2 noktasında, c) Eklenti 3 noktasında d) Eklenti 4 noktasında



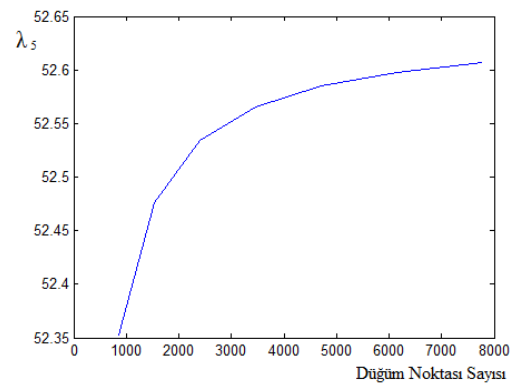
a)



b)



c)

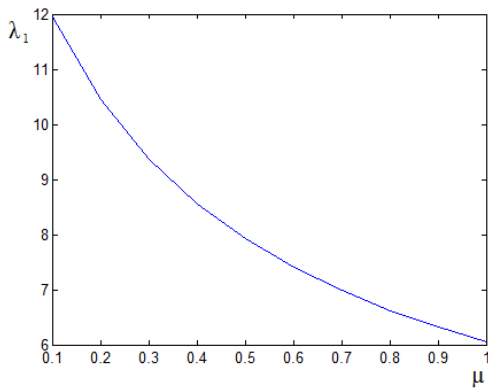


d)

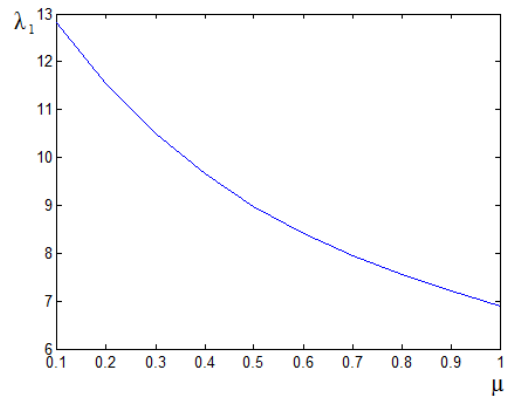
Şekil 4.12. Eklentili plağın 5. özdeğerinin düğüm noktaları sayısına göre değişimi. a) Eklenti 1 noktasında, b) Eklenti 2 noktasında, c) Eklenti 3 noktasında d) Eklenti 4 noktasında

4.4. Konumu Sabit, Fakat Miktarı Değişken Nokta Kütlenin Sistem Frekanslarına Etkisi.

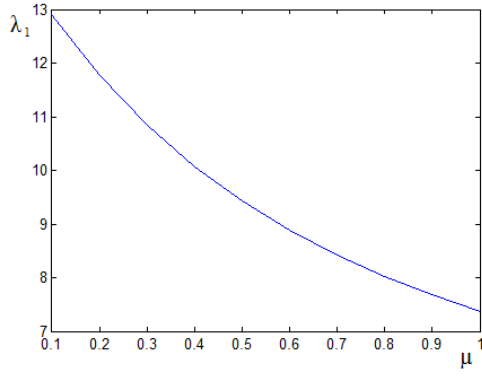
Bu durum incelemesinde ise eklenti ile plak kütlelerinin oranının farklı değerleri için eklentinin dört farklı konumunda ilk beş özdeğerin değişimi incelenmiştir. Kütle oranı μ 'ye 0,1'den 1'e kadar on farklı değer verilmiştir. Şekil 4.13, Şekil 4.14, Şekil 4.15, Şekil 4.16 ve nihayet Şekil 4.17 sırasıyla eklentinin 1, 2, 3 ve 4 konumunda olması halinde farklı kütle oranları için ilk beş özdeğerin değişimini göstermektedir. Eklentinin 1 konumunda olması halinde 2, 4 ve 5. özdeğerlerin sabit kaldığı görülmektedir. Benzer durumlara eklentinin diğer konumlarda olması halinde de rastlanmaktadır. Bu grafiklerden eklentinin sabit kalan özdeğere ait modal yüzeyin nodal çizgisi üzerinde kaldığı sonucu kolayca çıkartılabilir. Pratikte eklentinin teorideki gibi noktasal olması mümkün değildir. Mamafih kütlelerin yayılı olduğu alan bütün plağın alanına nispetle küçük ise buradakine benzer bir sonuçla karşılaşılacağı umulabilir. Öte yandan bazı grafiklerde, mesela eklentinin 2 konumunda olduğu hal için 3. özdeğere ait grafikte özdeğerin belli kütle oranı değerlerinde sabit kalıp daha sonra değişmeye başladığı görülmektedir. Buradan da ilgili özdeğere ait modal yüzeyin nodal çizgilerinin eklenti kütlelerinin miktarına bağlı olarak yer değiştirebildiği görülmektedir.



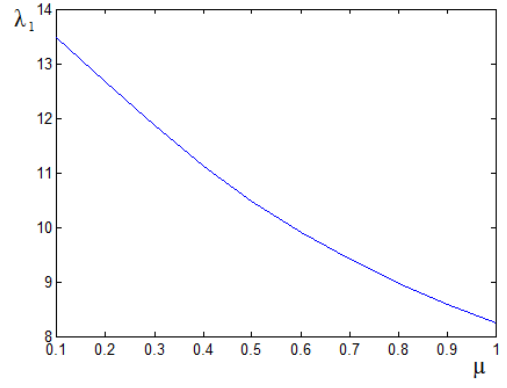
a)



b)

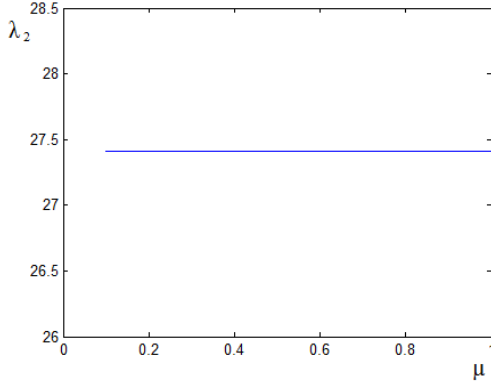


c)

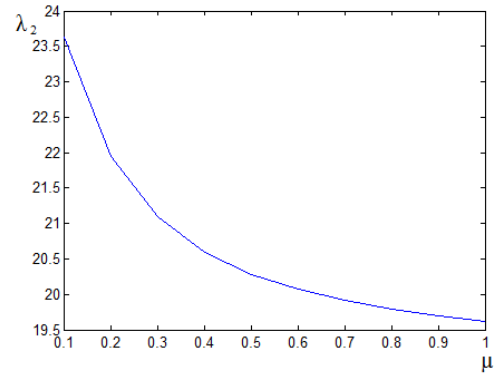


d)

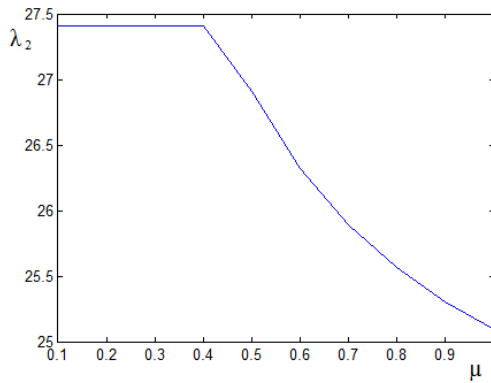
Şekil 4.13. Eklentili plağın 1. özdeğerinin, kütleler oranına göre değişimi. a) Eklenti 1 noktasında, b) Eklenti 2 noktasında, c) Eklenti 3 noktasında d) Eklenti 4 noktasında



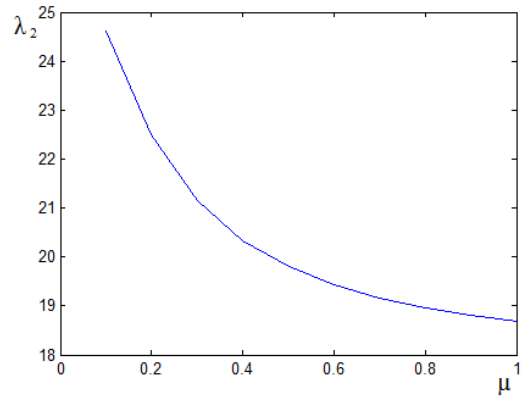
a)



b)

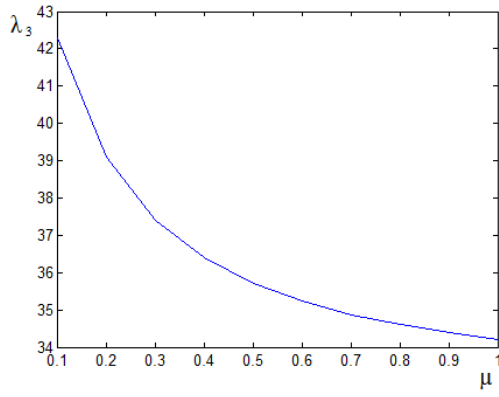


c)

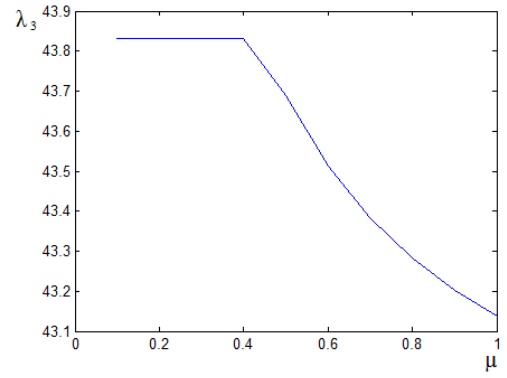


d)

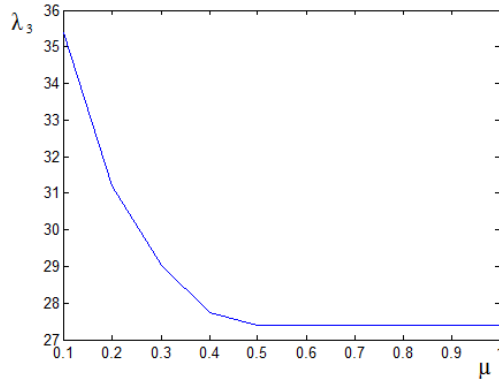
Şekil 4.14. Eklentili plağın 2. özdeğerinin, kütleler oranına göre değişimi. a) Eklenti 1 noktasında, b) Eklenti 2 noktasında, c) Eklenti 3 noktasında d) Eklenti 4 noktasında



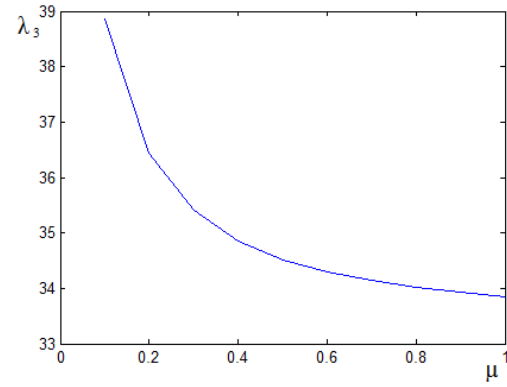
a)



b)

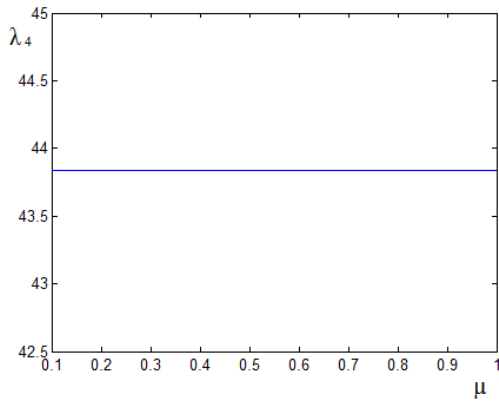


c)

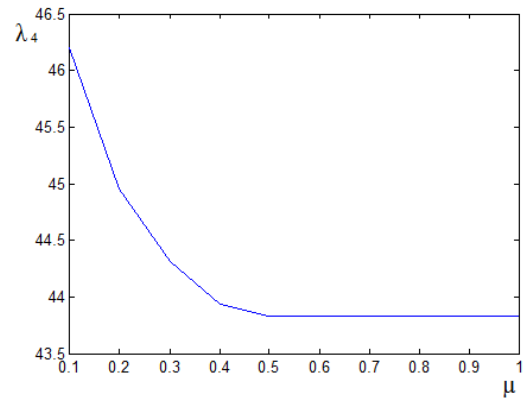


d)

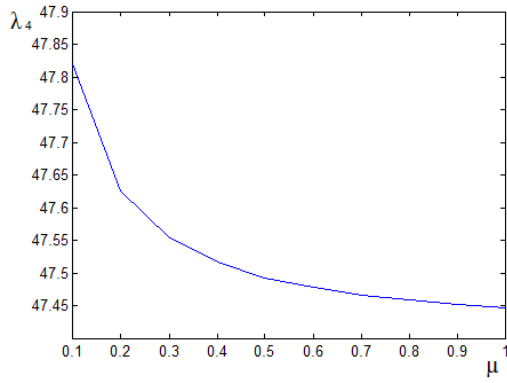
Şekil 4.15. Eklentili plağın 3. özdeğerinin, kütleler oranına göre değişimi. a) Eklenti 1 noktasında, b) Eklenti 2 noktasında, c) Eklenti 3 noktasında d) Eklenti 4 noktasında



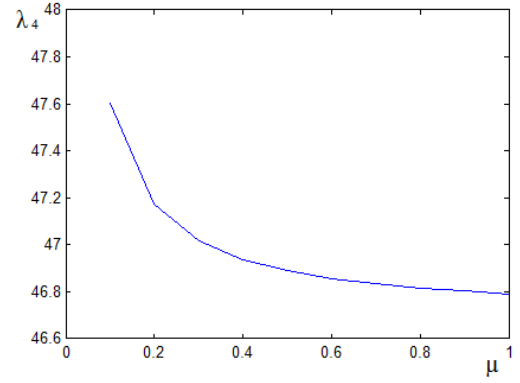
a)



b)

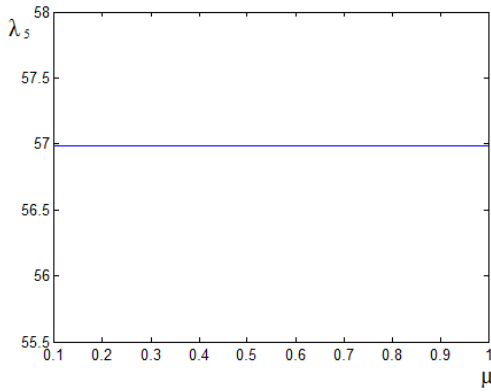


c)

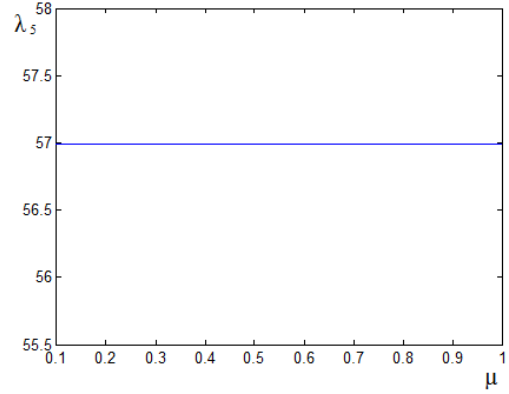


d)

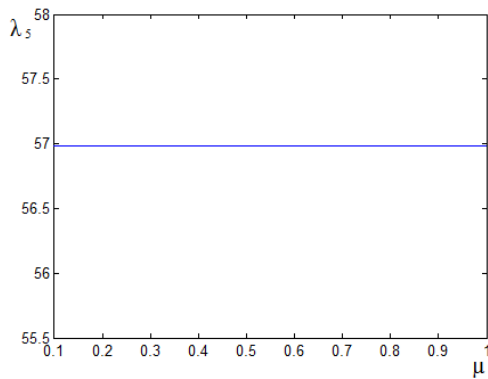
Şekil 4.16. Eklentili plağın 4. özdeğerinin, kütleler oranına göre değişimi. a) Eklenti 1 noktasında, b) Eklenti 2 noktasında, c) Eklenti 3 noktasında d) Eklenti 4 noktasında



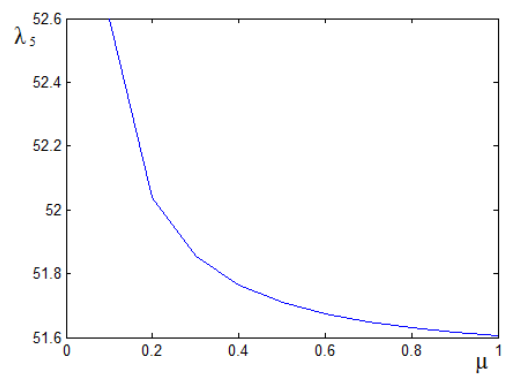
a)



b)



c)



d)

Şekil 4.17. Eklentili plağın 5. özdeğerinin, kütleler oranına göre değişimi. a) Eklenti 1 noktasında, b) Eklenti 2 noktasında, c) Eklenti 3 noktasında d) Eklenti 4 noktasında

4.5. Plağa Rijit Bağlanmış, Birinin Konumu Sabit, Diğerininiki Değişken İki Nokta Kütlenin Ağ Sıklığı Aynı Kalmak şartıyla Sistem Frekanslarına Etkisi.

Bu incelemede eklentilerden birinin konumu sabit tutulurken diğer i öngörülen farklı konumlara getirilerek bu yerleşimin özdeğerlere etkisi araştırılmıştır. İlk olarak eklentinin biri 1 konumunda sabit tutulmuş, ikinci eklenti ise şekil 4.18'deki gibi *i*, *ii* ve *iii* konumlarına getirilerek ilk beş özdeğerin nasıl değiştiği gözlemlenmiştir.



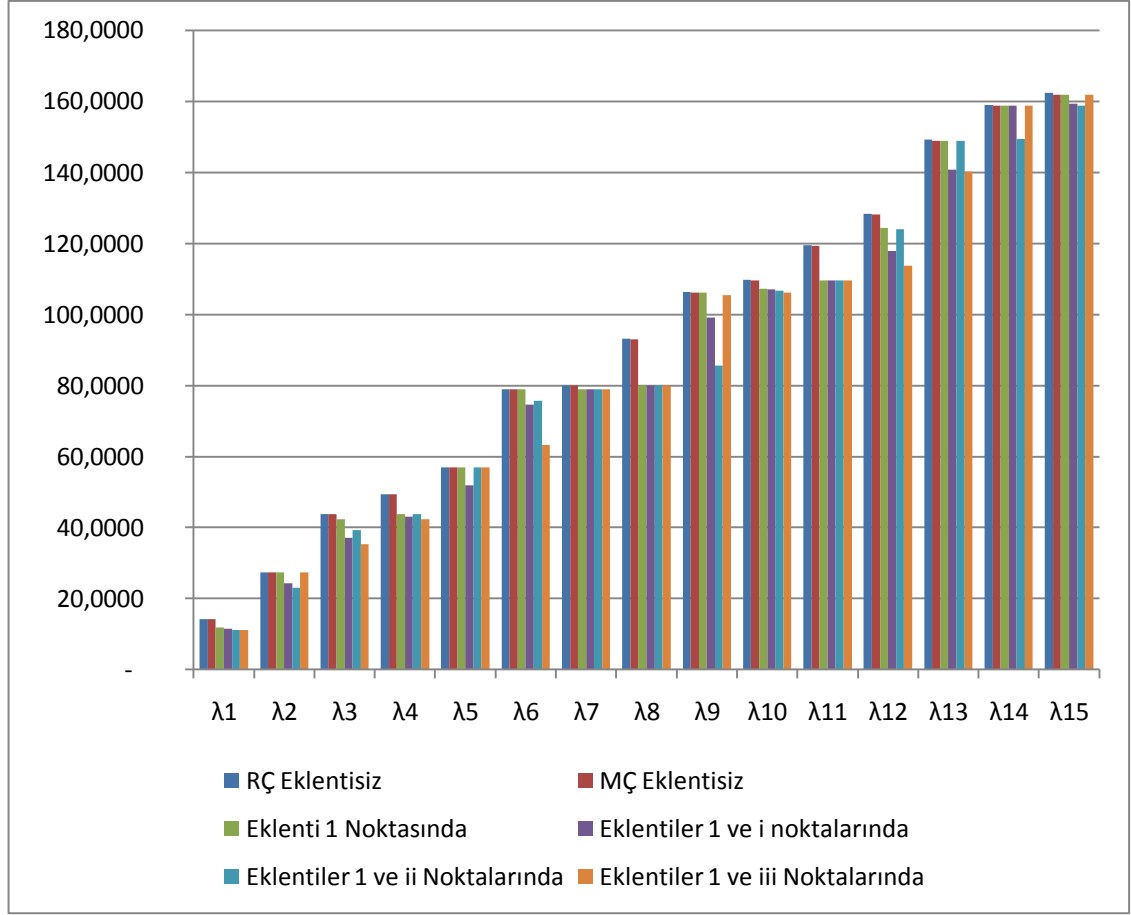
şekil 4.18. Sabit eklenti 1 konumunda iken hareketli eklentinin konumları.

Çizelge 4.3'te sabit eklenti 1 konumunda iken diğer eklentinin farklı konumlarında ilk 15 özdeğerin değerleri verilmektedir. Burada sayısal sonuçları gözle daha kolay değerlendirilebilir hale getirmek için yine histogram tekniği tercih edilmiştir. şekil 4.19'da ilk 15 özdeğerin hareketli eklentinin farklı konumları için aldıkları değerler her bir özdeğer için bir histogram çizilerek gösterilmiştir.

Çizelge 4.3. Biri 1 numaralı konumda sabit, diğeri değişken konumlu iki eklenti halinde sistem özdeğerleri.

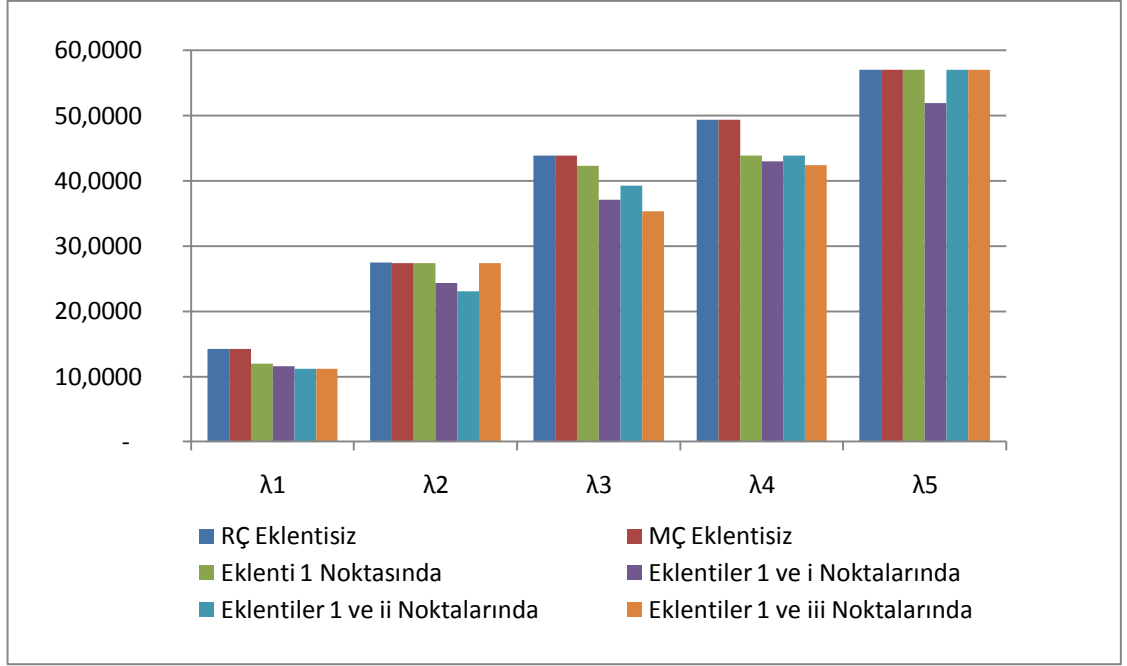
	Eklentisiz		Eklenti 1 noktasında	Eklentiler 1 ve i noktalarında	Eklentiler 1 ve ii noktalarında	Eklentiler 1 ve iii noktalarında
	RÇ	MÇ	MÇ	MÇ	MÇ	MÇ
		x64-y96	x64-y96	x64-y96	x64-y96	x64-y96
λ_1	14,2561	14,2537	11,9579	11,5451	11,1546	11,1382
λ_2	27,4156	27,4073	27,4073	24,3138	23,0842	27,4073
λ_3	43,8649	43,8328	42,2844	37,0455	39,2757	35,3296
λ_4	49,348	49,3143	43,8328	42,9896	43,8328	42,4089
λ_5	57,0244	56,9864	56,9864	51,9017	56,9864	56,9864
λ_6	78,9568	78,8934	78,8934	74,6074	75,7407	63,2426
λ_7	80,0535	79,9513	79,0009	78,9890	78,8934	78,9464
λ_8	93,2129	93,0521	79,9513	79,9513	79,9513	79,9513
λ_9	106,3724	106,2060	106,2060	99,1046	85,6071	105,444
λ_{10}	109,6623	109,5304	107,1363	107,0547	106,6421	106,2057
λ_{11}	119,5319	119,2854	109,5304	109,5304	109,5304	109,5304
λ_{12}	128,3049	128,1127	124,3270	117,8033	124,0728	113,6588
λ_{13}	149,1407	148,8645	148,8645	140,7300	148,8645	140,237
λ_{14}	159,0103	158,7497	158,7497	158,7497	149,4015	158,7497
λ_{15}	162,3002	161,7931	161,7931	159,3241	158,7497	161,7931

RÇ: **KOPMAZ ve TELLİ** (2002). Kenarları oranı $a/b=1/1.5$ olan dört tarafı basit mesnetli yalın dikdörtgen plak.

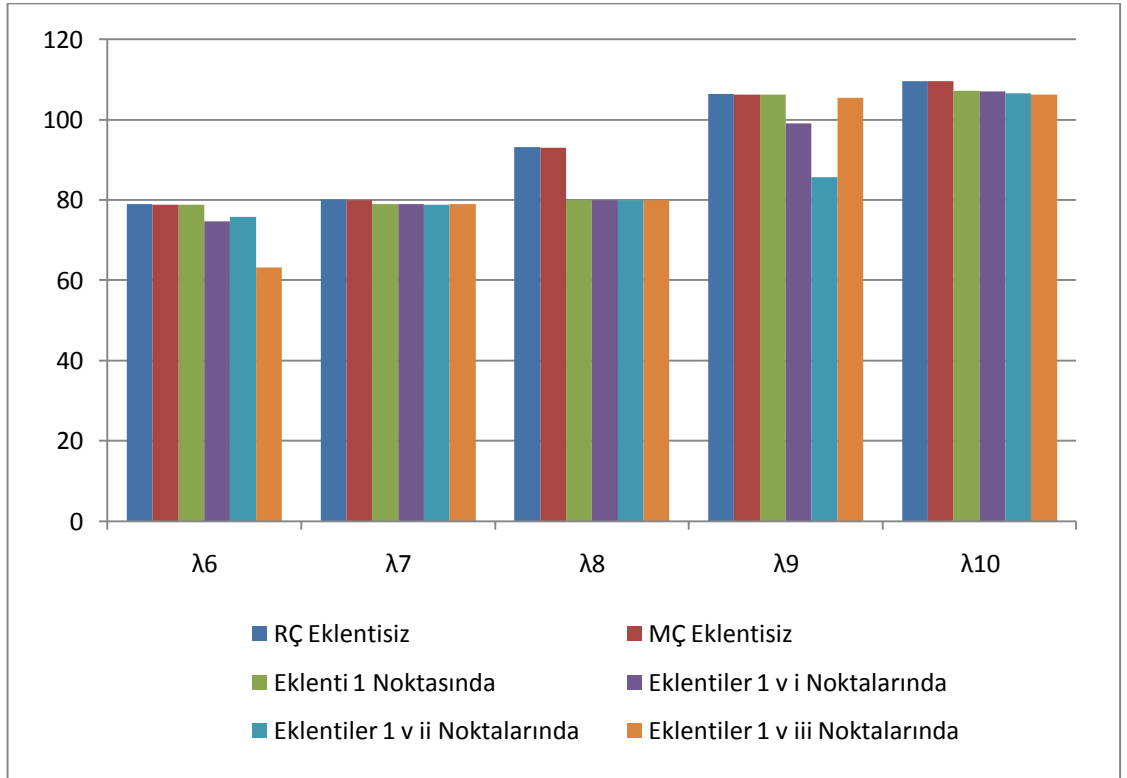


Şekil 4.19. Biri 1 numaralı konumda sabit, diğeri değişken konumlu iki eklenti halinde ilk on beş özdeğere ait histogramlar.

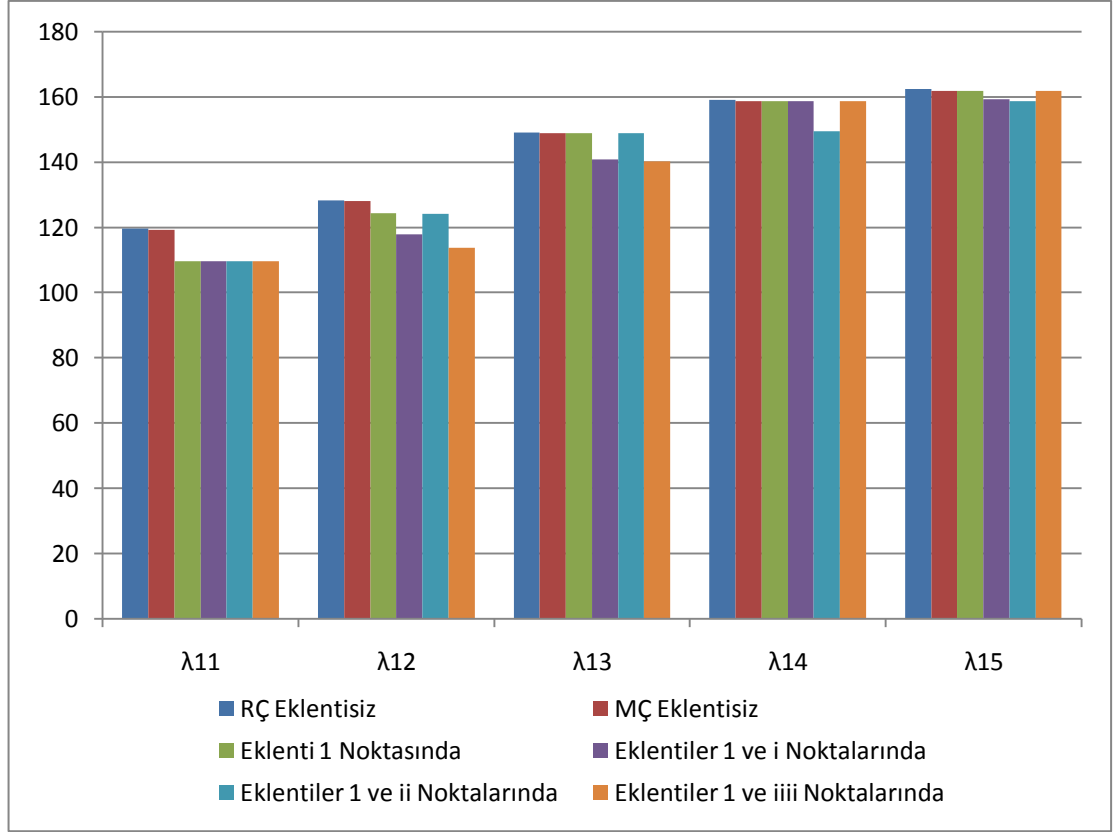
Şekil 4.20 ila 4.22’de bu histogramlar daha yakından değerlendirmeye imkân sağlamak üzere beşli gruplar halinde bir kez daha sunulmuştur. Hem Çizelge 4.3’de hem de Şekil 4.20 ila 4.22’deki histogramlarda karşılaştırma yapılmasına imkân vermek için referans ve mevcut çalışmadaki eklentisiz plağa ait değerlerle mevcut çalışmada rijit bağlı tek eklentili hale ait özdeğerler de sayısal veya histogram çubuğu olarak gösterilmiştir.



Şekil 4.20. Biri 1 numaralı konumda sabit, diğeri değişken konumlu iki eklenti halinde ilk beş özdeğere ait histogramlar.

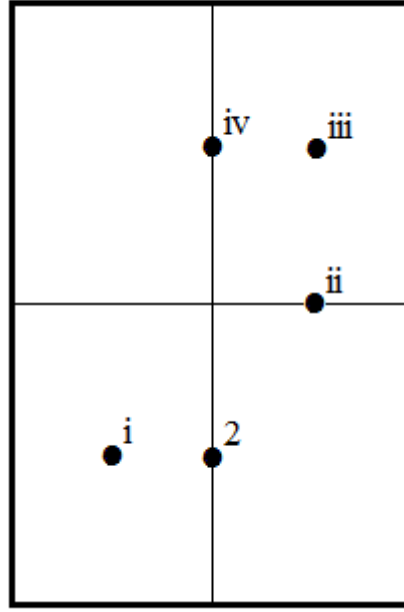


Şekil 4.21. Biri 1 numaralı konumda sabit, diğeri değişken konumlu iki eklenti halinde altıncı ila onuncu özdeğere ait histogramlar.



Şekil 4.22. Biri 1 numaralı konumda sabit, diğeri değişken konumlu iki eklenti halinde onbirinci ila onbeşinci özdeğerlere ait histogramlar.

Çizelge 4.4, Çizelge 4.5 ve Çizelge 4.6’da sabit eklentinin 2, 3 ve 4 konumlarında olması halinde hareketli eklentinin öncekilerle benzer hale sevk etmeyen mümkün konumları için sistem özdeğerlerinin sayısal değerleri verilmektedir. Keza Şekil 4.23, Şekil 4.28 ve Şekil 4.33’te eklentilerin bu kombinasyonlara ait yerleşim noktaları gösterilmiştir. Şekil 4.24 ila Şekil 4.37 bu üç eklenti yerleşim kombinasyonuna ait yukarıdakine benzer sonuçları ihtiva eden histogramlar görülmektedir. Burada sabit eklentinin 1 ila 3 konumları için hareketli eklentiye ait üç farklı konum göz önüne alındığı halde 2 konumunda dört ve 4 konumunda ise beş farklı konumu ele alınmıştır. Böylece birbirinden farklı bütün haller incelenmiş olmaktadır.

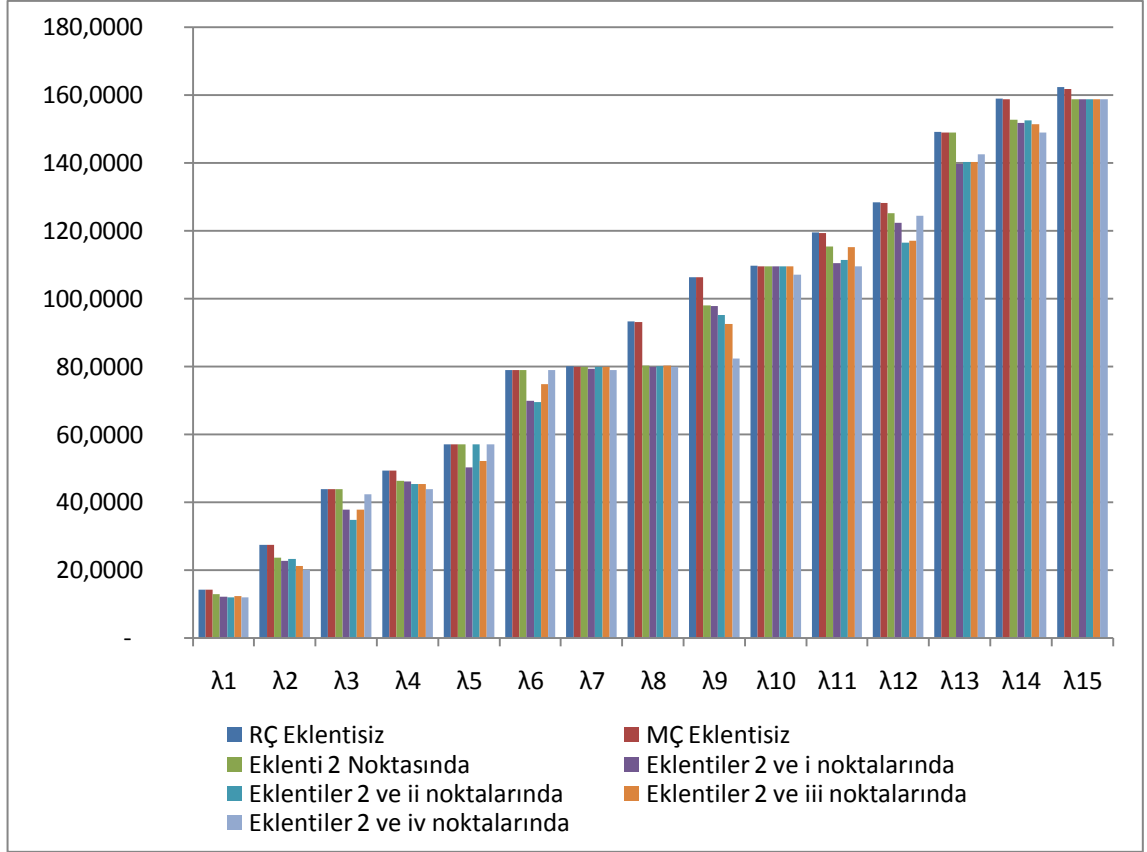


Şekil. 4.23. Sabit eklenti 2 konumunda iken hareketli eklentinin konumları.

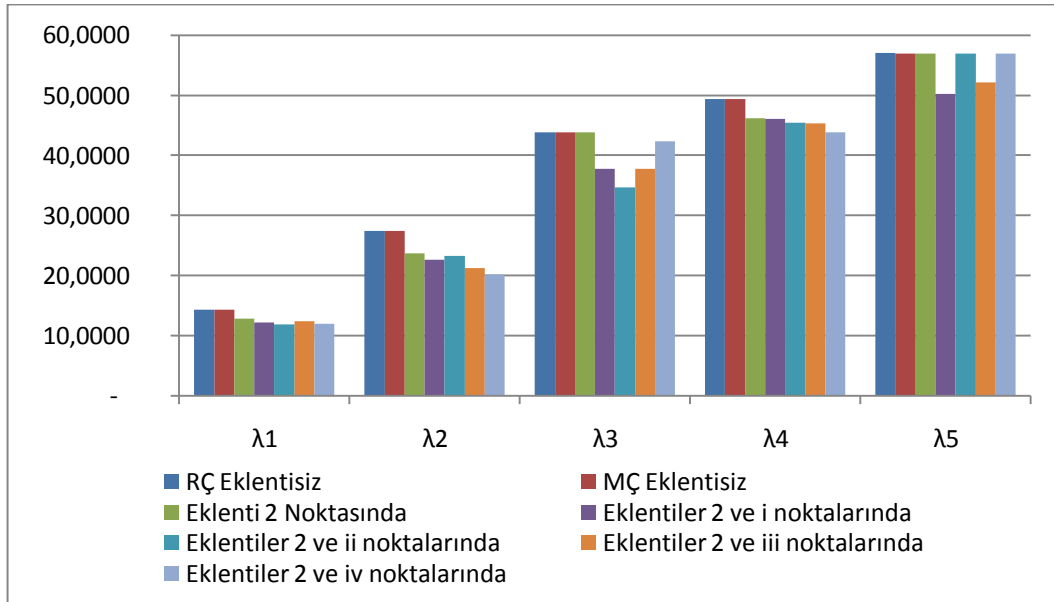
Çizelge 4.4. Biri 2 numaralı konumda sabit, diğeri değişken konumlu iki eklenti halinde sistem özdeğerleri.

	Eklentisiz		Eklenti 2 noktasında	Eklentiler 2 ve i noktalarında	Eklentiler 2 ve ii noktalarında	Eklentiler 2 ve iii noktalarında	Eklentiler 2 ve iv noktalarında
	RÇ	MÇ	MÇ	MÇ	MÇ	MÇ	MÇ
		x64-y96	x64-y96	x64-y96	x64-y96	x64-y96	x64-y96
λ_1	14,2561	14,2537	12,8189	12,1621	11,8873	12,3835	11,9579
λ_2	27,4156	27,4073	23,6324	22,6640	23,2300	21,24	20,1128
λ_3	43,8649	43,8328	43,8328	37,7328	34,6758	37,7261	42,2844
λ_4	49,348	49,3143	46,2029	46,1149	45,4058	45,3113	43,8328
λ_5	57,0244	56,9864	56,9864	50,2129	56,9864	52,1773	56,9864
λ_6	78,9568	78,8934	78,8934	69,9001	69,5559	74,7162	78,8934
λ_7	80,0535	79,9513	79,9513	79,3378	79,9513	79,9513	79,0009
λ_8	93,2129	93,0521	80,2329	79,9513	80,1178	80,2145	79,9513
λ_9	106,3724	106,2060	98,0454	97,7267	95,2515	92,4247	82,3204
λ_{10}	109,6623	109,5304	109,5304	109,5304	109,5304	109,5304	107,1363
λ_{11}	119,5319	119,2854	115,3046	110,3851	111,3677	115,1519	109,5304
λ_{12}	128,3049	128,1127	125,1470	122,2951	116,4586	116,9664	124,327
λ_{13}	149,1407	148,8645	148,8645	139,7562	140,2337	140,184	142,4513
λ_{14}	159,0103	158,7497	152,7182	151,8197	152,5899	151,3412	148,8645
λ_{15}	162,3002	161,7931	158,7497	158,7497	158,7497	158,7497	158,7497

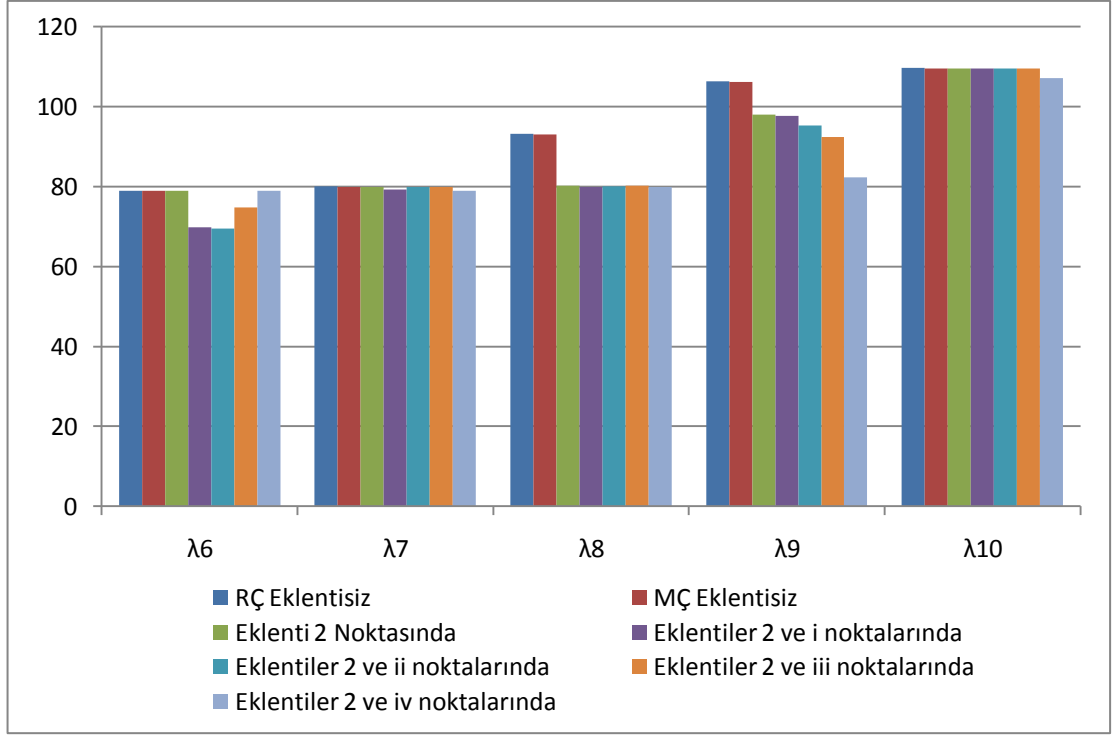
RÇ: **KOPMAZ ve TELLİ** (2002). Kenarları oranı $a/b=1/1.5$ olan dört tarafı basit mesnetli yalın dikdörtgen plak.



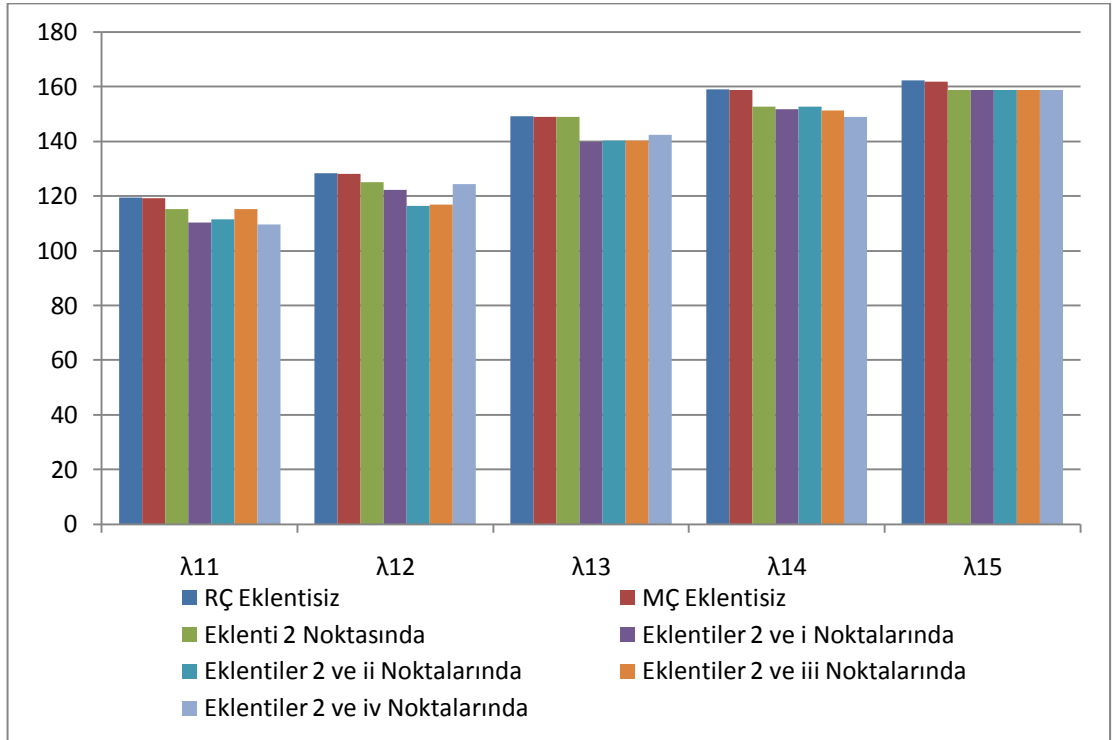
Şekil 4.24. Biri 2 numaralı konumda sabit, diğeri değişken konumlu iki eklenti halinde ilk on beş özdeğere ait histogramlar.



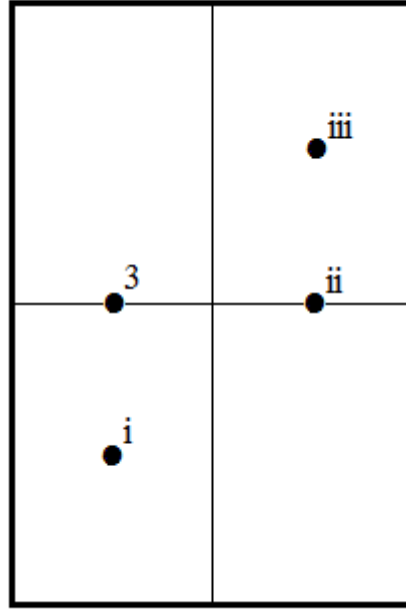
Şekil 4.25. Biri 2 numaralı konumda sabit, diğeri değişken konumlu iki eklenti halinde ilk beş özdeğere ait histogramlar.



Şekil 4.26. Biri 4 numaralı konumda sabit, diğeri değişken konumlu iki eklenti halinde altıncı ila onuncu özdeğerlere ait histogramlar.



Şekil 4.27. Biri 4 numaralı konumda sabit, diğeri değişken konumlu iki eklenti halinde onbirinci ila onbeşinci özdeğerlere ait histogramlar.

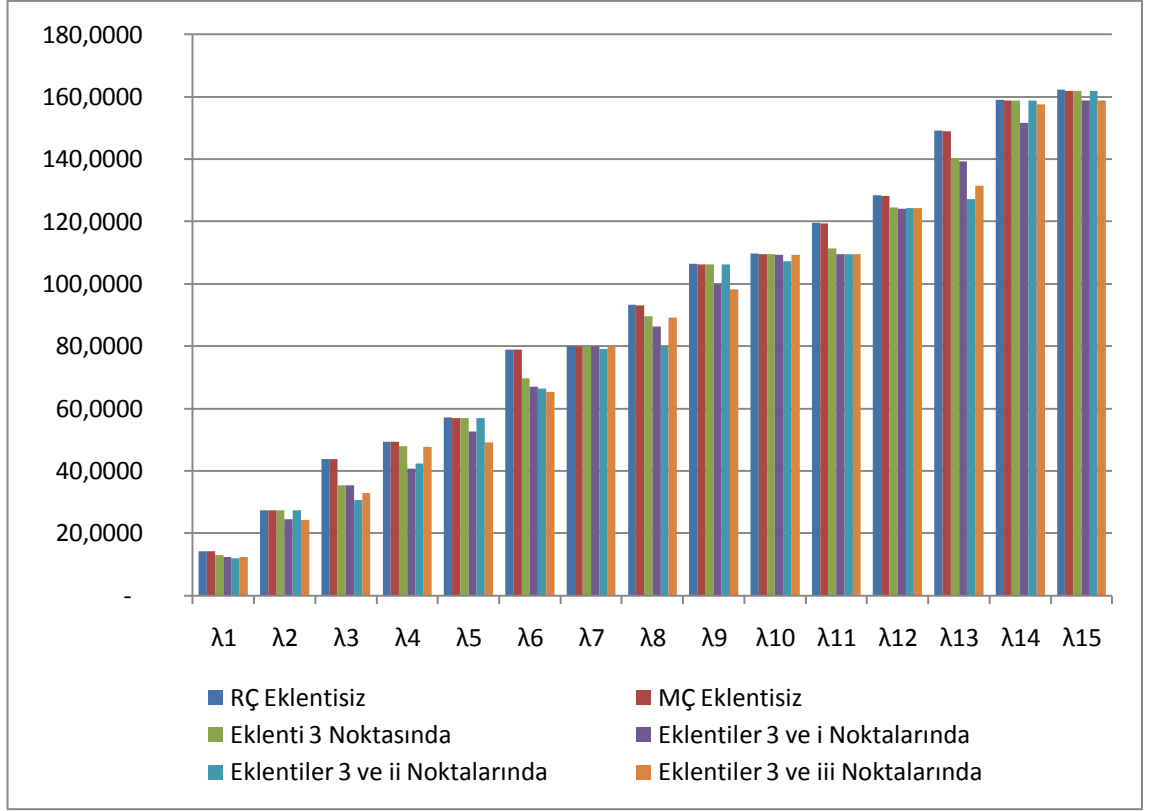


Şekil 4.28. Sabit eklenti 3 konumunda iken hareketli eklentinin konumları.

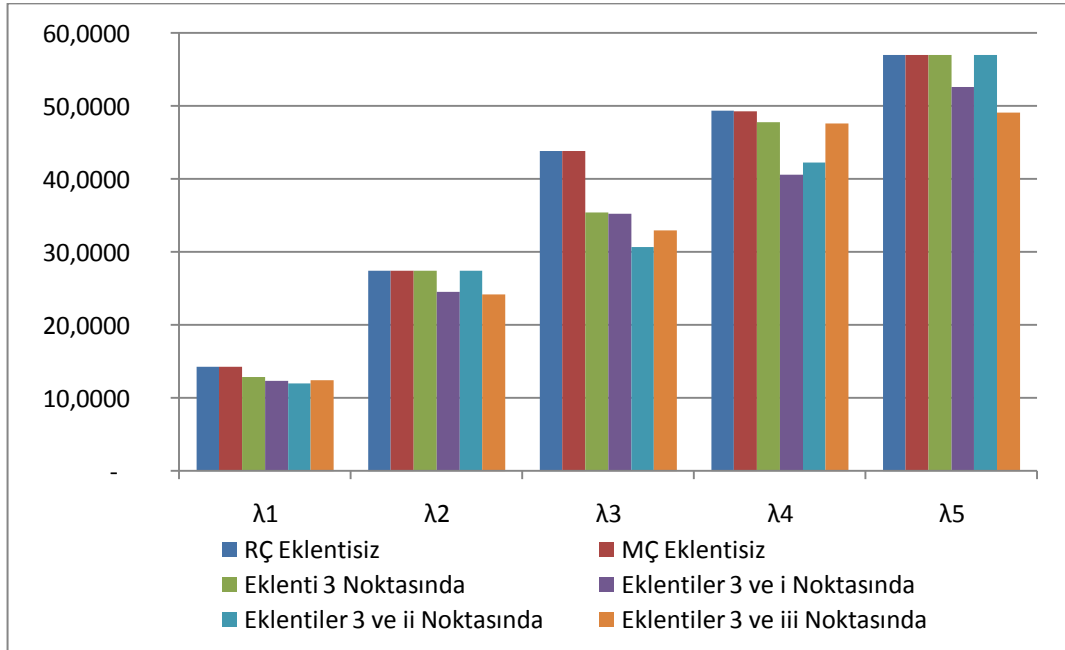
Çizelge 4.5. Biri 3 numaralı konumda sabit, diğeri değişken konumlu iki eklenti halinde sistem özdeğerleri.

	Eklentisiz		Eklenti 3 noktasında	Eklentiler 3 ve i noktalarında	Eklentiler 3 ve ii noktalarında	Eklentiler 3 ve iii noktalarında
	RÇ	MÇ	MÇ	MÇ	MÇ	MÇ
		x64-y96	x64-y96	x64-y96	x64-y96	x64-y96
λ_1	14,2561	14,2537	12,9112	12,3466	11,9579	12,3969
λ_2	27,4156	27,4073	27,4073	24,5327	27,4073	24,2325
λ_3	43,8649	43,8328	35,3995	35,2677	30,6760	32,9518
λ_4	49,348	49,3143	47,8203	40,6077	42,2844	47,6001
λ_5	57,0244	56,9864	56,9864	52,5906	56,9864	49,1496
λ_6	78,9568	78,8934	69,5634	66,9381	66,4674	65,4159
λ_7	80,0535	79,9513	79,9513	79,9513	79,0009	79,9513
λ_8	93,2129	93,0521	89,6178	86,3499	79,9513	89,1724
λ_9	106,3724	106,2060	106,2057	99,7991	106,2057	98,1732
λ_{10}	109,6623	109,5304	109,5304	109,3394	107,1363	109,3436
λ_{11}	119,5319	119,2854	111,3750	109,5304	109,5304	109,5304
λ_{12}	128,3049	128,1127	124,4697	124,0405	124,3270	124,3595
λ_{13}	149,1407	148,8645	140,2541	139,2593	127,2258	131,495
λ_{14}	159,0103	158,7497	158,7497	151,6347	158,7497	157,6256
λ_{15}	162,3002	161,7931	161,7931	158,7497	161,7931	158,7497

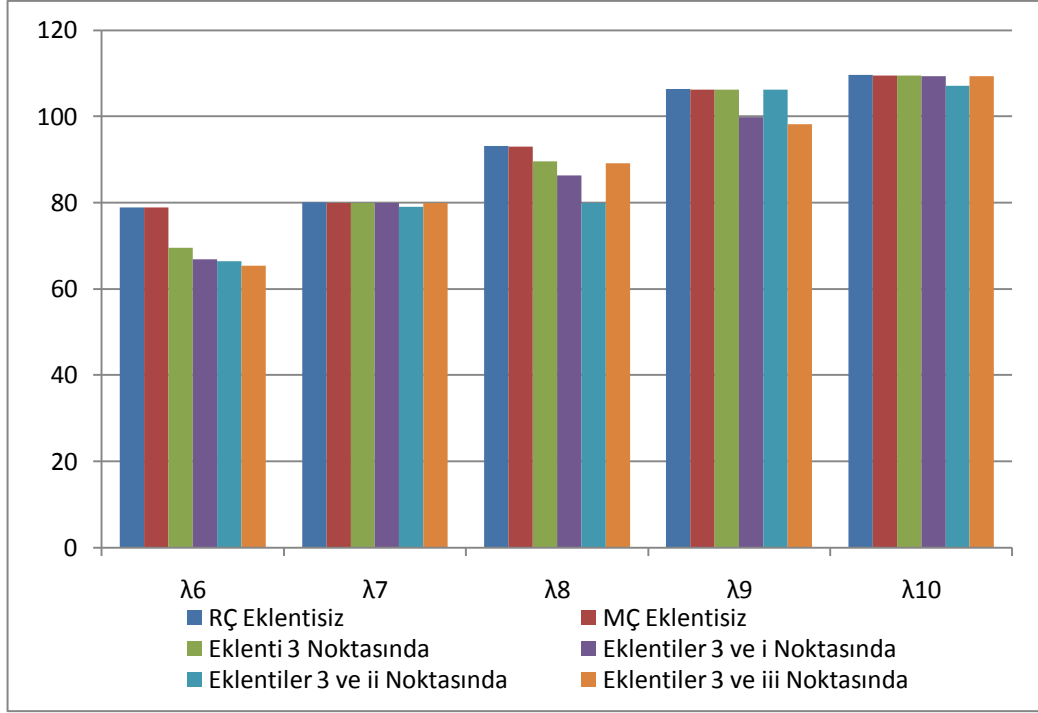
RÇ: **KOPMAZ ve TELLİ (2002)**. Kenarları oranı $a/b=1/1.5$ olan dört tarafı basit mesnetli yalın dikdörtgen plak.



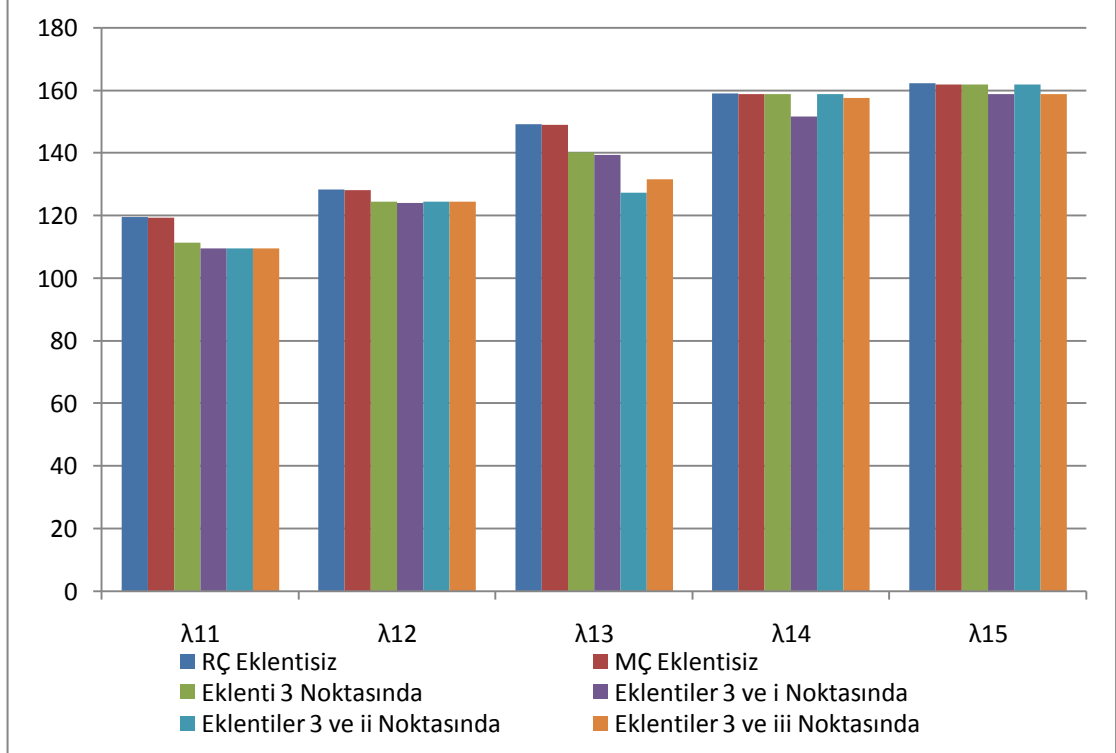
Şekil 4.29. Biri 3 numaralı konumda sabit, diğeri değişken konumlu iki eklenti halinde ilk on beş özdeğere ait histogramlar.



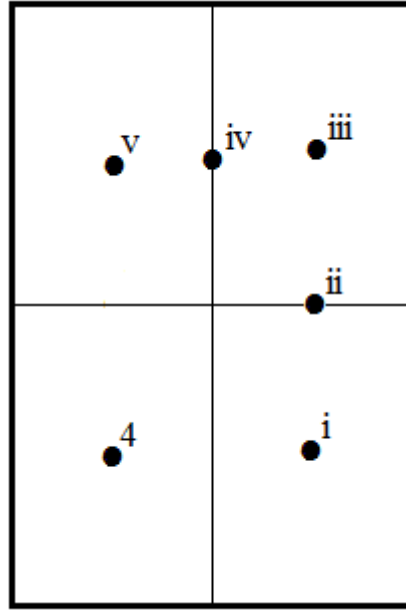
Şekil 4.30. Biri 3 numaralı konumda sabit, diğeri değişken konumlu iki eklenti halinde ilk beş özdeğere ait histogramlar.



Şekil 4.31. Biri 3 numaralı konumda sabit, diğeri değişken konumlu iki eklenti halinde altıncı ila onuncu özdeğere ait histogramlar.



Şekil 4.32. Biri 3 numaralı konumda sabit, diğeri değişken konumlu iki eklenti halinde onbirinci ila onbeşinci özdeğere ait histogramlar.

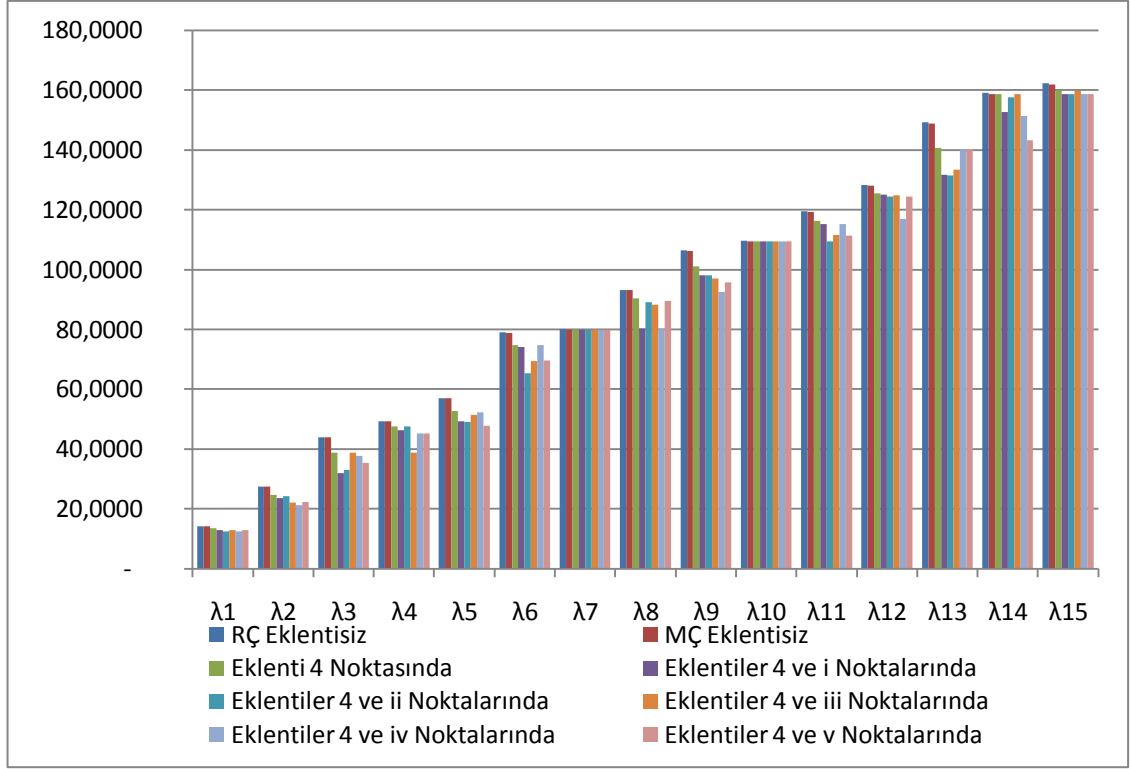


Şekil 4.33. Sabit eklenti 4 konumunda iken hareketli eklentinin konumları.

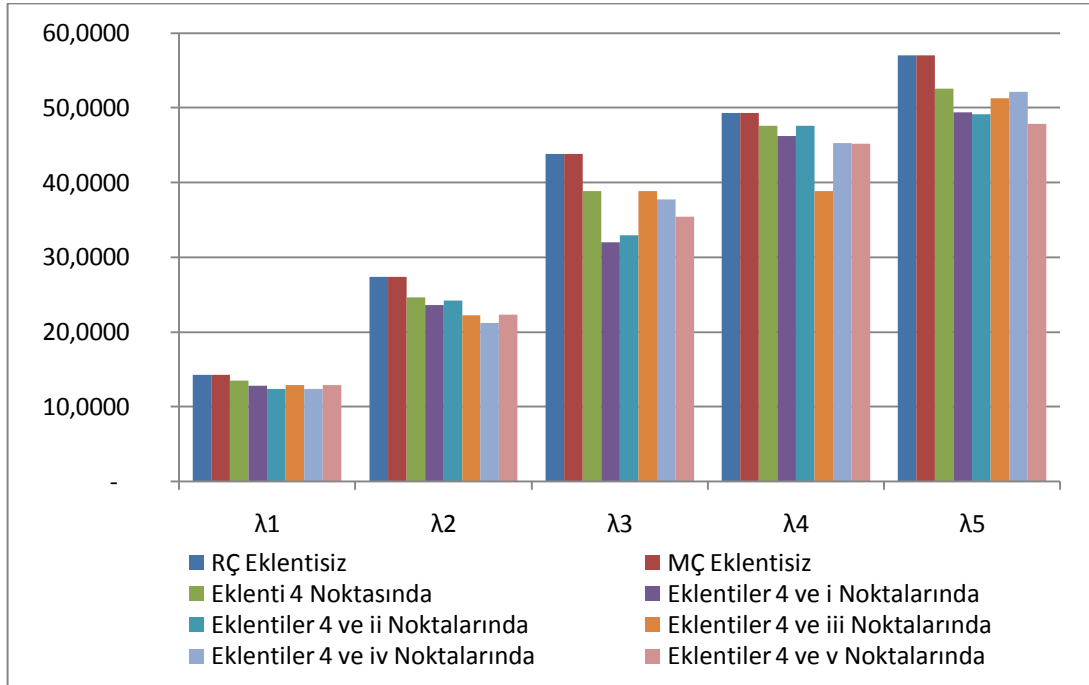
Çizelge 4.6. Biri 4 numaralı konumda sabit, diğeri değişken konumlu iki eklenti halinde sistem özdeğerleri.

	Eklentisiz		Eklenti 4 noktasında	Eklentiler 4 ve i noktalarında	Eklentiler 4 ve ii noktalarında	Eklentiler 4 ve iii noktalarında	Eklentiler 4 ve iv noktalarında	Eklentiler 4 ve v noktalarında
	RÇ	MÇ	MÇ	MÇ	MÇ	MÇ	MÇ	MÇ
		x64-y96	x64-y96	x64-y96	x64-y96	x64-y96	x64-y96	x64-y96
λ_1	14,2561	14,2537	13,4860	12,8189	12,3969	12,9191	12,3835	12,9112
λ_2	27,4156	27,4073	24,6111	23,6324	24,2325	22,2027	21,24	22,341
λ_3	43,8649	43,8328	38,8521	32,0300	32,9518	38,8467	37,7261	35,3995
λ_4	49,348	49,3143	47,6020	46,2029	47,6001	38,8699	45,3113	45,2109
λ_5	57,0244	56,9864	52,5978	49,3653	49,1496	51,3246	52,1773	47,82034
λ_6	78,9568	78,8934	74,7423	74,1366	65,4159	69,3218	74,7163	69,5634
λ_7	80,0535	79,9513	79,9513	79,9513	79,9513	79,9513	79,9513	79,9513
λ_8	93,2129	93,0521	90,3662	80,2329	89,1724	88,1966	80,2145	89,6178
λ_9	106,3724	106,2060	101,1275	98,0454	98,1732	97,0296	92,4247	95,6738
λ_{10}	109,6623	109,5304	109,5304	109,5304	109,3436	109,5304	109,5304	109,5304
λ_{11}	119,5319	119,2854	116,3571	115,3046	109,5304	111,5099	115,1519	111,375
λ_{12}	128,3049	128,1127	125,4936	125,1470	124,3595	124,7456	116,9664	124,4697
λ_{13}	149,1407	148,8645	140,7546	131,6969	131,4950	133,4838	140,184	140,2541
λ_{14}	159,0103	158,7497	158,7497	152,7182	157,6256	158,7497	151,3412	143,2079
λ_{15}	162,3002	161,7931	159,8913	158,7497	158,7497	159,815	158,7497	158,7497

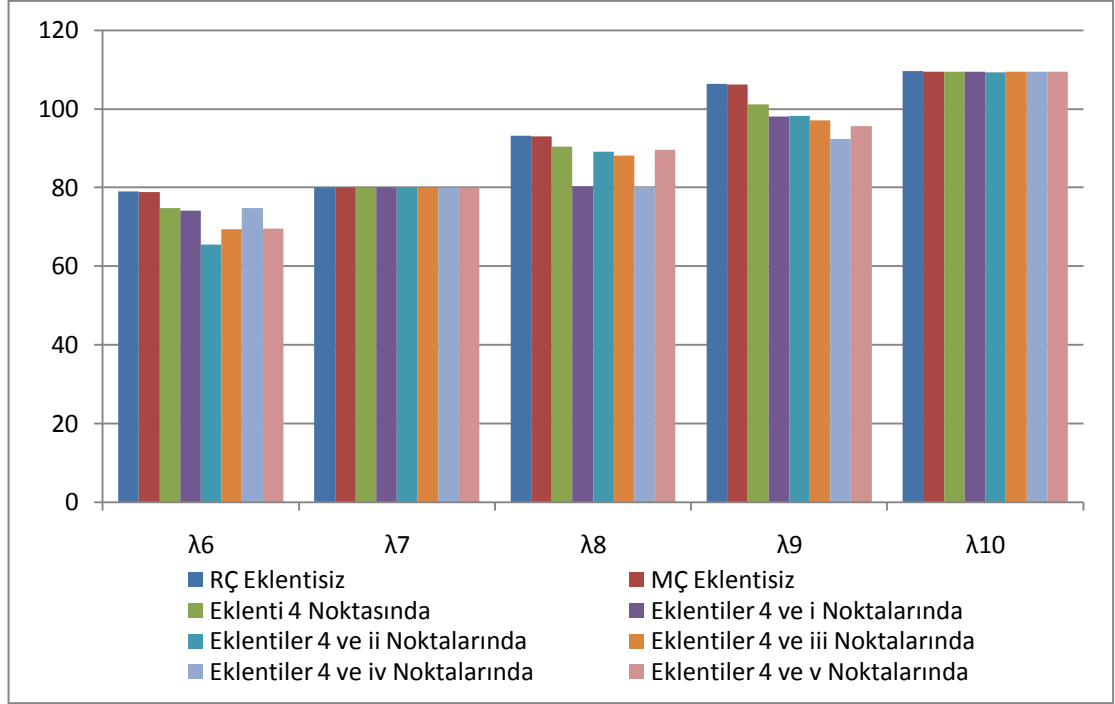
RÇ: **KOPMAZ ve TELLİ (2002)**. Kenarları oranı $a/b=1/1.5$ olan dört tarafı basit mesnetliyalın dikdörtgen plak.



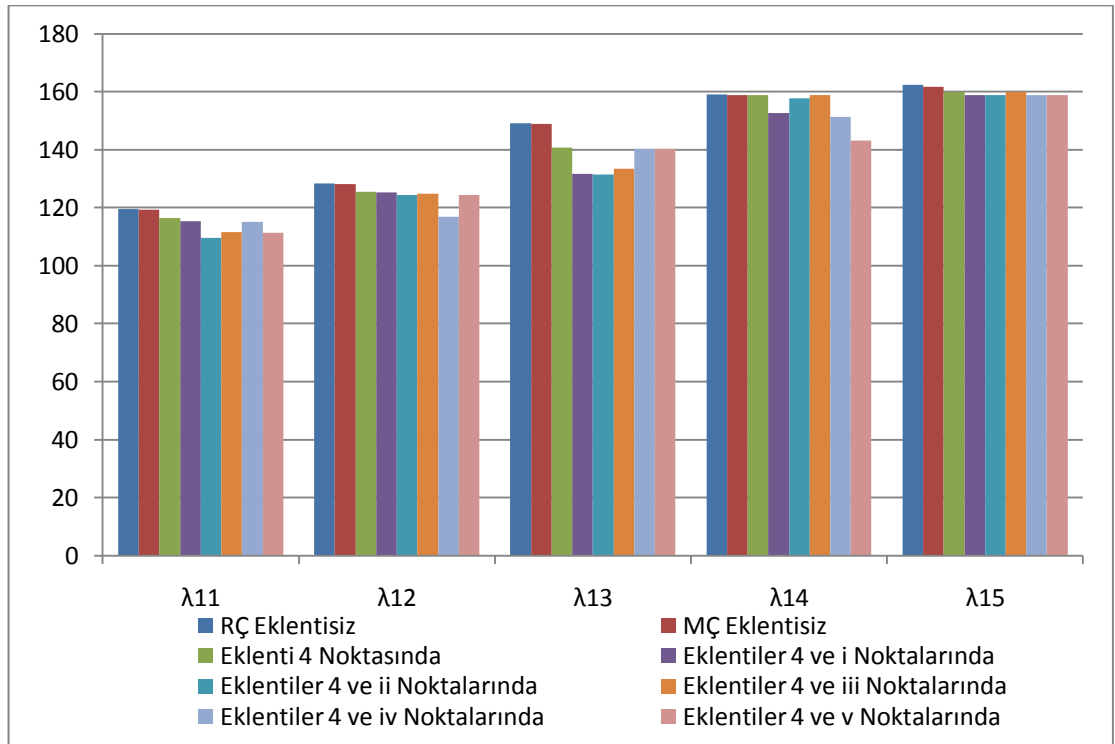
Şekil 4.34. Biri 4 numaralı konumda sabit, diğeri değişken konumlu iki eklenti halinde ilk on beş özdeğere ait histogramlar.



Şekil 4.35. Biri 4 numaralı konumda sabit, diğeri değişken konumlu iki eklenti halinde ilk beş özdeğere ait histogramlar.



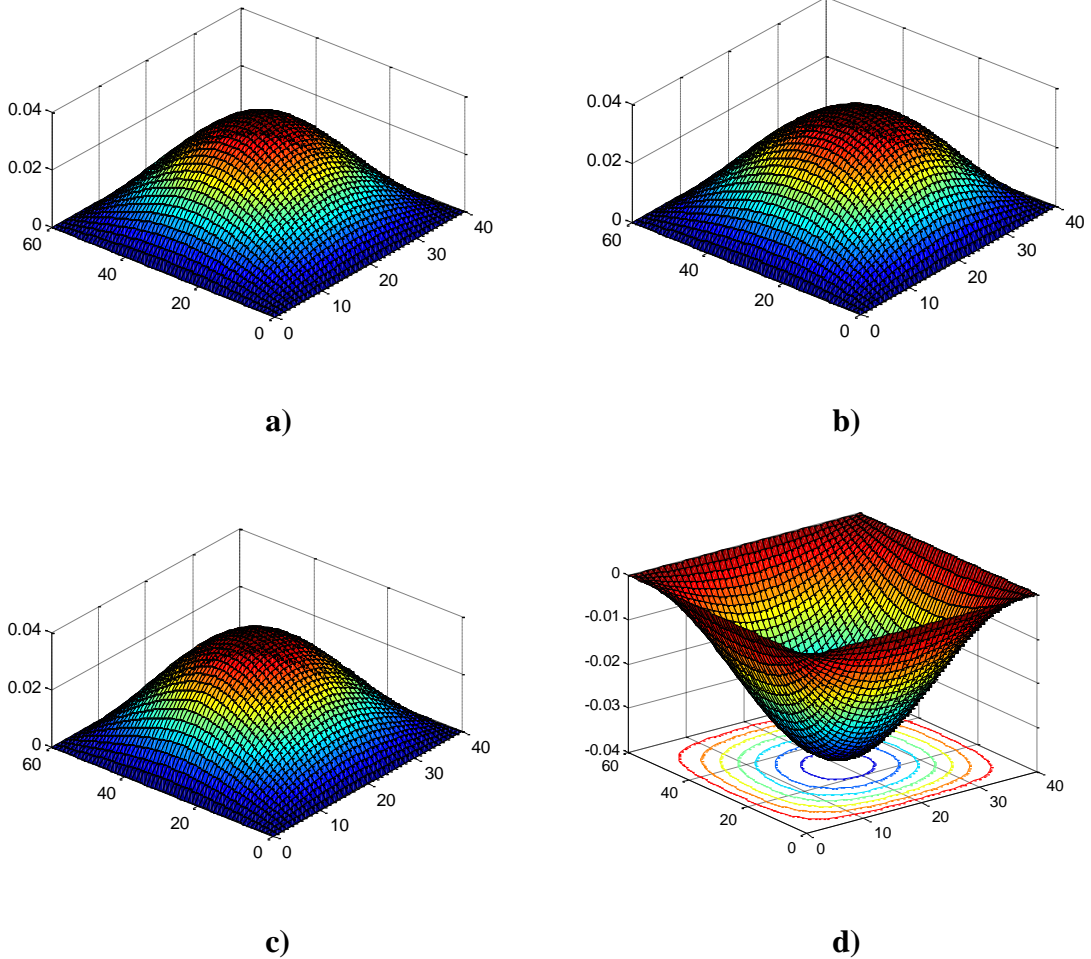
Şekil 4.36. Biri 4 numaralı konumda sabit, diğeri değişken konumlu iki eklenti halinde altıncı ila onuncu özdeğerlere ait histogramlar.



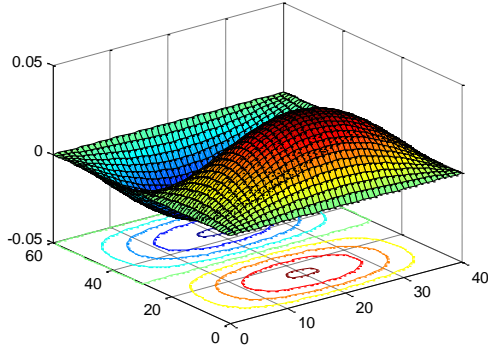
Şekil 4.37. Biri 4 numaralı konumda sabit, diğeri değişken konumlu iki eklenti halinde onbirinci ila onbeşinci özdeğerlere ait histogramlar.

4.6. Plağa Rijit Bağlı Tek Nokta Kütle Halinde İlk Beş Özdeğere Karşılık Gelen Modal Yüzeylerin Değişimlerinin İncelenmesi

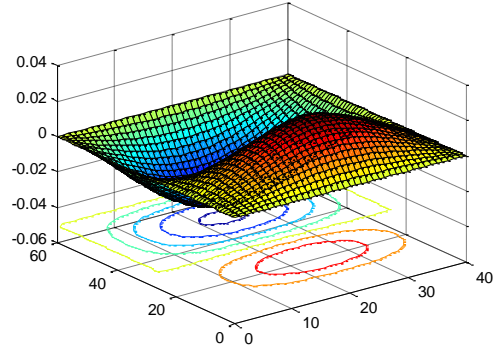
Bu durum incelemesinde plağa rijit bağlı tek nokta kütle halinde eklentinin dört farklı formu için ilk beş özdeğere karşılık gelen modal yüzeyler ve bunların seviye eğrileri haritası incelenmiştir. Bu suretle eklentinin konum değişikliğinin modal yüzeyleri ve nodal çizgileri nasıl etkilediği anlaşılmaya çalışılmıştır. Mesela Şekil 4.38 a, b, c ve d eklentinin sırasıyla 1, 2, 3 ve 4 numaralı konumlarda olması halinde birinci modal yüzeyin şeklini ve seviye eğrilerini göstermektedir. Keza Şekil 4.39 ila 4.42'de sırasıyla ikinci, üçüncü, dördüncü ve beşinci modal yüzeylerin eklenti konumuna bağlı olarak değişimlerini yansıtmaktadır.



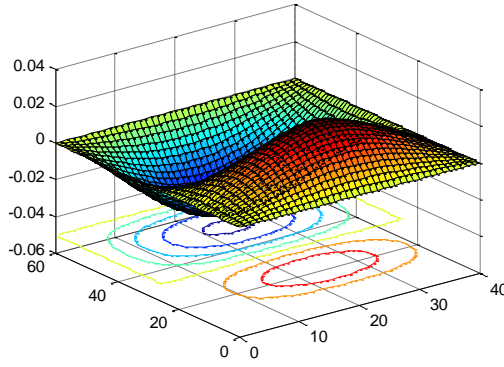
Şekil 4.38. Birinci modal yüzeyin eklentinin dört farklı konumunda aldığı şekil ve seviye eğrileri haritası. a) Eklenti 1 konumunda, b) Eklenti 2 konumunda, c) Eklenti 3 konumunda, d) Eklenti 4 konumunda.



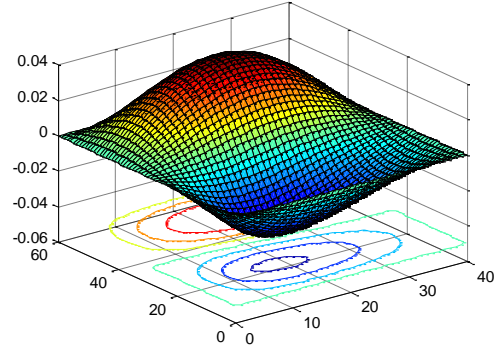
a)



b)

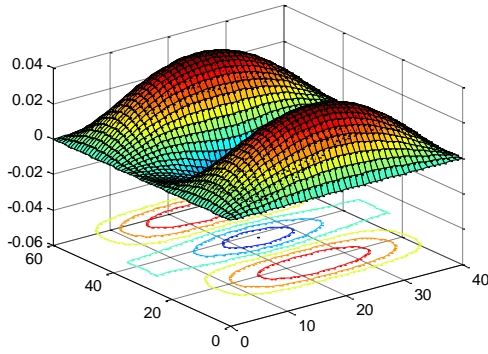


c)

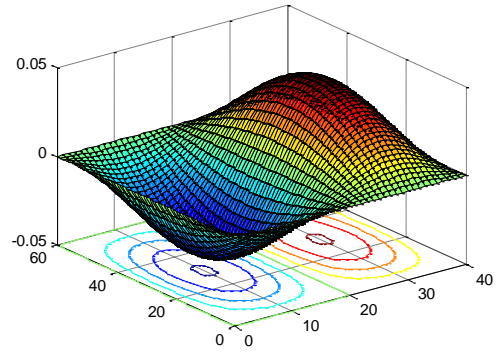


d)

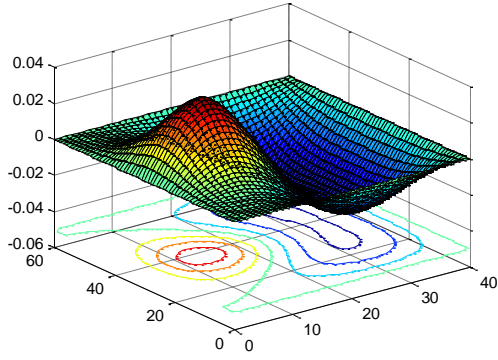
Şekil 4.39. İkinci modal yüzeyin eklentinin dört farklı konumunda aldığı şekil ve seviye eğrileri haritası. a) Eklenti 1 konumunda, b) Eklenti 2 konumunda, c) Eklenti 3 konumunda, d) Eklenti 4 konumunda.



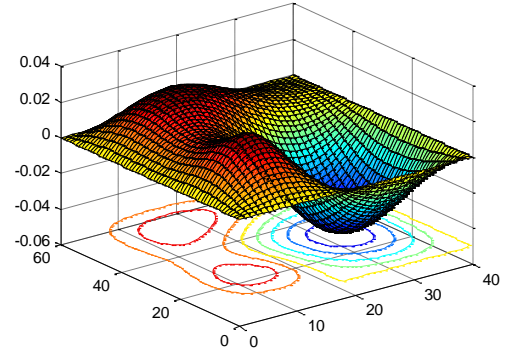
a)



b)

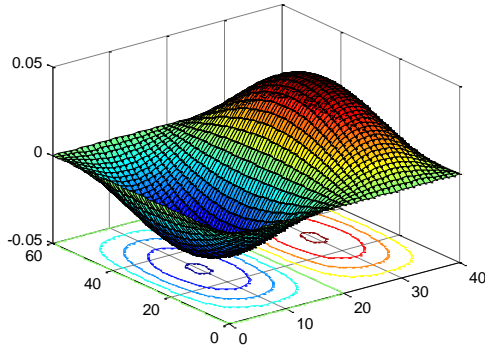


c)

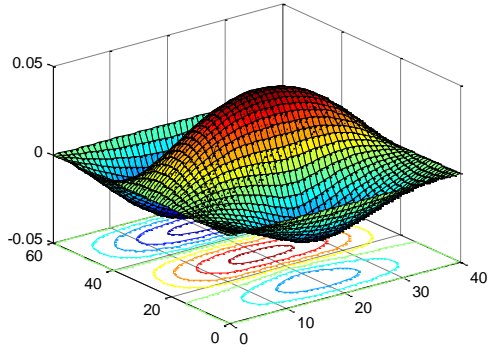


d)

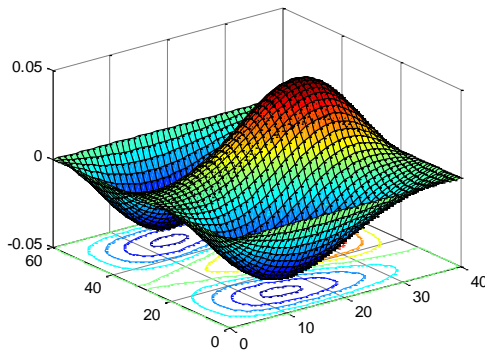
Şekil 4.40. Üçüncü modal yüzeyin eklentinin dört farklı konumunda aldığı şekil ve seviye eğrileri haritası. a) Eklenti 1 konumunda, b) Eklenti 2 konumunda, c) Eklenti 3 konumunda, d) Eklenti 4 konumunda.



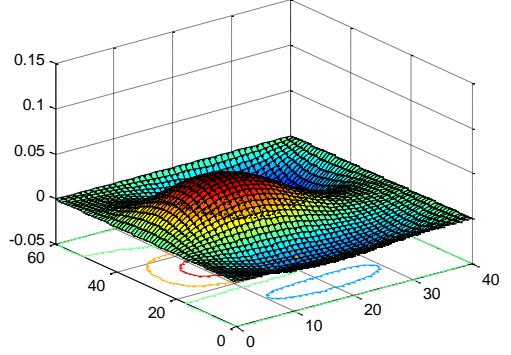
a)



b)

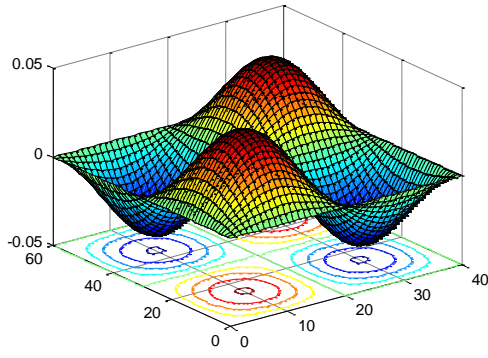


c)

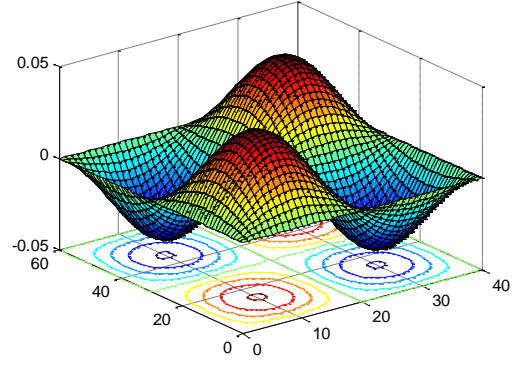


d)

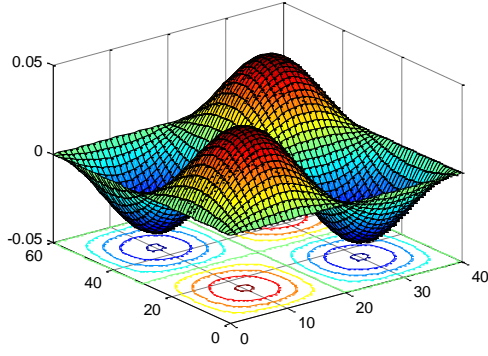
Şekil 4.41. Dördüncü modal yüzeyin eklentinin dört farklı konumunda aldığı şekil ve seviye eğrileri haritası. a) Eklenti 1 konumunda, b) Eklenti 2 konumunda, c) Eklenti 3 konumunda, d) Eklenti 4 konumunda.



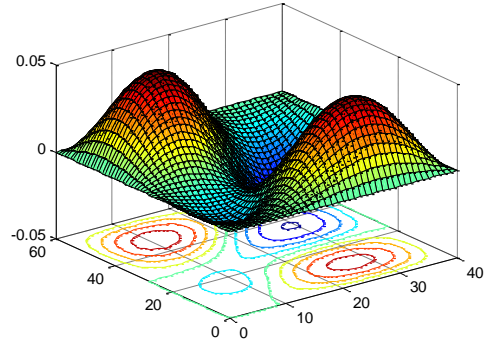
a)



b)



c)

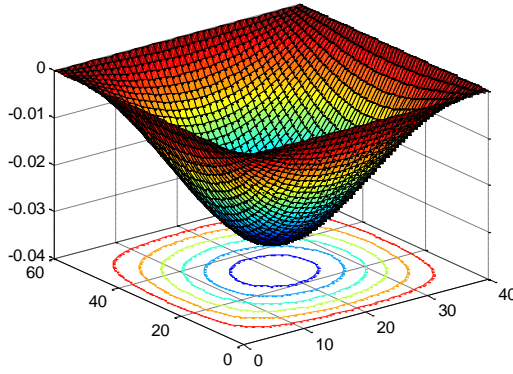


d)

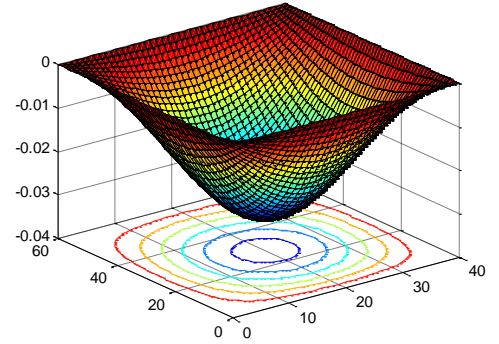
Şekil 4.42. Beşinci modal yüzeyin eklentinin dört farklı konumunda aldığı şekil ve seviye eğrileri haritası. a) Eklenti 1 konumunda, b) Eklenti 2 konumunda, c) Eklenti 3 konumunda, d) Eklenti 4 konumunda.

4.7. Plağa Rijit Bağlı İki Nokta Kütlenin Var Olması Halinde İlk Beş Özdeğere Karşılık Gelen Modal Yüzeylerin Değişimi

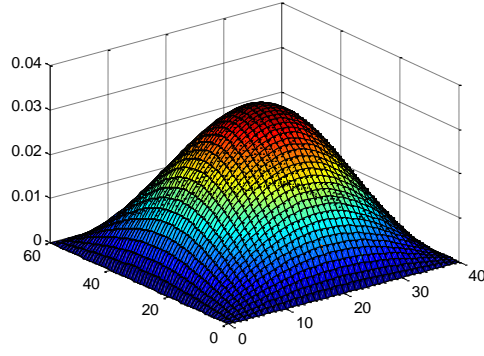
Bu durum incelemesinde ise plağa rijit bağlı iki nokta kütle halinde eklentinin mevcudiyeti halinde ilk beş özdeğere ait modal yüzeyler ve seviye eğrileri çizdirilmiştir. Sabit eklentinin 1 ve 3 konumlarında olması halinde hareketli eklentinin üç farklı konumu, 2 konumunda olması halinde hareketlinin dört farklı konumu ve nihayet 4 konumunda olması halinde de hareketlinin beş farklı konumu öngörüldüğünden 15 varyasyon ortaya çıkmaktadır. İlk beş özdeğere ait modal yüzeylerle ilgilenildiğinde $15 \times 5 = 75$ modal yüzey çizdirilmesi gerekmektedir. Bu ise çalışmanın hacmini bir hayli arttıracığından belli örnek hallerle yetinilmiştir. Buna göre sabit eklenti 1 konumunda iken diğerinin üç farklı konumu için ilk üç özdeğere ait modal yüzeyler çizdirilmiştir. Şekil 4.43 ila 4.45'in a, b, c şıklarında ilk üç özdeğerin her birinin mevcut eklenti yerleşim kombinasyonları için modal yüzeyleri verilmektedir. Keza Şekil 4.46 ila 4.48, Şekil 4.49 ila 4.51 ve nihayet Şekil 4.52 ila 4.54'de sabit eklentinin sırasıyla 2, 3 ve 4 konumlarında olması halinde ilk üç özdeğere ait modal yüzeyler görülmektedir.



a)

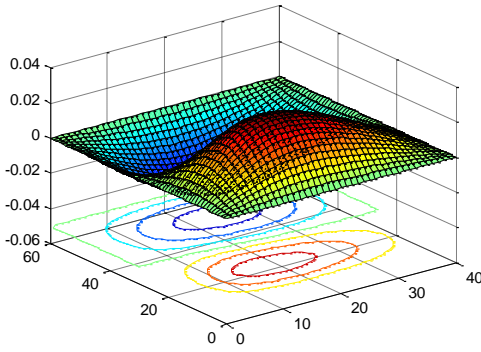


b)

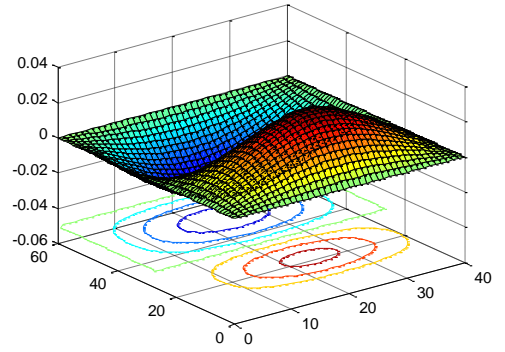


c)

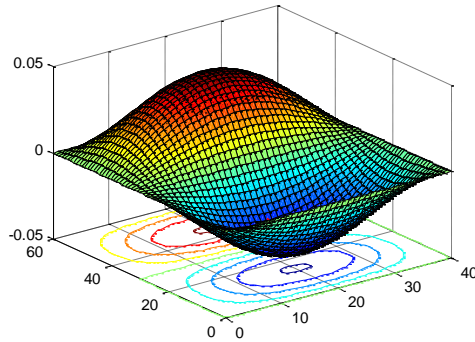
Şekil 4.43. Sabit eklentinin 1 konumunda olması haline diğer eklentinin farklı konumları için birinci özdeğere ait modal yüzeylerin değişimi. *a)* Hareketli eklenti *i* konumunda, *b)* Hareketli eklenti *ii* konumunda, *c)* Hareketli eklenti *iii* konumunda.



a)

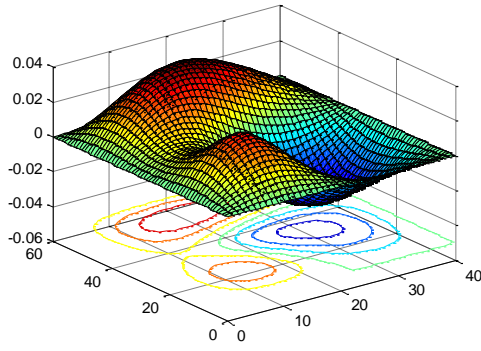


b)

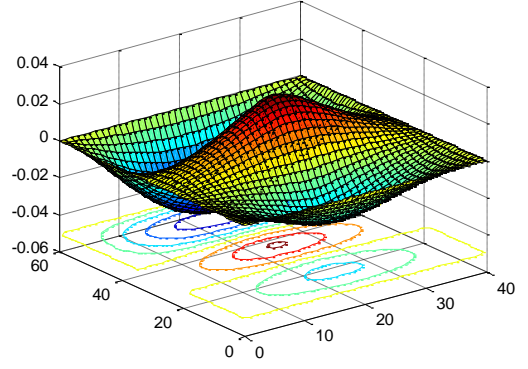


c)

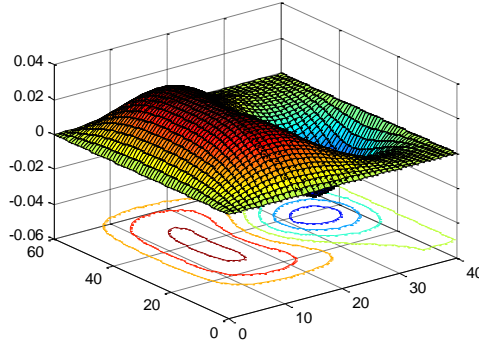
Şekil 4.44. Sabit eklentinin 1 konumunda olması haline diğer eklentinin farklı konumları için ikinci özdeğere ait modal yüzeylerin değişimi. *a)* Hareketli eklenti *i* konumunda, *b)* Hareketli eklenti *ii* konumunda, *c)* Hareketli eklenti *iii* konumunda.



a)

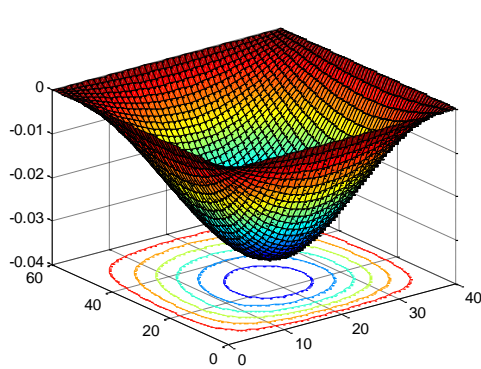


b)

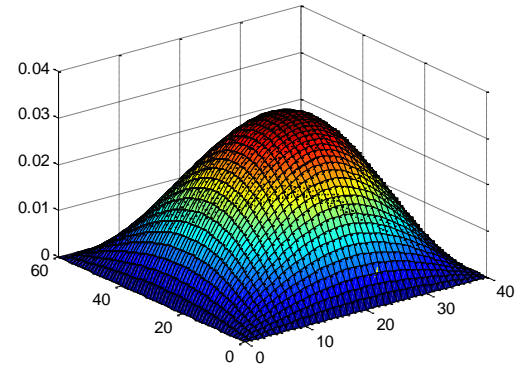


c)

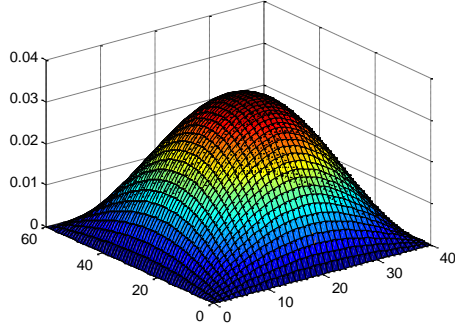
Şekil 4.45. Sabit eklentinin 1 konumunda olması haline diğer eklentinin farklı konumları için üçüncü özdeğere ait modal yüzeylerin değişimi. *a)* Hareketli eklenti *i* konumunda, *b)* Hareketli eklenti *ii* konumunda, *c)* Hareketli eklenti *iii* konumunda.



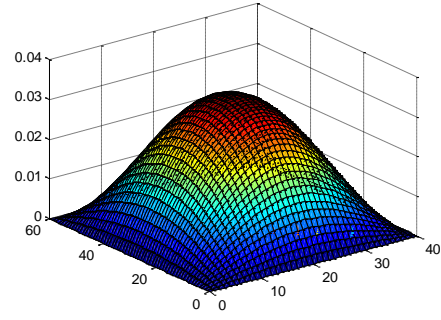
a)



b)

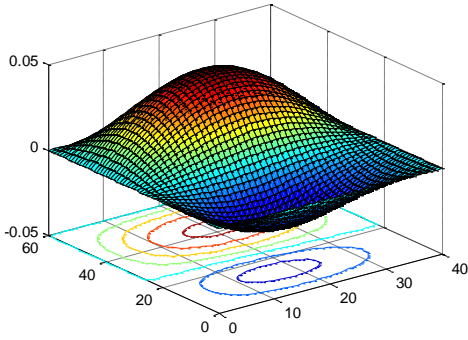


c)

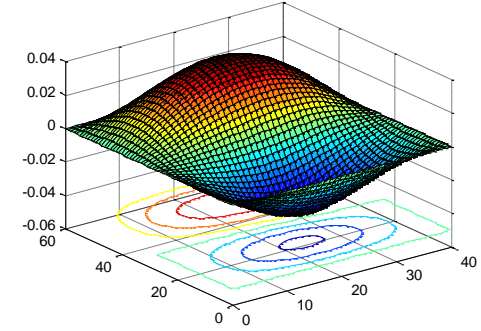


d)

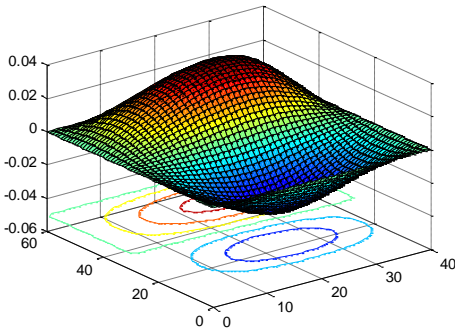
Şekil 4.46. Sabit eklentinin 2 konumunda olması haline diğer eklentinin farklı konumları için birinci özdeğere ait modal yüzeylerin değişimi. *a)* Hareketli eklenti *i* konumunda, *b)* Hareketli eklenti *ii* konumunda, *c)* Hareketli eklenti *iii* konumunda, *d)* Hareketli eklenti *iv* konumunda.



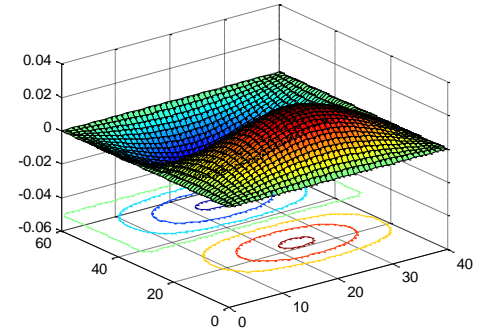
a)



b)

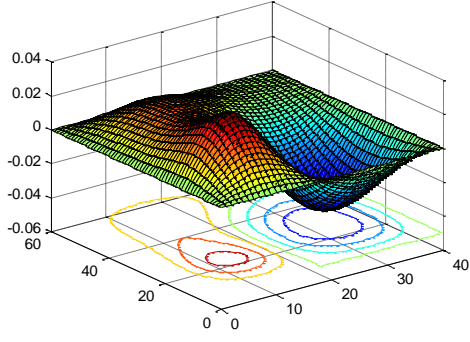


c)

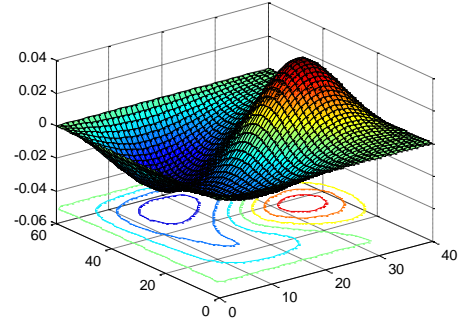


d)

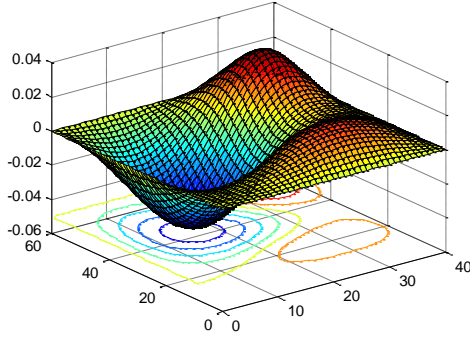
Şekil 4.47. Sabit eklentinin 2 konumunda olması haline diğer eklentinin farklı konumları için ikinci özdeğere ait modal yüzeylerin değişimi. *a)* Hareketli eklenti *i* konumunda, *b)* Hareketli eklenti *ii* konumunda, *c)* Hareketli eklenti *iii* konumunda, *d)* Hareketli eklenti *iv* konumunda.



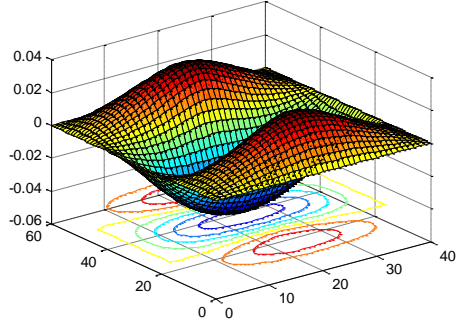
a)



b)

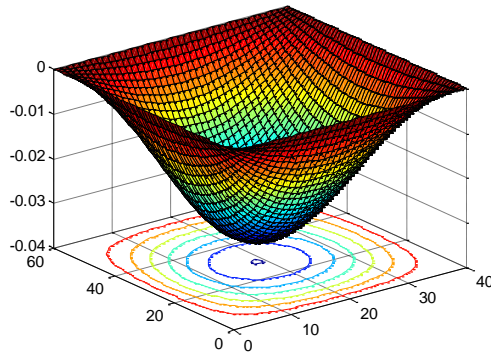


c)

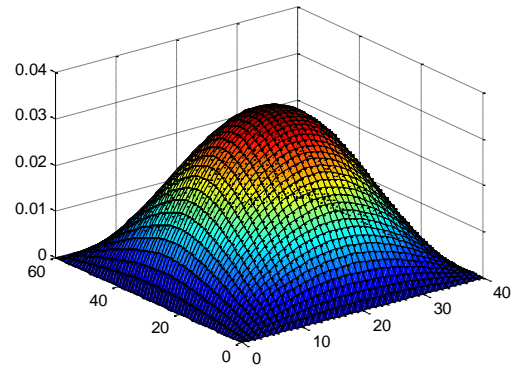


d)

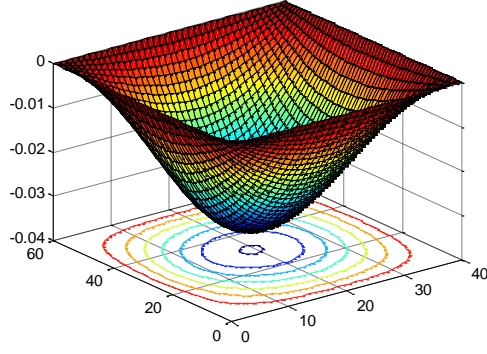
Şekil 4.48. Sabit eklentinin 2 konumunda olması haline diğer eklentinin farklı konumları için üçüncü özdeğere ait modal yüzeylerin değişimi. *a)* Hareketli eklenti *i* konumunda, *b)* Hareketli eklenti *ii* konumunda, *c)* Hareketli eklenti *iii* konumunda, *d)* Hareketli eklenti *iv* konumunda.



a)

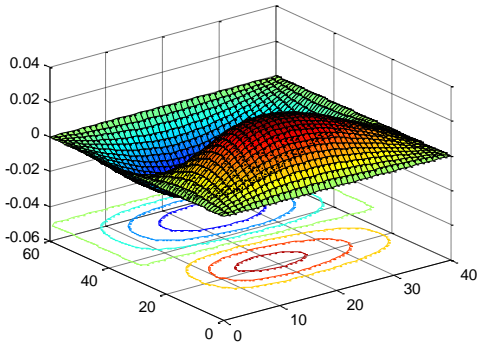


b)

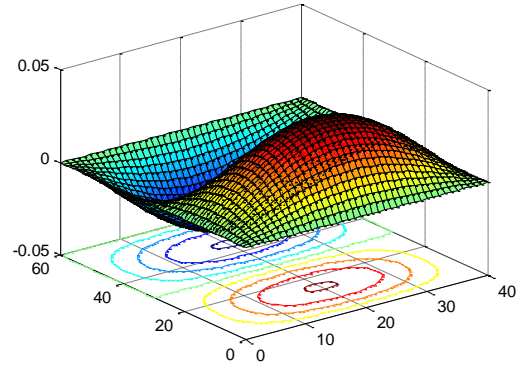


c)

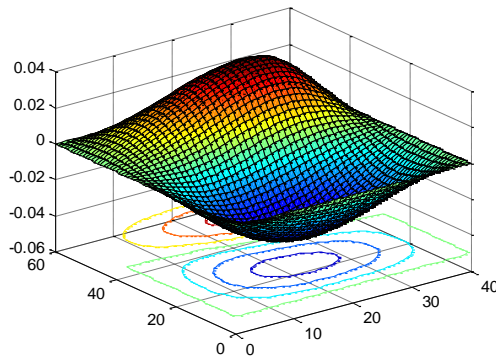
Şekil 4.49. Sabit eklentinin 3 konumunda olması haline diğer eklentinin farklı konumları için birinci özdeğere ait modal yüzeylerin değişimi. *a)* Hareketli eklenti *i* konumunda, *b)* Hareketli eklenti *ii* konumunda, *c)* Hareketli eklenti *iii* konumunda.



a)

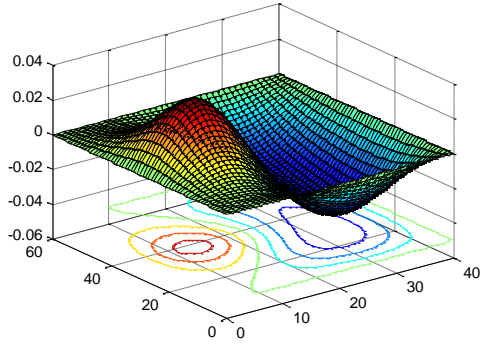


b)

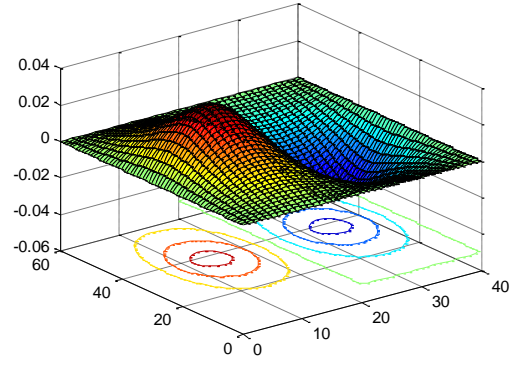


c)

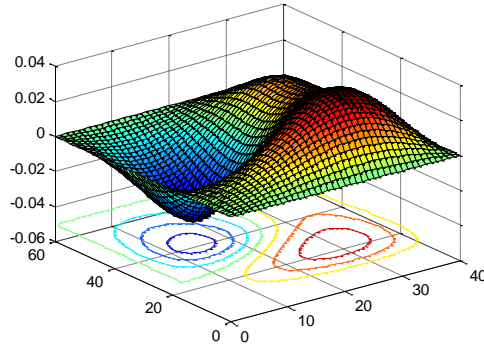
Şekil 4.50. Sabit eklentinin 3 konumunda olması haline diğer eklentinin farklı konumları için ikinci özdeğere ait modal yüzeylerin değişimi. *a)* Hareketli eklenti *i* konumunda, *b)* Hareketli eklenti *ii* konumunda, *c)* Hareketli eklenti *iii* konumunda.



a)

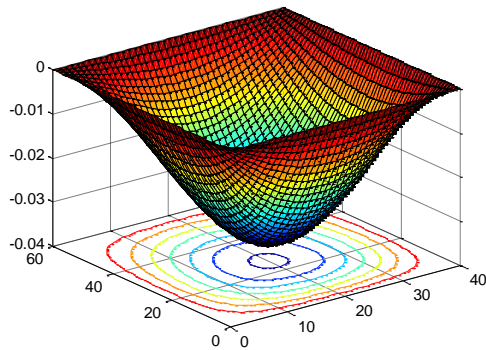


b)

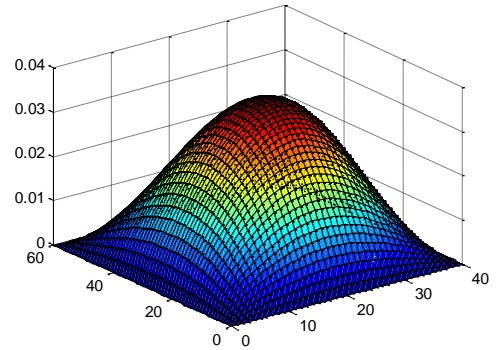


c)

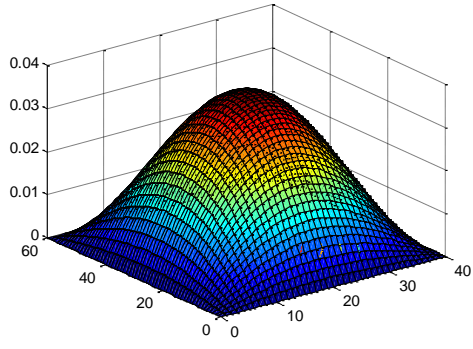
Şekil 4.51. Sabit eklentinin 3 konumunda olması haline diğer eklentinin farklı konumları için üçüncü özdeğere ait modal yüzeylerin değişimi. *a)* Hareketli eklenti *i* konumunda, *b)* Hareketli eklenti *ii* konumunda, *c)* Hareketli eklenti *iii* konumunda.



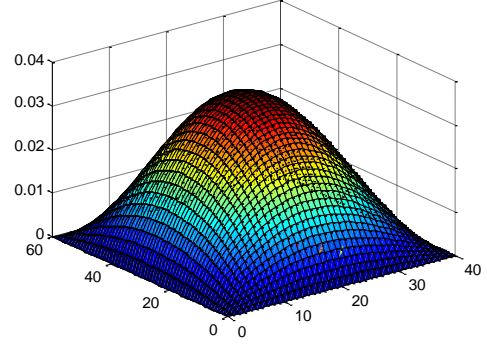
a)



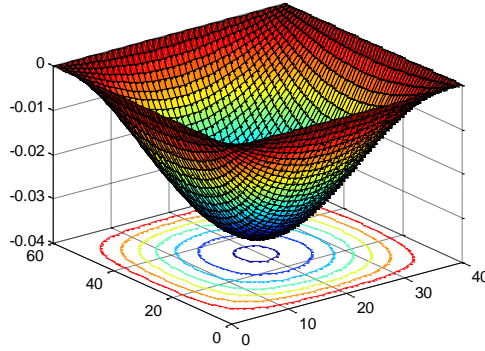
b)



c)

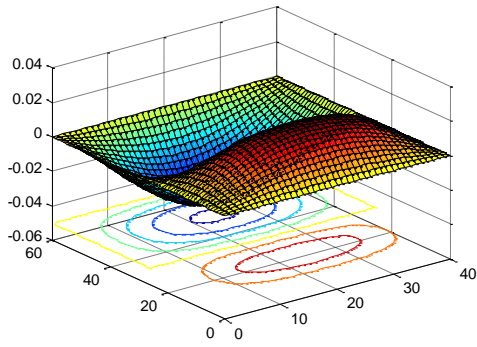


d)

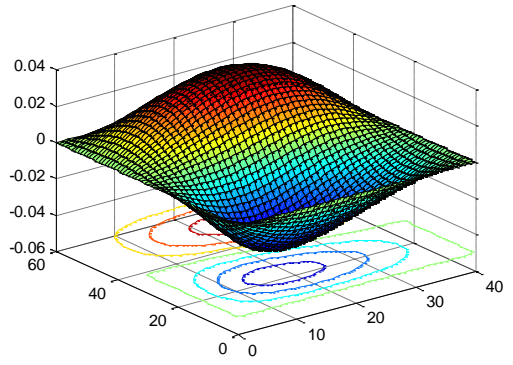


e)

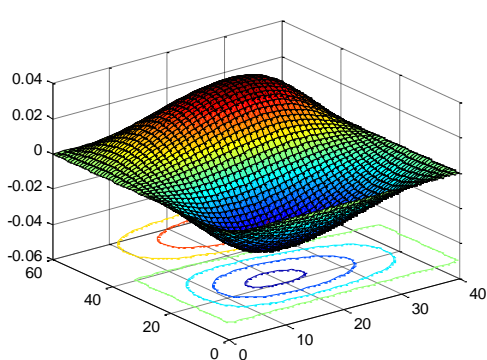
Şekil 4.52. Sabit eklentinin 4 konumunda olması haline diğer eklentinin farklı konumları için birinci özdeğere ait modal yüzeylerin değişimi. *a)* Hareketli eklenti *i* konumunda, *b)* Hareketli eklenti *ii* konumunda, *c)* Hareketli eklenti *iii* konumunda, *d)* Hareketli eklenti *iv* konumunda, *e)* Hareketli eklenti *v* konumunda.



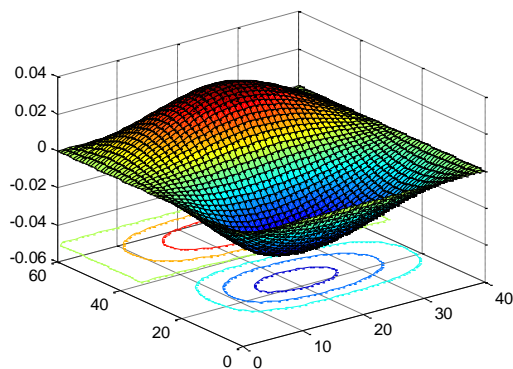
a)



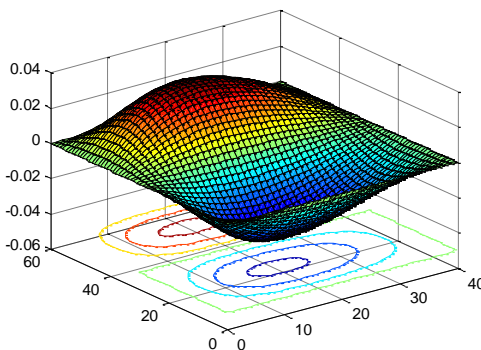
b)



c)

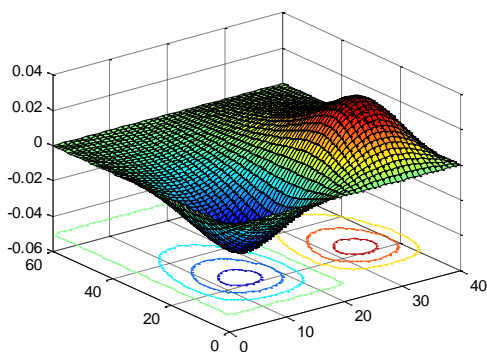


d)

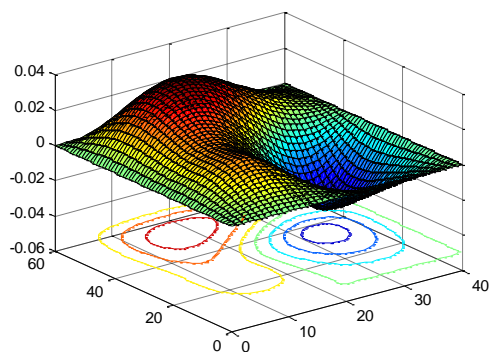


e)

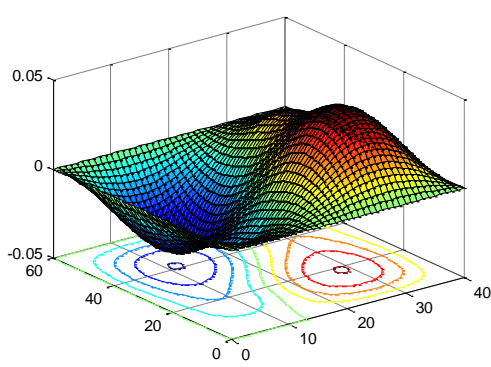
Şekil 4.53. Sabit eklentinin 4 konumunda olması haline diğer eklentinin farklı konumları için ikinci özdeğere ait modal yüzeylerin değişimi. *a)* Hareketli eklenti *i* konumunda, *b)* Hareketli eklenti *ii* konumunda, *c)* Hareketli eklenti *iii* konumunda, *d)* Hareketli eklenti *iv* konumunda, *e)* Hareketli eklenti *v* konumunda.



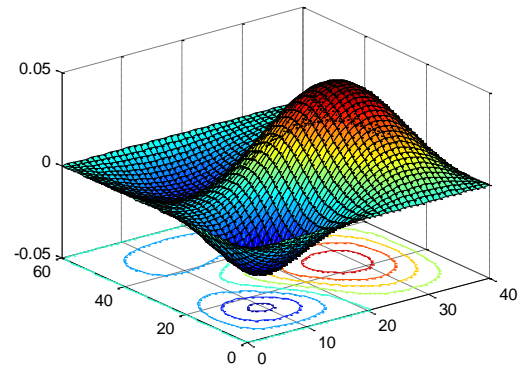
a)



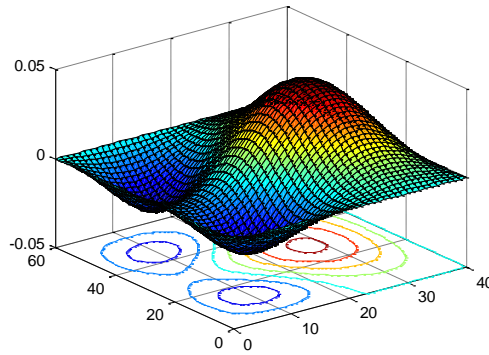
b)



c)



d)

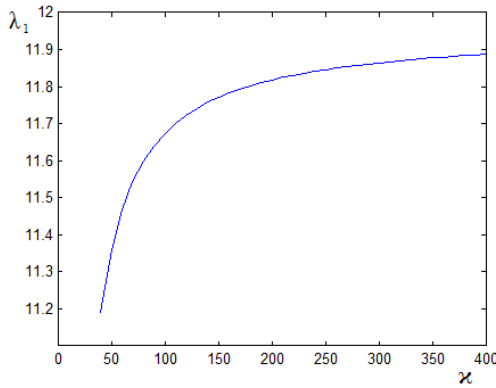


e)

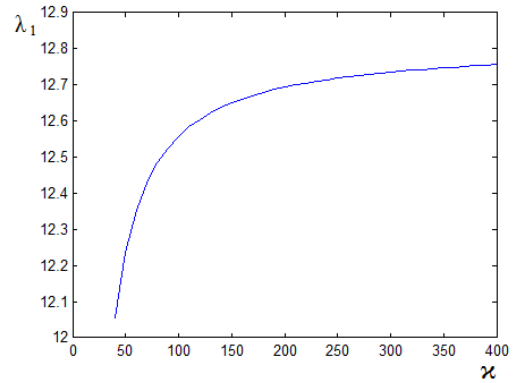
Şekil 4.54. Sabit eklentinin 4 konumunda olması haline diğer eklentinin farklı konumları için üçüncü özdeğere ait modal yüzeylerin değişimi. *a)* Hareketli eklenti *i* konumunda, *b)* Hareketli eklenti *ii* konumunda, *c)* Hareketli eklenti *iii* konumunda, *d)* Hareketli eklenti *iv* konumunda, *e)* Hareketli eklenti *v* konumunda.

4.8. Esnek Bağlı Tek Nokta Kütle Halinde İçin Konum Sabit Kalmak Şartıyla Farklı Katılık (veya Ters Olarak Esneklik) Değerleri İçin Sistem Frekanslarının Değişimi

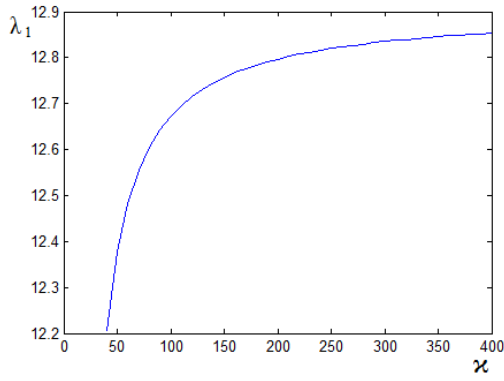
Pratikte, mesela makine yataklamalarında olduğu gibi, eklentiler plak olarak modellenebilen taşıyıcı yapıya ekseriya rijit değil, bilakis belli bir esnekliğe sahip ara elemanlar üzerinden bağlıdır. Dolayısıyla bu çalışmada incelenmesi lüzumlu görülen hallerden biri de bu olarak tespit edilmiştir. Bu incelemeler sırasında $a/b = 2/3 = 1/1,5$, ağ sıklığı x40-y60 (düğüm noktaları sayısı 2301) ve kütleler oranı 0,1 alınarak ilk beş özdeğerin katılığın 40–400 ve 400–4000 değerleri arasında seyretmesi halinde nasıl değiştikleri gözlenmiştir. Buna göre esnek bağlı tek bir eklentinin 4 farklı konumu için ilk beş özdeğerin, katılık oranı 40 ila 400 değerleri arasında ve 400 ila 4000 değerleri arasında nasıl değiştiği Şekil 4.55 ila Şekil 4.64’te verilmektedir. Bu grafiklerde de daha önce rijit bağlı tek eklenti halinde frekansların kütleler oranına göre değişiminde gözlenen hallerle karşılaşılmaktadır. Mesela katılığın belli değerlerinde özdeğer sabit kalmakta belli bir değerün üstüne çıkması halinde artmaktadır. Bunun tersi de geçerlidir. Belli değerlerde artış izlenmekte belli bir değerden sonra da özdeğer hemen hemen sabit kalmaktadır.



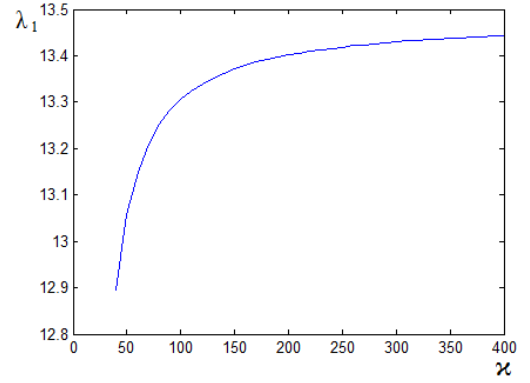
a)



b)

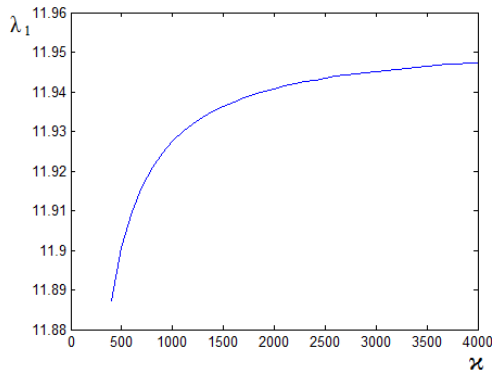


c)

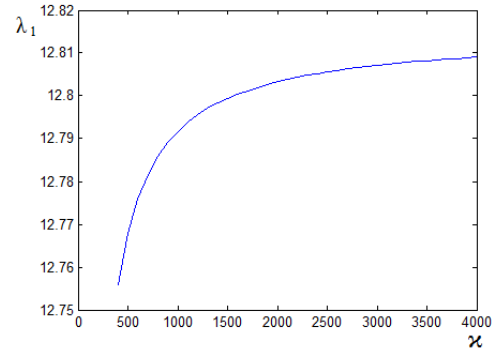


d)

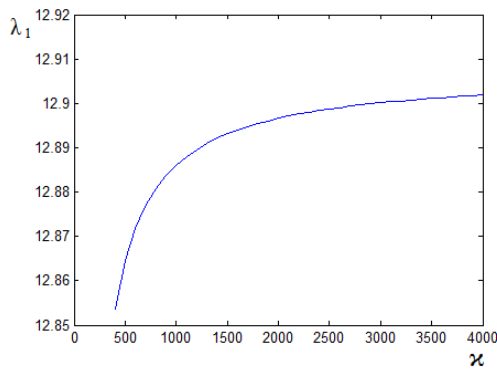
Şekil 4.55. Esnek bağlı tek bir eklenti olması halinde 1. özdeğerin katılık oranına göre değişimi ($40 \leq \kappa \leq 400$). a) 1 noktası için, b) 2 noktası için, c) 3 noktası için, d) 4 noktası için



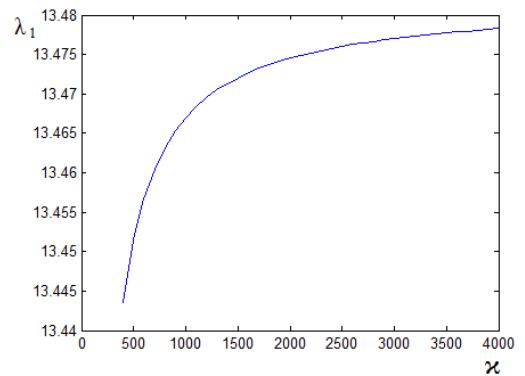
a)



b)

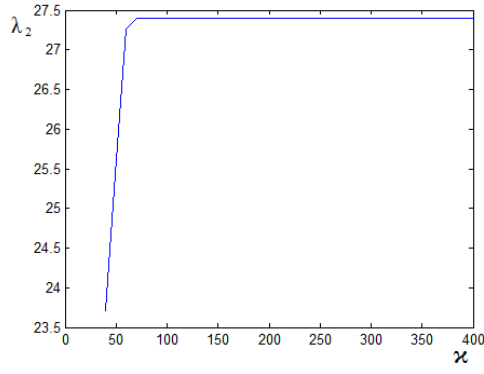


c)

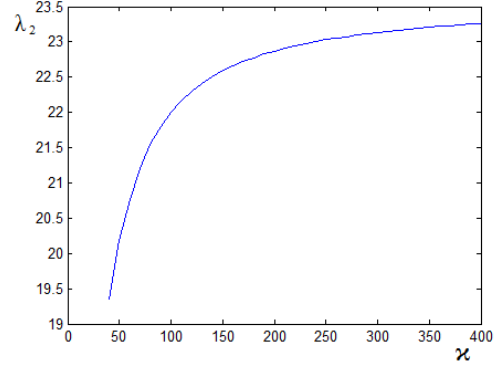


d)

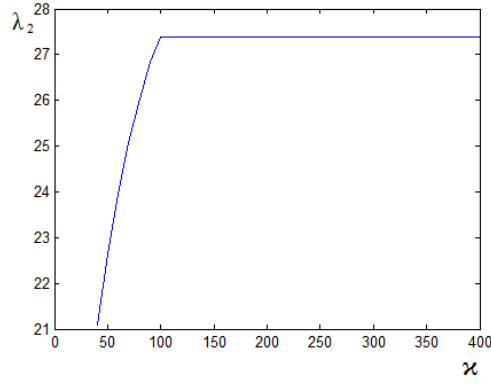
Şekil 4.56. Esnek bağlı tek bir eklenti olması halinde 1. özdeğerin katılık oranına göre değişimi ($400 \leq \kappa \leq 4000$). a) 1 noktası için, b) 2 noktası için, c) 3 noktası için, d) 4 noktası için



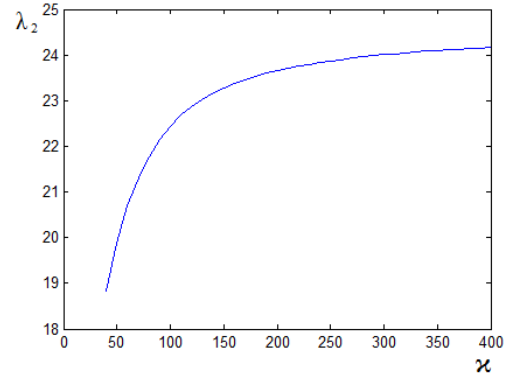
a)



b)

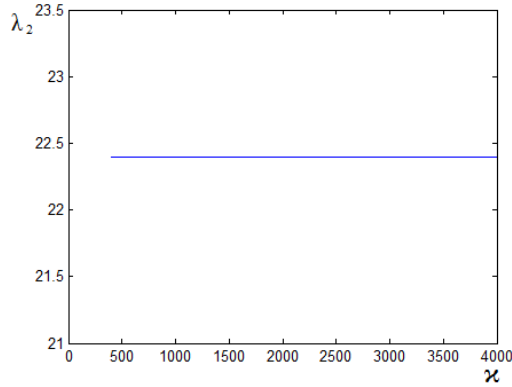


c)

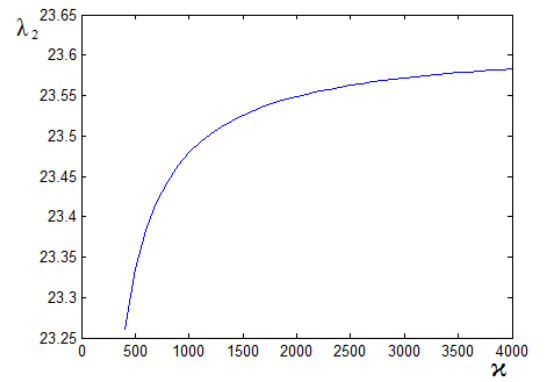


d)

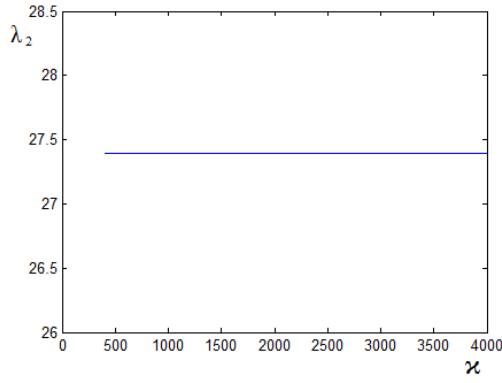
Şekil 4.57. Esnek bağlı tek bir eklenti olması halinde 2. özdeğerin katılık oranına göre değişimi ($40 \leq \kappa \leq 400$). a) 1 noktası için, b) 2 noktası için, c) 3 noktası için, d) 4 noktası için



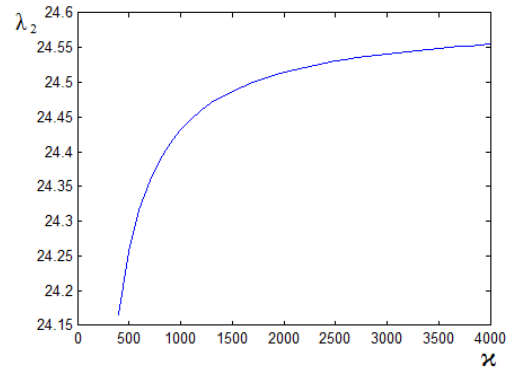
a)



b)

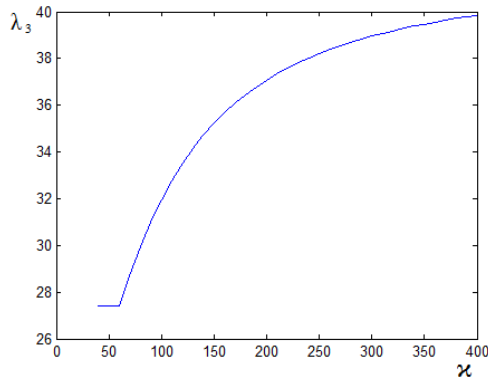


c)

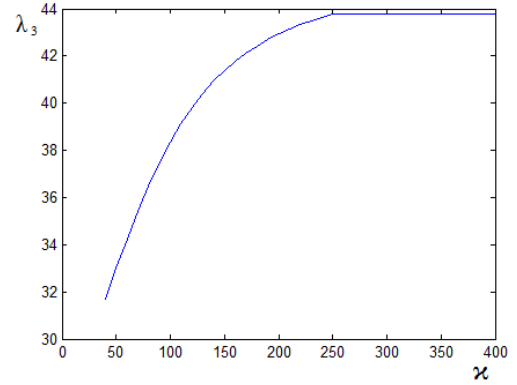


d)

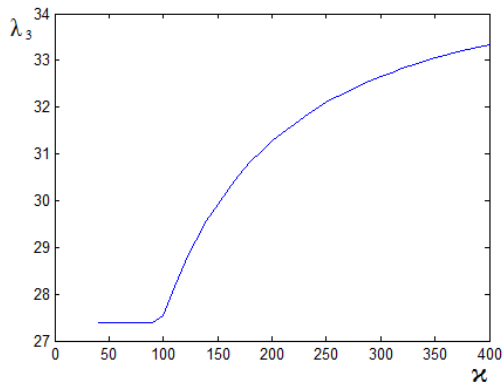
Şekil 4.58. Esnek bağlı tek bir eklenti olması halinde 2. özdeğerin katılık oranına göre değişimi ($400 \leq \kappa \leq 4000$). a) 1 noktası için, b) 2 noktası için, c) 3 noktası için, d) 4 noktası için



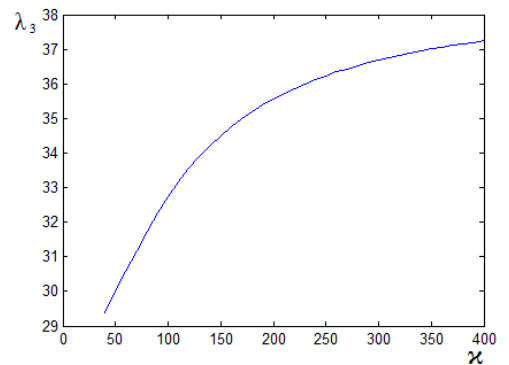
a)



b)

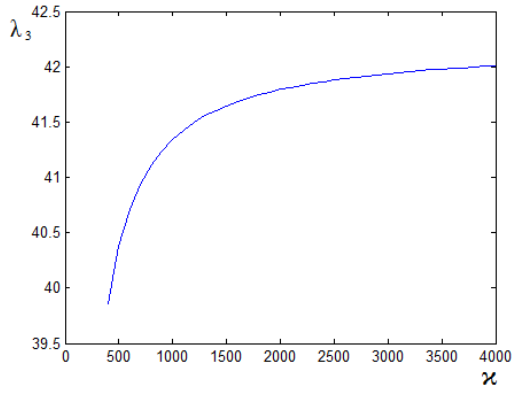


c)

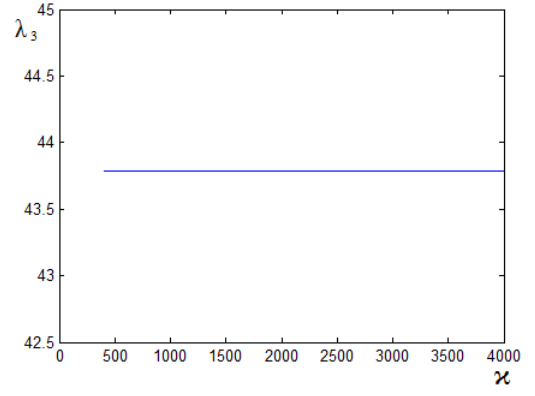


d)

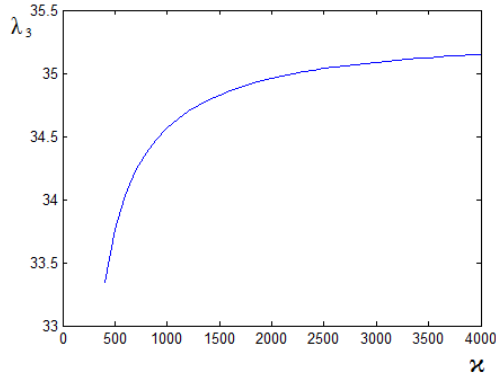
Şekil 4.59. Esnek bağlı tek bir eklenti olması halinde 3. özdeğerin katılık oranına göre değişimi ($40 \leq \kappa \leq 400$). a) 1 noktası için, b) 2 noktası için, c) 3 noktası için, d) 4 noktası için



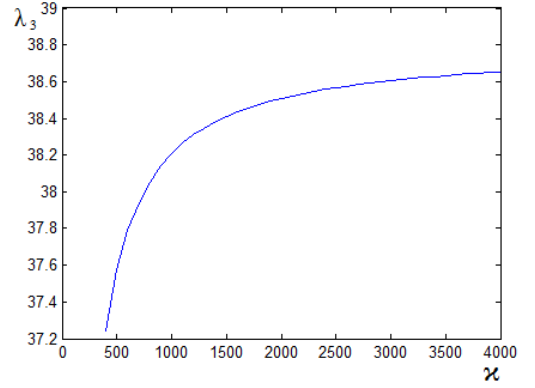
a)



b)

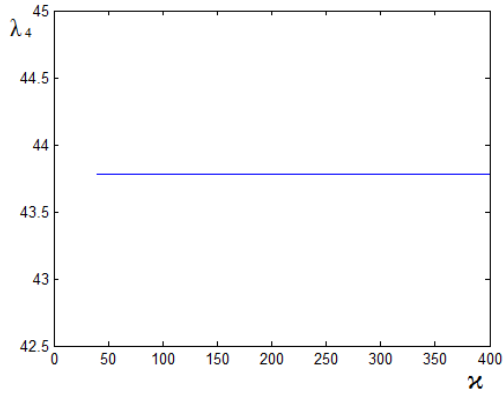


c)

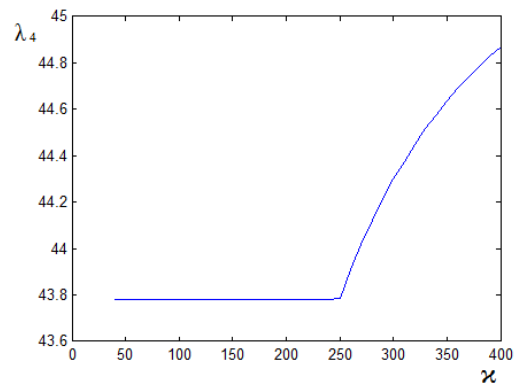


d)

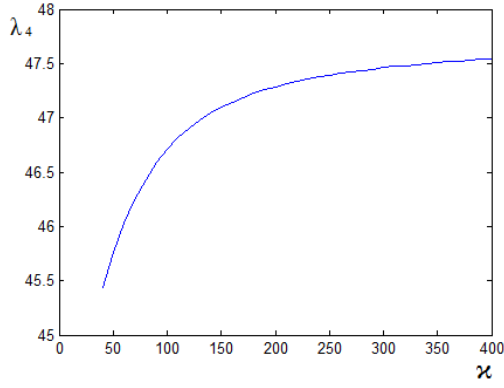
Şekil 4.60. Esnek bağlı tek bir eklenti olması halinde 3. özdeğerin katılık oranına göre değişimi ($400 \leq \kappa \leq 4000$). a) 1 noktası için, b) 2 noktası için, c) 3 noktası için, d) 4 noktası için



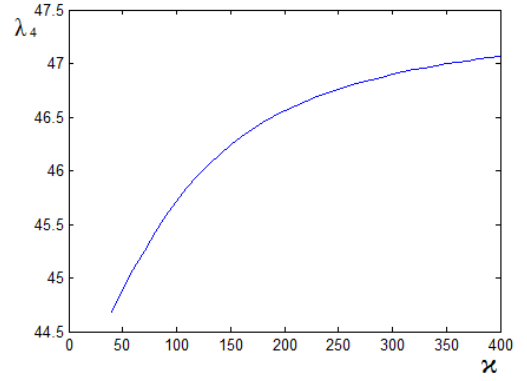
a)



b)

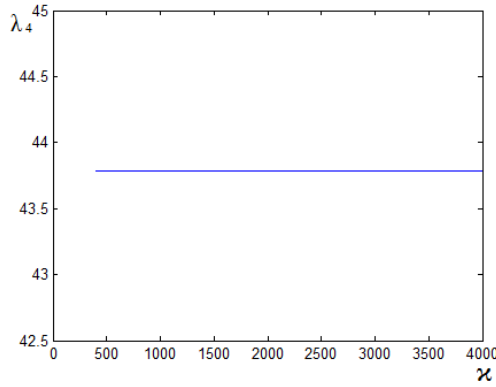


c)

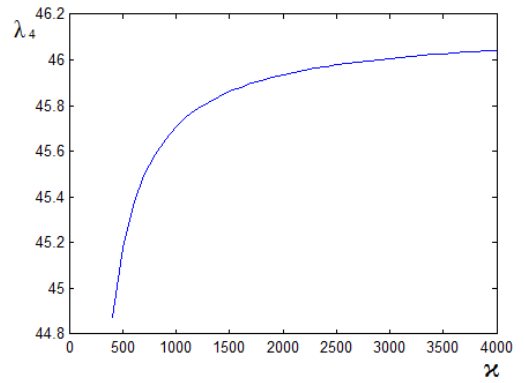


d)

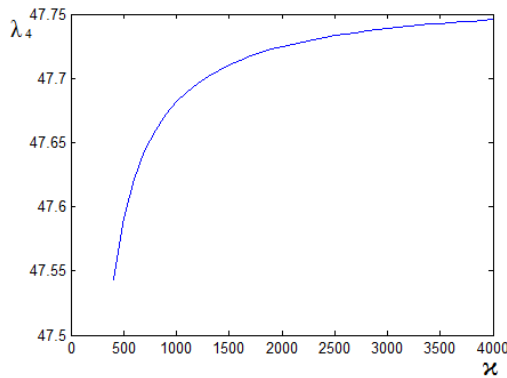
Şekil 4.61. Esnek bağlı tek bir eklenti olması halinde 4. özdeğerin katılık oranına göre değişimi ($40 \leq \kappa \leq 400$). a) 1 noktası için, b) 2 noktası için, c) 3 noktası için, d) 4 noktası için



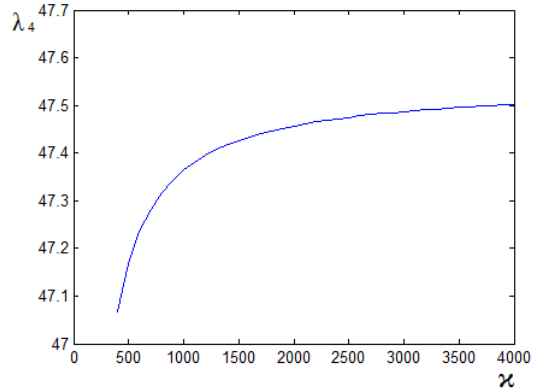
a)



b)

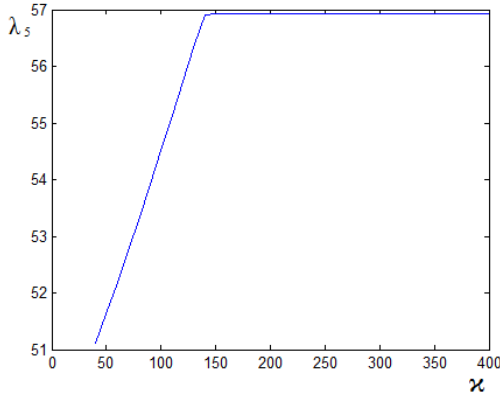


c)

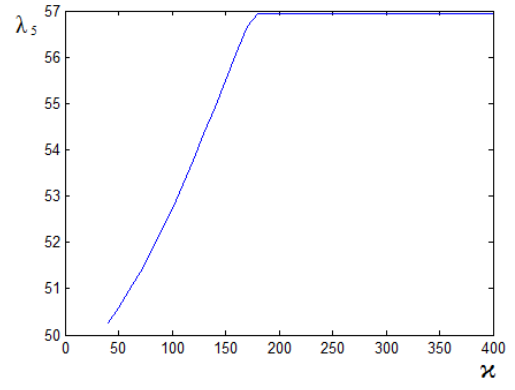


d)

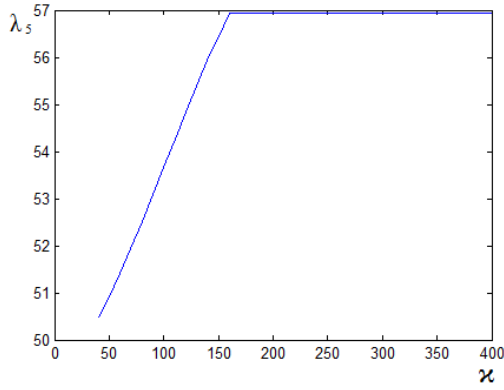
Şekil 4.62. Esnek bağlı tek bir eklenti olması halinde 4. özdeğerin katılık oranına göre değişimi ($400 \leq \kappa \leq 4000$). a) 1 noktası için, b) 2 noktası için, c) 3 noktası için, d) 4 noktası için



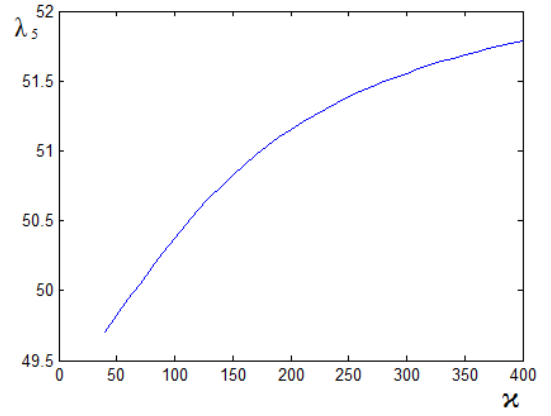
a)



b)

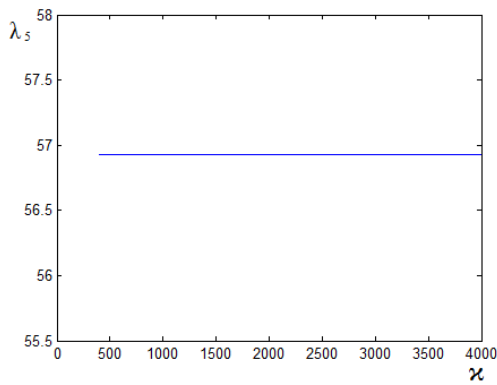


c)

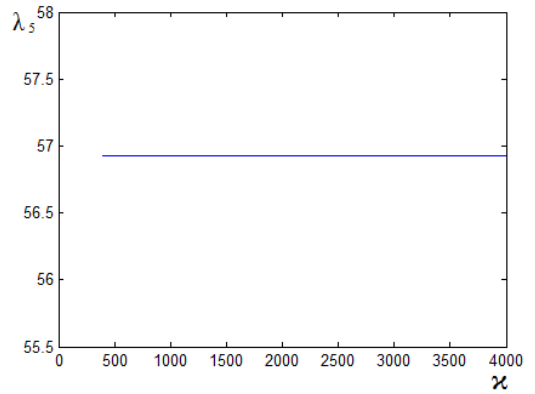


d)

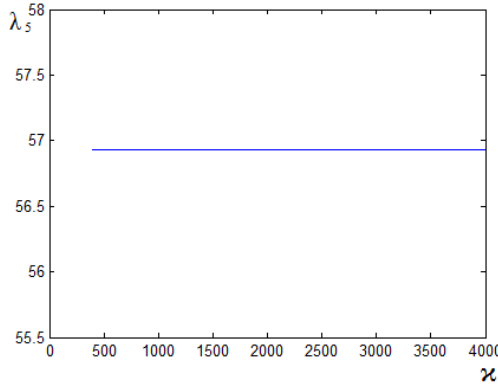
Şekil 4.63. Esnek bağlı tek bir eklenti olması halinde 5. özdeğerin katılık oranına göre değişimi ($40 \leq \kappa \leq 400$). a) 1 noktası için, b) 2 noktası için, c) 3 noktası için, d) 4 noktası için



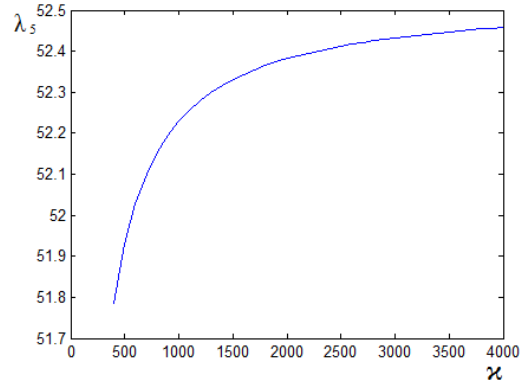
a)



b)



c)

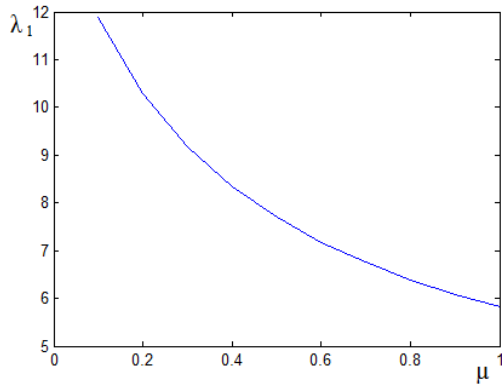


d)

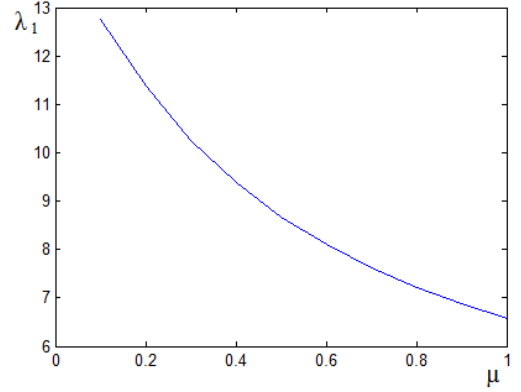
Şekil 4.64. Esnek bağlı tek bir eklenti olması halinde 5. özdeğerin katılık oranına göre değişimi ($400 \leq \kappa \leq 4000$). a) 1 noktası için, b) 2 noktası için, c) 3 noktası için, d) 4 noktası için

4.9. Plağa Esnek Bağlı Tek Nokta Kütle Halinde Eklenti Kütlesinin Değişiminin Frekanslara Etkisi

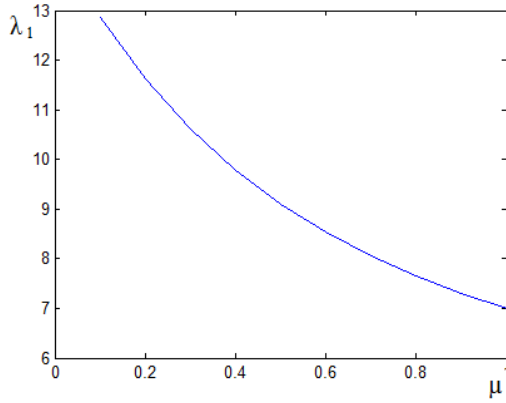
İlgi çekici diğer bir analiz de esnek bağlı nokta kütleli eklenti için diğer tüm parametreler sabitken kütleler oranının değişmesinin (plak kütlesi sabit kabul edilirse eklenti kütlesinin azalması veya artmasının) özdeğerlere etkisinin incelenmesi olacaktır. Bu incelemelerde $a/b = 1/1,5$, $\kappa = 400$ ve düğüm noktaları sayısı 2301'dir. Açıktır ki, sadece eklenti kütlesinin artması sistem kinetik enerjisi üzerinde tesirini göstereceğinden ve bu ifade de Rayleigh oranı hatırlanacak olursa paydada yer aldığından tabii frekansların genelde düşmesi beklenir. Tabiatıyla burada eklenti farazi olarak bir nokta kütle gibi tasavvur edildiğinden şayet konumu herhangi bir modal yüzeyin nodal çizgisine tesadüf ettiğinde kütle ne kadar artarsa artsın o moda ait frekansı etkilemeyecektir. Nitekim grafikler de bu beklentiyi doğrulamaktadır. Nokta kütleli eklentilerin daima farazi olmadığını da kaydetmek yararlı olur. Mesela elektronik kartlarda diyot, rezistans vb. elemanlar bağlantı tarzları ve boyutları itibarıyla noktasal kütle gibi kabul edilebilirler. Bu analizlerde de eklenti sırasıyla 1, 2, 3 ve 4 konumlarında yerleştirilerek kütle oranı değişiminin ilk beş özdeğere etkisi incelenmiştir. Bu hallere ilişkin grafikler Şekil 4.65 ila Şekil 4.69'da verilmektedir.



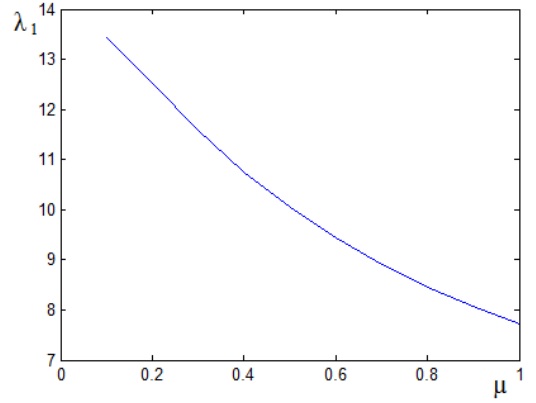
a)



b)

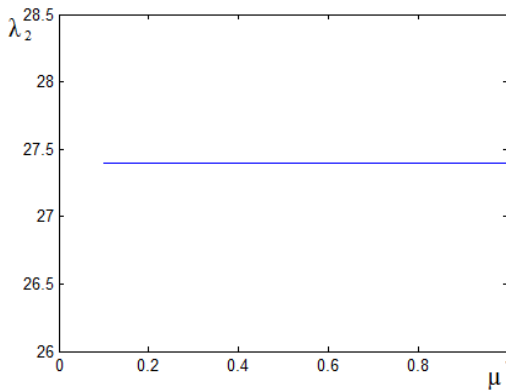


c)

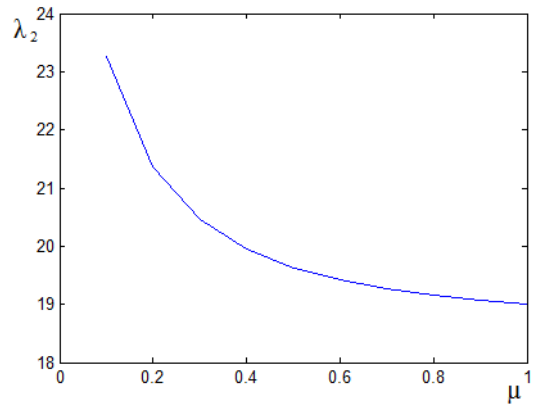


d)

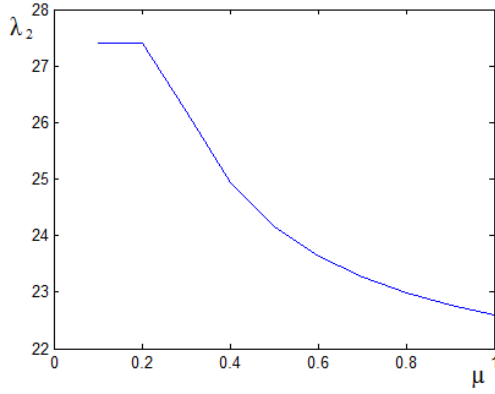
Şekil 4.65. Esnek bağlı eklentisi olan plağın 1. özdeğerinin, kütleler oranına göre değişimi. a) Eklenti 1 noktasında, b) Eklenti 2 noktasında, c) Eklenti 3 noktasında d) Eklenti 4 noktasında



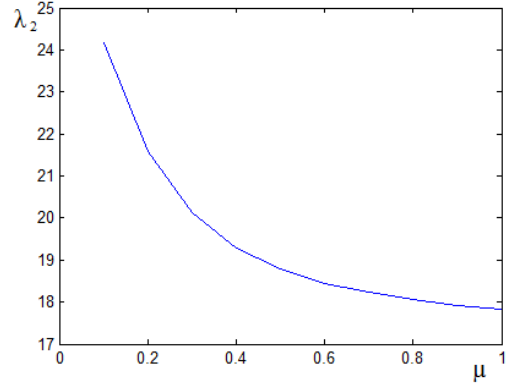
a)



b)

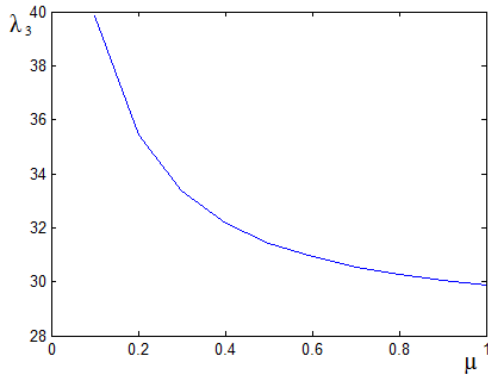


c)

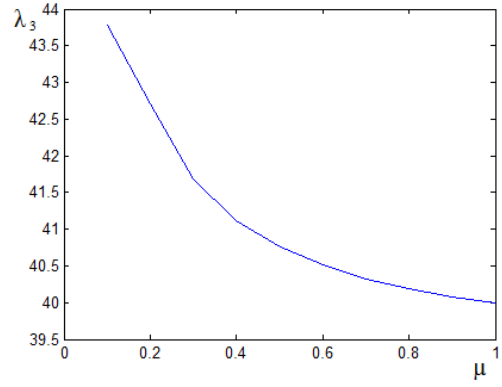


d)

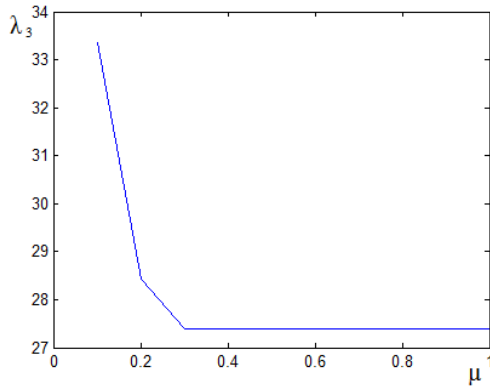
Şekil 4.66. Esnek bağlı eklentisi olan plağın 2. özdeğerinin, kütleler oranına göre değişimi. a) Eklenti 1 noktasında, b) Eklenti 2 noktasında, c) Eklenti 3 noktasında d) Eklenti 4 noktasında



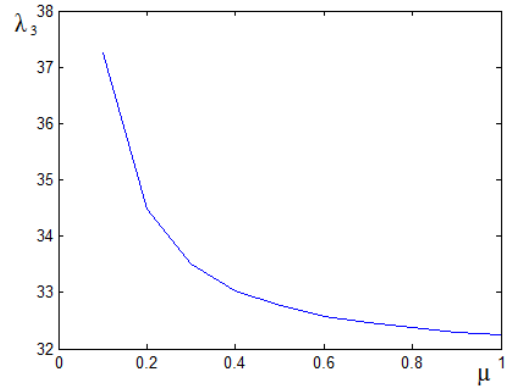
a)



b)

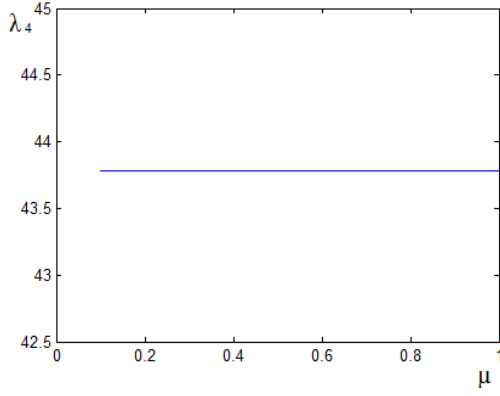


c)

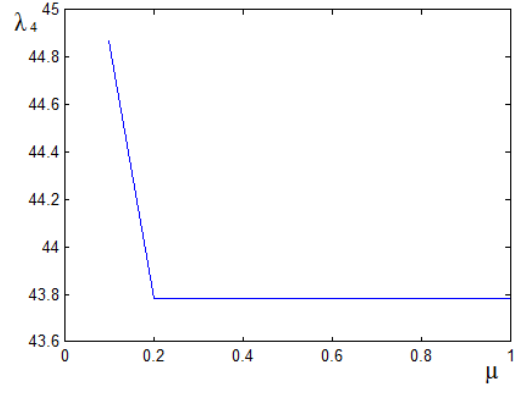


d)

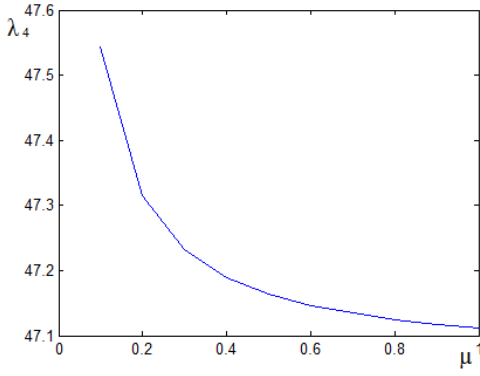
Şekil 4.67. Esnek bağlı eklentisi olan plağın 3. özdeğerinin, kütleler oranına göre değişimi. a) Eklenti 1 noktasında, b) Eklenti 2 noktasında, c) Eklenti 3 noktasında d) Eklenti 4 noktasında



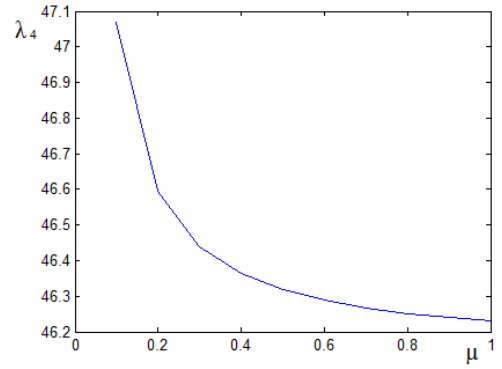
a)



b)

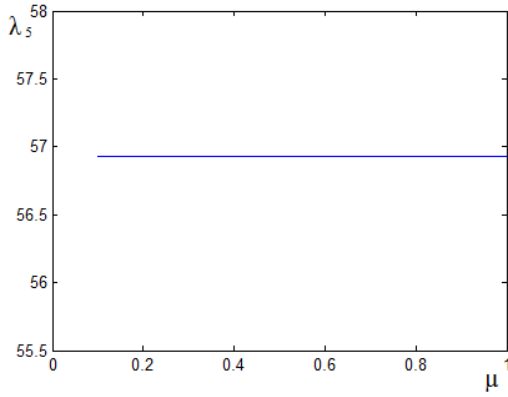


c)

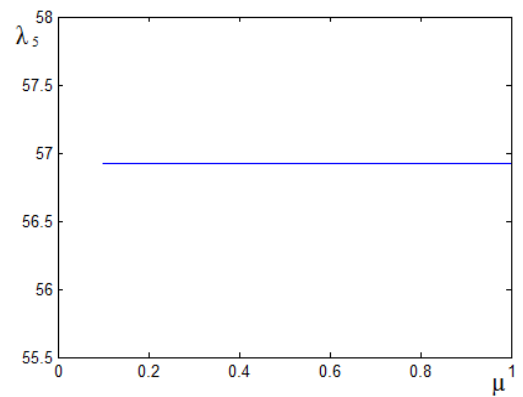


d)

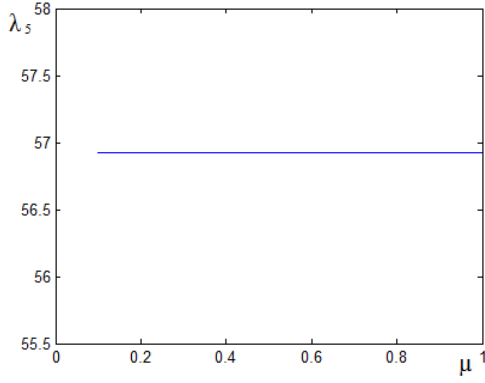
Şekil 4.68. Esnek bağlı eklentisi olan plağın 4. özdeğerinin, kütleler oranına göre değişimi. a) Eklenti 1 noktasında, b) Eklenti 2 noktasında, c) Eklenti 3 noktasında d) Eklenti 4 noktasında



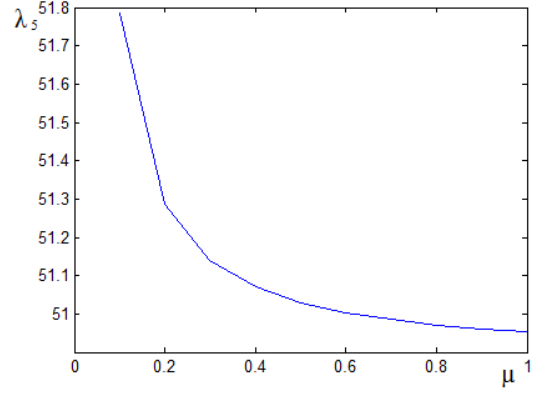
a)



b)



c)

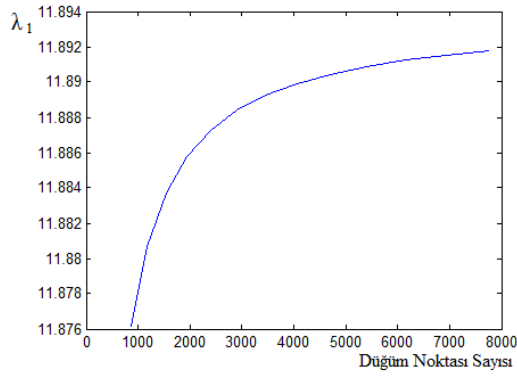


d)

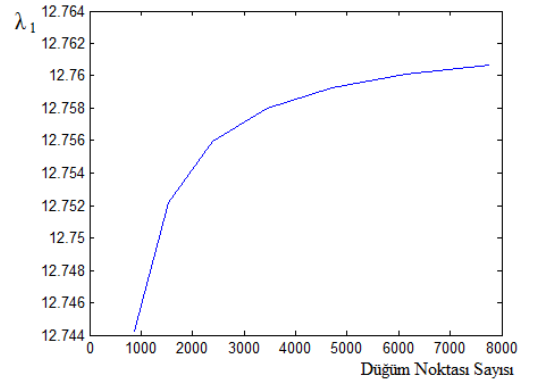
Şekil 4.69. Esnek bağlı eklentisi olan plağın 5. özdeğerinin, kütleler oranına göre değişimi. a) Eklenti 1 noktasında, b) Eklenti 2 noktasında, c) Eklenti 3 noktasında d) Eklenti 4 noktasında

4.10. Plağa Esnek Bağlı Tek Nokta Kütle Halinde Ağ Sıklığının Değişiminin Frekanslara Etkisi

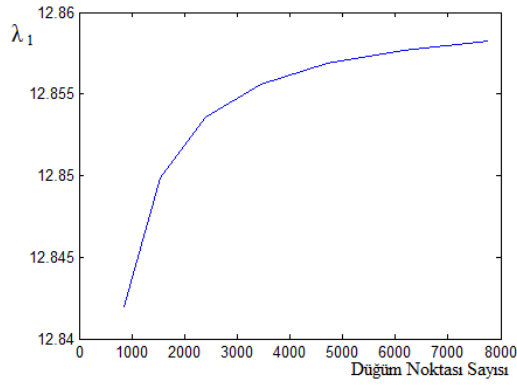
Rijit bağlı tek nokta kütleli eklenti halinde olduğu gibi burada da kullanılan metodun hassasiyetini test amacıyla sistem parametreleri sabit olmak kaydıyla ağ sıklığının, başka bir deyişle düğüm noktaları sayısına göre ilk beş özdeğerin değişimi incelenmiştir. Bu incelemeler sırasında $a/b = 1/1,5$, $\mu = 0,1$ ve $\kappa = 400$ alınmıştır. Şekil 4.70 ila 4.74'te ilk beş özdeğerin eklentinin 1, 2, 3 ve 4 konumlarında olması halinde düğüm noktaları sayısına göre değişimini göstermektedir. Grafiklerin incelenmesinden frekans eğrilerinin düğüm sayısı 7176 olması halinde dahi asimptotik bir davranış göstermediği, dolayısıyla esnek bağlı eklenti halinde ağ sıklığının daha yoğun olması gerektiği açıkça anlaşılmaktadır.



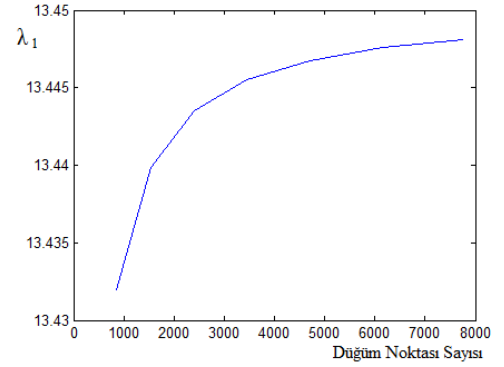
a)



b)

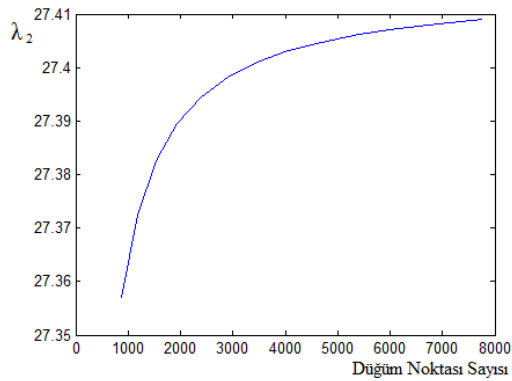


c)

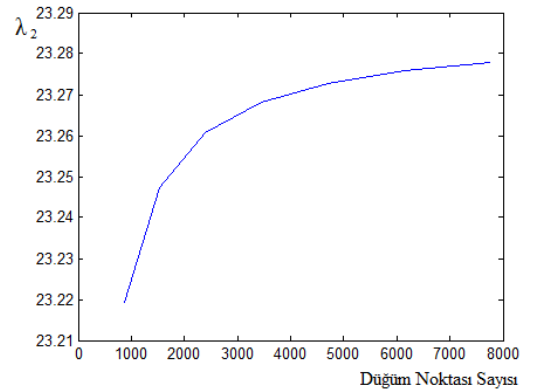


d)

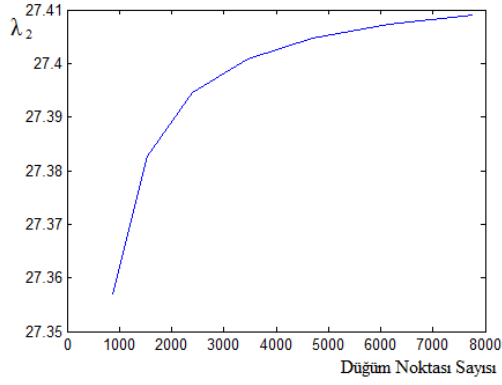
Şekil 4.70. Esnek bağlı eklentisi olan plağın 1. özdeğerinin, düğüm noktası sayısına göre değişimi. a) Eklenti 1 noktasında, b) Eklenti 2 noktasında, c) Eklenti 3 noktasında d) Eklenti 4 noktasında



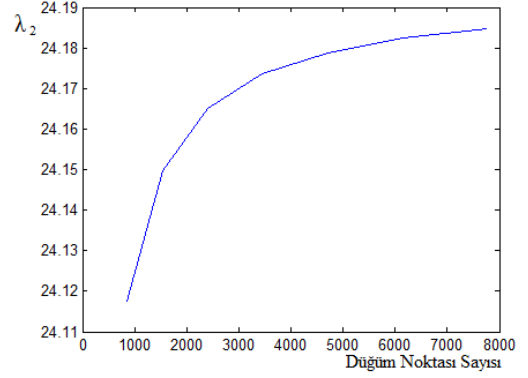
a)



b)

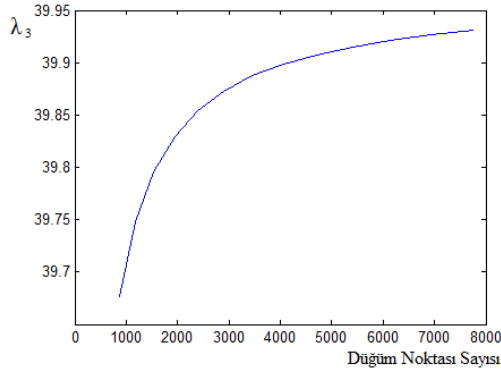


c)

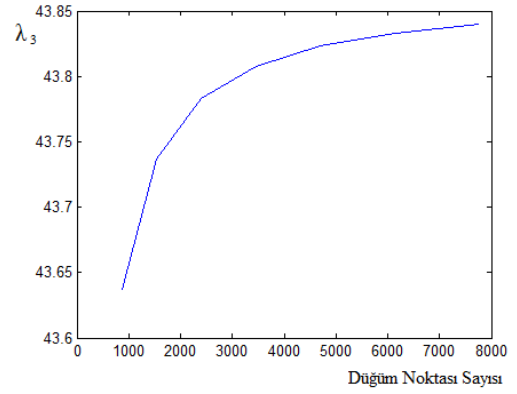


d)

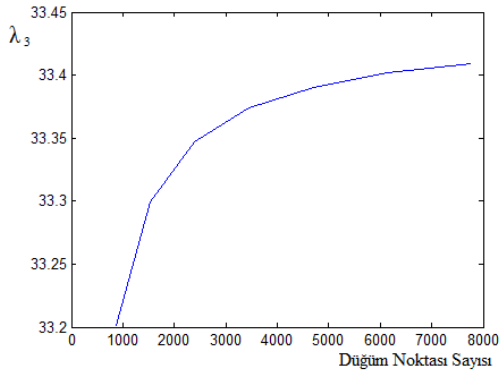
Şekil 4.71. Esnek bağlı eklentisi olan plağın 2. özdeğerinin, düğüm noktası sayısına göre değişimi. a) Eklenti 1 noktasında, b) Eklenti 2 noktasında, c) Eklenti 3 noktasında d) Eklenti 4 noktasında



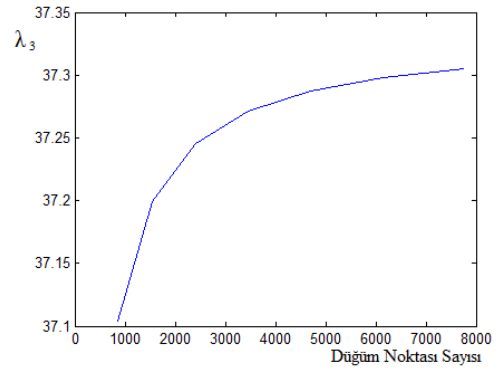
a)



b)

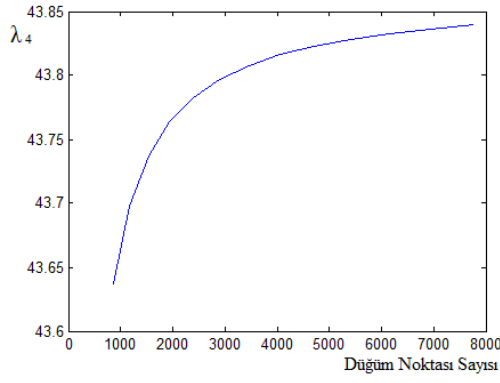


c)

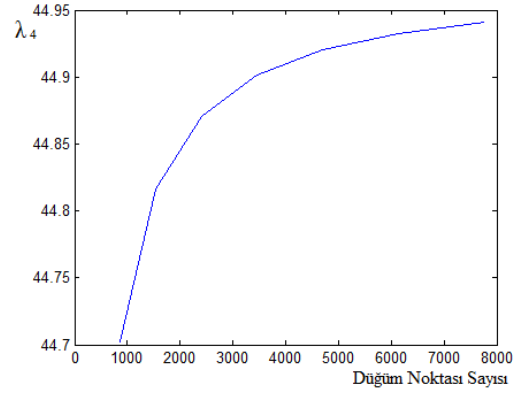


d)

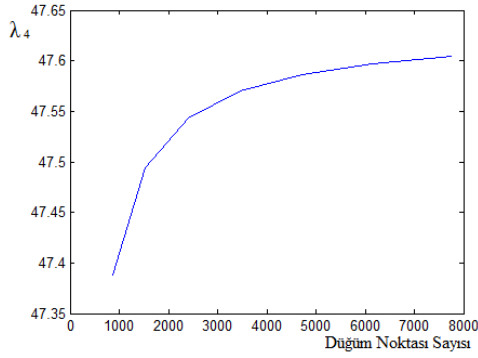
Şekil 4.72. Esnek bağlı eklentisi olan plağın 3. özdeğerinin, düğüm noktası sayısına göre değişimi. a) Eklenti 1 noktasında, b) Eklenti 2 noktasında, c) Eklenti 3 noktasında d) Eklenti 4 noktasında



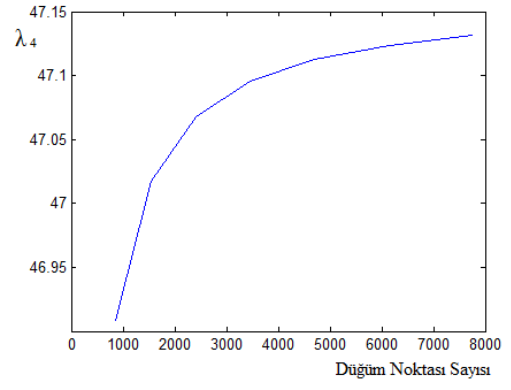
a)



b)

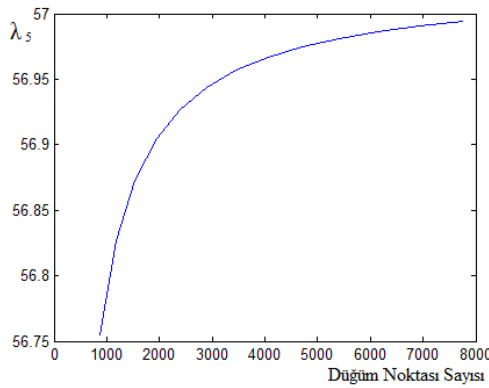


c)

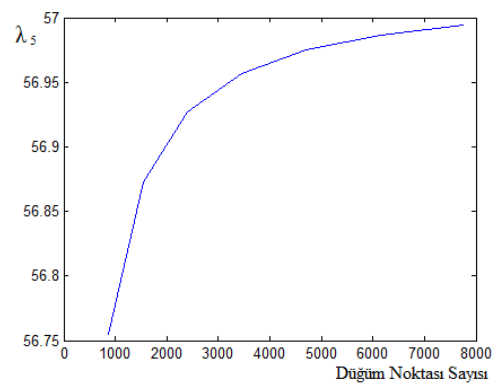


d)

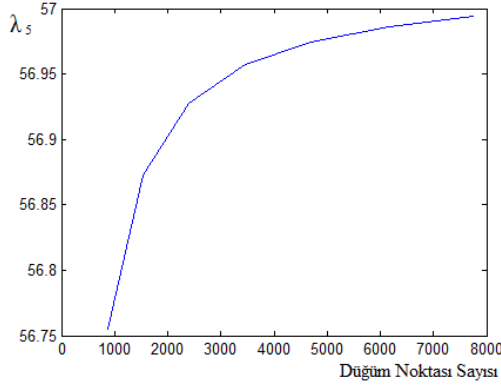
Şekil 4.73. Esnek bağlı eklentisi olan plağın 4. özdeğerinin, düğüm noktası sayısına göre değişimi. a) Eklenti 1 noktasında, b) Eklenti 2 noktasında, c) Eklenti 3 noktasında d) Eklenti 4 noktasında



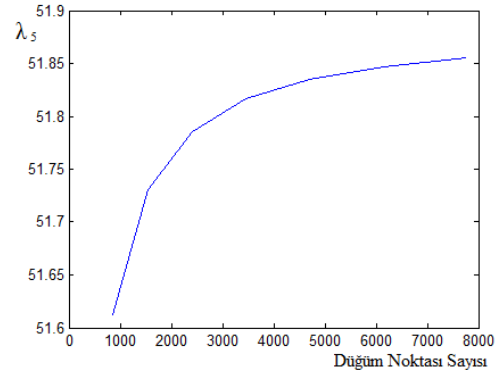
a)



b)



c)



d)

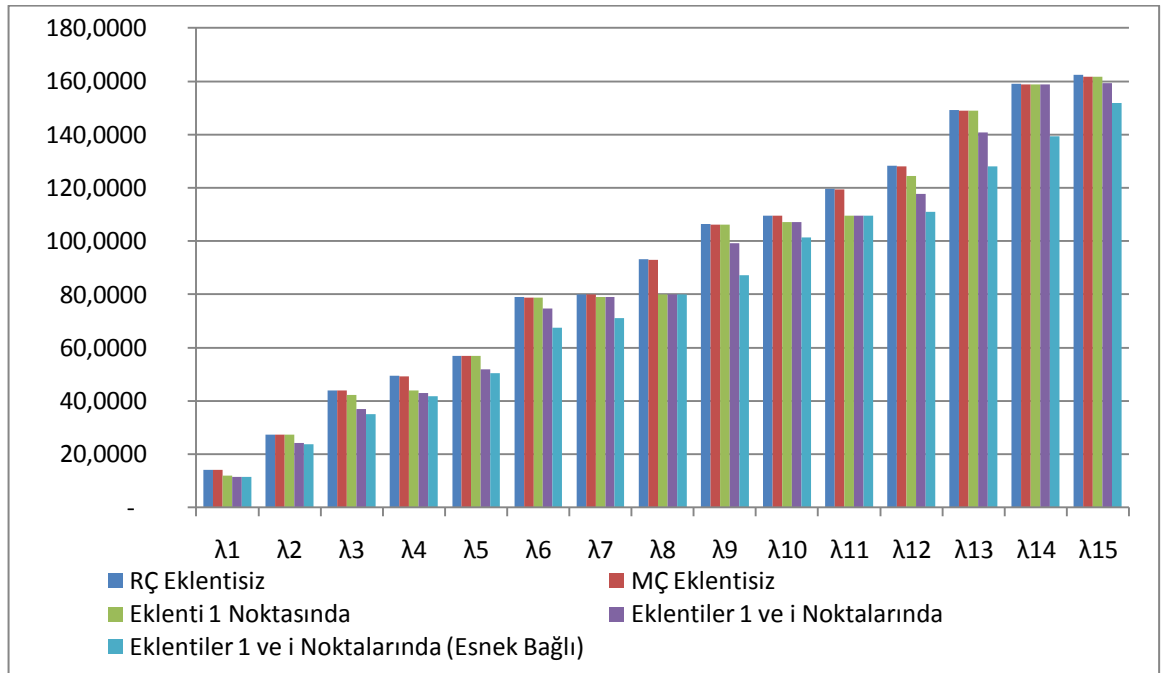
Şekil 4.74. Esnek bağlı eklentisi olan plağın 5. özdeğerinin, düğüm noktası sayısına göre değişimi. a) Eklenti 1 noktasında, b) Eklenti 2 noktasında, c) Eklenti 3 noktasında d) Eklenti 4 noktasında

4.11. Birinin konumu sabit, diğerininki değişken olan plağa esnek bağlı iki nokta kütlelerin frekanslara etkisi

Bu incelemelerde $a/b = 1/1,5$, $\mu = 0,1$ ve $\kappa = 400$ ve düğüm noktaları sayısı ise 5985 alınmıştır ($x64-y96$ hali). Burada da rijit bağlı iki eklenti halinde olduğu gibi sabit eklentinin 1 ve 3 konumları için hareketli eklentinin üç farklı konumu, sabit eklentinin 2 konumu için hareketli eklentinin dört farklı konumu ve nihayet sabit eklentinin 4 konumu için hareketli eklentinin beş farklı konumu göz önüne alınarak ilk on beş özdeğerin değişimleri histogramlar şeklinde sunulmuştur. Buradaki yerleşimler daha önce Şekil 4.18, 4.23, 4.28 ve 4.33'te gösterildiği gibidir. Çizelge 4.7'de sabit eklenti 1 konumunda, hareketli olan ise i konumunda iken ilk on beş özdeğerin değişimi verilmektedir. Şekil 4.75 ise bu tablonun histogram tarzında gösterimidir. Benzer şekilde Çizelge 4.8 ve Şekil 4.76 hareketli eklentinin ii konumunda olması ve nihayet Çizelge 4.9 ile Şekil 4.77 ise hareketli eklentinin iii konumunda olması halinde ilk on beş özdeğere ait değerleri sayısal ve görsel olarak vermektedir. Bu çizelge ve histogramlarda anlamlı karşılaştırmalar yapılabilmesi için aynı ağ sıklığı için referans ve mevcut çalışmada eklentisiz plağın özdeğerleri ile mevcut çalışmada sadece bir adet esnek bağlı eklentinin olduğu hale ait özdeğerler de verilmektedir.

Çizelge 4.7. Biri 1 numaralı konumda sabit, diğeri i konumunda plağa esnek bağı iki adet eklenti halinde sistem özdeğerleri.

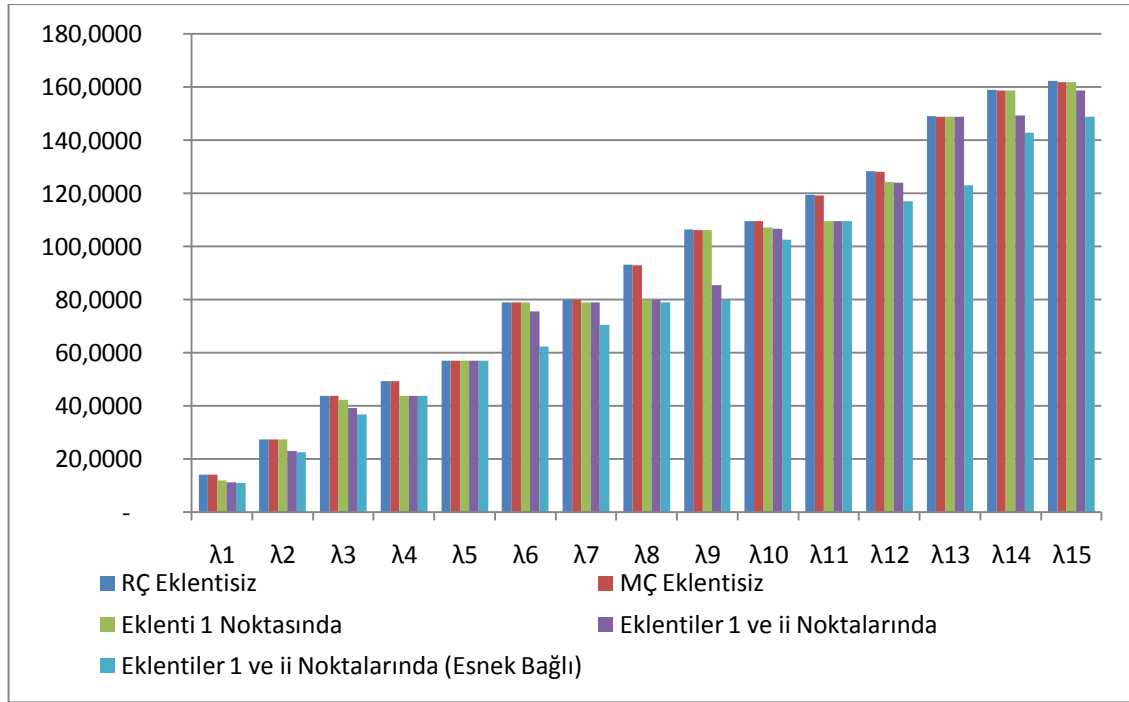
	Eklentisiz		Eklenti 1 noktasında	Eklentiler 1 ve i noktalarında	Eklentiler 1 ve i noktalarında (Esnek Bağı)
	RÇ	MÇ	MÇ	MÇ	MÇ
		x64-y96	x64-y96	x64-y96	x64-y96
λ_1	14,2561	14,2537	11,9579	11,5451	11,4760
λ_2	27,4156	27,4073	27,4073	24,3138	23,7686
λ_3	43,8649	43,8328	42,2844	37,0455	35,0559
λ_4	49,348	49,3143	43,8328	42,9896	41,6868
λ_5	57,0244	56,9864	56,9864	51,9017	50,3547
λ_6	78,9568	78,8934	78,8934	74,6074	67,5755
λ_7	80,0535	79,9513	79,0009	78,9890	71,0555
λ_8	93,2129	93,0521	79,9513	79,9513	79,9513
λ_9	106,3724	106,2060	106,2060	99,1046	87,1457
λ_{10}	109,6623	109,5304	107,1363	107,0547	101,2783
λ_{11}	119,5319	119,2854	109,5304	109,5304	109,5304
λ_{12}	128,3049	128,1127	124,3270	117,8033	110,8726
λ_{13}	149,1407	148,8645	148,8645	140,7300	127,9790
λ_{14}	159,0103	158,7497	158,7497	158,7497	139,2934
λ_{15}	162,3002	161,7931	161,7931	159,3241	151,7306



Şekil 4.75. Biri 1 numaralı konumda sabit, diğeri i konumunda plağa esnek bağı iki adet eklenti halinde ilk on beş özdeğere ait histogramlar.

Çizelge 4.8. Biri 1 numaralı konumda sabit, diğeri ii konumunda plağa esnek bağı iki adet eklenti halinde sistem özdeğerleri.

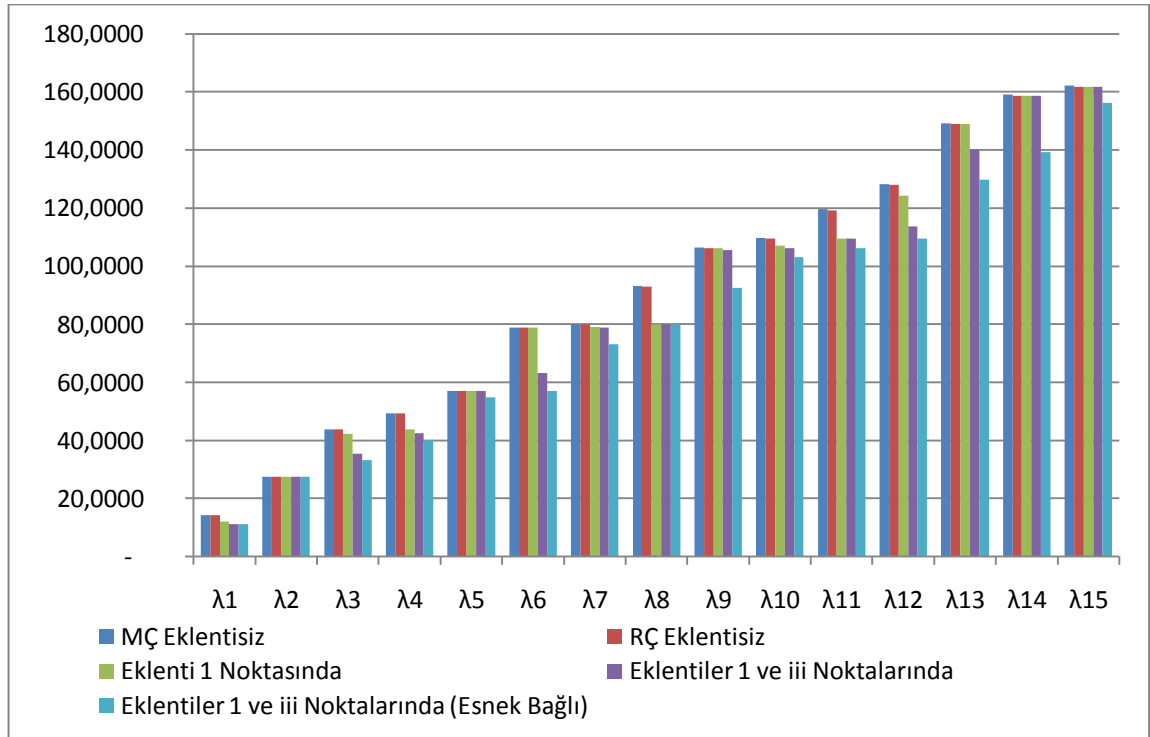
	Eklentisiz		Eklenti 1 noktasında	Eklentiler 1 ve ii noktalarında	Eklentiler 1 ve ii noktalarında (Esnek Bağı)
	RÇ	MÇ	MÇ	MÇ	MÇ
		x64-y96	x64-y96	x64-y96	x64-y96
λ_1	14,2561	14,2537	11,9579	11,1546	11,0847
λ_2	27,4156	27,4073	27,4073	23,0842	22,5744
λ_3	43,8649	43,8328	42,2844	39,2757	36,8967
λ_4	49,348	49,3143	43,8328	43,8328	43,8328
λ_5	57,0244	56,9864	56,9864	56,9864	56,9864
λ_6	78,9568	78,8934	78,8934	75,7407	62,4827
λ_7	80,0535	79,9513	79,0009	78,8934	70,6689
λ_8	93,2129	93,0521	79,9513	79,9513	78,8934
λ_9	106,3724	106,2060	106,2060	85,6071	79,9513
λ_{10}	109,6623	109,5304	107,1363	106,6421	102,5088
λ_{11}	119,5319	119,2854	109,5304	109,5304	109,5304
λ_{12}	128,3049	128,1127	124,3270	124,0728	116,9663
λ_{13}	149,1407	148,8645	148,8645	148,8645	123,1115
λ_{14}	159,0103	158,7497	158,7497	149,4015	142,9689
λ_{15}	162,3002	161,7931	161,7931	158,7497	148,8645



Şekil 4.76. Biri 1 numaralı konumda sabit, diğeri ii konumunda plağa esnek bağı iki adet eklenti halinde ilk on beş özdeğere ait histogramlar.

Çizelge 4.9. Biri 1 numaralı konumda sabit, diğeri *iii* konumunda plağa esnek bağı iki adet eklenti halinde sistem özdeğerleri.

	Eklentisiz		Eklenti 1 noktasında	Eklentiler 1 ve iii noktalarında	Eklentiler 1 ve iii noktalarında (Esnek Bağı)
	RÇ	MÇ	MÇ	MÇ	MÇ
		x64-y96	x64-y96	x64-y96	x64-y96
λ_1	14,2561	14,2537	11,9579	11,1382	11,0678
λ_2	27,4156	27,4073	27,4073	27,4073	27,4073
λ_3	43,8649	43,8328	42,2844	35,3296	33,0983
λ_4	49,348	49,3143	43,8328	42,4089	39,9909
λ_5	57,0244	56,9864	56,9864	56,9864	54,7676
λ_6	78,9568	78,8934	78,8934	63,2426	56,9864
λ_7	80,0535	79,9513	79,0009	78,9464	73,0468
λ_8	93,2129	93,0521	79,9513	79,9513	79,9513
λ_9	106,3724	106,2060	106,2060	105,444	92,4908
λ_{10}	109,6623	109,5304	107,1363	106,2057	103,163
λ_{11}	119,5319	119,2854	109,5304	109,5304	106,2057
λ_{12}	128,3049	128,1127	124,3270	113,6588	109,5304
λ_{13}	149,1407	148,8645	148,8645	140,237	129,8347
λ_{14}	159,0103	158,7497	158,7497	158,7497	139,3428
λ_{15}	162,3002	161,7931	161,7931	161,7931	156,1771

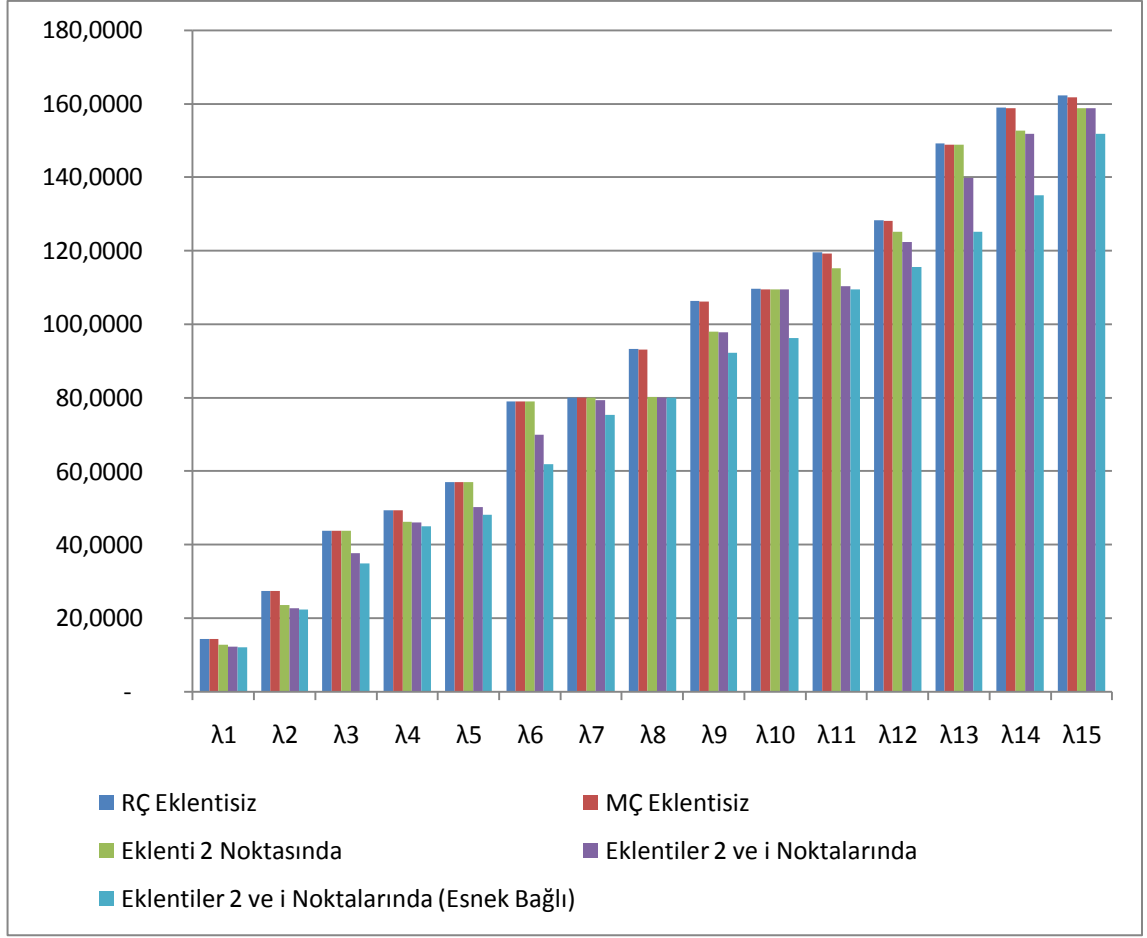


Şekil 4.77. Biri 1 numaralı konumda sabit, diğeri *iii* konumunda plağa esnek bağı iki adet eklenti halinde ilk on beş özdeğere ait histogramlar.

Benzer şekilde Çizelge 4.10 ila 4.13 ve Şekil 4.78 ila 4.81 sabit eklenti 2 konumunda, hareketli ise sırasıyla *i*, *ii*, *iii* ve *iv* konumlarında iken, Çizelge 4.14 ila 4.16 ve Şekil 4.82 ila 4.84 sabit eklenti 3 konumunda, hareketli ise sırasıyla *i*, *ii*, ve *iii* konumlarında iken ve nihayet Çizelge 4.17 ila 4.21 ve Şekil 4.85 ila 4.89 sabit eklenti 4 konumunda, hareketli ise sırasıyla *i*, *ii*, *iii*, *iv* ve *v* konumlarında iken özdeğerlerin sayısal değerlerini ve histogramlarını göstermektedir.

Çizelge 4.10. Biri 2 numaralı konumda sabit, diğeri *i* konumunda plağa esnek bağlı iki adet eklenti halinde sistem özdeğerleri.

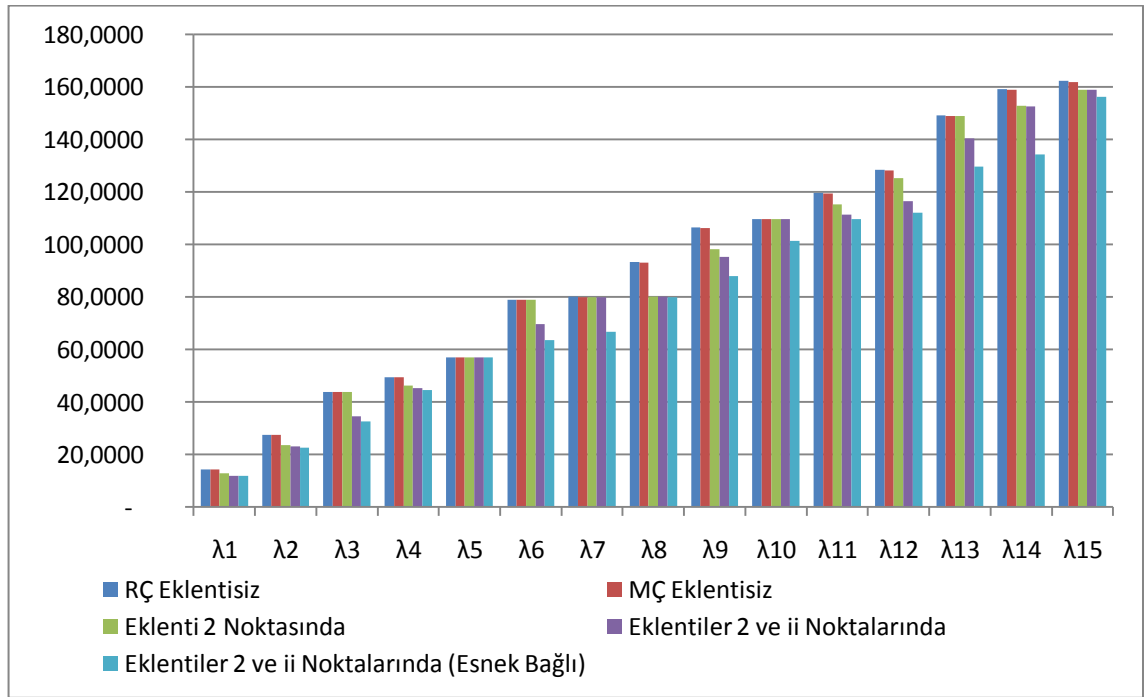
	Eklentisiz		Eklenti 2 noktasında	Eklentiler 2 ve <i>i</i> noktalarında	Eklentiler 2 ve <i>i</i> noktalarında (Esnek Bağlı)
	RÇ	MÇ	MÇ	MÇ	MÇ
		x64-y96	x64-y96	x64-y96	x64-y96
λ_1	14,2561	14,2537	12,8189	12,1621	12,0901
λ_2	27,4156	27,4073	23,6324	22,6640	22,3420
λ_3	43,8649	43,8328	43,8328	37,7328	34,9171
λ_4	49,348	49,3143	46,2029	46,1149	44,9321
λ_5	57,0244	56,9864	56,9864	50,2129	48,0552
λ_6	78,9568	78,8934	78,8934	69,9001	61,8810
λ_7	80,0535	79,9513	79,9513	79,3378	75,2924
λ_8	93,2129	93,0521	80,2329	79,9513	79,9513
λ_9	106,3724	106,2060	98,0454	97,7267	92,2171
λ_{10}	109,6623	109,5304	109,5304	109,5304	96,3055
λ_{11}	119,5319	119,2854	115,3046	110,3851	109,5304
λ_{12}	128,3049	128,1127	125,1470	122,2951	115,5762
λ_{13}	149,1407	148,8645	148,8645	139,7562	125,1419
λ_{14}	159,0103	158,7497	152,7182	151,8197	135,0317
λ_{15}	162,3002	161,7931	158,7497	158,7497	151,7881



Şekil 4.78. Biri 2 numaralı konumda sabit, diğeri i konumunda plağa esnek bağlı iki adet eklenti halinde ilk on beş özdeğere ait histogramlar.

Çizelge 4.11. Biri 2 numaralı konumda sabit, diğeri *ii* konumunda plağa esnek bağlı iki adet eklenti halinde sistem özdeğerleri.

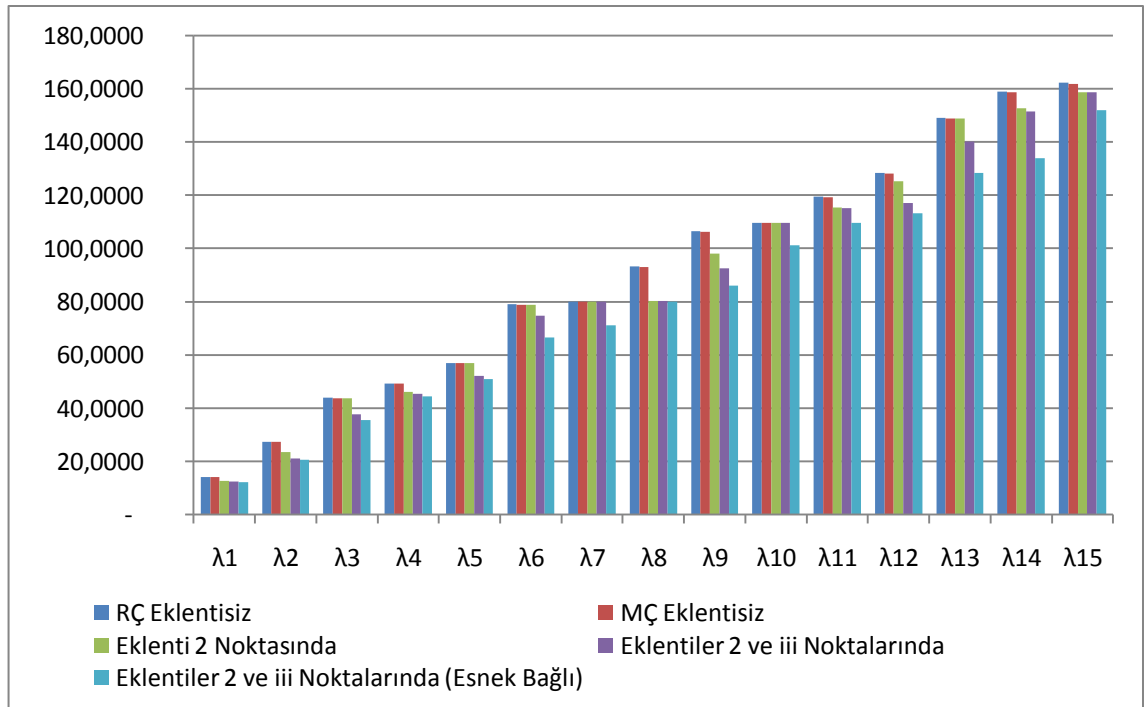
	Eklentisiz		Eklenti 2 noktasında	Eklentiler 2 ve ii noktalarında	Eklentiler 2 ve ii noktalarında (Esnek Bağlı)
	RÇ	MÇ	MÇ	MÇ	MÇ
		x64-y96	x64-y96	x64-y96	x64-y96
λ_1	14,2561	14,2537	12,8189	11,8873	11,8184
λ_2	27,4156	27,4073	23,6324	23,2300	22,7423
λ_3	43,8649	43,8328	43,8328	34,6758	32,6833
λ_4	49,348	49,3143	46,2029	45,4058	44,5495
λ_5	57,0244	56,9864	56,9864	56,9864	56,9864
λ_6	78,9568	78,8934	78,8934	69,5559	63,4929
λ_7	80,0535	79,9513	79,9513	79,9513	66,7124
λ_8	93,2129	93,0521	80,2329	80,1178	79,9513
λ_9	106,3724	106,2060	98,0454	95,2515	87,9142
λ_{10}	109,6623	109,5304	109,5304	109,5304	101,4428
λ_{11}	119,5319	119,2854	115,3046	111,3677	109,5304
λ_{12}	128,3049	128,1127	125,1470	116,4586	111,9398
λ_{13}	149,1407	148,8645	148,8645	140,2337	129,5959
λ_{14}	159,0103	158,7497	152,7182	152,5899	134,2972
λ_{15}	162,3002	161,7931	158,7497	158,7497	156,1517



Şekil 4.79. Biri 2 numaralı konumda sabit, diğeri *ii* konumunda plağa esnek bağlı iki adet eklenti halinde ilk on beş özdeğere ait histogramlar.

Çizelge 4.12. Biri 2 numaralı konumda sabit, diğeri *iii* konumunda plağa esnek bağı iki adet eklenti halinde sistem özdeğerleri.

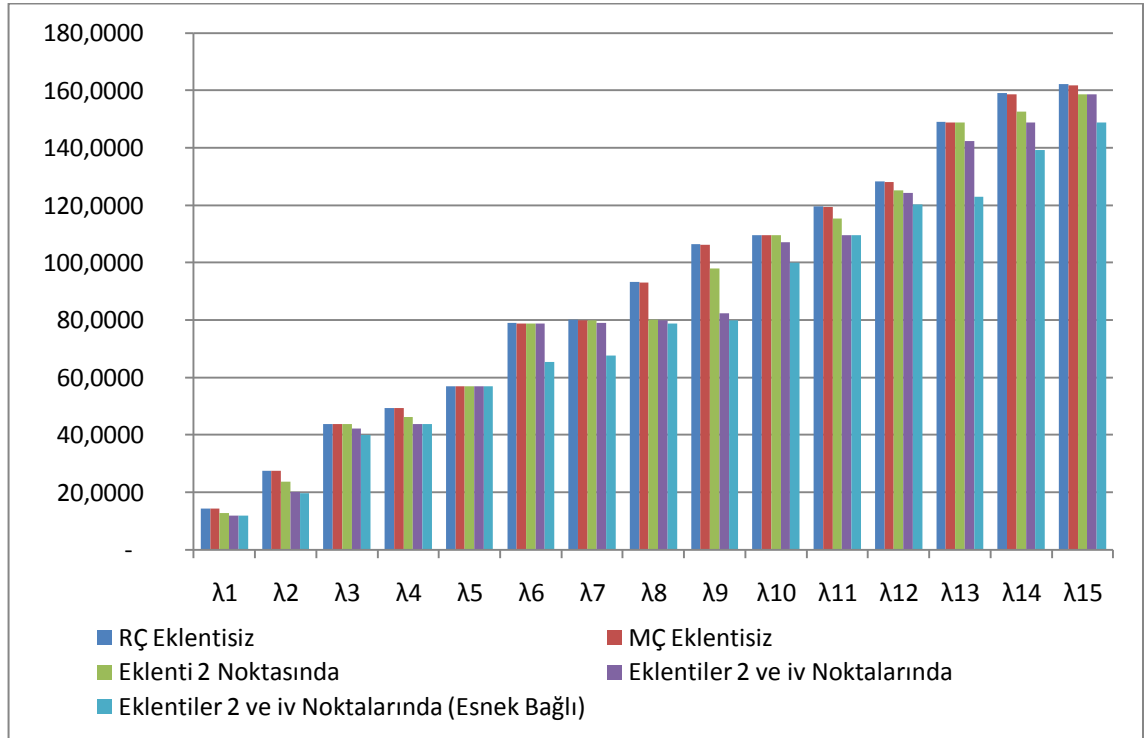
	Eklentisiz		Eklenti 2 noktasında	Eklentiler 2 ve iii noktalarında	Eklentiler 2 ve iii noktalarında (Esnek Bağı)
	RÇ	MÇ	MÇ	MÇ	MÇ
		x64-y96	x64-y96	x64-y96	x64-y96
λ_1	14,2561	14,2537	12,8189	12,3835	12,3204
λ_2	27,4156	27,4073	23,6324	21,24	20,719
λ_3	43,8649	43,8328	43,8328	37,7261	35,5975
λ_4	49,348	49,3143	46,2029	45,3113	44,4808
λ_5	57,0244	56,9864	56,9864	52,1773	50,8394
λ_6	78,9568	78,8934	78,8934	74,7162	66,5575
λ_7	80,0535	79,9513	79,9513	79,9513	71,0628
λ_8	93,2129	93,0521	80,2329	80,2145	79,9513
λ_9	106,3724	106,2060	98,0454	92,4247	86,1103
λ_{10}	109,6623	109,5304	109,5304	109,5304	101,2421
λ_{11}	119,5319	119,2854	115,3046	115,1519	109,5304
λ_{12}	128,3049	128,1127	125,1470	116,9664	113,2694
λ_{13}	149,1407	148,8645	148,8645	140,184	128,2991
λ_{14}	159,0103	158,7497	152,7182	151,3412	133,8683
λ_{15}	162,3002	161,7931	158,7497	158,7497	151,8895



Şekil 4.80. Biri 2 numaralı konumda sabit, diğeri *iii* konumunda plağa esnek bağı iki adet eklenti halinde ilk on beş özdeğere ait histogramlar.

Çizelge 4.13. Biri 2 numaralı konumda sabit, diğeri *iv* konumunda plağa esnek bağı iki adet eklenti halinde sistem özdeğerleri.

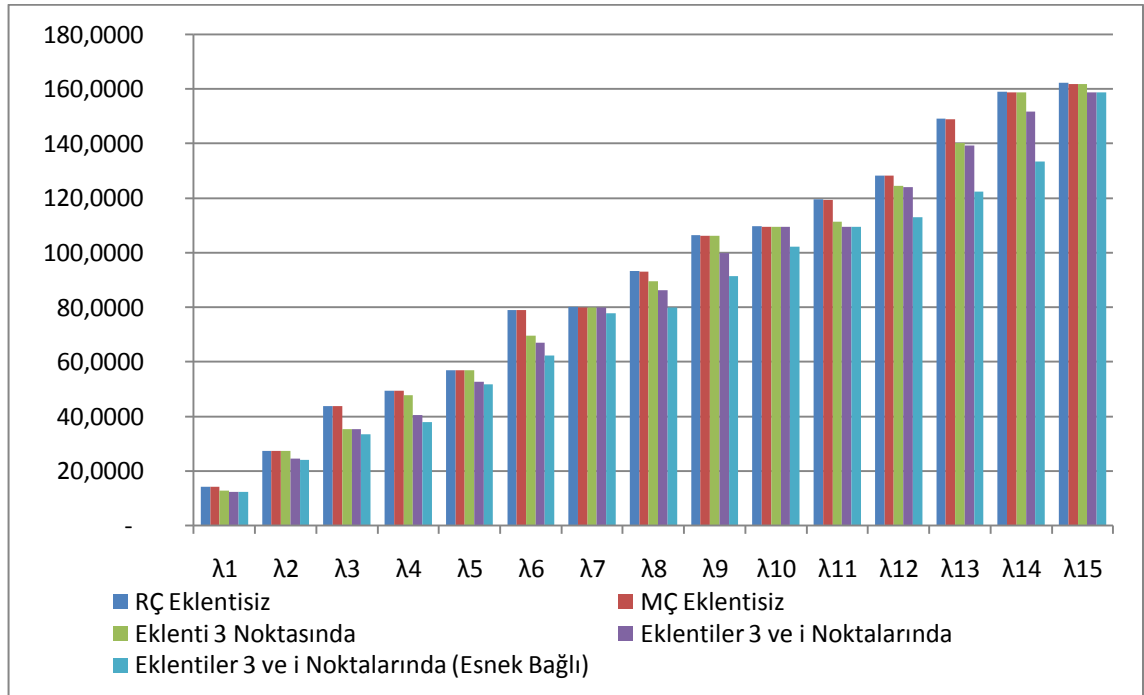
	Eklentisiz		Eklenti 2 noktasında	Eklentiler 2 ve <i>iv</i> noktalarında	Eklentiler 2 ve <i>iv</i> noktalarında (Esnek Bağı)
	RÇ	MÇ	MÇ	MÇ	MÇ
		x64-y96	x64-y96	x64-y96	x64-y96
λ_1	14,2561	14,2537	12,8189	11,9579	11,8912
λ_2	27,4156	27,4073	23,6324	20,1128	19,6186
λ_3	43,8649	43,8328	43,8328	42,2844	39,9214
λ_4	49,348	49,3143	46,2029	43,8328	43,8328
λ_5	57,0244	56,9864	56,9864	56,9864	56,9864
λ_6	78,9568	78,8934	78,8934	78,8934	65,3524
λ_7	80,0535	79,9513	79,9513	79,0009	67,5774
λ_8	93,2129	93,0521	80,2329	79,9513	78,8934
λ_9	106,3724	106,2060	98,0454	82,3204	79,9513
λ_{10}	109,6623	109,5304	109,5304	107,1363	100,0811
λ_{11}	119,5319	119,2854	115,3046	109,5304	109,5304
λ_{12}	128,3049	128,1127	125,1470	124,327	120,2441
λ_{13}	149,1407	148,8645	148,8645	142,4513	122,9044
λ_{14}	159,0103	158,7497	152,7182	148,8645	139,2871
λ_{15}	162,3002	161,7931	158,7497	158,7497	148,8645



Şekil 4.81. Biri 2 numaralı konumda sabit, diğeri *iv* konumunda plağa esnek bağı iki adet eklenti halinde ilk on beş özdeğere ait histogramlar.

Çizelge 4.14. Biri 3 numaralı konumda sabit, diğeri i konumunda plağa esnek bağı iki adet eklenti halinde sistem özdeğerleri.

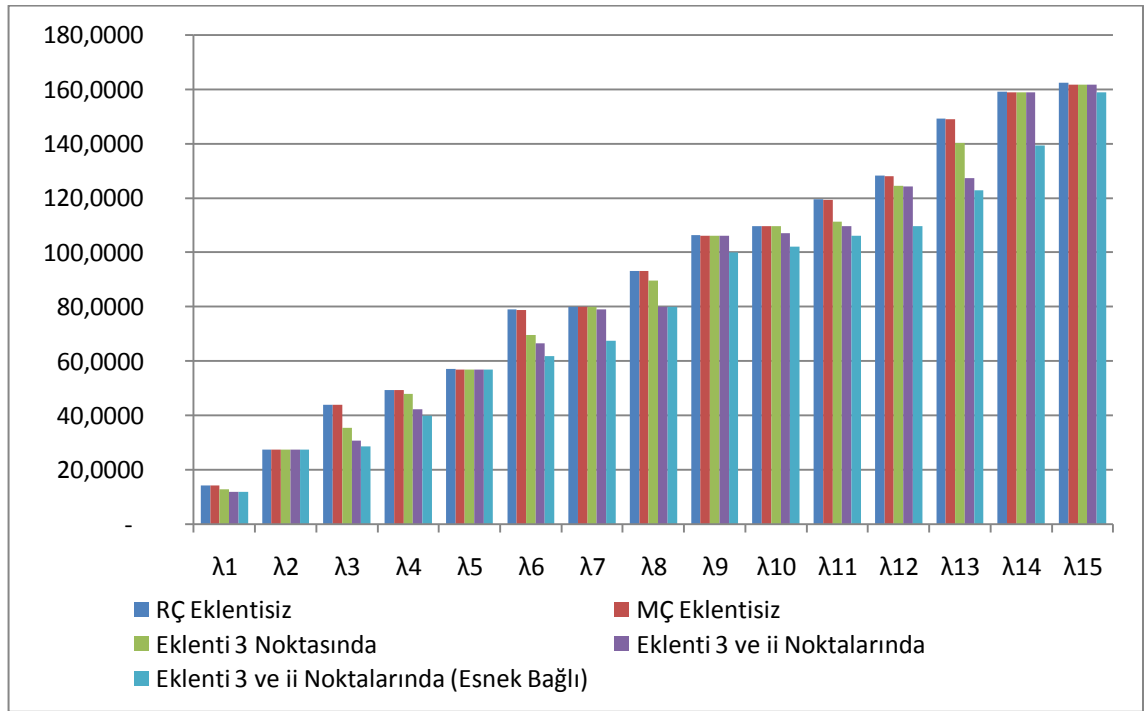
	Eklentisiz		Eklenti 3 noktasında	Eklentiler 3 ve i noktalarında	Eklentiler 3 ve i noktalarında (Esnek Bağı)
	RÇ	MÇ	MÇ	MÇ	MÇ
		x64-y96	x64-y96	x64-y96	x64-y96
λ_1	14,2561	14,2537	12,9112	12,3466	12,2819
λ_2	27,4156	27,4073	27,4073	24,5327	24,0592
λ_3	43,8649	43,8328	35,3995	35,2677	33,3931
λ_4	49,348	49,3143	47,8203	40,6077	38,0123
λ_5	57,0244	56,9864	56,9864	52,5906	51,8433
λ_6	78,9568	78,8934	69,5634	66,9381	62,3195
λ_7	80,0535	79,9513	79,9513	79,9513	77,7057
λ_8	93,2129	93,0521	89,6178	86,3499	79,9513
λ_9	106,3724	106,2060	106,2057	99,7991	91,4581
λ_{10}	109,6623	109,5304	109,5304	109,3394	102,1136
λ_{11}	119,5319	119,2854	111,3750	109,5304	109,5304
λ_{12}	128,3049	128,1127	124,4697	124,0405	113,0419
λ_{13}	149,1407	148,8645	140,2541	139,2593	122,3203
λ_{14}	159,0103	158,7497	158,7497	151,6347	133,3053
λ_{15}	162,3002	161,7931	161,7931	158,7497	158,7497



Şekil 4.82. Biri 3 numaralı konumda sabit, diğeri i konumunda plağa esnek bağı iki adet eklenti halinde ilk on beş özdeğere ait histogramlar.

Çizelge 4.15. Biri 3 numaralı konumda sabit, diğeri *ii* konumunda plağa esnek bağı iki adet eklenti halinde sistem özdeğerleri.

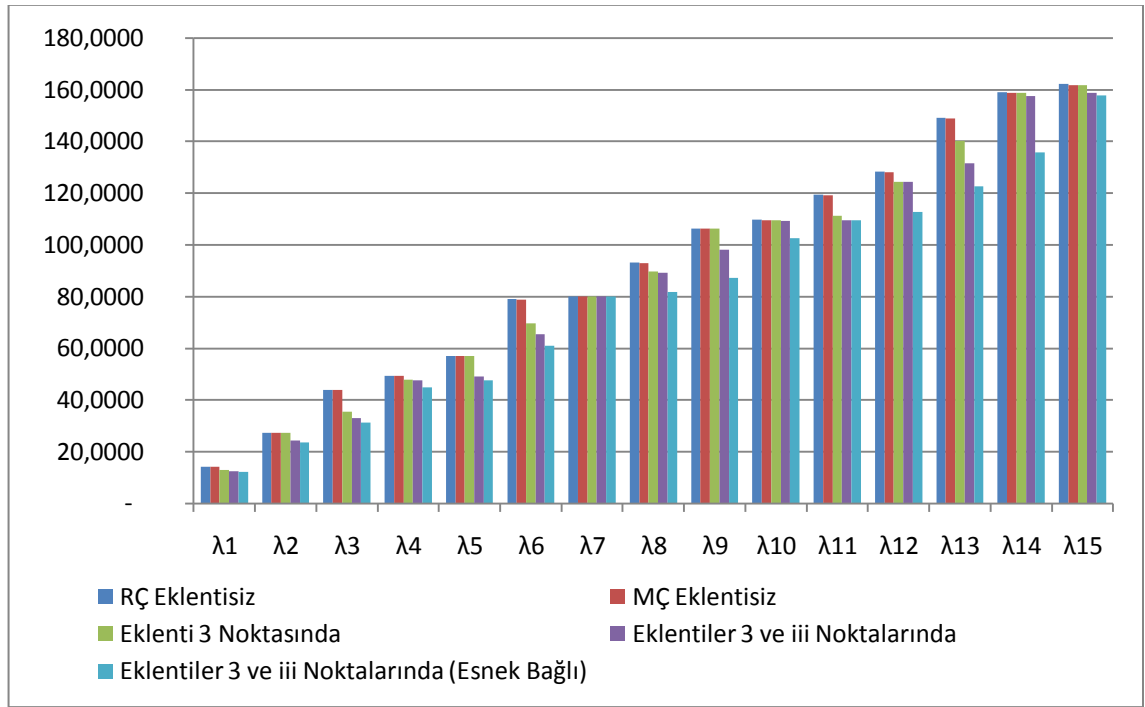
	Eklentisiz		Eklenti 3 noktasında	Eklentiler 3 ve ii noktalarında	Eklentiler 3 ve ii noktalarında (Esnek Bağı)
	RÇ	MÇ	MÇ	MÇ	MÇ
		x64-y96	x64-y96	x64-y96	x64-y96
λ_1	14,2561	14,2537	12,9112	11,9579	11,8912
λ_2	27,4156	27,4073	27,4073	27,4073	27,4073
λ_3	43,8649	43,8328	35,3995	30,6760	28,6369
λ_4	49,348	49,3143	47,8203	42,2844	39,9214
λ_5	57,0244	56,9864	56,9864	56,9864	56,9864
λ_6	78,9568	78,8934	69,5634	66,4674	61,7723
λ_7	80,0535	79,9513	79,9513	79,0009	67,5774
λ_8	93,2129	93,0521	89,6178	79,9513	79,9513
λ_9	106,3724	106,2060	106,2057	106,2057	100,0811
λ_{10}	109,6623	109,5304	109,5304	107,1363	102,1649
λ_{11}	119,5319	119,2854	111,3750	109,5304	106,2057
λ_{12}	128,3049	128,1127	124,4697	124,3270	109,5304
λ_{13}	149,1407	148,8645	140,2541	127,2258	122,9044
λ_{14}	159,0103	158,7497	158,7497	158,7497	139,2871
λ_{15}	162,3002	161,7931	161,7931	161,7931	158,7497



Şekil 4.83. Biri 3 numaralı konumda sabit, diğeri *ii* konumunda plağa esnek bağı iki adet eklenti halinde ilk on beş özdeğere ait histogramlar.

Çizelge 4.16. Biri 3 numaralı konumda sabit, diğeri *iii* konumunda plağa esnek bağı iki adet eklenti halinde sistem özdeğerleri.

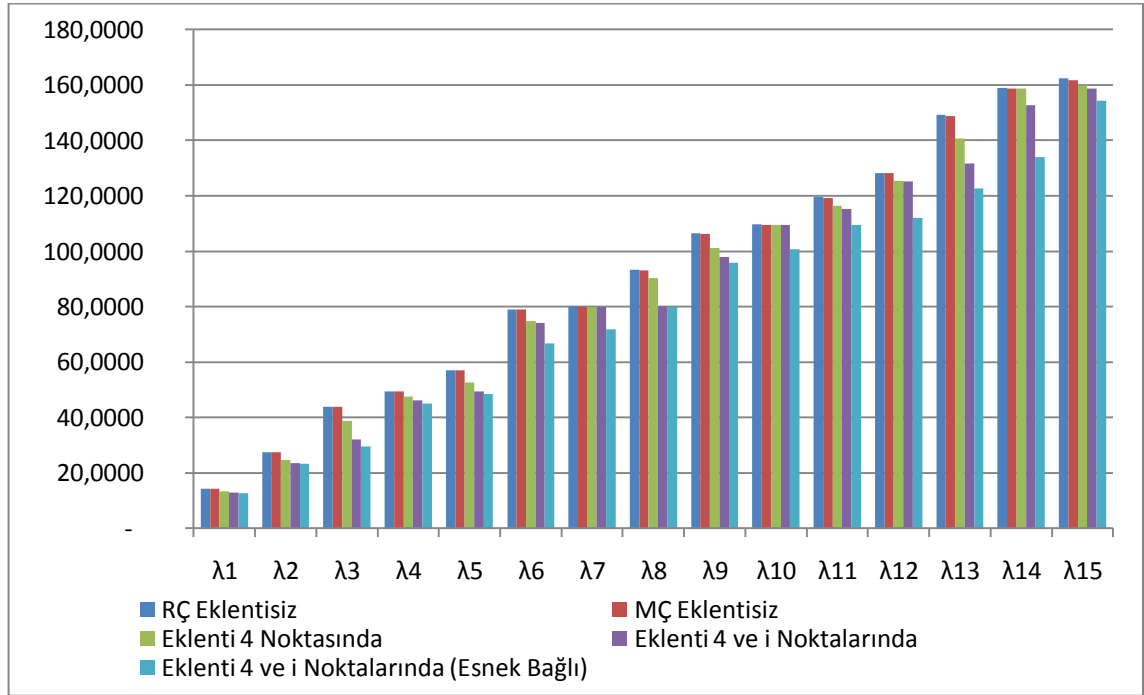
	Eklentisiz		Eklenti 3 noktasında	Eklentiler 3 ve iii noktalarında	Eklentiler 3 ve ii noktalarında (Esnek Bağı)
	RÇ	MÇ	MÇ	MÇ	MÇ
		x64-y96	x64-y96	x64-y96	x64-y96
λ_1	14,2561	14,2537	12,9112	12,3969	12,3344
λ_2	27,4156	27,4073	27,4073	24,2325	23,6539
λ_3	43,8649	43,8328	35,3995	32,9518	31,3898
λ_4	49,348	49,3143	47,8203	47,6001	44,9492
λ_5	57,0244	56,9864	56,9864	49,1496	47,5980
λ_6	78,9568	78,8934	69,5634	65,4159	60,8919
λ_7	80,0535	79,9513	79,9513	79,9513	79,9513
λ_8	93,2129	93,0521	89,6178	89,1724	81,7659
λ_9	106,3724	106,2060	106,2057	98,1732	87,1329
λ_{10}	109,6623	109,5304	109,5304	109,3436	102,6831
λ_{11}	119,5319	119,2854	111,3750	109,5304	109,5304
λ_{12}	128,3049	128,1127	124,4697	124,3595	112,6302
λ_{13}	149,1407	148,8645	140,2541	131,495	122,5781
λ_{14}	159,0103	158,7497	158,7497	157,6256	135,8569
λ_{15}	162,3002	161,7931	161,7931	158,7497	157,7611



Şekil 4.84. Biri 3 numaralı konumda sabit, diğeri *iii* konumunda plağa esnek bağı iki adet eklenti halinde ilk on beş özdeğere ait histogramlar.

Çizelge 4.17. Biri 4 numaralı konumda sabit, diğeri i konumunda plağa esnek bağlı iki adet eklenti halinde sistem özdeğerleri.

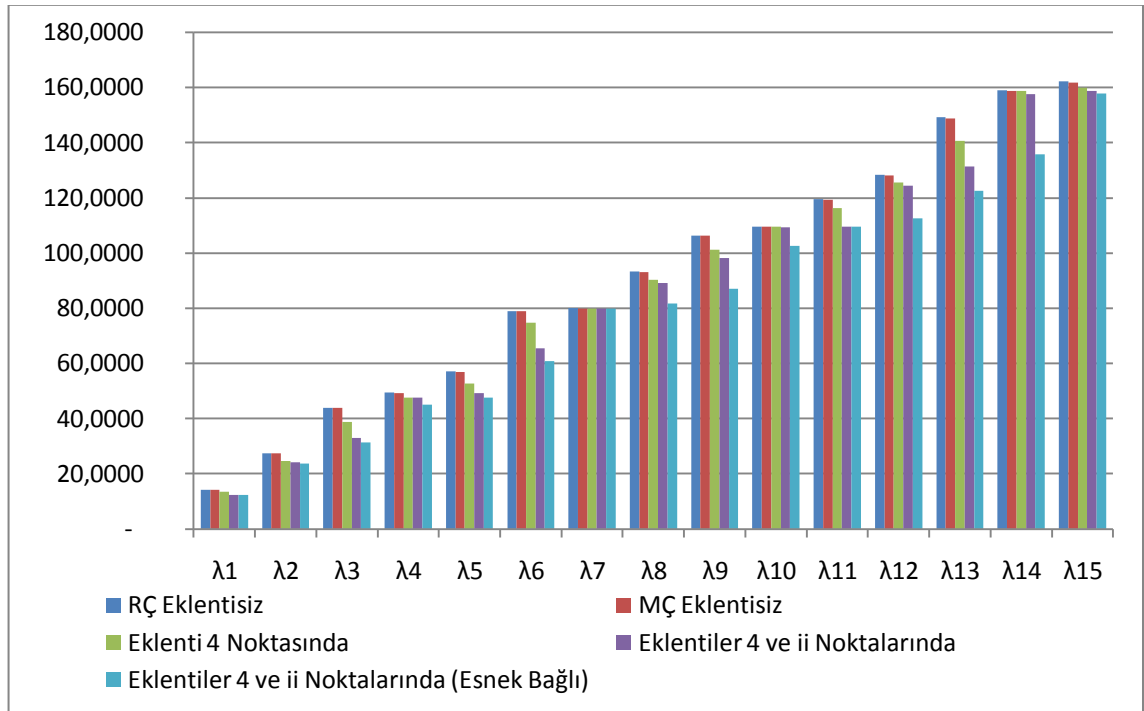
	Eklentisiz		Eklenti 4 noktasında	Eklentiler 4 ve i noktalarında	Eklentiler 4 ve i noktalarında (Esnek Bağlı)
	RÇ	MÇ	MÇ	MÇ	MÇ
		x64-y96	x64-y96	x64-y96	x64-y96
λ_1	14,2561	14,2537	13,4860	12,8189	12,7601
λ_2	27,4156	27,4073	24,6111	23,6324	23,2759
λ_3	43,8649	43,8328	38,8521	32,0300	29,6535
λ_4	49,348	49,3143	47,6020	46,2029	44,9326
λ_5	57,0244	56,9864	52,5978	49,3653	48,5402
λ_6	78,9568	78,8934	74,7423	74,1366	66,6848
λ_7	80,0535	79,9513	79,9513	79,9513	71,9443
λ_8	93,2129	93,0521	90,3662	80,2329	79,9513
λ_9	106,3724	106,2060	101,1275	98,0454	95,7526
λ_{10}	109,6623	109,5304	109,5304	109,5304	100,7655
λ_{11}	119,5319	119,2854	116,3571	115,3046	109,5304
λ_{12}	128,3049	128,1127	125,4936	125,1470	111,9398
λ_{13}	149,1407	148,8645	140,7546	131,6969	122,6633
λ_{14}	159,0103	158,7497	158,7497	152,7182	133,8674
λ_{15}	162,3002	161,7931	159,8913	158,7497	154,3531



Şekil 4.85. Biri 4 numaralı konumda sabit, diğeri i konumunda plağa esnek bağlı iki adet eklenti halinde ilk on beş özdeğere ait histogramlar.

Çizelge 4.18. Biri 4 numaralı konumda sabit, diğeri ii konumunda plağa esnek bağı iki adet eklenti halinde sistem özdeğerleri.

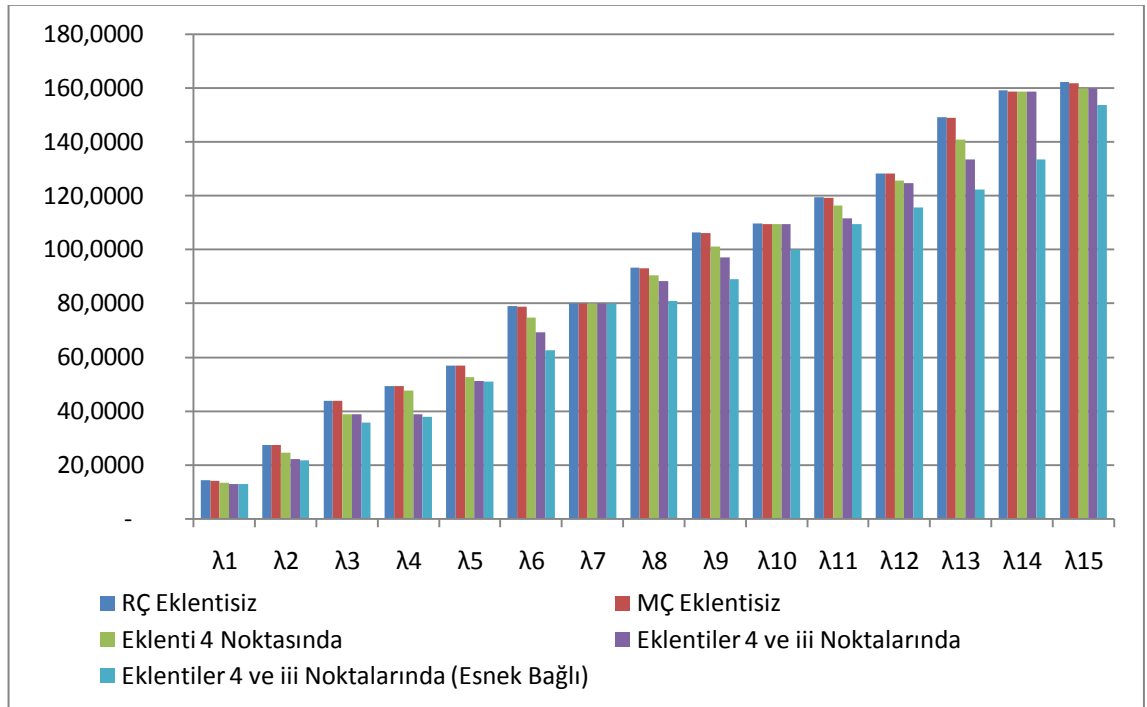
	Eklentisiz		Eklenti 4 noktasında	Eklentiler 4 ve ii noktalarında	Eklentiler 4 ve ii noktalarında (Esnek Bağı)
	RÇ	MÇ	MÇ	MÇ	MÇ
		x64-y96	x64-y96	x64-y96	x64-y96
λ_1	14,2561	14,2537	13,4860	12,3969	12,3344
λ_2	27,4156	27,4073	24,6111	24,2325	23,6539
λ_3	43,8649	43,8328	38,8521	32,9518	31,3898
λ_4	49,348	49,3143	47,6020	47,6001	44,9492
λ_5	57,0244	56,9864	52,5978	49,1496	47,5980
λ_6	78,9568	78,8934	74,7423	65,4159	60,8919
λ_7	80,0535	79,9513	79,9513	79,9513	79,9513
λ_8	93,2129	93,0521	90,3662	89,1724	81,7659
λ_9	106,3724	106,2060	101,1275	98,1732	87,1329
λ_{10}	109,6623	109,5304	109,5304	109,3436	102,6831
λ_{11}	119,5319	119,2854	116,3571	109,5304	109,5304
λ_{12}	128,3049	128,1127	125,4936	124,3595	112,6302
λ_{13}	149,1407	148,8645	140,7546	131,4950	122,5781
λ_{14}	159,0103	158,7497	158,7497	157,6256	135,8569
λ_{15}	162,3002	161,7931	159,8913	158,7497	157,7611



Şekil 4.86. Biri 4 numaralı konumda sabit, diğeri ii konumunda plağa esnek bağı iki adet eklenti halinde ilk on beş özdeğere ait histogramlar.

Çizelge 4.19. Biri 4 numaralı konumda sabit, diğeri *iii* konumunda plağa esnek bağı iki adet eklenti halinde sistem özdeğerleri.

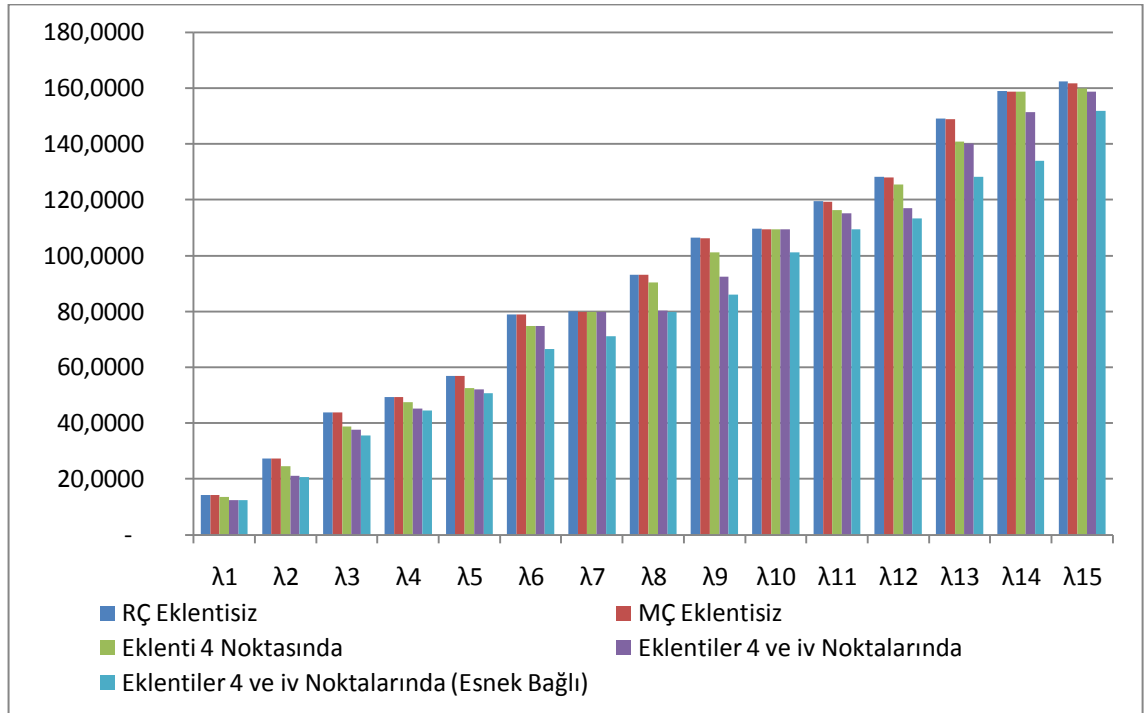
	Eklentisiz		Eklenti 4 noktasında	Eklentiler 4 ve iii noktalarında	Eklentiler 4 ve iii noktalarında (Esnek Bağı)
	RÇ	MÇ	MÇ	MÇ	MÇ
		x64-y96	x64-y96	x64-y96	x64-y96
λ_1	14,2561	14,2537	13,4860	12,9191	12,8661
λ_2	27,4156	27,4073	24,6111	22,2027	21,6333
λ_3	43,8649	43,8328	38,8521	38,8467	35,7936
λ_4	49,348	49,3143	47,6020	38,8699	37,8420
λ_5	57,0244	56,9864	52,5978	51,3246	51,0189
λ_6	78,9568	78,8934	74,7423	69,3218	62,7197
λ_7	80,0535	79,9513	79,9513	79,9513	79,9513
λ_8	93,2129	93,0521	90,3662	88,1966	80,8580
λ_9	106,3724	106,2060	101,1275	97,0296	89,1165
λ_{10}	109,6623	109,5304	109,5304	109,5304	99,8506
λ_{11}	119,5319	119,2854	116,3571	111,5099	109,5304
λ_{12}	128,3049	128,1127	125,4936	124,7456	115,6246
λ_{13}	149,1407	148,8645	140,7546	133,4838	122,1661
λ_{14}	159,0103	158,7497	158,7497	158,7497	133,4229
λ_{15}	162,3002	161,7931	159,8913	159,815	153,5772



Şekil 4.87. Biri 4 numaralı konumda sabit, diğeri *iii* konumunda plağa esnek bağı iki adet eklenti halinde ilk on beş özdeğere ait histogramlar.

Çizelge 4.20. Biri 4 numaralı konumda sabit, diğeri *iv* konumunda plağa esnek bağı iki adet eklenti halinde sistem özdeğerleri.

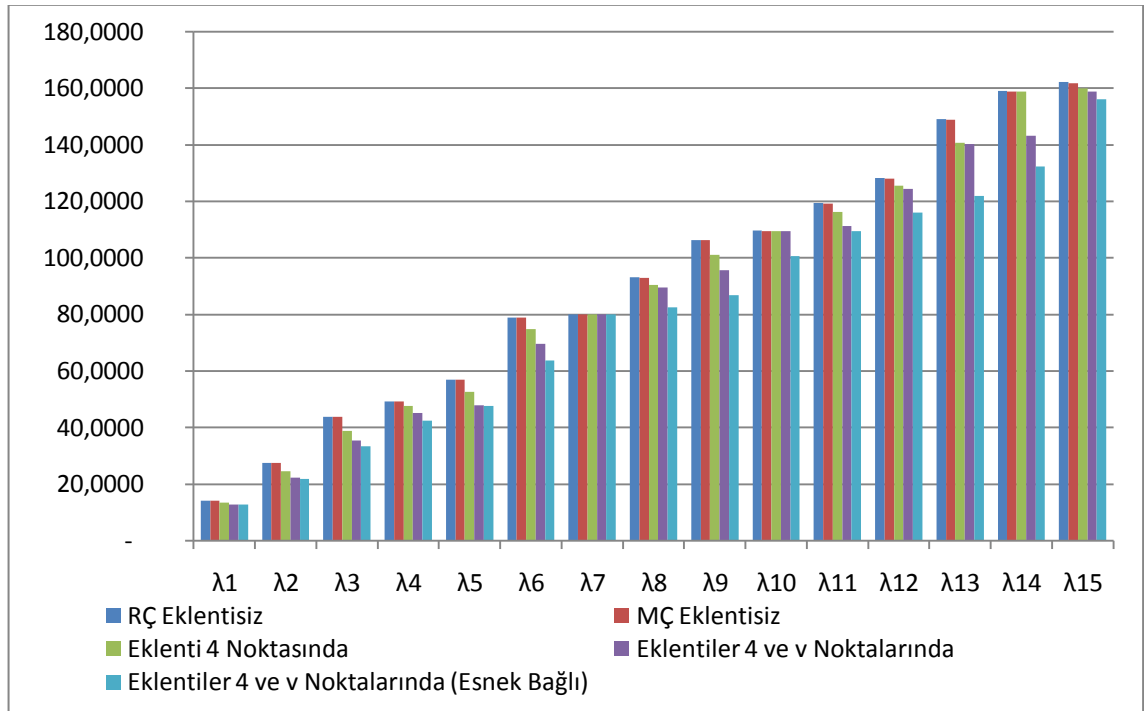
	Eklentisiz		Eklenti 4 noktasında	Eklentiler 4 ve <i>iv</i> noktalarında	Eklentiler 4 ve <i>iv</i> noktalarında (Esnek Bağı)
	RÇ	MÇ	MÇ	MÇ	MÇ
		x64-y96	x64-y96	x64-y96	x64-y96
λ_1	14,2561	14,2537	13,4860	12,3835	12,3204
λ_2	27,4156	27,4073	24,6111	21,24	20,7190
λ_3	43,8649	43,8328	38,8521	37,7261	35,5975
λ_4	49,348	49,3143	47,6020	45,3113	44,4808
λ_5	57,0244	56,9864	52,5978	52,1773	50,8394
λ_6	78,9568	78,8934	74,7423	74,7163	66,5575
λ_7	80,0535	79,9513	79,9513	79,9513	71,0628
λ_8	93,2129	93,0521	90,3662	80,2145	79,9513
λ_9	106,3724	106,2060	101,1275	92,4247	86,1103
λ_{10}	109,6623	109,5304	109,5304	109,5304	101,2421
λ_{11}	119,5319	119,2854	116,3571	115,1519	109,5304
λ_{12}	128,3049	128,1127	125,4936	116,9664	113,2694
λ_{13}	149,1407	148,8645	140,7546	140,184	128,2991
λ_{14}	159,0103	158,7497	158,7497	151,3412	133,8683
λ_{15}	162,3002	161,7931	159,8913	158,7497	151,8895



Şekil 4.88. Biri 4 numaralı konumda sabit, diğeri *iv* konumunda plağa esnek bağı iki adet eklenti halinde ilk on beş özdeğere ait histogramlar.

Çizelge 4.21. Biri 4 numaralı konumda sabit, diğeri v konumunda plağa esnek bağı iki adet eklenti halinde sistem özdeğerleri.

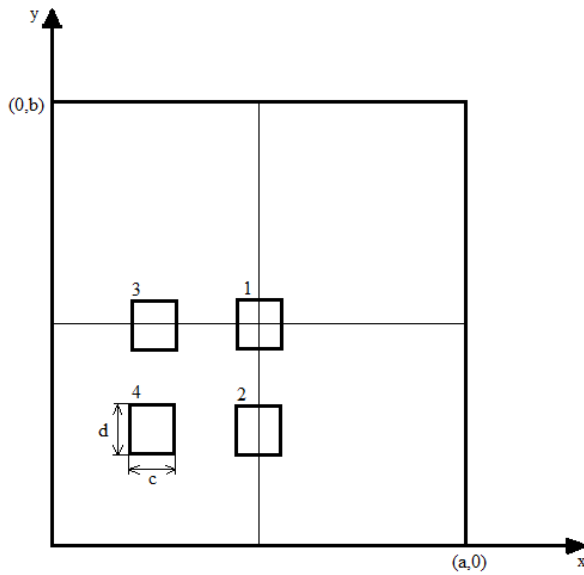
	Eklentisiz		Eklenti 4 noktasında	Eklentiler 4 ve v noktalarında	Eklentiler 4 ve v noktalarında (Esnek Bağı)
	RÇ	MÇ	MÇ	MÇ	MÇ
		x64-y96	x64-y96	x64-y96	x64-y96
λ_1	14,2561	14,2537	13,4860	12,9112	12,8577
λ_2	27,4156	27,4073	24,6111	22,341	21,7781
λ_3	43,8649	43,8328	38,8521	35,3995	33,4017
λ_4	49,348	49,3143	47,6020	45,2109	42,4472
λ_5	57,0244	56,9864	52,5978	47,82034	47,5971
λ_6	78,9568	78,8934	74,7423	69,5634	63,8372
λ_7	80,0535	79,9513	79,9513	79,9513	79,9513
λ_8	93,2129	93,0521	90,3662	89,6178	82,4706
λ_9	106,3724	106,2060	101,1275	95,6738	86,7897
λ_{10}	109,6623	109,5304	109,5304	109,5304	100,5590
λ_{11}	119,5319	119,2854	116,3571	111,375	109,5304
λ_{12}	128,3049	128,1127	125,4936	124,4697	116,0445
λ_{13}	149,1407	148,8645	140,7546	140,2541	122,0033
λ_{14}	159,0103	158,7497	158,7497	143,2079	132,2381
λ_{15}	162,3002	161,7931	159,8913	158,7497	156,0733



Şekil 4.89. Biri 4 numaralı konumda sabit, diğeri v konumunda plağa esnek bağı iki adet eklenti halinde ilk on beş özdeğere ait histogramlar.

4.12. Plağa Rijit Bağlı Yayılı Kütlelerin Sistem Özdeğerlerine Etkisinin İncelenmesi

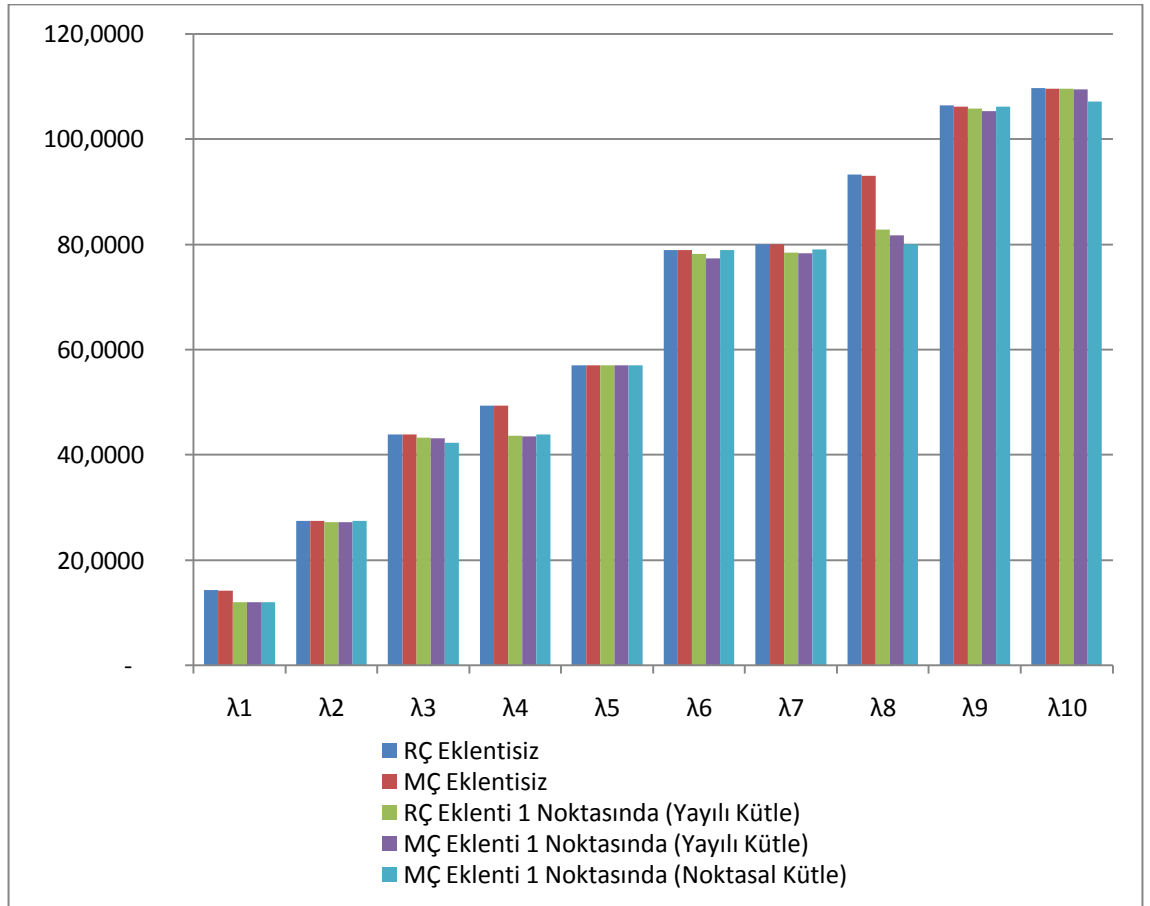
Yukarıda ele alınan durum incelemelerinde bahsedilen referans çalışmada kütle plak üzerinde belirli bir alanda yayılı olan rijit bağlı eklentinin sistem frekanslarına etkisi ele alınmakta ve bir limit hal olarak da eklentinin oturma yüzeyi alanı küçültülerek nokta kütle hali incelenmekte ve bu suretle modelin güvenilirliği de sağlanmaktadır. Bu çalışmada ise referans çalışmayla bir karşılaştırma yapmak üzere birden fazla düğüm noktasına nokta kütleler eklenerek yayılı kütle efekti oluşturulmuş ve bulunan sonuçlar referans çalışmayla karşılaştırılmıştır. Bu amaçla Kopmaz ve Telli(2002)'nin çalışmasındaki gibi oturma alanları öngörülmuş, bu alan oturan eklenti kütleleri o bölgeye düşen düğüm noktalarına taksim edilmiş ve bu suretle özdeğerler hesaplanmıştır. Şekil 4.90'da yayılı kütle hali için öngörülen dört farklı konum gösterilmektedir. Burada yine $a/b = 1/1,5$, $\mu = 0,1$ ve düğüm noktaları sayısı 5985 alınmıştır. Ayrıca $c/a = 0,1$ ve $d/b = 0,1$ alınmıştır. Bu dört farklı konum için elde edilen sonuçlar sırasıyla Çizelge 4.22 ile 4.25 ve bunlara ait Şekil 4.91 ile 4.94'te bulunan sayısal sonuçlar sunulmuştur. İlk on frekans için referans ve mevcut çalışmanın sonuçlarındaki örtüşme dikkat çekicidir. Çizelge 4.23 ile 4.25'te eklentinin 2, 3 ve 4 konumları için referans çalışmada sayısal sonuçlar verilmediğinden referans çalışmaya ait sonuçlar sütunu bulunmamaktadır.



Şekil 4.90. Yayılı kütlelerin plak üzerindeki farklı konumları

Çizelge 4.22. Yayılı kütlelerin 1 numaralı konumda olması halinde sistem özdeğerleri

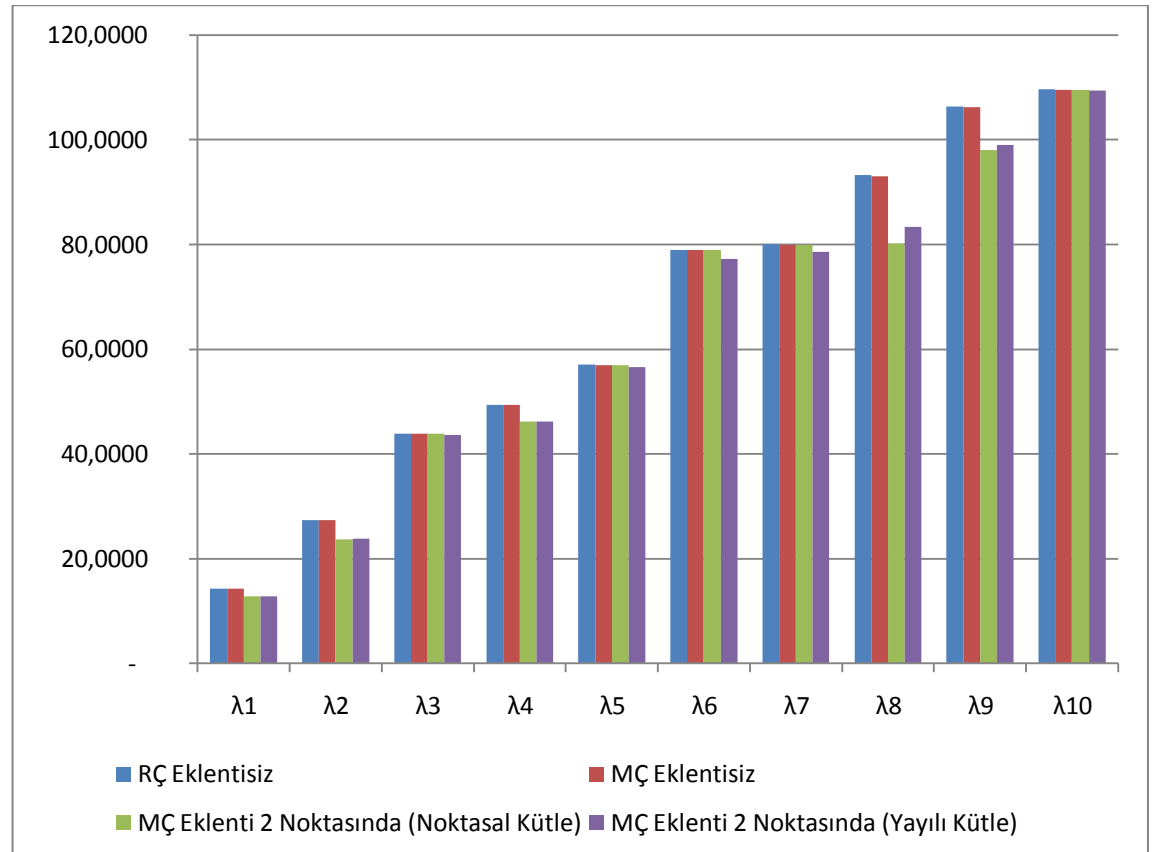
	Eklentisiz		Eklenti 1 Noktasında (Yayılı Kütle)	Eklenti 1 Noktasında (Yayılı Kütle)	Eklenti 1 noktasında (Noktasal Kütle)
	RÇ	MÇ	RÇ	MÇ	MÇ
		x64-y96		x64-y96	x64-y96
λ_1	14,2561	14,2537	12,0092	12,0120	11,9579
λ_2	27,4156	27,4073	27,2403	27,1780	27,4073
λ_3	43,8649	43,8328	43,2103	43,1981	42,2844
λ_4	49,348	49,3143	43,5832	43,5010	43,8328
λ_5	57,0244	56,9864	57,0125	56,9683	56,9864
λ_6	78,9568	78,8934	78,1580	77,2715	78,8934
λ_7	80,0535	79,9513	78,4819	78,3306	79,0009
λ_8	93,2129	93,0521	82,8148	81,7422	79,9513
λ_9	106,3724	106,2060	105,7888	105,2912	106,2060
λ_{10}	109,6623	109,5304	109,5762	109,3978	107,1363



Şekil 4.91. Yayılı kütlelerin 1 numaralı konumda olması halinde ilk on özdeğere ait histogramlar.

Çizelge 4.23. Yayılı kütlelinin 2 numaralı konumda olması halinde sistem özdeğerleri

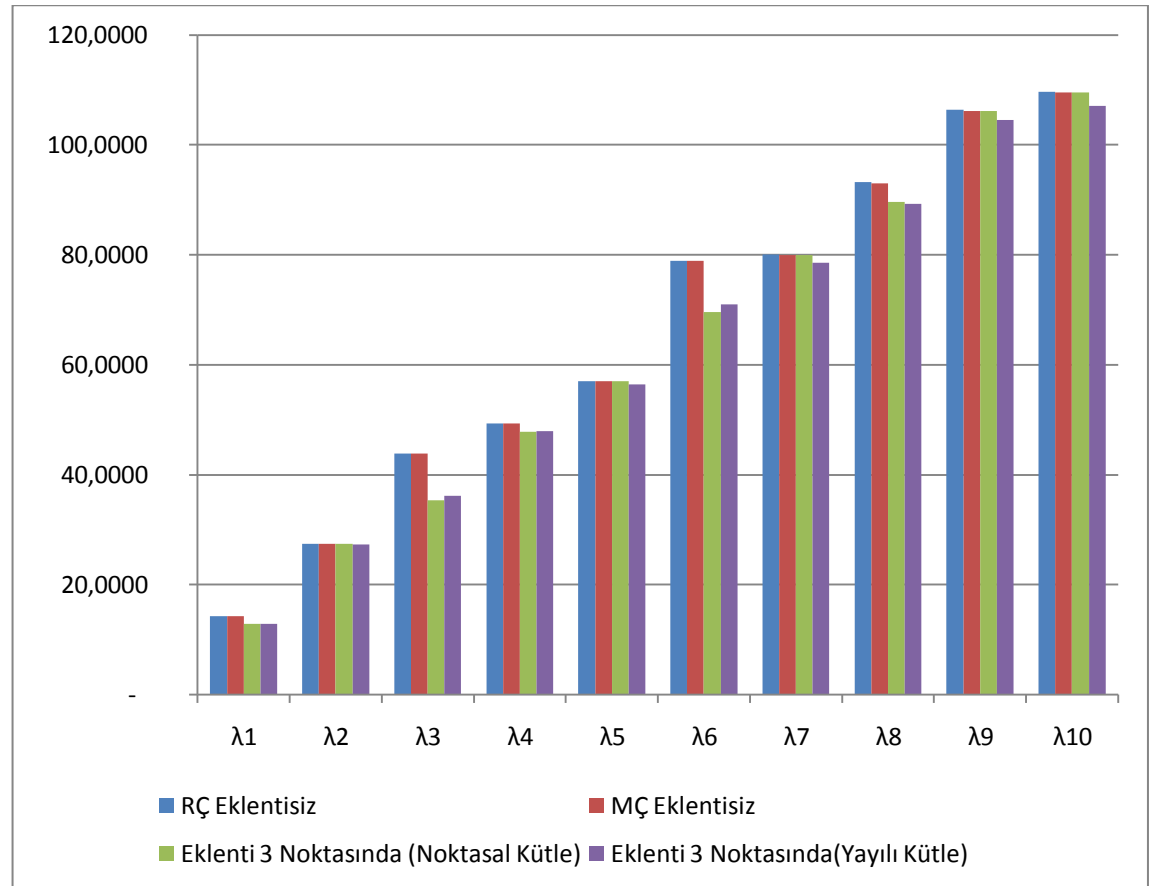
	Eklentisiz		Eklenti 2 noktasında (Noktasal Kütle)	Eklenti 2 noktasında (Yayılı Kütle)
	RÇ	MÇ	MÇ	MÇ
		x64-y96	x64-y96	x64-y96
λ_1	14,2561	14,2537	12,8189	12,8547
λ_2	27,4156	27,4073	23,6324	23,8438
λ_3	43,8649	43,8328	43,8328	43,6612
λ_4	49,348	49,3143	46,2029	46,2122
λ_5	57,0244	56,9864	56,9864	56,5696
λ_6	78,9568	78,8934	78,8934	77,1954
λ_7	80,0535	79,9513	79,9513	78,5889
λ_8	93,2129	93,0521	80,2329	83,3300
λ_9	106,3724	106,2060	98,0454	98,9946
λ_{10}	109,6623	109,5304	109,5304	109,3979



Şekil 4.92. Yayılı kütlelinin 2 numaralı konumda olması halinde ilk on özdeğere ait histogramlar.

Çizelge 4.24. Yayılı kütlelerin 3 numaralı konumda olması halinde sistem özdeğerleri

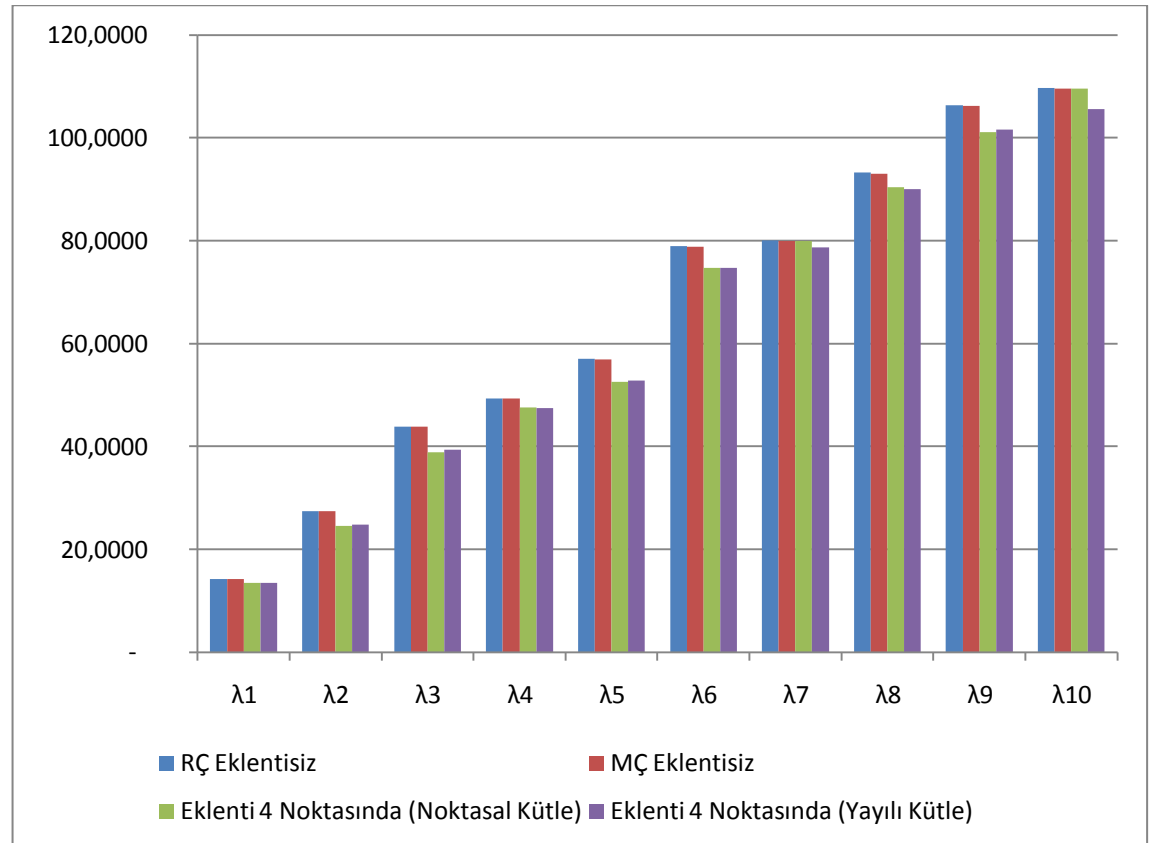
	Eklentisiz		Eklenti 3 noktasında (Noktasal Kütle)	Eklenti 3 noktasında (Yayılı Kütle)
	RÇ	MÇ	MÇ	MÇ
		x64-y96	x64-y96	x64-y96
λ_1	14,2561	14,2537	12,9112	12,9401
λ_2	27,4156	27,4073	27,4073	27,2905
λ_3	43,8649	43,8328	35,3995	36,1694
λ_4	49,348	49,3143	47,8203	47,9148
λ_5	57,0244	56,9864	56,9864	56,4809
λ_6	78,9568	78,8934	69,5634	71,0212
λ_7	80,0535	79,9513	79,9513	78,5292
λ_8	93,2129	93,0521	89,6178	89,2825
λ_9	106,3724	106,2060	106,2057	104,5432
λ_{10}	109,6623	109,5304	109,5304	107,0819



Şekil 4.93. Yayılı kütlelerin 3 numaralı konumda olması halinde ilk on özdeğere ait histogramlar.

Çizelge 4.25. Yayılı kütleli 4 numaralı konumda olması halinde sistem özdeğerleri

	Eklentisiz		Eklenti 4 noktasında (Noktasal Kütle)	Eklenti 4 noktasında (Yayılı Kütle)
	RÇ	MÇ	MÇ	MÇ
		x64-y96	x64-y96	x64-y96
λ_1	14,2561	14,2537	13,4860	13,5005
λ_2	27,4156	27,4073	24,6111	24,8196
λ_3	43,8649	43,8328	38,8521	39,3633
λ_4	49,348	49,3143	47,6020	47,5145
λ_5	57,0244	56,9864	52,5978	52,8096
λ_6	78,9568	78,8934	74,7423	74,7551
λ_7	80,0535	79,9513	79,9513	78,6636
λ_8	93,2129	93,0521	90,3662	89,9995
λ_9	106,3724	106,2060	101,1275	101,6306
λ_{10}	109,6623	109,5304	109,5304	105,5678



Şekil 4.94. Yayılı kütleli 4 numaralı konumda olması halinde ilk on özdeğere ait histogramlar.

5. SONUÇ

Bu çalışmada görüldüğü gibi, plağın üzerine gelen eklentilerin hem konumları hem de eklentilerin sayısı, serbest titreşim yapan dikdörtgen plağın çeşitli mod değerlerindeki özdeğerlerini değiştirmekte ve ayrıca plağın modal yüzey şekilleri de değişime uğramaktadır. Dört tarafı basit mesnetli ve eklentileri olan dikdörtgen plağın serbest titreşim analizi yapılırken kullanılan merkezi sonlu farklar yöntemi, eklenti sayısı çok daha fazla olsa dahi kullanım kolayı sağlayabilen bir yöntem olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu yöntem için yazılan bir program ile hem eklenti sayısı hem de eklentilerin buldukları konumlar rahatça değiştirilebilmekte ve işlem yapılabilmektedir. Bu metodun negatif yönleri ise elde edilecek sonuçların gerçek değere yakınsamasının ağ noktası sayısının arttırılmasına bağlı olmasıdır. Ağ noktası sayısının artması sonucu, çözüm işleminin gerçekleştirilmesi için gereken sürenin artması ve bunun dışında işlem yapılan bilgisayarın fiziki bellek kapasitesinin maksimum kullanılabileceğinden fazla ağ noktası sayısı seçilememesi metodun zayıf yönlerini oluşturmaktadır. Bu zorluğu aşmak için izlenebilecek bir yol daha seyrek bir ağ kullanmak, buna mukabili ara noktaların deplasmanlarına enterpolasyon fonksiyonlarıyla yaklaşmak olabilir. Metottaki bu değişiklik ve eğik yerleşik eklentilere sahip plakların serbest titreşimi bundan sonraki çalışmalarda ele alınacak konular arasında sayılabilir.

KAYNAKLAR

BRONSON, R. 1989. Matris işlemleri. Nobel Yayın Dağıtım, Ankara, s.60-70.

DYM, C. L., I.H. SHAMES. 1973. Solid Mechanics: A Variational Approach. McGraw – Hill, New York pp:377-382.

İNAN, A. 2004. Matlab ve Programlama, Papatya Yayıncılık, İstanbul, s.114-266.

KARAGÖZ, İ. 2001. Sayısal analiz ve mühendislik uygulamaları. VİPAŞ AŞ. Bursa, s.372-402.

KOCATURK, T. And G. ALTINTAŞ. 2003. Determination of the steady state response of viscoelastically point-supported rectangular specially orthotropic plates by an energy-based finite difference method, 267(2003)1143-1156.

KOPMAZ, O. And S. TELLİ, 2002. Free vibrations of a rectangular plate carrying a distributed mass. Journal of Sound and Vibration, 251(1), 39-57.

LI, W. L And M. DANIELS. 2002. A fourier series method for the vibrations of elastically restrained plates arbitrarily loaded with springs and masses. Journal of Sound and Vibration 252(4), 768-781.

NOWACKI, W. 1963. Dynamics of elastic systems. John Wiley & Sons. Inc. New York, USA, pp: 198-201.

ONISZCZUK, Z. 2000. Free transverse vibrations of an elastically connected rectangular simply supported double-plate complex system. Journal of Sound and Vibration, 236(4), 595-608.

SZILARD, R. 2004. Theories and applications of plate analysis. John Wiley & Sons. Inc. New Jersey, USA, pp:247-276.

TIMOSHENKO, S. 1964. Plak ve kabuklar teorisi. İstanbul Teknik Üniversitesi İnşaat Fakültesi Matbaası, İstanbul, s.116-180.

WU, J.S., S.S.LUO. 1997. Use of the analytical-and numerical-combined method in the free vibration analysis of a rectangular plate with any number of point masses and translational springs. Journal of Sound and Vibration, 200(2), 179-194.

EKLER

EK-1

a) Dört Tarafından Basit Mesnetli Yalın Haldeki Plağın Serbest Titreşim Analizinde Kullanılan Program

```
a=input('a uzunluğunu giriniz:');
disp("")
b=input('b uzunluğunu giriniz:');
alfa=a/b;
m=input('a uzunluğundaki bölünen eşit parça sayısını giriniz:');
n=input('b uzunluğundaki bölünen eşit parça sayısını giriniz:');
delx=1/m;
dely=1/n;
%Buraya kadar olan bölüm plağın boyutları ve istenilen ağ noktası sayısını
%oluşturuyor

%Şimdi yön denklemleri yazılacak ve ilk
%olarak central yani (c) den başlanılacak

c=(6/((delx)^4))+((8*((alfa)^2))/(((delx)^2)*((dely)^2)))+((6*((alfa)^4))/((dely)^4));

%şimdi doğu ve batı için d ve b yi yazılacak

d=-((4/((delx)^4))+((4*((alfa)^2))/(((delx)^2)*((dely)^2))));
b=-((4/((delx)^4))+((4*((alfa)^2))/(((delx)^2)*((dely)^2))));

%şimdi kuzey ve güney için k ve g yi yazılacak

k=-((4*((alfa)^2))/(((delx)^2)*((dely)^2))+((4*((alfa)^4))/((dely)^4)));
g=-((4*((alfa)^2))/(((delx)^2)*((dely)^2))+((4*((alfa)^4))/((dely)^4)));

%kuzey-doğu ve kuzey-batı ve güney-doğu ve güney-batı için kd ve kb ve gd
%ve gb yi yazıcak

kd=(2*((alfa)^2))/(((delx)^2)*((dely)^2));
kb=(2*((alfa)^2))/(((delx)^2)*((dely)^2));
gd=(2*((alfa)^2))/(((delx)^2)*((dely)^2));
gb=(2*((alfa)^2))/(((delx)^2)*((dely)^2));

%kuzey-kuzey ve güney güney yani kk ve gg yi yazılacak
```

```
kk=((alfa)^4)/((dely)^4);
gg=((alfa)^4)/((dely)^4);
```

```
%en son olarak doğu-doğu ve batı- batı kaldı, onları da dd ve bb olarak
%yazılacak
```

```
dd=1/((delx)^4);
bb=1/((delx)^4);
```

```
% buraya kadar olan kısımda denklemlerde bilinmeyen kısımların
%katsayılarıydı. Bu kısımdan sonra döngü kısmına geçildiğinde
```

```
A=zeros((m-1)*(n-1));
for i=1:(m-1);
    for j=1:(n-1);
```

```
        % 1,1 noktası köşe nokta ve özel bir nokta bunu ayrı yazmak
        % gerekmektedir. Aynı şekilde 1,2 noktasıda özel. ayrıca 1,3
        % noktasıda özel olmakla birlikte 1,(n-3) noktasına kadar olan
        % noktalarla aynı özelliği taşımakta. 1,(n-2) 1,2 noktasının, (n-1)
        % 1,1 noktasının simetriği.
```

```
        if i == 1 & j == 1
```

```
            A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j))=c-gg-bb;
            A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+(n-1)))=d;
            A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;
            A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n))=kd;
            A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2))=kk;
            A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2*(n-1)))=dd;
```

```
        elseif i==1 & j==2
```

```
            A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j))=c-bb;
            A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;
            A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;
            A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2))=kk;
            A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-2))=gd;
            A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-1))=d;
            A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n))=kd;
            A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2*(n-1)))=dd;
```

elseif i==1 & j>2 & j<(n-2)

A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j))=c-bb;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-2))=gg;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2))=kk;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-2))=gd;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-1))=d;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n))=kd;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2*(n-1)))=dd;

elseif i==1 & j==(n-2)

A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j))=c-bb;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-2))=gg;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-2))=gd;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-1))=d;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n))=kd;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2*(n-1)))=dd;

elseif i==1 & j==(n-1)

A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j))=c-bb-kk;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-2))=gg;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-2))=gd;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-1))=d;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2*(n-1)))=dd;

%aynı şekilde plağın diğerk kenarlarının da bu şekilde yazılması
%gerekıyor. onun için 2,1 noktasından başlanıldı ve (m-1),1 e
%kadar yazılacaktır.

elseif i==2 & j==1

A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j))=c-gg;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2))=kk;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;

```

A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2-n))=kb;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-1))=d;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n))=kd;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2*(n-1)))=dd;

```

```
elseif i>2 & i<(m-2) & j==1
```

```

A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j))=c-gg;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2))=kk;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-2*(n-1)))=bb;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2-n))=kb;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-1))=d;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n))=kd;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2*(n-1)))=dd;

```

```
elseif i==(m-2) & j==1
```

```

A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j))=c-gg;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2))=kk;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-2*(n-1)))=bb;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2-n))=kb;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-1))=d;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n))=kd;

```

```
elseif i==(m-1) & j==1
```

```

A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j))=c-gg-dd;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2))=kk;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-2*(n-1)))=bb;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2-n))=kb;

```

```

% bu kenarda bittikten sonra (m-1),2den (m-1),(n-1) e kadar
% olan kenar için olan kısmı yazılacaktır

```

```
elseif i==(m-1) & j==2
```

$A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j))=c-dd;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2))=kk;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-2*(n-1)))=bb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-n))=gb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2-n))=kb;$

elseif $i==(m-1) \ \& \ j>2 \ \& \ j<(n-2)$

$A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j))=c-dd;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-2))=gg;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2))=kk;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-2*(n-1)))=bb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-n))=gb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2-n))=kb;$

elseif $i==(m-1) \ \& \ j==(n-2)$

$A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j))=c-dd;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-2))=gg;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-2*(n-1)))=bb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-n))=gb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2-n))=kb;$

elseif $i==(m-1) \ \& \ j==(n-1)$

$A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j))=c-dd-kk;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-2))=gg;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-2*(n-1)))=bb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-n))=gb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;$

elseif $i==2 \ \& \ j==(n-1)$

```

A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j))=c-kk;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-2))=gg;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-n))=gb;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-2))=gd;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-1))=d;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2*(n-1)))=dd;

```

```
elseif i>2 & i<(m-2) & j==(n-1)
```

```

A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j))=c-kk;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-2))=gg;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-2*(n-1)))=bb;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-n))=gb;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-2))=gd;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-1))=d;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2*(n-1)))=dd;

```

```
elseif i==(m-2) & j==(n-1)
```

```

A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j))=c-kk;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-2))=gg;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-2*(n-1)))=bb;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-n))=gb;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-2))=gd;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-1))=d;

```

% en son olarak bir iç noktaları daha ayrı yazıyoruz. Bunlardan
% sonra geriye kalan tüm noktalar için denklem aynı kalıyor.

```
elseif i==2 & j==2
```

```

A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j))=c;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2))=kk;

```

$A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-n))=gb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2-n))=kb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n-2))=gd;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n-1))=d;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n))=kd;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2*(n-1)))=dd;$

elseif $i==2$ & $j>2$ & $j<(n-2)$

$A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j))=c;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-2))=gg;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2))=kk;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-n))=gb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2-n))=kb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n-2))=gd;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n-1))=d;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n))=kd;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2*(n-1)))=dd;$

elseif $i==2$ & $j==(n-2)$

$A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j))=c;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-2))=gg;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-n))=gb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2-n))=kb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n-2))=gd;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n-1))=d;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n))=kd;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2*(n-1)))=dd;$

elseif $i>2$ & $i<(m-2)$ & $j==2$

$A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j))=c;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;$

$A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2))=kk;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-2*(n-1)))=bb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-n))=gb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2-n))=kb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n-2))=gd;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n-1))=d;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n))=kd;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2*(n-1)))=dd;$

elseif $i==(m-2)$ & $j==2$

$A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j))=c;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2))=kk;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-2*(n-1)))=bb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-n))=gb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2-n))=kb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n-2))=gd;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n-1))=d;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n))=kd;$

elseif $i==(m-2)$ & $j>2$ & $j<(n-2)$

$A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j))=c;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-2))=gg;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2))=kk;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-2*(n-1)))=bb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-n))=gb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2-n))=kb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n-2))=gd;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n-1))=d;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n))=kd;$

elseif $i==(m-2)$ & $j==(n-2)$

$A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j))=c;$

```

A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-2))=gg;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-2*(n-1)))=bb;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-n))=gb;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2-n))=kb;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-2))=gd;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-1))=d;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n))=kd;

```

```

elseif i>2 & i<(m-2) & j==(n-2)

```

```

A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j))=c;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-2))=gg;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-2*(n-1)))=bb;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-n))=gb;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2-n))=kb;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-2))=gd;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-1))=d;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n))=kd;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2*(n-1)))=dd;

```

%buradan sonraki bütün noktalar plağın içinde kalan noktalardır
%ve bu noktalar için bütün denklem kullanılmaktadır.

```

else

```

```

A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j))=c;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-2))=gg;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2))=kk;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-2*(n-1)))=bb;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-n))=gb;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2-n))=kb;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-2))=gd;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-1))=d;

```

```

A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n))=kd;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2*(n-1)))=dd;

    end
    end
end

% Yukarıda bulunan denklem takımına ait olan matris, Matlab programında
% bulunan eig programı ile çözülecek ve [V] matrisi her bir frekans sonucu
% oluşan yer değiştirmeleri gösterecektir. [D] matrisi ise bize
% lamda^2'leri verecektir.

[V,D]=eig(A);

%oluşan V matrisinden, kaçınıcı frekansa ait noktaların yer değişimi
%isteniliyorsa sadece o kısmın işlenmesi sağlanacaktır

z=zeros((m+1),(n+1));

%Ayrıca V matrisinden çekilen değerler z matrisine yazdırılacaktır

s=input('Kaçınıcı frekans değerini görmek istiyorsanız istediğiniz frekans için bir s
değeri giriniz');

for p=1:(m-1)
    for r=1:(n-1)

        z((p+1),(r+1))=V((p-1)*(n-1)+r,s);

        lamda_kare=D(s,s);

    end
end

z=z';

lamda_kare

[x,y]=meshgrid(0:m, 0:n);

surf(x,y,z)

```

b) Dört Tarafından Basit Mesnetli Üzerinde Eklentileri Olan Plağın Serbest Titreşim Analizinde Kullanılan Program

```
a=input('a uzunluğunu giriniz: ');
disp('')
b=input('b uzunluğunu giriniz: ');
alfa=a/b;
m=input('a uzunluğundaki bölünen eşit parça sayısını giriniz: ');
n=input('b uzunluğundaki bölünen eşit parça sayısını giriniz: ');
delx=1/m;
dely=1/n;
%Buraya kadar olan bölüm plağın boyutları ve istenilen ağ noktası sayısını
%oluşturuyor

%Şimdi yön denklemleri yazılacak ve ilk
%olarak central yani (c) den başlanılacak

c=(6/((delx)^4))+((8*((alfa)^2))/(((delx)^2)*((dely)^2)))+((6*((alfa)^4))/((dely)^4));

%şimdi doğu ve batı için d ve b yi yazılacak

d=-((4/((delx)^4))+((4*((alfa)^2))/(((delx)^2)*((dely)^2))));
b=-((4/((delx)^4))+((4*((alfa)^2))/(((delx)^2)*((dely)^2))));

%şimdi kuzey ve güney için k ve g yi yazılacak

k=-((4*((alfa)^2))/(((delx)^2)*((dely)^2))+((4*((alfa)^4))/((dely)^4)));
g=-((4*((alfa)^2))/(((delx)^2)*((dely)^2))+((4*((alfa)^4))/((dely)^4)));

%kuzey-doğu ve kuzey-batı ve güney-doğu ve güney-batı için kd ve kb ve gd
%ve gb yi yazıcak

kd=(2*((alfa)^2))/(((delx)^2)*((dely)^2));
kb=(2*((alfa)^2))/(((delx)^2)*((dely)^2));
gd=(2*((alfa)^2))/(((delx)^2)*((dely)^2));
gb=(2*((alfa)^2))/(((delx)^2)*((dely)^2));

%kuzey-kuzey ve güney güney yani kk ve gg yi yazılacak

kk=((alfa)^4)/((dely)^4);
gg=((alfa)^4)/((dely)^4);
```

%en son olarak doğu-doğu ve batı- batı kaldı, onları da dd ve bb olarak
%yazılacak

dd=1/((delx)^4);

bb=1/((delx)^4);

% buraya kadar olan kısımda denklemlerde bilinmeyen kısımların
%katsayılarıydı. Bu kısımdan sonra döngü kısmına geçildiğinde

A=zeros((m-1)*(n-1));

for i=1:(m-1);

for j=1:(n-1);

% 1,1 noktası köşe nokta ve özel bir nokta bunu ayrı yazmak
% gerekmektedir. Aynı şekilde 1,2 noktasıda özel. ayrıca 1,3
% noktasıda özel olmakla birlikte 1,(n-3) noktasına kadar olan
% noktalarla aynı özelliği taşımakta. 1,(n-2) 1,2 noktasının, (n-1)
% 1,1 noktasının simetriği.

if i == 1 & j == 1

A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j))=c-gg-bb;

A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+(n-1)))=d;

A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;

A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n))=kd;

A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2))=kk;

A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2*(n-1)))=dd;

elseif i==1 & j==2

A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j))=c-bb;

A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;

A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;

A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2))=kk;

A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-2))=gd;

A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-1))=d;

A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n))=kd;

A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2*(n-1)))=dd;

elseif i==1 & j>2 & j<(n-2)

```

A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j))=c-bb;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-2))=gg;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2))=kk;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-2))=gd;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-1))=d;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n))=kd;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2*(n-1)))=dd;

```

```
elseif i==1 & j==(n-2)
```

```

A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j))=c-bb;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-2))=gg;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-2))=gd;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-1))=d;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n))=kd;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2*(n-1)))=dd;

```

```
elseif i==1 & j==(n-1)
```

```

A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j))=c-bb-kk;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-2))=gg;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-2))=gd;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-1))=d;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2*(n-1)))=dd;

```

%aynı şekilde plağın diğerk kenarlarının da bu şekilde yazılması
%gerekıyor. onun için 2,1 noktasından başlanıldı ve (m-1),1 e
%kadar yazılacaktır.

```
elseif i==2 & j==1
```

```

A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j))=c-gg;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2))=kk;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2-n))=kb;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-1))=d;

```

$A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n))=kd;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2*(n-1)))=dd;$

elseif $i>2$ & $i<(m-2)$ & $j==1$

$A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j))=c-gg;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2))=kk;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-2*(n-1)))=bb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2-n))=kb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n-1))=d;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n))=kd;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2*(n-1)))=dd;$

elseif $i==(m-2)$ & $j==1$

$A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j))=c-gg;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2))=kk;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-2*(n-1)))=bb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2-n))=kb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n-1))=d;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n))=kd;$

elseif $i==(m-1)$ & $j==1$

$A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j))=c-gg-dd;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2))=kk;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-2*(n-1)))=bb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2-n))=kb;$

% bu kenarda bittikten sonra (m-1),2den (m-1),(n-1) e kadar
 % olan kenar için olan kısmı yazılacaktır

elseif $i==(m-1)$ & $j==2$

$A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j))=c-dd;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;$

$A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2))=kk;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-2*(n-1)))=bb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-n))=gb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2-n))=kb;$

elseif $i==(m-1)$ & $j>2$ & $j<(n-2)$

$A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j))=c-dd;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-2))=gg;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2))=kk;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-2*(n-1)))=bb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-n))=gb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2-n))=kb;$

elseif $i==(m-1)$ & $j==(n-2)$

$A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j))=c-dd;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-2))=gg;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-2*(n-1)))=bb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-n))=gb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2-n))=kb;$

elseif $i==(m-1)$ & $j==(n-1)$

$A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j))=c-dd-kk;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-2))=gg;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-2*(n-1)))=bb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-n))=gb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;$

elseif $i==2$ & $j==(n-1)$

$A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j))=c-kk;$


```

A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-2))=gg;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-n))=gb;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-2))=gd;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-1))=d;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2*(n-1)))=dd;

```

```
elseif i>2 & i<(m-2) & j==(n-1)
```

```

A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j))=c-kk;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-2))=gg;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-2*(n-1)))=bb;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-n))=gb;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-2))=gd;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-1))=d;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2*(n-1)))=dd;

```

```
elseif i==(m-2) & j==(n-1)
```

```

A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j))=c-kk;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-2))=gg;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-2*(n-1)))=bb;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-n))=gb;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-2))=gd;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-1))=d;

```

% en son olarak bir iç noktaları daha ayrı yazıyoruz. Bunlardan
% sonra geriye kalan tüm noktalar için denklem aynı kalıyor.

```
elseif i==2 & j==2
```

```

A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j))=c;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2))=kk;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-n))=gb;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;

```

$A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2-n))=kb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n-2))=gd;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n-1))=d;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n))=kd;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2*(n-1)))=dd;$

elseif $i==2$ & $j>2$ & $j<(n-2)$

$A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j))=c;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-2))=gg;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2))=kk;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-n))=gb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2-n))=kb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n-2))=gd;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n-1))=d;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n))=kd;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2*(n-1)))=dd;$

elseif $i==2$ & $j==(n-2)$

$A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j))=c;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-2))=gg;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-n))=gb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2-n))=kb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n-2))=gd;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n-1))=d;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n))=kd;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2*(n-1)))=dd;$

elseif $i>2$ & $i<(m-2)$ & $j==2$

$A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j))=c;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2))=kk;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-2*(n-1)))=bb;$

$A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-n))=gb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2-n))=kb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n-2))=gd;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n-1))=d;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n))=kd;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2*(n-1)))=dd;$

elseif $i==(m-2)$ & $j==2$

$A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j))=c;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2))=kk;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-2*(n-1)))=bb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-n))=gb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2-n))=kb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n-2))=gd;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n-1))=d;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n))=kd;$

elseif $i==(m-2)$ & $j>2$ & $j<(n-2)$

$A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j))=c;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-2))=gg;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2))=kk;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-2*(n-1)))=bb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-n))=gb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2-n))=kb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n-2))=gd;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n-1))=d;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n))=kd;$

elseif $i==(m-2)$ & $j==(n-2)$

$A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j))=c;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;$

```

A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-2))=gg;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-2*(n-1)))=bb;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-n))=gb;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2-n))=kb;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-2))=gd;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-1))=d;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n))=kd;

```

```

elseif i>2 & i<(m-2) & j==(n-2)

```

```

A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j))=c;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-2))=gg;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-2*(n-1)))=bb;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-n))=gb;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2-n))=kb;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-2))=gd;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-1))=d;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n))=kd;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2*(n-1)))=dd;

```

%buradan sonraki bütün noktalar plağın içinde kalan noktalardır
%ve bu noktalar için bütün denklem kullanılmaktadır.

```

else

```

```

A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j))=c;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-2))=gg;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2))=kk;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-2*(n-1)))=bb;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-n))=gb;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2-n))=kb;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-2))=gd;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-1))=d;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n))=kd;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2*(n-1)))=dd;

```

```
end
end
end
```

```
B=eye(size(A));
```

```
T=input('Eklenti sayısını giriniz: ');
```

```
for K=1:T;
```

```
i=input(' Noktasal maddenin x ekseninde kaçınıcı ağ noktası üzerinde olduğunu giriniz: ');
```

```
j=input(' Noktasal maddenin y ekseninde kaçınıcı ağ noktası üzerinde olduğunu giriniz: ');
```

```
M=input('Plak kütlesi/noktasal madde kütlesi oranını giriniz: ');
```

```
B((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j))=(1+M);
```

```
end
```

```
% Yukarıda bulunan denklem takımına ait olan matris, Matlab programında  
% bulunan eig programı ile çözülecek ve [V] matrisi her bir frekans sonucu  
% oluşan yer değiştirmeleri gösterecektir. [D] matrisi ise bize  
% lamda^2'leri verecektir.
```

```
[V,D]=eig(A,B);
```

```
%oluşan V matrisinden, kaçınıcı frekansa ait noktaların yer değişimi  
%isteniliyorsa sadece o kısmın işlenmesi sağlanacaktır
```

```
z=zeros((m+1),(n+1));
```

```
%Ayrıca V matrisinden çekilen değerler z matrisine yazdırılacaktır
```

```

s=input('Kaçınıcı frekans değerini görmek istiyorsanız istediğiniz frekans için bir s
değeri giriniz');

for p=1:(m-1)
    for r=1:(n-1)

        z((p+1),(r+1))=V((p-1)*(n-1)+r,s);

        lamda_kare=D(s,s);

    end
end

z=z';

lamda_kare

[x,y]=meshgrid(0:m, 0:n);

surf(x,y,z)

```

c) Dört Tarafından Basit Mesnetli zerinde Esnek Bağlı Eklentileri Olan Plağın Serbest Titreşim Analizinde Kullanılan Program

```

a=input('a uzunluğunu giriniz: ');
disp('')
b=input('b uzunluğunu giriniz: ');
alfa=a/b;
m=input('a uzunluğundaki bölünen eşit parça sayısını giriniz: ');
n=input('b uzunluğundaki bölünen eşit parça sayısını giriniz: ');

delx=1/m;
dely=1/n;

%Buraya kadar olan bölüm plağın boyutları ve istenilen ağ noktası sayısını
%oluşturuyor + kapa(k yay katsayısı içeren ifade)

%şimdi yn denklemleri yazılacak ve ilk

```

%olarak central yani (c) den başlanılacak

$$c = \frac{6}{((\text{delx})^4)} + \frac{(8 * ((\text{alfa})^2))}{(((\text{delx})^2) * ((\text{dely})^2))} + \frac{(6 * ((\text{alfa})^4))}{((\text{dely})^4)};$$

%şimdi doğu ve batı için d ve b yi yazılacak

$$d = \frac{(4 / ((\text{delx})^4)) + (4 * ((\text{alfa})^2) / (((\text{delx})^2) * ((\text{dely})^2)))}{((\text{delx})^4)};$$

$$b = \frac{(4 / ((\text{delx})^4)) + (4 * ((\text{alfa})^2) / (((\text{delx})^2) * ((\text{dely})^2)))}{((\text{dely})^4)};$$

%şimdi kuzey ve güney için k ve g yi yazılacak

$$k = \frac{(4 * ((\text{alfa})^2) / (((\text{delx})^2) * ((\text{dely})^2)) + (4 * ((\text{alfa})^4) / ((\text{dely})^4))}{((\text{delx})^4)};$$

$$g = \frac{(4 * ((\text{alfa})^2) / (((\text{delx})^2) * ((\text{dely})^2)) + (4 * ((\text{alfa})^4) / ((\text{dely})^4))}{((\text{dely})^4)};$$

%kuzey-doğu ve kuzey-batı ve güney-doğu ve güney-batı için kd ve kb ve gd ve gb yi yazıcak

$$kd = \frac{2 * ((\text{alfa})^2)}{(((\text{delx})^2) * ((\text{dely})^2))};$$

$$kb = \frac{2 * ((\text{alfa})^2)}{(((\text{delx})^2) * ((\text{dely})^2))};$$

$$gd = \frac{2 * ((\text{alfa})^2)}{(((\text{delx})^2) * ((\text{dely})^2))};$$

$$gb = \frac{2 * ((\text{alfa})^2)}{(((\text{delx})^2) * ((\text{dely})^2))};$$

%kuzey-kuzey ve güney güney yani kk ve gg yi yazılacak

$$kk = \frac{((\text{alfa})^4)}{((\text{dely})^4)};$$

$$gg = \frac{((\text{alfa})^4)}{((\text{delx})^4)};$$

%en son olarak doğu-doğu ve batı- batı kaldı, onları da dd ve bb olarak yazılacak

$$dd = \frac{1}{((\text{delx})^4)};$$

$$bb = \frac{1}{((\text{dely})^4)};$$

% buraya kadar olan kısımda denklemlerde bilinmeyen kısımların katsayılarıydı. Bu kısımdan sonra döngü kısmına geçildiğinde

$$A = \text{zeros}((m-1) * (n-1));$$

for i=1:(m-1);

for j=1:(n-1);

% 1,1 noktası köşe nokta ve özel bir nokta bunu ayrı yazmak gerekmektedir. Aynı şekilde 1,2 noktasıda özel. ayrıca 1,3

% noktasıda özel olmakla birlikte 1,(n-3) noktasına kadar olan
 % noktalarla aynı özelliği taşımakta. 1,(n-2) 1,2 noktasının, (n-1)
 % 1,1 noktasının simetriği.

if i == 1 & j == 1

A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j))=c-gg-bb;
 A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+(n-1)))=d;
 A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;
 A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n))=kd;
 A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2))=kk;
 A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2*(n-1)))=dd;

elseif i==1 & j==2

A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j))=c-bb;
 A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;
 A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;
 A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2))=kk;
 A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-2))=gd;
 A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-1))=d;
 A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n))=kd;
 A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2*(n-1)))=dd;

elseif i==1 & j>2 & j<(n-2)

A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j))=c-bb;
 A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;
 A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;
 A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-2))=gg;
 A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2))=kk;
 A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-2))=gd;
 A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-1))=d;
 A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n))=kd;
 A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2*(n-1)))=dd;

elseif i==1 & j==(n-2)

A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j))=c-bb;
 A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;
 A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;
 A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-2))=gg;


```

A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-2))=gd;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-1))=d;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n))=kd;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2*(n-1)))=dd;

```

```
elseif i==1 & j==(n-1)
```

```

A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j))=c-bb-kk;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-2))=gg;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-2))=gd;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-1))=d;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2*(n-1)))=dd;

```

%aynı şekilde plağın diğerk kenarlarının da bu şekilde yazılması
%gerekıyor. onun için 2,1 noktasından başlanıldı ve (m-1),1 e
%kadar yazılacaktır.

```
elseif i==2 & j==1
```

```

A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j))=c-gg;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2))=kk;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2-n))=kb;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-1))=d;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n))=kd;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2*(n-1)))=dd;

```

```
elseif i>2 & i<(m-2) & j==1
```

```

A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j))=c-gg;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2))=kk;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-2*(n-1)))=bb;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2-n))=kb;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-1))=d;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n))=kd;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2*(n-1)))=dd;

```

```
elseif i==(m-2) & j==1
```

```

A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j))=c-gg;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2))=kk;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-2*(n-1)))=bb;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2-n))=kb;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-1))=d;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n))=kd;

```

```
elseif i==(m-1) & j==1
```

```

A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j))=c-gg-dd;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2))=kk;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-2*(n-1)))=bb;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2-n))=kb;

```

% bu kenarda bittikten sonra (m-1),2den (m-1),(n-1) e kadar
% olan kenar için olan kısmı yazılacaktır

```
elseif i==(m-1) & j==2
```

```

A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j))=c-dd;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2))=kk;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-2*(n-1)))=bb;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-n))=gb;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2-n))=kb;

```

```
elseif i==(m-1) & j>2 & j<(n-2)
```

```

A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j))=c-dd;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-2))=gg;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2))=kk;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-2*(n-1)))=bb;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-n))=gb;

```

$A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2-n))=kb;$

elseif $i==(m-1)$ & $j==(n-2)$

$A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j))=c-dd;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-2))=gg;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-2*(n-1)))=bb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-n))=gb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2-n))=kb;$

elseif $i==(m-1)$ & $j==(n-1)$

$A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j))=c-dd-kk;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-2))=gg;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-2*(n-1)))=bb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-n))=gb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;$

elseif $i==2$ & $j==(n-1)$

$A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j))=c-kk;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-2))=gg;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-n))=gb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n-2))=gd;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n-1))=d;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2*(n-1)))=dd;$

elseif $i>2$ & $i<(m-2)$ & $j==(n-1)$

$A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j))=c-kk;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-2))=gg;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-2*(n-1)))=bb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-n))=gb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;$

```

A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-2))=gd;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-1))=d;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2*(n-1)))=dd;

```

```

elseif i==(m-2) & j==(n-1)

```

```

A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j))=c-kk;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-2))=gg;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-2*(n-1)))=bb;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-n))=gb;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-2))=gd;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-1))=d;

```

% en son olarak bir iç noktaları daha ayrı yazıyoruz. Bunlardan
% sonra geriye kalan tüm noktalar için denklem aynı kalıyor.

```

elseif i==2 & j==2

```

```

A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j))=c;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2))=kk;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-n))=gb;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2-n))=kb;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-2))=gd;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-1))=d;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n))=kd;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2*(n-1)))=dd;

```

```

elseif i==2 & j>2 & j<(n-2)

```

```

A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j))=c;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-2))=gg;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2))=kk;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-n))=gb;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2-n))=kb;

```

$A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n-2))=gd;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n-1))=d;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n))=kd;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2*(n-1)))=dd;$

elseif $i==2$ & $j==(n-2)$

$A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j))=c;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-2))=gg;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-n))=gb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2-n))=kb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n-2))=gd;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n-1))=d;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n))=kd;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2*(n-1)))=dd;$

elseif $i>2$ & $i<(m-2)$ & $j==2$

$A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j))=c;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2))=kk;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-2*(n-1)))=bb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-n))=gb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2-n))=kb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n-2))=gd;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n-1))=d;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n))=kd;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2*(n-1)))=dd;$

elseif $i==(m-2)$ & $j==2$

$A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j))=c;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2))=kk;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-2*(n-1)))=bb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-n))=gb;$

$A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2-n))=kb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n-2))=gd;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n-1))=d;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n))=kd;$

elseif $i==(m-2) \ \& \ j>2 \ \& \ j<(n-2)$

$A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j))=c;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-2))=gg;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2))=kk;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-2*(n-1)))=bb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-n))=gb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2-n))=kb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n-2))=gd;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n-1))=d;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n))=kd;$

elseif $i==(m-2) \ \& \ j==(n-2)$

$A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j))=c;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-2))=gg;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-2*(n-1)))=bb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-n))=gb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+2-n))=kb;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n-2))=gd;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n-1))=d;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+n))=kd;$

elseif $i>2 \ \& \ i<(m-2) \ \& \ j==(n-2)$

$A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j))=c;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-2))=gg;$
 $A((n-1)*(i-1)+j, ((n-1)*(i-1)+j-2*(n-1)))=bb;$

```

A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-n))=gb;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2-n))=kb;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-2))=gd;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-1))=d;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n))=kd;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2*(n-1)))=dd;

```

%buradan sonraki bütün noktalar plağın içinde kalan noktalardır
%ve bu noktalar için bütün denklem kullanılmaktadır.

```
else
```

```

A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j))=c;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-1))=g;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1))=k;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-2))=gg;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2))=kk;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-2*(n-1)))=bb;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j-n))=gb;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+1-n))=b;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2-n))=kb;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-2))=gd;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n-1))=d;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+n))=kd;
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j+2*(n-1)))=dd;

```

```
end
```

```
end
```

```
end
```

```
B=eye(size(A));
```

```
T=input('Yaylı eklenti sayısını giriniz: ');
```

```
for K=1:T;
```

```
kapa=input('kapa değerini giriniz: ');
```

```
M=input('Eklenti kütlesi/Plak kütlesi oranını giriniz: ');
```

```
i=input(' yaylı eklentinin x ekseninde kaçınıcı ağ noktası üzerinde olduğunu giriniz: ');
```

```
j=input(' yaylı eklentinin y ekseninde kaçınıcı ağ noktası üzerinde olduğunu giriniz: ');
```

```
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j))=A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(i-1)+j))+kapa/(delx*dely));
```

```
A((n-1)*(i-1)+j , ((n-1)*(m-1)+K))=-kapa/(delx*dely));
```

```
A(((n-1)*(m-1)+K) , (n-1)*(i-1)+j)=-kapa/(delx*dely));
```

```
A(((n-1)*(m-1)+K) , ((n-1)*(m-1)+K))=kapa/(delx*dely));
```

```
B(((n-1)*(m-1)+K) , ((n-1)*(m-1)+K))=(M/(delx*dely));
```

```
end
```

```
% Yukarıda bulunan denklem takımına ait olan matris, Matlab programında  
% bulunan eig programı ile çözülecek ve [V] matrisi her bir frekans sonucu  
% oluşan yer değiştirmeleri gösterecektir. [D] matrisi ise bize  
% lamda^2'leri verecektir.
```

```
[V,D]=eig(A,B);
```

```
%oluşan V matrisinden, kaçınıcı frekansa ait noktaların yer değişimi  
%isteniliyorsa sadece o kısmın işlenmesi sağlanacaktır
```



```
z=zeros((m+1),(n+1));
```

```
%Ayrıca V matrisinden çekilen değerler z matrisine yazdırılacaktır
```

```
s=input('Kaçmncı frekans değerini görmek istiyorsanız istediğiniz frekans için bir s  
değeri giriniz');
```

```
for p=1:(m-1)  
    for r=1:(n-1)
```

```
        z((p+1),(r+1))=V((p-1)*(n-1)+r,s);
```

```
        lamda_kare=D(s,s);
```

```
    end  
end
```

```
z=z';
```

```
lamda_kare
```

```
[x,y]=meshgrid(0:m, 0:n);
```

```
surf(x,y,z)
```

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Selçuk KARAGÖZ

Doğum Yeri ve Tarihi : Bursa 15.11.1983

Yabancı Dili : İngilizce

Eğitim Durumu (Kurum ve Yıl)

Lise : Bursa Özel Nilüfer Fen Lisesi 1997-2000

Lisans : Uludağ Üniversitesi 2000-2007

Yüksek Lisans : Uludağ Üniversitesi 2008-2011

Çalıştığı Kurum/Kurumlar ve Yıl : Butek Mak. Bursa 2005-2006

İletişim (e-posta) : karagozselcuk@hotmail.com

Yayımları : -